

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
- Sede di Forlì -

CORSO DI LAUREA
IN INGEGNERIA MECCANICA
Classe: LM-33

TESI DI LAUREA
in
DISEGNO E METODI DELL'INGEGNERIA INDUSTRIALE

"Studio di un invertitore:
progettazione e dimensionamento di un inversore di marcia
in una macchina agricola ibrida"

CANDIDATO
Maurizio Poletti

RELATORE
Prof. Ing. Luca Piancastelli

Anno Accademico 2014-2015
Sessione: I

Indice

1 Ruote Dentate Cilindriche a Denti Diritti.....	13
1.1 Generalità.....	14
1.2 Elementi geometrici delle ruote cilindriche a denti diritti.....	15
1.3 Arco di azione e linea di imbocco.....	17
1.4 Rapporto di Trasmissione delle Ruote Dentate.....	21
1.5 Determinazione dei Profili dei Denti:.....	25
1.5.1 Profilo Cicloide.....	25
1.5.2 Profilo ad Evolvente.....	28
1.5.3 Caratteristiche e Confronto Profili Cicloidali e Evolvente.....	30
1.6 Il Taglio delle Dentature.....	34
1.7 Il numero minimo di denti.....	38
1.8 Interferenza. Condizioni limiti delle dentature ad evolvente.....	40
1.9 Il dimensionamento a flessione della dentatura.....	45
1.10 I materiali utilizzati per la costruzione degli ingranaggi.....	47
1.10.1 Ghisa.....	48
1.10.2 Acciai in getti.....	48
1.10.3 Acciai fucinati.....	48
1.10.4 Acciai da bonifica.....	48
1.10.5 Acciai al Carbonio da cementazione.....	48
1.10.6 Acciai legati da bonifica.....	49
1.10.7 Acciai legati da cementazione.....	49
1.10.8 Acciai legati da nitrurazione.....	49
1.10.9 Alluminio e cuproleghe speciali.....	49
1.11 La scelta della tensione ammissibile nella progettazione degli ingranaggi.....	50
1.11.1 Tensione normale ammissibile σ_{am} relative alle sollecitazioni statiche.....	50
1.11.2 Tensione normale ammissibile σ_{amd} relative alle sollecitazioni dinamiche.....	51
2 Ruote Dentate Coniche a Denti Diritti.....	55
2.1 Generalità sulle ruote dentate per assi concorrenti.....	56
2.2 Caratteristiche delle ruote coniche a denti diritti.....	62
2.3 Modulo medio e larghezza delle ruote coniche a denti diritti.....	66
2.4 Il numero minimo di denti.....	68
2.5 La spinta assiale nelle ruote coniche a denti diritti.....	70
2.6 Il dimensionamento a flessione della dentatura delle ruote coniche.....	72
2.7 Verifica e dimensionamento ad usura degli ingranaggi conici a denti diritti.....	74
2.8 Taglio delle ruote dentate coniche; ruota piano-conica.....	77
3 Danneggiamento delle ruote dentate.....	81
3.1 Rottura per flessione del dente.....	82
3.2 Pitting.....	82
3.3 Micropitting.....	85
3.4 Scuffing.....	86
3.5 Usura.....	86
4 Innesti.....	89
4.1 Generalità sugli Innesti.....	90
4.2 Innesti a denti.....	90
5 Profili Scanalati.....	93
5.1 Accoppiamenti con profili scanalati.....	94
6 Cuscinetti.....	101
6.1 Generalità cuscinetti a rotolamento.....	102

7	l'invertitore.....	107
7.1	Il Cinematismo.....	108
7.2	Dimensionamento delle Ruote Coniche.....	110
7.3	Dimensionamento dei Profili Scanalati.....	112
7.4	Dimensionamento del giunto frontale.....	113
7.5	Analisi delle Forze in Gioco.....	114
7.6	Scelta dei Cuscinetti.....	116
8	Complessivo.....	121
8.1	Componenti dell'inversore:.....	122
8.1.1	Albero di ingresso del moto.....	122
8.1.2	Albero di uscita del moto.....	123
8.1.3	Albero satellite.....	124
8.1.4	Carter.....	125
8.1.5	Coperchio carter.....	126
8.1.6	Selettore.....	127
8.2	Complessivo dell'inversore.....	128
9	Conclusioni.....	131
10	Bibliografia.....	133

Indice delle Illustrazioni

Illustrazione 1.1 ; Schema di un'ingranaggio.....	14
Illustrazione 1.2 ; Grandezze fondamentali in una ruota dentata a denti diritti.....	16
Illustrazione 1.3 ; Costruzione della linea di imbocco.....	18
Illustrazione 1.4 ; Linea di imbocco.....	20
Illustrazione 1.5 ; Ruote di frizione cilindriche.....	21
Illustrazione 1.6 ; Velocità nel punto di contatto.....	22
Illustrazione 1.7 ; Profilo ipocicloide.....	26
Illustrazione 1.8 ; Profilo epicicloide.....	26
Illustrazione 1.9 ; Profilo del dente.....	27
Illustrazione 1.10 ; Profilo ad evolvente.....	28
Illustrazione 1.11 ; Retta d'azione.....	29
Illustrazione 1.12 ; Forze di contatto.....	31
Illustrazione 1.13 ; Variazione dell'interasse.....	33
Illustrazione 1.14 ; Taglio con fresa.....	35
Illustrazione 1.15 ; Taglio con dentiera.....	36
Illustrazione 1.16 ; Taglio fellowvs.....	37
Illustrazione 1.17 ; Taglio con creatore.....	37
Illustrazione 1.18 ; Numero minimo di denti.....	39
Illustrazione 1.19 ; Forma del dente.....	41
Illustrazione 1.20 ; Circonferenze ausiliarie.....	42
Illustrazione 1.21 ; Azione della flessione su un dente.....	45
Illustrazione 2.1 ; Primitive sferiche.....	57
Illustrazione 2.2 ; Ruota conica.....	58
Illustrazione 2.3 ; Ruote di frizione coniche.....	59
Illustrazione 2.4 ; Settori circolari	60
Illustrazione 2.5 ; Coni complementari.....	60
Illustrazione 2.6 ; Forma del dente nelle ruote dentate coniche a denti diritti.....	62
Illustrazione 2.7 ; Dimensioni fondamentali nell'ingranaggio conico a denti diritti.....	64
Illustrazione 2.8 ; Dimensioni fondamentali nelle ruote dentate coniche a denti diritti.....	65
Illustrazione 2.9 ; Modulo medio nelle ruote dentate coniche a denti diritti.....	66
Illustrazione 2.10 ; Forze nel punto di contatto nelle ruote dentate coniche.....	70
Illustrazione 2.11 ; Ruota piano conica.....	77
Illustrazione 2.12 ; Ingranaggio ruota conica-ruota piano conica.....	78
Illustrazione 2.13 ; Taglio delle ruote coniche.....	79
Illustrazione 3.1 ; Cricca per flessione in un dente.....	82
Illustrazione 3.2 ; Cricca dovuta al pitting.....	83
Illustrazione 3.3 ; Punto danneggiato per pitting.....	83
Illustrazione 3.4 ; Danneggiamento per pitting.....	84
Illustrazione 3.5 ; Rottura con stato di danneggiamento, avanzato, per pitting.....	85
Illustrazione 3.6 ; Le zone più chiare sono il difetto tipico di questo danneggiamento.....	85
Illustrazione 3.7 ; Danneggiamento per scuffing.....	86
Illustrazione 3.8 ; Esempio di usura.....	87
Illustrazione 4.1 ; Innesto a denti.....	90
Illustrazione 4.2 ; Innesto a denti radiali.....	90
Illustrazione 5.1 ; Profilo scanalato.....	94
Illustrazione 5.2 ; Dentature nei profili scanalati.....	95
Illustrazione 5.3 ; Mozzo nei profili scanalati.....	95
Illustrazione 5.4 ; Profili scanalati "millerighe".....	97

Illustrazione 6.1 ; Cuscinetto radiale a sfere.....	102
Illustrazione 6.2 ; Cuscinetto assiale a sfere.....	102
Illustrazione 6.3 ; Cuscinetto assiale a doppia ralla di sfere.....	103
Illustrazione 6.4 ; Cuscinetto a sfere obliquo.....	103
Illustrazione 6.5 ; Cuscinetto a rulli conico.....	104
Illustrazione 7.1 ; Schema cinematismo.....	108
Illustrazione 7.2 ; Schema cinematismo configurazione a.....	109
Illustrazione 7.3 ; Schema cinematismo configurazione b.....	110
Illustrazione 7.4 ; Analisi delle forze in gioco.....	115
Illustrazione 7.5 ; Coefficiente Kr.....	117
Illustrazione 8.1 ; Albero di ingresso del moto.....	122
Illustrazione 8.2 ; Albero di uscita del moto.....	123
Illustrazione 8.3 ; Albero Ruota oziosa.....	124
Illustrazione 8.4 ; Carter I.....	125
Illustrazione 8.5 ; Carter II.....	125
Illustrazione 8.6 ; Coperchio I.....	126
Illustrazione 8.7 ; Coperchio II.....	126
Illustrazione 8.8 ; Selettore.....	127
Illustrazione 8.9 ; Selettore-Albero.....	127
Illustrazione 8.10 ; Complessivo dell'inversore I.....	128
Illustrazione 8.11 ; Complessivo dell'inversore II.....	128

Ringraziamenti

Desidero innanzitutto ringraziare il Professor Piancastelli per la sua disponibilità, in qualità di relatore della mia tesi, per avermi dato l'opportunità di sviluppare un progetto di un componente necessario in una macchina agricola, settore a me molto familiare da sempre.

Ringrazio Giacomo Bertozzi il quale mi ha affiancato durante la stesura di questo lavoro, sempre disponibile per qualsiasi domanda sul suo lavoro precedentemente svolto sul medesimo progetto per risolvere la regolazione continua del rapporto di trasmissione..

Inoltre, vorrei esprimere la mia sincera gratitudine ai miei compagni di corso in particolare Landini Corrado, Davide Barbieri, Giacomo Gridelli conosciuti il primo anno di corso della laurea triennale, con i quali si è instaurato fin da subito una completa collaborazione e amicizia. Ciascuno di loro è stato di grande importanza nel darmi aiuto nella preparazione degli esami, accompagnandomi nel lungo e faticoso percorso degli studi.

Un ringraziamento particolarmente sentito va a tutte quelle persone e cari amici che mi hanno incoraggiato nei momenti più faticosi di questo percorso di studio.

Vorrei infine ringraziare con affetto i miei genitori e mio fratello Michele, per il sostegno e l'aiuto che mi hanno dato, ed in particolare per essermi stati sempre vicini in ogni momento del mio percorso universitario.

Introduzione

Lo scopo del progetto di questa tesi é quello di introdurre la retromarcia in un cambio automatico, a variazione di rapporto di trasmissione continuo, per un trattore agricolo ibrido. Scelto come modello di trattore il Goldoni Energy 80, é stata adottata nel precedente progetto (da Bertozzi), come soluzione, quella di un rotismo epicicloidale, per la cui variazione del rapporto di trasmissione, in modo continuo, è utilizzato un motore elettrico.

Per realizzare la retromarcia abbiamo preso in considerazione due possibilità:

- sostituzione del motore elettrico, nel cambio già realizzato, in modo da ottimizzare il meccanismo già esistente e minimizzare il numero di componenti
- realizzare la retromarcia con un cinematismo meccanico a valle del cambio già esistente.

É stata data la precedenza allo sviluppo della prima soluzione, ma non è stato possibile adottarla. Per realizzare la retromarcia nel cambio già esistente è necessario un motore elettrico che ruoti a un regime di rotazione molto elevato. A questi regimi di rotazione i motori elettrici in commercio, adatti al nostro scopo, non sono in grado di erogare coppie elevate, questo per le intrinseche caratteristiche costruttive dei dispositivi.

Scartando quindi la prima soluzione si è optato per realizzare la retromarcia con un cinematismo meccanico a monte del cambio.

Durante la fase di progetto sono emerse due soluzioni meccaniche possibili:

- realizzare il cinematismo nel differenziale del mezzo agricolo mediante ruote oziose e giunti frontali
- introdurre un cinematismo a valle del cambio e a monte del differenziale, composto da ruote coniche e giunti frontali

Si è scelta la seconda alternativa perchè più semplice da realizzare e composta da meno componenti; risultando quindi più economica e affidabile.

Nella progettazione del cinematismo sono affrontate le seguenti problematiche:

- dimensionamento cinematico e dinamico delle ruote dentate
- scelta dei materiali più adatti alle ruote dentate e ai vari componenti
- scelta e proporzionamento dei cuscinetti
- sequenza di montaggio dei vari componenti nella relativa carcassa

Nella stesura del documento di progetto si è anche fornito tutte le nozioni teoriche utilizzate, al fine di creare un documento completamente esplicativo.

Capitolo 1

Ruote Dentate Cilindriche a Denti Diritti

1.1 Generalità

Nel precedente capitolo si è avuto modo di rilevare che le superfici di contatto di due ruote di frizione risultano continuamente tangenti secondo un asse, mentre i rispettivi alberi ruotano con le prestabilite velocità angolari.

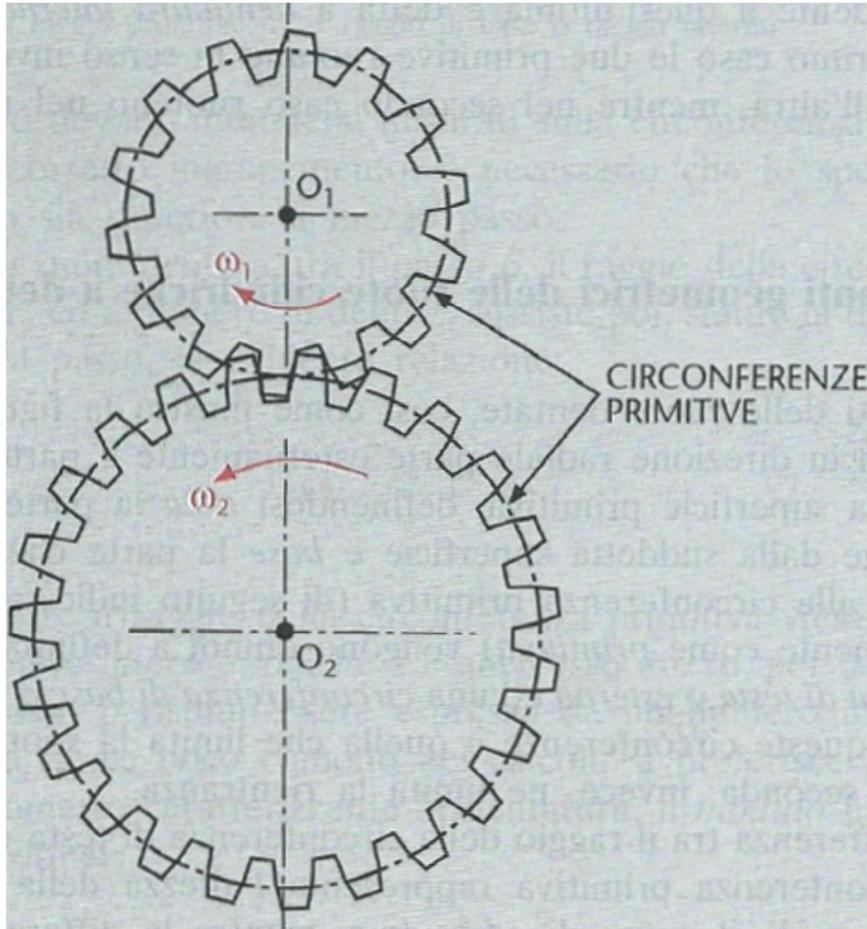


Illustrazione 1.1 ; Schema di un'ingranaggio

Tali superfici, come è noto, vengono anche denominate superfici primitive, poichè, una volta assegnate, risulta determinata la legge di trasmissione del moto; si definiscono poi linee primitive le linee ottenute dall'intersezione delle superfici primitive con superfici normali ad esse e agli assi di rotazione. Così, ad esempio, nel caso di trasmissione tra assi paralleli, con rapporto costante tra le velocità angolari, le superfici primitive ovvero le superfici delle due ruote di frizione costituite da due cilindri a sezione circolare che, trasmettendosi il moto, rotolano senza strisciare l'uno sull'altro, risultando sempre tangenti secondo una generatrice, denominata asse di istantanea rotazione. In tal caso, trattandosi di moto piano (in cui, cioè, tutti i punti delle superfici coniugate descrivono traiettorie giacenti in piani paralleli ad un determinato piano fisso, normale agli assi di rotazione). le linee primitive sono costituite dalle due circonferenze ottenute dall'intersezione dei suddetti cilindri con un piano parallelo al citato piano fisso. Evidentemente, tali circonferenze risultano tangenti nel punto in cui l'asse di istantanea rotazione interseca il predetto piano parallelo a quello del moto e, dunque, il loro punto di tangenza rappresenta il centro di istantanea rotazione. Peraltro, poichè le ruote di frizione presentano il notevole inconveniente di non poter trasmettere elevate potenze in conseguenza della limitazione imposta alla forza periferica, si possono munire di denti le loro

superfici primitive, ottenendosi, così come rappresentato nell'Illustrazione 1.1, delle ruote dentate i cui denti hanno i fianchi confermati come delle superfici coniugate, in modo da essere continuamente tangenti durante l'ingranamento; risultano così impediti gli slittamenti ed è quindi consentita (con adeguato dimensionamento) la trasmissione di potenze anche rilevanti.

Da notare, infine, che se le primitive sono tra loro tangenti esternamente, le ruote dentate sono dette a dentatura esterna, mentre se una delle primitive è tangente internamente all'altra, la ruota corrispondente a quest'ultima è detta a dentatura interna. Nel primo caso le due primitive ruotano in senso inverso l'una rispetto all'altra, mentre nel secondo caso ruotano nel medesimo senso.

1.2 Elementi geometrici delle ruote cilindriche a denti dritti

I denti delle ruote dentate, così come mostra l'Illustrazione 1.2, si estendono in direzione radiale parte esternamente e parte interna, alla superficie primitiva, definendosi testa la parte di dente che sporge dalla suddetta superficie e base la parte che rientra. Oltre alla circonferenza primitiva (di seguito indicata, talvolta, semplicemente come primitiva) vengono quindi a definirsi una circonferenza di testa o esterna ed una circonferenza di base o interna; la prima di queste circonferenze è quella che limita la sporgenza del dente, la seconda, invece, ne limita la rientranza. La differenza tra il raggio della circonferenza di testa e il raggio della circonferenza primitiva rappresenta l'altezza della testa del dente cui si dà il nome di addendum, mentre la differenza tra il raggio della circonferenza primitiva e il raggio della circonferenza di base rappresenta l'altezza della base del dente e prende il nome di dedendum. A loro volta, le superfici laterali dei denti sono denominate fianchi; in particolare quella esterna alla superficie primitiva costituisce il fianco di addendum, mentre quella interna costituisce il fianco di dedendum. Si definisce poi passo di una ruota dentata la distanza tra gli assi di due denti consecutivi, misurata sulla circonferenza primitiva; tale distanza corrisponde anche alla somma dello spessore del dente e del vano compreso tra due denti consecutivi; ovviamente sia lo spessore

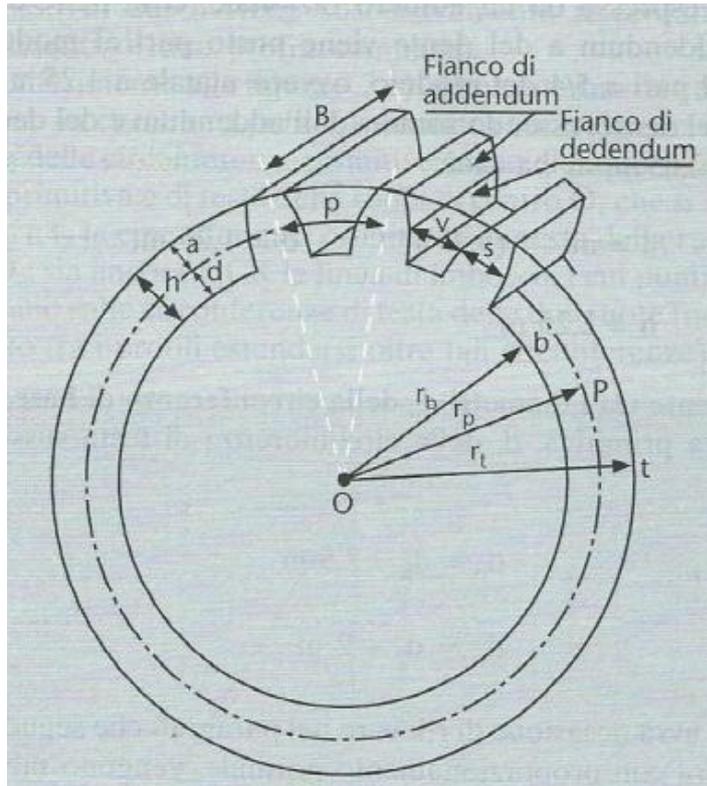


Illustrazione 1.2 ; Grandezze fondamentali in una ruota dentata a denti dritti

- | | |
|--------------------------|---|
| p : passo | l_a : circonferenza di base o interna |
| s : spessore dei dente; | r_t : raggio di testa o raggio esterno; |
| v : vano; | r_p : raggio primitivo; |
| B : larghezza del dente; | r_b : raggio di base o raggio interno. |
| a : addendutn; | P : circonferenza primitiva; |
| d : dedendum; | t : circonferenza di testa o esterna; |
| h : altezza del dente: | |

che il vano devono intendersi misurati sulla circonferenza primitiva e, per il corretto ingranamento, è necessario che lo spessore del dente non sia superiore a mezzo passo. In una ruota dentata, tra il passo p , il raggio della circonferenza primitiva r_p ed il numero di denti z , sussiste poi, stante la definizione data per il passo, la evidente relazione:

$$p = \frac{2\pi r_p}{z} \quad 1.1$$

In genere il raggio della circonferenza primitiva viene espresso da un numero intero e , poiché z è anch'esso intero, per la presenza di r_t , il passo p risulta essere espresso da un numero irrazionale; poiché ciò riesce poco comodo nei calcoli, si preferisce assumere, quale parametro caratterizzante la dentatura, il modulo m , definito dalla relazione 1.2:

$$m = \frac{2r_p}{z} \quad 1.2$$

Il modulo m può essere espresso da un numero razionale e, tra esso e il passo, sussiste la ovvia relazione

$$m = \frac{p}{\pi} \quad 1.3$$

Il proporzionamento della dentatura viene effettuato in funzione del modulo m , il che risulta vantaggioso per la semplicità dei calcoli, in quanto m è espresso da un numero razionale. Così, nelle dentature normali, l'addendum a del dente viene posto pari al modulo ed il dedendum d pari a $5/4$ del modulo, ovvero uguale a $1,25 m$, per cui l'altezza h del dente, essendo somma dell'addendum e del dedendum, è uguale a $2,25 m$; si ha cioè:

$$a = m \quad 1.4'$$

$$d = 1,25 m \quad 1.4''$$

$$h = 2,25 m \quad 1.4'''$$

Ovviamente tra i diametri d_b della circonferenza di base, d_p , della circonferenza primitiva, d_t , della circonferenza di testa sussistono le relazioni:

$$d_b = d_p - 2,5 m \quad 1.5'$$

$$d_t = d_p + 2 m \quad 1.5''$$

Come si avrà occasione di rilevare nei paragrafi che seguono, oltre alle dentature con proporzionamento normale, vengono talvolta impiegate, allorché si intendono realizzare particolari condizioni, le dentature con proporzionamento ribassato. In tali dentature si pone, di solito, il dedendum pari al modulo m e addendum uguale a $0,8 m$.

1.3 Arco di azione e linea di imbocco

In una coppia di ruote dentate si definisce arco di azione varco di primitiva che si svolge durante l'intervallo di tempo in cui un dente rimane impegnato con il dente coniugato della ruota compagna. Tale arco consta di un arco di accesso e di un arco di recesso; il primo è l'arco di circonferenza che si svolge nell'intervallo di tempo in cui il contatto avviene lungo il fianco di dedendum del dente della ruota motrice, mentre il secondo è l'arco di primitiva che si svolge nell'intervallo di tempo in cui il contatto avviene lungo il fianco di addendum del dente della stessa ruota motrice. In generale l'arco di accesso può avere lunghezza maggiore dell'arco di recesso ed è anche da rilevare che gli archi di accesso, misurati sulle primitive delle due ruote sono uguali, così come sono anche uguali gli archi di recesso; pertanto, è indifferente misurare l'arco di azione sull'una o sull'altra primitiva, per cui può misurarsi su una primitiva varco di accesso e sull'altra primitiva l'arco di recesso. È infatti evidente che, nel medesimo intervallo di tempo, si svolgono archi uguali delle due circonferenze primitive, atteso che il moto relativo delle due circonferenze è un moto di rotolamento puro. È

importante notare che, per assicurare la continuit  dell'ingranamento, l'arco di azione deve essere maggiore di passo, in quanto   necessario che prima che una coppia di denti si abbandoni, un'altra coppia abbia gi  iniziato ad ingranare. Si definisce poi linea di imbocco la linea luogo dei punti dello spazio fisso in cui avviene successivamente il contatto dei punti corrispondenti di due profili compagni.

Con riferimento all'Illustrazione 1.3, si considerino due denti in presa nell'istante in cui il loro punto di contatto coincide con il punto C di tangenza delle circonferenze primitive; siano, dunque, p_1 e t_1 le circonferenze primitiva e di testa della ruota di centro O_1 che si suppone motrice e p_2 e t_2 le circonferenze primitive e di testa della ruota mossa di centro O_2 ; sia ancora HCK la linea di imbocco, i cui punti estremi H e K si trovano sulle circonferenze di testa delle due ruote (non potendosi il contatto tra i profili estendersi oltre tali circonferenze). La posizione iniziale di ingranamento tra due denti   quella in cui una generatrice del fianco di dedendum del dente della ruota motrice viene a contatto con lo spigolo di testa del dente della ruota mossa; la posizione finale   quella in cui lo spigolo di testa del dente della ruota motrice viene a contatto con una generatrice del fianco di dedendum del dente della ruota mossa.

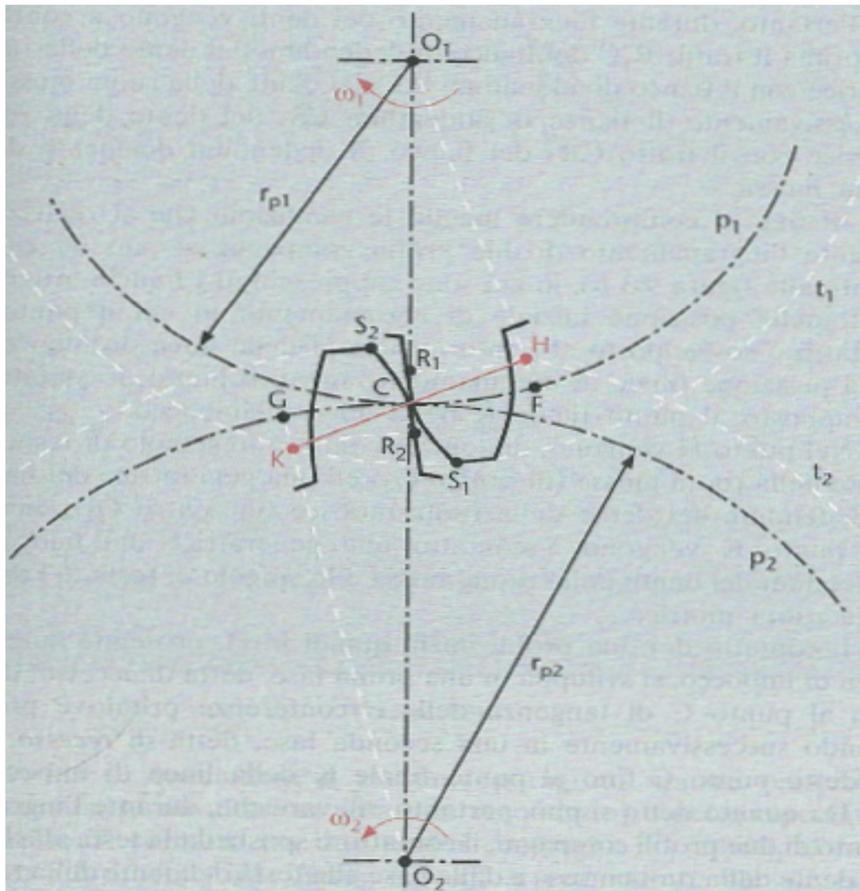


Illustrazione 1.3 ; Costruzione della linea di imbocco

Nota la linea di imbocco HCK, proiettando dal centro O_1 della ruota motrice il punto iniziale H fino ad ottenere sulla primitiva p_1 il punto F e dal centro O_2 della ruota mossa il punto finale K, fino ad ottenere sulla primitiva p_2 il punto G; risultano (approssimativamente) determinati l'arco di accesso FC e l'arco di recesso CG e, dunque, l'arco di azione come somma dell'arco di accesso FC dell'arco di recesso CG.

Per determinare le zone di profilo che partecipano all'ingranamento, si puo osservare che in H

vengono a contatto lo spigolo di testa di traccia S_2 del generico dente della ruota mossa con la generatrice di traccia R_1 del fianco di dedendum del dente della ruota motrice, la cui posizione può individuarsi come intersezione dell'arco di cerchio di centro O_1 e raggio O_1H con il fianco del dente predetto. Analogamente, nel punto K della linea di imbocco vengono a contatto lo spigolo di testa di traccia S_1 del dente della ruota motrice con la generatrice di traccia R_2 del fianco di dedendum del dente della ruota mossa, la cui posizione può ottenersi come intersezione dell'arco di cerchio di centro O_2 e raggio O_2K con il fianco del dente predetto. Pertanto, durante l'ingranamento dei denti vengono a contatto dapprima il tratto R_1C del fianco di dedendum del dente della ruota motrice con il fianco di addendum S_2C del dente della ruota mossa e, successivamente, il fianco di addendum CS_2 del dente della ruota motrice con il tratto CR_2 del fianco di dedendum del dente della ruota mossa.

Al fine di comprendere meglio le condizioni che si realizzano durante l'ingranamento di due profili compagni, si può far riferimento all'Illustrazione 1.4, in cui sono rappresentati i fianchi attivi dei denti nella posizione iniziale di ingranamento in cui il punto di contatto è sovrapposto al punto iniziale H della linea di imbocco e nella posizione finale di ingranamento, in cui il punto di contatto è sovrapposto al punto finale K della linea di imbocco. Nel punto H vengono, dunque, a contatto lo spigolo di testa del dente della ruota mossa (di centro O_2 ed una generatrice del fianco di dedendum del dente della ruota motrice (di centro O_1), mentre nel punto K vengono a contatto una generatrice del fianco di dedendum del dente della ruota mossa e lo spigolo di testa del dente della ruota motrice. Il contatto dei due profili inizia quindi in H , prosegue lungo la linea di imbocco, si sviluppa in una prima fase, detta di accesso, da H fino al punto C di tangenza delle circonferenze primitive proseguendo successivamente in una seconda fase, detta di recesso, dal suddetto punto C fino al punto finale K della linea di imbocco. Da quanto detto si può, pertanto, rilevare che, durante l'ingranamento di due profili compagni, il contatto si sposta dalla testa alla base del dente della ruota mossa e dalla base alla testa del dente della ruota motrice. Quindi, allorché si svolge la fase di accesso, il punto del dente della ruota motrice, ubicato sulla circonferenza primitiva P_1 ed indicato con U_1 nell'istante iniziale di contatto, descrive l'arco $s_a = U_1C$, mentre quando si svolge la fase di recesso esso descrive l'arco $s_r = CV_1$; contemporaneamente, il punto del dente della ruota mossa, ubicato sulla circonferenza primitiva p_2 ed indicato con U_2 nell'istante iniziale di contatto, descrive l'arco $s_a = U_2C$ e, successivamente, l'arco $s_r = CV_2$. Quindi, l'arco $s_a = U_1C = U_1C$ rappresenta l'arco di accesso e l'arco $s_r = CV_1 = CV_2$ l'arco di recesso; ovviamente, l'arco $s_0 = s_a + s_r = U_1CV_1 = U_2CV_2$ rappresenta l'arco di azione, ossia l'arco di cui ruotano le due circonferenze primitive durante l'intervallo di tempo in cui avviene l'ingranamento di due denti. Poiché, come si è in precedenza accennato, per la continuità dell'ingranamento, l'arco di azione s_0 , deve essere maggiore del passo p della dentatura, si pone in genere $s_0/p = 1,5 \div 2,5$ (assumendosi i valori maggiori per le ruote più veloci).

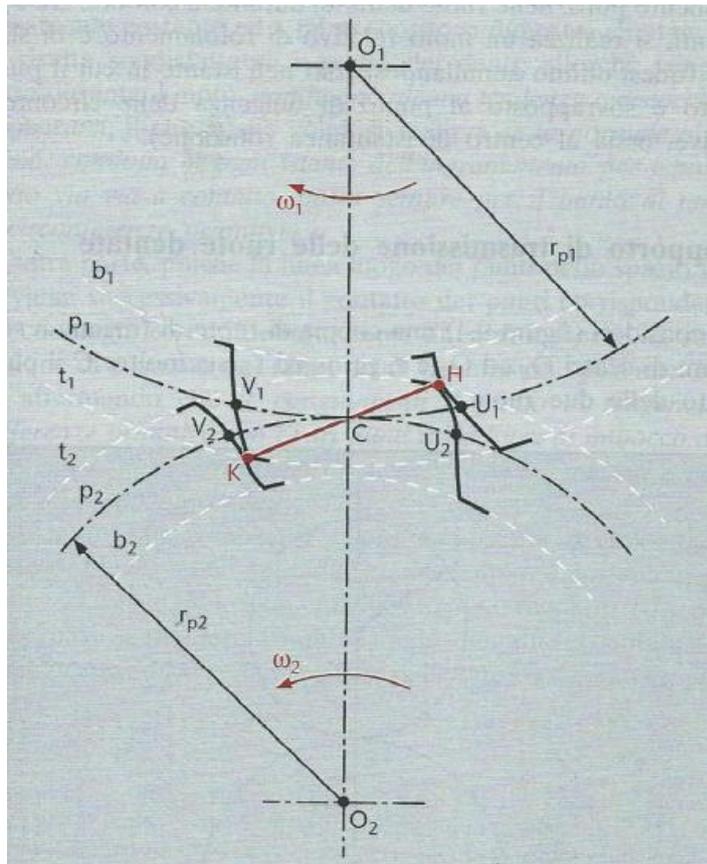


Illustrazione 1.4 ; Linea di imbocco

Prima di concludere il presente paragrafo appare opportuno soffermarsi su un ulteriore (ma non secondario) aspetto cinematico connesso al contatto tra due profili compagni; se, infatti, si fa di nuovo riferimento all'Illustrazione 1.4, si può notare che, durante l'ingranamento di due denti, si realizza, nella fase di accesso, il contatto tra il tratto R_1C del fianco di dedendum del dente della ruota motrice con il fianco di addendum S_2C del dente della ruota mossa e, eccessivamente, nella fase di recesso, si realizza il contatto tra il fianco di addendum CS_1 del dente della ruota motrice con il tratto CR_2 del fianco di dedendum del dente della ruota mossa. Poiché, manifestatamente, risulta $R_1C < S_2C$ e $CS_1 > CR_2$, si deduce che, avendo a contatto in un determinato intervallo di tempo tratti di profilo aventi lunghezza diversa, le velocità da cui essi sono animati devono necessariamente essere diverse, per cui si produce uno strisciamento tra i profili compagni. Inoltre, si può notare come un tratto di profilo, posto in prossimità della base del dente, non partecipa all'ingranamento (trattasi, in particolare, del tratto posto inferiormente a R_1 , per il dente della ruota motrice e del tratto posto inferiormente ad R_2 per il dente della ruota mossa). In definitiva, quindi, a differenza di quanto si verifica per le ruote di frizione, in cui il contatto tra gli elementi cinematici è di rotolamento puro, nelle ruote dentate, durante il contatto tra i profili dei denti, si realizza un moto relativo di rotolamento e di strisciamento (quest'ultimo annullandosi solo nell'istante in cui il punto di contatto è sovrapposto al punto di tangenza delle circonferenze primitive, ossia al centro di istantanea rotazione).

1.4 Rapporto di Trasmissione delle Ruote Dentate

Si consideri (Illustrazione 1.5) una coppia di ruote di frizione a sezione circolare di centri O_1 ed O_2 e raggi r_1 ed r_2 ; sia inoltre C il punto di contatto delle due ruote.

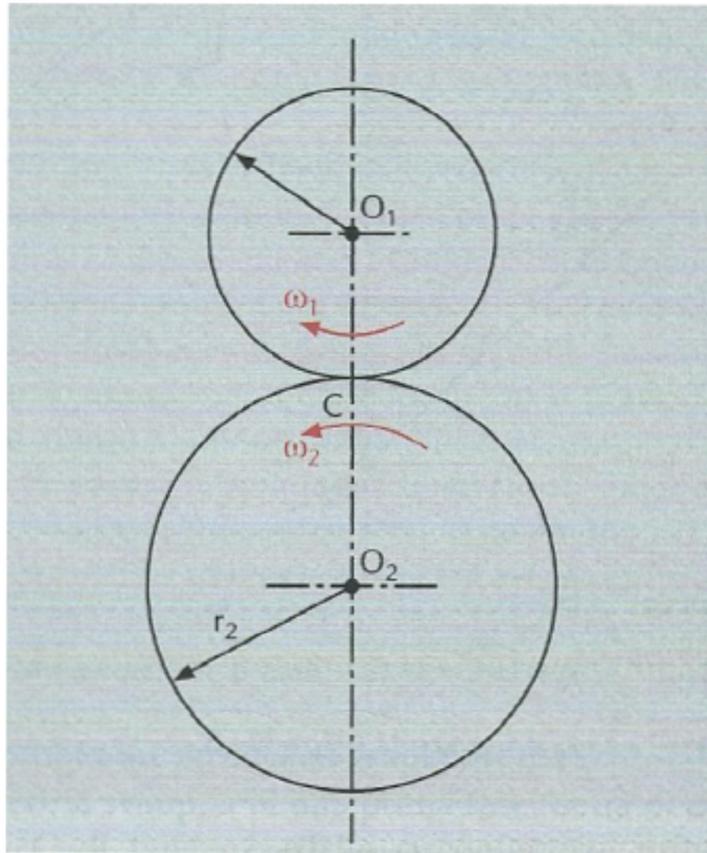


Illustrazione 1.5 ; Ruote di frizione cilindriche

Come è noto, se la ruota di centro O_1 è motrice ed è animata da una velocità angolare ω_1 e la ruota di centro O_2 è mossa ed è animata da una velocità angolare ω_2 , il rapporto di trasmissione i della coppia considerata risulta:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{O_2C}{O_1C}$$

Poiché la posizione del punto C è fissa nello spazio, così come anche fissi nello spazio sono i centri O_1 , ed O_2 delle due ruote, il rapporto di trasmissione si mantiene certamente costante durante il moto. Nel caso delle ruote dentate si ha invece che il punto di contatto tra due denti ingrananti non occupa sempre la medesima posizione nello spazio fisso, ma si sposta con continuità, variando la propria posizione rispetto alle linee primitive; a tal riguardo, in precedenza, si è appunto definita la linea di imbocco come linea luogo dei punti dello spazio fisso in cui avviene successivamente il contatto dei punti corrispondenti di due profili compagni. Occorre allora stabilire la condizione cui devono soddisfare i profili dei denti affinché il rapporto di trasmissione si mantenga rigorosamente costante ed a tal proposito si dimostra che tale condizione risulta soddisfatta se i profili dei denti, allorché vengono a

contatto durante il moto, non hanno alcuna tendenza a distaccarsi o a compenetrarsi, il che, a sua volta, si realizza se la normale ai profili dei denti, condotta in ogni istante dell'ingranamento per i punti che vengono via via a contatto, passa sempre per il punto di tangenza delle circonferenze primitive. D'altra parte, poiché la linea luogo dei punti dello spazio fisso in cui avviene successivamente il contatto dei punti corrispondenti dei profili compagni è stata definita come linea di imbocco, la suddetta condizione di costanza del rapporto di trasmissione può anche esprimersi affermando che le congiungenti il punto di tangenza delle circonferenze primitive con i vari punti della linea di imbocco devono risultare normali ai profili dei denti che vengono via via a contatto lungo i punti di tale linea. Se dunque tale condizione risulta soddisfatta si dimostra che il rapporto di trasmissione delle due ruote dentate è costante e pari al rapporto di trasmissione che avrebbero due ruote di frizione con diametri pari ai diametri primitivi delle due ruote dentate. Si considerino infatti due denti in presa nella generica posizione indicata nell'Illustrazione 1.6; sia M il loro punto di contatto e C quello di tangenza delle circonferenze primitive e siano inoltre O_1 ed O_2 i centri delle due ruote, rispettivamente motrice e mossa, le cui velocità angolari sono ω_1 ed ω_2 . Se cioè si indicano con O_1 ed O_2 i centri delle due ruote, con ω_1 ed ω_2 le

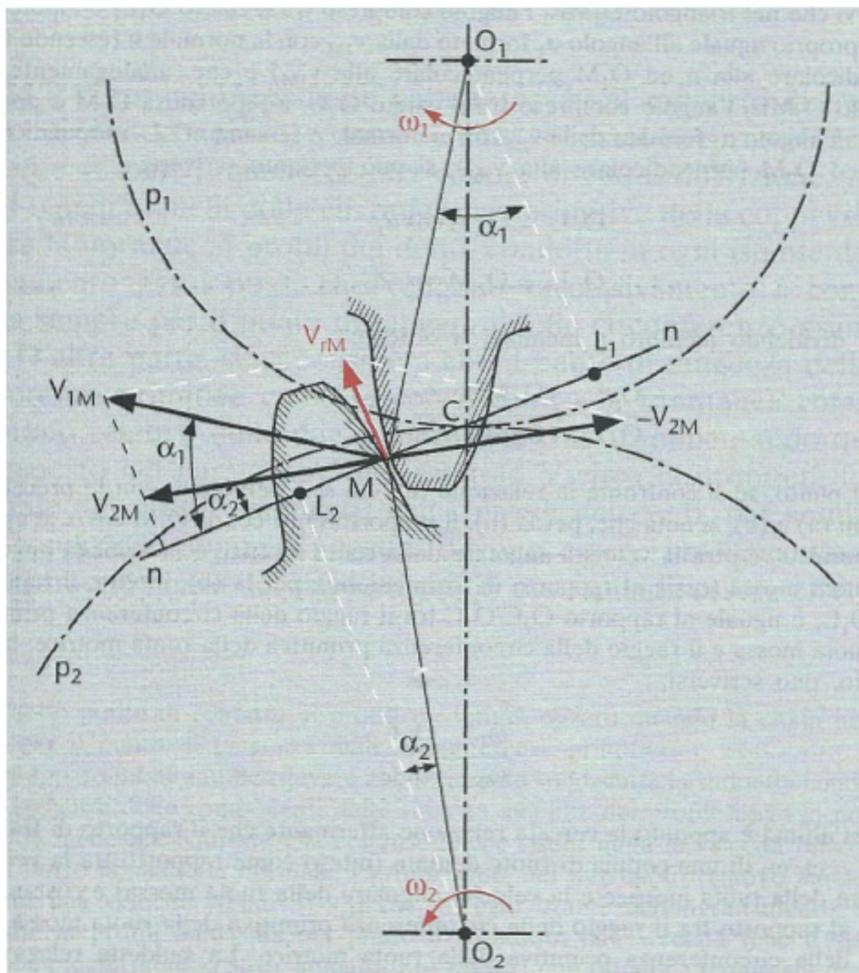


Illustrazione 1.6 ; Velocità nel punto di contatto

rispettive velocità angolari, con C il punto di tangenza delle primitive, con r_{p1} ed r_{p2} i rispettivi raggi delle circonferenze primitive, si ha il punto M , considerato come appartenente al dente

della ruota di centro O_1 è animato dalla velocità $v_{1M} = \omega_1 O_1 M$, mentre, considerato appartenente al dente della ruota di centro O_2 , è animato dalla velocità $v_{2M} = \omega_2 O_2 M$. Evidentemente, se si vuole che i due denti nell'istante successivo a quello considerato (in cui è M il punto di contatto) non si compenetrino né si abbandonino è necessario che le velocità v_{1M} e v_{2M} , dianzi definite, abbiano componenti di eguale intensità lungo la normale condotta per M ai profili medesimi. Pertanto, indicata con n tale normale e detti α_1 , ed α_2 gli angoli formati rispettivamente da v_{1M} e v_{2M} con la normale medesima, deve essere, per quanto affermato:

$$v_{1M} \cos(\alpha_1) = v_{2M} \cos(\alpha_2)$$

ovvero, tenuto conto che $v_{1M} = \omega_1 O_1 M$ e $v_{2M} = \omega_2 O_2 M$:

$$\omega_{1M} O_1 M \cos(\alpha_1) = \omega_{2M} O_2 M \cos(\alpha_2)$$

e quindi:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 M \cos(\alpha_2)}{O_1 M \cos(\alpha_1)}$$

Si ammetta, ora, per ipotesi, che la normale n, condotta per il punto M ai profili dei due denti, passi per il punto C di tangenza delle circonferenze primitive e si traccino da O_1 , e da O_2 le perpendicolari alla n, ottenendo in tal modo i punti L_1 ed L_2 in cui le suddette perpendicolari intersecano la normale n. Dalla considerazione dei triangoli rettangoli simili $O_1 L_1 C$ ed $O_2 L_2 C$ si trae:

$$\frac{O_2 L_2}{O_1 L_1} = \frac{O_2 C}{O_1 C}$$

Si prendano a tal punto in esame gli altri due triangoli rettangoli $O_1 M L_1$ ed $O_2 M L_2$; e si osservi che nel triangolo $O_1 M L_1$, l'angolo compreso tra il cateto $O_1 L_1$ e l'ipotenusa $O_1 M$ è proprio uguale all'angolo α_1 , formato dalla v_{1M} con la normale n (essendo $O_1 L_1$ perpendicolare alla n ed $O_1 M$ perpendicolare alla v_{1M}) e che, analogamente, nel triangolo $O_2 M L_2$ l'angolo compreso tra il cateto $O_2 L_2$ e l'ipotenusa $O_2 M$ è proprio uguale all'angolo α_2 formato dalla v_{2M} con la normale n (essendo $O_2 L_2$ perpendicolare alla n ed $O_2 M$ perpendicolare alla v_{2M}); si può pertanto scrivere:

$$O_1 L_1 = O_1 M \cos(\alpha_1)$$

$$O_2 L_2 = O_2 M \cos(\alpha_2)$$

da cui, dividendo membro a membro si ottiene:

$$\frac{O_2 L_2}{O_1 L_1} = \frac{O_2 M \cos(\alpha_2)}{O_1 M \cos(\alpha_1)}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 C}{O_1 C}$$

Quest'ultima è appunto la cercata relazione affermatrice che il rapporto di trasmissione $i = \omega_1 / \omega_2$ di una coppia di ruote dentate (inteso come rapporto tra la velocità angolare della ruota motrice e la velocità angolare della ruota mossa) è costante ed uguale al rapporto tra il raggio della circonferenza primitiva della ruota mossa ed il raggio della circonferenza primitiva della ruota motrice. La suddetta relazione è stata dunque ricavata nell'ipotesi che nel loro moto relativo i profili dei denti non si compenetrino né si abbandonino, il che si realizza quando le velocità possedute dai profili nel punto di contatto hanno uguali componenti lungo la normale condotta per il suddetto punto di contatto ai profili medesimi. ovvero quando la citata normale passa per il punto di tangenza delle circonferenze primitive. Non appare infine inutile rilevare che il ritenere soddisfatta la suddetta condizione di uguaglianza delle componenti delle velocità assolute dei profili lungo la normale ai profili medesimi equivale alla condizione che risulti nulla la velocità relativa dei profili lungo la suddetta normale; i profili, cioè, nel loro moto relativo ammettono soltanto una velocità (relativa) v_m che, in ogni istante dell'ingranamento, risulta tangente ai profili medesimi nel punto di contatto; tale velocità (che è appunto quella che determina lo strisciamento tra i profili) può ottenersi come differenza vettoriale tra le velocità v_{1M} e v_{2M} , ovvero, come indicato nella costruzione nell'Illustrazione 1.6, come somma vettoriale della velocità v_{1M} e della velocità v_{2M} che, verificando i profili dei denti la suddetta condizione. Il rapporto di trasmissione è dato da:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 C}{O_1 C} = \frac{r_{p2}}{r_{p1}} \quad 1.6$$

e quindi le due ruote dentate in esame risultano cinematicamente equivalenti a due ruote di frizione aventi diametri pari ai rispettivi diametri primitivi. Poiché due ruote dentate ingrananti hanno il medesimo passo, detti z_1 e z_2 i rispettivi numeri di denti, si trae:

$$\frac{2\pi r_{p1}}{z_1} = \frac{2\pi r_{p2}}{z_2} \quad 1.7$$

otteniamo:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{p2}}{r_{p1}} = \frac{z_1}{z_2} \quad 1.8$$

Si vede dunque, che il rapporto di trasmissione di una coppia di ruote dentate oltre che essere dato dal rapporto tra il raggio primitivo della ruota mossa e il raggio primitivo della ruota motrice, è anche dato dal rapporto tra il numero di denti della ruota mossa ed il numero di denti della ruota motrice.

1.5 Determinazione dei Profili dei Denti:

Si è visto, nel precedente paragrafo, che il rapporto di trasmissione di una coppia di ruote dentate si mantiene rigorosamente costante (e pari a quello di una coppia di ruote di frizione, aventi raggi uguali a quelli delle circonferenze primitive della coppia dentatura), se la normale ai profili dei denti, condotta in ogni istante dell'ingranamento per i punti che vengono successivamente a contatto, passa sempre per il punto di tangenza delle circonferenze primitive. D'altra parte, se si considera che il punto di tangenza delle circonferenze primitive coincide con il centro di istantanea rotazione del moto relativo delle due primitive, si trae che i profili dei denti, per soddisfare alla condizione sopra enunciata, devono essere profili coniugati. Il tracciamento dei suddetti profili può, quindi, essere effettuato facendo rotolare una linea sulle due circonferenze primitive o su due circonferenze concentriche alle primitive ed assumendo, come profili coniugati, le traiettorie descritte da un punto della citata linea durante il suddetto rotolamento; in pratica i profili coniugati adoperati per il tracciamento dei denti sono il profilo cicloidale ed il profilo ad evolvente, quest'ultimo poi è quello più generalmente adottato per i vantaggi che presenta rispetto a quello cicloidale, come meglio si vedrà nei successivi paragrafi. Di seguito verranno dettagliatamente illustrati i metodi di tracciamento e le caratteristiche dei suddetti profili coniugati.

1.5.1 Profilo Cicloide

Siano p_1 e p_2 le due circonferenze primitive su cui debbano tracciarsi i profili dei denti (Illustrazione 1.7). Come linea rotolante si sceglie la circonferenza O che viene fatta rotolare dapprima internamente alla primitiva p_1 e, quindi, esternamente alla primitiva p_2 , considerandola dunque quale ipociclo per la p_1 e quale epiciclo per la p_2 ; durante il rotolamento della circonferenza O internamente alla p_1 , un suo punto, ad esempio il punto C , descriverà la traiettoria i , che viene detta ipocicloide, mentre, rotolando la circonferenza O esternamente alla p_2 , il medesimo punto C descriverà la traiettoria e_2 che prende il nome di epicicloide; si dimostra che le due traiettorie e_1 ed e_2 così ottenute sono coniugate tra di loro e quindi possono essere utilizzate per il tracciamento dei denti; poiché questi, però, devono essere in parte sporgenti ed in parte rientranti dalle primitive, occorre completarne il tracciamento, facendo rotolare, così come è rappresentato nell'Illustrazione 1.8, la medesima circonferenza ausiliaria O esternamente alla p_1 ed internamente alla p_2 .

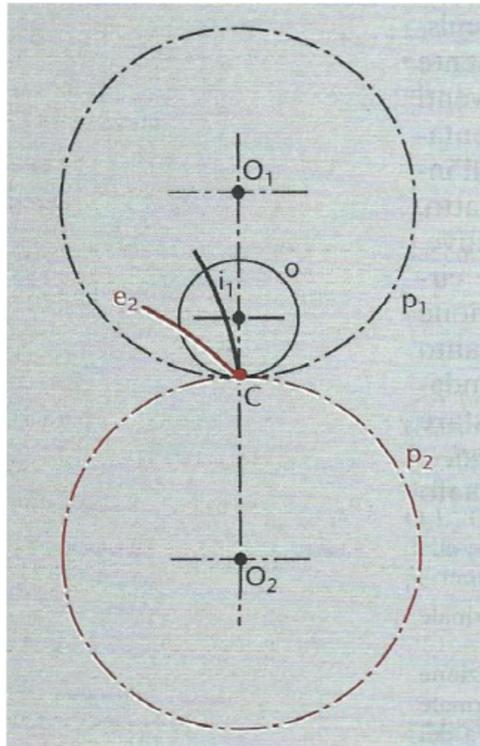


Illustrazione 1.7 ; Profilo ipocicloide

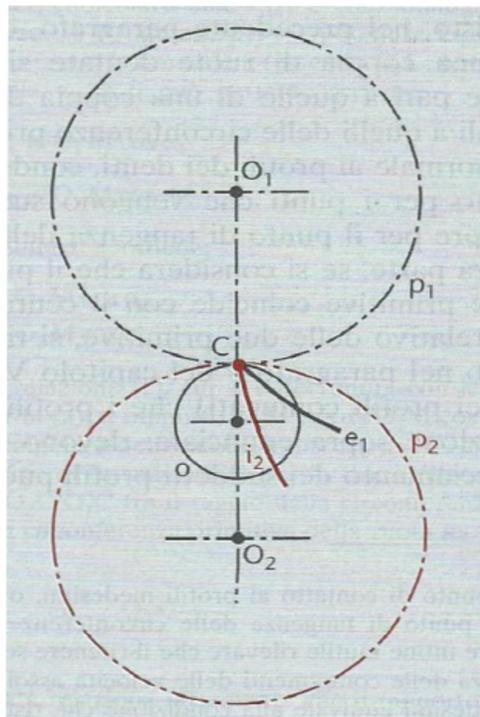


Illustrazione 1.8 ; Profilo epicicloide

In tal caso la circonferenza o va considerata come epiciclo per la p_1 o come ipociclo per la p_2 e dunque quando essa rotola esternamente alla p_1 il punto C descriverà l'arco di epicicloide e_1 ,

mentre, quando rotola internamente alla p_2 , il suo punto C descriverà l'arco di ipocicloide i_2 ; analogamente a quanto detto sopra, le curve e_1 ed i_2 sono coniugate e possono quindi essere utilizzate per completare il tracciamento dei denti.

Ne segue, dunque che il generico dente appartenente alla primitiva p_1 avrà come profilo della testa la epicicloide e_1 e come profilo della base la ipocicloide i_1 , mentre il generico dente appartenente alla primitiva p_2 avrà come profilo della testa la epicicloide e_2 e come profilo della base la ipocicloide i_2 . Come può poi notarsi dall'Illustrazione 1.9, i tratti di curva coniugata da utilizzare sono limitati dalle circonferenze di testa di base delle due ruote; evidentemente il profilo del dente, costituito da un tratto concavo ed uno convesso, sarà caratterizzato dalla presenza di un punto flesso.

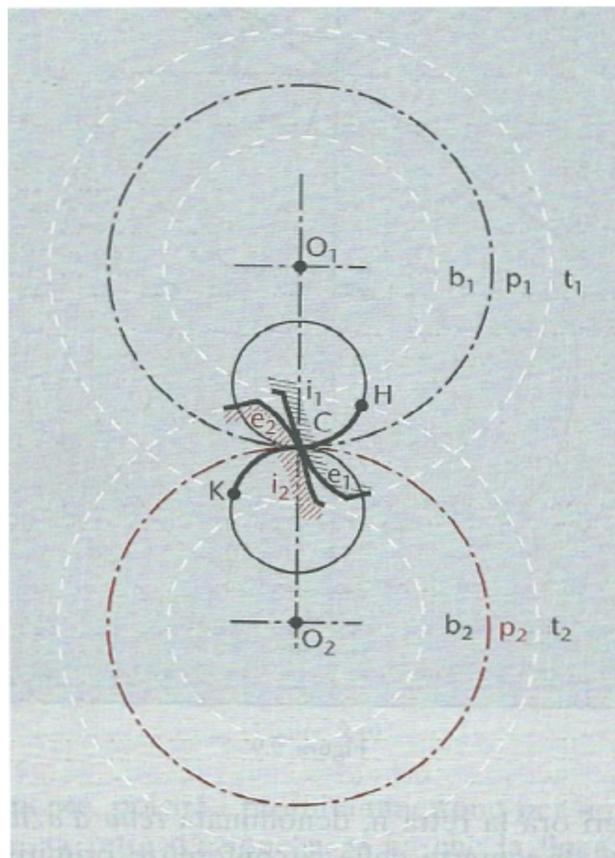


Illustrazione 1.9 ; Profilo del dente

È molto importante rilevare che, per il modo stesso con cui sono stati tracciati i profili, risultano coniugate la testa del dente della ruota di primitiva p_1 con la base del dente della ruota di primitiva p_2 , ed ancora la base del dente della ruota di primitiva p_1 con la testa del dente della ruota di primitiva p_2 ; non risultano quindi coniugati tra loro i profili delle due teste e i profili delle due basi dei denti. E infine da notare che la linea di imbrocco e , per tali profili, rappresentata dai due archi HC e CK della curva rotolante, essendo H e K i punti intersezione della suddetta curva con le circonferenze di testa delle due ruote.

1.5.2 Profilo ad Evolvente

Dette, come al solito, p_1 e p_2 le circonferenze primitive delle due ruote, siano a_1 ed a_2 due circonferenze concentriche rispettivamente alla p_1 e alla p_2 (Illustrazione 1.10). La a_1 prende il nome di circonferenza ausiliaria della p_1 e la a_2 di circonferenza ausiliaria della p_2 .

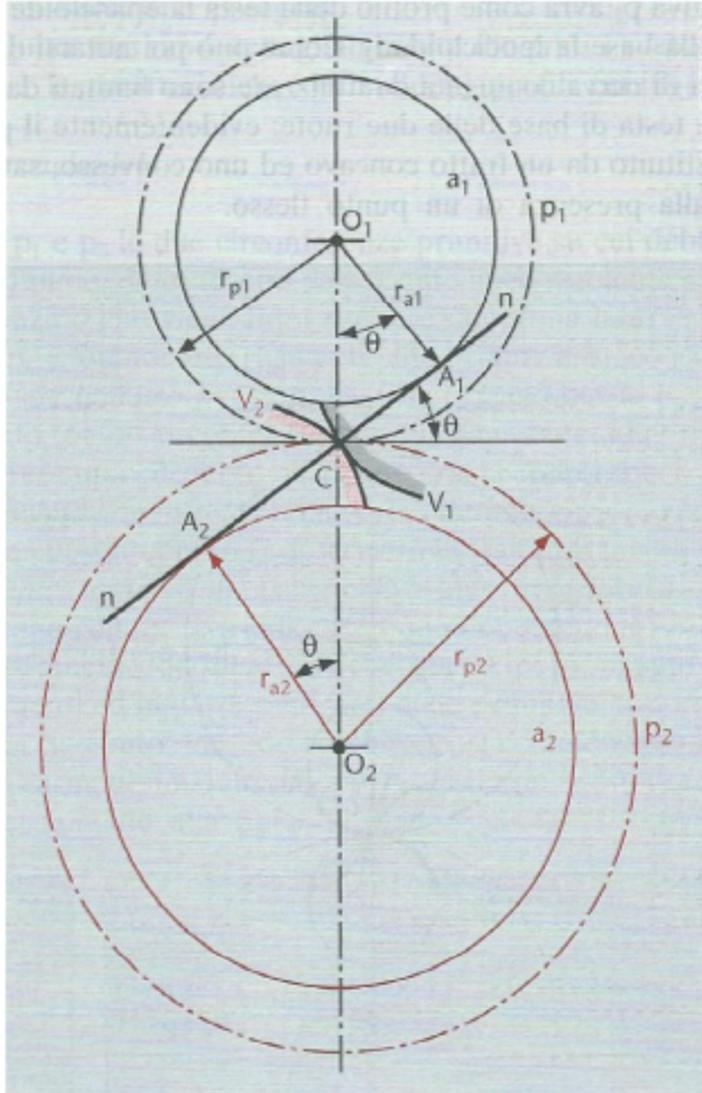


Illustrazione 1.10 ; Profilo ad evolvente

Si consideri ora la retta n , denominata retta d'azione, che passi per il punto C di contatto delle circonferenze primitive, è tangente alle due circonferenze ausiliarie rispettivamente nei punti A_1 ed A_2 ed è inclinata dell'angolo θ rispetto alla tangente in C alle due circonferenze primitive. Se si fa rotolare questa retta sulla circonferenza ausiliaria al suo punto C descriverà il ramo di evolvente v_1 , mentre, quando essa rotola sulla circonferenza ausiliaria a_1 , il suo punto C descrive il ramo di evolvente v_2 ; queste due evolventi sono coniugate, in quanto, essendo descritte dal medesimo punto C , hanno sempre, durante il moto relativo delle due circonferenze primitive, un punto in comune ed inoltre, per proprietà di evolvente com'è noto, l'evolvente della circonferenza ammette per normali le tangenti alla circonferenza medesima. ammettono sempre per normale la retta di azione n , passante per il citato punto C ;

al riguardo, infatti, va osservato che, durante il moto relativo delle due circonferenze primitive, la retta di azione n , che deve costantemente passare per il punto di tangenza C delle suddette circonferenze primitive, resta in posizione fissa, inclinata del suddetto angolo ϑ e costantemente tangente alle due circonferenze ausiliarie a_1 ed a_2 , mentre i due rami di evolvente, muovendosi solidalmente con le stesse primitive, realizzano i successivi contatti in punti che si spostano lungo la direzione costante della retta di azione n . Per i su esposti motivi, dunque, i suddetti rami di evolvente possono essere impiegati per profilare i denti delle due ruote e , anche in tal caso, come si nota dall'Illustrazione 1.11, la zona di profilo utilizzata risulta limitata dalle circonferenze di testa e di base delle due ruote.

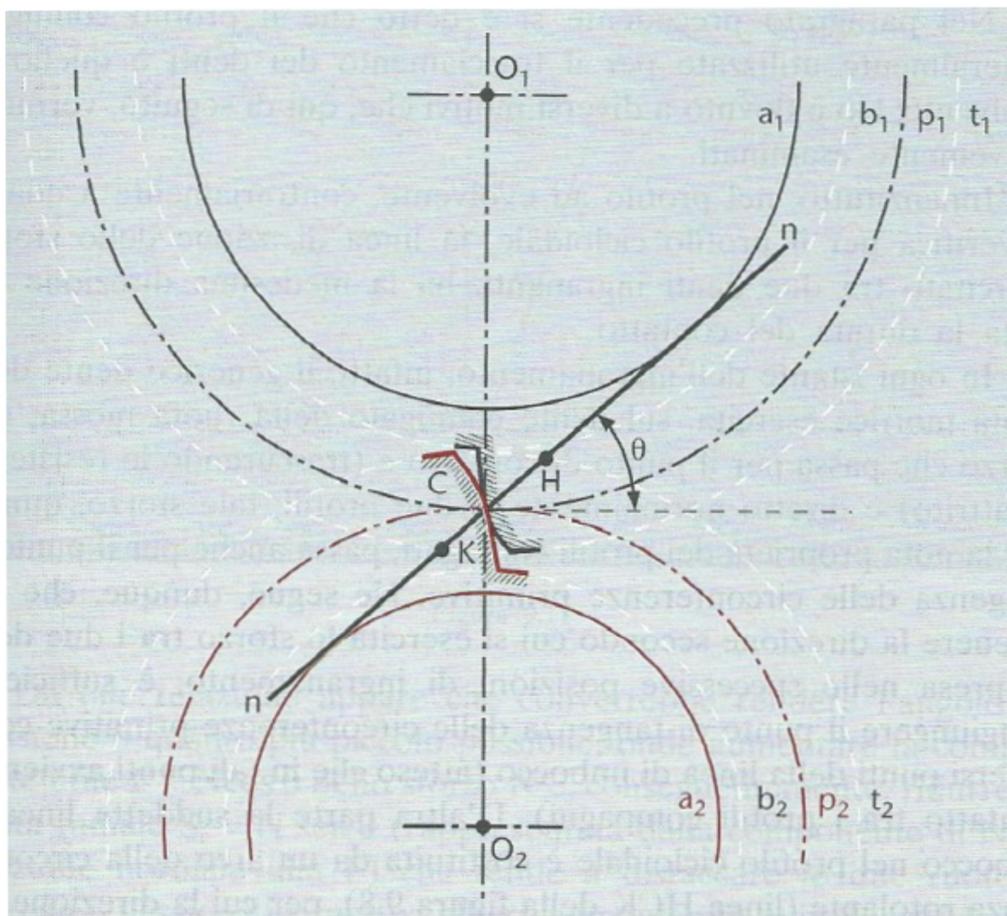


Illustrazione 1.11 ; Retta d'azione

Evidentemente, poiché i profili ammettono per normale, in ogni loro posizione, la retta d'azione n , si ha che la linea di imbocco è, rappresentata proprio dal segmento di retta d'azione limitato dalle circonferenze di testa delle due ruote ed indicato con HK nell'Illustrazione 1.11. Si definisce angolo di pressione della evolvente l'angolo formato dalla retta di azione n con la normale alla congiungente i centri O_1 ed O_2 delle due ruote, o (il che è lo stesso) l'angolo formato dalla retta di azione n con la tangente in C alle due circonferenze primitive; quest'angolo, già indicato con θ , viene in genere assunto pari a 20° , tale essendo il valore fissato come normale dall'unificazione; talvolta, comunque, lo si assume anche uguale a 15° o a $14^\circ 30'$. Dall'Illustrazione 1.10, considerando il triangolo rettangolo O_1A_1C o anche il triangolo rettangolo O_2A_2C , si può facilmente dedurre che tra l'angolo di pressione θ , il raggio

della circonferenza primitiva r_p ad il raggio della relativa circonferenza ausiliaria r_a , sussiste la relazione:

$$r_a = r_p \cos(\theta)$$

L'angolo di pressione θ riveste una notevole importanza per una ruota dentata i cui denti siano tracciati secondo il profilo ad evolvente, in quanto da tale angolo dipendono l'inclinazione della linea di azione della spinta che si trasmettono i denti e il numero minimo di denti della ruota.

1.5.3 Caratteristiche e Confronto Profili Cicloidali e Evolvente

Nel paragrafo precedente si è detto che il profilo coniugato generalmente utilizzato per il tracciamento dei denti è quello ad evolvente; ciò è dovuto a diversi motivi che, qui di seguito, verranno brevemente esaminati. Innanzitutto, nel profilo ad evolvente, contrariamente a quanto si verifica per il profilo cicloidale, la linea di azione dello sforzo esercitato tra due denti ingrananti, ha la medesima direzione per tutta la durata del contatto. In ogni istante dell'ingranamento, infatti, il generico dente della ruota motrice esercita, sul dente coniugato della ruota mossa, uno sforzo che passa per il punto di contatto e (trascurando le resistenze di attrito) è diretto normalmente ai due profili; tale sforzo, quindi, per la nota proprietà dei profili coniugati, passa anche per il punto di tangenza delle circonferenze primitive. Ne segue, dunque, che per ottenere la direzione secondo cui si esercita lo sforzo tra i due denti in presa nelle successive posizioni di ingranamento, è sufficiente congiungere il punto di tangenza delle circonferenze primitive con i diversi punti della linea di imbocco (atteso che in tali punti avviene il contatto tra i profili compagni). D'altra parte la suddetta linea di imbocco nel profilo epicicloidale è costituita da un arco della circonferenza rotolante (linea HCK dell'illustrazione 1.9), per cui la direzione del suddetto sforzo è: continuamente variabile durante l'ingranamento; viceversa, nel profilo ad evolvente la congiungente il punto di tangenza delle circonferenze primitive con i diversi punti della linea di imbocco è rappresentata proprio dalla retta di azione n che, per tanto, fornisce, con la propria direzione, la linea di azione secondo cui si esercita lo sforzo tra i denti in presa, sforzo che, dunque, mantiene, in tali profili, direzione immutata. A tal riguardo è opportuno rilevare che la componente utile dello sforzo trasmesso dal dente della ruota motrice al dente della ruota mossa, è rappresentata dalla componente del suddetto sforzo nella direzione periferica, ossia nella direzione tangente alle due primitive. In particolare, nel caso dei profili ad evolvente, se si fa riferimento all'illustrazione 1.12, in cui (trascurando gli attriti) è rappresentato lo sforzo N trasmesso dal dente della ruota motrice al dente coniugato della ruota mossa (attesi i versi di rotazione attribuiti alle due ruote: motrice di centro O_1 e mossa di centro O_2), si può notare che la componente utile o periferica F è evidentemente data da:

$$F = N \cos(\theta) \quad 1.10$$

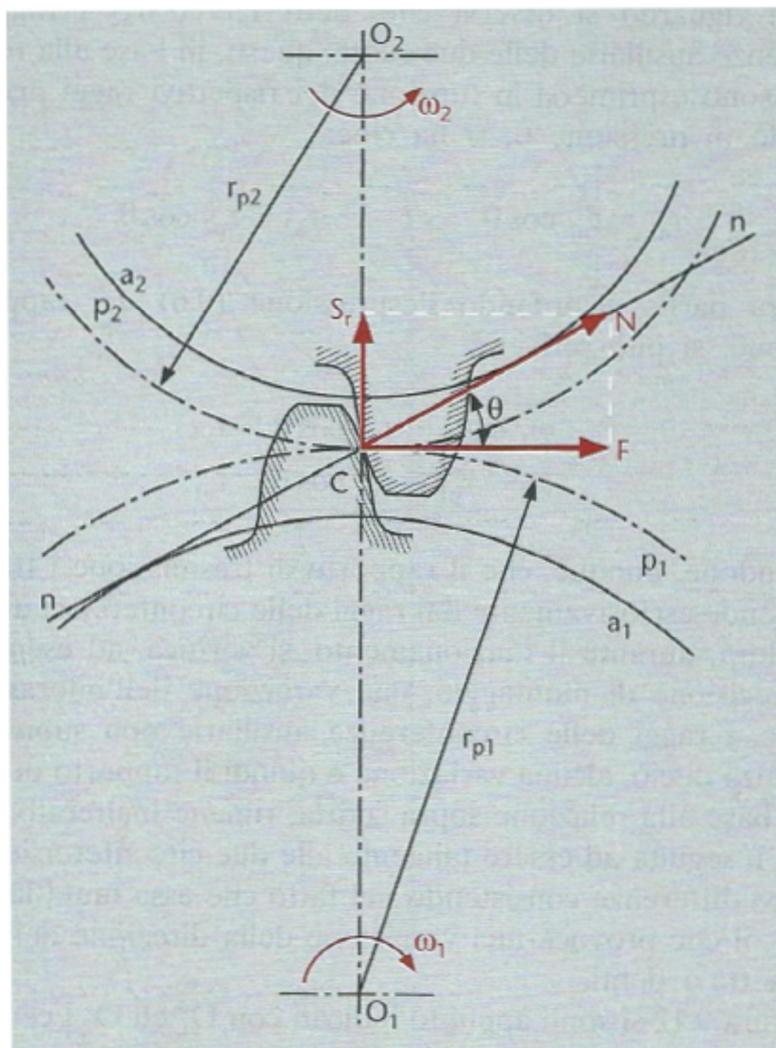


Illustrazione 1.12 ; Forze di contatto

Da tale relazione appare che converrebbe rendere l'angolo di pressione θ quanto più piccolo possibile, onde aumentare la componente utile $F=N\cos(\theta)$ dello sforzo N e, conseguentemente, ridurre la spinta radiale $S=N\sin(\theta)$ (rappresentata dalla componente di N in direzione normale alla F) che tende a distaccare le due ruote e sollecita a flessione i rispettivi alberi, aumentando quindi i carichi sui cuscinetti di sostegno; peraltro, come meglio si vedrà in seguito. Allorché verrà trattato il problema del numero minimo di denti, non conviene assegnare all'angolo di pressione θ valori minori di 15° o, al limite, di $14^\circ 30'$. La componente periferica $F=N\cos(\theta)$ è detta anche utile, in quanto, agendo con braccio r_{p1} rispetto all'asse di rotazione della ruota motrice, genera il momento torcente $M_{t1} = F r_{p1}$ (corrispondente a quello prodotto dalla coppia motrice) che determina il moto della ruota suddetta. La stessa componente periferica F , agendo con braccio r_{p2} rispetto all'asse di rotazione della ruota mossa, genera il momento torcente $M_{t2} = F r_{p2}$ che equilibra il momento torcente $-M_{t1} = -F r_{p1}$ della coppia resistente, determinando il moto della ruota. Infatti, se N è lo sforzo trasmesso dal dente della ruota motrice al dente della ruota mossa, sarà N lo sforzo esercitato per reazione dal dente della ruota mossa sul dente della ruota motrice e, dunque, alla relativa componente periferica F corrisponde il momento resistente $F r_{p2}$. Una notevole proprietà del profilo ad evolvente, che assume in pratica molta importanza, consiste nel fatto che se per una qualsiasi circostanza l'interasse delle due ruote subisce una

variazione, i profili seguitano a rimanere coniugati e quindi il rapporto di trasmissione resta costante. A tal riguardo si osservi che, detti r_{a1} , ed r_{a2} i raggi delle circonferenza ausiliarie delle due ruote, questi, possono esprimersi in funzione dei rispettivi raggi primitivi e dell'angolo di pressione θ ; si ha cioè:

$$r_{a1} = r_{p1} \cos(\theta) \quad ; \quad r_{a2} = r_{p2} \cos(\theta)$$

D'altra parte, dal rapporto di trasmissione, si può scrivere:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{p2}}{r_{p1}} = \frac{r_{p2} \cos(\theta)}{r_{p1} \cos(\theta)} = \frac{r_{a2}}{r_{a1}}$$

conseguendone, dunque, che il rapporto di trasmissione i tra le due ruote dipende esclusivamente dai raggi delle circonferenze ausiliarie. Se allora, durante il funzionamento, si verifica, ad esempio per una imprecisione di montaggio, una variazione dell'interasse delle due ruote, i raggi delle circonferenze ausiliarie non subiscono, in conseguenza di ciò, alcuna variazione e quindi il rapporto di trasmissione, in base alla relazione sopra scritta, rimane inalterato; la retta di azione n seguita ad essere tangente alle due circonferenze ausiliarie, l'unica differenza consistendo nel fatto che essa muta la propria direzione, il che provoca una variazione della direzione della spinta esercitata tra i denti. Nell'illustrazione 1.13 si sono appunto indicati con O_1 ed O_2 i centri delle due ruote, rispettivamente motrice e mossa, e con O'_1 il centro della ruota motrice dopo lo spostamento conseguente ad un aumento dell'interasse, aumento che, ovviamente, è rappresentato dal segmento $O_1O'_1$. Con a_1 ed a_2 si sono poi indicate le due circonferenze ausiliarie nella posizione corretta, con a'_1 , la circonferenza ausiliaria della ruota il cui centro si è spostato da O_1 a O'_1 . Non sono invece rappresentate, nell'illustrazione 1.13, le circonferenze primitive p_1 e p_2 , al fine di rendere meno complessa la rappresentazione, ritenendosi sufficiente far rilevare che tali circonferenze, nella posizione antecedente la variazione dell'interasse, risultano tangenti tra loro nel punto C posto sulla congiungente O_1O_2 , per cui, hanno raggi $r_{p1} = O_1C$; $r_{p2} = O_2C$. Come dunque si nota dalla figura considerata, la circonferenza ausiliaria a_1 , per effetto dell'aumento $O_1O'_1$ dell'interasse, si porta nella posizione a'_1 , in modo che la retta di azione, dalla posizione iniziale n (in cui è tangente in A_1 ed A_2 alle due circonferenze ausiliarie a_1 , ed a_2 ed alla quale corrisponde l'angolo di pressione θ si sposta nella posizione n' cui corrisponde il nuovo angolo di pressione θ' (maggiore di θ), seguitando, comunque, ad essere tangente (nei punti A'_1 ed A'_2) alle due circonferenze ausiliarie a'_1 , ed a'_2 che non mutano il proprio raggio, trattandosi di elementi geometrici direttamente collegati ai profili dei denti, che, dunque, seguitano a restare coniugati. L'aumento $O_1O'_1$, dell'interasse, oltre allo spostamento della retta di azione dalla posizione n alla posizione n' ed alla citata variazione (in aumento) dell'angolo di pressione da θ a θ' , determina, d'altra parte, anche lo spostamento del punto di tangenza delle circonferenze primitive da C a C' . per cui, dopo l'aumento dell'interasse, le due circonferenze primitive p'_1 e p'_2 avranno raggi $r'_{p1} = O'_1C'$; $r'_{p2} = O_2C'$, risultando infatti tangenti tra loro nel punto C' .

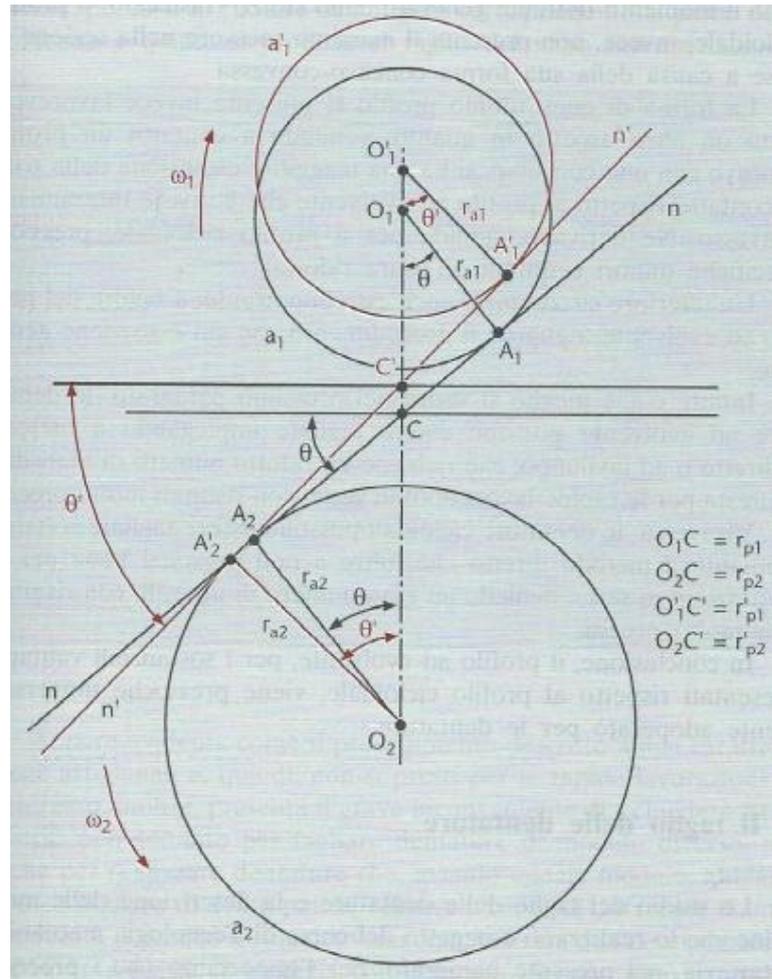


Illustrazione 1.13 ; Variazione dell'interasse

in cui la nuova retta di azione n' interseca il segmento O_1O_2 . Il rapporto di trasmissione, tuttavia, non risulta modificato in conseguenza della variazione dell'interasse, giacché si può scrivere:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2C'}{O_1'C'} = \frac{O_2C' \cos(\theta')}{O_1'C' \cos(\theta')} = \frac{r_{a2}}{r_{a1}} = \frac{O_2C \cos(\theta)}{O_1C \cos(\theta)} = \frac{O_2C}{O_1C} = \frac{r_{p2}}{r_{p1}}$$

A questo risultato si poteva d'altronde giungere in maniera più semplice considerando che, nel caso del profilo coniugato ad evolvente, il dente è profilato secondo un unico arco di evolvente che, pertanto, è coniugato, per tutta la sua lunghezza, con l'intero profilo del dente della ruota compagna: ne segue che, quando varia l'interasse, i profili che vengono a contatto sono ancora coniugati ed il rapporto di trasmissione non varia. Nel caso del profilo cicloidale essendo coniugati solo la testa di un dente con la base del dente compagno e viceversa, accade che, quando aumenta l'interasse, vengono a contatto (per un certo tratto) le teste dei due denti che non sono coniugate tra loro e pertanto si verifica un funzionamento irregolare. Un altro vantaggio del profilo ad evolvente consiste nella forma favorevole del dente che risulta approssimativamente parabolica, con la massima sezione in corrispondenza della base, cioè dove è massimo il momento flettente generato dallo sforzo trasmesso; il profilo cicloidale, invece, non presenta il massimo spessore nella sezione di base a causa della sua forma concavo-convessa. La forma di quest'ultimo profilo si presenta invece favorevole sotto un

altro aspetto in quanto, venendo a contatto un profilo concavo con uno convesso, si ha una maggiore estensione della zona di contatto rispetto al profilo ad evolvente che è invece interamente convesso. Ne derivano, quindi, per il profilo cicloidale, pressioni specifiche minori e quindi un'usura ridotta. Un'ulteriore circostanza, anch'essa importante, a favore del profilo ad evolvente, riguarda il procedimento con cui esso viene generato. Infatti, come meglio si vedrà nel prossimo paragrafo, le dentature ad evolvente possono essere tagliate impiegando il metodo indiretto o ad involuppo, che richiede un ridotto numero di utensili e si presta per le rapide lavorazioni in serie, con risultati molto precisi. Viceversa, le dentature cicloidali possono essere tagliate soltanto mediante il metodo diretto che, oltre a non prestarsi bene per le lavorazioni in serie, richiede un gran numero di utensili, con risultati non molto precisi. In conclusione, il profilo ad evolvente, per i sostanziali vantaggi presentati rispetto al profilo cicloidale, viene pressoché universalmente adoperato per le dentature.

1.6 Il Taglio delle Dentature

Lo studio del taglio delle dentature e la descrizione delle macchine che lo realizzano è oggetto del corso di tecnologia meccanica e tuttavia, nel presente paragrafo, per l'importanza che i procedimenti di lavorazione assumono nei riguardi delle caratteristiche costruttive e funzionali degli ingranaggi, ci si soffermerà brevemente sull'argomento, illustrandone sommariamente le problematiche. Conviene dunque, in via preliminare, osservare che il taglio delle dentature può effettuarsi mediante fresatura (metodo diretto) o per involuppo (metodo indiretto); quest'ultimo metodo è, in pratica, l'unico impiegato per la generazione delle dentature aventi il profilo ad evolvente, mentre il primo, ossia quello diretto, deve necessariamente essere adoperato per la generazione delle dentature con profilo cicloidale; esso, peraltro, presenta diversi inconvenienti, con sistemi soprattutto nell'impossibilità di effettuare una rapida lavorazione in serie e di conseguire gli elevati gradi di perfezione occorrenti negli ingranaggi veloci e fortemente sollecitati. Con il metodo di taglio diretto, dunque, l'utensile impiegato è, in genere, una fresa a disco, i cui denti hanno un profilo che rappresenta il vano compreso tra due denti consecutivi della ruota da tagliare. Per effettuare il taglio, la fresa F viene disposta come indicato nell'Illustrazione 1.14, ossia in modo che il suo piano medio contenga l'asse della ruota R e la mezzeria del vano compreso tra due denti consecutivi. Durante il taglio la fresa è dotata di un moto di lavoro, consistente nella rotazione intorno al proprio asse con velocità più o meno elevata, mentre la ruota è dotata di un moto di avanzamento, consistente in uno spostamento più o meno lento verso la fresa, in direzione parallela al proprio asse; ovviamente, eseguito il taglio di un vano, si riporta la ruota nella posizione iniziale, poi la si fa ruotare dell'angolo corrispondente al passo della dentatura e quindi si procede al taglio del vano successivo.

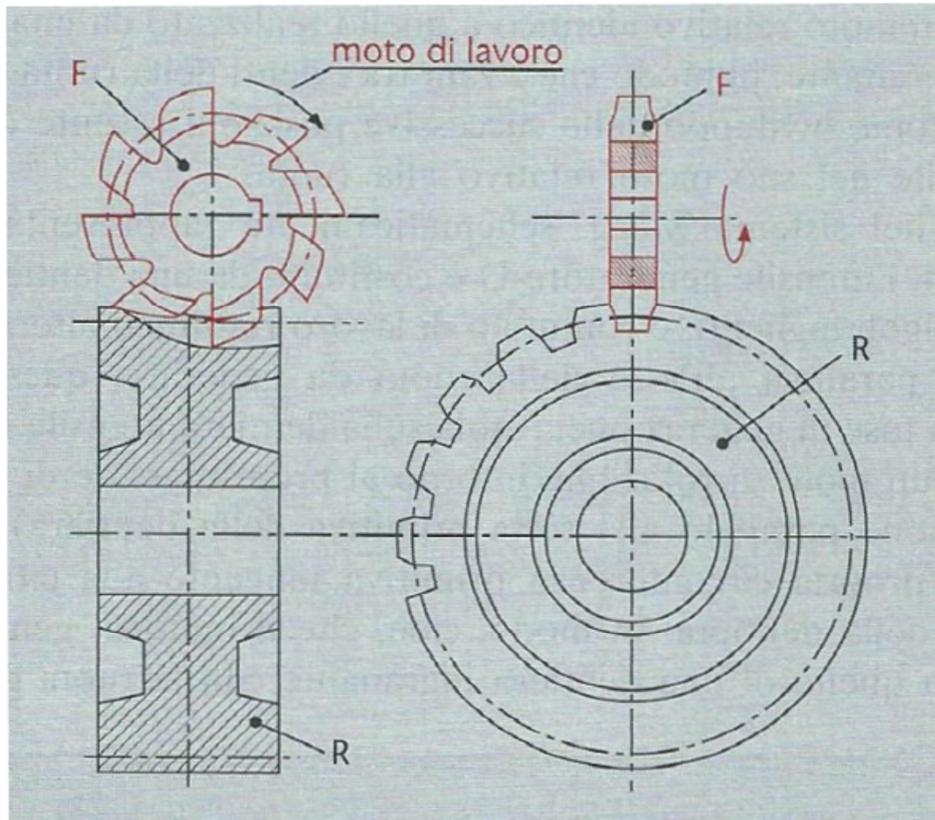


Illustrazione 1.14 ; Taglio con fresa

Appare evidente come il procedimento descritto abbia caratteristiche artigianali e, quindi, non si presti per le rapide lavorazioni in serie; esso, inoltre, presenta il grave inconveniente di richiedere frese diverse non soltanto per tagliare dentature di modulo diverso, ma anche per realizzare dentature che, avendo uguale modulo, abbiano diverso numero di denti, poichè relative a ruote di differente diametro; infatti, poichè la forma del vano compreso tra due denti consecutivi varia, a parità di modulo, con il variare del diametro primitivo della ruota e, d'altra parte, il profilo dei denti della fresa deve corrispondere esattamente al vano suddetto, si comprende come occorra adoperare frese diverse per ruote di diverso diametro primitivo che, pure, debbano avere dentature di uguale modulo. Ne segue, pertanto, che per una lavorazione corretta di una serie di ruote dentate che debbano reciprocamente ingranare (e che, dunque, debbano avere uguale modulo), è necessario disporre di un gran numero di utensili (ovvero di un utensile per ogni valore del numero di denti), a meno che, non richiedendosi una grande precisione, si ritenga di poter adoperare la medesima fresa per tagliare anche ruote con numeri di denti alquanto maggiori di quello cui corrisponde un profilo esattamente uguale a quello della fresa; in tal caso, però, si ottiene un profilo non corretto e le ruote, così generate, possono essere adoperate soltanto per basse velocità periferiche. Per quanto detto, quindi, il metodo di taglio diretto, necessario solo per il profilo cicloidale, è ormai oggi del tutto abbandonato per il profilo ad evolvente, impiegandosi, infatti, per tale profilo, esclusivamente il metodo di taglio indiretto o per involuppo. Con quest'ultimo metodo (che si basa sulla considerazione che il profilo del vano tra i denti di una ruota è costituito dall'involuppo delle successive posizioni assunte dal dente della ruota coniugata durante il reciproco ingranamento) gli utensili adoperati sono conformati come un ingranaggio coniugato a quello che si vuole ottenere; tali utensili, in acciaio rapido ed accuratamente rettificati, sono in genere costituiti da una dentiera, o da una ruota utensile, o

da una fresa-vite (denominata anche creatore) ed il procedimento della generazione della dentatura consiste quindi nel portare l'utensile a contatto con la ruota da tagliare, imprime poi alla coppia così formata un moto relativo identico a quello realizzato da una comune coppia ingranante, in modo che i vani tra i denti della ruota vengano generati come involuppo delle successive posizioni assunte dai denti dell'utensile nel suo moto relativo alla ruota. Così, nel sistema Maag, schematicamente rappresentato nell'Illustrazione 1.15, l'utensile generatore U è costituito da una dentiera, con i denti a spigoli taglienti, e con moto di lavoro rettilineo alternativo in direzione parallela all'asse della ruota da generare; quest'ultima, durante la fase di generazione, rotola sulla dentiera utensile (essendo dotata di un moto di rotazione intorno al proprio asse e di un moto di traslazione parallelo alla retta primitiva della dentiera), mantenendo la propria circonferenza primitiva tangente alla citata retta primitiva della dentiera, in modo, cioè, che il moto di generazione equivale a quello di una dentiera ingranante con la ruota generata.

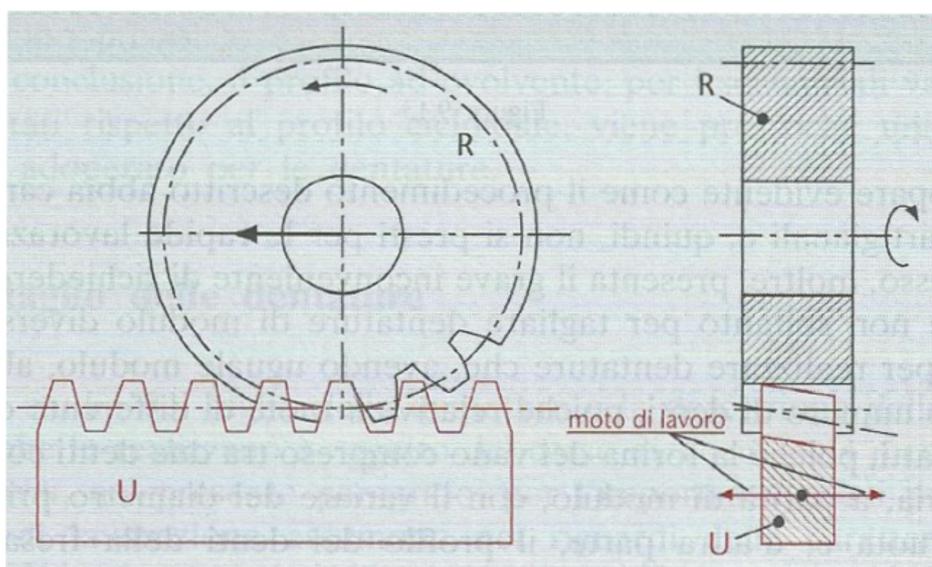


Illustrazione 1.15 ; Taglio con dentiera

Nel sistema Fellovvs, di cui nell'Illustrazione 1.16 mostra una rappresentazione schematica, l'utensile U è costituito da un rocchetto i cui denti hanno spigoli taglienti, in modo che la generazione della dentatura della ruota R viene realizzata disponendo la ruota stessa e l'utensile in posizione di reciproco ingranamento. Il moto di lavoro posseduto dal rocchetto utensile consiste in un movimento rettilineo alternativo in direzione parallela all'asse della ruota, mentre il moto di generazione del profilo è realizzato in virtù della contemporanea rotazione del rocchetto-utensile U e della ruota R intorno ai rispettivi assi. L'utensile, infine, possiede anche un moto di registrazione radiale, normale all'asse della ruota, così come quest'ultima possiede un movimento di scostamento dall'utensile durante il moto di ritorno dell'utensile stesso. Infine, nel sistema Reinecker, di cui è data una rappresentazione schematica nell'Illustrazione 1.17, l'utensile U è costituito da una fresa elicoidale, ricavata cioè da una vite, la cui sezione con un piano assiale e una dentiera con denti aventi fianchi a profilo rettilineo, di forma approssimativamente trapezoidale, l'utensile, comunemente denominato creatore, presenta poi dei solchi trasversali in modo da formare gli spigoli taglienti.

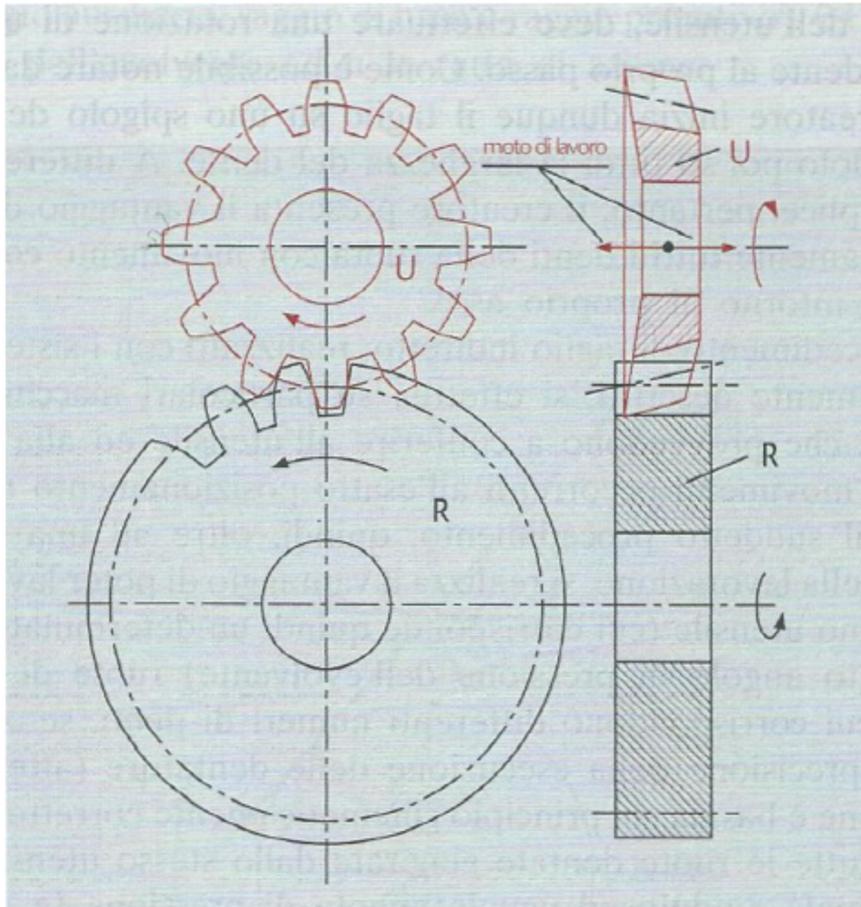


Illustrazione 1.16 ; Taglio fellows

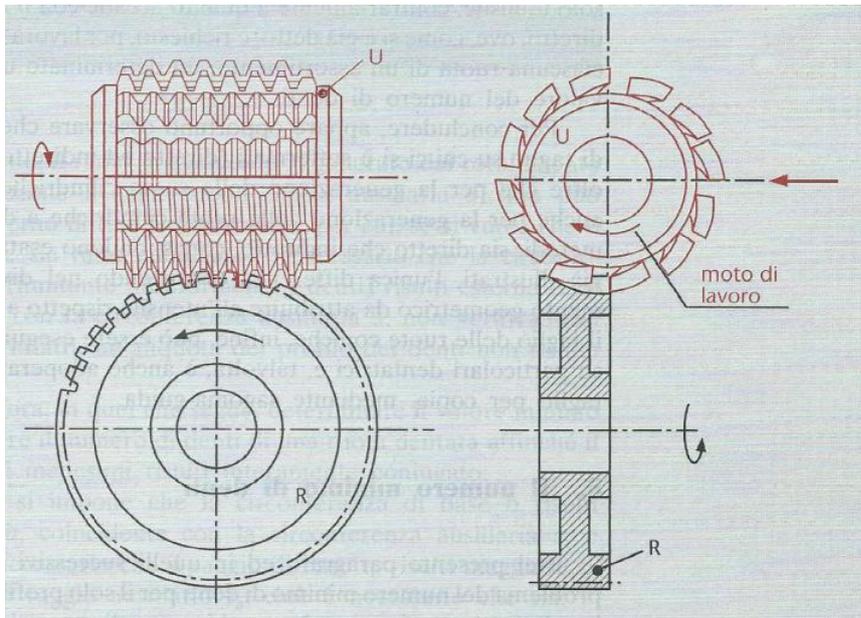


Illustrazione 1.17 : Taglio con creatore

Nella fase di generazione, dunque, l'utensile U e la ruota R ruotano intorno ai rispettivi assi, come se dovessero reciprocamente ingranare (similmente ad una coppia «vite senza fine e ruota a denti elicoidali») ed il moto di lavoro è posseduto dall'utensile, consistendo nella rotazione attorno al proprio asse; lo stesso utensile possiede anche il movimento di alimentazione, che è rettilineo alternativo in direzione parallela all'asse della ruota, mentre il movimento di generazione è posseduto dalla ruota da dentare che, ad ogni giro dell'utensile, deve effettuare una rotazione di un angolo corrispondente al proprio passo. Come è possibile notare dall'Illustrazione 1.17, il creatore inizia dunque il taglio su uno spigolo della ruota, estendendolo poi su tutta la larghezza del dente. A differenza della fresa semplice, pertanto, il creatore presenta il vantaggio di tagliare simultaneamente tutti i denti della ruota con movimento continuo di rotazione intorno al proprio asse. Il procedimento di taglio indiretto, realizzato con i sistemi dianzi sommariamente descritti, si effettua su particolari macchine, dette, dentatrici, che provvedono a conferire all'utensile ed alla ruota da tagliare i movimenti occorrenti all'esatto posizionamento reciproco. Con il suddetto procedimento, quindi, oltre ad una maggiore rapidità della lavorazione, si realizza il vantaggio di poter lavorare con il medesimo utensile (cui corrisponde quindi un determinato modulo ed un dato angolo di pressione dell'evolvente) ruote di diametro diverso, cui corrispondono differenti numeri di denti, senza che ne soffra la precisione della esecuzione delle dentature (atteso che la generazione è basata sul principio cinematicamente corretto dell'inviluppo). Tutte le ruote dentate generate dallo stesso utensile hanno quindi uguale modulo ed uguale angolo di pressione (e differente numero di denti, se di diverso diametro primitivo) e potranno di conseguenza ingranare reciprocamente, tali ruote, pertanto, formano un assortimento e, per realizzarle, è dunque sufficiente l'impiego di un solo utensile, contrariamente a quanto accade con il metodo di taglio diretto, ove, come si è già detto, è richiesto, per lavorazioni precise, per ciascuna ruota di un assortimento, un determinato utensile per ogni valore del numero di denti. Per concludere, appare opportuno osservare che i. Procedimenti di taglio su cui ci si è soffermati (diretto ed indiretto) sono applicati oltre che per la generazione delle ruote cilindriche a denti diritti, anche per la generazione delle ruote cilindriche a denti elicoidali; i metodi, sia diretto che indiretto, corrispondono esattamente a quelli già illustrati, l'unica differenza consistendo nel diverso posizionamento geometrico da attribuire all'utensile rispetto alla ruota. Anche il taglio delle ruote coniche, infine, può essere eseguito per inviluppo su particolari dentatrici e, talvolta, e anche adoperato un sistema di taglio per copia, mediante sagoma guida.

1.7 Il numero minimo di denti

Nel presente paragrafo ed in quelli successivi verrà trattato il problema del numero minimo di denti per il solo profilo ad evolvente è la relativa trattazione, sarà, per chiarezza di esposizione, suddivisa in vari paragrafi, giacché sarà dapprima analizzato il problema da un punto di vista generale, quindi saranno esaminate le condizioni limiti delle dentature ad evolvente (sia per una coppia di ruote, sia per la coppia rocchetto-dentiera) nei riguardi dell'interferenza tra i profili ed infine si accosterà alle dentature di tipo speciale che consentono l'ulteriore riduzione del numero minimo di denti rispetto alle condizioni limiti. Ciò premesso, con riferimento all'Illustrazione 1.18, si consideri una ruota dentata con profilo ad evolvente e siano, come al solito o il suo centro, a , b e p rispettivamente le circonferenze ausiliarie, di base e primitiva ed r_a , r_b ed r_p i relativi raggi (che nel seguito verranno indicati come raggio ausiliario, raggio di base e raggio primitivo), θ l'angolo di pressione dell'evolvente ed n la retta di azione.

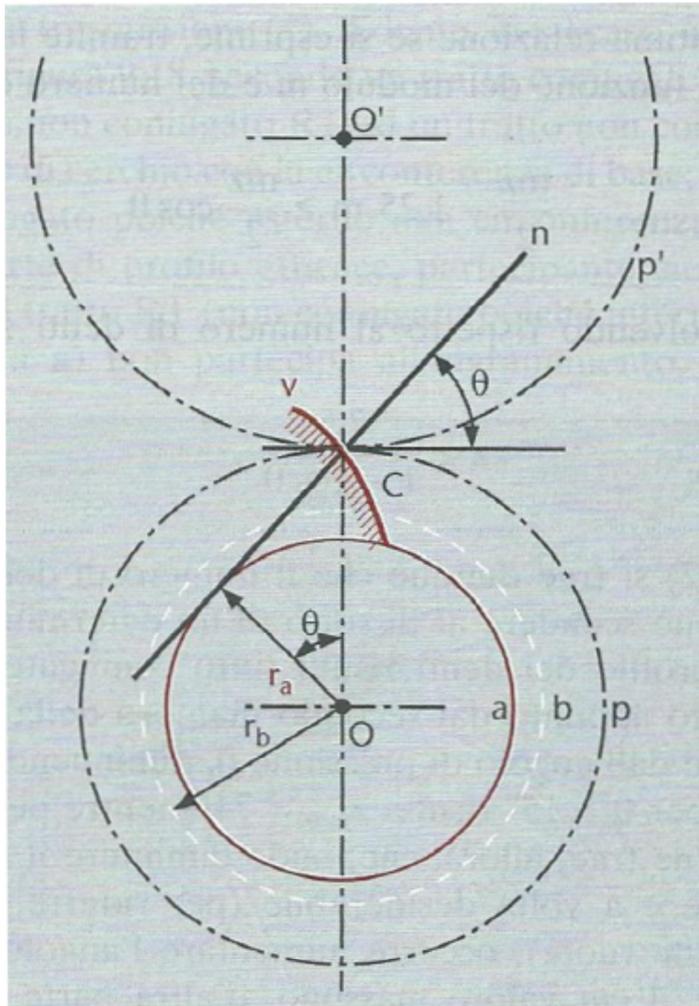


Illustrazione 1.18 ; Numero minimo di denti

Evidentemente, il ramo di evolvente v , generato dal rotolamento della retta di azione n sulla circonferenza ausiliaria a , non può estendersi all'interno di tale circonferenza, per cui, se si vuole che il profilo del dente sia tutto coniugato, è necessario che la circonferenza di base b (limitante inferiormente i denti) risulti esterna o, al più, coincidente con la circonferenza ausiliaria a ; non verificandosi tale condizione, infatti, l'aliquota del profilo dei denti non risulta più coniugato. Convienne allora, in quel che segue, determinare il valore minimo che deve assumere il numero di denti di una ruota dentata affinché il profilo dei denti medesimi risulti interamente coniugato. Se, dunque, si impone che la circonferenza di base b risulti esterna o, ai più, coincidente con la circonferenza ausiliaria a , è evidentemente necessario che il raggio di base r_b , risulti maggiore o, al più, uguale al raggio ausiliario r_a , cioè è necessario che sia:

$$r_b \geq r_a \quad 1.11$$

sostituendo quindi nella (1.11) l'espressione di r_b che si desume dalla (1.5'), ossia:

$$r_b = r_p - 1,25m$$

e ad r_a l'espressione data dalla (1.9), cioè:

$$r_a = r_p \cos(\theta)$$

si ottiene:

$$r_p - 1,25 m \geq r_p \cos(\theta)$$

In quest'ultima relazione se si esprime, il raggio primitivo r_p in funzione del modulo m e del numero di denti z , si ha:

$$\frac{mz}{2} - 1,25 m \geq \frac{mz}{2} \cos(\theta)$$

Infine, risolvendo rispetto al numero di denti z , si ottiene:

$$z \geq \frac{2,5}{1 - \cos(\theta)} \quad 1.25$$

si trae dunque che il numero di denti di una ruota dentata non può scendere al di sotto di un determinato valore se si vuole che il profilo dei denti risulti tutto coniugato; questo valore minimo, fornito appunto dal secondo membro della (1.12), dipende esclusivamente dall'angolo di pressione θ , diminuendo all'aumentare di esso. Se ne trae, allora, che, onde diminuire il minimo numero di denti, come è a volta desiderabile (per ridurre, ad esempio, le dimensioni delle ruote), occorre aumentare l'angolo di pressione θ dell'evolvente, il cui valore massimo, d'altra parte, non supera, di norma, i 20° , al fine di evitare che, per un dato valore dello sforzo N esercitato dai denti in presa, si riduca la componente periferica utile F , corrispondentemente, si produca un aumento della componente radiale S . Come detto, fornisce il numero minimo di denti qualora si voglia che i denti stessi siano sagomati secondo un profilo interamente coniugato; a tal proposito, peraltro, e da notare, come sarà meglio mostrato in quel che segue, che per il corretto ingranamento si può parzialmente derogare da tale condizione, in quanto non tutto il profilo del dente viene a contatto, durante il moto, con il profilo del dente della ruota compagna.

1.8 Interferenza. Condizioni limiti delle dentature ad evolvente

Si è già rilevato, nell'esaminare l'Illustrazione 1.3, che nella fase di ingranamento di due denti il tratto R_1S_1 , del generico dente della ruota di centro O_1 viene a contatto con il tratto S_2R_2 del generico dente della ruota di centro O_2 , per cui appare che vi è una zona del profilo dei denti che non partecipa all'ingranamento, tale zona, nel caso considerato, è rappresentata dall'ultima parte del profilo della base, essendo costituita, per il generico dente della ruota di centro O_1 , dal tratto che va da R_1 , fino al piede del dente e , per il generico dente della ruota di centro O_2 , dal tratto che va da R_2 fino al piede del dente. Ne segue, pertanto, che i suddetti tratti possono essere sagomati secondo un profilo non coniugato, senza che vi sia pericolo di compenetrazione dei profili o come anche si dice, senza che vi sia interferenza.

Si potrà allora tollerare (entro limiti) che la circonferenza di base sia interna alla circonferenza

ausiliaria, per cui il numero minimo di denti potrà essere inferiore a quello fornito dal secondo membro della (1.12) senza che venga compromessa, per l'interferenza, la regolarità della trasmissione. L'interferenza, anche se minima, rende teoricamente impossibile l'ingranamento delle ruote. In realtà, per la presenza dei giochi queste continuano ad ingranare per interferenze non molto grandi, ma è da rilevare, in tal caso, che si verifica un funzionamento irregolare della coppia dentata, giacché i profili, quando vengono a contatto nella zona in cui si ha interferenza, non essendo più coniugati non trasmettono il moto con il rapporto di trasmissione costante caratterizzato dal rotolamento delle due primitive. Si determinano, quindi, vibrazioni anche pericolose se le velocità angolari sono elevate.

Il dente, in tal caso, sarà sagomato, come mostra l'illustrazione 1.19, secondo un tratto coniugato SR, un tratto rettilineo radiale non coniugato RT ed un tratto non coniugato TU di accordo ad arco di cerchio con la circonferenza di base; ovviamente il tratto SR (coniugato poichè esterno alla circonferenza ausiliaria a) costituisce la parte di profilo efficace, partecipante cioè all'ingranamento, mentre il tratto RT (non coniugato poichè interno alla circonferenza ausiliaria a) non partecipa all'ingranamento.

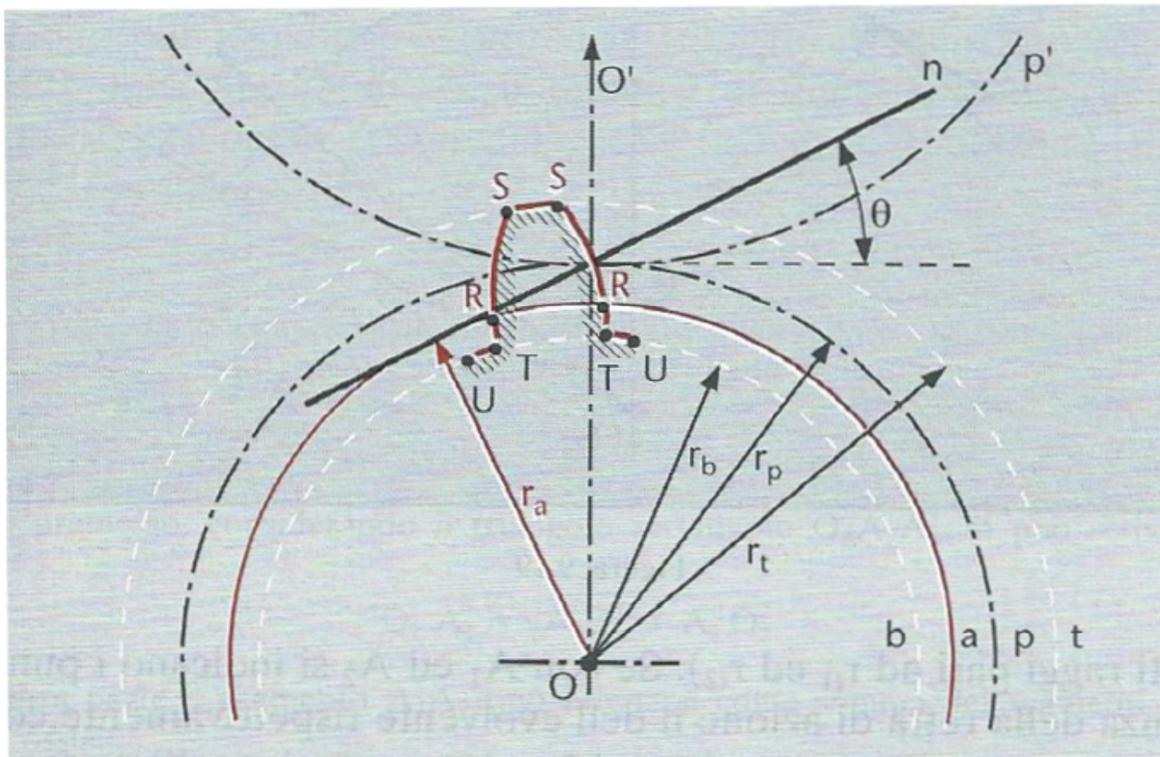


Illustrazione 1.19 ; Forma del dente

Ovviamente, allorché il profilo dei denti è realizzato nel modo suddetto, l'interferenza può evitarsi solo a condizione di garantire che all'ingranamento partecipi esclusivamente il tratto coniugato, dovendo viceversa il tratto non coniugato risultare inoperante ai fini del contatto reciproco. Si dimostra, in proposito, che per soddisfare questa essenziale condizione è necessario che il contatto tra i profili compagni si verifichi sempre sul segmento di retta di azione delimitato dai punti di tangenza di tale retta con le due circonferenze ausiliarie.

Per meglio chiarire quanto si è ora accennato, ed anche al fine di poter ricavare una relazione che fornisca il numero minimo dei denti nella condizione limite di non interferenza, conviene far riferimento all'illustrazione 1.20 in cui è schematicamente rappresentata una coppia di ruote dentate di centri O_1 , ed O_2 con le rispettive circonferenze ausiliarie a_1 ed a_2 , le rispettive

circonferenze primitive p_1 , e p_2 (aventi raggi pari ad r_{p1} , ed r_{p2}) e le rispettive circonferenze di testa t_1 e t_2

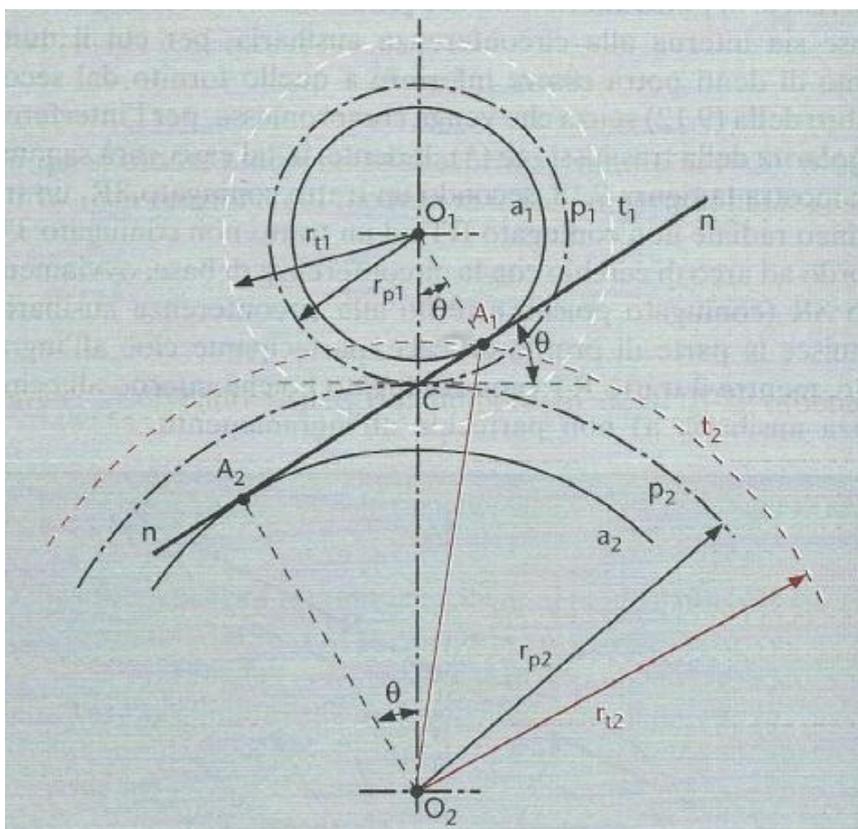


Illustrazione 1.20 ; Circonferenze ausiliarie

(aventi raggi pari ad r_{t1} ed r_{t2}). Se con A_1 ed A_2 si indicano i punti di tangenza della retta di azione n dell'evolvente rispettivamente con le circonferenze ausiliarie a_1 ed a_2 , si ha che, per evitare l'interferenza tra i profili dei denti, è necessario che il contatto tra i profili compagni si verifichi esclusivamente sui punti della retta di azione interni al segmento $A_1 A_2$. Rammentando allora che, per il profilo ad evolvente, la linea di imbocco è costituita da un segmento della retta di azione, si può anche affermare che il segmento $A_1 A_2$ rappresenta la più estesa linea di imbocco per accoppiamenti non affetti da interferenza. D'altra parte, osservando ancora che i punti estremi della linea di imbocco sono individuati dai punti intersezione della retta di azione con le circonferenze di testa delle due ruote, la condizione di non interferenza implica (con riferimento all'illustrazione 1.20) che la circonferenza di testa t_1 della ruota di centro O_1 debba avere raggio r_{t1} non maggiore di $O_1 A_2$ e che la circonferenza di testa t_2 della ruota di centro O_2 debba aver raggio r_{t2} non maggiore di $O_2 A_1$; in altri termini è cioè necessario che la circonferenza di testa t_1 della ruota di centro O_1 non si estenda oltre il punto A_2 in cui la retta di azione n è tangente alla circonferenza ausiliaria a_2 e che la circonferenza di testa t_2 della ruota di centro O_2 non si estenda oltre il punto A_1 , in cui la retta di azione n è tangente alla circonferenza ausiliaria all'altra parte, è anche da osservare che se le due ruote hanno raggi primitivi diversi ed i rispettivi denti hanno il medesimo addendum, la condizione limite dianzi enunciata viene raggiunta prima per la ruota di diametro maggiore, così come può agevolmente dedursi dalla stessa Illustrazione 1.20 in cui la ruota più grande di centro O_2 è stata appunto rappresentata nella posizione limite di non interferenza, giacché la circonferenza di testa t_2 di tale ruota è stata disegnata facendola passare proprio per il punto

limite A_1 di tangenza della retta di azione n con la circonferenza ausiliaria a_1 . Appare infatti evidente dalla stessa figura come, nella condizione limite su esposta per la ruota più grande di centro O_2 , la ruota più piccola di centro O_1 , non abbia ancora raggiunto la posizione limite di non interferenza, giacché la sua circonferenza di testa t , non oltrepassa ancora il punto A_2 in cui la retta di azione n è tangente alla circonferenza ausiliaria a_2 . In definitiva, quindi, al fine di evitare l'interferenza, è sufficiente assicurarsi che la condizione limite precedentemente illustrata sia soddisfatta per la ruota più grande.

Cio posto, indicando con z_1 , e z_2 i numeri di denti rispettivamente della ruota più piccola (di centro O_1) e della ruota più grande (di centro O_2), se θ è l'angolo di pressione dell'evolvente, si dimostra che se si vuole che la circonferenza di testa t_2 della ruota più grande di centro O_2 non oltrepassi la posizione limite caratterizzata dal passaggio per il punto A_1 (in cui la retta di azione è tangente alla circonferenza ausiliaria a_1), il numero di denti z_1 della ruota più piccola della coppia (ossia del rocchetto) deve soddisfare alla seguente condizione, come detto (sempre con riferimento all'Illustrazione 1.20), la condizione di non interferenza richiede che sia soddisfatta la seguente relazione;

$$r_{t2} \leq O_2 A_1$$

Cio premesso, considerando il triangolo rettangolo $O_2 A_2 A_1$, si può scrivere:

$$O_1 A_2 = \sqrt{A_1 A_2^2 + A_2 O_2^2}$$

D'altra parte il segmento $A_1 A_2$; può ottenersi come somma dei segmenti $A_1 C$ e CA_2 , ossia:

$$A_1 A_2 = A_1 C + C A_2$$

Poiché conviene esprimere i suddetti segmenti $A_1 C$ e CA_2 in funzione degli elementi geometrici caratterizzanti le ruote, dalla considerazione dei triangoli rettangoli $A_1 O_1 C$, e $A_2 O_2 C$ osservando che $O_1 C = r_{p1}$, e che $O_2 C = r_{p2}$, si ha:

$$A_1 C = O_1 C \sin(\theta) = r_{p1} \sin(\theta)$$

$$A_2 C = O_2 C \sin(\theta) = r_{p2} \sin(\theta)$$

A sua volta, il segmento $A_2 O_2$ può ritenersi come cateto del triangolo rettangolo $A_2 O_2 C$, per cui risulta:

$$A_2 O_2 = O_2 C \cos(\theta) = r_{p2} \cos(\theta)$$

Quindi, tenendo conto delle considerazioni geometriche esposte, può scriversi:

$$r_{t2} \leq \sqrt{(r_{p1} + r_{p2})^2 \sin^2(\theta) + r_{p2}^2 \cos^2(\theta)}$$

da cui, sviluppando e semplificando, ed osservando anche che risulta $r_{t2} = r_{p2} + m$ si ottiene:

$$r_{p2} + m \leq \sqrt{r_{p2}^2 + (r_{p2}^2 + 2 r_{p1} r_{p2}) \sin^2(\theta)}$$

Portando r_{p2} al secondo membro, esprimendo il modulo m in funzione del raggio primitivo r_{p1} e del numero di denti z_1 della ruota più piccola di centro O_1 e ponendo in evidenza, al secondo

membro, r_{p1} , si ha ancora, infine sostituendo ai rapporti tra i raggi primitivi i rapporti tra i corrispondenti numeri di denti delle due ruote e risolvendo rispetto a 2, si ottiene la relazione (1.13):

$$\frac{2r_{p1}}{z_1} \leq r_{p1} \sqrt{\left(\frac{r_{p2}}{r_{p1}}\right)^2 + \left(1 + 2\frac{r_{p2}}{r_{p1}}\right) \sin^2(\theta)} - \frac{r_{p2}}{r_{p1}}$$

$$z_1 \geq \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 + \left(1 + 2\frac{z_2}{z_1}\right) \sin^2(\theta)} - \frac{z_2}{z_1}} \quad 1.13$$

riferendosi ovviamente il segno di uguaglianza alla posizione limite suddetta. Il secondo membro della (1.13) fornisce dunque il numero minimo di denti che può essere attribuito alla ruota più piccola della coppia, se si vuole evitare l'interferenza tra i profili; diminuendo cioè il numero di denti del rocchetto al disotto del valore ricavabile dalla predetta relazione verrebbero a contatto profili non coniugati e non si realizzerebbe più un corretto ingranamento. Dall'esame della (1.13) si può altresì notare che, a differenza della (1.12), per il caso che si è qui considerato, il numero minimo di denti dipende oltre che dall'angolo di pressione θ dell'evolvente, anche dal rapporto z_2/z_1 , tra il numero di denti z_2 della ruota più grande ed il numero di denti z_1 della ruota più piccola. Il valore di tale rapporto, d'altronde, è sempre noto in fase di progetto della coppia dentata, giacchè, per la (1.8), esso rappresenta il rapporto di trasmissione se la ruota più grande (di centro O_2) è mossa, mentre è uguale al reciproco del rapporto di trasmissione se la stessa ruota più grande (di centro O_2) è motrice. Nella tabella I-13 sono riportati i valori (arrotondati al numero intero immediatamente superiore) assunti dal secondo membro della (1.13), ossia i valori del numero minimo di denti, per determinati rapporti z_2/z_1 , e per i tre usuali valori dell'angolo di pressione θ ($14^\circ 30'$, 15° , 20°); come si nota, il numero minimo di denti aumenta all'aumentare del rapporto z_2/z_1 , e diminuisce al crescere dell'angolo di pressione θ ; esso, comunque, risulta, per i rapporti z_2/z_1 , considerati in tabella, più che dimezzato rispetto a quello fornito, a pari valore dell'angolo θ , dalla relazione (1.12).

Tabella I-13 ; numero minimo di denti secondo la relazione 1.13

z_2/z_1	Angolo di Pressione θ		
	$14^\circ 30'$	15°	20°
1	23	21	13
1,5	25	24	14
2	27	25	15
2.5	27	26	15
3	28	26	15
3.5	29	27	16
4	29	27	16
4,5	29	28	16
5	30	28	16
5,5	30	28	16
6	30	28	16

1.9 Il dimensionamento a flessione della dentatura

Nel presente paragrafo ed in quelli immediatamente successivi verranno esposti i criteri fondamentali del dimensionamento delle dentature nei riguardi della resistenza meccanica, in modo che verrà anche posta in evidenza l'importanza assunta, sotto tale aspetto, da alcune grandezze e dimensioni caratteristiche precedentemente introdotte. Se, dunque, si considerano due ruote dentate reciprocamente ingrananti, si ha che durante la trasmissione della potenza i denti della ruota motrice (trascurando le resistenze di attrito) trasmettono ai denti della ruota mossa uno sforzo N che, nei profili ad evolvente (di seguito considerati), è diretto secondo la retta di azione dell'evolvente medesima, ossia è inclinato dell'angolo di pressione θ rispetto alla tangente alle due circonferenze primitive condotta per il comune punto di contatto. Tale sforzo, come è noto, ammette quindi una componente periferica utile $F = N \cos(\theta)$ ed una componente radiale $S_r = N \sin(\theta)$, che sollecitano la dentatura rispettivamente a flessione ed a compressione. Quest'ultima componente, ossia la S_r , può tuttavia essere trascurata in prima approssimazione, senza grave pregiudizio per la resistenza, per cui, in definitiva, si può considerare, ai fini della resistenza meccanica, che agisca la sola forza periferica F . La suddetta forza F , a sua volta, si ripartisce attraverso le diverse coppie di denti contemporaneamente ingrananti ma, poichè non è possibile determinare con esattezza tale ripartizione, ci si pone nelle condizioni più sfavorevoli, supponendo cioè che durante la trasmissione della potenza vi sia una sola coppia di denti in presa; inoltre, sempre per porsi nelle più sfavorevoli condizioni, si ritiene, così come indicato nell'Illustrazione 1.21, che la forza periferica F sia applicata in corrispondenza dell'estremità del dente.

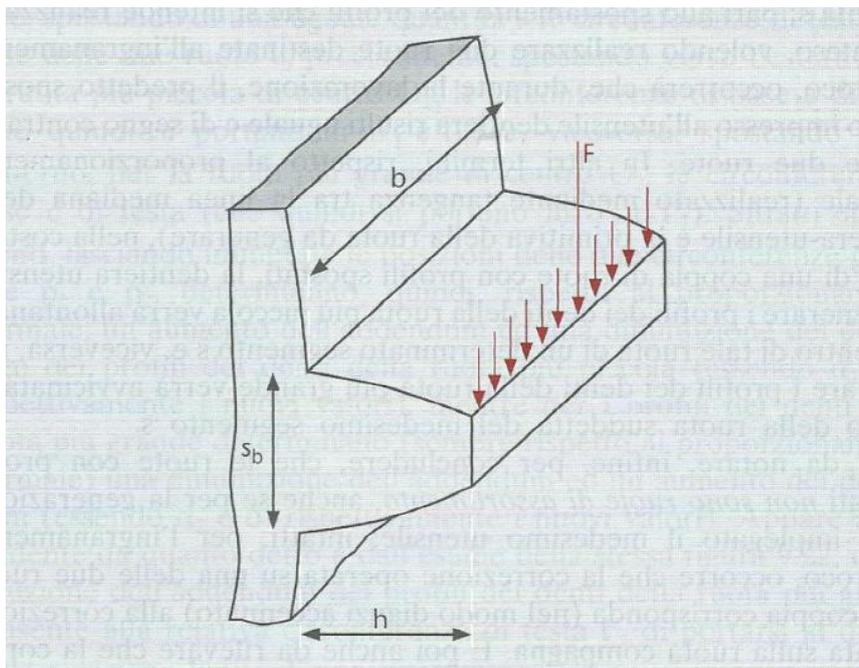


Illustrazione 1.21 ; Azione della flessione su un dente

Il dente si può allora considerare simile ad una trave a mensola. Essendo incastrato in corrispondenza della sezione di base e libero in corrispondenza della sezione di testa, ove appunto si ritiene concentrata la forza periferica F ; questa forza sollecita quindi a flessione il dente e, pertanto, il dimensionamento viene effettuato in base alla equazione di resistenza a flessione. Per una generica sezione, indicando con M_f il momento flettente agente, con W_f il modulo di resistenza rispetto all'asse neutro di flessione e con σ_{amf} la tensione normale

ammissibile da adottare per il particolare caso considerato, la suddetta equazione di resistenza si scrive:

$$M_f \leq \sigma_{amd} \cdot W_f \quad 1.16$$

Ora, se si suppone che il dente abbia spessore costante lungo l'altezza, si trae che la sezione maggiormente sollecitata è quella di base (ovvero di incastro alla corona della ruota), ove appunto il momento flettente è massimo e vale Fh , essendo h l'altezza (radiale) del dente. In realtà lo spessore del dente assume valore diverso da sezione a sezione, per cui la forma del dente va opportunamente considerata ai fini della determinazione della massima sollecitazione flessionale dell'influenza della forma del dente tiene appunto conto il metodo del Lewis. Detta quindi b la larghezza del dente, s_b , il suo spessore nella sezione di base, si ha che il modulo di resistenza alla flessione della predetta sezione, tenuto conto del piano in cui agisce il momento flettente, e pari a $b s_b^2/6$ di conseguenza, la (1.16), può scriversi:

$$F h \leq \sigma_{amd} \frac{b s_b^2}{6} \quad 1.17$$

D'altra parte la forza periferica F è data dal rapporto tra il momento torcente M_t applicato alla ruota ed il raggio primitivo r_p ; esprimendo quest'ultimo, tramite la (1.2), in funzione del modulo m e del numero dei denti z , si ha:

$$F = \frac{M_t}{r_p} = \frac{M_t}{\frac{m z}{2}}$$

A sua volta, l'altezza h del dente, com'è noto dalla relazione (1.4'''), risulta uguale a $2,25 m$, mentre lo spessore s_b della sezione di base può, approssimativamente, ritenersi pari alla metà del passo p . Nella sezione di base, lo spessore del dente risulta maggiore di $p/2$, essendo infatti $p/2$ il valore dello spessore in corrispondenza della sezione che trovasi sulla circonferenza primitiva. L'avere quindi considerato nella sezione di base un valore dello spessore minore di quello reale equivale a porsi nelle condizioni più sfavorevoli, il che, in definitiva, assicura un più robusto dimensionamento del dente. Ossia:

$$s_b \approx \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}$$

Anche la larghezza b del dente viene, in genere, espressa in funzione del modulo; indicando infatti con λ un opportuno coefficiente di proporzionalità si può scrivere:

$$b = \lambda m$$

Sostituendo allora nella (1.17) i valori di F , h , s_b , e b ora trovati, le quazione di resistenza alla flessione, relativa alla sezione di incastro del dente, assume la seguente forma:

$$\frac{M_t}{\frac{m z}{2}} 2,25 m \leq \sigma_{amd} \frac{\lambda m}{6} \left(\frac{\pi m}{2} \right)^2$$

Risolvendo quest'ultima relazione rispetto al modulo m , si ottiene infine:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{10,9 M_t}{\lambda \sigma_{amd} z}} \quad 1.18$$

Noto, dunque, il momento torcente M_t applicato alla ruota e assunti opportuni valori per λ e z (con i criteri che verranno appresso indicati), determinata, altresì, la tensione normale ammissibile σ_{amd} con il procedimento che sarà di seguito illustrato, si potrà, tramite la (1.18), calcolare il modulo della dentatura; questa, così dimensionata, offrirà una sufficiente resistenza meccanica rispetto ai carichi applicati relativi alla potenza trasmessa. A tal punto conviene anche rilevare che, poiché il rapporto M_t/z assume il medesimo valore per le due ruote. Si può indifferentemente applicare la (1.18) al calcolo della ruota motrice o al calcolo della ruota mossa, sempre che la dentatura della coppia di ruote venga costruita con il medesimo materiale; se ciò non si verifica, ossia se le dentature delle due ruote vengono realizzate con materiali cui competono valori differenti della tensione normale ammissibile σ_{amd} , è necessario effettuare il calcolo riferendolo alla dentatura della ruota realizzata con materiale meno resistente, cui, cioè, compete una σ_{amd} minore. E infatti evidente che se si assicura la resistenza di tale dentatura, è senz'altro assicurata la resistenza della dentatura della ruota compagna, realizzata con materiale avente migliori caratteristiche meccaniche. A tal riguardo, occorre dunque osservare che, per il calcolo della dentatura, mediante la relazione (1.18), assume notevole importanza la determinazione della tensione normale ammissibile che, tra l'altro dipende dal tipo di materiale adoperato e dalle condizioni di lavoro. Pertanto, prima di esaminare i criteri di impostazione del calcolo delle dentature, nei paragrafi che seguono si forniranno successivamente delle indicazioni sulla scelta dei materiali da impiegare per la costruzione delle dentature stesse e successivamente si affronterà il problema della determinazione della tensione normale ammissibile da introdurre nella relazione (1.18).

1.10 I materiali utilizzati per la costruzione degli ingranaggi

Nella progettazione delle ruote dentate assume fondamentale importanza la scelta del materiale con cui viene realizzata la dentatura, poiché una appropriata scelta consente, attraverso un corretto dimensionamento meccanico, di ottenere degli ingranaggi che presentano le desiderate caratteristiche di robustezza e di durata. Appare opportuno rilevare che, secondo le norme UNI (Tab, 4760-75), si definisce ingranaggio un meccanismo elementare costituito da due ruote dentate, girevoli intorno ad assi di posizione relativa invariabile, una delle quali trascina l'altra per l'azione dei denti successivamente in contatto. Sempre secondo le medesime norme, delle due ruote costituenti un ingranaggio, si definisce pignone la ruota avente numero di denti minore. In proposito, infatti, si può affermare che, per ogni settore di applicazione degli ingranaggi, è consigliato l'uso di ben determinati materiali, per cui è necessario, in sede di progetto, conoscere esattamente le proprietà meccaniche e tecnologiche dei possibili materiali da utilizzare. Di seguito esaminiamo brevemente, le principali caratteristiche meccaniche e tecnologiche di tali materiali, con particolare riferimento alla specifica applicazione considerata:

1.10.1 Ghisa

L'impiego della ghisa nella costruzione degli ingranaggi è limitato ai casi in cui si realizzano basse velocità periferiche (non superiori, in genere, ai 2 m/s) e ciò in conseguenza della modesta resistenza presentata da questo materiale agli urti ed alle vibrazioni. Le ghise adoperate sono grigie, hanno una percentuale di carbonio aggirantesi intorno ai 3,4%, sono ben lavorabili alle macchine e presentano una media o limitata durezza con una discreta tenacità. Talvolta vengono anche adoperate le ghise speciali (non unificate) che hanno una maggiore tenacità ed una più alta resistenza alla trazione.

1.10.2 Acciai in getti

L'acciaio fuso da adoperare nella costruzione degli ingranaggi deve avere una struttura granulare fine, uniforme e compatta e non deve contenere né ossidi né scorie. In genere il tenore di carbonio in tali acciai non è inferiore allo 0,45%, onde evitare la presenza di soffiature e di risucchi nei getti, migliorandosi infatti la fusibilità con l'aumentare della percentuale di carbonio. Le migliori caratteristiche meccaniche presentate dall'acciaio fuso rispetto alle ghise ne rendono possibile l'impiego per la costruzione di ingranaggi con maggiori velocità periferiche, ma comunque poco sollecitati.

1.10.3 Acciai fucinati

Negli acciai fucinati la percentuale di carbonio è generalmente compresa tra lo 0,35% e lo 0,45% qualora se ne preveda l'impiego in ingranaggi comuni, mentre giunge fino allo 0,60% qualora venga richiesta una maggiore resistenza all'usura. Rispetto agli acciai fusi, quelli fucinati presentano caratteristiche di resistenza più elevate (specie nei riguardi delle sollecitazioni dinamiche) per cui essi sono utilizzabili per la costruzione di ingranaggi che, seppur non eccessivamente sollecitati, siano sottoposti ad urti e vibrazioni di media entità.

1.10.4 Acciai da bonifica

Trattasi di acciai aventi un tenore di carbonio compreso tra lo 0,30% e lo 0,60% che vengono sottoposti ad un trattamento termico di bonifica, consistente in una tempra diretta seguita da rinvenimento. L'opportuna scelta dei parametri fisici caratterizzanti il trattamento termico consente di ottenere da questi acciai i desiderati valori della durezza e della tenacità. Sono indicati per la costruzione di ingranaggi poco o mediamente sollecitati.

1.10.5 Acciai al Carbonio da cementazione

In questi acciai, aventi un tenore di carbonio compreso tra lo 0,10% e lo 0,20%, per effetto della cementazione si ottiene una superficie di elevata durezza che assicura una notevole resistenza all'usura, realizzandosi valori della durezza Brinell che possono giungere fino a $5.000 \div 6.000 \text{ N/mm}^2$.

Poiché la cementazione è superficiale, il nucleo non viene carburato e quindi resta tenace, per cui gli acciai in esame trovano largo impiego laddove venga richiesta una grande resistenza all'usura ed una elevata resilienza come, ad esempio, negli ingranaggi di riduttori soggetti ad elevati carichi di intensità costante. In effetti il trattamento termico completo subito da tali acciai consiste in un riscaldamento in un mezzo carburante intorno alle temperature di $890 \div$

950°C, quindi in una tempra alla temperatura di circa 900°C (per ottenere una struttura granulare più fine ed incrementare ulteriormente la durezza superficiale) ed infine in un rinvenimento a temperature variabili da 150 a 180°C, onde eliminare le tensioni interne.

1.10.6 Acciai legati da bonifica

Trattasi di acciai che contengono percentuali di cromo-manganese o di cromo-molibdeno senza nichel o con piccole percentuali di tale elemento ed hanno inoltre un tenore di carbonio compreso tra lo 0,20% e lo 0,40%. I valori della durezza, della resistenza meccanica e della resilienza ottenibili da questi acciai sono confrontabili con quelli ottenuti dai più pregiati acciai legati da cementazione, a condizione, però, di affinare opportunamente i trattamenti termici. Così, ad esempio, in questi acciai il rinvenimento susseguente alla tempra viene effettuato fino a temperature di circa 600°C onde ottenere una struttura atta a sopportare urti e vibrazioni. Il loro impiego è consigliato laddove siano da prevedere sollecitazioni anche a fatica; quindi, nel settore degli ingranaggi, essi vengono particolarmente impiegati nei riduttori per veicoli di notevole potenza, ove è fondamentale il requisito della riduzione di peso e di ingombro e qualora si abbiano carichi di elevata intensità, con forti sovraccarichi.

1.10.7 Acciai legati da cementazione

Questi acciai contengono percentuali di nichel, o di nichel-cromo o di nichel-cromo-molibdeno con tenore di carbonio compreso tra lo 0,15% e lo 0,20%. Essi, sottoposti al trattamento termico di cementazione, acquistano una elevata durezza superficiale (con valori della durezza Brinell che possono giungere fino a $6.000 \div 7.000 \text{ N/mm}^2$), mentre il nucleo centrale mantiene una elevata tenacità. Rispetto agli acciai al carbonio da cementazione, gli acciai legati da cementazione, per la presenza degli elementi di alligazione (nikel, cromo, molibdeno), hanno una più elevata resistenza meccanica ed all'usura, una maggiore resilienza ed una migliore penetrazione di tempra, il che riduce il pericolo di deformazioni e rotture. Anche il nucleo centrale ha una notevole resistenza. Per tali motivi gli acciai legati da cementazione sono indicati per tutte quelle applicazioni in cui si prevedano carichi di elevata intensità, con possibilità di urti e vibrazioni ed ove venga richiesta una grande resistenza all'usura od anche quando si richieda la realizzazione di pezzi di grandi dimensioni. Il loro impiego, dunque, è particolarmente indicato per i riduttori che trasmettono grandi o grandissime potenze, come, ad esempio, i turboriduttori marini.

1.10.8 Acciai legati da nitrurazione

Questi acciai, che contengono cromo, alluminio, manganese, molibdeno ed una percentuale di carbonio compresa tra lo 0,30% e lo 0,50%, sono dotati di una elevatissima durezza superficiale, per effetto di un trattamento termico consistente nell'assorbimento superficiale di azoto. In tal modo si forma sulla superficie dell'acciaio uno strato di azoturi che conferisce una grande resistenza all'usura ed alla corrosione superficiale.

1.10.9 Alluminio e cuproleghe speciali

Con la denominazione di cupralluminio si indicano le leghe del rame (già dette bronzi di alluminio), in cui, come principale elemento di alligazione, vi è l'alluminio. Possono distinguersi in leghe lavorabili per fusione ed in leghe adatte per lavorazioni plastiche

(contraddistinte le prime dalla lettera G e le seconde dalla lettera P). Aggiungendo al cupralluminio altri elementi di alligazione atti a migliorare le caratteristiche meccaniche o tecnologiche, si ottengono le cuproleghe speciali. Così, ad esempio, l'aggiunta del ferro affina la struttura aumentando la resistenza alla corrosione, mentre la presenza del nickel fa aumentare la durezza. Il cupralluminio e le cuproleghe vengono di solito adoperate, nel settore degli ingranaggi, per la realizzazione delle corone a denti elicoidali delle ruote ingrananti con le viti senza fine.

1.11 La scelta della tensione ammissibile nella progettazione degli ingranaggi

Il problema prospettato nel precedente paragrafo, circa la determinazione della tensione normale ammissibile σ_{amd} da introdurre nella relazione (1.18) non si presenta di immediata soluzione, giacché occorre considerare che la capacità di resistenza degli ingranaggi è influenzata dalla velocità periferica e dalle eventuali imprecisioni della lavorazione, che determinano sovrasollecitazioni di carattere dinamico. Per ogni tipo di materiale adoperato, la scelta della tensione normale ammissibile σ_{amd} da introdurre nella (1.18) va, pertanto effettuata tenendo conto oltre che delle caratteristiche di resistenza meccanica presentate dallo stesso materiale sollecitato staticamente, anche della capacità di resistenza alle azioni dinamiche dovute alla velocità periferica; tale scelta, come si vedrà, può dunque effettuarsi rettificando, mediante relazioni di carattere semiempirico, la tensione normale ammissibile σ_{am} , che compete al materiale prescelto sollecitato staticamente. Qui di seguito, pertanto, attesa l'importanza dell'argomento. Conviene soffermarsi brevemente sui fattori che influenzano la determinazione della tensione normale ammissibile σ_{am} relativa alle sollecitazioni statiche, per passare, poi, ad illustrare i criteri che consentono, nota la σ_{am} di ricavare la tensione normale ammissibile σ_{amd} , relativa alle sollecitazioni dinamiche, da introdurre, quindi, nella (1.18).

1.11.1 Tensione normale ammissibile σ_{am} relative alle sollecitazioni statiche

Come è noto, tale tensione è funzione del materiale impiegato per la costruzione della dentatura e, dunque, una volta scelto il materiale stesso, essa può ricavarsi dividendo il valore della tensione normale di rottura σ_R per un opportuno grado di sicurezza n_R essendo, infatti:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_R}{n_R} \quad 1.19$$

La scelta del grado di sicurezza n si presenta, peraltro, alquanto complessa, giacché tale parametro dipende da numerosi fattori, quali, ad esempio, il processo tecnologico di fabbricazione del materiale, le condizioni di carico cui sarà sottoposto lo stesso materiale, ecc. Tuttavia, in prima approssimazione ed orientativamente, si può ritenere, per gli ingranaggi, che il grado di sicurezza n_R possa assumersi pari a $3 \div 3,5$ se trattasi di ingranaggi lenti dal funzionamento tranquillo, pari a $4 \div 5$ se trattasi di ingranaggi soggetti ad urti o ad sovraccarichi di media entità ed infine pari a 6 se trattasi di ingranaggi che funzionano in condizioni particolarmente sfavorevoli, in conseguenza di urti o sovraccarichi di forte entità o per contatti irregolari tra i fianchi dei denti.

1.11.2 Tensione normale ammissibile σ_{amd} relative alle sollecitazioni dinamiche

Allora quando la velocità periferica degli ingranaggi assume valori non trascurabili, non è più lecito introdurre nelle relazioni di dimensionamento della dentatura il valore della tensione normale ammissibile relativa alle sollecitazioni statiche, in quanto (come già accennato) la resistenza degli ingranaggi stessi è appunto influenzata in maniera negativa dalla velocità. Durante il funzionamento di una coppia di ruote dentate, infatti, a causa delle inevitabili imprecisioni della lavorazione, si verificano brusche variazioni di velocità cui corrispondono urti e vibrazioni, così come analoghi effetti possono prodursi per imperfezioni di montaggio o in conseguenza di deformazioni elastiche degli alberi su cui sono calettate le ruote. Queste azioni dinamiche, dunque, sono tanto più intense quanto maggiore è la velocità periferica che, tra l'altro, influisce anche sulle condizioni di lubrificazione, giacché il riscaldamento dovuto all'attrito è ad essa proporzionale. Uno dei modi con cui si tiene conto dell'effetto della velocità, consiste quindi nell'introdurre, nei calcoli di resistenza, valori delle tensioni ammissibili minori di quelli che possono adottarsi per gli stessi materiali sollecitati staticamente.

Se, cioè, per un dato materiale, si indica con σ_{am} la tensione normale ammissibile alle sollecitazioni statiche (determinata nel modo precedentemente indicato e che nel seguito verrà semplicemente indicata come tensione ammissibile statica), per il corretto dimensionamento di una dentatura, da realizzare con il medesimo materiale, occorre introdurre nei calcoli una tensione normale ammissibile alle sollecitazioni dinamiche σ_{amd} (nel seguito indicata come tensione ammissibile dinamica) minore di σ_{am} tale che, detto α un coefficiente di riduzione minore dell'unità, risulti:

$$\sigma_{amd} = \alpha \cdot \sigma_{am}$$

Il coefficiente di riduzione α , per quanto precedentemente accennato, oltre che dipendere dalla velocità periferica degli ingranaggi, è evidentemente anche funzione del grado di precisione della lavorazione e del montaggio, nonché della intensità del carico e della natura del materiale adoperato. Intensità del carico e natura del materiale influiscono evidentemente sul riscaldamento dovuto all'attrito e quindi sulle condizioni di lubrificazione. In particolare esso deve decrescere con l'aumentare della velocità periferica e con la minor precisione della lavorazione e del montaggio, in pratica, per la determinazione del coefficiente di riduzione, vengono utilizzate delle relazioni di carattere empirico, tra le quali la più adoperata, per ingranaggi comuni, è la seguente:

$$\alpha = \frac{A}{A+v}$$

in cui v rappresenta la velocità periferica degli ingranaggi (in m/s) ed A è una costante che tiene conto del grado di precisione della lavorazione e del montaggio. In genere si pone $A = 3$ m/s per ingranaggi lenti e scarsamente precisi, ottenendosi quindi la relazione:

$$\alpha' = \frac{3}{3+v}$$

mentre si pone $A = 6$ m/s per ingranaggi veloci e di buona precisione, con il che si ha:

$$\alpha'' = \frac{6}{6+v}$$

Un'altra relazione, spesso impiegata, che fornisce (per velocità periferiche minori di 20 m/s) valori del coefficiente di riduzione intermedi tra quelli dati dalle due precedenti espressioni precisamente minori di α'' e maggiori di α') e poi la seguente:

$$\alpha''' = \frac{1}{\sqrt{v}}$$

in cui la velocità periferica v è sempre espressa in m/s. Tale formula, quindi, si presta per l'applicazione ad ingranaggi discretamente precisi.

Infine è da osservare che le formule dianzi riportate, per elevate velocità periferiche, fornirebbero valori del coefficiente di riduzione α estremamente piccoli. Per tal motivo, quindi, allorché la velocità periferica è maggiore di 20 m/s e qualora si tratti di ingranaggi molto precisi montati su alberi rigidi, si può adoperare, per la determinazione del coefficiente di riduzione α , la seguente relazione:

$$\alpha^{IV} = \frac{1}{\sqrt{v}}$$

in cui, come al solito, la velocità v è espressa in m/s. In base alle considerazioni sopra esposte ed alle relazioni riportate, la tensione ammissibile dinamica σ_{amd} può, quindi, essere determinata, una volta nota la tensione ammissibile statica σ_{am} , e la velocità periferica v , mediante una delle seguenti relazioni (la cui scelta dipende, ovviamente, dalle condizioni di funzionamento e dalle caratteristiche costruttive dell'accoppiamento dentato).

$$\sigma_{amd} = \sigma_{am} \frac{3}{3+v} \quad 1.20'$$

$$\sigma_{amd} = \sigma_{am} \frac{6}{6+v} \quad 1.20''$$

$$\sigma_{amd} = \sigma_{am} \frac{3}{\sqrt{v}} \quad 1.20'''$$

$$\sigma_{amd} = \sigma_{am} \frac{5,6}{5,6+\sqrt{v}} \quad 1.20^{IV}$$

computando sempre, ovviamente, la velocità periferica v in m/s. In conclusione, scelto il materiale e, dunque, nota la tensione normale di rottura n_R , fissato il grado di sicurezza n_R in base ai criteri dianzi esposti, si calcola la tensione ammissibile statica σ_{am} mediante la (1.19). Successivamente, nota o comunque fissata la velocità periferica v della dentatura, mediante una delle relazioni (1.20), si determina la tensione ammissibile dinamica σ_{amd} il cui valore, come già accennato, risulta tanto minore di σ_{am} quanto maggiore è la velocità periferica v . Infine, conviene anche rilevare che, talvolta, gli ingranaggi vengono distinti in ingranaggi di forza ed ingranaggi di lavoro. In particolare per ingranaggi di forza si intendono quelli caratterizzati da bassi regimi di rotazione o da un funzionamento limitato a brevi periodi di tempo o da forti sovraccarichi di durata non eccessiva, mentre per gli ingranaggi di lavoro si intendono quelli caratterizzati da elevati regimi di rotazione o da lunghi periodi di funzionamento senza rilevanti sovraccarichi improvvisi.

Capitolo 2

Ruote Dentate Coniche a Denti Diritti

2.1 Generalità sulle ruote dentate per assi concorrenti

Si è già visto nel paragrafo 1.4 del capitolo 1, trattando le ruote di frizione, che, per la trasmissione del moto rotatorio tra due assi concorrenti, le ruote non hanno più la forma cilindrica ma quella conica ed anzi, a tal proposito, si è osservato che per la trasmissione del moto è sufficiente calettare sui due assi considerati anziché due cilindri, due tronchi di cono, il cui rapporto di trasmissione, indicando γ_1 e γ_2 i semiangoli al vertice e con ω_1 ed ω_2 le rispettive velocità angolari, è dato dalla relazione qui riportata:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin(\gamma_2)}{\sin(\gamma_1)}$$

Anche per le ruote coniche di frizione può ripetersi quanto ebbe di dirsi per le ruote cilindriche e cioè che esse si prestano per trasmettere solo potenze modeste e, di conseguenza, quando la potenza in gioco non è molto piccola, occorre munire di denti la superficie dei tronchi di cono di frizione. Ciò premesso, si può allora osservare che, nel caso delle ruote dentate coniche, le superfici primitive costituite proprio dalle superfici coniche delle corrispondenti ruote di frizione. L'identità esistente tra coni di frizione e coni primitivi consente quindi, una volta assegnate le velocità angolari delle due ruote, di determinare, con la medesima costruzione indicata al paragrafo 5 del capitolo VIII, i semiangoli al vertice delle due superfici coniche primitive e, dunque, in definitiva, di effettuare il disegno delle superfici stesse; esse, come mostra l'illustrazione 2.1, in cui se ne è data una rappresentazione spaziale, puramente indicativa, hanno il vertice V in comune e sono a sezione retta circolare. Nel moto relativo delle due superfici coniche (moto corrispondente al rotolamento senza strisciamento, l'una sull'altra, delle due superfici) ciascun punto rigidamente connesso ad una di esse descrive una traiettoria giacente su di una superficie sferica, avente il centro nel comune vertice V dei due coni; le linee primitive, quindi, si attengono come intersezione delle suddette superfici coniche con una sfera avente il centro nel comune vertice V degli stessi coni e raggio qualsiasi; tali linee, dunque, giacciono su di una superficie sferica e vengono pertanto denominate primitive sferiche. nell'illustrazione 2.1 le primitive sferiche sono state indicate con p_1 e a cavallo di esse, come rappresentato nella stessa illustrazione 2.1, situati i profili (anch'essi sferici) dei denti, in parte sporgenti ed in parte rientranti dalle primitive, essendo i profili limitati superiormente da una circonferenza di testa t ed inferiormente da circonferenza di base b; tali circonferenze (indicate con il pedice 1 per la ruota conica di asse V - 1 e con il pedice 2 per la ruota conica di asse V - 2 giacciono anch'esse su di una superficie sferica, sono concentriche alla corrispondente circonferenza primitiva e delimitano, in definitiva, una corona circolare sferica.

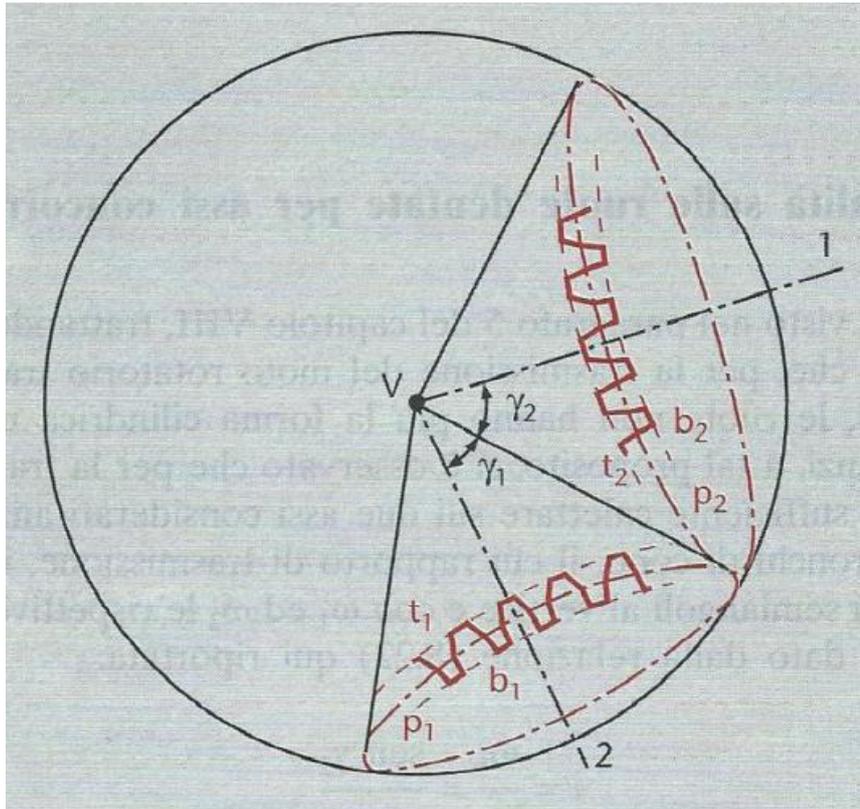


Illustrazione 2.1 ; Primitive sferiche

Nella forma più semplice, una ruota conica a denti diritti, come si nota dalla rappresentazione, parte in vista e parte in sezione. l'illustrazione 2.2, è costituita da un tronco di cono con il vertice V coincidente con il vertice del cono primitivo e con denti a generatrice rettilinea g_t e g_b , concorrenti tutte nel predetto vertice V; evidentemente, i denti stessi risultano più larghi e più alti in corrispondenza della base maggiore del tronco di cono, con sezioni sferiche che, diventano progressivamente più piccole, mantenendosi simili, man mano che si avvicinano alla base minore. La base maggiore e la base minore del tronco di cono delimitano la ruota sono poi ottenute, nella zona interessata dai denti, mediante troncatura con superfici coniche (dette complementari), coassiali con il cono primitivo ed aventi rispettivamente generatrici c_1 , c_2 e c'_1 , c'_2 normali alle generatrici dello stesso cono primitivo e vertici in W e W'; nella zona non interessata dai denti, invece, le basi del tronco di cono sono ottenute mediante piani π e π' normali all'asse del cono primitivo. Ovviamente, per realizzare, nell'ingranamento, il medesimo rapporto di trasmissione che compete al rotolamento senza strisciamento delle superfici primitive (costituite dalle corrispondenti ruote coniche di frizione) è necessario che i profili dei denti delle due ruote coniche siano coniugati e cioè che la normale ai profili stessi, condotta per i successivi punti di contatto, passi sempre per il punto di tangenza delle circonferenze primitive. Supponendo, quindi, di adottare profili ad evolvente, occorre dunque che i profili dei denti giacenti, come già detto su superficie sferiche) siano tracciati secondo un'evolvente sferica. Data una sfera ed una sua circonferenza massima m, l'evolvente sferica è descritta da un qualsiasi punto P della circonferenza massima m, allorché questa rotola su una circonferenza minore della suddetta sfera σ .

Peraltro, al fine di evitare il complesso procedimento di tracciamento dei profili sferici, viene adottato un metodo che consente di tracciare profili piani, utilizzabili, con buona approssimazione, per i denti delle ruote coniche. Tale metodo, infatti, consiste nel sostituire alla corona circolare sferica compresa tra le circonferenze di testa e di base, su cui devono

tracciarsi i profili dei denti una superficie tronco-conica ricavata dal cono complementare al cono primitivo della ruota, ossia dal cono avente generatrici normali a quelle del cono primitivo.

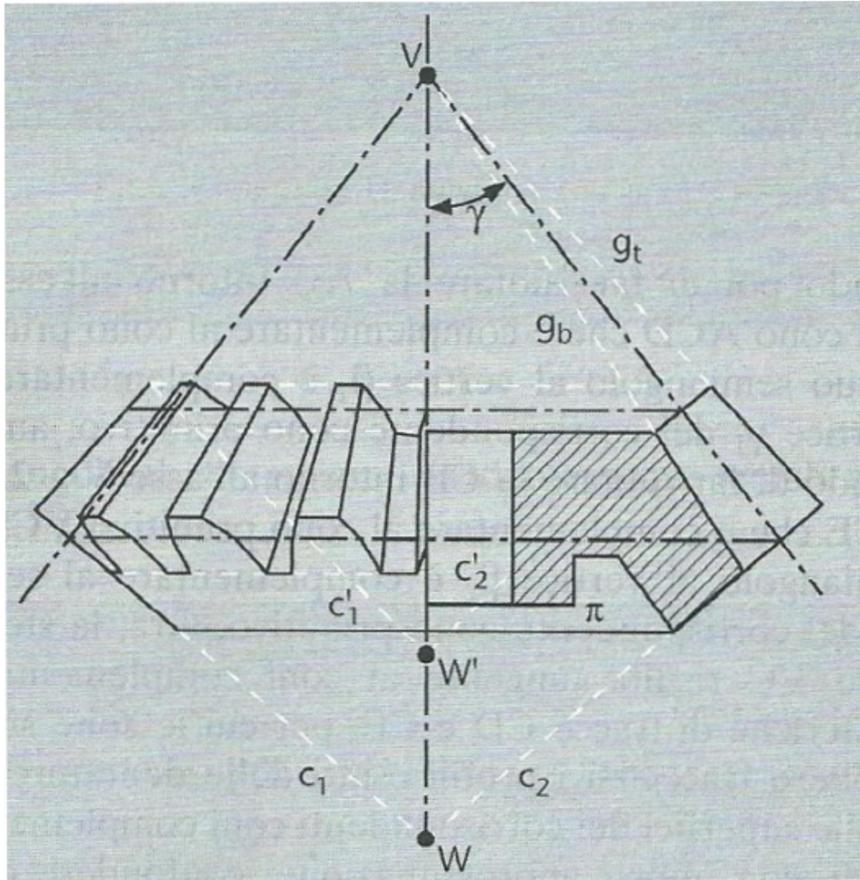


Illustrazione 2.2 ; Ruota conica

Per comprendere quanto si è ora esposto, conviene dunque far riferimento all'illustrazione 2.3, in cui sono schematicamente rappresentati i due coni primitivi aventi il comune vertice in V e, rispettivamente, assi V - 1 e V - 2, con semiangoli al vertice pari a γ_1 e γ_2 . Tracciata la sfera di centro V e raggio arbitrario VC, essa intersecherà il cono primitivo di asse V - 1 secondo la circonferenza (o primitiva sferica) di diametro d_{p1} la cui traccia nel piano dell'illustrazione 2.3 è rappresentata dal segmento CD; analogamente, la stessa sfera intersecherà il cono primitivo di asse V - 2 secondo la circonferenza (o primitiva sferica) di diametro d_{p2} , la cui traccia nel piano dell'illustrazione 2.3 è data dal segmento CE. Se allora si manda per C la perpendicolare al raggio VC nel piano individuato dai due assi V - 1 e V - 2, essa incontrerà tali assi rispettivamente in A ed in B;

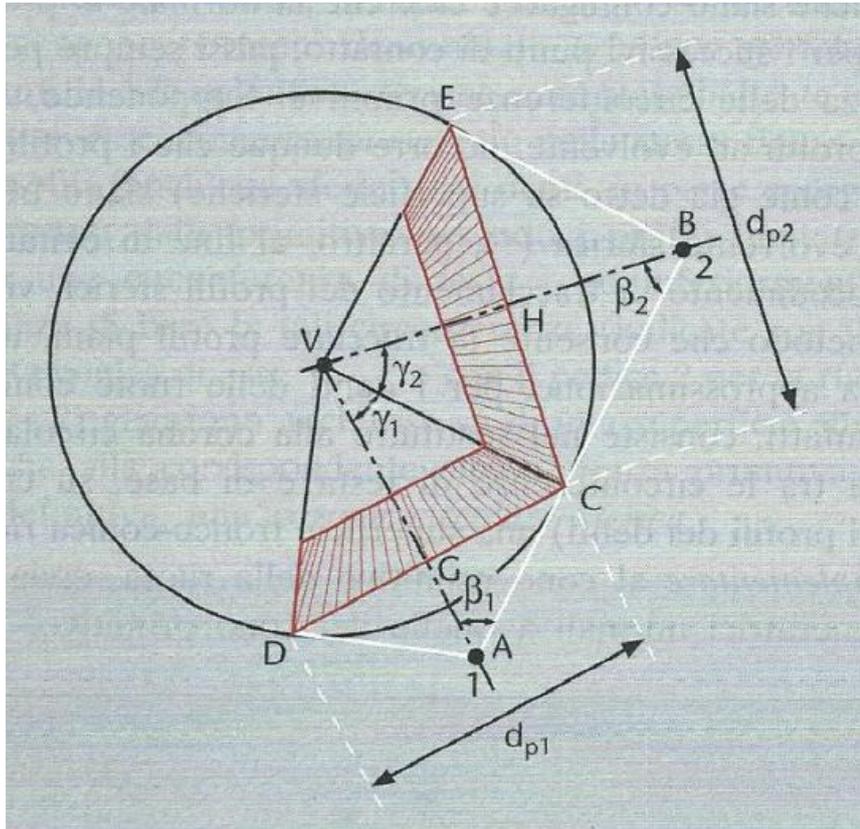


Illustrazione 2.3 ; Ruote di frizione coniche

immaginando poi di far ruotare la AC intorno all'asse V - 1 si genererà il cono ACD che è complementare al cono primitivo VCD poichè il suo semiangolo al vertice β_1 è complementare al semiangolo al vertice γ_1 del corrispondente cono primitivo; analogamente e immaginando di far ruotare la CB intorno all'asse V - 2, si genererà il cono BCE che è complementare al cono primitivo VCE, in quanto il suo semiangolo al vertice β_2 è complementare al semiangolo al vertice γ_2 del corrispondente cono primitivo. Ora, la sfera di centro V e raggio VC risulta tangente ai coni complementari lungo le primitive sferiche di tracce CD e CE, per cui le zone sferiche entro cui dovrebbero tracciarsi i profili esatti delle dentature sono molto prossime alle superfici dei corrispondenti coni complementari, potendosi, quindi, con buona approssimazione confondere con esse. Di conseguenza il tracciamento dei profili può effettuarsi, senza apprezzabile errore, sui coni complementari, anziché sulla sfera e, d'altronde, poiché i suddetti coni (come tutte le superfici coniche) sono sviluppabili su di un piano, il tracciamento dei profili dei denti può, in definitiva, effettuarsi facilmente, come se si trattasse di ruote dentate cilindriche. A tal riguardo, infatti, se si tagliano i due coni complementari lungo una generatrice e si svolgono poi su di un piano, si ottengono due settori circolari aventi rispettivamente angoli al centro pari a $2\pi\text{sen}(\beta_1)$ e $2\pi\text{sen}(\beta_2)$ e raggi primitivi $d'_{p1}/2$ e $d'_{p2}/2$ dati da:

$$\frac{d'_{p1}}{d'_{p2}} = AC = \frac{GC}{\text{sen}(\beta_1)}$$

$$\frac{d'_{p1}}{d'_{p2}} = AC = \frac{GC}{\text{sen}(\beta_1)}$$

D'altra parte, osservando che $\beta_1 = (\pi/2) - \gamma_1$ e $\beta_2 = (\pi/2) - \gamma_2$ e che, inoltre, i segmenti GC ed HC rappresentano, rispettivamente, i raggi primitivi $d_{p1}/2$ e $d_{p2}/2$ relativi alle basi maggiori dei due tronchi di cono di vertice V, risulta anche:

$$\frac{d'_{p1}}{2} = \frac{d_{p1}}{2 \cos(\gamma_1)} \quad 2.1$$

$$\frac{d'_{p2}}{2} = \frac{d_{p2}}{2 \cos(\gamma_2)} \quad 2.1'$$

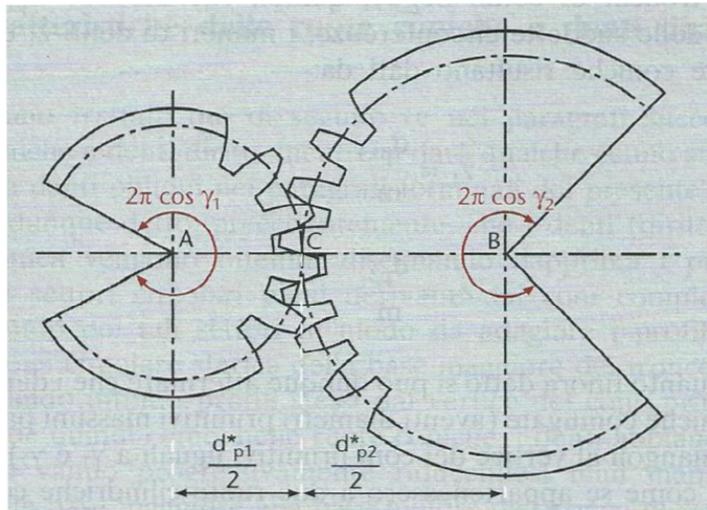


Illustrazione 2.4 ; Settori circolari

mentre gli angoli al centro sono evidentemente uguali a $2\pi\cos(\gamma_1)$ e $2\pi\cos(\gamma_2)$.

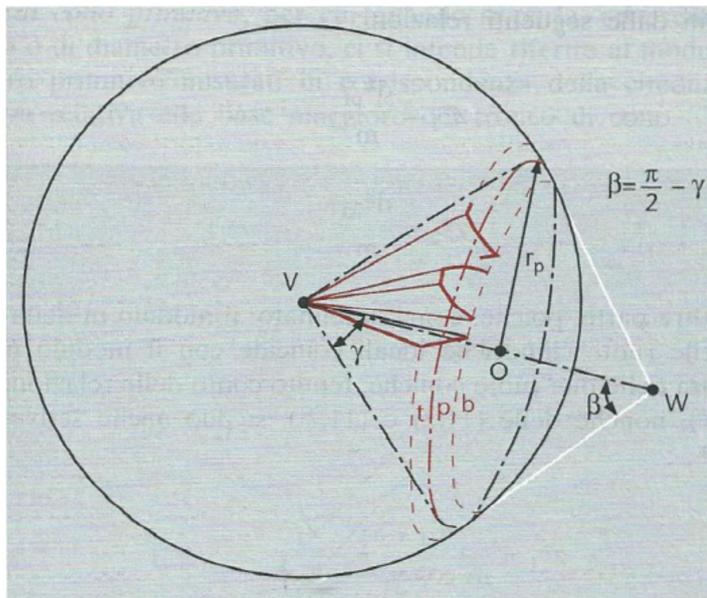


Illustrazione 2.5 ; Coni complementari

Sui settori circolari, ottenuti nel modo dianzi indicato e rappresentati nell'Illustrazione 2.4, possono pertanto essere agevolmente tracciati, con i metodi usuali, i profili coniugati piani; successivamente, a tracciamento eseguito, i settori vengono riavvolti (formando di nuovo i coni complementari) e riaccostati alla sfera (come rappresentato nell'Illustrazione 2.5) per una delle due ruote) in modo che i profili piani si adagino sulle corrispondenti corone circolari sferiche, operandosi così la sostituzione dei profili sferici con quelli piani; i denti (diritti) delle due ruote coniche saranno poi ottenuti proiettando dal comune vertice V i profili tracciati con il metodo su esposto. Evidentemente, se m è il modulo dei profili dentati tracciati sui settori circolari piani, sarà ancora pari ad m il modulo dei profili dentati delle ruote coniche, riferiti (si badi bene!) alle circonferenze primitive massime, ossia alle circonferenze relative alle basi maggiori dei due tronchi di cono. Segue, quindi, che essendo d_{p1} , e d_{p2} ; i diametri delle suddette circonferenze, i numeri di denti z_1 , e z_2 delle due ruote coniche risultano dati da:

$$z_1 = \frac{d_{p1}}{m} \quad 2.2$$

$$z_2 = \frac{d_{p2}}{m} \quad 2.2'$$

Da quanto finora detto si può dunque affermare che i denti di due ruote coniche coniugate (aventi diametri primitivi massimi pari a d_{p1} , e d_{p2} e semiangoli al vertice dei coni primitivi uguali a γ_1 , e γ_2) possono ottenersi come se appartenessero a due ruote cilindriche coniugate aventi diametri primitivi $d'_{p1} = d_{p1}/\cos(\gamma_1)$ e $d'_{p2} = d_{p2}/\cos(\gamma_2)$. Tali ruote cilindriche, dette anche ideali, sono ovviamente le ruote che derivano dai settori circolari dianzi introdotti, qualora si considerino le intere circonferenze primitive di diametri d'_{p1} e d'_{p2} in luogo degli archi di circonferenza. Alle suddette ruote cilindriche ideali, con la dentatura di modulo m competono, poi, i numeri di denti z'_1 , e z'_2 ricavabili dalle seguenti relazioni:

$$z'_1 = \frac{d'_{p1}}{m} \quad 2.3$$

$$z'_2 = \frac{d'_{p2}}{m} \quad 2.4$$

D'altra parte, poichè, come accennato, il modulo m della dentatura delle ruote cilindriche ideali coincide con il modulo m della dentatura delle due ruote coniche, tenuto conto delle relazioni (2.1) e (2.1'), nonché delle (2.2) e (2.2'), si può anche scrivere, per z'_1 , e z'_2 :

$$z'_1 = \frac{d'_{p1}}{m \cos(\gamma_1)} = \frac{z_1}{\cos(\gamma_1)} \quad 2.4'$$

$$z'_2 = \frac{d'_{p2}}{m \cos(\gamma_2)} = \frac{z_2}{\cos(\gamma_2)} \quad 2.4''$$

I numeri di denti z'_1 , e z'_2 delle ruote cilindriche ideali sono anche indicati come numeri di denti ideali. In conclusione, tenendo presente quanto finora illustrato sul tracciamento dei profili dei denti delle ruote coniche, si può affermare che una coppia dentata conica ha i denti profilati come quelli di una coppia di ruote cilindriche aventi numeri di denti pari a quelli ideali. Ne segue, quindi, che esiste una sostanziale equivalenza tra le ruote coniche a denti

diritti e le ruote cilindriche a denti diritti, per cui dalle varie relazioni, già ricavate per le ruote cilindriche a denti diritti, possono agevolmente ottenersi analoghe relazioni valide per le ruote coniche a denti diritti.

2.2 Caratteristiche delle ruote coniche a denti diritti

Saranno trattate qui di seguito (e nei paragrafi successivi) le ruote coniche a denti diritti, mentre si darà qualche cenno sulle ruote coniche a denti obliqui nei paragrafi terminali del presente capitolo. Si è dunque detto, precedentemente, che i denti (diritti) di una ruota conica vengono ottenuti disegnando dapprima i profili dei denti sui settori circolari piani derivanti dai coni complementari, avvolgendo poi tali settori in modo da adagiare i profili dentati sulla corona circolare sferica della base maggiore del tronco di cono proiettando infine i profili stessi dal vertice del cono primitivo; si comprende quindi come, nelle ruote coniche, i denti abbiano dimensioni che vanno progressivamente riducendosi man mano che si passa dalla base maggiore alla base minore del tronco di cono costituente la ruota, così come può anche notarsi dall'Illustrazione 2.6, e ciò diversamente da quanto si verifica per le ruote cilindriche in cui le sezioni del dente, con piani perpendicolari all'asse di rotazione, risultano tutte uguali. A tal proposito appare allora importante precisare che nelle ruote coniche tutti gli elementi geometrici caratterizzanti la dentatura vengono sempre, riferiti alla base maggiore del tronco di cono primitivo, per cui quando si parla, ad esempio, di modulo o di diametro primitivo, ci si intende riferire al modulo o al diametro primitivo misurati in corrispondenza della circonferenza primitiva relativa alla base maggiore del tronco di cono.

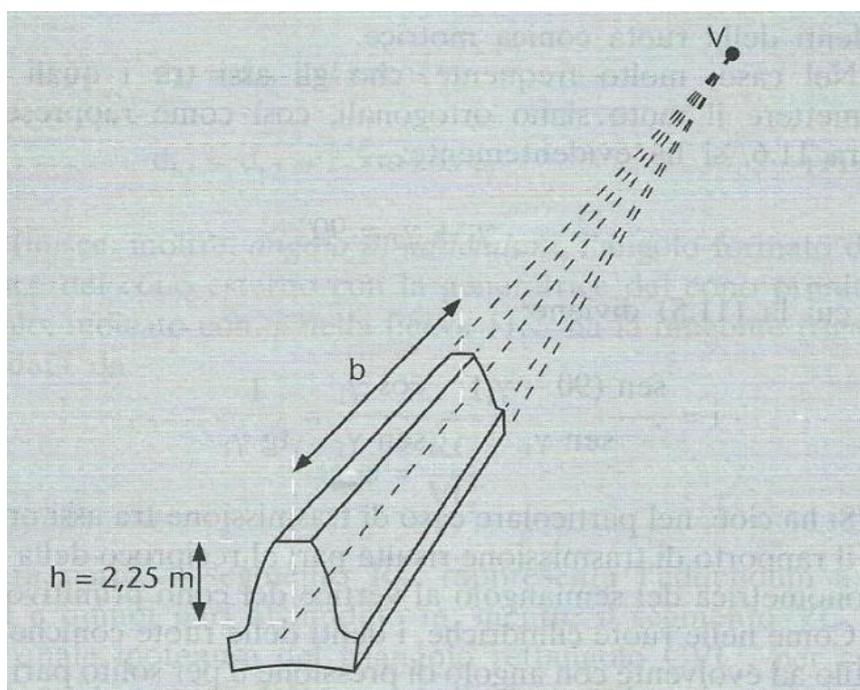


Illustrazione 2.6 ; Forma del dente nelle ruote dentate coniche a denti diritti

Evidentemente, il rapporto di trasmissione i di una coppia di ruote coniche dentate aventi i semiangoli al vertice dei coni primitivi, motore e mosso, rispettivamente pari a γ_1 e γ_2 è uguale al rapporto di trasmissione della corrispondente coppia di ruote coniche di frizione, a condizione che i profili dei denti siano coniugati; risulta cioè, in tale ipotesi:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin(\gamma_2)}{\sin(\gamma_1)} \quad 2.5$$

Il suddetto rapporto di trasmissione può, peraltro, anche esprimersi in funzione dei diametri primitivi d_{p1} della ruota motrice e della ruota mossa; se, infatti, si fa di nuovo riferimento all'Illustrazione 2.3 e si moltiplica numeratore e denominatore della (2.5) per la comune lunghezza VC della generatrice dei due coni primitivi (considerata anche come ipotenusa dei triangoli rettangoli GCV ed HCV), si ottiene:

$$i = \frac{VC \sin(\gamma_2)}{VC \sin(\gamma_1)} = \frac{HC}{GC} = \frac{\frac{d_{p2}}{2}}{\frac{d_{p1}}{2}} = \frac{d_{p2}}{d_{p1}} \quad 2.6$$

Rammentando poi le relazioni (2.2) ed (2.2') tra il modulo della dentatura, i numeri dei denti ed i corrispondenti diametri primitivi, si può anche scrivere:

$$i = \frac{z_2}{z_1} \quad 2.7$$

dal che si deduce che, come per le ruote cilindriche a denti dritti, anche per le ruote coniche a denti dritti il rapporto di trasmissione è dato dal rapporto tra il diametro primitivo della ruota conica mossa ed il diametro primitivo della ruota conica motrice, o anche dal rapporto tra il numero di denti della ruota conica mossa ed il numero di denti della ruota conica motrice. Nel caso, molto frequente, che gli assi tra i quali si vuole trasmettere il moto siano ortogonali, così come rappresentato nell'Illustrazione 2.7, si ha evidentemente:

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 90^\circ$$

per cui la (11.5) diviene:

$$i = \frac{\sin(90 - \gamma_1)}{\sin(\gamma_1)} = \frac{\cos(\gamma_1)}{\sin(\gamma_1)} = \frac{1}{\tan(\gamma_1)} \quad 2.8$$

Si ha cioè, nel particolare caso di trasmissione tra assi ortogonali, che il rapporto di trasmissione risulta pari al reciproco della tangente trigonometrica del semiangolo al vertice del cono primitivo motore come nelle ruote cilindriche, i denti delle ruote coniche hanno il profilo ad evolvente con angolo di pressione θ per solito pari a 20° o a $14^\circ 30'$ o talvolta, a 15° . Il proporzionamento dei denti è poi modulare assumendosi, di norma, l'addendum a pari al modulo m , il dedendum d uguale a $1,25 m$, di modo che l'altezza h del dente risulta:

$$h = a + d = m + 1,25 m = 2,25 m \quad 2.9$$

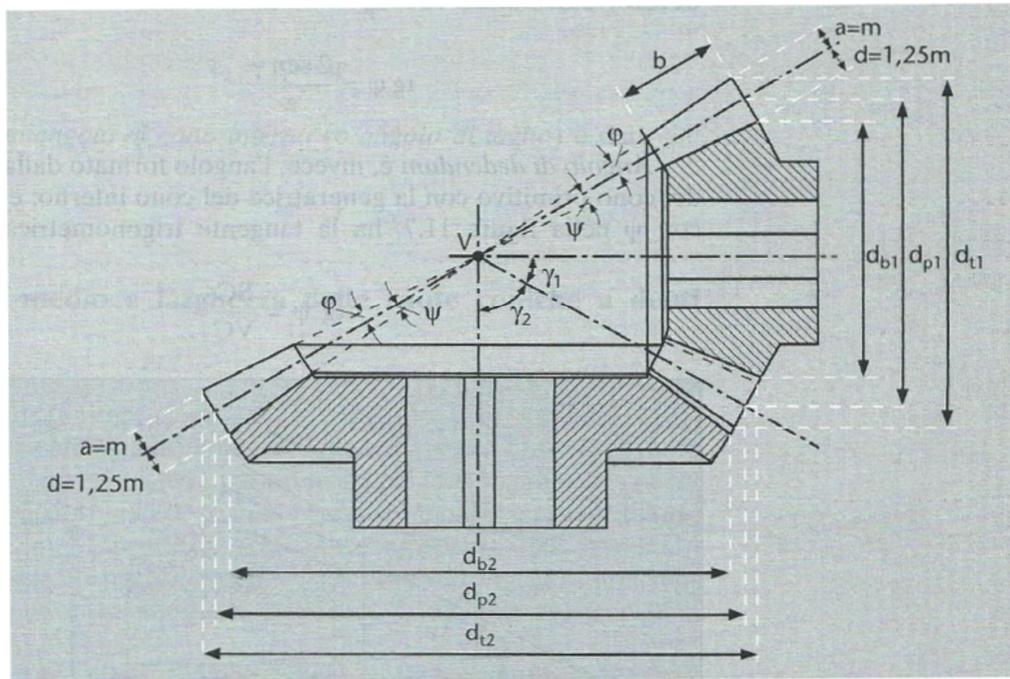


Illustrazione 2.7 ; Dimensioni fondamentali nell'ingranaggio conico a denti diritti

Sempre dall'Illustrazione 2.7 si ricava facilmente che il diametro di testa (o esterno) e il diametro di base (o interno) dalla ruota motrice valgono:

$$d_{t1} = d_{p1} + 2m \cos(\gamma_1) \quad 2.10$$

$$d_{b1} = d_{p1} - 2,5m \cos(\gamma_1) \quad 2.10'$$

mentre per la ruota mossa si ha:

$$d_{t2} = d_{p2} + 2m \cos(\gamma_2) \quad 2.11$$

$$d_{b2} = d_{p2} - 2,5m \cos(\gamma_2) \quad 2.11'$$

Si definisce, inoltre, angolo di addendum, l'angolo formato dalla generatrice del cono esterno con la generatrice del cono primitivo; tale angolo, indicato con φ nell'Illustrazione 2.8, ha la tangente trigonometrica data da:

$$\tan(\varphi) = \frac{RC}{VC}$$

D'altra parte, il segmento RC rappresenta l'addendum a del dente è quindi pari al modulo m, mentre il segmento VC può ritenersi quale ipotenusa del triangolo rettangolo CVC', per cui è che $VC = CC'/\sin(\gamma) = d_p/2 \sin(\gamma)$; pertanto, sostituendo nella precedente relazione, si ha:

$$\tan(\varphi) = \frac{2m \sin(\gamma)}{d_p}$$

ovvero, osservando che $d_p = m z$:

$$\tan(\varphi) = \frac{2 \sin(\gamma)}{z} \quad 2.12$$

Angolo di dedendum è, invece, l'angolo formato dalla generatri del cono primitivo con la generatrice del cono interno; esso, indicato con ψ nell'Illustrazione 2.8, ha la tangente trigonometrica data da:

$$\tan(\psi) = \frac{SC}{VC}$$

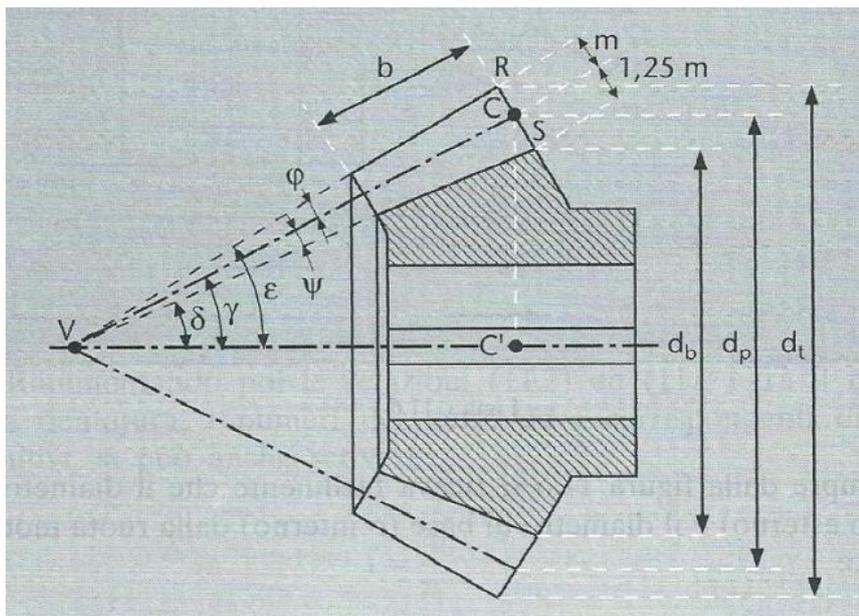


Illustrazione 2.8 ; Dimensioni fondamentali nelle ruote dentate coniche a denti dritti

Il segmento SC rappresenta, ovviamente, il dedendum ψ del dente, per cui è uguale a $1,25 m$, mentre il segmento VC, come già detto, è pari a $d_p/2\sin(\gamma)$; segue, pertanto, che la tangente trigonometrica dell'angolo ψ di dedendum risulta:

$$\tan(\psi) = \frac{2,5 \sin(\gamma)}{z} \quad 2.13$$

Due ruote coniche coniugate hanno uguali tra loro gli angoli di addendum φ , così come risultano uguali tra loro gli angoli di dedendum ψ . Viceversa per tali ruote risultano diversi i rispettivi semiangoli al cono esterno ed i semiangoli al cono interno. Per la ruota motrice, infatti, il semiangolo al cono esterno è dato da:

$$\varepsilon_1 = \gamma_1 + \varphi$$

mentre il semi angolo al cono interno (o angolo di taglio) vale:

$$\delta_1 = \gamma_1 - \psi$$

Per la ruota mossa, invece, il semiangolo al cono esterno risulta:

$$\varepsilon_1 = \gamma_2 + \varphi$$

mentre il semiangolo al cono interno (o angolo di taglio) è dato da:

$$\delta_2 = \gamma_2 - \psi$$

2.3 Modulo medio e larghezza delle ruote coniche a denti diritti

I denti degli ingranaggi conici vengono proporzionati attribuendo loro una certa larghezza b , lungo la quale, come è noto, le dimensioni dei denti stessi vanno riducendosi, man mano che si passa dalla base maggiore alla base minore del tronco di cono costituente la ruota. A tal proposito si è appunto affermato, nel paragrafo precedente, che tutti gli elementi caratterizzanti la dentatura vengono definiti in corrispondenza della base maggiore del tronco di cono. Peraltro, nelle ruote coniche assume notevole importanza anche il modulo medio m_m , ossia il modulo caratterizzante la sezione del dente ubicata in corrispondenza del diametro primitivo medio d_{pm} , misurato, cioè a metà larghezza della ruota; infatti, e appunto in corrispondenza di tale sezione media che viene verificata la resistenza del dente, potendosi ritenere (in prima approssimazione) ivi concentrate le forze agenti sull'ingranaggio conico.

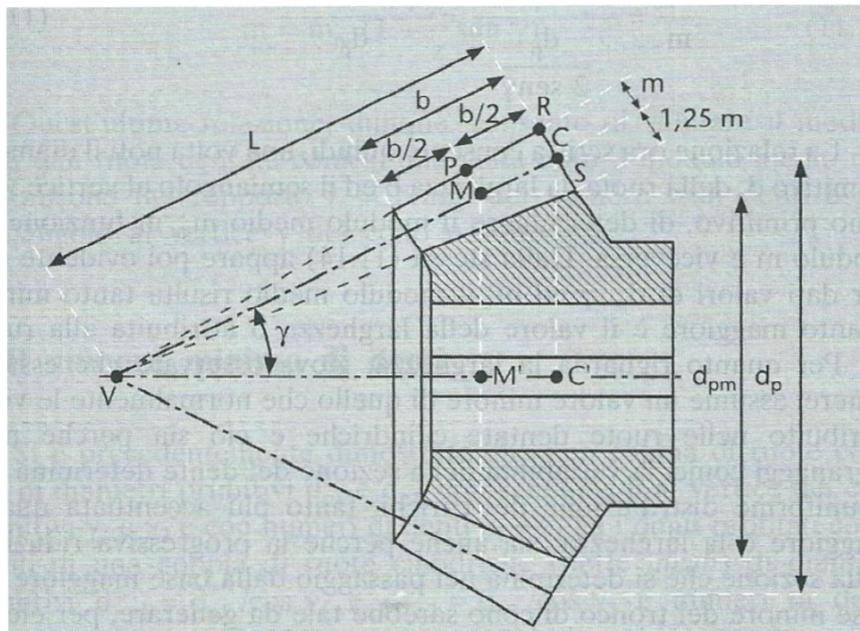


Illustrazione 2.9 ; Modulo medio nelle ruote dentate coniche a denti diritti

Così, se si fa riferimento alla ruota conica rappresentata in sezione nell'illustrazione 2.9, si ha evidentemente che mentre il modulo m è rappresentato dal segmento RC (pari all'addendum della sezione del dente ubicata in corrispondenza del diametro primitivo massimo d_p), il modulo medio m_m è rappresentato dal segmento PM, pari all'addendum della sezione del dente ubicata in corrispondenza del diametro primitivo medio d_{pm} , misurato cioè a metà larghezza della ruota. Tra il modulo m ed il modulo medio m_m intercorre poi una

semplice relazione, facilmente ricavabile in base ad elementari considerazioni di carattere geometrico; se, infatti, si fa sempre riferimento all'Illustrazione 2.9, in cui, come detto, $RC = m$, $PM = m_m$ e dove è anche: $CC' = d_p/2$ ed $MM' = d_{pm}/2$, si può scrivere, per la similitudine dei triangoli RCV e PMV:

$$\frac{PM}{RC} = \frac{MV}{CV}$$

D'altra parte, è anche: $MV = CV - CM$ e quindi si ha:

$$\frac{PM}{RC} = \frac{CV - CM}{CV}$$

Ora, il segmento CV può considerarsi quale ipotenusa del triangolo rettangolo CC'V, per cui, se con γ si indica il semiangolo al vertice del cono primitivo, risulta:

$$CV = \frac{CC'}{\sin(\gamma)} = \frac{d_p}{2 \sin(\gamma)}$$

Infine, osservando che il segmento CM è pari alla metà della larghezza b della ruota (ossia $CM = b/2$) e rammentando i significati dei segmenti PM ed RC, si ottiene:

$$\frac{m_m}{m} = \frac{\frac{d_p}{2 \sin(\gamma)} - \frac{b}{2}}{\frac{b_p}{2 \sin(\gamma)}} = \frac{d_p - b \sin(\gamma)}{d_p} \quad 2.14$$

La relazione ora scritta consente quindi, una volta noti il diametro primitivo d_p della ruota, la larghezza b ed il semiangolo al vertice γ del cono primitivo, di determinare il modulo medio m_m in funzione del modulo m e viceversa. Dalla stessa 2.14 appare poi evidente che, per dati valori di d_p , γ ed m , il modulo medio risulta tanto minore quanto maggiore è il valore della larghezza b attribuita alla ruota. Per quanto riguarda la larghezza, giova osservare che essa, in genere, assume un valore minore di quello che normalmente le viene attribuito nelle ruote dentate cilindriche e ciò sia perché negli ingranaggi conici la variabilità della sezione del dente determina una disuniforme distribuzione dei carichi, tanto più accentuata quanto maggiore è la larghezza, sia anche perché la progressiva riduzione della sezione che si determina nel passaggio dalla base maggiore alla base minore del tronco di cono sarebbe tale da generare, per elevati valori della larghezza, sezioni molto piccole (e quindi molto deboli ai fini della resistenza) in prossimità del vertice V del cono primitivo. Per questi motivi, pertanto, è buona norma attribuire alla larghezza b della ruota un valore non maggiore di 1/3 della lunghezza L della generatrice del cono primitivo, in modo, cioè, che risulti (riferendosi sempre all'Illustrazione 2.9):

$$b \leq \frac{L}{3} = \frac{1}{3} \frac{d_p}{2 \sin \gamma}$$

Generalmente, poi, la larghezza b si esprime in funzione del modulo medio m_m , mediante una relazione analoga a quella delle ruote cilindriche; indicando, cioè, con λ un coefficiente di proporzionalità, si pone:

$$b = \lambda m_m$$

Il coefficiente λ , per i motivi su esposti e, in particolare, onde evitare sensibili disuniformità nella distribuzione dei carichi tra i denti, si assume pari a 6 per gli ingranaggi conici poco precisi, pari ad 8 per gli ingranaggi conici comuni ed infine pari a $12 \div 15$ per gli ingranaggi conici molto precisi, montati su alberi rigidi. La relazione 2.14, con la posizione $b = \lambda m_m$ può essere scritta anche sotto altra forma; se, infatti, si indica con z il numero di denti della ruota conica, osservando che risulta $d_p = m z$, sostituendo nella 2.14, si ha:

$$\frac{m_m}{m} = \frac{m z - \lambda m_m \sin(\gamma)}{m z} = 1 - \frac{m_m \lambda}{m z} \sin(\gamma)$$

Quindi, ponendo in evidenza al primo membro il rapporto m_m/m , si ha ancora:

$$\frac{m_m}{m} \left(1 + \frac{\lambda}{z} \sin(\gamma)\right) = 1$$

da cui, risolvendo rispetto al modulo m , si ottiene, in definitiva:

$$m = m_m \left(1 + \frac{\lambda}{z} \sin(\gamma)\right) \quad 2.15$$

Quest' ultima relazione, dunque, consente di valutare il modulo m di una ruota dentata conica, una volta noto il modulo medio m_m , in funzione del rapporto $\lambda = b/m_m$, del numero z di denti e del semiangolo al vertice γ del cono primitivo.

2.4 Il numero minimo di denti

Si è precedentemente dimostrato che una coppia di ruote coniche di diametri primitivi d_{p1} , e d_{p2} , con semiangoli al vertice dei coni primitivi γ_1 , e γ_2 e con numeri di denti z_1 e z_2 ha i denti profilati come quelli di una coppia di ruote cilindriche (dette ideali) di diametri primitivi $d'_{p1} = d_{p1} / \cos \gamma_1$, $d'_{p2} = d_{p2} / \cos \gamma_2$ e numeri di denti (detti ideali) $z'_1 = z_1 / \cos \gamma_1$ e $z'_2 = z_2 / \cos \gamma_2$. Le ruote cilindriche ideali derivano, poi, come è noto, dai coni complementari, ovvero dai settori circolari ottenuti svolgendo i suddetti coni complementari su di un piano. Il problema della determinazione del numero minimo dei denti delle ruote coniche può quindi essere ricondotto a quello relativo al numero minimo di denti delle ruote cilindriche ideali e tale problema, d'altra parte, è stato già affrontato per le ruote cilindriche a denti dritti e risolto in alcuni particolari casi nel precedente capitolo I. Le condizioni limiti di non interferenza. Evidentemente, le predette relazioni risultano valide anche per le ruote cilindriche ideali, da cui derivano le ruote coniche; esse, cioè, applicate alle ruote cilindriche ideali, forniscono valori minimi dei numeri dei denti che tali ruote devono avere affinché siano soddisfatte le condizioni poste a base dei procedimenti per ricavare le citate relazioni (profilo tutto coniugato o condizioni limiti di non interferenza). Si otterrà così che per una ruota cilindrica ideale, caratterizzata dall'angolo di pressione θ , se si desidera che il profilo dei denti sia interamente coniugato, il numero minimo dei denti, sarà dato da:

$$z'_{min} = \frac{2,5}{1 - \cos(\theta)} \quad 2.16$$

Se invece si vuole che le ruote cilindriche ideali realizzino condizioni limiti di non interferenza il numero minimo di denti del rocchetto risulterà, per la (1.13):

$$z'_{1min} \geq \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{z'_2}{z'_1}\right)^2 + \left(1 + 2\frac{z'_2}{z'_{z1}}\right)\sin^2(\theta) - \frac{z'_2}{z'_1}}} \quad 2.16'$$

Calcolato quindi il numero minimo di denti della ruota cilindrica ideale, per determinare il numero minimo di denti della corrispondente ruota conica è sufficiente rammentare, in base alle 2.4 e 2.4', che per passare dal numero z' di denti della ruota cilindrica ideale al numero di denti z della corrispondente ruota conica è sufficiente moltiplicare il valore di z' per il coseno del semiangolo al vertice γ del cono primitivo, avendosi, cioè:

$$z = z' \cos(\gamma) \quad 2.17$$

Da quanto detto segue pertanto che il numero minimo di denti Z_{min} di una ruota conica, può, in analogia con la 2.17, ottenersi moltiplicando il numero minimo di denti Z'_{min} della corrispondente ruota cilindrica ideale per il coseno del semiangolo al vertice del cono primitivo, ossia:

$$z_{min} = z'_{min} \cos(\gamma) \quad 2.18$$

Quindi, in definitiva, per determinare il numero minimo di denti di una ruota conica si valuterà dapprima quello della corrispondente ruota cilindrica ideale con la 2.16 o con la 2.16', a seconda del caso considerato e, successivamente, si moltiplicherà il valore così ottenuto per il coseno del semiangolo di vertice del cono primitivo, secondo cioè la relazione 2.18. Appare dunque evidente, dalla 2.18, che il numero minimo di denti di una ruota conica risulta minore di quello che compete alla corrispondente ruota cilindrica ideale.

2.5 La spinta assiale nelle ruote coniche a denti diritti

Nelle ruote coniche a denti diritti, a differenza delle ruote cilindriche con uguale tipo di denti, si genera, durante la trasmissione della potenza, una spinta assiale che va opportunamente equilibrata, mediante il montaggio di cuscinetti di spinta sugli alberi che portano calettate le ruote.

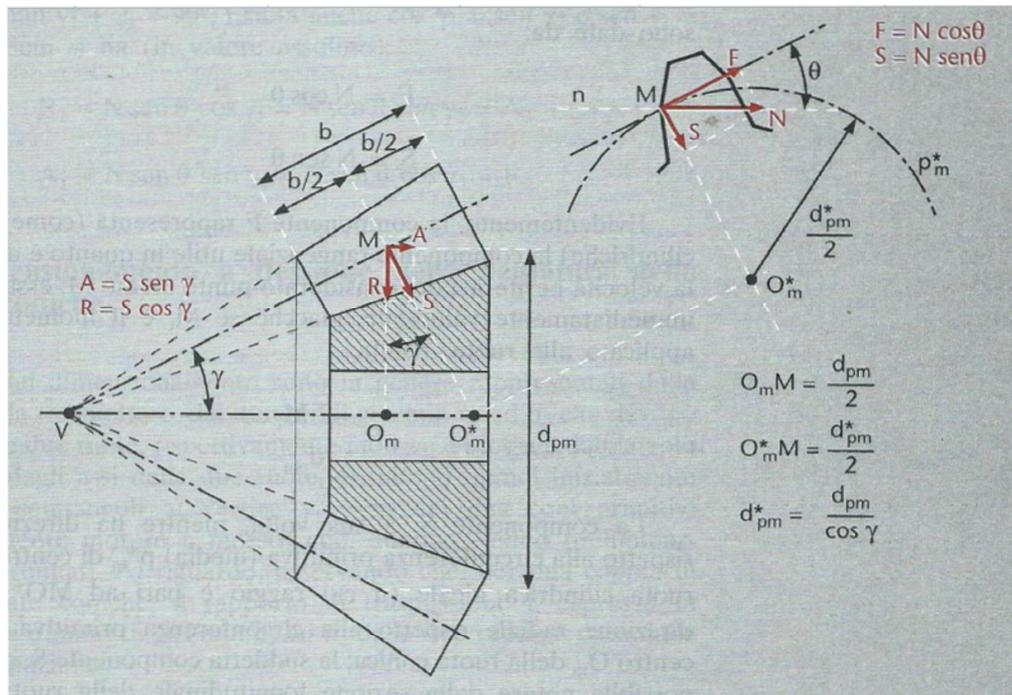


Illustrazione 2.10 ; Forze nel punto di contatto nelle ruote dentate coniche

Per comprendere i motivi che determinano l'insorgere della suddetta spinta e valutare l'entità della medesima, occorre far ricorso ad una rappresentazione spaziale, ovvero su due piani ortogonali, delle forze agenti; si può quindi far riferimento all'Illustrazione 2.11 in cui è rappresentata a sinistra la sezione longitudinale di una ruota conica, ed a destra il profilo (ad evolvente) assunto dal dente di tale ruota nel piano di traccia MO'_m , perpendicolare alla generatrice MV del cono primitivo. Come è possibile notare, il suddetto profilo del dente è quello relativo alla sezione media della ruota, giacché il punto M (cui si fa riferimento) è ubicato sulla circonferenza primitiva, in corrispondenza, appunto, della citata sezione media. La scelta di tale sezione deriva, infatti, dal poter ritenere (con un'ipotesi semplificativa) che lo sforzo N , esercitato tra i denti in presa, sia concentrato in corrispondenza del punto medio M dell'igranaggio. Sempre dall'Illustrazione 2.10 si può poi osservare che mentre il segmento MO_m , rappresenta il raggio primitivo medio $d_{pm}/2$ della ruota dentata conica, il segmento MO'_m (inclinato rispetto ad MOD , dell'angolo γ pari al semiangolo al vertice del cono primitivo) rappresenta invece il raggio primitivo medio $d'_{pm}/2$ della corrispondente ruota cilindrica ideale; e, infatti, $MO'_m = MO_m / \cos(\gamma) = d_{pm}/2 \cos(\gamma)$ e, quindi, osservando che per le 2.1 e 2.1' si può scrivere $d'_{pm}/2 = d_{pm}/2 \cos(\gamma)$ risulta, in definitiva $MO'_m = d'_{pm}/2$. Ora lo sforzo N esercitato tra i denti in presa (supposto concentrato nel punto medio M) è diretto secondo la retta di azione dell'evolvente n , ossia è inclinato dell'angolo di pressione θ rispetto alla direzione tangente alle circonferenze primitive (medie) delle due ruote. Esso,

quindi, può decomporre in due componenti F ed S , tra loro perpendicolari, aventi rispettivamente la direzione della comune tangente alle circonferenze primitive e la direzione perpendicolare a tale tangente; come può rilevarsi dall'illustrazione 2.10, tali componenti sono date da:

$$F = N \cos(\theta) \quad 2.19$$

$$S = N \sin(\theta) \quad 2.20$$

Evidentemente, la componente F rappresenta (come nelle ruote cilindriche) la componente tangenziale utile in quanto è diretta come la velocità periferica del considerato punto medio M ; essa, dunque. È immediatamente valutabile, giacché se M_t , è il momento torcente applicato alla ruota, risulta:

$$F = \frac{2 M_t}{d_{pm}} \quad 2.21$$

La componente S , a sua volta, mentre ha direzione radiale rispetto alla circonferenza primitiva (media) p'_m di centro O'_m della ruota cilindrica ideale (il cui raggio è pari ad MO'_m), non ha direzione radiale rispetto alla circonferenza primitiva (media) di centro O_m della ruota conica; la suddetta componente S , cioè, come è possibile notare dalla sezione longitudinale della ruota conica dell'illustrazione 2.10, è inclinata, rispetto al raggio medio MO_m della ruota conica, di un angolo γ pari al semiangolo al vertice del cono primitivo. La S , pertanto, da origine a due componenti R ed A , perpendicolari tra loro, aventi rispettivamente direzione radiale e direzione assiale rispetto alla ruota conica e date da:

$$R = S \cos(\gamma)$$

$$A = S \sin(\gamma)$$

o, anche, rammentando che $S = N \sin(\theta)$

$$R = N \sin(\theta) \cos(\gamma) \quad 2.22$$

$$A = N \sin(\theta) \sin(\gamma) \quad 2.23$$

La componente assiale A dà quindi luogo alla spinta assiale ed il suo valore è immediatamente determinabile una volta noti il momento torcente M_t , applicato alla ruota conica, il diametro primitivo medio d_{pm} , l'angolo di pressione θ ed il semiangolo al vertice γ del cono primitivo; infatti, combinando le relazioni 2.23, 2.19 e 2.21. si ottiene facilmente:

$$A = \frac{2 M_t}{d_{pm}} \tan(\theta) \sin(\gamma) \quad 2.24$$

Ovviamente, anche nella ruota coniugata a quella che si è ora considerata si genera una spinta assiale ed è interessante notare che, nel è uguale in intensità ed opposta in verso alla spinta radiale agente sulla ruota coniugata. Indicando infatti con il pedice 1 le grandezze relative alla ruota motrice e con il pedice 2 quelle relative alla ruota mossa, essendo nel caso di trasmissione tra assi ortogonali $\gamma_1 + \gamma_2 = 90^\circ$, risulta anche $\cos(\gamma_1) = \sin(\gamma_2)$ e $\sin(\gamma_1) = \cos(\gamma_2)$,

per cui si ha (in valore assoluto):

$$R_1 = N \sin(\theta) \cos(\gamma_1) = N \sin(\theta) \sin(\gamma_2) = A_2$$

$$A_1 = N \sin(\theta) \cos(\gamma_1) = N \sin(\theta) \sin(\gamma_2) = R_2$$

2.6 Il dimensionamento a flessione della dentatura delle ruote coniche

I dati del dimensionamento sono in genere rappresentati dalla potenza P da trasmettere, dai numeri di giri/min n_1 ed n_2 che devono effettuare le due ruote, rispettivamente motrice e mossa e dall'angolo α formato dagli assi delle due ruote. Risultano quindi inizialmente incogniti i semiangoli al vertice γ_1 e γ_2 dei due coni primitivi (rispettivamente motore e mosso) che, dunque, vanno preliminarmente determinati. Al riguardo, osservando che, per una coppia di ruote dentate coniche, il rapporto di trasmissione i , espresso in funzione dei numeri di giri/min n_1 ed n_2 delle due ruote, è dato dalla seguente relazione:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(\gamma_1)}{\sin(\gamma_2)} \quad 2.25$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \alpha \quad 2.25'$$

si possono facilmente calcolare i valori di γ_1 e di γ_2 dal sistema delle due equazioni dianzi scritte. Infatti, ponendo nella prima $\gamma_1 = \gamma_2 - \alpha$, si ottiene:

$$i = \frac{\sin(\alpha - \gamma_1)}{\sin(\gamma_1)} = \frac{\sin(\alpha) \cos(\gamma_1) - \cos(\alpha) \sin(\gamma_1)}{\sin(\gamma_1)}$$

La cui si ha:

$$i = \frac{\sin(\alpha)}{\tan(\gamma_1)} - \cos(\alpha)$$

ed infine, risolvendo rispetto a $\tan \gamma_1$, si ricava:

$$\tan(\gamma_1) = \frac{\sin(\alpha)}{i + \cos(\alpha)} \quad 2.26$$

Da quest'ultima relazione, quindi, si risale al valore del semiangolo al vertice γ_1 del cono primitivo motore, noti il rapporto di trasmissione i e l'angolo α formato dagli assi delle due ruote; risulta poi immediata anche la determinazione del semiangolo al vertice γ_2 del cono primitivo mosso. Passando ora al dimensionamento vero e proprio della dentatura a flessione, che consiste, come è noto, nel determinare tutte le caratteristiche dell'ingranaggio, noti i carichi agenti e scelto il materiale da impiegare, conviene osservare che, nonostante la sostanziale equivalenza tra ruote coniche a denti dritti e ruote cilindriche a denti dritti, il dimensionamento a flessione delle ruote coniche a denti dritti può essere effettuato con le stesse ipotesi e con medesimi procedimenti delle ruote cilindriche a denti dritti, purché si faccia riferimento alla sezione media delle ruote coniche, attesa la 1a variabilità delle

dimensioni dei denti nel passare dalla base maggiore alla base minore dei tronchi di cono costituenti le ruote.

D'altra parte, per le ruote cilindriche a denti diritti, con dentature supposte sollecitate a sola flessione, il modulo m , ricavato in base all'equazione di resistenza a flessione. Per le ruote coniche, dunque, si può scrivere una relazione del tutto analoga alla suddetta, a condizione, però, che in luogo del modulo m figurino il modulo medio m_m , per la necessità di riferire, come già accennato, l'equazione di resistenza a flessione alla sezione media del dente; risulta, pertanto:

$$m_m = \sqrt[3]{\frac{10.9 M_t}{\lambda \sigma_{amd} z}} \quad 2.27$$

Le diverse grandezze che compaiono al secondo membro della 2.27 assumono poi il consueto significato; così, M_t , rappresenta il momento torcente agente sulla ruota considerata, il cui valore va determinato mediante la relazione in funzione, cioè, della potenza P da trasmettere, del fattore di servizio f_s (desumibile dalla tabella 1-11) e del numero n di giri/min, σ_{amd} e la tensione ammissibile dinamica il cui valore va determinato. Il numero di denti z può, a sua volta, scegliersi con i medesimi criteri già illustrati per le ruote cilindriche con la ovvia avvertenza che la ruota più piccola deve avere un numero di denti non inferiore a quello minimo; infine, quanto a λ , che rappresenta il rapporto tra larghezza b e modulo medio m_m , si ha che il suo valore, come già detto nel paragrafo 3, deve essere compreso tra 6 e 15, passando dalle costruzioni poco precise a quelle molto precise. Peraltro, come già accennato nello stesso paragrafo 3, nelle ruote coniche la variabilità delle dimensioni dei denti lungo le generatrici dei coni primitivi determina una disuniforme ripartizione dei carichi sui denti stessi, per cui le sollecitazioni flessionali, che si inducono durante l'ingranamento, risultano in pratica maggiori di quelle ricavate con i calcoli teorici. Al fine di tenere conto di tale circostanza, conviene dunque aumentare opportunamente il valore del modulo medio ricavato con il calcolo a flessione, per cui il momento torcente M_t , che figura sotto la radice cubica della relazione 2.27 va moltiplicato per un coefficiente ξ maggiore dell'unità, il cui valore può assumersi pari ad 1,4 per ingranaggi comuni e pari ad 1,25 per ingranaggi precisi; con tale correzione, la 2.27 diviene, dunque;

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{10,9 \xi M_t}{\lambda \sigma_{amd} z}} \quad 2.28$$

Ovviamente, occorre sempre verificare che la velocità periferica media v_m risulti non maggiore di quella prevista per il calcolo di σ_{amd} . A tal fine, una volta calcolato il modulo medio m_m , avendo già scelto il numero di denti z , si potrà determinare il diametro primitivo medio $d_{pm} = m_m z$ e quindi si determinerà la velocità periferica media con la ovvia relazione:

$$v_m = \frac{\pi d_{pm} n}{60}$$

Se, quindi, la v_m così ottenuta risulta inferiore alla velocità periferica di tentativo assunta per la determinazione di σ_{amd} , il modulo medio m_m ricavato dalla 2.28 potrà assumersi come base per i successivi calcoli, altrimenti occorrerà ripetere il tentativo. Che fornisce il modulo della dentatura, con il procedimento del Lewis, per le ruote cilindriche a denti diritti, può, opportunamente trasformata, essere utilizzata anche per il calcolo del modulo medio m_m delle ruote coniche a denti diritti; per tali ruote, infatti, risulta:

$$m_m \geq \sqrt{\frac{2\xi M_t}{\lambda \sigma_{amd} z y''}}$$

Tale relazione, differisce, oltre che per la presenza del coefficiente ξ cui si è già accennato, anche perché il coefficiente y'' , pur se determinato con la stessa tabella 1-V o con le relazioni analitiche relative alle ruote cilindriche a denti dritti, va scelto come se la ruota conica anziché avere z denti avesse un numero di denti pari a $z/\cos(\gamma)$ (essendo γ il semiangolo al vertice del cono primitivo della ruota considerata).

Calcolato comunque il valore del modulo medio, compatibile con i dati del dimensionamento, si può facilmente valutare, mediante la relazione 2.15, il modulo m della dentatura, essendo evidentemente note tutte le grandezze che figurano nella stessa 2.15. Il valore del modulo così ricavato deve essere poi arrotondato al valore unificato immediatamente superiore (desunto dalla tabella 1-IV) e, quindi, noto m , si possono anche ricavare i diametri primitivi d_{p1} e d_{p2} delle due ruote coniche, essendo ovviamente:

$$d_{p1} = m z_1; \quad d_{p2} = m z_2$$

Successivamente, mediante la 2.10 e la 2.10' si calcolano i diametri di testa e di base della ruota motrice, mentre, attraverso la 2.11 e la 2.11' si determinano i diametri di testa e di base della ruota mossa. Gli angoli di addendum φ e di dedendum ψ possono a loro volta determinarsi rispettivamente mediante le 2.12 e 2.13, il modo da poter successivamente dedurre, attraverso le ulteriori relazioni ricavate nel paragrafo 2, i semiangoli al cono esterno ε_1 e ε_2 ed i semiangoli al cono interno δ_1 e δ_2 delle due ruote coniche. In tal modo il dimensionamento delle due ruote coniche a denti dritti risulta, almeno in linea di massima, completo, in quanto la determinazione delle diverse grandezze geometriche, che si è dianzi effettuata, consente l'esecuzione del disegno costruttivo della coppia dentata.

Ovviamente, anche le ruote dentate coniche, se molto veloci o destinate a funzionare per lunghi periodi di tempo, vanno verificate o direttamente dimensionate ad usura, con criteri simili a quelli illustrati per le ruote cilindriche a denti dritti e sui quali ci si soffermerà nel paragrafo seguente.

2.7 Verifica e dimensionamento ad usura degli ingranaggi conici a denti dritti

Come accennato al termine del precedente paragrafo, anche per le ruote coniche a denti dritti, animate da elevate velocità periferiche destinate a funzionare per lunghi periodi di tempo, occorre, dopo aver dimensionato la dentatura a flessione, effettuare la verifica ad usura, accertandosi, cioè, (come stabilito dalla (1.31)) che la massima pressione di contatto p_{max} che si manifesta tra i fianchi attivi dei denti in presa, non superi il valore massimo ammissibile p_{am} . D'altra parte, similmente a quanto già visto per le ruote cilindriche a denti dritti o a denti elicoidali, il dimensionamento della dentatura delle ruote coniche che può anche essere effettuato direttamente ad usura, a condizione, però, che la coppia dentata non risulti sottoposta a sovraccarichi improvvisi di rilevante entità, giacché, in tal caso, per i motivi già esposti trattando le stesse ruote cilindriche a denti dritti ed elicoidali è consigliabile effettuare il dimensionamento a flessione integrati dalla verifica ad usura. Al riguardo, inoltre, occorre considerare che lo studio delle pressioni di contatto negli ingranaggi conici presenta maggiori difficoltà rispetto agli ingranaggi cilindrici e, tuttavia, tenuto conto dei risultati sperimentali, si può ritenere che i relativi calcoli possano ancora essere effettuati con il medesimo

procedimento illustrato per gli ingranaggi cilindrici, a condizione che si faccia riferimento alle ruote cilindriche ideali medie, ossia alle ruote cilindriche ideali riferite alle circonferenze primitive delle sezioni medie delle corrispondenti ruote coniche. In tale ipotesi, dunque, la relazione 2.26, introdotta nel paragrafo 1 del capitolo 1, ed esprime la massima pressione di contatto p_{max} , è ancora valida per le ruote coniche a denti diritti, purché venga, appunto, riferita alle ruote cilindriche ideali medie cui competono, cioè, i diametri primitivi medi d'_{pm1} e d'_{pm2} ; pertanto, per le dentature delle ruote coniche risulta:

$$p_{max} = f_M \sqrt{\frac{2\xi M_{t1}}{b d'_{pm1}} \left(\frac{1}{d'_{pm1}} + \frac{1}{d'_{pm2}} \right)} \quad 2.29$$

Peraltro, se γ_1 e γ_2 rappresentano i semiangoli al vertice dei due coni primitivi (rispettivamente motore e mosso), tra i diametri primitivi medi d'_{pm1} e d'_{pm2} delle ruote cilindriche ideali ed i diametri primitivi medi d_{pm1} , e d_{pm2} , delle ruote coniche, per la 2.1 e la 2.1' intercorrono le seguenti relazioni:

$$d'_{pm1} = \frac{d_{pm1}}{\cos(\gamma_1)}; \quad d'_{pm2} = \frac{d_{pm2}}{\cos(\gamma_2)}$$

Di conseguenza, la 2.29 può anche essere posta nella seguente forma, in cui figurano i coseni dei semiangoli al vertice dei due coni primitivi:

$$p_{max} = f_M \sqrt{\frac{2\xi M_{t1} \cos(\gamma_1)}{b d_{pm1} \sin(2\theta)} \left(\frac{\cos(\gamma_1)}{d_{pm1}} + \frac{\cos(\gamma_2)}{d_{pm2}} \right)} \quad 2.30$$

La relazione 2.30, quindi, non differisce dalla 2.29, relativa ad una coppia di ruote cilindriche a denti diritti, se non per aver sostituito ai diametri primitivi d_{p1} , e d_{p2} ; delle ruote cilindriche, i diametri primitivi medi d_{pm1} , e d_{pm2} ; delle ruote coniche e nell'aver introdotto i coseni dei semiangoli al vertice γ_1 e γ_2 dei due coni primitivi, oltre al coefficiente ξ che, come accennato nel precedente paragrafo, tiene conto della disuniforme ripartizione delle pressioni sui denti. Le altre grandezze che figurano in essa, e cioè f_M , θ , b , ed M_{t1} . In particolare, il coefficiente f_M assume, a parità di materiali adoperati per le dentature, gli stessi valori che competono ad una coppia di ruote cilindriche, così come all'angolo θ di pressione dell'evolvente viene assegnato uno dei valori solitamente caratterizzanti le dentature diritte delle ruote cilindriche, mentre la larghezza b , come è noto, rappresenta la lunghezza dell'aliquota della generatrice del cono primitivo lungo cui si estende la dentatura. Quando al momento torcente M_t , il suo valore va calcolato mediante la 2.21, tenendo cioè conto del fattore di servizio f_s . La pressione massima ammissibile p_{am} è poi data dalla stessa relazione 2.30, già introdotta per le ruote cilindriche a denti diritti e cioè:

$$P_{am} = 2,45 \frac{HB}{\sqrt[n]{n h}} \quad 2.31$$

essendo, come è noto, HB la durezza Brinell (N/mm^2) del materiale adoperato per la dentatura, n il numero di giri/min della ruota in esame ed h il prevedibile numero di ore di funzionamento (in funzione del particolare impiego della coppia conica dentata). La verifica all'usura della dentatura della ruota conica consiste, pertanto, nell'accertarsi che risulti soddisfatta la seguente condizione:

$$f_M \sqrt{\frac{2 \xi M_{t1} \cos(\gamma_1)}{b d_{pm1} \sin(2\theta)} \left(\frac{\cos(\gamma_1)}{d_{pm1}} + \frac{\cos(\gamma_2)}{d_{pm2}} \right)} \leq p_{am} \quad 2.32$$

Passando ora ad esaminare il procedimento di dimensionamento ad usura, conviene innanzi tutto far figurare nella precedente relazione il modulo medio m_m ed i numeri di denti z_1 e z_2 delle due ruote coniche; posto dunque $b = \lambda m_m$ ed essendo $d_{pm1} = m_m z_1$ e $d_{pm2} = m_m z_2$ la 2.32 puo anche scriversi:

$$f_M \sqrt{\frac{2 \xi M_{t1} \cos(\gamma_1)}{\lambda m_m^2 z_1 \sin(2\theta)} \left(\frac{\cos(\gamma_1)}{m_m z_1} + \frac{\cos(\gamma_2)}{m_m z_2} \right)} \leq p_{am}$$

Quindi, ponendo in evidenza, sotto la radice quadrata, al numeratore il coseno del semiangolo al vertice γ_1 del cono primitivi motore ed al denominatore il modulo medio m_m ed il numero z_1 di denti z_1 , si ha ancora:

$$f_M \sqrt{\frac{2 \xi M_{t1} \cos(\gamma_1)^2}{\lambda m_m^3 z_1^2 \sin(2\theta)} \left(1 + \frac{z_1 \cos(\gamma_2)}{z_2 \cos(\gamma_1)} \right)} \leq p_{am}$$

da cui, risolvendo rispetto al modulo medio m_m si ottiene:

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{2 f_m^2}{z_1^2 \sin(2\theta)} \left(1 + \frac{z_1 \cos(\gamma_2)}{z_2 \cos(\gamma_1)} \right) \frac{M_{t1} \xi \cos(\gamma_1)^2}{\lambda p_{am}^2}} \quad 2.33$$

Posto, inoltre:

$$C_c = \sqrt[3]{\frac{2 f_m^2}{z_1^2 \sin(2\theta)} \left(1 + \frac{z_1 \cos(\gamma_2)}{z_2 \cos(\gamma_1)} \right)} \quad 2.34$$

la 2.33 potrà scriversi nella seguente forma:

$$m_m \geq C_c \sqrt[3]{\frac{M_{t1} \xi \cos(\gamma_1)^2}{\lambda p_{am}^2}} \quad 2.35$$

Quest'ultima relazione, dunque, consente di calcolare il modulo medio m_m da attribuire alla dentatura della ruota conica, una volta che siano stati determinati M_{t1} , p_{am} , λ , ξ , $\cos \gamma_1$ e noto che sia ovviamente, il coefficiente C_c . Quest'ultimo, a sua volta, come si puo desumere dalla 2.34, dipende, attraverso f_M , dalla natura dei materiali a contatto, dai numeri di denti z_1 e z_2 , dai coseni dei semiangoli al vertice γ_1 e γ_2 dei coni primitivi e dall'angolo di pressione θ . In definitiva, valutati i diversi elementi geometrici e meccanici della coppia dentata conica, che figurano ai secondi membri delle relazioni 2.34 e 2.35, si potrà determinare il modulo medio della dentatura della coppia conica, atto a garantire una conveniente resistenza all'usura della dentatura medesima. Ovviamente, ricavato il modulo medio m_m , si calcolerà, mediante la 2.15, il modulo m della dentatura, assumendo, come definitivo, il valore unificato immediatamente superiore desunto dalla tabella I-13.

2.8 Taglio delle ruote dentate coniche; ruota piano-conica

Nelle ruote dentate coniche, il modulo, come già ripetutamente affermato, varia da un estremo all'altro del dente, per cui non risulta possibile impiegare il procedimento di lavorazione dei fianchi del dente con una fresa a profilo costante con moto di avanzamento rettilineo, giacché, in tal caso, i fianchi del dente verrebbero realizzati con profilo invariabile. Occorre, dunque, per tal motivo, ricorrere necessariamente al procedimento per involuppo che, come è noto, consiste nell'imprimere alla ruota da generare e ad un'opportuna ruota utensile (o ruota-generatrice) un moto relativo identico a quello realizzato da una comune coppia conica ingranante, in modo, cioè, che i denti della ruota conica vengano ottenuti come involuppo delle successive posizioni assunto dai denti della ruota utensile nel suo moto relativo alla ruota da generare.

D'altra parte, poichè i denti sono ricavati realizzando i vani con moto di taglio rettilineo, occorre impiegare, come ruota generatrice, una ruota conica avente i denti a fianchi rettilinei e tale caratteristica è posseduta, come si vedrà qui di seguito, soltanto da una ruota piano conica, ossia da una ruota conica il cui cono primitivo ha un angolo al vertice pari a 180°

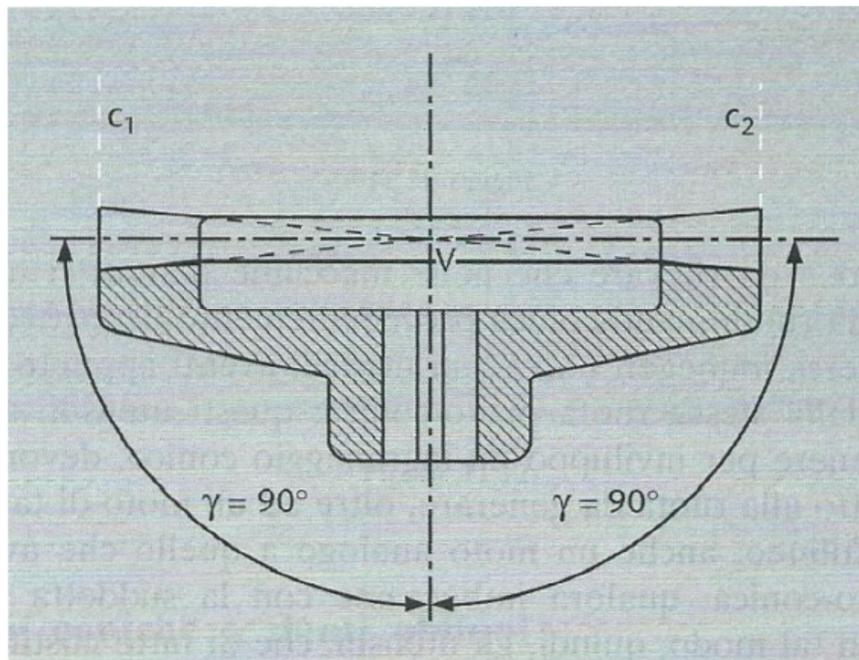


Illustrazione 2.11 ; Ruota piano conica

Come è possibile notare dall'illustrazione 2.11 in cui è rappresentata in sezione una ruota piano conica, il cono primitivo, atteso l'angolo al vertice di 180° , si trasforma in un piano, mentre il relativo cono complementare (di cui sono indicate le generatrici c_1 e c_2) degenera in un cilindro. Se, quindi, si vuole ottenere la dentatura della ruota piano conica, applicando il medesimo procedimento illustrato nel paragrafo 1 (relativo, cioè ad una comune ruota conica), occorre sviluppare il suddetto cilindro complementare su di un piano, tracciando poi, sulla figura rettangolare così ottenuta, i profili dentati che, evidentemente, sono quelli di una dentiera, ossia con fianchi a profilo rettilineo; successivamente, riavvolgendo il rettangolo in modo da formare nuovamente il cilindro complementare, accostando quest'ultimo alla ruota piano conica e proiettando dal vertice V di tale ruota i profili dentati precedentemente tracciati, si ottiene una traiettoria circolare, i cui denti, cioè, sono limitati da superfici piane essendo appunto a fianchi rettilinei i denti della dentiera). La ruota piano conica, considerata

come dentiera circolare, potrebbe dunque essere impiegata, nel modo indicato, ad esempio, nell'Illustrazione 2.12 (che ne mostra l'accoppiamento con una normale ruota conica) per generare, per involuppo, gli ingranaggi conici; essa, quindi, opererebbe, nei riguardi di tali ingranaggi, così come opera la dentiera utensile piana ai fini della generazione degli ingranaggi cilindrici ed evidentemente tutte le ruote coniche generate dalla stessa ruota piano conica potrebbero reciprocamente ingranare, costituendo, cioè, un assortimento.

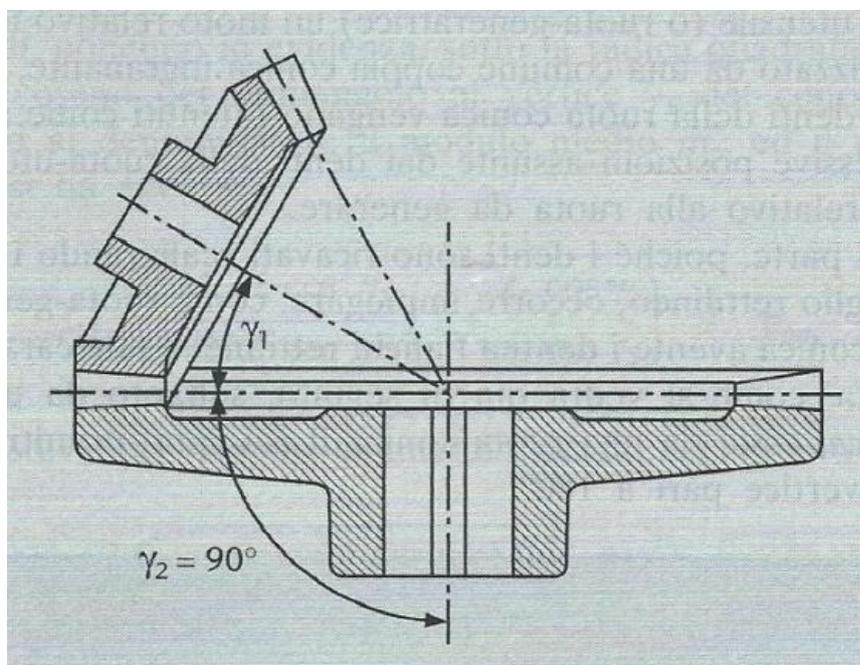


Illustrazione 2.12 ; Ingranaggio ruota conica-ruota piano conica

Peraltro è da rilevare che nelle macchine dentatrici non viene adoperata la ruota piano conica precedentemente descritta, ma vengono viceversa impiegati uno o più utensili aventi appunto la forma dei denti della stessa ruota piano-conica; questi utensili, quindi, al fine di ottenere per involuppo un ingranaggio conico, devono possedere, rispetto alla ruota da generare, oltre ad un moto di taglio (o lavoro) rettilineo, anche un moto analogo a quello che avrebbe la ruota piano conica, qualora imboccasse con la suddetta ruota da generare; in tal modo, quindi, gli utensili, che di fatto costituiscono i denti della ruota piano conica, realizzano, per involuppo di successive posizioni, i vani tra i denti della ruota da generare. La sommaria descrizione della dentatrice Bilgram, rappresentata in maniera del tutto schematica nell'Illustrazione 2.13, varrà meglio a chiarire quanto sopra esposto. In tale dentatrice, dunque, vi è un solo utensile U realizzante un moto (di lavoro) rettilineo alternativo ed avente profilo trapezoidale, corrispondente al vano tra due denti consecutivi della ruota piano conica in corrispondenza della sezione di diametro minore. La ruota R da dentare è calettata su di un albero a, ruotante intorno al proprio asse x - x e portante, all'estremo opposto rispetto alla ruota R, un settore conico C, vincolato a rotolare, senza strisciamento, su di una tavola T a corona circolare, che, quindi, rappresenta una parte della ruota pianoconica. A sua volta, il complesso costituito dalla ruota R, dal settore conico C e dal relativo albero a, può ruotare intorno all'asse y - y formando l'angolo $90^\circ - \gamma$ con l'asse x - x (essendo γ il semiangolo al vertice della ruota conica da dentare), per cui, in definitiva, la stessa ruota da dentare, in virtù del movimento di rotazione intorno al proprio asse x - x e del movimento di rivoluzione intorno all'asse y - y, realizza un rotolamento (senza strisciamento) rispetto alla tavola T, simulando, dunque, il moto che avrebbe l'ingranamento con la ruota piano conica, in modo che l'utensile può

correttamente profilare, per involuppo, i fianchi dei denti. Non ci si dilungherà, comunque, ulteriormente nel descrivere i procedimenti e le macchine per la generazione degli ingranaggi conici a denti diritti, esulando, tale argomento, dai limiti imposti alla presente traiettoria. Quando accennato nel presente paragrafo è infatti principalmente volto all'introduzione del concetto della ruota piano conica indispensabile a sua volta, per comprendere la generazione delle ruote coniche a denti obliqui in cui si accennerà nel paragrafo che segue.

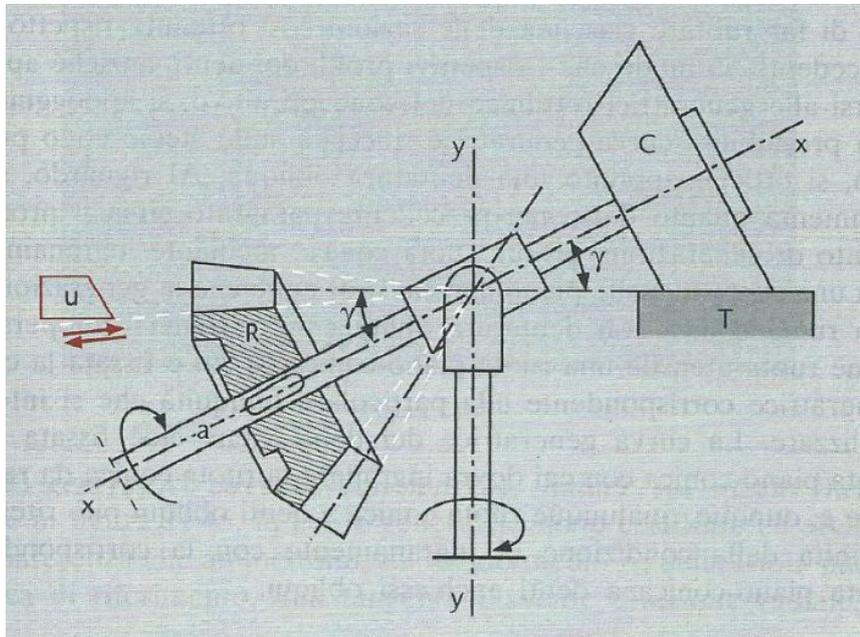


Illustrazione 2.13 ; Taglio delle ruote coniche

Capitolo 3

Danneggiamento delle ruote dentate

3.1 Rottura per flessione del dente

La rottura per flessione del dente è una rottura per fatica dovuta allo stato di sforzo flessionale pulsante dallo zero, cui è sottoposto il dente, determinata dalla forza trasmessa attraverso i denti in presa. L'andamento pulsatorio è dovuto al fatto che il punto di contatto dove si scarica la forza scorre lungo il profilo del dente, rendendo variabile il braccio con cui calcolare il momento flettente. Tipicamente la sezione più sollecitata si trova al piede del dente, dove si riscontra lo sforzo massimo, incrementato ulteriormente dalla presenza di un coefficiente d'intaglio, dovuto al raccordo trocoidale. Questo genere di rotture negli ingranaggi segue, quindi, l'evoluzione tipica delle rotture a fatica con una prima fase di nucleazione, una successiva propagazione, generalmente lungo una direzione perpendicolare allo sforzo, fino alla rottura fragile, (Illustrazione 3.1), a causa della riduzione della sezione resistente.



Illustrazione 3.1 ; Cricca per flessione in un dente

Se la propagazione è sufficientemente lenta, è possibile la creazione delle caratteristiche linee di spigola. Normalmente la frattura interessa, come detto la base del dente, ma la forma e la rigidità del corpo ruota possono influenzarne la propagazione, che può quindi procedere verso l'interno. Nel caso si tratti di ruote dentate intermedie, lo stato di sforzo non sarà più pulsante ma alternato, in quanto ogni singolo dente verrà prima condotto da un'altra ruota, lavorando su un fianco, poi si trasformerà in pignone, venendo sollecitato sull'altro fianco. In generale, possiamo affermare che questo fenomeno di rottura può essere considerato legato al superamento del limite a fatica del materiale, calcolato tenendo conto delle particolari e complesse condizioni di carico applicate, nonché delle particolari geometrie delle ruote dentate.

3.2 Pitting

Il danneggiamento da pitting è una tipologia caratteristica di tutti gli organi meccanici che prevedono una trasmissione di forze tramite il contatto tra due superfici, quindi non solo ingranaggi ma anche cuscinetti e camme. È un danneggiamento per fatica da contatto, dovuto allo scambio di forze tra le superfici che, se interpretato secondo la teoria del contatto

Hertziano, produce un andamento particolare dello sforzo di taglio nel materiale. Applicando dei criteri di resistenza a fatica multiassiali, si individua una zona di possibile nucleazione di una cricca al di sotto della superficie (Illustrazione 3.2), che propaga successivamente verso l'esterno. È possibile che l'innesco della rottura avvenga superficialmente o parta da una cricca preesistente, in tal caso il percorso di propagazione sarà l'inverso.

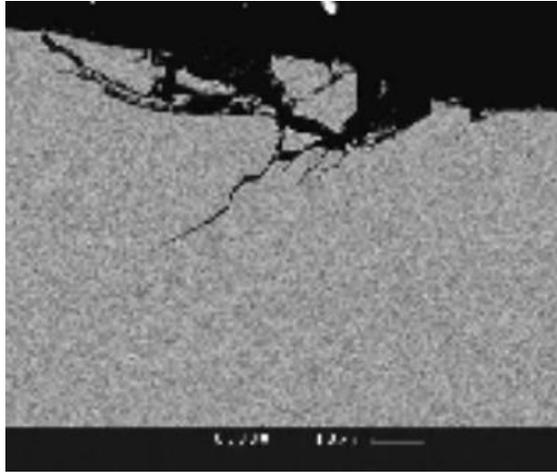


Illustrazione 3.2 ; Cricca dovuta al pitting

Le motivazioni di questa marcata differenza nell'evoluzione del danneggiamento sono tuttora argomento di discussione, ma una possibile spiegazione è da ricercarsi nell'analisi dello stato di sforzo prodotto dal contatto.

Per vari motivi, nella zona di contatto, lo sforzo massimo è effettivamente al di sotto della superficie, ragione per cui questa zona sarà interessata dalla possibilità di nucleare una cricca, promuovendo l'evoluzione classica del danneggiamento per pitting.

Il risultato è il distacco di una porzione di materiale che lascia sulla superficie un cratere (Illustrazione 3.3) , “pit” in inglese da cui il termine “pitting”, tradotto in italiano con “vaiolatura”, di solito di forma regolare e di dimensioni variabili.

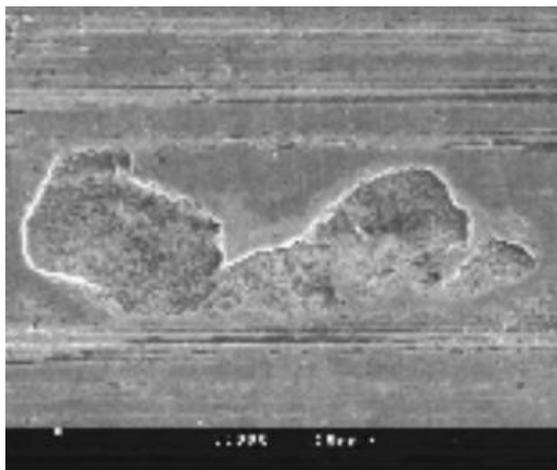


Illustrazione 3.3 ; Punto danneggiato per pitting

A partire da questo primo distacco il cratere così creato tenderà ad espandersi fino a minare il

corretto funzionamento dell'ingranaggio stesso.

Il fenomeno del pitting è stato messo in relazione a molti parametri, i principali sono:

- Pressioni di contatto
- Lubrificazione elasto-idrodinamica
- Interazione cricca lubrificante

Un fenomeno particolare riguarda invece il cosiddetto “pompaggio”, termine col quale si identifica l'interazione tra il lubrificante e la cricca. La pressione di quest'ultimo, cresciuta a causa dei carichi che deve trasmettere, lo spinge a insinuarsi nella cricca e ad agire sulle pareti della stessa, determinandone l'apertura.

Il fenomeno del pitting può essere classificato in base alla gravità del danneggiamento della superficie.

- Initial pitting, in cui i crateri presentano un diametro inferiore ad 1 mm; tali crateri si manifestano solitamente in una fascia ristretta alla circonferenza primitiva e in zone localizzate di sovraccarico e tendono a ridistribuire il carico per progressiva asportazione dei punti di maggiore contatto. Quando il carico è distribuito più uniformemente, l'azione di pitting si riduce.
- Progressive pitting, in cui le cavità presentano un diametro superiore ad 1 mm; si manifesta, di solito, nella porzione di dedendum immediatamente al di sotto della circonferenza primitiva.
- Flake pitting, (Illustrazione 3.4) in cui i crateri sono di grandi dimensioni ma poco profondi e possono presentarsi con una forma triangolare.
- Spalling, (Illustrazione 3.5), in cui le cavità presentano un grande diametro ed occupano un'area considerevole rispetto alla superficie totale del fianco del dente; lo spalling è considerato una variante del progressive pitting in cui più macropits si sono uniti dando vita ad estese zone con materiale asportato. Questo danneggiamento è causato da elevate tensioni di contatto, associate possibilmente ad aree prominenti della superficie del dente. Denti induriti superficialmente, difetti superficiali o subsuperficiali o eccessive tensioni interne dovute a trattamenti termici non corretti possono portare allo spalling.

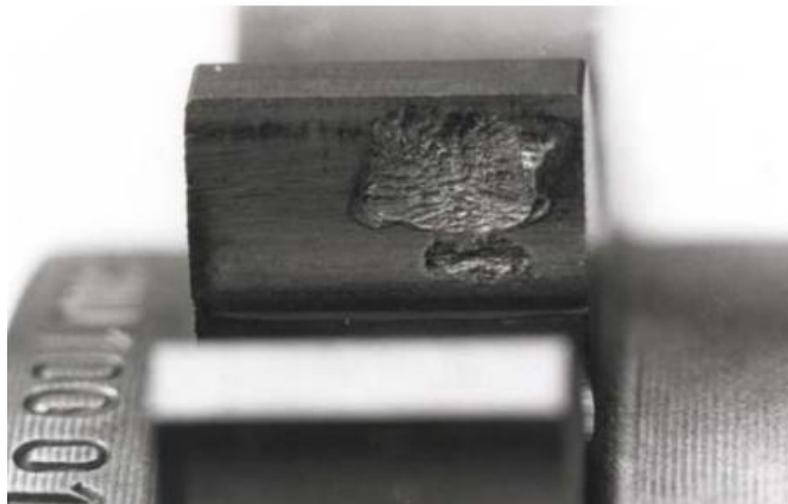


Illustrazione 3.4 ; Danneggiamento per pitting



Illustrazione 3.5 ; Rottura con stato di danneggiamento, avanzato, per pitting

3.3 Micropitting

Il micropitting è un fenomeno di danneggiamento superficiale che consiste nella creazione di minuscoli “pit”, che quando presenti in grandi quantità conferiscono alla superficie una colorazione grigio chiaro e opaca, vedi Illustrazione 3.6. Le cause che provocano queste microlesioni, sono da ricercarsi nello stress superficiale a cui sono sottoposte le dentature, dovuto allo strisciamento delle due superfici di contatto. Risulta quindi preponderante per l’analisi del micropitting, lo studio dello spessore del film di lubrificante e, più in generale, delle condizioni di lubrificazione.

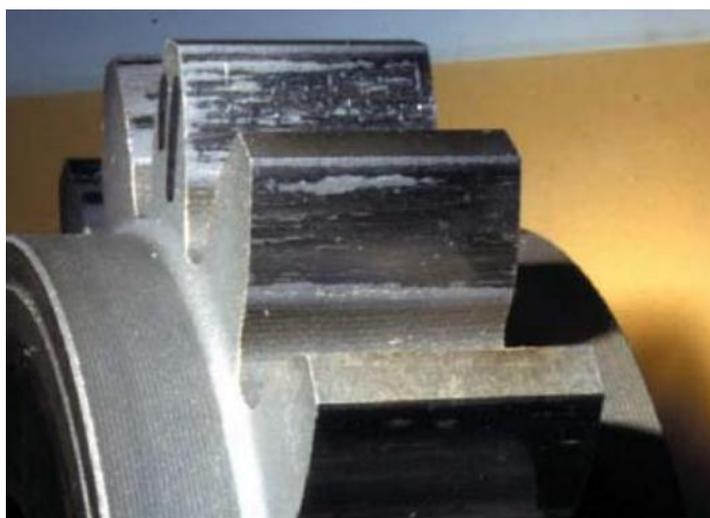


Illustrazione 3.6 ; Le zone più chiare sono il difetto tipico di questo danneggiamento

Anche l'evoluzione dei materiali e dei trattamenti superficiali, ha permesso di ottenere ruote dentate sempre più performanti, e sempre meno soggette a difettosità locali, diminuendo le possibilità di sviluppare, a partire da queste, tipologie più gravi di danneggiamento.

Lo sviluppo progressivo di questi microcrateri, provoca una modifica del profilo e un conseguente squilibrio nei carichi trasmessi, che portano a un ulteriore danneggiamento della superficie del dente. Il micropitting raramente provoca forti problemi alla trasmissione, il più delle volte il suo effetto è quello di favorire la nascita di altre tipologie di danneggiamento, sia superficiali come il pitting, sia strutturali come la rottura per flessione del dente, innescata dalla concomitanza dei danneggiamenti superficiali e degli squilibri di carico.

3.4 Scuffing

Il fenomeno dello scuffing, o grippaggio, consiste nella saldatura e nel successivo distacco del fianco di due denti delle ruote in presa. Il principale fattore che ne determina l'insorgere è la carenza o addirittura la mancanza del film d'olio che dovrebbe permettere alle superfici di scorrere l'una sull'altra. In questi casi e a determinate condizioni di velocità e temperatura, sulle due superfici si può verificare una pressione di contatto tale da indurre il metallo a microsaldarsi, vedi Illustrazione 3.7.



Illustrazione 3.7 ; Danneggiamento per scuffing

Nel proseguo del moto, queste microsaldature si rompono determinando uno scambio di materiale e lasciando superfici scabre che agiscono da utensili durante gli ingranamenti successivi, determinando la creazione di striature lungo la direzione di scorrimento. Queste microsaldature sono visibili al microscopio come un accumulo di materiale sul fianco del dente, e sono caratteristiche delle zone dove la velocità di scorrimento è alta, in prossimità della testa e del piede del dente.

3.5 Usura

Il fenomeno dell'usura è un processo generalmente continuo e duraturo nel tempo, che consiste nell'abrasione delle superfici di contatto dei denti delle ruote dentate. La causa principale è la mancanza o l'inadeguatezza del lubrificante che dovrebbe evitare il contatto diretto tra le superfici metalliche, ma anche dalla presenza al suo interno di particelle estranee. In questi casi esse asportano una piccola quantità di materiale dalle superfici, causando delle vistose striature lungo la direzione dello scorrimento. Gli effetti e le cause sono spesso simili

allo scuffing, da cui l'usura si differenzia soprattutto per la maggiore omogeneità del danneggiamento, distribuito su tutto il fianco attivo del dente, mentre lo scuffing interessa soprattutto le zone con alte velocità di scorrimento. Se i carichi e le velocità sono bassi, il materiale asportato è spesso rappresentato soltanto da ossidi, che tendono a riformarsi con sufficiente rapidità da impedire che vengano a contatto direttamente le superfici sottostanti. Il materiale così asportato è di dimensioni ridotte a pochi micron, e le superfici interessate risultano lisce, Illustrazione 3.8.

Quando le condizioni di funzionamento si fanno più estreme, la velocità di rigenerazione degli ossidi non è in grado di evitare il contatto diretto metallometallo e le superfici usurate risultano sensibilmente rovinate. Anche i detriti così formati, possono raggiungere i decimi di millimetro, sono di dimensioni tali da poter diventare a loro volta dannosi. Questa seconda condizione di usura severa, determina delle modifiche al profilo del dente che possono dare luogo a vibrazioni e quindi a rumore, e dal momento che è autoalimentata dai residui prodotti, può rendere inservibile l'ingranaggio.



Illustrazione 3.8 ; Esempio di usura

Capitolo 4

Innesti

4.1 Generalità sugli Innessi

Gli innesti sono dei meccanismi che consentono di collegare due alberi con la possibilità, a differenza dei giunti, di interrompere e ristabilire facilmente e rapidamente il collegamento. Gli innesti possono essere a denti o a frizione; nei primi la trasmissione del momento torcente tra i due alberi viene effettuata per effetto della pressione che si esercitano tra alcuni denti portati da organi calettati rispettivamente sull'albero motore e su quello mosso. Nei secondi, invece, la trasmissione avviene per effetto delle forze tangenziali di attrito che si sviluppano tra due superfici di rivoluzione, calettate rispettivamente sull'albero motore e su quello mosso, ed adeguatamente premute l'una contro l'altra. Gli innesti a frizione, comunque, per i motivi che verranno esposti nei paragrafi che seguono, costituiscono la quasi totalità degli innesti adoperati.

4.2 Innesti a denti

Il più semplice tipo di innesto a denti è quello rappresentato nell'Illustrazione 3.1 in cui, come si nota, l'albero motore a porta calettato, mediante chiavetta, un mozzo A da cui sporgono assialmente tre denti, mentre l'albero mosso b porta calettato, mediante due linguette a 180°, un analogo mozzo dentato B che è scorrevole, dunque,

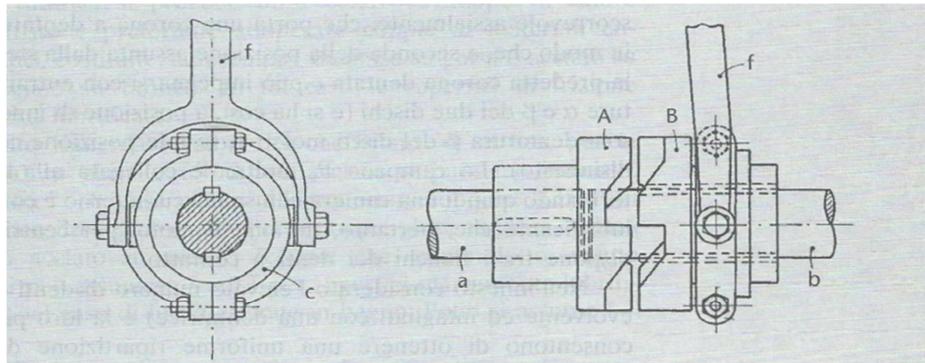


Illustrazione 4.1 ; Innesto a denti

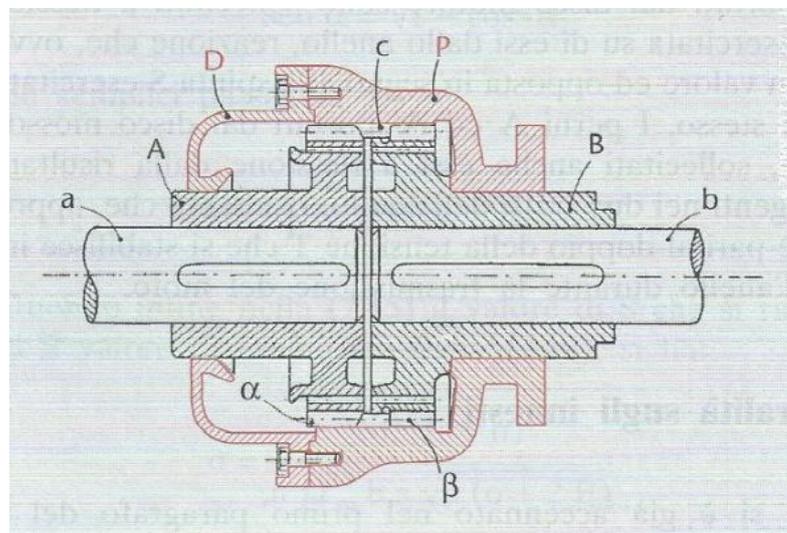


Illustrazione 4.2 ; Innesto a denti radiali

lungo il predetto albero b. Su tale mozzo, poi, è scavata una gola in cui viene alloggiato un collare e sul quale agisce una leva a forcella, in tale giunto, quindi, l'innesto si effettua facendo scorrere assialmente, lungo l'albero b, il mozzo dentato B fino a far impegnare i suoi denti con quelli coniugati del mozzo dentato A; la manovra contraria, ossia l'allontanamento del mozzo dentato B dal mozzo dentato A, determina ovviamente il disinnesto. La manovra di innesto deve, peraltro, essere effettuata a mezzo fermo, giacché, dato il limitato numero di denti, l'innesto può avvenire solo quando i due mozzi dentati si trovano in determinate posizioni relative; in caso contrario, ossia a macchina in movimento può infatti provocare violenti urti. La manovra di disinnesto va anche essa effettuata a macchina ferma, giacché a macchina in moto, oltre che essere richiesto un notevole sforzo per vincere le resistenze di attrito, si possono produrre anormali sollecitazioni per effetto delle forze di inerzia che si generano in conseguenza della brusca variazione dello stato di equilibrio dinamico delle due parti ruotanti. Nettamente migliori degli innesti a denti frontali risultano innesti a denti radiali, come l'innesto Pomini rappresentato nell'Illustrazione 3.2, come si nota, dunque, tale innesto è costituito da un mozzo A calettato sull'albero motore a e portante un disco dentato con dentatura α e da un mozzo B, calettato sull'albero mosso b e portante un disco dentato con dentatura β . vi è poi una campana P, scorrevole assialmente, che porta una corona a dentatura interna e in modo che, a seconda della posizione assunta dalla stessa campana la predetta corona dentata e può impegnarsi con entrambe le dentature α e β dei due dischi (e si ha così la posizione di innesto) o con la sola dentatura β del disco mosso B (e tale posizione corrisponde al disinnesto). La campana P, inoltre, è collegata alla copertura D, formando quindi una camera chiusa nel cui interno è contenuto l'olio lubrificante che, pertanto, durante il moto, per centrifugazione, si dispone tra i fianchi dei denti a contatto. Nell'innesto considerato l'elevato numero di denti (che sono ad evolvente ed intagliati con una dentatrice) e la loro piccola altezza consentono di ottenere una uniforme ripartizione del carico; la presenza del lubrificante infine, riduce l'usura e rende il funzionamento tranquillo.

Capitolo 5

Profili Scanalati

5.1 Accoppiamenti con profili scanalati

Il collegamento di un albero con un organo ruotante mediante chiavetta o linguetta si presenta estremamente semplice, ma non privo di inconvenienti, sia per l'assenza di un adeguato centraggio tra albero e mozzo, sia (limitatamente alle chiavette) per la tendenza a produrre eccentricità, sia, soprattutto, per gli sforzi eccessivi richiesti; la chiavetta o alla linguetta, che, dunque, vengono a rappresentare gli elementi deboli di tutto il sistema ruotante, specie nei casi in cui si abbia realizzarsi la scorrevolezza assiale del mozzo rispetto all'albero. Pertanto, allorché le coppie torcenti da trasmettere assumono valori elevati e sia altresì richiesto un adeguato centraggio tra albero e mozzo. oltre alla possibilità di scorrimento assiale, vengono impiegati, specie nelle costruzioni automobilistiche ed aeronautiche, gli accoppiamenti con profili scanalati; tali accoppiamenti sono costituiti alberi in cui vengono ricavati di pezzo un certo numero di risalti costole che si infilano in corrispondenti scanalature praticate nel mozzo, così come rappresentato nell'illustrazione 5.1.

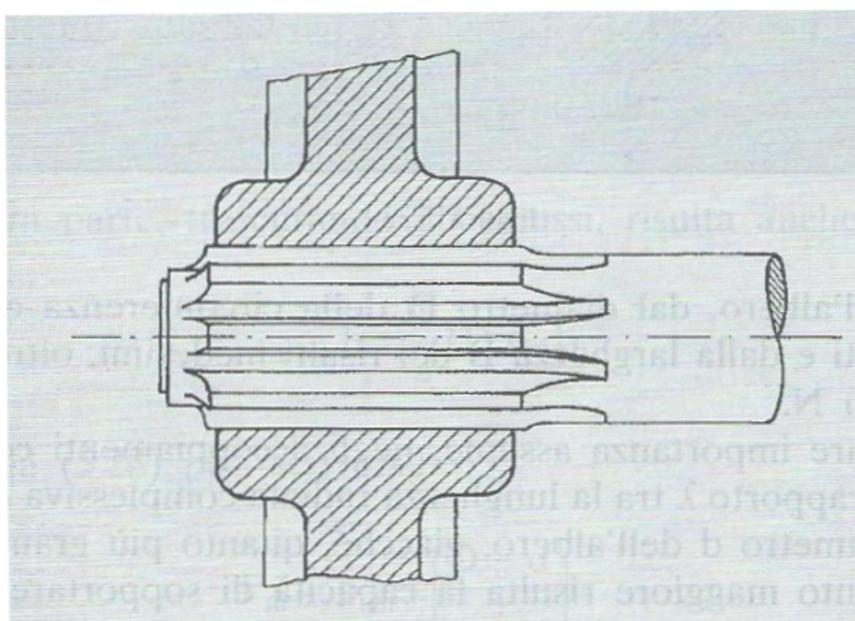


Illustrazione 5.1 ; Profilo scanalato

I profili dei risalti possono essere a fianchi dritti (Illustrazione 5.2) o a evolvente (Illustrazione 5.3); i primi vengono realizzati mediante frese di forma a disco con successiva, eventuale rettifica per l'albero e mediante brocciatura per il mozzo, mentre i secondi, oltre che per fresatura, possono essere ottenuti per involuppo come una normale dentatura ed evolvente. Con gli stessi metodi e macchine adoperati per il taglio degli ingranaggi. In particolare, la tabella UNI 8953 fissa le dimensioni degli accoppiamenti scanalati con fianchi paralleli, denominati anche scanalati cilindrici, le cui caratteristiche sono rappresentate nell'illustrazione 5.4 (tratta dalla citata tabella UNI), in cui è riportata a sinistra la sezione trasversale del mozzo ed a destra quella dell'albero; come si nota le caratteristiche geometriche dell'accoppiamento scanalato sono essenzialmente individuate dal diametro

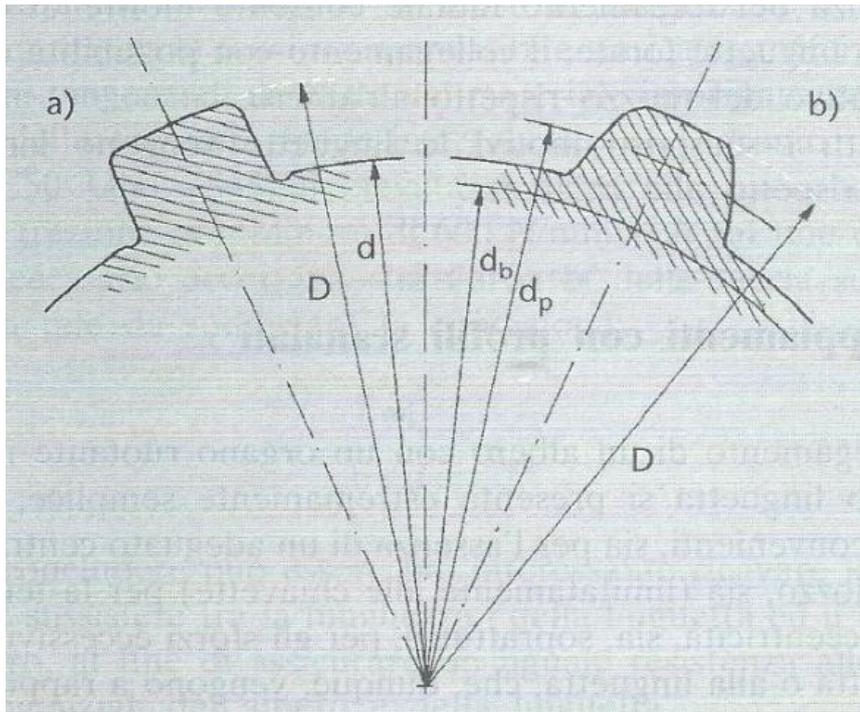


Illustrazione 5.2 ; Dentature nei profili scanalati

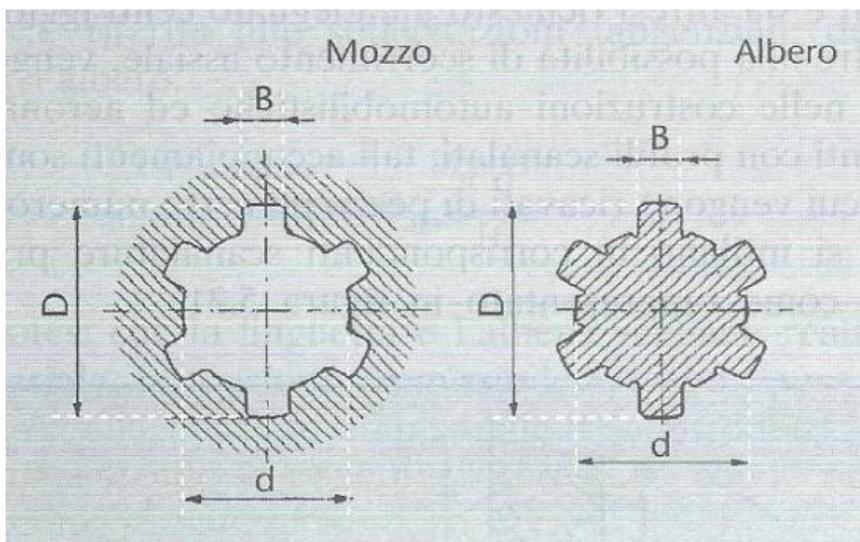


Illustrazione 5.3 ; Mozzo nei profili scanalati

d dell'albero, dal diametro D della circonferenza che circoscrive i risalti e dalla larghezza B dei risalti medesimi, oltre che da loro numero N . Particolare importanza assume, negli accoppiamenti con profili scanalati, il rapporto λ tra la lunghezza radiale complessiva di appoggio ed il diametro d dell'albero, giacche, quanto più grande è tal rapporto, tanto maggiore risulta la capacità di sopportare i carichi agenti. Se dunque N è il numero di risalti, la lunghezza radiale complessiva di appoggio (trascurando gli smussi) vale $N(D-d)/2$ e quindi, il rapporto λ è dato da $N(D-d)/2d$. Al riguardo, a seconda del valore assunto dal predetto rapporto, gli accoppiamenti con profili scanalati possono essere a profilo con appoggio stretto ($\lambda = 0,7 \div 1$) medio ($\lambda = 1,15 \div 1,5$) ed ampio ($\lambda = 2,5$). Rammentando dunque quanto

accennato circa la corrispondenza esistente tra il rapporto λ e la capacità di sopportare i carichi, ne discende che i profili con appoggio stretto consentono di trasmettere solo un'aliquota del momento torcente per cui l'albero è stato dimensionato, mentre i profili con appoggio medio ed ampio vengono impiegati allorché occorre trasmettere tutto il momento torcente per cui l'albero è stato dimensionato, rispettivamente quando trattasi di collegamento fisso (appoggio medio) o scorrevole (appoggio ampio). La tabella UNI 8953 contempla gli scanalati cilindrici con fianchi paralleli della serie leggera (ad appoggio stretto) e della serie media (appoggio medio), per alberi di diametro compreso tra 11 e 112 mm a centraggio interno, in cui, cioè, i contatti di centraggio sono assicurati lungo la circonferenza di diametro d , fissando le tolleranze in modo che si abbia un piccolo gioco sulla circonferenza di diametro D . In particolare, per la designazione di un accoppiamento scanalato cilindrico unificato, si indica il numero della tabella UNI facendolo seguire dall'indicazione del numero N dei risalti, del diametro d dell'albero e del diametro esterno D ; sono altresì impiegate le sigle S, SC ed F rispettivamente per il montaggio scorrevole, scorrevole sotto carico o fisso e le sigle NT e T per indicare rispettivamente che il mozzo è stato non trattato o trattato dopo la brocciatura. Così, ad esempio, un accoppiamento scanalato scorrevole albero/mozzo, con mozzo trattato dopo la brocciatura, in cui $N = 8$, $d = 62$ mm e $D = 68$ mm viene designato nel seguente modo; albero/mozzo UNI 8953 - 8 x 62 x 68 S/T. Gli accoppiamenti con profili scanalati sono molto più costosi di quelli realizzati mediante chiavetta o linguetta per le difficoltà di costruzione, essendo richiesti appositi utensili e macchine con tolleranze molto strette. Per tal motivo il loro impiego è limitato ai casi in cui il tipo di costruzione, in relazione ai requisiti di leggerezza e resistenza richiesti, renda tale impiego assolutamente necessario. Il calcolo di resistenza degli accoppiamenti scanalati si effettua imponendo che la pressione esercitata tra le superfici dei risalti e delle scanalature che vengono a contatto non superi un determinato valore massimo ammissibile p_{am} . Pertanto, indicando con l la lunghezza assiale dell'accoppiamento e con h l'altezza utile di ciascun risalto, la forza tangenziale massima F_M , idealmente trasmissibile da ciascun risalto, vale:

$$F_{id} = P_{am} l h \quad 4.28$$

D'altra parte, trascurando gli smussi, risulta anche:

$$h = \frac{1}{2}(D - d)$$

per cui, la (4.28) può scriversi:

$$F_{id} = P_{am} l \left(\frac{D - d}{2} \right) \quad 4.29$$

In effetti, a causa delle imprecisioni della costruzione, nonché alle deformazioni elastiche di torsione dell'albero e del mozzo e di quelle di flessione e taglio dei risalti, la ripartizione della pressione non è uniforme, per cui la forza tangenziale effettivamente trasmissibile da ciascun risalto è minore di quella data dalla (4.29); per tal motivo, per ottenere il valore effettivo F_m , la forza tangenziale idealmente trasmissibile F_{id} va moltiplicata per un coefficiente ϕ minore dell'unità, per solito compreso tra 0,5 e 0,75, in modo che risulta:

$$F_{eff} = \phi F_{id} = P_{am} l \left(\frac{D - d}{2} \right)$$

Ora, la forza tangenziale effettivamente trasmissibile F_{eff} , va

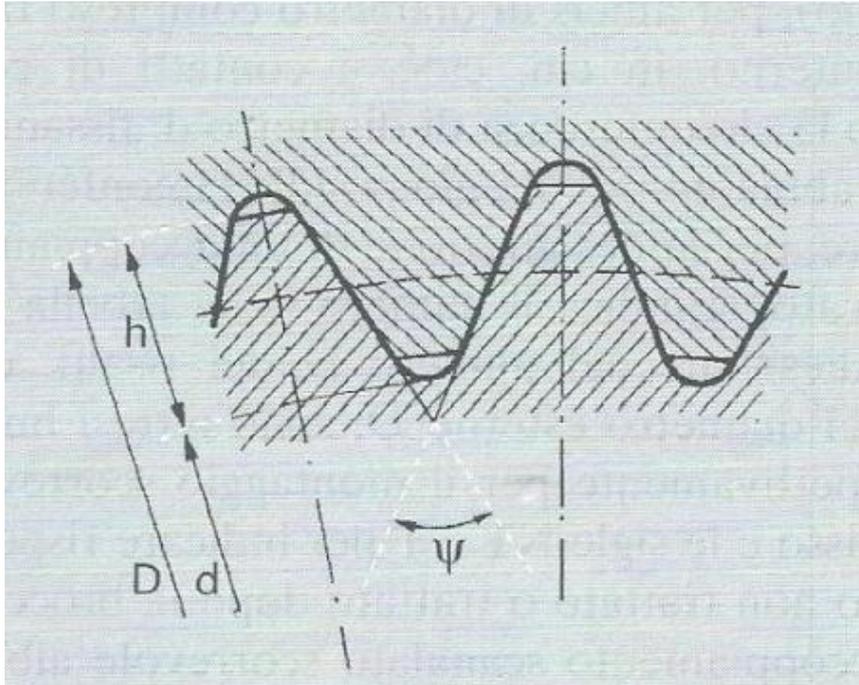


Illustrazione 5.4 ; Profili scanalati "millerighe"

considerata applicata a metà altezza del risalto, per cui agisce, rispetto all'asse di rotazione, con braccio $(D + d)/4$; pertanto, se con N si indica il numero dei risalti costituenti l'accoppiamento, il momento torcente trasmissibile vale:

$$M_t = N E_{eff} \frac{D+d}{4} = N \phi P_{am} l \left(\frac{D-d}{2} \right) \left(\frac{D+d}{2} \right) \quad 4.30$$

D'altra parte, detta τ_{am} la tensione ammissibile statica, riferita alle sollecitazioni tangenziali di taglio, il diametro dell'albero deve essere tale da soddisfare la ben nota equazione di resistenza di seguito riportata:

$$M_t = \tau_{am} \frac{\pi d^3}{16} \quad 4.31$$

quindi, dal confronto delle relazioni (4.30) e (4.31), si può scrivere;

$$N E_{eff} \frac{D+d}{4} = N \phi P_{am} l \left(\frac{D-d}{2} \right) \left(\frac{D+d}{2} \right) \leq \tau_{am} \frac{\pi d^3}{16}$$

e, pertanto, posto:

$$\frac{\pi}{2\phi} = m; \quad \frac{(D-d)(D+d)N}{d^2} = \frac{1}{\Omega}; \quad q = \frac{P_{am}}{\tau_{am}}$$

si ottiene, in definitiva:

$$\frac{l}{d} \leq m \frac{Q}{q} \quad 4.32$$

La (4.32) fornisce dunque la lunghezza l da attribuire al mozzo di un accoppiamento scanalato con N risalti, per un albero di diametro d , in modo da realizzare la condizione di uguale resistenza tra albero e profilo scanalato. Ora, mentre il coefficiente Q è determinato solo in base alla geometria del profilo e può dunque essere ottenuto dalle tabelle UNI, i valori di m e di q possono essere ricavati, come appare dalla tabella 4-V di seguito riportata, in funzione delle condizioni di carico e di funzionamento del tipo di trattamento termico operato sui fianchi dei risalti. Prima di concludere, conviene anche notare che, oltre ai profili scanalati, cui si è dianzi accennato, vengono impiegati anche i profili striati (detti anche millerighe), realizzati cioè, con risalti a profilo trapezoidale, così come rappresentato nell'illustrazione 5.4, con i fianchi generalmente inclinati di un angolo ai pari ad $80^\circ \div 60^\circ$ e raccordati tra loro sul fondo mediante archi di cerchio, in modo che l'albero ed il mozzo risultano meno indeboliti rispetto al profilo scanalato. Il dimensionamento di tali profili viene poi effettuato semplicemente in fase a dati sperimentali che forniscono, in funzione del diametro d dell'albero, le complete caratteristiche geometriche dell'accoppiamento, pertanto il calcolo si riduce alla sola determinazione del diametro d dell'albero mediante le ben note equazioni di resistenza La torsione o alla flessotorsione.

VALORI DI m E DI q PER ACCOPPIAMENTI CON PROFILI SCANALATI

Tipo di Accoppiamento	Natura delle Superfici	m	q	
			Carico costante, assenza di vibrazioni, cond. di funz. ottime lavorazione molto precisa	Carico variabile presenza di vibrazioni fond. funz. cattive lavorazione molto precisa
Fisso	Ambedue cementate	2,85	1,25	0,96
	solo una cementata	2,10		
Scorrevole non sotto carico	Ambedue cementate	2,85	1,1	0,85
	solo una cementata	2,10		
Scorrevole sotto Carico	Ambedue cementate	2,42	0,32	0,25
	solo una cementata	1,75	0,25	0,20

Tabella 4-V

Capitolo 6

Cuscinetti

6.1 Generalità cuscinetti a rotolamento

I cuscinetti a rotolamento, rispetto agli ordinari cuscinetti strisciamento, consentono di sostituire all'attrito radente l'attrito volvente; i vantaggi connessi all'impiego di tali cuscinetti consiste dunque, essenzialmente nella realizzazione di un coefficiente attrito molto basso (compreso tra 0,001 e 0,007), anche per moderate velocità ed all'inizio del moto, contrariamente a quanto accade per cuscinetti a strisciamento per i quali si è già detto, parlando della lubrificazione, che questa diviene perfetta solo a regime, ossia, quando la velocità raggiunge un certo valore. La stessa lubrificazione risulta poi particolarmente semplice, consistendo nel riempire il cuscinetto con l'appropriato lubrificante che viene poi periodicamente sostituito.

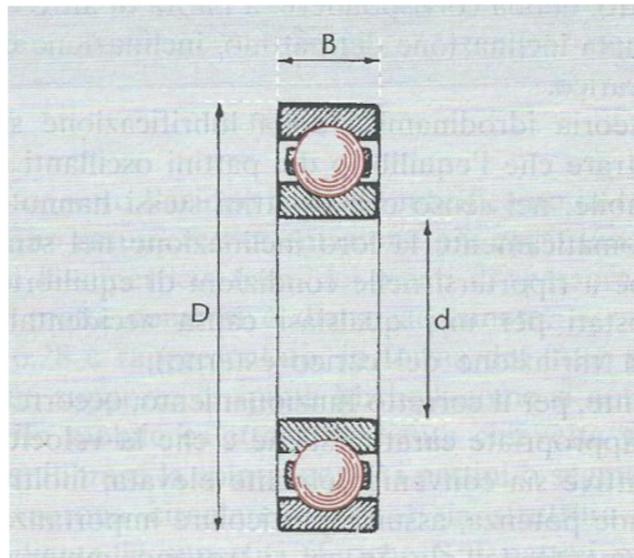


Illustrazione 6.1 ; Cuscinetto radiale a sfere

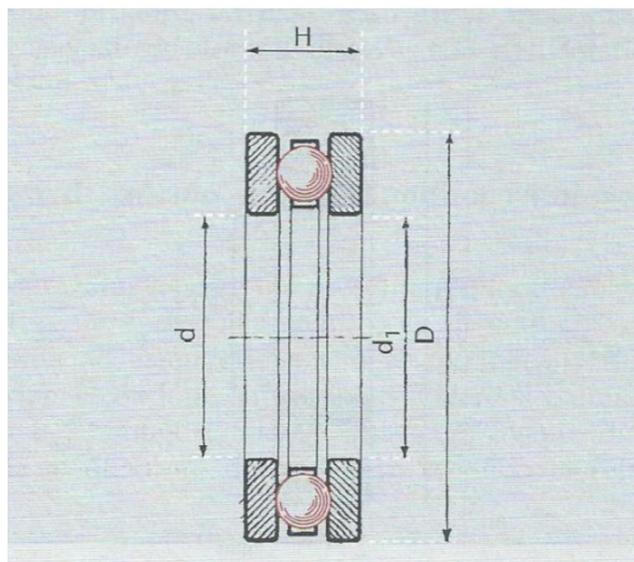


Illustrazione 6.2 ; Cuscinetto assiale a sfere

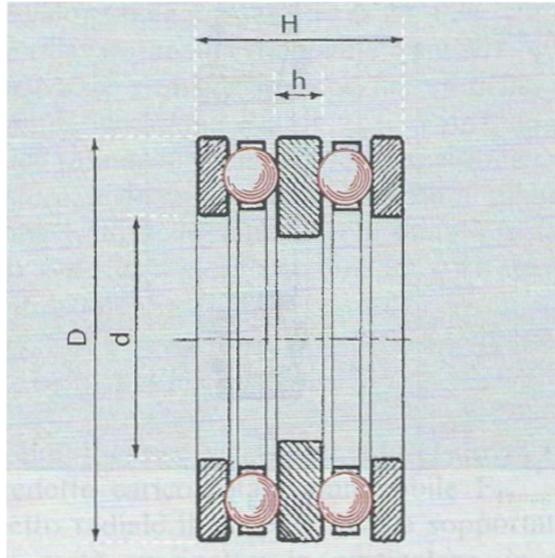


Illustrazione 6.3 ; Cuscinetto assiale a doppia ralla di sfere

Da quanto accennato, se ne trae dunque che l'impiego di tali cuscinetti risulta particolarmente conveniente nelle macchine in cui è previsto un funzionamento discontinuo nel tempo, ossia con frequenti avviamenti ed arresti. I cuscinetti a rotolamento possono essere del tipo a sfere o del tipo a rulli cilindrici o conici; quelli a sfere sono in genere adoperati per i piccoli meccanismi e per marcia tranquilla, mentre quelli a rulli vengono impiegati quando i carichi in gioco sono rilevanti o quando si prevede un funzionamento con urti. Sia i cuscinetti a sfere che quelli a rulli possono poi suddividersi in cuscinetti radiali o portanti, cuscinetti assiali o di spinta e cuscinetti o portanti spingenti; i primi sono così denominati poichè possono sopportare carichi normali all'asse di rotazione, i secondi, invece, possono sopportare carichi paralleli all'asse di rotazione, gli ultimi, infine, possono sopportare carichi aventi una direzione qualsiasi rispetto all'asse di rotazione.

Così, sono del tipo radiale o portante il cuscinetto rigido ad una corona di sfere ed il cuscinetto rigido a rulli cilindrici rappresentati

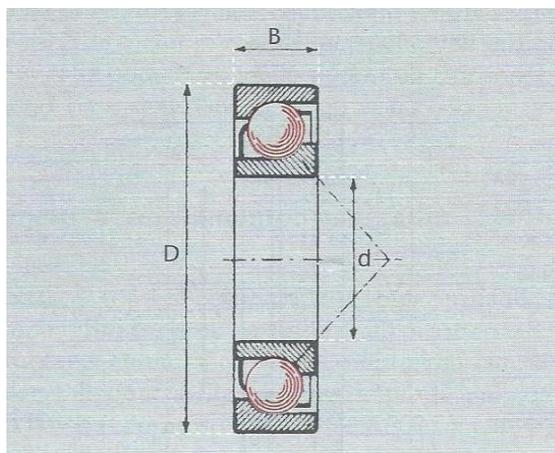


Illustrazione 6.4 ; Cuscinetto a sfere obliquo

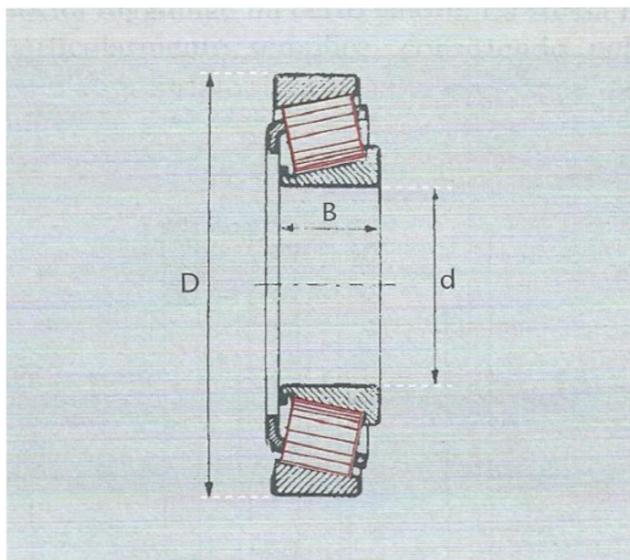


Illustrazione 6.5 ; Cuscinetto a rulli conico

rispettivamente nelle figure 6.30 e 6.31, mentre esempi di cuscinetti assiali o di spinta sono dati nelle figure 6.32 e 6.33 che mostrano rispettivamente un reggi spinta a sfere a semplice e a doppio effetto: infine, le figure 6.34 e 6.35 mostrano rispettivamente un cuscinetto obliquo rigido con una corona di sfere ed un cuscinetto obliquo rigido con rulli conici. Come si puo osservare dalle diverse figure sopra indicate, tutti i tipi di cuscinetti sono costituiti da due anelli dei quali uno viene fissato al supporto, mentre l'altro e ruotante con l'organo mobile; nel caso dei cuscinetti radiali e dei cuscinetti obliqui i due anelli sono coassiali e l'uno interno all'altro, nel caso dei cuscinetti di spinta gli anelli hanno invece uguale diametro; in tutti i casi esaminati sui due anelli sono ricavate le corsie su cui devono rotolare le sfere o i rulli che, a loro volta, sono mantenuti alla voluta distanza reciproca in quanto sistemati entro una opportuna gabbia distanziatrice. I cuscinetti a rotolamento possono inoltre essere del tipo rigido o del tipo oscillante; quelli rigidi non consentono inclinazioni degli assi dei due anelli, mentre i secondi, consentendo tali inclinazioni, risultano applicabili a quegli alberi che debbano subire oscillazioni durante il funzionamento. Prima di concludere conviene osservare che i cuscinetti a rotolamento vengono prodotti da case costruttrici specializzate, impiegando acciai speciali di elevata durezza, con particolari cure nella lavorazione.

Capitolo 7

l'invertitore

7.1 Il Cinematismo

Per eseguire l'inversione del moto si è scelto di realizzare un meccanismo con la sola funzione di inversore del moto, non utilizzandolo anche per altri scopi come variare il rapporto di trasmissione, inserire nel meccanismo un'eventuale freno o frizione.

Per questo motivo il cinematismo è composto da quattro ruote dentate coniche uguali, stesso modulo, numero di denti, materiale, ingombri.

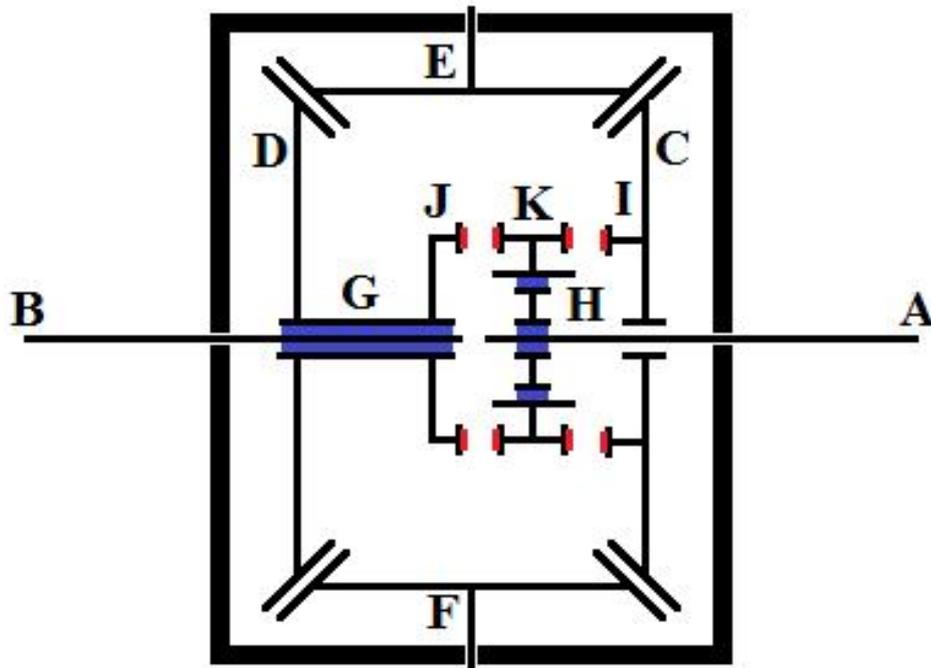


Illustrazione 7.1 ; Schema cinematismo

Nell'illustrazione 7.1 possiamo vedere lo schema del cinematismo. Descrizione degli elementi del meccanismo:

- A) albero di uscita del moto
- B) albero di ingresso del moto
- C) ruota conica montata folle sull'albero di uscita
- D) ruota conica impegnata con l'albero in ingresso tramite il profilo scanalato H e solidale al giunto frontale J
- E) ruota conica oziosa
- F) ruota conica oziosa
- G) profilo scanalato per l'impegno con l'albero in ingresso della ruota conica e del giunto frontale J
- H) doppio profilo scanalato (interno e esterno) che permette la traslazione del doppio innesto frontale mobile L
- I) innesto frontale
- J) innesto frontale
- K) doppio innesto frontale mobile

Il meccanismo per assolvere al nostro scopo deve poter funzionare nei seguenti due modi:

- a) alberi A e B che ruotano nello stesso senso di rotazione
- b) alberi A e B che ruotano in senso opposto di rotazione

L'elemento K può traslare sul profilo scanalato H in questo modo possiamo ottenere le due configurazioni volute impegnandosi con l'elemento J piuttosto che con l'elemento I.

La configurazione a, la otteniamo quando l'elemento K è impegnato con l'elemento J; il moto entra dall'elemento B, muove la ruota conica, mediante il profilo scanalato G e l'elemento K, mediante il giunto frontale J. La rotazione della ruota conica muove tutte e 4 le ruote, la ruota C è montata folle sull'albero di uscita per cui non abbiamo effetti sull'albero stesso.

Il giunto frontale mobile K trasmette il moto all'albero di uscita mediante il profilo scanalato H; abbiamo i due alberi che ruotano nello stesso senso. Come si vedere nell'Illustrazione 7.2.

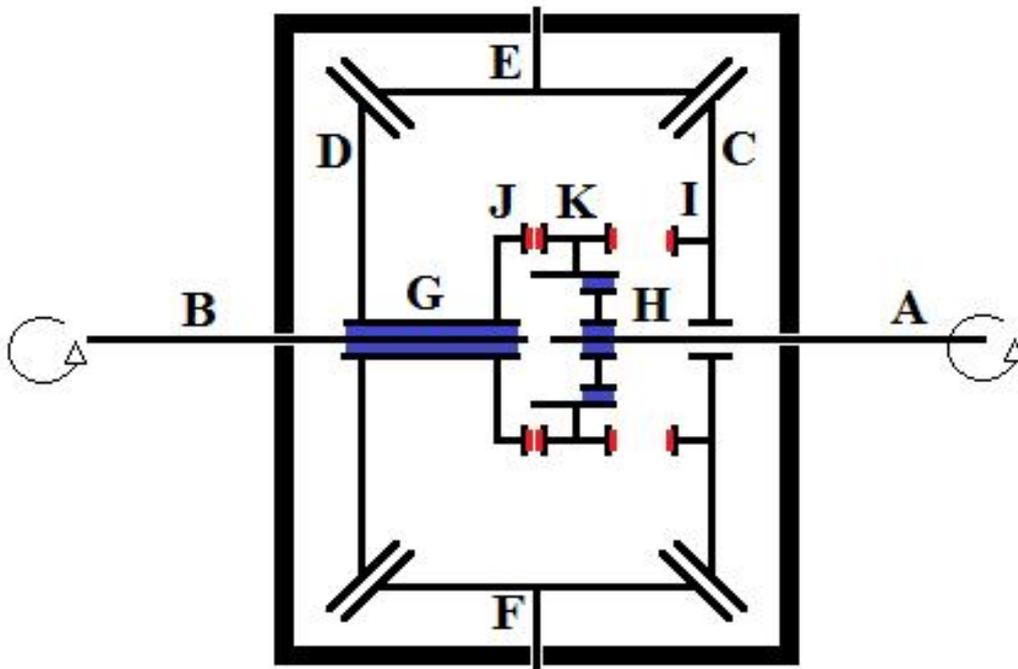


Illustrazione 7.2 ; Schema cinematismo configurazione a

La configurazione b, la otteniamo quando l'elemento K si impegna con il giunto frontale I; il moto entra dall'albero B, muove la ruota D, la quale aziona E, F e C, grazie all'impegno di K con I il moto di C muove l'albero A nel senso opposto di rotazione rispetto all'albero B. Come nell'Illustrazione 7.3.

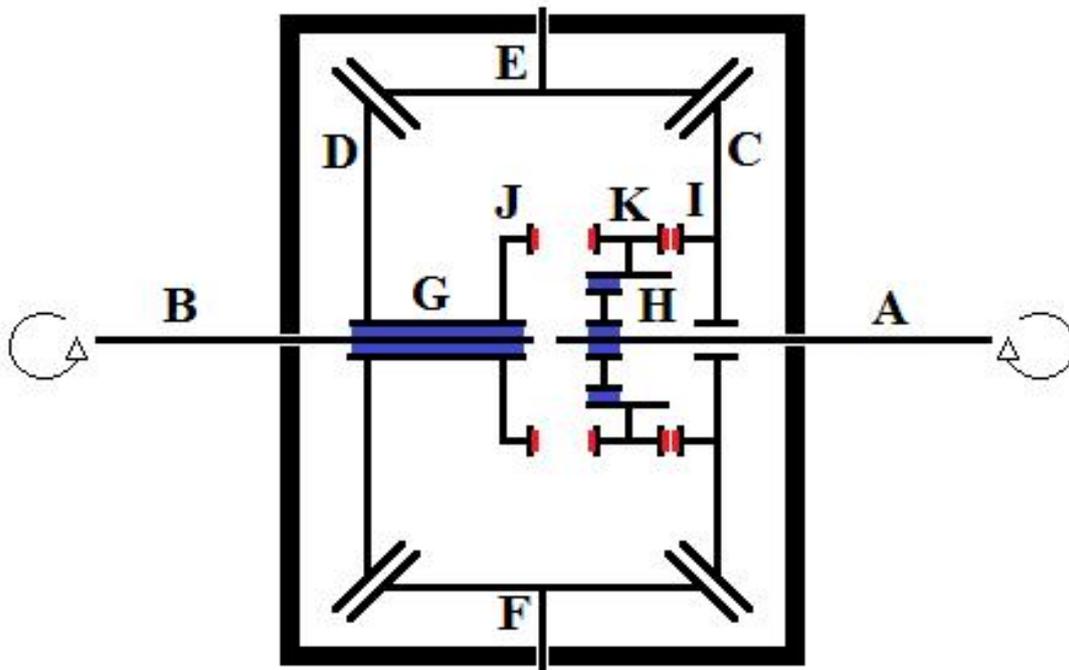


Illustrazione 7.3 ; Schema cinematismo configurazione b

7.2 Dimensionamento delle Ruote Coniche

- **Scelta del coeff. Di sicurezza:**

L'ing. Bertozzi sulla base di considerazioni operative è giunto alla conclusione di dimensionare la dentatura, del cambio continuo, a flessione. Questo dispositivo è disposto in cascata al cambio, perciò dobbiamo utilizzare lo stesso metodo di dimensionamento in modo da non introdurre "un'anello debole" nella catena cinematica.

- **Scelta del materiale:**

Per il materiale è stato fatto riferimento alla normativa UNI EN 10084. È stato scelto l'acciaio da cementazione 18NiCrMo5, per le sue caratteristiche meccaniche faremo riferimento a dei valori mediati:

$$\sigma_r = 1306.67 \text{ Mpa}, \quad \sigma_s = 783 \text{ Mpa}$$

- **Coefficiente di sicurezza adottato:**

Scelgo il coefficiente di sicurezza $NS = 7$, la tensione ammissibile risulterà:

$$\sigma_{amm} = 185 \text{ Mpa}$$

- **Semiangoli al vertice:**

abbiamo un rapporto di trasmissione $i = 1$ e i due assi incidenti ortogonali i due semiangoli al vertice saranno:

$$\gamma_1 = \arctan\left(\frac{1}{i}\right) = 45^\circ$$

$$\gamma_2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

- **Dentatura:**

per la dentatura scegliamo una dentatura a denti diritti a profilo ad evolvente con angolo di pressione $\theta = 20^\circ$

- **Numero minimo di denti:**

$$Z_{min} = Z_{min.d.} \cos(\gamma_1)$$

dalla tabella I-13 ricaviamo per $\theta = 20^\circ$ e $i = 1$, $Z_{min.d.} = 13$

$$Z_{min} = 13 \cos(45^\circ) = 9,19 \approx 10$$

come criterio per scegliere il numero minimo di denti usiamo l'ingombro radiale, dato che il rapporto di trasmissione è unitario. Scelgo:

$Z_s = 13$ numero di denti delle ruote satellite

$Z = 15$

è importante che le due ruote satellite abbiano un numero di denti non divisibile con il numero di denti del movente e del cedente, per evitare fenomeni di risonanza e ottenere una usura uniforme su tutti i denti delle ruote. Il rapporto di trasmissione dall'inversore sarà comunque unitario.

- **Modulo medio:**

dai dati riportati nell'elaborato di Bertozzi ricavo la velocità di rotazione massima dell'albero:

$n_i = 761,96 \text{ r.p.m.}$

$$\omega_i = 761,96 \text{ r.p.m.} \cdot \frac{2\pi}{60} = 79,79 \approx 80 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

dai dati di progetto abbiamo anche il momento torcente:

$$M_t = 904,345 \sim 905 \text{ Nm}$$

assume un coefficiente $\zeta = 1,25$ (si considera di utilizzare ingranaggi precisi)

ipotizziamo una velocità periferica della ruota $v_p = 3 \text{ m/s}$

$$\sigma_{amm.d.} = \frac{6}{(6 + v_p)}$$

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{10,49}{10} \left(\frac{M_t \cdot \zeta}{16 \cdot \sigma_{amm.d.}} \right)}$$

$$m_{max} = m_m \left(1 + \frac{10 \cdot \sin(\gamma_1)}{10} \right)$$

approssimiamo il modulo secondo la serie di moduli unificati UNI 6586. dopo l'approssimazione ricaviamo il nuovo m_m

- **Verifica della velocità periferica:**

eseguiamo la verifica della v_p ; la velocità periferica si considera in corrispondenza del diametro primitivo medio. Nel caso non sia verificata prendiamo come nuovo valore della velocità periferica quello ottenuto e calcoliamo nuovamente il m_m , In un procedimento iterativo.

- **Otteniamo, scegliendo un coefficiente $\lambda = 6$ e $Z_s = 13$:**

$$\sigma_{amm.d.} = 46,61 \sim 47 \text{ Mpa}$$

$$m_{max} = 18$$

$$m_m = 13,57$$

$$b = 85 \text{ mm}$$

- **Otteniamo, scegliendo un coefficiente $\lambda = 6$ e $Z = 15$:**

$$\sigma_{amm.d.} = 46,61 \sim 47 \text{ Mpa}$$

$$m_{max} = 18$$

$$m_m = 14,03$$

$$b = 85 \text{ mm}$$

7.3 Dimensionamento dei Profili Scanalati

- **Scelta del materiale:**

il materiale utilizzato per il profilo scanalato ovviamente è lo stesso utilizzato per l'albero di trasmissione. Il materiale utilizzato per l'albero è un'acciaio da bonifica, 40NiCrMo7, per le sue caratteristiche meccaniche faremo riferimento a dei valori mediati:

$$\sigma_r = 1110,67 \text{ Mpa},$$

$$\sigma_s = 731 \text{ Mpa}$$

- **Coefficiente di sicurezza adottato:**

Scelgo il coefficiente di sicurezza $NS = 6$, la tensione ammissibile risulterà:

$$\sigma_{amm} = 185 \text{ Mpa}$$

- **Diametro minimo necessario dell'albero:**

calcolo il diametro minimo che deve avere l'albero per trasmettere il momento dopodiché scegliamo il profilo scanalato unificato adatto a tale diametro

$$d \geq \sqrt[3]{\left(\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{amm}}\right)} = 35,0884 \approx 36 \text{ mm}$$

- **Profilo scanalato scelto:**

In base alla norma UNI 8953 scegliamo un profilo scanalato con le seguenti caratteristiche:

$$D = 40 \text{ mm}$$

$$d = 36 \text{ mm}$$

$$N = 8 \text{ risalti}$$

- **Lunghezza profili scanalato:**

$$\Omega = \frac{d^2}{(D-d) \cdot (D+d) \cdot N} = 0,5328 \approx 0,533$$

$$m = 1,75 \text{ (da tabella 4-V, Capitolo 4)}$$

$$q = 0,96 \text{ (da tabella 4-V, Capitolo 4)}$$

$$L \geq \frac{2,10 \cdot 0,533}{0,85} = 34,97 \approx 35 \text{ mm}$$

- **Profilo scanalato di scorrimento dell'innesto frontale:**

il profilo scanalato del giunto frontale scorrevole risulta automaticamente verificato perchè ha un numero di risalti superiore e una lunghezza maggiore.

7.4 Dimensionamento del giunto frontale

Nel scegliere il tipo di innesto sono state prese in considerazione varie alternative come innesti a dischi, multidisco, conici e a denti frontali. La scelta per motivi di imbombri e semplicità costruttiva è ricaduta su un'innesto frontale a denti. Il giunto è stato progettato privilegiando la geometria, cioè una volta noti gli ingombri lo si è progettato per poi verificare la resistenza.

- **Scelta del materiale:**

È stato scelto l'acciaio da cementazione 18NiCrMo5, in modo che possa resistere all'usura dovuta ai ripetuti innesti. Per le sue caratteristiche meccaniche faremo riferimento a dei valori mediati:

$$\sigma_r = 1306,67 \text{ Mpa,}$$

$$\sigma_s = 783 \text{ Mpa}$$

- **Coefficiente di sicurezza adottato:**

Scelgo il coefficiente di sicurezza $NS = 7$, la tensione ammissibile risulterà:

$$\sigma_{amm} = 185 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{amm} = 65 \text{ Mpa}$$

- **Dimensioni geometriche del giunto:**

In base alle ruote dentate ottenute abbiamo definito la geometria del giunto. Questo

per far sì che possa essere collocato nello spazio tra le 4 ruote dentate coniche.

Dimensioni:

numero di denti	$N = 36$
ampiezza settore circolare dente	$\alpha = 5^\circ$
raggio massimo	$r_{\min} = 80 \text{ mm}$
raggio minimo	$r_{\max} = 100 \text{ mm}$
altezza risalto	$h = 4 \text{ mm}$

- **Verifica a taglio:**

sollecitazioni dovute al taglio

$$\tau = \frac{M_t}{r_m \cdot A}$$

area sollecitata a taglio del dente

$$A = r_m \cdot (r_{\max} - r_{\min}) \cdot \alpha \cdot N_r$$

$$\tau = 2,94 \text{ Mpa} \leq \tau_{amm}$$

- **Verifica a flessione:**

sollecitazioni dovute alla flessione

$$\sigma = \frac{h \cdot M_t}{6 \cdot r_m \cdot b \cdot s_b^2}$$

raggio medio:

$$r_m = \frac{r_{\max} + r_{\min}}{2}$$

profondità risalto:

$$b = \frac{(r_{\max} - r_{\min})}{2}$$

larghezza risalto:

nel calcolare la larghezza del risalto approssimiamo l'arco di circonferenza a un segmento di retta.

$$a_b \approx s_b = \frac{2 \cdot r_{\min} \cdot \pi}{72}$$

$$\sigma = 55 \text{ Mpa} \leq \sigma_{amm}$$

7.5 Analisi delle Forze in Gioco

Nelle ruote dentate coniche le forze agiscono su due piani X-Y e Y-Z, come spiegato nel paragrafo 2.5. Nel nostro cinematismo ogni ruota è impegnata con due ruote delle medesime dimensioni. È evidente che le considerazioni fatte nell'ingranamento delle due ruote sono valide in entrambe i punti di contatto. Le forze agiranno in medesima intensità ma con

differenti direzioni. Studiamo solamente la ruota di dimensioni minori ($Z=13$) perché sollecitata da forze maggiori, la ruota con dimensioni maggiori ($Z=15$) sarà sollecitata allo stesso modo ma da carichi inferiori. Lo sforzo N , esercitato tra i denti in presa, è concentrato nel punto medio M dell'igranaggio, in corrispondenza del diametro primitivo. Ora lo sforzo N esercitato tra i denti in presa (supposto concentrato nel punto medio M) è diretto secondo la retta di azione dell'evolvente n , ossia è inclinato dell'angolo di pressione θ rispetto alla direzione tangente alle circonferenze primitive (medie) delle due ruote. Esso, quindi, può decomporre in due componenti F ed S , tra loro perpendicolari, la componente F sul piano X - Y , mentre la componente S sul piano X - Z , con rispettivamente direzione della comune tangente alle circonferenze primitive e la direzione perpendicolare a tale tangente. La componente F rappresenta (come nelle ruote cilindriche) la componente tangenziale utile in quanto è diretta come la velocità periferica del considerato punto medio M . In C abbiamo la reazione vincolare F_v dovuta alle componenti F_1 e F_2 . La componente S , a sua volta, dà origine a due componenti R ed A , perpendicolari tra loro, sul piano X - Z aventi rispettivamente direzione radiale e direzione assiale rispetto alla ruota conica e date da. Le componenti radiali R_1 , R_2 si elidono, mentre le componenti assiali A_1 , A_2 si sommano come mostrato in nell'Illustrazione 7.4. In C abbiamo la reazione vincolare A_v dovuta alle componenti A_1 e A_2 .

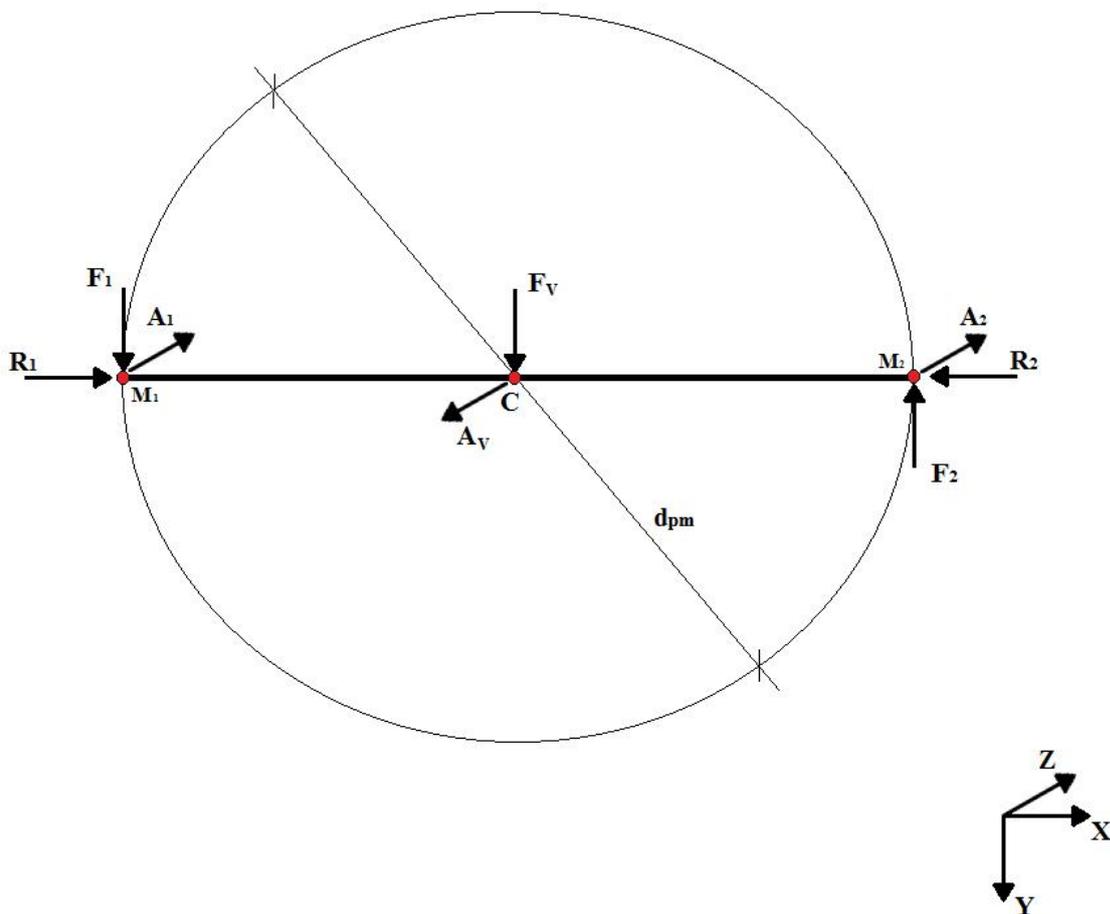


Illustrazione 7.4 ; Analisi delle forze in gioco

- **Componente vincolare F_v :**
equilibrio alla traslazione lungo y

$$F_1 - F_V - F_2 = 0$$

equilibrio alla rotazione nel punto M₂

$$F \cdot d_{pm} - F_V \cdot \frac{d_{pm}}{2} = 0$$

$$F_V = 2 \cdot F_1$$

inserendo il risultato ottenuto nell'equazione della traslazione ricaviamo la verifica del verso ipotizzato per F_V

$$F_1 = -F_2$$

- **Componente vincolare A_v:**
per la componente assiale abbia semplicemente la somma

$$A_V = A_1 + A_2$$

7.6 Scelta dei Cuscinetti

Le ruote dentate coniche sollecitano i vincoli con una forza assiale e una radiale. Cuscinetti a rulli conici sono i più adatti a questo tipo di sollecitazioni. La ruota dentata di dimensioni minori (Z=13) provoca sollecitazioni maggiori sul mozzo, scegliamo i cuscinetti in funzione di questa, dopodichè, per semplicità costruttiva, anche per la ruota di dimensioni maggiori (Z=15) usiamo gli stessi. Ovviamente il mozzo della ruota di dimensioni maggiori (Z=15) sarà automaticamente verificato. La scelta dei cuscinetti viene realizzata utilizzando formule empiriche fornite dai costruttori degli stessi.

- Forza sul cuscinetto (F_E):

$$se \ 0 < \frac{A_V}{F_V} < 0,68 \quad F_E = F_V$$

$$\frac{A_V}{F_V} = 0,25 < 0,68 \quad F_E = F_V$$

$$F_E = F_V = 2 \cdot F_1 = 20.518 \text{ N}$$

- **Carico dinamico richiesto al cuscinetto (C_{RIC}) :**

$$C_{cri} = \left(\frac{L_h \cdot 60 \cdot n}{K_r \cdot L_r} \right)^{(1/P)} \cdot F_E \cdot K_a$$

- L_h = 20.000 h, da Tabella VII-2
- P = 3,33 (coefficiente caratteristico dei cuscinetti a rulli)
- n = 762 r.p.m.
- K_r = 0,45, dall'Illustrazione 7.5
- L_r = 9 · 10⁷ cicli

- $K_a = 1$, da Tabella VII-1

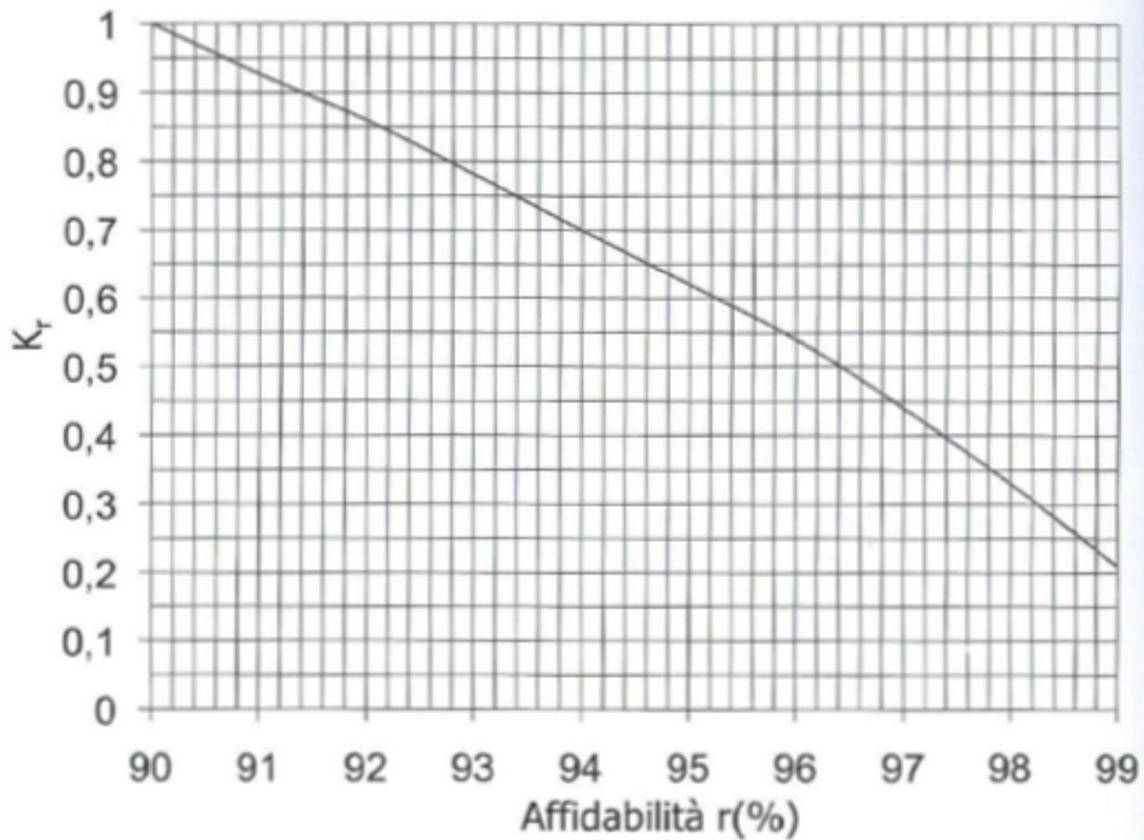


Illustrazione 7.5 ; Coefficiente K_r

Tabella VII-1 ; coefficiente dinamico K_a

Tipo di applicazione	Cuscinetto a Sfera	Cuscinetto a Rulli
Carico uniforme senza urti	1,0	1,0
Ingranaggi	1,0 ÷ 1,3	1,0
Urti lievi	1,2 ÷ 1,5	1,0 ÷ 1,1
Urti moderati	1,5 ÷ 2,0	1,1 ÷ 1,5
Urti pesanti	2,0 ÷ 3,0	1,5 ÷ 2,0

Tabella VII-2 ; durata in ore ipotizzata L_h

Tipo di applicazione	Durata di progetto
Strumenti e apparecchiature di uso non frequente	100 ÷ 500
Macchine usate in intermittenza, in cui l'interruzione del servizio è di minore importanza	4.000 ÷ 8.000
Macchine usate a intermittenza in cui l'affidabilità è di grande importanza	8.000 ÷ 14.000
Macchine in servizio 8 ore, ma non ogni giorno	14.000 ÷ 20.000
Macchine in servizio 8 ore, tutti i giorni lavorativi	20.000 ÷ 30.000
Macchine in servizio continuo 24 ore su 24	50.000 ÷ 60.000
Macchine in servizio continuo 24 ore in cui l'affidabilità è di estrema importanza	100.000 ÷ 200.000

- **Carico dinamico richiesto al cuscinetto:**
 $C_{RIC} = 52 \text{ KN}$
- **Cuscinetto scelto:**
scegliamo il cuscineto SKF 33108 con $C = 79,2 \text{ KN}$, $C > C_{RIC}$
- **Disposizione dei cuscinetti:**
montiamo i cuscinetti conici in una configurazione a X per tutte e 4 le ruote dentate, in modo da poter eseguire il precarico di montaggio tramite una ghiera sull'albero.

Capitolo 8

Complessivo

8.1 Componenti dell'inversore:

8.1.1 Albero di ingresso del moto

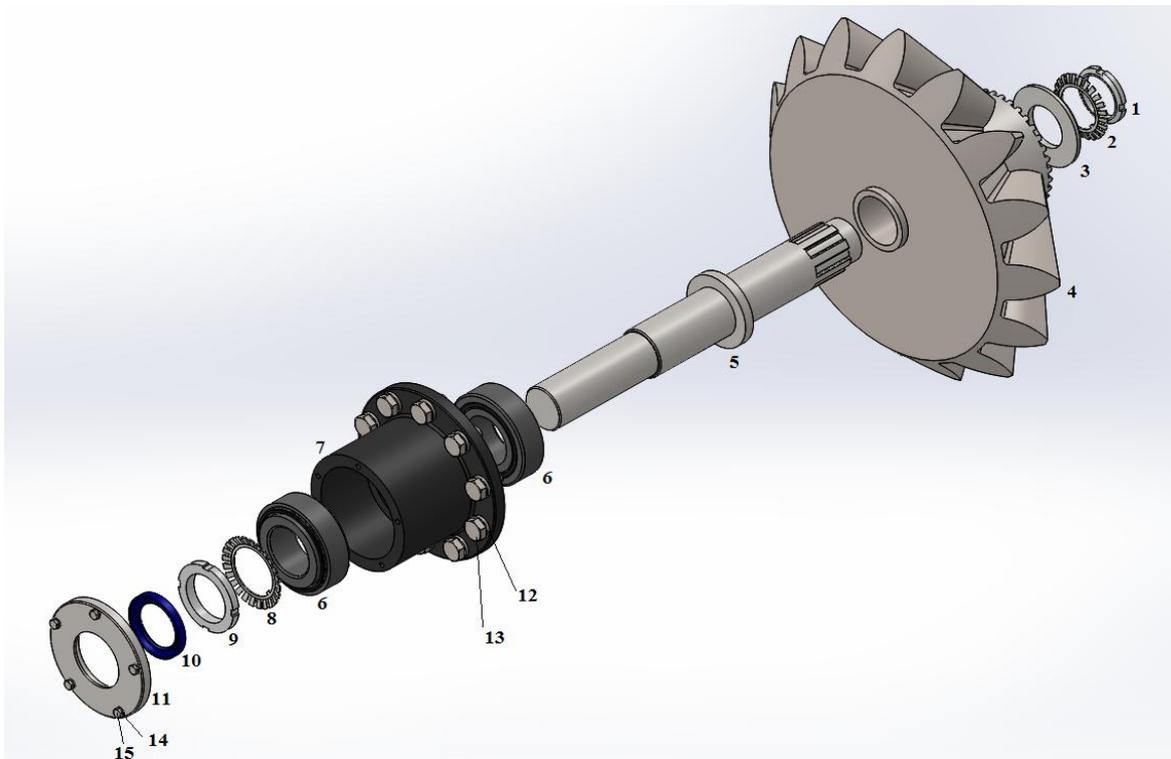


Illustrazione 8.1 ; Albero di ingresso del moto

1. ghiera M35x1,5
2. rosetta di bloccaggio 35
3. rosetta UNI 1750-36
4. ruota dentata conica Z=15
5. albero di trasmissione di ingresso
6. cuscinetto conico SKF 33108 (x2)
7. calotta sede cuscinetti
8. rosetta di bloccaggio M40
9. ghiera M40x1,5
10. anello di tenuta 40-52-6
11. coperchio
12. rosette DIN 7980-10 (x10)
13. viti a testa esagonale ISO 4017-M10-20-8.8 (x10)
14. rosette DIN 7980-4 (x5)
15. viti a testa esagonale ISO 4017-M4-12-8.8 (x5)

8.1.2 Albero di uscita del moto

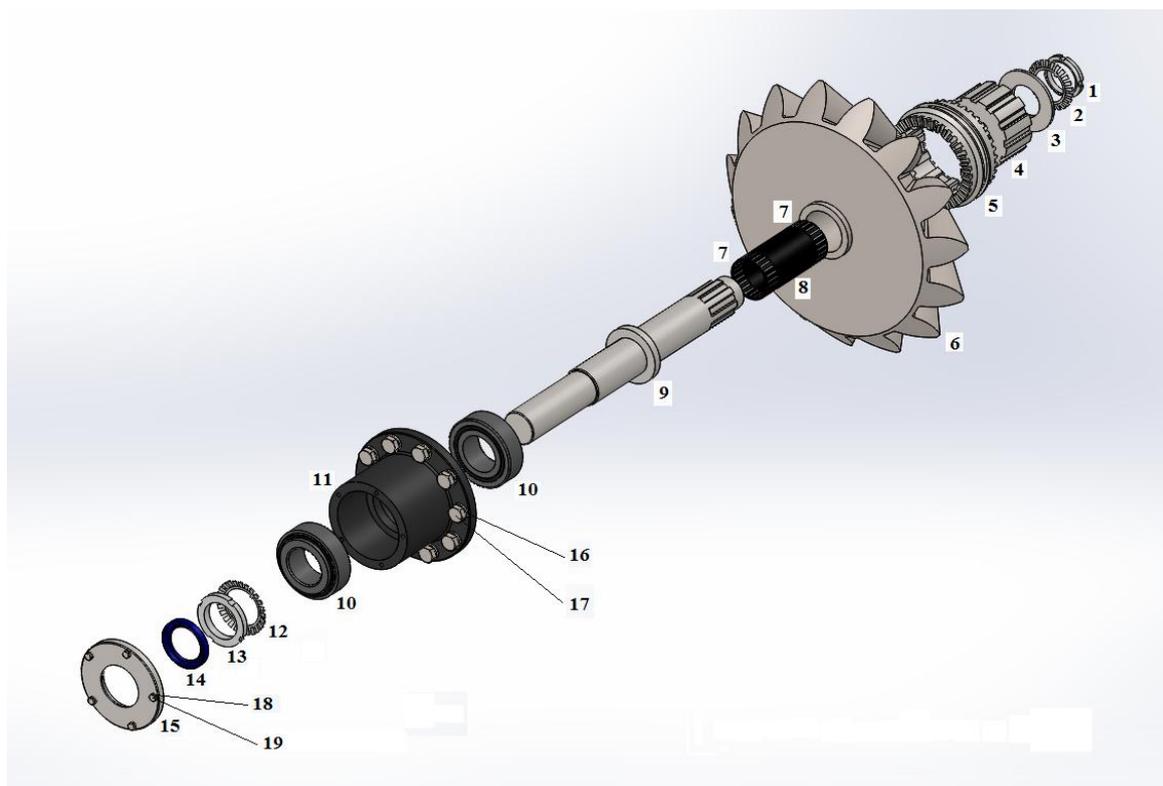


Illustrazione 8.2 ; Albero di uscita del moto

- | | | |
|-----|--|---------------------------|
| 1. | ghiera M35x1,5 | |
| 2. | rosetta di bloccaggio M35 | |
| 3. | rosetta UNI 1750-36 | |
| 4. | elemento con doppio profilo scanalato; interno 8x36x40, esterno 10x72x78 | |
| 5. | ruota dentata conica Z=15 | |
| 6. | elemento traslante con doppio innesto frontale | |
| 7. | gabbia a rullini DIN5405 40-45 | (x2) |
| 8. | elemento di separazione gabbie a rullini | |
| 9. | albero di trasmissione di uscita | |
| 10. | cuscinetto conico SKF 33 108 | (x2) |
| 11. | calotta sede cuscinetti | |
| 12. | rosetta di bloccaggio M40 | |
| 13. | ghiera M40x1,5 | |
| 14. | anello di tenuta 40-52-6 | |
| 15. | coperchio | |
| 16. | rosette | DIN 7980-10 (x10) |
| 17. | viti a testa esagonale | ISO 4017-M10-20-8.8 (x10) |
| 18. | rosette | DIN 7980-4 (x5) |
| 19. | viti a testa esagonale | ISO 4017-M4-12-8.8 (x5) |

8.1.3 Albero satellite

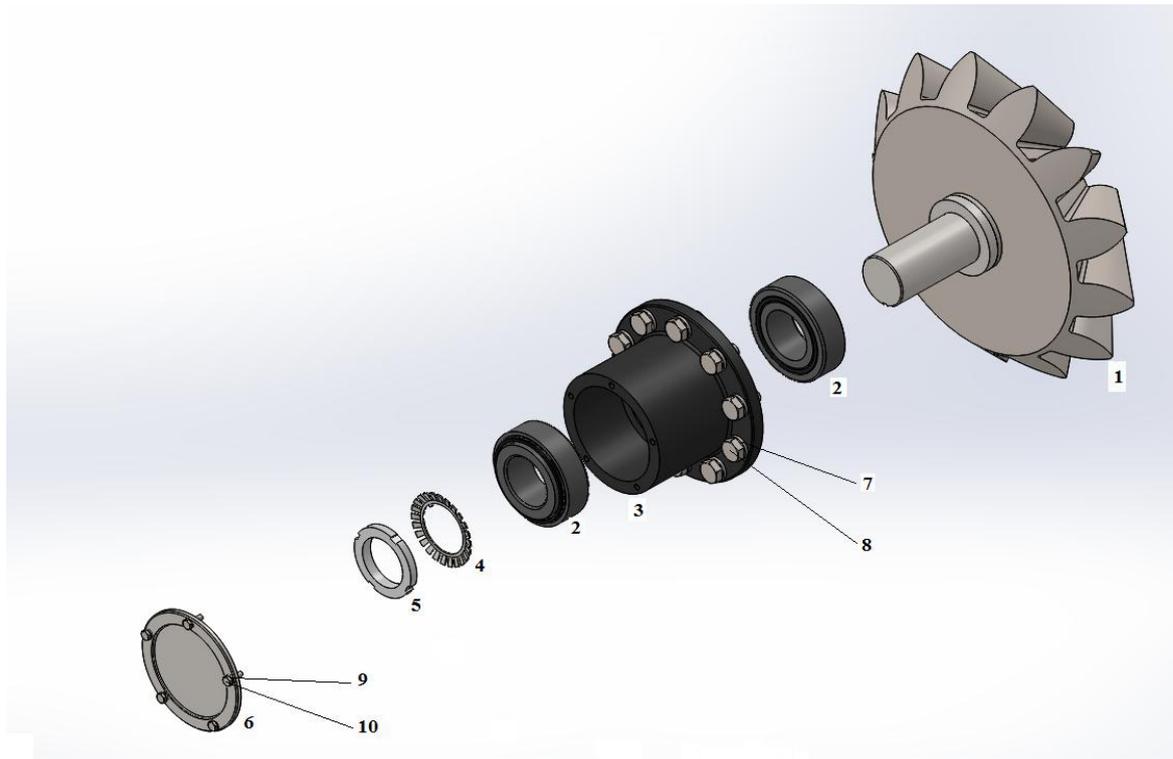


Illustrazione 8.3 ; Albero Ruota oziosa

- | | | |
|-----|------------------------------|---------------------------|
| 1. | ruota dentata conica Z=13 | |
| 2. | cuscinetto conico SKF 33 108 | (x2) |
| 3. | calotta sede cuscinetti | |
| 4. | rosetta di bloccaggio M40 | |
| 5. | ghiera M40x1,5 | |
| 6. | coperchio | |
| 7. | rosette | DIN 7980-10 (x10) |
| 8. | viti a testa esagonale | ISO 4017-M10-20-8.8 (x10) |
| 9. | rosette | DIN 7980-4 (x5) |
| 10. | viti a testa esagonale | ISO 4017-M4-12-8.8 (x5) |

8.1.4 Carter

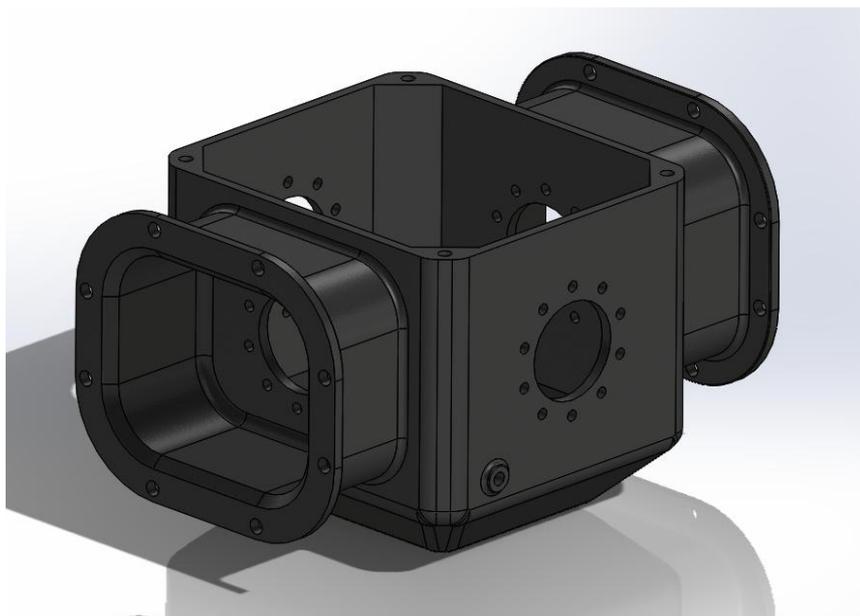


Illustrazione 8.4 ; Carter I

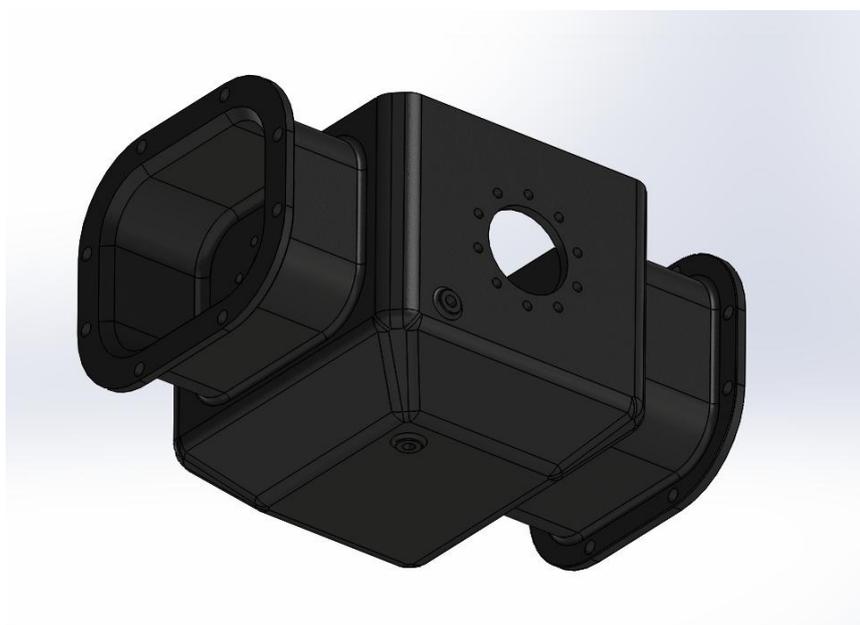


Illustrazione 8.5 ; Carter II

1. carter
2. viti a cava esagonale UNI-EN 5923 M12x10 14H (x2)

8.1.5 Coperchio carter

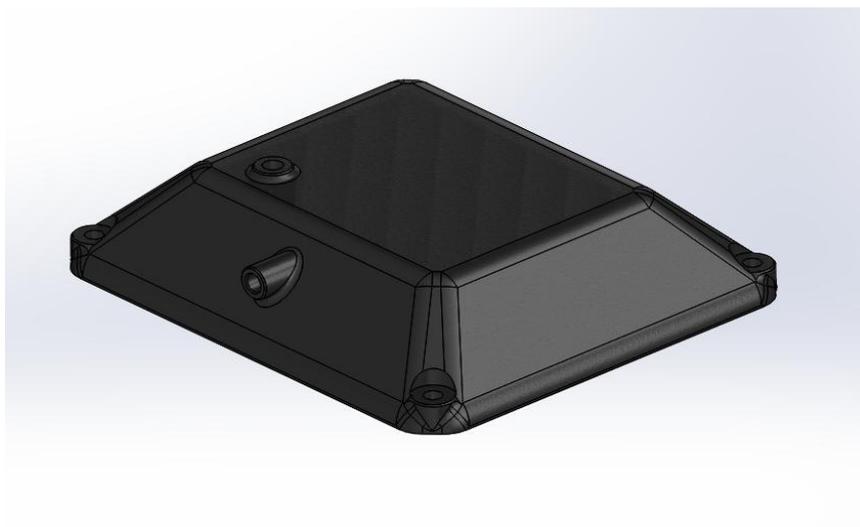


Illustrazione 8.6 ; Coperchio I

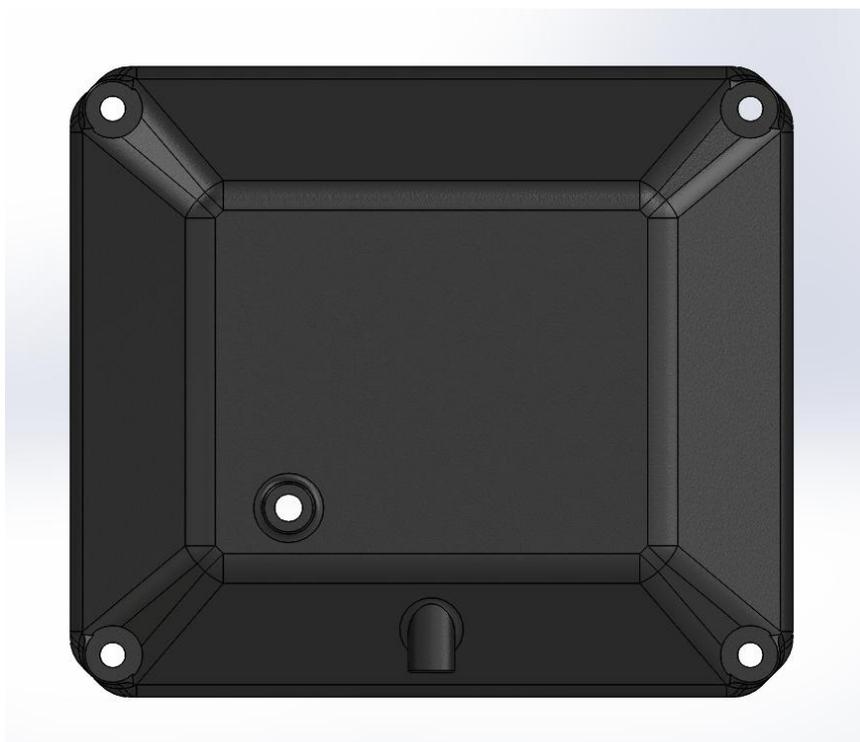


Illustrazione 8.7 ; Coperchio II

1. coperchio
2. rosette DIN 7980-12 (x4)
3. viti a testa esagonale ISO 4762-M12x25-8.8 (x4)
4. tappodell'olio

8.1.6 Selettore



Illustrazione 8.8 ; Selettore

Nell'illustrazione 8.9 vediamo come il selettore aziona l'innesto frontale mobile

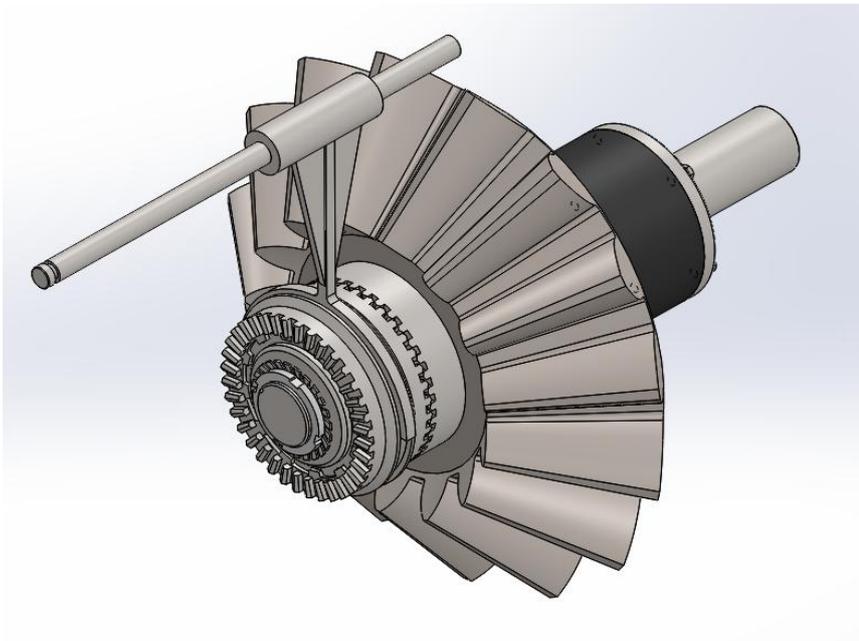


Illustrazione 8.9 ; Selettore-Albero

8.2 Complessivo dell'inversore

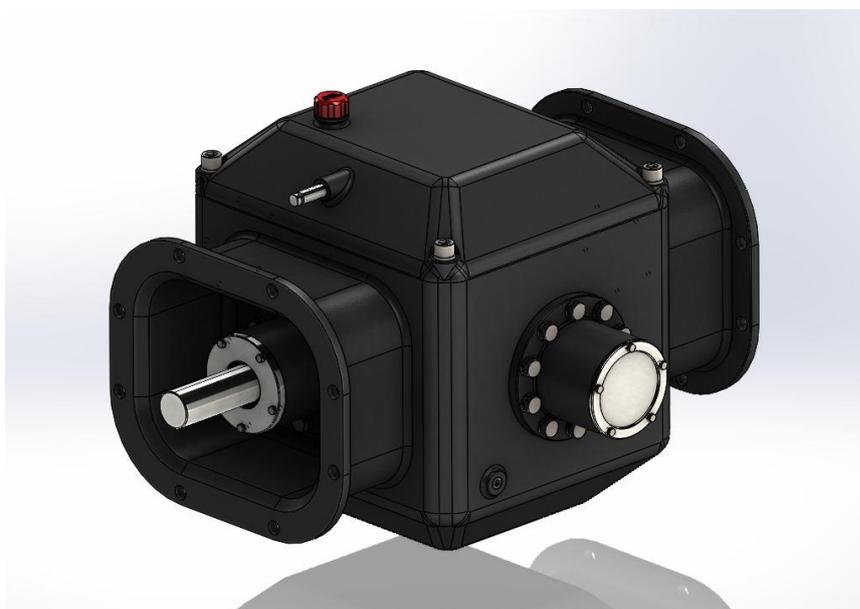


Illustrazione 8.10 ; Complessivo dell'inversore I

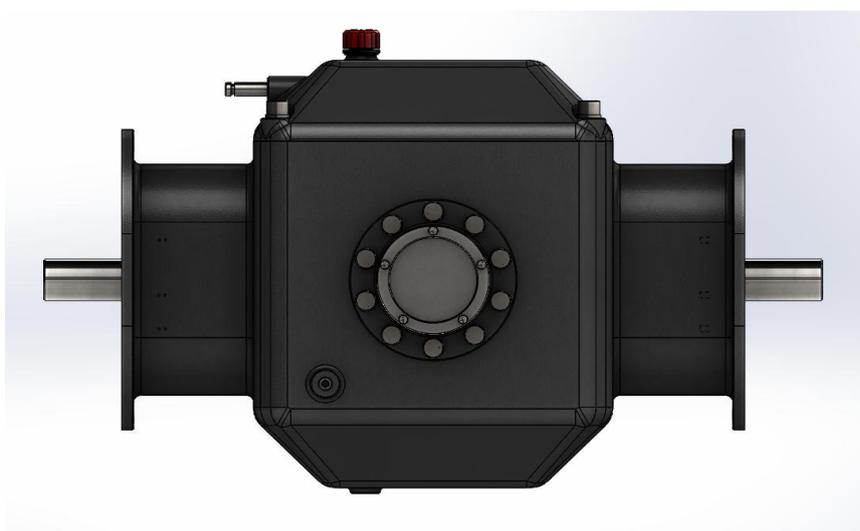


Illustrazione 8.11 ; Complessivo dell'inversore II

Capitolo 9

Conclusioni

CONCLUSIONI

Lo scopo del lavoro svolto è stato quello di ottenere un inversore di moto, allo scopo di ottenere la retromarcia nel cambio continuo precedentemente sviluppato. I principali obiettivi preposti in questo lavoro sono stati:

- realizzare un meccanismo semplice e compatto il cui cinematismo possa essere utilizzato in tutti i tipi di macchina;
- rendere il risultato finale capace di facile interfaccia con gli elementi già progettati, in precedenza, nella macchina in questione;
- realizzare un meccanismo semplice compatto e robusto adatto a condizioni di lavoro avverse;
- dimensionare i vari componenti secondo le normative UNI
- adottare, quando necessario, solamente componenti standard commerciali, preferibilmente prodotti da produttori nazionali;

Dal risultato ottenuto caratterizzato da: minimo numero di componenti, semplicità costruttiva, robustezza, semplicità di assemblaggio, compatto, composto principalmente da componenti commerciali e facilmente interfacciabile con qualsiasi dispositivo. Si può affermare che l'inversore ottenuto adempie pienamente agli obiettivi preposti.

Come prospettive future di sviluppo del dispositivo si deve prendere seriamente in considerazione la possibilità di sostituire gli innesti a denti frontali con frizioni multidisco per ottenere una maggiore rapidità e affidabilità nell'inversione della marcia.

BIBLIOGRAFIA

- *VINCENZO DAL RE*
Dispense del corso di comportamento meccanico dei materiali
- *DARIO CROCCOLO, NICOLO' VINCENZI*
lezioni di fondamenti e tecnica della progettazione meccanica - I edizione - Pitagora 2009
- *LUIGI BALDASSINI*
Vademecum per disegnatori e tecnici - 19ª Edizione – Hoepli
- *GIACOMO BERTOZZI*
Progettazione e ottimizzazione di un cambio automatico a variazione continua del rapporto di trasmissione
- *CARLOALBERTO TASSALINI*
Sperimentazione e diagnostica del danneggiamento per pitting di ingranaggi cilindrici
- *PASQUALE MIRAGLIONE*
Corso di meccanica Volume 2 - Zanichelli - I Edizione - 2003
- *PASQUALE MIRAGLIONE*
Corso di meccanica Volume 3 - Zanichelli - I Edizione - 2003
- *UNI 6586*
Ruote dentate cilindriche e coniche - Serie dei moduli, 31 dicembre 1969
- *UNI EN 10083 - Parte 1*
Acciai da bonifica - Condizioni tecniche generali di fornitura, 28 novembre 2006
- *UNI EN 10083 - Parte 2*
Acciai da bonifica - Condizioni tecniche generali di fornitura, 28 novembre 2006
- *UNI EN 10083 - Parte 3*
Acciai da bonifica - Condizioni tecniche generali di fornitura, 28 novembre 2006
- *UNI EN 10084*
Acciai da cementazione - Condizioni tecniche di fornitura, 23 ottobre 2008
- *UNI 8953*
Scanalati cilindrici con fianchi paralleli, a centraggio interno - Dimensioni, tolleranze e verifica, 30 novembre 1986