

Scuola di Scienze
Corso di Laurea in Fisica

Realizzazione di un amplificatore lock-in digitale

Relatore:
Prof. Luca Pasquini

Presentata da:
Alessandro Marzo

Correlatore:
Dott. Filippo Maria Giorgi

Sessione III
Anno Accademico 2014/2015

Indice

1	Amplificatori lock-in: principi e applicazioni	1
1.1	Introduzione	1
1.2	Modulazione del segnale	2
1.3	Rilevazione sincrona	3
1.3.1	Principio di funzionamento	3
1.3.2	Signal conditioning	6
1.3.3	Filtro passa basso	6
1.3.4	Phase-locked loop	8
1.3.5	Riserva dinamica e range dinamico	9
1.4	Rilevatori a sensibilità di fase	10
1.4.1	Principi di funzionamento	10
1.4.2	Finestre armoniche di trasmissione	13
1.4.3	Segnali non sinusoidali	14
1.5	Amplificatore lock-in duale	17
1.6	Sistemi pwm	19
1.7	Amplificatore lock-in digitale	21
1.7.1	Canale di di input	21
1.7.2	Canale di riferimento	22
1.7.3	Rilevatori a sensibilità di fase	23
2	Esperimento di laboratorio	25
2.1	Scopo	25
2.2	Introduzione	25
2.3	Apparato strumentale	26
2.3.1	Banco ottico, lampada, chopper e lenti	27
2.3.2	Monocromatore	28
2.3.3	Sensore piroelettrico	29
2.3.4	Campione di semiconduttore	30
2.3.5	Amplificatore lock-in duale	30
2.4	Procedura sperimentale	31
2.5	Elaborazione dati	32
2.5.1	Calcolo della lunghezza d'onda e dell'energia	32
2.5.2	Calcolo dell'energia di gap	32
3	Sviluppo dell'amplificatore lock-in	35
3.1	Introduzione	35
3.2	Software di acquisizione dati	36

3.3	Software di analisi dei dati	36
3.4	Circuiti di acquisizione e alimentazione	37
3.5	Test riserva dinamica	39
	Conclusioni	41
	Appendice	43
	Bibliografia	45

Sommario

Tra tutte le tecniche sviluppate per il recupero di segnali, i metodi basati sul principio di rilevazione sincrona, utilizzati dagli amplificatori lock-in, sono largamente i più usati in tutti i campi della ricerca scientifica. Gli amplificatori lock-in sono strumenti utilizzati per rilevare e misurare segnali in ambienti in cui il rumore di fondo può essere di diversi ordini di grandezza più grande del segnale che si intende misurare. In questo lavoro viene presentato un metodo per realizzare un amplificatore lock-in digitale su scheda hardware NI ELVIS II+ e software LabVIEW. In seguito viene descritto come, attraverso test opportuni, sono state analizzate le performance del sistema realizzato e sono state confrontate con i sistemi disponibili commercialmente. Infine, l'amplificatore lock-in realizzato è stato poi utilizzato in un esperimento di misura spettroscopica dell'energia di gap di un campione di Germanio per mezzo dell'effetto fotoelettrico interno.

Il Capitolo 1 affronta in generale i principi alla base della teoria della rilevazione sincrona, fornendo una descrizione dei vari tipi di sistemi in cui sono implementati.

Il Capitolo 2 descrive in dettaglio dal punto di vista fisico e strumentale l'esperimento di laboratorio in cui è stato implementato l'amplificatore lock-in digitale realizzato.

Il Capitolo 3 fornisce una descrizione dettagliata dal punto di vista hardware e software del sistema realizzato, discutendo i test eseguiti per l'analisi della sua performance e la sua implementazione nell'esperimento di misura dell'energia di gap del Germanio.

Capitolo 1

Amplificatori lock-in: principi e applicazioni

1.1 Introduzione

Oggigiorno è pratica abbastanza comune progettare esperimenti in modo da beneficiare dei vantaggi di tecniche di recupero e di analisi dei segnali. Solo così diviene possibile effettuare misure in casi in cui i segnali di interesse sono disturbati da alti livelli di rumore e interferenza. Tra tutte le tecniche sviluppate per il recupero di segnali, i metodi basati su rilevatori a sensibilità di fase e le loro controparti moderne, gli amplificatori lock-in, sono largamente i più utilizzati in tutti i campi della ricerca scientifica [1].

Gli amplificatori lock-in sono strumenti utilizzati per rilevare e misurare segnali a.c molto piccoli, fino a pochi nanovolts. Essi sono in grado di effettuare misurazioni accurate anche quando i piccoli segnali sono oscurati da sorgenti di rumore migliaia di volte più grandi. Gli amplificatori lock-in utilizzano una tecnica nota come rilevazione a sensibilità di fase per isolare la componente desiderata del segnale ad una specifica fase e frequenza di riferimento. Il rumore e altre componenti a frequenze diverse da quella di riferimento vengono rifiutate dal sistema e non influenzano la misurazione. Questa tecnica consiste nella modulazione del segnale che si intende misurare alla frequenza di riferimento, operazione che equivale alla moltiplicazione del segnale d'interesse con un segnale di riferimento sincrono fornito dalla sorgente della modulazione. Per segnale sincrono si intende che il segnale di interesse ed il segnale di riferimento sono agganciati: ovvero hanno esattamente la stessa frequenza, ed ogni minima deriva del primo viene replicata dal secondo. L'uso di un riferimento sincrono permette lunghi tempi di osservazione con conseguente miglioramento del rapporto segnale/rumore (SNR) della misura.

In generale, con il termine amplificatore lock-in si intende uno strumento che incorpora un rilevatore a sensibilità di fase (PSD: phase-sensitive detector), supportato da preamplificatori, amplificatori di uscita e una sezione di elaborazione del segnale di riferimento. Il rilevatore a sensibilità di fase è il componente principale dell'amplificatore lock-in ed è il responsabile dell'operazione di rilevazione sincrona. Se i termini "tecniche di recupero del segnale" implicano qualche conoscenza a priori del segnale, allora il rilevatore a sensibilità di fase è un vero strumento di recupero del



Figura 1.1: Output d.c. di un sistema sperimentale perturbato da rumore a bassa frequenza.

segnale in quanto impone la struttura del segnale attraverso la sua modulazione.

1.2 Modulazione del segnale

In esperimenti che utilizzano eccitazioni statiche o “d.c” il segnale output in generale appare nella forma di voltaggio diretto che varia lentamente e proporzionale al parametro di interesse dell’esperimento. In questi casi si verificano gravi problemi di misurazione quando il segnale diminuisce fino a livelli comparabili con gli errori di sensibilità della strumentazione, in particolare errori di offset e drift dovuti alla temperatura. Questi ultimi, possono essere trattati come componenti di rumore a bassa frequenza e, nella determinazione di un valore fisso di voltaggio, portano ad un errore sulla misurazione che aumenta con il tempo di osservazione.

Alla luce di questi problemi, è ora pratica comune in certe situazioni interrompere le eccitazioni statiche utilizzando qualche forma di modulazione all’input in un esperimento. Per modulazione si intende un’operazione di modifica di un segnale che equivale ad una moltiplicazione per un’altra forma d’onda scelta. Questa operazione è compiuta nel caso di fasci di luce da un chopper, cioè un disco rotante forato realizzato in modo da interrompere periodicamente la luce. In generale il risultato è una modulazione ON/OFF della sorgente dell’eccitazione. Il voltaggio di output che in origine aveva forma mostrata in Figura 1.1 si trasforma quindi in un voltaggio modulato.

In pratica, la modulazione, cioè la frequenza di chopping, è scelta il più alta possibile per facilitare la separazione del segnale dalle componenti di rumore a basse frequenze. Questa separazione è ottenuta usando un filtro passa alto che genera il segnale a.c. mostrato in Figura 1.2b Si può notare come le piccole fluttuazioni dovute a rumore ad alta frequenza rimangano ancora presenti nel segnale in uscita. Un modo per superare anche questo problema di fluttuazioni residue nella misurazione dell’ampiezza del segnale V_0 è misurare il voltaggio medio della differenza tra due intervalli consecutivi ON/OFF e poi fare la media dei risultati su più cicli di modulazione. Quindi aumentando il tempo di osservazione la stima dell’ampiezza V_0 migliora.

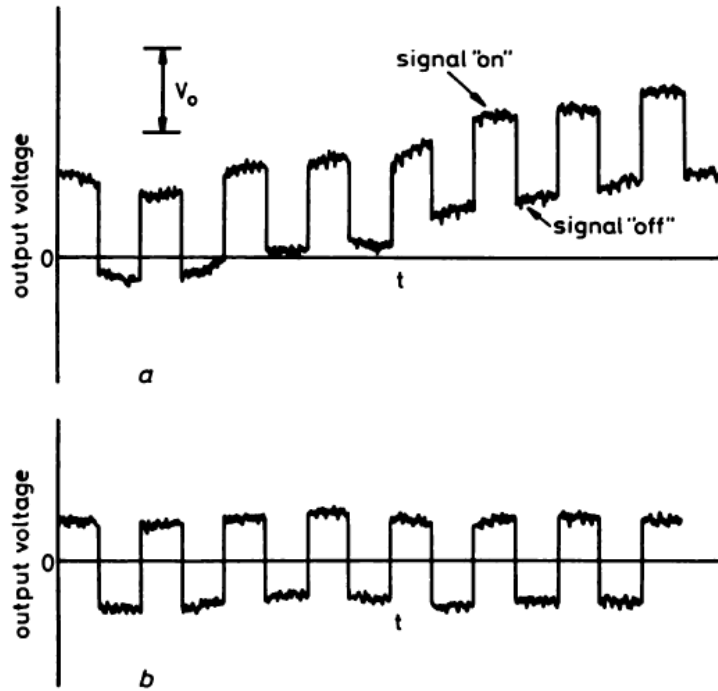


Figura 1.2: a) Output ottenuto dall'interruzione periodica della sorgente dell'eccitazione. b) Output con rumore residuo dopo il filtro passa alto.

1.3 Rilevazione sincrona

1.3.1 Principio di funzionamento

In questo paragrafo delineiamo i principi di rilevazione sincrona alla base dell'operazione dell'amplificatore lock-in. In termini generali, l'operazione di rilevazione sincrona dipende dall'alto grado di correlazione che si sa esistere tra il segnale periodico di interesse $s(t)$ e il riferimento $r(t)$. La presenza di correlazione è verificata attraverso un apparato strumentale schematizzato in Figura 1.3, moltiplicando i due segnali in input per formare il prodotto:

$$V_p(t) = r(t) \cdot [s(t) + n(t)]$$

dove $n(t)$ rappresenta il rumore additivo a cui può essere soggetto il segnale di interesse. Quando $s(t)$ e $r(t)$ sono in correlazione, il loro prodotto dà origine ad un risultato che dipende dall'ampiezza del segnale $s(t)$ e dalla sua fase relativa dal riferimento $r(t)$. Per quanto riguarda il rumore $n(t)$, non ci dovrebbe essere nessuna correlazione con il riferimento e quindi il valore medio del prodotto $r(t)n(t)$ è nullo. Consideriamo il caso più semplice in cui il segnale e il riferimento hanno forma sinusoidale. La struttura più semplice di un rilevatore a sensibilità di fase è mostrata in Figura 1.3.

$$s(t) = \sqrt{2}V_S \cos(\omega_S t + \Phi_S) \quad (1.1)$$

$$r(t) = \sqrt{2}V_R \cos(\omega_R t + \Phi_R) \quad (1.2)$$

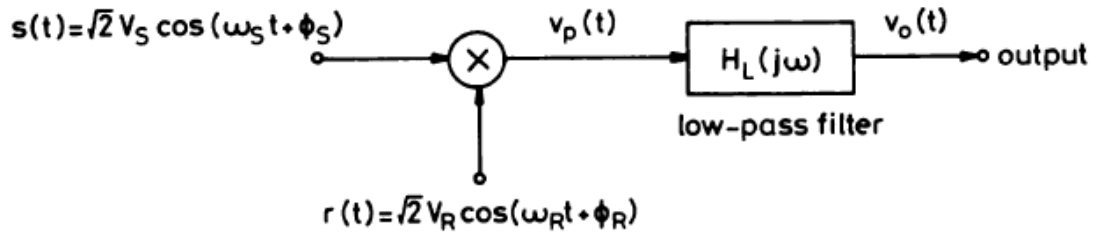


Figura 1.3: Rilevatore sincrono con segnale e riferimento sinusoidali.

E' possibile separare il prodotto $r(t)s(t)$ nelle componenti di somma e differenza:

$$V_p(t) = V_S V_R \cos[(\omega_S + \omega_R)t + \Phi_S + \Phi_R] + V_S V_R \cos[(\omega_S - \omega_R)t + \Phi_S - \Phi_R] \quad (1.3)$$

Nel caso di rilevazione sincrona assumiamo che il segnale e il riferimento abbiano stessa frequenza e che il cut-off del filtro passa basso sia molto minore della frequenza di riferimento. Quindi la componente di somma viene eliminata dal filtro passa basso e la componente di differenza assume una forma di segnale continuo con ampiezza:

$$v_p(t) = V_S V_R \cos(\Phi_S - \Phi_R) \quad (1.4)$$

Si può notare come la risposta d.c di un PSD è dipendente dal coseno della fase relativa tra segnale e riferimento. In generale non è sempre detto che questa fase sia nulla. In questi casi si rende necessario l'utilizzo di una procedura sperimentale, detta di null-shift, per massimizzare l'ampiezza del segnale misurata e poter ottenere misure consistenti. Per primo, si cerca di annullare l'output del PSD aggiustando la fase del riferimento stabilendo così una condizione di quadratura, cioè:

$$f_R = f_S - \frac{\pi}{2} \quad (1.5)$$

La condizione in fase desiderata è poi ottenuta cambiando la fase di 90° . Per un segnale sinusoidale questa procedura garantisce l'arrivo alla condizione in fase che massimizza la risposta del sistema. In pratica, il punto "nullo" può essere determinato facilmente con buona accuratezza anche quando il segnale è estremamente rumoroso e la procedura definisce un modo preciso e ripetibile per effettuare misure consecutive.

La misurazione di ampiezza con questo processo è indipendente al primo ordine da variazioni di fase sul segnale [1]. Questo implica che anche piccoli errori nel raggiungere la condizione in fase non influenzano seriamente l'accuratezza della misurazione dell'ampiezza. Un errore sulla condizione in fase di $+10^\circ$ porterebbe ad un errore del 1,5% nella misurazione di un segnale con ampiezza costante [1].

Supponiamo ora che il segnale abbia anche una componente di frequenza ω_2 diversa ma vicina a quella di riferimento. Il risultato di quest'ultima componente sarà sempre dato dalla componente di differenza il cui destino dipenderà dal modulo della differenza di frequenza $\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_R|$. Se $\Delta\omega$ è sufficientemente piccola ed è paragonabile con la larghezza di banda del filtro passa basso, questa componente

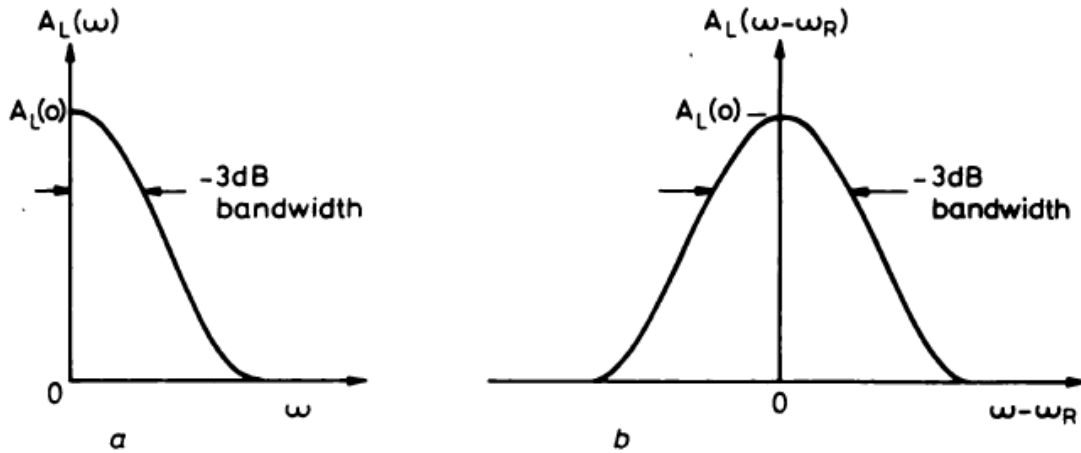


Figura 1.4: a) Funzione di trasferimento di un filtro passa basso b) Finestra di trasmissione derivata dalle caratteristiche del filtro passa basso centrata sulla frequenza di riferimento f_R .

non verrà eliminata dal filtro passa basso ma solo attenuata e il risultato avrà la forma di un segnale alternato con frequenza $\Delta\omega$. Per esprimere l'ampiezza di quest'ultimo risultato è necessaria la funzione di trasferimento $H(j\omega)$ del filtro passa basso:

$$|V_0| = V_S V_R |H_L(j\omega)| \quad (1.6)$$

Questo tipo di risultati non influenzano affatto il valore medio della misura del segnale di interesse perché appaiono in uscita come variazioni di tipo a.c. con valore medio nullo. In questo modo il sistema è in grado di accettare solo quelle componenti di segnale che risultano molto vicine alla frequenza di riferimento. Questo intero processo è descritto in termini di finestra di trasmissione centrata sulla frequenza di riferimento e con una caratteristica che dipende da $A_L = |H_L(j\omega)|$ come mostrato in Figura 1.4. Le finestre di trasmissione rappresentano l'insieme delle operazioni eseguite nel processo di rilevazione sincrona, le quali equivalgono ad un sistema a banda passante sensibile solo a segnali molto vicini alla frequenza di riferimento.

Le uniche componenti di frequenza che possono dare origine ad output spuri sono quelle nella regione d'immediata vicinanza della frequenza di riferimento, confinata dalla finestra di trasmissione definita dalle caratteristiche del filtro passa basso. Concludiamo quindi come la soppressione di gran parte dello spettro del rumore di fondo è inerente all'operazione di rilevazione sincrona e che la selettività di frequenza del rilevatore PSD è governata dalle proprietà del filtro passa basso.

In generale non è detto che l'ampiezza del segnale di interesse sia costante. In questi casi il nostro esperimento sarà caratterizzato da un rate massimo di cambiamento dell'ampiezza del segnale di interesse. Questa caratteristica dell'esperimento porrà limiti al PSD che si traducono nella determinazione del minimo della banda che può essere tollerata nel filtro passa basso affinché il segnale di interesse possa essere misurato senza distorsione. In generale si cerca di scegliere il valore minimo

di cut-off disponibile in modo da migliorare le proprietà di rigetto del rumore del rilevatore.

1.3.2 Signal conditioning

In generale non è necessario filtrare il segnale prima del rilevamento da un sistema sincrono. In certe situazioni però questo passo può essere essenziale per raggiungere un alto fattore di amplificazione in modo da ottenere la sensibilità richiesta dal sistema o da evitare l'overload dell'input dello strumento. Tuttavia l'inclusione di filtri introduce degli sfasamenti nel segnale che poi dovranno essere compensati sul riferimento. Per questo motivo, in generale gli amplificatori lock-in sono dotati di un controllo per cambiare la fase del riferimento.

1.3.3 Filtro passa basso

Un filtro passa basso è costituito da un circuito elettronico che permette il solo passaggio di frequenze al di sotto di una data soglia detta frequenza di taglio detta anche cut-off. Può essere di tipo attivo o passivo a seconda della presenza nel circuito di elementi attivi quali amplificatori oppure di soli componenti passivi. In base alla pendenza del taglio in frequenza, si può inoltre distinguere tra filtri passa basso di primo ordine (20 db per decade), di secondo ordine (40 db per decade), di terzo ordine (60 db per decade) e così via come mostrato in Figura 1.5.

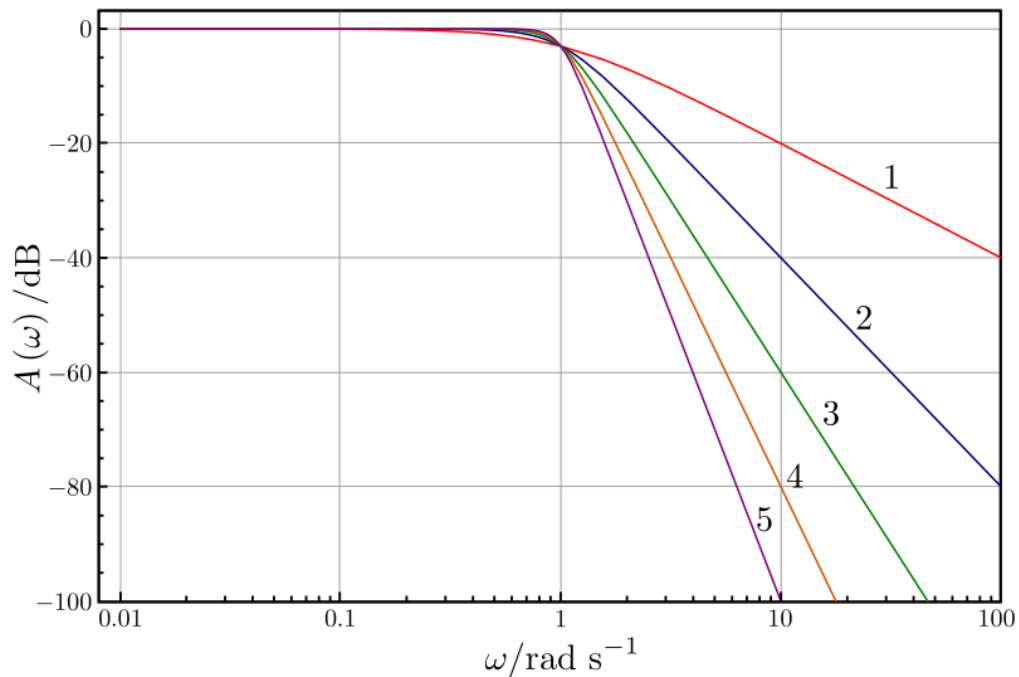


Figura 1.5: Risposta in frequenza di filtri di Butterworth di vari ordini con frequenza di cut-off $\omega_0 = 1$.

Esistono diversi modi in cui è possibile classificare i filtri sia in base alle loro caratteristiche sia in base alla loro implementazione. In generale i filtri si possono

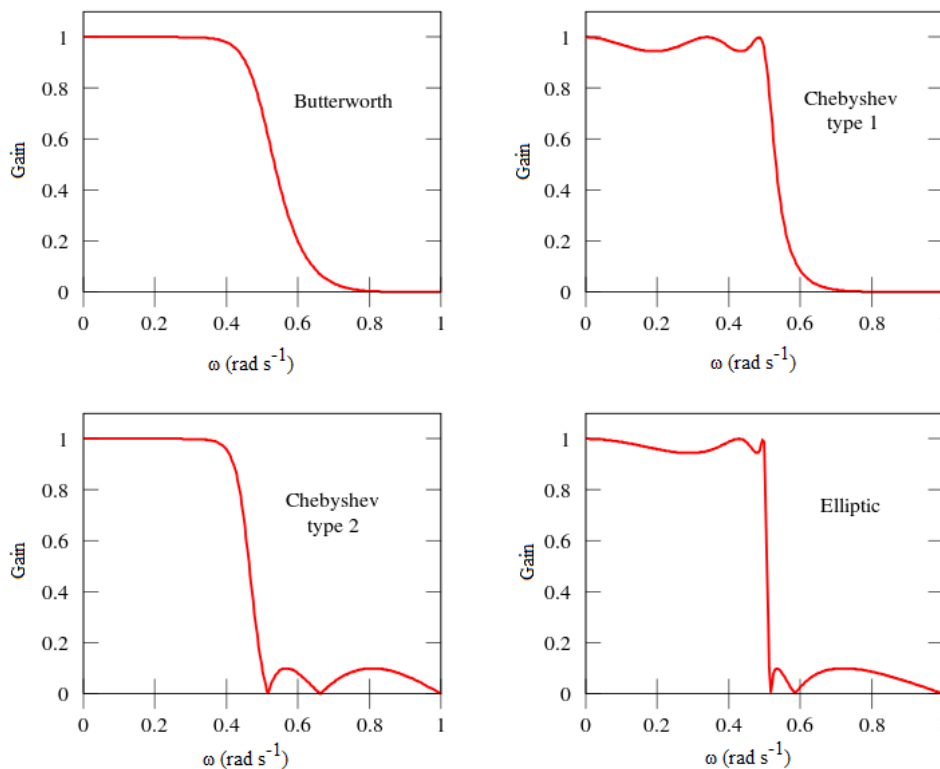


Figura 1.6: Funzione di trasferimento per i più comuni tipi di filtri. Ogni filtro è di ordine 5 ed ha frequenza di cut-off $\omega_0 = 0.5(\text{rad s}^{-1})$.

dividere, indipendentemente da come vengono realizzati, in base alla loro funzione di trasferimento, le famiglie più importanti sono:

1. Butterworth filter: ottiene una risposta in frequenza il più piatta possibile nella banda passante;
2. Bessel filter: rende massimamente piatta la risposta in fase per tutta la banda passante;
3. Elliptic filter: possiede la funzione di trasferimento con pendenza più ripida;
4. Chebyshev filter: ha la migliore approssimazione di una risposta ideale di vari filtri;

Gli amplificatori lock-in sono generalmente forniti di un controllo della costante di tempo del filtro passa basso. Più grande è la costante di tempo più efficace sarà il lock-in nella soppressione del rumore a frequenze sopra il cut-off. Aumentando la costante di tempo aumenterà anche la lentezza della risposta al segnale del filtro e quindi dell'amplificatore lock-in. Nella maggior parte degli esperimenti si cerca di usare un valore ottimale della costante di tempo del filtro in modo da bilanciare la velocità della risposta dell'amplificatore lock-in (valore piccolo della costante di tempo) con le proprietà di soppressione del rumore (valore grande). Il tempo

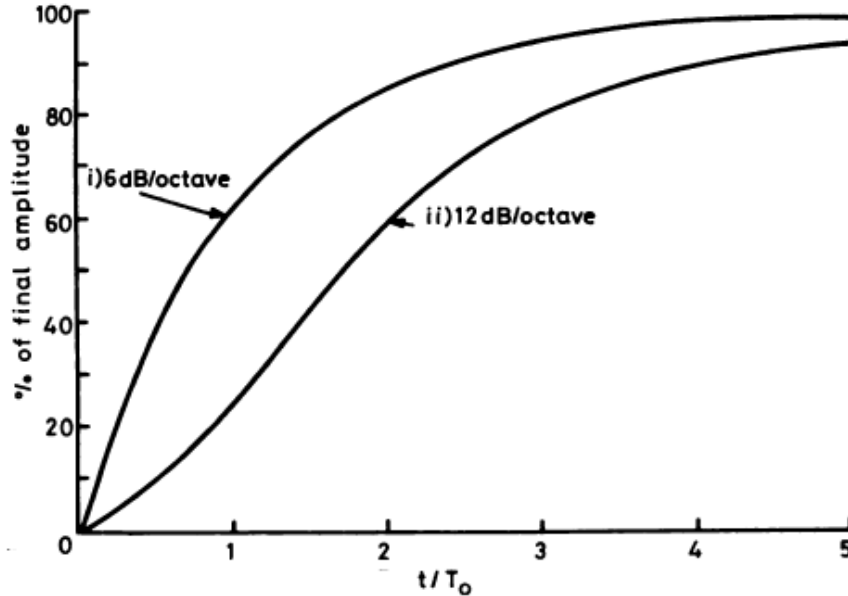


Figura 1.7: Risposte ad un segnale gradino di filtri passa basso R-C di ordine 1 e 2.

di assestamento della misura dipende anche dall'ordine del filtro passa basso: un tempo di assestamento pari a 4 volte la costante di tempo del filtro porta l'output di un filtro di ordine 1 entro il 2% del suo valore finale mentre per un filtro di ordine 2 entro un errore del 10% (Figura 1.7) [1].

All'aumentare della costante di tempo il tempo di assestamento aumenta, ma la sensibilità al rumore diminuisce. Aumentando la costante di tempo del filtro di un fattore X aumenta il tempo di osservazione necessario dello stesso fattore, ma porta ad un miglioramento del rapporto segnale rumore di solo \sqrt{X} [1].

1.3.4 Phase-locked loop

Gli amplificatori lock-in utilizzano un phase locked loop (PLL), in italiano detti anche circuiti ad aggancio di fase, per generare internamente il segnale di riferimento da utilizzare nella moltiplicazione con il segnale da misurare. Questo segnale è ottenuto a partire da il segnale di riferimento esterno che è generalmente fornito dalla sorgente della modulazione del segnale di input. Il PLL dell'amplificatore lock-in aggancia l'oscillatore interno di riferimento a questo riferimento esterno risultando in un segnale di riferimento perfettamente agganciato in fase al segnale esterno. Poiché il PLL traccia attivamente il riferimento esterno, piccoli cambiamenti della frequenza o della fase del riferimento esterno non influenzano la misura.

Lo schema dell'implementazione analogica o digitale di un tipico PLL è generalmente costituito da quattro elementi di base:

- comparatore di fase (in inglese phase detector): è un circuito elettronico che genera un segnale di uscita che rappresenta la differenza di fase tra i due segnali di ingresso;
- filtro passa basso;

- oscillatore controllato in tensione (VCO - Voltage Controlled Oscillator): è un dispositivo elettronico con lo scopo di produrre un'oscillazione periodica, il cui periodo, e di conseguenza la frequenza, è determinato dal valore assoluto di una tensione applicata ad un ingresso di controllo;

Il segnale in ingresso e quello in uscita vengono confrontati tra loro dal comparatore di fase, che restituisce in uscita un segnale di "errore" relazionato con lo sfasamento dell'uscita rispetto all'ingresso. Se si desidera che le due oscillazioni siano accordate (cioè alla stessa frequenza), è sufficiente che tale errore sia costante nel tempo. Questo segnale di "errore", opportunamente filtrato, raggiunge l'oscillatore controllato in tensione (VCO) che viene quindi forzato a produrre un'oscillazione a una frequenza maggiore o minore a seconda dell'entità del segnale in ingresso. L'uscita del VCO viene poi confrontata con il segnale di riferimento, essendo l'anello chiuso in retroazione negativa. A regime, il sistema tenderà a raggiungere uno stato in cui l'uscita del VCO e il segnale di riferimento hanno la stessa frequenza, ottenendo così la sintonizzazione del PLL. La velocità di risposta del circuito dipende dalle caratteristiche del filtro e del comparatore di fase e dalla sensibilità del VCO. Si noti che la presenza del filtro passa basso è indispensabile per controllare la dinamica del sistema in retroazione e per eliminare componenti spurie in uscita dal comparatore di fase.

1.3.5 Riserva dinamica e range dinamico

La riserva dinamica e il range dinamico sono le due grandezze principali utilizzate nella misura delle prestazioni di un amplificatore lock-in. La riserva dinamica fornisce una misura indicativa della massima ampiezza di un segnale asincrono di interferenza tollerabile dall'amplificatore lock-in tale da non causare eccessive distorsioni sulla misura del segnale di interesse oppure l'overload dello strumento. La prima condizione è più severa e restrittiva della seconda ed è tipicamente fissata nel punto in cui le distorsioni dovute al rumore provocano un errore del 5% sulla misurazione [2]. La riserva dinamica si esprime in dB ed è definita come:

$$\text{Riserva dinamica}(dB) = 20 \log_{10} \frac{A_N}{A_S} \quad (1.7)$$

dove A_N è l'ampiezza del segnale di interferenza che provoca un errore del 5% sulla misura dell'ampiezza A_S del segnale di interesse. La riserva dinamica non è la stessa per tutte le scale di grandezza delle ampiezze dei segnali, poiché è limitata dal range di linearità dello strumento, che è tipicamente di qualche volt. Per esempio, 60 dB di riserva dinamica non sono disponibili per un segnale di ampiezza 1V in quanto implicherebbe la capacità dello strumento di misurare segnali di 1 kV. Tipicamente gli amplificatori lock-in disponibili commercialmente offrono riserve dinamiche fino a 130 dB [3]; ciò significa che sono in grado di misurare, ad esempio, un segnale di 100 nV in presenza di un segnale di interferenza di 300mV.

Il range dinamico invece è definito dal rapporto tra l'ampiezza massima di un segnale di interferenza e l'ampiezza del più piccolo segnale che può essere misurato senza overload. Questa grandezza fornisce la capacità dell'amplificatore lock-in di avere una buona stabilità di output per grandi valori della riserva dinamica.

1.4 Rilevatori a sensibilità di fase

1.4.1 Principi di funzionamento

Il rilevatore a sensibilità di fase è il componente principale di un amplificatore lock-in ed è il responsabile dell'operazione di demodulazione sincrona, cioè della moltiplicazione dei segnali di interesse e di riferimento. Nella storia dell'evoluzione tecnologica degli amplificatori lock-in analogici si ha avuto un punto di svolta con l'adozione di moltiplicatori ad interruttore (switching multiplier) come rilevatore sincrono [4]. Essi permettono di ottenere il più alto range dinamico così da massimizzare le capacità di recupero del segnale in sistemi reali. Oltre al vantaggio della loro semplicità (e quindi basso costo) i moltiplicatori ad interruttore portano ad un grado maggiore di precisione che non può essere eguagliato da tipici moltiplicatori analogici, che tendono generalmente a soffrire di problemi di non linearità [1]. L'operazione di moltiplicazione è eseguita da un interruttore a due stati il quale è controllato elettronicamente dal voltaggio di riferimento e cambia sistematicamente il guadagno tra $+1$ e -1 . Il moltiplicatore è quindi guidato con un'onda quadra che è precisamente sincronizzata con il segnale di riferimento. Nella modalità tipica di funzionamento l'interruttore trascorre un tempo uguale tra i due stati fornendo un'onda quadra simmetrica, cioè con duty cycle del 50%.

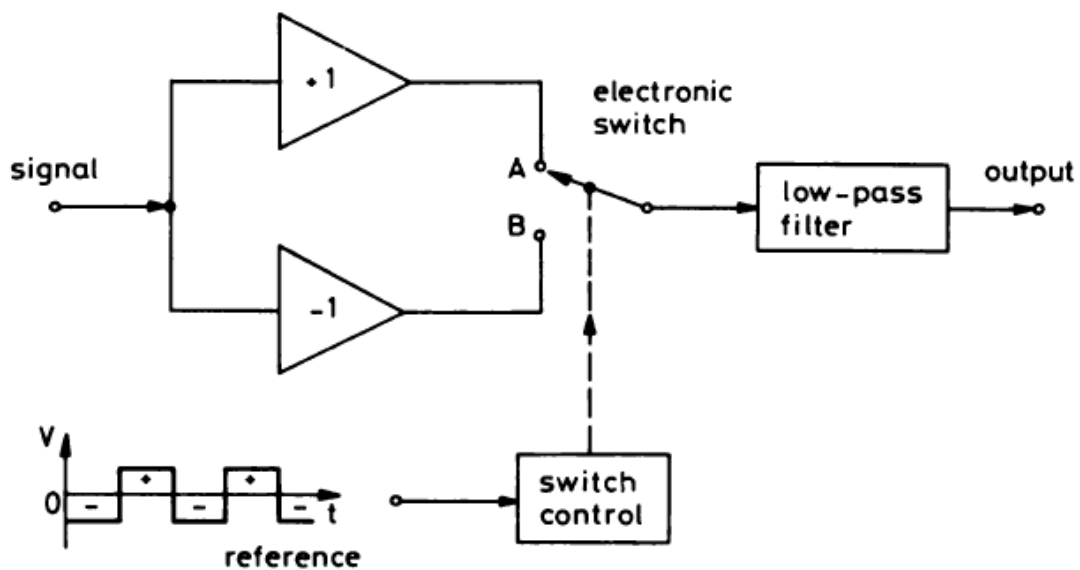


Figura 1.8: Principio di funzionamento di un rilevatore a sensibilità di fase.

In Figura 1.9 il segnale sinusoidale e il riferimento applicato sono perfettamente in fase. Il riferimento cambia polarità in maniera simmetrica, così come il segnale, portando così alla rettificazione del segnale in output dell'interruttore. L'output dell'interruttore è poi applicato al filtro passa basso che fornisce un voltaggio d.c. proporzionale all'ampiezza del segnale.

Nella maggior parte delle applicazioni il segnale e il riferimento non arriveranno al rilevatore di fase perfettamente in fase; per questo in Figura 1.10 sono mostrati gli effetti di uno sfasamento di 180° e di 90° sull'output.

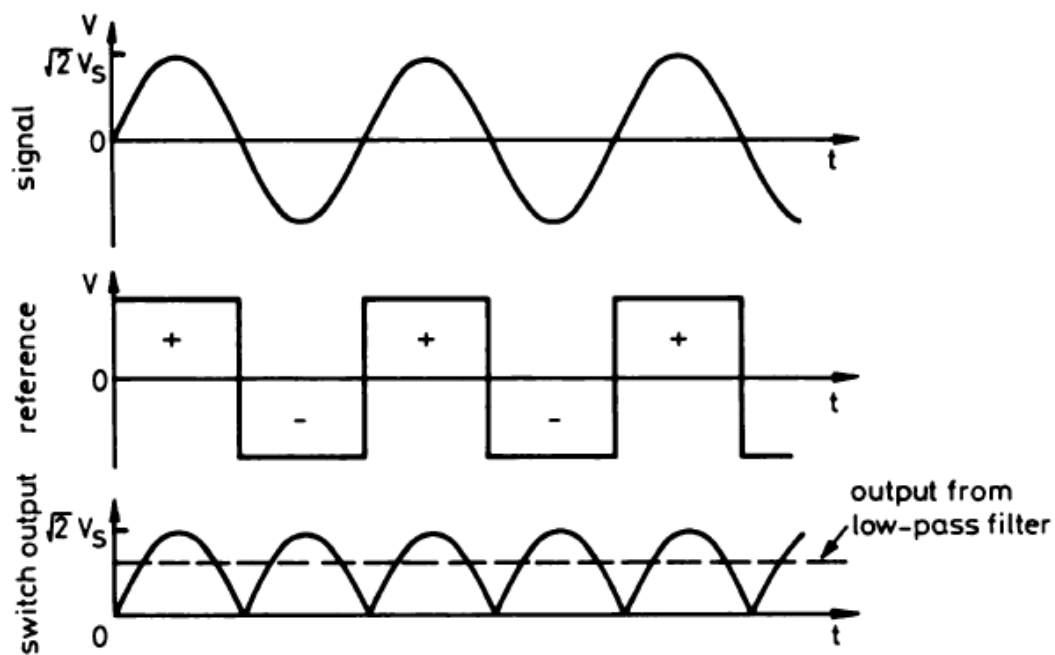


Figura 1.9: Forme d'onda in un PSD che operano in fase con un segnale sinusoidale.

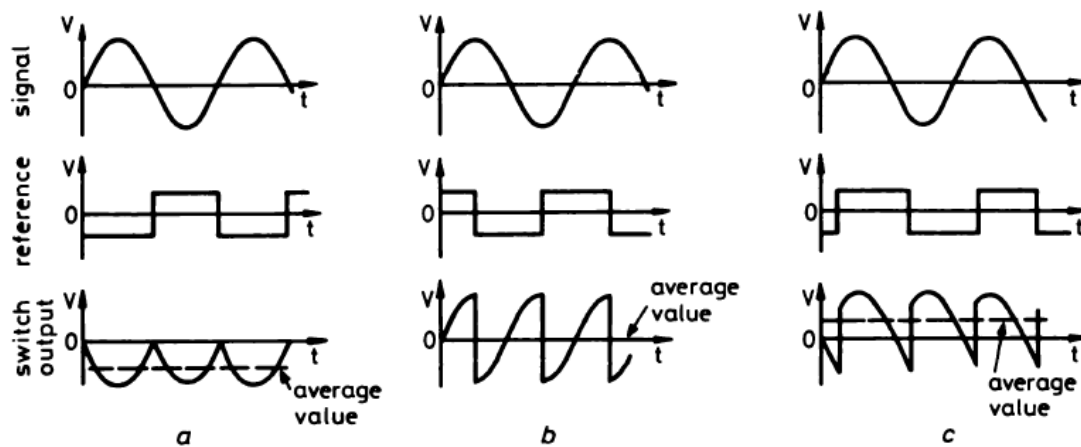


Figura 1.10: Comportamento di un PSD in diverse condizioni di fase: a) $\Phi = 180^\circ$; b) $\Phi = 90^\circ$; c) Φ arbitraria.

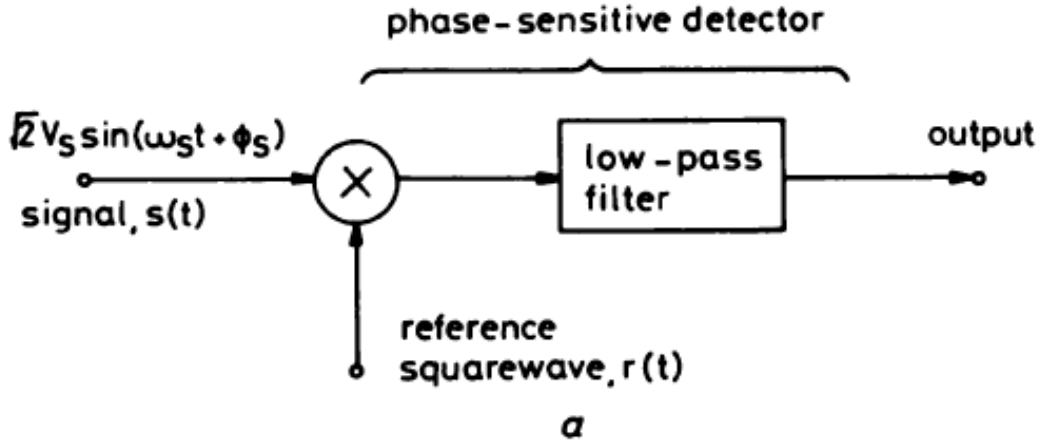


Figura 1.11: Modello ideale del moltiplicatore per un PSD.

Per determinare la relazione esatta tra segnale e riferimento riconosciamo l'operazione di switching equivalente alla moltiplicazione del segnale con un'onda quadra. In questo modo possiamo usare un modello ideale di moltiplicatore in cui l'onda di riferimento ha la seguente rappresentazione di Fourier:

$$r(t) = \frac{4}{\pi} [\cos(\omega_R t + \Phi_R) - \frac{1}{3} \cos 3(\omega_R t + \Phi_R) + \frac{1}{5} \cos 5(\omega_R t + \Phi_R) - \dots] \quad (1.8)$$

Moltiplicando termine a termine e separando le componenti di somma e differenza si ottiene:

$$\begin{aligned} V_p(t) = & \frac{2\sqrt{2}V_S}{\pi} [\cos(\omega_R t \pm \omega_S t + \Phi_R \pm \Phi_S) \\ & - \frac{1}{3} \cos(3\omega_R t \pm \omega_S t + 3\Phi_R \pm \Phi_S) \\ & + \frac{1}{5} \cos(5\omega_R t \pm \omega_S t + 5\Phi_R \pm \Phi_S) - \dots] \end{aligned} \quad (1.9)$$

Il risultato ottenuto è simile a quello già discusso sopra per un rilevatore sincrono ideale. Per il caso sincrono poniamo $\omega_R = \omega_S$, e assumiamo che il cut-off del filtro passa basso sia molto minore della frequenza di riferimento. Questa operazione elimina dall'output i prodotti alle frequenze pari 2ω , 4ω , 6ω ...ecc trasmettendo solo la componente continua:

$$V_0 = \frac{2\sqrt{2}V_S}{\pi} [\cos(\Phi_R - \Phi_S)] \quad (1.10)$$

La differenza essenziale in questo caso è che l'output del rilevatore a sensibilità di fase sarà sensibile anche a segnali di frequenza 3ω , 5ω ecc cioè a tutti i multipli dispari della frequenza fondamentale. La sensibilità relativa del sistema di rilevamento a queste frequenze addizionali è $1/3$, $1/5$ e così via, corrispondente alle relative magnitudini delle componenti di Fourier del riferimento. Un sistema di rilevamento con questa proprietà è detto sensibile alle armoniche.

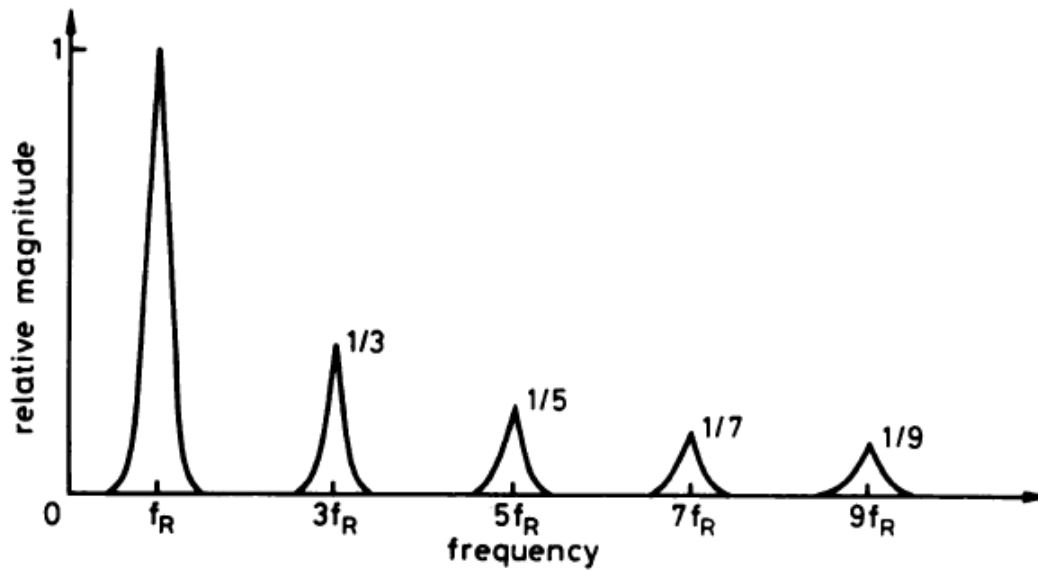


Figura 1.12: Le prime cinque finestre di trasmissione di un PSD ad onda quadra.

1.4.2 Finestre armoniche di trasmissione

Se ora consideriamo l'effetto dell'uso di un'onda quadra come segnale di riferimento, troviamo che le componenti armoniche addizionali portano ad una finestra di trasmissione mostrata in Figura 1.12.

Le finestre di trasmissione sono centrate sulle armoniche dispari della frequenza di riferimento e la massima magnitudine di ogni finestra è pesata dalla magnitudine della componente di Fourier associata. Prima che un segnale possa produrre una risposta all'output di un rilevatore a sensibilità di fase deve rientrare in almeno una delle finestre di trasmissione. Per produrre una vera risposta d.c. un segnale deve essere sincrono con una o più componenti di Fourier del riferimento. Altrimenti l'output apparirà come dei battimenti con frequenza pari alla differenza tra la frequenza del segnale e la frequenza centrale della finestra di trasmissione.

L'importanza pratica delle finestre di trasmissione nasce dal fatto che esse rappresentano le regioni di frequenza in cui il rilevatore a sensibilità di fase è suscettibile a componenti discrete di rumore e interferenza. Rilevatori sincroni ideali che operano con riferimento sinusoidale, sono relativamente immuni a queste componenti a meno che non siano molto vicine alla frequenza di riferimento. La sensibilità addizionale di rilevatori a sensibilità di fase con interruttore ad interferenze con frequenze maggiori di quella di riferimento, assieme alle possibili ambiguità di misura che derivano da sistemi sensibili alle armoniche, possono portare a severe limitazioni in alcune circostanze.

Larghezza di banda del rumore di un PSD

Quando un segnale con rumore bianco è misurato con un rilevatore a sensibilità di fase convenzionale, il rumore post rilevamento di output è maggiore di quello che sarebbe risultato da un rilevatore con riferimento sinusoidale. Questo è dovuto

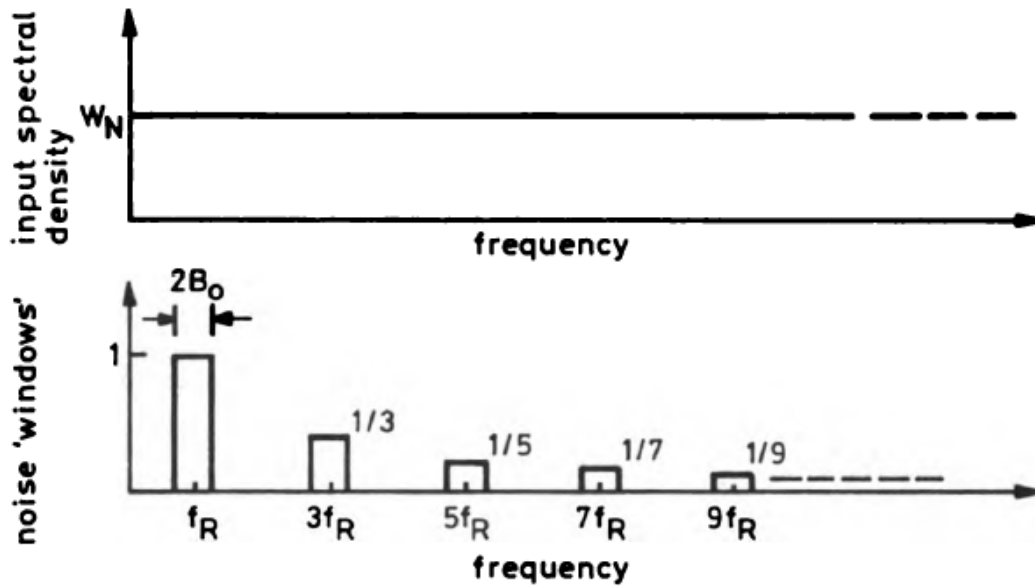


Figura 1.13: Calcolo del rumore nell'output di un PSD con rumore bianco in input. Ogni finestra di trasmissione è sostituita da una finestra di "rumore equivalente".

all'effetto delle finestre di trasmissione addizionali che provocano una sensibilità maggiore al rumore.

Il contributo del rumore totale può essere ottenuto dalla somma dei singoli contributi delle finestre di trasmissione:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \quad (1.11)$$

Il risultato mostra un aumento del 23% sul valore medio quadro del rumore trasmesso rispetto alla finestra fondamentale e rappresenta un aumento di circa 11% nel valore r.m.s della fluttuazione in output [1].

1.4.3 Segnali non sinusoidali

Fin'ora abbiamo considerato le proprietà di sistemi di rilevamento sincrono solo in termini di segnali sinusoidali. Estendiamo ora questa discussione includendo tutti i tipi di segnali periodici concentrandoci su quelli di particolare interesse pratico. Un problema comune a molte misurazioni con PSD è introdurre un segnale di riferimento con la fase corretta per massimizzare la risposta d.c di un dato segnale. In certe situazioni il rumore può rendere questo processo abbastanza complicato. Nel caso particolare di segnali sinusoidali abbiamo visto come la risposta d.c di un PSD è dipendente dal coseno della fase relativa tra segnale e riferimento. Questo permette di utilizzare la procedura sperimentale di null-shift che semplifica il processo del raggiungimento della condizione in fase. Questo approccio è largamente utilizzato per tutti i tipi di segnali periodici. La procedura è spesso giustificata dall'assunzione che un cambiamento di 90° della fase dal punto nullo massimizzi automaticamente

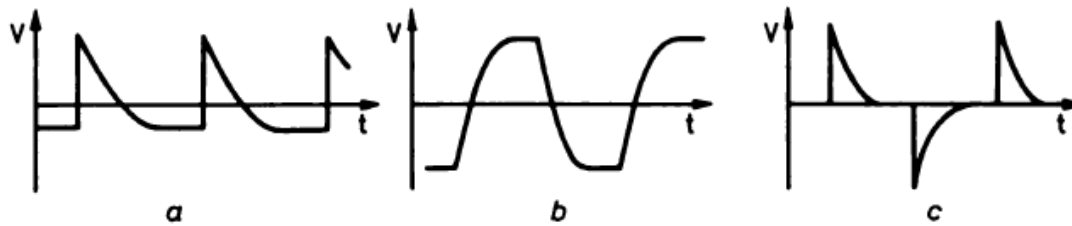


Figura 1.14: Esempi di forme d'onda asimmetriche.

la risposta del PSD per tutti i tipi di segnali periodici. Sfortunatamente, questo non è il caso.

Segnali simmetrici

Molti segnali non sinusoidali di importanza pratica come onde quadre, triangolari o rettangolari posseggono un alto grado di simmetria. In tutti questi casi, quando un dato segnale è esprimibile come funzione pari o dispari del tempo, la procedura di null-shift continua a valere.

Segnali asimmetrici

Per segnali asimmetrici si intendono quelli per cui non è possibile scegliere un'origine sull'asse dei tempi affinché $s(t) = \pm s(-t)$. In pratica segnali di questa categoria sono molto probabilmente segnali simmetrici che sono stati soggetti a filtri di vario tipo dando origine a forme d'onda del tipo in Figura 1.14.

A questa classe di segnali possiamo aggiungere anche il caso importante dei segnali sinusoidali soggetti a distorsioni armoniche arbitrarie. In tutti questi casi è possibile determinare il valore della fase del riferimento che annulla l'output del PSD. In generale, però, cambiare la fase di 90° non massimizza l'output del PSD. Fortunatamente, nella maggior parte dei casi, l'output risultante non differisce più del 10% o 20% dal suo valore massimo possibile [1]. Per questo motivo, la procedura del null-shift è quasi universalmente adottata per tutti i tipi di segnali periodici in quanto è sufficiente ad ottenere una misura consistente dell'ampiezza del segnale in presenza di rumore. Vale comunque la pena notare che per segnali asimmetrici l'output non è più indipendente al primo ordine da piccoli aggiustamenti della fase e che l'unico caso in cui la procedura di null-shift può essere applicata per massimizzare l'ampiezza misurata del segnale a tutti i tipi di segnali periodici è quello in cui si utilizza un sistema di rilevamento con sensibilità solo alla frequenza di riferimento.

Onde quadre: un caso speciale

La risposta di un PSD dovuta ad un'onda quadra è maggiore di quella ottenuta con un'onda sinusoidale con stessa ampiezza r.m.s in quanto ci sono i contributi di ogni componente sincrona di Fourier del segnale e del riferimento. Se immaginiamo di avere un segnale sinusoidale e di doverlo convertire in un segnale ad onda quadra aggiungendo le componenti di Fourier con ampiezza e fase corrette, l'output del

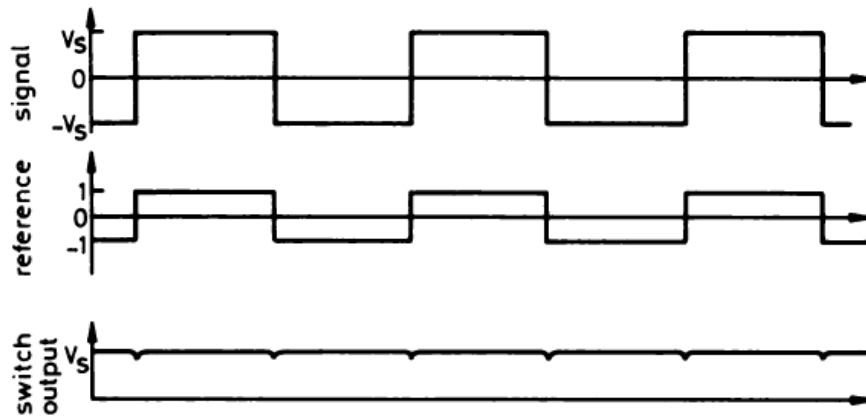


Figura 1.15: Forme d'onda in un PSD con segnali ad onda quadra in fase tra loro.

PSD aumenterà di un fattore fornito dall'equazione 1.11. Come abbiamo già visto, questo è lo stesso fattore di cui aumenta il valore medio quadro del rumore per un PSD convenzionale nel caso di rumore bianco. In questo caso, però, l'effetto di aggiungere componenti di Fourier addizionali al segnale sinusoidale è quello di aumentare la risposta del segnale alle spese del rumore. La ragione di questo è che i contributi del segnale si sommano semplicemente mentre i contributi del rumore vanno sommati come r.m.s. Il risultato è un aumento della risposta del segnale del 23% che ben compensa per l'aumento del 11% nel valore r.m.s delle fluttuazioni del rumore causato dall'uso di un riferimento ad onda quadra [1].

Comunque, nel caso di segnale e riferimento ad onda quadra, i vantaggi sul rumore sono spesso marginali e di solito non importanti rispetto ad altri benefici.

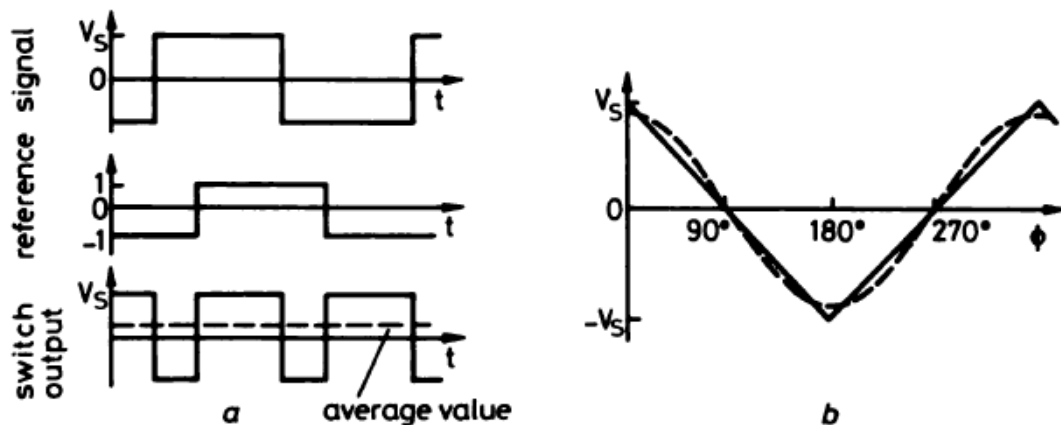


Figura 1.16: a) Forme d'onda in un PSD con segnale e riferimento ad onda quadra con fase arbitraria; b) Relazione tra la fase e l'ampiezza misurata per un segnale ad onda quadra. Per confronto in linea tratteggiata è mostrata la stessa relazione per un segnale sinusoidale con la stessa ampiezza r.m.s.

Nel caso di segnali sinusoidali, la costante temporale del filtro passa basso dovrebbe sempre essere sufficiente a sopprimere tutte le componenti di frequenze

indesiderate. Questo porta spesso a tempi di risposta eccessivamente lunghi per la misurazione di segnali a bassa frequenza (<10 Hz). Quando sono utilizzati segnali ad onda quadra in questo regime è possibile diminuire i requisiti del filtro passa basso così da ottenere risultati più velocemente. Allo stesso tempo vengono presi in considerazione gli effetti di finestre di trasmissione addizionali.

La relazione della dipendenza dell'output dalla fase tra segnale e riferimento può essere determinata moltiplicando tra loro le serie di Fourier del segnale e del riferimento e prendendo in considerazione la componente d.c del loro prodotto, che risulta essere:

$$V_0(\Phi) = V_S \left[1 - \frac{\Phi}{90}\right], \text{ con } 0 \leq \Phi \leq 90^\circ \quad (1.12)$$

dove Φ è espresso in gradi (Fig. 1.16).

1.5 Amplificatore lock-in duale

Amplificatori lock-in duali incorporano una coppia di rilevatori a sensibilità di fase che operano con riferimenti in quadratura tra loro come mostrato in Figura 1.17. Questa configurazione è di grande importanza pratica in quanto permette di misurare contemporaneamente le componenti in fase e in quadratura di un segnale sincrono sinusoidale. Un secondo tipo di applicazione involve la misurazione dell'ampiezza di un segnale in condizioni di grandi variazioni di fase. Queste caratteristiche rendono i sistemi a doppia fase particolarmente adatti per applicazioni in spettroscopia.

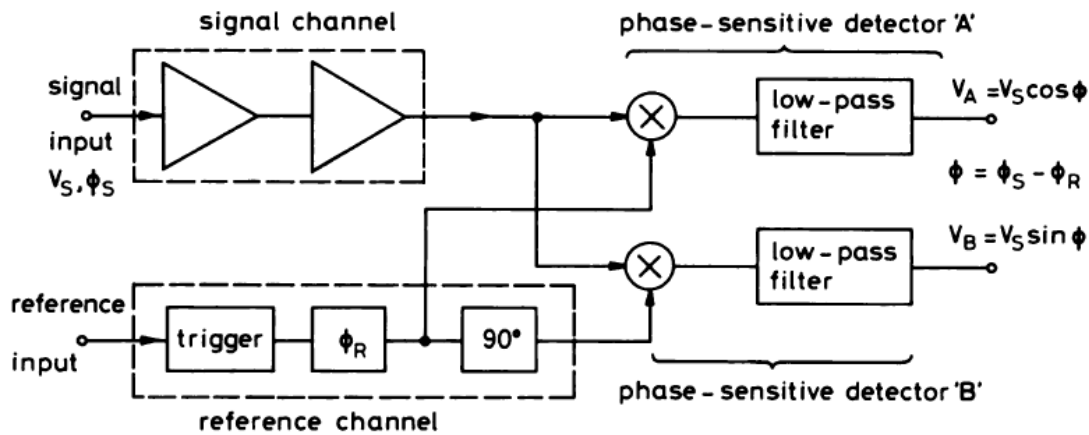


Figura 1.17: Amplificatore lock-in duale.

Come si può vedere in Figura 1.17, in questo caso abbiamo come risultato due output V_A e V_B . V_A è chiamata componente in fase mentre V_B è la componente in quadratura. Questo perché quando $\Phi = 0$ la misura del segnale è data solo da V_A mentre V_B è nullo. In ogni caso questi due output possono essere utilizzati per calcolare semplicemente l'ampiezza originale del segnale V_S :

$$V_S = \sqrt{V_A^2 + V_B^2} \quad (1.13)$$

che risulta indipendente dalla fase relativa del segnale. Inoltre, i due output V_A e V_B possono essere utilizzati anche per stimare la fase tra segnale e riferimento, che può essere definita come:

$$\Phi = \arctan \frac{V_B}{V_A} \quad (1.14)$$

Nel caso di sistemi a doppia fase con risposta solo alla frequenza fondamentale, l'ampiezza della componente fondamentale di un segnale e la fase relativa al riferimento possono essere misurati senza ambiguità. Nel caso che l'amplificatore lock-in sia del tipo convenzionale, cioè sensibile ad armoniche superiori, il calcolo di ampiezza e fase sono significativi solo per segnali di tipo sinusoidale. Inoltre, vedremo come i sistemi a doppia fase siano molto più suscettibili al rumore, risultando in severe limitazioni sulla stabilità dell'output in condizioni di grande rumore.

Limitazioni sul rumore

Data l'abilità di misurare l'ampiezza di un segnale indipendentemente dalla sua fase, gli amplificatori lock-in duali hanno avuto notevole successo soprattutto nel campo della spettroscopia, la quale si interessa della misurazione di segnali con grande variazione in ampiezza.

Iniziamo con il considerare un segnale in input all'amplificatore lock-in nella forma:

$$V(t) = \sqrt{2}V_S \sin(\omega_S t + \Phi_S) + n(t) \quad (1.15)$$

dove $n(t)$ rappresenta rumore bianco random che accompagna il segnale.

La risposta di un sistema di rilevamento sincrono per rumore random e l'effetto della risposta ad armoniche superiori di un PSD sono già stati discussi. Il risultato netto di un sistema a doppia fase produce il seguente output:

$$V_A = V_S \cos(\Phi) + n_A(t) \quad (1.16)$$

$$V_B = V_S \sin(\Phi) + n_B(t) \quad (1.17)$$

dove $n_A(t)$ e $n_B(t)$ sono componenti di rumore non correlate che derivano dalle componenti di $n(t)$ vicine alla frequenza di riferimento e alle sue armoniche dispari.

Il principale vantaggio dei metodi di rilevazione sincrona si trova nel fatto che il rumore residuo filtrato in output ha un valore medio nullo così da non dare contributo netto sul valore d.c della misura. Come già visto, questo è il risultato della essenziale linearità del processo di rilevazione sincrona. Tenendo questo in considerazione è possibile ora sottoporre i voltaggi V_A e V_B a un'operazione non lineare trovando così l'ampiezza del segnale:

$$V_0 = \sqrt{V_A^2 + V_B^2} \quad (1.18)$$

Lo svantaggio di questa operazione risulta chiaro nel momento in cui si misura in segnale con ampiezza nulla o quasi. In queste condizioni l'output del sistema diventa:

$$V_0 = \sqrt{n_A^2(t) + n_B^2(t)} \quad (1.19)$$

L'operazione di quadratura assicura che V_0 può assumere solo valori positivi e risulta equivalente ad un'operazione di rettificazione. L'output di un segnale nullo diventa quindi una forma d'onda soggetta a grandi fluttuazioni avente media non nulla che possiamo denotare con delta:

$$\Delta = \text{Valore medio sul tempo di } \sqrt{n_A^2(t) + n_B^2(t)} \quad (1.20)$$

Assumendo che il rumore non cambi, risulta chiaro che per misurare l'ampiezza di un segnale questa dovrà essere maggiore di un qualche valore di soglia in modo che il segnale possa essere registrato in output. Per segnali vicini al rumore di soglia, il sistema sarà soggetto a grandi errori di misurazione; è possibile dimostrare che il valore medio dell'output dovuto al segnale deve essere maggiore di 5Δ prima che l'errore sia minore del 2,5% [1]. Dopodiché l'errore diminuisce rapidamente con il quadrato del segnale man mano che il segnale aumenta oltre questa soglia. Nell'utilizzo di uno spettrometro in condizioni rumorose, l'effetto di un sistema a due fasi sarà quello di introdurre piccole distorsioni per piccoli valori del segnale. In questi casi dovrebbe sempre essere fatta una stima dell'offset Δ dovuto al rumore, in modo da prevedere il range per il quale può essere ottenuta una risposta lineare. Fortunatamente, nella maggior parte dei casi, questo può essere facilmente ottenuto spegnendo temporaneamente il segnale. Se questo non può essere fatto senza perdere il rumore, un metodo alternativo consiste nello stimare delta a partire dalle fluttuazioni all'output V_A o V_B . Nel caso in cui Δ sarà giudicato essere troppo grande rispetto al valore più piccolo del segnale, sarà necessario ridurre il rumore aumentando la costante temporale del filtro passa basso. Ricordiamo che le fluttuazioni r.m.s sono ridotte in proporzione alla radice quadrata della costante temporale; cioè che aumentando la costante temporale del filtro di un fattore 10 porta una riduzione di radice di 10 di Δ .

1.6 Sistemi pwm

Gli amplificatori lock-in pwm (pulse-width modulation) rappresentano un'evoluzione tecnologica economica e flessibile dei convenzionali lock-in analogici e sono caratterizzati da una grande capacità nel sopprimere le risposte del sistema alle armoniche superiori.

Principi di funzionamento

Consideriamo l'effetto della simmetria dell'onda di riferimento sul valore medio dell'output di un PSD. Come abbiamo già visto nella sezione 1.3.1 il componente principale di un PSD convenzionale è l'interruttore a due stati che cambia sistematicamente il guadagno tra +1 e -1. Se dovessimo misurare il guadagno medio del PSD, il risultato sarebbe di certo uguale a zero a patto che l'interruttore trascorra un tempo uguale tra i suoi due stati. Come mostrato in figura 1.18, la variazione della

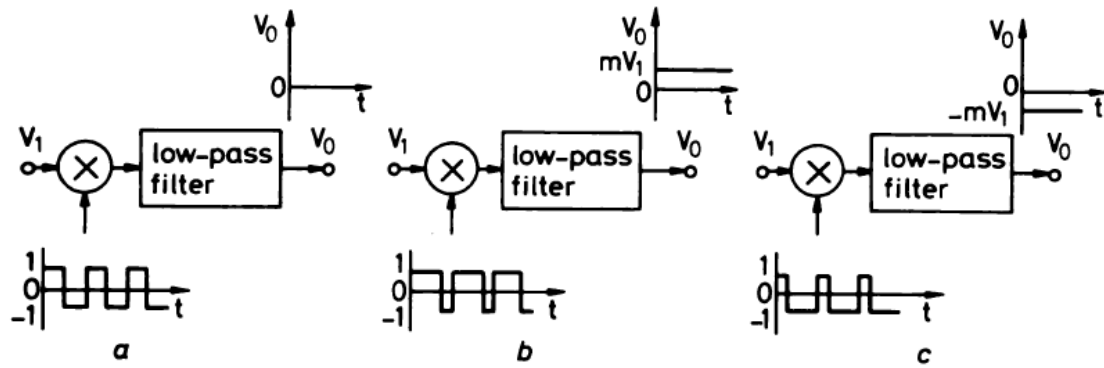


Figura 1.18: Effetto della variazione di simmetria del segnale di riferimento sul valore medio dell'output per un segnale di ampiezza fissa V_1 . Il guadagno medio risulta essere: a) zero; b) $+m$; c) $-m$;

simmetria dell'onda di riferimento porta ad una modifica del valore di guadagno medio del PSD, che assumerà valori compresi tra -1 e +1.

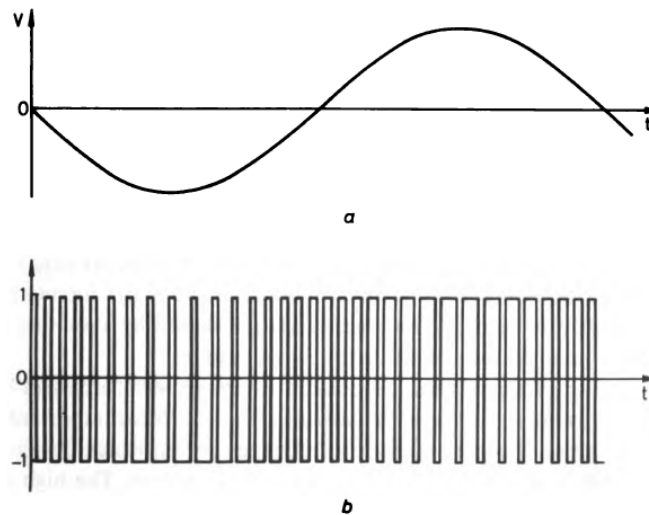


Figura 1.19: a) segnale di modulazione; b) Forma d'onda modulata;

Supponiamo ora che la simmetria dell'onda del riferimento sia soggetta ad una variazione a lungo termine imposta dalla modulazione mostrata in Figura 1.19. Il valore medio del guadagno (misurato su un tempo lungo rispetto al ciclo dell'interruttore ma corto rispetto al periodo della modulazione) è ora soggetto ad una variazione continua libera da discontinuità e riproduce esattamente il guadagno di un riferimento sinusoidale. Questo approccio, il canale di riferimento modulato in larghezza, provvede un modo di ottenere un segnale di riferimento sinusoidale nel canale del segnale pur continuando a mantenere i benefici sul range dinamico di un PSD convenzionale. Questa variazione sinusoidale permette di ottenere una risposta del sistema che è sensibile solo a segnali a frequenza di riferimento ed è applicabile fino a frequenze di 25 kHz [1].

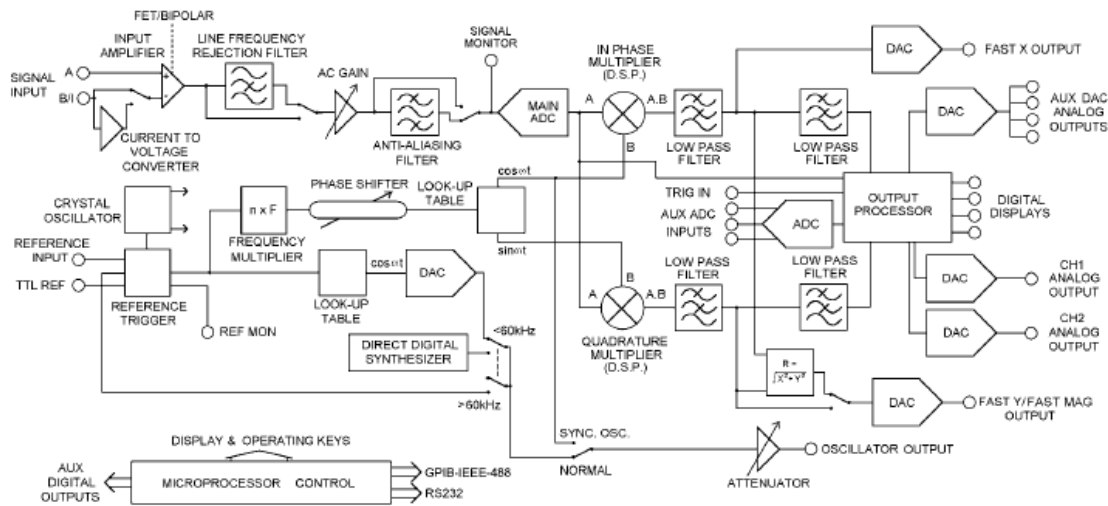


Figura 1.20: Schema a blocchi tipico di un amplificatore lock-in digitale.

1.7 Amplificatore lock-in digitale

Gli amplificatori lock-in digitali sono diventati molto popolari perché in molti casi offrono diversi vantaggi rispetto alle loro controparti analogiche:

- migliore stabilità di output, poiché non sono necessari amplificatori di uscita ad accoppiamento diretto che possono portare a disturbi sulla misura, in quanto il segnale può essere amplificato per via digitale senza disturbi;
- migliori oscillatori interni, che permettono di avere un segnale di riferimento migliore in termini di stabilità rispetto a tempo e temperatura e in termini di tempo di aggancio del segnale;
- perfetta ortogonalità tra i segnali di riferimento in modalità duale;
- migliore rapporto qualità/prezzo;

Tuttavia esistono ancora alcune applicazioni in cui sistemi analogici risultano migliori, come ad esempio quando si utilizza un amplificatore lock-in come controllo di feedback in un esperimento [3].

1.7.1 Canale di di input

Il canale di input costituisce l'insieme di componenti che si occupano dell'acquisizione del segnale di interesse. Il canale di input può essere operato in diverse modalità a seconda di come si acquisisce il segnale, cioè in modalità single-ended o differenziale. Nella modalità sigle-ended tutte le tensioni sono riferite ad un unico punto. Il segnale che si intende misurare è applicato ad un connettore di input che opera in modalità single-ended e che è connesso direttamente allo stadio successivo di amplificazione. In modalità differenziale sono utilizzati due connettori di input e lo strumento misura la differenza di potenziale applicata tra i due connettori.

Guadagno a.c.

Il canale di input contiene un certo numero di filtri analogici e amplificatori, la cui somma dei singoli guadagni definisce il guadagno a.c. (di corrente continua). Per sfruttare al massimo le capacità del rilevatore a sensibilità di fase il guadagno a.c. viene impostato in modo che il segnale occupi tutta la scala di sensibilità dell'ADC (convertitore analogico digitale), senza causare il sovraccarico dello strumento, cioè in modo che il segnale non ecceda il fondo scala. Il guadagno a.c. e il fondo scala assieme determinano la riserva dinamica: quando il guadagno a.c. è piccolo ma il fondo scala è grande, il segnale che si intende misurare sarà relativamente piccolo ed occuperà solo qualche bit dell'ADC. In questo modo si lascia aperta la possibilità di avere grandi segnali di interferenza senza preoccuparsi del sovraccarico dello strumento. Tuttavia in questo modo saranno necessari costanti di tempo più grandi a parità di accuratezza della misura. Al contrario, un alto guadagno a.c. permette di avere costanti di tempo più piccole per una certa accuratezza ma risulta in una riserva dinamica più piccola.

Filtro anti-aliasing

Dopo la sezione di amplificazione, il segnale è sottoposto ad un filtro anti-aliasing. In questo modo vengono rimosse tutte le componenti di frequenza indesiderate, che porterebbero a disturbi nella misura finale a causa dell'ADC data la natura del processo di campionamento. Ciò viene ottenuto restringendo la larghezza di banda del segnale che raggiunge l'ADC.

Convertitore analogico digitale (ADC)

A questo punto il segnale raggiunge il convertitore analogico digitale che digitalizza il segnale in base alla frequenza di campionamento. Per soddisfare il teorema di Nyquist, il frequenza di campionamento deve essere almeno il doppio della componente massima di frequenza del segnale che si intende misurare. L'ADC converte il segnale in una serie di valori digitali che rappresentano l'ampiezza del segnale. Questi valori vengono poi utilizzati nella fase di demodulazione sincrona, in cui vengono moltiplicati punto per punto per i valori dell'ampiezza del segnale di riferimento.

1.7.2 Canale di riferimento

Il canale di riferimento serve per fornire al rilevatore a sensibilità di fase il segnale di riferimento digitalizzato alla stessa frequenza di campionamento del segnale e può essere operato in modalità riferimento interno o esterno. Nella modalità riferimento interno, l'amplificatore lock-in genera attraverso un generatore di funzioni un segnale di riferimento interno, che poi viene utilizzato nella fase di demodulazione sincrona. Il segnale è generato a partire da una sorgente esterna che fornisce segnale di riferimento esterno. In questo caso il segnale non dipende da un PLL come nel caso di lock-in analogici, quindi ha un'accuratezza migliore in termini di rumore di fase e non è richiesto nessun tempo di aggancio per ottenere il segnale. Nella modalità riferimento esterno come segnale di riferimento nell'operazione di

demodulazione sincrona è utilizzato direttamente il segnale di riferimento esterno acquisito digitalmente. Questa configurazione può essere utilizzata ad esempio per segnali ad alta frequenza a causa di limitazioni tecniche.

Controllo di fase Nel canale di riferimento è anche implementato un controllo per la fase del segnale di riferimento digitalizzato, prima che venga utilizzato dal rilevatore a sensibilità di fase. Un tipico controllo di fase ha una risoluzione di 10 milligradi ed include anche un pulsante per aggiungere 90° alla fase, che risulta particolarmente utile nel determinare la fase attraverso la procedura di null-shift [3].

1.7.3 Rilevatori a sensibilità di fase

Negli amplificatori lock-in digitali il rilevatore a sensibilità di fase è implementato attraverso un circuito digitale. Ciò assicura la linearità del processo di demodulazione sincrona, in quanto il segnale è moltiplicato con un riferimento sinusoidale. I rilevatori a sensibilità di fase analogici sia a riferimento ad onda quadra (non lineari) sia sinusoidale (lineari) hanno molti problemi a loro associati. I problemi principali sono la sensibilità ad armoniche superiori, la presenza di offset in output e riserva dinamica limitata. I rilevatori a sensibilità di fase digitali moltiplicano il segnale da misurare digitalizzato con un riferimento sinusoidale generato digitalmente con accuratezza fino a 20 bit e quindi basso contenuto di armoniche. Ciò assicura che solo il segnale alla frequenza di riferimento sia rilevato. La presenza di offset in output è un problema perché l'output di un rilevatore a sensibilità di fase per un segnale di interesse ha la forma di segnale continuo, e quindi l'offset contribuisce direttamente ad un errore sulla misura. Questo problema è risolto in amplificatori lock-in digitali dall'utilizzo di moltiplicatori digitali. La moltiplicazione digitale dei segnali assicura l'assenza di questi offset ed è virtualmente libera da ogni tipo di errore. La riserva dinamica di un rilevatore a sensibilità di fase analogico è generalmente limitata. Quando è presente un grande segnale asincrono di interferenza che eccede la riserva dinamica il rilevatore a sensibilità di fase misura il segnale con un errore che è causato principalmente dalla non linearità della moltiplicazione dei due segnali. Questo errore del PSD dipende dall'ampiezza e dalla frequenza del rumore e può disturbare molto la misura di un segnale in quanto in generale questi parametri tendono ad essere molto variabili per il rumore. In un amplificatore lock-in digitale la riserva dinamica è limitata dalla qualità della conversione analogico digitale. Una volta che il segnale è stato digitalizzato non si verificano più alcun tipo di errori. Le performance di un amplificatore lock-in sono principalmente determinate da quelle del suo rilevatore a sensibilità di fase. I rilevatori a sensibilità di fase digitali sono migliori delle loro controparti analogiche sotto quasi ogni aspetto.

Capitolo 2

Esperimento di laboratorio

2.1 Scopo

Lo scopo di questa esperienza è la determinazione della misura dell'energia di gap di un campione di semiconduttore di Germanio per mezzo dell'effetto fotoelettrico interno. [5]

2.2 Introduzione

La teoria delle bande di energia elettroniche è di particolare importanza nella comprensione delle proprietà della materia condensata e, in particolare, la misura dell'energia di gap può essere considerata come un passo essenziale nell'apprendimento della fisica dello stato solido. In questo esperimento, ci si propone di ricavare una stima dell'energia di gap a temperatura ambiente, producendo coppie elettrone-lacuna attraverso l'effetto fotoelettrico interno. L'effetto fotoelettrico interno, fenomeno caratteristico dei semiconduttori, consiste nell'assorbimento di un fotone avente lunghezza d'onda inferiore al valore di soglia:

$$\lambda_S = \frac{hc}{E_g} \quad (2.1)$$

ovvero di energia superiore all'energia di soglia:

$$E_g = h\nu = \frac{hc}{\lambda_S} \quad (2.2)$$

da parte di un elettrone che si trova in banda di valenza e che viene pertanto eccitato in banda di conduzione, creando una coppia elettrone lacuna. Si tratta di un processo “a soglia” perché l'energia del fotone incidente non può essere ceduta ad un elettrone se essa è inferiore al valore di soglia, ovvero per $\lambda > \lambda_S$. Tale processo provoca un aumento della densità di portatori liberi, fenomeno rilevabile sia attraverso la diminuzione della resistenza del semiconduttore sia attraverso la diminuzione dell'intensità del fascio trasmesso. Analizzando sperimentalmente entrambi questi fenomeni è possibile determinare la lunghezza d'onda di soglia e quindi risalire all'energia di gap del campione in esame, secondo l'equazione 2.2. L'osservazione simultanea dei sopracitati processi permette di enfatizzare l'aspetto

quantistico del fenomeno e di meglio comprendere il processo fisico dell'assorbimento di radiazione elettromagnetica da parte di un solido. Risulta infatti evidente che fotoni di energia $E < E_g$ non possono essere assorbiti in quanto non sono disponibili stati elettronici nel gap proibito a cui possano essere eccitati elettroni della banda di valenza. Appena l'energia dei fotoni incidenti raggiunge il valore E_g è invece possibile fornire agli elettroni in banda di valenza l'energia sufficiente per transitare alla banda di conduzione lasciando vacante uno stato in banda di valenza (chiamato lacuna) e generando così una coppia elettrone-lacuna. La presenza di un numero maggiore di elettroni in banda di conduzione, indotta dall'eccitazione da parte del fascio di fotoni incidente, (e di altrettante lacune in banda di valenza) si riflette nell'aumento della conducibilità elettrica del cristallo. L'energia dei fotoni incidenti a cui ha luogo una netta crescita della conducibilità corrisponde al valore di energia E_g del gap proibito del semiconduttore. Simultaneamente, un altro fenomeno ha luogo nel cristallo: se i fotoni incidenti hanno energia inferiore a E_g non vengono assorbiti nel processo fotoelettrico interno e quindi possono essere trasmessi attraverso il cristallo stesso. Tale effetto può essere analizzato se si rivela l'intensità della luce (ovvero il numero di fotoni) che emergono dal retro del campione. L'intensità del segnale trasmesso subirà un brusco calo in corrispondenza di fotoni di energia $E > E_g$, ovvero nel caso i fotoni possano essere assorbiti con creazione di coppie elettrone-lacuna. L'osservazione sperimentale simultanea dei due effetti (brusco calo dell'intensità trasmessa e netto aumento della conducibilità del campione) permette di caratterizzare l'effetto fotoelettrico interno anche se in modo approssimato (non vengono presi in considerazione effetti del secondo ordine quali l'emissione di fononi nel caso di semiconduttori a gap indiretto (Si e Ge) e gli effetti di band-tailing nel caso di semiconduttori a gap diretto (GaAs)). L'esperimento consiste nel far incidere su un campione semiconduttore un fascio di luce monocromatica e nel misurare, in funzione della lunghezza d'onda λ della luce incidente, sia la variazione di resistenza del campione sia l'intensità della luce da esso trasmessa. La variazione di resistenza, poiché il cristallo viene alimentato da un generatore a corrente costante, si traduce in una variazione della differenza di potenziale ai suoi capi (segnale fotoconduttivo o di assorbimento), mentre il segnale di trasmissione si rileva con un sensore di luce posizionato dietro al campione.

2.3 Apparato strumentale

L'apparato strumentale utilizzato in questa esperienza è schematizzato in Figura 2.1 e consiste in un banco ottico costituito da due guide incernierate (con il reticolo posto sull'asse della cerniera) sulle quali sono montati i seguenti componenti:

- Lampada con chopper
- Due lenti convesse identiche
- Goniometro motorizzato, con sensore di rotazione (encoder)
- Reticolo di diffrazione in riflessione con 600 righe/mm
- Sensore piroelettrico

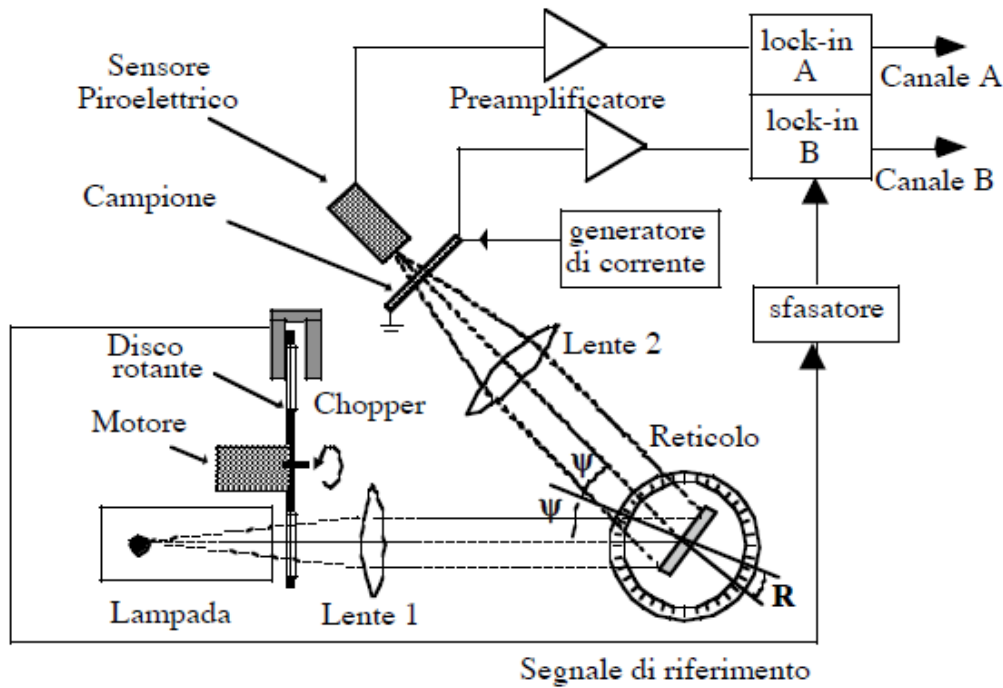


Figura 2.1: Schema a blocchi dell'apparato strumentale

- Campione sottile di semiconduttore

Il sistema è gestito da un apparato per la rivelazione dei segnali composto da un circuito per la misura con alimentazione di corrente e un amplificatore lock-in duale digitale implementato su scheda NI ELVIS II+.

2.3.1 Banco ottico, lampada, chopper e lenti

Il banco ottico ha una configurazione a "V", con angolo al vertice $2\psi = (15 \pm 1)$ gradi. Al vertice del banco è posto un reticolo fissato ad un goniometro. La sorgente di luce, contenuta in un proiettore montato su cavaliere, è una lampada ad incandescenza da $75W - 12V$, alimentata da un trasformatore. Il suo spettro di emissione va dal visibile al vicino infrarosso, ed è ancora abbastanza intenso per lunghezze d'onda intorno ai $2 \mu m$, dove è situata la λ_s del germanio. Essa viene raffreddata da un ventilatore che si accende insieme alla lampada. Due lenti convesse uguali ($f = 100mm$, diametro $40mm$) provvedono alla produzione di un fascio di luce parallela (la prima lente posta tra chopper e reticolo) e alla concentrazione della luce diffratta sul campione (la seconda lente, posta tra reticolo e campione). Il chopper è un disco rotante forato, che modula (on/off) il fascio di luce. Il motore del chopper è alimentato (in corrente continua) ad una tensione regolabile che consente di scegliere la frequenza di chop lontana dalla frequenza di rete e sue armoniche. Un tachimetro incorporato nel chopper produce il segnale di riferimento, sincrono con la modulazione del fascio, e sfasabile a piacere mediante controllo apposito nel software di acquisizione dati. L'utilizzo di un amplificatore lock in è necessario dato che i due segnali, fotoconduttivo e di trasmissione, sono

deboli e contengono segnali spuri (fondo dovuto alla luce ambiente, induzione di rete a 50 Hz e offset degli amplificatori).

2.3.2 Monocromatore

Il monocromatore è un elemento ottico dispersivo in grado di selezionare, data una luce bianca, una lunghezza d'onda desiderata. Nell'esperimento è stato utilizzato un reticolo di diffrazione costituito da una superficie riflettente con una struttura periodica a successione di gradini paralleli. La distanza tra quest'ultimi è detta passo del reticolo a . Il reticolo (nel nostro caso con $a = 1.667\mu m$) è fissato su di un goniometro mosso da una cinghia, collegata ad un sensore di rotazione ed azionata da un motoriduttore, con verso e velocità di rotazione controllabili. Il valore R della rotazione del reticolo è misurato dall'encoder ottico ed è dato dall'espressione: $R = (\alpha - \beta)/2$ con α e β rispettivamente angoli di incidenza e riflessione rispetto la normale del reticolo (Fig. 2.2). L'angolo di rotazione R del reticolo è considerato a partire dalla posizione in cui la normale al reticolo è bisettrice dell'angolo 2ψ (Fig. 2.3).

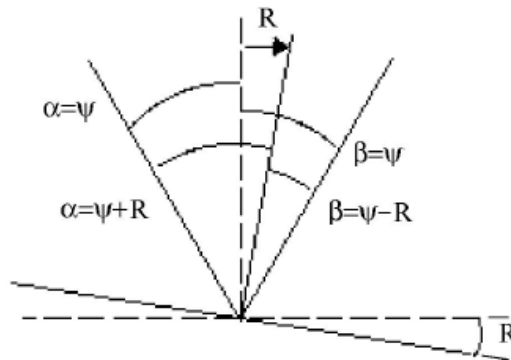


Figura 2.2: Rotazione del reticolo.

La geometria utilizzata nell'esperimento è detta configurazione di Littrow: l'angolo di blaze, cioè l'angolo per cui si ha intensità massima del fascio diffratto, corrisponde all'angolo per cui l'angolo di diffrazione è identico a quello di incidenza [6]. Data la struttura a gradini del reticolo si può dimostrare (vedi Appendice) che l'angolo di blazing corrisponde all'angolo θ formato dai gradini con la superficie (Fig. 2.3). In queste condizioni la direzione di incidenza della luce viene a coincidere con la normale al gradino e quindi si forma un angolo $\alpha = \theta$ rispetto alla normale del reticolo per il quale si ha interferenza costruttiva di tutte le lunghezze d'onda.

La lunghezza d'onda del fascio diffratto dal fascio incidente della lampada si può esprimere in funzione dell'angolo di rotazione R (come è stato dimostrato in Appendice) attraverso la relazione:

$$\lambda = \frac{2a}{n} \cos \psi \sin R \quad (2.3)$$

dove a è il passo del reticolo, n è l'ordine dello spettro, ψ è il semi-angolo tra le direzioni di incidenza e di osservazione. Quando si posiziona il reticolo all'angolo R (in senso orario o antiorario) sul cristallo non arriva luce di una sola lunghezza

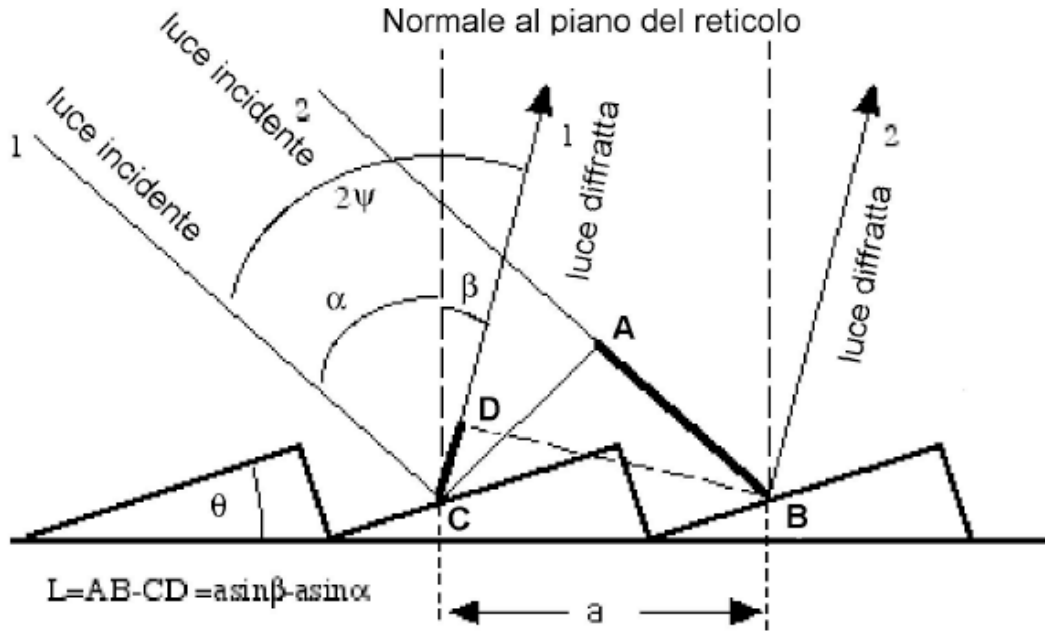


Figura 2.3: Schema del reticolo di diffrazione

d'onda: infatti, oltre a $\lambda = 2a \cos \psi \sin R$ dello spettro del primo ordine, si ha interferenza costruttiva anche per la luce di lunghezza d'onda $\lambda_2 = \lambda_1/2$ dello spettro del secondo ordine. E' possibile utilizzare un filtro passa-alto per eliminare il contributo delle lunghezze d'onda minori dello spettro di secondo ordine nella regione dello spettro del primo ordine corrispondente ad angoli grandi, tuttavia questo non è necessario nel caso del germanio in quanto questi contributi sono trascurabili.

2.3.3 Sensore piroelettrico

Il sensore piroelettrico è il sensore di luce che, posto dietro al campione, permette la misurazione della luce trasmessa: esso ha una risposta piatta ovvero proporzionale all'intensità luminosa ma indipendente dalla lunghezza d'onda. I sensori piroelettrici sono generalmente costituiti da materiali, come il Tantalato di Litio, che presentano una polarizzazione dielettrica spontanea che varia con la temperatura e che si annulla al di sopra di una temperatura critica detta temperatura di Curie (nel caso del LiTa circa 600°C). Un sensore di questo tipo è composto da un sottile strato di LiTa con due elettrodi metallici depositati sulle due facce. Poiché il materiale è un ottimo isolante questo oggetto si può pensare come un condensatore le cui armature hanno la carica $+q$ e $-q$ indotta dal dielettrico uniformemente polarizzato. Quando la temperatura del sensore varia (nel caso di questo esperimento perché esso è alternativamente illuminato e oscurato dalla luce modulata dal chopper) varia anche la polarizzazione e quindi la carica del condensatore. Si ha, quindi, un passaggio di corrente attraverso il circuito di amplificazione a cui il sensore è collegato.

Area sensibile	2x2 mm
Capacità	30 pF
Sensibilità	600 V/W e 1.2 μ A/W
Impedenza di ingresso	$> 5 \cdot 10^{12} \Omega$
Larghezza di banda ottica	0.2 μ m + 4 μ m
Frequenza di lavoro	1 Hz ÷ 5 kHz
Tempo di salita	0.2ms
Temperatura di lavoro	-55 °C, +125 °C

Questo tipo di sensore è pertanto sensibile solo alle variazioni di illuminamento, e non alle condizioni di illuminamento statico. Quando illuminato da luce intermittente, il sensore piroelettrico produce una debole corrente alternata il cui ordine di grandezza è di $10^{12} - 10^{10} A$, che viene convertita in tensione mediante un convertitore corrente-tensione costituito da un amplificatore operazionale con elevata resistenza di retroazione ($1 G\Omega$). Tale circuito è schematizzato in Figura 3.1.

2.3.4 Campione di semiconduttore

Il campione utilizzato è di Germanio e di spessore di qualche decimo di millimetro per permettere la trasmissione di un fascio di luce sufficientemente intenso. Esso è montato su un portacampione con un cavo saldato con cavetti jumper per poter essere interfacciato con la breadboard. La variazione della resistività del campione, indotta dalle coppie elettrone-lacuna create per effetto fotoelettrico, si traduce in una variazione di potenziale ai suoi capi quando esso è collegato al generatore di corrente regolabile mediante il front panel del programma realizzato in LabVIEW. Per un campione di Germanio, che ha resistenza di circa 1Kohm, è sufficiente utilizzare una corrente di 10 mA.

2.3.5 Amplificatore lock-in duale

Per separare i segnali d'interesse dai segnali spuri oltre a modulare l'intensità della luce incidente bisogna usare un sistema contenente un lock-in, ovvero un rilevatore a sensibilità di fase. In questo esperimento la sorgente esterna del segnale di riferimento è il tachimetro incorporato nel chopper: poiché gli spazi scuri nel disco rotante sono quasi uguali a quelli trasparenti, il chopper fornisce come impulso luminoso approssimativamente un'onda quadra:

- semiperiodo positivo = luce;
- semiperiodo negativo = buio;

La variazione della resistività del campione non è però istantanea ed è presente un ritardo tra l'impulso luminoso introdotto dal chopper e il segnale fotoconduttivo. Questo ritardo del campione introduce una fase di circa 45° tra il segnale fotoconduttivo e quello di riferimento che porta anche ad una modifica del segnale fotoconduttivo che non è più approssimabile con un'onda quadra. Per questo motivo a partire dal segnale ad onda quadra fornito dal chopper l'amplificatore lock-in

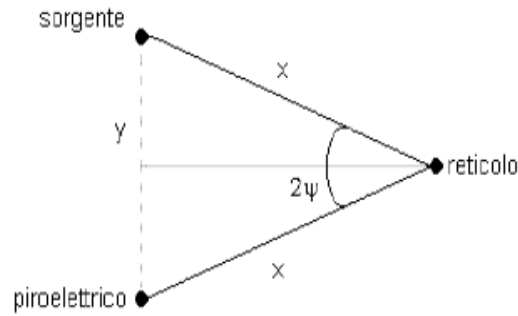


Figura 2.4: Angolo 2ψ

duale costruisce un segnale sinusoidale di stessa fase e frequenza che poi utilizza internamente per l'operazione di rilevazione sincrona. In questo modo si evita anche la sensibilità addizionale alle armoniche superiori dei segnali spuri.

2.4 Procedura sperimentale

Il primo passo consiste nella misura dell'angolo 2ψ fra la sorgente luminosa e il sensore piroelettrico. A tal fine si posiziona il reticolo rispetto al goniometro in modo tale da soddisfare le seguenti condizioni: quando il goniometro indica $-\psi$ gradi il reticolo riflette la luce bianca all'indietro nella direzione di incidenza; quando il goniometro indica ψ gradi si ha luce bianca sul campione;

Una procedura alternativa è puramente geometrica: si misura la lunghezza X di un braccio e la distanza $2Y$ tra le due estremità dei due bracci (sorgente e sensore): l'angolo di semiapertura vale $\psi = \arcsin(Y/X)$

Il valore della rotazione del reticolo (angolo R) è misurato dall'encoder ottico collegato all'interfaccia. Si tratta di un sensore che fornisce una tensione tra $0V$ e $4.096V$, che dipende linearmente dall'angolo di rotazione relativo alla posizione iniziale (quella dell'istante in cui si inizia ad acquisire dati). Il sensore fornisce in uscita un valore $V = V_0 + kR$ (dove $V_0 = 2.048V$ valore di RESET). Se necessario, il fattore k può essere facilmente determinato mediante taratura del sensore di rotazione eseguita dal programma di acquisizione dati realizzato in LabVIEW. Il valore della lunghezza d'onda (in μm) corrispondente alla rotazione R (in gradi) si può calcolare attraverso la relazione $\lambda = 2a \cos \psi \sin R$.

Dopodiché si procede all'acquisizione degli spettri facendo variare l'angolo di rotazione del reticolo da -50° a 50° . Il segnale fotoconduttivo e quello di trasmissione sono acquisiti contemporaneamente. Bisogna fare un'acquisizione dello spettro della luce incidente con il sensore piroelettrico anche in assenza di campione. Tale procedura è necessaria per poter normalizzare gli spettri di luce trasmessa e di fotoconduttività (modulazione della resistenza del campione). Infatti l'intensità della luce emessa dalla lampada e, più in generale la funzione di trasferimento del sistema lampada-lenti-reticolo, non è costante, e la normalizzazione consente di estrarre il contributo del solo campione. Per normalizzare gli spettri si devono fare rapporti tra intensità luminose relative esattamente allo stesso valore di λ (o angolo). Quando si esegue questa procedura conviene eliminare i dati ove lo spettro

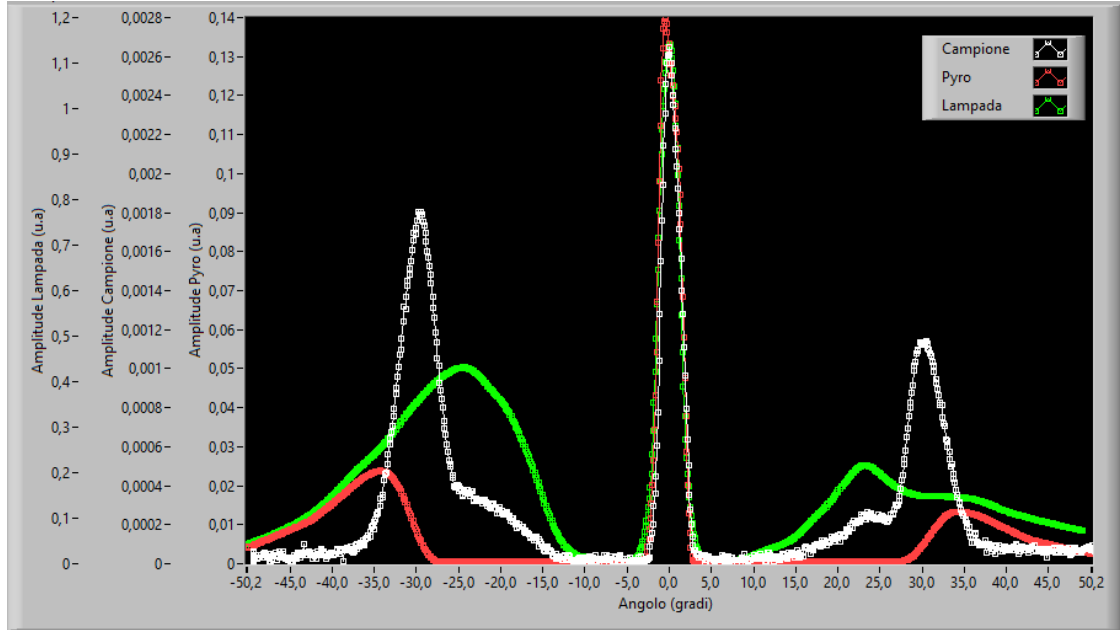


Figura 2.5: Esempio di spettri acquisiti.

di riferimento (luce incidente) ha intensità molto bassa, per evitare di amplificare il rumore, e ottenere picchi privi di significato.

2.5 Elaborazione dati

2.5.1 Calcolo della lunghezza d'onda e dell'energia

Per calcolare il valore dell'energia di gap E_g è necessario convertire la serie angolare dei dati acquisiti prima in lunghezza d'onda e poi quest'ultima in energia. Per passare dalla serie angolare a valori di lunghezza d'onda si può utilizzare la formula vista in precedenza (Eq. 2). Gli spettri di ordine superiore al primo hanno intensità rapidamente decrescente e per questo motivo possono essere trascurati. A questo punto è semplice calcolare per ogni λ il corrispondente valore dell'energia dei fotoni:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \left(\frac{eV}{\mu m} \right) \quad (2.4)$$

dove h è la costante di Planck, c è la velocità della luce nel vuoto e ν è la frequenza della radiazione.

2.5.2 Calcolo dell'energia di gap

I valori dell'energia di gap si ottengono individuando con due rette orizzontali (in blu in figura 2.6) il fondo dei segnali nella zona ad energie minori (λ maggiori) ed interpolando con altre due rette (in verde) i fronti di salita e di discesa; le intersezioni delle rette inclinate con quelle orizzontali forniscono i due valori di

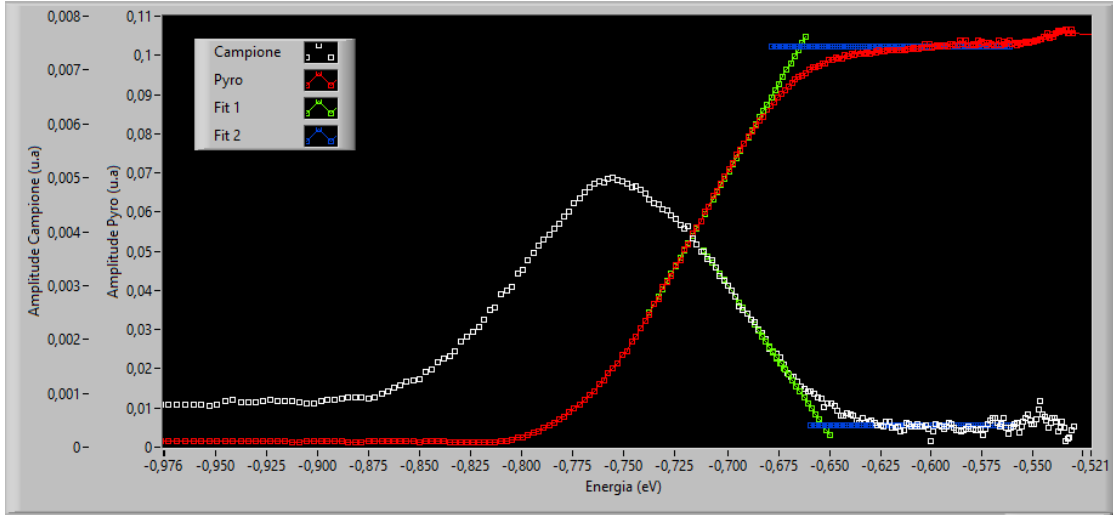


Figura 2.6: Esempio di rette interpolanti per un campione di Germanio. Gli spettri acquisiti sono stati normalizzati ed espressi in funzione dell'energia.

soglia, cioè l'energia minima in cui inizia l'effetto fotoelettrico, che corrisponde all'energia di gap del semiconduttore.

Nel caso di $\lambda < 1.5\mu m$ ($E > 0.83eV$) si può notare come il segnale fotoconduttivo, anche dopo la normalizzazione, è piuttosto basso, come se i fotoni di queste lunghezze d'onda, pur avendo energie maggiori di E_g , non producessero coppie elettrone-lacuna. La spiegazione di questo apparente paradosso sta nel fatto che il coefficiente di assorbimento della luce a , definito dalla relazione $I = I_0 e^{-ax}$ (dove I è l'intensità luminosa trasmessa da uno spessore x del materiale in esame) cala in maniera estremamente rapida al crescere della lunghezza d'onda. Pertanto i fotoni a minore lunghezza d'onda riescono solo a penetrare uno spessore ridottissimo e le coppie qui prodotte si ricombinano immediatamente e non contribuiscono a ridurre la resistenza del campione. Infatti la ricombinazione delle coppie elettrone-lacuna è notevolmente maggiore in prossimità della superficie del monocristallo per effetto dei difetti reticolari dovuti sia alla rottura di simmetria del reticolo che al danneggiamento conseguente al taglio. [7]

Una volta ottenuti i valori di E_g si può calcolare il valore finale di energia di gap facendone la media aritmetica. Il valore calcolato dalle misure sperimentali è

$$E_g = (0,663 \pm 0,012)eV \quad (2.5)$$

Per la discussione sul calcolo della propagazione degli errori si rimanda in Appendice. Si può infine confrontare il risultato ottenuto con i valori tabulati in letteratura: Germanio- $\rightarrow E_g$ tabulato = 0,661 eV [8]

I valori sperimentali risultano compatibili con i valori tabulati in letteratura entro le incertezze sperimentali.

Capitolo 3

Sviluppo dell'amplificatore lock-in

3.1 Introduzione

In questo capitolo sarà descritto in dettaglio l'amplificatore lock-in digitale realizzato sia dal punto di vista hardware che software. La parte hardware si limita a compiere le operazioni di acquisizione e di amplificazione e filtraggio del segnale di interesse e l'acquisizione del segnale di riferimento. Invece, la parte software si occupa di svolgere tutte le operazioni di rilevazione sincrona già descritte nel primo capitolo attraverso una serie di programmi realizzati in LabVIEW. Data la varietà delle possibili applicazioni degli amplificatori lock-in, sono stati sviluppati una serie di subVI che implementano in LabVIEW le principali operazioni di rilevazione sincrona così da rendere immediato e personalizzabile il loro utilizzo:

Phase shift (SubVI).vi permette di cambiare la fase del segnale di riferimento da 0° a $+360^\circ$. Per compiere ciò il VI utilizza un set di campioni acquisiti in precedenza. Il numero di campioni è proporzionale allo sfasamento desiderato del segnale ed è calcolato a partire dai parametri di campionamento.

PLL (SubVI).vi implementa le funzioni di un PLL, cioè genera il riferimento interno all'amplificatore lock-in da utilizzare nell'operazione di demodulazione sincrona a partire dal segnale di riferimento esterno digitalizzato. Per fare questo il VI misura in modo accurato la componente principale di frequenza del segnale e la sua fase, e riproduce un altro segnale con frequenza e fase identiche e forma d'onda a scelta tra sinusoidale e quadra. Oltre a questo segnale viene generato un altro segnale con frequenza e forma d'onda identiche ma con una fase che differisce di 90° rispetto al segnale di partenza. In questo modo è possibile utilizzare entrambi i segnali in modalità duale.

Lowpass (SubVI).vi si occupa dell'operazione di filtraggio dopo che i segnali di interesse e riferimento sono stati moltiplicati. Il VI utilizza il filtro digitale standard di LabVIEW, cioè un filtro digitale Butterworth di ordine 3 di tipo IIR. Dopodiché viene effettuata una media sui valori del segnale filtrato e viene restituito un unico valore che corrisponde alla risposta dell'amplificatore lock-in. Data la natura del funzionamento del filtro è necessario che il segnale acquisito contenga una serie continua di valori temporali. Quindi il segnale deve essere acquisito in modalità continua di acquisizione dei dati.

L'operazione di moltiplica digitale dei due segnali risulta banale ed è implementata attraverso la normale funzione di moltiplicazione in virgola mobile già presente in LabVIEW.

3.2 Software di acquisizione dati

Le routine LabVIEW descritte qui sopra sono poi state integrate nel vero e proprio programma di acquisizione dati on-line usato per l'esperimento di misura dell'energia di gap del Germanio. In questo modo il software di acquisizione dati realizza anche le funzioni di amplificatore lock-in digitale duale. Durante l'esperimento vengono acquisiti quattro diversi segnali: il segnale di riferimento fornito dal tachimetro incorporato nel chopper, i segnali del campione di semiconduttore e del sensore piroelettrico e un segnale dato dall'encoder che è proporzionale alla posizione angolare del reticolo di diffrazione. Tutti questi dati sono raccolti ed elaborati dal software di acquisizione dati. I risultati sono salvati in un file di testo in modo da essere pronti per essere poi analizzati dal software di analisi dei dati, che si occupa di effettuare il calcolo del valore di energia di gap e del suo relativo errore. Il tachimetro incorporato nel chopper restituisce un segnale di riferimento ad onda quadra con valori di voltaggio che variano tra +1V e 0V. Non è necessaria nessuna elaborazione di questo segnale che, infatti, una volta acquisito viene direttamente trasmesso al subVI per il controllo di fase e poi al PLL. Al contrario, i segnali forniti dal campione di semiconduttore e dal sensore piroelettrico, prima di arrivare alla fase di demodulazione sincrona, sono sottoposti ad un filtro passa alto che si occupa di filtrare tutti gli eventuali offset ancora presenti nei segnali una volta acquisiti. Questo passo è necessario ed estremamente importante in quanto ogni offset ancora presente nei segnali prima dell'operazione di demodulazione sincrona porterebbe ad un errore sulla misurazione. A questo punto entrambi i segnali di campione e piroelettrico vengono sottoposti col segnale di riferimento ad un amplificatore lock-in duale la cui risposta fornisce gli spettri di acquisizione. Il segnale restituito dall'encoder viene prima mediato sul tempo di un'acquisizione e poi viene convertito da tensione a valori angolari. I valori misurati dall'amplificatore lock-in in funzione delle relative posizioni angolari vengono salvate su file al termine dell'esperimento.

3.3 Software di analisi dei dati

Il software di analisi dei dati, sempre realizzato in LabVIEW, si occupa di effettuare il calcolo del valore di energia di gap e del suo relativo errore a partire dagli spettri acquisiti per il campione di semiconduttore e per il sensore piroelettrico. Si può notare dagli spettri acquisiti come il picco di intensità di luce non corrisponda esattamente al valore angolare di 0° (come previsto dalla teoria della diffrazione già discussa nel capitolo 2). Questo errore sistematico dei valori angolari viene corretto attraverso dei fit gaussiani in modo da riportare il picco di intensità di luce sul valore angolare di 0° , utilizzando il valore medio del fit gaussiano. Dopodiché gli spettri angolari vengono convertiti in funzione dell'energia attraverso la relazione già vista nel capitolo 2. A questo punto è sufficiente scegliere le zone degli spettri

in cui fare i due fit lineari la cui intersezione fornisce il valore di energia di gap del semiconduttore.

3.4 Circuiti di acquisizione e alimentazione

Per integrare la scheda di acquisizione NI ELVIS II+ all'apparato strumentale dell'esperimento è stato necessario progettare dei circuiti per l'acquisizione del segnale e per l'alimentazione e controllo dell'apparato strumentale. In particolare, la scheda ELVIS si occupa dell'alimentazione del tachimetro e del chopper, ai quali è collegata attraverso un connettore DB9. La tensione di alimentazione del chopper è fornita dalla VPS+ (variable power supply) della scheda ELVIS. Regolando questa tensione attraverso il software di acquisizione dati è possibile regolare la frequenza di rotazione del chopper. Il valore del segnale di riferimento fornito dal tachimetro è letto per mezzo di una resistenza di shunt. Attraverso la scheda ELVIS vengono alimentati anche il campione di semiconduttore e il sensore piroelettrico. Il circuito di alimentazione del sensore piroelettrico è già stato mostrato in Figura 3.1.

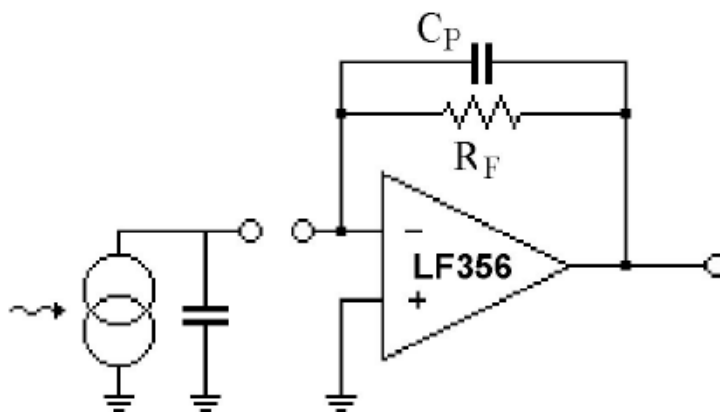


Figura 3.1: Schema del convertitore corrente-tensione per il sensore piroelettrico

In figura 3.2 è mostrato il circuito per l'acquisizione dati del campione di semiconduttore. L'alimentazione costante di +9V è fornita dal canale di output ao0 della scheda NI ELVIS II. R_s rappresenta la resistenza variabile del campione di Germanio ed ha un valore di circa 1.2 Kohm e realizza insieme ad R_f un partitore di tensione verso massa. L'effetto fotoelettrico causa un cambiamento nella resistenza del semiconduttore modificando il rapporto di partizione delle tensioni fra R_s e R_f . Il valore di R_f è stato scelto in modo da trasmettere più potenza possibile all'amplificatore operazionale, e corrisponde a circa il valore di resistenza del campione (1.2 Kohm). Ciò significa che solo circa la metà del segnale sarà trasmessa dal circuito. L'amplificatore operazionale retro-azionato in configurazione di inseguitore ha la funzione di disaccoppiare le due sezioni del circuito. Senza questo buffer infatti la sezione successiva del circuito, che implementa un filtro passa alto RC, modificherebbe il comportamento del partitore R_s - R_f . Il filtro RC ha la funzione di rimuovere la componente continua dal segnale. In questo

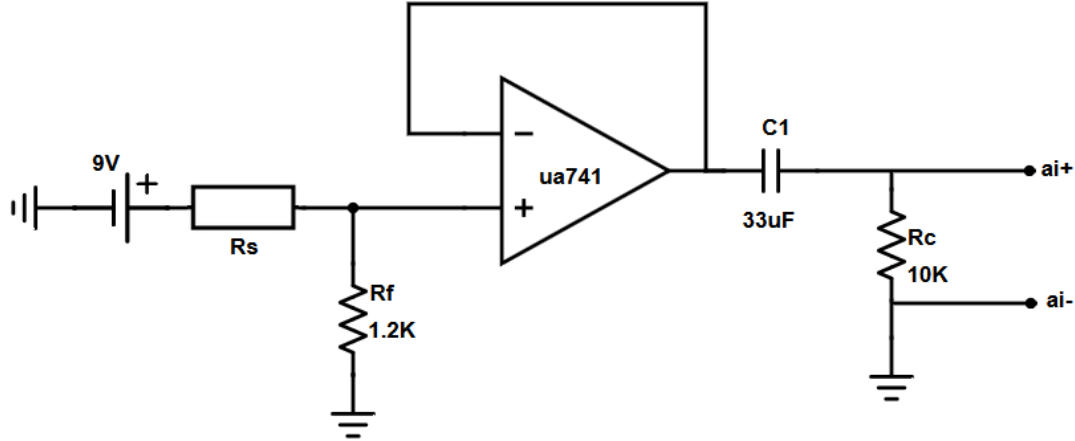


Figura 3.2: Circuito per l'acquisizione dati del campione di semiconduttore

modo il segnale viene centrato in zero e diventa possibile amplificarlo e diminuire il la sensibilità di fondo scala così da migliorare la qualità della misura. In particolare, ciò permette di ottenere un fattore di amplificazione di 100 riducendo l'intervallo di valori di input da $\pm 10V$ (valori massimi) a $\pm 0.1V$ (valori minimi). Dai valori forniti in figura per i vari componenti si può calcolare velocemente la frequenza di cut-off del filtro che risulta essere pari a:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_s C_1} \approx 0.5Hz \quad (3.1)$$

più che sufficiente per lasciare indisturbate le frequenze del segnale che ci interessa misurare.

Il circuito qui descritto per l'acquisizione dati risulta abbastanza semplice ma necessita di alcuni chiarimenti in quanto ha delle implicazioni non banali. Come già detto, il nostro campione di semiconduttore ha una resistenza R_s che dipende dall'intensità di luce I con cui viene illuminato. La sua resistenza diminuisce con l'aumentare dell'intensità della luce. Detta $V_a = +9V$ l'alimentazione del circuito, il voltaggio V_{out} che raggiunge l'amplificatore operazionale è:

$$V_{out} = \frac{R_f}{R_s + R_f} V_a \quad (3.2)$$

Quindi anche se R_s variasse linearmente con l'intensità della luce (cosa che non è garantita) il voltaggio V_{out} che raggiunge l'amplificatore operazionale comunque non dipenderebbe linearmente da R_s . Per correggere questo errore sarebbe necessario conoscere esattamente la relazione che lega l'intensità della luce e V_{out} . Il metodo più semplice consisterebbe nell'effettuare una serie di misure e fare un fit per ricavare la relazione ed effettuare così le dovute correzioni. In realtà nelle condizioni del nostro esperimento questi effetti sono trascurabili e nell'intervallo di valori di interesse può essere assunta la linearità della relazione tra le variabili di interesse.

3.5 Test riserva dinamica

La riserva dinamica è la grandezza principale caratteristica utilizzata nella misura delle performance di un amplificatore lock-in. Fornire una stima della riserva dinamica significa trovare la massima ampiezza di un segnale asincrono di interferenza che provoca al più una distorsione del 5% sulla misura del segnale di interesse (vedi Eq. 1.7). Quindi per stimare la riserva dinamica è sufficiente considerare un semplice esperimento: si imposta la frequenza del segnale di riferimento ad esempio a 1 kHz e si applica un segnale a fondo scala sinusoidale in input a 9.5 kHz [9]. Nel limite della riserva dinamica, la risposta dell'amplificatore lock-in corrisponderà alla componente di rumore di fondo alla frequenza di 1 kHz presente nel segnale. In realtà il segnale acquisito avrà un rumore di fondo presente su tutte le frequenze ma solo la componente di frequenza pari a quella di riferimento contribuisce effettivamente alla misura dell'amplificatore lock-in. In questo caso restringere la banda del filtro passa basso non migliora la misura in quanto il rumore è presente proprio sulla frequenza di riferimento. Il segnale di riferimento generato internamente dall'amplificatore lock-in digitale ha un contenuto estremamente basso di rumore di fondo, al contrario del segnale di interesse che viene acquisito e digitalizzato e che avrà quindi uno spettro di rumore di fondo che dipenderà dalla qualità della conversione analogico/digitale. Nel caso della scheda ELVIS, l'ADC ha un accuratezza di 16-bit [10]. A partire dal numero di bit è già possibile stimare attraverso la teoria del campionamento l'errore di quantizzazione in condizioni ideali. Assumendo che il segnale sinusoidale sia a fondo scala, il rumore di quantizzazione può essere approssimato come una forma d'onda a dente di sega con ampiezza picco-picco corrispondente all'ampiezza di un livello di quantizzazione [11] e può essere descritto dalla seguente espressione:

$$SNR_{dB} = 20 \log_{10}(2^n \sqrt{3/2}) \approx 6.02n + 1.761 \approx 98dB \quad (3.3)$$

dove $n=16$ corrisponde al numero di bit. Questo valore corrisponderà al valore massimo di riserva dinamica che sarà possibile ottenere con un sistema a 16-bit. Possiamo confrontare questo valore ideale con un valore sperimentale eseguendo il semplice esperimento accennato prima. Utilizzando la definizione fornita in precedenza della riserva dinamica, si trova che l'amplificatore lock-in realizzato ha una riserva dinamica massima di 94 dB. Il valore è stato ottenuto a partire da un segnale a fondo scala asincrono a cui è stato sommato un altro piccolo segnale alla frequenza di riferimento. Il minimo valore di quest'ultimo misurabile con una precisione del 5% risulta essere di $200 \mu V$. Ponendo l'ampiezza del segnale da misurare nulla, la risposta del lock-in conterrà solo la componente di rumore di fondo del segnale asincrono alla frequenza di riferimento, e nel nostro caso questa risulta essere pari a $20 \mu V$. Questo valore corrisponde al minimo errore presente su ogni misura dello strumento. Gli amplificatori lock-in digitali disponibili commercialmente possono offrire tipicamente riserve dinamiche fino a 130 dB e un valore minimo misurabile di 2 nV [9]. Questi risultati straordinari sono dovuti principalmente all'impiego di ottimi amplificatori, ad una migliore accuratezza nella conversione analogico-digitale e ad una flessibilità maggiore nell'impostazione della sensibilità di fondo scala. [3]

Conclusioni

Attraverso lo sviluppo di una serie di programmi in LabVIEW è stato possibile realizzare un amplificatore lock-in digitale su scheda di acquisizione dati NI ELVIS II+. Il sistema realizzato si è rivelato in grado di misurare segnali in ambienti in cui il rumore di fondo può essere fino a 4 ordini di grandezza più grande del segnale che si intende misurare. I test eseguiti per l'analisi della performance dell'amplificatore lock-in realizzato hanno mostrato come le sue capacità di recupero di un segnale siano vicine a quelle di un sistema ideale con caratteristiche pari a quelle della scheda NI ELVIS II+, in termini di accuratezza nella conversione analogico-digitale, di flessibilità nell'impostazione della sensibilità di fondo scala e di fattore di amplificazione del segnale.

Infine, il metodo proposto in questo lavoro di tesi è stato implementato con successo in un esperimento di misura dell'energia di gap di un campione di semiconduttore di Germanio. L'amplificatore lock-in realizzato è stato interfacciato all'apparato di misura dell'esperimento realizzando circuiti elettronici per l'acquisizione dati dei vari sensori. Per tale esperimento, la performance del sistema realizzato si è rivelata adeguata e i valori di energia di gap ottenuti dall'esperimento sono risultati in perfetto accordo con i valori tabulati in letteratura entro le incertezze sperimentali.

Appendice

Reticolo di diffrazione

Si possono considerare due raggi incidenti all'angolo α rispetto alla normale del reticolo sui due gradini adiacenti in B e C come in Figura 2.3. Ogni gradino diventa una sorgente secondaria che riemette luce a tutti gli angoli. I raggi di luce riemessi all'angolo β interferiranno costruttivamente se la differenza di cammino ottico l tra i raggi adiacenti AB-CD è un multiplo intero n della lunghezza d'onda λ . Questo corrisponde alla condizione:

$$a(\sin \alpha - \sin \beta) = n\lambda \text{ con } (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

dove il segno di β si considera positivo quando α e β stanno da parti opposte rispetto alla normale.

Per far variare la lunghezza d'onda collimata nella direzione del braccio porta-campione, dobbiamo far ruotare il reticolo: restano fisse la direzione di incidenza della luce (braccio porta-lampada) e quella di osservazione. In tali condizioni si ha $\alpha + \beta = \text{costante}$ (Figura 2.2).

Posto $\alpha + \beta = 2\psi$, dato che ruotando il reticolo di un angolo R a partire dalla posizione in cui la normale alla superficie del reticolo è bisettrice dell'angolo 2ψ (ovvero $\alpha = \psi$, $\beta = \psi$) si ottiene $\alpha = \psi + R$, $\beta = \psi - R$, ovvero $\alpha - \beta = 2R$, l'equazione si trasforma nella:

$$a(\sin \alpha - \sin \beta) = 2a \cos \frac{(\alpha + \beta)}{2} \sin \frac{(\alpha - \beta)}{2} = 2a \cos \psi \sin R = n\lambda$$

con $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ecc. Per $R = 0$ si ha interferenza costruttiva per tutte le λ (spettro di ordine $n = 0$) cioè nella direzione di osservazione si ha luce bianca.

Propagazione degli errori

L'errore calcolato sulla misura finale di energia di gap è dato dalla somma in quadratura di errori sistematici e casuali. Il primo contributo d'errore è dato dall'errore di parallasse sulla lettura dei valori angolari del goniometro. Ad ogni lettura di un valore angolare è stato assegnato un errore di 0.5° dovuto alla parallasse. Questo errore provoca un errore nella costante di calibrazione tensione/angolo k dell'encoder ottico che viene determinata come:

$$k = \frac{\theta_f - \theta_i}{V_f - V_i}$$

Poiché gli errori sui singoli valori di tensione forniti dall'encoder sono trascurabili:

$$\Delta\theta_{sistematico} = \frac{\Delta k}{k} \theta_{gap}$$

Gli errori sistematici che provocano una traslazione dei valori angolari sono corretti da fit gaussiani che riportano al valore angolare 0° il picco di intensità degli spettri acquisiti.

Il secondo contributo principale di errore deriva dall'incertezza nel determinare l'intersezione delle due rette di fit sugli spettri di acquisizione. Siano $y_1 = m_1x + q_1$ e $y_2 = m_2x + q_2$ le due equazioni delle rette utilizzate per trovare il valore di θ_{gap} :

$$\theta_{gap} = \frac{q_2 - q_1}{m_1 - m_2}$$

Si applica a questa formula la propagazione degli errori alle derivate parziali in quadratura:

$$\Delta\theta_{casuale} = \sqrt{\left(\frac{\partial\theta}{\partial q_2}\delta q_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial q_1}\delta q_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial m_1}\delta m_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial m_2}\delta m_2\right)^2}$$

L'errore totale sul valore di θ_{gap} è dato dalla somma in quadratura dei contributi di questi due errori. Per trovare l'errore equivalente in energia si utilizzano le formule di propagazione degli errori alle derivate parziali in quadratura applicate alle equazioni 2.2 e 2.3, calcolate sui valori di angolo di soglia θ_{gap} ottenuto sperimentalmente:

$$\Delta\lambda_{gap} = 2a\sqrt{(\Delta\psi)^2(\sin\psi)^2(\sin\theta_{gap})^2 + (\Delta\theta)^2(\cos\psi)^2(\cos\theta_{gap})^2}$$

$$\Delta E = \frac{E_{gap}}{\lambda_{gap}} \Delta\lambda$$

Bibliografia

- [1] M. L. Meade. *Lock-in amplifiers: principles and applications*. Peter peregrinus Ltd, 1983 (cit. alle pp. 1, 4, 8, 10, 14–16, 19, 20).
- [2] *TN 1001 Specifying lock-in amplifiers*. Rapp. tecn. AMETEK Advanced Measurement Technology. URL: <http://www.signalrecovery.com/literature/technical-notes.aspx> (cit. a p. 9).
- [3] *TN 1003 The Digital Lock-in Amplifier*. Rapp. tecn. AMETEK Advanced Measurement Technology. URL: <http://www.signalrecovery.com/literature/technical-notes.aspx> (cit. alle pp. 9, 21, 23, 39).
- [4] M. L. Meade. «Advances in lock-in amplifiers». In: *Journal of Physics E: Scientific Instruments* 15 (1982), pp. 395–403 (cit. a p. 10).
- [5] A. Sconza e G. Torzo. «Spectroscopic measurement of the semiconductor energy gap». In: *American Journal of Physics* 62 (1994), pp. 732–737 (cit. a p. 25).
- [6] Richardson Gratings. *Technical Note 11 - Determination of the Blaze Wavelength*. Rapp. tecn. URL: http://www.gratinglab.com/Information/Technical_Notes/TechNote11.aspx (cit. a p. 28).
- [7] S.M. Sze. *Fisica dei dispositivi a semiconduttore*. 1973 (cit. a p. 33).
- [8] *NSM Archive - Physical Properties of Semiconductors*. URL: <http://www.ioffe.rssi.ru/SVA/NSM/Semicond/index.html> (cit. a p. 33).
- [9] *About lock-in amplifiers*. Rapp. tecn. Application note 3. Stanford research systems. URL: <http://www.thinksrs.com/downloads/PDFs/ApplicationNotes/AboutLIAs.pdf> (cit. a p. 39).
- [10] *NI Educational Laboratory Virtual Instrumentation Suite II Series (NI ELVIS TM II Series) User Manual*. URL: <http://www.ni.com/pdf/manuals/374629c.pdf> (cit. a p. 39).
- [11] *Defining and Testing Dynamic Parameters in High-Speed ADCs*. Application note 728. URL: <https://www.maximintegrated.com/en/app-notes/index.mvp/id/728> (cit. a p. 39).