

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA - D.I.S.T.A.R.T.

Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque,
del Rilevamento e del Territorio

Corso di laurea in Ingegneria Civile

indirizzo **Strutture**

Insegnamento: **TECNICA DELLE COSTRUZIONI LS**

**MODELLAZIONE NUMERICA DEL
COMPORTAMENTO VISCOSO FESSURATO DI
ELEMENTI IN C.C.A.**

Tesi di laurea di:

NICOLA FRANZONI

Relatore

Chiar.mo Prof. Ing. **CLAUDIO MAZZOTTI**

Sessione III

Anno Accademico 2008-2009

Capitolo 1

Introduzione

Questo studio mira ad affinare modelli numerici a fibre che siano in grado di valutare il comportamento viscoso fessurato di elementi in conglomerato cementizio armato.

Nei prossimi capitoli verrà messo a punto un modello numerico capace di analizzare il comportamento in esercizio di elementi inflessi in cca sottoposti ad un carico differito.

Il modello è stato implementato in Matlab.

Sono stati prodotti tre modelli:

- a. FIBRA: simula le deformazioni da creep di una singola fibra di cls
- b. SEZIONE: riproduce la curvatura di una sezione in cca gettata in due fasi e sottoposta a tre incrementi di momento
- c. TRAVE: ricostruisce la deformata di una trave inflessa a quattro punti

Il modello numerico è stato calibrato e raffrontato con due campagne sperimentali che hanno studiato il fenomeno del creep in due travi in ca. Le travi sono state gettate in due fasi e sollecitate in modo da simulare il loro comportamento in esercizio, mantenendo gli incrementi di carico costanti per diverse settimane così che si verificassero le deformazioni a lungo termine. La prima campagna sperimentale è stata svolta nel 2007 da Ylenia Ponzoni, mentre la seconda nel 2008 da Michele Fabiani.

Il modello FIBRA è stato utilizzato per verificare la correttezza delle calibrazioni dei moduli pseudo-elastici.

Il modello SEZIONE è stato creato per valutare la curvatura della sezione in mezzera nelle due travi che furono oggetto di studio gli anni scorsi. SEZIONE si compone di 3 subroutine:

- I. Ipotizza la sezione non fessurata e considera il cls reagente a trazione come a compressione
- II. Ipotizza la sezione totalmente fessurata considerando nulla la resistenza a trazione del cls

- III. Utilizza la tecnica del tension stiffening per cercare la soluzione reale, intermedia ai due casi limite valutati in precedenza.

Il tension stiffening è una pratica consolidata per lo studio di sezioni in c.a. di sezioni gettate in una fase unica. Nel nostro caso, una complicazione è data dal fatto che la sezione in c.a. è gettata in due fasi.

Il modello TRAVE studia il comportamento flessionale a lungo termine di una trave prefabbricata, realizzata per fasi. In esso, la trave viene discretizzata in conci e la curvatura viene integrata fino ad ottenerne la deformata. Data la simmetria dello studio di una trave inflessa a quattro punti, il problema si semplifica allo studio di mezza trave, appoggio-incastro scorrevole.

Capitolo 2

Creep e Ritiro

Vengono qui trattati gli aspetti teorici di ritiro e viscosità ed elencati i fattori che li influenzano. Si potranno così inquadrare i problemi delle deformazioni a lungo termine sul calcestruzzo.

Esistono due tipi di modelli: i metodi algebrizzati e i modelli reologici. Questi ultimi si prestano ad una formulazione incrementale implementabile in un modello numerico (basato sullo sviluppo in serie di Dirichlet).

Viene infine descritta la teoria della solidificazione di Bazant ed illustrato, in particolare, un algoritmo di tipo esponenziale risolutore di tale teoria.

Capitolo 3

Sistemi di prefabbricazione

Breve descrizione del sistema costruttivo di cui fanno parte le travi oggetto del confronto.

Capitolo 4

Campagna sperimentale M

In questo capitolo vengono brevemente illustrate le prove di laboratorio per interpretare al meglio i risultati dei confronti tra modello numerico e risultati sperimentali.

Le prove descritte riguardano prove di creep e ritiro effettuate su provini cilindrici ed una prova di carico differito su una trave realizzata in due fasi.

Capitolo 5

Campagna sperimentale Y

Sono riportati i dati e i risultati delle prove differite nel tempo che sono state utilizzate come confronto negli elaborati successivi.

Capitolo 6**Modelli a fibre per l'analisi differita nel tempo**

Qui vengono descritti i modelli numerici che, a differente scala, elaborano le deformazioni differite nel tempo di elementi sollecitati da carico variabile nel tempo.

I modelli si chiamano FIBRA, SEZIONE e TRAVE e modellano i rispettivi elementi strutturali.

Viene illustrato il metodo del tension stiffening per mediare i due casi limite di sezione fessurata e di sezione interamente reagente.

Capitolo 7**Calibrazione dei parametri riguardanti le proprietà reologiche dei calcestruzzi**

In questo capitolo vengono cercati ed ottimizzati i parametri necessari ai modelli. Essi riguardano ritiro e creep e vengono calibrati sulle prove descritte al capitolo 4 e 5. Tali parametri vengono poi verificati ed ottimizzati col modello FIBRA.

Capitolo 8**Risultati dei modelli numerici**

Si confrontano i risultati della modellazione numerica con quelli delle prove sperimentali. Si commentano poi gli aspetti non colti dal modello o dalle prove sperimentali in grado di influire sui risultati, e rispettivi metodi per inserirli all'interno del modello.

Capitolo 2

Creep e Ritiro

2.1 Generalità

La deformazione totale ε all'istante t di un elemento in calcestruzzo, soggetto a condizioni di carico e temperatura costanti, è la somma della deformazione istantanea ε_0 , della deformazione viscosa ε_φ e di quella da ritiro ε_{cs} :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_\varphi + \varepsilon_{cs} \quad 2.1$$

Nella figura sottostante si mostrano le differenti componenti della deformazione totale per un

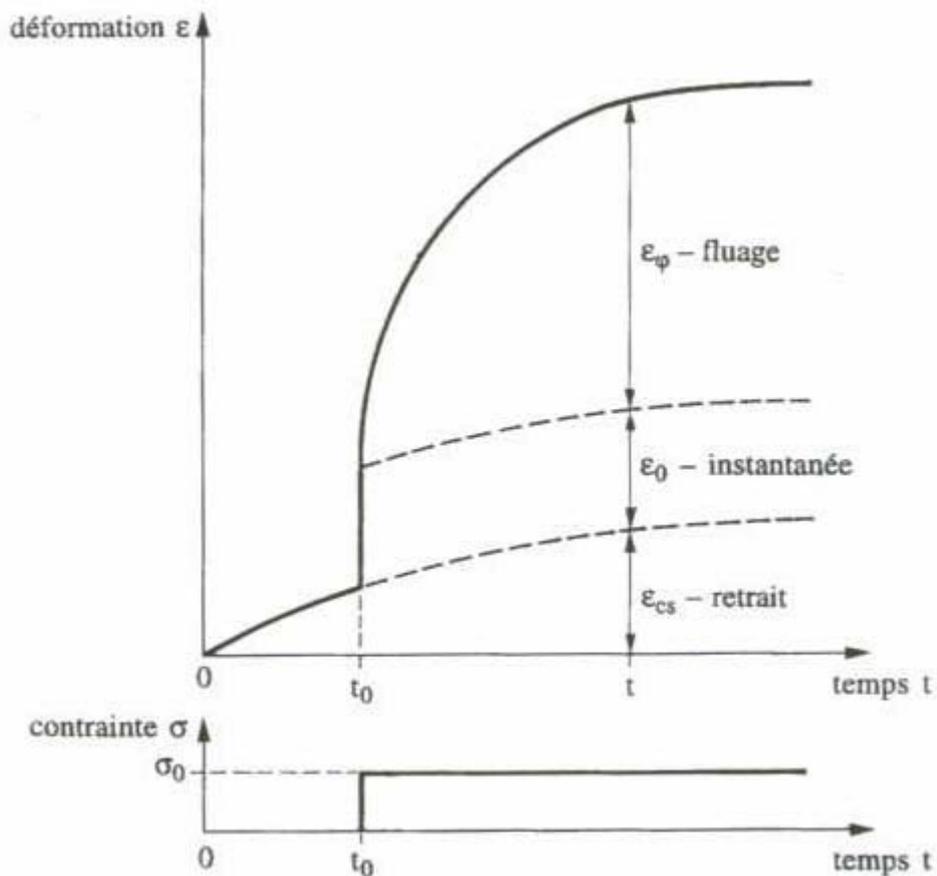


Figura 2-1: Deformazione totale del calcestruzzo per effetto di uno stato di tensione costante

elemento soggetto ad uno stato tensionale costante σ_0 applicato al tempo t_0 .

Le deformazioni differite del calcestruzzo sono quelle dovute ai fenomeni del ritiro e del creep e, come si può evincere dalla Figura 2-1, si tratta di deformazioni che si evolvono nel tempo.

Nei paragrafi seguenti si descriveranno sinteticamente le principali caratteristiche del ritiro e del creep del calcestruzzo e si riporteranno le indicazioni in merito ad essi fornite dall'Eurocodice2 e dal CEB-FIP Model Code 90, che propongono modelli attraverso cui è possibile prevedere l'andamento delle deformazioni differite nel tempo.

2.2 Ritiro

Il ritiro è la diminuzione di volume che il calcestruzzo subisce, in assenza di sollecitazioni, a causa di una serie di reazioni chimico-fisiche. La principale di queste è legata all'evaporazione dell'acqua d'impasto durante la fase di maturazione.

Si possono definire cinque differenti tipi di ritiro per il calcestruzzo (Aitcin, 1997):

- il *ritiro plastico* (plastic shrinkage), chiamato anche ritiro fresco, è dovuto all'evaporazione dell'acqua dalla superficie libera del calcestruzzo quando ancora si trova in condizioni plastiche (non è ancora avvenuto l'indurimento) subito dopo la sua messa in opera. Esso induce fenomeni di fessurazione della suddetta superficie con conseguente calo della durabilità dell'elemento.
- il *ritiro termico* (thermal shrinkage), è dovuto al fatto che, all'inizio della presa, le reazioni chimiche d'idratazione sviluppano calore; di conseguenza la temperatura aumenta e il calcestruzzo si dilata. Alla fine della presa, le reazioni sono molto rallentate e la temperatura si abbassa progressivamente. Ciò avviene a seguito della dissipazione di calore attraverso le casseforme, le quali non offrono condizioni adiabatiche. A seguito di questo raffreddamento la temperatura del calcestruzzo diventa prossima a quella dell'ambiente esterno e si ha una conseguente contrazione del materiale, indicata appunto come ritiro termico.
- il *ritiro autogeno* (autogenous shrinkage), chiamato anche ritiro d'idratazione, è dovuto al consumo dell'acqua interna al momento dell'idratazione del cemento, il quale porta ad una riduzione di volume della pasta cementizia. Tale ritiro si sviluppa isotropicamente all'interno della massa del conglomerato e il suo valore aumenta al diminuire del rapporto acqua-cemento. La sua curva d'evoluzione ricalca bene quella dello sviluppo della resistenza meccanica: è molto rapida nei primi giorni e raggiunge a 28 giorni il 60÷90% del suo valore ultimo.
- il *ritiro d'essiccamento* (drying shrinkage), è dovuto all'evaporazione dell'acqua dai pori capillari presenti nella pasta di cemento idrata. Tale acqua, chiamata acqua libera, è trattenuta

da forze che sono tanto più forti quanto più piccolo è il diametro dei pori. Questo ritiro non è isotropo e si manifesta infatti dall'esterno verso l'interno della massa. Il fenomeno dell'essiccazione si sviluppa molto lentamente e può avere una durata di molti anni, durante i quali la massa di calcestruzzo è soggetta ad una continua, anche se decrescente, riduzione di volume.

- il *ritiro di carbonatazione* (carbonation shrinkage), si produce quando l'idrossido di calcio $\text{Ca}(\text{OH})_2$ reagisce con l'anidride carbonica CO_2 per formare il carbonato di calcio CaCO_3 . Questo ritiro comincia dalla superficie del conglomerato e si dirige, col passare del tempo, verso il cuore della massa di calcestruzzo.

I vari tipi di ritiro, visti in precedenza, interessano la pasta di cemento idrata; il calcestruzzo, tuttavia, contiene anche gli aggregati, che occupano la maggior parte del volume del conglomerato e che non risentono di alcun tipo di ritiro. Essi svolgono perciò l'azione di resistere alla contrazione indotta dall'idratazione della pasta di cemento. Dunque più elevato è il rapporto aggregati-cemento minori sono le deformazioni differite del calcestruzzo.

Per ridurre lo sviluppo di fessure superficiali è opportuno, subito dopo il getto, coprire la superficie a contatto con l'atmosfera con panni umidi e mantenere bagnato il getto stesso per un periodo di tempo tale da permettere che la resistenza a trazione del calcestruzzo raggiunga valori abbastanza alti, così da resistere alle forze di contrazione della massa. Mantenendo bagnato il getto per i primi sette giorni, si fa in modo che il calcestruzzo raggiunga i $3/4$ della sua resistenza a trazione a lungo termine, cosicché quando si cessa di bagnare l'elemento (e il ritiro d'essiccamento inizia a svilupparsi), il calcestruzzo sarà in grado di resistere all'insorgere dei fenomeni fessurativi dovuti all'essiccamento.

Per la scrittura di tale paragrafo si è fatto in parte riferimento a quanto riportato nell'articolo "Integrated View of Shrinkage Deformation", 1997, di C. Aitcin, A.M: Neville e P. Acke.

2.3 Creep

Il creep (o deformazione viscosa), rappresenta la deformazione che un materiale subisce, in aggiunta a quella elastica, quando viene sottoposto permanentemente ad una sollecitazione.

Il creep è determinato da vari e complessi meccanismi, tra i quali (Merli): scivolamento degli strati colloidali di gel di cemento a contatto con l'acqua libera adsorbita, espulsione dell'acqua libera all'interno della pasta di cemento, sviluppo di microfessure locali coinvolgenti la rottura di legami esistenti.

Da un punto di vista pratico, il calcolo del creep per il calcestruzzo è abbastanza complesso in quanto, oltre che dai parametri composizionali, la deformazione viscosa dipende molto da parametri

ambientali (soprattutto umidità relativa), ma anche da quei parametri geometrici delle strutture (rapporto superficie/volume) che finiscono per influenzare direttamente l'essiccamento del materiale e quindi il suo ritiro e creep.

Tra i fattori che influenzano il creep si ricordano (Barocci, 2002):

- *influenza dell'umidità relativa:* a parità di carico e per uno stesso calcestruzzo, il creep è tanto più elevato quanto più bassa è l'umidità relativa. L'influenza di questa è invece molto inferiore o addirittura assente se il carico viene applicato dopo che il calcestruzzo ha raggiunto l'equilibrio igrometrico con l'ambiente. Ne segue che il creep di un calcestruzzo caricato dopo tempi relativamente lunghi è poco influenzato dall'umidità dell'ambiente.
- *influenza del carico applicato:* molte prove hanno mostrato che esiste una proporzionalità diretta tra creep e carico applicato, con la possibile eccezione dei campioni caricati a brevi stagionature (3-7 giorni). E' noto che il calcestruzzo compresso inizia a subire microlesioni per carichi superiori al 40-60% della resistenza a compressione σ'_c e non è sorprendente che, una volta iniziato tale processo, si verifichino variazioni anche nel comportamento del creep. Sopra il limite di proporzionalità (valutabile come 0.4-0.6 σ'_c) la velocità di creep aumenta in misura superiore all'aumento del carico ed esiste un determinato rapporto carico/resistenza oltre il quale si raggiunge la crisi nel tempo a carico costante (creep terziario). Questo rapporto è pari a circa 0.8-0.9 σ'_c . Il creep aumenta infatti la deformazione totale fino al raggiungimento del limite a rottura del materiale.
- *influenza dell'età del calcestruzzo all'atto dell'applicazione del carico:* più il calcestruzzo è giovane, meno esso avrà sviluppato la propria resistenza meccanica e dunque più risentirà del fenomeno del creep.
- *influenza della resistenza del conglomerato:* il creep specifico finale, cioè il creep per unità di carico applicato, diminuisce al crescere della resistenza all'atto dell'applicazione del carico.
- *influenza degli aggregati:* l'aggregato normale non ha creep apprezzabile, dunque si può dire che il creep del calcestruzzo si riduce all'aumentare della frazione dell'inerte. Gli aggregati svolgono un'azione di vincolo nei confronti delle deformazioni.
- *influenza delle dimensioni del getto:* il creep, al pari del ritiro, diminuisce all'aumentare delle dimensioni del getto di calcestruzzo. Questo può essere dovuto al fatto che il creep, nelle zone prossime alla superficie, avviene nella fase d'essiccamento ed è pertanto maggiore che nelle zone interne, che rimangono in condizioni prossime alla saturazione. Anche se con il passare del tempo l'interno perde umidità, esso avrà certamente raggiunto un elevato grado d'idratazione ed un'elevata resistenza, con conseguente minore effetto del creep. Se la

stagionatura avviene senza scambio di umidità con l'esterno, non si verifica alcuna dipendenza dalle dimensioni del getto.

- *influenza della temperatura*: il creep cresce al crescere della temperatura fino a circa 50°C, poi inizia a decrescere.
- *influenza dei cicli di carico e scarico*: il creep cresce a seguito dell'applicazione di carichi ciclici. Generalmente i dati di laboratorio relativi al creep dei calcestruzzi sono stati ottenuti sotto un carico permanente costante e dunque l'utilizzazione diretta di tali risultati, per il calcolo delle strutture reali, può portare a sottovalutare gli effetti di creep.

2.3.1 Calcolo delle Deformazioni Viscose

Quando un elemento di calcestruzzo subisce fenomeni d'essiccamento mentre si trova sotto l'azione di un carico permanente, si assume generalmente che ritiro e creep abbiano effetti additivi e che quest'ultimo sia valutabile come semplice differenza tra la deformazione totale dell'elemento caricato ed il ritiro osservato in un analogo elemento, non sottoposto a carico, nelle stesse

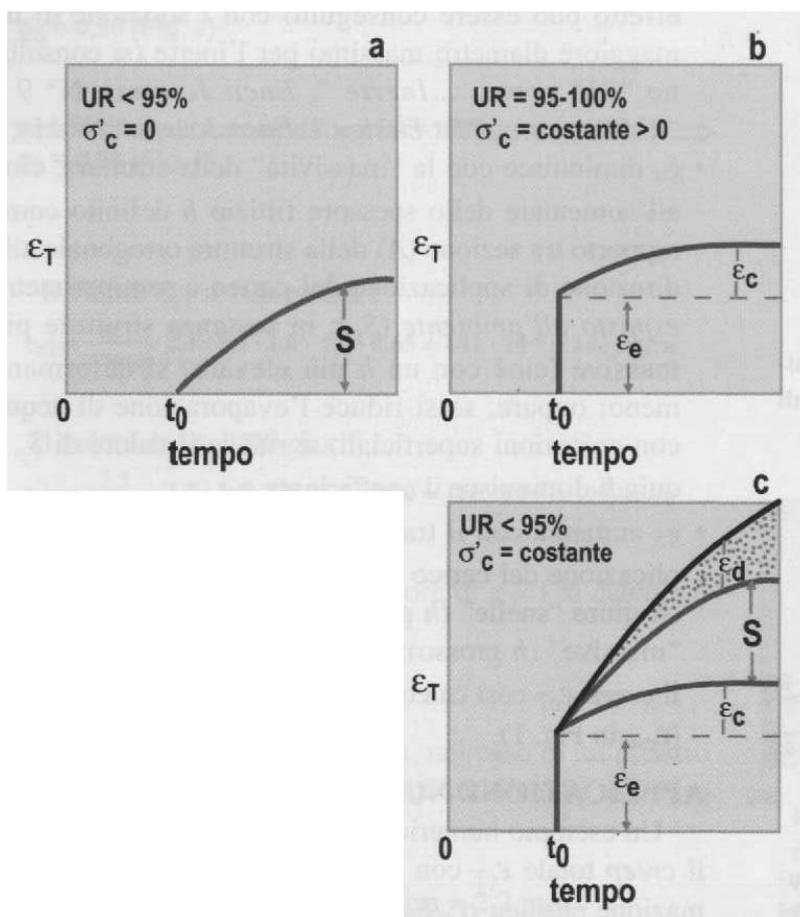


Figura 2-2:

- Contrazione da ritiro (S) in ambiente insaturo di vapore ($UR < 95\%$) ed in assenza di sollecitazione;
- Contrazione elastica iniziale (ϵ_e) seguita da quelle da creep puro (ϵ_c) in presenza di una sollecitazione a compressione costante σ'_c in ambiente saturo di vapore;
- Deformazione totale (ϵ_T) dovuta alla deformazione elastica iniziale (ϵ_e), più la deformazione da creep puro (ϵ_c), più la deformazione da ritiro (S), più la deformazione da creep da essiccamento (ϵ_d);

condizioni fisiche e per lo stesso periodo di tempo.

Si esaminano ora le interazioni tra creep e ritiro (Barocchi, 2002), facendo riferimento a 3 casi particolari (Figura 2-2):

- a) una struttura in calcestruzzo in assenza di sollecitazioni ($\sigma'_c = 0$), in ambiente insaturo di vapore, sottoposta ad un ritiro idrometrico (S) in assenza di vincoli a partire dal tempo di scasseratura (t_0), misurato a partire dal momento del getto ($t = 0$);
- b) una struttura in calcestruzzo, in ambiente saturo di vapore ($UR = 95 \div 100\%$) e quindi priva di ritiro, sottoposta, al tempo t_0 , ad una sollecitazione σ'_c che provoca una deformazione elastica ε_e cui si somma la successiva deformazione ε_c da creep (deformazione totale $\varepsilon_T = \varepsilon_e + \varepsilon_c$): il valore di ε_c misurato in queste condizioni, cioè in assenza di ritiro, prende il nome di *creep puro* o *basic creep*;
- c) una struttura in calcestruzzo esposta al tempo t_0 in ambiente insaturo di vapore che provoca un ritiro S e simultaneamente sottoposta alla sollecitazione σ'_c : in queste condizioni la deformazione totale ε_T risulta maggiore della somma dei singoli contributi alla deformazione ε_e , ε_c , S (come riportato graficamente in Figura 2-2):

$$\varepsilon_T > \varepsilon_e + \varepsilon_c$$

La differenza tra la deformazione totale ε_T misurata nelle condizioni c) e la somma dei singoli contributi deformazionali prende il nome di creep da essiccamento (drying creep, ε_d). La deformazione totale diventa pertanto:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_e + S + \varepsilon_c + \varepsilon_d$$

Ciò significa che, sotto la sollecitazione di compressione σ'_c in ambiente insaturo di vapore, l'evaporazione dell'acqua è maggiore di quella che si registra in assenza di σ'_c e che determina il ritiro S . La maggiore evaporazione dell'acqua (una sorta di "effetto spremitura" del calcestruzzo a compressione) comporta una maggiore deformazione addizionale (ε_d) che si somma agli altri contributi deformazionali. In particolare il contributo del creep totale (ε_{cc}) è dato dalla somma del creep puro (ε_c) e dal creep da essiccamento (ε_d):

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c + \varepsilon_d$$

Pertanto si può anche scrivere:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_e + S + \varepsilon_{cc}$$

Quando si eseguono prove di creep in un ambiente insaturo si valutano le deformazioni totali ε_T subite dai provini e, detraendo da queste le deformazioni da ritiro (valutate su analoghi provini non caricati posti nel medesimo ambiente) e le deformazioni elastiche istantanee, si ottiene il valore del creep totale ε_{cc} . Sperimentalmente si vede inoltre che, mantenendo il carico costante, tali

deformazioni evolvono nel tempo e, per $t \rightarrow \infty$, possono assumere valori pari a 3÷4 volte le deformazioni istantanee.

Indicando con t_0 l'istante di applicazione del carico sul provino, si riscontra l'andamento delle deformazioni riportato nella Figura 2-3.

La *deformazione totale* dell'elemento in cls al generico istante t è:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{ist}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0)$$

La *deformazione istantanea* è pari a:

$$\varepsilon_{ist}(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}$$

mentre la *deformazione viscosa* si può esprimere come (CEB, MC90):

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} \cdot \Phi(t, t_0)$$

dove $E_{c,28}$ è il modulo elastico del calcestruzzo a 28 giorni d'età.

Il termine $\Phi(t, t_0)$ è chiamato **coefficiente di viscosità** ed è dato dal rapporto tra le deformazioni viscosi e quelle istantanee (valutate facendo riferimento al modulo elastico a 28gg).

$$\Phi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\sigma_c(t_0)/E_{c,28}}$$

Per $t = t_0$ (istante applicazione carico) non si hanno deformazioni viscosi. Ne viene che $\Phi(t_0, t_0) = 0$.

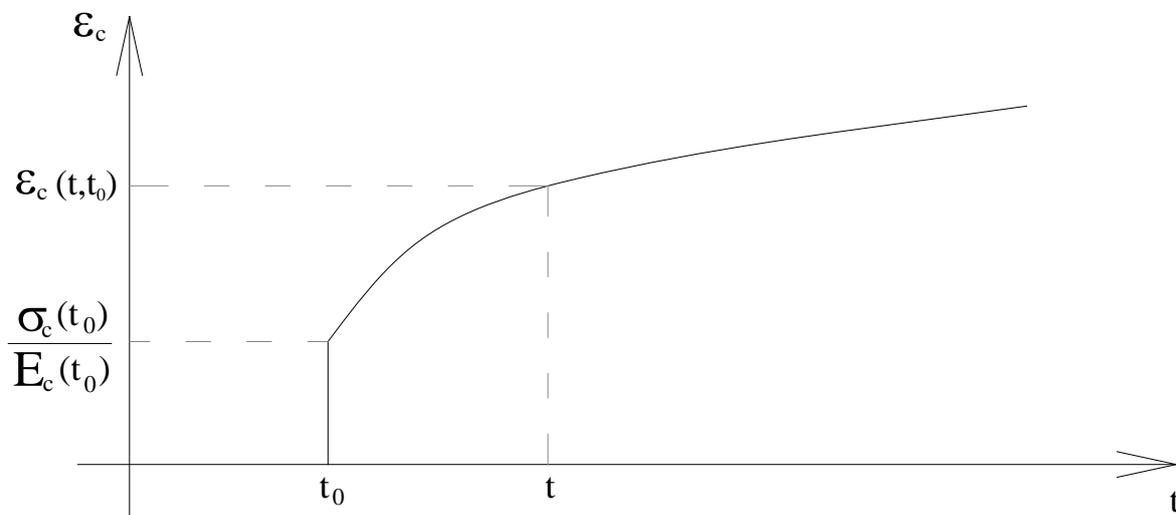


Figura 2-3: Andamento delle deformazioni in funzione del tempo

Si ottiene dunque:

2.2

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} \cdot \Phi(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \cdot \frac{1}{E_c(t_0)} \cdot \left[1 + \frac{E_c(t_0)}{E_{c,28}} \Phi(t, t_0) \right]$$

ponendo:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} \cdot \left[1 + \frac{E_c(t_0)}{E_{c,28}} \Phi(t, t_0) \right] = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\Phi(t, t_0)}{E_{c,28}}$$

si avrà:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0)$$

La funzione $J(t, t_0)$ prende il nome di **funzione di viscosità** ed ha le dimensioni dell'inverso del modulo elastico; il suo andamento in funzione del tempo, per un calcestruzzo caricato ad età differenti t_i , è rappresentato nella Figura 2-4 osservando la quale si può dire che:

- la parte elastica istantanea diminuisce all'aumentare dell'età di caricamento; ciò deriva dal fatto che il modulo elastico del calcestruzzo aumenta nel tempo;
- il creep è tanto più elevato quanto più il calcestruzzo viene caricato in giovane età;
- la funzione di creep è una funzione monotona crescente, ma la velocità di sviluppo del creep è una funzione decrescente; la pendenza della curva $J(t, t_i)$, infatti, si attenua nel tempo.

Si introduce poi, per concludere, il concetto di **deformazione viscosa specifica**, che rappresenta la deformazione viscosa al tempo t causata dalla tensione unitaria applicata al tempo t_0 :

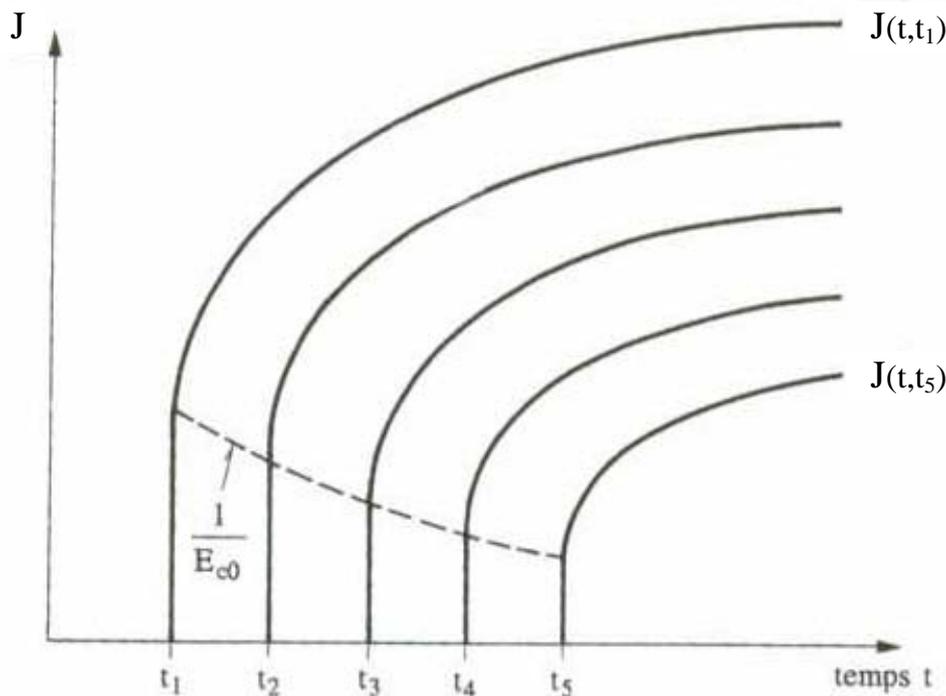


Figura 2-4 Andamento della funzione di creep nel tempo e per varie età di caricamento

$$C(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\sigma_c(t_0)}$$

Dato che $J(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{ist}(t_0)}{\sigma_c(t_0)} + \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\sigma_c(t_0)} = \frac{1}{E_c(t_0)} + C(t, t_0)$

considerando inoltre che $J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\Phi(t, t_0)}{E_{c,28}}$

si ha, secondo il CEB-MC90: $C(t, t_0) = \frac{\Phi(t, t_0)}{E_{c,28}}$

In forma duale, quando ad un corpo viene impressa una deformazione ε , assegnata al tempo t_0 e successivamente mantenuta costante nel tempo, lo stato tensionale varia secondo la legge:

$$\sigma_c(t) = \sigma_c(t_0) - \sigma_r(t, t_0) = E_c(t_0)\varepsilon_c(t_0) \left[1 - \frac{E_{c,28}}{E(t_0)} \cdot \psi(t, t_0) \right]$$

dove alla tensione istantanea $\sigma_c(t_0)$ viene detratta la tensione di rilassamento $\sigma_r(t, t_0)$ e $\psi(t, t_0)$ rappresenta il *coefficiente di rilassamento*.

L'equazione può essere riscritta nella forma:

$$\sigma_c(t) = \varepsilon_c(t_0) \cdot R(t, t_0)$$

dove $R(t, t_0)$ è detta *funzione di rilassamento*:

$$R(t, t_0) = E_c(t_0)[1 - \psi(t, t_0)]$$

Se lo stato tensionale $\sigma_c(\tau)$ è variabile nel tempo a partire dal valore iniziale $\sigma_c(t_0)$, in virtù del principio di sovrapposizione è possibile ottenere la deformazione totale al tempo t sommando alla (2.2) i singoli contributi $d\varepsilon_c(t, \tau)$ dovuti agli incrementi di tensione $d\sigma_c(\tau)$ relativi agli intervalli elementari $d\tau$ con centro in τ (Figura 2-5):

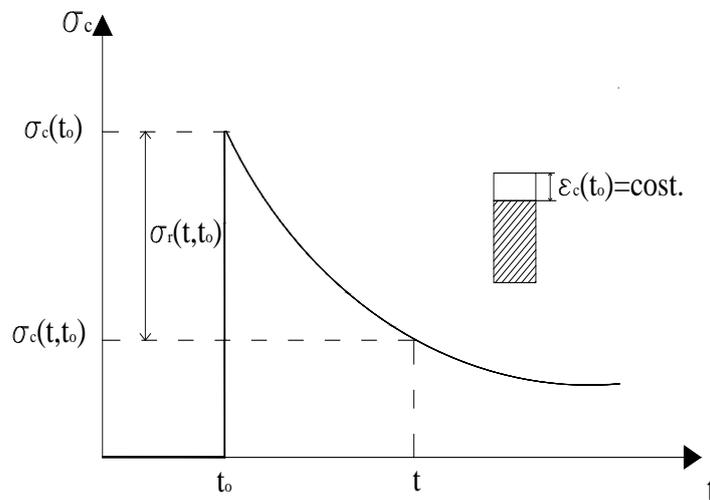


Figura 2-5: Andamento delle tensioni in funzione del tempo (rilassamento)

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \left[1 + \frac{E_c(t_0)}{E_{c,28}} \phi(t, t_0) \right] + \int_{t_0}^t \left[1 + \frac{E_c(\tau)}{E_{c,28}} \phi(t, \tau) \right] \cdot \frac{d\sigma_c(\tau)}{E_c(\tau)} \tag{2.3}$$

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \cdot d\sigma_c(\tau) \tag{2.4}$$

che è detta *equazione integro-differenziale della viscosità*. Come è noto, la (2.3) consente di valutare la deformazione totale all'istante t tramite una semplice integrazione, a patto di conoscere l'evoluzione delle tensioni $\sigma_c(\tau)$ nel tempo ed il coefficiente di viscosità del materiale, come si verifica nel caso di strutture isostatiche a vincoli rigidi, omogenee e soggette a sollecitazioni costanti.

Diversamente, qualora per la eterogeneità del cemento armato (ridistribuzione degli sforzi nel tempo tra acciaio e calcestruzzo) o per la iperstaticità delle condizioni di vincolo l'evoluzione delle tensioni dipenda da quella delle deformazioni, la (2.3) si trasforma in una equazione integro-differenziale di Volterra nella incognita $\sigma_c(\tau)$, la cui risoluzione esatta è notevolmente complessa. La forma duale della (2.3) relativa al rilassamento risulta:

$$\sigma_c(t, t_0) = \varepsilon_c(t_0) \cdot R(t, t_0) + \int_{t_0}^t R(t, \tau) \cdot d\varepsilon(\tau) \tag{2.5}$$

Gli operatori integrali di Volterra che vi compaiono sono *operatori di convoluzione* e sono lineari nella tensione e nella deformazione, rispettivamente. Le funzioni $J(t, t_0)$ ed $R(t, t_0)$ nelle (2.3) e (2.5) sono detti nuclei degli operatori di convoluzione. Essi sono nuclei ereditari e dipendono distintamente dagli istanti t e t_0 .

Gli operatori di viscosità e rilassamento non sono tra loro indipendenti ma devono soddisfare una

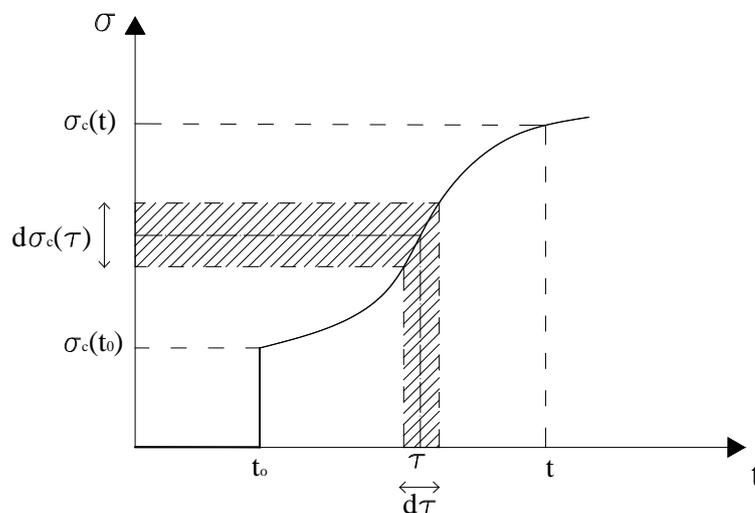


Figura 2-6: Andamento delle tensioni nel calcestruzzo nel tempo

relazione integrale, che può essere ottenuta facendo uso della teoria degli operatori lineari:

2.6

$$R(t, t_0) \cdot J(t, t_0) - \int_{t_0}^t \frac{\partial}{\partial t''} R(t, t'') \cdot J(t'', t') dt'' = 1$$

Tramite la (2.6) è possibile, assegnata una generica funzione di viscosità, ricavare la corrispondente funzione di rilassamento.

2.4 Risoluzione degli integrali di Volterra: serie di Dirichlet

Non è possibile risolvere le equazioni di Volterra in forma chiusa, se non per casi molto particolari di caricamento o di nuclei ereditari che compaiono negli integrali di convoluzione.

I *modelli reologici* trasformano l'integrale (2.3) in una relazione differenziale introducendo opportune espressioni analitiche per la funzione di viscosità. Il grosso vantaggio consiste nell'eliminazione dell'operatore integrale di convoluzione che compare nelle formulazioni generali (2.3), (2.5), snellendo le procedure di risoluzione.

Attraverso questo tipo di approccio, sono stati sviluppati modelli più generali e sofisticati, basati su unità di Kelvin e di Maxwell, che prevedono lo sviluppo in serie di Dirichlet di generiche funzioni di viscosità e di rilassamento, utilizzando come base un insieme di nuclei di forma *degenere*. Sostituendo la funzione così sviluppata negli integrali di convoluzione che compaiono nelle (2.3), (2.5), si ottengono, come anticipato nei modelli reologici, formulazioni di tipo differenziale. Queste ultime hanno il doppio vantaggio di essere più facilmente risolvibili rispetto ad equazioni integrali (in quanto possono, ad esempio, essere risolte al passo) e di richiedere un minor onere computazionale e di memoria, non essendo più necessaria la registrazione di tutta la precedente storia tensionale.

2.4.1 Funzioni di viscosità

Un nucleo ereditario possiede forma degenere quando costituito da una somma di prodotti di funzioni a variabile singola (t o t'). Una generica funzione di viscosità può essere sviluppata in serie di Dirichlet nel modo seguente:

2.7

$$J(t, t') = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{C_{\mu}(t')} \{1 - e^{[y_{\mu}(t') - y_{\mu}(t)]}\}$$

dove $C_{\mu}(t')$ ($\mu = 1, \dots, N$) e le $y_{\mu}(t')$ sono funzioni incognite del tempo. Il vantaggio di utilizzare uno sviluppo in serie del tipo (2.7) consiste, come già anticipato, nel poter convertire

un'equazione integrale in una differenziale. Sostituendo la (2.7) nella (2.3) e dopo alcuni passaggi matematici, si ottiene la deformazione differita totale come somma di termini:

$$\varepsilon(t) = \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu}(t) + \varepsilon_0(t) \tag{2.8}$$

dove le $\varepsilon_{\mu}(t)$ sono soluzioni del sistema di equazioni differenziali:

$$\ddot{\varepsilon}_{\mu}(t) + A_{\mu}(t)\dot{\varepsilon}_{\mu}(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{B_{\mu}(t)} \tag{2.9}$$

in cui

$$A_{\mu}(t) = \dot{y}_{\mu} - \frac{\ddot{y}_{\mu}}{\dot{y}_{\mu}} \qquad B_{\mu}(t) = \frac{C_{\mu}(t)}{\dot{y}_{\mu}}$$

La (2.9) è un'equazione differenziale del secondo ordine e rappresenta la relazione costitutiva di una catena di unità di Kelvin (Figura 2-7a) a patto di considerare:

$$A_{\mu}(t) = \frac{\eta_{\mu}(t)}{E_{\mu}(t) + \dot{\eta}_{\mu}(t)} \qquad B_{\mu}(t) = \eta_{\mu}(t)$$

dove $E_{\mu}(t)$ e $\eta_{\mu}(t)$ sono, rispettivamente, la rigidezza della molla ed il coefficiente di viscosità del dissipatore di ogni singola unità. Eguagliando queste espressioni con quelle ottenute dallo sviluppo della serie di Dirichlet, si ottiene infine:

$$E_{\mu}(t) = C_{\mu}(t) - \frac{\dot{C}_{\mu}(t)}{\dot{y}_{\mu}(t)} \qquad \eta_{\mu}(t) = \frac{C_{\mu}(t)}{\dot{y}_{\mu}(t)}$$

Si noti che con queste espressioni è sempre possibile identificare i moduli delle unità di una

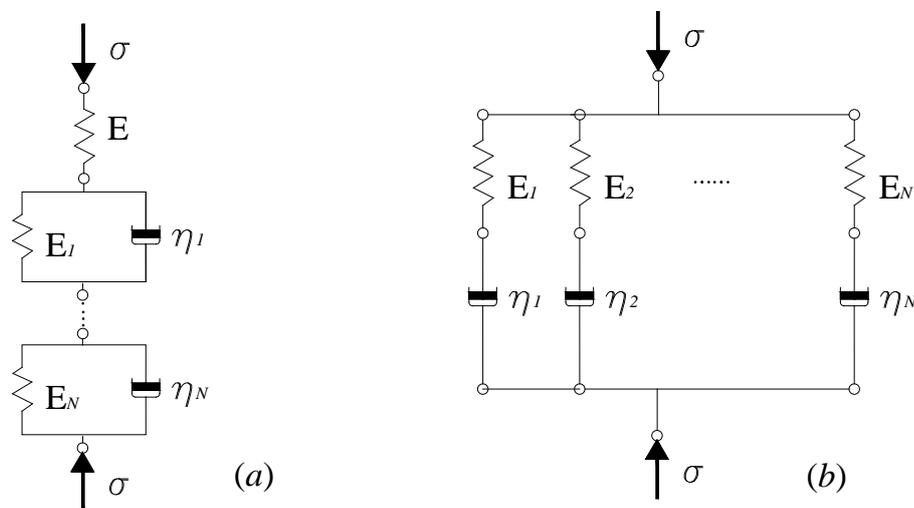


Figura 2-7: Serie di unità di Kelvin (a) e di Maxwell (b)

catena di Kelvin equivalente ad una funzione di viscosità sviluppata in serie di Dirichlet, ma non il contrario. L'identificazione dei coefficienti dello sviluppo di Dirichlet dai parametri di una catena di Kelvin, infatti, conduce ad un sistema di equazioni differenziali non lineari del secondo ordine che non ha, in generale, soluzione in forma chiusa. Solamente nel caso in cui si consideri una catena con moduli costanti nel tempo, e quindi una funzione di viscosità priva del fenomeno dell'invecchiamento, si ha la completa equivalenza tra le varie grandezze corrispondenti.

Un' opportuna scelta della funzione $y_\mu(t)$ (Bazant e Chern, 1984) può essere la seguente:

$$y_\mu(t) = \left(\frac{t}{\tau_\mu} \right)^{q_\mu} \quad 2.10$$

con q_μ esponenti da determinarsi. Per semplicità, nel seguito i coefficienti q_μ sono fissati pari all'unità. I tempi τ_μ che compaiono nella (2.10) sono detti *tempi di ritardo*.

Lo sviluppo della (2.7) descrive una serie di funzioni esponenziali reali. Solitamente il suo primo termine rappresenta la parte istantanea (elastica) della funzione di viscosità. Per fare questo è necessario scegliere un primo tempo di ritardo molto piccolo, ad esempio $\tau_1=10^{-9}$ giorni. In questo modo il primo termine della serie si riduce a $1/C_1(t')$, che rappresenta quindi la deformabilità istantanea. Per costruire una funzione di viscosità mediante serie di Dirichlet è necessario innanzitutto assegnare il numero N di termini della serie. Successivamente si assegnano i corrispondenti tempi di ritardo τ_μ ($\mu = 1, \dots, N$), la scelta dei quali non è arbitraria ma deve soddisfare certe condizioni, pena il mal condizionamento del problema. Un criterio usuale (Bazant e Wu, 1973; Bazant, 1988) prevede di scegliere tali tempi τ_μ equidistanti nella scala logaritmica del tempo a partire dall'istante di messa in carico ($t - t'$), coprendo tutto l'intervallo temporale di interesse. Bazant consiglia di prendere i tempi di ritardo secondo la legge $\tau_\mu = 10^{\mu-1}\tau_1$, cioè uno per ogni ordine di grandezza. Infine, l'ultima fase consiste nella scelta delle funzioni $C_\mu(t')$, che devono essere definite per interpolazione dei dati sperimentali, ad esempio con tecniche di minimizzazione quadratica.

2.4.2 Funzioni di rilassamento

Analogamente a quanto appena visto, anche la funzione di rilassamento può essere sviluppata in serie di esponenziali (Dirichlet):

$$R(t, t') = \sum_{\mu=1}^N E_\mu(t') e^{[y_\mu(t') - y_\mu(t)]} \quad 2.11$$

dove $E_\mu(t')$ sono funzioni del tempo e le $y_\mu(t')$ hanno lo stesso significato visto precedentemente, con i τ_μ detti ora tempi di rilassamento. Anche in questo caso, scegliendo un tempo τ_1 prossimo a zero, il primo termine della serie rappresenta la rigidità istantanea per cui $E_\mu(t') = E(t')$. Scelti a priori i τ_μ , le $E_\mu(t')$ sono ottenute per interpolazione dei dati.

Sostituendo la funzione di rilassamento (2.11) nella (2.5) e operando alcune manipolazioni, si ottiene la legge che esprime la variazione della tensione nel tempo, nella forma:

$$\sigma(t) = \sum_{\mu=1}^N \sigma_\mu(t) \quad 2.12$$

in cui i singoli termini della sommatoria sono soluzioni delle equazioni differenziali del primo ordine disaccoppiate:

$$\dot{\sigma}_\mu(t) + \dot{y}_\mu(t)\sigma_\mu(t) = E_\mu(t)[\dot{\epsilon}(t) - \dot{\epsilon}^0(t)] \quad (\mu = 1, \dots, N) \quad 2.13$$

Appare evidente come la (2.13) sia equivalente all'equazione costitutiva di una catena di unità di Maxwell (Figura 2-7b) in cui le molle hanno rigidità $E_\mu(t)$ e i dissipatori hanno coefficiente di viscosità $\eta_\mu = E_\mu(t)/\dot{y}_\mu(t')$, entrambi variabili nel tempo.

Si noti che lo sviluppo della funzione di creep conduce ad una formulazione differenziale del secondo ordine mentre quello della funzione di rilassamento ad una del primo ordine e quindi di più facile risoluzione.

2.4.3 Algoritmi di risoluzione

Come anticipato in precedenza, il vantaggio di operare con formulazioni differenziali risiede nel fatto che non è necessario memorizzare l'intera storia tensionale dell'elemento o, in problemi più complessi, della struttura, bensì è sufficiente memorizzare l'ultimo valore delle variabili di stato prima del passo temporale (finito) successivo.

Tuttavia, in problemi di visco-elasticità, non è possibile adottare i classici metodi di integrazione al passo (Eulero, Rounge Kutta, etc...) che necessitano di ampiezze degli intervalli temporali poco variabili da passo a passo e comunque molto piccoli. Tali metodi richiedono infatti intervalli di ampiezza inferiore al più piccolo tempo di rilassamento impiegato (pertanto dell'ordine di grandezza di pochi secondi), un'ampiezza incompatibile con gli intervalli temporali di interesse nei problemi di viscoelasticità (decine di anni). Per ovviare a ciò, è necessario utilizzare algoritmi ad hoc, quali, ad esempio, il cosiddetto *algoritmo esponenziale*, inizialmente proposto da Zienkiewicz e Watson (1966) e sviluppato per problemi di visco-elasticità con invecchiamento da Bazant (1971 e Bazant e Wu (1974). Tale algoritmo consente di utilizzare intervalli temporali di ampiezza

variabile senza manifestare problemi di instabilità numerica. Per Δt tendente a zero si dimostra che l'algoritmo esponenziale diventa equivalente al metodo delle differenze centrali e converge alla soluzione con la stessa velocità.

L'idea alla base dell'algoritmo è quella di utilizzare, all'interno del generico passo temporale, l'integrale esatto dell'equazione differenziale (2.13), ottenuto assumendo che il coefficiente \dot{y}_μ e il secondo termine dell'equazione rimangano costanti all'interno del passo. In questo modo l'integrazione esatta della (2.10) al passo r -esimo risulta:

$$\sigma_{\mu,r} = \sigma_{\mu,r-1} e^{-\Delta y_\mu} + E_{\mu,r-1/2} \cdot \lambda_{\mu,r} (\Delta \varepsilon_r - \Delta \varepsilon_r^0) \quad 2.14$$

in cui

$$\lambda_{\mu,r} = \frac{(1 - e^{-\Delta y_\mu})}{\Delta y_\mu} \quad \Delta y_\mu = \frac{\Delta t_r}{\tau_\mu} \quad E_{\mu,r-1/2} = \frac{1}{2} (E_{\mu,r-1} + E_{\mu,r})$$

dove l'indice r è quello di passo mentre l'indice μ indica la generica unità di Maxwell. Sostituendo la (2.14) nella (2.12) si ottiene una formulazione pseudo-elastica incrementale del tipo:

$$\Delta \varepsilon_r = \frac{1}{E_r''} \Delta \sigma_r + \Delta \varepsilon_r'' \quad 2.15$$

in cui

$$E_r'' = \sum_{\mu=1}^N \lambda_{\mu,r} E_{\mu,r-1/2} \quad \Delta \varepsilon_r'' = \frac{1}{E_r''} \sum_{\mu=1}^N (1 - e^{-\Delta y_\mu}) \sigma_{\mu,r-1}$$

Ad un generico istante t_r , la procedura di risoluzione consiste nel ricavare le costanti pseudo-elastiche E_r'' e $\Delta \varepsilon_r''$ sulla base delle tensioni note al tempo t_{r-1} , risolvere la struttura in campo elastico utilizzando la (2.15), ed infine ottenere i $\Delta \varepsilon_r$ da utilizzarsi per calcolare in ogni punto della struttura le $\sigma_{\mu,r}$. A questo punto si può procedere all'istante successivo.

Le variabili σ_μ ed ε_μ prendono il nome di variabili interne (o variabili di stato) e non possono essere misurate direttamente. Contengono ciò nonostante tutte le informazioni necessarie per descrivere l'evoluzione del fenomeno nel tempo. Il valore assunto da queste variabili esprime infatti l'effetto della storia precedente del materiale e rende non più necessario dover risolvere l'integrale di convoluzione. In conclusione si può dire che sia la catena di unità di Maxwell che quella di unità di Kelvin possono, in presenza di invecchiamento, approssimare la legge di creep in forma integrale con qualsiasi precisione.

La determinazione, sulla base dei risultati sperimentali, delle funzioni $E_\mu(t')$, $C_\mu(t')$ ($\mu = 1, \dots, N$) che compaiono nelle (2.7), (2.11) è spesso difficoltosa. Pertanto, piccole variazioni dei dati sperimentali inducono grosse alterazioni delle funzioni ricercate e, viceversa, molte

funzioni diverse tra loro sono in grado di ripercorrere con adeguata precisione le curve sperimentali tempo-deformazione. Il mal condizionamento del problema è legato, pertanto, alla mancanza di unicità della soluzione. In taluni casi, inoltre, operando una minimizzazione quadratica sulla distanza tra i valori assunti dalla curve e i dati sperimentali, si ottengono valori negativi di alcune di queste funzioni; sebbene ciò non crei particolari problemi dal punto di vista numerico, è di dubbio significato da un punto di vista termodinamico.

2.5 La teoria della solidificazione di Bazant

2.5.1 Derivazione della funzione di viscosità

I modelli descritti nei paragrafi precedenti, anche se in grado di tenere in conto gli effetti dell'invecchiamento del calcestruzzo, presentano tutti diversi inconvenienti, i principali dei quali sono:

- I modelli più semplici, ad esempio quelli reologici, non possiedono la necessaria attendibilità in presenza delle storie di carico variabili o nel caso di strutture complesse.
- I modelli empirici, si basano su un numero elevato di parametri la cui taratura è spesso complessa.
- Gli sviluppi in serie di Dirichlet hanno coefficienti che sovente conducono, in fase di taratura, a sistemi mal condizionati o si basano su quantità che non possiedono un preciso significato fisico.

La difficoltà nella formulazione di modelli sufficientemente accurati nell'ambito della teoria della visco-elasticità lineare deriva dal fatto che il calcestruzzo ha caratteristiche fortemente variabili nel tempo. In realtà, le caratteristiche fisiche degli aggregati minerali e delle microparticelle di cemento solidificate sono costanti. Al contrario sono variabili nel tempo i legami tra essi e la percentuale di cemento idratato.

La teoria della solidificazione, proposta da Bazant nel 1977 e sviluppata negli anni successivi, si basa sull'ipotesi che il fenomeno dell'invecchiamento sia da imputarsi all'aumento della frazione di volume di materiale solidificato (cemento idratato) e quindi in grado di sopportare carico, le cui caratteristiche sono assunte costanti nel tempo. Pertanto, nella teoria della solidificazione la dipendenza temporale delle proprietà termomeccaniche del calcestruzzo viene considerata come una conseguenza della variazione della composizione dello stesso (rappresentata da $v(t)$), e non della variazione nel tempo delle caratteristiche meccaniche. In particolare, il fenomeno della solidificazione descrive l'effetto di invecchiamento del calcestruzzo (come frazione di parte di cemento che sopporta il carico), mentre per i singoli costituenti (aggregati e cemento solidificato) sono utilizzati modelli costitutivi non invecchianti.

La variazione di $v(t)$ intende modellare il fenomeno dell'invecchiamento. Pertanto, $v(t)$ non può rappresentare a rigore la frazione di cemento idratato, in quanto l'idratazione termina dopo pochi mesi mentre l'invecchiamento dura per anni. La funzione di solidificazione $v(t)$ deve quindi, più in generale, descrivere la frazione di volume in grado di sopportare il carico. E' plausibile che la crescita di tale grandezza duri per anni, in quanto i legami fra le particelle idratate continuano ad evolvere per lunghissimo tempo.

Il volume elementare $dv(t)$ che solidifica all'istante t viene considerato come uno strato infinitesimo che si deposita sulla superficie del materiale già solidificato in precedenza. L'ipotesi ulteriore è che la solidificazione avvenga "in parallelo" rispetto alle modalità di applicazione del carico, così che tutti gli strati ideali sono sottoposti alla medesima deformazione, coincidente con quella totale macroscopica (Figura 2-8).

Caratteristica fondamentale del modello è che prima della solidificazione dello strato, esso non può sopportare carico, e quindi la sua micro tensione corrispondente σ_g è nulla. La deformazione totale $\varepsilon(t)$ del calcestruzzo viene innanzitutto scomposta in quattro contributi:

2.16

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_0} + \varepsilon^v(t) + \varepsilon^f(t) + \varepsilon^0(t)$$

Il primo termine della (2.16), rappresenta la deformazione elastica istantanea, mentre i tre termini successivi costituiscono le deformazioni differite: ε^v è il contributo viscoelastico, ε^f quello puramente viscoso (termine di flusso), ε^0 è la deformazione indipendente dallo stato tensionale (ritiro, deformazioni termiche, ecc...). Il materiale solidificato sostiene una quantità di carico che

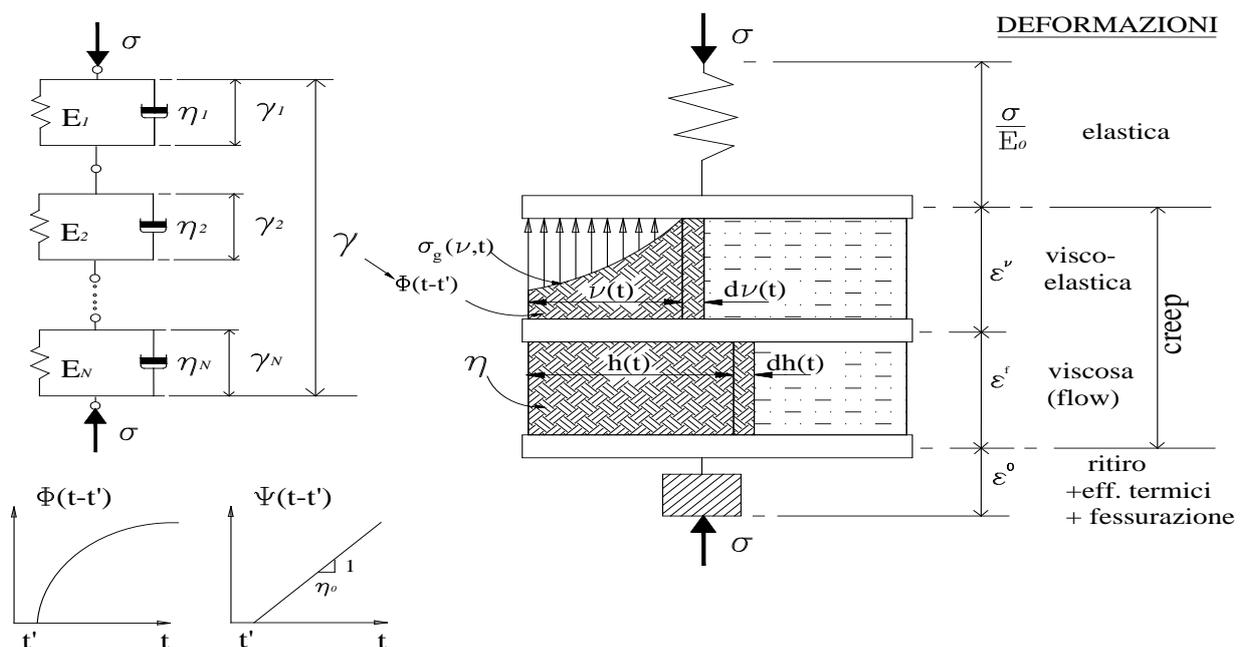


Figura 2-8: Modello di solidificazione e leggi di micro viscosità e rilassamento

dipende dal tempo trascorso dall'inizio della solidificazione ed è indicato con $\sigma_g(v, t)$. Se si impone l'equilibrio complessivo al tempo t si ottiene:

$$\sigma(t) = \int_0^t \sigma_g(v(\tau), t) dv(\tau) \quad 2.17$$

La porzione di materiale solidificato, alla micro scala, viene considerata non invecchiante con comportamento viscoelastico lineare. Si può dunque scrivere:

$$\varepsilon^v(t) - \varepsilon^v(t') = \int_0^t \Phi(t - \tau) \cdot \sigma_g(v(t'), d\tau) \quad 2.18$$

ove si assume che $\sigma_g(v(t'), d\tau) = 0$ per $\tau < t'$; inoltre, $\varepsilon^v(t) - \varepsilon^v(t')$ è la deformazione che lo strato infinitesimo subisce a partire dal momento dell'inizio della solidificazione e $\Phi(t - \tau)$ è detta *funzione di viscosità microscopica*.

Dal sistema di equazioni integrali (2.17) e (2.18) si ottiene, dopo alcuni passaggi:

$$\dot{\varepsilon}^v(t) = \frac{1}{v(t)} \int_0^t \Phi(t - \tau) d\sigma(\tau) \quad 2.19$$

dove il punto indica derivata rispetto al tempo t . Operando analogamente per il contributo di deformazione puramente viscoso si ottiene:

$$\dot{\varepsilon}^f(t) = \frac{1}{p(t)} \int_0^t \Psi(t - \tau) d\sigma(\tau) \quad 2.20$$

dove $\Psi(t - \tau)$ è la corrispondente funzione di viscosità microscopica e $p(t)$ ha un significato analogo alla $v(t)$. Essendo ε^f una deformazione puramente viscosa, il suo incremento per effetto di una tensione unitaria è pari a $1/\eta_0$, dove η_0 è il coefficiente di viscosità del materiale solidificato. In questo modo si può porre $\Psi(t - \tau) = 1/\eta_0$ che, sostituita nella (2.20) e risolvendo il successivo integrale, fornisce:

$$\dot{\varepsilon}^f(t) = \frac{\sigma(t)}{\eta(t)} \quad 2.21$$

dove $\eta(t) = \eta_0 \cdot p(t)$ è il coefficiente di viscosità macroscopica; quest'ultimo dipende dalla frazione di materiale solidificato e pertanto possiede caratteristiche variabili nel tempo.

A questo punto, ipotizzando che la tensione applicata all'istante t' resti costante nel tempo, e definendo opportune funzioni di viscosità e di solidificazione, è possibile pervenire, tramite le (2.20), (2.21) e (2.16), alla formulazione di modelli empirici, come il modello "B3" di Bazant, (Bazant e Baweja, 1995), in cui la funzione di viscosità $J(t, t')$ ricavata, presenta una dipendenza

lineare da un numero di parametri ricavati su base sperimentale (con tecniche di regressione lineare).

2.5.2 Formulazione incrementale

La teoria della solidificazione, illustrata nel paragrafo precedente, può condurre ad una formulazione incrementale, sia in termini di viscosità (storia di carico assegnata), che di rilassamento (deformazione assegnata). In questo modo si evita di risolvere integrali di convoluzione e di dover memorizzare l'intera storia tensionale. Ovviamente l'applicazione della teoria della solidificazione richiede che siano assegnate opportune funzioni di viscosità e rilassamento microscopiche.

2.5.3 Problema di viscosità

Secondo la teoria della solidificazione, la deformazione totale, somma del contributo elastico e di quello viscoso nell'equazione (2.19), si scrive:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{\nu(t)} \left[\Phi(0)\dot{\sigma}(t) + \int_0^t \dot{\Phi}(t-t')d\sigma(t') \right] \quad 2.22$$

Si effettui uno sviluppo in serie di Dirichlet della funzione di *creep* microscopica:

$$\Phi(t-t') = \frac{1}{E} + \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{E_{\mu}} (1 - e^{-(t-t')/\tau_{\mu}}) \quad 2.23$$

dove E è un modulo elastico convenzionale mentre E_{μ} e τ_{μ} sono parametri analoghi a quelli introdotti nella risoluzione con serie di Dirichlet, nel caso particolare di grandezze meccaniche costanti nel tempo. La loro determinazione avviene sempre attraverso l'interpolazione di dati sperimentali.

Sostituendo la (2.23) nella (2.22) si ottiene l'incremento di deformazione nella forma:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\varepsilon}_0(t) + \sum_{\mu=1}^N \dot{\varepsilon}_{\mu}(t) \quad 2.24$$

dove $\dot{\varepsilon}_0(t)$, $\dot{\varepsilon}_{\mu}(t)$ ($\mu = 0, \dots, N$), sono definite come:

$$\dot{\varepsilon}_0(t) = \frac{\dot{\sigma}}{E \cdot \nu(t)} \quad \dot{\varepsilon}_{\mu}(t) = \frac{1}{\nu(t)} \int_0^t \frac{1}{E_{\mu}} e^{-(t-t')/\tau_{\mu}} d\sigma(t')$$

In alternativa, le $\dot{\varepsilon}_{\mu}(t)$ possono essere considerate come la soluzione di una equazione differenziale del tipo:

$$\ddot{\epsilon}_\mu(t) = \left[\frac{1}{\tau_\mu} + \frac{\dot{v}(t)}{v(t)} \right] \dot{\epsilon}_\mu(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{\tau_\mu E_\mu v(t)}$$

La (2.24) rappresenta l'equazione che governa il comportamento di una catena di unità di Kelvin (*Figura 2-7a*) con rigidzze delle molle pari a $E_\mu(t) = E_\mu v(t)$ e coefficiente di viscosità $\eta_\mu(t) = \tau_\mu E_\mu(t)$. Inoltre, il primo termine della (2.24) può essere interpretato come una molla in serie (*Figura 2-7a*) con rigidzza variabile pari a $E(t) = Ev(t)$. Pertanto, la teoria della solidificazione consente di descrivere il fenomeno dell'invecchiamento utilizzando funzioni di viscosità microscopiche a coefficienti costanti nel tempo, moltiplicate per la legge di solidificazione. Il limite della presente formulazione è che la variazione di tutte le caratteristiche meccaniche, rigidzza e coefficiente di viscosità, viene fatta dipendere da una stessa legge $v(t)$.

2.5.4 Problema di rilassamento

Un approccio duale consiste nel formulare la teoria della solidificazione partendo dalla definizione di una funzione di rilassamento microscopico. La formulazione si basa sull'equazione di equilibrio (3.26) e su una equazione costitutiva del tipo:

$$\sigma_g(v(t'), t) = \int_{\tau=t'}^t \Psi(t - \tau) d\epsilon(\tau) \quad 2.25$$

dove $\Psi(t - \tau)$ rappresenta la funzione di rilassamento microscopico e il limite di integrazione inferiore sta ad indicare che solo la deformazione avvenuta dopo l'istante di solidificazione t' provoca alterazioni dello stato tensionale.

Sostituendo la (2.25) nella (2.17) e integrando opportunamente, si ottiene infine l'equazione corrispondente alla (2.5) nella forma:

$$\sigma(t) = \int_{\tau}^t \Psi(t - \tau) v(\tau) d\epsilon(\tau) \quad 2.26$$

da cui si deduce che la funzione di rilassamento macroscopica R può essere espressa come prodotto di una funzione dell'istante di carico t' e di una funzione della durata di tale carico $(t - t')$, secondo l'espressione:

$$R(t, t') = v(t') \Psi(t - t') \quad 2.27$$

Analogamente a quanto esposto nel paragrafo precedente, per ottenere una formulazione differenziale è necessario sviluppare la funzione di rilassamento microscopico in serie di Dirichlet:

$$\Psi(t - t') = \sum_{\mu=1}^N E_\mu e^{-(t-t')/\tau_\mu} \quad 2.28$$

La (2.28), sostituita nella (2.26), consente di scrivere la legge della tensione nella forma:

2.29

$$\sigma(t) = \sum_{\mu=1}^N \sigma_{\mu}(t)$$

dove σ_{μ} è soluzione dell'integrale differenziale:

2.30

$$\dot{\sigma}_{\mu}(t) + \frac{\sigma_{\mu}(t)}{\tau_{\mu}} = E_{\mu} v(t) \dot{\varepsilon}(t) \quad \mu = (1, \dots, N)$$

che risolta fornisce:

2.31

$$\sigma_{\mu}(t) = E_{\mu} \int_{t'=0}^t e^{-(t-t')/\tau_{\mu}} v(t') d\varepsilon(t') \quad \mu = (1, \dots, N)$$

Si noti che anche in questo caso, le (2.29) e (2.30) corrispondono alle equazioni che governano una catena di Maxwell con rigidezza delle molle $E_{\mu}(t) = v(t)E_{\mu}$ e coefficiente di viscosità $\eta_{\mu}(t) = \tau_{\mu}E_{\mu}(t)$ variabile nel tempo, dove tale dipendenza è espressa mediante un'unica legge $v(t)$ (Figura 2-9).

2.6 Formulazione incrementale con comportamento asintotico

L'ipotesi che l'invecchiamento dipenda da un solo processo di solidificazione conduce talvolta a risultati non sufficientemente accurati. Bazant ha mostrato, ad esempio, che con una sola legge di solidificazione è difficile cogliere il comportamento a lungo termine di un calcestruzzo caricato pochi giorni dopo la presa.

Inoltre, è facile verificare che, nella sua forma originaria, la teoria della solidificazione di Bazant

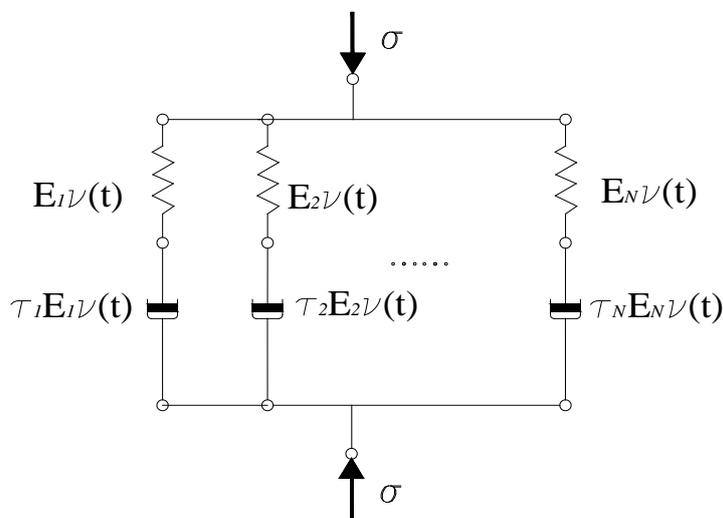


Figura 2-9: Serie di Maxwell equivalente al modello di viscoelasticità con invecchiamento della teoria della solidificazione di Bazant

fornisce funzioni di viscosità che prevedono deformazioni illimitate a tempo infinito. Infatti, quando l'intero processo di solidificazione si è concluso e tutti i parametri di rigidezza e di viscosità hanno raggiunto il loro valore finale, il comportamento è governato dallo smorzatore con tempo di ritardo più lungo. Ciò è dunque in contrasto con l'ipotesi del modello del CEB di deformazioni finite a tempo infinito. Pertanto, per riuscire a cogliere questo comportamento asintotico, il modello è stato opportunamente modificato.

Si può generalizzare il problema introducendo diversi processi di solidificazione (governati da leggi temporali indipendenti tra loro), adottando una differente funzione del tempo per ogni singola variabile di stato che compare nello sviluppo di Dirichlet. Ad esempio, sviluppando in serie la funzione di rilassamento, la (2.26) diventa:

$$\sigma_\mu(t) = \int_{\tau=0}^t \Psi_\mu(t - \tau) v_\mu(\tau) d\varepsilon(\tau) \tag{2.32}$$

Arrestando infine lo sviluppo in serie di Dirichlet della $\Psi_\mu(t - \tau)$ nella (2.28) al primo termine, la legge che esprime la tensione totale $\sigma(t)$ è riscrivibile nella forma (2.29), dove ora le $\sigma_\mu(t)$ sono soluzione delle equazioni differenziali lineari:

$$\dot{\sigma}_\mu(t) + \frac{\sigma_\mu(t)}{\tau_\mu} = E_\mu v_\mu(t) \dot{\varepsilon}(t) \tag{2.33}$$

L'impiego di un numero elevato di processi di solidificazione ripropone tuttavia i problemi di identificazione dei parametri meccanici già discussi.

Nel presente modello è stata quindi utilizzata una catena di Maxwell, costituita da N-1 elementi completi ed uno (l'N-esimo) degenere, cioè con viscosità nulla, posti in parallelo (Figura 2-10).

Sono state inoltre utilizzate due leggi di solidificazione: la prima, $v_\mu(t)$, comune a tutti gli

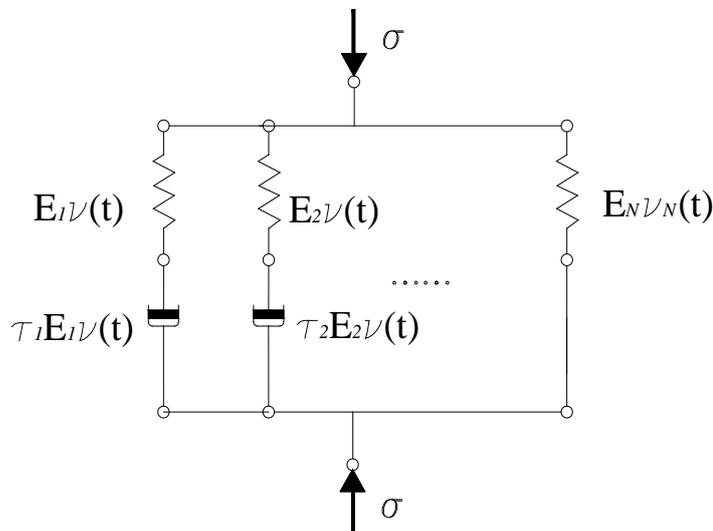


Figura 2-10: Catena di Maxwell equivalente al modello proposto

elementi non degeneri, l'ultima, $v_\mu(t)$, per l'elemento degenerare, la cui rigidità è quindi descritta dalla legge $E_N(t) = v_N(t)E_N$.

Pertanto, a tempo infinito e quindi a processo di solidificazione concluso, il comportamento è governato dal parametro di rigidità E_N ed ammette pertanto deformazioni finite a tempo infinito in accordo con il Model Code 1990.

2.6.1 Algoritmo esponenziale per l'integrazione nel tempo

La formulazione differenziale (2.33) corrisponde in sostanza alla (2.13) del paragrafo relativo ai modelli reologici; è possibile allora implementare la teoria della solidificazione attraverso un algoritmo di tipo esponenziale (Bazant e Wu, 1974).

Ancora una volta, l'idea alla base dell'algoritmo è quella di utilizzare, all'interno del generico passo temporale, l'integrale esatto dell'equazione differenziale (2.33), ottenuto assumendo che il secondo termine dell'equazione rimanga costante all'interno del passo. L'intervallo di tempo su cui si intende valutare le deformazioni differite viene suddiviso in i intervalli temporali $\Delta t_r = t_r - t_{r-1}$ ($r = 1, \dots, N$), individuati da $N+1$ istanti temporali t_0, \dots, t_N .

Moltiplicando la (2.33) per la funzione *di integrazione*:

$$f_\mu(t) = e^{\int_{t_{r-1}}^t \frac{dt'}{\tau_\mu}}$$

il termine a primo membro può essere così semplificato:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\sigma_\mu(t) e^{f_\mu(t)}] = E_\mu v_\mu(t) \dot{\varepsilon}(t) f_\mu(t) \quad 2.34$$

Integrando quindi la (2.34) sull'intervallo temporale generico e portando a secondo membro tutte le grandezze note in quanto determinate al passo precedente, si ottiene l'espressione al tempo t della μ -esima variabile di stato nella forma:

$$\sigma_\mu(t) = e^{-f_\mu(t)} \left[\sigma_{\mu,r-1}(t) + \int_{t_{r-1}}^t E_\mu v_\mu(t') e^{-f_\mu(t')} d\varepsilon(t') \right] \quad 2.35$$

dove $\sigma_{\mu,r-1}$ rappresenta il valore assunto dalla variabile stessa al passo temporale precedente. Le quantità che compaiono nell'integrale a secondo membro possono essere considerate costanti sul generico intervallo temporale nel caso in cui gli intervalli di tempo siano sufficientemente piccoli oppure quando si abbiano piccole variazioni delle funzioni di invecchiamento $v_\mu(t)$. Se risulta verificata almeno una delle due condizioni e ponendo $t = t_r$, è possibile ottenere la seguente relazione:

2.36

$$\sigma_{\mu,r}(t) = \sigma_{\mu,r-1} e^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_\mu}} + E_\mu v_{\mu,r-1/2} \cdot \lambda_{\mu,r} \Delta \varepsilon_r$$

in cui:

$$\lambda_{\mu,r} = \left(1 - e^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_\mu}}\right) \frac{\tau_\mu}{\Delta t_r}$$

e $v_{\mu,r-1/2}$ rappresenta la media della generica funzione di invecchiamento tra i due valori assunti agli estremi dell'intervallo temporale:

$$v_{\mu,r-1/2} = \frac{1}{2} (v_{\mu,r-1} + v_{\mu,r})$$

Sostituendo la (2.36) nella (2.21) è possibile ottenere una formulazione pseudo-elastica incrementale del tipo:

2.37

$$\Delta \varepsilon_r = \frac{1}{E_r''} \Delta \sigma_r + \Delta \varepsilon_r''$$

in cui

$$E_r'' = \sum_{\mu=1}^N \lambda_{\mu,r} E_\mu v_{\mu,r-1/2} \quad \Delta \varepsilon_r'' = \frac{1}{E_r''} \sum_{\mu=1}^N \left(1 - e^{-\frac{-\Delta y_\mu}{\tau_\mu}}\right) \sigma_{\mu,r-1}$$

Ad un generico istante t_r , l'algoritmo di integrazione numerica consiste nel ricavare il modulo di elasticità pseudo-elastico E_r'' e la deformazione $\Delta \varepsilon_r''$ sulla base delle tensioni note al tempo t_{r-1} , risolvere il problema con una relazione di tipo elastico utilizzando la (2.37), ed infine ottenere gli incrementi di deformazione $\Delta \varepsilon_r$ da utilizzarsi per calcolare i valori aggiornati delle variabili di stato $\sigma_{\mu,r}$.

L'errore che si commette è legato alla validità di almeno una delle due ipotesi che si utilizzano per ottenere l'integrale in forma chiusa della (2.35). Tale procedura consente quindi di utilizzare intervalli temporali di ampiezza anche molto diversi tra loro, ed in particolare molto piccoli nelle prime fasi del caricamento (in quanto invecchiamento e deformazioni viscosse progrediscono rapidamente) e molto più lunghi quando il fenomeno dell'invecchiamento si è ormai esaurito.

2.6.2 Taratura del modello

Con l'obiettivo di mettere a punto uno strumento di calcolo coerente con i riferimenti normativi, sono state utilizzate le previsioni formulate dal Model Code 90 (CEB-FIP, 1990), che rappresentano la sintesi di molti dei risultati delle oltre 600 serie di prove sperimentali riportati nel Data Base Rilem (Rilem TC-107, 1998).

Per la taratura del modello proposto devono essere definite due categorie distinte di parametri, riguardanti le proprietà reologiche delle unità di Maxwell (rigidezze e tempi di ritardo) e le leggi di solidificazione.

Per quanto riguarda i primi, seguendo le indicazioni di Bazant, si stabiliscono a priori i tempi di ritardo, presi regolarmente equispaziati nella scala logaritmica dei tempi coprendo tutto l'intervallo da investigare. Ad ogni tempo di ritardo è quindi assegnata una unità di Maxwell. Nella taratura del presente modello sono state utilizzate sei unità di Maxwell più l'unità degenere, con tempi di ritardo variabili da $1 \cdot 10^{-3}$ a $1 \cdot 10^5$ giorni ($t_7=1 \cdot 10^5$).

Per le due leggi di solidificazione, è stata utilizzata la legge di evoluzione temporale del modulo di elasticità longitudinale del calcestruzzo proposta dal Model Code 90:

$$v(t) = \sqrt{e^{s_1(1-\sqrt{28/t})}} \quad v_N(t) = \sqrt{e^{s_N(1-\sqrt{28/t})}}$$

dove s_1 e s_N sono due parametri da determinarsi ed il tempo è espresso in giorni. La procedura richiede inoltre la preventiva definizione di parametri quali la resistenza caratteristica a compressione, umidità e perimetro bagnato per i quali sono stati scelti valori di norma ($f_{ck}=30\text{N/mm}^2$, $\text{RH}=50\%$, $2A/u=50 \div 100\text{mm}$, $T=20^\circ\text{C}$).

Capitolo 3

Sistemi di prefabbricazione

3.1 Descrizione del sistema costruttivo

Le travi oggetto di studio di questa tesi fanno parte di un sistema pluriplano iperstatico che viene prodotto dall'azienda APE di Montecchio Emilia (RE). Il sistema consiste in un insieme di componenti strutturali (travi, pilastri, solai ed innesti di fondazione) che coniuga le peculiarità di un sistema prefabbricato industriale autoportante con le prestazioni di una struttura tradizionale realizzata in opera. La caratteristica che contraddistingue il sistema è il nodo di tipo umido, dove la continuità strutturale è garantita dalla sovrapposizione degli elementi e dal successivo getto di solidarizzazione che conferisce iperstaticità ed elevata rigidezza alla costruzione. L'opera finita, pertanto, risulta assimilabile ad una struttura intelaiata ad ossatura portante, realizzata in opera.

Vediamo in sintesi le fasi di montaggio: partiamo da una struttura costituita da fondazioni a trave rovescia in cemento armato, realizzate in opera in due fasi, su cui sono innestati i pilastri prefabbricati del tipo monopiano. I pilastri saranno sostenuti in fase di montaggio da un elemento

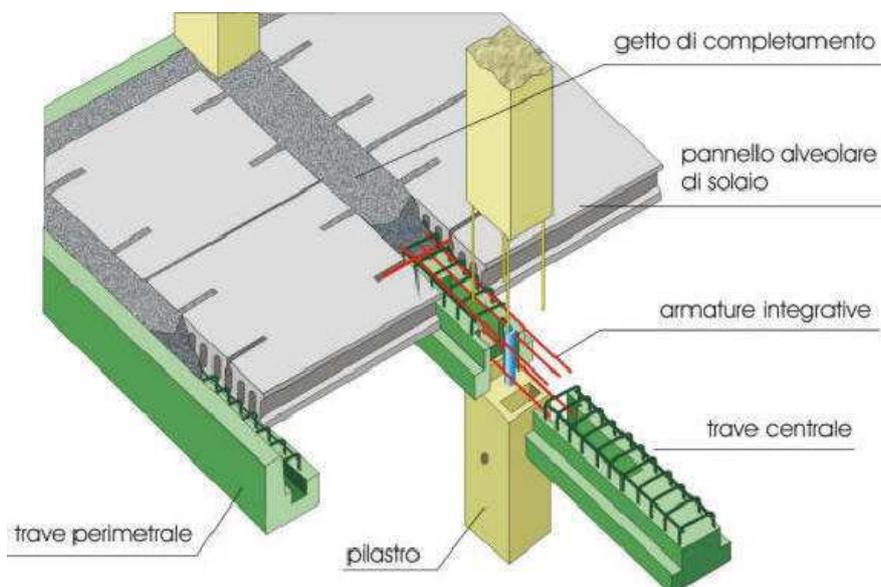


Figura 3-1: Sistema costruttivo "k avanzato" Ape

tubolare metallico annegato parzialmente in fondazione e messi a piombo tramite l'ausilio di tiranti rigidi; la solidarizzazione della struttura viene ottenuta con il secondo getto della fondazione che incorpora i ferri sporgenti inferiori dei pilastri.

Gli impalcati di solaio sono composti da travi prefabbricate costituite da una parte pregettata ribassata rispetto al solaio e da un traliccio metallico sporgente in ferro tipo FeB44K controllato. Sulle travi sono appoggiati i pannelli alveolari autoportanti in c.a.p. Le travi di bordo e di spina sono autoportanti in prima fase per il peso proprio e l'aliquota di solaio gravante e possiedono una geometria idonea a ridurre al minimo le opere di carpenteria e a rendere quanto più efficace la loro solidarizzazione nel complesso strutturale.

L'unione dei solai con le travi avviene con la messa in opera di idonee armature nella fresatura dei pannelli, di reti metalliche e di un getto di completamento di una soletta collaborante di calcestruzzo, realizzando così una continuità strutturale fra le campate adiacenti.

In definitiva, quindi, le fasi di montaggio possono essere elencate come segue:

1. *Posa del trespolo e del pilastro*: l'insero metallico viene annegato in una platea di fondazione (o in travi rovesce o plinti a seconda della necessità). Tramite appositi tubolari il pilastro viene poi centrato e piombato nella corretta posizione.
2. *Posa delle travi*: Le travi vengono posate sui pilastri utilizzando gru. Sono anche fornite le armature integrative per realizzare la continuità strutturale.
3. *Posa del solaio*: le lastre prefabbricate del solaio alveolare in c.a.p. vengono posate utilizzando gru.
4. *Getto dei nodi strutturali*: I getti integrativi degli impalcati possono essere realizzati con normali calcestruzzi Rck 30 N/mm². L'inghisaggio dei pilastri alla fondazione si realizza con malta a ritiro compensato.

Le travi prefabbricate *APE* sono prodotte in Serie Dichiarata come da Decreto Ministeriale del



Figura 3-3:Posa del pilastro



Figura 3-2:Posa della trave



Figura 3-4: Posa del solaio



Figura 3-5: Getto dei nodi integrativi

03-12-87, con calcestruzzi di classe 35-40-45-50 N/mm² ed acciaio tipo FeB44K saldabile controllato all'origine. Per serie "dichiarata" si intende la produzione in serie eseguita in stabilimento, dichiarata tale dal produttore, conforme alle norme suddette.

Le tipologie sono suddivise, in funzione della posizione nella struttura, in travi centrali e travi perimetrali.

L'autoportanza iniziale della trave prefabbricata è stata progettata per sostenere in condizioni di semplice appoggio i carichi di montaggio (aliquote dei solai incidenti, getti integrativi e della trave stessa), nonché il personale addetto al montaggio. Il solaio, è un alveolare precompresso.

3.2 Criteri di verifica agli stati limite per travi eseguite in fasi successive

Per stato limite si intende una condizione superata la quale la struttura in esame, o uno dei suoi elementi costitutivi, non soddisfa più le esigenze per le quali è stata progettata.

Esaminiamo i criteri grazie ai quali è possibile condurre le verifiche istantanee di una generica sezione in cemento armato. I collegamenti delle armature delle travi e quello dei pilastri costituiscono due sistemi separati, in quanto l'ordine di grandezza dei momenti di continuità che interessano i due elementi costruttivi risulta abbastanza differente. Per il calcolo delle sollecitazioni, dunque, la trave può essere considerata in qualche modo continua su più campate.

3.2.1 Verifica agli stati limite ultimi

Si definiscono stati limite ultimi (SLU) le condizioni strutturali pari al valore estremo della capacità portante, o altre forme di cedimento strutturale che possono mettere in pericolo la sicurezza delle persone (ad esempio rotture di sezioni critiche, instabilità ...). Il superamento di uno stato limite ultimo ha carattere irreversibile e si definisce collasso.

Nella fase I (solo trave prefabbricata), si considerano i pesi effettivamente agenti (e quindi non fattorizzati). Nella II fase si applica invece la rimanente frazione di carichi: il completamento dei

carichi permanenti e dei carichi variabili (fattorizzati rispettivamente con 1,4 e 1,5). La fase I è interpretata come una fase transitoria nella quale sono estremamente ridotte le incertezze insite nella definizione dei modelli di calcolo e di valutazione delle azioni.

Nella fase I, la verifica potrebbe essere condotta considerando il comportamento dei materiali elastico-lineare. Lo schema statico per la valutazione delle sollecitazioni è quello di trave appoggiata. In tale fase deve essere calcolata la tensione di compressione nel calcestruzzo della trave prefabbricata, ma soprattutto la tensione nell'acciaio inferiore.

Nella fase II, il calcolo delle sollecitazioni deve essere condotto con riferimento all'effettivo schema statico della struttura, considerando la continuità nei nodi. Il momento flettente M_{sd} è la somma di quello della fase I e della fase II. Si calcola quindi il momento flettente limite della sezione di mezzeria con l'avvertenza di considerare un allungamento iniziale ε_s dell'acciaio teso pari a quello calcolato nella prima fase. Tale allungamento iniziale si aggiunge all'allungamento $\Delta\varepsilon_s$ conseguente alla II fase e si verifica che $\varepsilon_s + \Delta\varepsilon_s \leq 1\%$. Tale procedimento di verifica è valido a condizione che la rottura avvenga in campo 3 o, a maggior ragione, in campo 2 (campi di rottura lato acciaio).

3.2.2 Verifica agli stati limite di esercizio

Si definiscono stati limite di esercizio (SLE) le situazioni oltre le quali non risultano più soddisfatti i requisiti di esercizio prescritti. I carichi vengono considerati in una combinazione permanente mentre il materiale si considera elastico-lineare.

La normativa prevede che si debbano effettuare, di regola, le seguenti verifiche:

- verifica dello stato tensionale in esercizio;
- verifica di fessurazione;
- verifica di deformabilità;
- verifica a fatica;
- verifica di vibrazione.

Verifica dello stato tensionale in esercizio

Tale verifica si rende necessaria per il fatto che, cambiando lo schema statico dalla fase I alla fase II, non vale più il criterio che un corretto dimensionamento a rottura porti automaticamente a tensioni in esercizio contenute. Tale valutazione deve essere condotta con riferimento ai carichi non fattorizzati (stato limite di esercizio) e ad un comportamento elastico-lineare dei materiali (calcestruzzo ed acciaio). In particolare, nella fase I si considera la sola trave prefabbricata, della quale si calcola la posizione dell'asse neutro.

Nella fase II, a trave completata, l'incremento di tensioni può essere calcolato in modo semplificato considerando come interamente reagente la sezione di calcestruzzo al di sopra dell'asse neutro della fase I. In tale sezione, si avranno compressioni nel completamento della trave, incrementi di compressione nella trave prefabbricata sopra l'asse neutro della fase II e decrementi di tensione al di sotto di tale asse neutro.

Verifica di deformabilità

Si controlla che le deformazioni, solitamente le frecce delle travi, si contengano entro i limiti dettati dalle norme, avendo cura di valutare:

- le deformazioni istantanee
- le deformazioni viscosi a lungo termine
- le deformazioni di ritiro del calcestruzzo
- le deformazioni dovute al rilassamento dell'acciaio

Capitolo 4

Campagna sperimentale M

Sono stati raccolti i risultati di due campagne sperimentali, che mirano a valutare l'andamento nel tempo delle deformazioni viscoso e la capacità portante di una trave in calcestruzzo armato costruita in fasi successive. In particolare, durante le prove sono state simulate le fasi di montaggio e completamento di una trave prefabbricata prodotta dall'APE di Montecchio Emilia (RE). Tale tecnologia produttiva è utilizzata per la realizzazione di strutture prefabbricate multipiano e prevede quattro fasi: 1) posa dei pilastri con nodi di attacco trave-pilastro libero, 2) posizionamento delle travi sui pilastri, 3) posa dei solai sulle travi, 4) getto di completamento partendo dai solai che completa la trave e riempie i nodi di attacco realizzando un sistema continuo (vedere capitolo 2.1).

Definiamo *campagna sperimentale Y* i dati raccolti dalle prove svolte da Ylenia Ponzoni da settembre a novembre 2007 e definiamo *campagna sperimentale M* i dati raccolti dalle prove svolte da Michele Fabiani da novembre 2008 a gennaio 2009.

Michele Fabiani ha sperimentalmente investigato sul comportamento di una trave realizzata in più fasi. Ha quindi riprodotto in laboratorio le condizioni e le sollecitazioni cui è sottoposta una trave reale di questo tipo. Il primo caricamento è avvenuto il 13-11-08; con esso sono stati raggiunti 69 kN, equivalenti a tutti i carichi permanenti previsti per tale tipo di trave. Dopo 68 giorni dall'inizio della prova (2 dicembre) è stato eseguito il getto di completamento della trave, realizzato dalla ditta Sapaba di Bologna, mentre la trave continuava ad essere mantenuta sotto carico costante; contemporaneamente alla realizzazione del getto è stato applicato un incremento di carico (fino a 95 kN) corrispondente alla realizzazione dei completamenti su tutta l'area di influenza afferente alla trave (si stava simulando il comportamento di una trave appartenente ad una struttura). Il terzo incremento di carico è stato applicato il 17 dicembre: con esso sono stati raggiunti i 150 kN, in questo caso equivalenti a tutti i carichi permanenti più il 30% dei carichi accidentali presunti per la trave. Il carico è stato mantenuto costante fino al giorno della rottura definitiva, avvenuta il 9 gennaio.

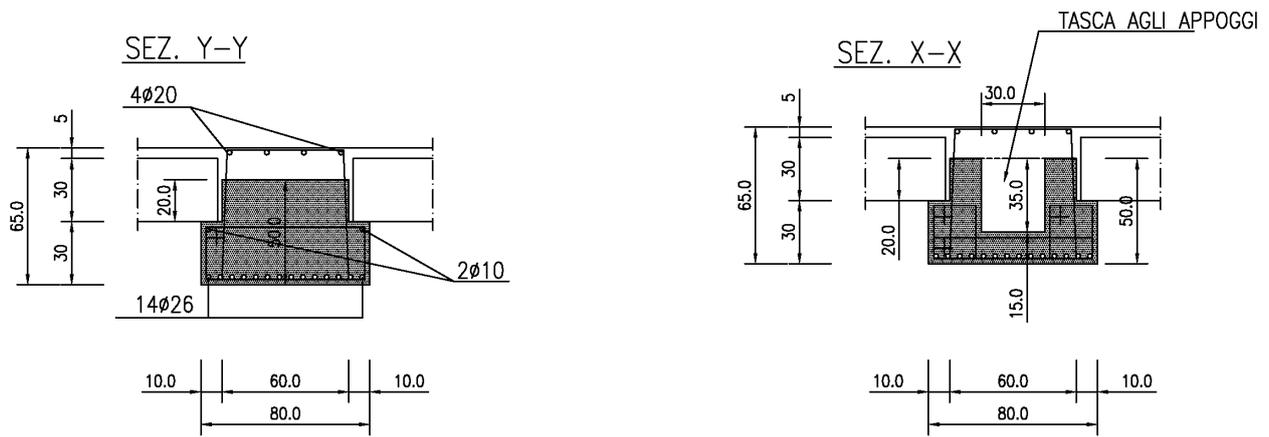


Figura 4-1: sezione trasversale armatura trave M

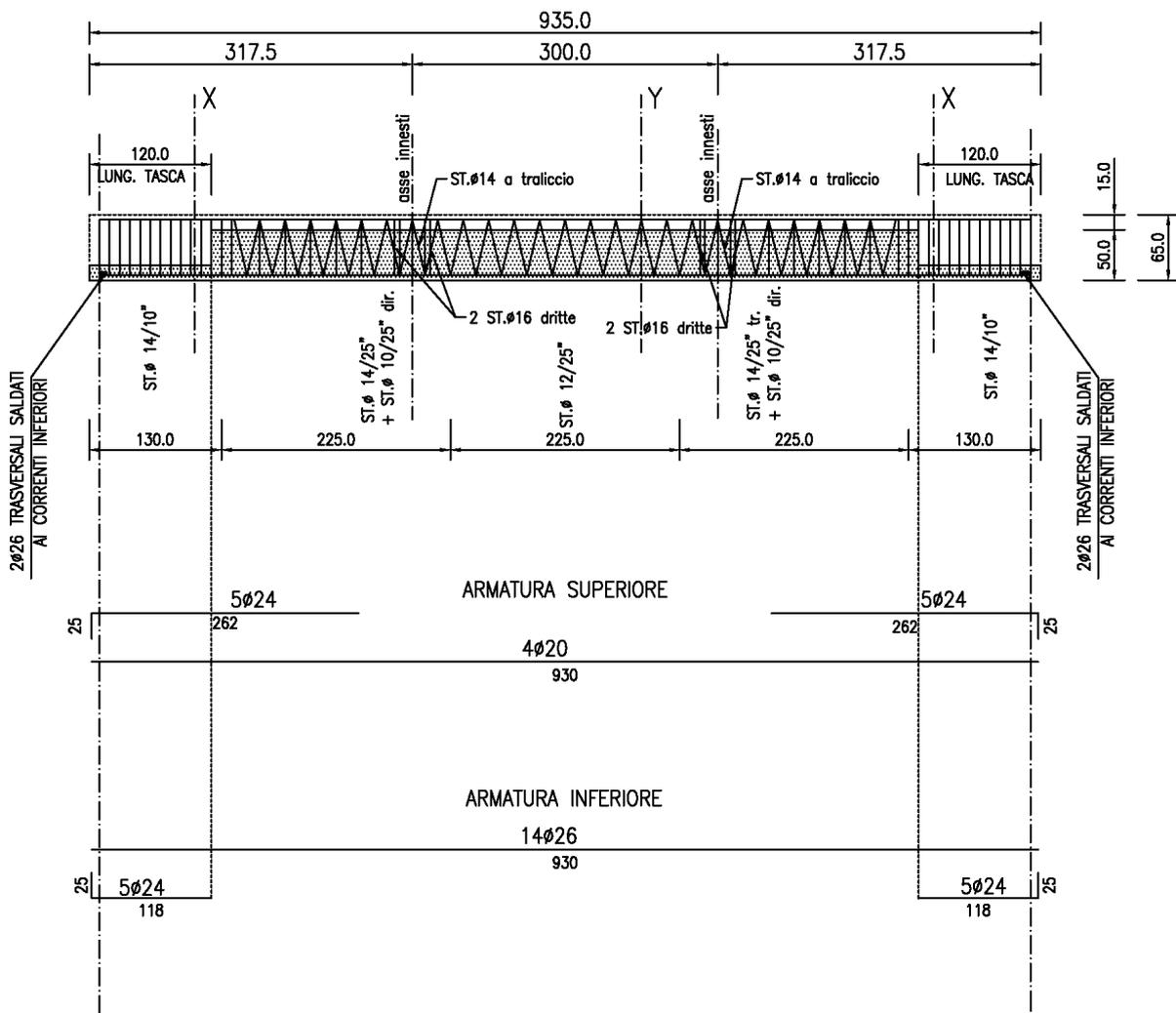


Figura 4-2: Sezione longitudinale armatura trave M

Per sviluppare un'analisi sezionale della trave gli strumenti (descritti nel capitolo 4) sono stati applicati in più fasi, in modo da ottenere dati deformativi sull'armatura (immersa nel getto prefabbricato fin dall'inizio della prova), dati deformativi sul calcestruzzo prefabbricato ed infine dati a proposito di quello gettato successivamente.

Parallelamente a tale prova sulla trave sono state eseguite prove di creep e ritiro sui cilindri di entrambi i calcestruzzi costituenti la trave. L'inizio delle suddette prove coincide con l'inizio della prova di carico per i cilindri di cls prefabbricato, mentre, per quanto riguarda le prove relative al getto di completamento, queste sono state avviate subito dopo l'indurimento del cls.

Oltre alle suddette prove ne sono state eseguite altre allo scopo di valutare l'evoluzione della resistenza e del modulo elastico di entrambi i cls.

4.1 Preparazione della trave

La trave è stata strumentata come da Figura 4-3. In particolare sono state predisposte due sezioni di controllo: una in corrispondenza della mezzeria della trave (di interesse per la valutazione del comportamento flessionale della trave), rappresentata nel 1° particolare e l'altra compresa tra il punto di applicazione del carico e l'estremo appoggiato della trave (per studiare il comportamento a taglio), rappresentata nel 2° particolare.

Cronologia campagna sperimentale M	
23/09/08	Getto trave prefabbricata (clsP) Getto cilindri clsP
13/11/08	Inizio prova trave - primo caricamento 69 kN Inizio prova di creep sui cilindri clsP $t_{p1}=50.004034$ gg $E_0=32.75$ GPa
21-26/11/08	Prove di rottura dei cubetti di clsP (per la ricerca del modulo elastico)
02/12/08	Getto di completamento (clsS) - secondo incremento di carico 95 kN $t_{p2}=68.917483$ gg $E_0=35.70$ GPa
05/12/08	Prove di rottura dei cubetti del clsS (per la ricerca del modulo elastico) Inizio prova di creep sui cilindri clsS $t_{s1}=3.003184$ gg $E_0=18.41$ GPa
17/12/08	Terzo incremento di carico 150 kN $t_{p3}=84.001954$ gg $E_0=37.36$ GPa $t_{s2}=15.160265$ gg $E_0=23.10$ GPa
09/01/09	Incremento di carico fino a rottura della trave

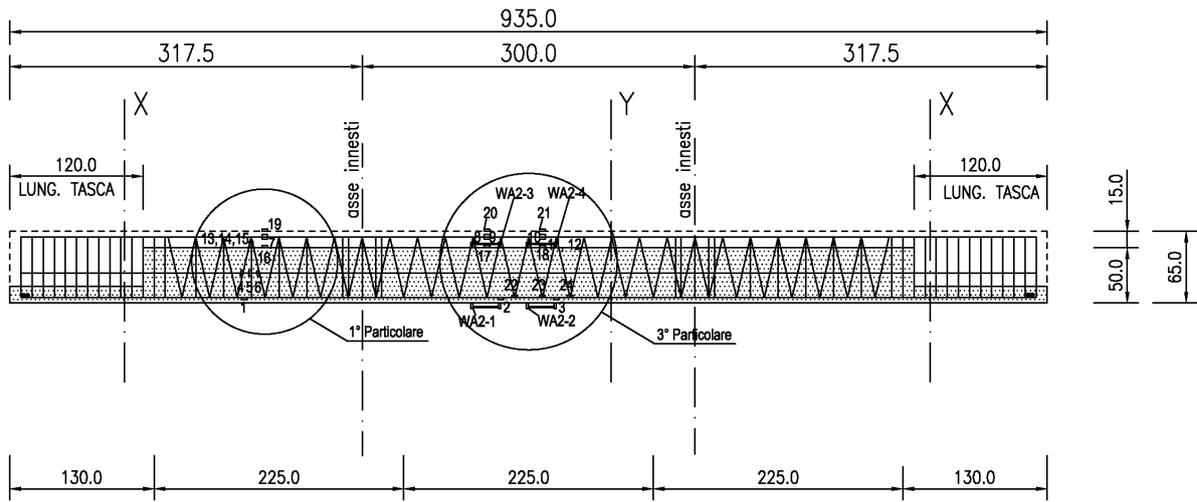


Figura 4-3: Disposizione della strumentazione sulla trave M

Nella Figura 4-6 sono mostrati dei particolari ingranditi.

In ogni sezione di interesse sono state strumentate le barre di armatura dell'ordine inferiore,



Figura 4-4: Estensimetro su barra d'acciaio

Figura 4-5: Esempio di estensimetro su calcestruzzo

quelle dell'ordine superiore, l'armatura trasversale, l'estradosso del getto prefabbricato e l'estradosso del getto di completamento.

Gli estensimetri sono stati disposti in fasi successive. La prima serie di estensimetri è stata montata il 05-08-08 presso lo stabilimento della APE: si tratta di 6 estensimetri (1,2,3,4,5,6) applicati sulle barre di acciaio che successivamente saranno annegate nel getto prefabbricato.

Prima della prova di rottura della trave è stato posizionato anche un trasduttore a filo sotto la

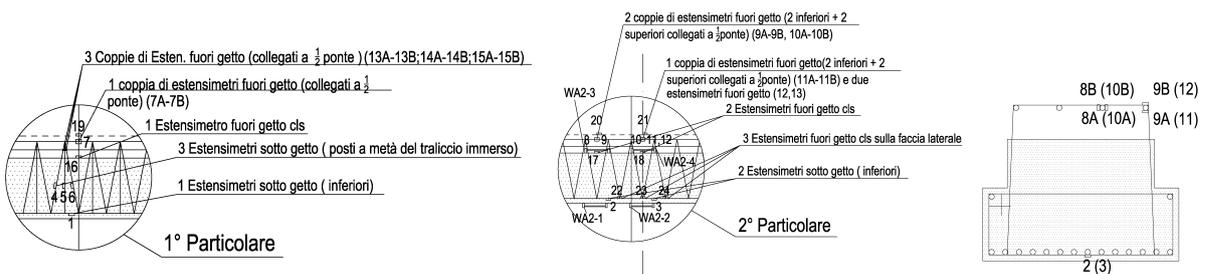


Figura 4-6: Particolari delle sezioni strumentate

trave (Figura 4-8), per misurare la freccia in mezzeria.



Figura 4-7: LvdT per misurare l'abbassamento della trave



Figura 4-8: Comparatore a filo per misurare la freccia della trave e lvdT per misurare la deformazione all'intradosso

4.2 Prove sui cilindri

Lo scopo di questa serie di prove è di determinare il modulo e la resistenza dei calcestruzzi utilizzati per realizzare la trave, oltre alle proprietà reologiche degli stessi, ossia viscosità e ritiro.

I provini destinati alle prove di rottura sono stati unicamente tagliati per mezzo di una sega circolare a umido, in modo tale da ottenere una buona planarità sulle facce che devono restare a contatto con la pressa, e non sono stati strumentati.

I provini destinati alle prove di determinazione del modulo e del creep sono invece stati tagliati e strumentati con due estensimetri posti sulla superficie laterale, in posizione diametralmente opposta, e collegati a Half bridge (Figura 4-9).

La presenza di due estensimetri verticali permette di poter definire un valore medio delle deformazioni subite dal cilindro, evitando in tal modo eventuali errori dovuti all'applicazione di un



Figura 4-9: Esempio di cilindro strumentato con due estensimetri Half Bridge

carico non perfettamente uniforme su tutta la superficie di base del provino.

I provini destinati alle prove di ritiro sono stati solo strumentati, essendo valutata la deformazione da ritiro in assenza di carico; non è quindi necessario che le facce del cilindro siano regolarizzate.

4.2.1 Prove per la determinazione del modulo elastico

Il cilindro è stato posto al di sotto di una pressa iniziando a dare carico sino ad arrivare a circa un terzo della resistenza ultima a compressione; giunti a tale valore, si è scaricato il provino, completando così il primo ciclo di carico, per poi continuare la fase di carico eseguendo il secondo ed il terzo ciclo, dopo il quale il carico è stato fatto crescere fino a giungere alla rottura del cilindro. Grafico 4-1.

Modulo ciclo 1	Modulo ciclo 2	Modulo medio
34256.15	33776.23	34016.19

4.2.2 Prove di ritiro

I provini sono stati conservati nella sede in cui si è eseguita la prova di rottura della trave, in modo da uniformare le condizioni ambientali di tutti gli elementi coinvolti nello studio.

Lo scopo, oltre allo studio del ritiro, era quello di poter sottrarre alle prove di viscosità il ritiro e le dilatazioni termiche, così da ottenere le sole deformazioni dovute al creep del materiale.

Di seguito riportiamo i grafici (Grafico 4-2) ottenuti da queste due prove. Il provino di

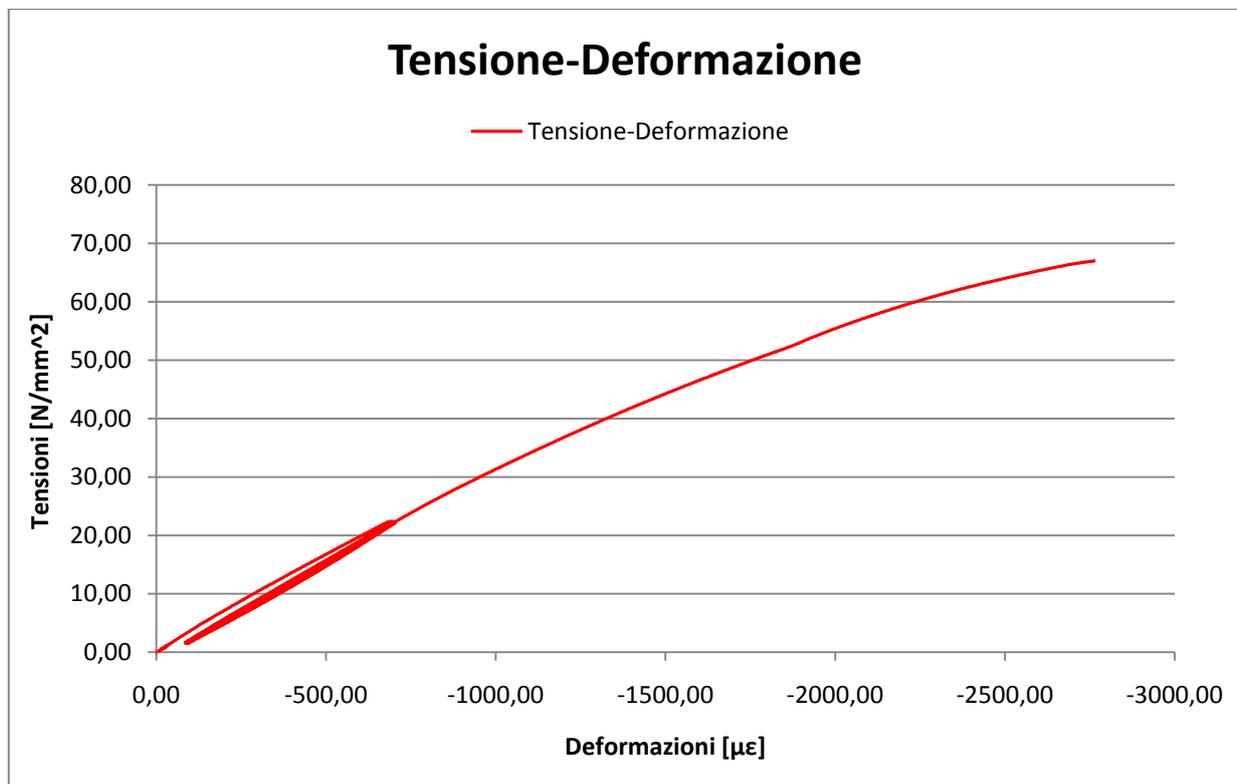


Grafico 4-1: Diagramma σ - ϵ per la determinazione del modulo elastico del clsP

calcestruzzo gettato in opera ha evidenziato al termine delle misurazioni una deformazione sensibilmente maggiore rispetto a quelle dei provini di calcestruzzo prefabbricato: tale differenza è da imputare alle diverse proprietà dei due tipi di miscela. Il calcestruzzo prefabbricato ha infatti una resistenza nominale a compressione pari a 55 MPa, mentre il calcestruzzo gettato in opera pari a 30 Mpa.

4.2.3 Prove di creep

Per ciascuno stato tensionale sono stati previsti due provini cilindrici, aventi un diametro di circa 15 cm, in modo da poter confrontare e mediare i risultati della prova e valutarne meglio l'attendibilità.

L'intensità del carico agente in un certo telaio è stata determinata in modo tale che sui provini agisse una tensione simile a quella agente sul calcestruzzo compresso della trave: per ottenere questo è stata misurata la deformazione del lembo compresso della trave (dopo ogni ciclo di carico) e mediante la legge di legame costitutivo è stata calcolata la tensione. Moltiplicando quest'ultima per l'area di base del cilindro è stato poi determinato il carico da applicare con il pistone.

La teoria sulla viscosità del calcestruzzo considera che il materiale abbia un comportamento lineare per stati tensionali inferiori al 40÷45% della tensione di rottura, oltre i quali si manifestano fenomeni di non linearità.

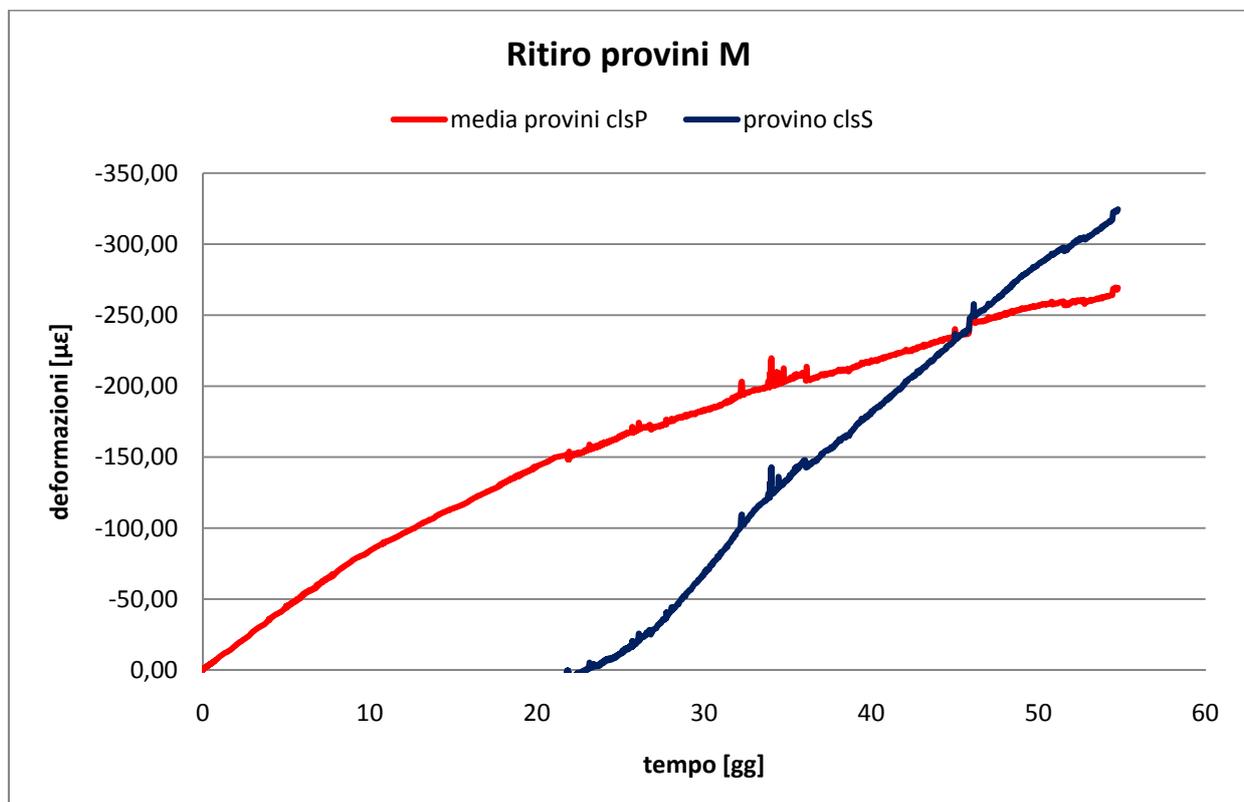


Grafico 4-2: Diagramma delle deformazioni da ritiro per clsP e clsS

Come prima cosa si è provveduto a incollare sui provini cilindrici gli estensimetri, su facce diametralmente opposte.

I provini utilizzati per ciascuna prova sono stati inseriti in un apposito telaio metallico, entro il quale è stato possibile applicare ai cilindri una certa forza. Tale telaio è costituito da due grosse piastre metalliche posizionate alle due estremità e unite da 4 grosse barre metalliche filettate nelle parti terminali, in modo tale che la distanza tra le piastre possa essere regolata ruotando i vari dadi.

Gli elevati spessori e diametri, rispettivamente delle piastre e delle barre, sono dovuti all'esigenza di garantire l'indeformabilità del telaio durante lo svolgimento della prova. Al di sopra della piastra inferiore è posizionato un pistone attraverso il quale viene fornito il carico ai cilindri. Il pistone viene alimentato mediante una pompa manuale ad olio. Sotto alla piastra superiore viene fissata una cella di carico attraverso cui è possibile valutare l'intensità del carico che si sta applicando ai provini (Figura 4-10).

Nel telaio è inserita anche un'altra apparecchiatura, chiamata accumulatore (la parte colorata in azzurro in Figura 4-10): questo strumento è suddiviso in 2 camere (una contenente olio e l'altra gas) separate da una membrana la cui curvatura è rivolta verso la camera contenente olio fintanto che su di essa non agisce una pressione (pressione di precarico). Tale pressione è pari a circa 50÷55 bar per il telaio contenente i provini di calcestruzzo prefabbricato, mentre è di circa 35 bar per i provini di calcestruzzo gettato in opera. Per effetto della pressione, la membrana inverte la propria curvatura mettendo in pressione il gas e dunque anche il pistone, essendo quest'ultimo collegato alla camera del gas.

A seguito degli accorciamenti viscosi dei provini si ha un'attenuazione del contrasto fornito da

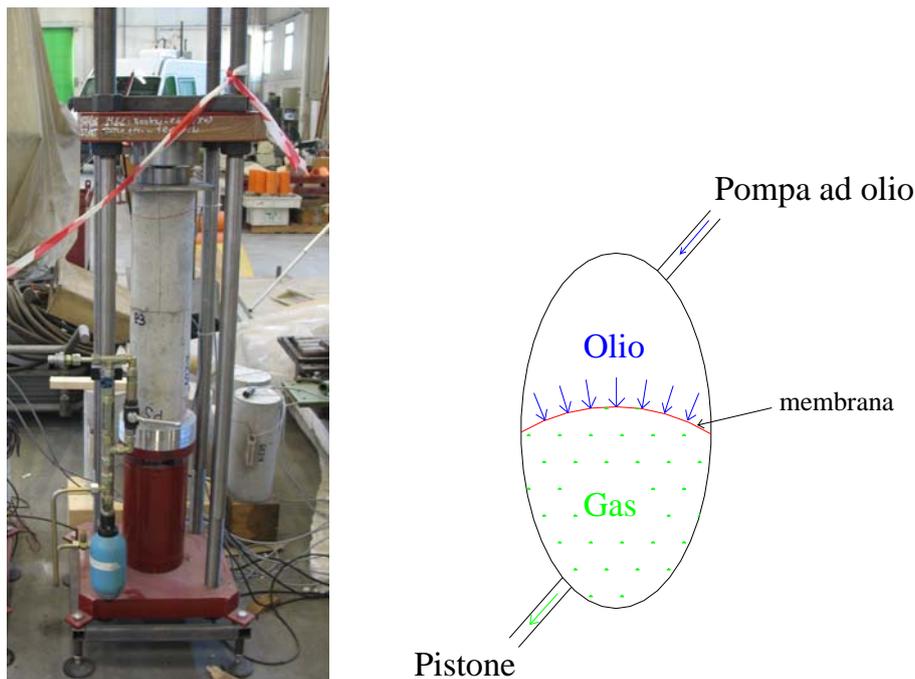


Figura 4-10: Telaio per prova di creep e illustrazione dell'accumulatore

essi sul pistone, da cui deriva una conseguente espansione del gas (con lieve riduzione di pressione) che consente al pistone di seguire gli accorciamenti sviluppatisi. Di tanto in tanto è comunque necessario riportare la pressione del gas al valore iniziale. Per far ciò si inserisce il connettore della pompa in quello fissato al telaio, il quale è in comunicazione con la camera ad olio dell'accumulatore. Azionando la pompa si va ad incrementare la pressione nella camera dell'olio e di conseguenza, per mezzo della membrana, si incrementa la pressione del gas che si ripercuote poi in un aumento di carico per i cilindri.

Attraverso questo strumento si rende il carico capace di 'seguire le deformazioni' dei provini, garantendo che il suo valore si mantenga circa costante nel tempo.

È stata poi eseguita la sistemazione dei cilindri nel telaio, andando a ruotare le loro basi le une sulle altre, in modo da compensare maggiormente le irregolarità presenti su di esse. In questo modo si cerca di ottenere una colonna il più rettilinea possibile al fine di garantire la centralità del carico, ossia la coincidenza tra l'asse del carico e quello della colonna.

Una volta posizionati i cilindri si è provveduto ad abbassare la parte superiore del telaio, alla quale è collegata la cella di carico; si è fatto in modo che quest'ultima fosse a contatto con la faccia superiore dell'ultimo cilindro, senza che tuttavia esercitasse carico, in modo che il successivo azzeramento di tutti i canali (incluso quello della cella stessa) fosse il più preciso possibile.

Dopo aver collegato la pompa al telaio è stato possibile dare il via alla prova iniziando a caricare i cilindri posti nel telaio. Generalmente la fase di carico è abbastanza rapida e in qualche minuto si raggiunge il carico preventivato.

Calcestruzzo prefabbricato

La prova di creep per il calcestruzzo prefabbricato (clsP) è iniziata il 13-11-08. Per definire il carico da applicare ai provini si è proceduto visualizzando la deformazione ultima del calcestruzzo (ϵ_u) nella trave a fine carico di prima fase (69 KN) e moltiplicando per il modulo del calcestruzzo (E) tale deformazione ultima, ottenendo così il valore della tensione nel calcestruzzo (σ). Per ultimo si è moltiplicata la tensione per l'area del provino (A) conseguendo il valore del carico da applicare (P).

$$\epsilon_c = 210 \mu\epsilon$$

$$E = 33000 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \epsilon_u \cdot E = 6.9 \text{ MPa}$$

$$A = 176 \text{ cm}^2$$

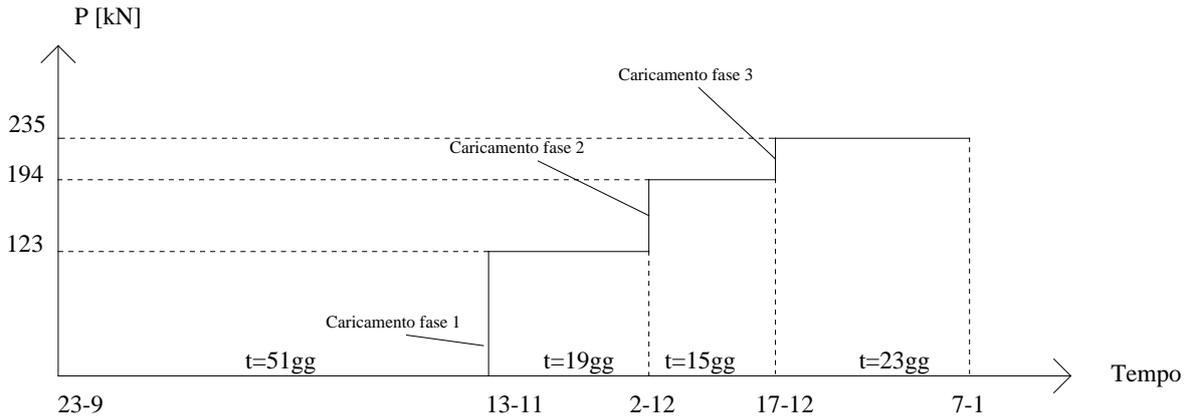


Grafico 4-3: Diagramma delle fasi di carico dei provini in clsP

$$P = A \cdot \sigma = 12350 \text{ Kg} \approx 123.5 \text{ KN}$$

Successivamente, dopo una seconda fase di carico applicato alla trave (94.6 kN), il giorno 02-12-08 si è incrementato il carico agente sui pistoni di una quantità pari a 71 kN (ossia fino ad un carico di 194 kN), calcolato con la procedura precedentemente descritta. Infine, per modellare l'incremento di carico di fase 3 sulla trave, in data 17-12-08 è stato aumentato il carico sui cilindri di 41 kN (fino a 235 kN). Nel Grafico 4-3 sono mostrate le fasi di carico in funzione del tempo.

Nel Grafico 4-5 sono invece riportati gli andamenti delle deformazioni del provino in clsP nel tempo e si possono apprezzare distintamente i tre incrementi di carico, i quali comportano un'impennata delle deformazioni pari a $\varepsilon_{ist} = \Delta\sigma/E(t)$ deformazione istantanea.

La prova di creep per il calcestruzzo di completamento gettato in opera (clsS) è iniziata il 05-12-08.

Secondo le stesse modalità definite per il calcestruzzo prefabbricato è stato calcolato il carico da applicare ai provini:

$$\varepsilon_u = 190 \mu\varepsilon$$

$$P = A \cdot \sigma = 6220 \text{ Kg} \approx 62,2 \text{ KN}$$

Per modellare l'incremento di carico di fase 3 sulla trave, in data 17-12-08 è stato aumentato il carico sui cilindri SAPABA (clsS) (così come precedentemente eseguito per i provini APE (clsP))

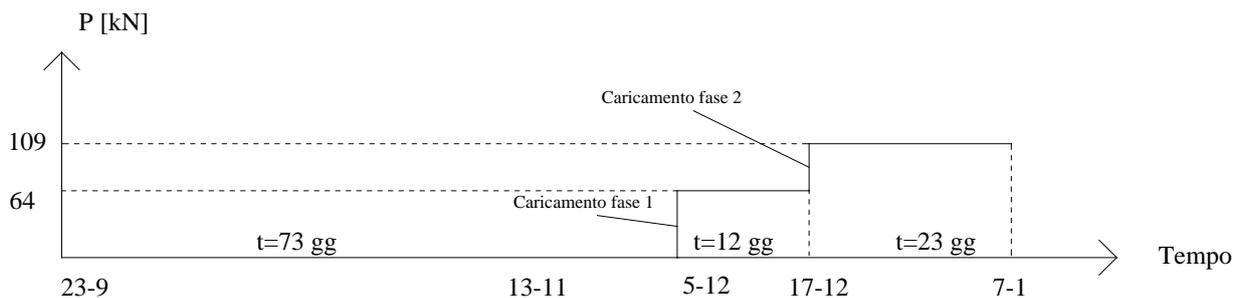


Grafico 4-4: Diagramma delle fasi di carico dei provini in clsS

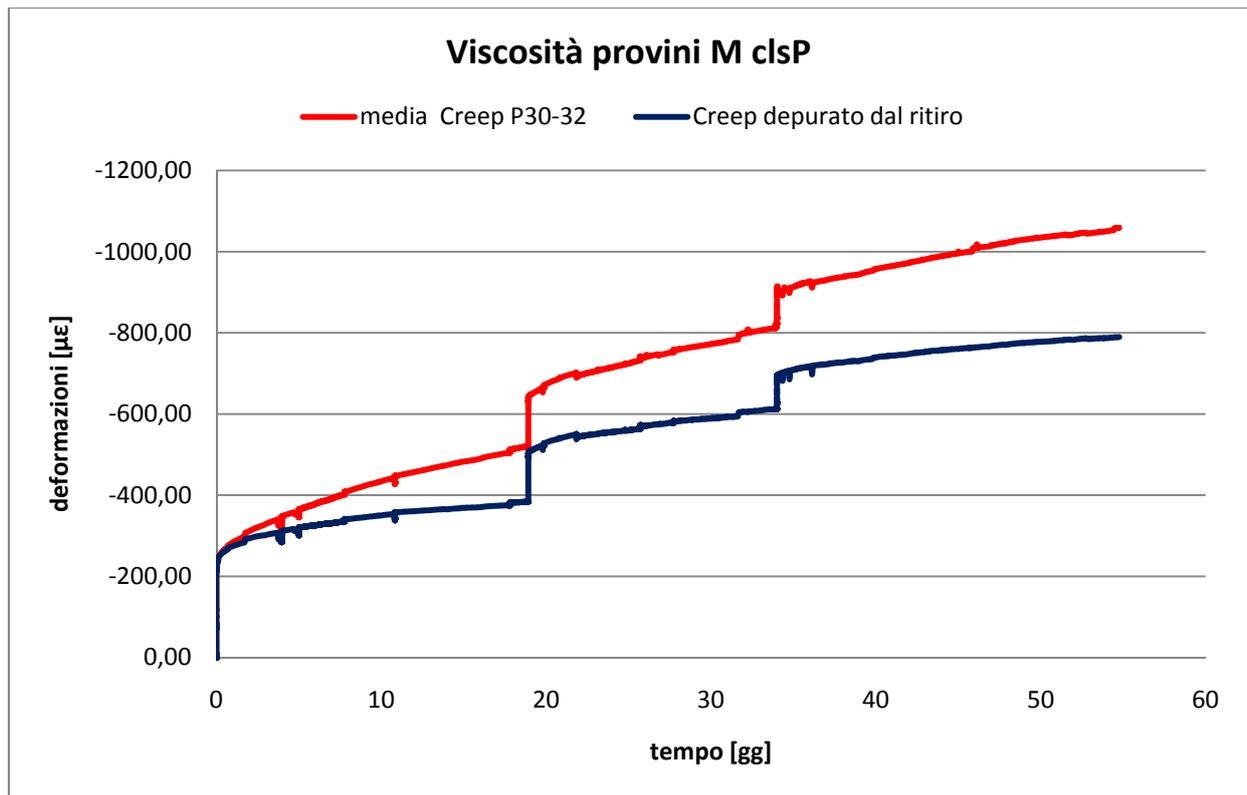


Grafico 4-5: Deformazione da viscosità (creep) nel tempo del clsP

di un incremento pari a 46 kN (fino a 109 kN). Nel Grafico 4-4 si possono apprezzare le fasi di carico in funzione del tempo.

Nel Grafico 4-5 sono riportati gli andamenti delle deformazioni del provino in clsP nel tempo e

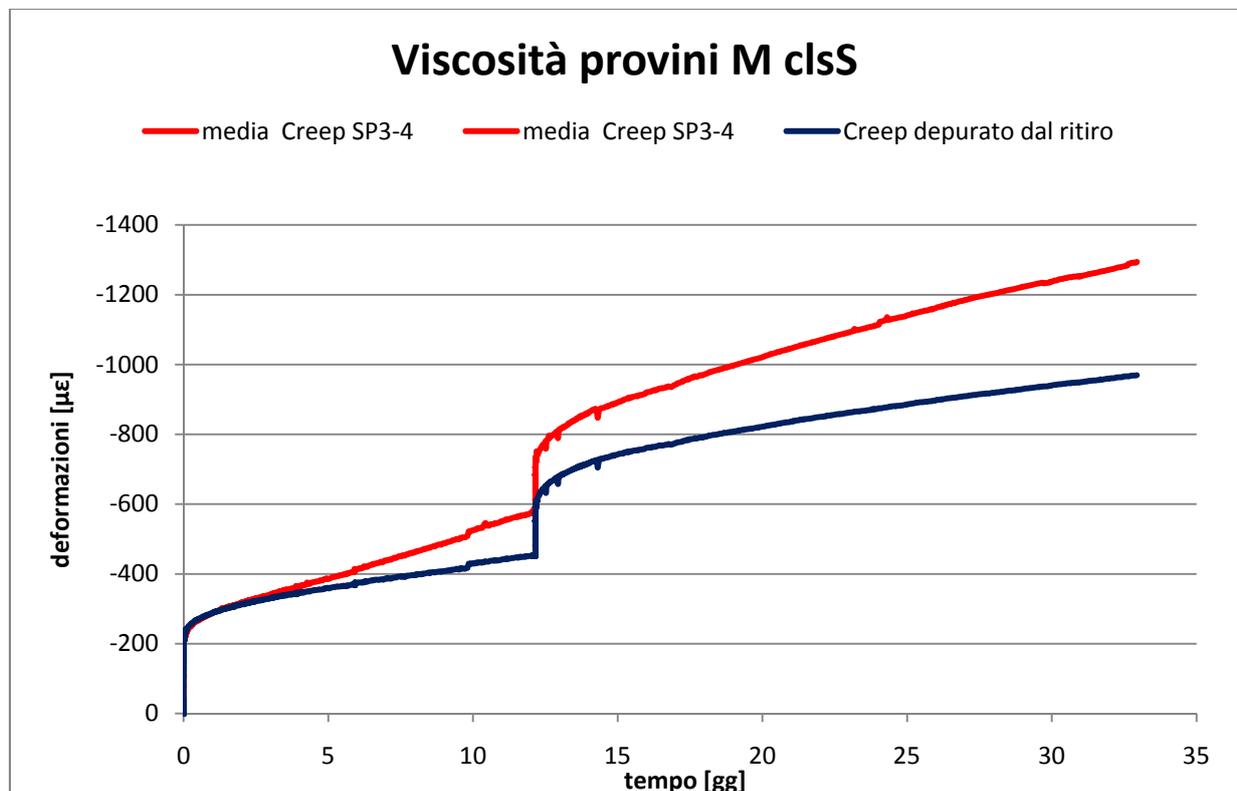


Grafico 4-6: Deformazione da viscosità (creep) nel tempo del clsS

quelli delle deformazioni pulite da ritiro e da dilatazioni termiche, in modo da ottenere le sole dilatazioni dovute alla viscosità $\varepsilon = \varepsilon_{ist} + \varepsilon_{cc}$. Si apprezzano distintamente i tre incrementi di carico.

Nel Grafico 4-6 è diagrammata la viscosità relativa al calcestruzzo di completamento (clsS). Si notano bene i due incrementi di carico.

4.3 Prova di carico differito

Lo scopo della prova di carico è quello di determinare l'evoluzione dello stato flessionale deformativo della trave al paragrafo 4.1 indotto da una serie di incrementi di carico succedutisi in un tempo reale di 57 giorni. Al termine di tale periodo, la trave è stata portata a rottura per flessione.

Sono stati applicati incrementi di carico successivi, mantenuti costanti fino alla rottura, in modo da consentire l'osservazione delle deformazioni viscosi indotte nel calcestruzzo dal carico costante applicato. Infine è stato incrementato il carico fino alla rottura della trave, potendo così analizzarne il comportamento ultimo.

Dopo essere stata gettata e scasserata, la trave è stata portata in laboratorio e posata sul sistema di appoggi.

Lo schema statico utilizzato durante la prova (Figura 4-11) è mostrato nella figura sottostante; il carico viene fornito per mezzo di due pistoni azionati da una pompa idraulica e disposti simmetricamente rispetto alla mezzeria della trave ($a=3.075$ m), in modo tale che tra essi si abbia un momento costante. In sostanza, lo schema statico creato è quello di una trave inflessa a quattro punti.

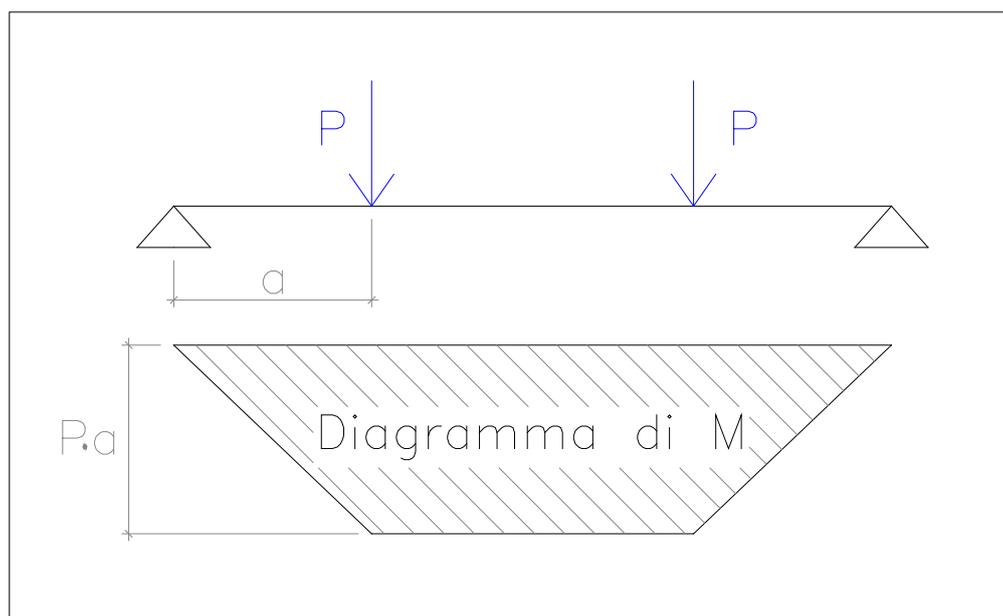


Figura 4-11: Schema statico: prova di flessione su quattro punti

La prova simula il comportamento di un elemento trave disposto in una maglia strutturale di 7.2 m(trave) x 9 m(solaio). La successione delle fasi costruttive è descritta nel capitolo 1. Le fasi di carico risultano quindi essere le seguenti:

- Fase 1: la sezione prefabbricata è portante ed è soggetta al peso della struttura a secco e a quello dei solai. La trave è sollecitata dall'azione flettente M_1 , generata dal peso proprio e dal contributo dei solai alveolari disposti a secco.
- Fase 2: dopo l'esecuzione dei getti integrativi di calcestruzzo, la trave risulta soggetta al peso dei getti di completamento, i quali costituiscono un carico fino al raggiungimento della maturazione di questi ultimi;
- Fase 3: l'intera sezione, costituita dalla sezione prefabbricata più l'incremento dovuto al getto di completamento, è soggetta ai carichi permanenti e accidentali di esercizio.

I carichi in gioco, oltre al peso proprio, saranno quindi i carichi permanenti ($q_{perm}=200 \text{ kg/m}^2$) e i carichi accidentali ($q_{acc}=300 \text{ kg/m}^2$).

Nel caso in esame si avrà:

Fase 1: travi e solaio a secco. $\rightarrow P=69 \text{ kN}$ (escluso il peso proprio della trave); P è da intendersi come la forza applicata dal singolo pistone.

Fase 2: incremento di carico dovuto ai getti di completamento. $\rightarrow \Delta P=25.6 \text{ kN}$.

Carichi totali $\rightarrow P=69+25.6=94.6 \text{ kN}$.

Fase 3: Carichi permanenti (incremento) $\rightarrow \Delta P=38 \text{ kN}$.

Carichi accidentali al 30% (incremento) $\rightarrow \Delta P=0.33 \times (57)=17.1 \text{ kN}$.

Carichi totali (incremento) $\rightarrow \Delta P=55.9 \text{ kN}$.

Carichi totali $\rightarrow P=94.6+55.9=150.5 \text{ kN}$.

Nella Grafico 4-7 si può visualizzare la storia di carico della trave durante la prova.

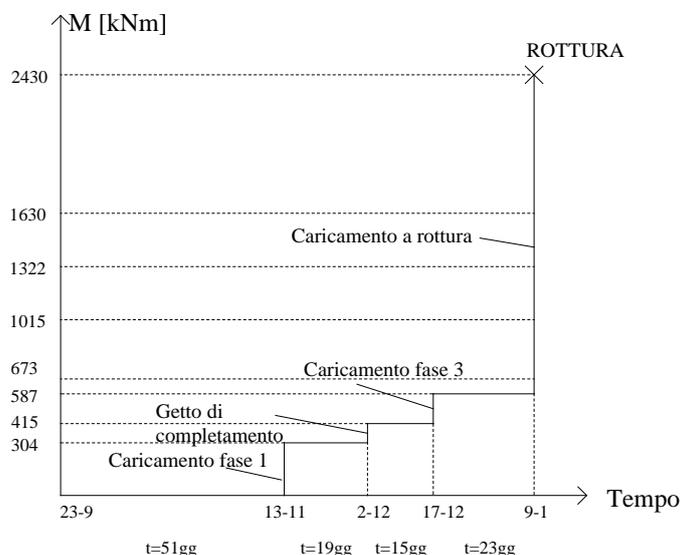


Grafico 4-7: Diagramma delle fasi di carico della trave M



Figura 4-12: Viste di trave e telaio in fase 1 (trave prefabbricata)

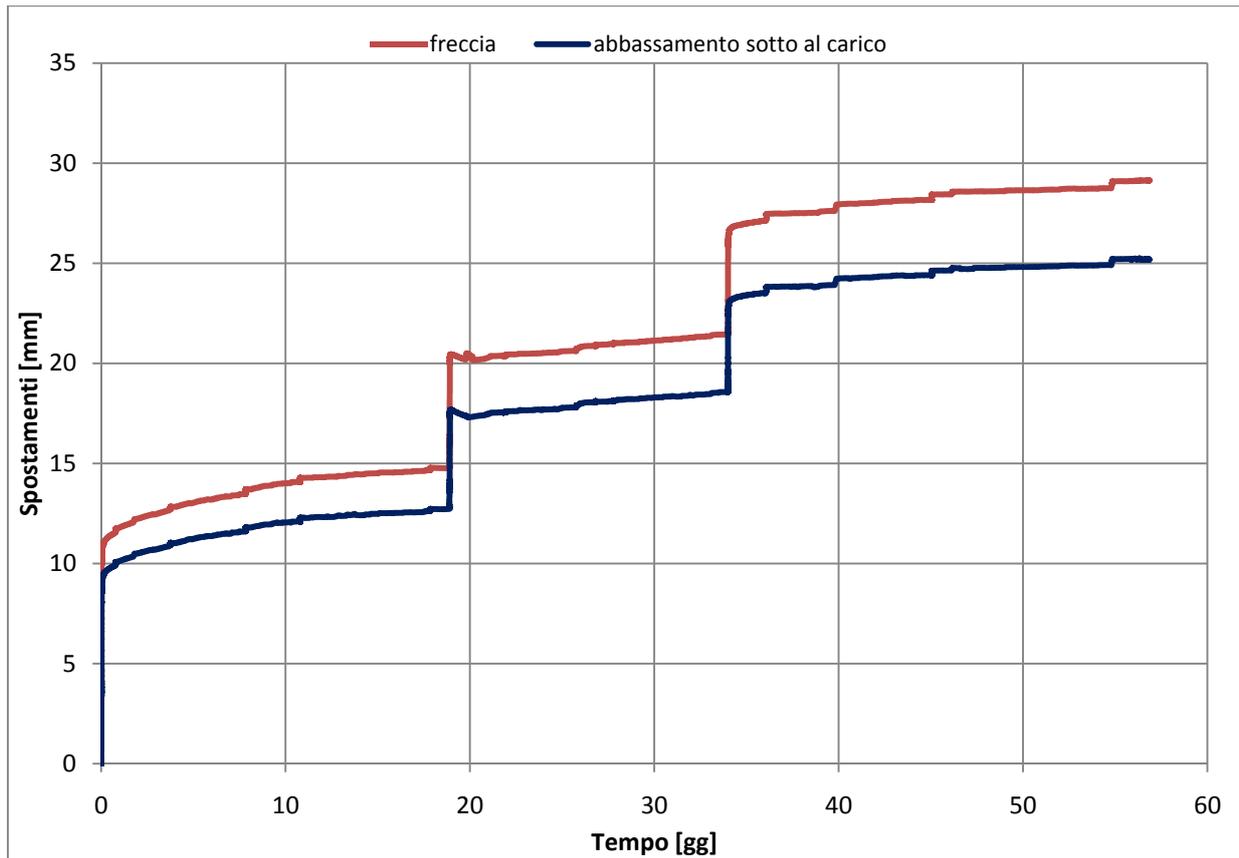


Grafico 4-8: Abbassamento in funzione del tempo

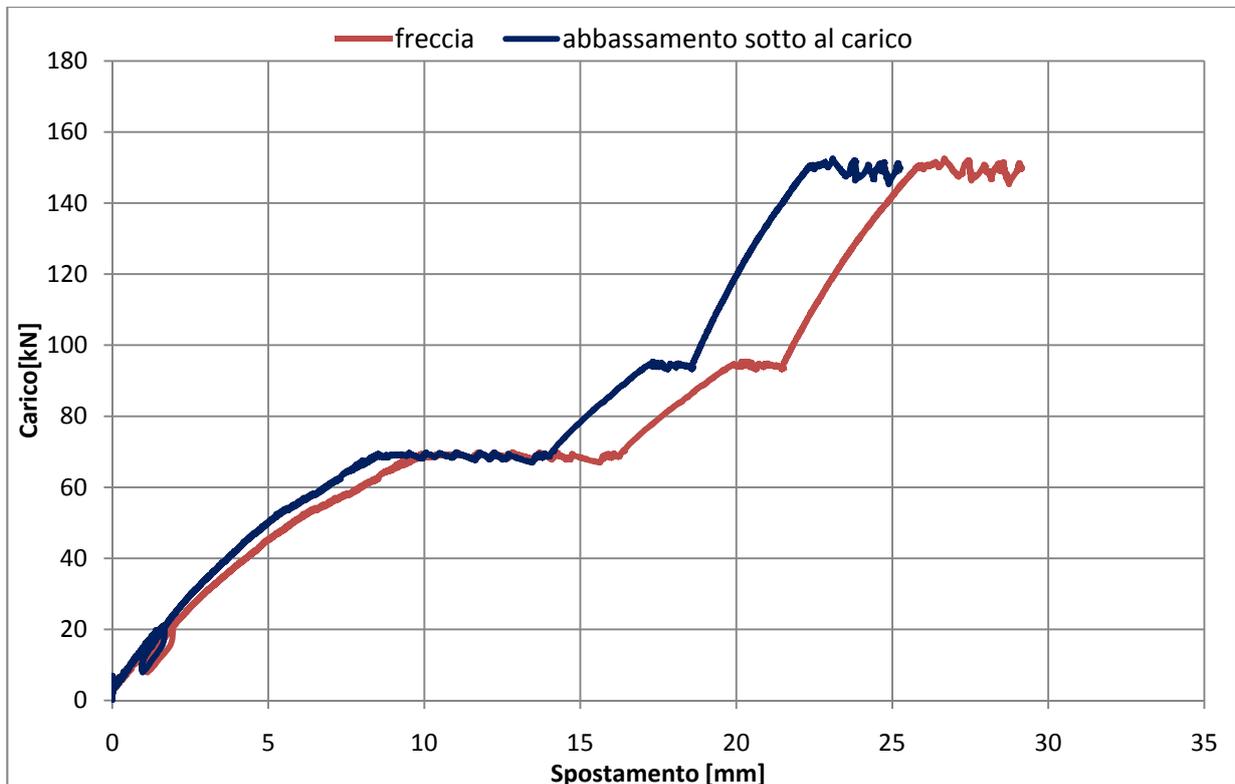


Grafico 4-9: Abbassamento in funzione del carico

L'incremento di momento dovuto al peso proprio è stato calcolato con la formula per la trave doppiamente appoggiata e sollecitata da un carico uniformemente distribuito:

$$M_{pp} = \frac{A\gamma \cdot l^2}{8} = 92.3 \text{ kNm}$$

$$\gamma = 2450 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad A_p = 0.36 \text{ m}^2 \quad l = 9.15 \text{ m}$$

La curvatura è stata determinata considerando le deformazioni a trazione e compressione che si sviluppano in corrispondenza del concio di trave. Esso è stato monitorato attraverso gli strumenti LVDT sul lembo compresso e LVDT in quello teso, fino al giorno in cui gli strumenti sono stati staccati dalla superficie di cls prefabbricato, in modo tale da consentire l'esecuzione del getto di completamento. In questa prima fase la curvatura e il momento sono stati dati da:

$$\chi = \frac{\left[\left(\frac{(WA20 - 1) - (WA20 - 3)}{H} \right) + \left(\frac{(WA - 2) - (WA - 4)}{H} \right) \right] \cdot 10^6}{2}$$

Dove H è la distanza tra gli strumenti inferiori e quelli superiori, pari a 55 cm.

$$M = P \cdot a \quad a = 3.075 \text{ m}$$

A questo punto è stato calcolato il ΔM e il $\Delta \chi$ prodotto dal peso del getto prefabbricato, facendo uso di nuovi strumenti come gli estensimetri E17 ed E18 per il lembo compresso e gli LVDT precedenti per quello teso. Sono stati valutati i valori della curvatura prima dell'inizio del getto χ_I e

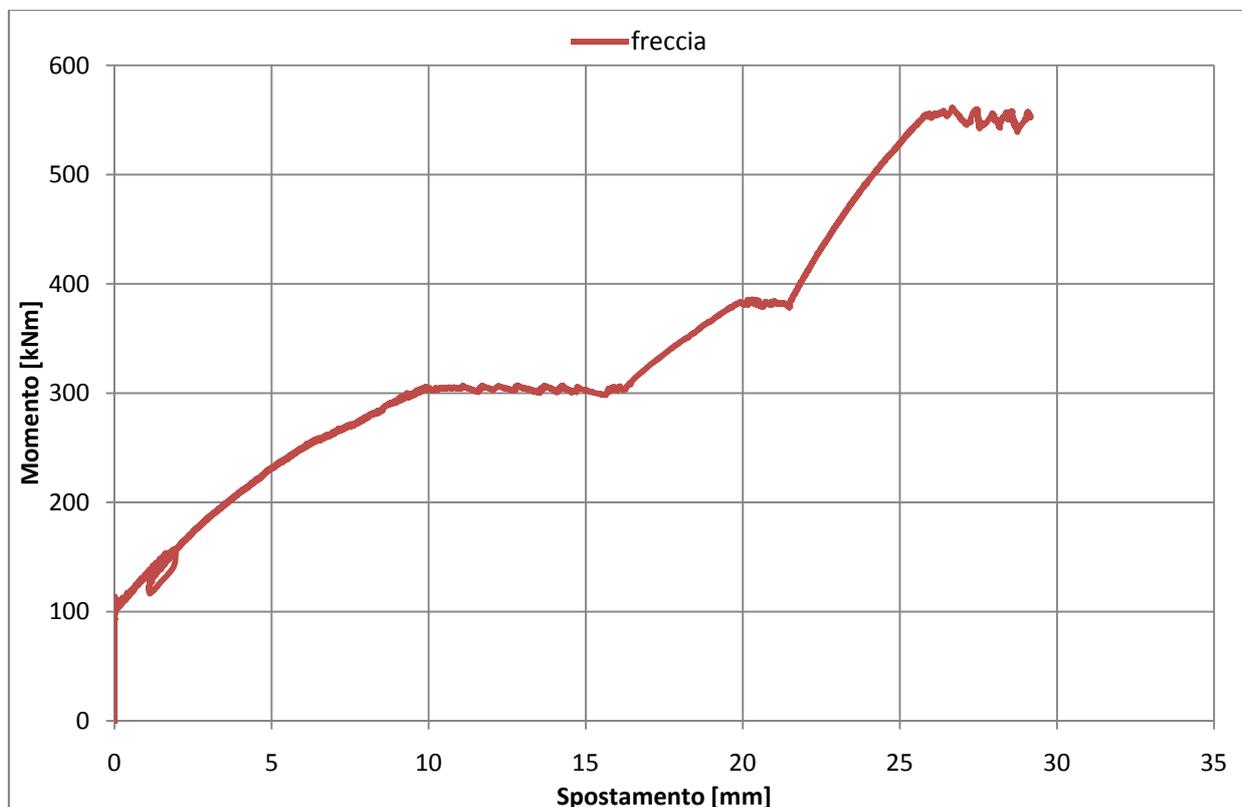


Grafico 4-10: Abbassamento in funzione del momento in mezzeria

quelli alla fine del getto χ_{II} , circa un ora è mezza dopo è stata calcolata la differenza determinando in tal modo l'incremento di curvatura dovuto al peso del getto.

$$\chi_I = \frac{\varepsilon_I + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)_I \cdot 10^6}{H} \quad \chi_{II} = \frac{\varepsilon_{II} + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{II} \cdot 10^6}{H}$$

$$\Delta\chi = \chi_I - \chi_{II}$$

L'incremento di momento dovuto al solo peso del getto è dato da :

$$\Delta M = \frac{q \cdot L^2}{L}$$

q = peso del getto di completamento 300 Kg/m

L = luce della trave 9.15 m

Tutti i valori utilizzati fanno riferimento alla media dei valori di ogni coppia di strumenti posizionata a ridosso della sezione 2, ossia alla mezzeria.

Per il tempo successivo alla fine del getto, fino al giorno in cui è stato possibile riattaccare gli LVDT sulla superficie del getto di completamento, la curvatura è stata calcolata facendo riferimento ad altri strumenti, ossia gli estensimetri E17 ed E18 per il lembo compresso e gli LVDT precedenti per quello teso (sono stati usati i valori medi di ogni coppia di strumenti). In tal caso la curvatura è data da:

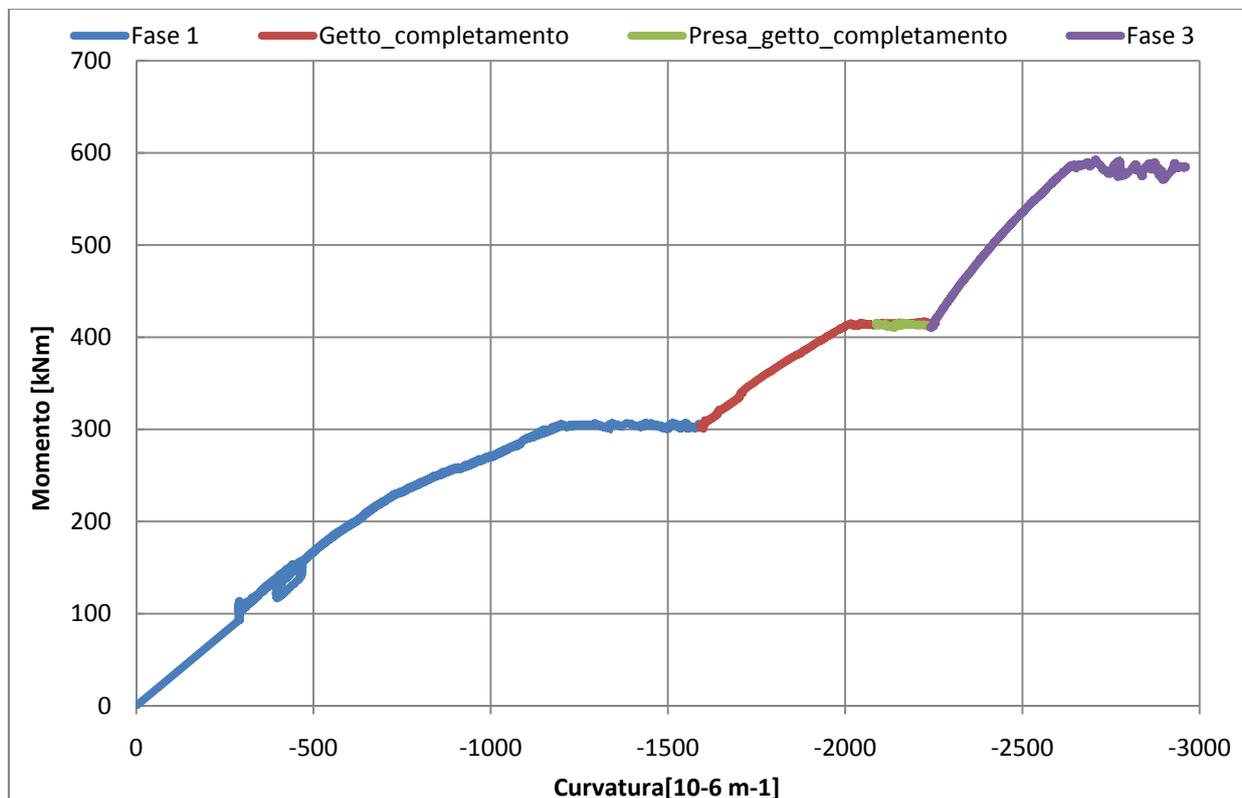


Grafico 4-11: Grafico momento-curvatura tenendo conto del contributo iniziale del peso proprio

$$\chi = \frac{\varepsilon + \left(\frac{\Delta L}{L}\right) \cdot 10^6}{H}$$

dove H ha assunto un nuovo valore poiché la sezione ha un nuovo spessore (65cm).

Il momento è pari alla somma di due contributi, quello del carico applicato per il suo braccio e quello del carico distribuito rappresentante il peso del getto:

$$M = P \cdot a + \Delta M \quad a = 3.075m$$

A partire dal ventunesimo giorno dall'inizio della prova, dopo che gli LVDT superiori sono stati riattaccati, la curvatura è stata determinata valutando le deformazioni a trazione e compressione che si sviluppano in corrispondenza dei conci di trave monitorati attraverso gli strumenti LVDT sul lembo compresso e LVDT in quello teso, così come per la prima parte della prova, ma considerando questa volta una distanza tra gli strumenti di 70 cm.

Capitolo 5

Campagna sperimentale Y

La campagna sperimentale di Ylenia Ponzoni intendeva valutare l'andamento nel tempo delle deformazioni viscosi di una trave in calcestruzzo armato costruita in fasi successive. In particolare, durante la prova sono state simulate le fasi di montaggio e completamento di una trave prefabbricata prodotta dall'APE di Montecchio Emilia (RE). Tale tecnologia produttiva è utilizzata per la realizzazione di strutture prefabbricate multipiano e prevede quattro fasi. Dapprima si effettua la posa dei pilastri con nodi di attacco trave-pilastro libero, successivamente si posizionano le travi sui pilastri, si posano i solai sulle travi ed infine si esegue un getto di completamento partendo dai solai, il quale completa la trave e riempie i nodi di attacco realizzando un sistema continuo.

L'applicazione del carico è avvenuta in tre fasi successive differite nel tempo. Il primo caricamento è avvenuto il 26-09-07; con esso sono stati raggiunti 127 kN (equivalenti a tutti i carichi permanenti) e il peso proprio, previsti per tale tipo di trave. Dopo 7 giorni dall'inizio della prova è stato eseguito il getto di completamento della trave, realizzato dalla ditta Sapaba di Bologna, mentre la trave continuava ad essere mantenuta sotto carico costante. Il secondo incremento di carico è stato applicato il 30 ottobre; con esso sono stati raggiunti i 177 kN, equivalenti in questo caso a tutti i carichi permanenti più il 30% dei carichi accidentali presunti per la trave. Il carico è stato mantenuto costante fino al giorno della rottura definitiva, avvenuta il 16 novembre. Parallelamente a tale prova, sono state eseguite prove di creep e ritiro sui cilindri di entrambi i calcestruzzi costituenti la trave. L'inizio delle suddette prove ha coinciso con l'inizio della prova di carico per i cilindri di cls prefabbricato, mentre per quelli relativi al getto di completamento l'inizio della prova ha avuto luogo immediatamente dopo l'indurimento del cls.

Oltre alle suddette prove ne sono state eseguite altre allo scopo di valutare l'evoluzione della resistenza e del modulo elastico di entrambi i cls.

5.1 Trave

5.1.1 Preparazione prova

Nella trave gettata presso la sede produttiva della s.p.a. APE di Montecchio, è stata inserita una

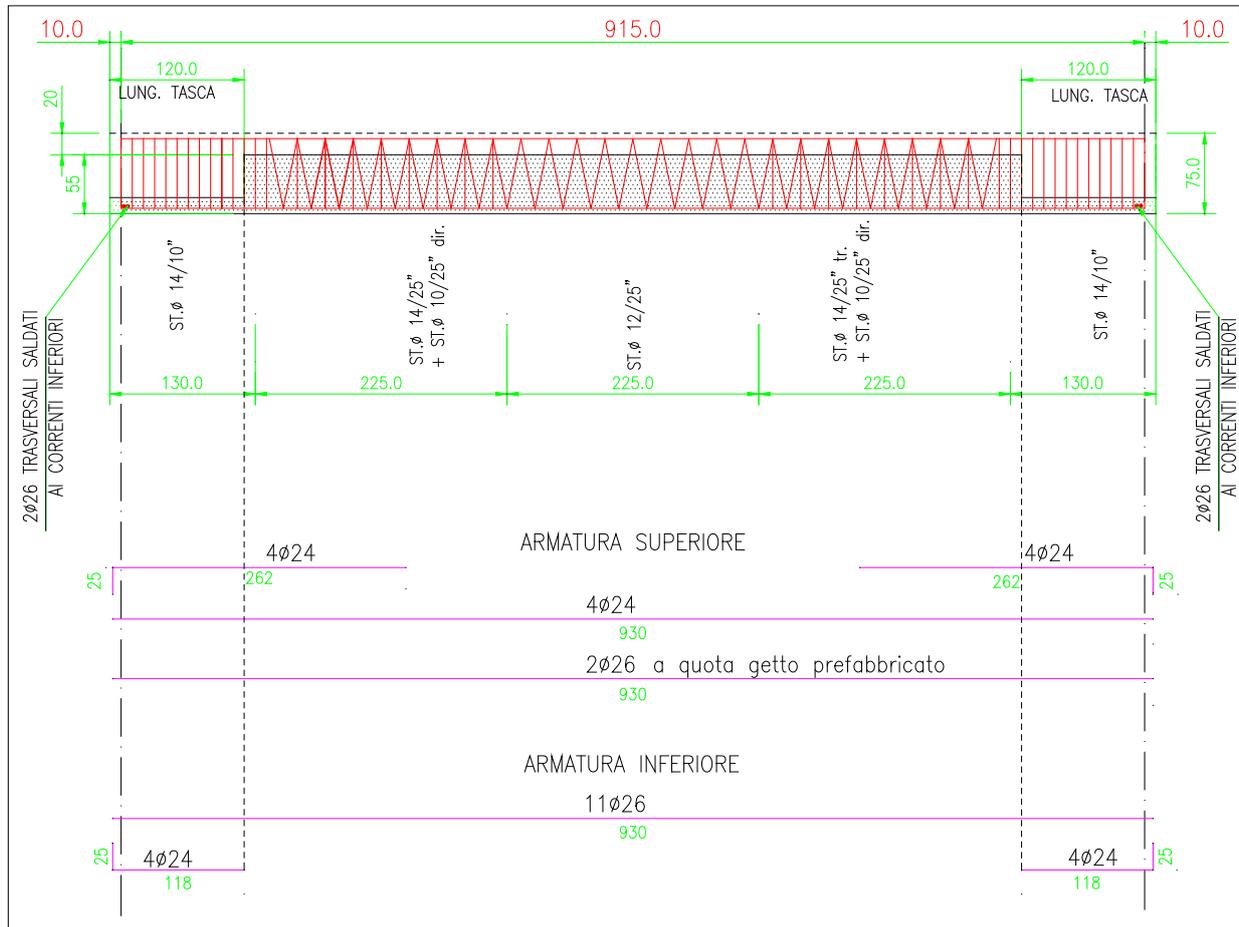


Figura 5-1: Armatura e dimensione della trave Y

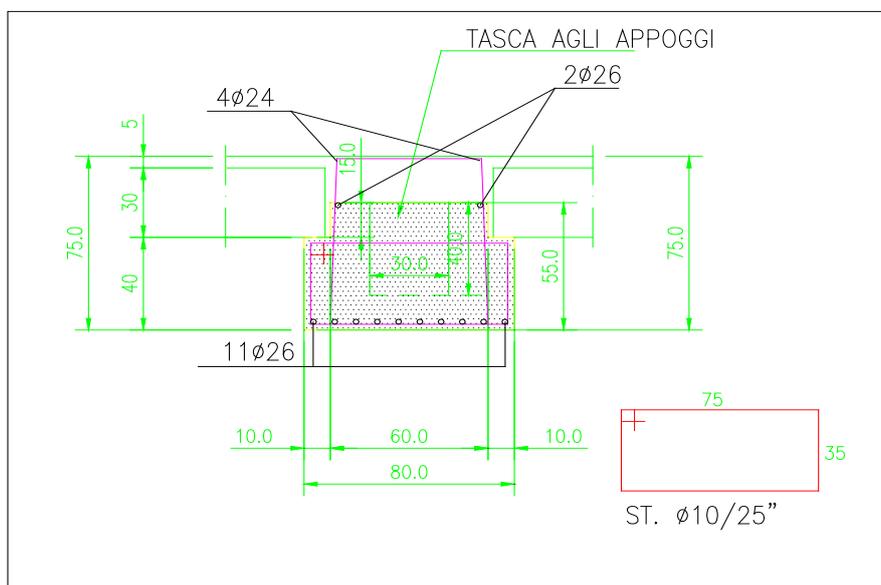


Figura 5-2: Sezione trasversale della trave Y

gabbia d'armatura le cui caratteristiche geometriche sono riportate nelle Figura 5-1 e Figura 5-2.

Il 26 settembre ha avuto inizio la prova e la trave è stata caricata con 127 kN. Il carico è stato mantenuto costante fino al 30 ottobre e in tale giorno si è eseguito il secondo incremento di carico

raggiungendo i 177 kN. Dopo circa 7 giorni dall'inizio della prova, è stato eseguito il getto di completamento. La trave è stata portata in laboratorio e il 3 Ottobre 2007 è stato realizzato il getto di completamento dalla ditta Sapaba di Bologna.

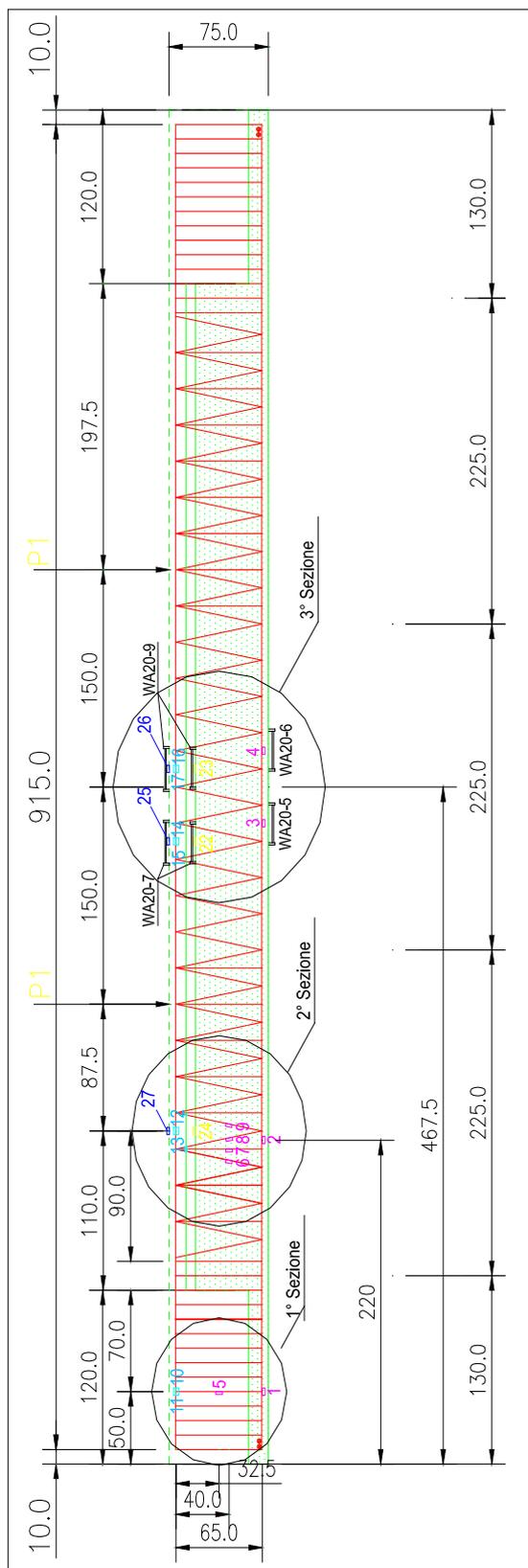


Figura 5-3: Posizionamento degli strumenti trave Y

Cronologia campagna sperimentale Y

- | | |
|-------------|---|
| 07/09/07 | Getto trave prefabbricata (clsP)
Getto cilindri clsP |
| 26/09/07 | Inizio prova trave - primo caricamento
127 kN |
| 27/09/07 | Inizio prova di creep sui cilindri clsP
$t_{p1}=20.0025$ gg
$E_0=35.73$ GPa
Inizio prova di ritiro clsP |
| 28/09 14/11 | Prove di rottura dei cubetti di clsP
(per la ricerca del modulo elastico) |
| 03/10/07 | Getto di completamento (clsS) -
secondo incremento di carico 127 kN |
| 09/10/07 | Inizio prova di ritiro clsS |
| 30/10/07 | $t_{p2}=52.95352$ gg
$E_0=38.33$ GPa
Inizio prova di creep sui cilindri clsS
$t_{s1}=27.00506$ gg
$E_0=24.88$ GPa |
| 07/11 14/11 | Prove di rottura dei cubetti del clsS
(per la ricerca del modulo elastico) |
| 16/11/07 | Incremento di carico fino a rottura
della trave
Fine prove di ritiro e di creep |

5.1.2 Svolgimento della prova di carico

La prova ha previsto 3 fasi di incremento di carico differite nel tempo. Con la prima fase di carico sono stati applicati circa 127 kN, mantenuti costanti nei giorni successivi fino al 30-10-07, giorno in cui è stato applicato un nuovo incremento di carico pari a 5000 kg fino al raggiungimento di 177 kN complessivi. Tale valore è stato mantenuto costante fino al 16-11-07. In tale giornata è stata portata a rottura la trave. In questa fase sono stati eseguiti tre cicli di carico. Il primo ha raggiunto i 230 kN, il secondo i 500 kN. Si è poi incrementato il carico fino alla rottura della trave. Tra la prima e la seconda fase di carico si è effettuato il getto di completamento della trave, il cui peso ha gravato sullo stato flessionale della stessa. Di ciò è stato tenuto conto nell'elaborazione dei grafici.

Al termine di ogni fase di carico, mentre questo veniva mantenuto costante, si è tracciato l'andamento delle fessure visibili ad occhio nudo mediante l'uso di pennarelli, cosicché, al termine della prova, è stato possibile osservare l'evoluzione dello stato fessurativo al variare del carico. Tale procedura di controllo è stata eseguita anche prima di ogni nuovo incremento di carico, rendendo così visibili le fessure prodottesi nel tempo a carico costante.



Figura 5-4: Stato fessurativo nella zona centrale della trave a 127 kN

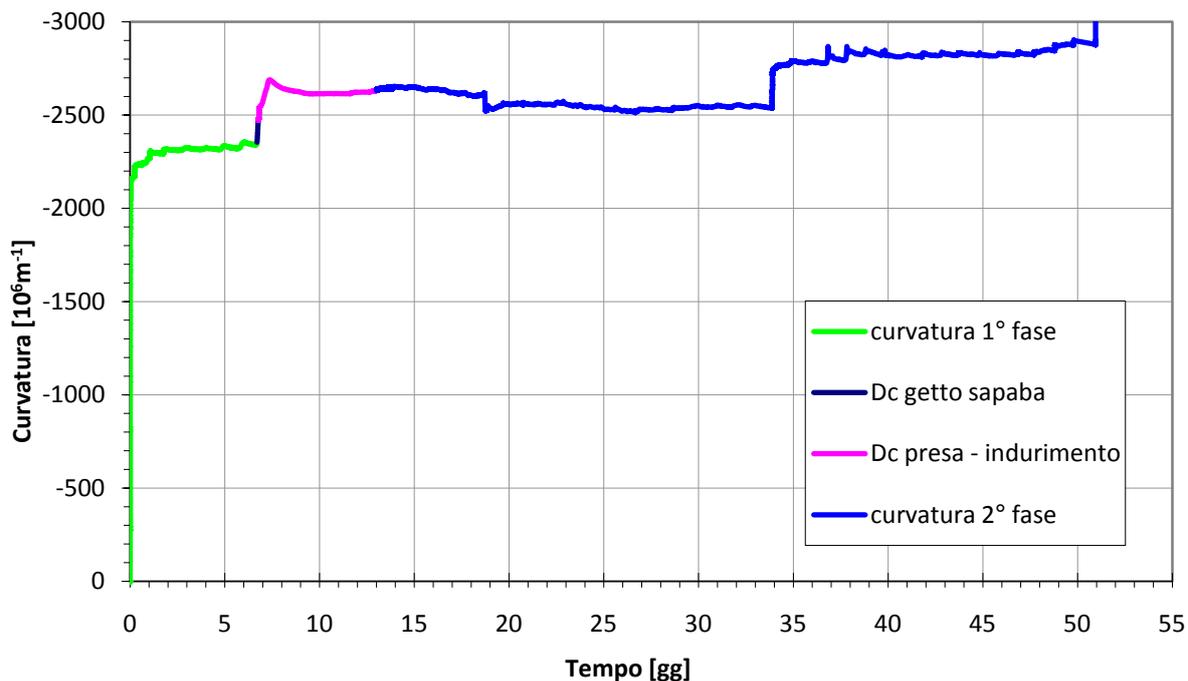


Grafico 5-1: Curvatura nel tempo della trave Y

Di seguito riportiamo i grafici più interessanti della prova di carico differito sulla trave.

Per il calcolo dei dati derivati da una post elaborazione rimandiamo al paragrafo 4.3.

La freccia relativa rappresenta la differenza tra la freccia in mezzzeria e l'abbassamento della trave sotto al carico.

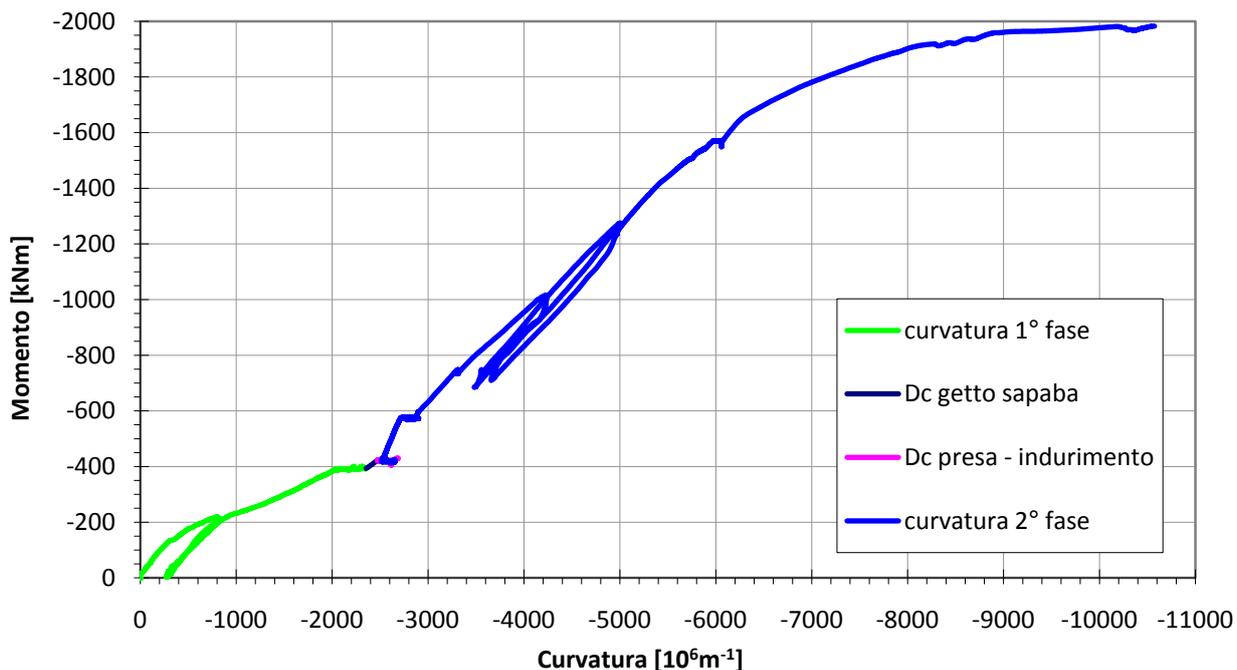


Grafico 5-2: Momento-curvatura trave Y

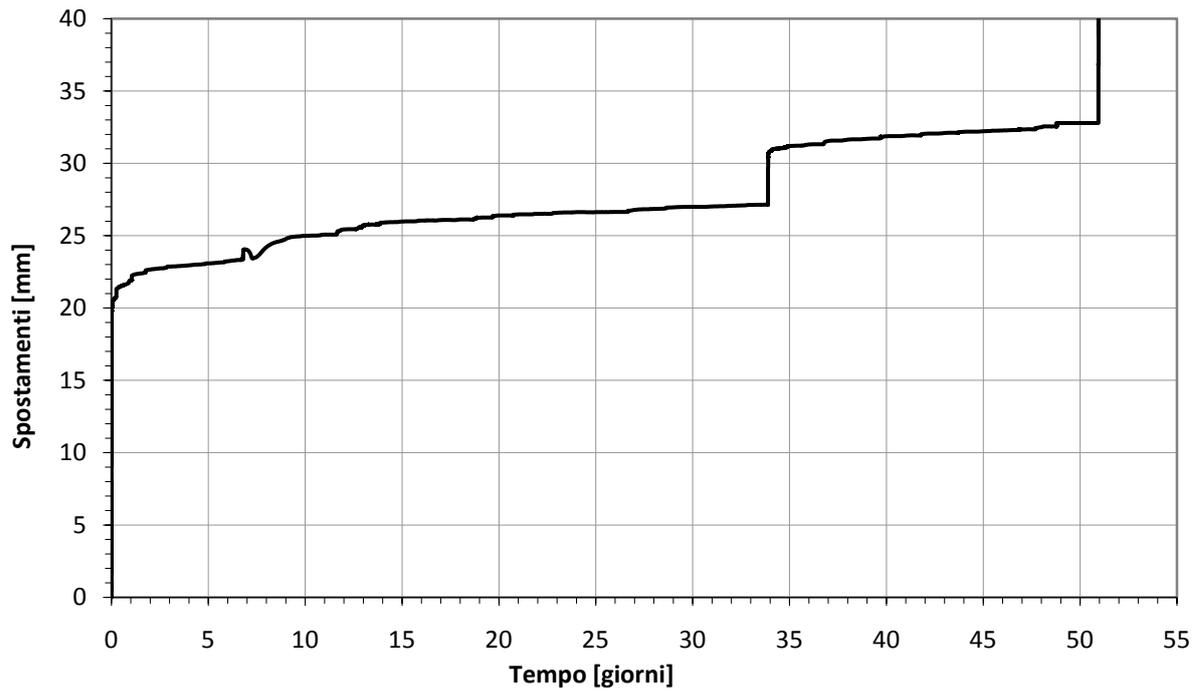


Grafico 5-3: Freccia assoluta nel tempo della trave Y

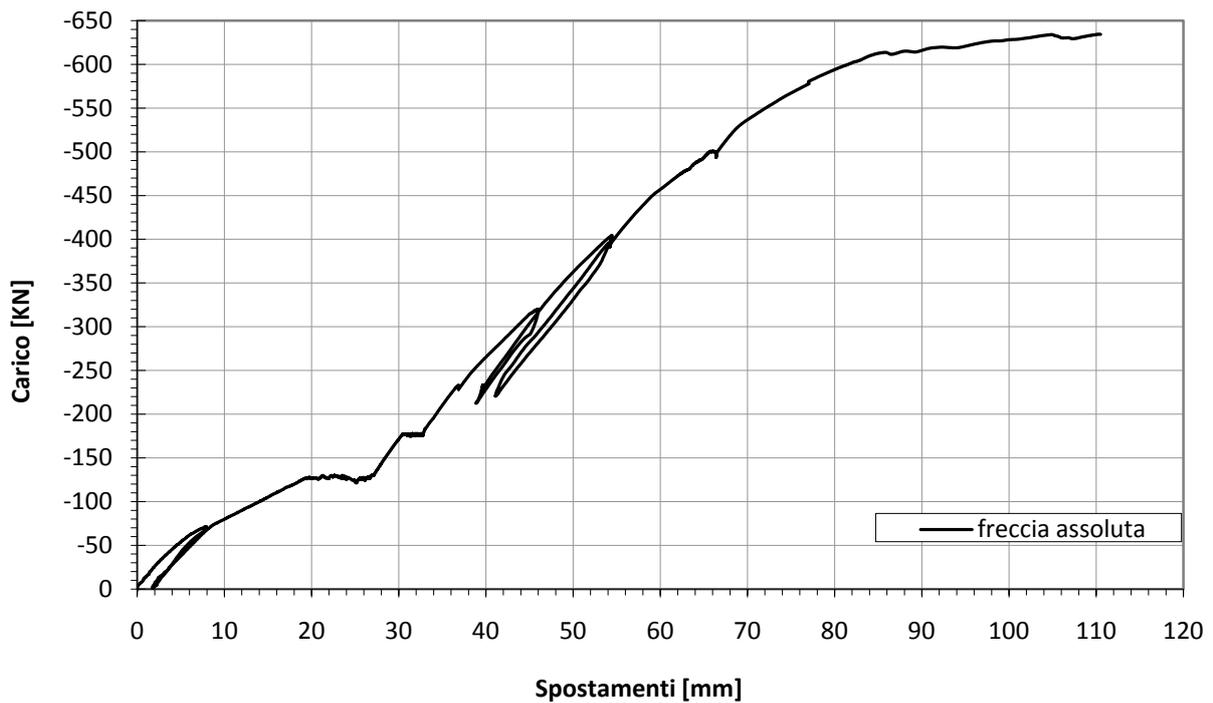


Grafico 5-4: Freccia in mezzeria in funzione del carico

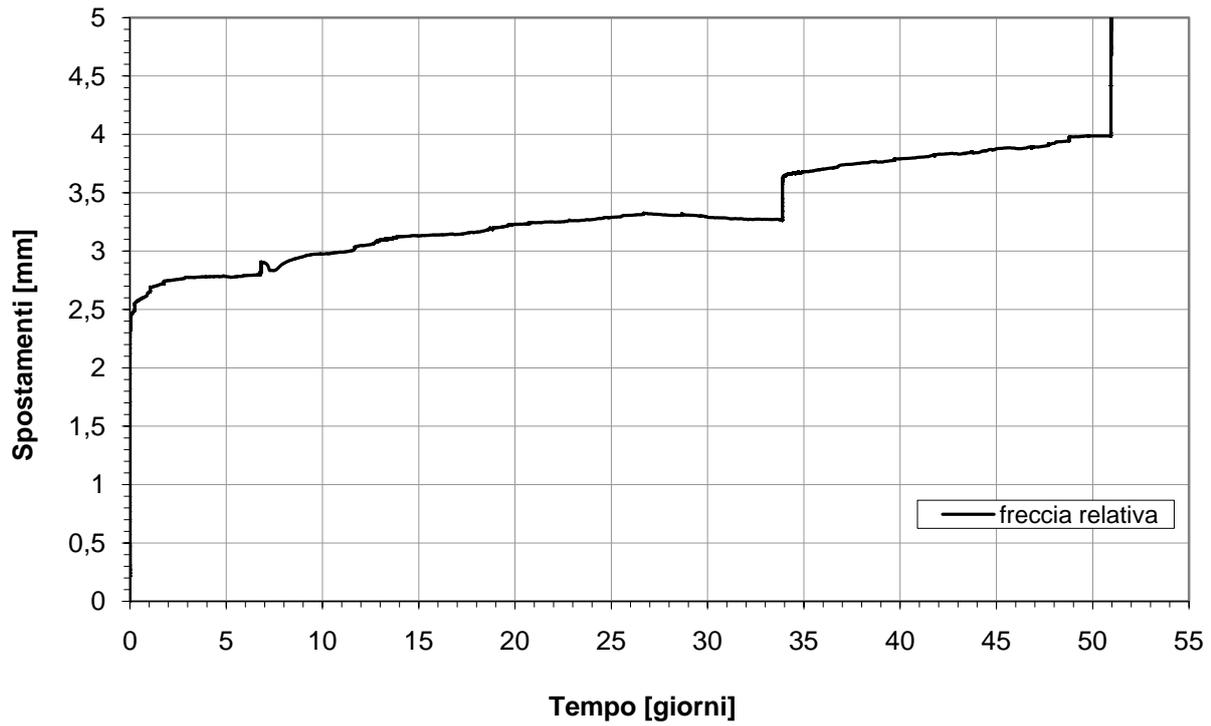


Grafico 5-5: Freccia relativa in funzione del tempo

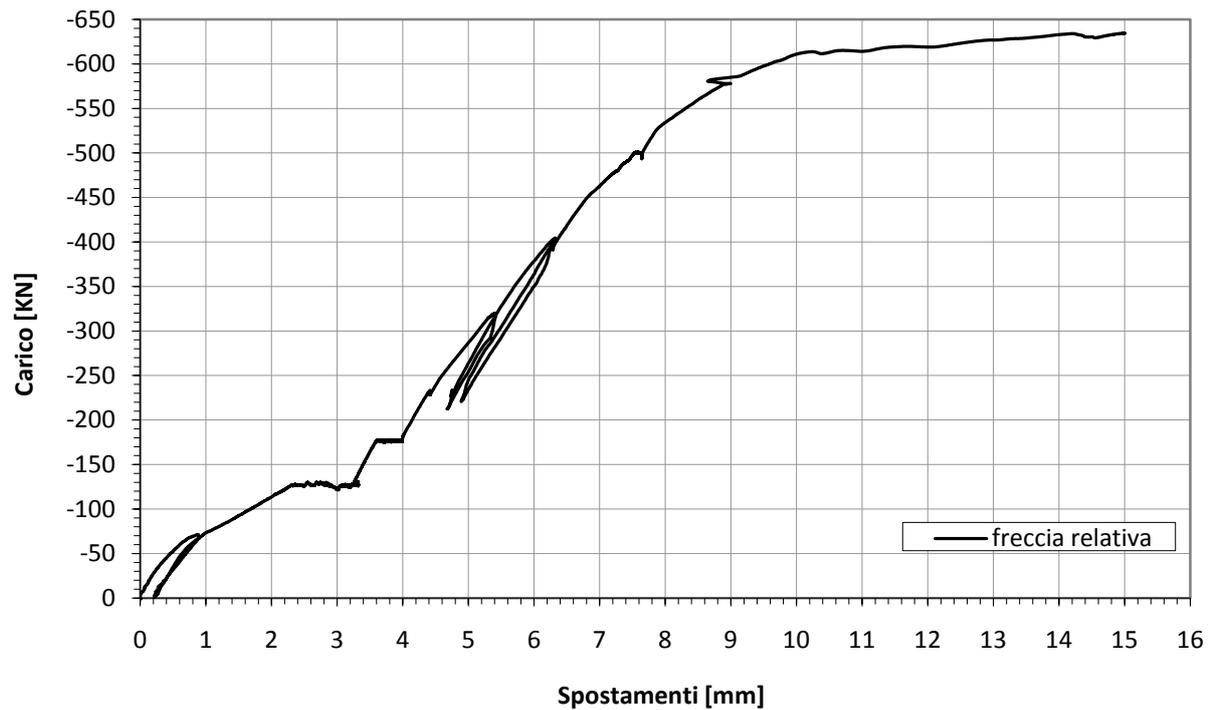


Grafico 5-6: Freccia relativa in funzione del carico

5.2 Prove sui provini cilindrici di calcestruzzo

Le prove per la valutazione di ritiro, creep, e modulo elastico sono state eseguite su provini cilindrici di calcestruzzo eseguiti il 07-09-07 (clsP) e su provini cilindrici di calcestruzzo, il cui getto è stato eseguito il 03-10-07 (clsS). Tali prove sono state eseguite col fine di valutare i moduli elastici ed i parametri reologici dei calcestruzzi esaminati.

5.2.1 Prove per la determinazione del modulo elastico

Per l'esecuzione della prova è necessario, preliminarmente, disporre sul provino cilindrico due estensimetri in posizione diametralmente opposta.

Il cilindro viene poi posto sotto ad una pressa e si inizia a dare carico sino ad arrivare a circa un terzo della resistenza ultima a compressione; giunti a tale valore, si scarica il provino, completando così il primo ciclo di carico. Si continua poi la fase di carico, eseguendo il secondo ed il terzo ciclo, terminato il quale il carico viene fatto crescere fino alla rottura del cilindro.

Data	Ora	Provino	Pressa	Giorni trascorsi dal momento del getto	E (N/mm ²)
28/09/2007	11,35	P6	60t scala da 30	21	36022
14/11/2007	11,40	P9	60t scala da 30	68	39017

Data	Ora	Provino	Pressa	Giorni trascorsi dal momento del getto	E (N/mm ²)
07/11/2007	11,30	Ps26	60t scala da 30	35	26545
14/11/2007	12,30	Ps25	60t scala da 30	42	26029

5.2.2 Prove di ritiro

I provini sono stati conservati nella sede in cui si è eseguita la prova di rottura della trave, in modo da uniformare le condizioni ambientali di tutti gli elementi coinvolti nello studio.

Parallelamente alle prove di ritiro, sono state eseguite anche prove di creep (descritte nel prossimo paragrafo).

Sono stati monitorati complessivamente 4 cilindri. In ciascuno di essi sono stati disposti due estensimetri per il rilevamento delle deformazioni verticali.

I rilevamenti sono cominciati dopo circa un giorno dalla conclusione della prima fase di carico.

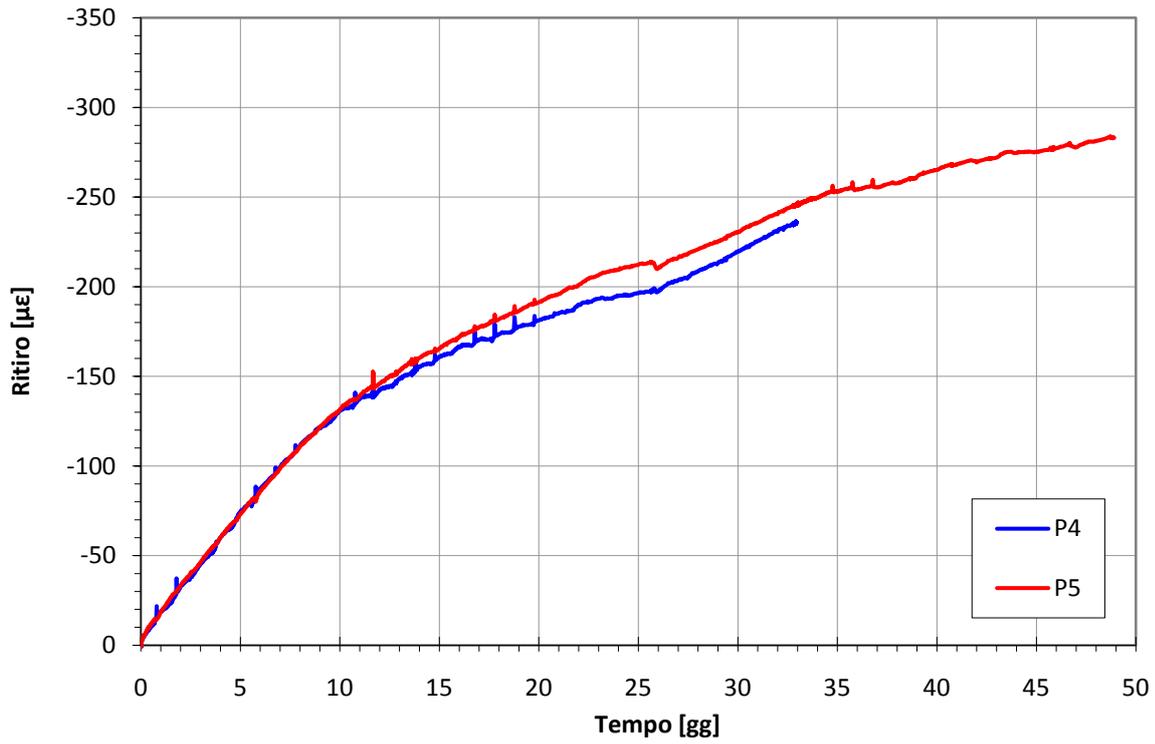


Grafico 5-7: Ritiro YclsP

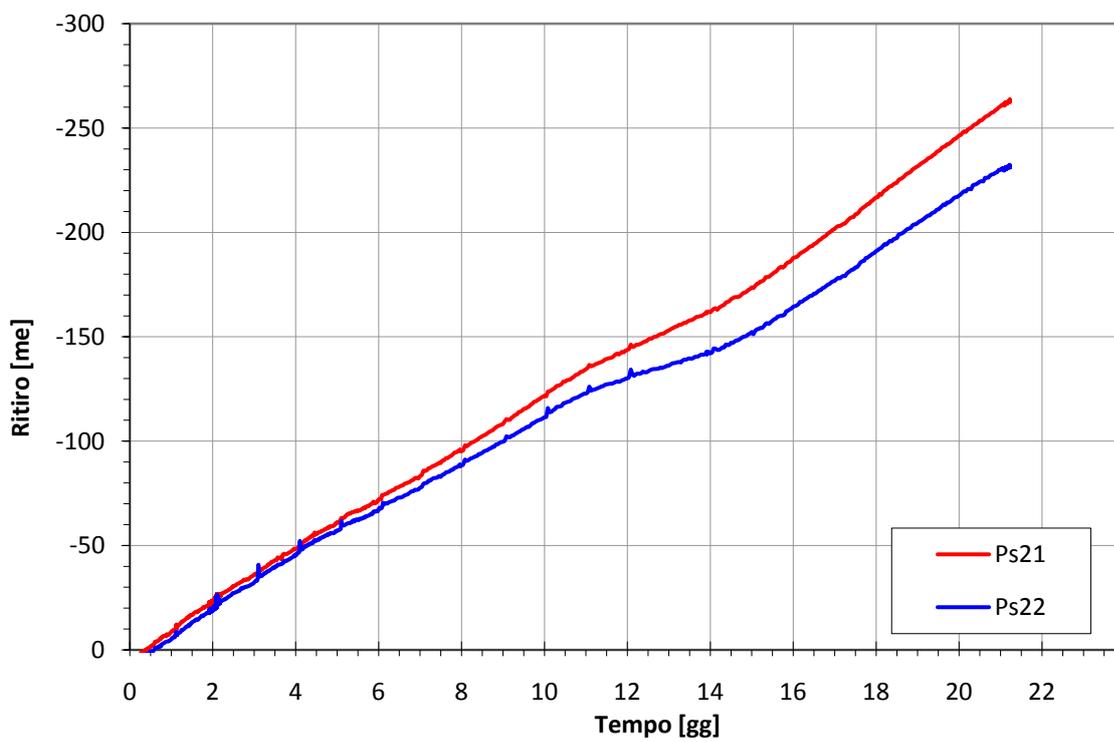


Grafico 5-8: Ritiro YclsS

5.2.3 Prove di creep su provini cilindrici

Tutte le prove di creep svolte su provini cilindrici sono state eseguite con uguali modalità e attrezzature.

I provini utilizzati per ciascuna prova sono stati inseriti in un apposito telaio metallico, entro il quale è stato possibile applicare ad essi una certa forza.

Per ciascuna prova sono stati utilizzati 2 cilindri aventi diametro di circa 15 cm. L'intensità del carico agente in un certo telaio è stata determinata in modo tale che sui provini agisse una tensione pari a circa il 55% della tensione di rottura. Quest'ultima è stata determinata andando a rompere, prima dell'esecuzione della prova, alcuni provini generati dallo stesso getto di quelli che sarebbero stati utilizzati per la prova di creep.

La teoria sulla viscosità del calcestruzzo considera che il materiale abbia un comportamento lineare per stati tensionali inferiori al 40÷45% della tensione di rottura, oltre i quali si manifestano fenomeni di non linearità.

Per ciascuno stato tensionale sono stati previsti due provini, in modo da poter confrontare e mediare i risultati della prova e valutarne meglio l'attendibilità.

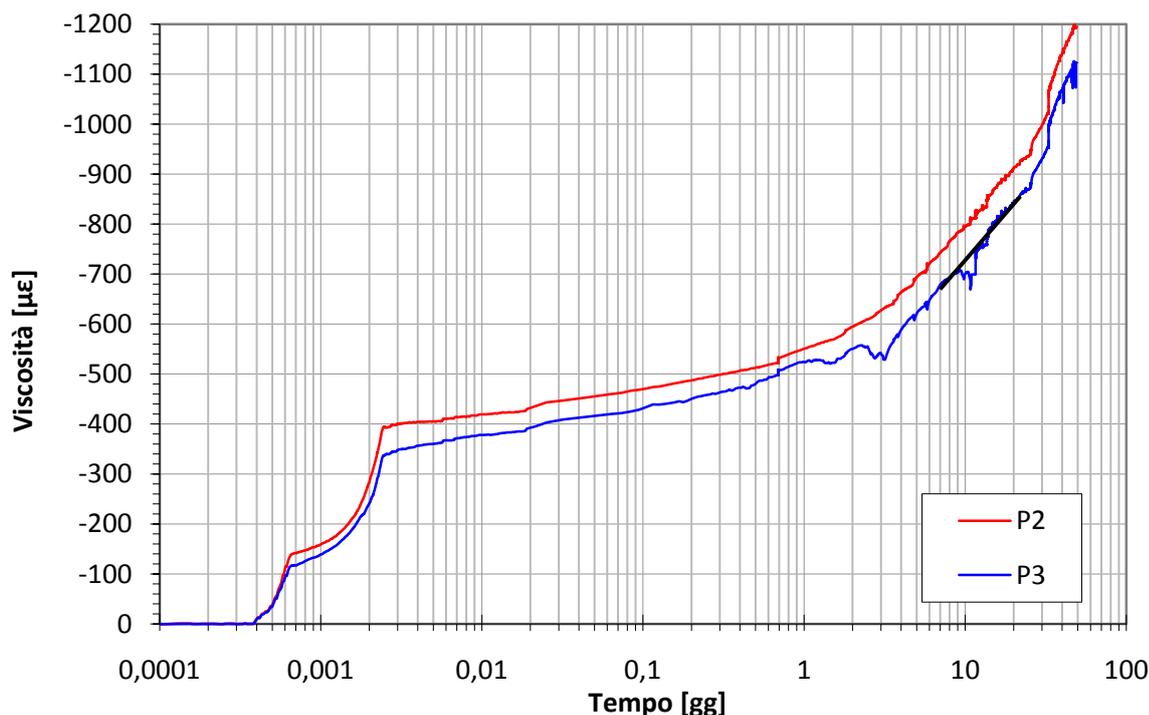


Grafico 5-9: Creep YclsP

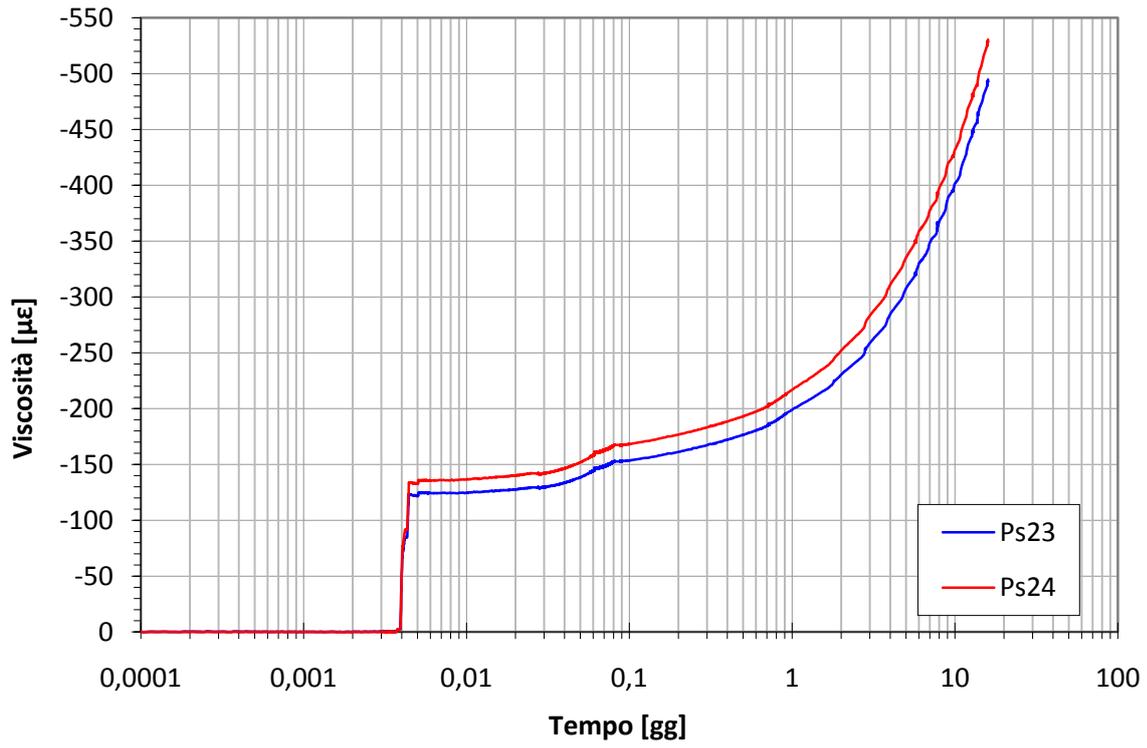


Grafico 5-10: Creep YclsS

Capitolo 6

Modelli a fibre per l'analisi differita nel tempo

Sono stati creati modelli, a differente scala, che ricostruiscano le deformazioni differite nel tempo di elementi sollecitati da un carico costante ed incrementato più volte.

L'analisi si è svolta implementando il cosiddetto algoritmo esponenziale, inizialmente proposto da Zienkiewicz e Watson (1966) e sviluppato per problemi di visco-elasticità con invecchiamento da Bazant (1971 e Bazant e Wu (1974), a livello di fibra. L'algoritmo è stato poi esteso alla risoluzione di sezioni in c.c.a. gettate in due fasi ed infine all'analisi della deformata di una trave, anch'essa gettata in due fasi.

Per eseguire l'analisi numerica di una trave inflessa reale in ca, vengono studiati i due casi limite di sezione fessurata (considerando la tensione resistente a trazione del cls pari a zero) e sezione non fessurata (considerando il cls in grado di reagire a trazione come a compressione). È evidente che la soluzione reale è quella intermedia a questi due casi limite. Per carichi molto bassi anche il calcestruzzo offre un contributo a trazione e la sezione rimane non fessurata. Oltre al momento di fessurazione, è dominante il comportamento di sezione fessurata.

I risultati ottenuti con questi due algoritmi vengono mediati utilizzando una legge di tension stiffening.

La trave prefabbricata è costituita inizialmente da una parte pregettata ribassata rispetto al solaio ed è sottoposta al peso proprio e a quello dei pannelli prefabbricati del solaio. Dopo alcuni giorni, si esegue il getto di completamento e la trave, costituita da due calcestruzzi di età differente, cresce in altezza e sopporta i carichi aggiuntivi del getto. Si attenderanno infine alcuni giorni prima di eseguire le opere complementari, gravanti anch'esse sul solaio.

Si comprende che l'evoluzione tensionale e deformativa in travi di questo tipo è fortemente influenzata dai tempi di esecuzione delle varie fasi e dalla modalità di applicazione dei carichi agenti su di esse.

Nell'analisi eseguita, la storia di carico è di tipo incrementale: il momento applicato cresce cioè fino a raggiungere il valore finale della fase 1. In seguito, a partire dall'esecuzione del getto di completamento, il momento cresce ancora. Infine, con l'applicazione dei rimanenti carichi di esercizio, il momento raggiunge il valore finale di fase 2.

6.1 Modelli a fibre

Il modello a fibre è un modello di tipo sezionale che fornisce risultati molto attendibili nello studio di elementi in calcestruzzo armato sottoposti a flessione. La ragione di questa maggiore attendibilità rispetto a modelli empirici, risiede nel fatto che questi ultimi prendono in considerazione l'intera sezione, mentre nel modello a fibre entrano in gioco le strisce di materiale in cui la sezione è stata suddivisa, ciascuna con le sue proprietà caratteristiche. Il prezzo da pagare è naturalmente un maggiore onere computazionale, che aumenta in relazione al numero delle strisce in cui viene discretizzata la sezione.

L'idea chiave alla base del modello è di discretizzare il dominio (cioè la sezione della trave) in un numero di strisce della stessa altezza. La scelta del numero di strisce (o in maniera duale, dell'altezza di ciascuna striscia) viene effettuata in relazione al grado di approssimazione che si vuole ottenere: minore è l'altezza, maggiore è il numero di strisce considerate tanto più accurata sarà la risposta del modello.

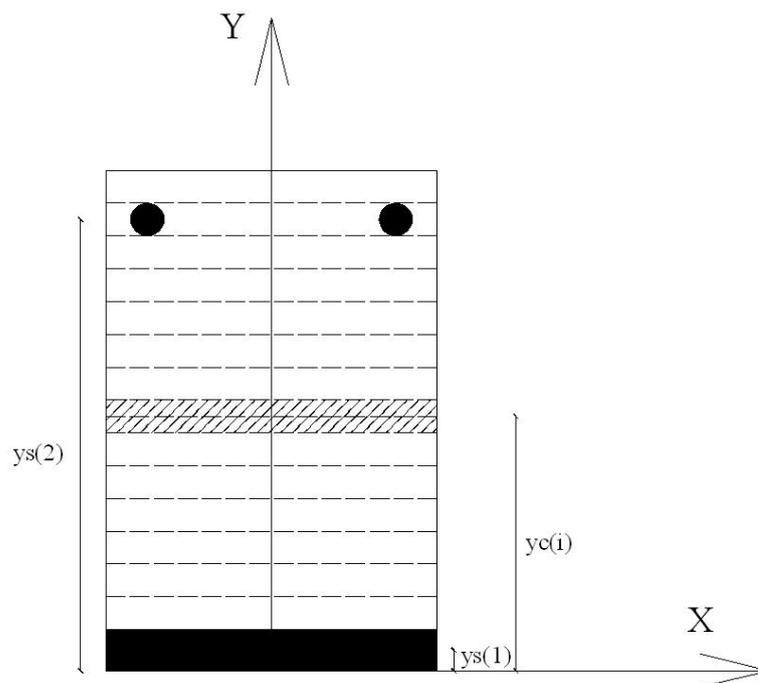


Figura 6-1: Discretizzazione della sezione

Alla base dei modelli a fibre oggetto della tesi stanno alcune ipotesi fondamentali:

1. Le sezioni restano piane prima e dopo l'applicazione dei carichi.
2. Se la sezione è fessurata, la tensione nel calcestruzzo viene trascurata; se invece non è fessurata, la resistenza a trazione è identica a quella a compressione.
3. Storie di carico non decrescenti.
4. L'acciaio ha un comportamento elastico lineare con modulo elastico E_s .
5. Le singole fibre di calcestruzzo seguono leggi di visco-elasticità lineare e sono soggette a ritiro.

La sezione rettangolare di calcestruzzo è suddivisa in tante strisce di ugual spessore e $y_c(i)$ indica la distanza del baricentro della i -esima striscia dall'asse x (Fig.8.1). $y_s(1)$, $y_s(2)$ e $y_c(i)$ indicano la distanza dall'asse x del baricentro delle fibre rispettivamente di acciaio teso e compresso.

Se si ipotizza che su ogni striscia tensioni e deformazioni siano costanti e che le sezioni restino piane, si possono scrivere le equazioni di equilibrio e di compatibilità in questo modo:

$$\sum_{i=1}^n \sigma_c(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=1}^m \sigma_s(i) \cdot A_s(i) = N$$

$$\sum_{i=1}^n \sigma_c(i) \cdot A_c(i) \cdot y_c(i) + \sum_{i=1}^m \sigma_s(i) \cdot A_s(i) \cdot y_s(i) = M$$

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_i}{y_c^i} = \chi$$

dove:

σ_c è la tensione del calcestruzzo

σ_s è la tensione dell'acciaio

ε_m è la deformazione del baricentro della sezione

ε_i è la deformazione dell' i -esima striscia

6.2 Livello fibra

Il primo problema affrontato è stato quello di riprodurre le deformazioni di una singola fibra di calcestruzzo sollecitata da un carico variabile nel tempo.

Utilizzando la teoria della solidificazione al §2.6 si è costruito un algoritmo secondo la formulazione incrementale con comportamento asintotico. L'algoritmo risolve il problema iterando sulla deformazione $e_k(j)$ della singola fibra di cls, cercando la soluzione $N = N_0$ con N_0 tensione esterna.

La discretizzazione avviene solo sul tempo diviso in r intervalli. Si risolve quindi la seguente equazione:

$$\sigma_{\mu,r}(t) = \sigma_{\mu,r-1} e^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_\mu}} + E_\mu v_{\mu,r-\frac{1}{2}} \lambda_{\mu,r}(\Delta \varepsilon_r)$$

$\Delta t_r = t_r - t_{r-1} = \text{intervallo di tempo } r$

$v_{\mu,r-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(v_{\mu,r-1} + v_{\mu,r}) = f. \text{ di invecchiamento del csl mediata nell'intervallo di tempo}$

$$\lambda_{\mu,r} = \left(1 - e^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_\mu}}\right) \frac{\tau_\mu}{\Delta t_r}$$

$\sigma_{\mu,r-1} e^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_\mu}} = \text{tensione del passo precedente differita nel tempo di } \Delta t_r$

$E_\mu = \text{rigidezza della } \mu - \text{ima unit\`a di Maxwell}$

$\tau_\mu = \text{tempi di ritardo della } \mu - \text{ima unit\`a di Maxwell}$

$\Delta \varepsilon_r = \varepsilon_r - \varepsilon_{r-1} = e_r(j) - \varepsilon_{r-1} = \text{differenza fra le deformazioni del passo precedente e quella di tentativo}$

6.3 Livello sezione

Calcolate le deformazioni per la singola fibra di calcestruzzo si è quindi ampliato il punto di vista passando ad una sezione in cls.

È chiaro che per fare ciò è necessario impostare un modello a fibre, discretizzando la sezione in tante strisce orizzontali. Si tratta dunque di flessione semplice e non deviata.

Mentre prima ci trovavamo davanti ad un'equazione non lineare, ora essa diventa due volte non lineare. Il risultato è da cercarsi in primis con una soluzione di tentativo su $e_k(j)$, deformazione della fibra sull'asse neutro, lungo l'asse della trave, in modo da raggiungere l'equilibrio delle tensioni. Ottenuto ciò, iterando sulla curvatura $\chi(ii)$, l'asse neutro viene traslato in alto o in basso per ricercare l'equilibrio del momento interno con il momento esterno sollecitante. Ogni iterazione sulla curvatura comporta un disequilibrio delle tensioni aumentando di molto l'onere computazionale.

6.3.1 Input

Tutti i dati in input al programma vengono estratti da un foglio di calcolo di excel 2003. Questo modo di operare ha il notevole vantaggio di consentire il raggruppamento dei dati, potendoli così commentare, descrivere, velocizzarne il controllo. Permette inoltre di pre-elaborarli con l'ausilio del foglio elettronico. Il costo rappresenta tuttavia un rallentamento considerevole dell'algoritmo.

1. Caratteristiche geometriche.

Con riferimento alla Figura 6-2, che schematizza la sezione tipo di una trave prefabbricata con successivo getto di completamento in opera, è necessario inserire i dati sulla geometria.

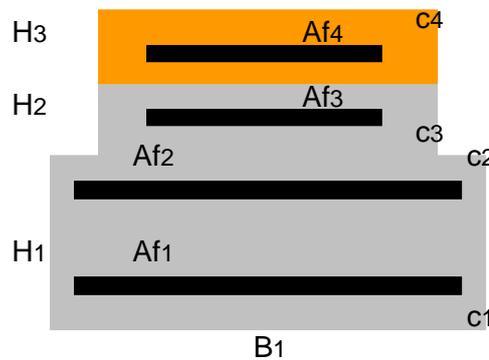


Figura 6-2: Schema sezione

2. Caratteristiche meccaniche.

il modulo elastico dell'acciaio E_s , la tensione di snervamento caratteristica dell'acciaio f_{yk} ,

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
	Momenti 3 fasi [kNm]	Tempi di carico [gg]	Caratteristiche meccaniche	Geom. Sezione	Creep Moduli Elastici P	Creep Moduli Elastici G	Creep tau	Creep S1_S2	Creep S1_S2	Parametri ritiro plinomiale n3	Caratteristiche meccaniche x sezione non fessurata	Caratteristiche meccaniche x Tension Stiff		Parametri beta TS	tempi di riferimento	Aggiustamento dei momenti	Momenti 3 fasi [kNm]	
1																		
2	361	51 fckP	65,81 B1	800	168	164	0,001	5,31996		0	65,81	65,81		1	0	92	212	
3	472	70 fyk	490 B2	600	2734	3574	0,01	0,10455	-1,46131		490	490		1	0,001	57	323	
4	644	85 Es	207000 H1	300	1250	6000	0,1	0,34737	-9,10736		207000	207000		0,4	0,002		495	
5		108 C1	0,4 H2	200	3000	4000	1	0,39347	0,11488		0,4	0,4			0,003			
6			0,7 H3	150	6500	8000	10		-6,76E-04		0,7	0,7			0,004			
7			RH%	75 c1	30	6600	2800	100	-9,4151		75	75			0,005			
8			Ritiro	1 c2	30	8000	3000	1E+06	-11,7357		1	1			0,006			
9			Trave Puntella	0 c3	10				0,04762		0	0			0,007			
10			fckPs	24,5 c4	30				0		24,5	24,5			14,999			
11			ki divvata al riti	8,43E-07 n^Af1	14										18,999			
12			EclsP	34016 n^Af2	2						34016	34016			23			
13				n^Af3	0													
14				n^Af4	4													
15				d1	26													
16				d2	10													
17				d3	0													
18				d4	20													

Figura 6-3: Pagina di excel per l'inserimento di tutti i dati necessari

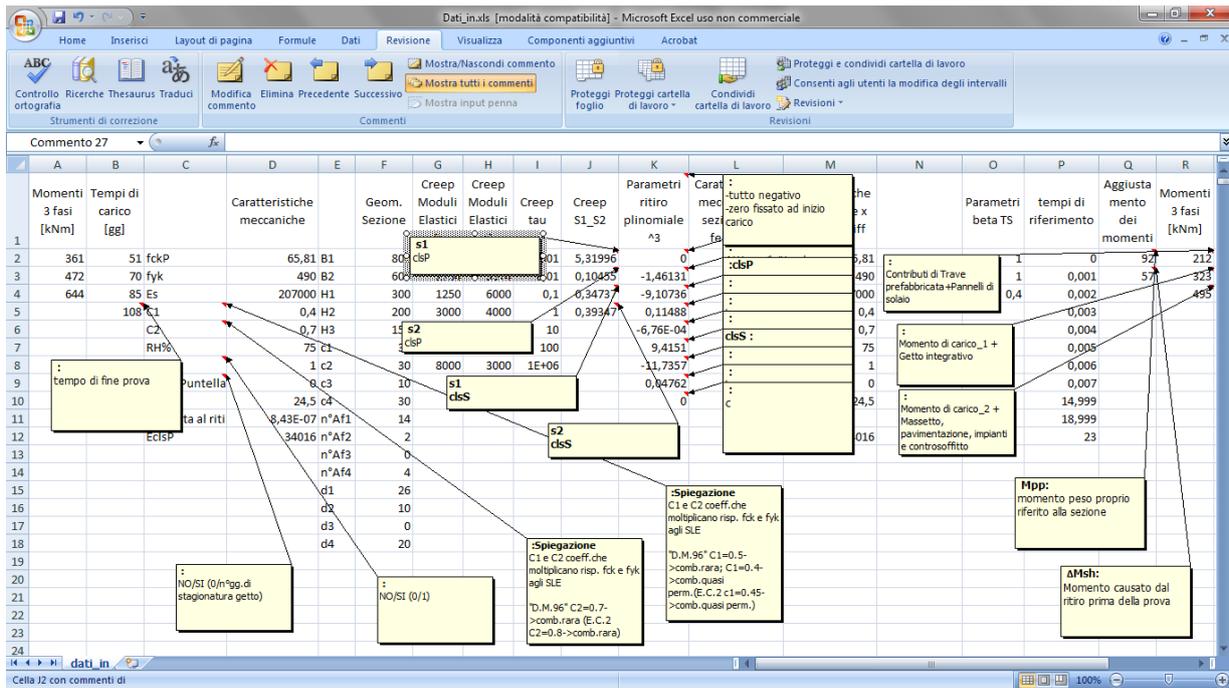


Figura 6-4: Pagina di excel per l'inserimento di tutti i dati necessari con le note attive

la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo f_{ck} .

3. Tempi di controllo.

Poiché viscosità e ritiro rappresentano un problema non lineare, non è valida la sovrapposizione degli effetti e la viscosità viene quindi definita con una funzione d'invecchiamento, che irrigidisce il materiale col passare del tempo, definita all'istante di carico. Durante gli incrementi di carico, è opportuno avere il maggior numero possibile di tempi di controllo delle deformazioni e delle tensioni, per poter utilizzare il modulo elastico istantaneo e far sì che la curva sia meglio definita sul ramo di deformazione istantanea mediata col tension stiffening. Il programma è impostato in modo tale da staccare, a partire dal generico istante di carico t_i , gli incrementi temporali Δt (espressi in giorni) riportati nella Tabella 6-1.

In particolare il programma è improntato in modo da distribuire il caricamento in 0,006 gg (circa 8min). Gli ultimi tre tempi sono i $(\Delta t - 0,001)$ fra i tempi di carico. Ad esempio $14,999 = (t_1 - t_2 - 0,001)$ mentre $11 = t_3 - t_{fine\ prova}$.

In questo modo, è possibile ottenere da un lato uno sviluppo uniforme delle curve in uscita, dall'altro tempi di calcolo contenuti (aumentare il numero dei tempi di controllo significa appesantire le procedure di calcolo ma migliorare l'andamento delle curve nel tempo).

Indice di passo r	Δt (giorni)
1	0
2	0,001
3	0,002
4	0,003
5	0,004
6	0,005
7	0,006
8	0,007
9	14,999
10	18,999
11	23

Tabella 6-1

Il vettore $t(r)$ così costruito va a determinare il “passo” (r indice di passo) dove la (r)-esima e la ($r-1$)-esima casella rappresentano, rispettivamente, il tempo di fine e di inizio passo. In questo caso il primo passo avverrà in 0,001 giorni, ovvero nell'intervallo di pochi secondi (in sostanza si esegue un'analisi istantanea, essendo, in tale intervallo, pressoché nulli gli effetti differiti).

4. Azioni esterne e relativi tempi di applicazione.

Devono essere inseriti: i valori dei momenti flettenti agenti in fase 1 in seguito all'esecuzione del getto di completamento, quelli agenti in fase 2 e la durata di applicazione di M_1 , di M_2 e di M_3 . Le azioni flettenti possono essere considerate costanti all'interno del passo ed essere applicate all'inizio di esso. In alternativa, è possibile inserire una storia di carico costituita da incrementi; quest'ultima opzione è utile se si desidera studiare la rigidità della trave in fase 1, in fase 2 e in fase 3, e costruire il diagramma momento-curvatura.

5. Parametri delle proprietà reologiche delle unità di Maxwell.

Si richiede l'inserimento dei tempi di ritardo τ_μ , delle rigidità E_μ e delle leggi di solidificazione s_1 e s_2 .

I tempi di ritardo sono gli stessi nel caso di calcestruzzo prefabbricato e calcestruzzo gettato in opera, mentre le rigidzze sono diverse, poiché il calcestruzzo prefabbricato ha proprietà meccaniche superiori rispetto a quello gettato.

I tempi di ritardo sono stabiliti a priori, come suggerito da Bazant, presi regolarmente spazati nella scala logaritmica dei tempi coprendo tutto l'intervallo da investigare. Le rigidzze E_{μ} ed i parametri s delle leggi di invecchiamento sono calcolati utilizzando una calibrazione del modello sulla base dei dati sperimentali (Capitolo 7).

Unità di Maxwell	1	2	3	4	5	6	7
τ_{μ} (giorni)	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^0$	$1 \cdot 10^1$	$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^6$

Tabella 9.1

6. La possibilità di effettuare l'analisi differita con o senza ritiro:

le deformazioni dovute al ritiro possono essere valutate utilizzando le indicazioni del CEB o stimate da una curva sperimentale interpolata da una polinomiale cubica. Nel caso si utilizzi una polinomiale cubica, devono essere inseriti nel foglio di calcolo i coefficienti delle due polinomiali, una per il clsP e l'altra per il clsS.

Se invece si utilizzano le indicazioni del CEB le deformazioni dovute al ritiro valgono:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs0} \beta_s(t - t_0) = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \beta_s(t - t_0)$$

dove:

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + 10\beta_{cs} \cdot (9 - f_{cm}/f_{cm0})] \cdot 10^6$$

è un coefficiente dipendente dalle caratteristiche di resistenza e di stagionatura del calcestruzzo con $f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$, e $\beta_{cs} = 5$ (coefficiente che dipende dal tipo di cemento).

Il coefficiente β_{RH} dipende dall'umidità relativa dell'ambiente esterno e vale:

$$\beta_{RH} = -1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right]$$

dove $RH_0 = 100\%$. L'evoluzione del ritiro nel tempo vale:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{\frac{(t - t_s)}{t_1^*}}{350 \cdot \left(\frac{h_0}{h_1} \right)^2 + \frac{(t - t_s)}{t_1^*}} \right]^{0.5}$$

nella quale t_s e t sono espressi in giorni, h_0 è lo spessore fittizio, $h_1=100\text{mm}$, $t_1^*=1\text{giorno}$. Ponendo $t_1 = t_s$ (costante), noto il vettore dei tempi di controllo $t(r)$, risulta immediato il calcolo delle deformazioni dovute al ritiro $\varepsilon_{cs}(t(r))$, ovvero l'incremento $\varepsilon_{cs}(r)$ da attribuire ad ogni singolo passo r .

6.3.2 Risolutore

Il modello a fibre permette di analizzare il comportamento dei materiali che compongono la sezione, tenendo conto delle effettive proprietà delle singole fibre.

Nella modellazione si considerano i fenomeni reologici caratteristici del calcestruzzo, utilizzando la formulazione incrementale della teoria di Bazant, attraverso la quale si eseguirà l'analisi al passo:

6.1

$$\sigma_{\mu,r}(t) = \sigma_{\mu,r-1} e^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_\mu}} + E_\mu \nu_{\mu,r-\frac{1}{2}} \lambda_{\mu,r} (\Delta \varepsilon_r - \Delta \varepsilon_{cs})$$

L'equazione base è la stessa della fibra con l'aggiunta del termine $\Delta \varepsilon_{cs}$ della deformazione da ritiro nell'intervallo di tempo Δt_r .

Sono elencati di seguito i passi che il modello a fibre esegue per il calcolo della sezione inflessa a lungo termine:

- 1) Creazione del vettore dei tempi e dei momenti
- 2) Discretizzazione della sezione

Il codice effettua la discretizzazione del dominio della sezione in strisce.

- 3) Creazione del passo (r-indice di passo)

Viene creato il vettore $t(r)$ dei tempi di controllo secondo la procedura già discussa, in base al quale sono generati il passo e le azioni esterne da attribuire ad esso.

- 4) Calcolo dei parametri.

noti tempi di ritardo, s_1 , s_2 ed il vettore $t(r)$ calcola i $\lambda_{m,r}$ e le funzioni di invecchiamento $\nu_{m,r-1/2}$.

- 5) Calcolo della deformazione da ritiro.

Calcolo, qualora fosse richiesta l'analisi differita con ritiro, dell'incremento $\Delta \varepsilon_{cs}(r)$ da attribuire ad ogni singolo passo r.

- 6) Impostazioni iniziali dei valori.

- curvatura $\chi(i)$ ed incremento di curvatura $\Delta \chi$ (incremento legato all'indice ii di iterazione);
- deformazione ε_k del baricentro;
- variabili di stato $\sigma_{\mu,r-1}$ al passo precedente che figurano nella (6.1); per $r=1$, $\sigma_{\mu,0} = 0$ essendo le fibre scariche prima di allora;
- deformazioni alla fine del passo precedente $\varepsilon_{\text{passo}(r-1)}$ delle fibre di cls: per $r=1$, $\varepsilon_{\text{passo}(0)}=0$ essendo la sezione indeformata prima di allora.

1. Analisi al passo:

- a) Assegnazione dei parametri di prova: vengono impostati come parametri di prova quelli per la curvatura precedente. Nel caso si tratti del primo ciclo del passo 1 considera quelli di default iniziali;
- b) Calcolo delle deformazioni: noti i valori attuali di deformazione ε_k del baricentro e curvatura, il programma calcola la deformata della sezione, ovvero la deformazione assiale delle singole fibre di calcestruzzo e delle barre di acciaio;
- c) Calcolo degli incrementi di deformazione: note le deformazioni alla fine del passo precedente $\varepsilon_{passo}(r-1)$ e le deformazioni attuali $\varepsilon(ii)$, sono calcolati gli incrementi di deformazione da inserire nella (6.1):

$$\Delta\varepsilon_r(ii) = \varepsilon(ii) - \varepsilon_{passo}(r-1)$$

- d) Calcolo delle tensioni nel calcestruzzo: in questa subroutine si calcola la tensione per ogni fibra in base ai parametri di prova e all'incremento attuale di deformazione $\Delta\varepsilon_r(ii)$. La tensione relativa alla singola fibra è data da:

$$\sigma(t) = \sum_{\mu=1}^N \sigma_{\mu,r}(t)$$

- e) Calcolo delle tensioni nell'acciaio: la tensione nell'acciaio viene calcolata come prodotto della deformazione assiale attuale $\varepsilon_s(ii)$ delle barre per il modulo elastico E_s ;
- f) Calcolo dello sforzo assiale: N è dato dall'equazione del sistema del modello a fibre:

$$\sum_{i=1}^n \sigma_c(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=1}^m \sigma_s(i) \cdot A_s(i) = N$$

- g) Calcolo dello scarto $|N - \underline{N}| < \Delta N$: condizione di equilibrio alla traslazione; se lo sforzo N di prova, calcolato all'iterazione precedente, è uguale a \underline{N} imposto ($\underline{N}=0$) a meno di un certo ΔN , allora rimanda al punto i) altrimenti modifica la distribuzione delle ε al punto h);
- h) Modifica di ε_k : se N di prova risulta maggiore di \underline{N} , allora il programma aumenta ε_k di una certa quantità $\Delta\varepsilon$; questo non significa altro che traslare il diagramma della deformata verso l'alto. Viceversa se $N < \underline{N}$, ε_k diminuisce, con conseguente spostamento verso il basso della deformata;
- i) Memorizzazione dei parametri di prova: una volta verificato l'equilibrio alla traslazione della sezione, i parametri di prova vengono assunti come esatti per quella curvatura e memorizzati;
- j) Calcolo del momento $M(ii)$: utilizzando l'equazione 2) del sistema del modello a fibre;

$$\sum_{i=1}^n \sigma_c(i) \cdot A_c(i) \cdot y_c(i) + \sum_{i=1}^m \sigma_s(i) \cdot A_s(i) \cdot y_s(i) = N$$

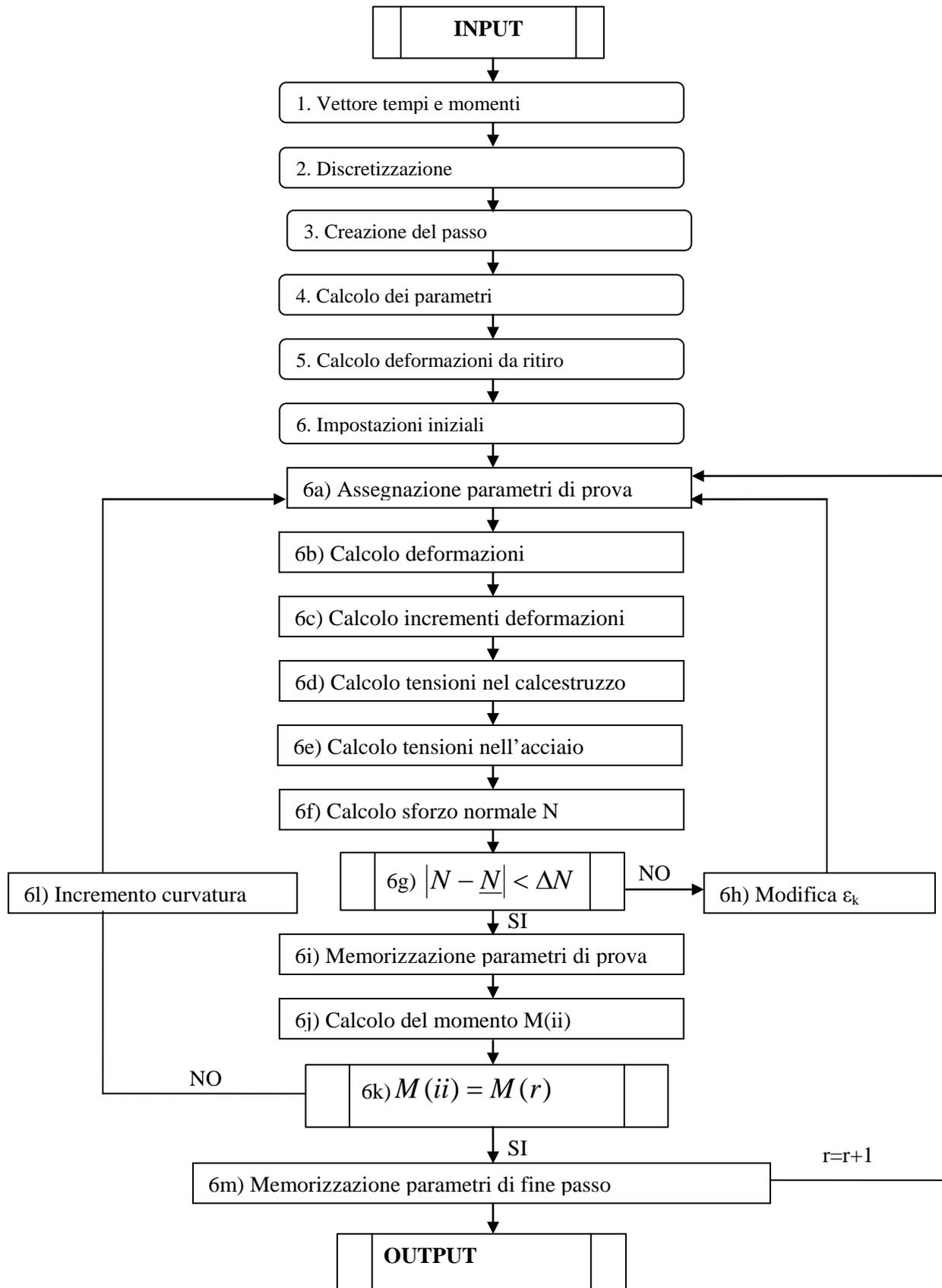
k) Valutazione del raggiungimento del momento esterno: se il momento $M(ii)$ ha raggiunto il valore dell'azione flettente esterna $M(r)$ competente al passo r -esimo allora termina il passo e va al punto m) altrimenti incrementa la curvatura al punto l);

l) Incremento di curvatura:

$$\chi(ii) = \chi(ii - 1) + \Delta\chi$$

m) Memorizzazione dei parametri al termine di ogni passo: deformazioni e tensioni delle armature e delle fibre di calcestruzzo; curvatura ed asse neutro; deformazioni $\varepsilon_{passo}(r - 1)$ alla fine del passo precedente; valore delle variabili di stato $\sigma_{m,r}$; a questo punto esegue il passo successivo ($r=r+1$) ritornando al punto a).

Di seguito si riporta il diagramma a blocchi che sintetizza questi passi.



6.3.3 Tension stiffening

Il comportamento degli elementi in cemento armato può essere suddiviso in due stadi:

- Stadio I: l'elemento in cemento armato non è ancora fessurato, il comportamento può essere considerato elastico lineare;
- Stadio II: una volta raggiunta la resistenza a trazione del calcestruzzo, l'elemento si presenta fessurato.

Il meccanismo di trasmissione degli sforzi tra l'acciaio e il calcestruzzo avviene in perfetta aderenza nello stadio I, cioè fino a quando il calcestruzzo non raggiunge, in una generica sezione, una tensione principale di trazione maggiore della sua resistenza a trazione. In questa sezione si genera una fessura e le tensioni di trazione che venivano assorbite dal calcestruzzo sono trasferite all'acciaio. Nel momento in cui il calcestruzzo si fessura (stadio II) nascono degli scorrimenti tra acciaio e calcestruzzo, i quali generano delle tensioni tangenziali nella barra (o nell'insieme barra-calcestruzzo circostante) in grado di rimettere in gioco la resistenza a trazione nel calcestruzzo, il quale può così partecipare nuovamente all'assorbimento delle sollecitazioni di trazione. Questo fenomeno, noto come tension stiffening, si traduce in un "incremento" della rigidezza dell'elemento rispetto al caso di elemento completamente fessurato.

Viene ora presentato un approccio per modellare questo fenomeno a livello di studio della sezione. La curvatura della sezione può essere valutata come:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_{sm}}{d}$$

con d altezza utile della sezione e ε_c , ε_{sm} deformazioni nel calcestruzzo al lembo compresso e in corrispondenza dell'armatura.

È indicato con M_{cr} il momento corrispondente alla fessurazione del calcestruzzo:

$$M_{cr} = f_{ct} \cdot \frac{B \cdot H^2}{6}$$

Dove f_{ct} è la resistenza a trazione del calcestruzzo, B e H sono le dimensioni caratteristiche della sezione.

Se sulla sezione agisce un momento M , è possibile calcolare la curvatura media della sezione come:

$$\frac{1}{r_m} = \gamma \frac{1}{r_1} + (1 - \gamma) \frac{1}{r_2}$$

Dove il coefficiente γ è dato da:

$$\gamma = \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^\alpha$$

L'esponente α proposto dal Model Code $\alpha = 2$.

$\frac{1}{r_1}$ e $\frac{1}{r_2}$ sono invece le curvature, corrispondenti al momento M , calcolate con la sezione in Stadio I (completamente reagente) ed in Stadio II (completamente fessurata):

$$\frac{1}{r_1} = \frac{M}{E_c I_1} \quad \frac{1}{r_2} = \frac{M}{E_c I_2}$$

con I_1 e I_2 momenti di inerzia (omogeneizzati al calcestruzzo) della sezione rispettivamente interamente reagente e fessurata.

Il diagramma momento-curvatura proposto dal C.E.B., in funzione di $\beta = \beta_1 \cdot \beta_2$, risulta quindi del tipo riportato in Figura 6-5.

I coefficienti β_1 e β_2 sono così definiti:

$\beta_1 = 1$ barre ad aderenza migliorata; $\beta_1 = 0.5$ barre lisce;

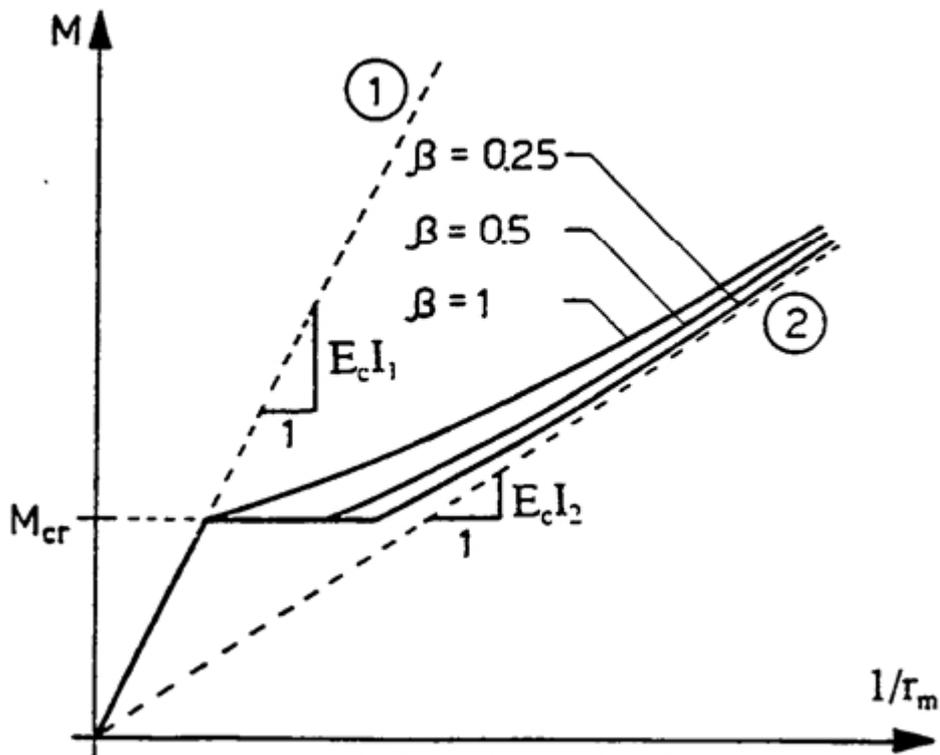


Figura 6-5: Diagramma momento-curvatura (CEB 1981)

$\beta_2 = 1$ carichi istantanei; $\beta_2 = 0.5$ carichi di lunga durata o ciclici.

Siccome la trave è gettata in più fasi, il momento di fessurazione in fase 2 è maggiore di quello di fase 1. Se però la trave si è fessurata in fase 1 rimane fessurata anche in fase 2, nonostante il momento sollecitante possa essere minore del momento di fessurazione in fase 2. Il cambiamento di sezione comporta l'allontanamento dalla tendenza della fase fessurata, che si traduce in un irrigidimento della sezione, ossia in un ramo di carico meno pendente.

Per modellare questo comportamento realistico della trave si è trasformato il tension stiffening facendo sì che, non prima del terzo incremento di carico, il momento di fessurazione utilizzato nel tension stiffening passi dal momento di fessurazione della trave prefabbricata a quello della trave completata (Figura 6-6).

6.4 Livello trave

L'obiettivo di questo modello numerico è ricavare la deformata della trave.

La trave viene discretizzata lungo la sua lunghezza in conci, alle estremità dei quali vengono valutati curvatures, rotazioni ed abbassamenti. Queste grandezze sono legate tra loro da un'integrazione che, nel modello, è eseguita con l'integrazione nel punto medio, assumendo come lineare l'andamento delle variabili di spostamento nei conci.

Il procedimento è quindi quello di ricavare i diagrammi momento-curvatura di ogni concio con SEZIONE e di integrare la curvatura lungo la trave per ogni tempo di controllo.

L'elemento strutturale studiato (Figura 6-7) è simmetrico e caricato simmetricamente. E' perciò possibile calcolare solo mezza trave e ricreare l'altra metà a specchio.

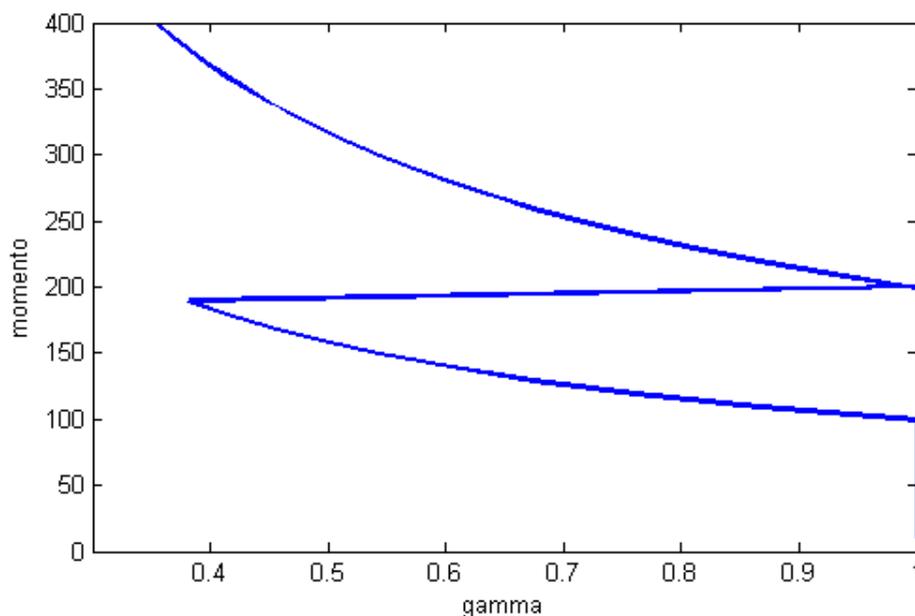


Figura 6-6: Andamento di γ per $M_{cr1}=100$ e $M_{cr2}=200$

Il metodo di inserimento dei dati è del tutto simile a quello visto in precedenza per la sezione; le uniche differenze riguardano la richiesta delle dimensioni geometriche della trave e la definizione del carico P del pistone.

6.4.1 Discretizzazione della trave

Come prima cosa viene discretizzata la trave in un numero di conci (come dato in input) poi conseguentemente viene creata la matrice *discr* che racchiude tutte le informazioni necessarie:

$discr(i \times jk)$ $jk = n^\circ$ di sezioni esaminate $i = n^\circ$ righe matrice *discr*

$i=1 \rightarrow$ progressivo della coordinata z delle sezioni esaminate

$i=2 \rightarrow$ lunghezza dei conci

$i=3 \rightarrow$ momento che il concio subisce dopo il primo incremento

$i=4 \rightarrow$ momento che il concio subisce dopo il secondo incremento

$i=5 \rightarrow$ momento che il concio subisce dopo il terzo incremento

Nei momenti è considerato l'incremento di momento dovuto al peso proprio della trave prefabbricata, che è considerato all'interno del primo carico, ed al peso proprio del getto integrativo, che è considerato all'interno del secondo incremento. Il momento è calcolato in automatico prendendo in input le geometrie della sezione.

Quindi jk è l'indice della discretizzazione sulla lunghezza della trave.

6.4.2 Risoluzione dei conci

Inizia poi un ciclo for su jk indice di posizione lungo la trave.

Non vengono risolti tutti i conci, in quanto la trave è inflessa a quattro punti e quindi simmetrica. Il momento nel tratto centrale ha momento massimo ma pressochè costante, per cui è lecito tralasciare in questa zona il contributo del peso proprio e studiare la sola sezione di mezzeria, applicandola in tutta questa zona.

Un altro accorgimento per velocizzare l'elaborazione del modello a fibre è di tralasciare il calcolo

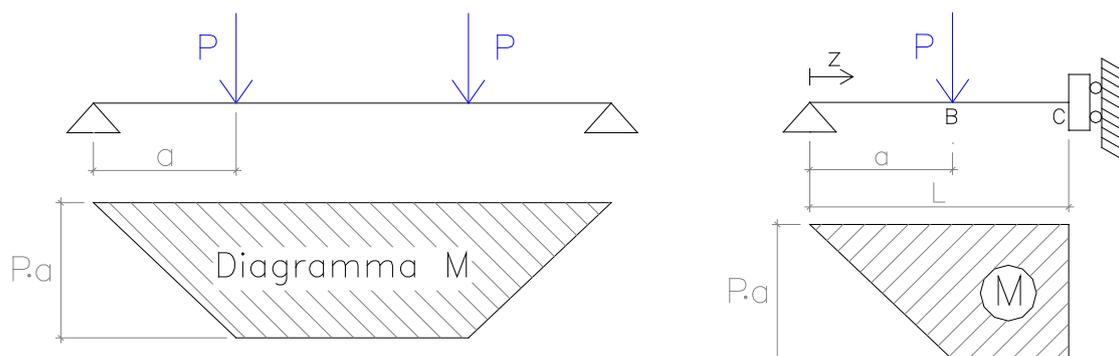


Figura 6-7: Schema di carico della trave e sua semplificazione

dello stadio fessurato della trave in quanto se, vicino agli appoggi, il momento sollecitante massimo nella sezione è minore del momento di fessurazione, essa non si fessura e di conseguenza il tension stiffening non serve, perché la soluzione è già stata trovata nello studio dello stadio non fessurato.

Gli stati e il tension stiffening girano come function per evitare contrasti tra di loro e vengono salvati soltanto i dati necessari alla risoluzione della trave, ovvero tempi, momenti e curvatures.

Il processing di questa fase è a questo punto uguale a quello visto in SEZIONE.

Finita la mediazione delle curvatures con il tension stiffening vengono salvati i risultati di ogni concio in $Ris(:,i,jk)$ una matrice organizzata come segue.

Nelle colonne i:

i=1 momenti sollecitanti

i=2 curvatura mediata col tension stiffening

i=3 tempo

i=4 curvatura da stadio I

i=5 tempo

i=6 curvatura da stadio II

Nella profondità jk sono salvati i risultati di ogni sezione controllata.

6.4.3 Integrazione

L'integrazione lungo la trave avviene con il metodo del valore medio. Viene quindi valutata la media delle curvatures tra le due sezioni di un concio, la quale viene poi moltiplicata per la lunghezza del concio stesso.

$$\varphi_{jk} = \sum_{i=jk}^N \chi_i^m \Delta z_i$$

In una trave simmetrica la rotazione è pari a 0 in mezzeria, per cui la curvatura va integrata dal centro verso l'esterno.

$$jk = \text{length}(\text{discr}) - 1 : -1 : 1$$

L'abbassamento, al contrario, è pari a zero all'appoggio, per cui la rotazione va integrata dall'esterno fino al centro.

$$\delta_{jk} = \sum_{i=1}^{jk} \varphi_i^m \Delta z_i$$

$$jk = 2 : \text{length}(\text{discr})$$

Capitolo 7

Calibrazione dei parametri riguardanti le proprietà reologiche dei calcestruzzi

7.1 Calibrazione ritiro

Il modello dà la possibilità di valutare il ritiro attraverso le indicazioni del CEB o utilizzando una curva sperimentale fittata con una polinomiale di terzo grado.

È chiaro che, per riprodurre risultati sperimentali, la stima del ritiro ottenuta tramite le indicazioni del CEB si presenta generica; per tale motivo si è percorsa la strada dell'interpolazione della curva

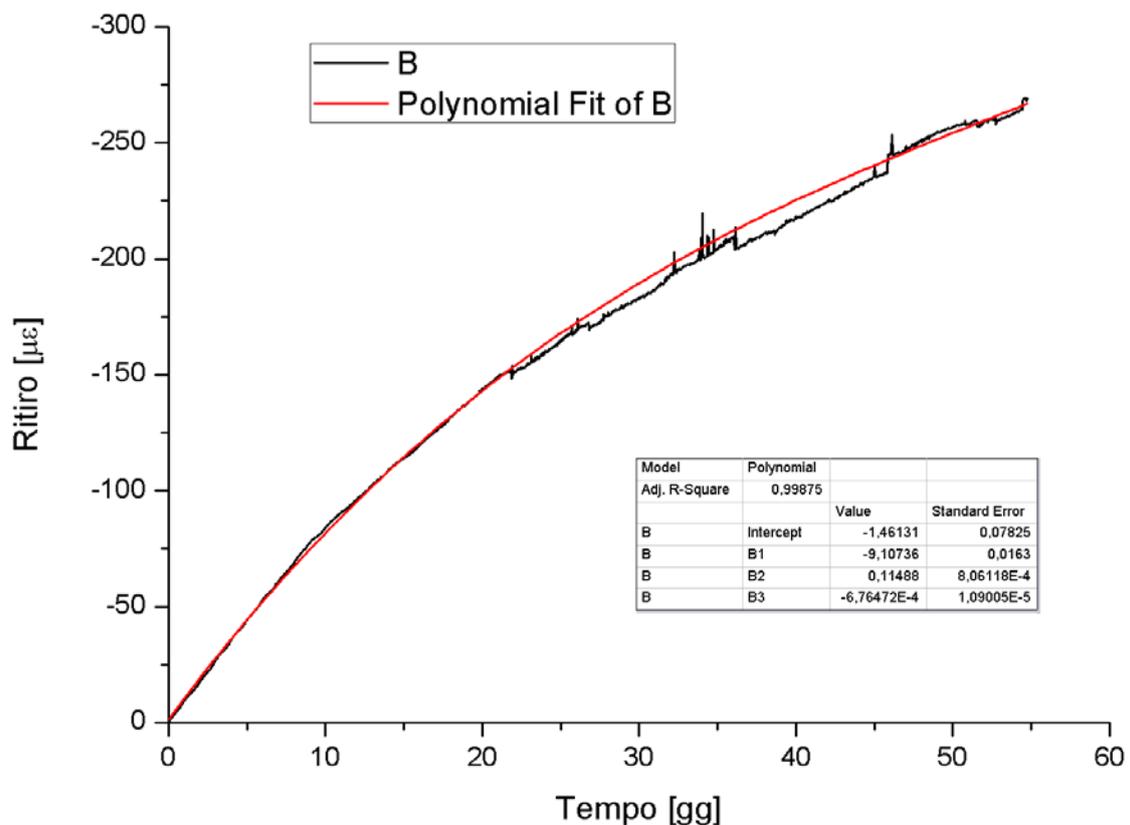


Figura 7-1: Interpolazione ritiro MclsP

sperimentale di ritiro.

L'interpolazione delle curve è stata eseguita con delle polinomiali di terzo grado che hanno un'equazione del tipo:

$$y = y_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3$$

Nelle figure da Figura 7-1 a Figura 7-4 sono visualizzati i risultati delle interpolazioni.

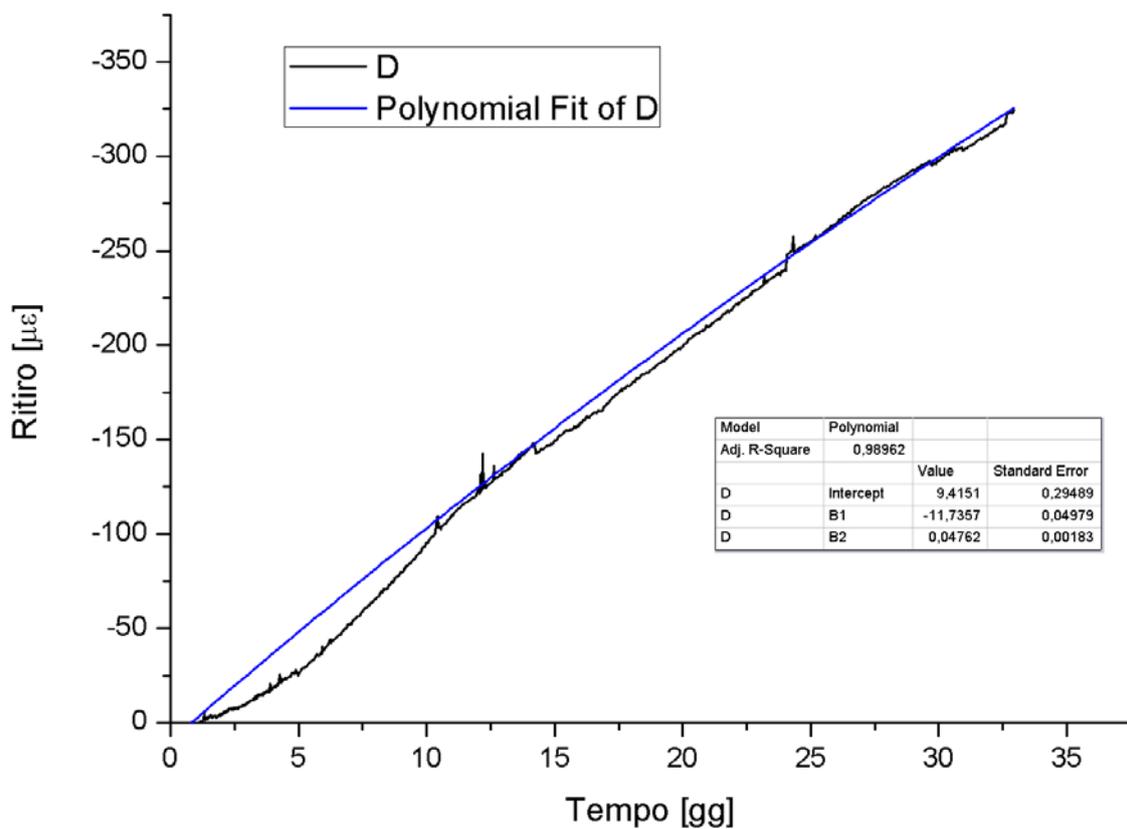


Figura 7-2: Interpolazione ritiro MclsS

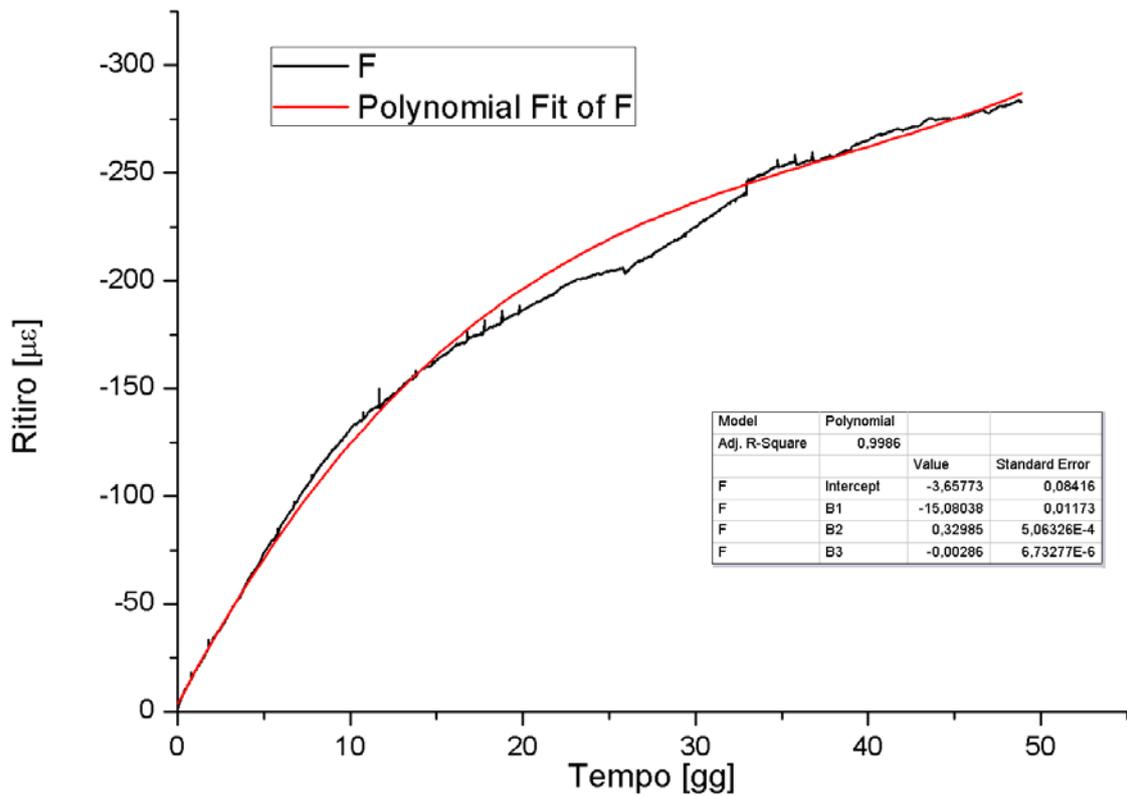


Figura 7-3: Interpolazione ritiro YclsP

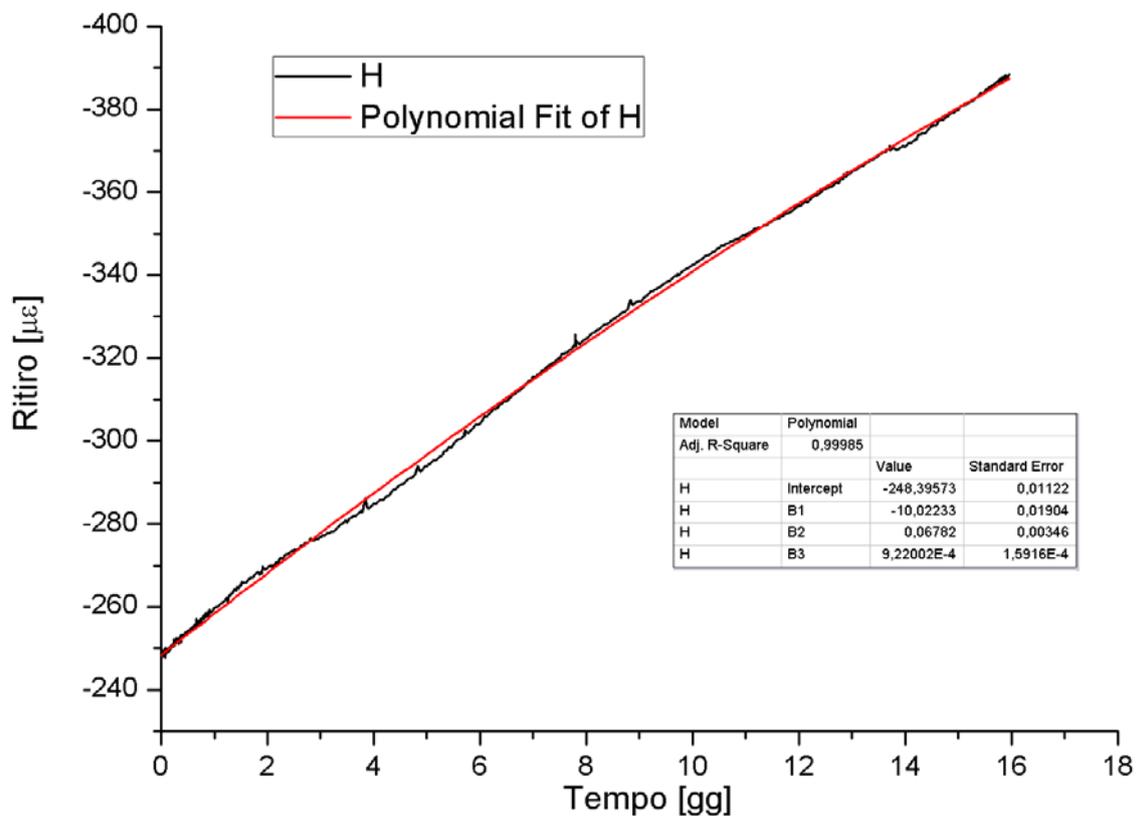


Figura 7-4: Interpolazione ritiro YclsS

7.2 Calibrazione rilassamento

Il modello lavora con le curve di rilassamento, piuttosto che con quelle di creep. E' infatti più agevole lavorare con la funzione di rilassamento, la quale presenta le stesse dimensioni di un modulo elastico.

Risulta cioè più comodo lavorare in termini di tensioni piuttosto che in termini di spostamenti.

La calibrazione delle curve di rilassamento mira proprio alla determinazione dei moduli pseudo-elastici E_μ e dei parametri s delle curve di invecchiamento dei calcestruzzi, a partire da prove sperimentali di viscosità su cilindri.

I provini cilindrici (§4.2, §5.2) hanno subito incrementi di carico atti a svelare le proprietà di solidificazione. Un cls si irrigidisce nel tempo. Con i caricamenti successivi al primo, possiamo provare ad isolare le deformazioni causate dal singolo incremento ed ottenere, da una singola prova, più curve sperimentali differite nel tempo. Si rafforza quindi l'accuratezza nella determinazione dei moduli pseudo-elastici E_μ e si ottiene qualche punto per la determinazione della curva di invecchiamento.

7.2.1 Isolamento delle curve di creep

Partendo dalle curve di viscosità dei provini cilindrici sono state isolate le deformazioni dei singoli incrementi di carico per tutti i tipi di cls, che sono MclsP, MclsS, YclsP, YclsS.

A partire dall'istante successivo alla fine del caricamento sono state interpolate le sole deformazioni da creep con funzioni del tipo:

$$y = y_0 + A_1 e^{\frac{-x}{10^{-3}}} + A_2 e^{\frac{-x}{10^{-2}}} + A_3 e^{\frac{-x}{10^{-1}}} + A_4 e^{-x} + A_5 e^{\frac{-x}{10^2}} + A_6 e^{\frac{-x}{10^3}}$$

Questo tipo di curva ripercorre bene l'andamento delle curve di viscosità ed ha una formulazione simile a quelle di rilassamento.

Per l'interpolazione si è utilizzato Origin Pro, un software dedicato all'interpolazione di dati sperimentali e dotato di una chiara interfaccia grafica. Esso dà la possibilità di interpolare con funzioni non lineari, definite dall'utente, e di interpolare più curve con la stessa funzione, dando all'utente la possibilità di scegliere quali coefficienti devono essere condivisi da tutte le curve e quali no.

Ciascuna curva di viscosità è stata dapprima interpolata e poi estrapolata per isolare la curva successiva. Lo stesso procedimento è stato applicato sulla seconda curva per isolare la terza.

Nelle figure da Figura 7-5 a Figura 7-12 sono riportate le interpolazioni dei calcestruzzi.

Nelle figure da Figura 7-13 a Figura 7-16 sono riportate le estrapolazioni e la sovrapposizione di verifica sulle curve di viscosità sperimentali.

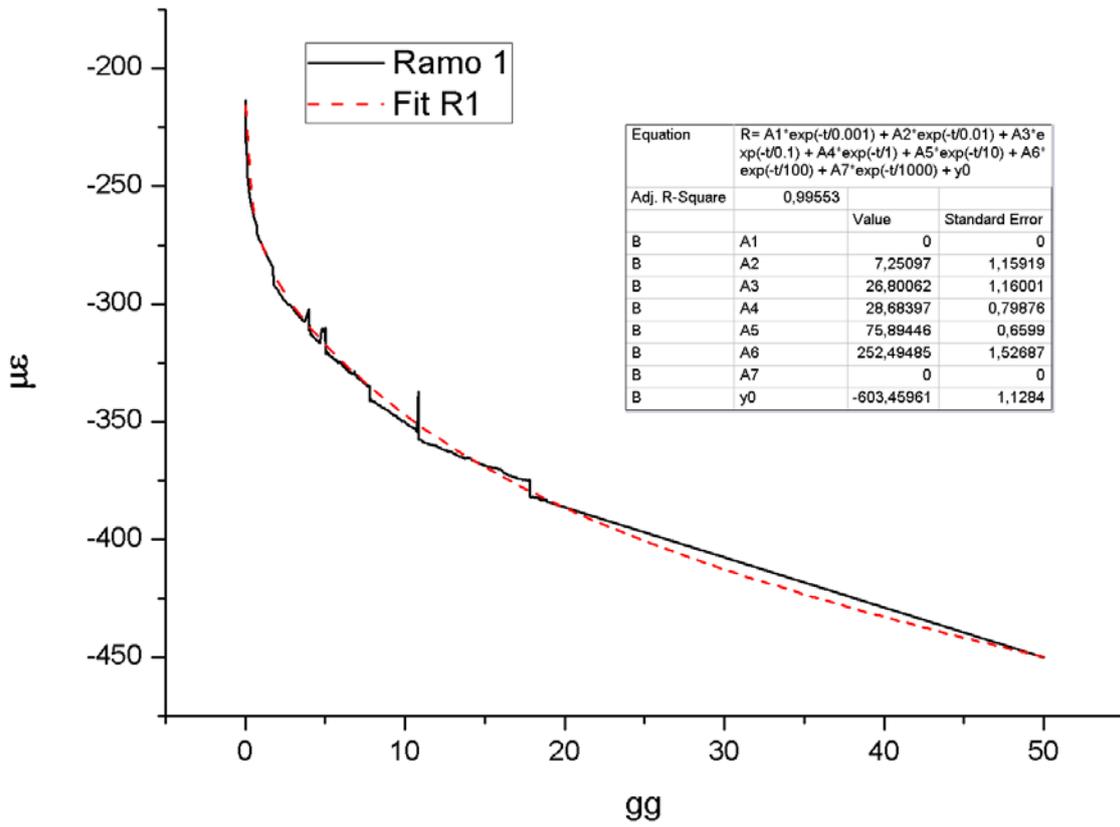


Figura 7-5: Interpolazione MclsP R1

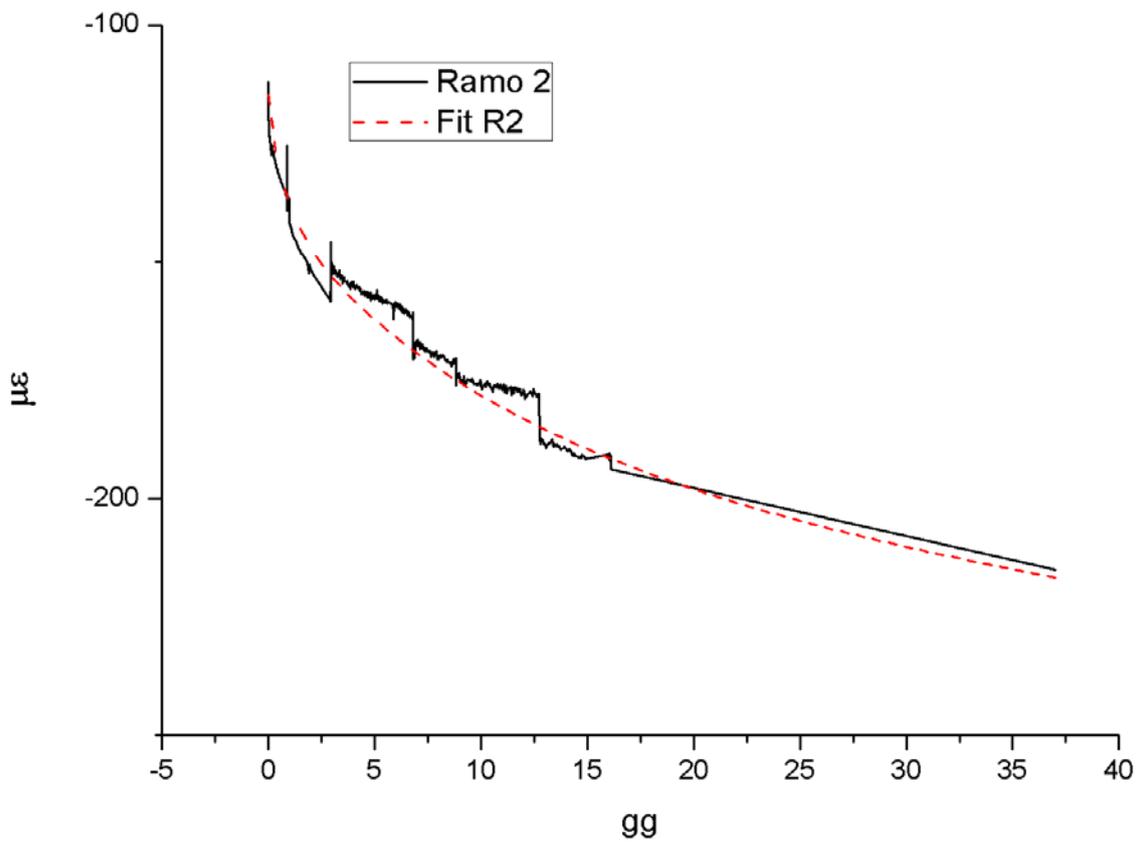


Figura 7-6: Interpolazione MclsP R2

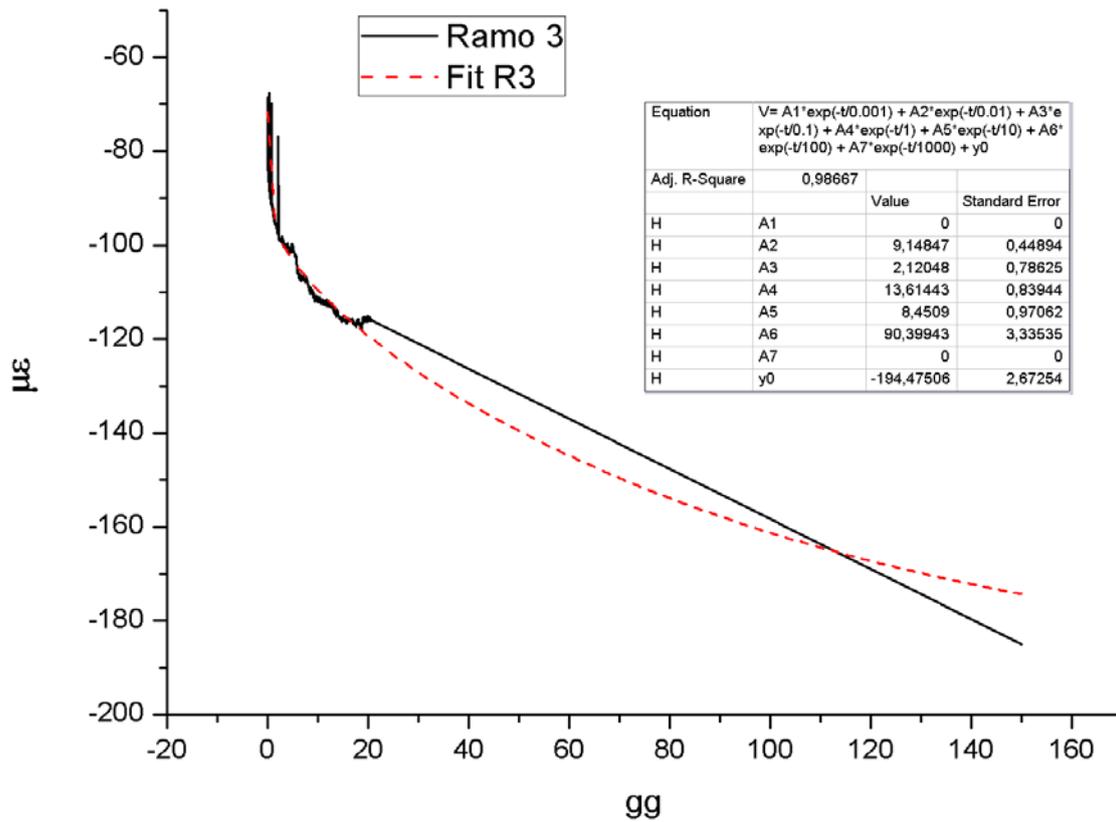


Figura 7-7: Interpolazione MclsP R3

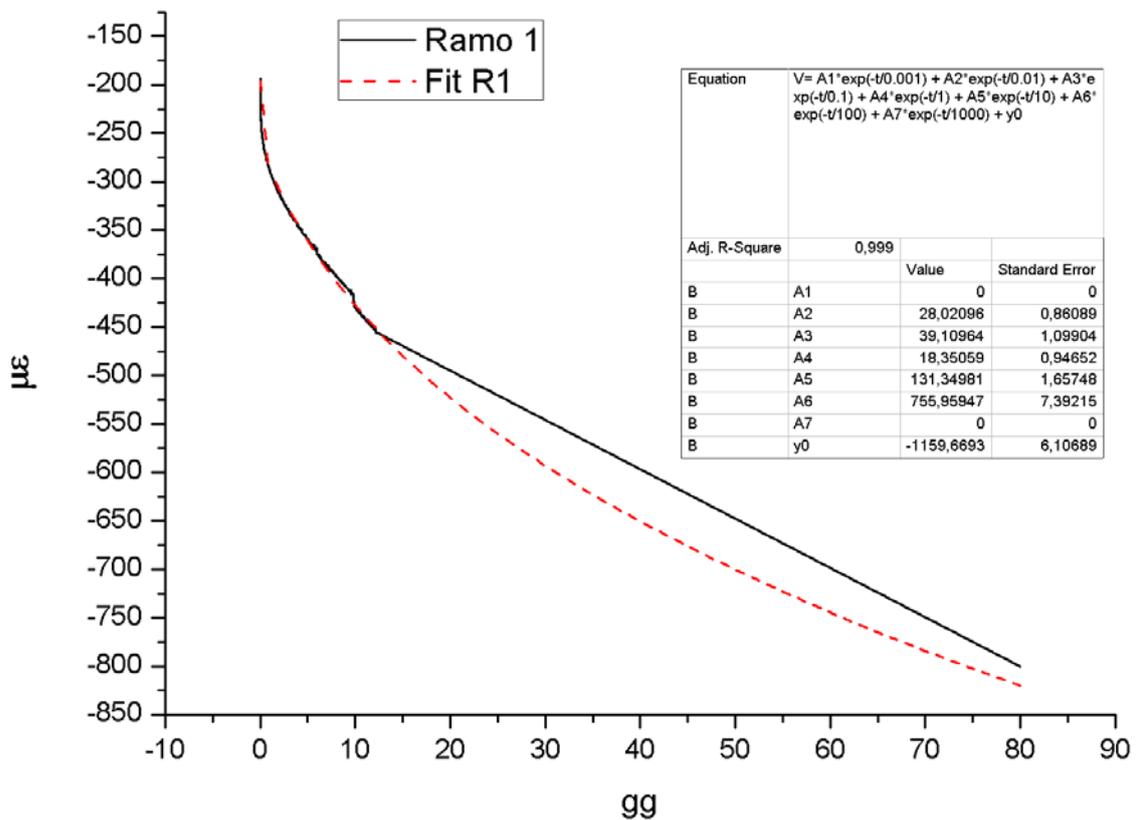


Figura 7-8: Interpolazione MclsS R1

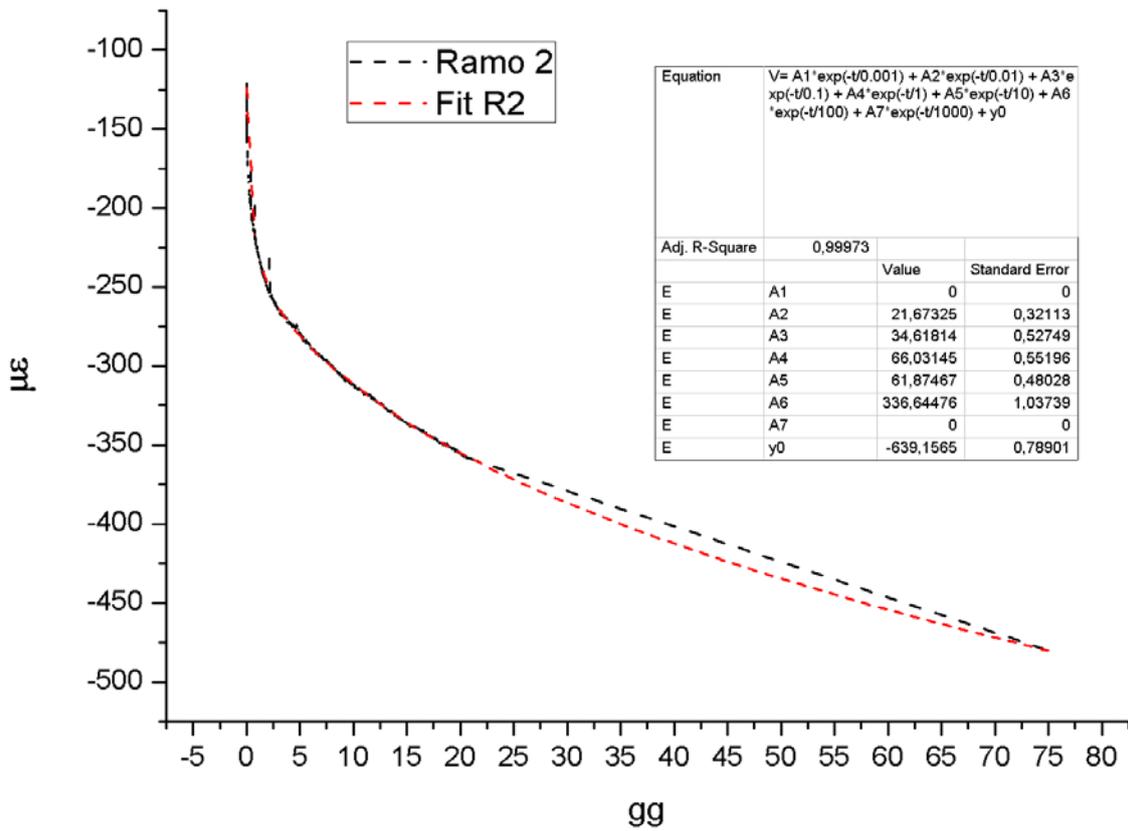


Figura 7-9: Interpolazione Mcls R2

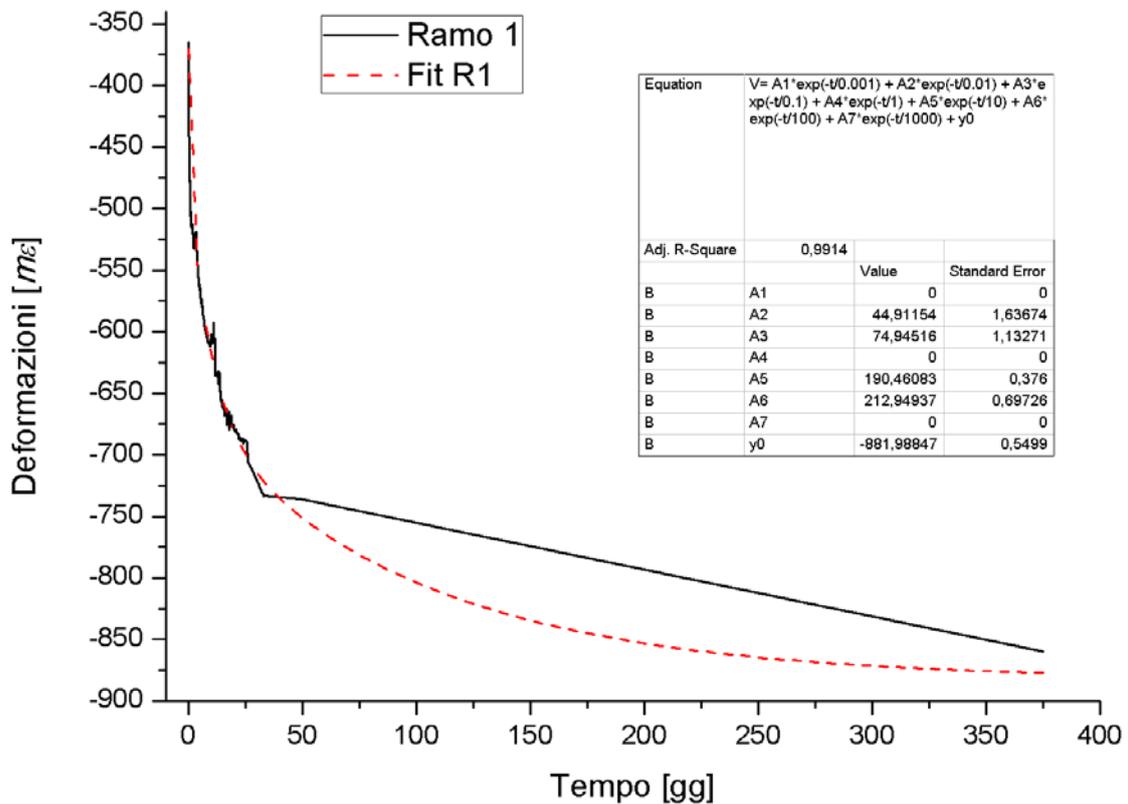


Figura 7-10: Interpolazione Ycls P R1

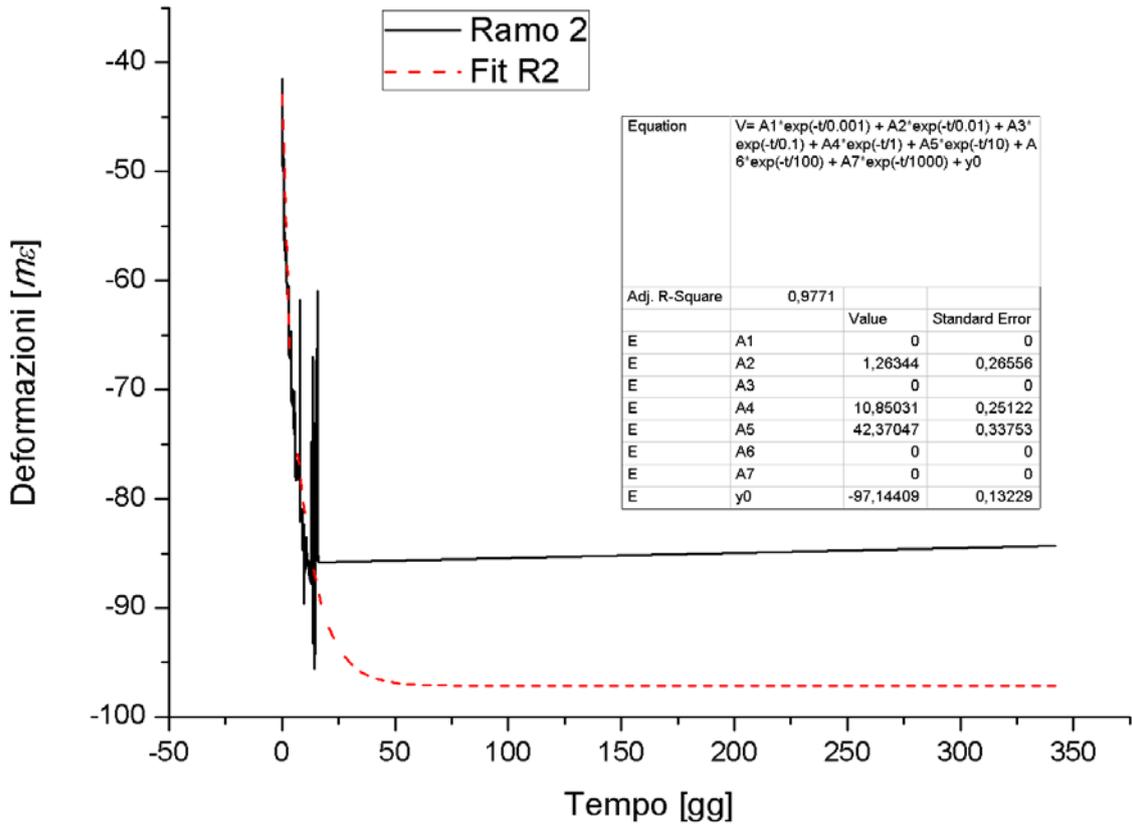


Figura 7-11: Interpolazione YclsP R2

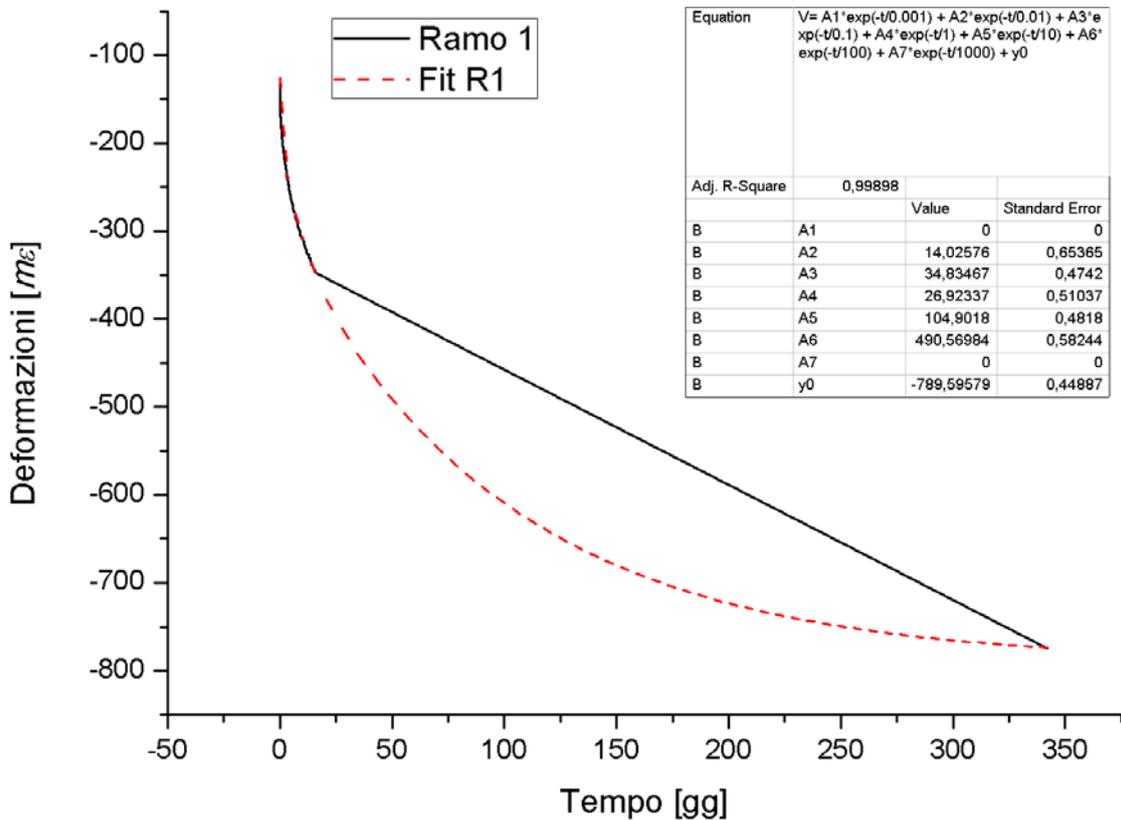


Figura 7-12: Interpolazione YclsS

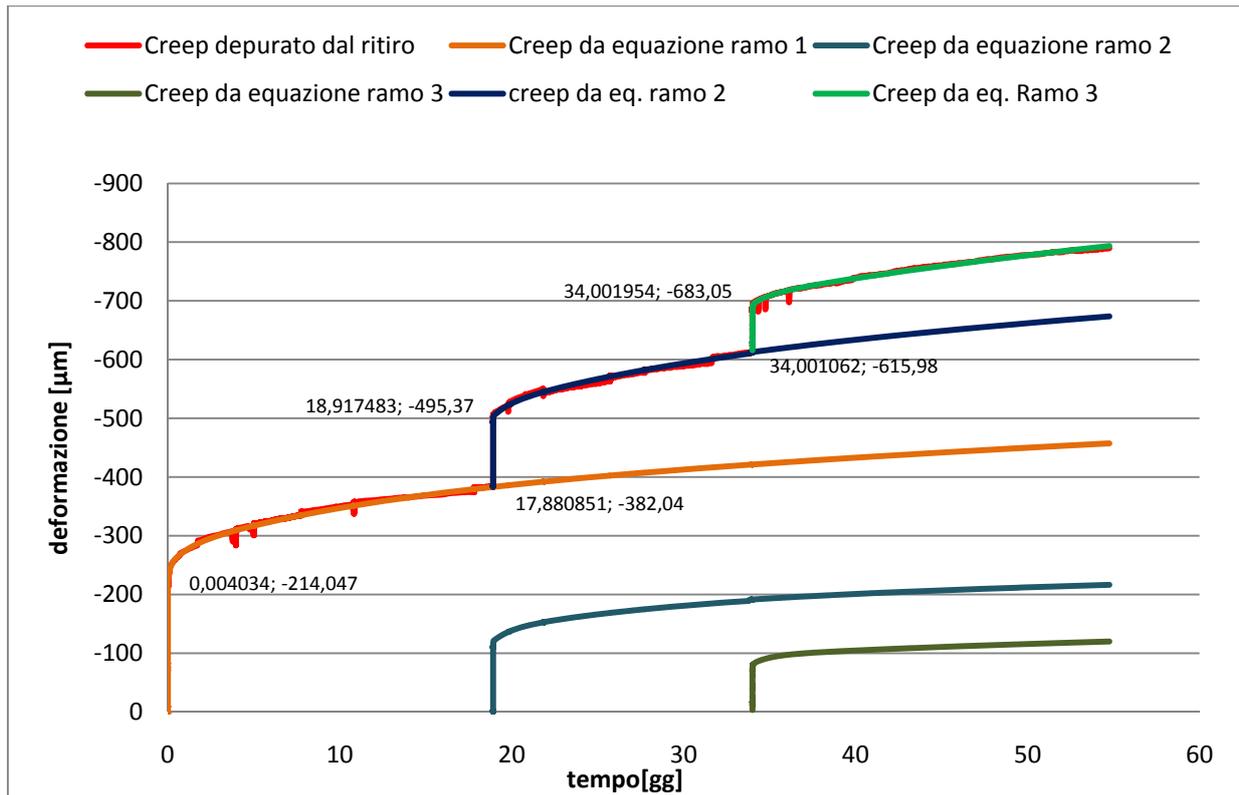


Figura 7-13: Estrapolazione delle curve di creep MclsP sulle medesime curve sperimentali

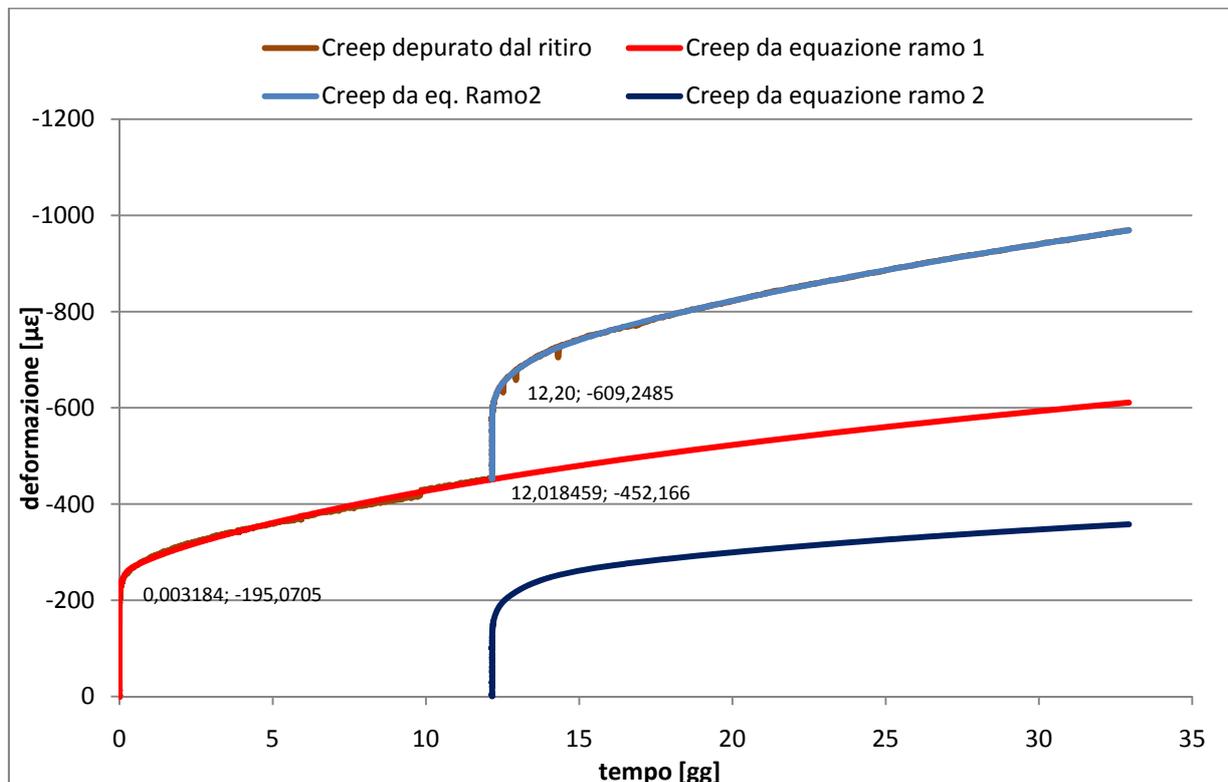


Figura 7-14: Estrapolazione delle curve di creep MclsS sulle medesime curve sperimentali

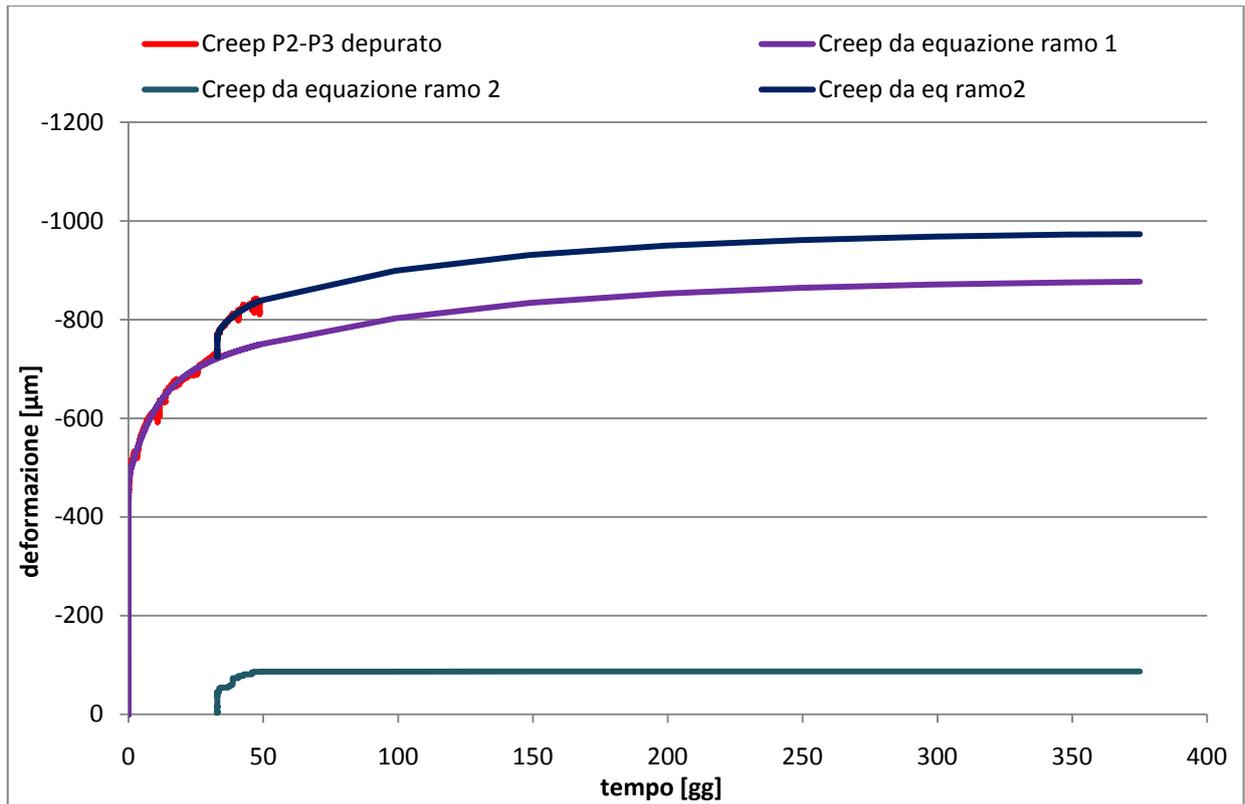


Figura 7-15: Estrapolazione delle curve di creep YclsP sulle medesime curve sperimentali

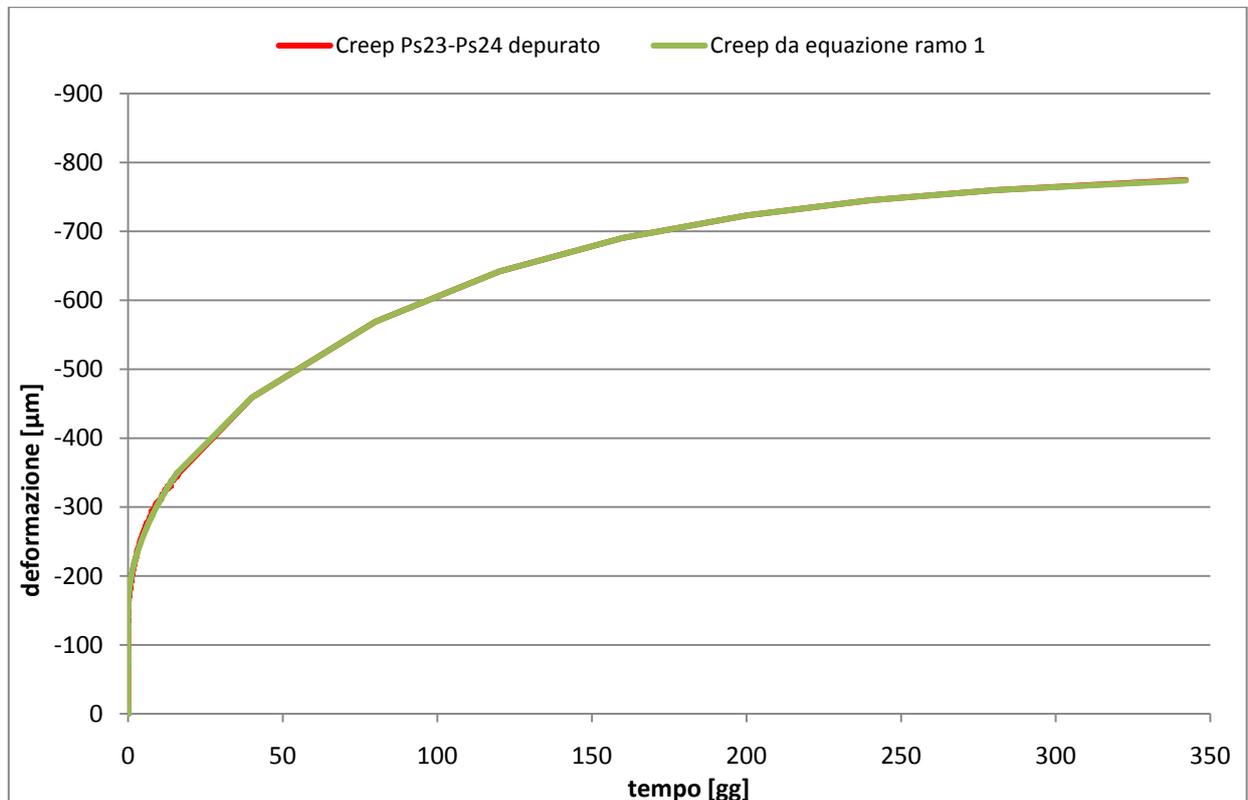


Figura 7-16: Estrapolazione delle curve di creep YclsS sulle medesime curve sperimentali

7.2.2 Trasformazione delle curve di creep in curve di rilassamento

La curva di viscosità è stata dapprima interpolata e poi estrapolata per isolare la curva successiva. Lo stesso procedimento è stato applicato sulla seconda curva per isolare la terza. Una volta isolate le curve di creep dei singoli incrementi di carico, le singole curve di viscosità sono state trasformate in curve di rilassamento (la loro forma duale).

Per far ciò è stato utilizzato un algoritmo scritto in matlab che ha fornito i risultati illustrati da figura a.

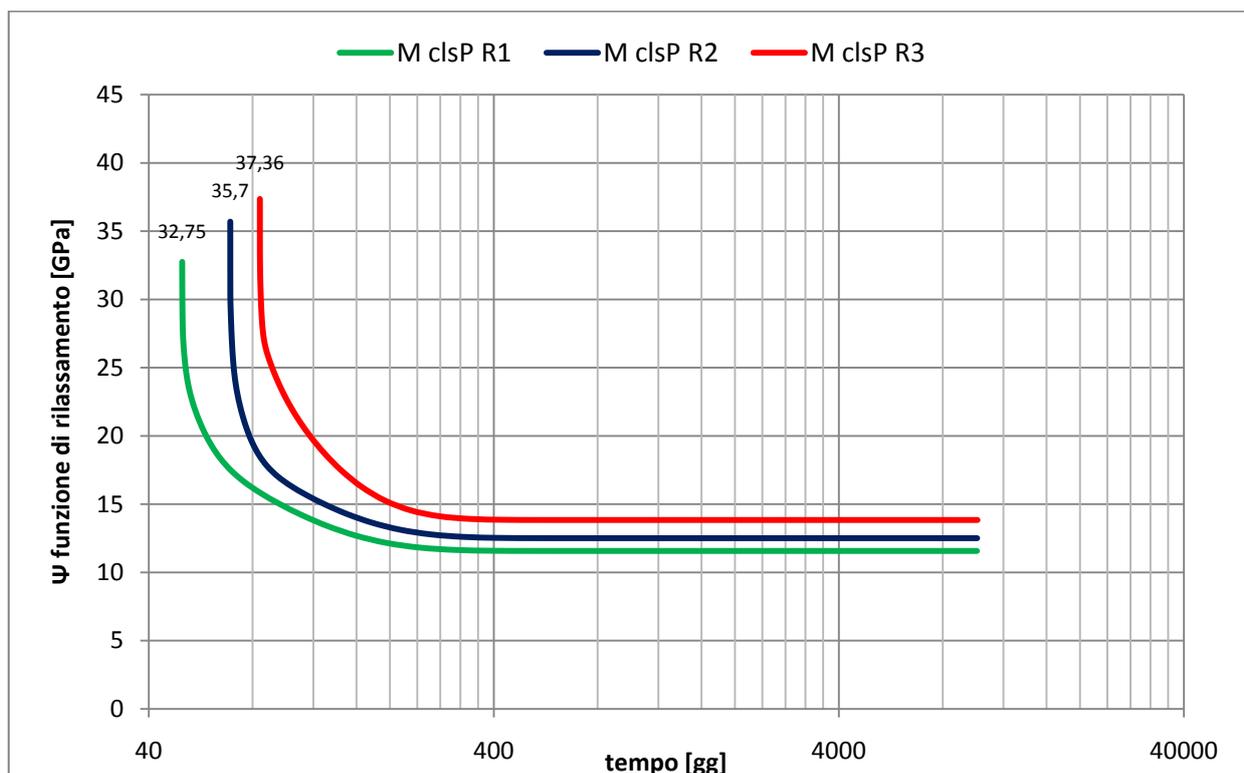


Figura 7-17: Funzioni di rilassamento MclsP

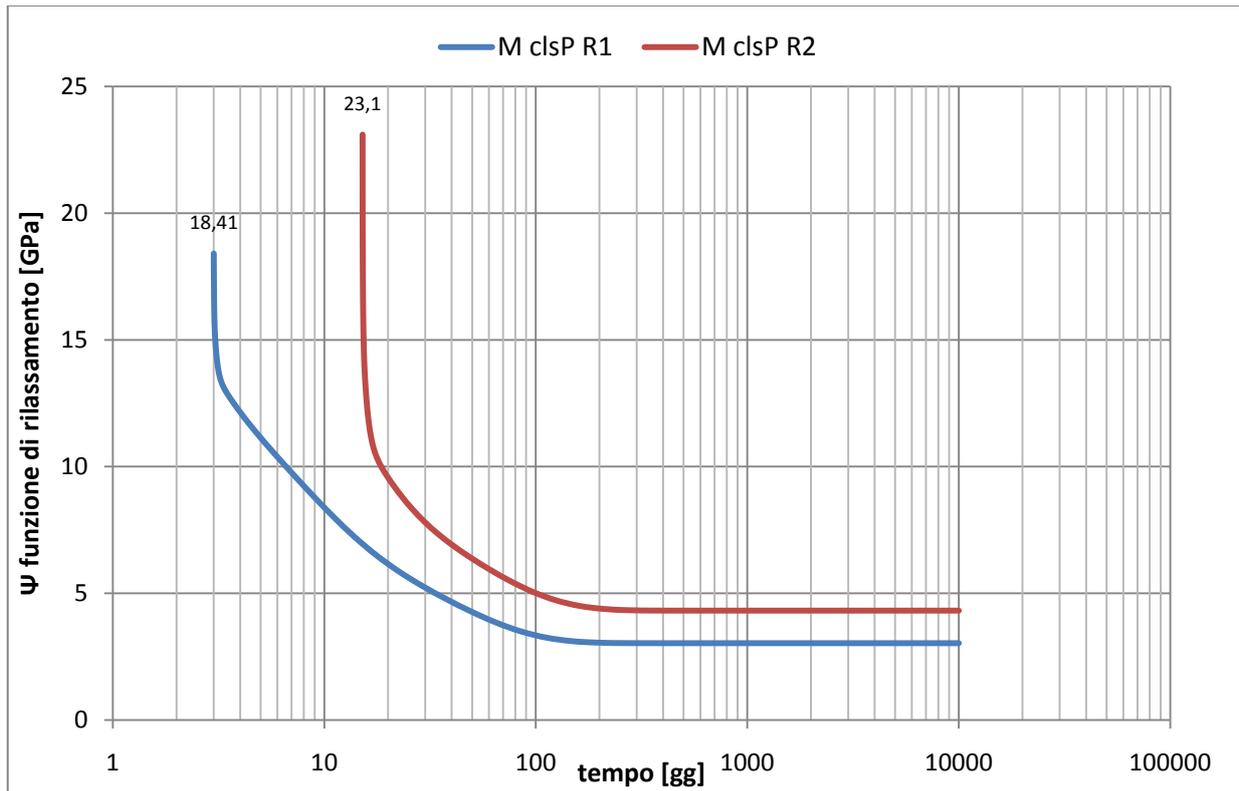


Figura 7-18: Funzioni di rilassamento MclsS

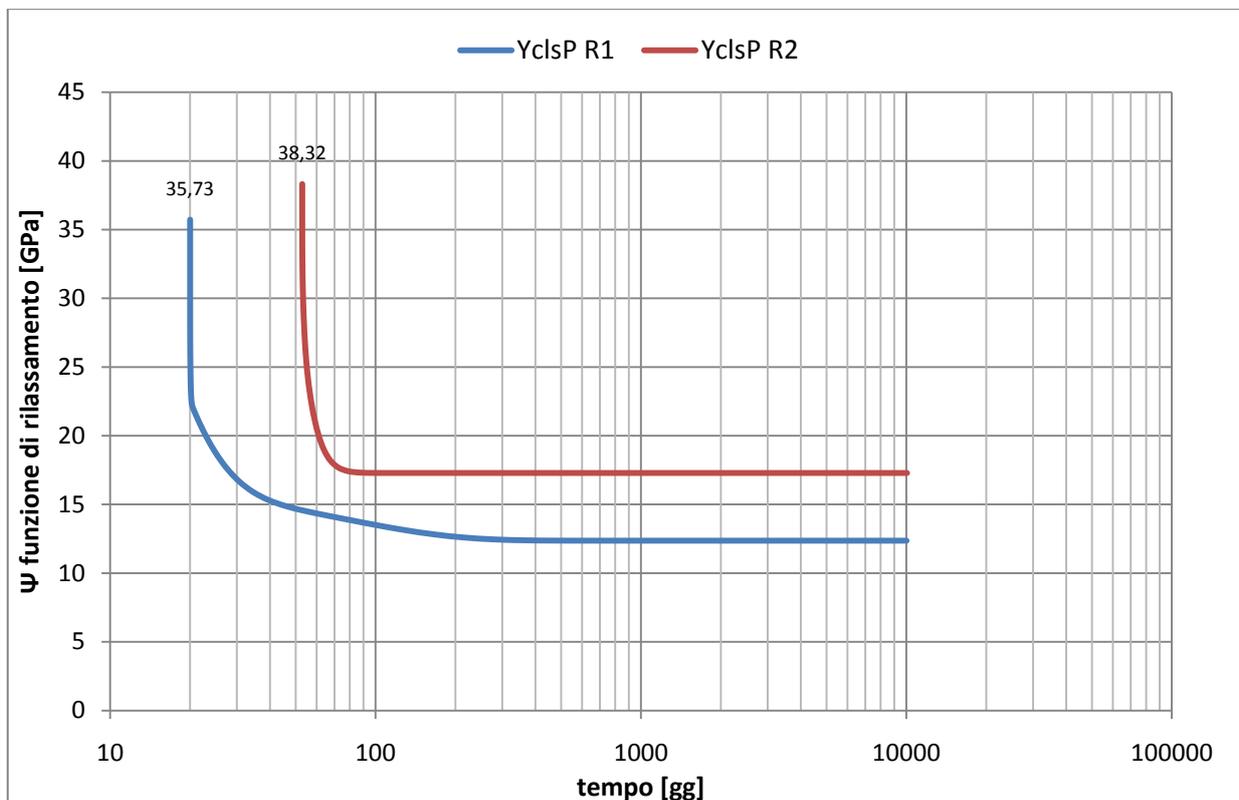


Figura 7-19: Funzioni di rilassamento YclsP

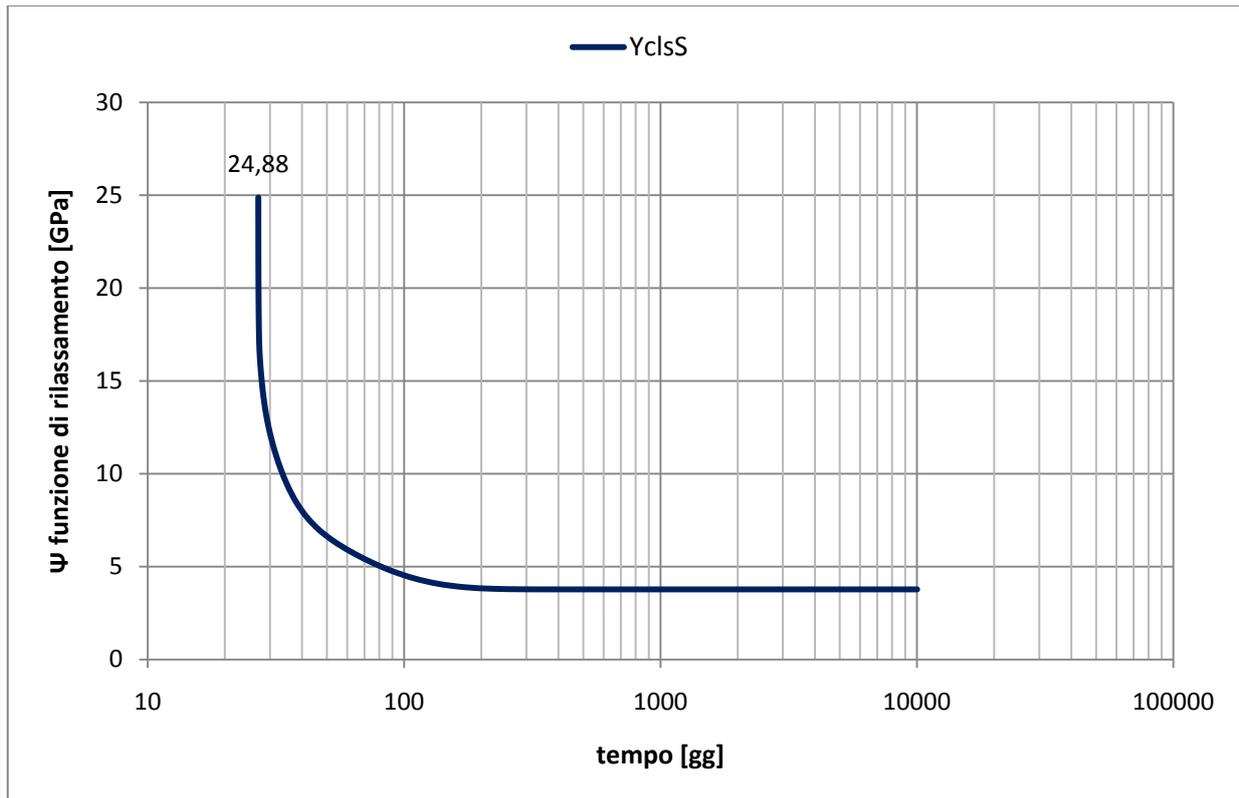


Figura 7-20: Funzione di rilassamento YclsS

7.2.3 Interpolazione delle curve di rilassamento

Abbiamo spiegato diverse volte che le curve di rilassamento vanno fittate in modo da ottenere i moduli pseudo-elastici E_μ ed i coefficienti della curva di invecchiamento s_1 e s_2 .

La curva di invecchiamento scelta è la seguente:

$$v(t_0) = \sqrt{e^{s_1 \left(1 - \left(\frac{28}{t_0}\right)^{s_2}\right)}}$$

La funzione interpolante diventa:

$$R(t, t_0) = v(t_0) \cdot \sum_{\mu=1}^N E_\mu \cdot e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_\mu}} \tag{7.1}$$

$\tau_\mu = [0.001 \quad 0.01 \quad 0.1 \quad 1 \quad 10 \quad 100 \quad 1000000] = \text{tempi di ritardo}$

$t_0 = \text{istante di fine carico a partire dal tempo getto in gg}$

$t = \text{tempo a partire dal tempo di getto in gg}$

L'interpolazione di queste curve presenta notevoli difficoltà e, una volta ricavati i parametri ricercati, questi hanno variabilità altissima in quanto i dati sperimentali a disposizione sono scarsi. In particolare, sono poche le curve a diversi tempi di carico ed infatti la variabilità maggiore si è riscontrata nei parametri di invecchiamento. È come se si volesse descrivere una curva avendo a

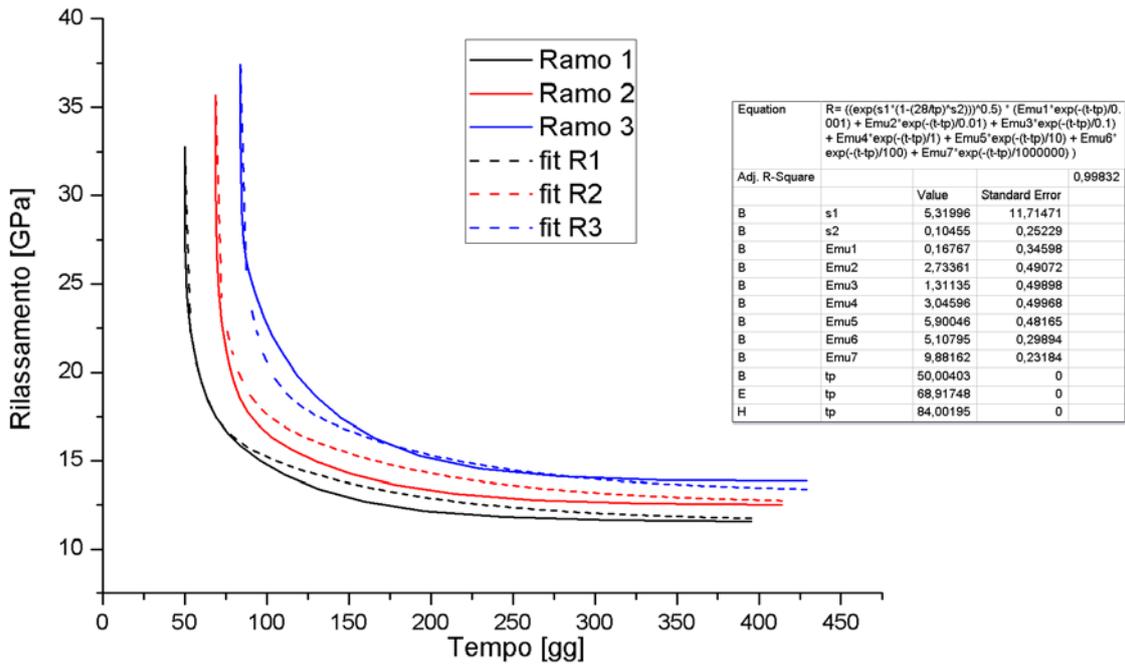


Figura 7-21: Curve di rilassamento MclsP fittate con Origin Pro

disposizione solo due o tre punti: gran parte dell'andamento è dato dalla forma dell'espressione dell'invecchiamento.

In questi casi ci si affida alla bibliografia e si prende una curva che generalmente funziona.

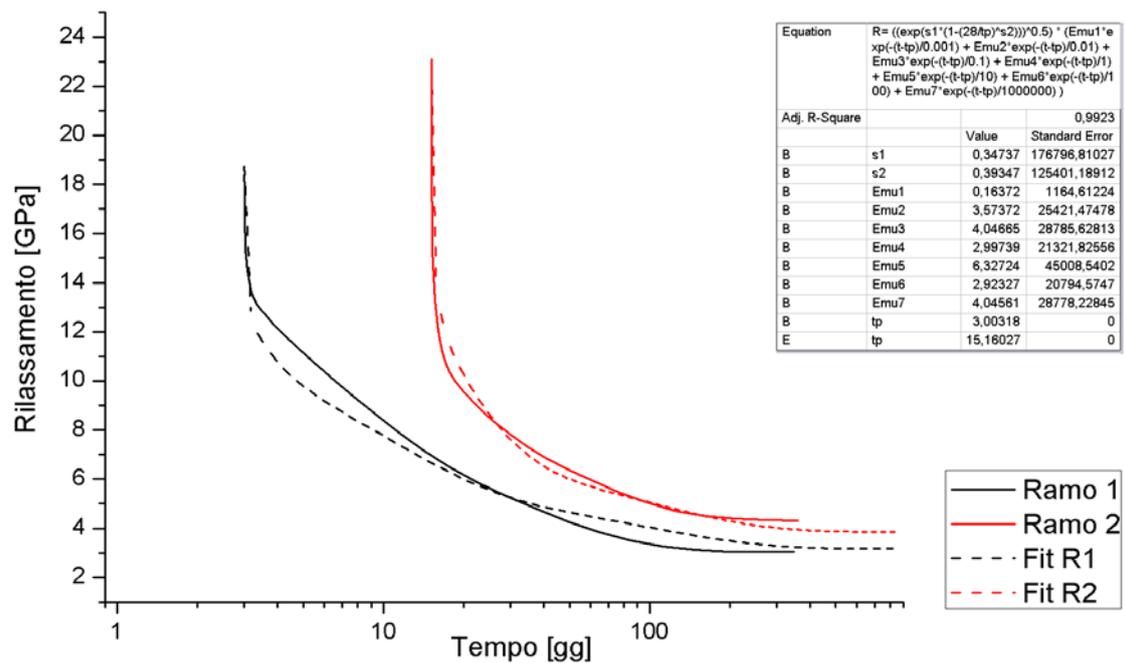


Figura 7-22: Curve di rilassamento MclsS fittate con Origin Pro

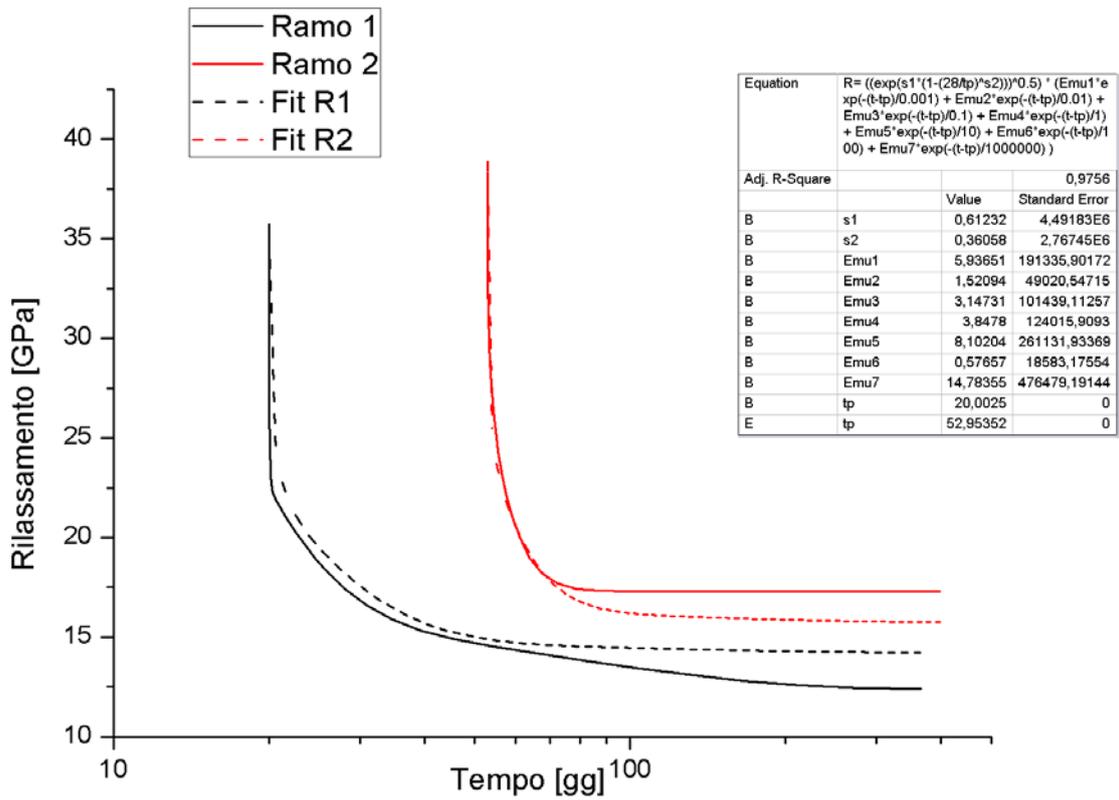


Figura 7-23: Curve di rilassamento YclsP fittate con Origin Pro

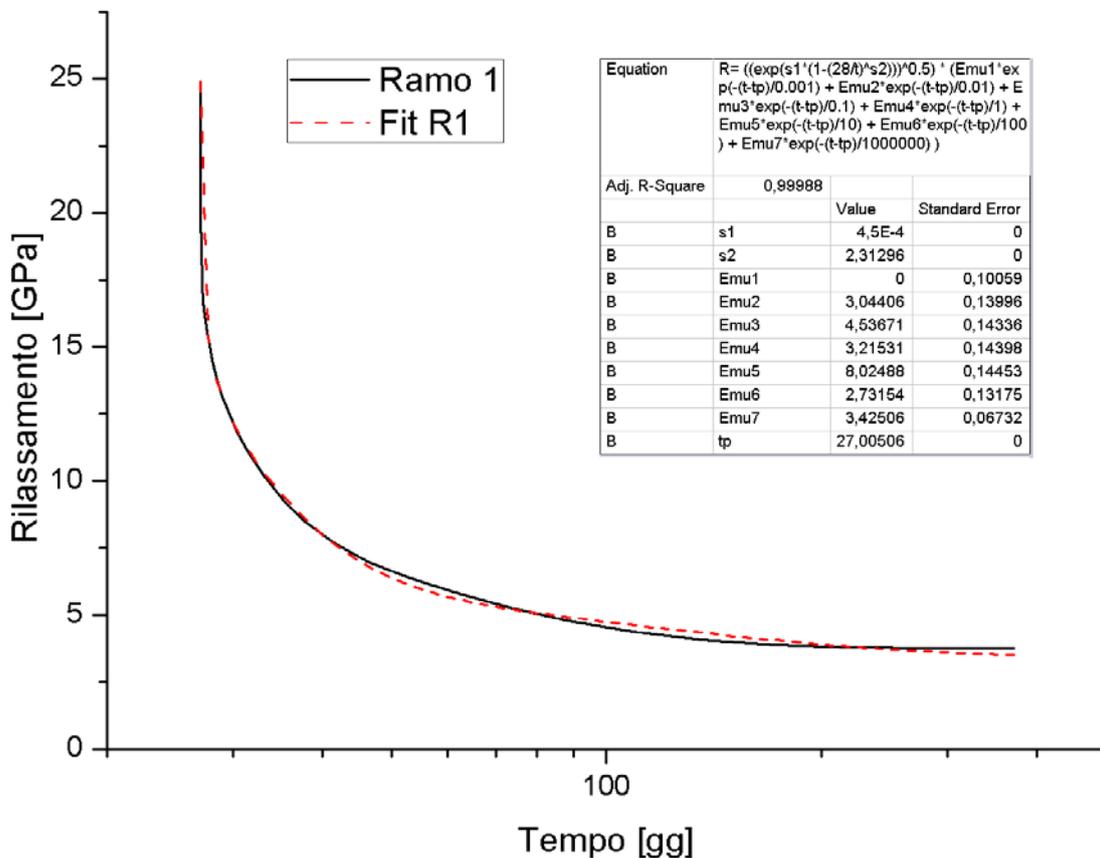


Figura 7-24: Curve di rilassamento YclsS fittate con Origin Pro

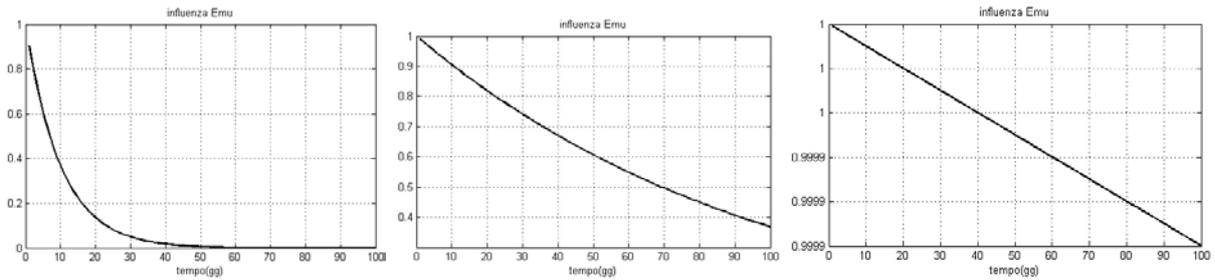


Figura 7-25: Influenza di E_μ per $\tau_\mu = 10 \quad 100 \quad 10^6$

7.2.3.1 Verifica ed ottimizzazione dei parametri reologici

Abbiamo ottenuto quattro stock di parametri reologici che descrivono il comportamento dei calcestruzzi.

Come verifica è stato preparato un programma che elabora la singola fibra. Con esso vengono rigenerate le curve sperimentali di viscosità da cui siamo partiti. Inoltre è possibile aggiustare le curve lavorando sugli E_μ .

Nella curva di rilassamento definita come (7.1) gli E_μ lavorano per decadi logaritmiche τ_μ . In particolare al crescere di t l'esponentiale della (7.1) tende ad annullarsi per $t > \tau_\mu$.

Quindi E_N , rigidità dell'unità di Maxwell degenera, è il modulo pseudoelastico per $t \rightarrow \infty$ ed influisce sempre al 100%, al contrario $E_5 \rightarrow \tau_5 = 10$ parte da uno e cala velocemente fino ad annullarsi a 30-40 gg (Figura 7-25).

s_1 e s_2 influenzano l'incremento di deformazione in generale agendo maggiormente sui rami delle deformazioni istantanee dovute agli incrementi dei carichi.

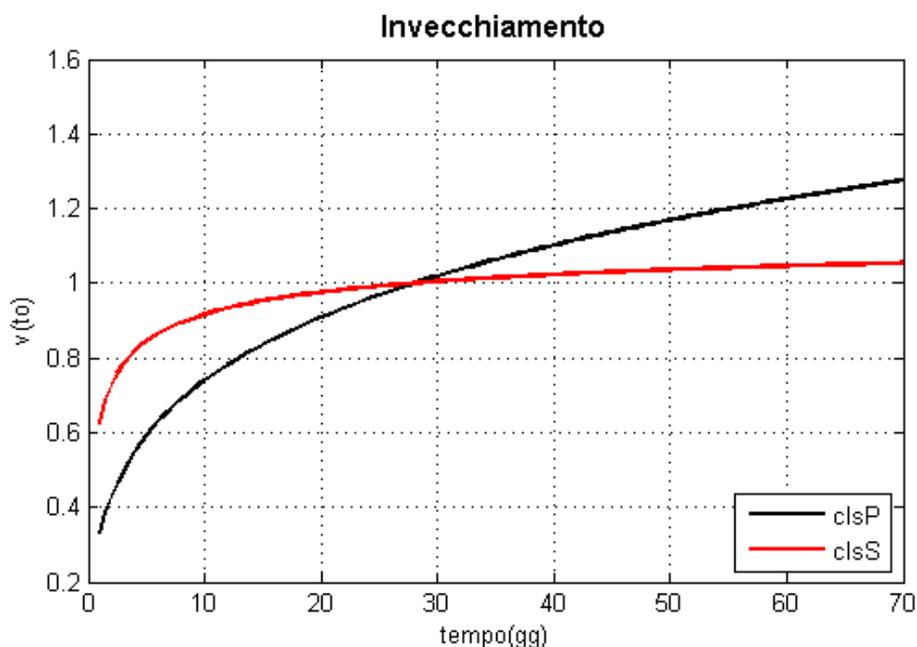


Figura 7-26: Funzioni invecchiamento nel tempo dei Mcls

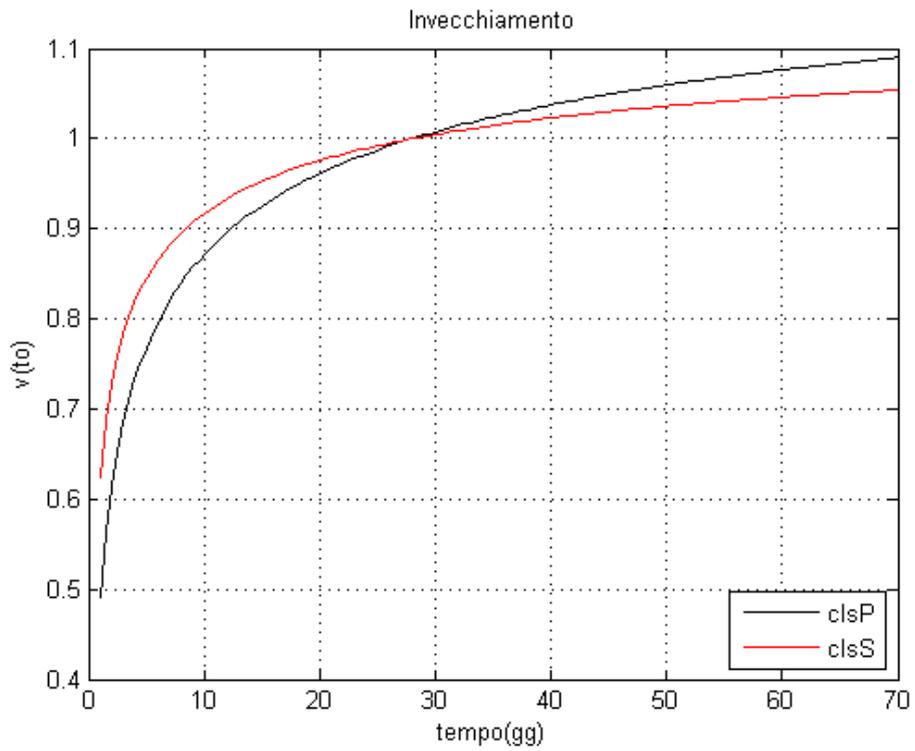


Figura 7-27: Funzioni invecchiamento nel tempo dei Ycls

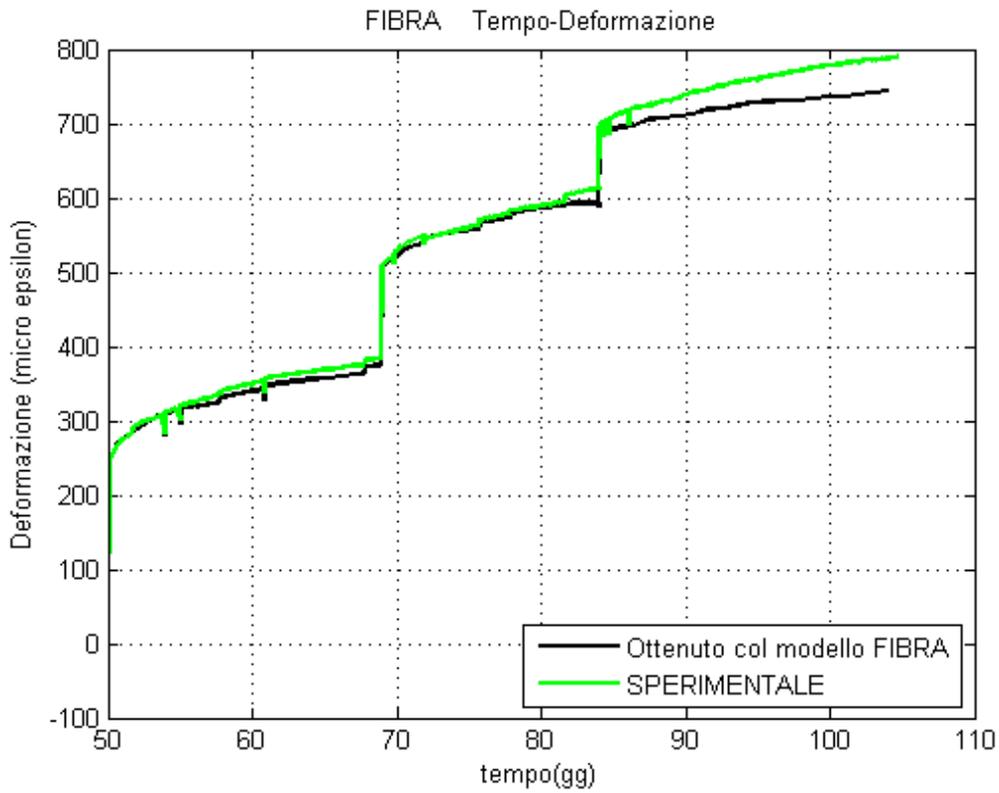


Figura 7-28: Verifica della calibrazione MclsP prima dell'ottimizzazione

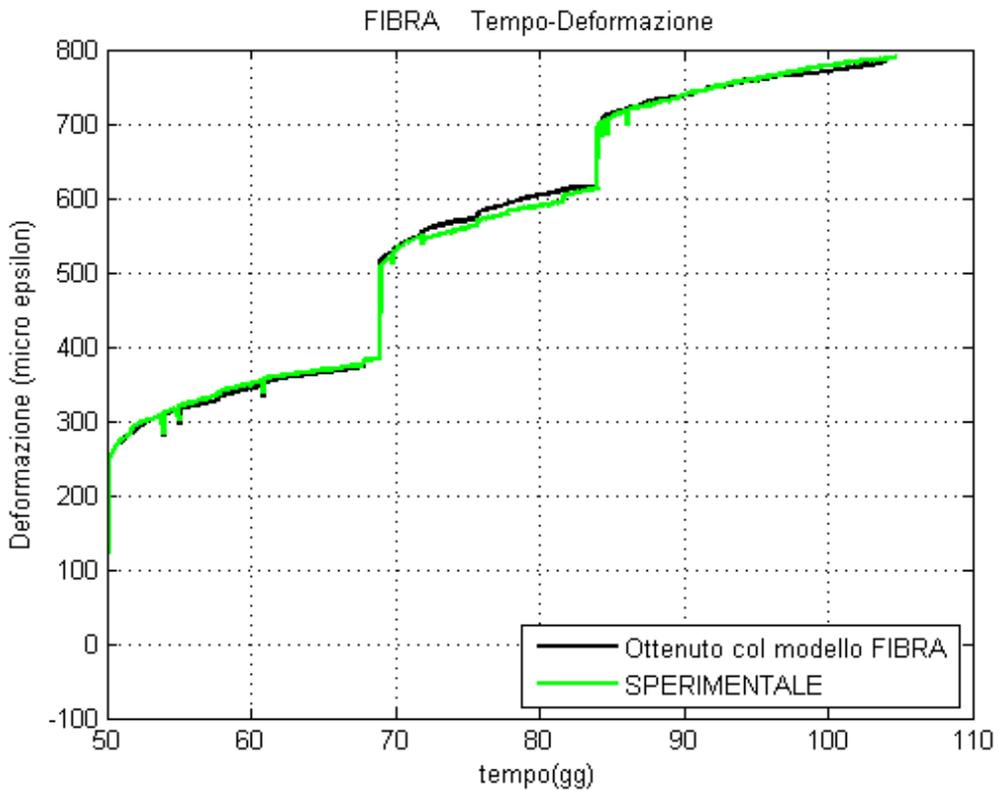


Figura 7-29: Verifica della calibrazione MclsP dopo l'ottimizzazione

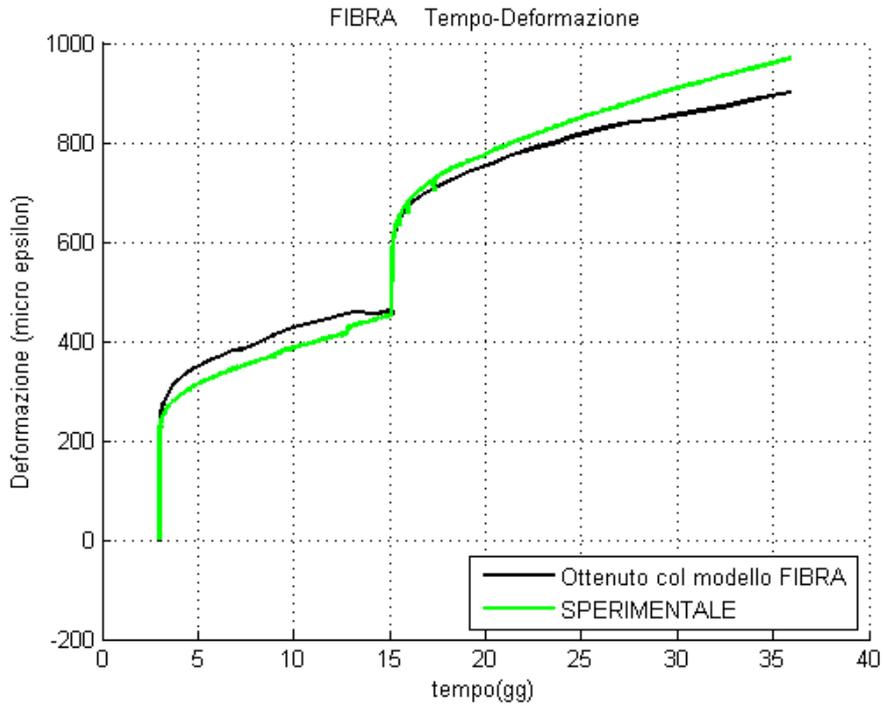


Figura 7-30: Verifica della calibrazione MclsS prima dell'ottimizzazione

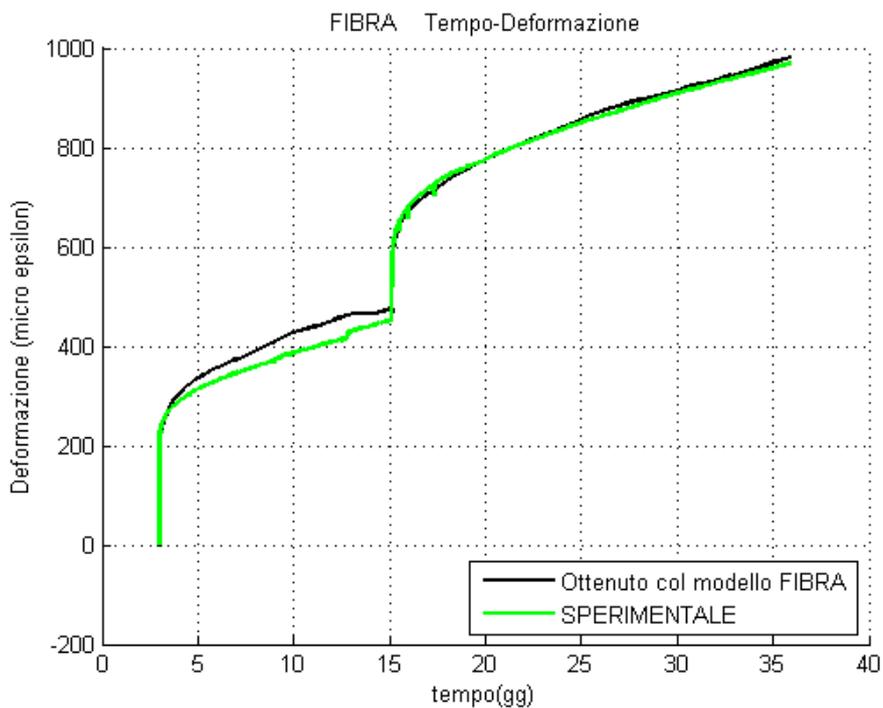


Figura 7-31: Verifica della calibrazione MclsS dopo l'ottimizzazione

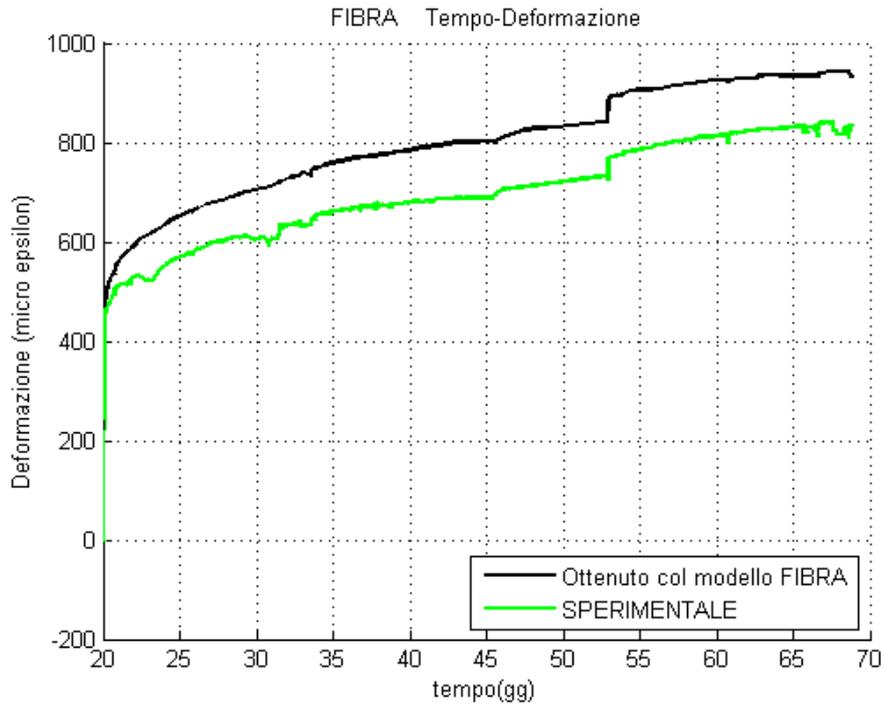


Figura 7-32: Verifica della calibrazione Y_{clsP} prima dell'ottimizzazione

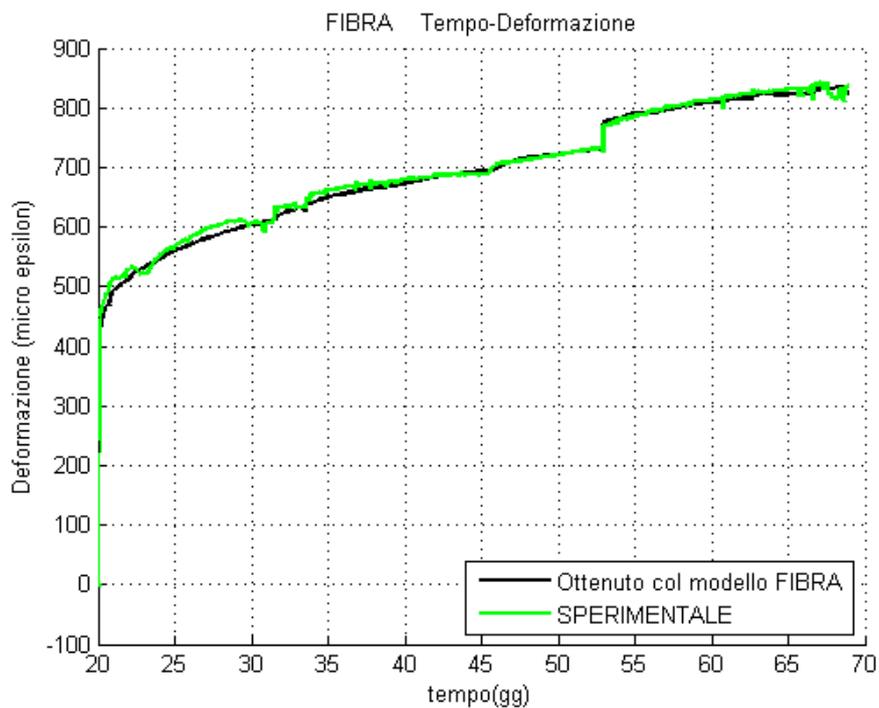


Figura 7-33: Verifica della calibrazione Y_{clsP} dopo l'ottimizzazione

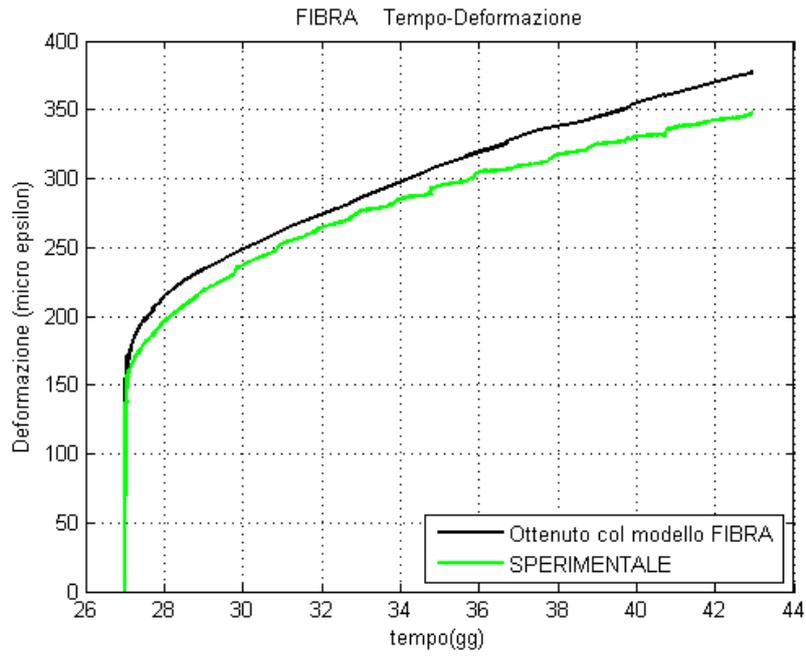


Figura 7-34: Verifica della calibrazione YclsS prima dell'ottimizzazione

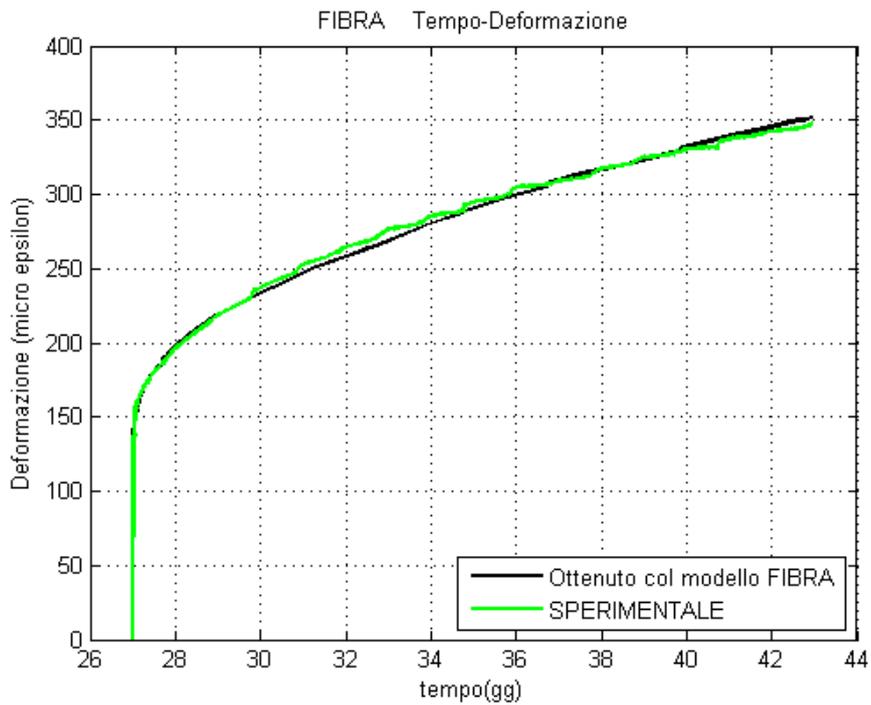


Figura 7-35: Verifica della calibrazione YclsS dopo l'ottimizzazione

Capitolo 8

Risultati dei modelli numerici

8.1 *Correzione dei dati*

I grafici sperimentali vengono traslati di un valore pari a ΔM_{sh} . Esso è dovuto alla deformazione causata dal ritiro avvenuto fra getto ed inizio prova, il quale, avvenendo su una sezione non omogenea, crea una curvatura ed un conseguente momento iniziale autoequilibrato.

Numericamente ΔM_{sh} può essere definito come il momento causato dall'acciaio nel caso in cui tutta la sezione venga sollecitata da un accorciamento ε_{sh} dovuto al ritiro.

$$\Delta M_{sh} = \varepsilon_{sh} \cdot B \cdot \frac{E_c}{1 + \chi\phi}$$

$$\chi = 0.8$$

$$\phi = 2.5$$

$$E_c^M = 34016 \text{ N/(mm}^2\text{)} \quad E_c^Y = 37520 \text{ N/mm}^2$$

$$B^M = 1.5 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$B^Y = 0.99 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 \quad \text{Momento statico omogeneizzato del solo acciaio}$$

$$\varepsilon_{sh}^M = 550 \mu\varepsilon$$

$$\varepsilon_{sh}^Y = 450 \mu\varepsilon \quad \text{deformazione stimata per ritiro avvenuta fra getto ed inizio caricamento}$$

$$\Delta M_{sh}^M = 57 \text{ kNm} \quad \Delta M_{sh}^Y = 31 \text{ kNm}$$

Un altro punto da considerare nel confronto dei risultati con la trave reale è il contributo del peso proprio. Esso concorre a deformare la trave ma non è incluso nella forza applicata P.

Per la sezione di mezzeria il contributo del momento del peso proprio è stimato come:

$$M_{pp} = \frac{A\gamma \cdot l^2}{8}$$

$$\gamma = 2450 \frac{kg}{m^3} \quad l = 9.15m$$

$$A_p^M = 0.36m^2 \quad A_s^M = 0.09m^2 \quad A_p^Y = 0.41m^2 \quad A_s^Y = 0.12m^2$$

$$M_{pp1}^M = 92 kNm \quad M_{pp2}^M = 23 kNm \quad M_{pp1}^Y = 105 kNm \quad M_{pp2}^Y = 31 kNm$$

I grafici sperimentali vengono, di conseguenza, anche traslati di una quantità $\Delta\chi$ per riportarli sul ramo di carico.

Bisogna tenere conto di questi incrementi dei momenti anche nel modello, correggendo i momenti in input.

Infine, il ritiro avvenuto prima del getto influisce sulla modellazione della fase fessurata della trave, in quanto trasla il grafico di una quantità $\Delta\chi_{cs} = 1/r_{2cs}$.

$$\frac{1}{r_{2cs}} = k_{cs2} \cdot \frac{|\epsilon_{cs}|}{d}$$

k_{cs2} si valuta con la tabella di Figura 8-1.

Per M

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} = 6.085 \quad \rho = \frac{A_s}{bd} = 0.02631 \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd} = 0.001046$$

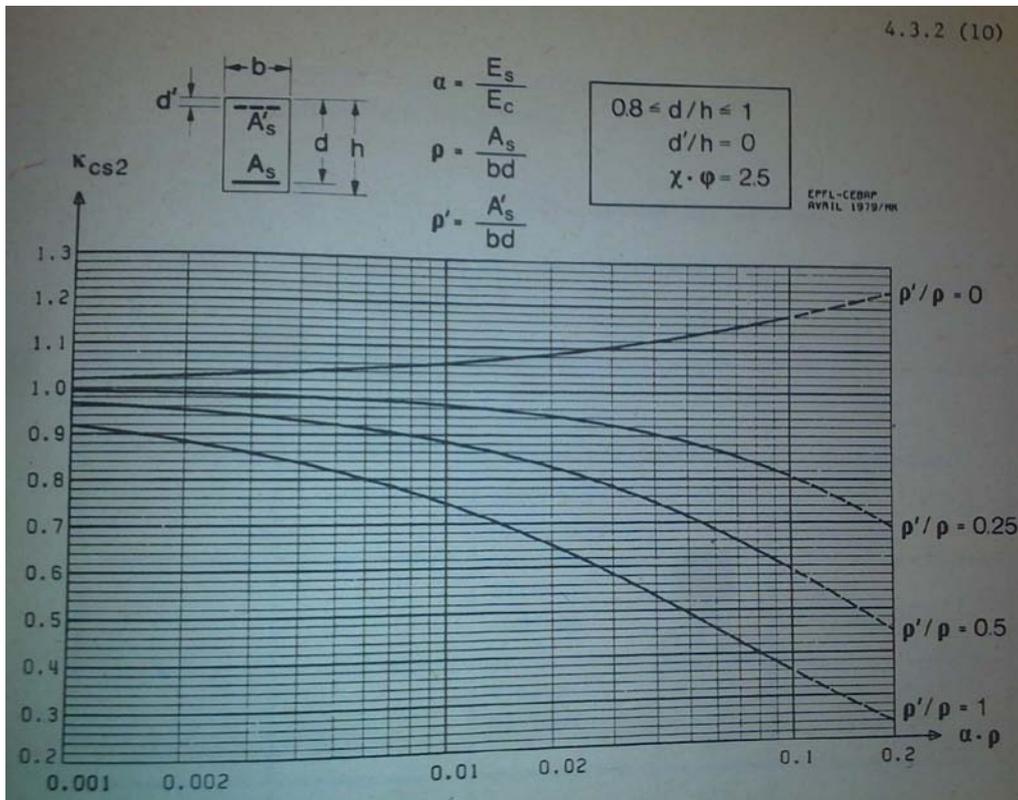


Figura 8-1: Grafico per la valutazione di k_{cs2} (Bollettino CEB n°158)

$$\frac{\rho'}{\rho} = 0.0397 \approx 0.25 \text{ perché è più verosimile}$$

$$\alpha \cdot \rho = 0.16 \Rightarrow k_{cs2} = 0.72 \text{ da tabella di Figura 8-1}$$

$$\varepsilon_{cs} = 550 \mu\varepsilon \text{ ritiro presumibile}$$

$$\Delta\chi_{cs} = 0.843 \cdot 10^{-6} \text{ 1/mm}$$

Per Y

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} = 5.517 \quad \rho = \frac{A_s}{bd} = 0.01872 \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd} = 0.004852$$

$$\frac{\rho'}{\rho} = 0.259 \approx 0.25 \text{ perché è più verosimile}$$

$$\alpha \cdot \rho = 0.10 \Rightarrow k_{cs2} = 0.81 \text{ da tabella di Figura 8-1}$$

$$\varepsilon_{cs} = 450 \mu\varepsilon \text{ ritiro presumibile}$$

$$\Delta\chi_{cs} = 0.701 \cdot 10^{-6} \text{ 1/mm}$$

8.2 Risultati del modello FIBRA

Il modello FIBRA è stato utilizzato per verificare ed ottimizzare i risultati della calibrazione.

Per tale argomento si rimanda al capitolo 7.2.4.

8.3 Risultati del modello SEZIONE

Con il modello SEZIONE è stata simulata l'analisi a livello della sezione di mezzeria della trave oggetto delle tesi di Michele Fabiani e di Ylenia Ponzoni.

8.3.1 Sezione di mezzeria della trave M

Per l'analisi della sezione di mezzeria della trave M sono stati utilizzati i seguenti dati:

Momenti 3 fasi [kNm]	Tempi di carico [gg]	Caratteristiche meccaniche Fase fessurata	Geom. Sezione	Moduli Emu_P	Moduli Emu_G	Tau mu	Creep S1_S2
361	51	fckP =65,81	B1=800	168	164	0,001	5,31996
472	70	fyk =490	B2=600	2734	3574	0,01	0,10455
644	85	Es =207000	H1=300	1250	6000	0,1	0,34737
	108	C1=0,4	H2=200	3000	4000	1	0,39347
		C2=0,7	H3=150	6500	8000	10	
		RH%=75	c1=30	6600	2800	100	
		Ritiro=1	c2=30	8000	3000	1E+06	
		Trave Puntellata=0	c3=10				
		fckPs=24,5	c4=30				
		$\Delta\chi_{cs}=8,43E-07$	n°Af1=14				
		EclsP=34016	n°Af2=2				
			n°Af3=0				
			n°Af4=4				
			d1=26				
			d2=10				
			d3=0				
			d4=20				

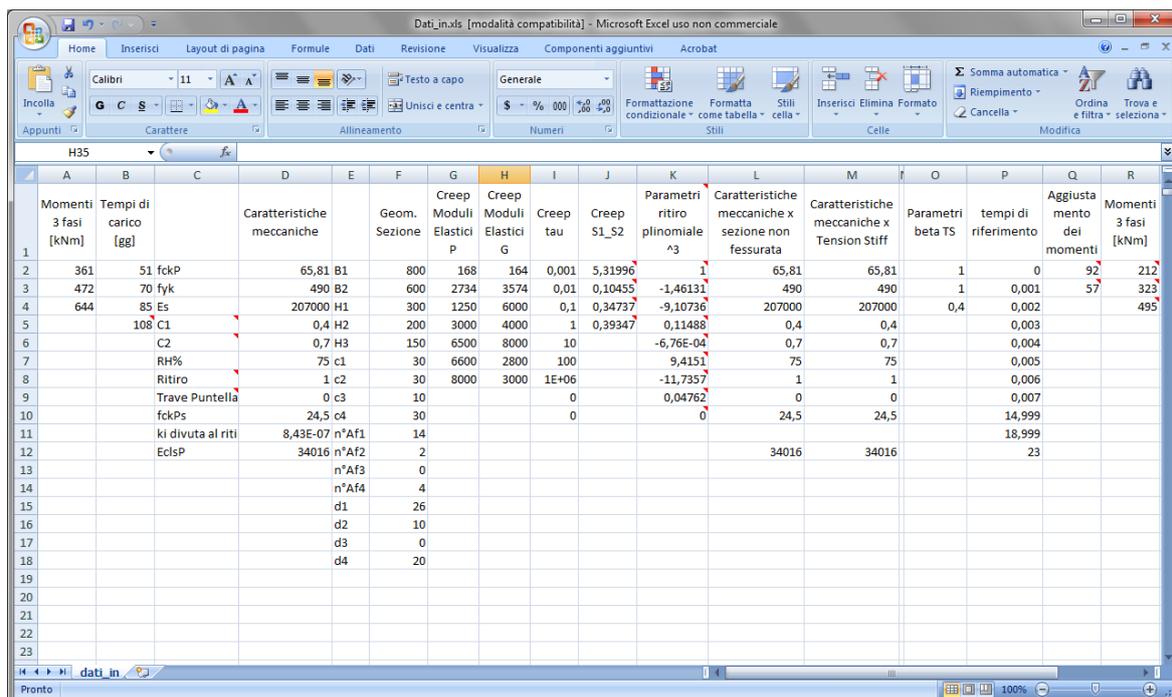


Figura 8-2: Dati inseriti nella prova a livello di sezione

Caratteristiche meccaniche Fase non fessurata	Caratteristiche meccaniche Tension Stiff	Parametri beta TS	tempi di riferimento	Aggiustamento dei momenti	Momenti 3 fasi [kNm]
65,81	65,81	$\beta_1 = 1$	0	$M_{pp} = 92$	$M_{f1} = 212$
490	490	$\beta_2 = 1$	0,001	$\Delta M_{sh} = 57$	$M_{f2} = 323$
207000	207000	$\alpha = 0,4$	0,002		$M_{f3} = 495$
0,4	0,4		0,003		
0,7	0,7		0,004		
75	75		0,005		
1	1		0,006		
0	0		0,007		
24,5	24,5		14,999		
			18,999		
EclsP=34016	EclsP=34016		23		

8.3.2 Studio delle possibili ottimizzazioni

Per ottimizzare l'analisi sono state studiate diverse opzioni. Esse riguardano il ritiro, la discretizzazione del tempo e la funzione di tension stiffening.

8.3.2.1 Tipi di ritiro

Come già illustrato nel capitolo precedente sono stati implementati due modi di contemplare il ritiro: seguendo una curva sperimentale o utilizzando le indicazioni del CEB.

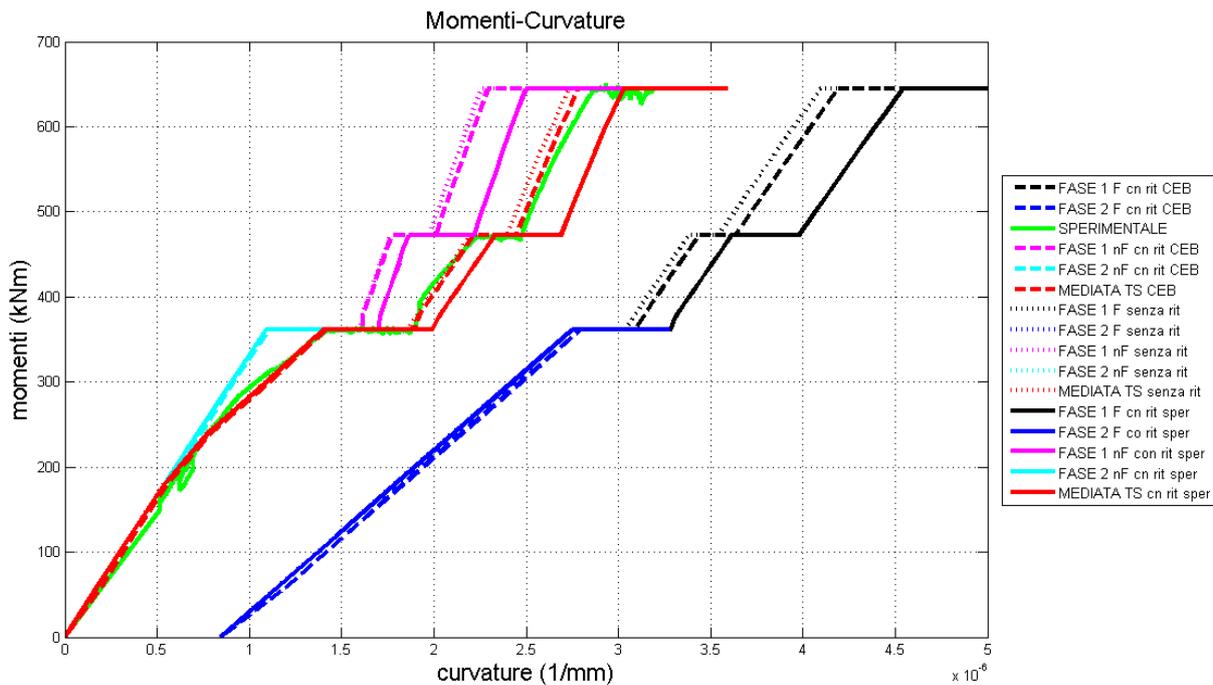


Grafico 8-1: Confronto fra i tipi di ritiro: CEB e sperimentale

In Grafico 8-1 sono confrontati i risultati del modello tra di loro.

Si può notare che il ritiro non influisce sulla pendenza dei rami di carico, in quanto essi sono istantanei. Si vede inoltre che le indicazioni del CEB forniscono un ritiro minore di quello misurato sperimentalmente ma che esso si avvicina di più alla soluzione reale. Questo in quanto, probabilmente, essendo il ritiro fortemente influenzato dalle dimensioni della trave, non ne è tenuto conto quando si interpola e si utilizzano direttamente le curve sperimentali di provini cilindrici.

8.3.2.2 Diverse discretizzazioni nel tempo

Per studiare l’influenza che il vettore dei tempi di riferimento ha sul modello, si sono esaminati i due casi limite: un caso con un numero minimo di tempi di controllo (linea rossa nel Grafico 8-2) ed un caso con un numero elevato di tempi di controllo (linea grigia nel Grafico 8-2).

I due casi presentano lo stesso numero di punti lungo i rami di carico, mentre differiscono nel ramo a carico costante.

Il programma esegue un’analisi al passo per incrementi di carico mediando la funzione di invecchiamento sull’intervallo di tempo, mentre nella teoria la funzione di invecchiamento è definita dall’istante di fine carico. La mediazione di Δt ampi ha quindi un effetto irrigidente sul modello.

tempi di riferimento curva grigia	tempi di riferimento curva rossa
0	0
0,001	0,001
0,002	0,002
0,003	0,003
0,004	0,004
0,005	0,005
0,006	0,006
0,007	0,007
14,999	0,07
18,999	0,7
23	1
	3
	7
	10
	14,999
	18,999
	23

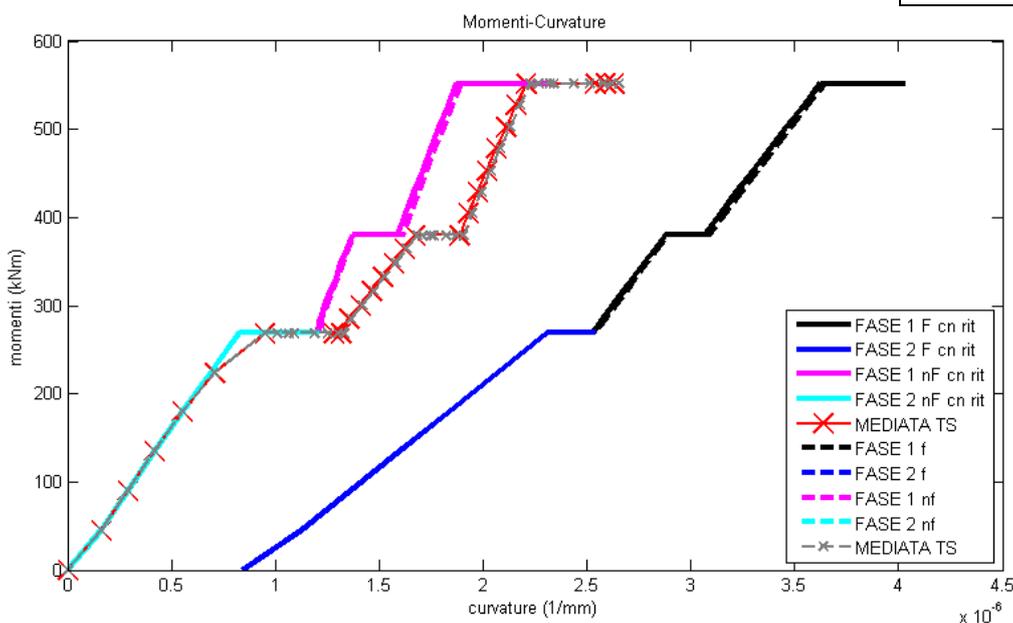


Grafico 8-2: Confronto fra due differenti discretizzazioni nel tempo

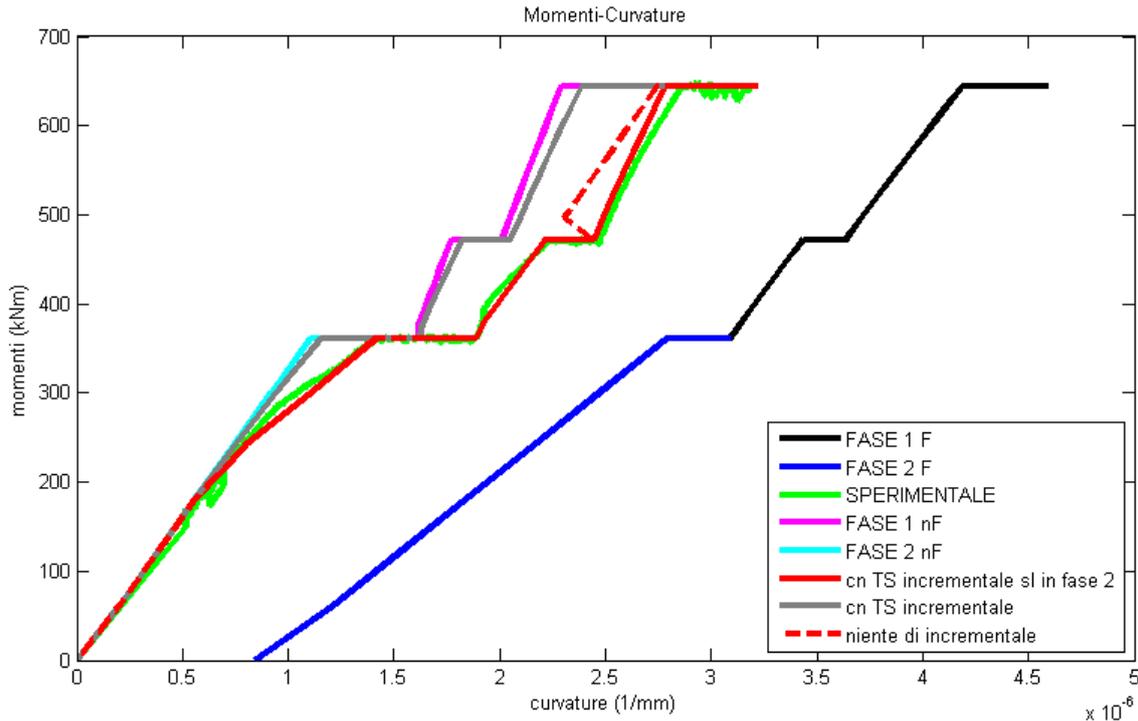


Grafico 8-3: Confronto tra diversi metodi di tension stiffening

8.3.2.3 Scelte di modellazione del tension stiffening

In **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** sono confrontati i risultati di tre modalità per definire il tension stiffening.

La linea grigia mostra come risulti il TS nel caso in cui sia definito incrementale:

$$\chi_m(z) = \chi_m(z-1) + [\chi_{nf}(z) - \chi_{nf}(z-1)]\gamma + [\chi_f(z) - \chi_f(z-1)](1-\gamma)$$

La linea tratteggiata in rosso mostra invece come appaia il TS nel caso in cui sia definito come da letteratura:

$$\chi_m(z) = \chi_{nf}(z)\gamma + \chi_f(z)(1-\gamma)$$

La formulazione più corretta risulta essere intermedia tra le due (linea rossa) con una formulazione incrementale solo dopo passaggio alla Fase 2.

In Fase 1

$$\chi_m(z) = \chi_{nf}(z)\gamma_1 + \chi_f(z)(1-\gamma_1)$$

In Fase 2

$$\chi_m(z) = \chi_m(z-1) + [\chi_{nf}(z) - \chi_{nf}(z-1)]\gamma_2 + [\chi_f(z) - \chi_f(z-1)](1-\gamma_2)$$

8.3.3 Sezione di mezzeria della trave Y

I dati in input per la sezione di mezzeria Y risultano:

Momenti 3 fasi [kNm]	3 Tempi di carico [gg]	Caratteristiche meccaniche x sez fessurata	Geom. Sezione	Creep Moduli Elastici P	Creep Moduli Elastici G	Creep tau	Creep S1_S2	Parametri eq di ritiro cn pol ^3
527	19	57,79	800	180	0,00	0,001	0,61232	0
558	26	490	600	1000	3078,09	0,01	0,36058	-3,65773
711	53	207000	400	3085	4561,90	0,1	0,34737	-15,08038
	70	0,4	150	3500	4500,00	1	0,39347	0,32985
		0,7	200	8166	8200,00	10		-2,86E-03
		75	30	6000	2700,00	100		-248,39573
		1	30	13000	4000,00	1000000		-10,02233
		0	10			0		0,06782
		32,38	30			0		9,22E-04
		7,01E-07	11					
		37520	4					
			2					
			4					
			26					
			12					
			26					
			24					

Parametri beta TS	tempi di riferimento	Aggiustamento dei momenti	Momenti 3 fasi [kNm]
1	0	105	391
1	0,001	31	391
1,5	0,002	31	544
	0,003	334	
	0,004		
	0,005		
	0,006		
	0,007		
	6,999		
	17		
	26,999		

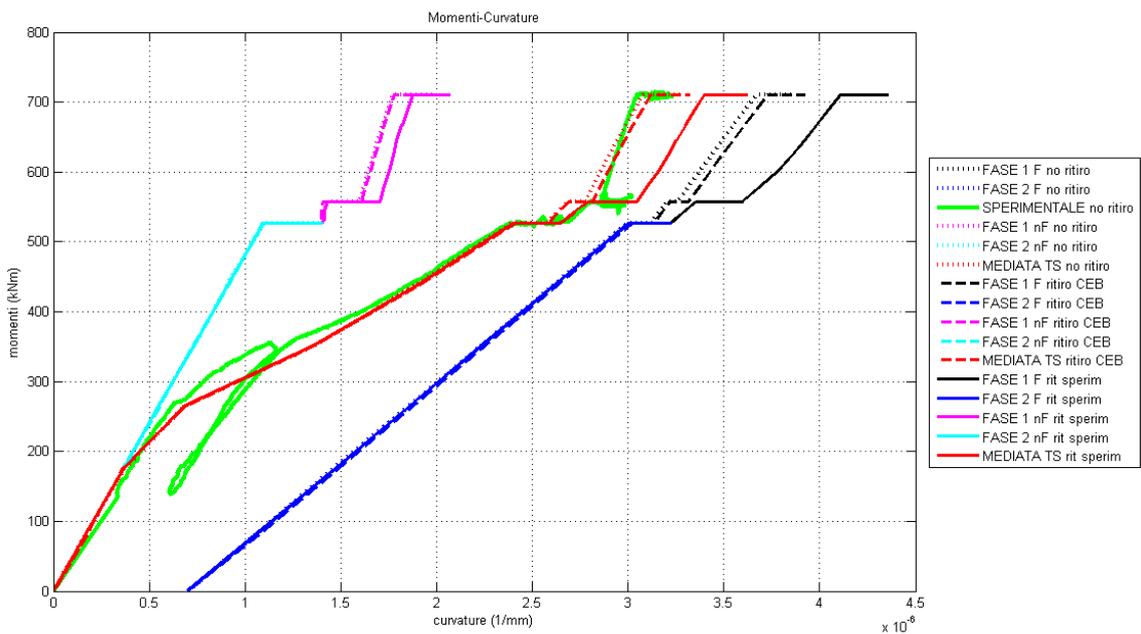


Grafico 8-4: Confronto fra ritiro sperimentale – e ritiro con il CEB – per la sezione Y

Nel **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** spicca la diversa convessità che la curva sperimentale presenta rispetto alla trave M.

Il parametro α permette di cogliere nel modello la differente curvatura.

Anche in questo caso si nota che la curvatura è coerente se si utilizza il ritiro definito con le indicazioni del CEB, mentre la sezione è più cedevole rispetto alla reale qualora si utilizzi una curva sperimentale per definire il ritiro.

8.4 Risultati del modello TRAVE

Il modello TRAVE prende in input gli stessi dati del modello SEZIONE ma necessita in aggiunta le caratteristiche della trave:

Trave M		
Carico P senza PP [kN]	3 Tempi di carico [gg]	Caratteristiche Trave
69	51	9,15
94,6	70	3,075
150,5	85	10
	108	5

Trave Y		
Carico P senza PP [kN]	3 Tempi di carico [gg]	Caratteristiche Trave
127	19	9,15
127	26	3,075
177	53	10
	70	5

Il modello numerico elabora i grafici momento-curvatura di ogni sezione di (Grafico 8-6, Grafico 8-7, Grafico 8-8, Grafico 8-17, Grafico 8-18, Grafico 8-19) e confronta gli abbassamenti in mezzzeria e sotto al carico con quelli sperimentali(da Grafico 8-9 a Grafico 8-15 e da Grafico 8-20 a Grafico 8-25).

8.4.1 Trave M

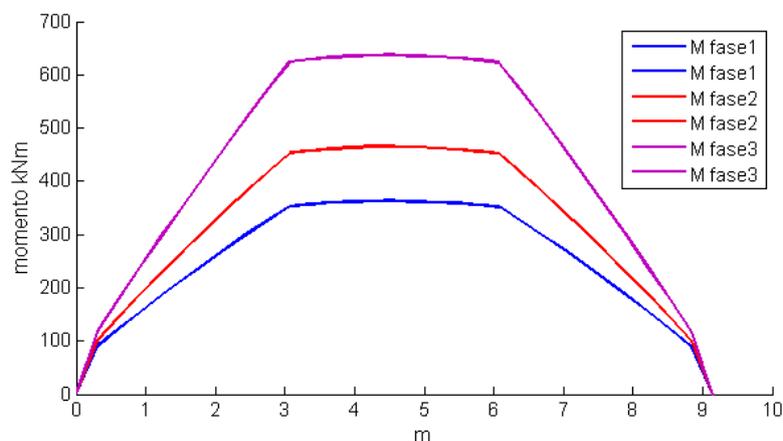


Grafico 8-5: Diagramma dei momenti di carico

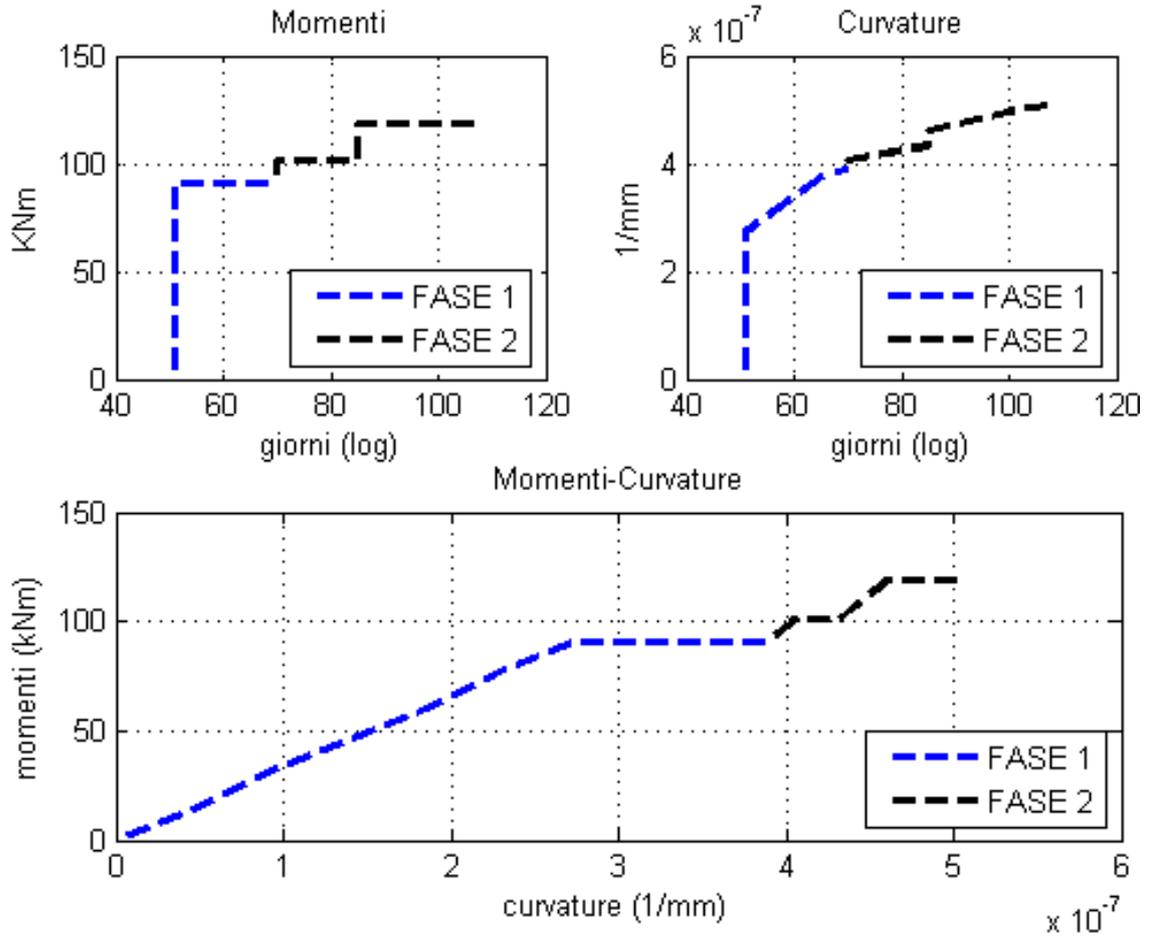


Grafico 8-6: Diagrammi in output della prima sezione di controllo

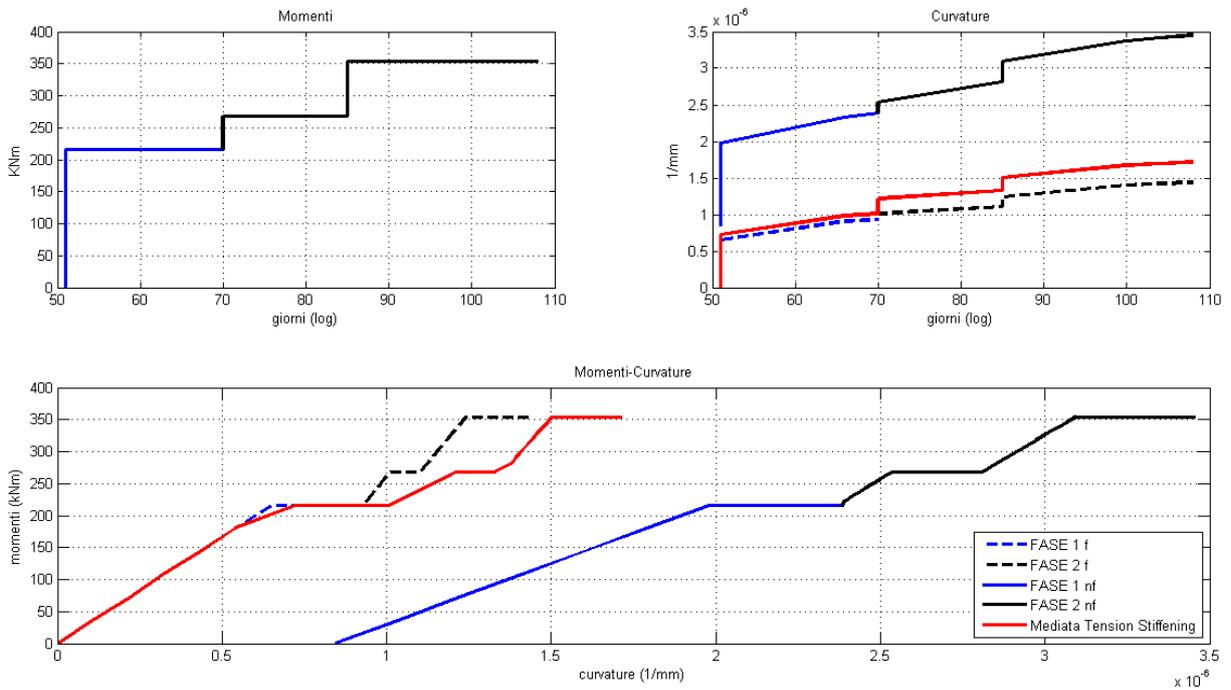


Grafico 8-7: Diagrammi in output di una sezione di controllo fessurata

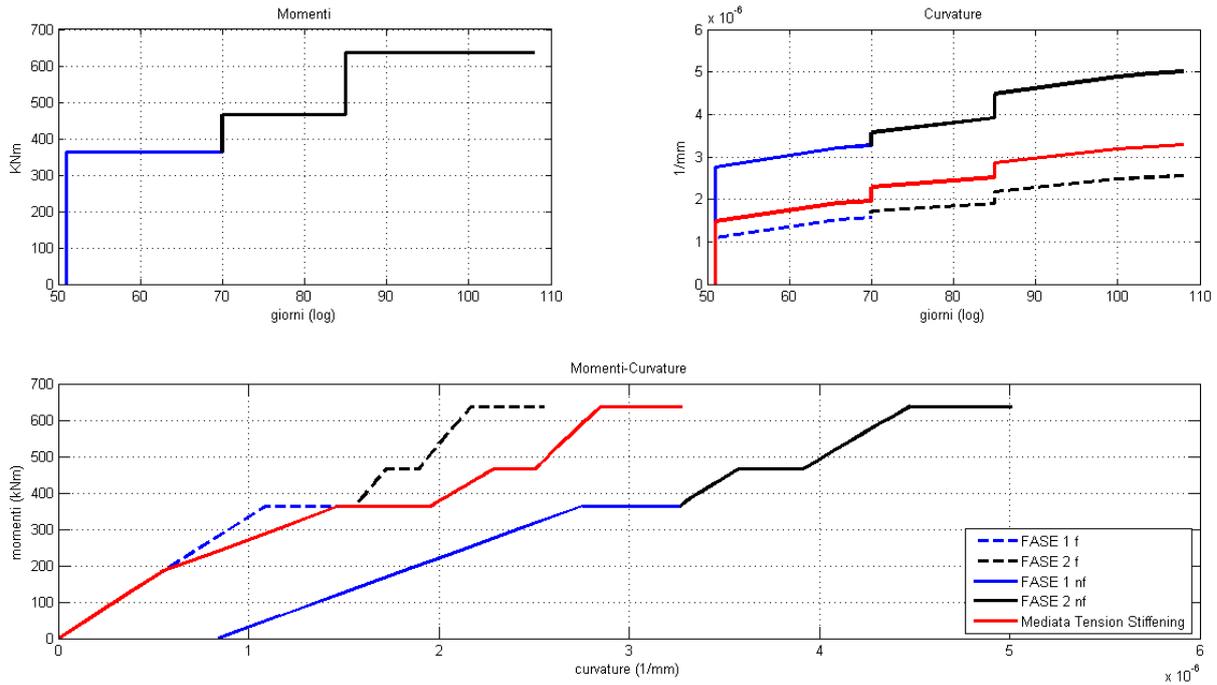


Grafico 8-8: Diagrammi in output della sezione di controllo di mezzeria

Nel Grafico 8-9 il tracciato del modello (nero) non ripercorre la curva sperimentale (verde) con la stessa pendenza a causa della discretizzazione nel tempo che, per contenere il tempo di carico, ha ridotto al minimo i punti sull'asse tempo. La scelta è stata fatta anche perché, non integrando sul tempo, il risultato finale cambia di poco.

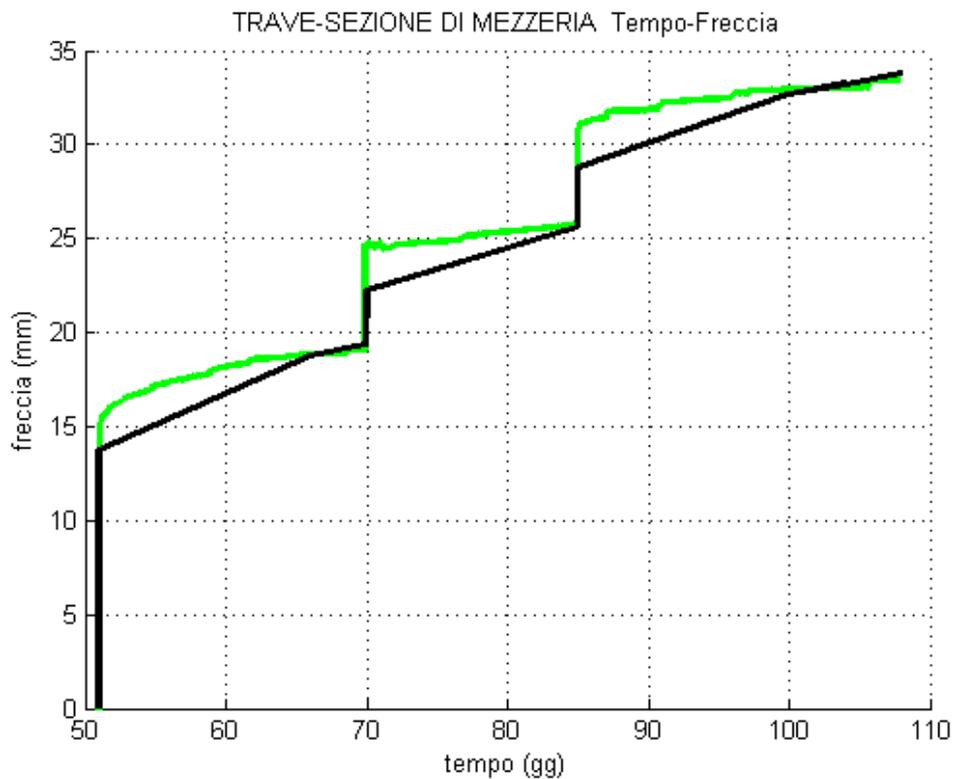


Grafico 8-9: Grafico freccia-tempo modello in nero, sperimentale in verde

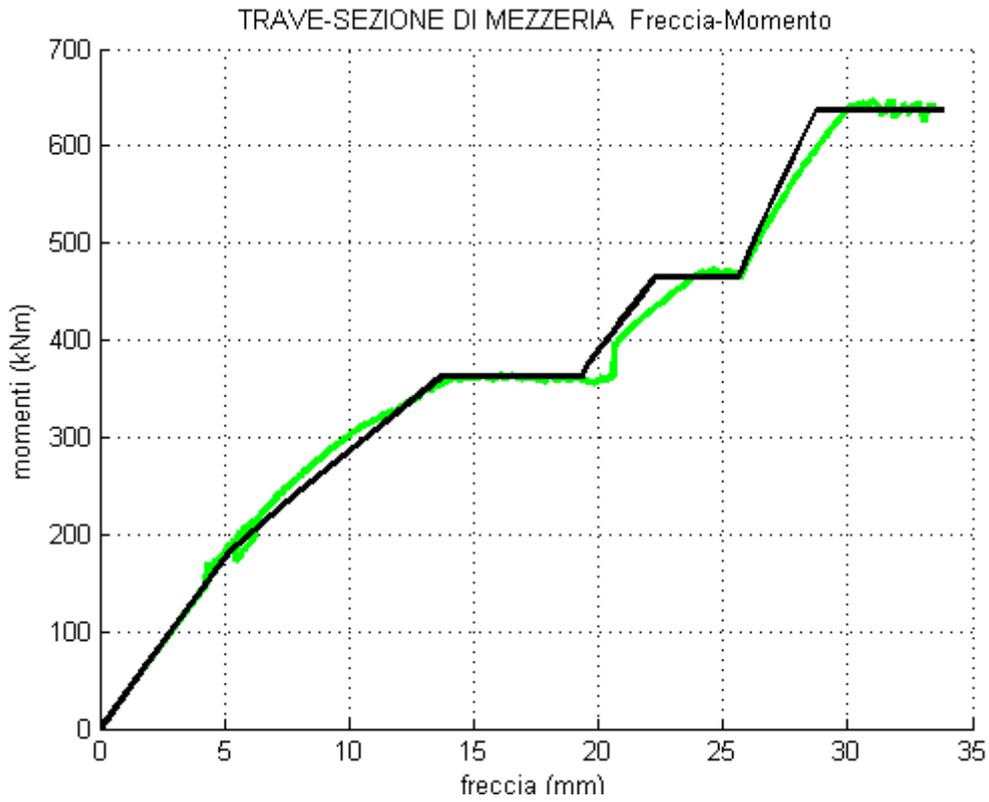


Grafico 8-10: Grafico freccia-momento modello in nero, sperimentale in verde

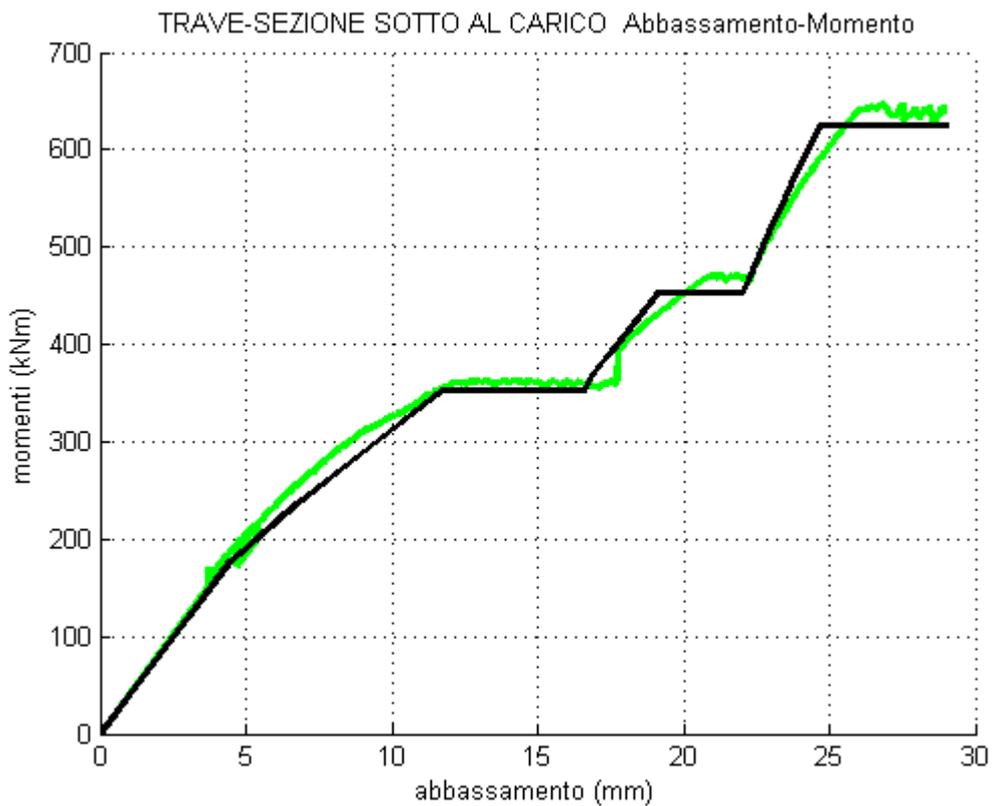


Grafico 8-11: Grafico abbassamento sotto al carico - momento modello in nero, sperimentale in verde

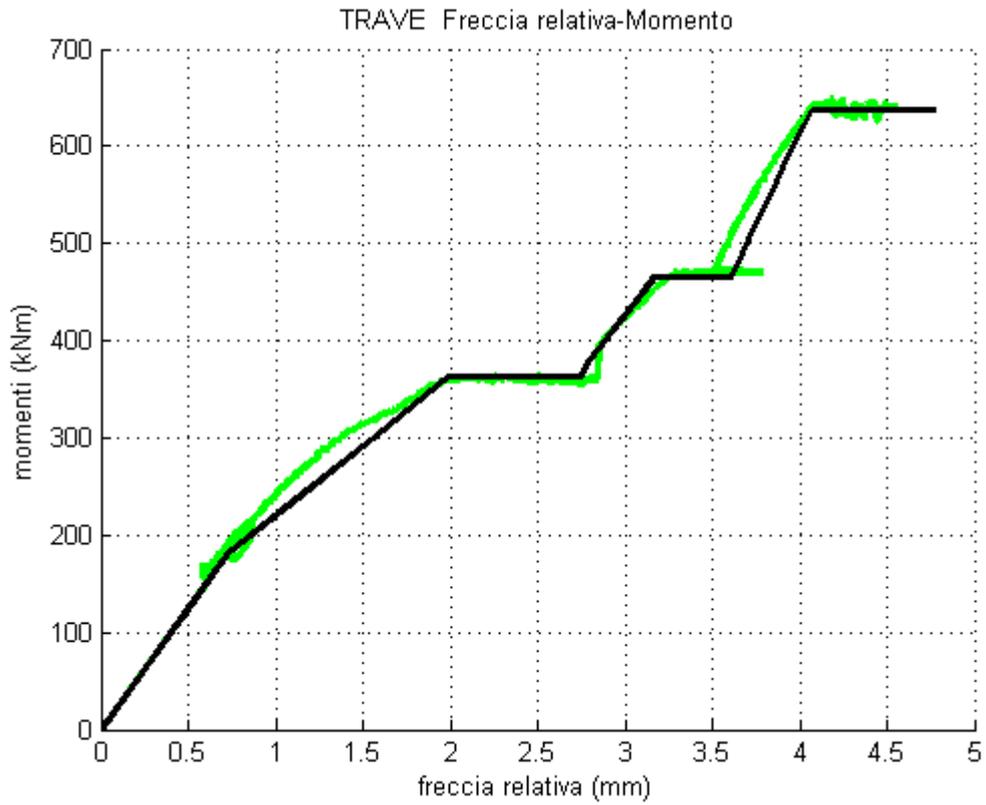


Grafico 8-12: Grafico freccia relativa-momento
 modello in nero, sperimentale in verde

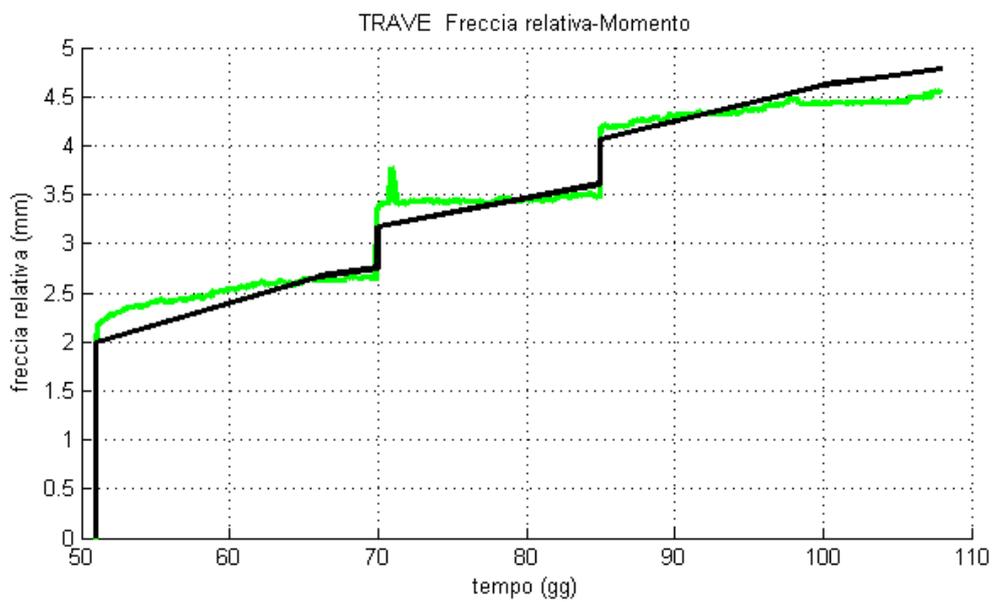
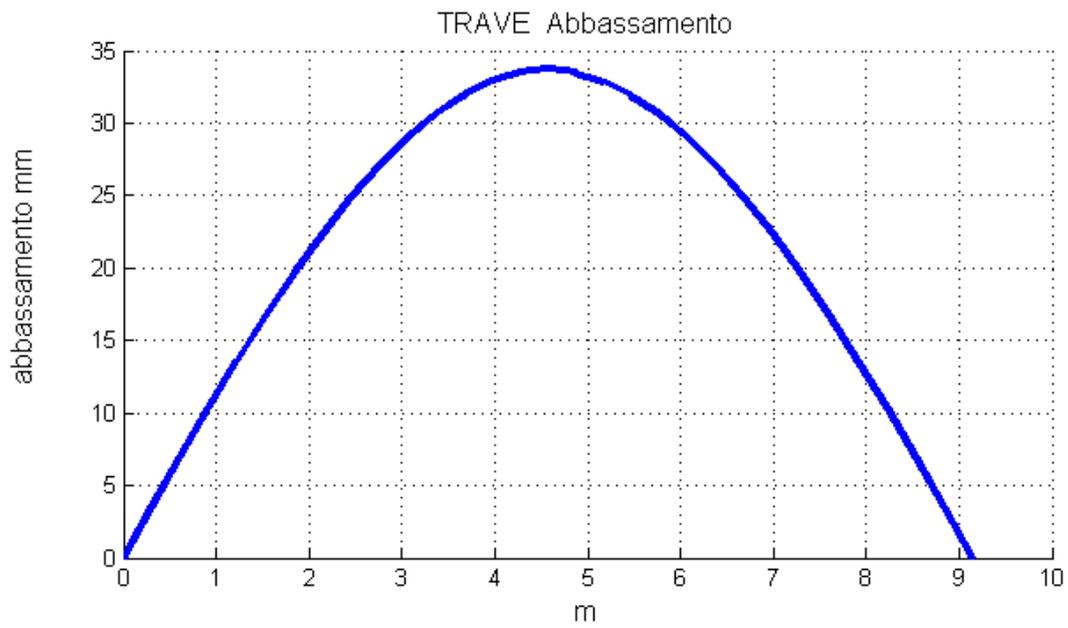
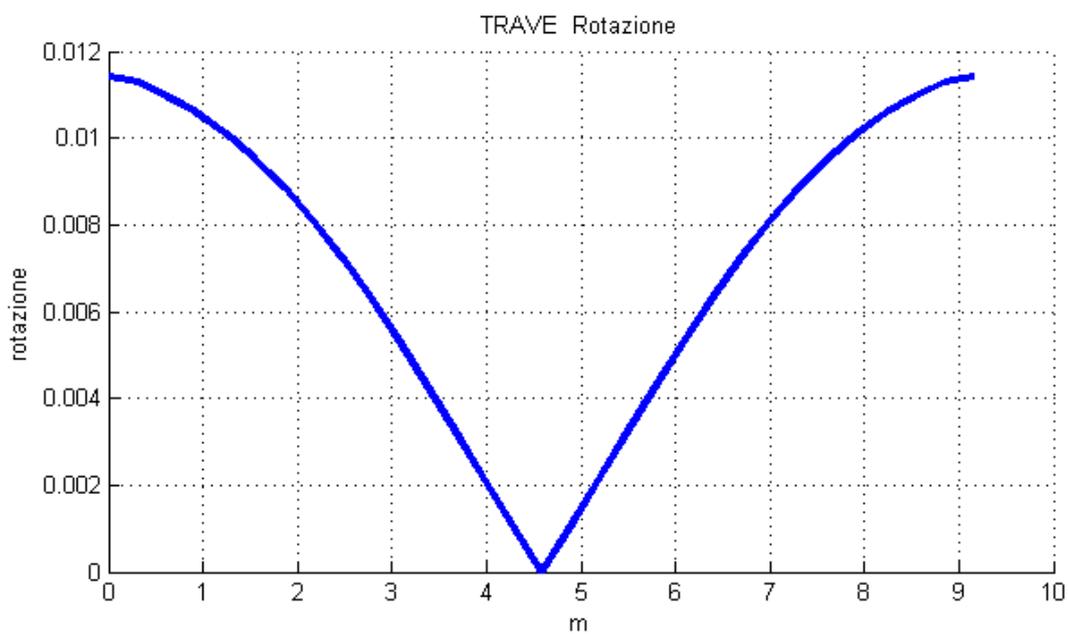


Grafico 8-13: Grafico freccia relativa-tempo
 modello in nero, sperimentale in verde

*Grafico 8-14: Deformata della traveM**Grafico 8-15: Rotazione traveM*

In questo caso è stato utilizzato il ritiro interpolato dalle curve sperimentali.

Il modello sembra raggiungere perfettamente il risultato; tuttavia, siccome queste curve, come detto in precedenza, sovrastimavano le curvature nelle sezioni, è ipotizzabile che anche le frecce siano sovrastimate. La presenza di una sovrastima sta a significare che il modello è più rigido della trave reale, in quanto il modello non tiene conto delle deformazioni taglianti che sono concentrate agli appoggi.

Se si stimasse a mano l'abbassamento viscoso utilizzando i metodi algebrizzati, si otterrebbe:

$$E_{adj} = \frac{E}{1 + \phi\chi} = 11339 \text{ N/mm}^2$$

$$f_p = \frac{P \cdot a}{24E_{adj} I} (3l^2 - 4a^2) \qquad f_q = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{E_{adj} I}$$

$$f_{tot} = f_p + f_q = 6.97 + 1.75 = 8.72 \text{ mm}$$

valore molto minore rispetto ai 35 mm riscontrati nella prova sperimentale.

Il modello numerico a fibre coglie meglio di questi metodi semplificati la deformazione della trave.

8.4.2 Trave Y

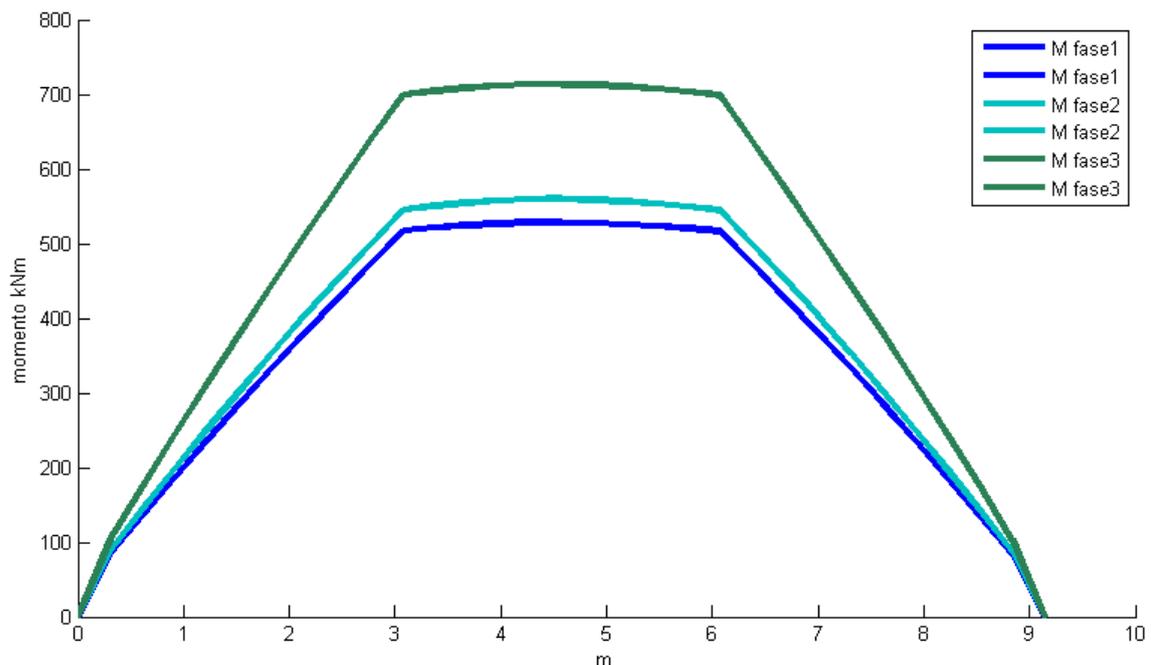


Grafico 8-16: Diagramma dei momenti sollecitanti sulla trave

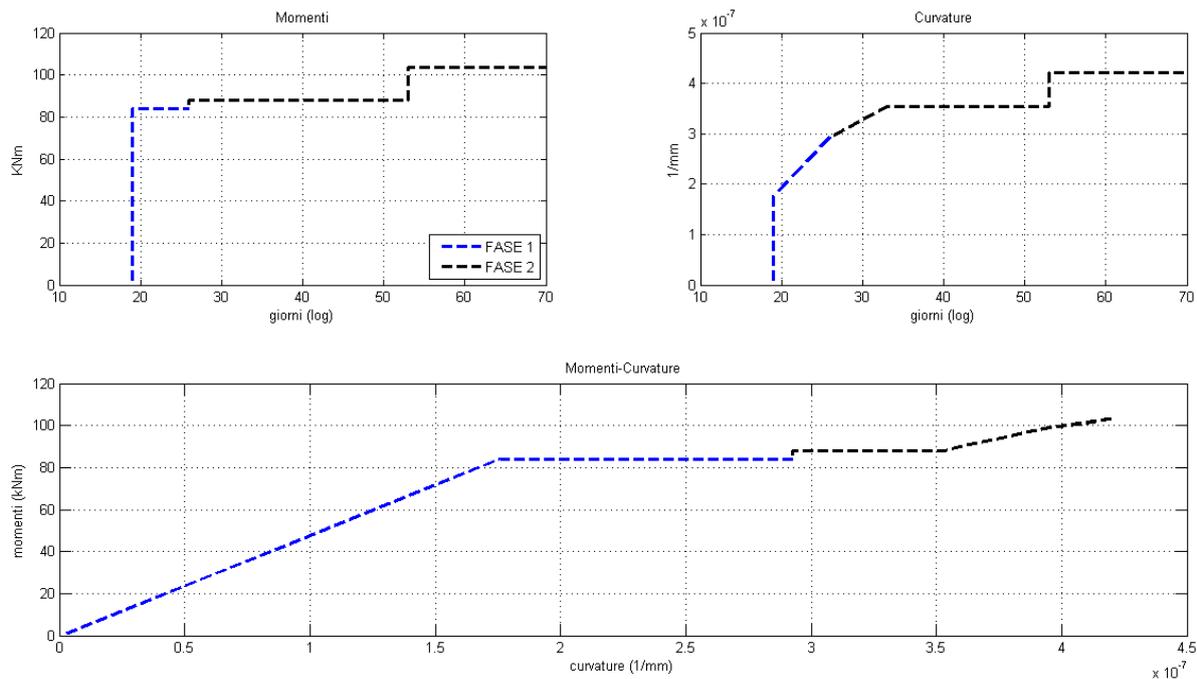


Grafico 8-17: Grafici in output della prima sezione di controllo

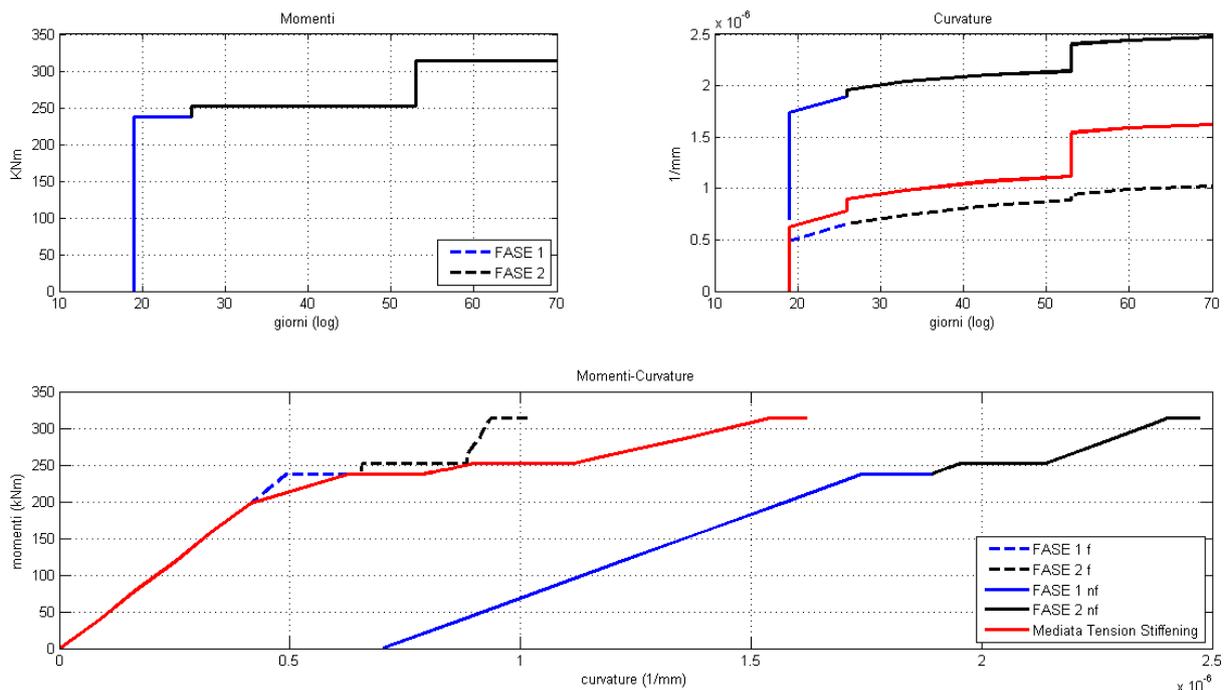


Grafico 8-18: Grafici in output di una sezione fessurata

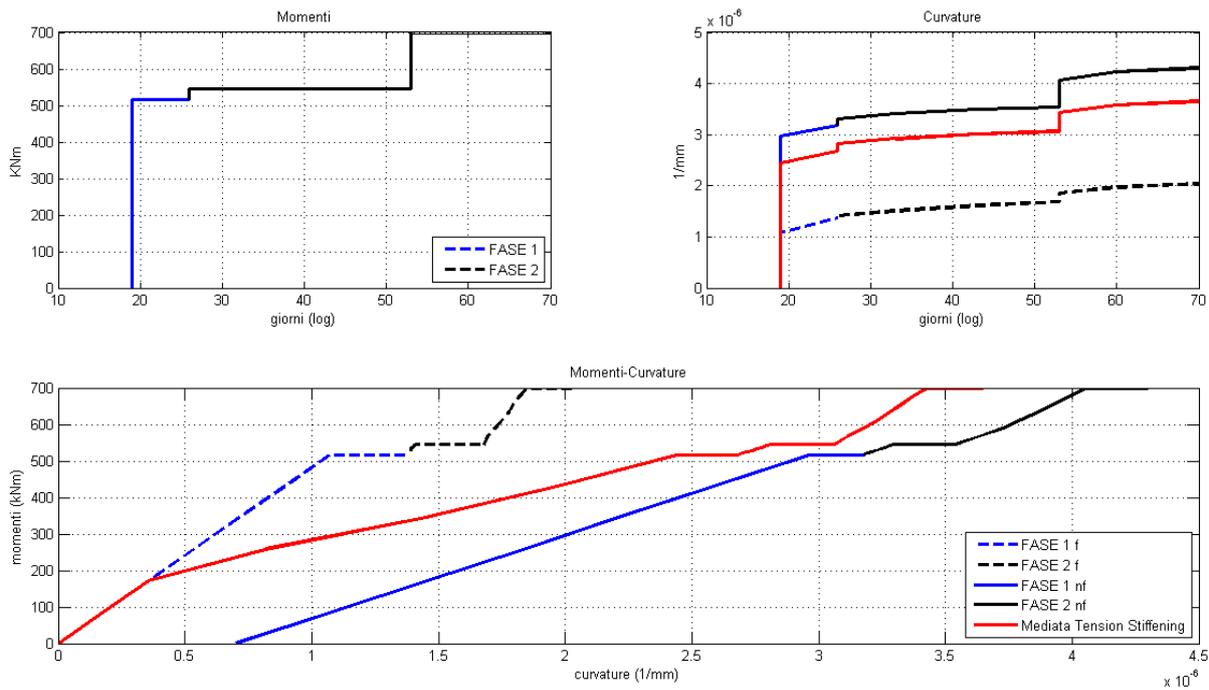


Grafico 8-19: Grafici in output della sezione di mezzeria

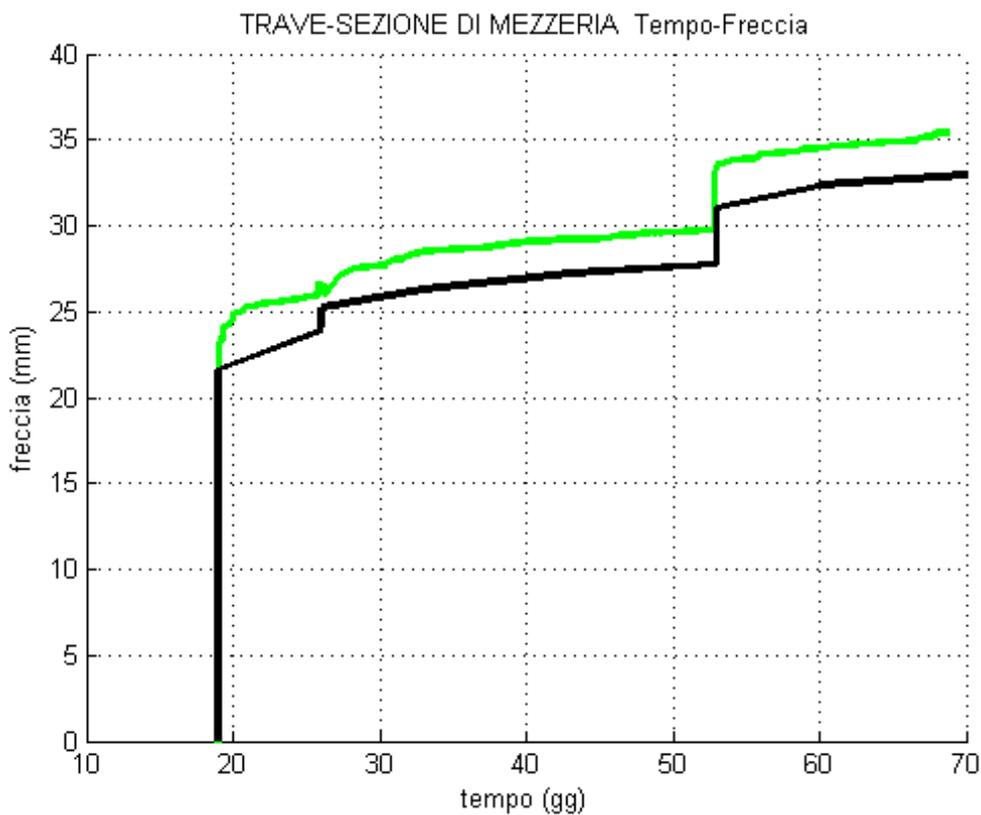


Grafico 8-20: Grafico freccia-tempo modello in nero, sperimentale in verde

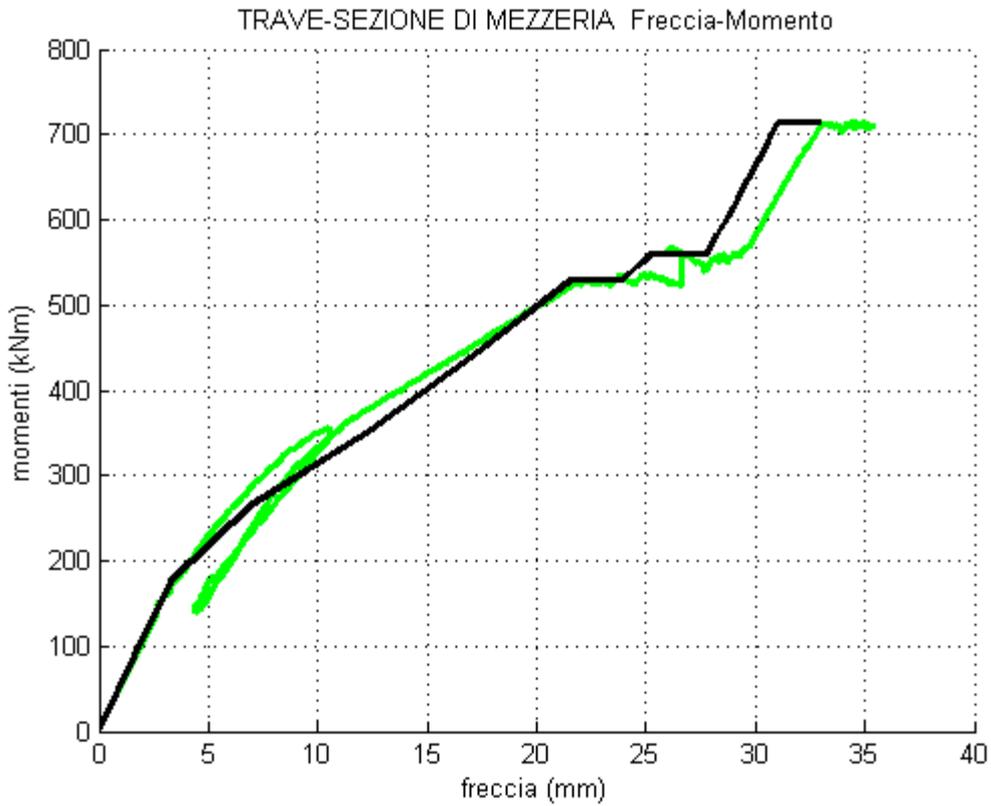


Grafico 8-21: Grafico freccia-momento modello in nero, sperimentale in verde

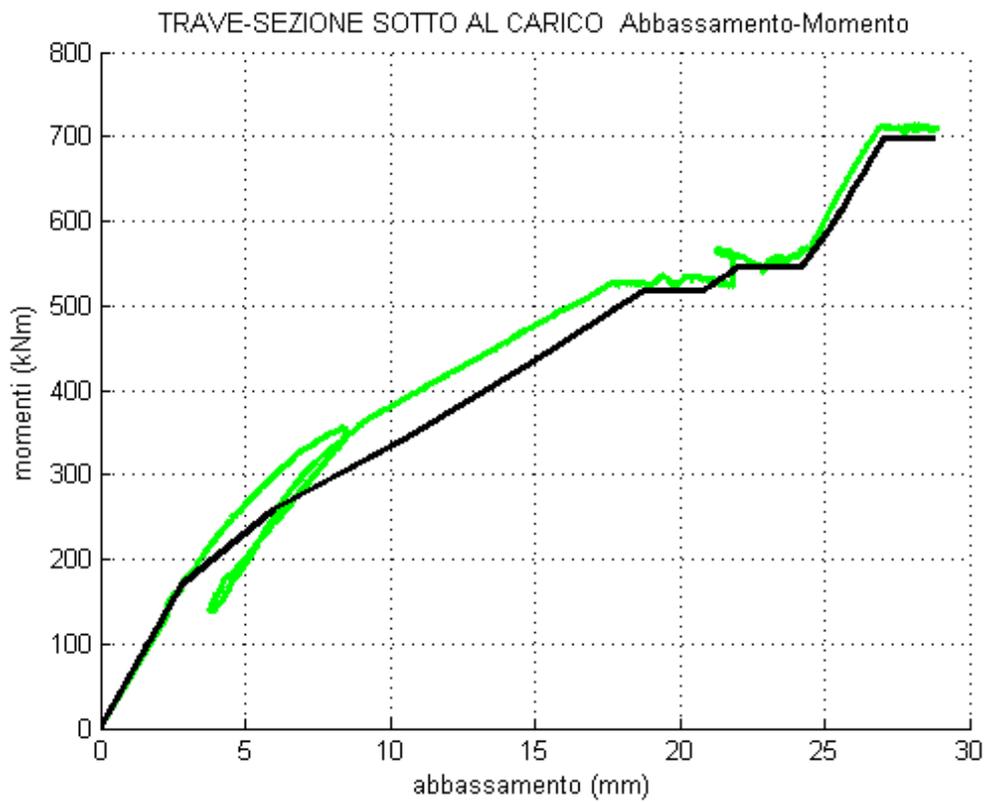


Grafico 8-22: Grafico abbassamento sotto al carico-momento modello in nero, sperimentale in verde

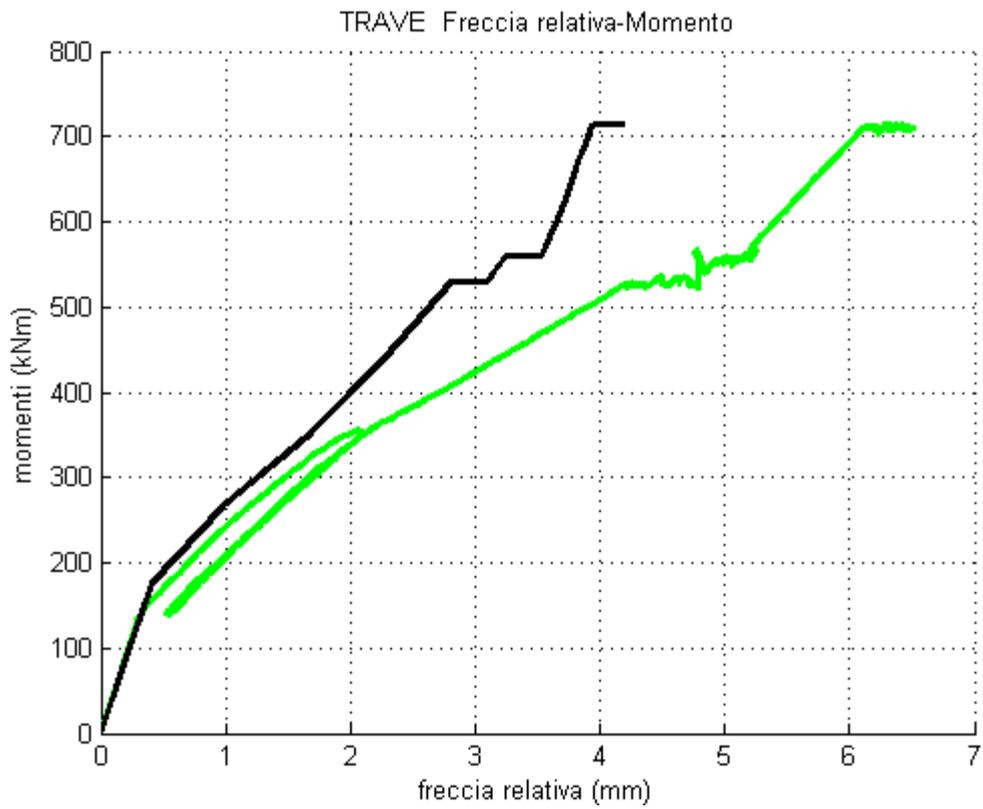


Grafico 8-23: Grafico freccia relativa-momento modello in nero, sperimentale in verde

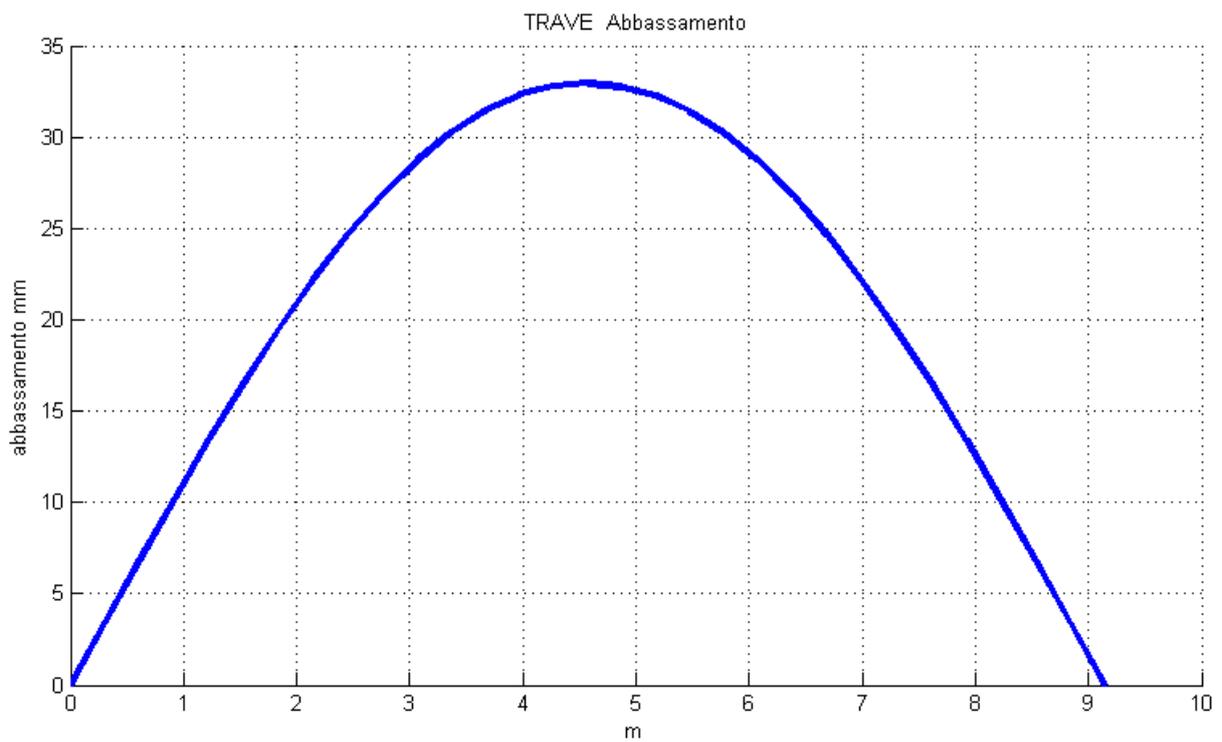


Grafico 8-24: Deformata della trave Y

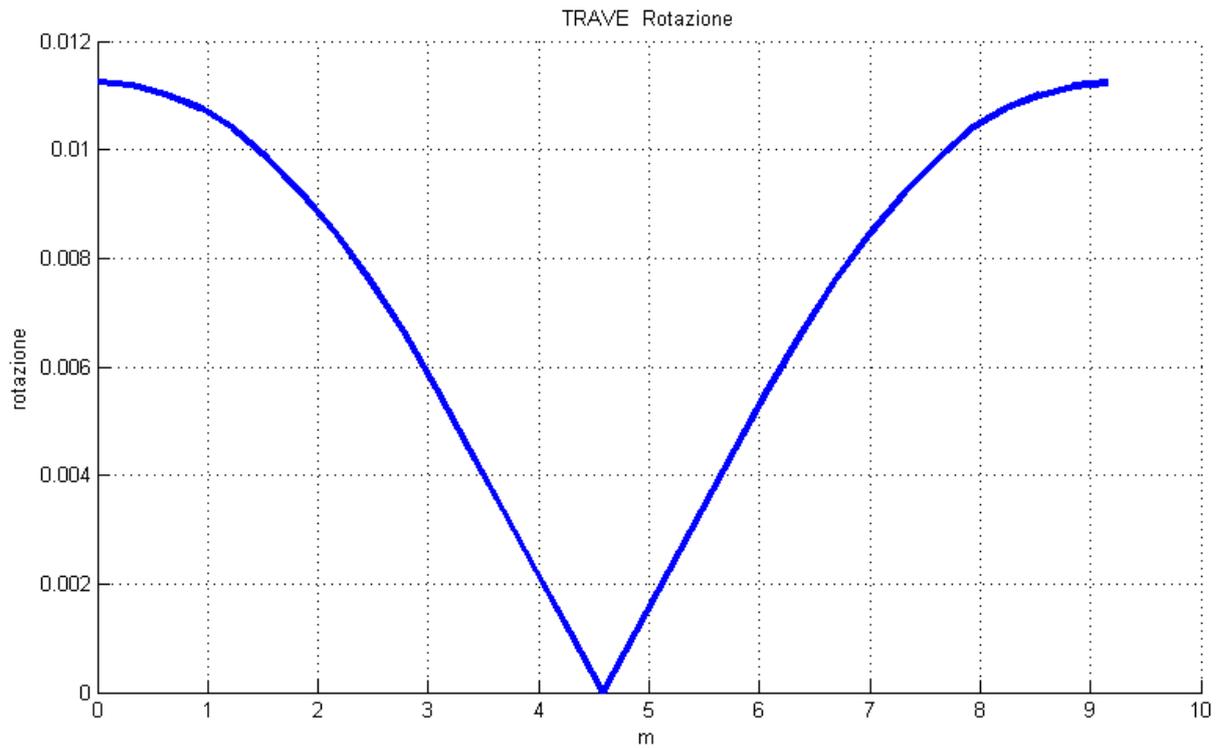


Grafico 8-25: Rotazione della trave Y

In questa trave, la mancanza di dati ha influito sulle calibrazioni, rendendole lievemente imperfette. Nonostante ciò, i risultati sono da considerarsi soddisfacenti.



Sommario

Capitolo 1 Introduzione.....	1
Capitolo 2 Creep e Ritiro	4
2.1 Generalità.....	4
2.2 Ritiro.....	5
2.3 Creep.....	6
2.3.1 Calcolo delle Deformazioni Viscose.....	8
2.4 Risoluzione degli integrali di Volterra: serie di Dirichlet	14
2.4.1 Funzioni di viscosità.....	14
2.4.2 Funzioni di rilassamento	16
2.4.3 Algoritmi di risoluzione	17
2.5 La teoria della solidificazione di Bazant	19
2.5.1 Derivazione della funzione di viscosità.....	19
2.5.2 Formulazione incrementale	22
2.5.3 Problema di viscosità.....	22
2.5.4 Problema di rilassamento	23
2.6 Formulazione incrementale con comportamento asintotico.....	24
2.6.1 Algoritmo esponenziale per l'integrazione nel tempo	26
2.6.2 Taratura del modello	27
Capitolo 3 Sistemi di prefabbricazione	29
3.1 Descrizione del sistema costruttivo	29
3.2 Criteri di verifica agli stati limite per travi eseguite in fasi successive	31
3.2.1 Verifica agli stati limite ultimi	31
3.2.2 Verifica agli stati limite di esercizio.....	32
Capitolo 4 Campagna sperimentale M.....	34
4.1 Preparazione della trave.....	36
4.2 Prove sui cilindri.....	38

4.2.1	Prove per la determinazione del modulo elastico.....	39
4.2.2	Prove di ritiro.....	39
4.2.3	Prove di creep.....	40
4.3	Prova di carico differito.....	45
Capitolo 5 Campagna sperimentale Y.....		52
5.1	Trave.....	53
5.1.1	Preparazione prova.....	53
5.1.2	Svolgimento della prova di carico.....	55
5.2	Prove sui provini cilindrici di calcestruzzo.....	59
5.2.1	Prove per la determinazione del modulo elastico.....	59
5.2.2	Prove di ritiro.....	59
5.2.3	Prove di creep su provini cilindrici.....	61
Capitolo 6 Modelli a fibre per l'analisi differita nel tempo.....		63
6.1	Modelli a fibre.....	64
6.2	Livello fibra.....	65
6.3	Livello sezione.....	66
6.3.1	Input.....	67
6.3.2	Risolutore.....	71
6.3.3	Tension stiffening.....	75
6.4	Livello trave.....	77
6.4.1	Discretizzazione della trave.....	78
6.4.2	Risoluzione dei conci.....	78
6.4.3	Integrazione.....	79
Capitolo 7 Calibrazione dei parametri riguardanti le proprietà reologiche dei calcestruzzi.....		80
7.1	Calibrazione ritiro.....	80
7.2	Calibrazione rilassamento.....	83
7.2.1	Isolamento delle curve di creep.....	83
7.2.2	Trasformazione delle curve di creep in curve di rilassamento.....	90

7.2.3	Interpolazione delle curve di rilassamento.....	92
7.2.3.1	Verifica ed ottimizzazione dei parametri reologici	95
Capitolo 8	Risultati dei modelli numerici	101
8.1	Correzione dei dati.....	101
8.2	Risultati del modello FIBRA	103
8.3	Risultati del modello SEZIONE	103
8.3.1	Sezione di mezzeria della trave M	103
8.3.2	Studio delle possibili ottimizzazioni	105
8.3.2.1	Tipi di ritiro	105
8.3.2.2	Diverse discretizzazioni nel tempo.....	106
8.3.2.3	Scelte di modellazione del tension stiffening	107
8.3.3	Sezione di mezzeria della trave Y	108
8.4	Risultati del modello TRAVE	109
8.4.1	Trave M.....	109
8.4.2	Trave Y.....	115
Bibliografia.....		125
Ringraziamenti		127

Bibliografia

- Bazant Z.P., Hauggard A.B., Baweja S., “Microprestress solidification theory for concrete creep. I: aging and drying effects”. Articolo, Journal of Engineering mechanics/November 1997, pag.1188-1194.
- Bazant Z.P., Hauggard A.B., Baweja S., “Microprestress solidification theory for concrete creep. II: algorithm and verification”. Articolo, Journal of Engineering mechanics/November 1997, pag.1195-1201.
- Goangseup Zi1, Bazant Z.P.,”Continuous Relaxation Spectrum for Concrete Creep and its Incorporation into Microplane Model M4”. Articolo, Journal of Engineering mechanics/December 2002, pag.1331-1336.
- Bazant Z.P., Yunping Xi, “Continuous retardation spectrum for solidification theory of concrete creep”. Articolo, Journal of Engineering mechanics/February 1995, pag.281-288.
- Kovler K., “Interdependence of creep and shrinkage of concrete under tension”. Articolo, Journal of materials in civil engineering/May 1995, pag.96-101.
- Mazzotti C., Savoia M., “Nonlinear Creep Damage Model for Concrete under Uniaxial Compression”. Articolo, Journal of Engineering Mechanics/September 2003, pag.1065-1075.
- CEB-FIP (1990), “*Model Code 1990*” – Paragrafi 2.1.4–2.1.6.
- “Manual on cracking and deformation, Bollettino CEB n° 158-E- Euro-International Du Beton”
- E. Cosenza, C. Greco, “Il calcolo delle deformazioni nelle strutture in cemento armato”, 145-175, 1991.
- A. Ghali, R. Favre, “Concrete Structures, stresses and deformations”, capp. 1, 2, II edition, E & Spon edition.
- Tesi di laurea Fabiani M., “Valutazione del comportamento differito di una trave inflessa realizzata in due fasi”,2008

Bibliografia

- Tesi di laurea Ponzoni Y., “Comportamento differito di travi inflesse in c.c.a.”, 2007.
- Tesi di laurea Così P., “Il comportamento differito di travi prefabbricate con completamento in opera”, 2005.

Ringraziamenti

Ringrazio in Prof. Ing. Claudio Mazzotti per l'aiuto e la disponibilità dedicatami nel cercare una soluzione agli innumerevoli inconvenienti di percorso

Ringrazio Checco e Ano, per aver condiviso le fatiche e per avermi sempre spronato a lavorare in questi anni

Ringrazio i miei genitori e la mia famiglia per il continuo incoraggiamento

Un ringraziamento speciale va a Giulia per essere splendida e per avermi regalato in ogni istante ordine, ortografia e lessico.

Ringrazio tutti i presenti, la loro partecipazione a questa mia giornata importante è un chiaro segno dell'amicizia che ci lega