

---

**ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA**

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile**

D.I.S.T.A.R.T. Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del Rilevamento, del Territorio

**Tesi di Laurea in:**

**Progetti di Strutture L-S**

**STUDIO DELLA STABILITA' DELLE TRAVI RETI-  
COLARI MISTE**

Presentata da:

Sandroni Ambra

Relatore:

**Prof. Ing. Marco Savoia**

Correlatore:

**Ing. Loris Vincenzi**

---

Sessione III

Anno Accademico 2008 – 2009



## Capitolo 2 Perché la trave PREM

### 1.1 1967-2007 40 ANNI REP

Negli anni '65 – '70, tecnici costruttori, soprattutto giapponesi e tedeschi, studiarono dei metodi di accoppiamento di due materiali, acciaio e calcestruzzo, e dei metodi di calcolo adeguati che tenessero conto del nuovo tipo di struttura: una struttura mista in cui i due elementi costituenti utilizzano l'uno le risorse dell'altro in momenti diversi.

Lo studio venne eseguito a vantaggio dell'economia e della rigidità del complesso.

La prima idea di trave reticolare mista risale al 1962, anno in cui l'Ing. Leone, per sopperire ad una fornitura di profilati d'acciaio destinata alla costruzione di un edificio residenziale sulla foce dell'Alento, si pose il problema di come realizzare in officina delle travi che fossero adatte per quella struttura.

La scelta dell'Ing. Leone fu quella di ottimizzare i tempi di realizzazione delle travi composte di tipo tradizionale, sostituendole con travi realizzate in officina in modo più semplice, economico e sicuro. Si rese conto che a fronte del piatto inferiore, tutto necessario, l'anima piena era esuberante e, quindi, realizzò un traliccio monopiano con elementi piatti. Per la stessa ragione verificò che anche il piatto superiore era esuberante ed anche molto ingombrante e lo sostituì con un solo ferro di sezione tonda. Alcuni semplici accorgimenti che permisero di produrre le travi in officina, di ridurre i tempi di tecnici di realizzazione tradizionale in opera, di poggiare i solai direttamente sul piatto inferiore della trave, riducendo l'attività della manovalanza per la sistemazione di puntelli e casseri.

L'Ing. Leone brevettò la sua idea nel 1967, la trave prevedeva all'occorrenza, uno strato di laterizio a coprire il piatto inferiore (fig. 1.2).



Fig. 1.2 : L'originaria trave SEP in spessore di solaio

La produzione industriale di queste travi ebbe inizio circa un anno dopo, per merito di un prefabbricatore di Milano con sedi anche a Roma, Padova e Parigi: la SEP, Strutture Edili Prefabbricate, che diede il proprio nome a queste travi per alcuni anni distribuendole in tutta Italia.

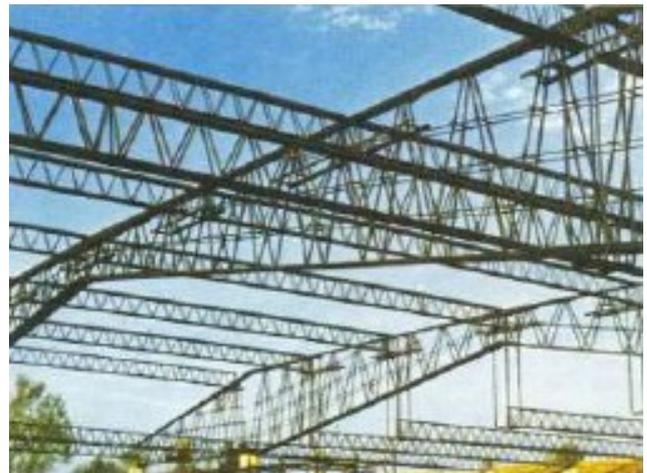
Nel giro di pochi anni i produttori italiani di Travi Reticolari Miste divennero una decina e iniziarono a realizzarle anche per Paesi esteri: Svizzera, Arabia Saudita, Marocco, Francia, Spagna e Stati Uniti.

Dopo il fallimento della SEP, il marchio proprietario che più si diffuse, durante il periodo di validità del brevetto originario, fu "Trave REP", acronimo di rapidità, economia, praticità.

Ben presto la trave in spessore di solaio risultò limitativa e l'Ing. Leone procedette a brevettare anche la trave fuori spessore (fig. 1.3), con due o più piani d'anima a V rovescia e con tre o più correnti superiori; esse potevano essere utilizzate per realizzazioni più complesse quali travi da ponte e travi a grandi luci (fig. 1.4).



**Fig. 1.3: Trave reticolare fuori spessore**



**Fig. 1.4: Travi PREM per soluzioni importanti**

Alla fine degli anni '70, alla morfologia di base con piatto in acciaio si affiancò la morfologia con piatto in calcestruzzo, la Trave Lastra (fig. 1.5), introdotta dall'Ing. Izzo, che ha avuto diffusione solo dopo il ridimensionamento delle vernici ignifughe.



**Fig. 1.5: Trave reticolare mista con fondello di calcestruzzo ( Trave Lastra in stazioni della Metropolitana Milanese)**

Nello stesso periodo venne proposta anche la Trave Solaio per risolvere gli impalcati da ponte con forte peso proprio di getto e luci importanti (fig. 1.6).



**Fig. 1.6: Impalcato del cavalcavia sull'Autostrada A4: Travi Solaio su Travi Miste canoniche.**

Ma, la novità rilevante in queste travi, fu la morfologia d'anima a puntoni verticali, invece di quella puntoni obliqui, con molteplici vantaggi di efficienza ed efficacia:

- ✓ Puntone più corto e, quindi, meno snello;
- ✓ Ambedue gli elementi d'anima tesi in seconda fase anziché uno teso ed uno compresso;
- ✓ Precompressione del puntone verticale in prima fase e rilascio della sovra resistenza in seconda fase.

Tutto ciò permette di ridurre di un terzo il peso delle anime e di conseguenza di avvicinare, nonché di aumentare il numero dei tondini costituenti il corrente superiore. Introducendo calastrelli tra due creste d'anima, i correnti superiori rimangono distanziati e sono più rigidi, di conseguenza è possibile diminuirne la sezione e quindi anche il peso.

Nel 1982, si realizzano modifiche al classico modello di trave PREM al fine di garantire una maggiore sicurezza alle sezioni d'incastro e che consentiranno il loro utilizzo anche in zona sismica: la soluzione prevede la sostituzione dei monconi aggiuntivi in corrispondenza dei nodi con il prolungamento dello stesso traliccio della trave.

Recentemente viene sperimentata la tipologia con corrente superiore arretrato per evitare l'ingombro sul pilastro, qualora il corrente sia costituito da un gran numero di tondini di grande diametro e il primo elemento dell'anima sia inclinato.

Scaduti i brevetti che ne limitavano la diffusione, oggi le travi reticolari vengono prodotte liberamente da molte aziende che le caratterizzano in modo differente in base alla morfologia e ai materiali utilizzati. Poiché i tralicci, nelle strutture miste, vengono dimensionati preventivamente, essi sono fabbricati singolarmente per una specifica utilizzazione, il che comporta che la loro produzione non può essere industrializzata. La mancanza di ripetitività tecnologica è stata risolta creando un sistema standardizzato PREM, costituito da travi i cui tralicci possono integrarsi vicendevolmente in base alle necessità progettuali. Il modello base è prodotto in altezze differenti e in varie combinazioni di diametri in funzione della luce della trave. A tali trave di base, successivamente, vengono associati dei tralicci di completamento che fungono, per specifici tipi di trave, come ad esempio la trave NOR, da armature per i momenti d'incastro. Con i tralicci PREM utilizzati nella produzione industrializzata, si realizzano le travi componibili collegate con calastrelli trasversali, le travi con fondello o casserete (tabella 1.1), le travi con piatto inferiore o con zoccolo in calcestruzzo progettato (tabella 1.2) e i tralicci di completamento delle travi standard che vengono anche utilizzati, singoli o affiancati, come elementi di collegamento nelle travi in continuità (tabella 1.3). Nelle seguenti tabelle si usa la convenzione grafica che indica con il rosso i tralicci di collegamento e quelli provenienti dalla campata continua.

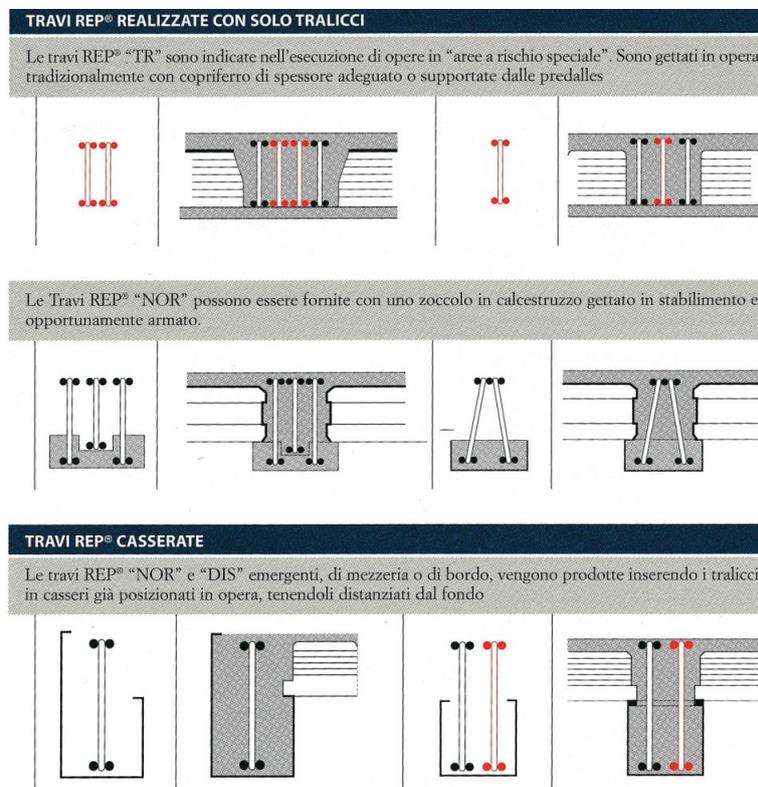


Tabella 1.1 Tipologie standard

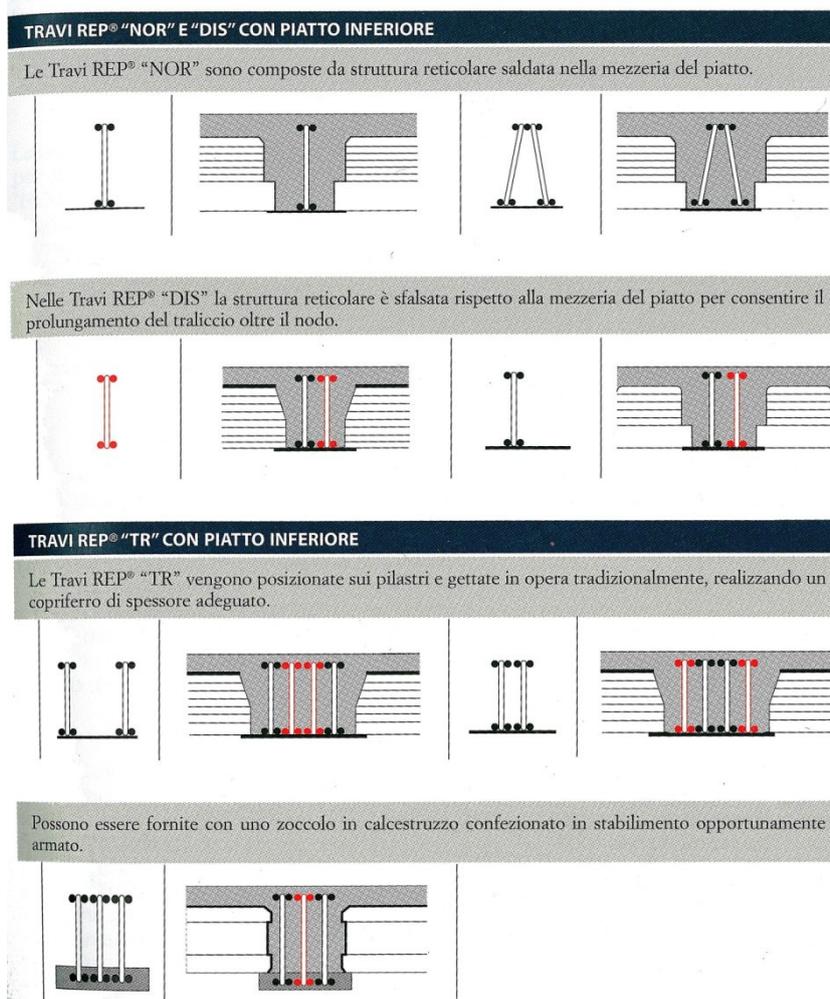


Tabella 1.2 Sezioni tipo delle travi PREM

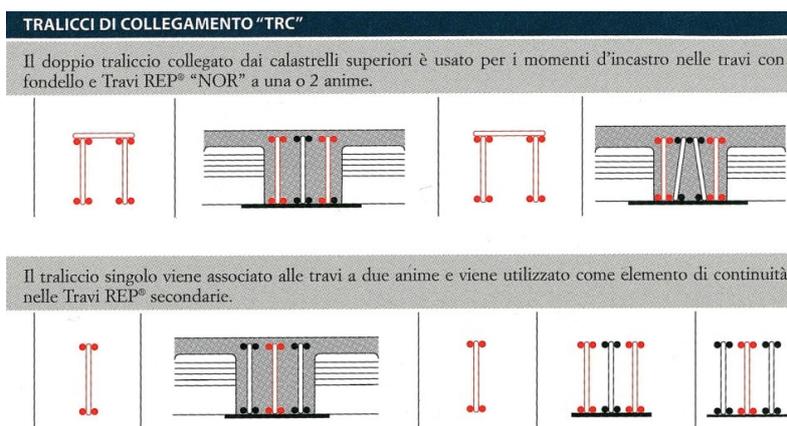


Tabella 1.3 Sezioni tipo delle travi PREM

**Convenzione grafica:** i tralicci di completamento e i tralicci delle travi provenienti dalla campata continua sono indicati in rosso.

## 1.2 Descrizione delle travi PREM

Le travi PREM sono travi miste interamente prefabbricate formate da un traliccio reticolare in acciaio, di tipo S 355 JO qualificato e certificato, composto con calcestruzzo.

I singoli componenti della trave vengono assemblati con un procedimento di saldatura sotto gas di protezione CO<sub>2</sub>, qualificato dall'Istituto Italiano per la saldatura.

La tipologia permette di optare per il tipo di trave più adatto alle esigenze progettuali consentendo l'abbinamento a qualsiasi tipo di solaio e a qualsiasi tipo di struttura verticale.

Le strutture miste differiscono da quelle dette comunemente "composte" (le normali strutture in cemento armato), per il fatto che si presentano con uno schema di funzionamento statico del tutto diverso.

Il comportamento di una struttura in c.a. è stato paragonato dal prof. E. Giangreco ad un moderno ménage familiare "dove i due coniugi collaborano in misura adeguata alle proprie possibilità di accollarsi degli oneri esterni, il loro sforzo aumenta all'aumentare del sovraccarico di lavoro e l'impegno comune va avanti fino all'esaurimento delle proprie risorse contemporaneamente o in tempi successivi fino a che l'uno raggiunge le condizioni di collasso già raggiunte dall'altro".

Nelle strutture miste i due "partner" per poter far fronte alle necessità dell'elemento resistente che insieme hanno costituito, utilizzano l'uno le risorse dell'altro in momenti diversi. Inizialmente il calcestruzzo vive di rendita, la struttura metallica sopporta da sola gli oneri esterni, finché questo giunga a maturazione e abbia la capacità di accollarsi parte degli oneri esterni e parte dell'aumento del sovraccarico di lavoro. Già si evince la differenza più caratterizzante fra travi in c.a. e travi a struttura mista. Le armature delle strutture in c.a. non hanno autonoma portanza e prima del consolidamento del getto di conglomerato cementizio non sono in grado di esplicare alcuna funzione. Le travi in acciaio solidarizzate al calcestruzzo sono invece "strutture finite" che dispongono di una portanza iniziale indipendente dall'associazione dei due elementi. Solo in fase di esercizio acciaio e calcestruzzo collaborano alla resistenza del complesso come un unico elemento.

Le prime strutture miste, impiegate in impalcati da ponti, furono realizzate agli inizi del secolo incorporando nel calcestruzzo profilati metallici che garantivano, mediante estese superfici di aderenza, un rigido collegamento fra i diversi materiali.

### 1.3 Classificazione Travi PREM

Le travi PREM, nonostante vengano prodotte in un'ampia e diversificata gamma, hanno in comune sempre i seguenti elementi (fig. 1.7):

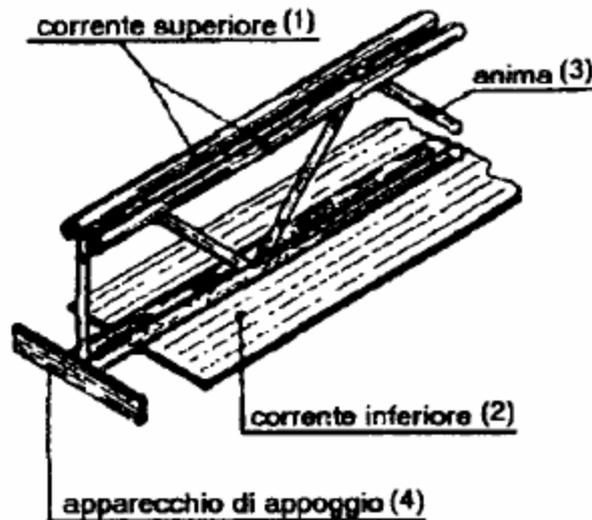


Fig.1.7:Struttura generale delle travi PREM

- ✓ Un corrente superiore (1) formato da almeno una coppia di profilati, tondi con diametro compreso tra  $8\text{mm} \leq \varnothing \leq 40\text{mm}$  o quadri variabili da 30x30 a 70x70. Esso svolge la funzione di resistere agli sforzi di compressione, indotti dai carichi verticali, tenendo conto dell'instabilità laterale, sia locale che globale.
- ✓ Un corrente inferiore (2) formato da un piatto di dimensioni variabili da 250-1000mm e dello spessore variabile da 6-12 mm ed eventuali ferri aggiunti ad esso saldati in tondi in  $16\text{mm} \leq \varnothing \leq 60\text{mm}$  o quadri da 30x30 o 70x70.
- Un'anima di collegamento (3) semplice o doppia saldata al corrente superiore e all'inferiore, costituita da ferri circolari di uguale diametro ( $8\text{mm} \leq \varnothing \leq 30\text{mm}$ ) composta da elementi a V con passo variabile compreso tra 20cm e 60cm. Dalle soluzioni costruttive, si rileva, generalmente, che:
  - Il primo passo è assunto pari alla metà di quello standard;
  - Esiste un passo detto spurio, il cui valore è compreso tra mezzo passo e il passo standard, è il passo necessario per riportare il traliccio alla luce effettiva della trave;
  - I restanti passi, tutti dello stesso valore, sono quelli necessari per resistere al taglio (passo standard);

Inoltre, l'anima può essere realizzata da serpentine continue per tutta la lunghezza della trave, oppure da barre singole sagomate o composte da due elementi saldati ai correnti. Ciascuna anima è costituita da un puntone, verticale o obliquo, e da un tirante sempre obliquo.

- ✓ Apparecchio d'appoggio (4) costituito da due o più ferri circolari affiancati, saldati al piatto in corrispondenza delle sue testate, sporgenti da esso e saldati di testa ad un piatto trasverso di larghezza e spessore pari al piatto del corrente inferiore e di altezza variabile compreso tra  $40mm \leq \varnothing \leq 200mm$ .

Tale elemento svolge diverse funzioni:

- Stabilizzare il primo elemento verticale durante la prima fase;
- Fornire, in seconda fase, una continuità tra trave e pilastro con la trasmissione al calcestruzzo degli sforzi di compressione tramite la piastra d'appoggio.

Se necessario, è opportuno integrare gli elementi principali sopra descritti con eventuali elementi aggiuntivi quali:

- ✓ **Distanziatori del corrente superiore** sono composti da corti concetti di ferro tondo, di diametro pari a quello delle anime. Sono posti tra i ferri del corrente superiore in corrispondenza delle creste d'anima. La loro lunghezza è assunta usualmente pari a  $\pi$  volte il diametro per evitare che vi sia scorrimento durante la flessione dei correnti superiori e per avere pari resistenza delle creste d'anima (fig.1.8)

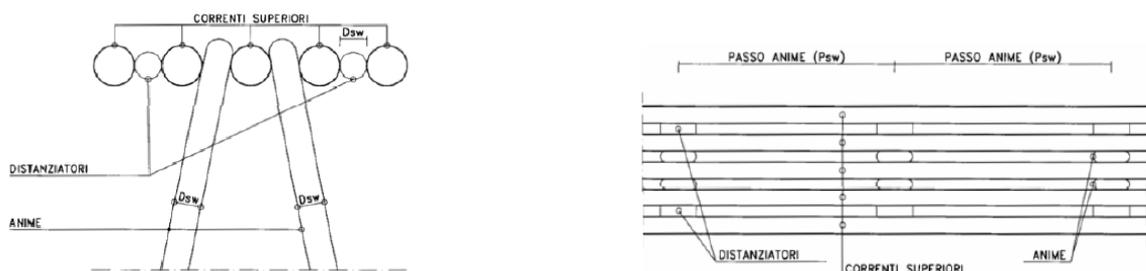


Fig.1.8: Distanziatori del corrente superiore

- ✓ **Calastrelli del corrente superiore** sono composti da corti concetti di ferro tondo, di diametro pari a quello delle anime, posti ortogonalmente e sotto ai ferri del corrente superiore fra due successive creste d'anima sono simmetrici rispetto alla mezzeria della trave e posizionati a metà passo delle anime quando sono singoli e ad un terzo e due terzi quando sono doppi (fig.1.9)

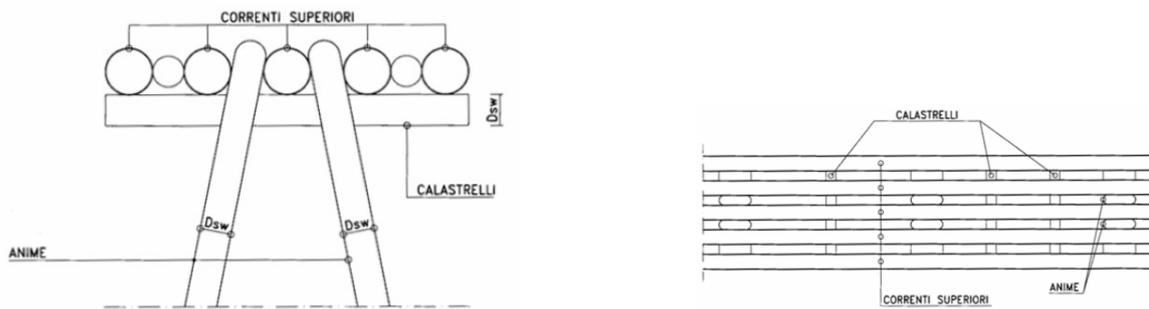


Fig. 1.9: Calastrelli del corrente superiore

Essi svolgono diverse funzioni:

- Limitare l'instabilità dei ferri compressi sia in piano che fuori piano;
  - Diminuire il peso della trave, riducendo il numero o il diametro del corrente superiore;
  - Diminuire la viscosità con l'aumento di armatura compressa.
- ✓ **Controventi delle anime:** sono costituiti da ferri tondi di ugual diametro ( $8mm \leq \phi \leq 30mm$ ) saldati alle anime. Sono realizzati per assorbire il momento flettente derivanti dai carichi orizzontali, evitando così lo svergolamento della trave.

#### 1.4 Tipologie di Travi PREM

Per ogni tipo di trave prodotta esistono varianti costruttive che permettono di abbinare le travi scelte, al tipo di solaio più rispondente alle esigenze di progetto, a qualsiasi struttura verticale. La scelta del tipo di trave PREM, quindi, è condotta in base al tipo di edificio da realizzare e alla sua ubicazione, ponendo attenzione ai coefficienti di sicurezza sismici e di resistenza al fuoco. Attualmente, come si evince dal Prontuario PREM (2003), il sistema PREM si distingue in travi:

NOR: travi che presentano armature esterne aggiuntive in presenza dei nodi.

DIS-TR: travi che proseguono oltre il nodo prolungandosi nelle campate adiacenti per la lunghezza necessaria per assorbire i momenti d'incastro.

Dalle brevi definizioni sopra indicate, si nota la sostanziale differenza tra le travi NOR e quelle DIS-TR. Essa consiste nel fatto che le prime necessitano di un'armatura aggiuntiva ancorata per aderenza, i tralicci "TRC" in corrispondenza dei nodi, mentre le seconde si incastrano in essi mediante i tralicci stessi delle travi. È evidente, quindi, che le travi DIS-TR assicurino una maggior sicurezza in zona sismica dove si verifica più frequentemente il distacco tra elementi verticali e orizzontali.

zontali. Tuttavia la sostituzione delle armature aggiuntive con i tralicci TRC, hanno reso possibile l'impiego in zona sismica anche delle travi NOR, che generalmente consentono una maggiore flessibilità di progetto e permettono un omogeneo abbinamento fra travi di produzione standard e travi di produzione occasionale quali strutture a grandi luci e/o a grande portata nonché quelle di altezza variabile.

### 1.4.1 Trave PREM NOR

E' il prodotto che consente di ottenere la maggiore flessibilità di progetto, permettendo la realizzazione di così dette travi "standard" e travi di produzione "occasionale", come le strutture a grande luce/portata, ad altezza variabile o a ginocchio.

La struttura metallica, realizzata interamente in acciaio S355J, è costituita da:

- ✓ Un **corrente inferiore (1)**, formato da un piatto o da eventuali ferri aggiuntivi ad esso saldato, oppure da un piatto saldato ad una coppia di profilati;
- ✓ un **corrente superiore (2)**, formato da almeno una coppia di profilati;
- ✓ un' **anima di collegamento (3)** semplice o doppia, saldata al corrente superiore ed inferiore;
- ✓ **terminali di appoggio (4)** opportunamente dimensionati, che fungono da dispositivo di ancoraggio atto a resistere

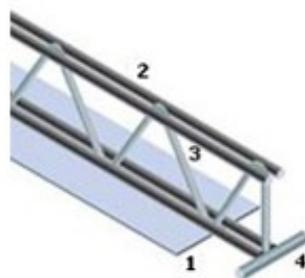


Fig.1.10:Schema struttura metallica Trave NOR

Il piatto in acciaio, oltre a rappresentare parte integrante della struttura portante, è anche appoggio autoportante per il solaio e cassero per il getto di completamento in calcestruzzo.

Per rispondere alle più svariate esigenze progettuali, inoltre, Trave PREM NOR può essere fornita anche con piatto sagomato, sponda in acciaio di contenimento del getto singola o doppia (con trat-

tamento delle parti a vista con aggrappante per intonaco o antiruggine) e fori o asole longitudinali o trasversali per consentire il passaggio degli impianti.



**Fig.1.11: Esempi di Travi NOR**

Le travi PREM NOR sono dotate, nelle sezioni di incastro, di Tralicci PREM TRC di completamente, quali armature per il taglio ed i momenti negativi, in sostituzione della moncatura in B450C (fig.1.12): ciò da loro il vantaggio di poter essere utilizzate anche nelle zone sismiche e nelle situazioni in cui sono richiesti vincoli particolari.



**Fig. 1.12 :Sezione di una trave NOR integrata con monconi in B 450 C**

L'utilizzo dei tralicci PREP TRC al nodo trave-pilastro garantisce un'efficace risposta sismica della struttura portante e consente una facile posa in opera delle armature stesse. I tralicci PREM TRC in acciaio S355J garantiscono duttilità ed un alto livello di resistenza prestazionale, a flessione e a taglio, del nodo trave-pilastro. La messa in opera dei tralicci è estremamente rapida: il traliccio PREM TRC si inserisce direttamente tra i ferri dei pilastri senza nessun'altra operazione manuale. Singoli o assemblati con calastrelli, i tralicci PREM TRC vengono prodotti di diversa forma e dimensione per consentire la miglior integrazione con le travi PREM e gli elementi strutturali verticali.

Di seguito sono stati riportati i passi per la messa in opera dei tralicci di collegamento (fig.1.13) ed

esempi di diverse sezioni di Travi NOR integrate mediante i Tralicci TRC (Fig.1.14)

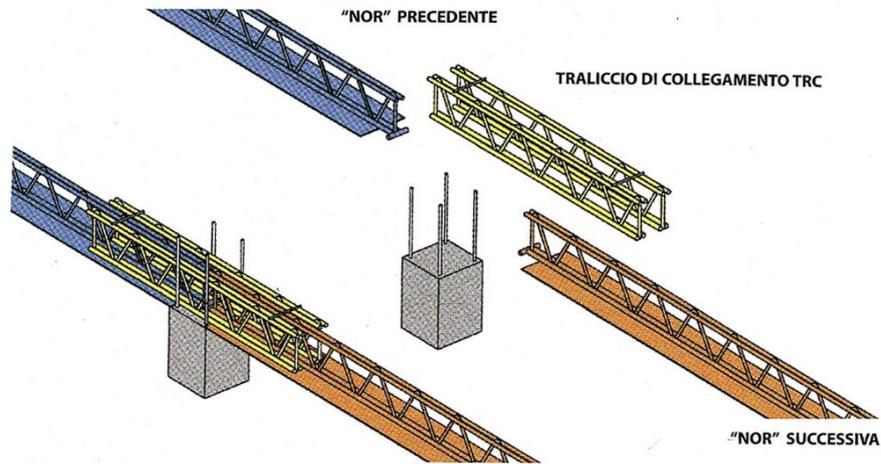


Fig. 1.13:Traliccio di collegamento TRC

### Evoluzione del sistema

Sezioni con Trave REP® Nor  
e Traliccio REP® TRC

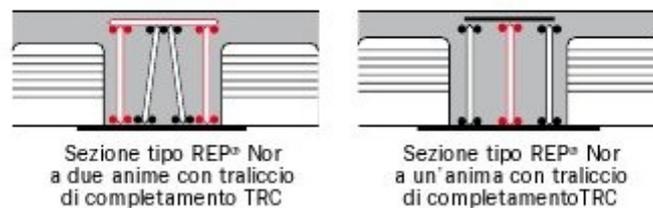


Fig.1.14:Sezione di Trave NOR integrata con traliccio TRC

### 1.4.2 Trave PREM TR

Questa tipologia di trave è costituita da una struttura metallica in acciaio S 355 J composta da più tralicci reticolari autoportanti di produzione standard. Tali tralicci hanno una struttura metallica (fig. 1.15) costituita da:

- ✓ Un **corrente superiore (1)** formato da almeno una coppia di profilati;
- ✓ Un **corrente inferiore (2)** formato anch'esso da almeno una coppia di profilati;
- ✓ Un'**anima di collegamento (3)** saldata al corrente superiore ed inferiore;

- ✓ Eventuali **calastrelli (4)** di collegamento

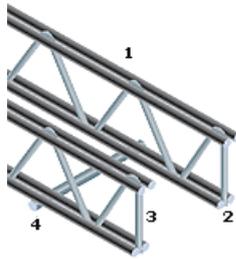


Fig. 1.15:Schema della struttura metallica di una trave TR

Le travi vengono composte con i tralicci occorrenti ad ogni trave saldati su calastrelli inferiori e/o superiori. La compenetrazione delle travi consente la continuità strutturale nel nodo trave-pilastro, garantita mediante il prolungamento dei tralicci nella campata della trave adiacente per la lunghezza necessaria ad assorbire i momenti d'incastro.

La Trave PREM TR può essere realizzata anche con fondello in calcestruzzo, a supporto del solaio, solidarizzato alla trave mediante connettori bloccati tra i correnti inferiori dei tralicci, in modo tale che sotto carico non si verificano fenomeni di microfessurazioni.

Di seguito sono riportate le fasi di posa in opera della trave TR (fig.1.16) e alcuni esempi in cui si è utilizzata questa soluzione (fig. 1.17)

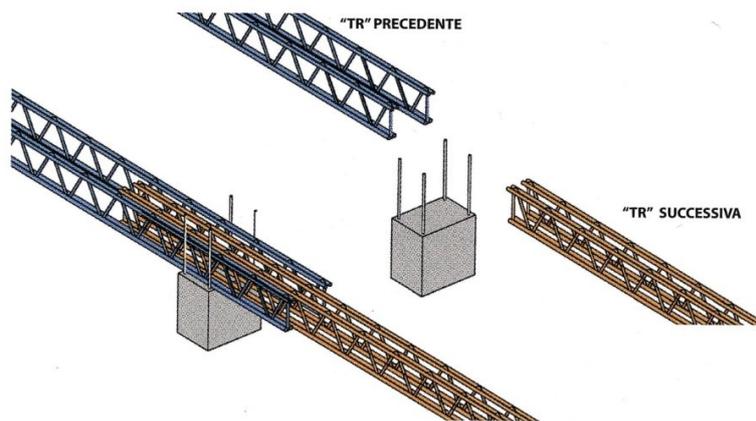


Fig. 1.16:Fasi della messa in opera delle travi TR

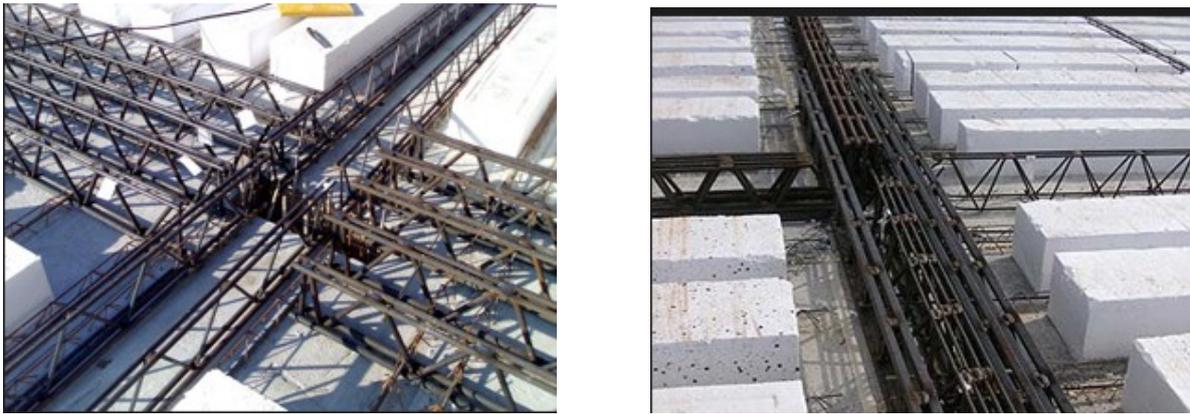


Fig.17:Esempi di utilizzo di travi TR

### 1.4.3 Trave PREM DIS

Nasce in risposta a un'edilizia sempre più esigente in cui il contenimento dei costi di costruzione è prioritario. La trave Disassata è una trave realizzata con un solo traliccio che presenta un disassamento di quest'ultimo rispetto all'asse mediano della trave (fig. 1.18 ).

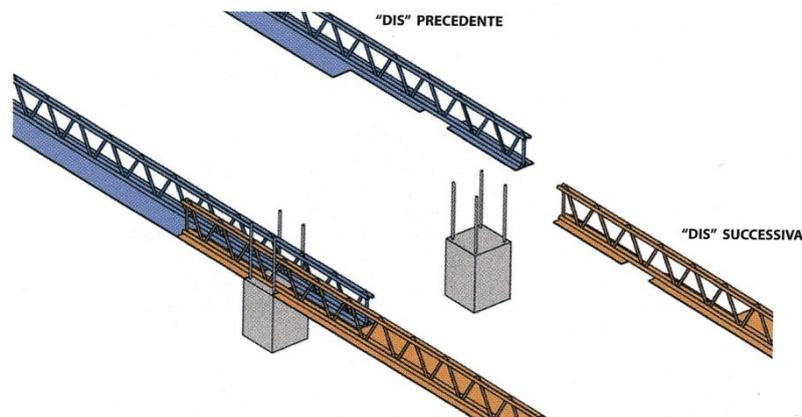


Fig. 1.18 : Trave REP DIS

La struttura metallica in acciaio S 355 J, è costituita da:

- ✓ **Corrente superiore** formato da almeno una coppia di laminati;
- ✓ **Corrente inferiore** formato da almeno una coppia di laminati e da un piatto saldato non coassiale al traliccio;
- ✓ **Anima di collegamento** saldata tra i laminati del corrente superiore e del corrente inferiore.

In zona sismica, nei nodi, i ferri dei monconi vengono sostituiti dal traliccio che penetra oltre l'appoggio per assorbire gli sforzi di taglio ed i momenti flettenti. Nelle travi singole e nelle travi iniziali di campata, per l'assorbimento degli sforzi, si aggiunge un traliccio alle estremità della trave da posizionare sull'appoggio.

La trave PREM DIS presenta miglioramenti dal punto di vista statico, economico e pratico:

**STATICO:** la struttura finale è omogenea in quanto, anche in corrispondenza dei nodi, è sempre una struttura mista.

Le parti terminali della trave si ancorano in zone sicuramente compresse.

**ECONOMICO:** a parità di luci, di vincoli, e di carichi la trave Disassata pesa meno in quanto l'armatura atta ad assorbire gli sforzi nel nodo è costituita dallo stesso corrente superiore.

**PRATICO:** non ci sono monconi da posizionare per cui la posa in opera risulta molto più rapida.

I ferri che attraversano i pilastri sono minori sia per numero che per diametro.

## 1.5 Descrizione Tecnica

Una trave Prefabbricata Reticolare Mista è un elemento inflesso costituito da una trave metallica reticolare, con o senza un fondello prefabbricato, inglobata in tutto o in parte in un getto di calcestruzzo in opera.

Per brevità ci si può riferire ad esse con il termine PREM (Prefabbricate Reticolari Miste).

Si definisce Prima Fase (di vita) di una trave PREM quella in cui la resistenza è fornita totalmente o prevalentemente dal traliccio in acciaio. Si definisce Seconda Fase (di vita) di una trave PREM quella in cui la resistenza è fornita dalla struttura sinergica formata dal traliccio in acciaio e dal calcestruzzo del getto integrativo. Il comportamento statico delle travi PREM è collegato ai due diversi momenti in cui la trave metallica svolge la sua completa funzione strutturale:

a) In una prima fase, sino al consolidamento del calcestruzzo, la trave si comporta come una struttura metallica a maglia triangolare e lo schema statico di riferimento è quello di una trave in semplice appoggio (fig.1.19)

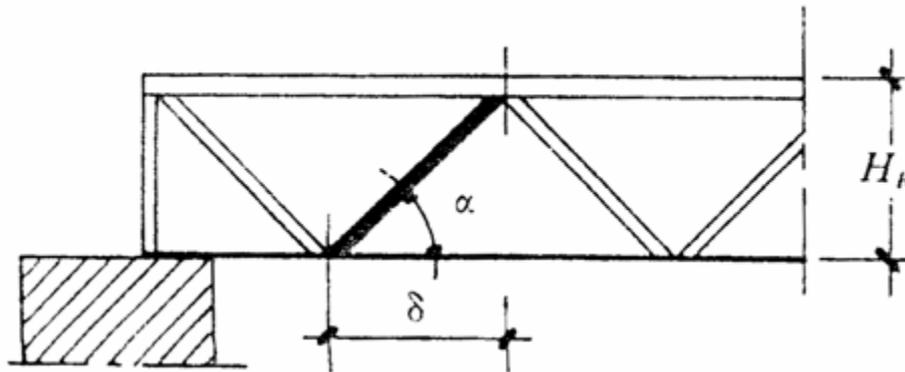


Fig. 1.19: Trave reticolare in semplice appoggio

b) In seconda fase, a getto solidificato, la trave è solidarizzata con le strutture portanti contigue (travi e pilastri) e lo schema statico è quello di una struttura mista intelaiata (fig.1.20)

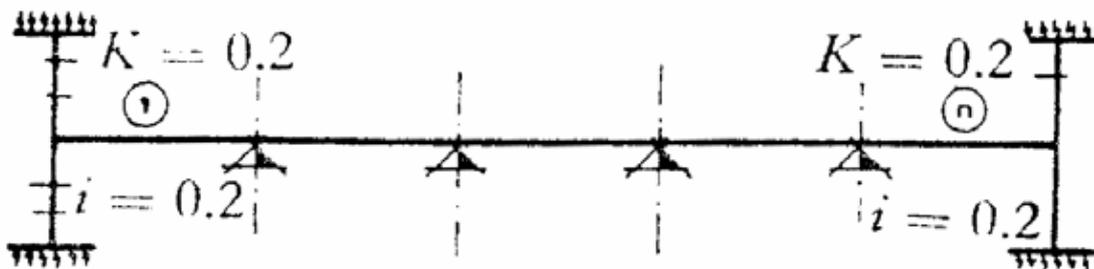


Fig. 1.20: Trave solidarizzata con le strutture portanti verticali.

Nel calcolo delle sollecitazioni bisogna tener conto, oltre che alle diverse fasi in cui si trova il sistema misto, dei diversi carichi agenti sulla struttura.

Il sistema PREM richiede che i carichi siano suddivisi in agenti sulla trave metallica considerata in semplice appoggio e senza la collaborazione del calcestruzzo, ed in agenti in seconda fase sulla struttura ultimata.

I carichi devono, perciò, essere distinti in:

I. **Carichi iniziali di 1a fase:**

- ✓ Peso proprio del traliccio PREM;
- ✓ Peso del getto di calcestruzzo ( $2500 \text{ Kg/m}^3$ );

✓ Area del solaio compreso tra la trave ed il primo rompitratte, considerando anche gli eventuali carichi accidentali concentrati;

✓ Ulteriori carichi concentrati e distribuiti, ivi compresi eventuali carichi derivanti da elementi strutturali poggianti stabilmente sulla trave o inseriti provvisoriamente su di essa solo in prima fase per creare delle presollecitazioni (principalmente di taglio) allo scopo di ridurre il valore delle  $\tau$  del calcestruzzo.

## **II. Carichi fissi di 2a fase:**

- ✓ Carichi permanenti derivanti dalla prima fase;
- ✓ Incidenza dei tramezzi;
- ✓ Peso del massetto, del pavimento e dell'intonaco;
- ✓ Peso di eventuali arredi fissi, sia distribuiti che concentrati;
- ✓ Ulteriori carichi fissi (muri di facciata etc.).

## **III. Sovraccarichi agenti in 2a fase:**

- ✓ Sovraccarichi accidentali

### **1.6 Verifica delle sollecitazioni**

La verifica delle sollecitazioni per il sistema misto PREM si articola in due punti fondamentali:

#### 1) Sollecitazioni del traliccio metallico dovute ai carichi di prima fase

In prima fase i tralicci PREM vengono dimensionati come strutture reticolari, considerando isostatiche le travi normali. La trave reticolare metallica di prima fase, considerando solo i carichi iniziali, viene calcolata in autoportanza, verificando le aste di parete compresse al carico di punta e il corrente superiore allo svergolamento laterale. Deve essere verificato, per la reticolare, che la sollecitazione tagliante non superi quella ultima.

Tutto lo sforzo tagliante deve essere assorbito dall'anima, la cui sezione metallica è composta da due parti: la prima serve per assorbire il carico iniziale, la seconda per lo sforzo di scorrimento.

#### 2) Sollecitazioni dovute ai carichi di seconda fase e totali

In seconda fase tutte le travi PREM sono in condizione di continuità strutturale e presentano lo schema statico di travi continue con incastri elastici di estremità (si veda fig. 1.20).

Vengono calcolate prevedendo i carichi distribuiti sulle campate in modo da indurre in ogni sezione le massime caratteristiche delle sollecitazioni di flessione e di taglio.

Tutto lo sforzo di taglio deve essere assorbito dall'anima.

Il relativo traliccio deve essere verificato sia agli effetti degli sforzi assiali sulle aste tese della trave metallica, che agli sforzi di scorrimento della sezione mista collaborante.

Il corrente superiore è l'elemento della trave resistente a trazione. Deve essere dimensionato, nel rispetto dei limiti delle tensioni, in funzione degli effetti di prima fase combinati con le sollecitazioni dovute al massimo valore flettente agente in seconda fase.

Bisogna inoltre ricordare che il terminale delle travi normali, ritenuto erroneamente solo atto a migliorare la distribuzione dei carichi iniziali fungendo da dispositivo antiribaltamento durante la fase di montaggio dei solai, rappresenta il primo nodo di una struttura reticolare di collegamento con gli elementi verticali. L'elemento trasversale deve perciò essere dimensionato in modo tale che la pressione sul pilastro risulti minore o uguale a quella ultima, tenendo conto che deve assolvere in seconda fase alla funzione di dispositivo di ancoraggio atto a resistere alle azioni di scorrimento tra calcestruzzo e traliccio.

## **1.7 Verifiche degli elementi**

Ciascun elemento dimensionato come descritto nel paragrafo precedente deve essere poi verificato secondo i criteri di verifica di seguito riportati:

### **1.7.1 Verifica delle deformazioni**

Le deformazioni dovute ai carichi di prima fase sono valutate separatamente da quelle dovute ai carichi fissi ed ai sovraccarichi accidentali. La valutazione dei carichi di prima fase viene fatta sulla base delle caratteristiche del solo componente metallico, mentre per la struttura ultimata si considerano gli effetti elastici istantanei e differiti.

Per quanto riguarda il calcolo della freccia, si deve tener conto delle diverse modalità con cui la trave PREM lavora ovvero si deve calcolare: l'abbassamento della reticolare metallica sottoposta ai carichi iniziali, l'abbassamento dovuto ai carichi fissi (considerando le deformazioni viscosi) e l'abbassamento dovuto ai sovraccarichi.

### 1.7.2 Trave metallica in semplice appoggio

Calcolate le caratteristiche della sollecitazione considerando agenti la totalità dei sovraccarichi, in modo da indurre in ogni sezione i valori massimi sia del momento che del taglio, in questa prima fase bisogna effettuare:

- ✓ La verifica del corrente superiore allo svergolamento laterale, considerando la luce della trave o la distanza tra due controventamenti nel caso in cui siano previsti;
- ✓ La verifica al carico di punta di un solo componente del corrente superiore e allo sforzo massimo tra due punti di saldatura, considerando una lunghezza libera di inflessione pari al passo delle anime;
- ✓ Verifica della trave a flessione utilizzando il momento di inerzia reale;
- ✓ Verifica allo sforzo assiale massimo della prima asta tesa e della prima asta compressa dell'anima, considerando lo sforzo assiale con una eccentricità pari ad almeno un diametro del tondo dell'anima e una lunghezza di inflessione pari all'effettiva lunghezza dell'anima.

### 1.7.3 Ritiro impedito del calcestruzzo

A causa del ritiro del calcestruzzo impedito dall'acciaio nascono delle sollecitazioni. Occorre quindi effettuare :

- ✓ Si deve determinare l'area, il baricentro e il momento di inerzia di tutte le armature esistenti nella sezione;
- ✓ Si deve determinare l'area, il baricentro e il momento di inerzia della sezione reagente di calcestruzzo;
- ✓ Si deve determinare (assimilando il ritiro ad una riduzione di temperatura di 20 °C) la variazione di lunghezza del calcestruzzo e del ferro, l'entità del momento flettente e delle sollecitazioni corrispondenti (trazione per il cls e compressione per le armature).

Nel caso delle travi PREM tanto maggiore è la percentuale di ferro tanto maggiore sarà l'effetto del ritiro.

### 1.7.4 Carichi fissi agenti su tutte le campate

Bisogna effettuare le verifiche caratteristiche di una sezione a doppia armatura sottoposta a flessione retta. È importante tenere conto che bisogna adottare un coefficiente di omogeneizzazione  $n^*$  maggiore di quello utilizzato per la ricerca delle caratteristiche di sollecitazione ed a quello usato

per la determinazione della freccia istantanea, perché è previsto dalle norme vigenti il calcolo della redistribuzione a tempo infinito delle sollecitazioni e degli abbassamenti.

Per le travi PREM questa verifica non è mai trascurabile.

### **1.7.5 Sovraccarichi agenti su tutte le campate alterne**

Bisogna effettuare le verifiche necessarie per una sezione a doppia armatura sottoposta a flessione retta, considerando il coefficiente di omogeneizzazione tradizionale  $n = 15$ .

### **1.7.6 Verifica dei dispositivi d'appoggio**

Bisogna effettuare le verifiche di stabilità dei dispositivi di appoggio.

### **1.7.7 Scorrimento tra la trave metallica e calcestruzzo**

Si devono verificare le anime delle travi a taglio ed al rifollamento del calcestruzzo. Si deve verificare inoltre l'elemento trasversale del dispositivo d'appoggio al rifollamento, considerando gli sforzi calcolati sui due toni sia a trazione che a compressione.

## **1.8 Materiali Utilizzati**

Solitamente si possono impiegare due tipi di acciaio:

Acciaio saldato: per i ferri circolari dritti (correnti e ferri aggiuntivi) e per le anime formate da singoli elementi dritti è possibile utilizzare acciaio da cemento armato nervato saldabile FeB44K, mentre i ferri piegati e i piatti vengono realizzati in acciaio S 355 J che può essere saldato anche in corrispondenza delle piegature; . La saldabilità dell'acciaio è legata normalmente al contenuto di carbonio. Sono saldabili, infatti, gli acciai che hanno un contenuto di carbonio inferiore a 0.24. Qualora venisse saldato un acciaio con contenuto di carbonio superiore al limite sopra indicato, si modificherebbero a tal punto le caratteristiche di resistenza dell'acciaio che nel punto di saldatura si avrebbe una zona di rottura fragile. La saldatura è realizzata su banco, ad arco, con elettrodi a filo in atmosfera di gas CO<sub>2</sub>. Si tratta di un processo di saldatura autogena in cui l'arco scocca tra il pezzo ed il filo fusibile. Il dispositivo di avanzamento del filo provvede ad alimentare con continuità il materiale da fondere contrariamente a quanto avviene con la bacchetta ad elettrodo che una volta terminata deve essere rimpiazzata con una nuova. La protezione gassosa viene fornita da un gas di supporto direttamente sul bagno fuso.

Acciaio non saldato: impiegato esclusivamente per i monconi di continuità.

## 1.9 Posa in opera

Grazie all'autoportanza delle travi PREM, queste non necessitano di nessun tipo di puntellatura, durante e dopo la posa in opera, ma bisogna, tuttavia, prima di procedere al posizionamento dei solai con i loro carichi asimmetrici, controventarle adeguatamente, poiché non resistono ad azioni torcenti.

Sono riportate le modalità di posa in opera, che ovviamente, variano al variare della tipologia di trave utilizzata.

### 1) Travi con piatto inferiore

La posa in opera delle travi disassate si differenzia da quelle normali solo per l'assenza di tralicci integrativi. Infatti, le travi normali, nel caso in cui vengano utilizzati monconi di armatura integrativi, vengono calate sugli appoggi con la gru e non necessitano di successivi interventi manuali.

Le modalità da eseguire sono:

- ✓ Disarmo dei pilastri e livellamento del piano di appoggio
- ✓ Posa in opera delle travi prefabbricate (Fig.1.21).
- ✓ Legatura delle travi
- ✓ Posa dei tralicci di collegamento delle travi normali (in alternativa ai monconi)
- ✓ Posa in opera dei monconi inferiori delle travi (solo per quelle non disassate)
- ✓ Controventamento delle travi
- ✓ Posa in opera del solaio
- ✓ Posa in opera dell'armatura integrativa del solaio
- ✓ Posa in opera dei monconi di armatura integrativa delle travi PREM (non per quelle

disassate)

- ✓ Getto di completamento

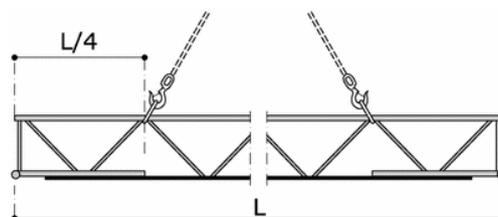


Fig.1.21: Particolari della posa in opera delle travi PREM: aggancio delle funi per la

movimentazione

2) Travi senza piatto realizzate solo con tralicci PREM

Le modalità di posa in opera delle travi senza piatto o dei tralicci ai quali vengono appese le predalles non si discosta da quelle delle travi disassate.

I tralicci vengono posizionati con la gru e non necessitano di ulteriori interventi.

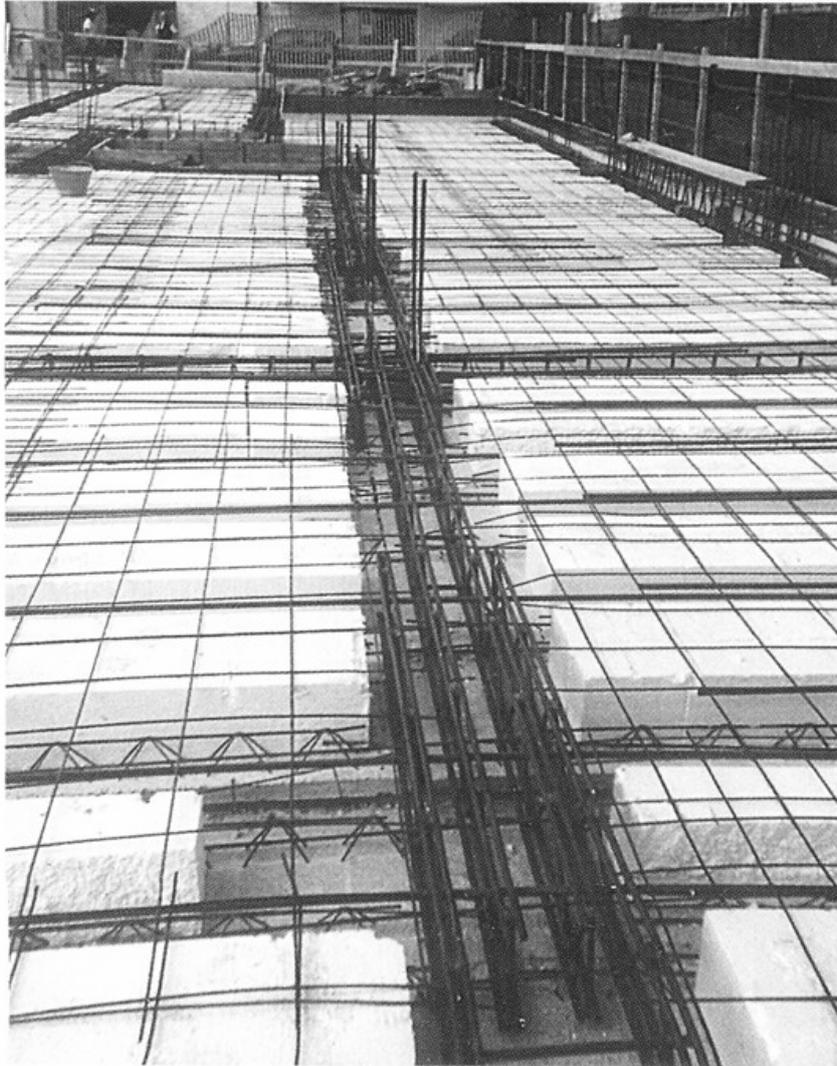
Le travi casserete sottosporgenti si realizzano inserendo i tralicci, che vengono calati tra i ferri degli appoggi, entro i casseri in lamiera già posizionati sui bordi del pilastro.

Se i casseri non hanno funzioni statiche, i tralicci possono essere distanziati dal fondo inserendo uno spessore fra questi e il piano di appoggio.

Le modalità di posa in opera delle travi realizzate tradizionalmente con i tralicci non differiscono da quelle usuali nella realizzazione di travi in c.a.

Le uniche differenze consistono nel fatto che i tralicci, essendo autoportanti, possono essere posizionati in opera con la gru e non necessitano di puntelli.

Inoltre le cassetture, rispetto a delle travi equiportanti della stessa luce, sono notevolmente ridotte.



**Fig. 1.22: Posa in opera ultimata delle travi PREM**



## **Capitolo 3 Metodo agli elementi finiti e software utilizzati nell'analisi delle Travi PREM**

### **2.1 Introduzione**

Per la modellazione del traliccio metallico si è utilizzato il metodo degli elementi finiti (FEM). Il FEM è una tecnica numerica atta a cercare soluzioni approssimate di problemi descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali riducendo queste ultime ad un sistema di equazioni algebriche. Benché esso competa in alcuni ambiti limitati con altre strategie numeriche (metodo delle differenze finite, metodo dei volumi finiti, metodo degli elementi al contorno, metodo delle celle, metodo spettrale, etc.), il metodo FEM mantiene una posizione dominante nel panorama delle tecniche numeriche di approssimazione e rappresenta il kernel di gran parte dei codici di analisi automatici disponibili in commercio tra i quali ricordiamo Straus 7 ed Ansys, i codici di calcolo utilizzati per lo studio del traliccio metallico. In generale, il metodo agli elementi finiti si presta molto bene a risolvere equazioni alle derivate parziali quando il dominio ha forma complessa, quando il dominio è variabile (per esempio una reazione a stato solido con condizioni al contorno variabili), quando l'accuratezza richiesta alla soluzione non è omogenea sul dominio e quando la soluzione cercata manca di regolarità.

### **2.2 Metodo F.E.M**

Il Metodo F.E.M. si applica a corpi fisici che in qualche modo rappresentano un continuum suscettibile di essere suddiviso in un certo numero, anche molto grande, di elementi di forma definita e dimensioni contenute. Nel solido continuo, ogni singolo elemento finito viene considerato un campo di integrazione numerica di caratteristiche omogenee. La caratteristica principale del metodo degli elementi finiti è la discretizzazione attraverso la creazione di una griglia (mesh) composta da primitive (elementi finiti) di forma codificata (triangoli e quadrilateri per domini 2D, esaedri e tetraedri per domini 3D). Su ciascun elemento caratterizzato da questa forma elementare, la soluzione del problema è assunta essere espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette funzioni di base o funzioni di forma (shape functions). Da notare che talora la funzione viene approssimata, non necessariamente saranno i valori esatti della funzione quelli calcolati nei punti, ma i valori che forniranno il minor errore su tutta la soluzione. L'esempio tipico è quello che fa riferimento a funzioni polinomiali, sicché la soluzione complessiva del problema viene approssimata con una funzione polinomiale a pezzi.

Nella sua forma originaria e tutt'ora più diffusa, il metodo agli elementi finiti viene utilizzato per risolvere problemi poggianti su leggi costitutive di tipo lineare. Tipici i problemi di sforzi - deformazioni in campo elastico, la diffusione del calore all'interno di un corpo materiale. Alcune soluzioni più raffinate consentono di esplorare il comportamento dei materiali anche in campo fortemente non lineare. Non linearità che può essere dovuta a diversi aspetti in ambito strutturale, i quali possono essere raggruppati nelle seguenti categorie:

- ✓ Non linearità geometrica;
- ✓ Non linearità meccanica.

Nel caso in esame è necessario prendere in considerazione entrambe le cause di non linearità, come si vedrà in seguito.

### 2.3 Fasi del metodo F.E.M

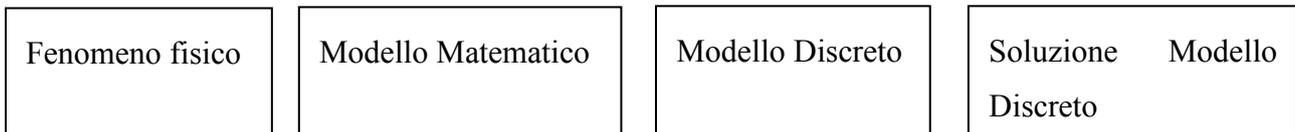
Per arrivare al modello agli elementi finiti si seguono delle fasi fondamentali, ognuna delle quali comporta l'inserimento di errori nella soluzione finale:

**Modellazione:** In questa fase si passa dal sistema fisico ad un modello matematico, che estrae alcuni aspetti di interesse del sistema fisico, focalizzando l'attenzione su poche variabili aggregate di interesse e "filtrando" le rimanenti. Ad esempio nel calcolo del momento flettente di una trave non si prendono in considerazione le interazioni a livello molecolare. Il sistema fisico se complesso viene suddiviso in sottosistemi. Il sottosistema verrà poi suddiviso in elementi finiti ai quali verrà applicato un modello matematico. A differenza delle trattazioni analitiche è sufficiente che il modello matematico scelto sia adeguato alle geometrie semplici degli elementi finiti. La scelta di un tipo di elemento in un programma software equivale ad una scelta implicita del modello matematico che vi è alla base. L'errore che può portare l'utilizzo di un modello deve essere valutato con prove sperimentali, operazione in genere dispendiosa per tempo e risorse.

**Discretizzazione:** in una simulazione per via numerica è necessario passare da un numero infinito di gradi di libertà (condizione propria del "continuo") ad un numero finito (situazione propria della mesh). La discretizzazione, nello spazio o nel tempo, ha lo scopo di ottenere un modello discreto caratterizzato da un numero finito di gradi di libertà. Viene inserito un errore dato dalla discordanza con la soluzione esatta del modello matematico. Questo errore può essere valutato opportunamente se esiste un modello matematico adeguato all'intera struttura (quindi preferibile da utilizzare rispetto

all'analisi FEM) ed in assenza di errori numerici di calcolo, ciò può essere considerato vero utilizzando calcolatori elettronici.

Le varie fasi del metodo F.E.M. possono essere schematizzate come segue:



## 2.4 Software utilizzati

Il metodo di risoluzione numerica appena descritto è alla base dei due codici di calcolo utilizzati per lo studio dell'instabilità del traliccio metallico in esame: Straus 7 ed Ansys.

Straus 7 è stato utilizzato nella fase di modellazione della trave (Preprocessing) in quanto è dotato di un'interfaccia grafica che consente una facile costruzione del modello, poiché permette di creare elementi 1D, 2D, 3D, a partire dalla definizione di propri sistemi di coordinate e dall'attribuzione di adeguate sezioni, relative a ciascun elemento disegnato, in maniera completamente libera.

Ansys è stato utilizzato nella fase di soluzione numerica (Solution) e di lettura dei risultati (Postprocessing) del problema poiché, al contrario del precedente, è dotato di un potente sistema di solutori, che consente di ottenere ottimi risultati anche includendo degli aspetti di non linearità, che il problema in esame richiede. Dall'altra parte ha un'interfaccia grafica di difficile interpretazione e che quindi rende difficile la fase di preprocessing.

E' stato, quindi, necessario importare il modello creato in Straus 7 in Ansys, operazione che ha richiesto il passaggio attraverso un ulteriore software: Ansys Icem.

Quest'ultimo programma non è altro che il tradizionale Ansys dotato però di un'interfaccia grafica molto più intuitiva e facile da utilizzare. In realtà non si è usufruito di questa caratteristica ma è semplicemente servito come punto di passaggio tra Straus ed Ansys poiché possiede un file comune ad entrambe: file Nastran.

## 2.5 Fasi svolte per la soluzione del problema

In generale, una soluzione agli elementi finiti può essere suddivisa in tre fasi. Una possibile linea guida che può essere utilizzata per definire un'analisi agli elementi finiti è la seguente:

1) **Preprocessing: definizione del problema;**

I principali steps nel preprocessing sono i seguenti:

- ✓ Definizione dei nodi;
- ✓ Definizione dei tipi di elementi, di materiali e delle proprietà geometriche;
- ✓ Definizione della mesh.

**2) Solution: assegnazione dei carichi, dei vincoli e soluzione.**

In questa fase vengono definiti i carichi (concentrati e/o distribuiti), i vincoli (traslazionali e/o rotazionali) e infine si lancia la soluzione delle equazioni risolventi.

**3) Postprocessing: ulteriore elaborazione e visualizzazione dei risultati.**

In questo stadio si può richiedere di vedere:

- ✓ La lista degli spostamenti dei nodi;
- ✓ Forze e momenti sugli elementi;
- ✓ La deformata;
- ✓ I diagrammi delle tensioni ecc.



## **Capitolo 4 Modellazione al calcolatore delle travi reticolari miste**

### **3.1 Introduzione**

Lo studio svolto verte nell'analizzare i parametri che influenzano le modalità con cui si instabilizzano diverse tipologie di travi e i livelli di carico per cui si ha la crisi del corrente superiore.

Sono state modellate due tipologie di trave entrambe con fondello in acciaio ma con una diversa configurazione dell'anima: il primo modello di trave ha l'anima costituita da barre verticali, mentre nella seconda tipologia l'anima è realizzata mediante barre inclinate.

Per entrambe i tralicci la modellazione geometrica è stata eseguita in Straus 7, è stata poi importata in Ansys dove è stata eseguita un'analisi statica non lineare in controllo di forza che ci ha consentito di determinare la deformata critica e il carico critico. L'operazione è stata ripetuta mantenendo fisse tutte le caratteristiche geometriche, facendo variare esclusivamente l'altezza della trave, e per la prima tipologia, anche l'altezza della parete verticale del fondello, che come vedremo influenzano sia la tipologia di deformata che il livello del carico critico.

Lo studio è stato affrontato, con riferimento ad alcune tipologie strutturali ricorrenti, valutando il comportamento sia di trave caricate in egual modo su entrambe i lati (caricamento simmetrico) che con livelli di carico diverso sui due lati (caricamento eccentrico), valutando i valori dei carichi che provocano l'instabilità dei singoli elementi del traliccio o, in taluni casi, l'instaurarsi di un fenomeno di instabilità flesso - torsionale dell'intera trave.

### **3.2 Instabilità dei tralicci metallici in fase I**

In fase I, cioè prima del completamento con il getto di calcestruzzo, le verifiche nei riguardi dell'equilibrio rivestono una importanza fondamentale. Tale aspetto è stato messo in evidenza da numerose ricerche numeriche e sperimentali. Le modalità di instabilità del traliccio metallico in fase I possono essere classificate in tre tipologie principali:

1. Instabilità delle singole aste (del corrente superiore o delle diagonali del traliccio);
2. Instabilità di insieme del corrente compresso;
3. Instabilità flesso – torsionale dell'intero traliccio.

Nell'elaborato, la stabilità dei tralicci è stata studiata mediante indagini eseguite al calcolatore.

### 3.3 Caso di Studio 1: Trave Reticolare Mista con traliccio piano

La prima tipologia di traliccio analizzato, denominato nel seguito Tipologia 1a (figg. 3.1, 3.2), ha una sezione di dimensioni 25xH cm e lunghezza di 560 cm. L'altezza è stata indicata genericamente con H poiché è il parametro che viene fatto variare. In figura a titolo esemplificativo è stata riportata la sezione con altezza H=30 cm.

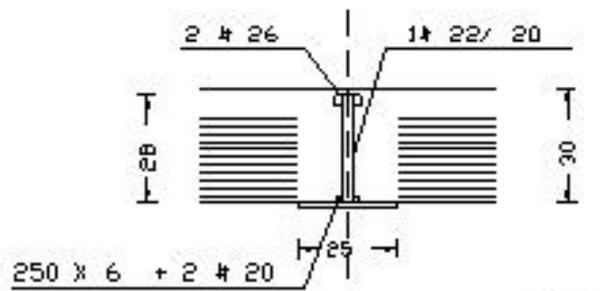


Fig. 3.1 :Sezione trasversale della Trave con traliccio piano

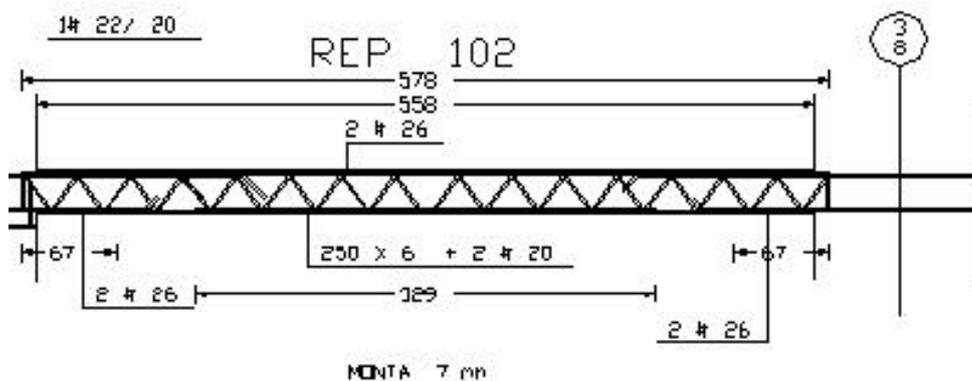


Fig. 3.2: Sezione longitudinale della trave con traliccio piano

Elementi costituenti il traliccio metallico:

1. **Corrente inferiore:** è costituito da un piatto in Acciaio S 355 J0 di sezione 25x6 mm, cui sono saldate due ulteriori barre di acciaio di diametro 20mm. Sono presenti inoltre due lamiere verticali, saldate al corrente inferiore di spessore 12mm e altezza variabile che fungono da irrigidimento.

2. **Anima:** gli elementi diagonali che collegano il corrente superiore ed inferiore sono costituiti da barre  $\varnothing 22$  saldate ad essi, formando un traliccio piano con passo regolare di 35 cm lungo l'intera trave ad eccezione delle porzioni estreme ove il passo è ridotto.
3. **Corrente superiore :** realizzato con 3 barre di diametro 26mm.

Le barre costituenti il corrente superiore sono collegate tra loro solo in corrispondenza degli elementi diagonali.

Nelle seguenti tabelle sono riportate sia le dimensioni geometriche della trave con traliccio piano, che le dimensioni degli elementi in acciaio di cui è composta.

### Dimensioni Geometriche

Altezze della trave	40cm, 50cm, 60cm, 70cm, 80cm, 90cm, 110cm
Altezze delle lamiere verticali	15mm, 20mm, 25mm, 30mm, 35mm, 40mm, 45mm, 50mm
Base	25cm
Passo del traliccio	35cm
Lunghezza della trave	560cm

Tabella 3.1: Dimensioni geometriche della trave Tipologia 1

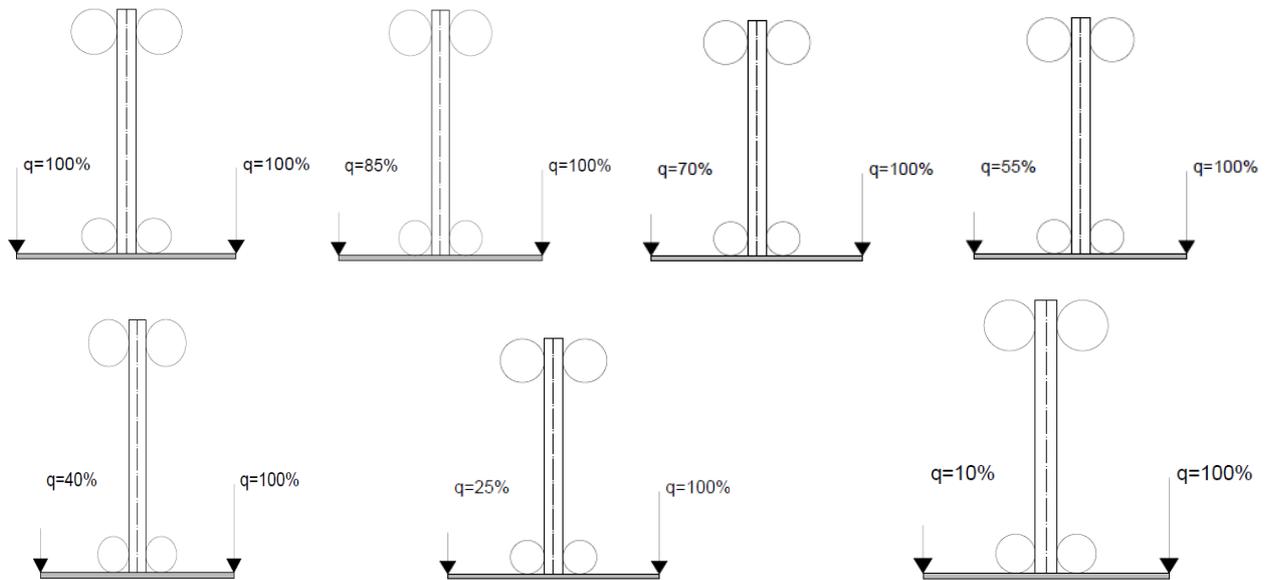
### Dimensioni degli elementi in acciaio (mm)

Corrente superiore	2 $\Phi$ 26
Corrente inferiore	2 $\Phi$ 20
Piatto inferiore	250x6
Lamiere verticali	hr x 12

Anima	2Φ22
-------	------

**Tabella 3.2: Dimensioni degli elementi in acciaio della trave Tipologia 1**

Nella tipologia di trave appena descritta è stato studiato il comportamento nei riguardi della stabilità nel caso di un caricamento simmetrico, e di caricamenti eccentrici, ovvero con il carico totale applicato nel lato destro e diverse percentuali di carico applicate nel lato sinistro come è rappresentato nelle fig. 3.3:



**Fig. 3.3 Traliccio piano con i diversi caricamenti**

### 3.3.1 Creazione del modello al calcolatore

La fase di Preprocessing, ovvero di costruzione del modello, è stata effettuata impiegando Straus 7, che come già detto possiede un'interfaccia grafica semplice da utilizzare.

Si è scelto un proprio sistema di coordinate in base alle dimensioni geometriche della sezione e del passo indicato tra una maglia e l'altra. In questo caso si sono considerati tutti i campi uguali di lunghezza pari a 350mm.

Definendo i punti necessari alla creazione degli elementi della trave, quali aste per il corrente superiore e le anime, piatti per il corrente inferiore e i ritegni verticali di contenimento del calcestruzzo, si è delineata la geometria del modello.

In questa fase sono stati definiti anche i vincoli, trattandosi di una trave appoggiata sono stati impediti gli spostamenti in direzione X,Y e Z ad un estremo e gli spostamenti in direzione X e Z all'altro estremo.

Nella figura 3.4 si illustra la trave oggetto di studio, con una variazione del colore del ritegno verticale (da verde a rosso), al fine di visualizzare meglio gli elementi che la compongono.

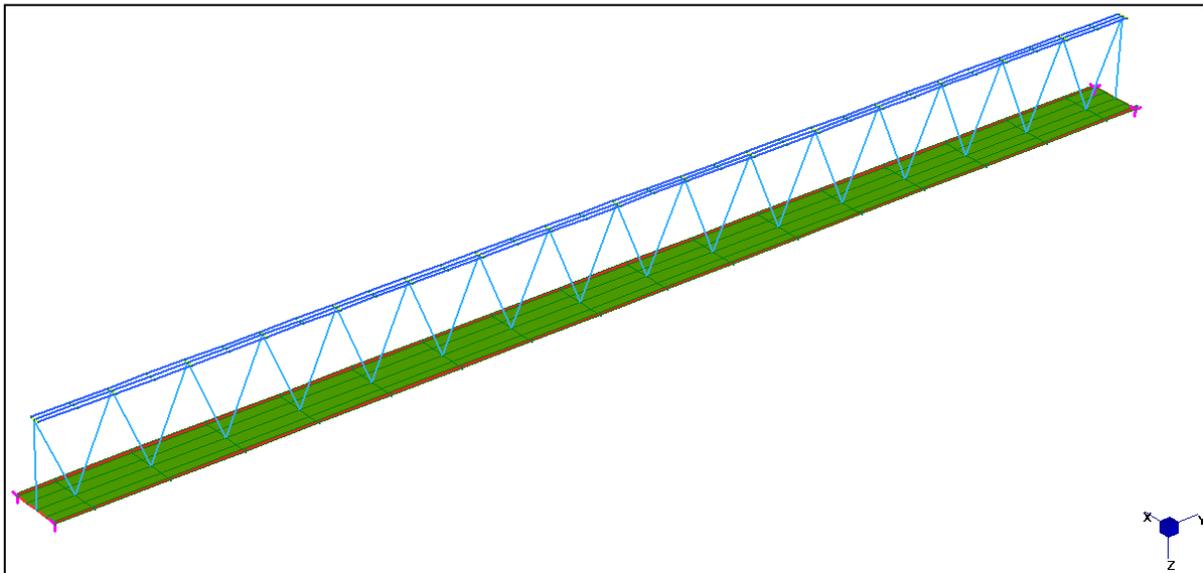


Fig.3.4:Modello tridimensionale al computer

Visualizzata la struttura del modello del traliccio metallico, si è passati a definire le caratteristiche meccaniche dei vari elementi.

Il traliccio è interamente in acciaio, ma, mentre il corrente superiore, l'anima e gli elementi di collegamento del corrente superiore sono in acciaio B 450 C, il corrente inferiore ed i ritegni verticali sono in acciaio S 355 J0.

Si è scelto un materiale isotropo, avente le caratteristiche dell'acciaio strutturale già presente in libreria, nello specifico si sono mantenute le proprietà fisiche quali densità del valore di  $7850 \text{ kg/m}^3$ , modulo di Poisson del valore di 0,25, coefficiente di dilatazione termica del valore di  $1,15e^{-5} \text{ 1/K}$ . Nello studio della stabilità si è tenuto conto sia delle non linearità geometrica che meccanica. La non linearità meccanica è dovuta al materiale, ovvero si deve considerare il comportamento elasto plastico dell'acciaio, introducendo il legame costitutivo, cioè la curva tensioni-deformazioni. Questa caratteristica del materiale non è stata specificata in Straus 7, ma successivamente all'interno dell'altro software utilizzato Ansys.

In Straus sono state specificate le caratteristiche geometriche degli elementi beam ma non dei piatti poiché quest'ultima informazione viene persa quando si importa il modello.

Il corrente superiore è stato modellato con elementi beam di sezione circolare con diametro pari a 26mm; le tre barre sono state collegate tra loro con aste aventi rigidità pressoché infinita; questo è stato modellato ponendo il modulo elastico dieci volte superiore rispetto agli altri elementi.

Il corrente inferiore che nella trave reale è costituito da un piatto in acciaio di dimensioni 250x6mm e da due barre  $\Phi 20$ mm, è stato schematizzato con un unico piatto d'acciaio composto sia dal piatto originario che dai tondi del corrente inferiore: si è cercato quindi lo spessore del piatto equivalente (8,5mm) mantenendo invariata la larghezza delle sezione (250mm), con i seguenti passaggi:

$$A_{250 \times 6 + 2\Phi 20} = (250 \cdot 6) + 2\Phi 20 = 1500 + 628 = 2128 \text{mm}^2$$

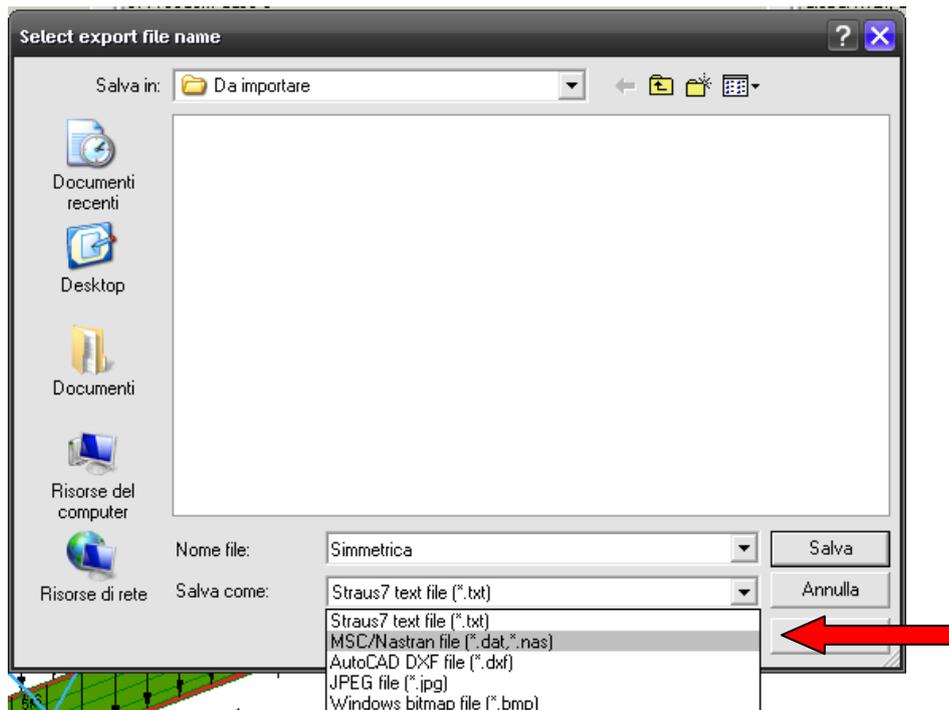
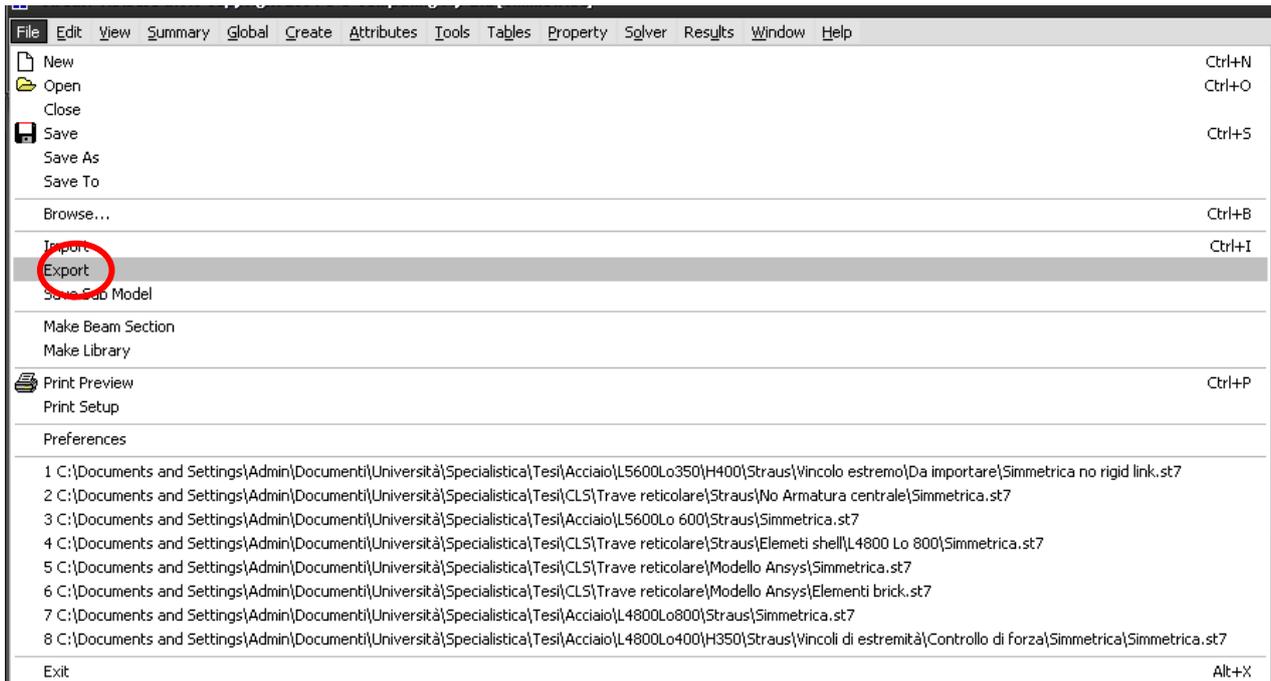
$$t = \frac{A}{B} = \frac{2128}{250} = 8,5 \text{mm} \text{ (spessore equivalente del corrente inferiore)}$$

I carichi sono stati introdotti successivamente all'interno di Ansys.

### 3.3.2 Importazione del modello da Straus 7 ad Ansys

Definite le caratteristiche geometriche in Straus si è proceduto all'importazione del modello in Ansys, operazione che richiede il passaggio attraverso l'applicazione Ansys Icem. Di seguito viene riportata la procedura da seguire per l'importazione:

- 1) E' necessario salvare il modello creato in Straus come file "Nastran", un formato compatibile con l'applicazione Icem. Tale operazione si esegue scegliendo nel menù a tendina di Straus "File Export" e tra le varie estensioni si seleziona "Nastran" (fig.3.5).



**Fig. 3.5 :Procedura di esportazione da Straus ad Ansys Icem**

- 2) All'interno di Ansys Icem nel menù a tendina "File" si sceglie "Import Mesh from Nastran". Il programma consente di richiamare il file "Nastran" che contiene la geometria della struttura. Apparirà il modello creato in Straus (fig. 3.6)

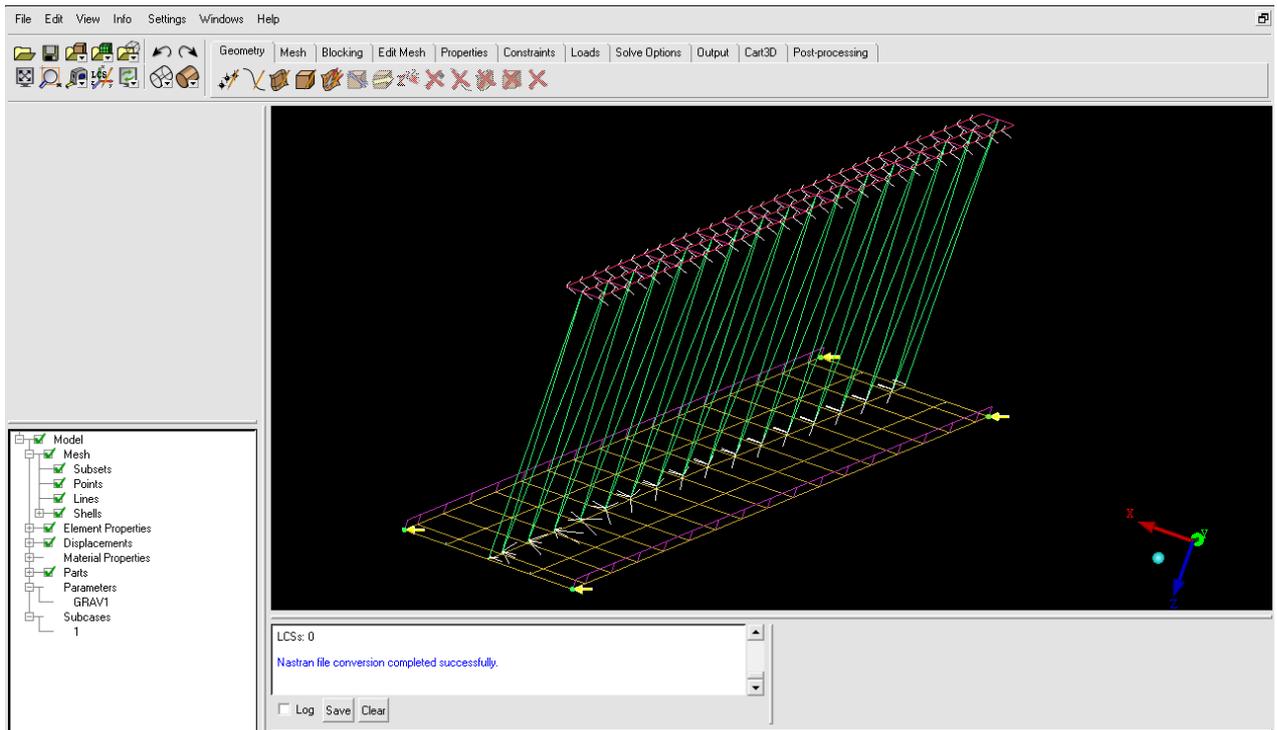


Fig.3.6: Trave importata in Ansys Icem

- 3) Si esporta il file da Ansys Icem ad Ansys come segue: nel menù a tendina “File” si seleziona “Export mesh To Ansys” (fig. 3.7)

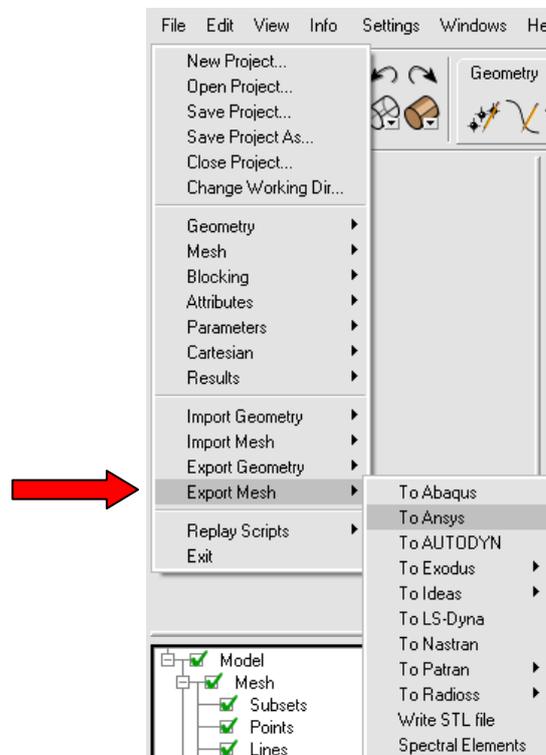
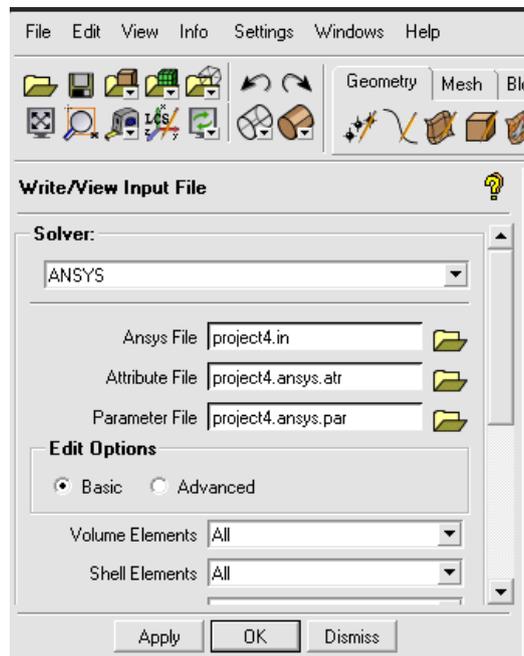


Fig. 3.7: Procedura per esportare il file da Ansys Icem ad Ansys

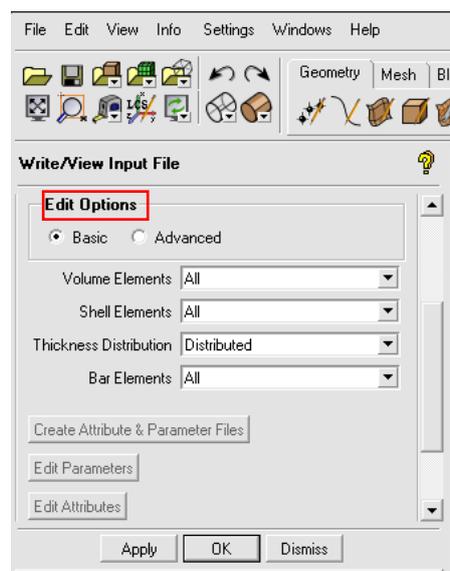
Apparirà la seguente schermata (fig.3.8)



**Fig.3.8:Schermata di Ansys Icem**

Nella prima finestra “Ansys File” si seleziona la cartella in cui si vuole salvare il File; Nella seconda finestra “Attribute File” selezionando l’icona a fianco si apre una nuova schermata all’interno della quale si aprirà il “File .atr”. La stessa procedura si dovrà ripetere per la terza finestra “Parameter File” dove selezionando l’icona cartella si aprirà il “File .par”.

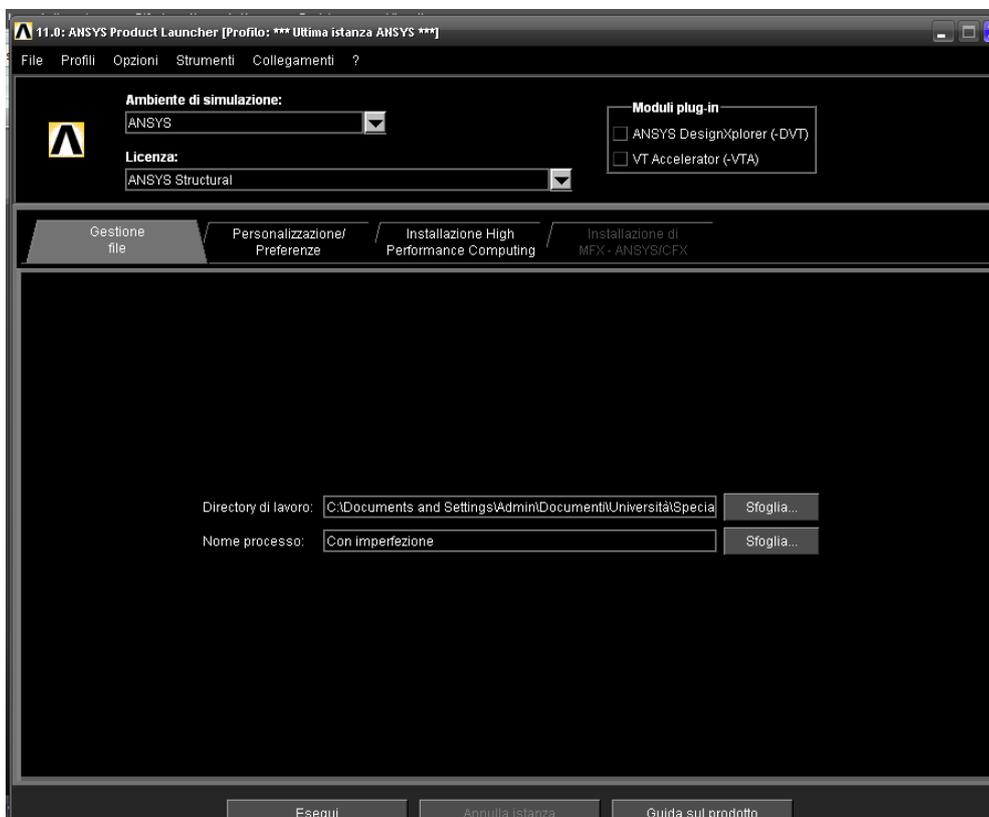
Facendo correre il cursore si potrà visualizzare la sezione successiva: “Edit options”(fig. 3.9)



**Fig. 3.9: Schermata Edit Options**

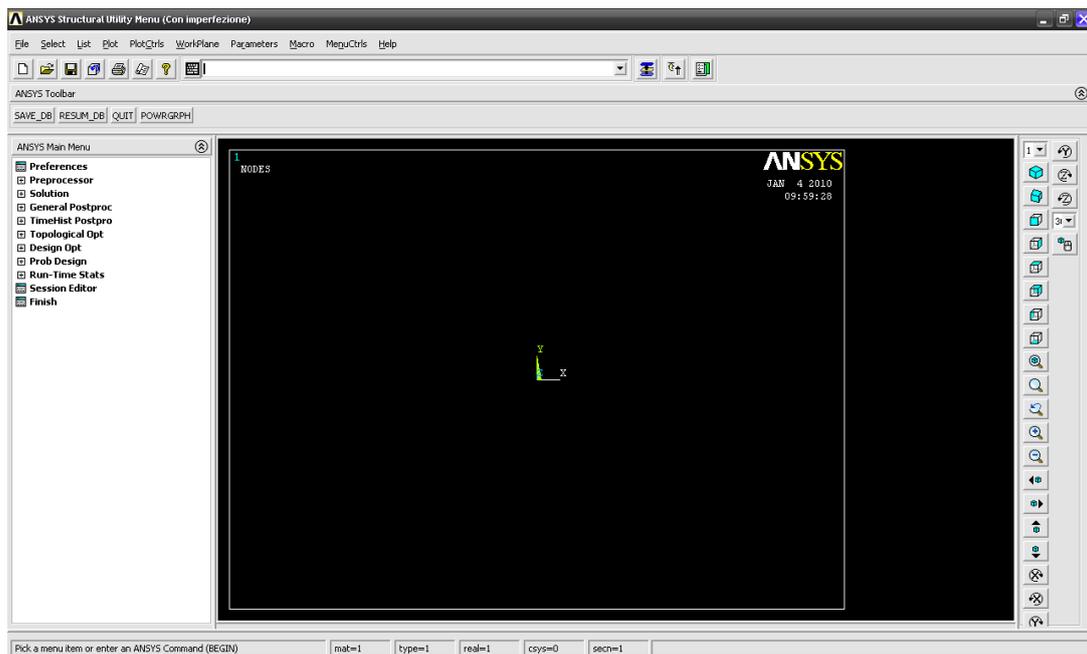
Digitando "Apply" la procedura di esportazione è completata.

4) Si procede aprendo Ansys attraverso l'applicazione "ANSYS Product Launcher" (fig.3.10)



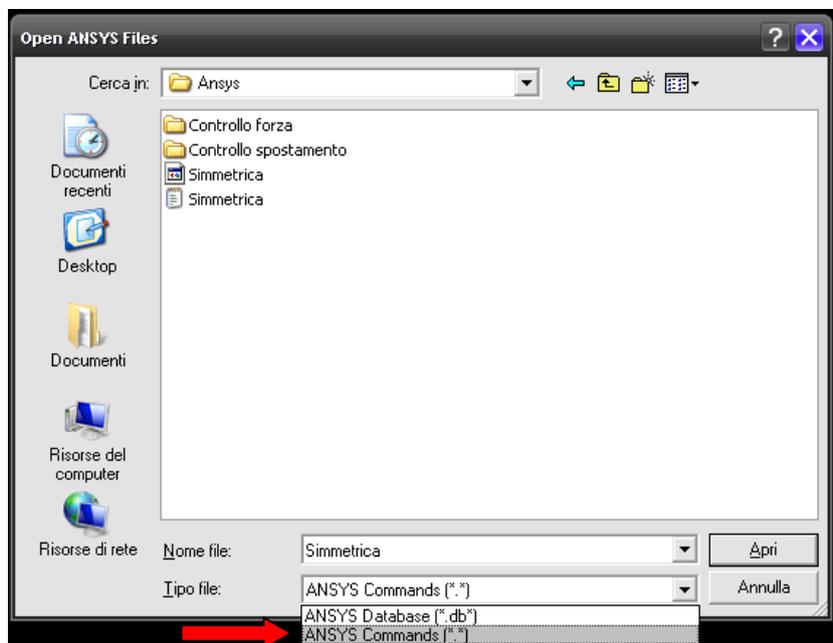
**Fig. 3.10: ANSYS Product Launcher**

Consente di scegliere la Directory di lavoro cioè dove verranno salvati i dati ed il Nome del processo. Si può aprire il programma selezionando "Esegui" (fig. 3.11)



**Fig.3.11: Interfaccia di Ansys**

Si procede aprendo il file esportato: selezionando “apri” il programma andrà automaticamente nella Directory indicata nel passo precedente dove si visualizzeranno i file “Ansys Command” (fig. 3.12)



**Fig. 3.12: Finestra di dialogo per aprire il file .dat**

tra i quali si aprirà il file di dati.

La procedura di importazione è completata. Sulla schermata di Ansys sarà possibile visualizzare la trave digitando dal menù a tendina “Plot”, il comando “Multi – Plots” (fig.3.13)

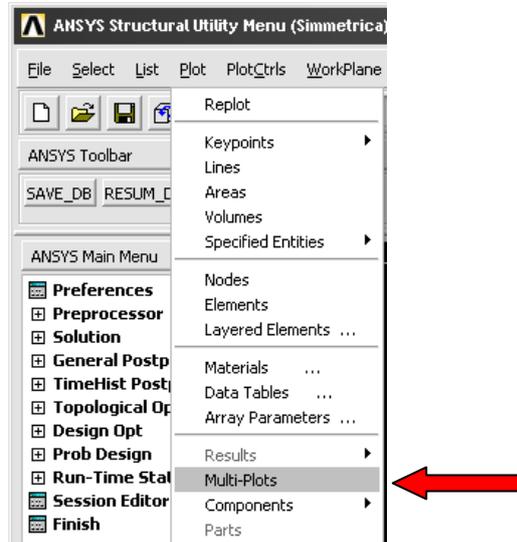


Fig.3.13: Comando Multi – Plots

Verranno visualizzati tutti gli elementi utilizzati per modellare la trave in Straus.

### 3.3.3 Fase di Preprocessing in Ansys

Una volta importato il modello della trave in Ansys prima di procedere con la fase di Preprocessing, che significa definire i tipi di elementi, le “Real Constants” degli elementi, e le proprietà dei materiali, è necessario verificare le caratteristiche mantenute e non, nel passaggio tra i due programmi. Si potrà vedere che alcune di queste operazioni non è necessario ripeterle perché sono state importate assieme al modello geometrico, come ad esempio i tipi di elementi.

Per prima cosa si orienta la trave in modo tale d’averne una visione totale attraverso il comando “Pan - zoom – rotate” (fig. 3.14)

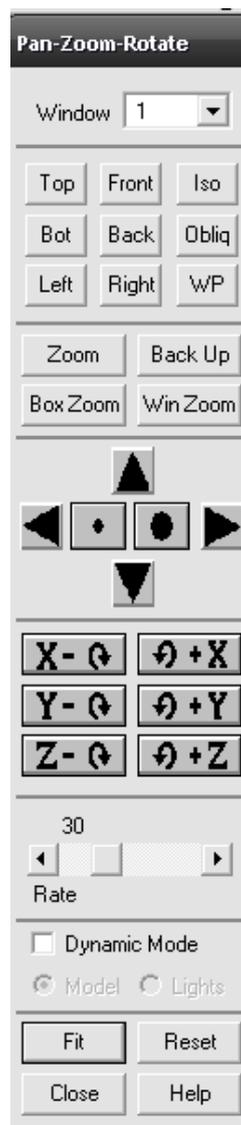


Fig.3.14: Comando “Pan – Zoom – Rotate”

Dal menù a tendina “List” è possibile ottenere la lista delle proprietà degli elementi, dei nodi, delle aree ecc. a scelta dell’utente.

Per verificare le proprietà che sono state mantenute, in seguito all’importazione da Straus, è conveniente richiedere la lista delle proprietà degli elementi (fig. 3.15) che consente di visualizzare (fig.3.16):

- ✓ Il numero assegnato a ciascun elemento;
- ✓ Il materiale assegnato a ciascun elemento;
- ✓ Il numero del set di “Real Constants” assegnato a ciascun elemento;
- ✓ Il numero dei nodi che costituiscono ciascun elemento;

- ✓ I valori delle “Real Constants” che sono necessari per definire le varie tipologie di elementi e che variano a seconda che si tratti di elementi beam, o shell.

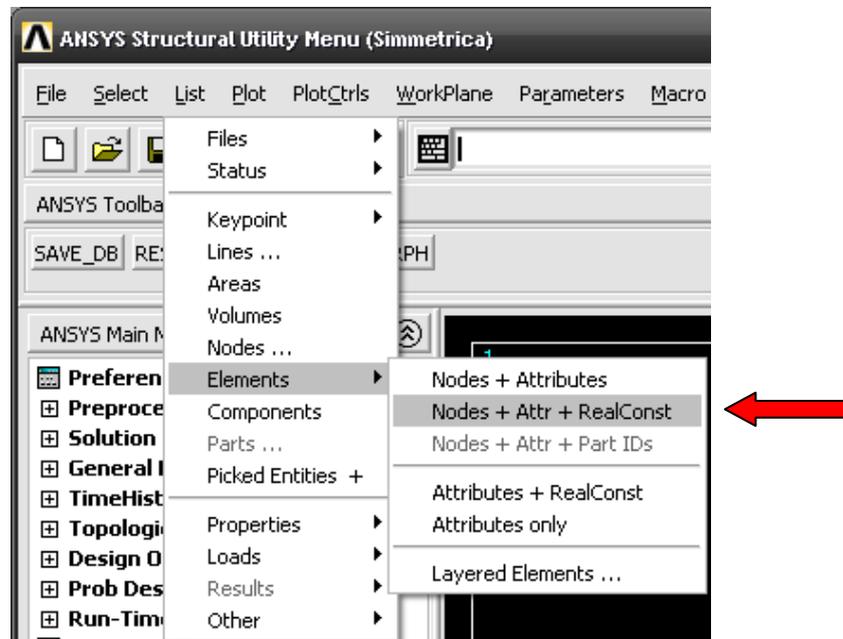


Fig.3.15: procedura per richiedere la lista delle proprietà degli elementi

```

LIST ALL SELECTED ELEMENTS. (LIST NODES)

ELEM MAT TYP REL ESY SEC      NODES
  1  1  3  5  0  0   143  95  0
AREA      IZZ      IYY      TKZ      TKY      THET
ISTR      IXX      SHRZ      SHRY      SPIN      ADMS
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  2  1  3  5  0  0   144  96  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  3  1  3  5  0  0   145  97  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  4  1  3  5  0  0   146  98  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  5  1  3  5  0  0   147  99  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  6  1  3  5  0  0   148  100  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  7  1  3  5  0  0   149  101  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  8  1  3  5  0  0   150  102  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
  9  1  3  5  0  0   151  103  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
 10  1  3  5  0  0   152  104  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
 11  1  3  5  0  0   153  105  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
 12  1  3  5  0  0   154  106  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
 13  1  3  5  0  0   155  107  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
 14  1  3  5  0  0   156  108  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
 15  1  3  5  0  0   157  109  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
 16  1  3  5  0  0   158  140  0
0.788861E-30 0.788861E-30 0.788861E-30 0.230419E+35 0.230419E+35 0.00000
0.00000 0.788861E-30 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
    
```

Fig.3.16:Lista delle proprietà degli elementi

In particolare, tale procedura si utilizza per verificare i valori delle “Real Constants”.

### 3.3.3.1 Definizione delle “Real Constants”

Le “Real Constants” sono delle proprietà che dipendono dalla tipologia di elemento, come la sezione di un elemento beam. Ad esempio, le “Real Constants” per “Beam 4”, un elemento 3D, sono quelle riportate nella tabella 3.3

No.	Nome	Descrizione
1	AREA	Area della sezione trasversale

No.	Nome	Descrizione
2	IZZ	Momento d'inerzia
3	IYY	Momento d'inerzia
4	TKZ	Spessore lungo l'asse Z
5	TKY	Spessore lungo l'asse Y
6	THETA	Orientazione rispetto l'asse X
7	ISTRN	Tensione iniziale
8	IXX	Momento d'inerzia torsionale
9	SHEARZ	Deformazione costante lungo Z
10	SHEARY	Deformazione costante lungo Y
11	SPIN	Frequenza di rotazione
12	ADDMAS	Massa aggiunta/unità di lunghezza

Tabella 3.3: “Real Constants” per l’elemento “Beam 4”

L’elemento “Beam 4” è stato utilizzato per modellare il corrente superiore, l’anima, e gli elementi di collegamento del corrente superiore. Nell’importazione del modello da Straus ad Ansys vengono mantenuti tutti i valori della “Real Constants” per gli elementi “Beam 4”, non è quindi necessario effettuare delle integrazioni in Ansys, ma sono sufficienti le informazioni fornite all’interno di Straus. Quest’ultima affermazione non è altrettanto vera per gli elementi “Shell”.

Per il corrente inferiore e il ritegno verticale, sono stati utilizzati elementi “Shell 181”. Si tratta di un elemento finito a 4 nodi con sei gradi di libertà per ciascun nodo: traslazione nelle direzioni X, Y e Z e rotazioni attorno gli assi X, Y e Z. L’elemento “Shell 181” è adatto per analisi lineari, grandi rotazioni, e/o analisi non lineari. Le “Real Constants” che è necessario definire per questo elemento sono riportate nella Tabella 3.4:

No.	Nome	Descrizione
1	TK(I)	Spessore al nodo I
2	TK(J)	Spessore al nodo J
3	TK(K)	Spessore al nodo K
4	TK(L)	Spessore al nodo L
5	THETA	Angolo di direzione della prima superficie, in gradi
6	ADMSUA	Massa aggiunta per unità di area
7	E <sub>11</sub>	Rigidezza a taglio
8	E <sub>22</sub>	Rigidezza a taglio
9	E <sub>12</sub>	Rigidezza a taglio

No.	Nome	Descrizione
10	Drill Stiffness Factor	Rigidezza alla rotazione nel piano
11	Membrane HG Factor	Fattore del controllo di forma
12	Bending HG Factor	Fattore del controllo di curvatura

Tabella 3.4 : “Real Constants” per l’elemento “Shell 181”

Nel passaggio da Straus ad Ansys, non viene mantenuta nessuna proprietà, è necessario definirle in Ansys. Nell’analisi della trave P.R.E.M è sufficiente indicare lo spessore. Dalla lista delle proprietà degli elementi si verificano il numero del “Set delle Real Constants” assegnata a ciascun elemento che compone il fondello ed il ritegno verticale ai quali si dovrà assegnare uno spessore diverso. Dall’Ansys “Main Menù”, nella sezione “Preprocessor” si sceglie: “Real Constants” ed “Add/Edit/Delete”; apparirà l’elenco complessivo dei “Set di Real Constants” definite (fig.3.17)

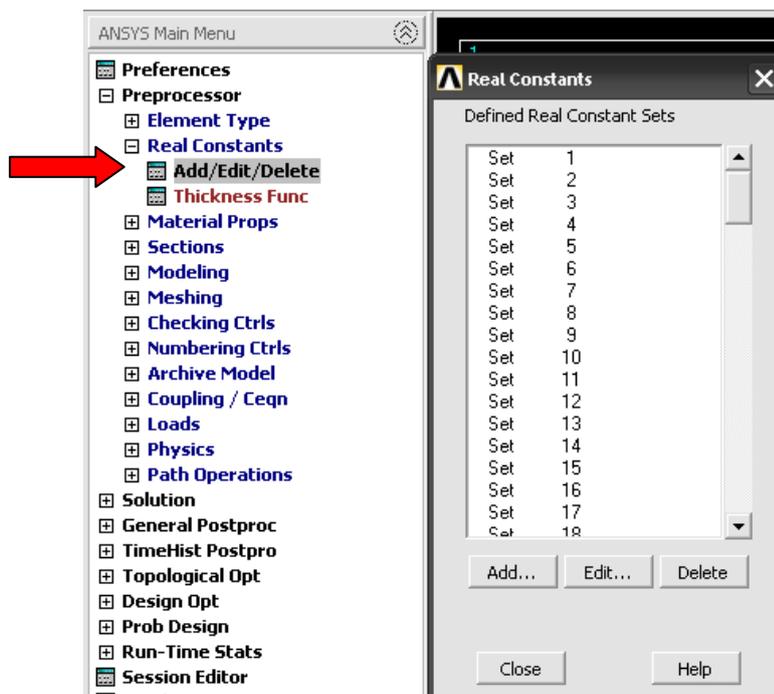
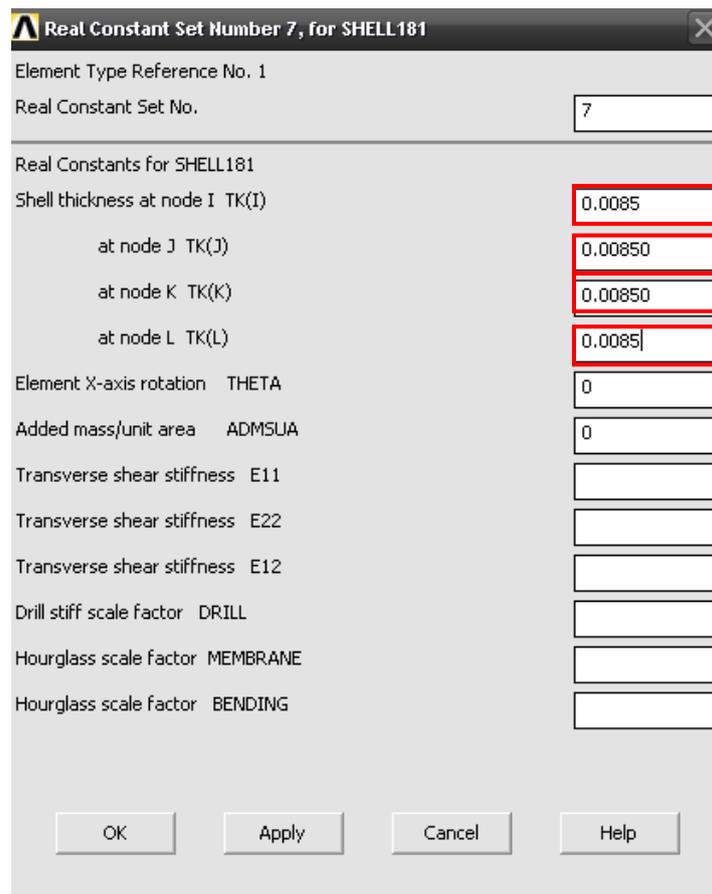


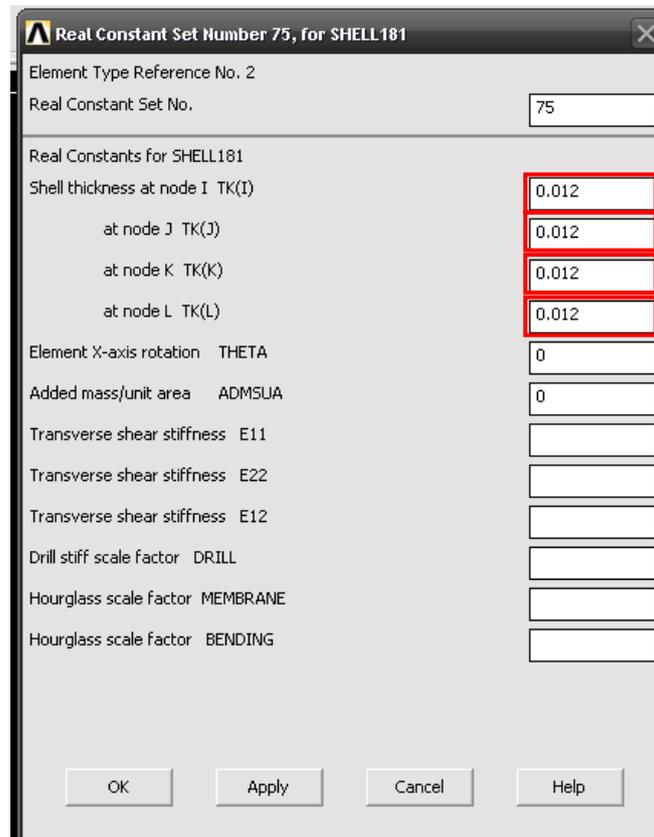
Fig. 3.17: Procedura per la modifica delle “Real Constants”

Agli elementi che costituiscono il fondello corrispondono le “Real Constants” che vanno dal numero 7 al numero 74. Nell’elenco si seleziona il set numero 7, si digita “Edit”, si sceglie il tipo di elemento, che in questo caso è: “Type 1”. Nella schermata successiva si può introdurre lo spessore calcolato per il corrente inferiore:  $8,5\text{mm}=0,0085\text{m}$  (fig.3.18).



**Fig. 3.18: Introduzione dello spessore del fondello**

La stessa operazione verrà ripetuta per definire lo spessore del ritegno verticale a cui corrispondono le “Real Constants” dalla 75 alla 108. In questo caso si dovrà introdurre uno spessore di 12mm=0.012m (Fig.3.19).



**Fig.3.19: Introduzione dello spessore del ritegno verticale**

Terminata la definizione delle “Real Constants” si passa alla modellazione del comportamento non lineare del materiale come specificato nel paragrafo successivo.

### **3.3.3.2 Modellazione del comportamento non lineare del materiale**

Il comportamento non lineare di una struttura può essere dovuto a svariate cause, le quali possono essere raggruppate in queste principali categorie:

- ✓ Non linearità geometrica;
- ✓ Non linearità meccanica o del materiale;

#### **Non linearità geometrica**

Se una struttura è soggetta a grandi deformazioni, il suo cambiamento di configurazione geometrica può causare una risposta della struttura non lineare. La non linearità geometrica è caratterizzata da “grandi” spostamenti e/o rotazioni.

Per lo studio della trave P.R.E.M. è necessario tenere conto di questa non linearità. Questa informazione verrà fornita al programma nella fase di “Solution”.

### **Non linearità meccanica**

Un legame tensione – deformazione non lineare è una comune causa di un comportamento strutturale non lineare. I principali fattori che possono influenzare il legame costitutivo di un materiale, sono la storia di carico (come una risposta elastoplastica), le condizioni ambientali (come la temperatura), e la quantità di tempo per cui un carico rimane applicato (come il fenomeno del creep).

Di tale non linearità se ne deve tenere in conto nello studio della stabilità della trave P.R.E.M. poiché è costituita da acciaio, un materiale che manifesta un comportamento elastoplastico. Si deve procedere alla modellazione in Ansys della non linearità meccanica.

Una serie di fattori legati al materiale possono causare il cambiamento di rigidità della struttura durante il corso di un'analisi. Un legame costitutivo, plastico, elastico multilineare, e *hiperelastico*, possono causare un cambiamento di rigidità a diversi livelli di carico.

Come già detto, l'anima, il corrente superiore, i collegamenti del corrente superiore sono realizzati in acciaio B 450 C, mentre il corrente inferiore ed il ritegno verticale sono realizzati in acciaio S 355 J0. Per entrambi, oltre al modulo elastico, il coefficiente di Poisson è stato definito il legame costitutivo in modo tale da tenere in conto della non linearità meccanica. Tra le diverse opzioni che dà Ansys, per modellare la non linearità del materiale è stato scelto il legame "*Multilinear Kinematic Hardening*" particolarmente indicato con gli elementi "Shell 181" e "Beam 4".

Quando viene importato il modello da Straus, il programma riconosce materiali diversi per i vari tipi di elementi. In particolare in Ansys la trave è costituita da sei modelli di materiali evidenziati da colori diversi e dai numeri (fig. 3.20)

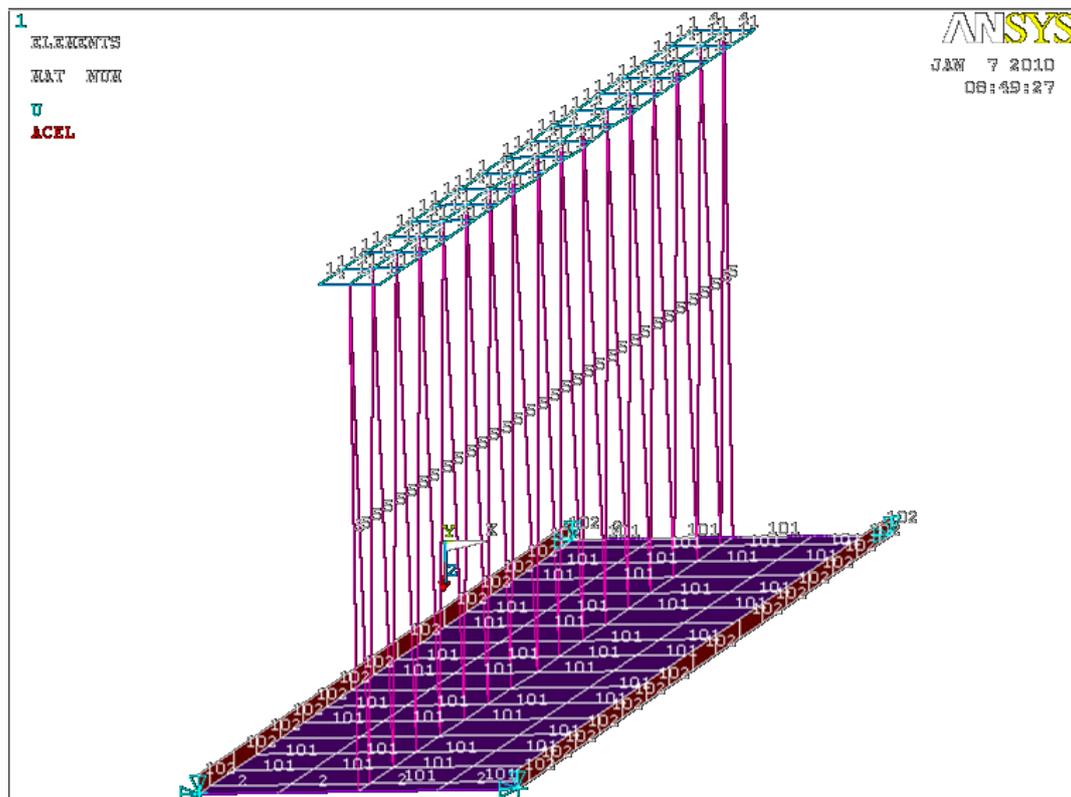


Fig. 3.20: Modello della trave con evidenziati i diversi materiali

I materiali utilizzati hanno le seguenti caratteristiche:

1. **Materiale numero 1:** utilizzato per modellare il corrente superiore,(di colore azzurro in figura), è acciaio B 450 C con modulo elastico  $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$  e coefficiente di Poisson  $\nu = 0.25$ ;
2. **Materiale numero 2 :** utilizzato per modellare un elemento infinitamente rigido alle due estremità della trave, con modulo elastico  $E = 2.060.000 \text{ N/mm}^2$  e coefficiente di Poisson  $\nu = 0.25$ ;
3. **Materiale numero 4 :** Utilizzato per modellare il collegamento del corrente superiore, elementi infinitamente rigidi quindi con modulo elastico dieci volte superiore rispetto gli altri,  $E = 2.100.000 \text{ N/mm}^2$  e coefficiente di Poisson  $\nu = 0.25$ ;
4. **Materiale numero 5 :** Utilizzato per modellare l'anima,(di colore magenta in figura), è acciaio B 450 C con modulo elastico  $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$  e coefficiente di Poisson  $\nu = 0.25$ ;

5. **Materiale numero 101:** Utilizzato per modellare il fondello, di colore viola in figura, è acciaio S 355 J0, con modulo elastico  $E = 206.000 \text{ N/mm}^2$  e coefficiente di Poisson  $\nu = 0.25$ ;
6. **Materiale numero 102:** Utilizzato per modellare il ritegno verticale (di colore marrone in figura), è acciaio S 355 J0, con modulo elastico  $E = 206.000 \text{ N/mm}^2$  e coefficiente di Poisson  $\nu = 0.25$ ;

In Ansys, si deve introdurre il legame costitutivo per ciascun materiale con la procedura di seguito riportata:

- ✓ Si scelga nel “Main Menù” “Preprocessor < “Material Props” < “Material Models”. La finestra “Material Model Behavior” appare ( fig. 3.21)

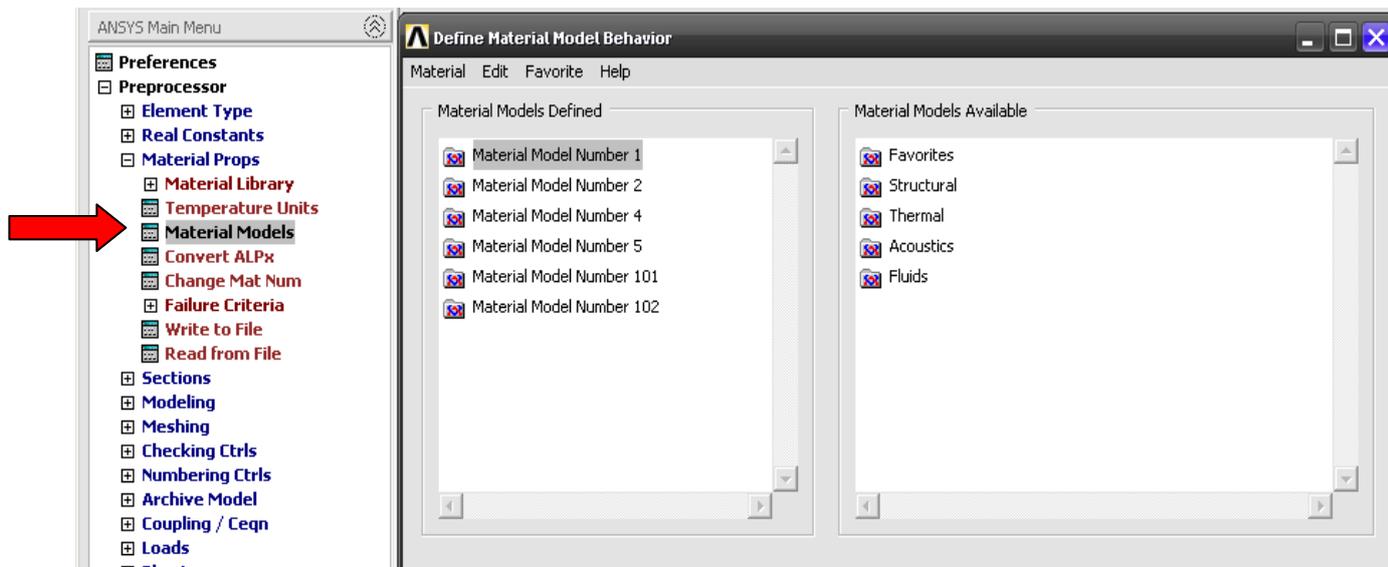


Fig. 3.21: Finestra “Material Model Behavior”

- ✓ Nella finestra “Material Model Behavior” , una volta selezionato il materiale che si vuole modificare, fare doppio click nelle seguenti opzioni: “Structural” < “Nonlinear” < “Inelastic” < “Rate Independent” < “Kinematic Hardening Plasticity” < “Von Mises Plasticity” < “Multilinear (General)” (fig. 3.22)

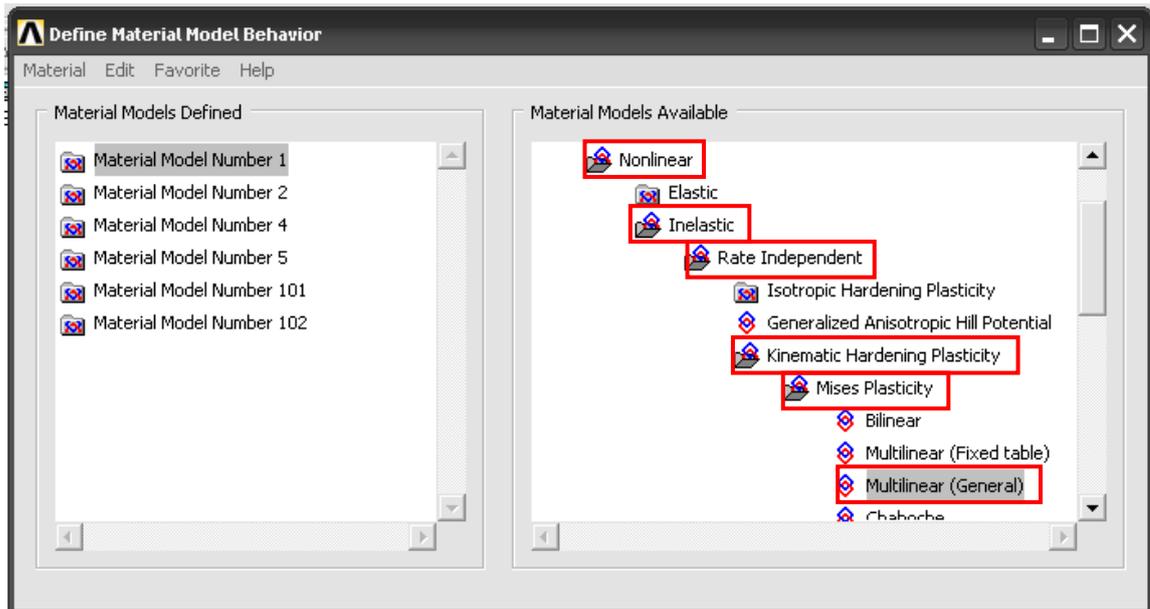


Fig.3.22:Procedura per introdurre il legame “Kinematic Hardening Plasticity”

Una finestra di dialogo appare.

- ✓ All’interno della finestra di dialogo si digitano i valori delle deformazioni e delle tensioni. Per l’acciaio B 450 C si sono introdotti i valori riportati in Tabella 3.4:

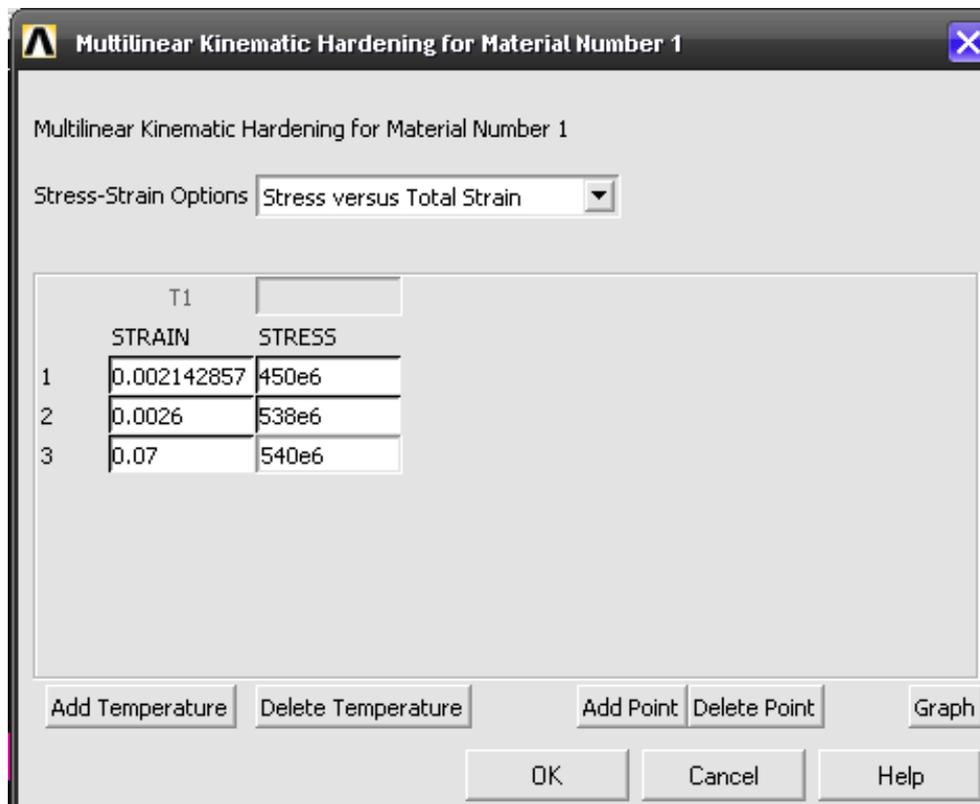


Tabella 3.4:Tensioni Deformazioni per l’acciaio B 450 C

Per l'acciaio S 355 J0 si sono introdotti i valori riportati in Tabella 3.5:

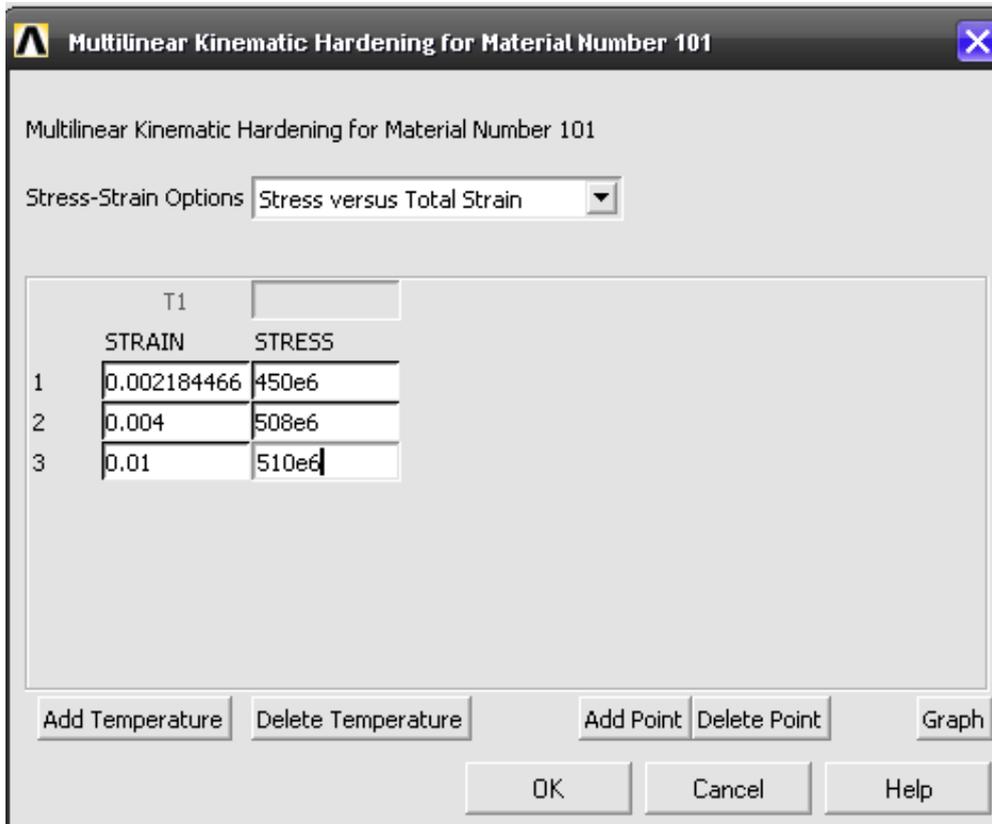


Tabella 3.5: Tensioni Deformazioni per l'acciaio Fe 510 C

- ✓ Per visualizzare il legame costitutivo, fare click su “Graph”. Verrà visualizzato il grafico Tensioni – Deformazioni (Fig. 3.23)

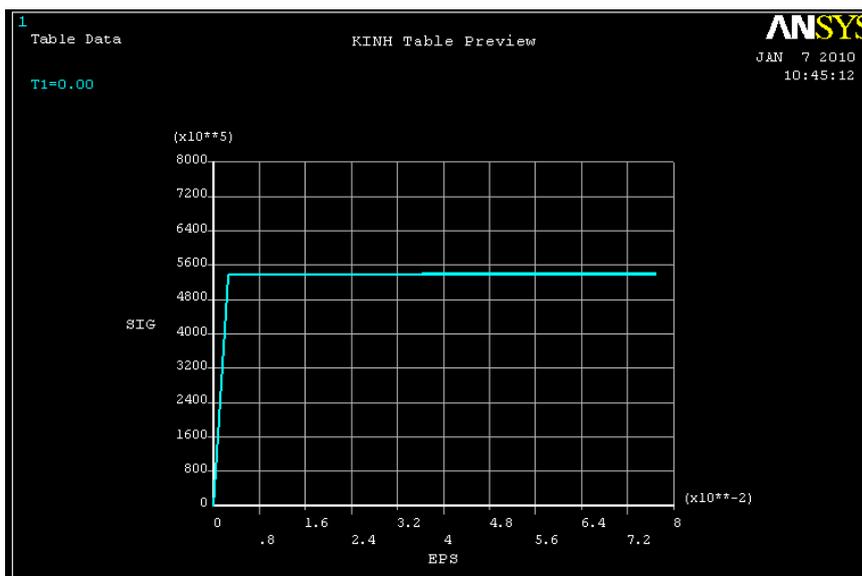


Fig. 3.23: Grafico Tensioni – Deformazioni per l'acciaio B450C

Sono state introdotte le non linearità dei materiali. Si conclude la fase di Preprocessing introducendo i carichi come si spiega nella fase successiva.

### 3.3.3.3 Assegnazione dei carichi

E' stato studiato il comportamento nei riguardi della stabilità nel caso di un caricamento simmetrico ed eccentrico con il 100% del carico applicato a destra della trave e, una volta l'85%, il 70%, il 55%, il 40%, il 25% e il 10 % del carico complessivo, applicato a sinistra della trave. Durante la prima fase, oltre al peso proprio della trave, che il programma considera automaticamente, è presente lungo i bordi il carico corrispondente al getto di calcestruzzo non ancora collaborante.

Pertanto il carico per unità di lunghezza, nel caso della trave alta 400mm è:

$$Q_{cls} = 25 \cdot 0,25 \cdot 0,4 = 2,5 \frac{kN}{m}$$

$$Q_d = 1,4 \cdot 2,5 = 3,5 \frac{kN}{m}$$

Moltiplicando il carico per unità di lunghezza per la lunghezza degli elementi che compongono il fondello della trave e dividendo la forza ottenuta per 2, si ottiene il carico concentrato da applicare ai nodi della trave.

Il fondello della trave è composto da diciassette elementi shell di lunghezza diversa (fig.3.24)

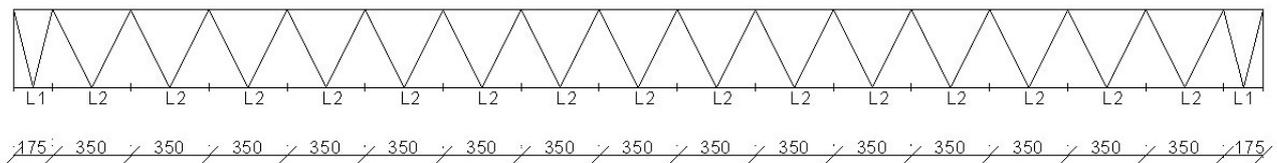


Fig.3.24:Lunghezza degli elementi shell

I due elementi di estremità hanno lunghezza  $L_1 = 175mm$ , il valore della forza da applicare ai due nodi del primo elemento è:

$$F_1^1 = F_2^1 = \frac{3,5 \cdot 175}{2} = 306,25N$$

La lunghezza del secondo elemento è  $L_2 = 350mm$ , il valore della forza da applicare ai nodi del secondo elemento è:

$$F_1^2 = F_2^2 = \frac{3,5 \cdot 350}{2} = 612,5N$$

Complessivamente, si avrà nel nodo 1 la forza  $F_1 = 306,25N$ , nel nodo2 la forza che agisce è data dalla somma della forza dovuta all'elemento 1 e quella dovuta all'elemento 2:

$$F_2 = F_2^1 + F_1^2 = 306,25 + 612,5 = 918,75N$$

Le forze applicate nei successivi nodi sono date analogamente dalla seguente espressione:

$$F_3 = F_2^2 + F_1^3 = 612,5 + 612,5 = 1225N$$

Determinati i valori delle forze si è passati alla loro applicazione al modello della trave in Ansys.

Dal “Main Menù” nella sezione di “Preprocessor” si digiti: “Loads” < “Define Loads” < “Apply” < “Structural” < “Force/moment” < “on Nodes”. Appare la finestra di dialogo “Apply F/M on Nodes” (fig.3.25)

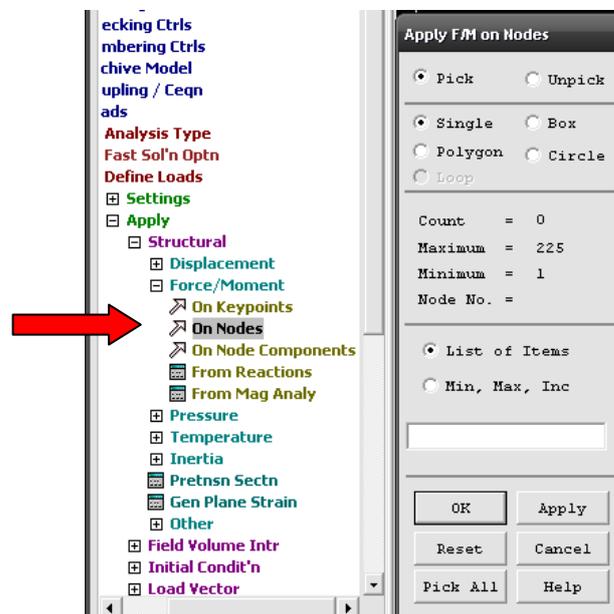


Fig.3.25:Finestra di dialogo “Apply F/M on Nodes”

Selezionando l’opzione “Pick” è possibile scegliere i nodi a cui applicare le forze selezionandoli direttamente sullo schermo. Ad esempio, per applicare la forza  $F_1$  al primo nodo, si seleziona il nodo, appare la finestra di dialogo “Apply F/M on Nodes” (fig. 3.26)

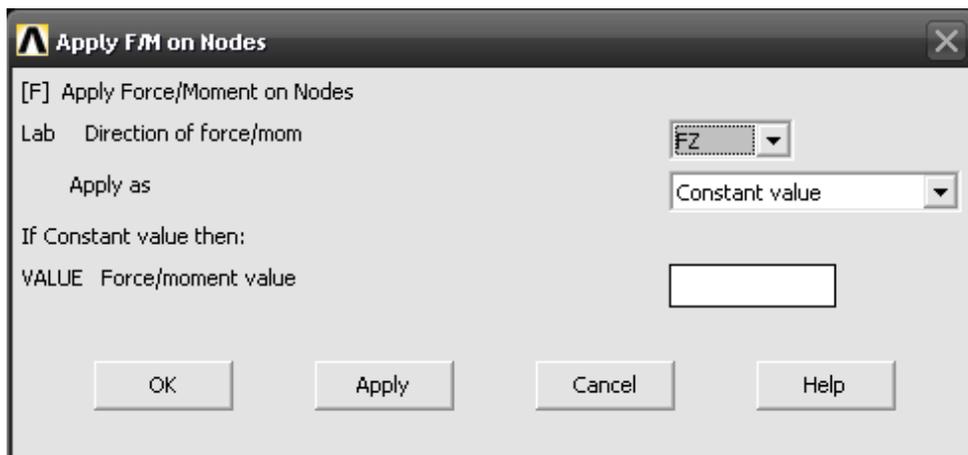


Fig. 3.26: Finestra di dialogo “Apply F/M on Nodes”

Si sceglie “FZ” come direzione di applicazione, e nella finestra: “VALUE” si inserisce il valore della forza da applicare. In particolare, come valore della forza non si è inserito il valore trovato, ma bensì un valore dieci volte superiore. Questa operazione ci consente di fare un’analisi non lineare per passi di carico e ricavare il valore del carico critico che non conosciamo a priori. L’analisi si interromperà al valore del carico per il quale si ha la crisi. Applicando, invece, il valore del carico ricavato, potrebbe succedere che tale valore è troppo basso e non comporta la crisi della trave, di conseguenza non si otterrebbero risultati interessanti ai fini dello studio svolto.

Ripetendo i passi sopra descritti per ciascun nodo, si sono applicate tutte le forze (fig. 3.27)

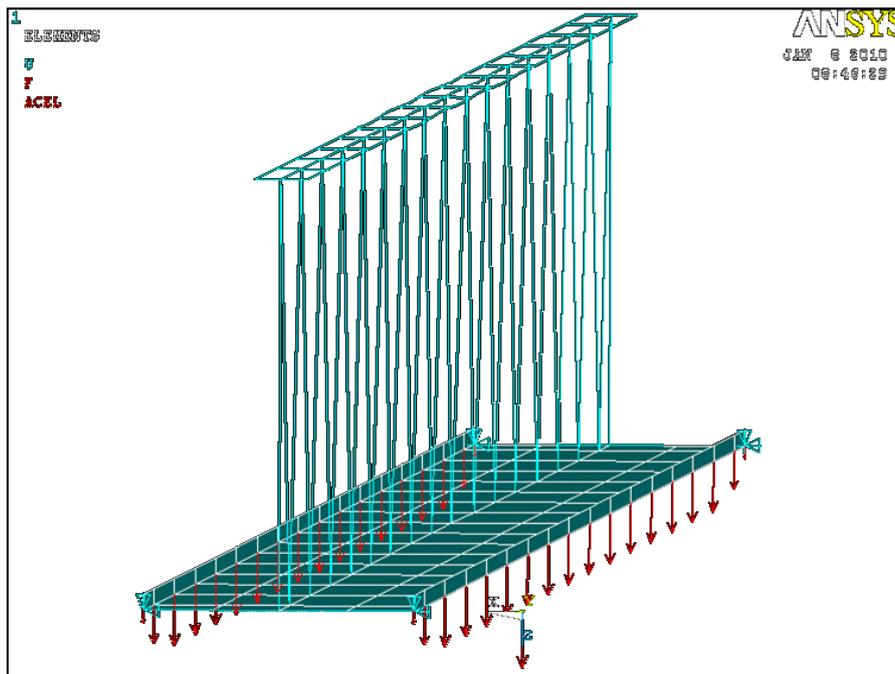
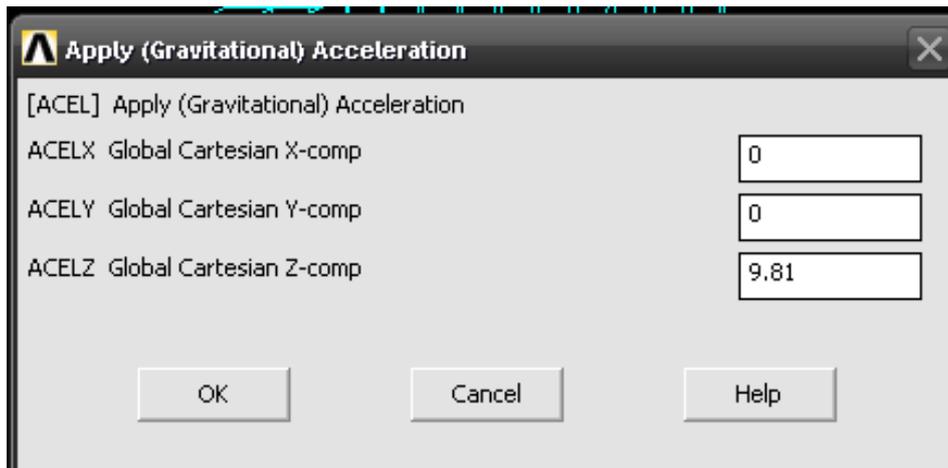


Fig.3.27: Immagine della trave con le forze applicate ai nodi

Sempre in questa fase è buona norma controllare il valore dell'accelerazione di gravità. Si è notato, infatti che a volte in seguito all'importazione del modello in Ansys, nonostante che in Straus l'accelerazione di gravità è stata applicata solo in direzione Z, in Ansys risulta applicata sia in direzione Z che in direzione Y. In tal caso si procede come segue: nel "Main Menu", nella sezione "Preprocessor" selezionare "Loads" < "Define Loads" < "Apply" < "Structural" > "Inertia" < "Gravity" < "Global". Appare la finestra di dialogo "Apply Acceleration" (fig. 3.28)



**Fig.3.28: Finestra di dialogo "Apply Acceleration"**

All'interno di questa finestra si inserisce nella casella "ACELZ" il valore dell'accelerazione di gravità  $9,81 \text{ m/s}^2$  che agirà solo in direzione Z.

Dall'importazione del modello in Ansys, in genere i vincoli applicati in Straus sono riconosciuti. Nel caso in cui questo non avvenga sempre all'interno di "Define Loads" < "Apply" < "Structural" si seleziona "Displacement" < "on Nodes". Appare la finestra di dialogo "Apply U,ROT on Nodes" (fig. 3.29)

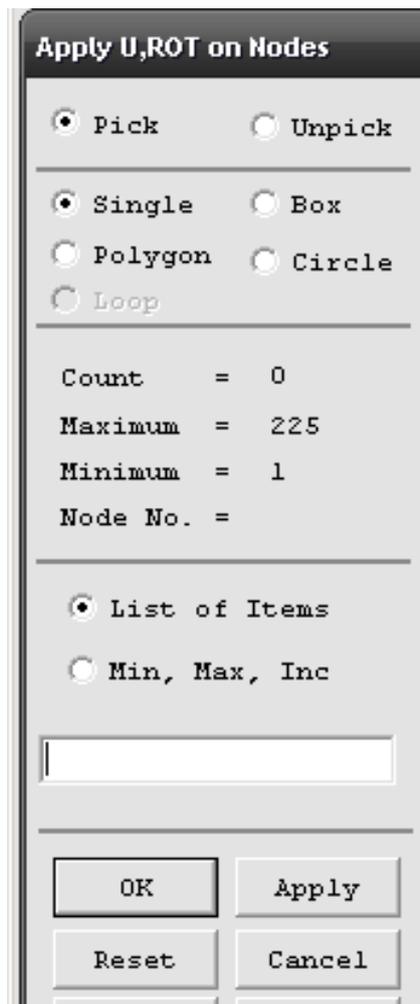


Fig. 3.29: Finestra di dialogo “Apply U/ROT on Nodes (1)”

Si selezionano direttamente sullo schermo i nodi ai quali si devono applicare i vincoli, si digita “Apply”. Nella finestra di dialogo successiva (fig. 3.30) si selezionano gli spostamenti che si vogliono bloccare e si digita nella finestra “VALUE” il valore zero. Nel caso in esame ai nodi 1 e 61 si impediscono gli spostamenti “UX” ed “UZ” mentre ai nodi 15 e 75 si impediscono gli spostamenti “UX”, “UY”, ed “UZ” (fig.3.31)

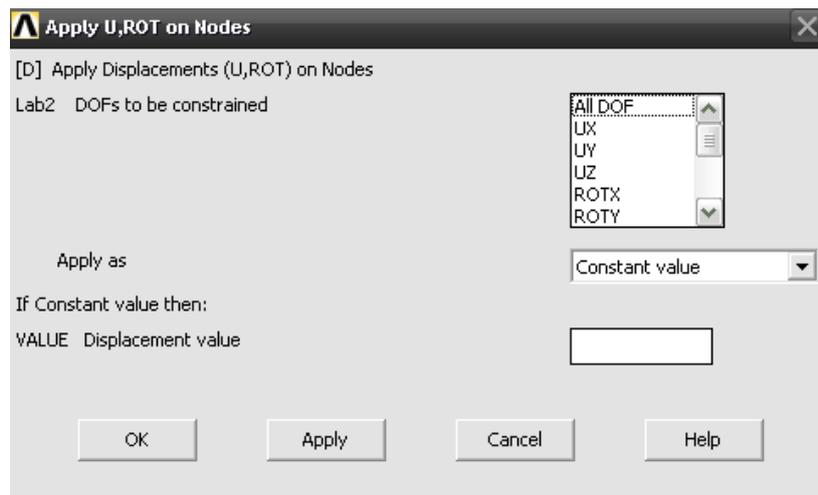


Fig. 3.30: Finestra di dialogo “Apply U/ROT on Nodes (2)”

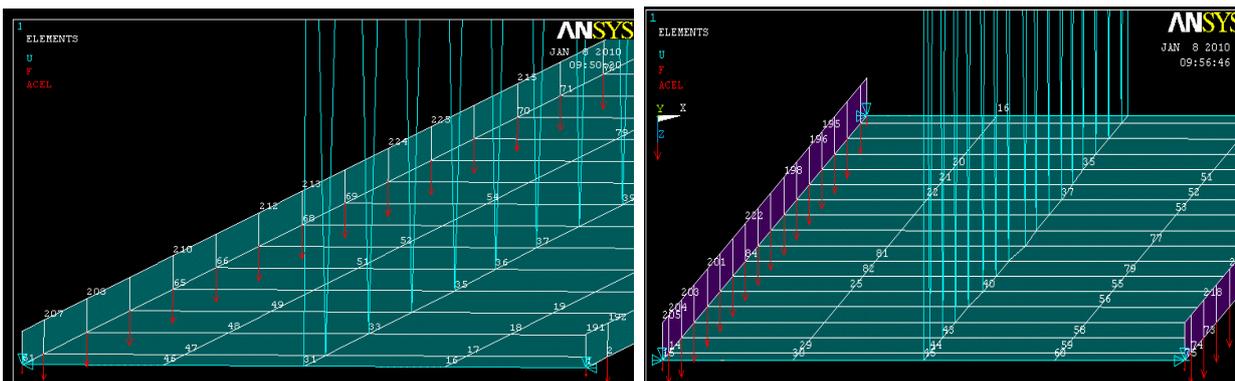


Fig.3.31 : Vincoli applicati ai nodi 1, 61 (a) ed ai nodi 15, 75 (b)

In questo modo si può considerare terminata la fase di Preprocessing e si può passare alla fase successiva di Solution.

### 3.3.4 Fase di Solution in Ansys

Terminata la fase di Preprocessing si passa alla seconda fase: Solution.

Questa fase consiste nel definire il tipo di analisi, le opzioni più comuni per ogni tipo di analisi, e nello specificare le caratteristiche dei passi di carico da utilizzare nell’analisi stessa.

Quando si fa un’analisi strutturale statica, come nel caso in esame, è possibile usufruire di un’interfaccia intuitiva di soluzione (chiamata “Solution Controls Dialog Box”) per l’impostazione di queste opzioni. La finestra di dialogo “Solution Controls” fornisce delle impostazioni di default

che funzionano bene per molte analisi strutturali statiche, il che significa che è necessario impostare solo poche ulteriori opzioni.

Per accedere alla finestra di dialogo “Solution Control”, scegliere nel “Main Menu”: “Solution” < “Analysis Type” < “Sol’n Controls” (fig.3.32)

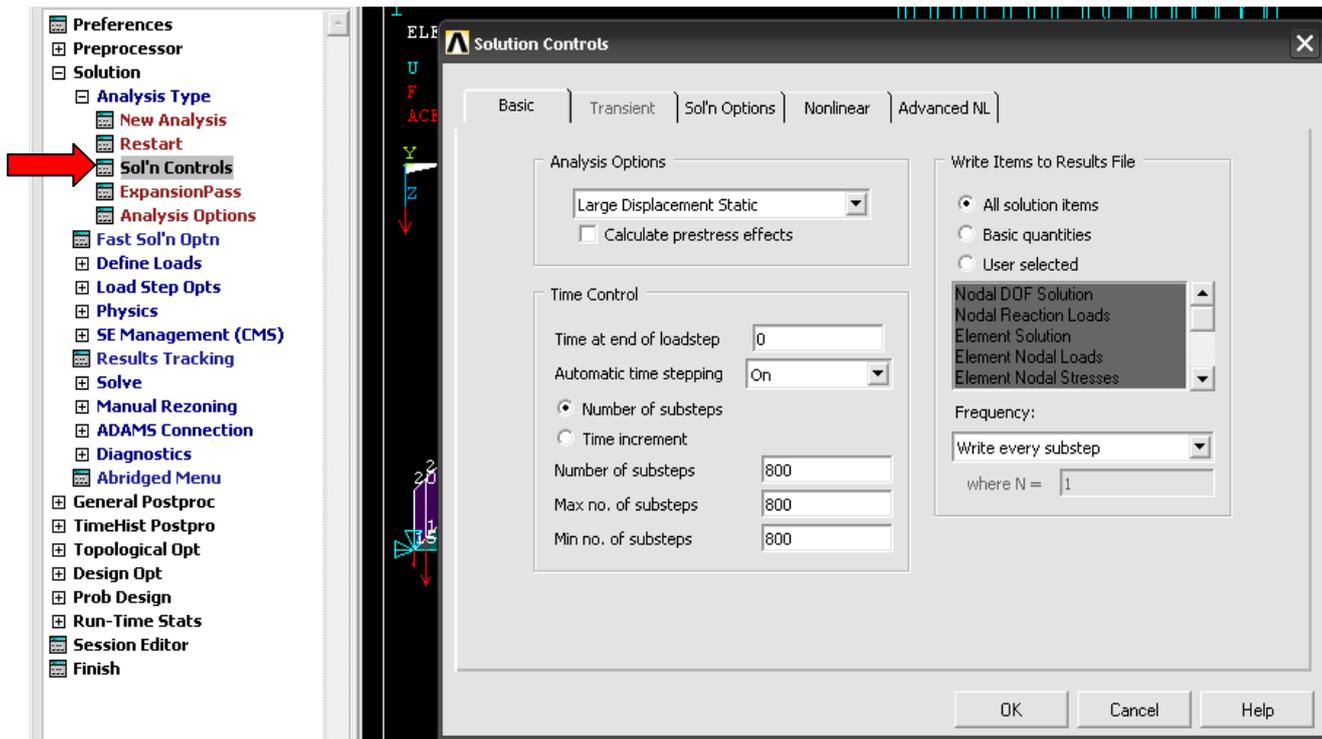


Fig. 3.32: Finestra di dialogo “Solution Controls”

Quando si apre la finestra di dialogo “Solution Controls” è attiva la Tabella “Basic”. Le opzioni che appaiono nella scheda di base sono le informazioni minime di cui Ansys ha bisogno per l’analisi. Quando sono sufficienti le informazioni presenti nella scheda di base, non è necessario passare a quelle successive a meno che non si vogliano regolare le impostazioni predefinite per i controlli più avanzati. Non appena si fa click su “OK” su una qualsiasi scheda di dialogo, le impostazioni vengono applicate al database di Ansys e la finestra di dialogo si chiude automaticamente.

Nello studio della trave P.R.E.M è stato sufficiente modificare le impostazioni della scheda di base, poiché risultano corrette le impostazioni di default presenti nelle altre schede, come ad esempio il metodo di risoluzione: Newton Raphson, il numero di iterazioni ed i criteri di convergenza.

Nella scheda di base invece nella sezione “Analysis Options” si è scelto di considerare gli effetti di grandi spostamenti nel menù a tendina come si può vedere anche dalla figura 3.32. In questo modo si è inclusa la non linearità geometrica che ci serve per lo studio della stabilità della trave.

Nella sezione “Time Control” è possibile definire le caratteristiche dei passi di carico.

Ansys utilizza una procedura di risoluzione incrementale per ottenere la soluzione di un’analisi non lineare. Le forze esterne possono essere applicate in steps di carico all’interno dei quali vengono definiti dei substeps. Come già detto, Ansys utilizza il metodo interattivo di Newton – Raphson per risolvere ciascun substeps. E’ necessario specificare il numero di substeps per ogni load steps, poiché tale numero controlla la dimensione del primo incremento di carico applicato in ogni load step.

Ansys automaticamente determina la dimensione degli incrementi di carico per ogni substeps. Si può controllare la dimensione dei substeps specificando il numero massimo e minimo di substeps.

Se si definisce lo stesso numero di substeps, lo stesso massimo e minimo numero di substeps, Ansys utilizza un incremento di carico costante per tutti i substeps all’interno del load steps.

Questa, appena descritta, è la soluzione adottata per applicare le forze esterne. In particolare si è scelto un numero di substeps, il massimo e il minimo numero di substeps pari ad 800. Significa che le forze sono state applicate con passi di carico costanti e pari ad  $1/800$  del valore complessivo delle forze. Il numero di load steps è stato lasciato pari ad 1 poiché tutte le forze ed il peso proprio della trave vengono applicate contemporaneamente e non in tempi successivi.

Infine, l’ultima sezione della scheda base, “Write Items Resultes file” consente di scegliere quali parametri si vogliono far calcolare al programma e con quale frequenza.

Sempre nella fase di “Solution” è possibile chiedere al programma di creare dei file “.txt” in cui vengono riassunte informazioni da noi richieste. Per lo studio della stabilità della trave è stata fatta un’analisi in controllo di forza, ovvero vengono applicati i carichi e la soluzione ci fornisce gli spostamenti associati. E’ stato interessante ai fini del presente studio ottenere gli spostamenti verticali dei nodi posti ai bordi della mezzeria della trave che il programma ha riportato per ogni passo di carico nel file “.mntr”. Per creare questo file si procede come di seguito riportato: nel “Main Menù”, nella sezione “Solution” selezioniamo “Load Steps Opts” < “Non Linear” < “Monitor”. Con il cursore si seleziona il nodo che vogliamo monitorare, appare la finestra di dialogo “Monitor” (fig. 3.33)

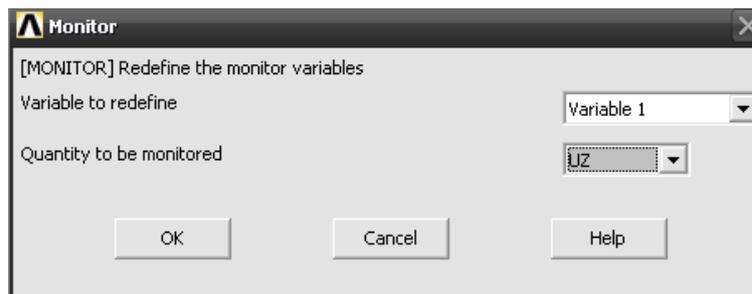


Fig. 3.33: Finestra di dialogo “Monitor”

Nel primo menù a tendina si mantiene “Variable 1”, mentre nel secondo menù a tendina si seleziona “UZ”. In questo modo nel file “.mntr” nella colonna chiamata “Variable 1” saranno riportati gli spostamenti “UZ” del nodo 9. Ripetendo la stessa operazione, selezionando però il nodo 69 e indicandolo con “Variable 2”, nello stesso file “.mntr” nella colonna corrispondente saranno riportati i valori degli spostamenti “UZ” del nodo 69 (fig. 3.34).

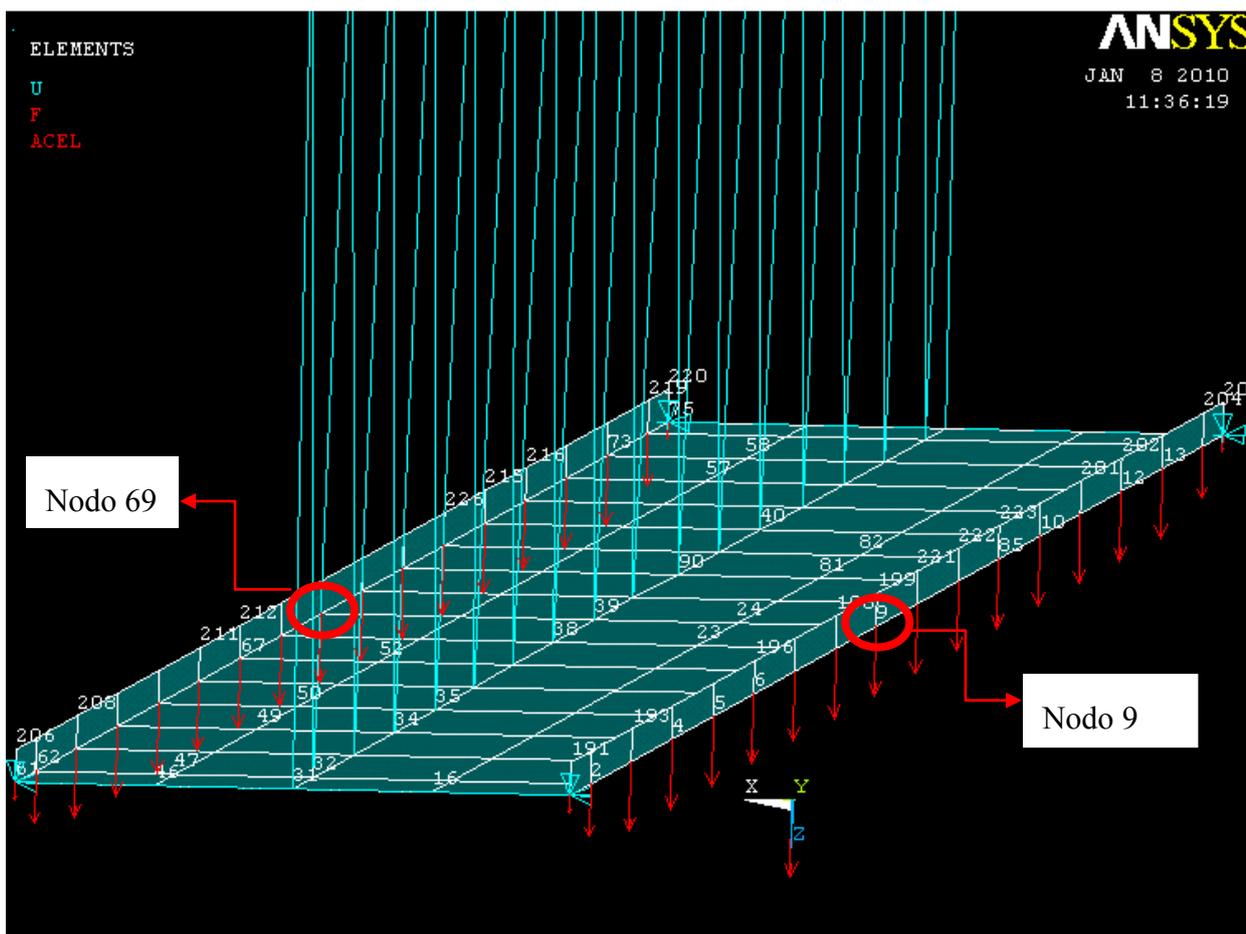


Fig. 3.34: Nodo 9, e 69 di cui monitoriamo UZ

Si salva tutto il lavoro fatto fino ad ora digitando “Select” < “Everything” < “SAVE\_DB”.

Tutto è pronto per far eseguire l'analisi digitando "Solution" < "Solve" < "Current Ls". Appare la finestra "/Status Command" in cui sono riassunte le impostazioni dell'analisi (fig. 3.35). Se tutto è corretto si può cliccare "OK" e l'analisi si avvia..

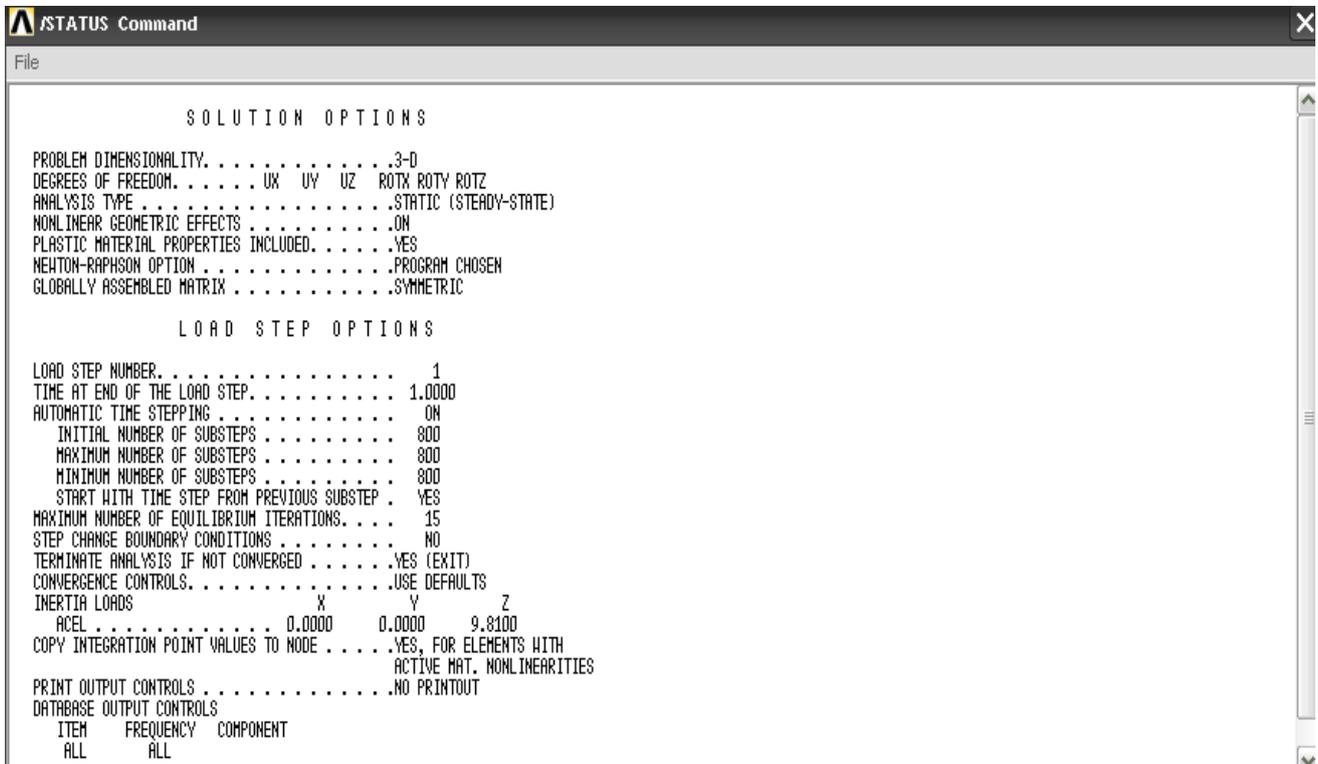


Fig. 3.35 Scheda riassuntiva delle opzioni scelte per l'analisi

### 3.4 Casi analizzati

Si è svolta un'analisi statica non lineare per ciascuna variazione del modello effettuata. Nello specifico le modifiche hanno coinvolto l'altezza della trave e l'altezza del ritegno verticale. Per ciascun modello di trave, inoltre sono stati analizzati diversi caricamenti:

1. **Caricamento eccentrico con il 10% del carico:** prevede l'intero carico sul bordo destro della trave e il 10% del carico sul bordo sinistro (fig.3.36)

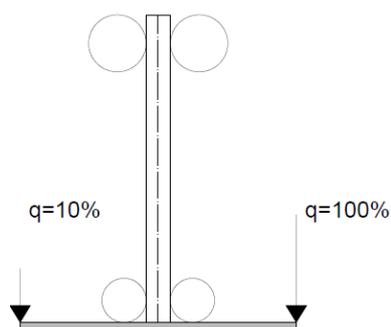


Fig. 3.36: Caricamento eccentrico con il 10% del carico

2. **Caricamento eccentrico con il 25% di carico:** prevede l'intero carico sul bordo destro della trave e il 25% del carico sul bordo sinistro (fig.3.37)

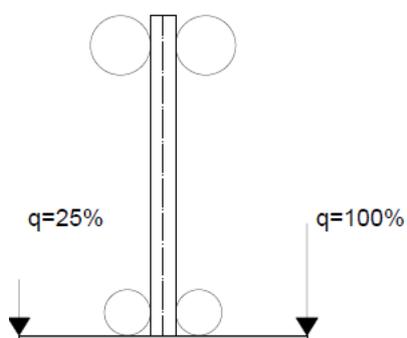


Fig.3.37: Caricamento eccentrico con il 25% del carico

3. **Caricamento eccentrico con il 40% del carico:** prevede l'intero carico sul bordo destro della trave e il 40 % del carico sul bordo sinistro (fig.3.38):

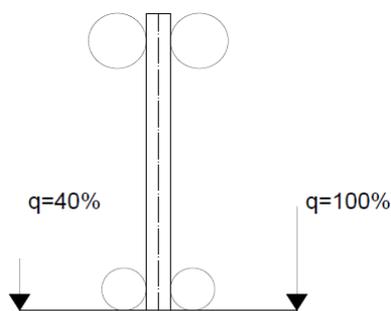


Fig.3.38: Caricamento eccentrico con il 40% del carico

4. **Caricamento eccentrico con il 55% del carico:** prevede l'intero carico sul bordo destro della trave e il 55% del carico sul bordo sinistro (fig.3.39):

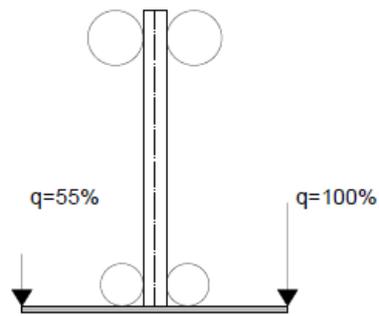


Fig.3.39: Caricamento eccentrico con il 55% del carico

5. **Caricamento eccentrico con il 70 % del carico:** prevede l'intero carico sul bordo destro della trave e il 70% del carico sul bordo sinistro (fig.3.40):

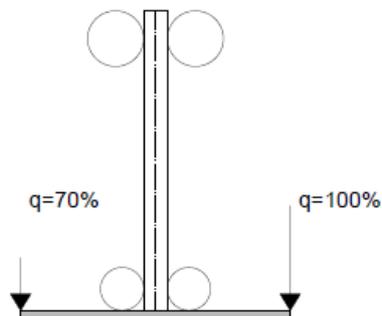


Fig.3.40: Caricamento eccentrico con il 70% del carico

6. **Caricamento eccentrico con l'85% del carico:** prevede l'intero carico sul bordo destro della trave e l'85% del carico sul bordo sinistro (fig.3.41):

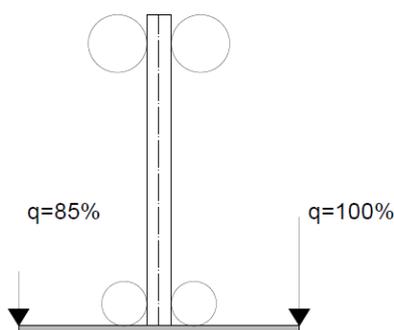
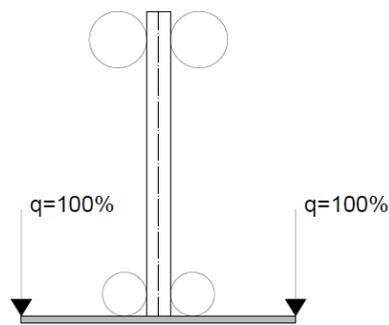


Fig.3.41: Caricamento eccentrico con l'85% del carico

7. **Caricamento simmetrico:** prevede l'intero carico sia sul bordo sinistro che sul bordo destro (fig.3.42)



**Fig. 3.42: Caricamento simmetrico**

Per la trave di altezza  $H=400\text{mm}$  si sono considerati ritegni di 15mm, 20mm, 25mm, 30mm, 35mm, 40mm, 45mm e 50mm. Per ciascuna geometria si sono applicati i carichi sopra descritti.

Analogamente è stato fatto per le diverse altezze di trave analizzate ovvero per  $H=500\text{mm}$ , 600mm, 700mm, 800mm, 900mm e 1100mm.

Per ciascuna tipologia di traliccio è stato necessario ripetere la stessa analisi. Per tale motivo una volta impostato il processo di calcolo per una trave di riferimento in Ansys, si è interfacciato Ansys con il programma Matlab in modo tale che i parametri: Altezza della trave  $H$ , altezza del ritegno verticale  $h_r$ , e la percentuale di carico da applicare sul bordo sinistro variassero automaticamente.

### 3.5 Iterazione di Ansys e Matlab

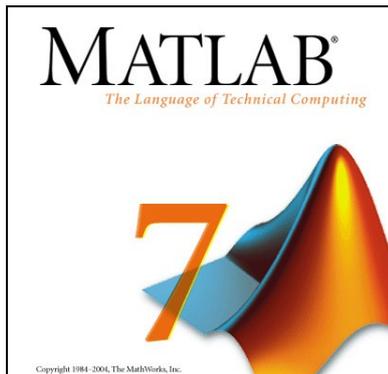
Come anticipato nel paragrafo precedente si è automatizzato il processo di calcolo interfacciando i programmi: Matlab ed Ansys.

In Ansys i comandi possono essere forniti o utilizzando i menù a tendina oppure scrivendo un codice di calcolo nella finestra: “Ansys Command Prompt”.

Quando si utilizzano i menù a tendina il programma scrive automaticamente il codice di calcolo in un file “txt” ed è il file che consente di interfacciare Ansys con il Matlab.

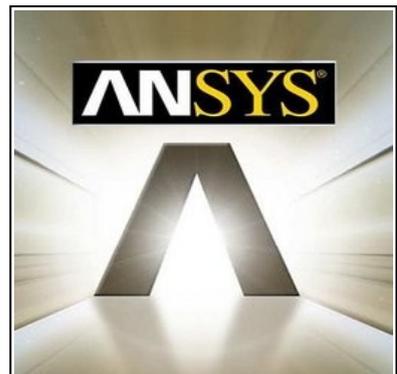
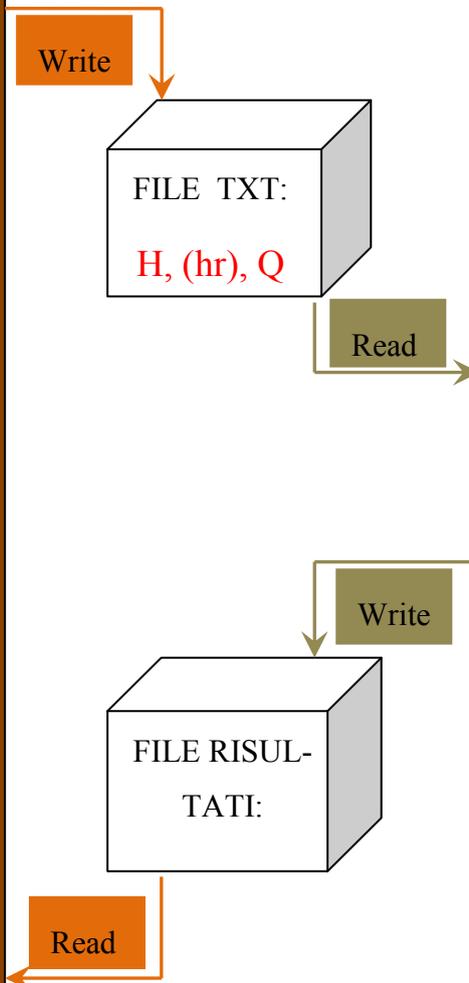
E' sufficiente, infatti sostituire all'interno di questo file il valore dell'altezza della trave, del ritegno verticale e delle forze applicate ai nodi del bordo sinistro, con delle variabili. Le stesse variabili che vengono modificate con un ciclo “for” in un codice di calcolo scritto in Matlab.

Il processo con cui i due programmi vengono interfacciati si può schematizzare come segue:



- 1) Inizializzazione delle variabili: H, hr, Q.
- 2) Scrittura del file txt, contenente le variabili sopra indicate.

- 6) Lettura del file dei risultati contenente gli spostamenti dei nodi centrali ad ogni incremento di carico.
- 7) Elaborazione del grafico Carico-Spostamento.
- 8) Determinazione del carico limite: Bilinearizzando la curva; limitando la deformabilità



- 3) Lettura del file txt, contenente le variabili.
- 4) Esecuzione del processo di calcolo.
- 5) Scrittura del file dei risultati.

Per ciascun modello di trave si ricavano gli spostamenti verticali dei nodi centrali in funzione del livello di carico. Tali dati vengono poi elaborati per ottenere le curve carico spostamento utilizzate per lo studio della stabilità.

La fase di elaborazione dei dati è descritta in modo dettagliato nel capitolo successivo.

### 3.6 Caso di studio 2: Trave reticolare mista con traliccio spaziale

La seconda tipologia oggetto di indagine si differenzia dalla precedente per la disposizione dei diagonali, ora inclinati in modo da formare un traliccio non piano ma spaziale, come indicato in fig. 3.43 (a), fig.3.43(b)

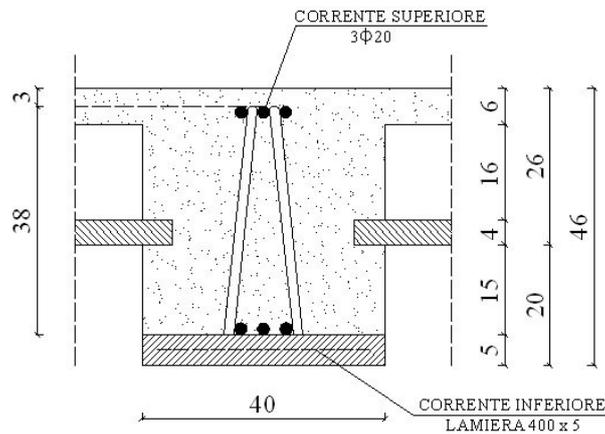


Fig. 3.43(a): Sezione trasversale trave con traliccio spaziale

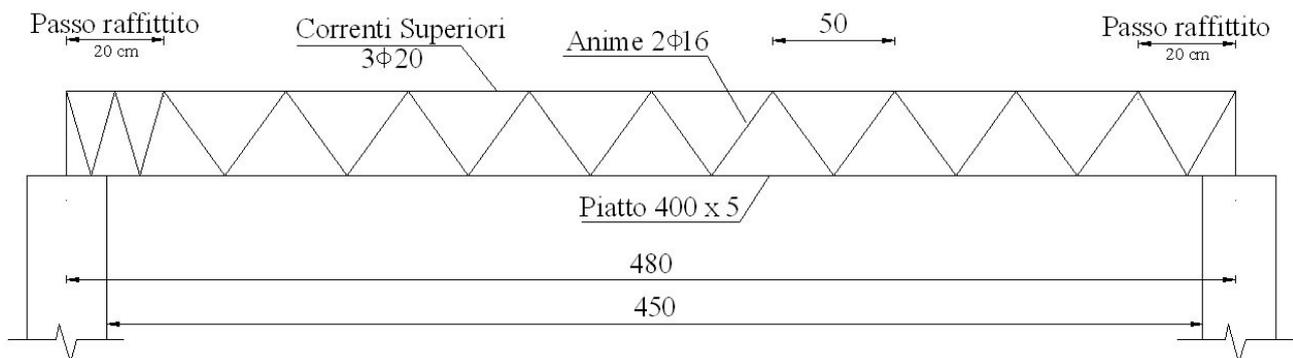


Fig. 3.43(b): Sezione longitudinale trave con traliccio spaziale

Elementi costituenti il traliccio metallico:

1. **Corrente inferiore:** costituito da un piatto in acciaio S 355 J0 di sezione 400x5mm, cui sono saldate tre ulteriori barre di acciaio di diametro 20mm.
2. **Corrente superiore:** realizzato con tondi di opportuno diametro, in particolare 3 $\Phi$  20.
3. **Anime:** gli elementi diagonali che collegano il corrente superiore ed inferiore sono costituiti da barre  $\Phi$  16. Formano un traliccio spaziale con passo regolare di 50 cm lungo l'intera trave ad eccezione delle porzioni estreme ove il passo è ridotto.

Le dimensioni geometriche delle travi studiate sono riportate nella tabella 3.6, mentre quelle relative agli elementi metallici in mm sono riportate nella tabella 3.7

### Dimensioni Geometriche

Altezze della trave	35cm, 45cm, 55cm, 65cm, 75cm, 85cm, 95cm, 105cm, 115cm
Base	40cm
Passo del traliccio	50cm
Lunghezza della trave	480cm

Tabella 3.6: Dimensioni geometriche della trave con traliccio spaziale

### Dimensioni degli elementi in acciaio (mm)

Corrente superiore	3 $\Phi$ 20
Corrente inferiore	3 $\Phi$ 20
Piatto inferiore	400x5
Anima	2 $\Phi$ 16

Tabella 3.7: Dimensioni degli elementi in acciaio

Anche per questa seconda tipologia di trave si è proceduto come nel caso precedente, ovvero si è studiato il comportamento nei riguardi della stabilità nel caso di un caricamento simmetrico, e di carichi eccentrici con diverse percentuali di carico applicate sul bordo sinistro.

### **3.6.1 Creazione del modello al calcolatore**

Per la costruzione del modello della trave con traliccio spaziale si è proceduto nello stesso modo descritto per la trave con traliccio piano. In particolare si è costruito il modello geometrico in Straus, e si importato, con la procedura prima descritta, in Ansys, dove sono state specificate le caratteristiche meccaniche degli elementi costituenti la struttura, e sono stati applicati i carichi.

La struttura è completamente realizzata in acciaio, anche in questo caso il piatto inferiore è in acciaio S 355 J0, mentre il corrente superiore e l'anima sono in acciaio B450C.

Sono stati scelti gli stessi materiali utilizzati per la modellazione della trave con traliccio piano.

Per quanto riguarda gli elementi utilizzati per la modellazione delle varie parti, sono stati impiegati elementi beam per il corrente superiore e l'anima, ed elementi shell per il piatto inferiore.

Anche in questo caso il corrente inferiore che nella trave reale è costituito da un piatto di acciaio di dimensioni 400x5mm e da tre barre  $\Phi 20$ mm, è stato schematizzato con un unico piatto d'acciaio composto sia dal piatto originario che dai tondi del corrente inferiore: si è cercato quindi lo spessore del piatto equivalente (6,6mm) mantenendo invariata la larghezza della sezione (400mm) con gli stessi passaggi descritti precedentemente.

Il modello della trave con traliccio spaziale realizzato in Ansys è riportato nella fig. 3.45:

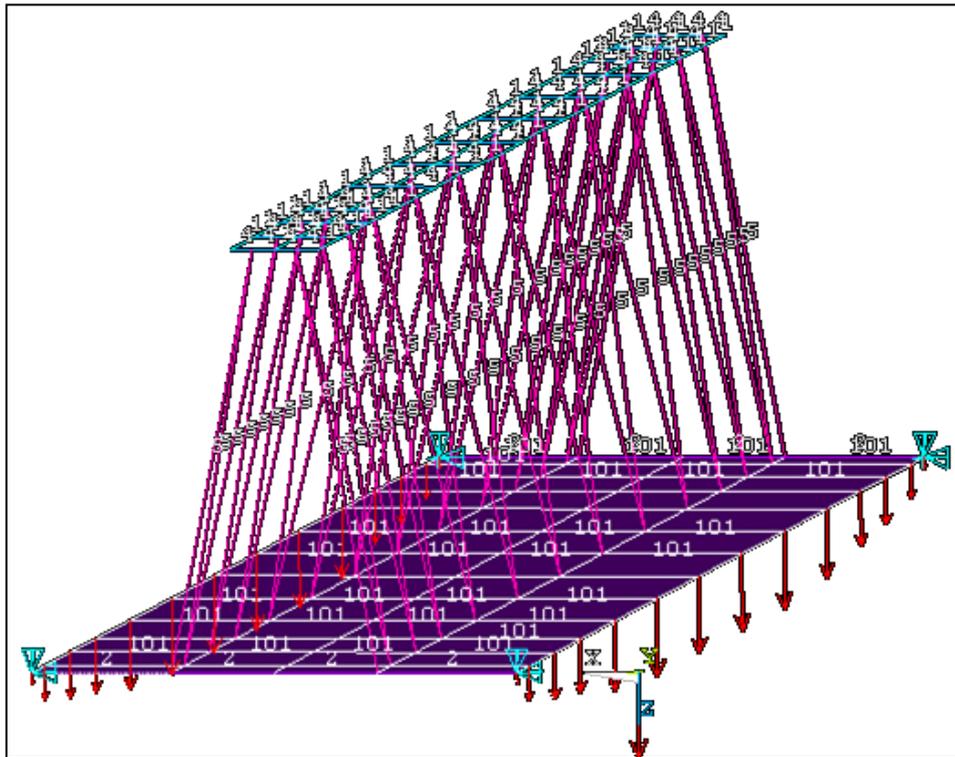


Fig. 3.45:Modello della trave in con traliccio spaziale

### 3.6.2 Assegnazione dei carichi

E' stato studiato il comportamento nei riguardi della stabilità nel caso di un caricamento simmetrico ed eccentrico con il 100% del carico applicato a destra della trave e, una volta l'85%, il 70%, il 55%, il 40%, il 25% e il 10 % del carico complessivo, applicato a sinistra della trave. Durante la prima fase, oltre al peso proprio della trave, che il programma considera automaticamente, è presente lungo i bordi il carico corrispondente al getto di calcestruzzo non ancora collaborante.

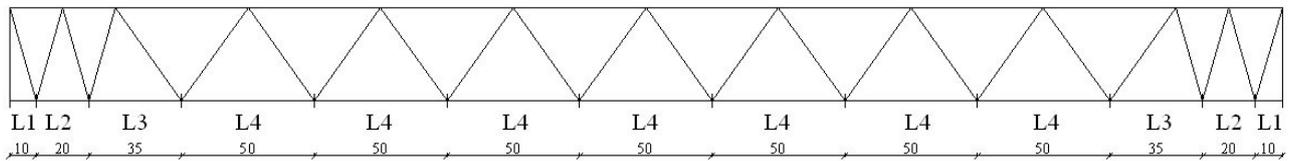
Pertanto il carico per unità di lunghezza, nel caso della trave alta 350mm è:

$$Q_{cls} = 25 \cdot 0,25 \cdot 0,35 = 3,5 \frac{kN}{m}$$

$$Q_d = 1,4 \cdot := 4,9 \frac{kN}{m}$$

Moltiplicando il carico per unità di lunghezza per la lunghezza degli elementi che compongono il fondello della trave e dividendo la forza ottenuta per 2, si ottiene il carico concentrato da applicare ai nodi della trave.

Il fondello della trave è composto da tredici elementi shell di lunghezza diversa (fig.3.46)



**Fig.3.46: Lunghezze elementi shell**

I due elementi di estremità hanno lunghezza  $L_1 = 100mm$ , il valore della forza da applicare ai due nodi del primo elemento è:

$$F_1^1 = F_2^1 = \frac{4,9 \cdot 100}{2} = 245N$$

La lunghezza del secondo elemento è  $L_2 = 200mm$ , il valore della forza da applicare ai nodi del secondo elemento è:

$$F_1^2 = F_2^2 = \frac{4,9 \cdot 200}{2} = 490N$$

Complessivamente, si avrà nel nodo 1 la forza  $F_1 = 245N$ , nel nodo2 la forza che agisce è data dalla somma della forza dovuta all'elemento 1 e quella dovuta all'elemento 2:

$$F_2 = F_2^1 + F_1^2 = 245 + 490 = 735N$$

Le lunghezze dei successivi elementi sono:  $L_3 = 350mm$ ,  $L_4 = 500mm$ , ne deriva che le forze applicate nei successivi nodi sono date dalle seguenti espressioni:

$$F_3 = F_2^2 + F_1^3 = 735 + 857,5 = 1592,5N$$

$$F_4 = F_2^3 + F_1^4 = 857,5 + 1225 = 2082,5N$$

$$F_5 = F_2^4 + F_1^5 = 1225 + 1225 = 2450N$$

Nella trave con traliccio spaziale si è valutato come varia il carico limite e la deformata al variare del carico e dell'altezza della trave, ed anche in questo caso il processo di calcolo è stato automatizzato interfacciando Matlab ed Ansys.

La trave di altezza  $H=350\text{mm}$  è stata studiata con un carico simmetrico e con carichi eccentrici con il 10%, il 25%, il 40%, il 55%, il 70%, l'85% del carico applicato sul bordo sinistro della struttura.

Analogamente per le travi di altezza 450mm, 550mm, 650mm, 750mm, 850mm, 950mm, 1050mm ed infine 1150mm.

Per ciascuna struttura si ricavano gli spostamenti verticali dei nodi centrali in funzione del livello di carico. Tali dati vengono poi elaborati per ottenere le curve carico spostamento necessarie per lo studio della stabilità

La fase di elaborazione dei dati è descritta in modo dettagliato nel capitolo successivo.



## Capitolo 5 : Analisi della stabilità delle travi reticolari miste

### 4.1 Introduzione

Dopo la fase di modellazione delle due tipologie di travi si è passati all'elaborazione dei dati ottenuti dalle analisi statiche non lineari eseguite in controllo di forza al calcolatore.

Il primo obiettivo è stato valutare il carico limite delle due diverse travi caricate simmetricamente. Per determinare tale valore del carico sono state bilinearizzate le curve moltiplicatore del carico - spostamento ottenute dalle analisi.

In secondo luogo si è valutato il carico limite, limitando gli spostamenti, in particolare la rotazione della trave, nel caso di carichi eccentrici e anche per il carico simmetrico. In questo modo si è potuto verificare come influiscono i parametri geometrici e il carico sul valore limite del carico e sulla modalità con cui si instabilizza la struttura.

Valutare gli aspetti del problema appena descritti limitando la rotazione della struttura è stato necessario per ottenere dei risultati sfruttabili ai fini progettuali poiché, limitandosi a determinare il valore del carico bilinearizzando le curve carico - spostamento si ottengono degli spostamenti verticali eccessivi che renderebbero la struttura inutilizzabile e quindi lo studio privo di significato.

### 4.2 Bilinearizzazione della curva carico spostamento

Per entrambe le travi studiate, traliccio piano e spaziale, è stata eseguita un'analisi in controllo di forza sotto l'azione di un carico simmetrico. Per attivare gli effetti del secondo ordine sono state imposte delle imperfezioni, ovvero dei piccoli spostamenti, di 1mm, ai nodi del corrente superiore, sia in direzione "Z", che in direzione "X".

L'analisi, eseguita in controllo di forza, è stata fatta proseguire anche nel caso in cui la soluzione non soddisfacesse più i criteri di convergenza imposti dal programma. Questo per avere una visione completa del comportamento della struttura, penalizzando, in alcuni casi, il grafico moltiplicatore del carico - spostamento. Ovvero sono stati ottenuti alcuni grafici che presentano dei piccoli salti (fig. 4.1a), nel caso di soluzione convergente il grafico invece si presenta senza salti (fig.4.1b)

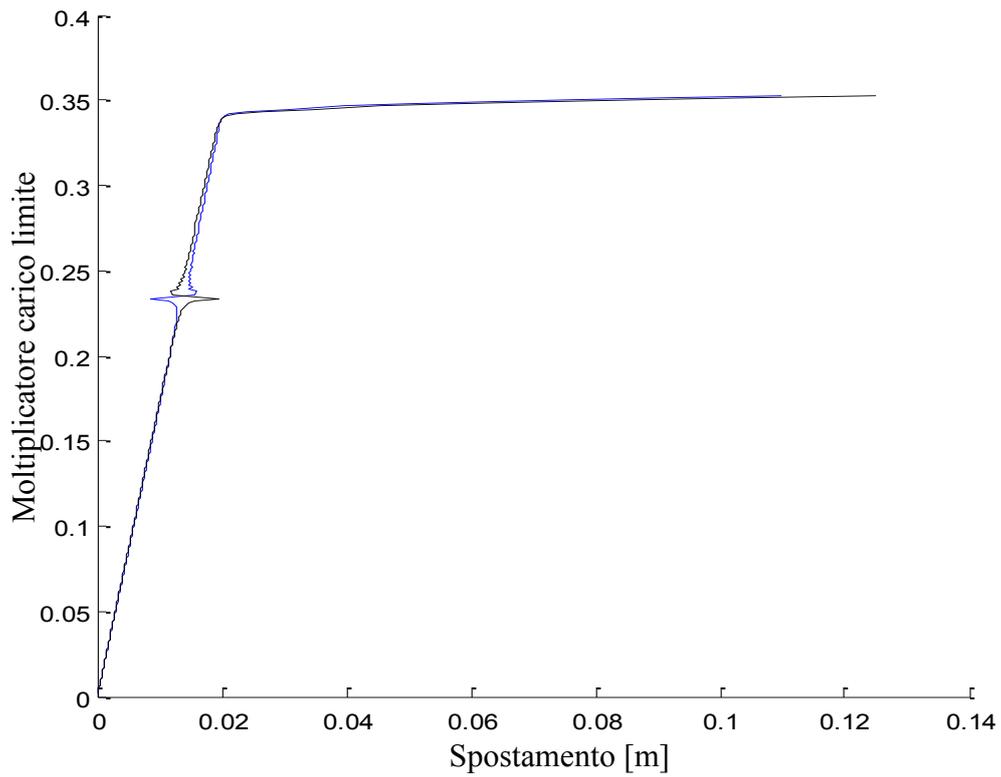


Fig. 4.1a: Grafico carico-spostamento nel caso che la soluzione non converge

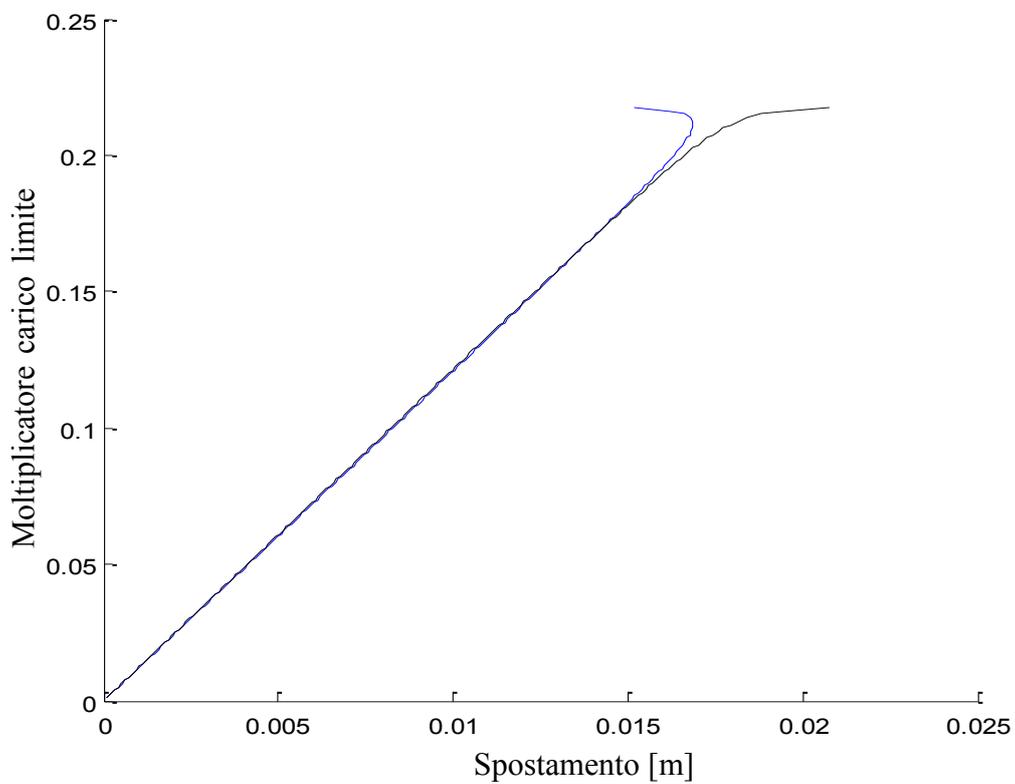


Fig.4.1b: Grafico moltiplicatore del carico-spostamento nel caso di soluzione convergente

Date tali curve si determina il valore del carico limite, cioè il valore del carico oltre il quale la struttura non riesce ad andare: aumentano gli spostamenti a carico costante.

Per fare ciò si è scelto di bilinearizzare le curve ottenute al calcolatore, che significa approssimare i grafici con due rette. L'intersezione delle rette corrisponde al valore del moltiplicatore critico.

Le rette della bilineare si possono determinare in vari modi: considerando il primo tratto tangente alla curva e determinando la curvatura del secondo tratto, oppure entrambe i tratti si determinano ottimizzando la curva cioè imponendo l'uguaglianza tra le aree comprese tra la curva e la bilineare. Si è visto che i risultati migliori si ottengono determinando il primo tratto della bilineare come tangente alla curva ed il secondo tratto imponendo l'uguaglianza tra le aree che si trovano al disotto e al disopra della retta (fig. 4.2).

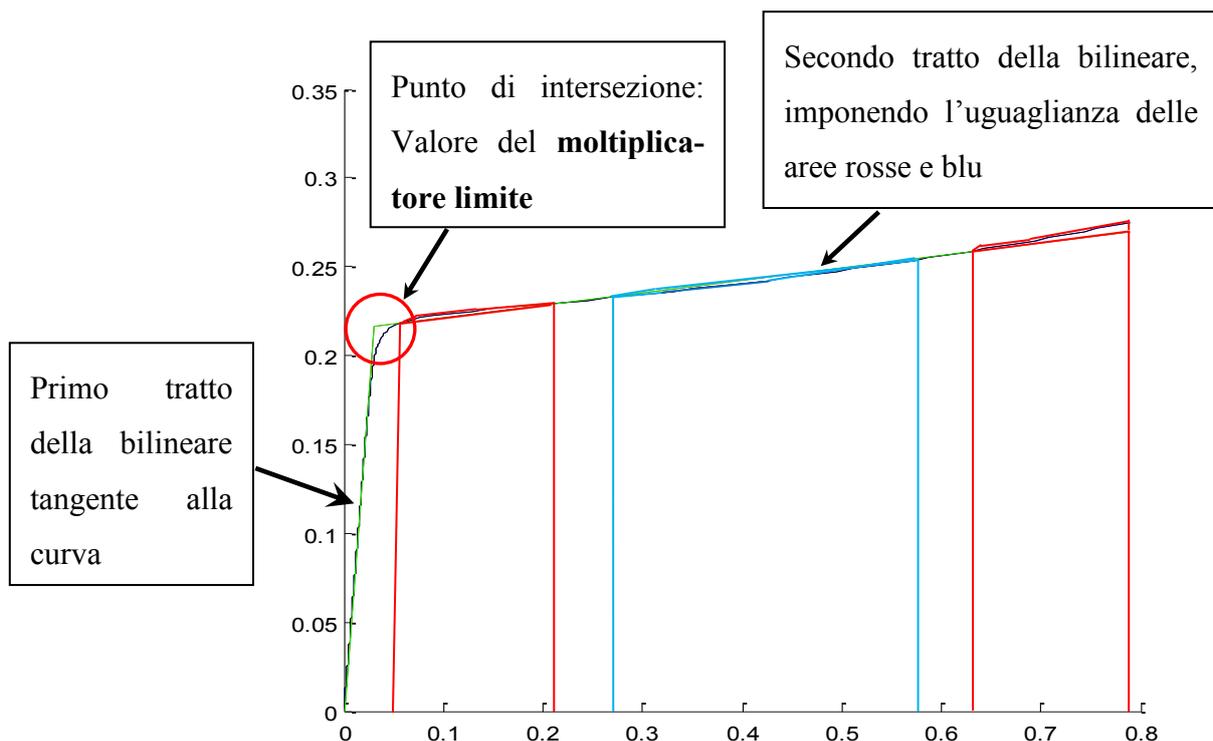


Fig. 4.2: Bilinearizzazione della curva moltiplicatore dei carichi-spostamento

Il processo di bilinearizzazione delle curve è stato fatto scrivendo un codice di calcolo in Matlab che approssima le curve con la bilineare e ci restituisce le coordinate del punto di intersezione delle due rette in particolare ci fornisce la coordinata “Y” del punto, vale a dire il valore del moltiplicatore dei carichi. In questo modo per ogni trave calcolata si può determinare il carico limite.

### 4.3 Determinazione del carico limite per la trave con traliccio piano

Come detto nel paragrafo precedente approssimando la curva moltiplicatore dei carichi – spostamento con una bilineare si ottiene il moltiplicatore critico che per brevità, in seguito, si chiamerà  $\lambda$ .

Moltiplicando la forza totale applicata alla struttura per  $\lambda$  si ottiene il Carico limite. Tale operazione è stata ripetuta per tutte le travi con traliccio piano precedentemente descritte in modo da poter analizzare quali sono i parametri geometrici che maggiormente influenzano la stabilità della struttura.

Si è analizzato come l'altezza della trave, ed l'altezza del ritegno influenzino il carico limite nel caso di traliccio piano (figg. 4.3, 4.4):

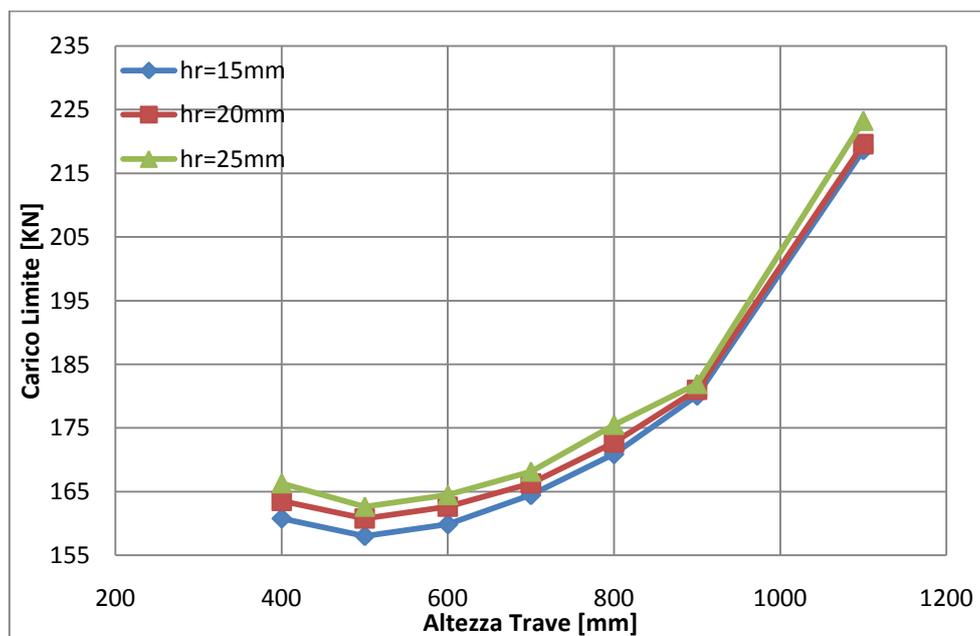


Fig.4.3: Carico limite al variare dell'altezza della trave con traliccio piano

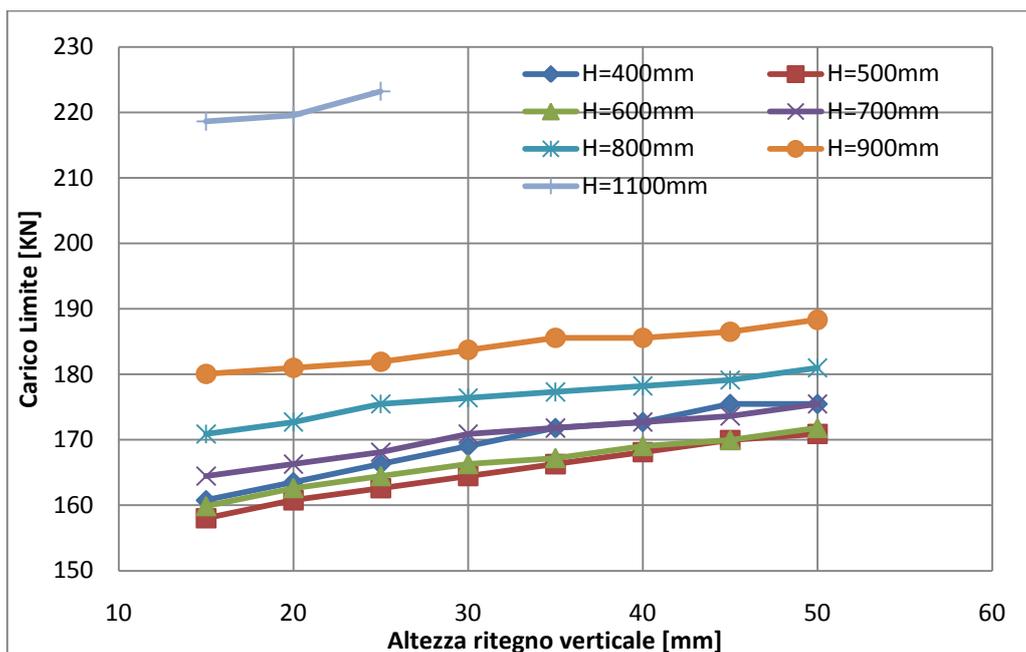


Fig.4.4: Carico limite al variare dell'altezza del ritigno verticale

In fig. 4.3 viene illustrato come varia il carico limite con l'incrementarsi dell'altezza del traliccio.

Si è notato che variando il valore del ritigno verticale l'andamento delle curve è del tutto analogo, per questo si è scelto di mostrare solo le curve ottenute per  $hr=15, 20$  e  $30$ mm. Le considerazioni fatte per queste curve sono da ritenersi valide anche per gli altri valori di  $hr$ .

Per spiegare tali curve occorre tenere presente che nel caso di traliccio piano si devono prendere in considerazione due fattori che influenzano il comportamento della trave. Il primo consiste nel fatto che incrementando l'altezza della trave diminuisce lo sforzo normale nel corrente compresso, di conseguenza sarà necessaria una forza più elevata per raggiungere lo sforzo normale che porta alla crisi per instabilità del corrente superiore. D'altra parte incrementando l'altezza della trave diminuisce la sua rigidità flessionale di conseguenza la sua capacità di resistere agli sforzi orizzontali che nascono all'estremità del traliccio e che flettono l'anima della trave, facendo sì che sono sufficienti dei carichi minori per raggiungere la crisi per instabilità. La coesistenza dei due fattori descritti fa sì che non si ottengano curve monotone, ma curve che prima sono decrescenti, poi diventano crescenti.

In fig.4.3 si vede che passando da  $H=400$ mm ad  $H=500$ mm il carico passa da un valore di circa 165 KN a 160 KN, questa diminuzione all'aumentare dell'altezza può essere legata al secondo fattore descritto, ovvero in questo caso prevale il fattore rigidità. Una trave più bassa è più rigida, quindi

oppone maggiore resistenza agli spostamenti orizzontali del corrente superiore e ne deriva che è necessario un carico grande per raggiungere la crisi.

Viceversa per altezze maggiori di 500mm prevale il primo fattore descritto cioè l'aumento di altezza fa sì che lo sforzo normale trasmesso al corrente superiore diminuisce e sarà, quindi, necessario un carico maggiore per fare in modo che si raggiunga lo sforzo normale limite.

Nella fig.4.4, invece è stata messa in evidenza l'influenza dell'altezza del ritegno verticale sul carico limite. Si può notare che mantenendo costante l'altezza della trave, incrementare il ritegno comporta un aumento del carico limite ma non significativo come quello che si ha aumentando  $H$ . Infatti, passando da  $h_r=15\text{mm}$  ad  $h_r=50\text{mm}$  si ha un aumento del carico limite del 10%, mentre facendo variare  $H$  da 400mm a 1100mm si ha un aumento del carico del 34%, decisamente più significativo.

Si può quindi concludere che il fattore geometrico che maggiormente influenza la stabilità del traliccio piano è l'altezza.

Per il caricamento simmetrico si distinguono due tipologie di deformate. Una prima deformata che caratterizza tutte le travi che hanno un'altezza inferiore a 1000mm ed è mostrata in fig.4.5.

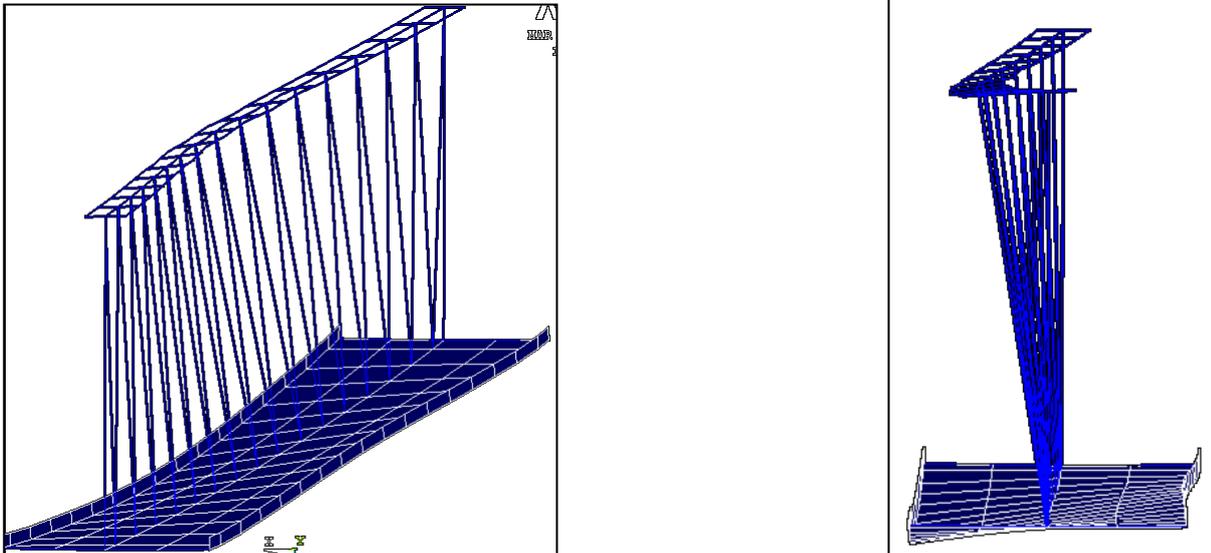
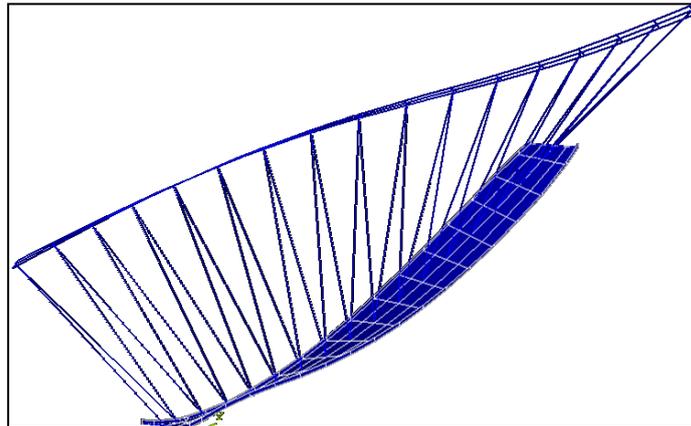


Fig. 4.5: Deformata critica per  $H < 1000\text{mm}$

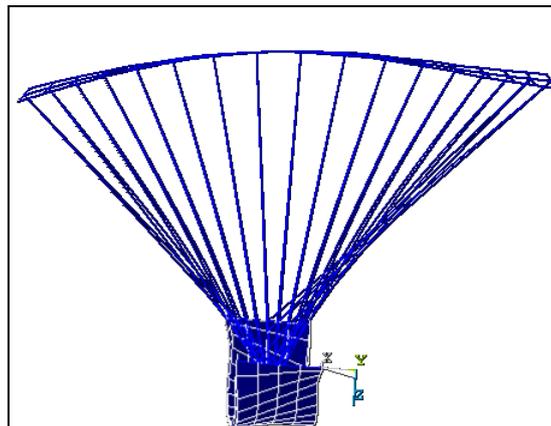
Si manifesta uno spostamento in direzione "X", cioè orizzontale, del corrente superiore, con una conseguente rotazione dell'anima e una deformazione flessionale del fondello inferiore.

Per altezze molto grandi si ha un cambio di deformata (figg. 4.6 (a), (b)) a cui può essere legato il notevole incremento di carico limite evidenziato in fig. 4.3.

Si tratta di una deformata di tipo flessione torsionale, in cui i punti del corrente superiore che si trovano ai due estremi della trave traslano entrambe in direzione “X” ma in versi opposti imprimendo al traliccio un movimento torcente.



**Fig. 4.6 (a): Deformata critica H=1100mm. Vista longitudinale**



**Fig. 4.6 (b): Deformata critica H=1100mm. Vista frontale**

Il diverso comportamento si può notare anche dalle curve  $\lambda$  – spostamento ottenute per due travi con altezze diverse (figg. 4.7 (a),(b)):

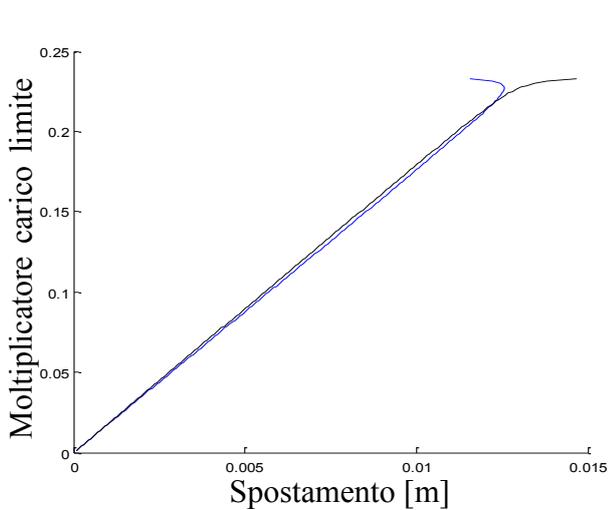


Fig. 4.7 (a):  $\lambda$  – spostamento H=700mm hr=35mm Q=2;

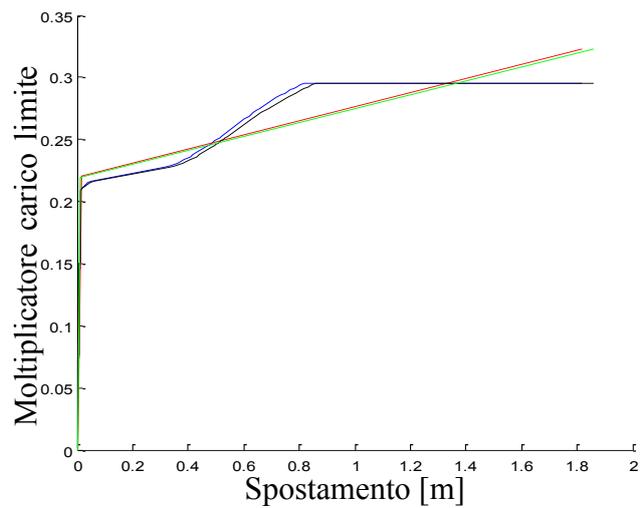


Fig. 4.7 (b):  $\lambda$  – spostamento H=1100, hr=15mm Q=2

Nei grafici sopra, la curva nera rappresenta gli spostamenti del punto sul bordo destro della trave, mentre la curva blu rappresenta gli spostamenti verticali del punto sinistro. Si vede che per la trave con H=700mm i due punti, per carichi bassi, si spostano nella stessa direzione e di circa la stessa quantità fino ad arrivare al valore del carico limite, in corrispondenza del quale le due curve si dividono e procedono in senso opposto. Per la trave con H=1100mm le due curve si sovrappongono per tutto il percorso di carico, questo sta ad indicare che i punti si spostano contemporaneamente nella stessa direzione e della stessa quantità e quindi non nascono delle rotazioni ma prevale la deformata flessionale del fondello.

Con i risultati ottenuti è stato possibile costruire delle curve di livello che possono essere utilizzate in fase di verifica (figg. 4.8 (a), (b)):

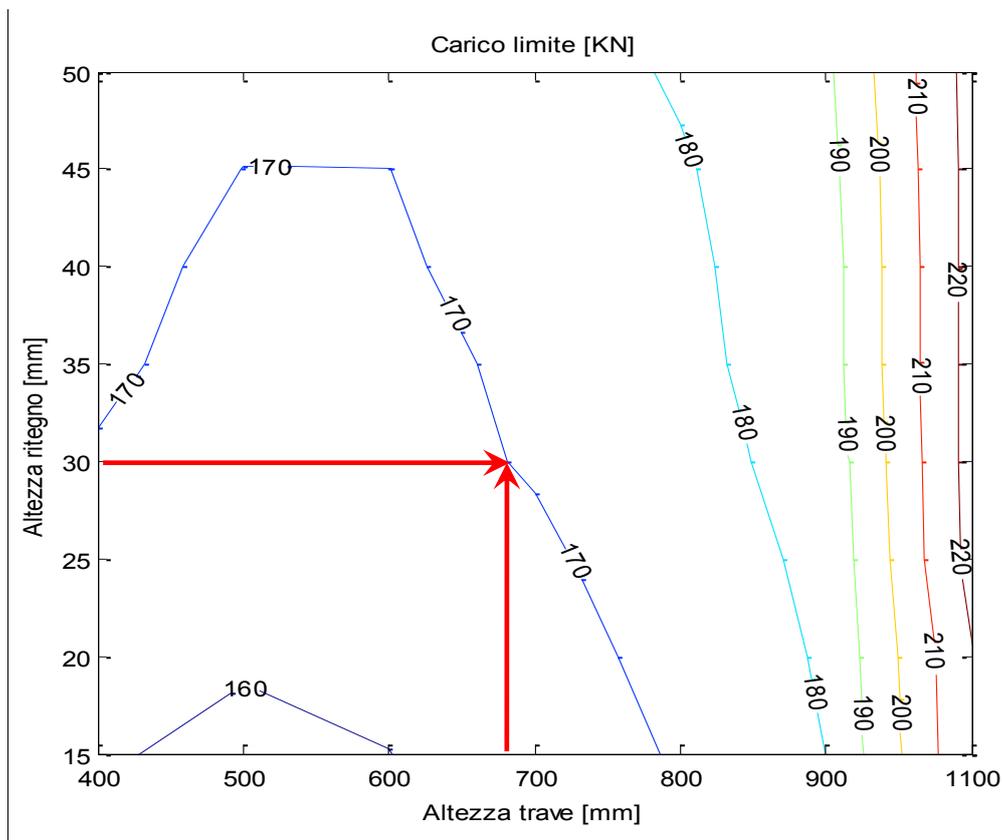


Fig. 4.8 (a): Curve di livello del carico limite utilizzate in fase di verifica

Note le caratteristiche geometriche della trave possiamo leggere sul grafico il valore del carico limite (fig. 4.8(a)). Ad esempio data una trave alta 680mm e con un ritegno verticale di 30mm, si legge un carico limite di 170 KN. Il carico di progetto dovrà essere confrontato con tale valore e dovrà risultare minore o uguale affinché la struttura sia verificata, e non ci siano problemi di stabilità.

Si può notare inoltre, che per valori elevati di  $H$  le curve di livello sono pressoché verticali, questo significa che quando la trave è molto alta incrementare l'altezza del ritegno verticale non influisce sul carico limite poiché la trave è molto flessibile. Infatti se si considera  $H=1000\text{mm}$ , si vede che con un ritegno di 15mm e di 50 mm si ottiene lo stesso carico limite pari a 200 KN (fig. 4.8 (b)). Viceversa, per travi di altezza minore utilizzare ritegni più alti comporta un aumento della rigidità torsionale e quindi si ottengono carichi più elevati. Se si considera una trave alta 500mm si vede che si passa da un carico di 160 KN a 170 KN a seconda che si realizza un ritegno verticale di 18 o di 45 mm.

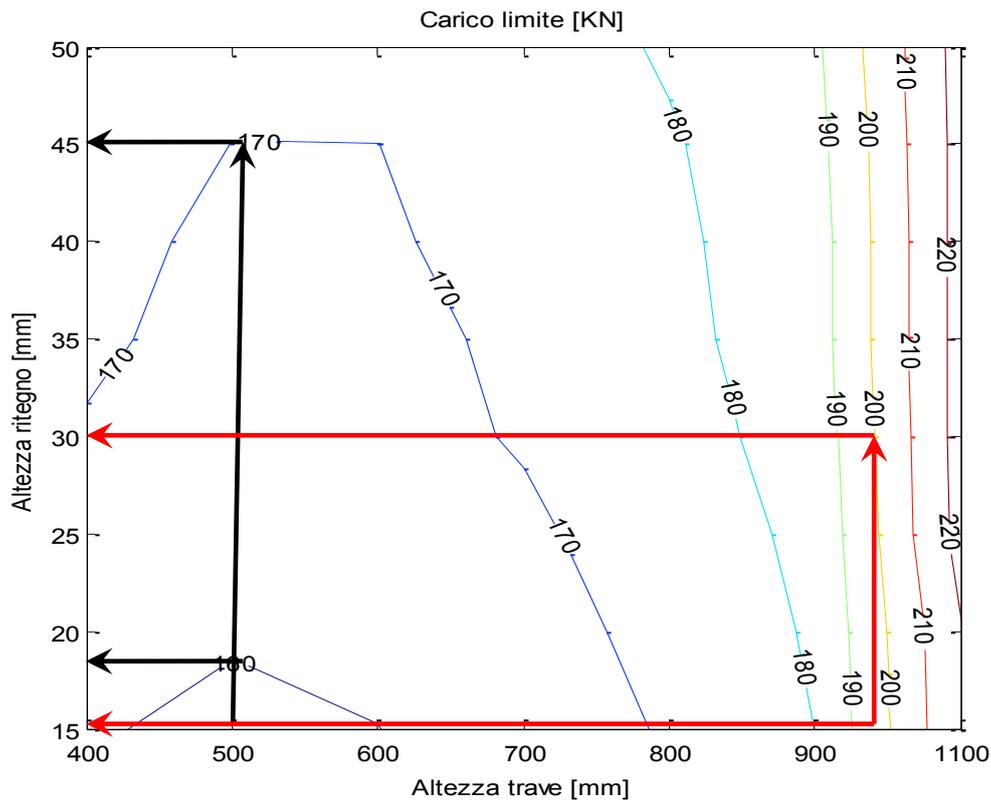


Fig. 4.8 (b): Curve di livello del carico limite

#### 4.4 Determinazione del carico limite per la trave con traliccio spaziale

Le stesse considerazioni viste per la trave con traliccio piano sono state fatte per la trave con traliccio spaziale. Con la differenza che in questo caso si è analizzata solo l'influenza dell'altezza della trave sul valore del carico e sulla modalità di crisi nel caso di caricamento simmetrico.

Il procedimento adottato per la determinazione del carico limite è lo stesso utilizzato per la trave con traliccio piano, cioè si è moltiplicato il moltiplicatore limite  $\lambda$ , ricavato dalla bilinearizzazione delle curve, per il valore complessivo del carico applicato alla struttura.

Si sono riportati i valori dei carichi limite in funzione delle altezze (fig. 4.9):

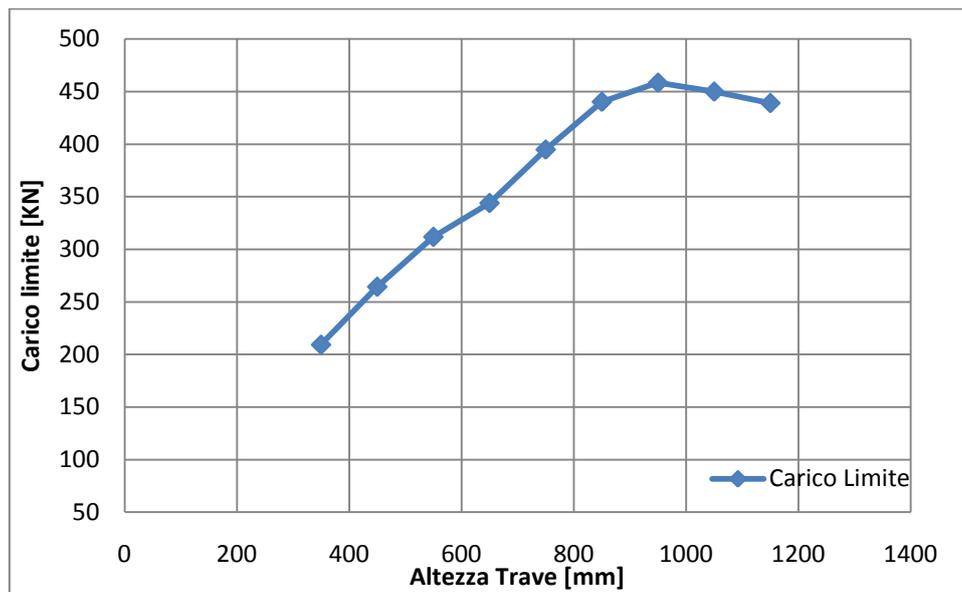


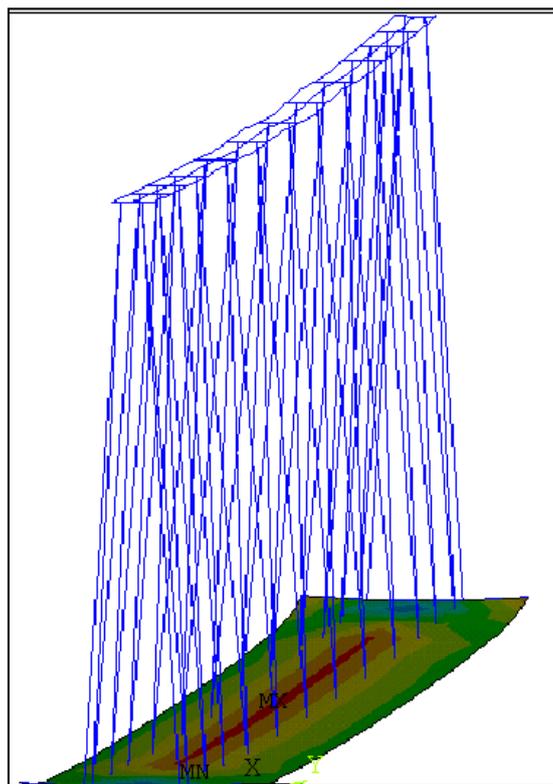
Fig. 4.9: Carico limite – altezza della trave per il traliccio spaziale

Adottando un traliccio spaziale si ottengono carichi limite decisamente superiori a quelli ricavati per il traliccio piano. Confrontando i valori ricavati per le due tipologie di travi, una alta 950mm (traliccio spaziale) e l'altra 900mm (traliccio piano) si passa da un carico limite di 458 KN a 182 KN.

Il traliccio spaziale consente di arrivare ad un carico 2.5 volte superiore rispetto al traliccio piano.

Si noti che l'incremento di carico rispetto ad un traliccio piano non è dovuto ad un aumento delle sezioni bensì ai benefici di uno schema di traliccio spaziale, che sfrutta la rigidità assiale dei diagonali anziché affidarsi alla rigidità flessionale degli stessi.

Come si evince dal grafico incrementando l'altezza e quindi la rigidità della trave il carico limite aumenta fino ad un massimo di 458.43 KN raggiunto per  $H=950\text{mm}$ , superato tale valore di altezza il carico tende a non incrementare più, da questo punto in poi, infatti, non si ha più una crisi per instabilità del corrente compresso ma si arriva alla crisi per resistenza del fondello inferiore (fig. 4.10)



**Fig. 4.10: Crisi per resistenza del traliccio spaziale**

Nel caso di traliccio spaziale anche le deformate critiche variano al variare dell'altezza infatti si possono riconoscere due deformate (figg. 4.11 (a), (b)).

Per altezze fino 750mm la trave si deforma con spostamenti verticali dei nodi del corrente e del fondello.

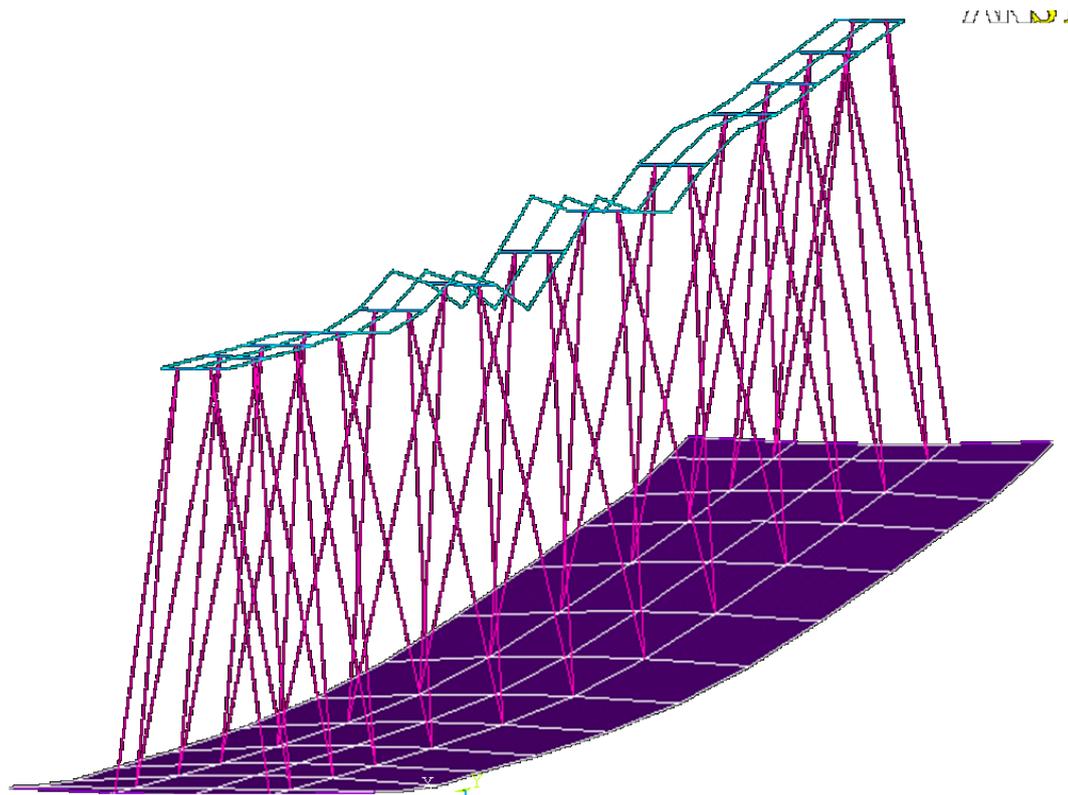


Fig. 4.11 (a): Deformata critica per H=350, 450, 550, 750mm

Per H=850mm la deformata critica coinvolge principalmente il corrente superiore che oltre ad avere un movimento sinusoidale ha un movimento traslatorio in direzione “X” comportando una rotazione dell’anima.

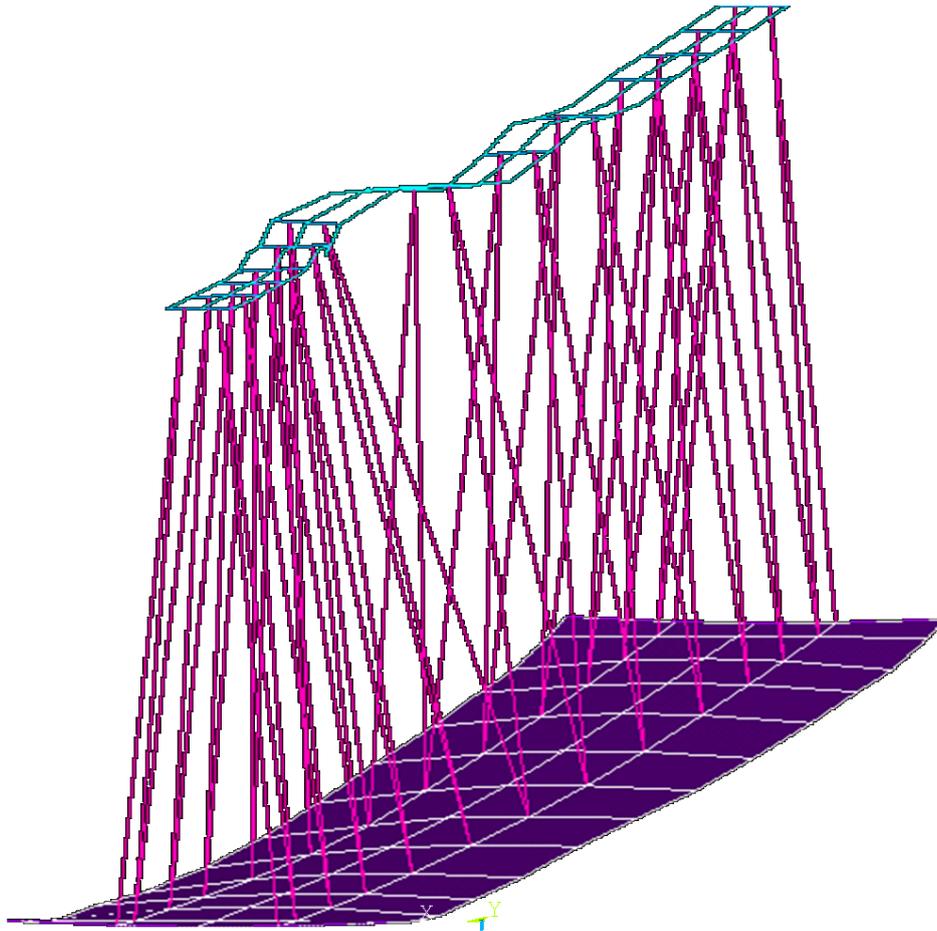


Fig.4.11 (b): Deformata critica per H=850mm

#### 4.5 Valutazione del carico limite limitando la rotazione

Determinando il carico limite bilinearizzando le curve carico – spostamento non si pone alcun limite sugli spostamenti. In alcuni casi si arriva all'instabilità per spostamenti verticali molto elevati, che non consentirebbero di utilizzare la struttura per i suoi scopi. Infatti, se si pensa che sui bordi della trave vengono appoggiati i solai, con uno spostamento verticale eccessivo questa funzione è assai compromessa.

E' per questo motivo che per rendere lo studio significativo è stato necessario imporre un limite sulla rotazione, letta in termini di spostamento relativo tra il punto che si trova sul bordo destro e quello che si trova sul bordo sinistro della trave.

Si è limitata la deformabilità scrivendo un codice di calcolo in Matlab che legge il moltiplicatore del carico quando lo spostamento relativo dei due punti posti uno sul lato destro e l'altro sul lato sinistro della struttura è minore o uguale a 5mm.

Si è visto che il valore della forza necessario per ottenere lo stesso spostamento, varia in base all'eccentricità del carico, all'altezza della trave e, per il traliccio piano, in funzione dell'altezza del ritegno verticale.

Nei paragrafi successivi si analizza come varia il carico limite limitando la deformazione per le due travi oggetto di studio.

#### **4.5.1 Studio della stabilità limitando la rotazione per la trave con traliccio piano**

Come detto nel paragrafo precedente si è studiata la stabilità ponendo un limite sugli spostamenti. In particolare si è valutato il carico limite come quel carico tale per cui si ha uno spostamento relativo dei due punti monitorati minore o uguale a 5mm.

Si è visto che il comportamento della trave è influenzato sia dall'eccentricità del carico, sia dall'altezza della trave che dall'altezza del ritegno verticale.

Sono stati, quindi, ricavati i risultati per travi con diverse geometrie e per il caricamento simmetrico ed eccentrico con l'85%, il 70%, il 40%, il 25% ed il 10% del carico sul bordo sinistro della struttura.

In primo luogo si pone l'attenzione sulla trave con:

**1) Ritegno alto 15mm** (figg. 4.12, 4.13)

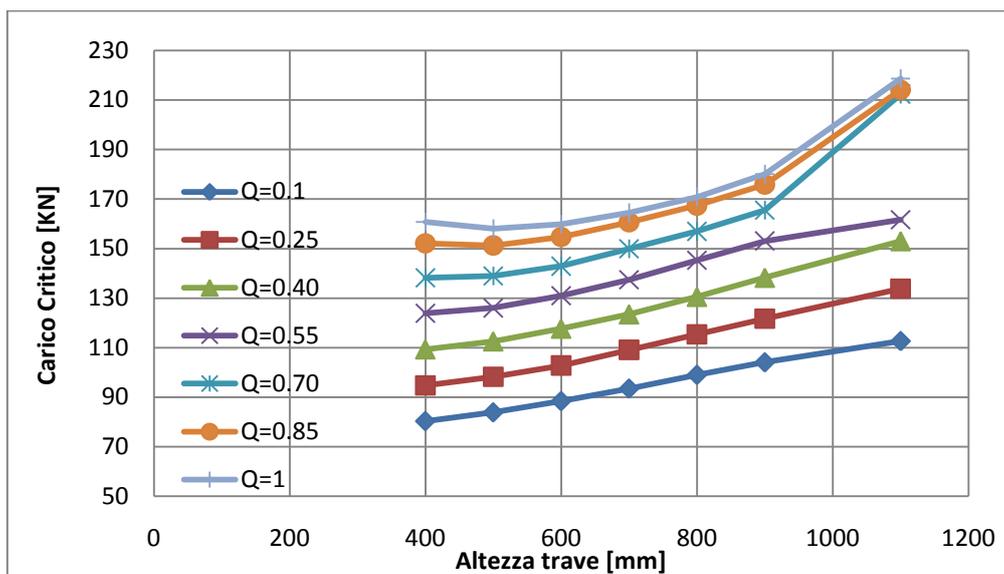


Fig. 4.12: Carico limite – altezza della trave con  $hr=15mm$

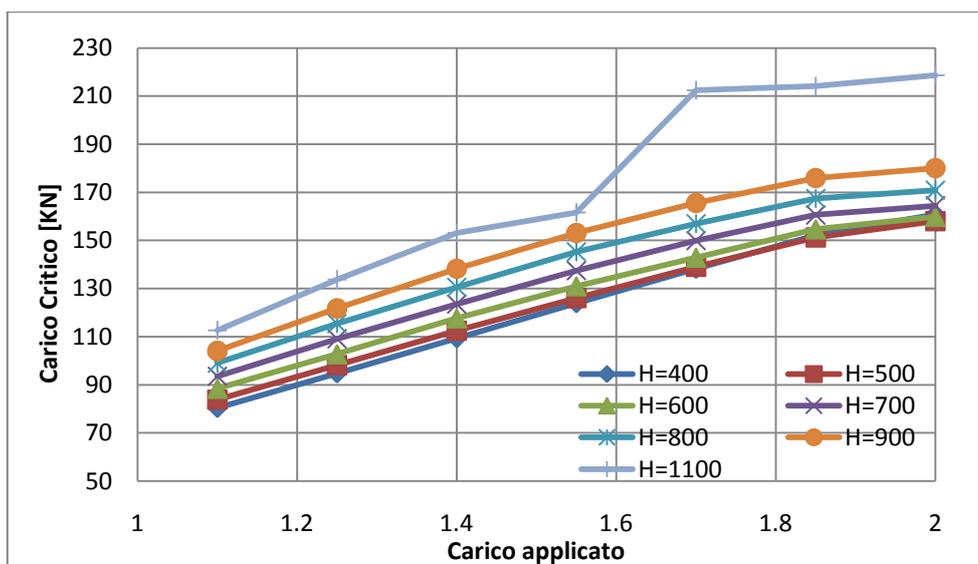


Fig. 4.13: Carico limite - carico applicato della trave con  $hr = 15mm$

Se si fosse valutato il carico limite senza limitare le rotazioni il suo valore sarebbe stato indipendente dal tipo di caricamento, poiché rimane costante il valore di sforzo normale che deve essere trasmesso al corrente superiore per far sì che si instauri un meccanismo di crisi per instabilità. Si può notare, invece dalla fig.4.13, che limitando la rotazione del traliccio, diminuendo l'eccentricità del caricamento, il carico limite aumenta poiché si ha un' effetto torsionale minore indotto dal carico stesso. Tale fatto è messo in evidenza dalle curve  $\lambda$  – spostamento ottenute per un a trave con caratteristiche geometriche costanti ma diversa eccentricità del carico (figg. 4.14 (a), (b))

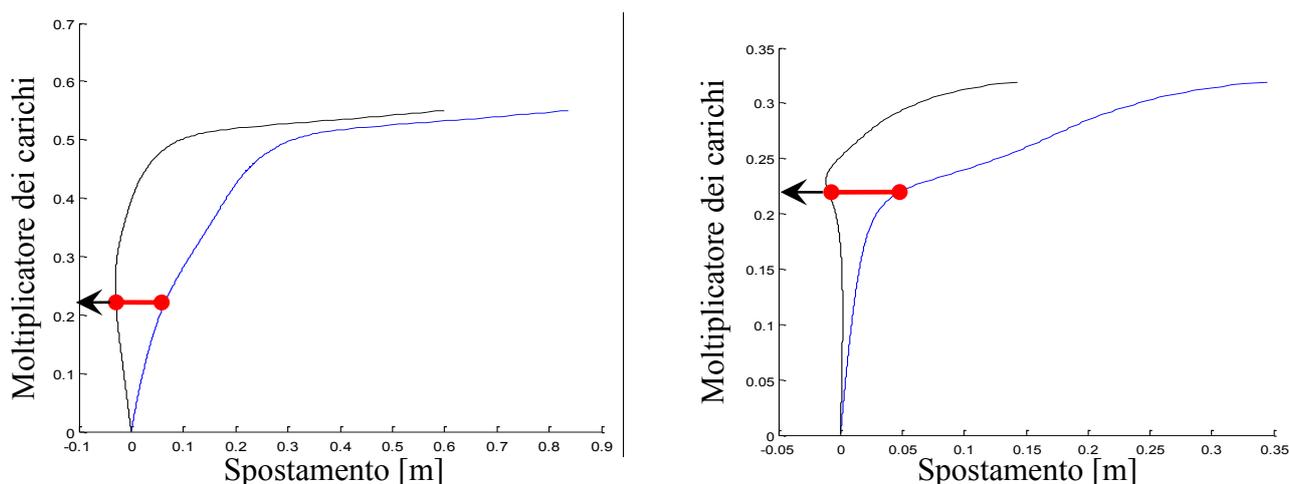


Fig. 4.14 (a):  $\lambda$  -spostamento per  $H=700\text{mm}$ ,  $h_r=15\text{mm}$ ,  $Q=1.10$ ; Fig. 4.14 (b):  $\lambda$  -spostamento per  $H=700\text{mm}$ ,  $h_r=15\text{mm}$ ,  $Q=1.85$ ;

Le curve blu e nera rappresentano rispettivamente gli spostamenti verticali ad ogni passo di carico del punto di destra, dove è applicato il 100% del carico, e del punto di sinistra, dove è applicata una percentuale del carico totale. Si può vedere che nel caso di caricamento più eccentrico (grafico a sinistra) le due curve sono distanziate tra di loro dai primi passi di carico, si raggiungerà il limite di spostamento relativo imposto per un valore di  $\lambda$  minore rispetto all'altro caso di caricamento meno eccentrico in cui le curve iniziano a discostarsi per valori maggiori di  $\lambda$ .

Fino ad un'altezza della trave di 900mm l'andamento delle curve è analogo e manifestano la stessa deformata critica(fig. 4.15)

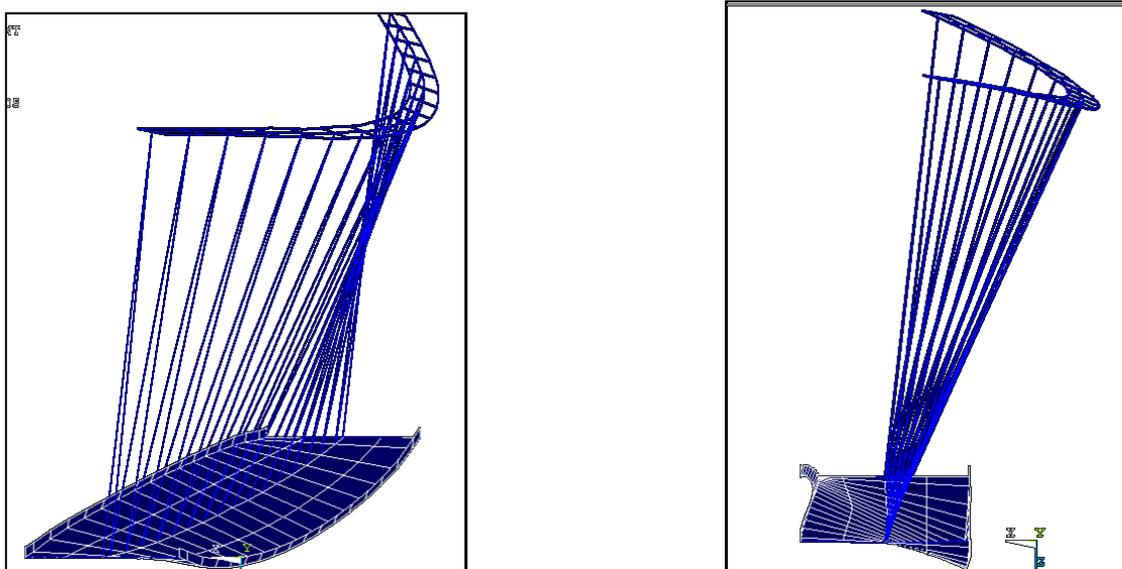


Fig. 4.15: Deformata critica per le trave con  $H=700\text{mm}$   $h_r=15\text{mm}$   $Q=1.10$

Una deformata di tipo rotazionale, in cui si nota un movimento traslatorio dei punti del corrente superiore e un movimento flessionale del fondello.

Si nota una variazione nell'andamento delle curve per la trave alta 1100mm, in particolare quando si arriva a un caricamento molto eccentrico. Passando da un caricamento  $Q=1.55$ , a  $Q=1.70$  si evidenzia un cambio di deformata al quale si attribuisce l'evidente incremento di carico limite ( figg. 4.16, 4.17). Infatti per il caricamento più eccentrico si continua ad avere una deformata che comporta una traslazione del corrente superiore con conseguente rotazione degli elementi dell'anima, mentre quando il caricamento è meno eccentrico si ha una deformata di tipo flesso torsionale che coinvolge l'intera struttura e questo fa sì che lo spostamento relativo tra i punti monitorati si raggiunga per carichi più alti.

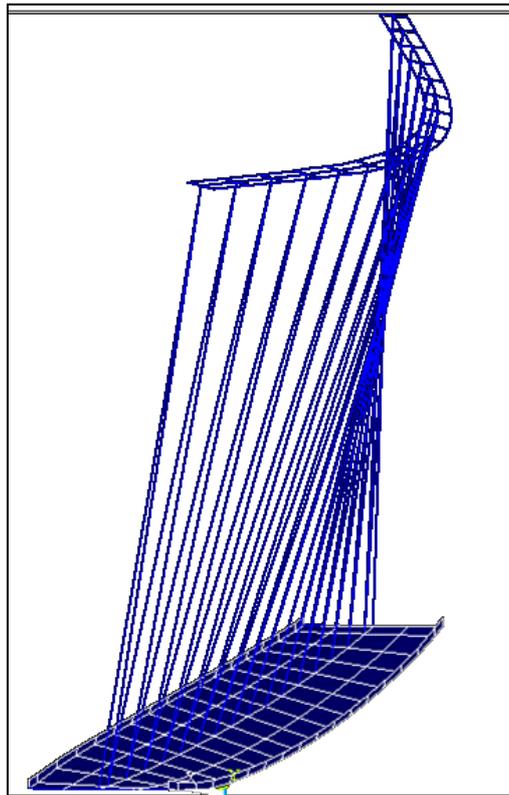


Fig. 4.16: Deformata critica per la trave alta 1100mm con  $Q=1.55$

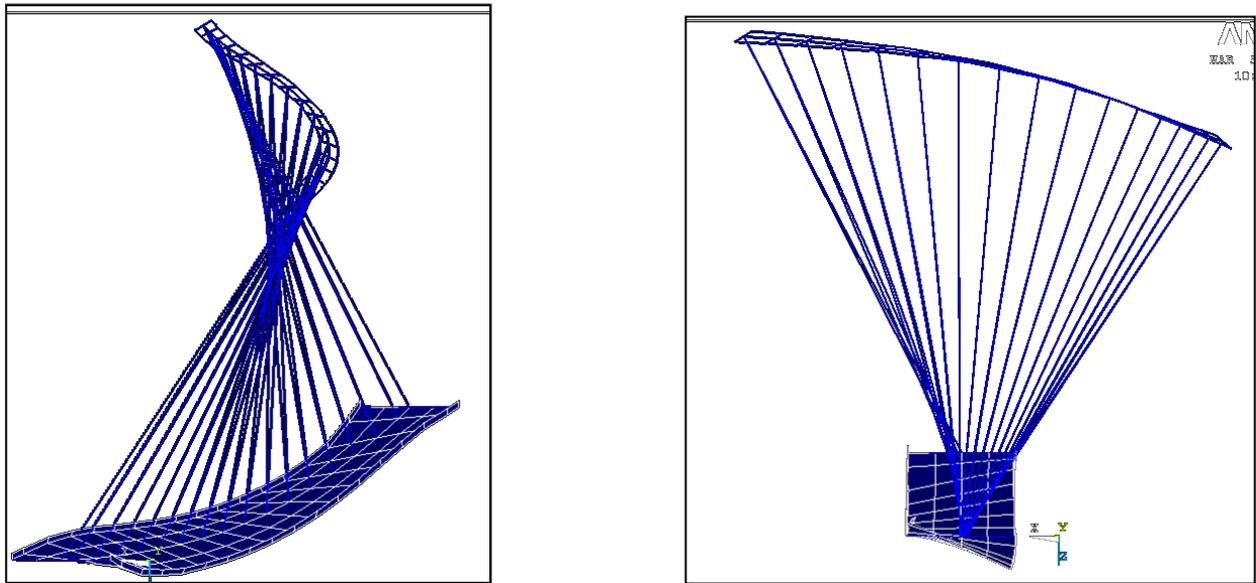


Fig. 4.17: Deformata critica per la trave alta 1100mm con  $Q=1.70$

Ancora una volta si può capire meglio come i due punti si muovono durante la storia di carico dalle curve  $\lambda$  – spostamento (fig. 4.18)

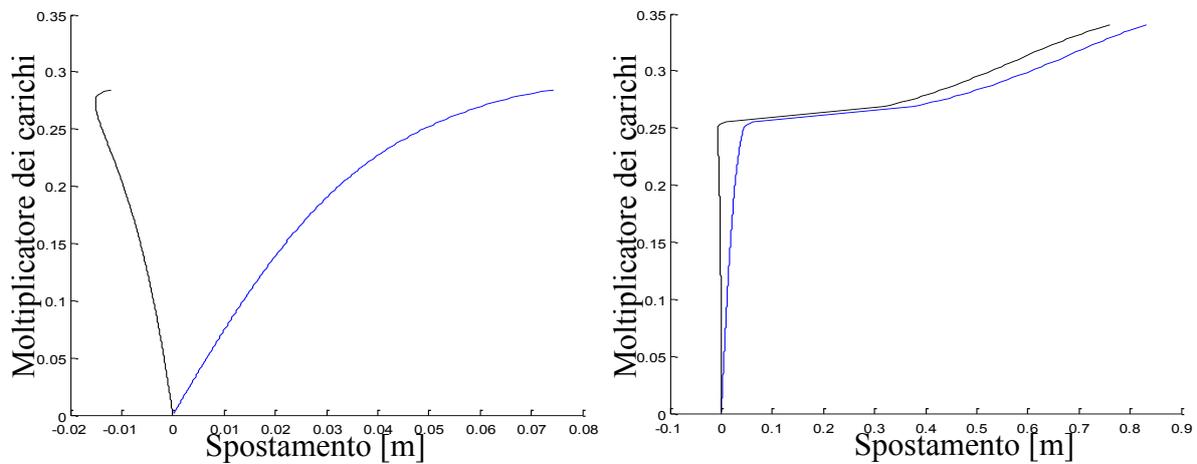


Fig. 4.18 (a):  $\lambda$  – spostamento per  $H=1100\text{mm}$ ,  $h_r=15\text{mm}$   $Q=1.55$  Fig. 4.18 (b):  $\lambda$  – spostamento per  $H=1100\text{mm}$ ,  $h_r=15\text{mm}$   $Q=1.70$

Da queste curve è evidente che per il caricamento più eccentrico (grafico di destra) i due punti si spostano in direzione “Z” ma in senso opposto, ovvero il punto di destra, dove è applicato il carico maggiore, tende a scendere, quello di sinistra, dove è applicato il 55% del carico, tende a salire. Nel secondo caso, invece entrambe i punti si spostano verso il basso, ne deriva che ci sarà uno spostamento relativo, e quindi una rotazione, minore perciò un valore più alto del carico.

Per quanto riguarda l'altezza della trave dalla fig. 4.12 si vede che per tutti i carichi, all'aumentare dell'altezza si incrementa il carico limite. In particolare raddoppiando H il carico aumenta del 20%. Incremento di carico, che come già detto, è dovuto al fatto che aumentando l'altezza lo sforzo normale trasmesso al corrente superiore è più basso ed è necessario un carico più alto per attivare il meccanismo di crisi che comporta la rotazione del traliccio.

Il carico limite aumenta maggiormente, di circa 50 KN invece di 10 KN, per i carichi meno eccentrici e nel passaggio da H=900mm ad H=1100mm. Ciò è dovuto alla combinazione di due fattori, il carico che diventa meno eccentrico ed il cambio di deformata che invece di tipo rotazionale diventa flesso torsionale.

Grafici analoghi a quelli appena descritti e di conseguenza per i quali si possono fare le medesime considerazioni si ottengono per un'altezza del ritegno di 0mm, 20mm, 25, 30, 35, 40, 45 e 50mm.

Si è studiato anche, come l'altezza del ritegno verticale influenza il carico limite mantenendo costante l'altezza e il carico. E' stato ricavato l'andamento del carico limite al variare dell'altezza del ritegno per:

1) **H=400mm** (fig.4.19)

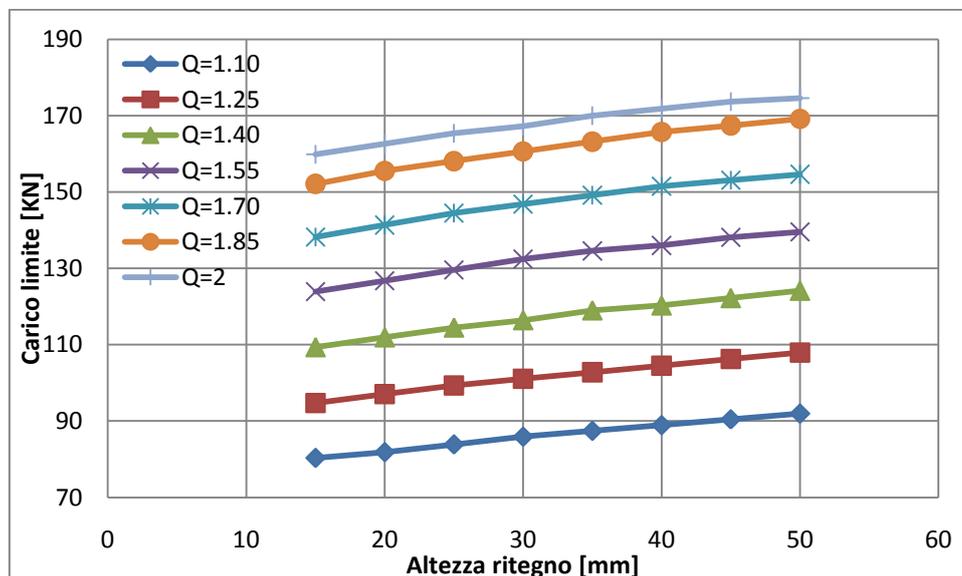


Fig. 4.19: Carico limite – altezza del ritegno per H=400mm

2) **H=500mm** (fig. 4.20)

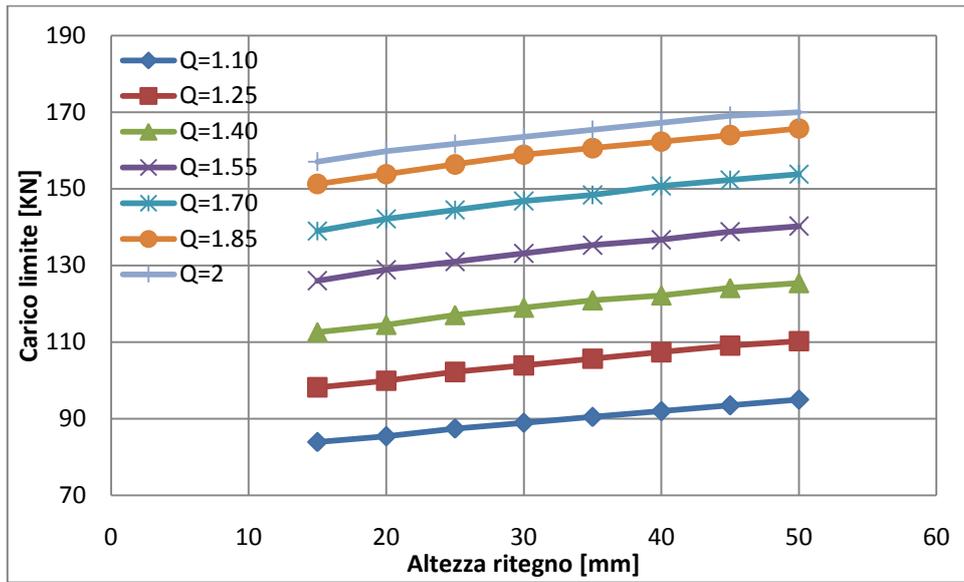


Fig. 4.20: Carico limite – altezza del ritegno per H=500mm

3) H=600mm (fig. 4.21)

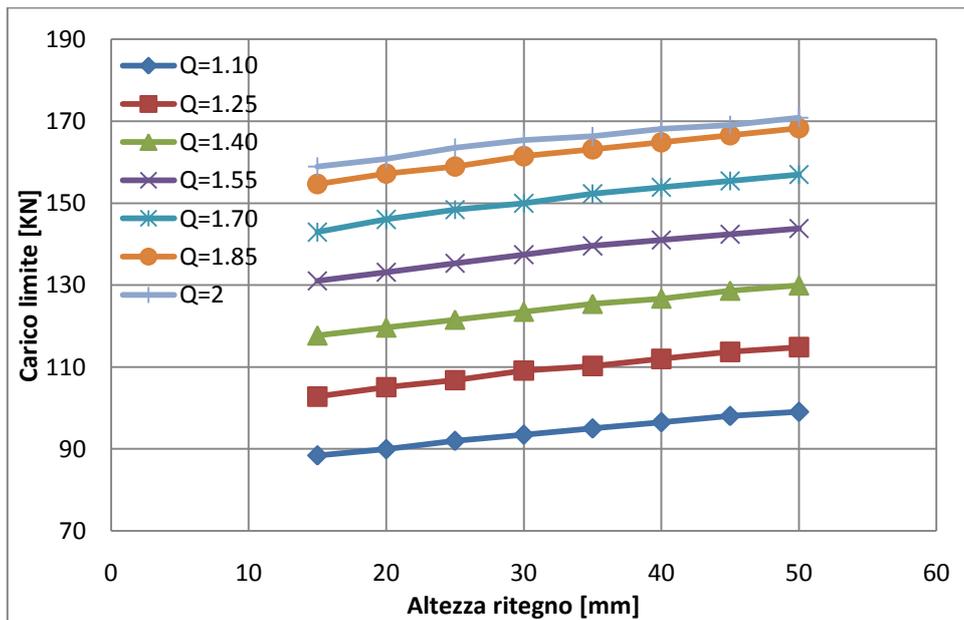


Fig. 4.21: Carico limite – altezza del ritegno per H=600mm

4) H=700mm (fig. 4.22)

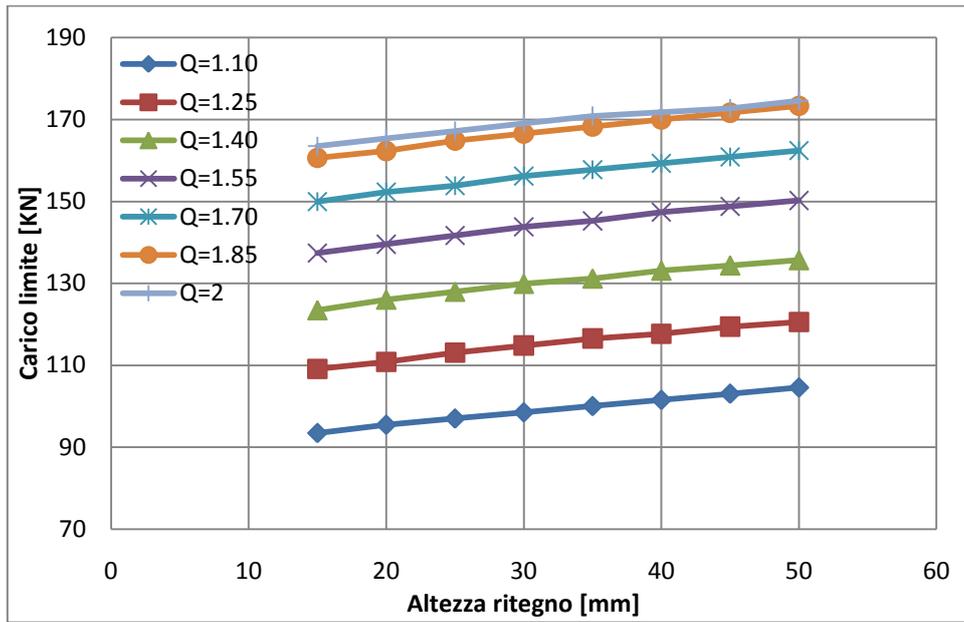


Fig. 4.22: Carico limite - altezza del ritegno per H=700mm

5) H=800mm (fig. 4.23)

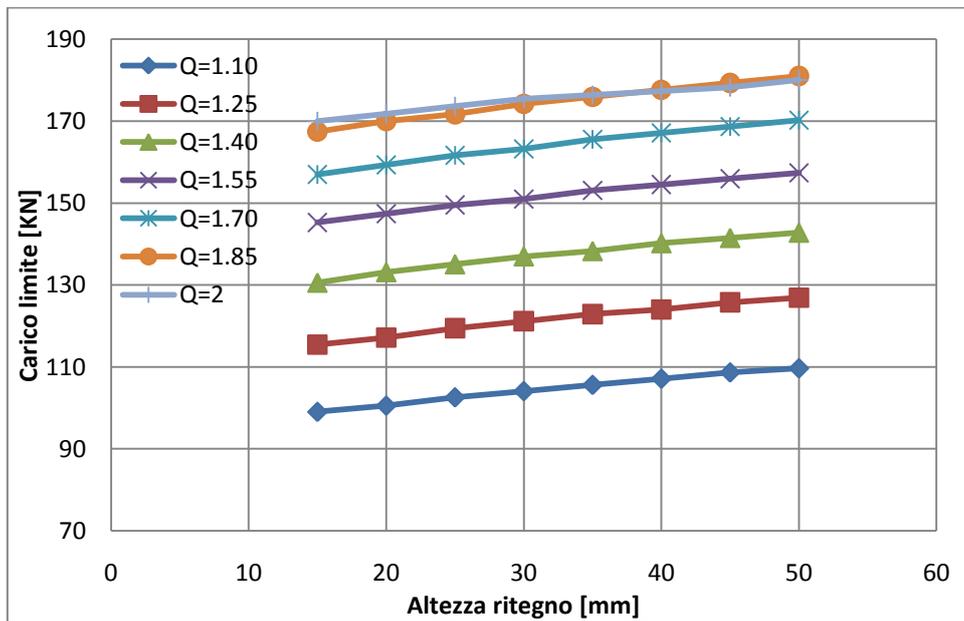


Fig. 4.23: Carico limite - altezza del ritegno per H=800mm

6) H=900mm (fig. 4.24)

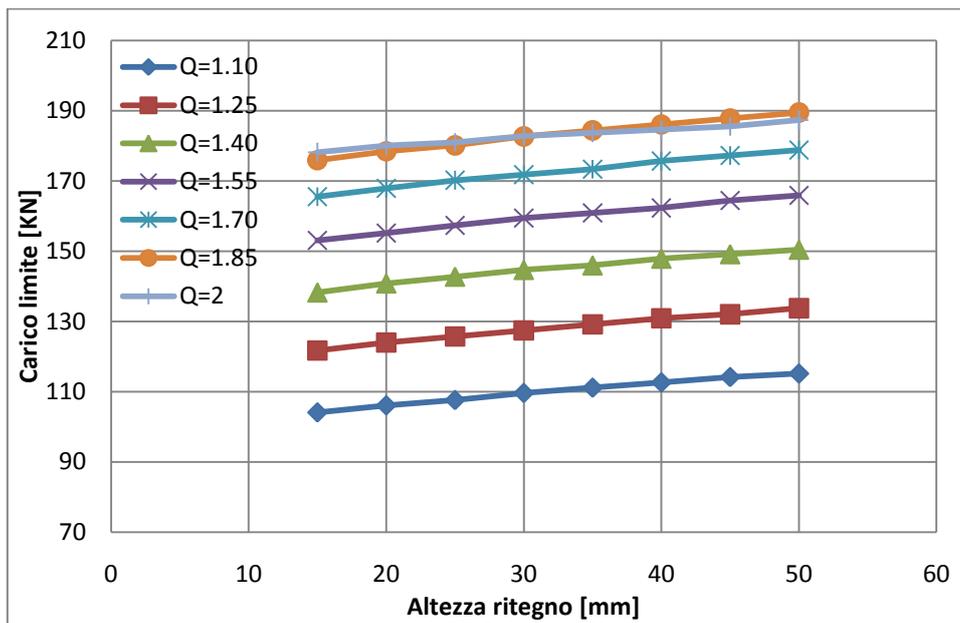


Fig. 4.24: Carico limite - altezza del ritegno per H=900mm

7) H=1100mm (fig. 4.25)

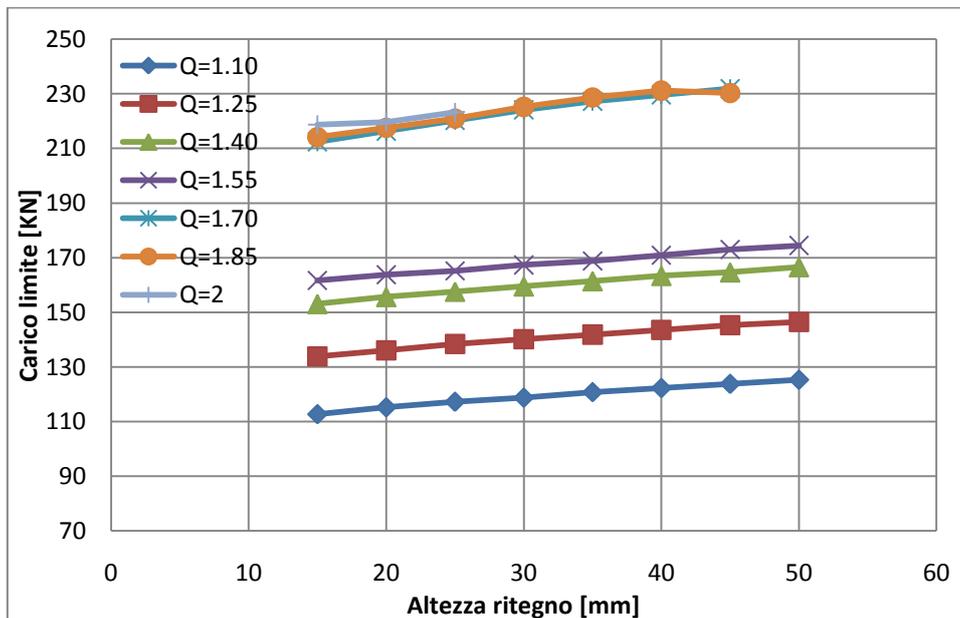


Fig. 4.25: Carico limite - altezza del ritegno per H=1100mm

Come si può notare dai grafici sopra riportati incrementando l'altezza del ritegno si ottiene un incremento del carico limite, che a parità di caricamento è di circa il 10%, passando da hr=15mm ad hr=50mm.

Inoltre maggiore è l'altezza della trave più le rette tendono ad essere orizzontali, cioè il ritegno influisce meno sul carico limite rispetto ad altezze minori.

Si può concludere dicendo che, la stabilità del traliccio piano è molto più sensibile alla variazione di altezza della trave e all'eccentricità del carico, piuttosto che all'altezza del ritegno verticale, affermazione vera soprattutto per le travi molto alte dove il ritegno è quasi ininfluenza.

Con tutte le analisi eseguite è stato possibile costruire delle curve di livello che consentono di leggere sul grafico, noto il tipo di caricamento, l'altezza  $H$ , e l'altezza del ritegno  $h_r$ , da adottare per ottenere un certo valore di carico limite. Si presenta a titolo di esempio il grafico ottenuto per  $h_r=20\text{mm}$  (fig.4.26)

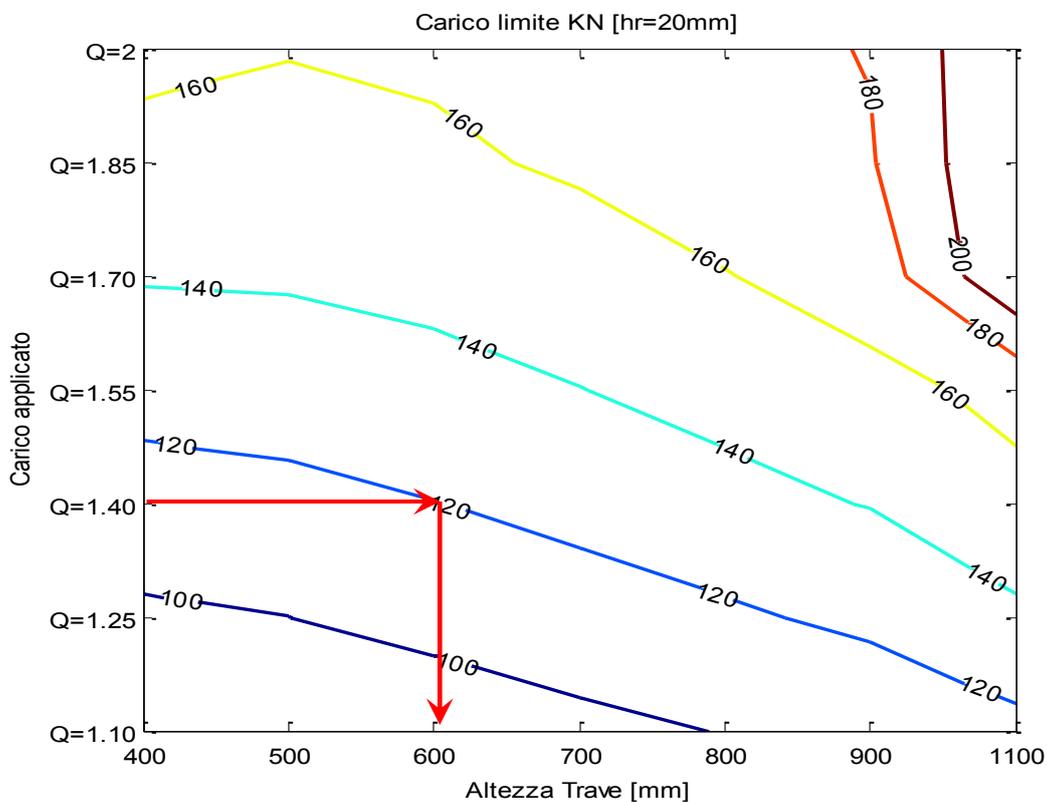


Fig.4.26: Curve di livello per travi con traliccio piano ed  $h_r=20\text{mm}$

Supponendo di conoscere il caricamento, ad esempio  $Q=1.40$ , per raggiungere un carico limite di 120 KN è necessaria una trave con  $H=600\text{mm}$  ed  $h_r=20\text{mm}$ , oppure per ottenere lo stesso valore del carico limite si può scegliere una trave con ritegno più basso, 15mm, ma un'altezza complessiva maggiore,  $H=630\text{mm}$  (fig.4.27)

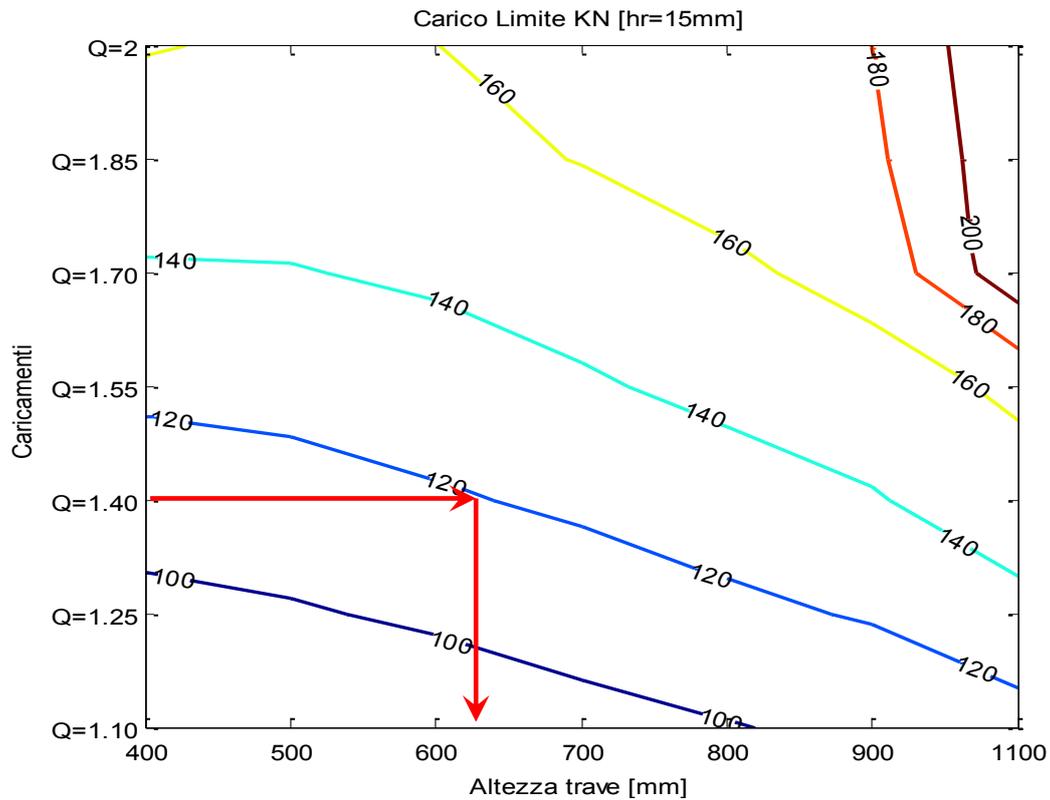


Fig.4.27: Curve di livello per travi con traliccio piano, per  $hr=15\text{mm}$

Nel caso descritto si è supposto di conoscere il tipo di caricamento e di volere determinare le caratteristiche geometriche della trave, necessarie per ottenere un fissato valore di carico limite, quindi si entra nel grafico conoscendo il valore di  $Q$ . Si può dire che le curve vengono utilizzate in fase di progetto. Le stesse curve possono essere utilizzate nella fase di verifica cioè note le caratteristiche geometriche della trave e il tipo di caricamento si vuole valutare il carico limite. Ad esempio si consideri una trave con  $H=700\text{mm}$ ,  $hr=45\text{mm}$  caricata eccentricamente con  $Q=1.70$ . Entrando nel grafico con questi dati si determina il carico limite associato al caso in esame, che è 160 KN (fig. 4.28)

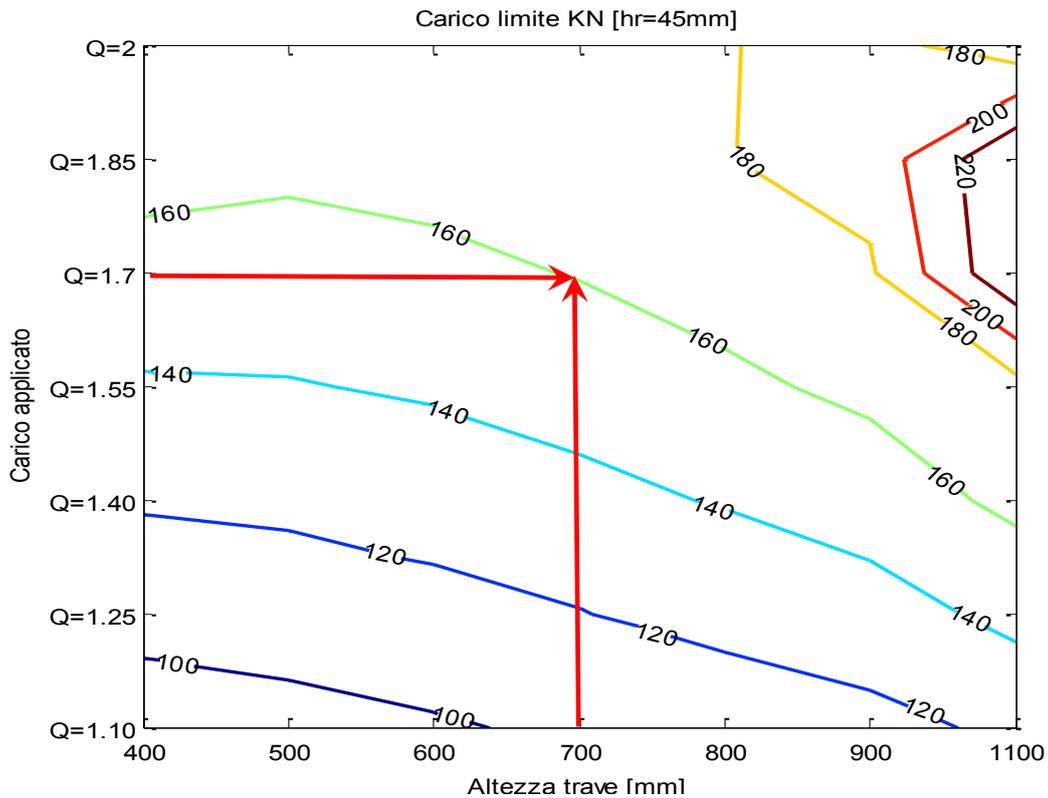


Fig.4.28: Curve di livello per travi con traliccio piano, per hr=45mm

#### 4.5.2 Studio della stabilità limitando la rotazione per la trave con traliccio spaziale

Come per la trave con traliccio piano, anche per la trave con traliccio spaziale si sono studiati i fattori che influenzano il carico limite valutato contenendo la deformabilità. In tal caso si è osservata l'influenza dell'altezza della trave e del tipo di caricamento (fig. 4.29).

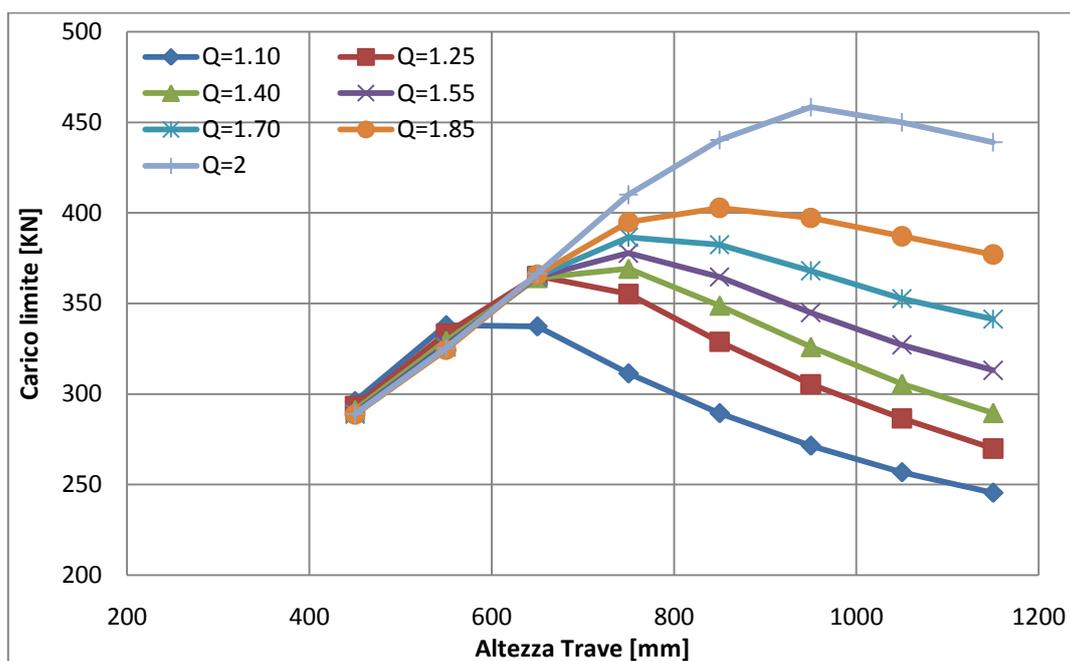


Fig. 4.29: Carico limite – altezza della trave per il traliccio spaziale

Dalle curve si nota che inizialmente, incrementando l'altezza il carico limite aumenta per poi diminuire a partire da altezze diverse a seconda dell'eccentricità del carico. Più il carico è eccentrico minore è l'altezza alla quale il carico limite inizia a diminuire.

Si consideri il caricamento eccentrico  $Q=1.85$ , aumentando l'altezza da 450mm fino ad 850mm il carico aumenta linearmente, per altezze superiori il carico inizia a diminuire. Variando l'altezza la deformata si differenzia, questo si può vedere anche dai grafici  $\lambda$  – spostamento (figg.4.30 (a), (b))

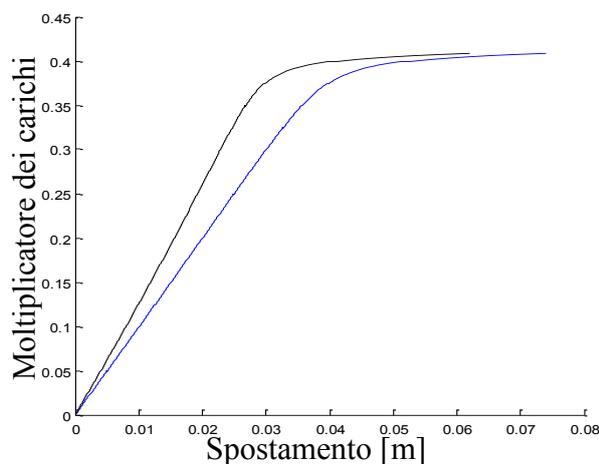


Fig. 4.30 (a):  $\lambda$  – spostamento  $H=650\text{mm}$   $Q=1.85$

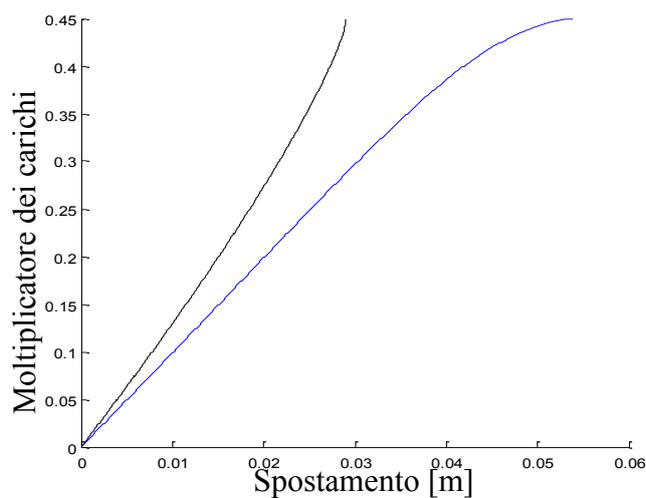


Fig. 4.30 (b):  $\lambda$  – spostamento  $H=850\text{mm}$   $Q=1.85$

Si può notare che per  $H=650\text{mm}$  sia il punto a destra che a sinistra della trave, si spostano verso il basso, quindi nella stessa direzione, infatti la deformata critica (fig. 4.31) evidenzia un abbassamento del fondello e una crisi del corrente superiore per instabilità. Per travi di piccola altezza si ottiene un carico limite inferiore nonostante che non si insaturi una rotazione eccessiva. Ciò è dovuto al maggiore sforzo normale trasmesso al corrente superiore, che comporta la crisi locale del corrente compresso.

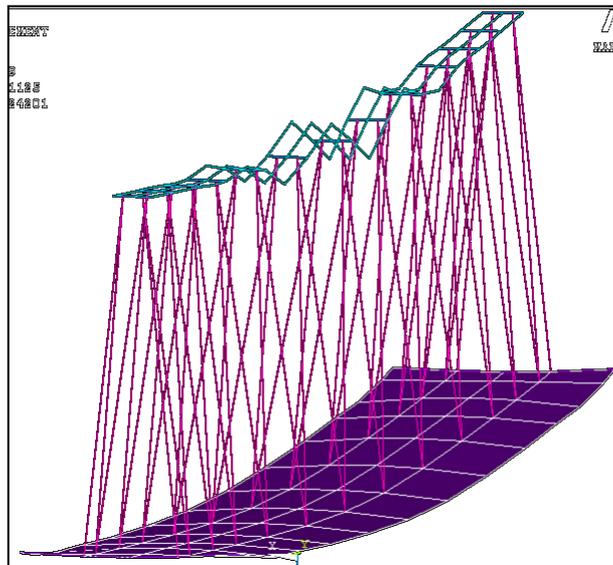


Fig. 4.31: Deformata critica della trave con  $H=650\text{mm}$  ed  $Q=1.85$

Incrementando l'altezza invece, la struttura risente maggiormente dell'eccentricità del carico ed infatti i punti monitorati non si spostano più nello stesso verso, ma in verso opposto, come si vede nella fig. 4.30 (b) in cui le due curve si discostano fin dall'inizio e la deformata varia diventando di tipo rotazionale (fig.4.32).

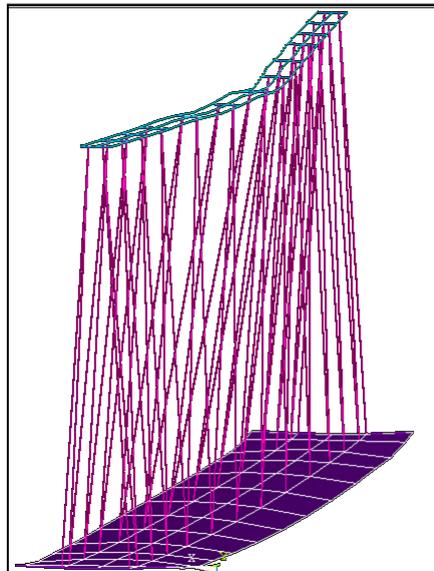


Fig. 4.32: Deformata critica della trave con H=1050mm e Q=1.85

Si ottiene il carico limite per il raggiungimento dello spostamento relativo imposto, quando ancora lo sforzo normale che causa la crisi del corrente superiore non è stato raggiunto. Il fatto che non sia stato ancora raggiunto lo sforzo normale limite è messo in evidenza dal fatto che le curve con carico eccentrico si trovano al di sotto di quelle ricavate in caso di caricamento simmetrico.

Per il caricamento simmetrico la crisi avviene per il raggiungimento dello sforzo normale limite nel corrente compresso e non per il condizionamento della rotazione. Lo si può capire dalla fig. 4.33, in cui sono state confrontate le curve carico limite – altezza della trave, ottenute bilinearizzando le curve  $\lambda$  – spostamento (curva blu) e limitando al rotazione ( curva rossa).

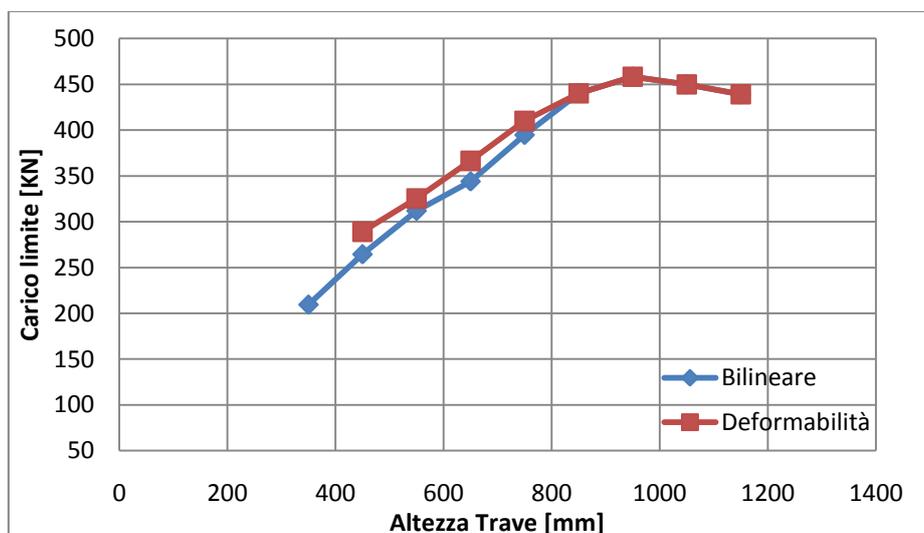


Fig. 4.33: Confronto tra le curve carico limite – spostamento ricavate tramite la bilineare e limitando la rotazione relativa

Per altezze fino a 850mm la curva rossa si trova al disopra di quella blu, causando una differenza di carico limite di pochi KN e lo si può attribuire all'approssimazione che si fa bilinearizzando le curve. Oltre ad  $H=850\text{mm}$  le due curve si sovrappongono infatti per  $H$  così grandi i grafici carico spostamento sono come quelli mostrati in fig. 4.34

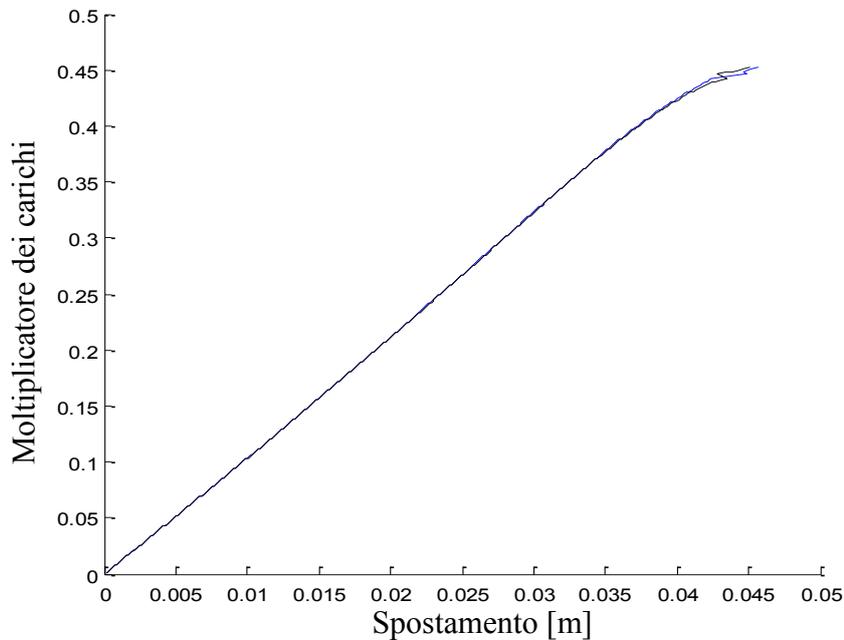


Fig. 4.34:  $\lambda$  – spostamento per  $H>850\text{mm}$  e caricamento simmetrico

In questi casi la bilineare non si riesce a costruire ma si assume il valore del carico limite coincidente con il carico ultimo. Anche limitando la deformabilità non viene raggiunto lo spostamento relativo imposto di conseguenza il carico limite coincide, anche in questo caso, con il carico ultimo; da qui deriva il fatto che le due curve sono sovrapposte e la trave ha raggiunto la crisi per raggiungimento dello sforzo normale limite nel corrente compresso.

Anche per il traliccio spaziale sono state costruite delle curve di livello che come le altre possono essere utilizzate sia in fase di progetto che in fase di verifica (fig. 4.35)

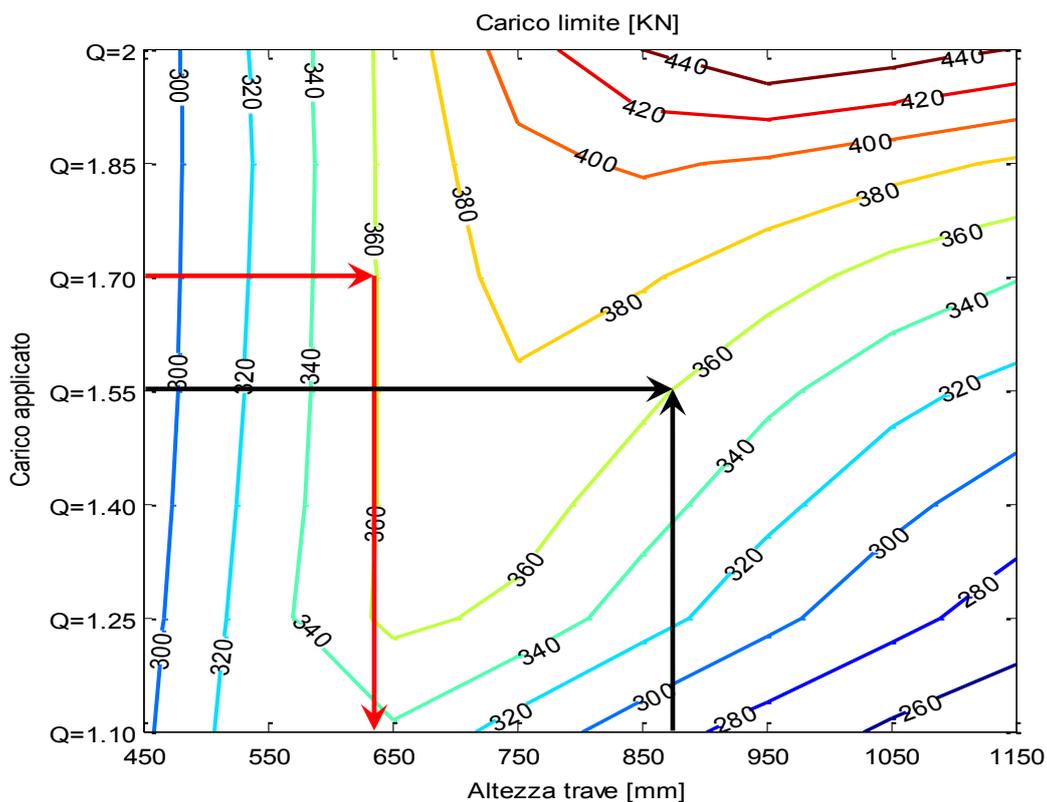


Fig. 4.35: Curve di livello per il traliccio spaziale

Come nel caso precedente, in fase di progetto data l'eccentricità del carico, consentono di valutare l'altezza della trave necessaria per ottenere un certo valore di carico limite (freccie rosse). Supposto un caricamento  $Q=1.70$ , per ottenere un carico limite di 360 kN è necessaria una trave alta 630mm.

In fase di verifica, invece si entra nel grafico con il valore dell'altezza della trave e il tipo di caricamento e si legge il carico limite ottenibile (freccie nere). Una trave alta 870mm caricata con  $Q=1.55$  raggiunge un carico limite di 360 kN.

Dalle curve inoltre si nota che per altezze piccole l'eccentricità del carico non influenza il carico limite, infatti le curve sono pressoché verticali. Se si assume  $H=450$ mm si nota che, con  $Q=1.10$  il carico limite è di 300kN mentre, con  $Q=2$  il carico limite è di 290kN. Diminuendo decisamente l'eccentricità il carico limite è variato di soli 10kN (fig. 4.36).

Viceversa incrementando l'altezza, il carico limite risente maggiormente dell'eccentricità del carico, infatti per  $H=950$ mm passando da  $Q=1.50$  a  $Q=1.85$  il carico limite cresce da 340kN a 400kN (fig. 4.36). Si ottiene un incremento di 60 kN del carico limite imponendo una variazione di eccentricità minore rispetto al caso precedente, in cui l'altezza della trave era più piccola.

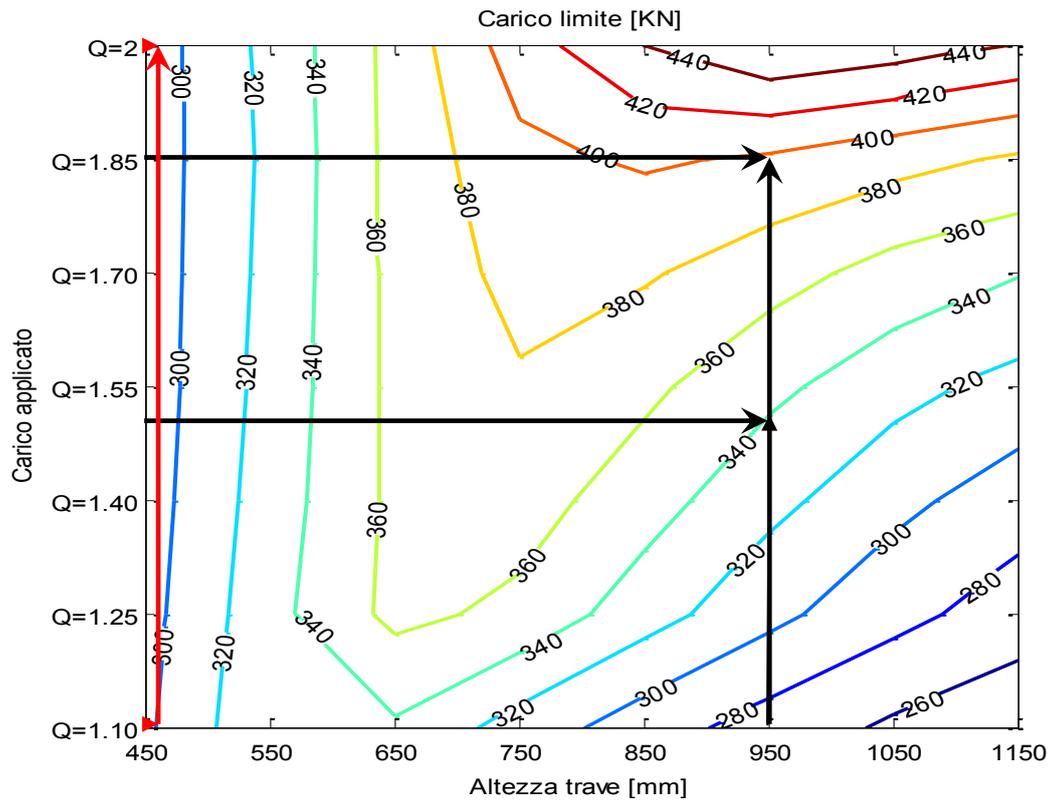


Fig. 4.36: curve di livello evidenziando l'influenza del caricamento