

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
Sede di Forlì

Corso di laurea in
INGEGNERIA MECCANICA
Classe L-9

ELABORATO FINALE DI LAUREA
In Sistemi energetici

**Determinazione semplificata delle curve caratteristiche di un
compressore centrifugo**

CANDIDATO
Francesco Babino

RELATORE
Prof. Ing. Davide Moro

Anno accademico 2014-2015
Sessione II

Indice

	Pagina
Introduzione	5
Capitolo 1 – I gruppi turbogas	6
1.1 Principio di funzionamento.....	6
1.2 Il ciclo ideale.....	9
1.3 Il ciclo reale.....	11
1.4 Compressore.....	14
1.5 Camera di combustione.....	21
1.6 Turbina.....	22
Capitolo 2 – Definizione del ciclo	26
Capitolo 3 – Dimensionamento del compressore	32
3.1 Impostazione dei parametri.....	32
3.2 Sezione in ingresso.....	35
3.3 Sezione in uscita.....	38
Capitolo 4 – Andamento delle portate nominali	45
Capitolo 5 – Tracciamento della mappa del compressore	54
Capitolo 6 – Mappa del compressore	64
Capitolo 7 – Dimensionamento della turbina	69
Conclusioni e ringraziamenti	75
Bibliografia	77

Introduzione

Scopo di questa tesi è lo sviluppo di un codice nell'ambiente per il calcolo numerico Matlab atto a simulare il comportamento di un compressore centrifugo. Con l'utilizzo di alcune semplificazioni che verranno approfondite in seguito si cercherà di tracciare la sua mappa di tale compressore in intervalli di portata e salti di pressione il più possibile distanti dal funzionamento con condizioni di progetto.

Sono state considerate le condizioni di blocco sonico sia nella sezione di ingresso che in quella di uscita, ossia il caso in cui si raggiunge una certa pressione limite a cui corrisponde una portata massica critica che non può essere superata.

Il dimensionamento e lo studio del comportamento di questo compressore viene fatto anche allo scopo di poterlo utilizzare poi all'interno di un gruppo turbogas per la produzione di energia elettrica. Per questo motivo nella parte finale del lavoro è stata dimensionata anche una turbina ad azione in maniera tale da avere due componenti principali pronti per essere messi all'interno di una simulazione dell'intero gruppo.

Come detto si farà uso dell'ambiente Matlab. Esso sarà molto utile per la possibilità di visualizzare a schermo l'andamento di diversi parametri in maniera tale da scegliere le variabili migliori per la propria condizione di progetto.

Capitolo 1 - I gruppi turbogas

1.1 Principio di funzionamento

I gruppi turbogas, detti anche turbine a gas, sono motori a combustione interna il cui scopo è la trasformazione dell'energia chimica del combustibile in energia meccanica disponibile sull'albero. Questa energia può essere utilizzata in vari modi, tra cui la produzione di energia elettrica mediante un generatore, la generazione di aria compressa o per la propulsione di diversi mezzi di spostamento come treni, aerei e navi. Per questo lavoro è stato scelto il primo uso, ossia la produzione di energia elettrica.

Negli ultimi anni per la produzione di energia elettrica ha preso sempre più piede l'utilizzo di questi sistemi rispetto ai sistemi di generazione a vapore per diversi fattori. I più importanti tra questi sono l'incremento che si ha avuto negli ultimi anni sul rendimento totale (fino anche al 47%) e la buona modulabilità del funzionamento che presentano questi gruppi (sempre rapportandoli ai generatori di vapore). Questi sistemi ad aria inoltre hanno tempi di avvio molto minori a quelli a vapore (che sono dell'ordine di una giornata) e quindi riescono a soddisfare meglio la richiesta di energia che può variare molto nel giro di pochi minuti. Altro grande vantaggio delle turbine a gas sono i loro ingombri assiali limitati.

Oltre ad essere utilizzati da soli questi gruppi negli ultimi anni vengono progettati insieme ai generatori di vapore, in modo da creare i cosiddetti cicli combinati. Questi sistemi sono stati pensati per aumentare ulteriormente i rendimenti globali e riuscire ad arrivare a valori attorno al 60%. Si riesce a fare questo utilizzando l'aria in uscita dal gruppo turbogas per vaporizzare e surriscaldare l'acqua presente in un impianto a vapore e quindi producendo ulteriore energia elettrica in un'altra turbina.

Le turbine a gas possono essere infine usate, seppur in misura minore, in impianti cogenerativi (ossia per la produzione contemporanea di energia elettrica e termica). In tal modo migliora ulteriormente l'efficienza complessiva essendo minore lo scarto di energia termica.

Nella figura 1 visualizzata sotto è possibile vedere lo schema di un gruppo turbogas a ciclo aperto più semplice, cioè composto da:

- compressore C
- camera di combustione CC
- turbina T
- utilizzatore U

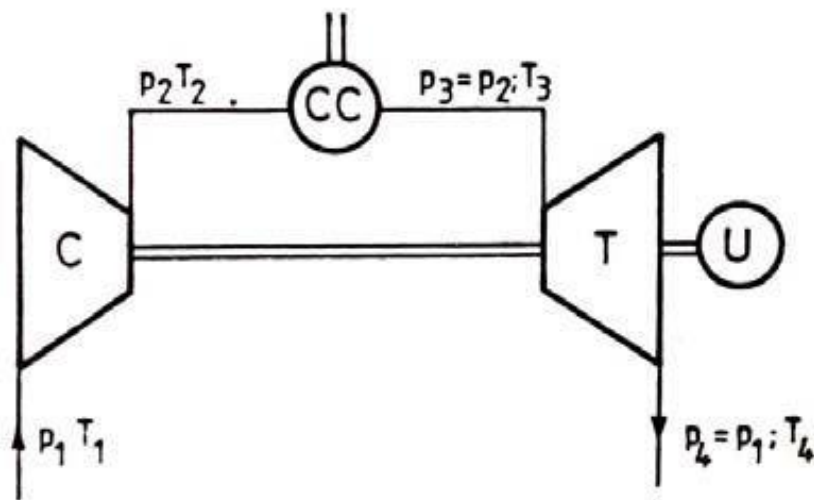


Figura 1 – Schema di un gruppo turbogas a ciclo aperto

Il compressore e la turbina sono calettati dallo stesso albero. L'albero è collegato inoltre con l'utilizzatore che nel nostro caso, avendo deciso di voler generare energia elettrica, sarà un alternatore.

Nel compressore l'aria prelevata a temperatura ambiente viene compressa aumentando pressione e temperatura del fluido. Il fluido successivamente entra nella camera di combustione dove viene iniettato da una pompa il combustibile (generalmente cherosene o metano).

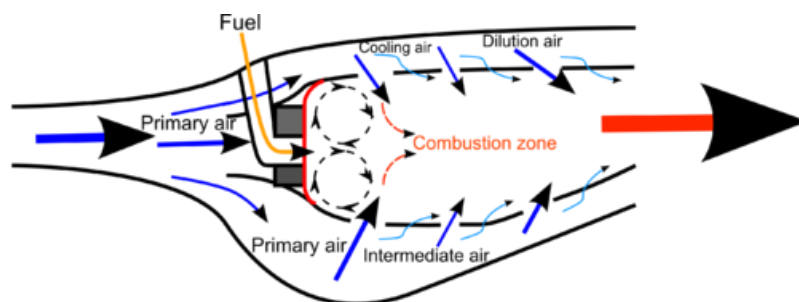


Figura 2 – Schema della camera di combustione

Tuttavia, se all'interno della camera avvenisse una combustione a titolo stechiometrico, la temperatura di fiamma si innalzerebbe fino a livelli insopportabili per i materiali presenti poi nella turbina (fino anche a 3000°C). Per questo solo una parte (circa un terzo) del fluido compresso partecipa alla combustione; la rimanente è usata unicamente per far abbassare le temperature diluendosi col fluido primario e quindi raffreddandolo.

Dopo aver aumentato la propria temperatura e il proprio volume specifico in camera di combustione, il fluido si dirige verso la turbina dove espandendosi muove le pale della girante e genera lavoro meccanico sull'albero. Una parte di questo lavoro viene utilizzato dal compressore, un'altra parte invece è il lavoro utile, che nel nostro caso è utilizzato dal generatore.

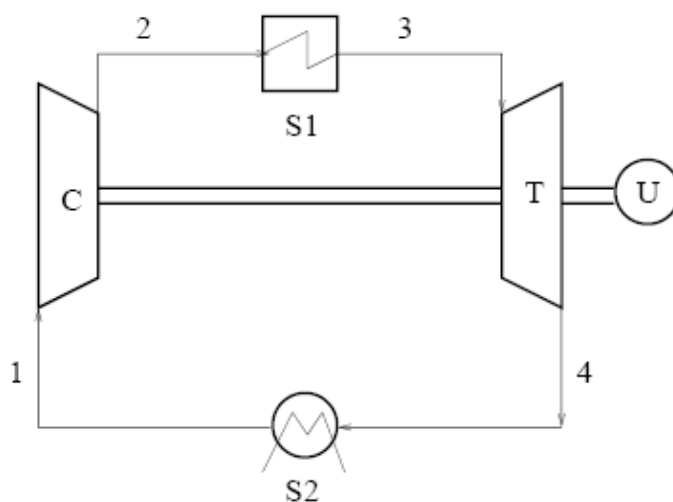


Figura 3 - Schema di un gruppo turbogas a ciclo chiuso

Si può fare infine un accenno al fatto che esistano anche gruppi turbogas a ciclo chiuso (fig. 3) caratterizzati da due scambiatori: uno al posto della camera di combustione, l'altro utilizzato per cedere la potenza termica alla sorgente fredda per chiudere il ciclo. Questi motori presentano diversi vantaggi, anche in termini di rendimento (molto importante quando si pensa alla produzione di energia elettrica). Tuttavia sono poco diffusi ed essendo lo scopo di questa tesi la creazione di un codice base il più generale possibile, lo sviluppo per questi particolari sistemi è rimandato a eventuali sviluppi futuri.

1.2 Il ciclo ideale

Termodinamicamente il funzionamento ideale della turbine a gas è descritto dal ciclo di Brayton (figura 4), solitamente visualizzato nel piano che ha come asse delle ascisse l'entropia s e quello delle ordinate la temperatura T .

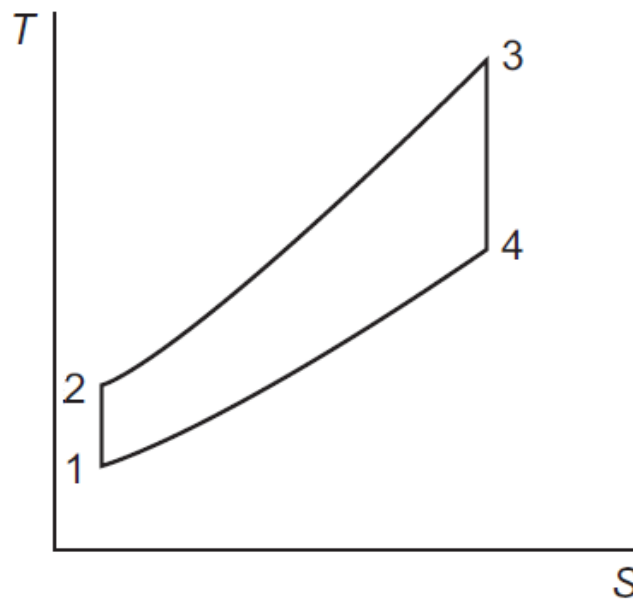


Figura 4 - Ciclo ideale di Brayton sul piano T-s

Il ciclo si può pensare semplicemente composto da quattro fasi:

- compressione isoentropica
- riscaldamento isobaro
- espansione isoentropica
- raffreddamento isobaro

È un ciclo chiuso, quindi la portata in massa circolante non varia nel tempo. Le macchine (sia il compressore che la turbina) sono ideali e di conseguenza avranno rendimento unitario. Il fluido al suo interno è un gas perfetto che non modifica le sue proprietà nel tempo, perciò avrà calori specifici costanti. Lungo i condotti o in aspirazione nei componenti non si considerano cadute di pressioni essendo le perdite concentrate e/o distribuite supposte nulle. Non si hanno inoltre variazioni di energia cinetica tra l'ingresso e l'uscita dai vari elementi.

Per ricavare la formula del rendimento è necessaria una semplice sequenza di passaggi. Si parte dal lavoro utile L_u , che è la differenza tra il lavoro di turbina

L_{turb} e quello del compressore L_{compr} . Il primo principio della termodinamica, non essendoci variazione di energia interna, può essere scritto così:

$$L_{turb} - L_{compr} = Q_1 - Q_2$$

Con Q_1 l'energia termica fornita al sistema durante il riscaldamento isobaro e Q_2 l'energia termica ceduta alla sorgente fredda durante il raffreddamento.

Il rendimento ideale η_{id} per definizione è il rapporto:

$$\eta_{id} = \frac{L}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

I calori forniti e sottratti si possono calcolare come differenze di entalpie tra ingresso e uscita dai componenti:

$$Q_1 = c_p \cdot (T_3 - T_2) \quad , \quad Q_2 = c_p \cdot (T_4 - T_1)$$

Sostituendo nella formula del rendimento e raccogliendo:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \cdot \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2 \cdot \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}$$

Le trasformazioni con scambio di energia termica sono isobare, quindi i termini tra parentesi si possono semplificare. Usando le formule di Poisson per le trasformazioni adiabatiche si può riscrivere il rapporto delle temperature così:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Con:

c_p : calore specifico a pressione costante

c_v : calore specifico a volume costante

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

Il rapporto di compressione solitamente viene definito con il coefficiente $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, quindi il rendimento ideale si può infine riscrivere come:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}$$

Il rendimento ideale dipende quindi solo dal rapporto di compressione e dalla natura del gas.

La figura 5 mostra che, a temperature di ingresso in turbina T_3 sufficientemente elevate (oltre i 1100°C), il rendimento tende a crescere all'aumentare del rapporto di compressione, senza mai avere un massimo. Nel caso reale, si vedrà poi, che non è assolutamente così.

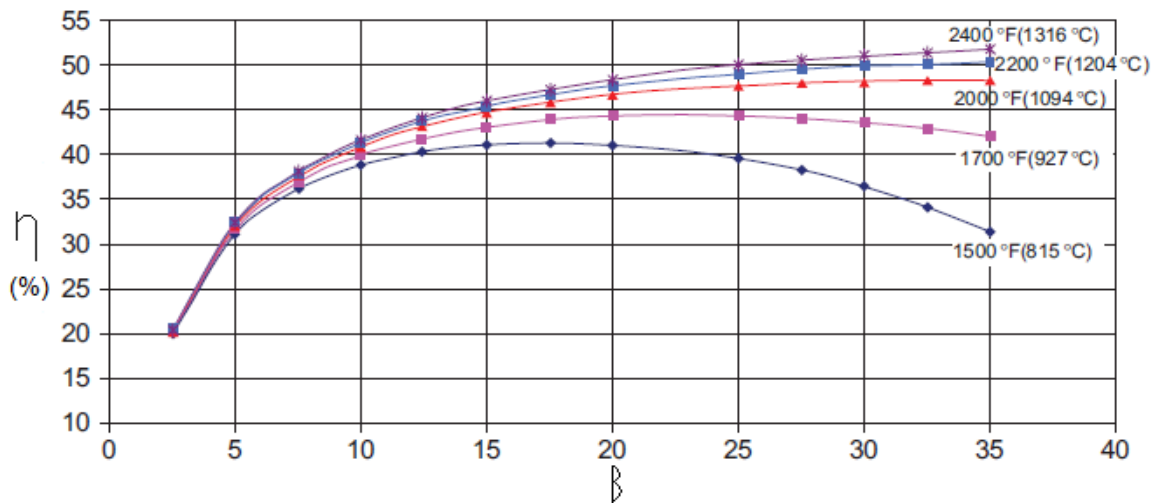


Figura 5 - Andamento di η_{id} in funzione di β con diverse T_3

1.3 Il ciclo reale

Per il caso reale verranno tolte o modificate alcune ipotesi precedentemente fatte per il caso ideale.

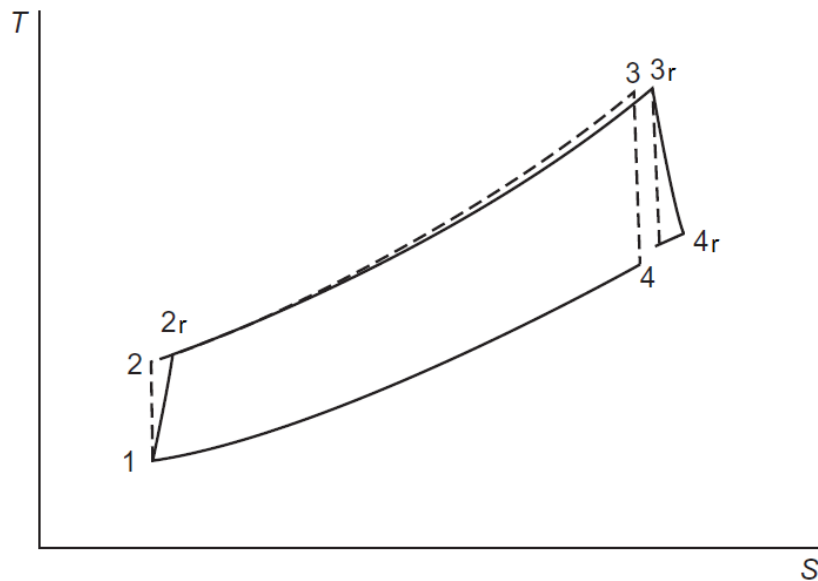


Figura 6 - Ciclo ideale e reale sul piano T-s

In figura 6 si può vedere un confronto tra il ciclo reale disegnato in linea continua e quello ideale disegnato in linea tratteggiata.

Per la fase di compressione si introdurranno ulteriori elementi influenzanti in ingresso e in uscita che penalizzano il comportamento del compressore (perdite concentrate e distribuite). Su questi fattori se ne parlerà in seguito quando si andrà a studiare nello specifico il dimensionamento del compressore.

In fase di compressione ed espansione non vi saranno più trasformazioni isoentropiche ma saranno presenti delle perdite dovute anche ad attriti che dissiperanno calore e aumenteranno la temperatura in uscita e l'entropia. Di conseguenza il lavoro che sarà necessario dare al compressore per raggiungere una determinata pressione sarà maggiore di quello ideale. Nella turbina invece il lavoro prodotto sarà inferiore a quello teoricamente realizzabile.

Come è possibile visualizzare in figura 6, potrebbero essere introdotti ulteriori fattori che farebbero somigliare di più il ciclo a quello reale. Uno di questi sarebbe il fatto che il riscaldamento non avviene lungo una trasformazione isobara, ma lungo una trasformazione in cui si tiene conto della perdita di pressione nel combustore. Per il momento questi fattori sono stati considerati trascurabili potranno essere aggiunti in possibili sviluppi futuri. Altro fattore (che invece ci sarà) è la perdita di pressione allo scarico della turbina (è per questo che il punto 4r è stato disegnato su una isobara a pressione maggiore a quella ambientale) e per questo il lavoro di turbina sarà necessariamente minore.

Nella figura 7 qui sotto è mostrata la differenza che intercorre tra i casi ideali e reali di rendimenti e lavori.

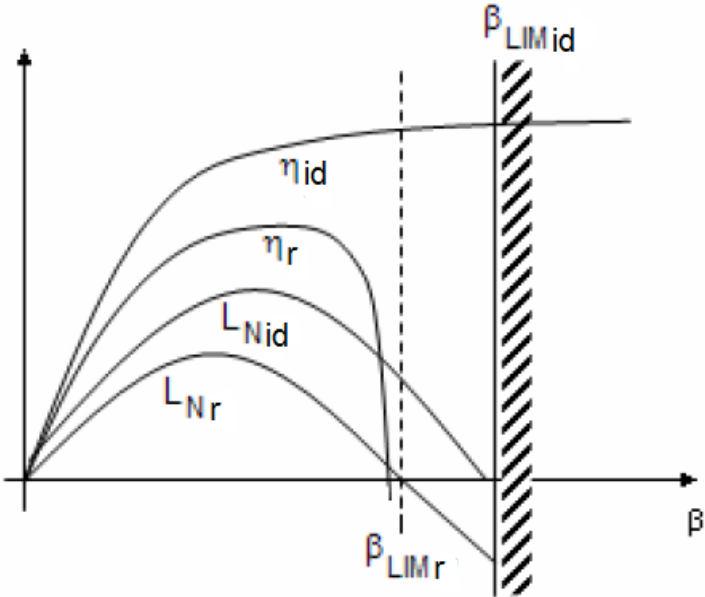


Figura 7 - Andamento dei rendimenti e dei lavori netti in funzione di β

Si può notare in figura 7 che il rendimento reale a differenza di quello ideale possiede un massimo, ad un valore del rapporto di compressione maggiore rispetto a quello di massimo lavoro reale. Per questo motivo è possibile, quando si dimensiona il gruppo, scegliere un rapporto di compressione entro un delimitato intervallo, denominato zona utile. Questa zona si trova tra il rapporto di compressione con rendimento massimo e quello con lavoro massimo.

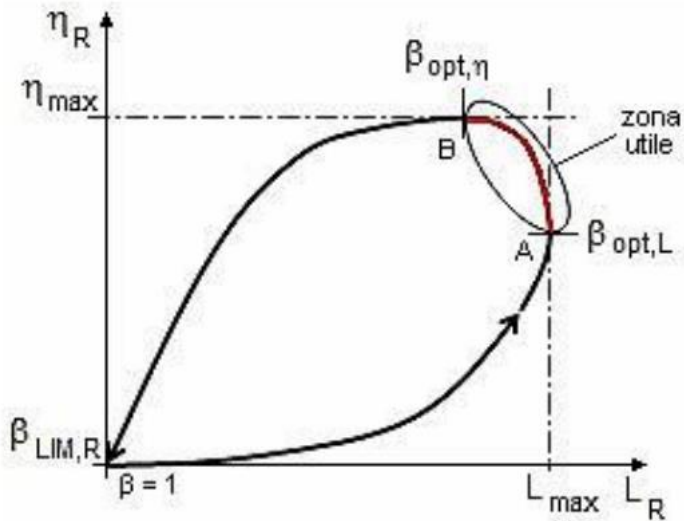


Figura 8 - Diagramma a lobi

A seconda dell'uso che dovrà soddisfare il gruppo turbogas si sceglierà un certo rapporto di compressione. Verrà preso dal diagramma a lobi, di cui un esempio è visualizzato in figura 8. Si prenderà il rapporto con lavoro massimo quando si avrà a che fare con la propulsione aeronautica. Altrimenti, come nel caso di questo lavoro, se è più importante avere un'alta efficienza si sceglierà un rapporto di compressione vicino a quello di rendimento massimo.

1.4 Compressore

È il primo componente che incontra il flusso d'aria in ingresso. Viene messo in rotazione grazie al lavoro generato dalla turbina. Solitamente è multistadio ed assiale in maniera tale da aumentare il rendimento e il lavoro prodotto. Volendo partire da un caso più semplice è stato scelto un compressore centrifugo a singolo stadio.

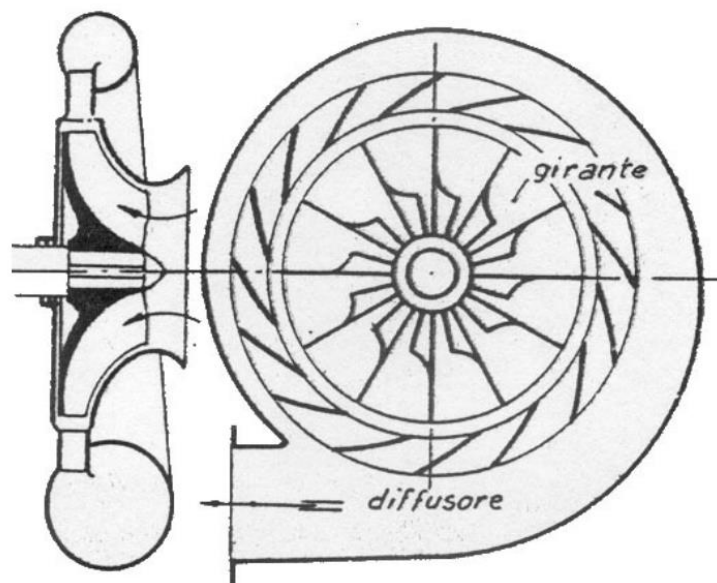


Figura 9 – Schema di un compressore centrifugo

L'aria che entra dal centro viene aspirata ed accelerata dalla girante che è in rotazione. L'aumento di pressione si ha sia sulla girante che sul diffusore in cui arriva il fluido una volta uscito dalla girante (solitamente l'aumento di pressione si distribuisce al 50% per ognuno dei componenti).

Questo tipo di compressore ha tra i vantaggi un basso costo, ridotti ingombri assiali ed un elevato rapporto di compressione per un singolo stadio. Gli svantaggi derivano principalmente dal range di portate che può elaborare: vi è infatti un limite inferiore della velocità di rotazione al di sotto del quale la macchina smette di funzionare in maniera adeguata. Oltre a questo il compressore ha un limite superiore di pompaggio oltre al quale si ha il fenomeno detto *choking*, dovuto al raggiungimento da parte del fluido della velocità del suono. Il flusso in questo caso non si distribuisce in maniera uniforme lungo tutti i canali della girante. Questa disuniformità della pressione genera dei disequilibri nella girante che vanno a creare delle vibrazioni che non sono sopportabili dal materiale del rotore.

La portata in massa \dot{m} solitamente aumenta con l'aumentare del rapporto tra le pressioni in uscita p e di ingresso p_0 in ugello convergente. Aumenta fino a quando il rapporto non raggiunge il valore critico di blocco sonico, che vale:

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)_{critico} = 0.528$$

A quel punto la portata si blocca, smette di crescere e rimane costante (andamento visualizzabile in figura 10).

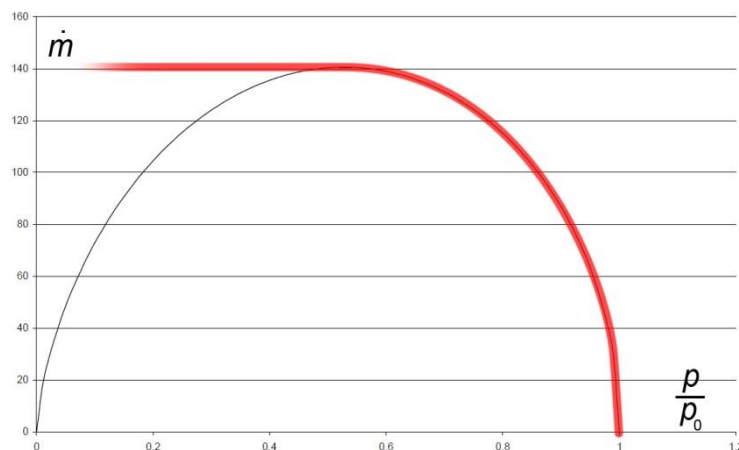


Figura 10 – Andamento della portata in massa in funzione del rapporto tra le pressioni

Questo blocco della portata potrà avvenire nelle sezioni di ingresso e uscita dal compressore.

In questi due punti infatti vi è un calo di pressione dovuto alla velocità assoluta in ingresso e uscita della girante rispetto al valore della pressione statica p_1 e p_2 . Nella sezione d'ingresso della girante vi è l'accelerazione del flusso che crea una

depressione che se fortemente accentuata potrebbe portare al blocco sonico (solitamente ci si trova molto distanti da questa condizione, avendo un rapporto di pressioni non molto distante dall'essere unitario). All'uscita della girante avviene il fenomeno opposto con decelerazione del flusso per convertire l'energia cinetica assoluta in pressione. Entrambi questi due casi saranno implementati nella parte dedicata al dimensionamento del compressore.

Le pale della girante nei compressori centrifughi possono avere diverse configurazioni a seconda dell'uso che si vuole fare:

- in avanti: elaborano maggiori portate rispetto alle altre due soluzioni, sono utili per soluzioni compatte;
- radiali: si possono usare per evitare sollecitazioni centrifughe eccessive. Sono auto-pulenti;
- all'indietro: hanno una minore velocità assoluta in uscita ma anche un minor salto di pressione

Le varie configurazioni vengono definite dall'angolo di uscita β_2 tra la velocità relativa rispetto alla velocità periferica.

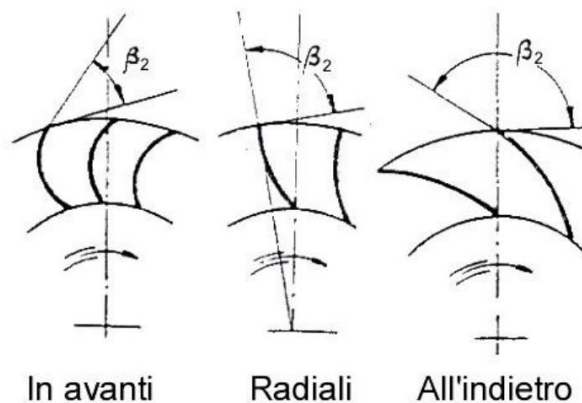


Figura 11 – Configurazioni delle pale in un compressore centrifugo

La figura 11 mostra l'effetto che ha sulla configurazione delle pale l'angolo β_2 . Per il compressore centrifugo si useranno le stesse relazioni valide per le pompe centrifughe, quindi è possibile ricavarsi allo stesso modo una formula per la prevalenza teorica. Partendo dal principio di conservazione dell'energia si può arrivare a definire il lavoro operatore l_{op} necessario per far muovere la macchina come:

$$l_{op} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

Con:

- w_1 : velocità relativa in ingresso
- w_2 : velocità relativa in uscita
- c_1 : velocità assoluta in ingresso
- c_2 : velocità assoluta in uscita
- u_1 : velocità di trascinamento in ingresso
- u_2 : velocità di trascinamento in uscita

Usare i triangoli di velocità per pompe e compressori è indispensabile per ottimizzare la macchina in modo da ridurre le perdite e far crescere il lavoro prodotto.

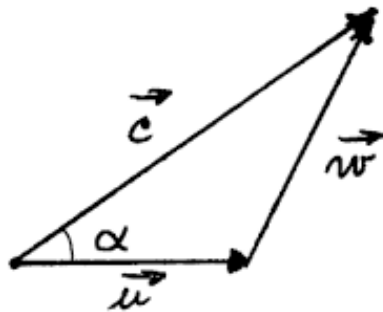


Figura 12 - Triangolo di velocità

Un triangolo delle velocità è composto dal vettore della velocità assoluta \vec{c} del flusso, che è la somma vettoriale della velocità di trascinamento \vec{u} della girante con la velocità relativa \vec{w} .

Utilizzando il teorema di Carnot per i triangoli il lavoro operativo diventa:

$$l_{op} = u_2 \cdot c_2 \cdot \cos(\alpha_2) - u_1 \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha_1)$$

Tuttavia il secondo termine con le velocità in ingresso si può eliminare per il fatto che consideriamo che il fluido imbocchi correttamente la pala avendo solo la componente radiale della velocità, ossia che l'angolo di ingresso sia:

$$\alpha_1 = 90^\circ$$

Il lavoro operativo l_{op} coincide con la prevalenza teorica gH_t che si vuole dare al fluido. Grazie a semplici passaggi con trasformazioni trigonometriche possiamo scrivere che:

$$gH_t = u_2 \cdot (u_2 + w_2 \cdot \cos(\beta_2))$$

Oppure:

$$gH_t = u_2 \cdot \left(u_2 + \frac{Q_{out}}{A_{out} \cdot \varphi_c \cdot \tan(\beta_2)} \right)$$

Con:

- A_{out} : sezione di uscita del compressore
- φ_c : coefficiente di ingombro delle pale in uscita
- Q_{out} : portata volumetrica in uscita

Graficando questa ultima formula possiamo notare l'influenza che ha la configurazione delle pale (e quindi il valore dell'angolo β_2) sull'andamento della prevalenza teorica:

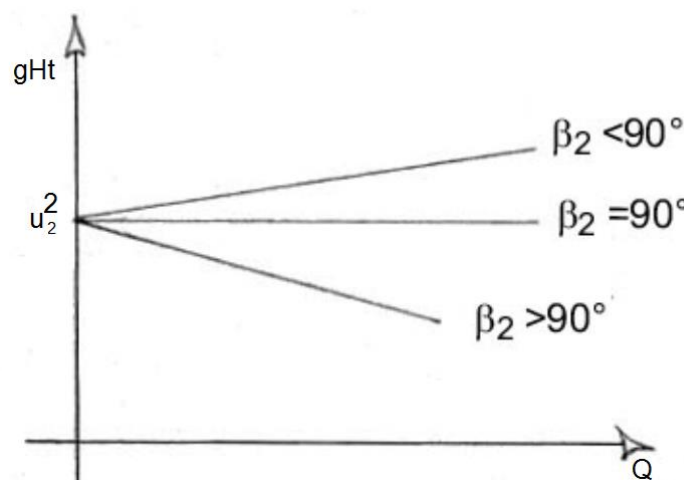


Figura 13 - Andamento della prevalenza teorica in funzione della portata volumetrica in uscita

Nella prevalenza teorica però non sono state considerate le perdite fluidodinamiche che si hanno nella macchina. Le perdite si possono dividere in:

- distribuite
- concentrate

Mentre le prime sono dovute principalmente agli attriti, le seconde derivano dalla cattiva incidenza che ha il flusso sulle pale in ingresso,

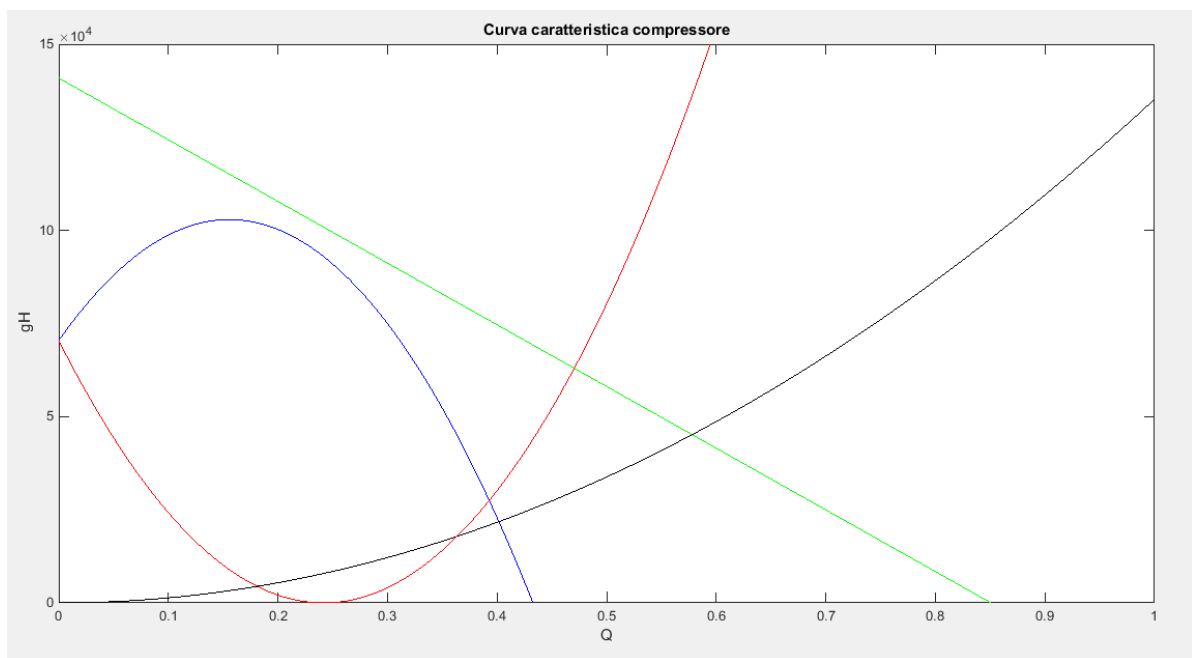


Figura 14 - Diagramma delle prevalenze e delle perdite in funzione di Q

Nella figura 14 si può veder rappresentato un esempio di grafico che mostra l'andamento delle perdite e delle prevalenze in funzione della portata volumetrica in uscita Q nella configurazione con pale all'indietro. In particolare la prevalenza teorica è la retta disegnata in verde, quella reale è in blu mentre la curva nera rappresenta l'andamento delle perdite distribuite; quella rossa infine è la curva delle perdite concentrate.

Le perdite distribuite sono state supposte avere andamento parabolico: crescono quindi con il quadrato della portata volumetrica. Le perdite concentrate partono da metà del valore della prevalenza teorica $\left(\frac{u_2^2}{2}\right)$, diminuiscono fino a che si annullano alla portata in cui viene progettata la macchina, infine tornano a

crescere. Nella condizione di progetto le perdite concentrate vengono considerate nulle per il fatto che la velocità relativa imbocca correttamente il canale palare, cioè in direzione parallela al bordo d'attacco del palettamento.

Solitamente nella scelta tra quale sia il migliore compressore che fa al caso proprio all'interno di un catalogo può essere molto utile poter visualizzare la mappa del compressore.

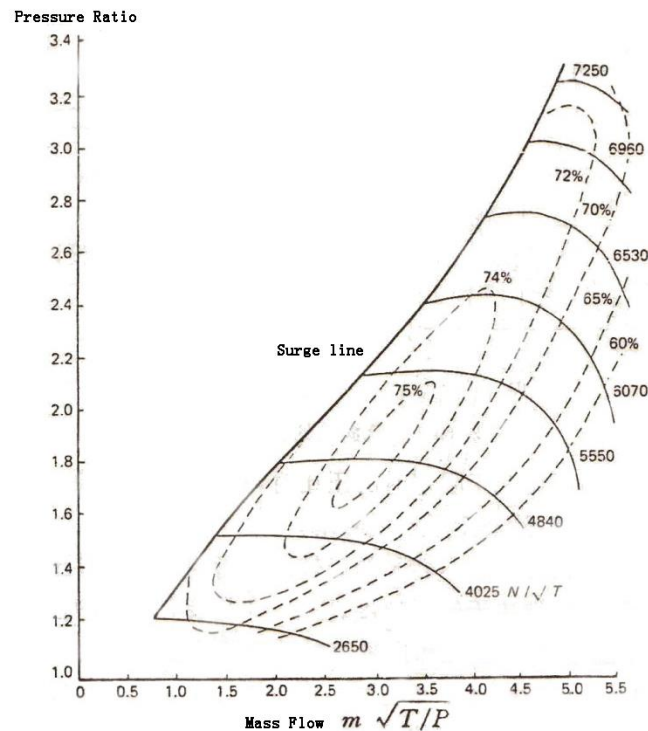


Figura 15 – Esempio di mappa del compressore

Nel grafico a figura 15 sulle ascisse si ha la portata in massa, solitamente corretta con valori di temperatura e pressione standard; sulle ordinate invece si avrà il rapporto delle pressioni tra la mandata e l'ingresso. Mentre le linee continue tendenzialmente orizzontali rappresentano funzionamenti a velocità di rotazione costante, le linee tratteggiate rappresentano le condizioni di funzionamento con rendimento uguale. La surge line rappresenta il limite minimo al di sotto del quale la portata non può scendere in modo da non incorrere in fenomeni con errato funzionamento. A destra le linee invece si bloccano perché si aggiunge la condizione di blocco sonico (*choking*) descritta in precedenza.

1.5 Camera di combustione

Essendo compresa in un gruppo turbogas è anche detta combustore. All'interno di questo componente vi è l'innalzamento della temperatura del fluido circolante attraverso le reazioni tra il combustibile e l'ossigeno presente nell'aria.

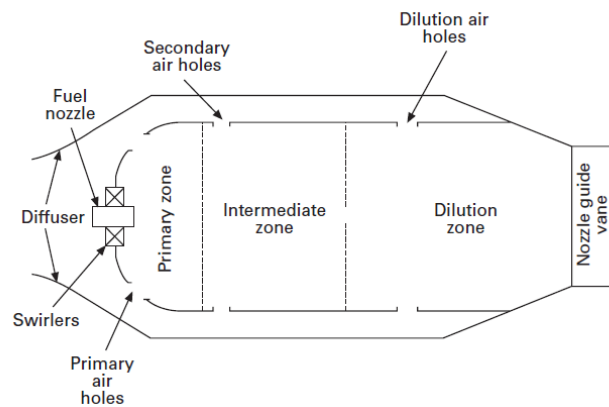


Figura 16 - Schema di un combustore

Come già detto, non tutta l'aria viene utilizzata nella combustione per il fatto che si creerebbero temperature troppo elevate perché i materiali conservino la propria integrità. Per questo la maggior parte del fluido serve solo per diminuire queste temperature, facendolo miscelare con la parte di fluido in cui è avvenuta la reazione.

Dai combustori è richiesto avere una elevata efficienza di combustione, in modo tale da non avere grossi cali di pressione al suo interno e far sì che la trasformazione al suo interno sia il più possibile a pressione costante. Altra caratteristica importante è la capacità di poter funzionare ad ampi intervalli di pressione, velocità e rapporti aria/combustibile. Devono inoltre avere basse emissioni di fumi e incombusti, mantenendo però allo stesso tempo un basso costo e conservando una buona manutenibilità.

Per i motori aeronautici inoltre è importante avere dimensioni il più contenute possibili in relazione con le altre macchine presenti nel gruppo, mentre per applicazioni industriali è rilevante il fatto di possedere una lunga durata della vita e la capacità di poter usare diversi tipi di combustibili.

Solitamente per gruppi turbogas pensati per applicazioni industriali viene scelta la tipologia di combustori a singola camera tubolare, caratterizzati da una

geometria semplice e dal fatto che sono molto lunghi e pesanti (ma non è molto importante visto che non sono usati in ambito aeronautico).

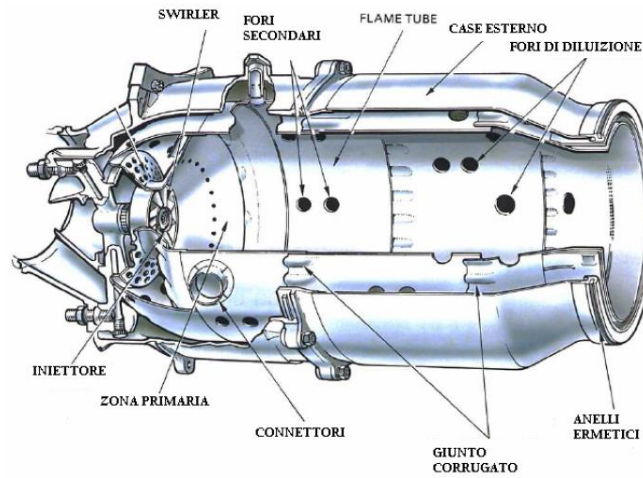


Figura 17 – Schema di un combustore a singola camera tubolare

1.6 Turbina

È l'elemento più critico e sollecitato a causa delle elevate temperature. Se la macchina fosse caratterizzata da più stadi, quelli più sollecitati sarebbero i primi.

Per questo motivo vengono utilizzate solitamente superleghe caratterizzate da alte percentuali di nichel, cromo e rodio. Per migliorare ulteriormente l'efficienza della macchina mentre un tempo venivano create strutture cristalline con la stessa direzione, oggi vengono generate mediante la solidificazione di monocristalli (grazie alla tecnica detta a cera persa). Affinché le palette resistano ancor meglio alle alte temperatura viene aggiunto un rivestimento ceramico.

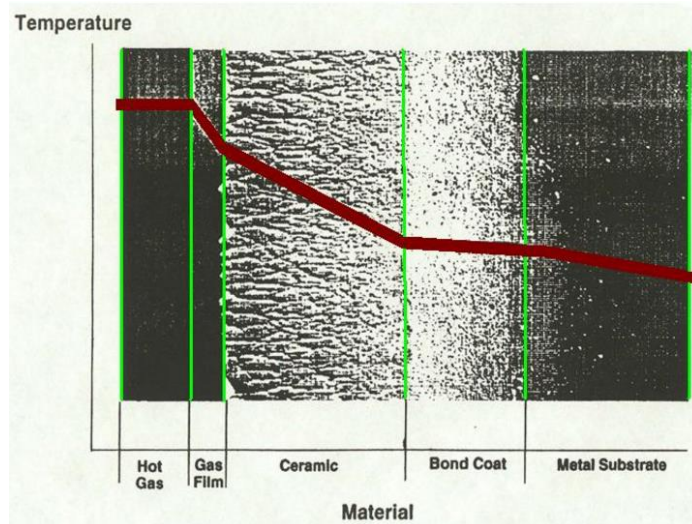


Figura 18 - Andamento della temperatura fuori e della pala

Altri due metodi usati per mantenere relativamente basse le temperature sulla pala sono quello di utilizzare il raffreddamento interno e quello per *film cooling*. Il primo consiste nel prelievo dal compressore di una piccola portata di aria compressa che ovviamente avrà una temperatura minore di quella in ingresso alla turbina. Facendo circolare questa portata all'interno della pala della turbina si cercherà di abbassarne la temperatura. Questa portata potrebbe essere fatta uscire all'esterno di essa tramite dei fori fatti sulla paletta e creare una pellicola protettiva (in inglese *film*) che protegge la pala dal gas caldo esterno.

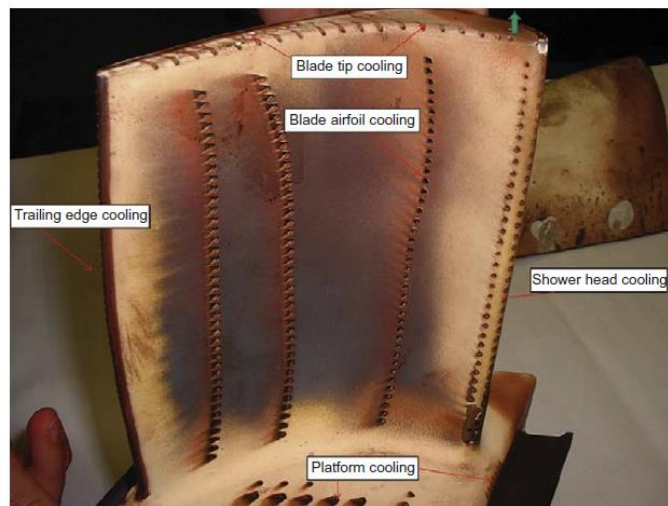


Figura 19 - Paletta con fori in diverse zone per il raffreddamento

Le turbomacchine possono essere classificate in base al proprio grado di reazione, un parametro adimensionale che valuta la variazione di pressione nel rotore della macchina. Esso è definito come il rapporto tra il lavoro che si produce nel rotore ed il lavoro scambiato nell'insieme rotore-statore. Allo stesso modo è

possibile anche scriverlo come rapporto tra la variazione di entalpia nel rotore con quella totale:

$$R = \frac{L_{rot}}{L_{tot}} = \frac{\Delta h_{rot}}{\Delta h_{tot}}$$

Si avranno quindi diverse configurazioni:

- $R = 0$: turbina ad azione (o ad impulso);
- $0 < R < 1$: turbina a reazione;
- $R = 1$: turbina a reazione pura.

Per questo lavoro è stata scelta la configurazione con turbina ad azione a singolo stadio.

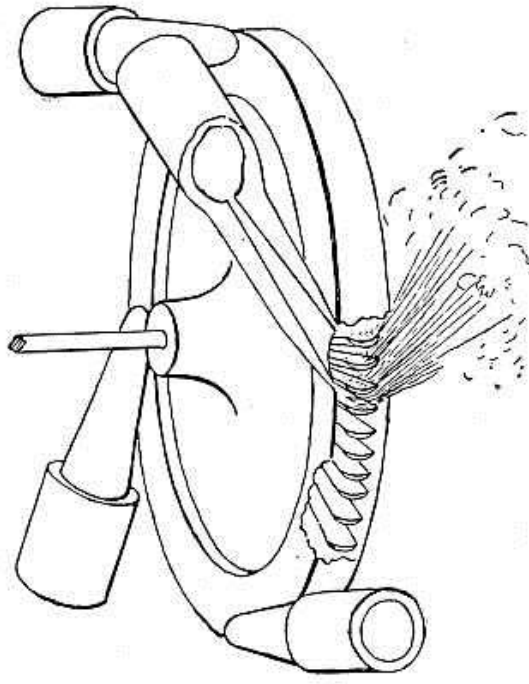


Figura 20 - Disegno di una turbina ad azione

In questa macchina tutta l'energia di pressione viene convertita in energia cinetica nel distributore mentre nella girante il flusso viene solamente deflesso (l'intensità della velocità relativa in ingresso è uguale a quella relativa in uscita in caso di flusso ideale). La sezione di passaggio del fluido nel rotore infatti rimane costante; questo fa sì che anche la pressione rimanga costante nella girante. Vi è un calo invece del modulo della velocità assoluta, che nella condizione di progetto esce assialmente.

Essendo tutto il salto entalpico concentrato sullo statore questa macchina ha il vantaggio di essere molto facile da regolare. È possibile infatti parzializzare il flusso circolante tramite delle valvole per il fluido in ingresso senza penalizzare troppo il rendimento.

Le turbine ad azione (dette anche di De Laval) vengono solitamente usate in piccoli gruppi anche per il fatto di essere semplici costruttivamente e poco costose.

Capitolo 2 - Definizione del ciclo

Per la definizione della geometria del compressore e della turbina si parte definendo il ciclo Brayton rappresentato nella Figura 21.

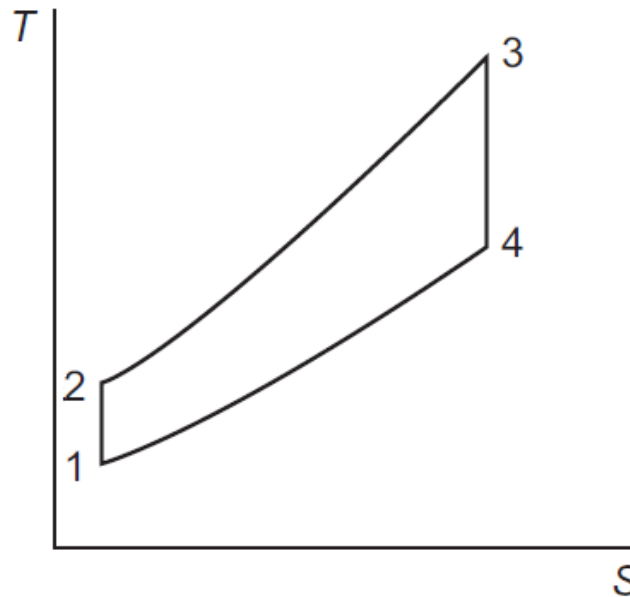


Figura 21 - Ciclo ideale di Brayton sul piano T-s

Si incomincia impostando alcuni valori standard, quali:

$T_1 = 300 \text{ K}$	Temperatura ambientale esterna
$p_1 = 101325 \text{ Pa}$	Pressione atmosferica
$T_3 = 1300 \text{ K}$	Temperatura in ingresso in turbina
$c_p = 1000 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}$	Calore specifico a pressione costante dell'aria secca
$R_{aria} = 287 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot \text{K}}$	Costante dei gas perfetti
P	Potenza utile sviluppabile dal gruppo
η_{compr}	Rendimento del compressore
η_{turb}	Rendimento della turbina

Una semplificazione applicata a questo ciclo è stata quella di considerare il gas elaborato dal gruppo un gas perfetto.

La temperatura di ingresso del fluido in turbina T_3 è stata scelta tenendo in considerazione i limiti tecnologici attuali; al di sopra di tale temperatura le proprietà meccaniche dei materiali delle turbine attualmente in commercio non sarebbero sufficienti per il corretto funzionamento del sistema, andando in contro a rotture indesiderate.

Conoscendo c_p e R_{aria} si può calcolare c_v grazie alla relazione:

$$c_v = c_p - R_{aria}$$

valida per tutti i gas perfetti.

A questo punto è possibile calcolare il coefficiente k con la formula:

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

Effettuando l'analisi termodinamica del ciclo reale si può determinare il rapporto di compressione con cui realizzare il gruppo e, quindi, determinare la pressione di mandata del compressore.

p_2	Pressione ideale in mandata al compressore
-------	--

Nota la potenza che il gruppo deve produrre si può trovare la portata in massa che deve essere elaborata dai componenti.

Si inizia usando la legge di Poisson per trasformazioni adiabatiche:

$$T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = cost$$

Tramite questa relazione è possibile calcolare le temperature ideali T_2 e T_4 in uscita rispettivamente da compressore e turbina, che saranno:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Questi valori di temperatura ideali appena trovati sono utilizzati per il calcolo delle temperature reali T_{2r} e T_{4r} tramite le definizioni del rendimento interno delle rispettive macchine da cui escono:

$$\eta_{compr} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2r} - T_1} \quad \rightarrow \quad T_{2r} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_{compr}}$$

$$\eta_{turb} = \frac{T_3 - T_{4r}}{T_3 - T_4} \quad \rightarrow \quad T_{4r} = T_3 - (T_3 - T_4) \cdot \eta_{turb}$$

Partendo dall'equazione generale del moto dei fluidi scritta in forma termica:

$$c \cdot dc + g \cdot dz + dh = dq - dl$$

con

$c \cdot dc$ = variazione di energia cinetica

$g \cdot dz$ = variazione di energia potenziale

dh = variazione di entalpia

dq = scambio di calore con l'esterno

dl = perdita di energia per movimenti meccanici

e trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale e gli scambi di calore con l'esterno (che verranno tenuti in conto nel rendimento) è possibile ora ricavare le equazioni dei lavori specifici ideali e reali svolto dal compressione ($L_{compr_{id}}$ e L_{compr_r}) e prodotti dalla turbina ($L_{turb_{id}}$ e L_{turb_r}):

$$L_{compr_{id}} = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$L_{compr_r} = c_p \cdot \frac{T_2 - T_1}{\eta_{compr}}$$

$$L_{turb_{id}} = c_p \cdot (T_3 - T_4)$$

$$L_{turb_r} = c_p \cdot (T_3 - T_4) \cdot \eta_{turb}$$

I lavori specifici sono stati calcolati facendo la differenza di entalpia tra ingresso e uscita. Inoltre, essendo il gas ideale, l'entalpia è dipendente solo dalla temperatura e non anche dalla pressione:

$$h = h(T) = c_p \cdot T$$

trasformazione reale però arriverà solo fino alla pressione reale del punto 2r (che si trova appunto sulla stessa isobara).

Quindi la prevalenza reale gH_r corrisponderà al lavoro ideale compiuto, mentre quella teorica gH_t sarà pari al lavoro reale necessario per trascinare il compressore:

$$gH_r = L_{compr_{id}}$$

$$gH_t = L_{compr_r}$$

A questo punto la differenza tra le due prevalenze darà le perdite distribuite R_{distr} presenti nel compressore nelle condizioni di progetto (quelle concentrate sono nulle in questa condizione):

$$R = R_{distr} = gH_t - gH_r$$

Le perdite distribuite saranno necessarie poi per il calcolo del coefficiente delle perdite distribuite.

Eventualmente è possibile fare una verifica del precedente calcolo del lavoro specifico ideale $L_{compr_{id}}$. Si procede partendo dalla seguente relazione, ottenuta dall'equazione del moto dei fluidi:

$$gH_r = \int_1^2 \frac{dp}{\rho}$$

Per la risoluzione di questo integrale si useranno la formula di Poisson, essendo questa trasformazione isoentropica:

$$p \cdot v^k = cost \quad \rightarrow \quad \frac{p}{\rho^k} = \frac{p_1}{\rho_1^k} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\rho} = \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{\rho_1} \cdot \frac{1}{p^{\frac{1}{k}}}$$

Si può dunque sostituire la relazione ottenuta nell'integrale ottenendo:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{\rho_1} \cdot \int_1^2 \frac{dp}{p^{\frac{1}{k}}} = \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{\rho_1} \cdot \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot p^{\frac{\gamma}{k-1}} \right]_1^2 = \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{\rho_1} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[p_2^{\frac{k}{k-1}} - p_1^{\frac{k}{k-1}} \right] =$$

$$\frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{\rho_1} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_1^{\frac{k}{k-1}} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] = \frac{p_1}{\rho_1} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] \rightarrow$$

$$\boxed{gH_r = R \cdot T_1 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]}$$

A questo punto, avendo trovato la portata in massa e tutti gli altri valori calcolati necessari, è possibile passare al dimensionamento del compressore centrifugo prima e della turbina assiale poi.

Capitolo 3 – Dimensionamento compressore

3.1 Impostazione dei parametri

Dalla definizione del ciclo fatta nel capitolo precedente sono stati salvati tutti i parametri impostati e calcolati.

Per la definizione della geometria del compressore mancano ora solamente quattro parametri da stabilire:

ω	Velocità di rotazione di progetto
p_{in}	Pressione effettiva all'ingresso del compressore
φ_c	Coefficiente di ingombro delle pale all'uscita del compressore
β_2	Angolo di uscita della velocità relativa

La velocità di rotazione viene scelta in base alle esigenze del caso. Essendo lo scopo di questa tesi la creazione di un gruppo per la produzione di energia elettrica, è stata scelta una velocità di progetto conforme per un alternatore adatto a tale rete elettrica, ossia pari a:

$$\omega = 3000 \text{ rpm}$$

Per la scelta della p_{in} si è proceduto con l'algoritmo descritto nel prossimo paragrafo (Sezione in ingresso) fino al calcolo del raggio in ingresso. Lo si è fatto per valori di p_{in} che sono stati fatti variare dal 99% della pressione atmosferica p_1 fino al rapporto critico di blocco sonico (52.8% della pressione atmosferica).

Dai calcoli eseguiti è stato possibile disegnare i seguenti grafici in figura 23:

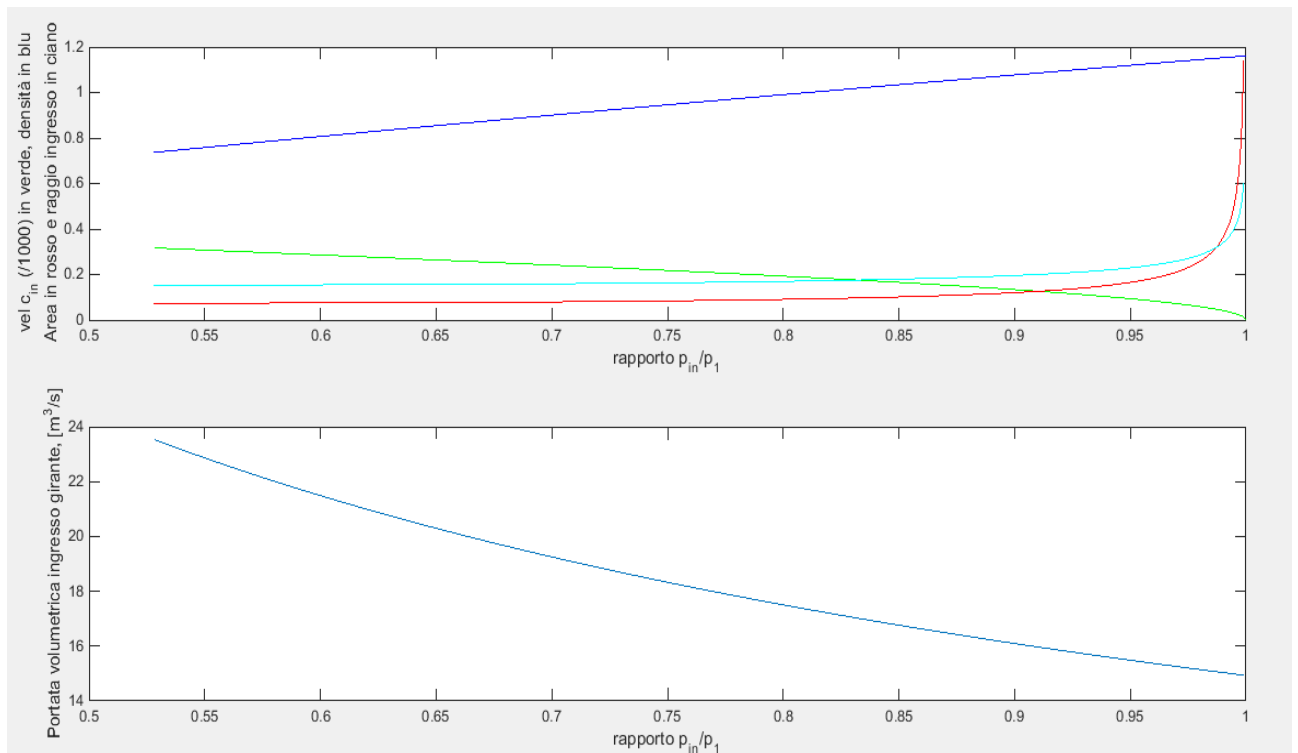


Figura 23 – Esempio di variazione dei valori in ingresso al compressore in funzione del rapporto $\frac{p_{in}}{p_1}$

Vedendo un caso simile a quello visualizzabile in figura 23, per la scelta della pressione in ingresso è stato deciso di volersi tenere il più distanti possibili dalle condizioni di blocco sonico. Tuttavia, se ci si avvicinasse molto a un valore unitario del rapporto $\frac{p_{in}}{p_1}$ si sarebbe necessaria un'area in ingresso enorme e del tutto irrealistica. Pertanto come compromesso tra le due condizioni è plausibile scegliere:

$$p_{in} = 99000 \text{ Pa}$$

Il coefficiente di ingombro delle pale φ_c indica la percentuale dello spazio occupato dalle pale rispetto alla circonferenza esterna della girante. È stato scelto facendo riferimento agli attuali valori dei compressori presenti in commercio, tenendo un certo margine di sicurezza, ossia scegliendo un valore leggermente inferiore. È stato deciso un valore pari a:

$$\varphi_c = 0.95$$

Per prendere la decisione su quale angolo prendere tra la velocità di trascinamento e quella relativa in uscita è stato usato un metodo simile a quello appena usato per la pressione p_{in} ; cambia solo il fatto che ora useremo

l'algoritmo per la sezione in uscita illustrato nel paragrafo 3.3. Al variare dell'angolo β_2 in un range tra 90° e 180° (avendo in precedenza scelto la configurazione con pale all'indietro) sono stati calcolati tutti i valori che servono per la geometria del compressore. Nella figura X possiamo visualizzarne i più importanti.

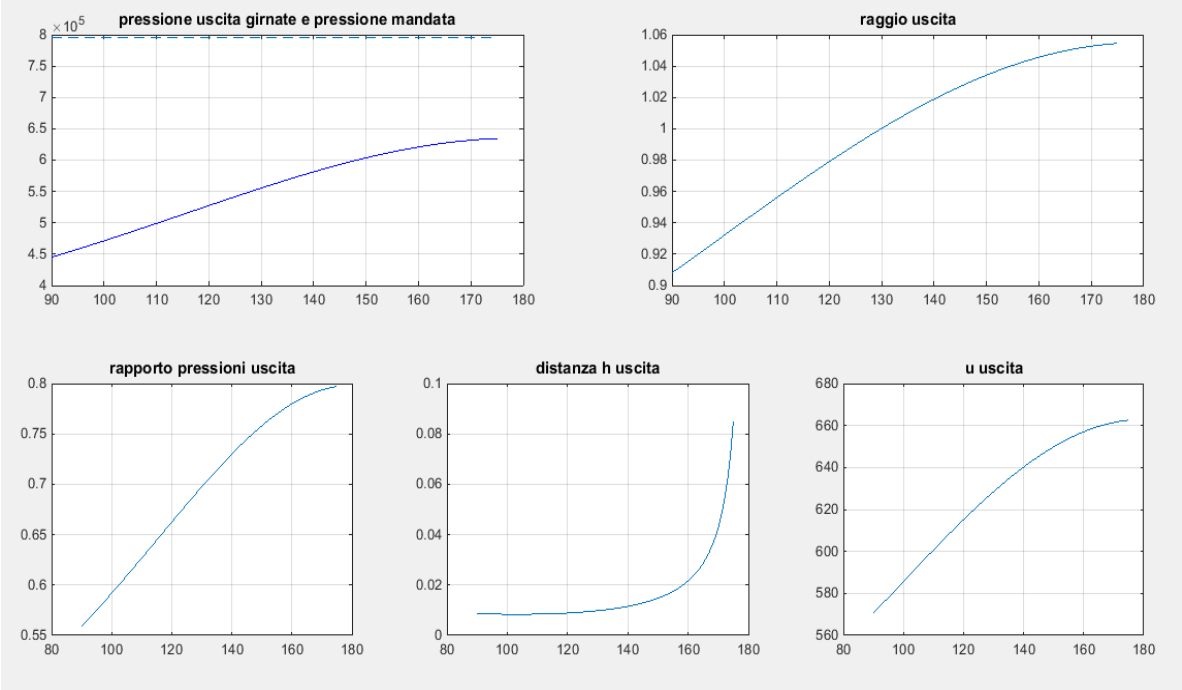


Figura 24 – Esempio di variazione di alcuni valori del compressore in funzione dell'angolo β_2

Nella figura 25 qui sotto si nota inoltre come solo la portata volumetrica in uscita è influenzata dall'angolo β_2 , mentre per quella in ingresso è indifferente tale valore.

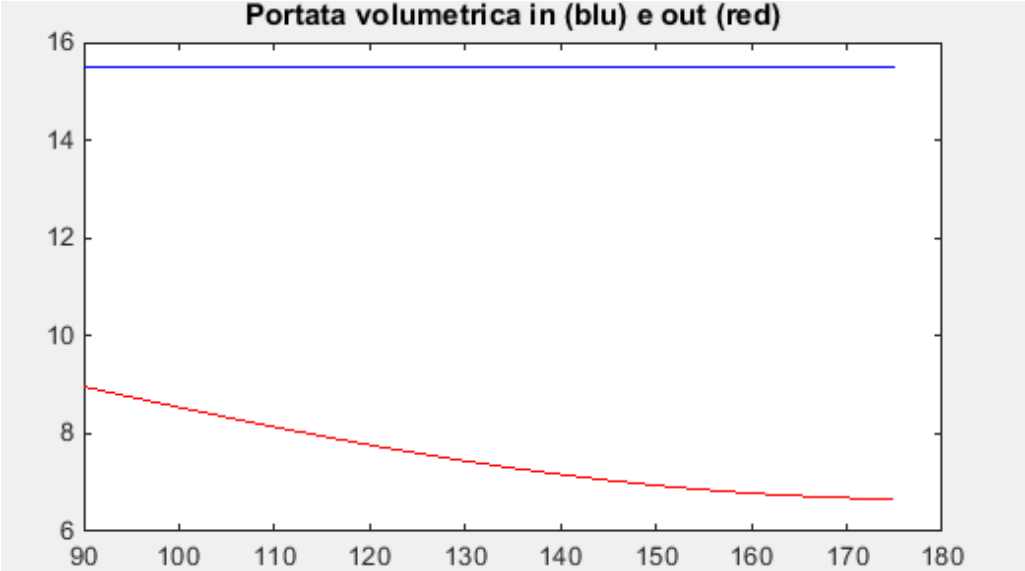


Figura 25 – Andamento delle portate in funzione dell'angolo β_2

Anche in questo caso sono stati adottati un paio di criteri per portare a termine la scelta. Il primo è la volontà di avere un rapporto tra le pressioni in uscita il più elevato possibile. Si dovrebbe perciò prendere un angolo β_2 il più grande possibile. Tuttavia l'altezza delle pale h in uscita aumenterebbe vertiginosamente rendendo poco realistico il dimensionamento del compressore. Di conseguenza è stato scelto un valore di compromesso tra i due fattori, pari a:

$$\beta_2 = 150^\circ$$

Tutti i valori necessari per il dimensionamento sono stati impostati. Si può passare al dimensionamento vero e proprio della macchina.

3.2 Sezione in ingresso

Come prima semplificazione si è supposto che la velocità in ingresso al compressore abbia solamente la componente assiale.

All'aumentare della velocità di rotazione del compressore nella pressione totale atmosferica (p_1) dell'aria in ingresso si notano due componenti sempre più marcate: quella statica (p_{in}) e quella dinamica (p_{din}). Esse sono legate dalle relazione:

$$p_1 = p_{in} + p_{din} = p_{in} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_1^2$$

Con:

ρ = densità dell'aria

c_1 = velocità del flusso in ingresso

Dal rapporto tra le pressioni si è subito proceduto con il calcolo di quello delle temperature e quello delle densità, tramite le relazioni di Poisson per trasformazioni adiabatiche:

$$T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = cost \rightarrow T_{in} = T_1 \cdot \left(\frac{p_{in}}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$p \cdot v^k = \frac{p}{\rho^k} = cost \rightarrow \rho_{in} = \rho_1 \cdot \left(\frac{p_{in}}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Da queste son state calcolate la densità ρ_{in} e temperatura T_{in} in ingresso, che saranno inferiori a quelli ambientali.

Per il calcolo della sezione di ingresso è necessario conoscere anche la velocità c_1 con cui passa il fluido. Tale velocità viene calcolata ricavandola da quella dell'energia cinetica scritta qui di seguito:

$$\frac{c_1^2}{2} = c_p \cdot (T_1 - T_{in}) \quad \rightarrow \quad c_1 = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_1 - T_{in})}$$

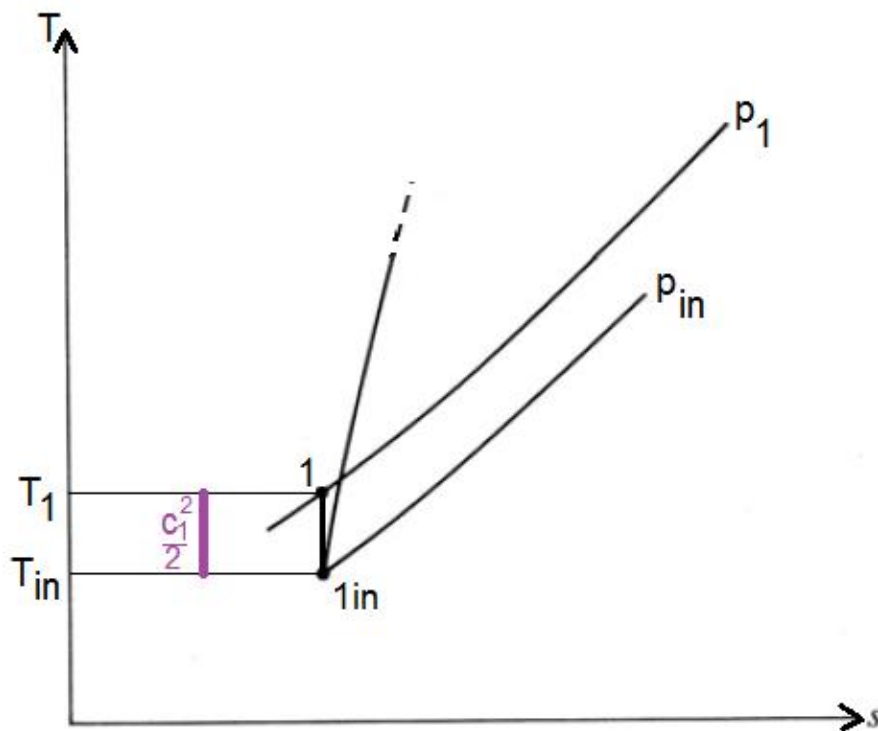


Figura 26 – Schema della depressione presente in ingresso al compressore

Possiamo dunque calcolarci la portata volumetrica in ingresso $Q_{vol_{in}}$ dalla relazione:

$$Q_{vol_{in}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{in}}$$

Ora è immediata la determinazione della sezione in ingresso A_{in} dalla formula:

$$A_{in} = \frac{Q_{vol_{in}}}{c_1}$$

Per il calcolo della sezione in ingresso è stato considerato trascurabile l'ingombro dell'albero. La sezione di ingresso viene a questo punto dimensionata supponendo con la stessa area il condotto che porta il fluido alla girante. Qui sotto in figura 27 è rappresentato lo schema semplificato del compressore preso in considerazione.

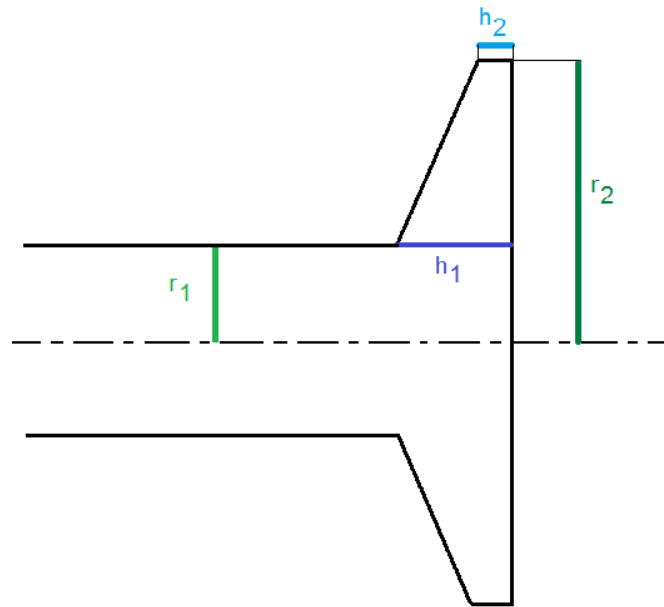


Figura 27 - Schema semplificato della geometria del compressore

Valgono dunque le relazioni:

$$\begin{cases} A_{in} = \pi \cdot r_1^2 \\ A_{in} = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot h_1 \end{cases}$$

Da queste è possibile calcolarsi il raggio r_1 e l'altezza delle palette h_1 in ingresso, che varranno:

$$r_1 = \sqrt{\frac{A_{in}}{\pi}}$$

$$h_1 = \frac{r_1}{2}$$

Avendo già in precedenza scelto la velocità di rotazione ω è possibile ora definire il triangolo delle velocità (figura 2) in ingresso tramite le relazioni:

$$u_1 = \omega \cdot r_1$$

$$w_1 = \sqrt{u_1^2 + c_1^2}$$

La seconda relazione per il calcolo della velocità relativa è valida per il fatto di aver supposto che il flusso in ingresso abbia solamente componente assiale, quindi l'angolo α_1 tra la velocità assoluta e quella di trascinamento è di $\frac{\pi}{2}$.

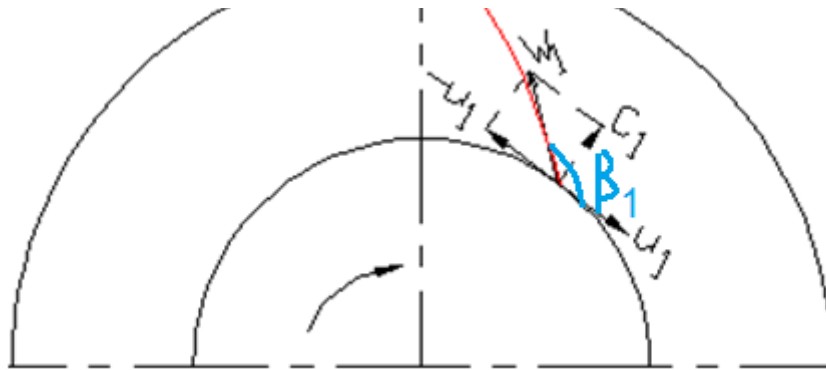


Figura 28 - Triangolo di velocità in ingresso

Si può ora trovare l'angolo β_1 tra la velocità di trascinamento u_1 e quella relativa w_1 essendo:

$$\beta_1 = \arcsin\left(\frac{u_1}{w_1}\right) + \frac{\pi}{2}$$

3.3 Sezione in uscita

Il dimensionamento della sezione in uscita parte con la costruzione del triangolo delle velocità in uscita.

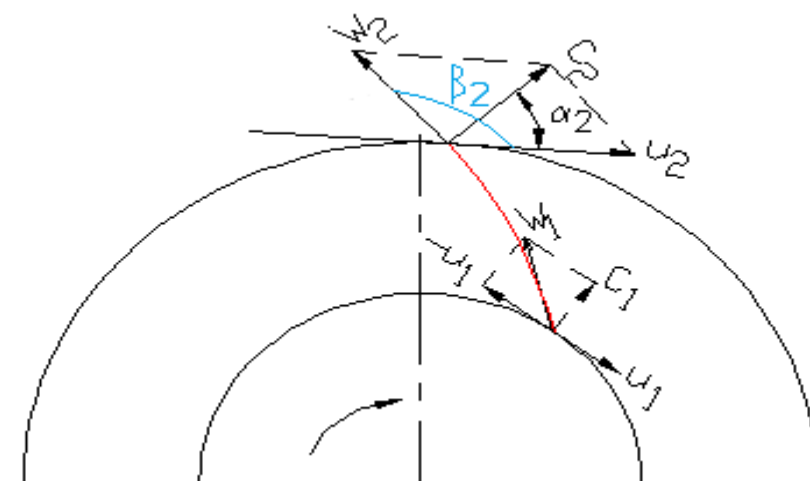


Figura 29 - Triangoli di velocità in ingresso (sotto) e uscita (sopra)

Del triangolo delle velocità in uscita conosciamo l'angolo β_2 e quindi la direzione della velocità relativa w_2 . Del vettore w_2 conosciamo anche l'intensità per il fatto che viene imposta la condizione:

$$w_2 = w_1$$

Questa condizione vale solo nella fase di progetto. Si vedrà infatti in seguito che non varrà mai in condizioni di funzionamento diverse da questa.

Si conosce inoltre la formula della prevalenza teorica (considerata uguale a quella delle pompe centrifughe):

$$gH_t = u_2 \cdot (u_2 + w_2 \cdot \cos(\beta_2))$$

Da questa relazione, che è un polinomio di secondo grado in u_2 è possibile ricavarsi la velocità di trascinamento in uscita u_2 :

$$u_2 = \frac{-w_2 \cdot \cos(\beta_2) + \sqrt{(w_2 \cdot \cos(\beta_2))^2 + 4 \cdot gH_t}}{2}$$

È ora possibile, conoscendo i vettori u_2 e w_2 , chiudere il triangolo delle velocità calcolandosi prima le componenti, poi il vettore stesso della velocità assoluta ideale c_2 tramite il teorema di Pitagora.

$$c_{2x} = u_2 + w_2 \cdot \cos(\beta_2)$$

$$c_{2y} = w_2 \cdot \sin(\beta_2)$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2x}^2 + c_{2y}^2}$$

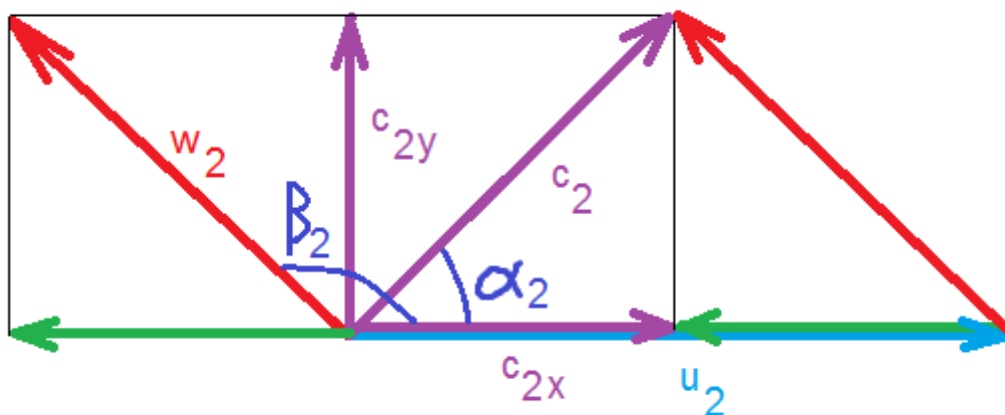


Figura 30 – Triangolo di velocità in uscita

Infine ci si calcola l'angolo di uscita α_2 tramite l'uso della trigonometria:

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{c_{2y}}{c_{2x}}\right)$$

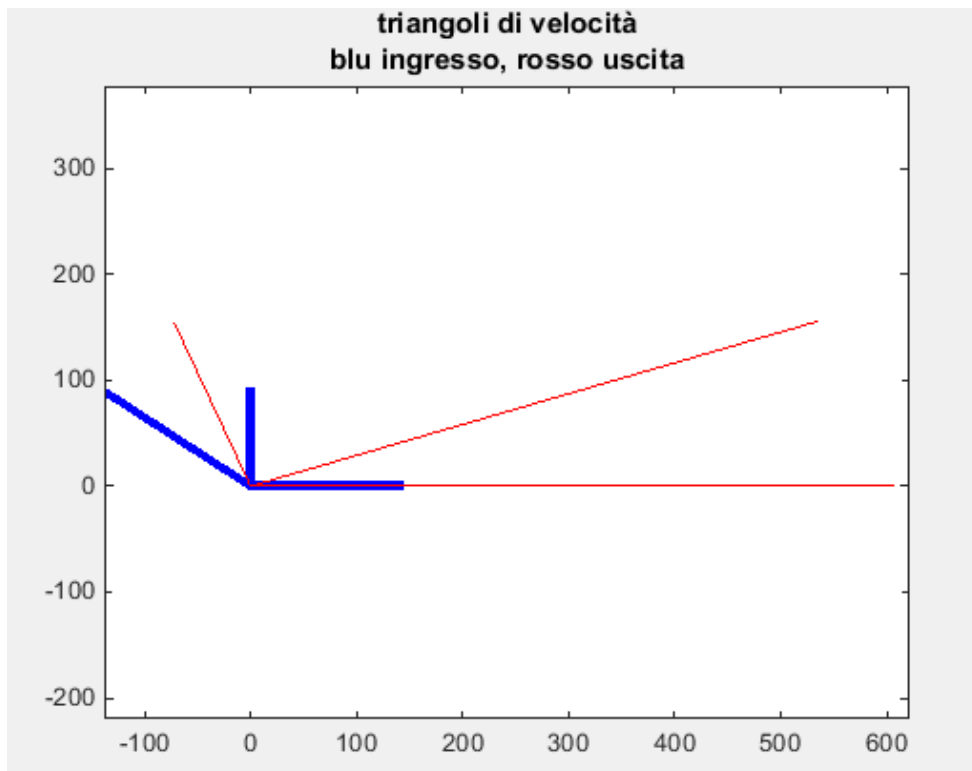


Figura 31 – Confronto tra il triangolo di velocità in ingresso e quello in uscita ideale

La velocità assoluta c_2 appena calcolata è quella teorica del flusso in uscita. Per calcolare la velocità reale c_{2out} si sono imputate tutte le perdite distribuite alla velocità assoluta d'uscita (nella condizione di progetto quelle concentrate sono considerate nulle):

$$R_{distr} = \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_{2out}^2}{2}$$

Dall'equazione appena scritta si ricava c_{2out} :

$$c_{2out} = \sqrt{c_2^2 - 2 \cdot R_{distr}}$$

Per la definizione della geometria ci servirà successivamente la componente radiale della velocità assoluta reale. Viene calcolata ora con un semplice calcolo trigonometrico:

$$c_{2out\,rad} = c_{2out} \cdot \sin(\alpha_2)$$

È possibile, trovate tutte le velocità del triangolo all'uscita, fare una ulteriore verifica dei valori delle prevalenze (sia teorica che reale). Le formule utilizzate sono:

$$gH_t = \frac{c_2^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}$$

$$gH_r = \frac{c_{2out}^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}$$

Si può ora incominciare a definire la geometria nella sezione in uscita, partendo dal raggio esterno:

$$r_2 = \frac{u_2}{\omega}$$

Avendo trovato c_{2out} si conosce quindi l'energia cinetica che rimane nel fluido e non si trasforma in energia di pressione.

Ci si può calcolare una nuova temperatura T_{2out} in uscita tramite la formula:

$$\frac{c_{2out}^2}{2} = c_p \cdot (T_{2r} - T_{2out}) \quad \rightarrow \quad T_{2out} = T_{2r} - \frac{c_{2out}^2}{2 \cdot c_p}$$

Utilizzando ancora una volta le relazioni di Poisson si può ricavare la nuova pressione di mandata p_{2out} :

$$T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = cost \quad \rightarrow \quad p_{2out} = p_2 \cdot \left(\frac{T_{2out}}{T_{2r}} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Infine tramite la legge dei gas perfetti possiamo calcolarci la densità dell'aria in uscita:

$$\rho_{2out} = \frac{p_{2out}}{R_{aria} \cdot T_{2out}}$$

Nella figura X qui sotto è possibile visualizzare il nuovo punto 2out sul piano T-s. Come si può notare sarà a pressione e temperatura inferiori a quella reale. La trasformazione effettiva sul compressore sarà dunque quella disegnata in viola, dal punto 1in al punto 2out.

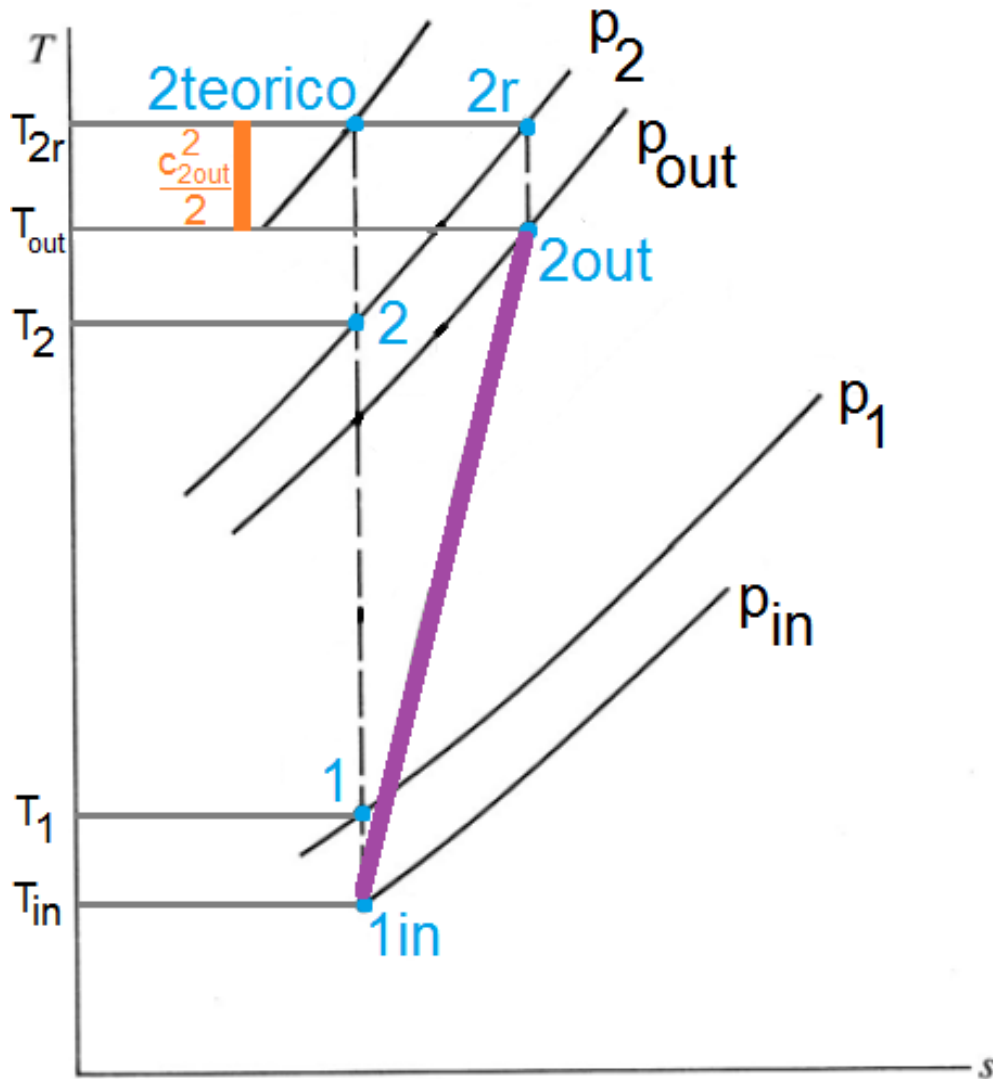


Figura 32 – Schema delle trasformazioni reali ed ideali che si possono compiere nel compressore

Con l'ausilio della densità ρ_{2out} appena calcolata si procede con il calcolo della portata volumetrica in uscita Q_{volout} tramite una relazione simile a quella in ingresso:

$$Q_{volout} = \frac{\dot{m}}{\rho_{out}}$$

Viene poi determinata l'area della sezione in uscita A_{out} con la seguente formula:

$$A_{out} = \frac{Q_{volout}}{c_{2outrad} \cdot \varphi_c}$$

Conoscendo l'area della sezione di passaggio del fluido in uscita A_{out} e il raggio esterno della girante r_2 si può quindi definire l'altezza della pala nella sezione di uscita h_2 tramite la relazione:

$$h_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_2}{A_{out}}$$

Nelle condizioni di progetto le perdite concentrate sono nulle. Saranno presenti quindi solo quelle distribuite, precedentemente calcolate nel capitolo "Definizione del ciclo" facendo la differenza tra la prevalenza reale e quella teorica.

Le perdite distribuite sono state supposte avere una dipendenza quadratica con la velocità relativa all'ingresso della girante:

$$R = \psi \cdot w_1^2$$

Essendo uguali nelle condizioni di progetto in cui si sta operando ora le velocità relative in ingresso e uscita, si può utilizzare indifferente l'una o l'altra nella formula in questo caso. Il coefficiente delle perdite distribuite verrà calcolato quindi usando la formula:

$$\psi = \frac{R}{w_1^2}$$

Il dimensionamento è quindi concluso. Le otto grandezze che serviranno successivamente sono:

- r_1 raggio interno della girante;
- r_2 raggio esterno della girante;
- h_1 distanza tra disco e controdisco al raggio interno della girante;
- h_2 distanza tra disco e controdisco al raggio esterno della girante;

- β_1 angolo di entrata del flusso relativo nella pala;
- β_2 angolo di uscita del flusso relativo dalla pala;
- φ_c coefficiente di ingombro delle pale del compressore in uscita;
- ψ coefficiente relativo alle perdite distribuite;

Capitolo 4 – Andamento delle portate nominali nel compressore

Una volta salvata la geometria si passa alla rappresentazione dell'andamento delle portate massiche e volumetriche nominali in funzione della velocità di rotazione. Per condizione nominale si intende il funzionamento del compressore a una velocità di rotazione diversa da quella di progetto, dove però il triangolo di velocità all'ingresso della girante sia simile a quello nella condizione di progetto, ossia con i medesimi angoli ma con moduli dei vettori in scala rispetto alle condizioni di progetto. Vengono quindi calcolate le prestazioni del compressore variando la portata massica in ingresso, allargando l'intervallo della portata sia inferiormente che superiormente alla portata di progetto.

Verrà verificato che il compressore non raggiunga le condizioni di blocco sonico né nella sezione di imbocco né in quella in uscita.

Per prima cosa si verifica che la portata in massa (non di progetto) scelta nell'intervallo non raggiunga le condizioni di blocco sonico.

Vengono calcolate, similmente a quanto fatto nel capitolo precedente, temperature e densità in ingresso per un rapporto delle pressioni in ingresso che va dal valore unitario a quello critico di 0.528:

$$T_{in} = T_1 \cdot \left(\frac{p_{in}}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$\rho_{in} = \rho_1 \cdot \left(\frac{p_{in}}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Viene calcolata poi la velocità assoluta in ingresso con la formula:

$$c_{1critico} = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_1 - T_{in})}$$

A questo punto, nota l'area della sezione in ingresso (essendo definita la geometria) e la portata in massa, si può dire che non ci si trova in condizioni di

blocco sonico se la portata in massa scelta in ingresso è minore di quella critica, cioè:

$$\frac{\dot{m}}{A_{in}} < \rho_{in\text{critico}} \cdot c_{1\text{critico}}$$

I valori del prodotto della densità con la velocità assoluta vengono graficati in funzione del rapporto tra le pressioni in ingresso. Ne viene fatta poi l'interpolazione dei punti e si trova il punto nella curva che ha valore $\frac{\dot{m}}{A_{in}}$ (figura 33).

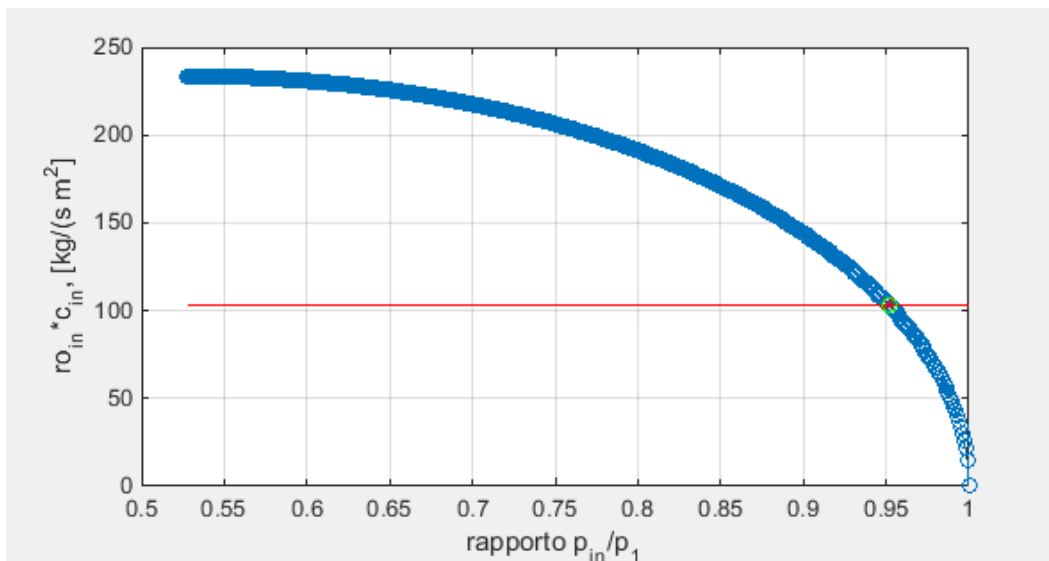


Figura 33 - Il prodotto della densità con la velocità assoluta in funzione del rapporto delle pressioni in ingresso

A questo punto si conosce il rapporto della pressione in ingresso per una data portata. Vengono quindi ricalcolate la temperatura, la densità e la velocità assoluta per tal rapporto di pressioni. Si quantifica anche la portata volumetrica in ingresso con la relazione:

$$Q_{vol_{in}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{in}}$$

Per calcolare la velocità di rotazione è necessario conoscere la velocità di trascinamento in ingresso. Quest'ultima viene trovata grazie al fatto che si conosce la velocità assoluta e la direzione della velocità relativa (avendola trovata

nel dimensionamento). Si suppone infatti che nelle condizioni di portata nominale il fluido imbocchi correttamente la pala in ingresso.

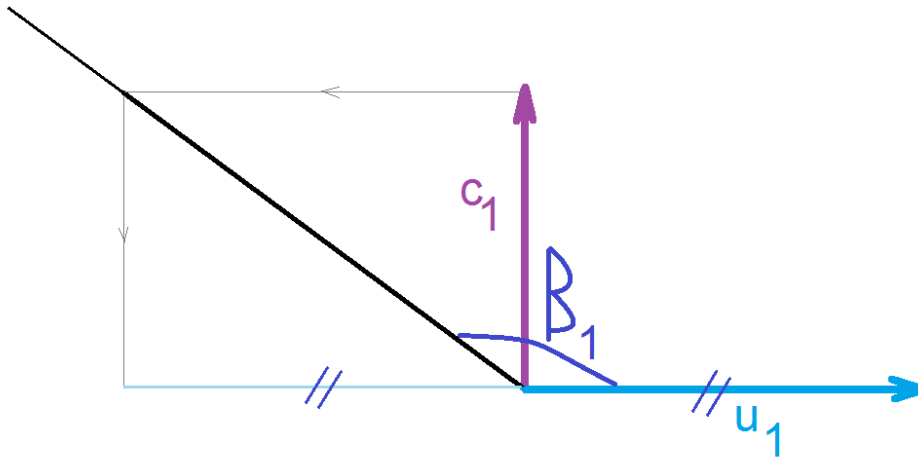


Figura 34 – Costruzione del triangolo di velocità in ingresso

La velocità di trascinamento si può ricavare tramite la trigonometria:

$$u_1 = c_1 \cdot \tan(180^\circ - \beta_1)$$

Viene trovata infine la velocità relativa w_1 , usando il teorema di Pitagora con i due vettori già in possesso. Ci si calcola inoltre la velocità di rotazione della girante con la formula:

$$\omega = \frac{u_1}{r_1}$$

Si passa ora alla costruzione del triangolo delle velocità in uscita.

Viene subito calcolata la velocità di trascinamento in uscita:

$$u_2 = \omega \cdot r_2$$

Per trovare la velocità relativa in uscita w_2 viene impostato un ciclo iterativo. Si incomincia ipotizzando le velocità relative in ingresso e uscita uguali:

$$w_{2tent} = w_1$$

Vengono trovate ora le componenti di un provvisorio triangolo di velocità in uscita. Questo triangolo è provvisorio perché non sappiamo se la velocità relativa

impostata sia quella giusta. Provvisori saranno tutti i valori calcolati successivamente (“tent” sta per tentativo) .

Ci si calcola quindi, analogamente a quanto fatto in precedenza nel dimensionamento, le componenti e poi la velocità assoluta stessa (c_{2tent}) con il teorema di Pitagora. Viene calcolato anche l’angolo α_{2tent} .

La velocità assoluta c_2 quantificata finora è quella teorica, che non tiene conto delle perdite. La si usa quindi per il calcolo della prevalenza teorica della macchina, nella formula già illustrata nella teoria:

$$gH_{tent} = u_2 \cdot c_{2tent} \cdot \cos(\alpha_2)$$

Conoscendo il lavoro reale speso dal compressore viene calcolata la temperatura reale di uscita dei gas se non si tenesse conto del fatto che parte dell’energia in pressione rimane nel fluido sotto forma di energia cinetica:

$$T_{2r tent} = T_1 + \frac{gH_{tent}}{c_p}$$

Le perdite R_{distr} , come detto in precedenza, sono state supposte essere dipendenti dalla media delle velocità relative e avere andamento parabolico. Come coefficiente delle perdite distribuite ψ viene usato quello calcolato precedentemente nel dimensionamento. Quindi:

$$R_{tent} = R_{distr tent} = \psi \cdot w_1^2$$

Anche in questo caso le perdite concentrate sono nulle perché si sta lavorando nelle condizioni di portata nominale, supponendo quindi che il flusso imbocchi correttamente le palette in ingresso.

Ci si può trovare quindi anche il valore della velocità effettiva in uscita che tiene conto anche delle perdite con il calcolo:

$$c_{2out tent} = \sqrt{c_{2tent}^2 - 2 \cdot R_{tent}}$$

Conoscendo la prevalenza teorica e le perdite è immediato il calcolo della prevalenza reale:

$$gH_{r tent} = gH_{tent} - R_{tent}$$

Trovata la prevalenza reale, viene trovata la pressione in mandata p_2 se trascurassimo l'energia cinetica che rimane nel fluido e non diventa energia di pressione. Viene presa la formula:

$$gH_{r_{tent}} = R_{aria} \cdot T_1 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[\left(\frac{p_{2tent}}{p_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]$$

In questa relazione l'unica incognita è la pressione p_2 , che viene quindi isolata:

$$p_{2tent} = p_1 \cdot \left(1 + gH_{r_{tent}} \cdot \frac{k-1}{k} \cdot \frac{1}{R_{aria} \cdot T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Vengono quindi calcolate pressione, temperatura e densità del fluido in uscita effettive con le stesse relazioni usate nel dimensionamento:

$$T_{2out_{tent}} = T_{2r_{tent}} - \frac{c_{2out_{tent}}^2}{2 \cdot c_p}$$

$$p_{2out_{tent}} = p_{2tent} \cdot \left(\frac{T_{2out_{tent}}}{T_{2r_{tent}}} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\rho_{2out_{tent}} = \frac{p_{2out_{tent}}}{R_{aria} \cdot T_{2out_{tent}}}$$

A questo punto si verifica che la velocità relativa in uscita w_2 scelta sia quella giusta. Lo si fa confrontando l'area in uscita A_{out} che era stata calcolata nel dimensionamento con una nuova area di tentativo $A_{out_{tent}}$ trovata con i nuovi parametri:

$$A_{out_{tent}} = \frac{\dot{m}}{\rho_{out_{tent}} \cdot \varphi_c \cdot c_{2out_{tent}} \cdot \sin(\alpha_{2tent})}$$

Se lo scarto tra le due aree è inferiore a una soglia di tolleranza stabilita (ad esempio al millimetro quadrato), la velocità relativa w_{2tent} scelta va bene e anche tutti i valori calcolati successivamente son congruenti con quanto finora è stato ipotizzato. Se invece lo scarto non è sufficientemente piccolo allora è necessario modificare w_{2tent} .

```

dw=0;
sali=0;
while gira_w_out=='s'
    if sali==0
        if cont==1
            w_out=w_in;
        else
            w_out=W_OUT_2(cont-1);
        end
    else
        w_out=w_out+dw;
    end
    ...
    if abs(scarto)<0.00001
        A_OUT_FIN(cont)=A_out_ver; %assegno i valori giusti
        W_OUT_2(cont)=w_out;
        C_OUT_2(cont)=c_out;
        C_OUT_teorica(cont)=c_out_teorica;
        gira_w_out='n'; %interrompo il while
    else
        if sali==1
            w_prec=w_out;
            scarto_prec=scarto;
            dw=1;
        else
            w_corr=w_out;
            scarto_corr=scarto;
            dw=scegli_dw(scarto_corr,scarto_prec,dw);
            w_prec=w_corr;
            scarto_prec=scarto_corr;
        end
    end
end

```

Questa parte dello script serve per modificare la velocità relativa w_{2tent} aumentandola o diminuendola di un certo valore dw in base alla velocità precedente e al segno dello scarto. È possibile però che il valore di w_{2tent} con un dato dw non riesca a far entrare lo scarto calcolato all'interno dell'intervallo accettabile scelto. Per questo motivo è stata introdotta la funzione *scegli_dw* che, quando lo scarto (inteso come differenza tra le due aree) cambia segno, dimezza il valore di dw ; altrimenti lascia tutto com'è, a meno che lo scarto corrente non sia maggiore di quello precedente: in questo caso si sta andando dal verso sbagliato per entrare nell'intervallo accettabile e per questo si cambia segno a dw .

La funzione *scegli_dw* sarà quindi la seguente:

```
function y=scegli_dw(sc_c,sc_p,dw)
% sc_p scarto precedente
% sc_c scarto corrente

if sc_p*sc_c>0
    if abs(sc_c)>abs(sc_p)
        dw=-dw;
    end
else
    dw=-dw/2;
end
y=dw;
```

Successivamente sono riportati un esempio degli andamenti di alcuni parametri calcolati in funzione della velocità o della portata in massa.

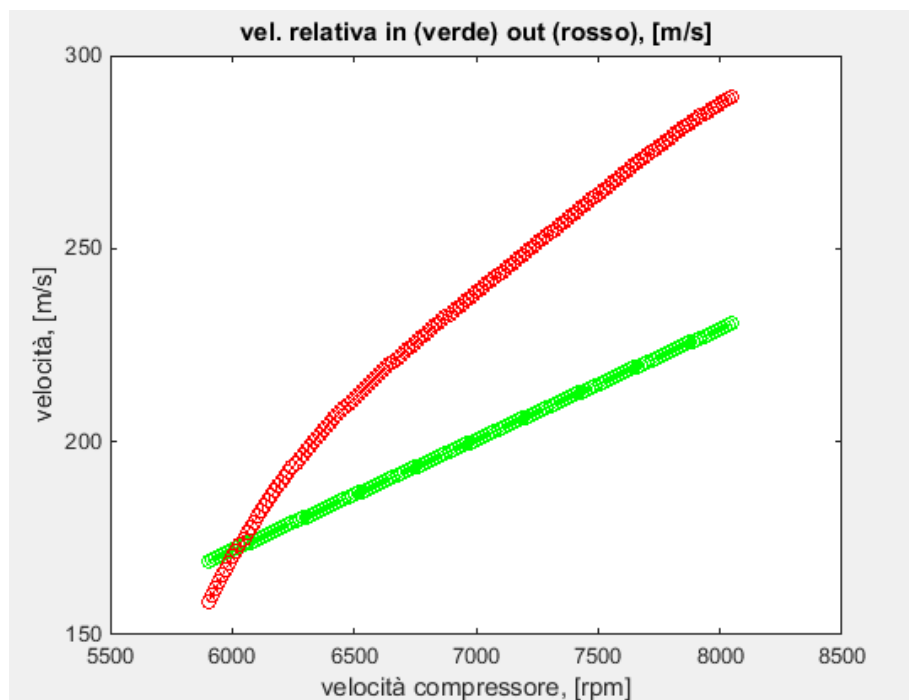


Figura 35 – Andamento delle velocità relative in funzione della velocità di rotazione

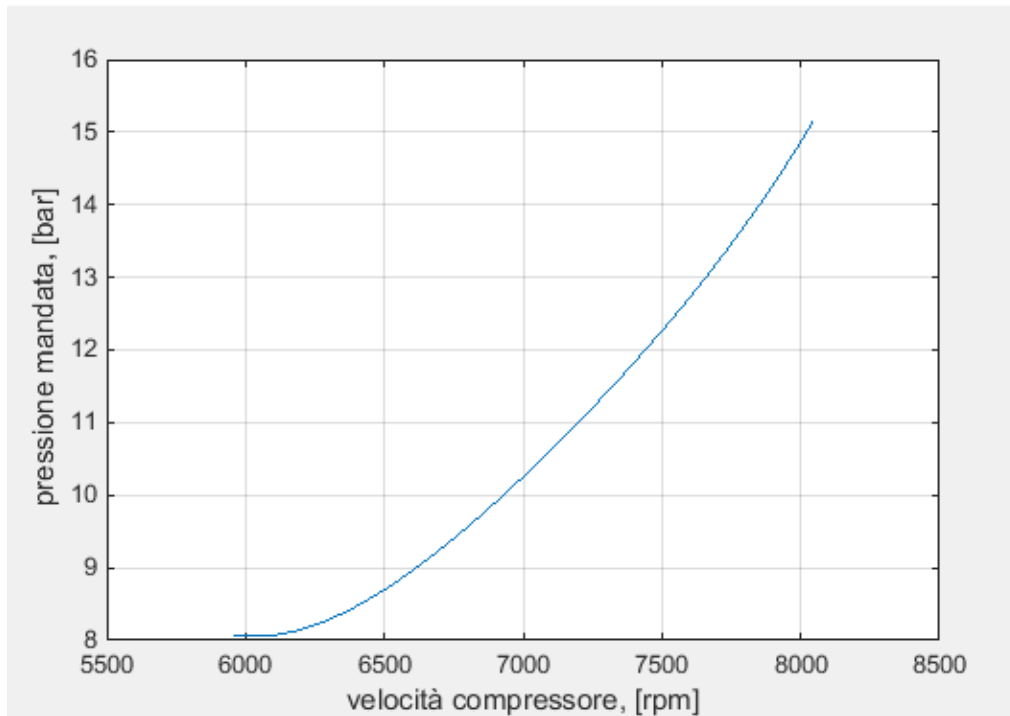


Figura 36 – Andamento della pressione di mandata in funzione della velocità di rotazione

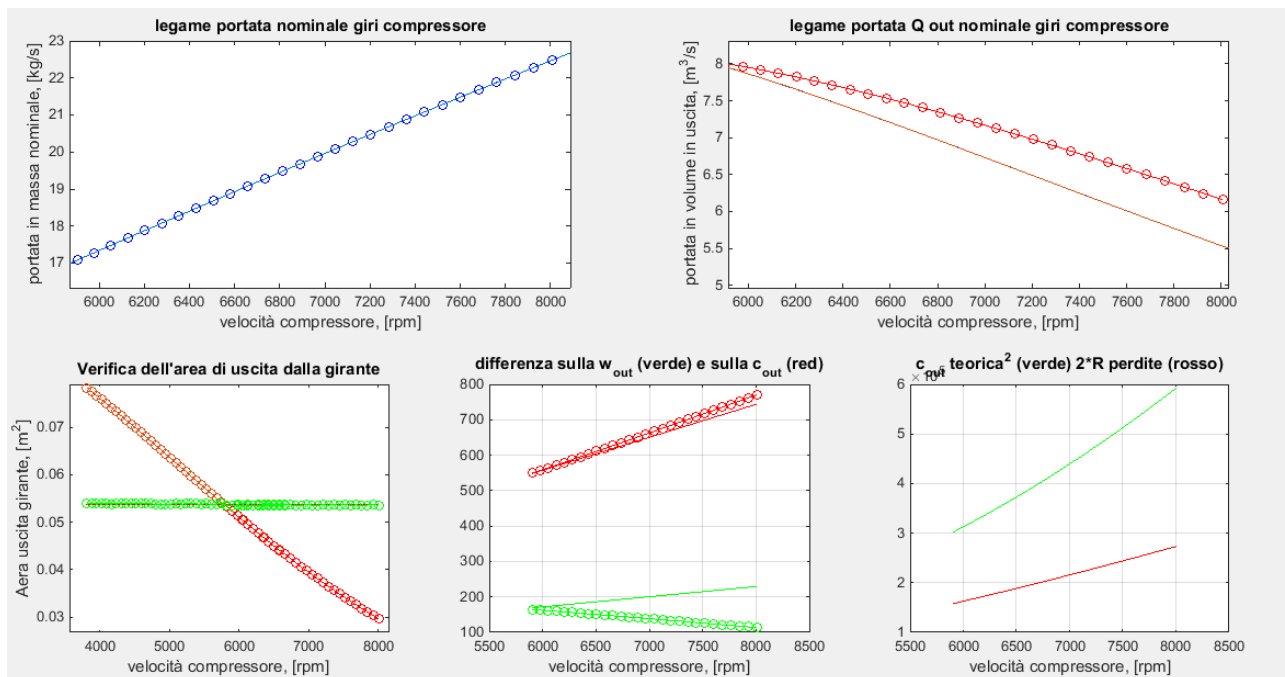


Figura 37 – Andamento di alcuni parametri in funzione della velocità di rotazione

Nel grafico che riporta l'andamento della portata volumetrica in funzione della velocità di rotazione sono state riportate due curve. Mentre quella superiore disegnata con i pallini è la curva effettiva che è stata salvata, quella inferiore è la curva che rappresenta la portata di primo tentativo. Lo stesso discorso vale anche

per il grafico che rappresenta la velocità relativa e la velocità assoluta in uscita (le curve con i pallini sono quelle finali). Il grafico della verifica dell'area di uscita della girante mostra come varierebbe l'area se non venissero fatte variare le velocità relative (curva in rosso) e come invece l'area è stata fatta mantenere a un valore pressoché costante (curva in verde).

Capitolo 5 – Tracciamento della mappa del compressore

Dopo che il compressore è stato dimensionato e sono stati trovati gli andamenti delle portate in volume e in massa, della pressione e del numero di giri nella condizione nominale (il triangolo di velocità all'ingresso è simile, quindi gli angoli sono uguali a quelli della condizione di progetto) si può finalmente passare al tracciamento della mappa caratteristica del compressore.

Il tracciamento delle curve verrà fatto in un intorno del punto di progetto in modo tale da rappresentare il comportamento del compressore in un'area estesa del suo campo di funzionamento.

È stato dunque scelto un intervallo per il numero di giri ω all'interno del quale far funzionare il codice seguente. Per tracciare la caratteristica relativa a una singola velocità di rotazione si determina innanzitutto il valore della pressione di mandata per il compressore nella condizione di funzionamento nominale del grafico sottostante in figura 38.

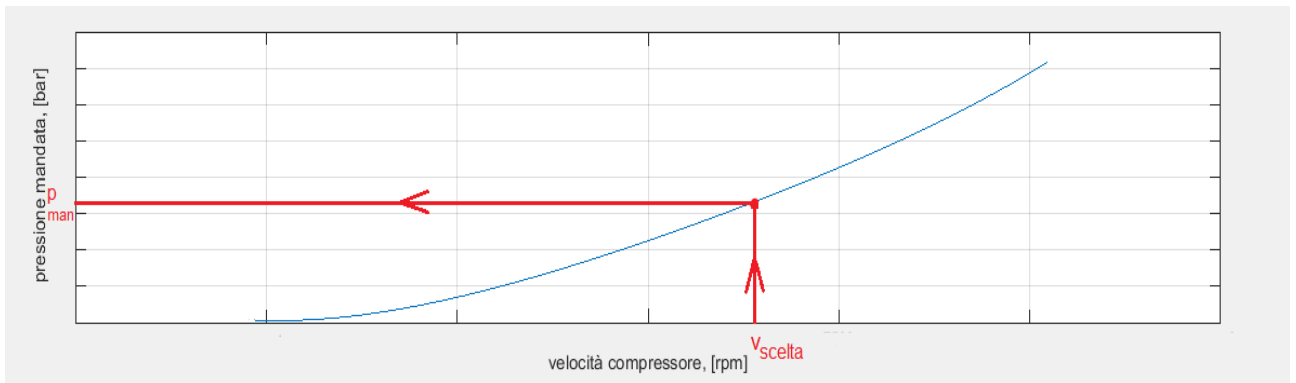


Figura 38 – Ricerca della pressione in mandata a portata nominale

Per estendere la caratteristica del compressore la pressione verrà fatta variare attorno al valore della pressione in condizione nominale, mantenendo il valore della velocità di rotazione scelto in precedenza

Conoscendo il numero di giri vengono inoltre estratti i valori della velocità relative in ingresso e uscita nelle condizioni nominali dalle curve precedentemente trovate.

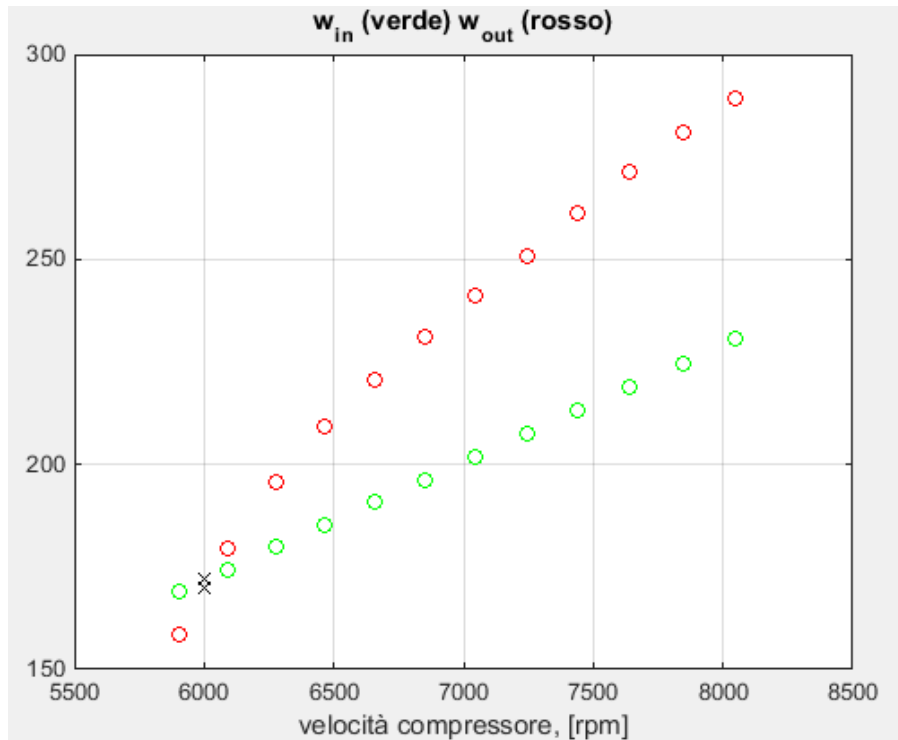


Figura 39 – Esempio di estrazione dei valori della velocità relativa dalle curve trovate in precedenza

Conoscendo anche la geometria sono state subito calcolate le velocità di trascinamento in ingresso e uscita:

$$u_1 = \omega \cdot r_1$$

$$u_2 = \omega \cdot r_2$$

Essendo impostata anche la pressione p_2 in mandata il calcolo della prevalenza reale è immediato:

$$gH_r = R \cdot T_1 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]$$

Come detto vogliamo vedere il comportamento del compressore al di fuori dalle condizioni di portata nominale. In queste nuove condizioni sul compressore non influiranno solamente le perdite distribuite, ma sarà necessario considerare anche quelle concentrate. Solitamente le curve caratteristiche delle perdite e delle prevalenze vengono rappresentate in funzione della portata volumetrica in uscita $Q_{vol_{out}}$. Tuttavia, avendo deciso di relazionare le perdite direttamente con la velocità relativa in ingresso w_1 , le rappresenteremo in funzione proprio di quest'ultima. Anche le perdite concentrate, come quelle distribuite, avranno andamento parabolico, tuttavia la curva che le rappresenta non sarà anche in

questo caso monotona crescente. L'andamento delle perdite concentrate a portata nulla viene fissato al valore $\frac{u_2^2}{2}$ per decrescere poi fino al valore nullo quando la w_1 arriva al valore della velocità relativa w_1 nominale per la ω scelta, quindi ricomincia a crescere.

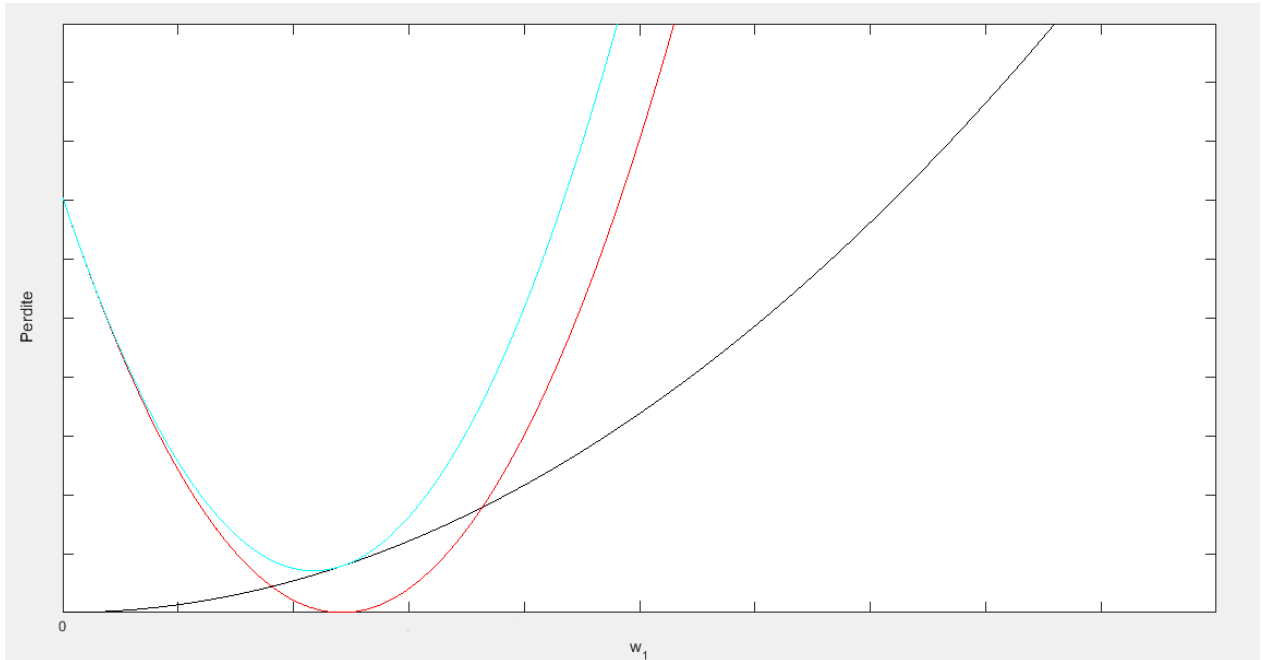


Figura 40 - Andamento delle perdite in funzione della velocità relativa in ingresso

Nella figura 40 è possibile vedere l'andamento appena descritto delle perdite: la linea nera descrive le perdite distribuite mentre la linea rossa quella delle perdite concentrate. Infine la linea azzurra rappresenta la somma delle due.

La prevalenza reale precedentemente calcolata è uguale anche a:

$$gH_r = gH_t - R = gH_t - (R_{conc} + R_{distr})$$

Con questa relazione sopraggiunge un problema. La prevalenza teorica è funzione della velocità relativa in uscita mentre le perdite dipendono da quella in entrata.

$$gH_t = u_2^2 + u_2 \cdot w_2 \cdot \cos(\beta_2)$$

$$R_{distr} = \psi \cdot w_1^2$$

$$R_{conc} = a \cdot w_1^2 + b \cdot w_1 + c$$

$$R = R_{conc} + R_{distr} = a \cdot w_1^2 + b \cdot w_1 + c + \psi \cdot w_1^2$$

Sostituendo nella formula precedente:

$$[A] \quad gH_r = u_2^2 + u_2 \cdot w_2 \cdot \cos(\beta_2) - a \cdot w_1^2 - b \cdot w_1 - c - \psi \cdot w_1^2$$

Adesso è possibile notare ancora meglio il fatto che nell'equazione vi siano sia la velocità relativa in ingresso w_1 che quella in uscita w_2 .

Per risolvere questo problema viene impostato un ciclo iterativo, impostando inizialmente la velocità relativa in uscita uguale a quella in entrata, e terminando l'iterazione quando le portate in massa calcolate nella sezione d'ingresso e d'uscita della girante sono uguali.

$$w_1 = w_2$$

Quindi:

$$gH_r = u_2^2 + u_2 \cdot w_1 \cdot \cos(\beta_2) - a \cdot w_1^2 - b \cdot w_1 - c - \psi \cdot w_1^2$$

È possibile dunque risolvere l'equazione della gH_r e calcolarsi i coefficienti delle perdite concentrate. Le perdite concentrate è stato detto che hanno andamento parabolico. L'equazione avrà quindi una forma di questo genere:

$$R_{conc} = a \cdot w_1^2 + b \cdot w_1 + c$$

Per trovare i coefficienti di questa funzione saranno sfruttati alcuni punti di passaggio della curva. In particolare a velocità relativa nulla (punto 1 in figura 41), le perdite concentrate saranno pari alla metà della prevalenza teorica in quella condizione (u_2^2).

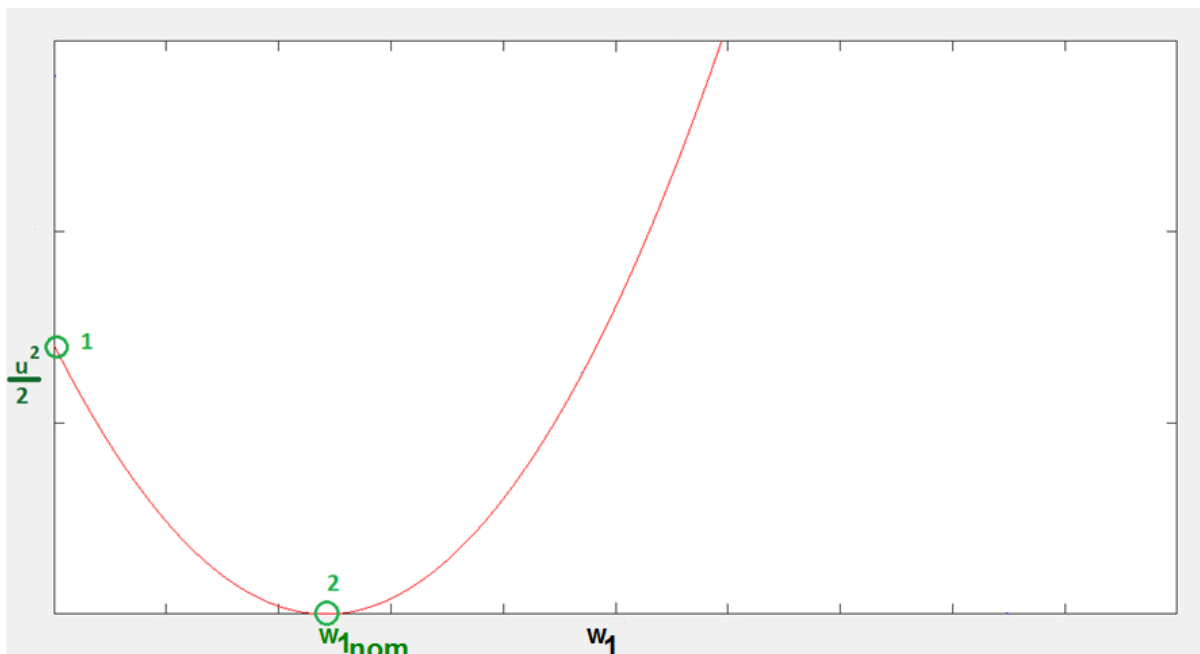


Figura 41 – Punti di intersezione delle perdite concentrate con gli assi

Sostituendo nella precedente formula la velocità relativa nulla:

$$c = R_{conc} = \frac{u_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad c = \frac{u_2^2}{2}$$

Per il punto 2 invece non solo viene imposto il passaggio per il punto ma in esso vi è anche il minimo della funzione (imponendo la derivata prima della funzione uguale a zero). Da queste due condizioni ne deriverà un sistema di due equazioni con due incognite (a e b) facilmente risolvibile:

$$\begin{array}{l} [\text{passaggio}] \\ [\text{minimo}] \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a \cdot w_1^2 + b \cdot w_1 + c = 0 \\ 2 \cdot a \cdot w_1 + b = 0 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = -\frac{2 \cdot c}{w_1} \\ a = \frac{c}{w_1^2} \end{array} \right.$$

Riassumendo, i tre coefficienti che definiscono la parabola saranno:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{u_2^2}{2 \cdot w_1^2} \\ b = -\frac{u_2^2}{w_1} \\ c = \frac{u_2^2}{2} \end{array} \right.$$

Vengono a questo punto raccolti i coefficienti in maniera tale da leggere nel migliore dei modi l'equazione di secondo grado in w_1 :

$$(a + \psi) \cdot w_1^2 + (b - u_2 \cdot \cos(\beta_2)) \cdot w_1 + (gH_r + c + u_2^2) = 0$$

Quest'ultima, introducendo nuovi coefficienti, sarà uguale a:

$$a' \cdot w_1^2 + b' \cdot w_1 + c' = 0$$

Con:

$$a' = a + \psi$$

$$b' = b - u_2 \cdot \cos(\beta_2)$$

$$c' = gH_r + c + u_2^2$$

La velocità relativa in ingresso sarà quindi:

$$w_1 = \frac{-b' + \sqrt{b'^2 - 4 \cdot a' \cdot c'}}{2 \cdot a'}$$

Teoricamente sono due i valori che può assumere la velocità relativa dall'equazione di secondo grado. Tuttavia solo uno dei due è positivo, per questo sarà l'unico ad essere preso in considerazione.

Incomincia ora la parte iterativa vera e propria, imponendo inizialmente la velocità relativa in uscita uguale a quella in ingresso appena calcolata.

$$w_{2tent} = w_1$$

Come detto l'obiettivo è quello di iterare fino a quando le portate massiche in ingresso e uscita sono uguali.

Si incomincia calcolando la prevalenza teorica, che da ora in poi verrà usata come numero, basandosi sulla w_{2tent} :

$$gH_{t_{tent}} = u_2^2 + u_2 \cdot w_{2tent} \cdot \cos(\beta_2)$$

Utilizzando sempre la relazione A tra le perdite e le prevalenze ne verrà fuori una equazione di secondo grado che ha come unica incognita la velocità relativa in ingresso di tentativo w_{1tent} , in quando la $gH_{t_{tent}}$ è stata espressa già in termini della w_{2tent} :

$$(a + \psi) \cdot w_{1tent}^2 + b \cdot w_{1tent} + (gH_r + c - gH_t) = 0$$

Che può essere riscritta nella forma:

$$a'' \cdot w_{1tent}^2 + b'' \cdot w_{1tent} + c'' = 0$$

Con:

$$a'' = a + \psi$$

$$b'' = b$$

$$c'' = gH_r + c - gH_t$$

La velocità relativa in ingresso di tentativo può essere quindi facilmente calcolata con la formula:

$$w_{1tent} = \frac{-b'' + \sqrt{b''^2 - 4 \cdot a'' \cdot c''}}{2 \cdot a''}$$

Avendo trovato una prima velocità relativa in ingresso si può completare il triangolo delle velocità trovandosi la velocità assoluta in ingresso con il teorema di Pitagora:

$$c_{1tent} = \sqrt{w_{1tent}^2 + u_1^2}$$

Vengono calcolati anche gli altri valori di tentativo che ci descrivono lo stato termodinamico del fluido in ingresso, con l'utilizzo di relazioni derivate da quelle già usate in precedenza per il dimensionamento:

$$\frac{c_1^2}{2} = c_p \cdot (T_1 - T_{in}) \quad \rightarrow \quad T_{intent} = T_1 - \frac{c_{1tent}^2}{2 \cdot c_p}$$

$$T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = cost \quad \rightarrow \quad p_{intent} = p_1 \cdot \left(\frac{T_{intent}}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$p \cdot v^k = \frac{p}{\rho^k} = cost \quad \rightarrow \quad \rho_{intent} = \rho_1 \cdot \left(\frac{p_{intent}}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$

Trovate queste quantità il calcolo della portata in massa e di quella volumetrica in ingresso viene di conseguenza:

$$\dot{m}_{intent} = \rho_{intent} \cdot c_{1tent} \cdot A_{in}$$

$$Q_{volintent} = \frac{\dot{m}_{in}}{\rho_{intent}}$$

Viene costruito ora il triangolo delle velocità in uscita. Lo si fa allo stesso modo con cui lo si è fatto nel dimensionamento, anche se in questo caso verrà usata la velocità relativa in uscita di tentativo. Quindi:

$$c_{2xtent} = u_2 + w_{2tent} \cdot \cos(\beta_2)$$

$$c_{2ytent} = w_{2tent} \cdot \sin(\beta_2)$$

$$c_{2tent} = \sqrt{c_{2xtent}^2 + c_{2ytent}^2}$$

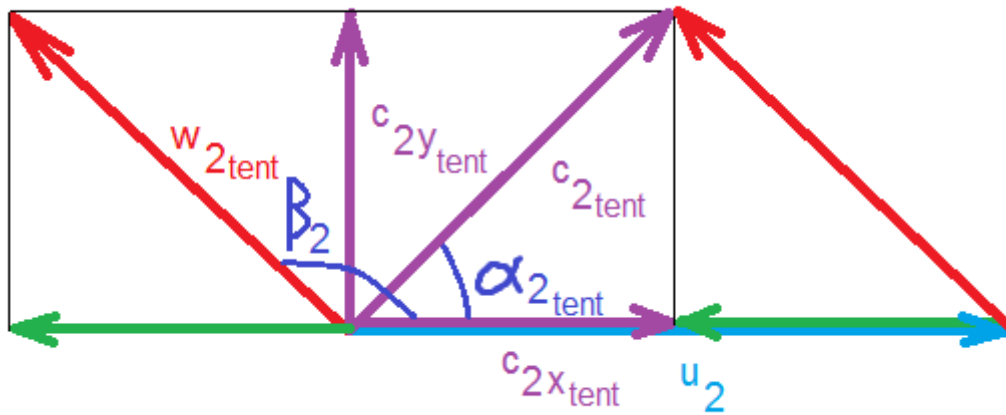


Figura 42 – Triangolo di velocità in uscita di tentativo

La velocità c_{2tent} trovata è quella ideale, a cui ancora non sono state sottratte le perdite.

Anche l'angolo in uscita α_2 ricavato sarà di conseguenza provvisorio:

$$\alpha_{2tent} = \arctan\left(\frac{c_{2y_{tent}}}{c_{2x_{tent}}}\right)$$

Viene calcolata a questo punto ricalcolata la prevalenza teorica che si sostituirà a quella precedente nell'equazione di secondo grado per il calcolo della velocità relativa in ingresso.

$$gH_{tent} = u_2 \cdot c_{2tent} \cdot \cos(\alpha_{2tent})$$

Si possono ora calcolare le perdite:

$$R_{tent} = gH_{tent} - gH_r$$

E il rendimento:

$$\eta_{compr_{tent}} = \frac{gH_r}{gH_{tent}}$$

Ora si passa alla parte finale del ciclo iterativo, per la determinazione della portata in massa in uscita al compressore. Avendo trovato la prevalenza teorica è possibile determinare la temperatura reale del fluido se tutta l'energia data dalla girante si trasformasse in energia di pressione:

$$T_{2r_{tent}} = T_1 + \frac{gH_{tent}}{c_p}$$

Avendo in precedenza calcolato le perdite di tentativo R_{tent} ci si può calcolare la velocità assoluta effettiva in uscita con la formula:

$$c_{2out_{tent}} = \sqrt{c_2^2 - 2 \cdot R_{tent}}$$

Con l'utilizzo della $T_{2r_{tent}}$ e della $c_{2out_{tent}}$ ci si può ricavare la temperatura effettiva di uscita del fluido dalla macchina tramite la relazione già usata precedentemente:

$$T_{2out_{tent}} = T_{2r_{tent}} - \frac{c_{2out_{tent}}^2}{2 \cdot c_p}$$

Una relazione di Poisson viene ancora una volta usata per il calcolo della pressione in mandata effettiva:

$$T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = cost \quad \rightarrow \quad p_{2out_{tent}} = p_2 \cdot \left(\frac{T_{2out_{tent}}}{T_{2r}} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

È possibile che in uscita dal compressore si raggiungano le condizioni di blocco sonico, per questo si verifica che il rapporto tra le pressioni in uscita sia maggiore del valore critico:

$$\frac{p_{2out_{tent}}}{p_2} > 0.528$$

Trovata la pressione in uscita, viene determinata la densità in uscita con la legge dei gas perfetti:

$$\rho_{2out_{tent}} = \frac{p_{2out_{tent}}}{R_{aria} \cdot T_{2out_{tent}}}$$

Ora si hanno tutti i valori necessari per il calcolo della portata in massa in uscita di tentativo:

$$\dot{m}_{out_{tent}} = \rho_{2out_{tent}} \cdot A_{out} \cdot c_{2out_{tent}} \cdot \sin(\alpha_{2tent}) \cdot \varphi_c$$

Non resta che confrontare le portate in massa in ingresso e in uscita. Viene calcolato lo scarto s tra le due portate facendo la differenza tra questa ultime:

$$s = \dot{m}_{out_{tent}} - \dot{m}_{in}$$

Se il valore dello scarto è inferiore a una soglia di tolleranza desiderata allora i valori calcolati finora in uscita saranno quelli cercati e verranno salvati.

Altrimenti si segue un procedimento simile a quello messo in atto nel capitolo precedente. Si userà ancora una volta la funzione *scegli_dw* e con lo stesso ragionamento fatto in precedenza verrà scelta la variazione di velocità relativa in uscita dw . Verrà successivamente cambiata la velocità relativa in uscita del valore della variazione appena calcolato:

$$w_{2tent_{new}} = w_{2tent} + dw$$

Si ricomincerà infine il ciclo iterativo usando la nuova velocità $w_{2tent_{new}}$.

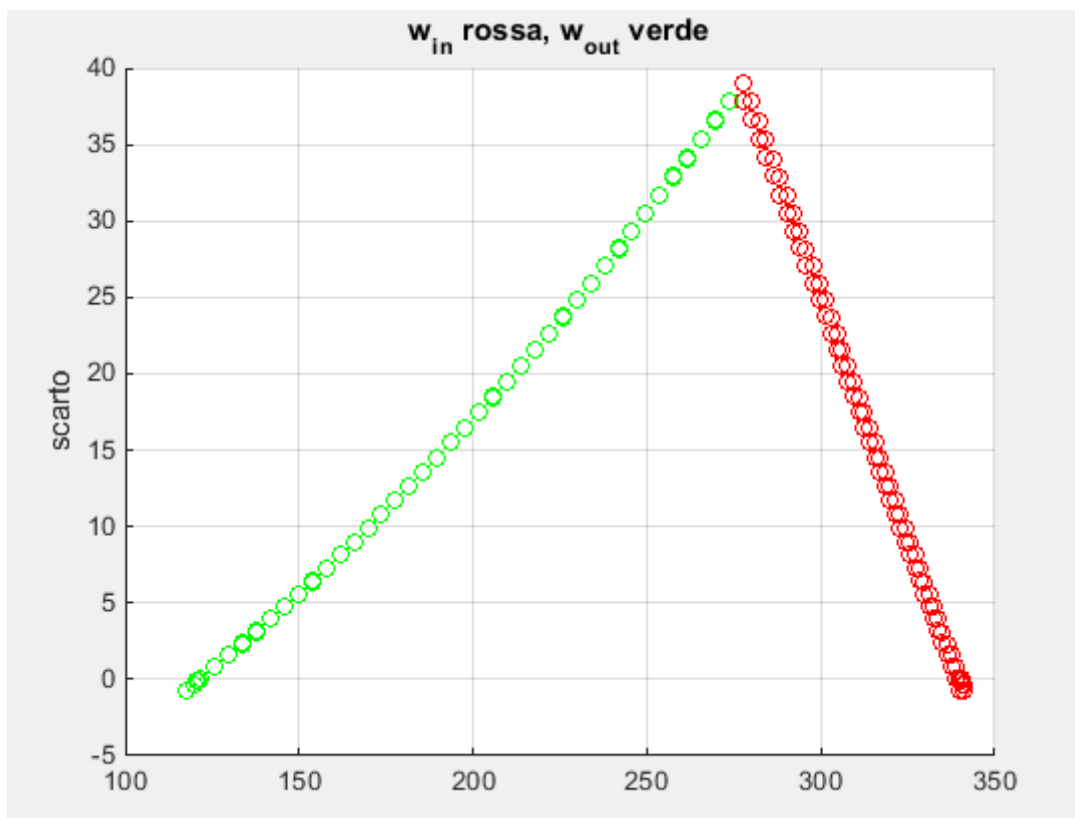


Figura 43 - Esempio di divergenza delle velocità relative

Nella figura 43 è possibile vedere come nel ciclo iterativo le velocità relative inizialmente uguali (parte alta della figura) tendano ad assumere valori diversi, con la velocità in uscita che diminuisce mentre quella in ingresso aumenta. Tutto questo per far sì che la portata in massa in ingresso si riequilibri con quella in uscita e lo scarto tra le due diventi sempre più basso (valore riportato nell'asse delle ordinate).

Capitolo 6 – Mappa del compressore

Viene riportato ora il risultato del codice formulato finora in una certa configurazione.

I dati impostati per la definizione del ciclo sono:

- $P = 3 \text{ MW}$
- $p_2 = 8 \text{ bar}$
- $\eta_{\text{compr}} = 0.75$
- $\eta_{\text{turb}} = 0.8$
- $T_1 = 300 \text{ K}$

Dall'analisi del ciclo Brayton con le posizioni riportate sopra si determinano i seguenti risultati:

T_2	542.83 K
T_{2r}	603.54 K
T_4	718.45 K
T_{4r}	834.76 K
$L_{\text{compr}_{id}}$	242830 J/kg
L_{compr_r}	303543 J/kg
L_{turb_r}	465239 J/kg
L_u	161696 J/kg
\dot{m}	18.55 kg/s

Vengono ora stabiliti i parametri per il dimensionamento del compressore. Si è notato che più si alza il valore della pressione effettiva all'ingresso del compressore p_{in} più è possibile scendere in basso nella scelta del valore minimo da cui partire per il tracciamento dell'andamento delle portate nominali.

- $\omega = 3000 \text{ rpm}$
- $p_{in} = 99000 \text{ Pa}$
- $\varphi_c = 0.95$
- $\beta_2 = 150^\circ$

I dati della geometria del compressore che si ottengono sono i seguenti:

r_1	0.2843 m
r_2	1.9109 m
h_1	0.1422 m
h_2	0.0119 m
ψ	5.0752
β_1	144.75°
$Q_{vol_{in}}$	16.03 m ³ /s
$Q_{vol_{out}}$	5.42 m ³ /s

Altri dati secondari che sono stati calcolati nel procedimento sono:

c_1	63.12 m/s
A_{in}	0.2539 m ²
u_1	89.32 m/s
$w_1 = w_2$	109.37 m/s
u_2	600.34 m/s
c_2	508.57 m/s
α_2	6.17°
c_{2out}	370.44 m/s
T_{2out}	534.93 K
p_{2out}	525380 Pa
ρ_{2out}	3.42 kg/m ³
A_{out}	0.1433 m ²

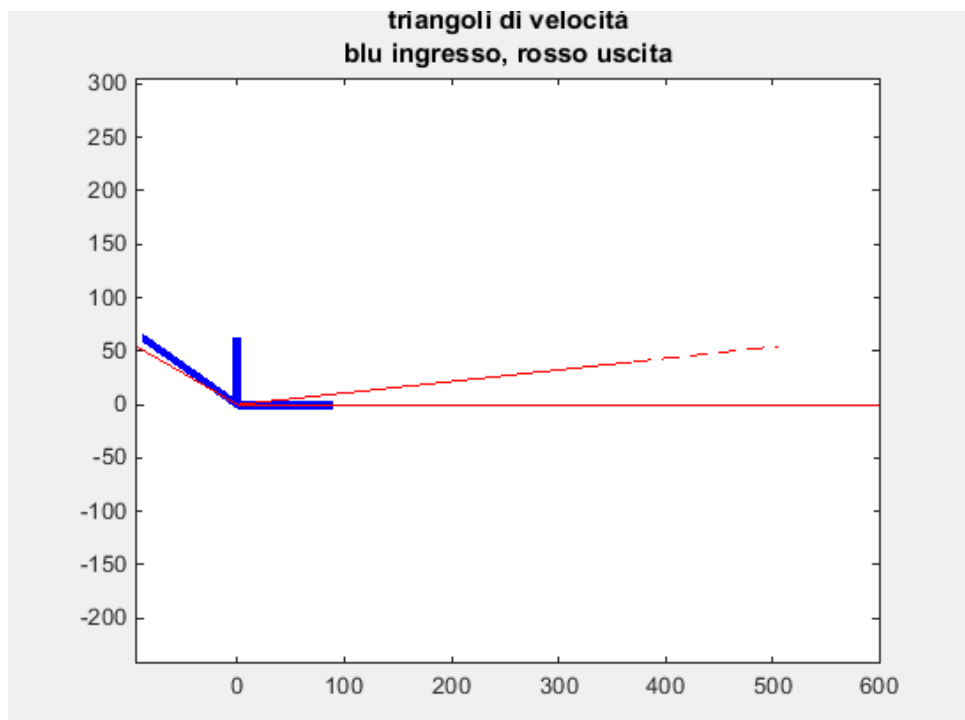


Figura 44 – Triangoli di velocità in ingresso e uscita

Nella figura 44 è possibile comparare i triangoli in ingresso in ingresso e in uscita dalla girante del compressore. In orizzontale sono disegnate le velocità di trascinamento. La parte tratteggiata indica le perdite che sono state sottratte alla velocità in uscita c_2 per trovare la c_{2out} , che è rappresentata con la sola linea continua.

Passiamo ora al tracciamento degli andamenti delle portate nominali. La portata in massa è stata fatta variare nell'intervallo:

$$\dot{m}_1 \leq \dot{m} \leq \dot{m}_2$$

Con:

- $\dot{m}_1 = 0.8 \cdot \dot{m}$
- $\dot{m}_2 = 1.15 \cdot \dot{m}$

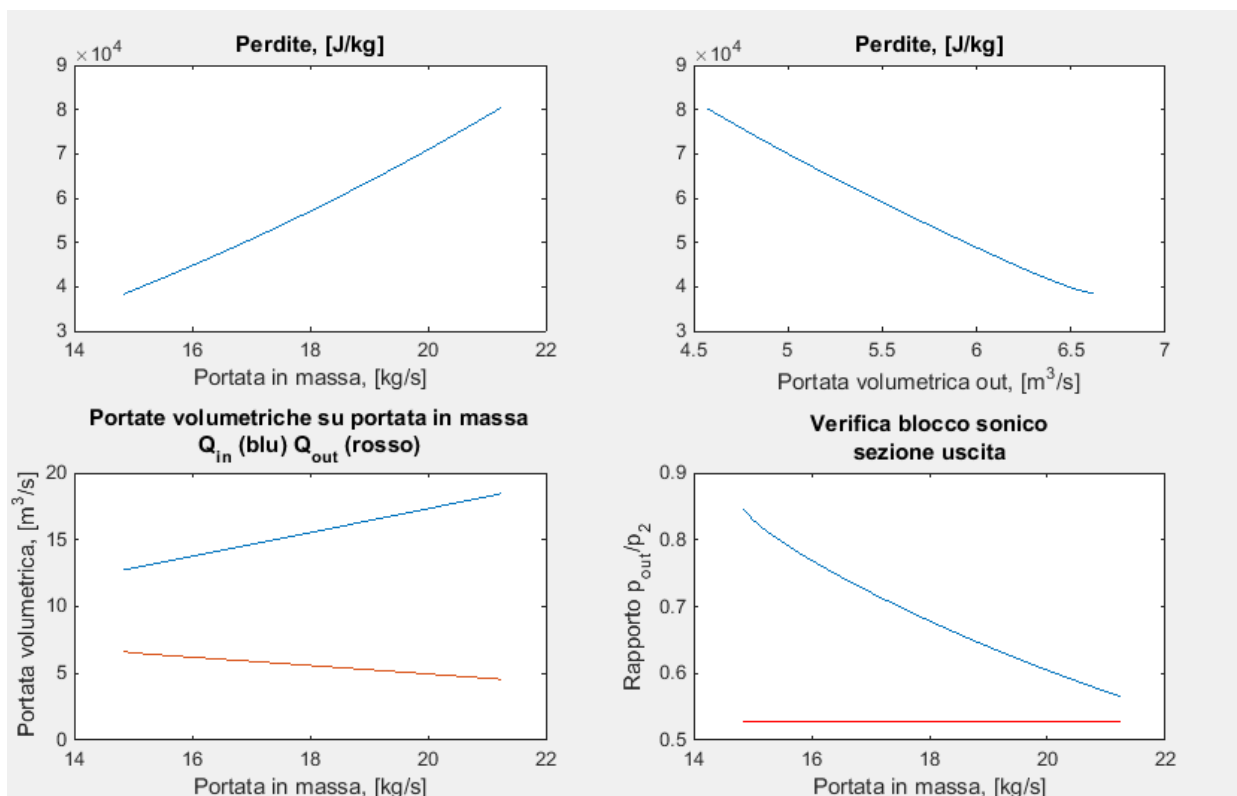


Figura 45 - Andamenti di alcuni parametri

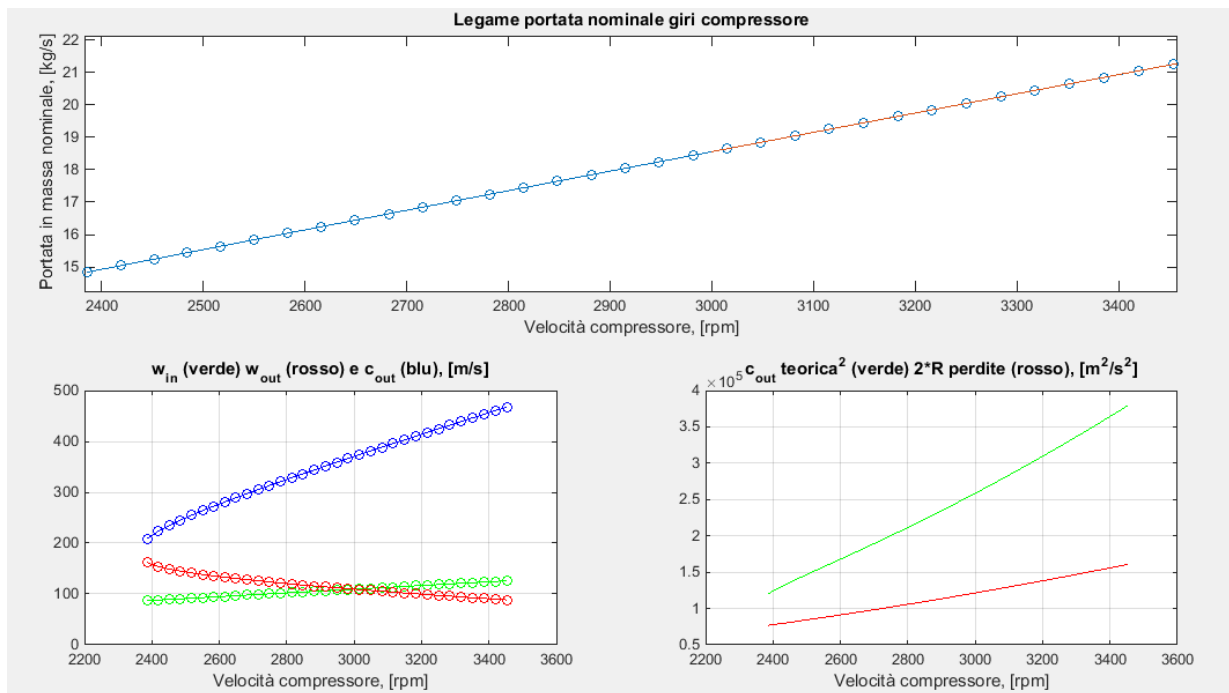


Figura 46 – Andamento di alcuni parametri in funzione delle velocità di rotazione

Lo scarto impostato per la verifica dell'area di uscita della girante è:

$$s = 0.00002 \text{ m}^2$$

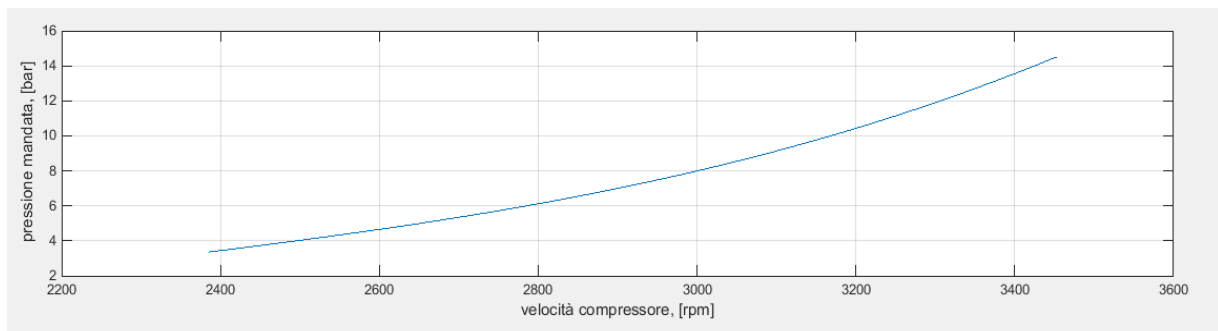


Figura 47 – Andamento della pressione di mandata in funzione della velocità di compressione

Si passa infine alla terza parte, ossia quella per il tracciamento della mappa del compressore.

La velocità di rotazione è stata fatta variare intorno alla condizione di progetto nell'intervallo:

$$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$$

Con:

- $\omega_1 = 2600 \text{ rpm}$
- $\omega_2 = 3500 \text{ rpm}$

La pressione è stata fatta variare invece in un intorno del +/- 10% rispetto al valore della pressione nominale.

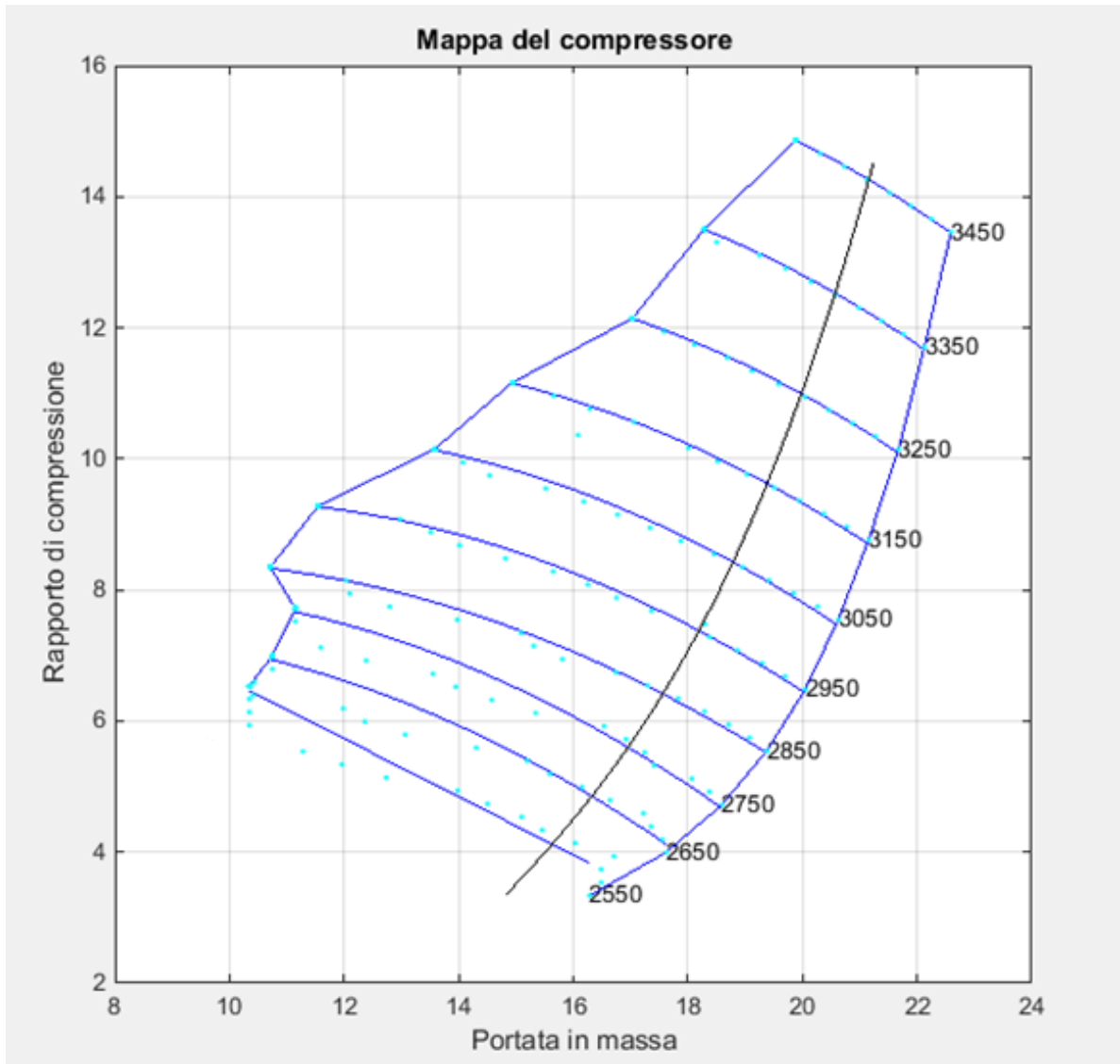


Figura 48 - Mappa del compressore

In figura 48 è mostrata la mappa finale del compressore. È possibile notare in essa la *surge line* che limita le portate troppo basse alle varie velocità di rotazione e la linea di blocco sonico che impone un limite superiore alle portate. In nero nella parte centrale è stata tracciata la curva delle portate nominali.

Capitolo 7 - Dimensionamento della turbina

È stata infine dimensionata la turbina, allo scopo di poter in un prossimo lavoro simulare il funzionamento di un intero gruppo turbogas.

Nella definizione del ciclo erano state impostate e calcolate alcune variabili che serviranno anche adesso per il dimensionamento della turbina. È stato aggiunto a queste il coefficiente di ingombro delle pale.

p_3	Pressione in ingresso alla turbina
\dot{m}	Portata in massa circolante nel gruppo
η_{turb}	Rendimento della turbina
φ_t	Coefficiente di ingombro delle pale
ω	Velocità angolare dell'albero

Essendo stata considerata la trasformazione in camera di combustione una trasformazione isobara si avrà che:

$$p_3 = p_2$$

La portata in massa circolante all'interno del gruppo è costante, quindi sarà la stessa sia nel compressore che nella turbina.

Il coefficiente di ingombro delle pale della turbina non avrà alcun legame con quello del compressore e probabilmente avranno valori differenti (anche se non molto distanti tra loro).

Infine la velocità angolare ω di progetto, che è la stessa del compressore essendo le due macchine calettate sullo stesso albero.

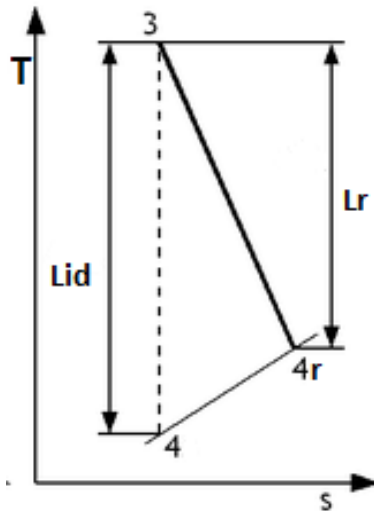


Figura 49 – Espansione ideale e reale in turbina

Nella figura 49 viene mostrata l'espansione reale e ideale in turbina sul piano T-s con i rispettivi salti entalpici utili per calcolare sia il lavoro di espansione ideale che quello reale.

In precedenza nella definizione del ciclo era stata calcolata la temperatura di uscita del fluido dalla turbina sia in condizioni ideali (T_4) che in condizioni reali (T_{4r}), avendo impostato il rendimento.

Viene calcolato a questo punto il lavoro ideale L_{turb} di espansione del fluido in turbina, detto anche prevalenza gH . Può essere fatto tramite due diversi metodi. Il primo è la semplice differenza tra l'entalpia in ingresso e quella in uscita:

$$L_{turb} = gH = c_p \cdot (T_3 - T_4)$$

Oppure il lavoro può essere calcolato analogamente a quanto fatto in precedenza con il compressore (ottenuta dall'equazione generale del moto dei fluidi):

$$\begin{aligned}
 gH &= - \int_3^4 \frac{dp}{\rho} = - \frac{p_3^{\frac{1}{k}}}{\rho_3} \cdot \int_3^4 \frac{dp}{p^{\frac{1}{\gamma}}} = \frac{p_3^{\frac{1}{k}}}{\rho_3} \cdot \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot p^{\frac{k}{k-1}} \right]_3^4 = \\
 &= - \frac{p_3^{\frac{1}{k}}}{\rho_3} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[p_4^{\frac{k}{k-1}} - p_3^{\frac{k}{k-1}} \right] = - \frac{p_3^{\frac{1}{k}}}{\rho_3} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_3^{\frac{k}{k-1}} \cdot \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] = \\
 &= \frac{p_3}{-\rho_3} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] \rightarrow \boxed{gH = -R \cdot T_3 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]}
 \end{aligned}$$

La turbina è stata pensata per essere ad azione, quindi tutta l'energia di pressione viene trasformata nello statore in ingresso in energia cinetica.

Si potrà quindi calcolare la velocità del fluido in ingresso c_1 tramite la relazione:

$$gH = \frac{c_1^2}{2} \quad \rightarrow \quad c_1 = \sqrt{2 \cdot gH}$$

Teoricamente, se il rendimento della macchina fosse unitario, la velocità in uscita dalla turbina sarebbe nulla e tutta l'energia cinetica in ingresso nel rotore verrebbe convertita in energia meccanica all'albero. Tuttavia nella realtà non è così, quindi si può riscrivere la formula del rendimento come il rapporto tra l'energia cinetica effettivamente convertita nel rotore e quella in ingresso nel rotore stesso:

$$\eta_{turb} = \frac{\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}}{\frac{c_1^2}{2}}$$

Da questa uguaglianza appena scritta è possibile calcolarsi la velocità assoluta del fluido c_2 in uscita dalla girante:

$$c_2 = \sqrt{c_1^2 \cdot (1 - \eta_{turb})}$$

Si costruiscono ora i triangoli delle velocità in entrata e uscita nelle condizioni di massimo rendimento.

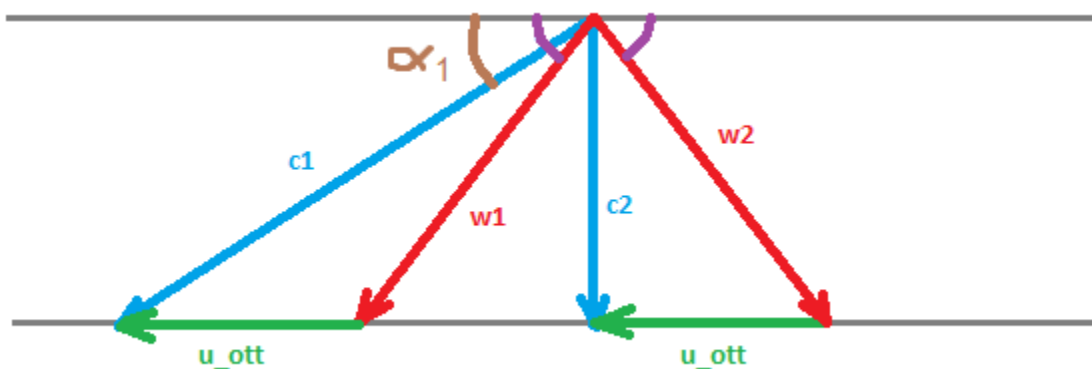


Figura 50 - Triangoli di velocità in ingresso e uscita dalla turbina nelle condizioni di progetto

Nelle condizioni di massimo rendimento (ossia quelle in cui progetteremo la macchina) sappiamo dalla teoria che la velocità assoluta in uscita c_2 avrà

direzione solo assiale, poiché è stata scelta una turbina ad azione. Avendo appena calcolato il modulo delle velocità assolute in ingresso e uscita è possibile calcolarsi l'angolo di ingresso α_1 tramite la trigonometria:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{c_2}{c_1}\right)$$

Dalla teoria delle turbine assiali inoltre si sa che nelle condizioni di massimo rendimento vi è un legame tra la velocità assoluta del flusso in ingresso c_1 e la velocità di trascinamento ottimale u_{ott} , che è:

$$u_{ott} = \frac{c_1 \cdot \cos(\alpha_1)}{2}$$

Per completare la costruzione dei triangoli delle velocità seguiremo il seguente procedimento.

Avendo appena trovato la velocità di trascinamento u_{ott} possiamo completare il triangolo delle velocità in ingresso disegnando la velocità relativa w_1 . Per disegnare la velocità relativa in uscita w_2 si traccia il vettore simmetrico alla velocità relativa in ingresso w_1 rispetto all'asse verticale (che in questo caso coincide con la velocità c_2).

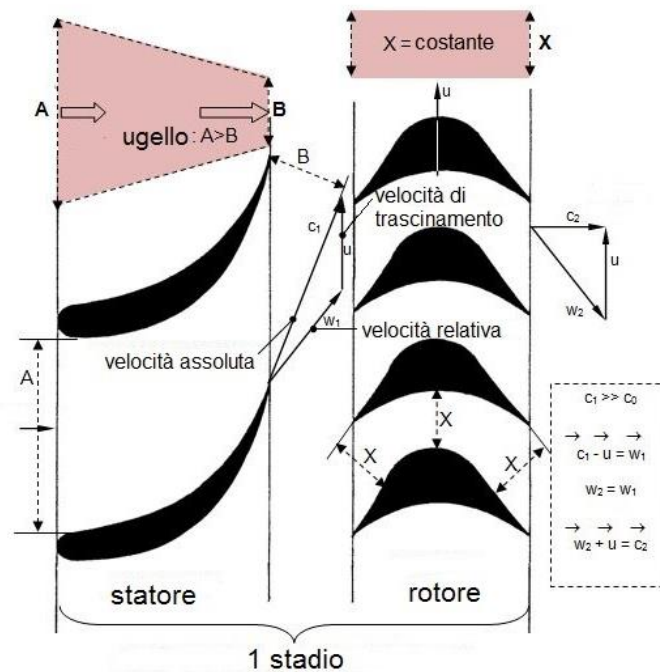


Figura 51 – Sezione della zona di passaggio del fluido

A questo punto è immediato calcolarsi il raggio della girante:

$$r = \frac{u_{ott}}{\omega}$$

Essendo la turbina stata considerata assiale il raggio è consuetudine considerarlo costante dall'ingresso fino all'uscita della girante (sarà il raggio medio, ossia la distanza dall'asse di rotazione della turbina).

Infine è ora necessario calcolarsi l'altezza delle palette della girante.

Si comincia determinando la densità dell'aria in uscita ρ_4 tramite la legge dei gas perfetti:

$$\rho_4 = \frac{p_4}{R_{aria} \cdot T_4}$$

È possibile quindi determinarsi la portata volumetrica in uscita dalla turbina:

$$Q_{vol_{out}} = \frac{\dot{m}}{\rho_4}$$

La portata volumetrica appena trovata è possibile utilizzarla insieme al coefficiente di ingombro delle pale φ_t nel calcolo della sezione di uscita della girante A_{out} , all'interno della relazione:

$$A_{out} = \frac{Q_{vol_{out}}}{c_2 \cdot \varphi_t}$$

Come già detto in precedenza, la turbina è considerata assiale. Questo comporta oltre a un raggio costante, anche una sezione di passaggio del flusso costante nel rotore. Di conseguenza avremo che anche l'altezza delle pale h sarà costante, essendo le tre variabili legate dall'uguaglianza:

$$h = \frac{A_{out}}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Il dimensionamento della turbina è ora terminato. Le grandezze che serviranno successivamente sono:

- r raggio della girante;
- h altezza delle pale della girante;
- α_1 angolo di ingresso del flusso assoluto in ingresso;
- φ_t coefficiente di ingombro delle pale della girante;

Conclusioni e ringraziamenti

Si è riusciti dunque a creare un utile codice per studiare il comportamento di un compressore centrifugo. Durante il lavoro si è cercato di contenere al minimo le informazioni necessarie per definire la geometria del compressore, utilizzando quelle strettamente necessarie per individuare una geometria di massima della girante del compressore.

Uno sviluppo successivo di questo codice sarà la creazione di un codice completo per la simulazione di un gruppo turbogas.

Ringrazio innanzitutto il professore e relatore Davide Moro per la grande disponibilità dimostrata lungo tutto il tempo impiegato per questo lavoro, oltre che al grande supporto didattico e conoscitivo.

Vorrei infine ringraziare tutti coloro che mi hanno aiutato e supportato in questi anni, in particolar modo la mia famiglia e gli amici più cari tra cui specialmente Andrea senza cui il percorso di studi sarebbe sicuramente stato più ostico.

Bibliografia

G. Negri di Montenegro, M. Bianchi, A. Peretto, *“Sistemi energetici e loro componenti”*.

S. Sandrolini, G. Naldi, *“Macchine”*.

Meherwan P. Boyce, *“Gas turbine engineering handbook 4th edition”*

“Appunti del corso di Sistemi Energetici”, Davide Moro

“Appunti del corso di Macchine”, Enrico Corti

