### ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITA' DI BOLOGNA

### Scuola di Ingegneria e Architettura - Sede di Forlì Corso di Laurea in Ingegneria Aerspaziale Classe L-9

Elaborato finale di laurea in Aerodinamica

## Formulazione e messa a punto di una metodologia per il progetto di ventilatori per gallerie del vento con applicazione al "Long-pipe" del laboratorio CICLoPE

Analisi attraverso l'impiego di modelli matematici in Matlab

Candidato: Marco Paesani Relatore: Prof. Alessandro Talamelli

Anno Accademico 2014/2015 Sessione II

#### Sommario

Nell'ottica di un futuro riprogetto, totale o parziale, del ventilatore della galleria del vento del progetto CICLoPE dell'università di Bologna, è stato messo a punto, grazie a modelli matematici di letteratura, un algoritmo per la determinazione della geometria delle pale di un fan. La procedura si basa su ipotesi di incompressibilità e assenza di vortici di estremità ed è in grado di fornire la geometria del ventilatore una volta che sono state fissate: le condizioni richieste nella sezione di test, l'efficienza del tunnel, e alcune proprietà del ventilatore stesso (ad esempio tipologia di profilo aerodinamico e numero di pale). L'algoritmo è in grado di lavorare solamente con la configurazione: ventilatore seguito da profili raddrizzatori, ma è in previsione un'estensione che consentirà di studiare anche la configurazione a fan controrotanti (come quella del CICLoPE). Con questo software sono state progettate numerose soluzioni diverse per studiare il legame tra rendimento e geometria del ventilatore. Inoltre sono stati individuati quei parametri che permettono di ottenere una pala con rastremazione e svergolatura trascurabili, con lo scopo di abbassare i costi del manufatto. In particolare è stato dimostrato come le configurazioni con diametro della *nacelle* grande (superiore al 65%del diametro della sezione di potenza) siano particolarmente adatte a fornire rendimenti alti con la minima complicatezza della pala. Per quanto riguarda l'efficienza aerodinamica del profilo, i test comparativi indicano che questo parametro influisce relativamente poco sul rendimento del macchinario ma modifica profondamente la geometria della pala. Efficienze elevate tendono, secondo lo studio, a richiedere pale estremamente rastremate e poco svergolate; questo porta a preferire l'adozione di profili mediamente efficienti ma dall'ampio intervallo operativo in termini di angolo di attacco.

# Indice

Sc	omma	ario	i
In	$\operatorname{trod}$	uzione	1
1	Teo	rie Utilizzate	<b>5</b>
	1.1	Nomenclatura	5
	1.2	Ipotesi	6
	1.3	Legame tra tunnel e fan	7
<b>2</b>	Me	todologia e Procedure	9
	2.1	Generalità	9
	2.2	Tipologia di analisi	10
	2.3	Modello Matematico	13
	2.4	Metodologia	18
3	$\mathbf{Ris}$	ultati	22
	3.1	Coefficiente di pressione	22
	3.2	Rastremazione e svergolatura	25
	3.3	Efficienza del profilo	27
4	Cor	nclusione	30
	4.1	Interpretazione	30
	4.2	Sviluppi futuri	32
Ri	ferir	nenti bibliografici	35
$\mathbf{A}_{]}$	ppen	dice A	36
$\mathbf{A}_{]}$	ppen	dice B	41

## Introduzione

#### Gallerie del vento

Nelle gallerie del vento (*Wind-Tunnel*) subsoniche, cioè che prevedono un flusso d'aria a velocità inferiori a circa 300m/s, il moto del fluido è garantito da uno o più ventilatori(o *Fan*).

I tunnel possono essere dotati di un ingresso e un'uscita per l'aria oppure essere a "circuito chiuso" (*Closed loop*), come schematizzato in figura (1). In entrambi i casi l'aria tende a perdere energia (più tecnicamente pressione totale) durante il suo moto all'interno della galleria e necessita quindi di una sezione di potenza. Per ottenere un flusso costante il *fan* deve fornire energia pari a quella dissipata dal fluido.



Figura 1: Schemi delle due tipologie di galleria: Open-loop e Closed-loop.

Oltre a fornire il giusto incremento di pressione, al *fan* è richiesto anche il mantenimento della qualità del flusso. Per qualità si intende l'omogeneità delle proprietà del fluido lungo la sezione del tunnel. Un ventilatore non bilanciato potrebbe, ad esempio, accelerare troppo il flusso vicino alla parete esterna e lasciare a bassa velocità la regione centrale, oppure potrebbe generare turbolenze indesiderate. Un sistema di potenza che si adatta bene alle esigenze di un laboratorio dovrebbe essere in grado di fornire un flusso di buona qualità per un certo intervallo di velocità richieste.

#### Sezione di potenza

Quella che viene genericamente sotto il nome di *power-section* (sezione di potenza) può essere organizzata secondo diverse filosofie di progetto. La sezione può essere formata da uno o più macchinari, i quali possono essere disposti in successione oppure uno a fianco all'altro, elaborando ciascuno una parte differente del flusso d'aria, come nell'esempio in figura (2a). Come



(a) Sezione di potenza formata da una matrice di sei ventilatori.



Figura 2: Schemi delle due tipologie di galleria: Open-loop e Closed-loop.

abbiamo già accennato, il ventilatore deve provvedere a fornire energia al fluido ma è richiesta anche uniformità nel flusso in uscita. Per ottenere la qualità richiesta la componente circolare di velocità (moto di *swirl*), prodotta dalla rotazione del *fan*, deve essere rimossa. A questo scopo nascono diverse soluzioni costruttive, le principali configurazioni sono:

- Fan and straightener: ventilatore seguito da profili aerodinamici fissi, detti raddrizzatori (*straightener*), esempio a pagina (9) figura (2.1),
- Counter-rotating fans: due ventilatori controrotanti, il secondo elimina la rotazione del flusso introdotta dal primo, si osservi figura (2b),
- Pre-rotating vanes, fan and straightener: ventilatore dotato di profili aerodinamici fissi sia all'imbocco che all'uscita del rotore.

Oltre a queste più diffuse, altre configurazioni più complicate sono possibili: ad esempio la galleria del laboratorio CICLoPE dell'università di Bologna impiega ventilatori controrotanti con profili statorici sia in ingresso che in uscita, come mostrato in figura (3). Osservando l'immagine si distinguono due gruppi rotorici (in blu scuro): il primo immediatamente a valle dello statore di imbocco, il secondo circa a metà del macchinario seguito dai supporti strutturali del corpo statorico (arancioni) e infine dai raddrizzatori. In questo disegno non sono illustrate le estremità della *nacelle*. In questo studio,



Figura 3: Rappresentazione del segmento di potenza installato nel laboratorio CICLoPE dell'università di Bologna.

prenderemo in considerazione solamente la configurazione più diffusa in assoluto, cioè quella con il ventilatore seguito da statori raddrizzatori. Questa restrizione del campo di analisi ci consente di utilizzare equazioni più semplici ma soprattutto, essendo questo tipo di *fan* il più diffuso, ci permette di sfruttare un più ampio ventaglio di letteratura. Configurazioni più articolate, come quella del CICLOPE, possono comunque essere studiate a partire dal caso più semplice modificando opportunamente solo alcune delle equazioni considerate. Infatti, nonostante la struttura differente del macchinario, esso comunque rispetta buona parte del modello matematico che prenderemo in considerazione. Ovviamente l'ottimizzazione e la ricerca di geometrie ad alto rendimento non può essere banalmente estesa a macchine di tipologia diversa, un'analisi specifica è sempre necessaria.

#### Finalità dello studio

In tutti i percorsi di progettazione, i primi passi consistono in studi di sensibilità: l'obiettivo è ottenere una relazione tra i parametri di progetto del manufatto e le prestazioni che esso raggiunge. Nel caso di ventilatori per gallerie del vento i parametri sono in numero decisamente elevato, ad esempio dimensione del corpo centrale del *fan* o tipo di profilo aerodinamico impiegato.

In questo progetto quindi alla messa punto di una procedura di design è stato affiancato uno studio di sensibilità, mirato a rispondere a esigenze diverse. Lo scopo di studi di questo tipo, che rappresentano spesso un primo approccio alla progettazione vera e propria, è quello di capire in quali particolari focalizzare l'attenzione e investire più risorse. L'utilità di uno studio di sensibilità può essere anche slegata alla progettazione: i risultati di queste analisi potrebbero in alcuni casi suggerire, ad esempio, che per migliorare le prestazioni di un manufatto non sia necessario ridisegnarlo da capo, ma sia sufficiente ad esempio sostituirne solo una parte. In questo studio si vuole analizzare la sensibilità delle prestazioni dei fan al tipo di profilo utilizzato e alla geometria (cioè svergolatura e rastremazione) delle pale. L'interesse riguardo questa particolare analisi nasce per rispondere ad alcune domande di carattere pratico: nell'ambito di un aggiornamento del segmento di potenza di un tunnel, è sempre necessario un riprogettare tutto il macchinario? E conveniente investire in profili aerodinamici molto efficienti o è più vantaggioso adottare pale svergolate?

## Capitolo 1

## Teorie Utilizzate

Per comprendere la dimensione fisica del problema, sono stati presi in considerazione i risultati classici della fluidodinamica, la teoria dello strato limite e i fondamenti di aerodinamica. Tutta questa parte di teoria di base è stata analizzata attraverso il testo "Elements of Fluid Dynamics" [1] (G. Buresti, 2012). Essendo queste conoscenze di tipo basilare, non scenderemo oltre nel dettaglio di queste equazioni e dei risultati classici quali la conservazione della massa e della quantità di moto.

Riguardo allo studio dell'elica, analizzeremo nei capitoli seguenti l'approccio utilizzato. Anticipiamo solamente che ci rifaremo alla schematizzazione classica delle forze aerodinamiche di portanza e resistenza nei due assi: assiale e trasversale (figura (2.3) a pagina 17). In queste due direzioni le forze aerodinamiche rappresentano rispettivamente il tiro e la forza resistente, quest'ultima (moltiplicata il raggio del profilo in analisi) costituisce la coppia da vincere per garantire la rotazione del *fan*.

Per quanto riguarda le notazioni che prenderemo in uso, forniamo nel seguente capitolo una sintesi dei simboli usati e dei loro significati.

### 1.1 Nomenclatura

Per agevolare la lettura, forniamo subito la nomenclatura dei parametri che più utilizzeremo sotto forma di tabella. Ulteriori dettagli saranno forniti mano a mano che queste grandezze verranno citate.

- Er Energy Ratio, è una misura dell'efficienza del tunnel
- u Componente assiale della velocità
- v Componente circolare della velocità
- $\Omega$  Velocità di rotazione del fan
- $\lambda$  Coefficiente di flusso, definito:  $\lambda = u/\Omega r$
- $\epsilon$  Coefficiente di *swirl*, definito:  $\epsilon = v/u$
- $q_i$  pressione dinamica di una generica sezione i-esima
- fs Pedice che indica grandezze riferite al sistema fan-straightener
- t Pedice dedicato alle grandezze della test-section
- $\tau$  Angolo di swirl: è l'angolo tra la velocità e la direzione assiale
- N Numero di pale del fan o straightener, a seconda del pedice: f o s
- c Corda del profilo aerodinamico
- $\alpha$  Angolo di attacco di un profilo
- $\beta$  Angolo di calettamento di un profilo
- $\phi$  Angolo di afflusso o *inflow angle* (direzione provenienza del flusso)
- ho Densità dell'aria
- $\eta$  Rendimento della sez. di potenza
- T Thrust (Tiro), è la comp. assiale della forza esercitata sul fluido
- G Indica la Torque (Coppia), consiste nella coppia richiesta al motore
- $K_{it}$  Perdita di carico adimensionalizzata della sezione i-esima
- *Re* Numero di Reynolds,  $Re = (\rho c)/\mu$
- $K_i$  Coefficiente di incremento di pressione ideale; non tiene conto delle perdite sul macchinario stesso

### 1.2 Ipotesi

Al fine studiare il funzionamento dei ventilatori è stata utilizzato il modello proposto in "Low-Speed wind-tunnel testing" [2] (Barlow, Rae e Pope, 1999). Il testo fornisce un'accurata analisi degli aspetti energetici della sezione di potenza sotto alcune ipotesi:

- flusso incomprimibile: questa ipotesi è necessaria per trascurare gli effetti di comprimibilità dovuti alle alte velocità del fluido. Supporre il fluido incomprimibile comporta notevoli semplificazioni alle equazioni dei fluidi; dall'altro lato limita la generalità dello studio ai casi dove il numero di Mach non superi il valore di 0.3 circa. Oltre questo valore assumere questa ipotesi genera errori crescenti.
- funzionamento stazionario: eliminare la dipendenza del tempo non solo semplifica le espressioni ma permette di utilizzare equazioni di equilibrio che non sarebbero verificate durante i transitori. Ad esempio il

bilancio tra i momenti che ostacolano la rotazione del fan e il momento fornito dal motore.

- perdite di estremità trascurabili: il flusso vicino alle estremità è indotto, a causa della differenza di pressione tra dorso e ventre della pala, ad aggirare l'ostacolo della pala e passare tra l'estremità e il condotto. Ovviamente questo fenomeno è indesiderato e abbassa l'efficienza complessiva del macchinario.
- vortice libero: presuppone velocità radiali nulle e quindi introduce una relazione di bilancio fra gradiente di pressione radiale e forze centrifughe.

#### 1.3 Legame tra tunnel e fan

Il funzionamento del *fan* è ovviamente funzione del regime di velocità richiesto per un dato esperimento nella galleria del vento. Si deve però sottolineare che anche scelte di carattere costruttivo, e non operativo, condizionano il funzionamento e la tipologia del *fan* impiegato; ecco quali sono.

Durante la progettazione di un tunnel, il ventilatore è legato alla struttura da una serie di decisioni, che possono essere influenzate da: potenze richieste, velocità del flusso desiderata, spazio disponibile all'interno dei laboratori, fondi disponibili, massimo rumore ammesso nella sezione di test, e altre ancora. Non solo: in base a dove è collocato lungo il circuito, il ventilatore avrà in ingresso un flusso più o meno uniforme e a diverse velocità.

In questa analisi introduciamo l'ulteriore semplificazione di assumere perfettamente omogeneo il flusso che arriva all'imbocco della sezione di potenza.

In definitiva nello studiare il *fan* considereremo quest'ultimo funzione solo di due parametri del tunnel: l'*Energy ratio* e la velocità del flusso che arriva al ventilatore.

• l'*Energy Ratio* del tunnel è l'inverso della somma delle perdite di carico di tutte le sezioni (eccetto quella di potenza), adimensionalizzate dividendo per la pressione dinamica della sezione di test  $(q_t)$ .

Se il tunnel è diviso in n sezioni,  $K_{it}$  sarà il coefficiente adimensionale di perdita della i-esima sezione (la t indica, come abbiamo già sottolineato, che è stato adimensionalizzato in riferimento alla *test-section*).

$$Er = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} K_{it}}$$
(1.1)

Si sottolinea che nella sommatoria dei coefficienti di perdita, la sezione del ventilatore non è mai considerata. Noto l'Er sarà quindi sufficiente

renderlo dimensionale (note la densità e le velocità desiderate nella zona di test) per ottenere l'inverso della somma delle perdite totali di tutto il tunnel, senza considerare le perdite della sezione di potenza. In condizioni stazionarie è evidente che queste perdite saranno necessariamente sopperite dal ventilatore, indicato con fs.

Per comodità, anche se sono noti l'*Energy ratio* e  $q_t$ , non si lavora con l'effettivo incremento di pressione richiesto ma si continua a ragionare in termini adimensionali. Pertanto invece che calcolare l'incremento di pressione necessario nella sezione di potenza, si utilizza il rispettivo coefficiente, adimensionalizzato con la pressione dinamica della *fan*section stessa.

$$Er = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} K_{it}}$$
 (1.2)

$$K_{fs} = \frac{q_t}{q_f} \frac{1}{Er} \tag{1.3}$$

• Per quanto riguarda la velocità richiesta nella sezione di test è immediato ricavare che, sotto le ipotesi di flusso incompressibile e imponendo la legge di continuità, possiamo scrivere la portata in massa:

$$\dot{m} = \rho u_t A_t = \rho u_{fs} A_{fs} \tag{1.4}$$

Dove  $A_{fs}$  indica l'area di passaggio (di forma anulare) del flusso attraverso il ventilatore (figura (2.1) a pag. 9), cioè l'area della sezione di potenza diminuita dell'area della *nacelle*:  $A_{fs} = A_f - A_{nacelle}$ . Dall'equazione sopra è immediato ottenere:

$$u_{fs} = \frac{A_t}{A_{fs}} u_t \tag{1.5}$$

Con quest'ultima equazione abbiamo esplicitato la dipendenza della velocità sul fan da quella nella sezione di test.

É importante notare che mentre l'*Energy Ratio* dipende esclusivamente dal tunnel, al contrario la velocità che impatta sul ventilatore è funzione sia delle esigenze della *test-section* del tunnel  $(A_t)$  che del diametro della *nacelle*, cioè una caratteristica del *fan* stesso.

## Capitolo 2

# Metodologia e Procedure

### 2.1 Generalità

Prima di presentare le equazioni che sono state considerate, viene proposta una rappresentazione di un sistema ventilatore con raddrizzatori. Infatti da qui in avanti si farà rifermento sempre ad una configurazione di questo tipo.



Figura 2.1: Segmento di potenza in configurazione: Fan-straightener.

Nella figura (2.1) osserviamo:

- 1. Ogiva frontale,
- 2. Piano trasversale che attraversa il flusso prima di arrivare nel fan ,
- 3. Piano trasversale compreso tra ventilatore e raddrizzatori,

- 4. Motore ospitato entro la nacelle,
- 5. Profili raddrizzatori,
- 6. Piano trasversale posto tra lo *straightener* e il tratto divergente del condotto,
- 7. Parte terminale affusolata, costituisce un divergente per il fluido in uscita dal sistema *fan-straightener*.

### 2.2 Tipologia di analisi

Per la natura stessa del funzionamento di questi macchinari, non è disponibile una relazione analitica che leghi l'efficienza del ventilatore a un singolo fattore, questa è infatti funzione di diverse grandezze che rendono non banale lo studio di sensibilità.

Sarebbe allora utile conoscere le prestazioni di diversi ventilatori e utilizzare questi dati come input per l'equazione che ci permette di ottenere il rendimento del ventilatore. In questo modo potremmo cambiare la geometria del *fan* di un solo parametro (ad esempio la svergolatura) e vedere come varia il suo rendimento in un certo punto di funzionamento.

Purtroppo tutti i testi che sono stati considerati e che citeremo nei paragrafi seguenti non propongono un'analisi delle prestazioni di un ventilatore di geometria data. La letteratura tende a fornire dati, linee guida e know-how esclusivamente per la soluzione del problema inverso: ottenere la geometria adatta per fornire certe prestazioni. La letteratura non studia il problema diretto per diverse ragioni, tra cui principalmente:

- Costo computazionale,
- Complicatezza dei modelli matematici,
- Incerto raggiungimento delle precisioni desiderate.

Inoltre va sottolineato che la soluzione del problema diretto è anche operativamente poco applicata. Infatti solitamente vengono progettati *fan* grazie a modelli matematici (e con l'aiuto del *know-how* dell'azienda) che ne descrivono la geometria e adatta. Successivamente si raccolgono dati sperimentali riguardo alle effettive prestazioni raggiunte e viene fatta un'ottimizzazione.

L'unica espressione diretta che possiamo scrivere lega il rendimento del ventilatore  $(\eta_f)$  a più parametri:

- Rapporto  $\frac{c_l}{c_d}$ , cioè l'efficienza aerodinamica e quindi, se vogliamo, la qualità del profilo utilizzato.
- Coefficiente di flusso:  $\lambda = u/\Omega r$ , osservando la definizione di questo parametro si osserva che esso cala con il raggio. Di conseguenza anche il rendimento del *fan* non avrà un valore costante lungo r.
- Coefficiente di incremento di pressione richiesto alla sezione di potenza:  $K_{fs}$ , che dipende dall'efficienza del tunnel e dal rapporto delle aree di passaggio del fluido in *test* e *fan section*.
- Efficienza totale del sistema fan-straightener  $\eta_{fs}$ , questa può essere fissata ad un valore statistico in base alla tipologia del ventilatore oppure (aumentando notevolmente la complicatezza dell'analisi) può essere espressa in funzione delle perdite di carico sullo statore  $k_s$  e di  $\eta_f$ . Quest'ultimo approccio richiederà necessariamente un processo di risoluzione iterativo.

Presentiamo qui l'equazione di cui fin'ora abbiamo discusso per iniziare a trarne le prime osservazioni, lasciamo ai prossimi capitoli il compito di trarre conclusioni da questa espressione. Per avere chiarimenti su come è stata ricavata si può consultare l'appendice A. Questa appendice contiene tutti i dettagli matematici ai quali non è stato dato spazio nei principali capitoli.

$$\eta_f = \lambda \frac{c_l/c_d - \lambda + \frac{K_{fs}\lambda}{4\eta_{fs}} (1 - \frac{K_{fs}\lambda^2}{4\eta_{fs}})}{(c_l/c_d)\lambda + 1 - \frac{K_{fs}\lambda^2}{4\eta_{fs}}}$$
(2.1)

L'equazione può essere rappresentata fissando alcuni parametri, nel grafico in figura (2.2) è stato posto  $K_{fs} = 2$  e  $\eta_{fs} = 1$ . Quest'ultima implica una condizione ideale di funzionamento della macchina nel suo insieme (ventilatore e raddrizzatore) ma consiste solo in un valore indicativo (valori tipici sono intorno alla fascia 75-95%). Il risultato quindi è comunque utile per osservare il generico andamento del rendimento in funzione degli altri parametri.

Senza scendere troppo nel dettaglio, nel quale ci dilungheremo nel capitolo dedicato all'esposizione dei risultati ottenuti, anticipiamo che (nonostante l'apparenza) le curve non presentano massimo per  $\lambda = 1$ . La posizione dei massimi infatti non è costante ma dipende anch'essa da alcuni fattori che verranno discussi.

Quello su cui si vuole focalizzare l'attenzione è il fatto che  $\lambda$  è funzione del raggio, della velocità di rotazione e della velocità in ingresso sul ventilatore. La velocità all'imbocco del *fan* a sua volta è funzione del diametro



Figura 2.2: Grafico  $\eta_f$  in funzione di  $\lambda$  per diversi valori di efficienza del profilo.

della *nacelle* del macchinario (come avevamo illustrato nei paragrafi precedenti). In altre parole non è immediato capire che valori di rendimento si possono ottenere dato il profilo aerodinamico. Quindi è utile raccogliere dati riguardanti diversi ventilatori, realizzati non solo con pale ma anche con diametro del corpo centrale differente, per osservare come questi macchinari si posizionano sui punti del grafico di rendimento.

Seguendo le linee proposte dalla letteratura, è stato realizzato un programma in ambiente Matlab che fornisce la geometria adatta della pala per un sistema di potenza in configurazione rotore seguito da raddrizzatori. Il programma, non fornisce solo la geometria (corda e angolo di calettamento), ma anche il rendimento e una serie di parametri del flusso in funzione del raggio della pala. Maggiori dettagli, e buona parte del codice in ambiente Matlab che è stato realizzato, sono disponibili nell'appendice B.

La sensibilità del ventilatore ai diversi parametri è stata effettuata quindi sia in maniera diretta studiando il modello che descrive  $\eta_f$  (grafico in figura (2.2)), sia a ritroso: osservando cioè in che punti di rendimento i ventilatori si posizionano al variare della loro geometria (o, ad esempio, al variare delle condizioni fornite dal tunnel).

### 2.3 Modello Matematico

Prima di procedere con l'analisi dei risultati ed esporre le conclusioni che sono state tratte da questo studio, si vuole prima mettere in chiaro alcuni aspetti (e i limiti) del modello matematico grazie al quale abbiamo potuto effettuare lo studio.

I limiti di validità e applicabilità del modello sono quelli che sono stati introdotti dalle ipotesi nei capitoli precedenti. Alcune di queste possono risultare forti, come quella di incomprimibilità; avremmo potuto considerare ad esempio correzioni di Prandtl-Glauert per ottenere risultati più precisi a numeri di Mach elevati, ma questo va oltre gli scopi di questa analisi. Le considerazioni e i risultati che cerchiamo sono quindi indicativi e non possono sostituire i dati sperimentali su cui si basa lo studio delle performance di questo tipo di macchinari. Questo non toglie il fatto che non possiamo ricavare legami qualitativi tra parametri e rendimenti o ottenere indicazioni riguardo alle prestazioni di certe configurazioni.

Riportiamo di seguito la procedura che abbiamo seguito per ricavare la geometria adatta a fornire certe prestazioni per un tunnel dato; queste linee guida sono proposte dal Pope [2] come esempio di metodologia per la progettazione di ventilatori. Le equazioni che sono state utilizzate sono numerose e sicuramente non banali, qui di seguito ne verrà data una sintetica spiegazione. Si lascia all'appendice A (che ricava passo passo tutte le equazioni utilizzate in questa analisi) il compito di chiarificare l'origine di queste espressioni.

#### Parametri di Input

Per ottenere la geometria del ventilatore, alcuni parametri devono essere ovviamente fissati; questi costituiscono l'input della procedura:

Er	Energy Ratio, è una misura dell'efficienza del tunnel
$A_t$	Area della sezione di test
$u_t$	Velocità richiesta nella sezione di test
$D_f$	Diametro della sezione del tunnel dove verrà installato il ventilatore
$D_n$	Diametro della <i>nacelle</i> del <i>fan</i>
$N_f$	Numero di pale del ventilatore
$N_s$	Numero di pale dei profili raddrizzatori $(straightener)$
$c_l/c_d$	Efficienza del profilo aerodinamico prevista
$\left(\frac{t}{c}\right)_s$	Rapporto spessore/corda alle estremità dei profili dello statore
$\eta_{fs}$	Target di efficienza complessivo del macchinario $(fan+straightener)$
$\rho$	Densità dell'aria prevista nel tunnel (dipende dalla quota del tunnel
	e dalla temperatura richiesta per gli esperimenti)

#### Procedura

Step 0. Note immediatamente le aree della *test-section* e quella di passaggio del flusso (paragrafo 1.3) possiamo subito ricavare la velocità che impatta sul ventilatore dall'equazione (1.5)(Pag.8). Ora che è nota  $u_{fs}$  è immediato ricavare dalla (1.3) il coefficiente di incremento di pressione. Questo è il  $\Delta p$ ,in forma adimensionale,che il ventilatore deve fornire per sopperire alle perdite di carico del tunnel. Abbiamo già detto che questo coefficiente non considera le perdite che hanno luogo sulla sezione di potenza stessa, quindi è logico che il  $\Delta p$  che si deve generare è in realtà maggiore! Una parte di questo andrà appunto perduto nel passaggio del fluido attraverso il ventilatore e i raddrizzatori. Il rendimento del macchinario  $\eta_{fs}$  tiene proprio conto di questo fatto, otteniamo quindi il coefficiente di incremento di pressione ideale, dividendo per il rendimento il  $K_{fs}$  ottenuto dalla equazione (1.3)(Pag.8).

$$K_{id} = \frac{K_{fs}}{\eta_{fs}} = \frac{1}{\eta_{fs}} \frac{q_t}{q_f} \frac{1}{Er}$$
(2.2)

Step 1. Dai dati forniti sul rapporto spessore/corda dei profili raddrizzatori, possiamo ricavare con una legge, frutto di dati empirici, le perdite di carico che si verificano sullo statore. La seguente equazione è stata ottenuta per profili simmetrici NACA a quattro cifre.

$$k_s = 0.045 \left(\frac{t}{c}\right)_s + 0.003$$
 (2.3)

Note le perdite, possiamo ricavare il rendimento dello statore, per come sono stati definiti i rendimenti del macchinario si noti che è valida la scrittura:  $\eta_{fs} = \eta_f - \eta_s$ . Dalla seguente ricaviamo il rendimento dello statore:

$$\eta_s = \frac{\eta_{fs} k_s}{K_{fs}} \tag{2.4}$$

Dalla considerazione precedente, possiamo ricavare anche  $\eta_f$ , si noti che il rapporto spessore/corda degli statori non è costante con il raggio e di conseguenza anche i rendimenti. Calcolare almeno il valore del rendimento del ventilatore al tip è utile per i prossimi passaggi.

**Step 2.** Se supponiamo di far lavorare il profilo all'efficienza prevista (all'estremo della pala), possiamo ricavare il coefficiente di flusso  $\lambda$  (anche questo all'estremità). Questo coefficiente abbiamo già detto essere inversamente proporzionale al raggio, quindi una volta calcolato al tip possiamo ricavarlo per tutti i punti della pala.

$$\lambda = \frac{\eta_f}{(1 - \eta_f)\frac{c_l}{c_d}} + \left[\frac{1 - (1 + \eta_{fs})(K_{fs}/4\eta_{fs})}{1 - \eta_f}\right]\lambda^2 + \left[\frac{(K_{fs}/4\eta_{fs})^2}{(1 - \eta_f)(c_l/c_d)}\right]\lambda^4$$
(2.5)

Questa espressione è stata ricavata da opportuni artifici matematici: combinando tra loro le espressioni del coefficiente di *swirl* e della coppia impressa; coincide con l'equazione (2.1) risolta per  $\lambda$ . Ulteriori dettagli sono disponibili nell'appendice A.

**Step 3.** Riportiamo l'espressione che definisce il coefficiente di flusso  $\lambda$ , in particolare mettiamo in evidenza  $\Omega$ . Ricavato  $\lambda$  per via iterativa dall'equazione precedente si ottiene la velocità di rotazione:

$$\Omega = \frac{2u}{\lambda D_f} \tag{2.6}$$

Nota questa, possiamo ricavare il modulo della velocità relativa tra aria ed estremità palare. Questa è ottenuta combinando la componente assiale u e quella circonferenziale pari a  $\Omega R$ .

**Step 4.** Dalla definizione di rendimento del sistema *fan-straightener* (Si rimanda ancora all'appendice A) si può ricavare un'equazione che lega il coefficiente di *swirl* ad altre grandezze note:

$$\epsilon = \frac{\lambda K_{fs}}{2\eta_{fs}} \tag{2.7}$$

Avendo supposto l'assenza di velocità radiali,  $\tau$  (che è l'angolo tra il vettore velocità e la direzione assiale) coincide con l'arcotangente di  $\epsilon$ . Si noti che nel caso in cui i profili statorici siano calettati in direzione assiale,  $\tau$  coincide con l'angolo d'attacco degli statori.

Nel caso in cui l'angolo di calettamento  $\psi$  sia non nullo, è sufficiente sottrarlo a  $\tau$  per ricavare l'angolo di attacco  $\alpha_s$ .

$$\alpha_s = \tau - \psi = \arctan(\epsilon) - \psi \tag{2.8}$$

Si dovrà verificare a posteriori che il valore di  $\alpha_s$  ottenuto non sia maggiore dell'angolo di stallo degli statori.

**Step 5.** Per definire la geometria degli statori, è stata ipotizzata una pala a spessore costante con corda variabile in funzione del raggio, secondo la legge:

$$c_s = \frac{2\pi r}{N_s} \tag{2.9}$$

Imponendo il rapporto spessore-corda all'estremità che avevamo introdotto nel paragrafo degli input, possiamo ricavare tutti gli altri valori di  $c_s$  lungo il raggio. Essendo lo spessore degli statori  $t_s$  costante, possiamo ricavare il rapporto  $t_s/c_s$  e ricavare dall'equazione (2.3)(pag.14) le perdite in funzione del raggio e quindi dalla (2.4) l'efficienza dello statore lungo r.

**Step 6.** Ora che sono è nota l'efficienza dello *straightener* al variare del raggio, possiamo ricavare anche i relativi valori del rendimento del *fan*.

$$\eta_f = \eta_{fs} + \eta_s \tag{2.10}$$

- Step 7. Possiamo risolvere per  $c_l/c_d$  l'equazione (2.1) per tutti i valori del raggio, così facendo possiamo osservare come lavorano i profili della pala lungo r.
- Step 8. Usando la seguente equazione ricaviamo  $\phi$  (ancora una volta: per tutti i punti di controllo lungo il raggio), l'*inflow angle*, cioè l'angolo tra il vettore della velocità relativa alla pala e la direzione assiale. In altre parole,  $\phi$  è l'angolo con il quale arriva la velocità sulla pala nel sistema di riferimento della pala stessa, quindi se  $\beta$  è l'angolo di calettamento locale del profilo, varrà  $\beta = \alpha + \phi$  (con  $\alpha$  pari all'angolo di attacco), si osservi figura (2.3).

$$\tan(\phi) = \frac{\lambda}{1 - (1/2)\epsilon\lambda} \tag{2.11}$$

Step 9. Ora è possibile ricavare un valore indicativo della corda. Osservando la figura (2.3), il tiro (*Thrust*) in generale risulterà essere:  $T = L\cos(\phi) - D\sin(\phi)$ , omettendo il termine seno otteniamo una forma semplificata. Si può facilmente intuire che il coefficiente adimensionale del tiro  $C_T$  sarà ottenuto sostituendo la forza *Lift* con il suo relativo coefficiente  $c_l$ . Otteniamo infine:  $C_T = c_l \cos(\phi)$ .

Scegliendo un valore del coefficiente di portanza per il profilo all'estremità della pala, coerente con il valore di efficienza precedentemente scelto, il  $C_T$  è noto. Dalla seguente equazione ricaviamo infine i valori indicativi della corda al variare del raggio:

$$c = \frac{\sin^2(\phi)\pi(2r)(K_{fs} + k_s - \epsilon^2)}{NC_t}$$
(2.12)

**Step 10.** Nota la corda, possiamo ricavare il numero di Reynolds per ogni punto di controllo della pala. In generale Re resta piuttosto costante,



Figura 2.3: Scomposizione delle forze aerodinamiche Lift e Drag

con variazioni sotto il 10% intorno a valori tipici dell'ordine di 1*e*6. Inoltre le approssimazioni che abbiamo introdotto per ricavare Re influiscono poco: infatti le prestazioni di un profilo sono piuttosto costanti rispetto a variazioni del numero di Reynolds così piccole. Non devono ingannare grafici come quello riportato in figura (2.4): sono mostrate le curve  $C_l/\alpha$  di un profilo NACA con spessore al 12% e 2% di camber, entrambi al 30% della corda. Tra le due curve l'unica differenza



Figura 2.4: Esempio di variazione del Cl su un profilo NACA-m12

è il numero di Reynolds alla quale è stato effettuato il test: 0.5e6 e 1e6. Nonostante i due valori di Re siano piuttosto diversi, nella zona di utilizzo tipica (cioè intorno ai  $-3^{\circ}/+7^{\circ}$ ) le curve sono praticamente indistinguibili. In realtà il rendimento è sensibile a variazioni di Re così importanti! Quindi è opportuno ricavare l'intervallo di numeri di Reynolds raggiunti lungo la pala e utilizzare il grafico disponibile, riferito al *Re* più vicino possibile ai dati ottenuti.

Step 11. Ottenuto il numero di Reynolds al variare del raggio, e avendo calcolato il rapporto  $c_l/c_d$  nello Step 7, possiamo utilizzare il grafico  $(c_l/c_d)/\alpha$  (efficienza aerodinamica in funzione dell'angolo di attacco) del profilo che abbiamo scelto per ottenere l'angolo  $\alpha$ . Come abbiamo già detto, il numero di Reynolds è necessario nel caso in cui abbiamo a disposizione molte curve relative al profilo in funzione di Re e siamo nella situazione di dover scegliere quale delle curve utilizzare. A questo proposito abbiamo già accennato al fatto che le curve di efficienza possono essere sensibili in maniera importante a Re.

Noto  $\alpha$ , possiamo ricavare valori più precisi dei coefficienti cl e cd sfruttando la conoscenza dell'angolo di attacco e i grafici  $c_l/\alpha e c_d/\alpha$  del profilo utilizzato per il ventilatore.

- **Step 12.** Richiamiamo la relazione di cui avevamo parlato nello Step 8:  $\beta = \alpha + \phi$ , da cui possiamo ricavare l'angolo di calettamento al variare del raggio. Infatti l'angolo di attacco ottenuto nello Step precedente non è costante lungo la lunghezza della pala.
- **Step 13.** Con i nuovi valori di cl e cd ottenuti al passo 11, possiamo riscrivere il coefficiente di tiro, di cui avevamo parlato nello Step 9. Ora che conosciamo entrambi i coefficienti non c'è più ragione di omettere il termine seno, ottenendo così con accuratezza maggiore il valore di  $C_T$ . Con questo possiamo tornare nell'equazione (2.12) e ricavare la corda.

### 2.4 Metodologia

Come abbiamo già anticipato, il modello matematico appena descritto è stato implementato in ambiente Matlab. Anche una funzione in grado di rappresentare l'equazione (2.1)(Pag.11), che descrive il parametro  $\eta_f$ , è stata elaborata nello stesso codice con lo scopo di osservare come cambiano i grafici di rendimento al variare dei parametri che compaiono nell'equazione. I codici, opportunamente commentati, sono presenti per esteso nell'appendice B. Qui presentiamo un esempio di quello che è il risultato del principale programma in Matlab che è stato realizzato:

Input				Va	alore	Unità	di misura	
Area Test-Section Velocità Test-Section					.40 3.00	$ft^2$ ft/sec	$\begin{array}{c} ft^2\\ ft/sec \end{array}$	
Energy Ratio				5.0 19	. 00 JU	f t		
Diametro Fan				13.00		] [ f+		
Numero di Pale				7.80(00%) 12		Ji		
Numero di Pale (1	raddrizza	tore)		$\frac{12}{7}$				
Efficienza target r	orofili al 1	tip (Fan)		45.00				
Target di efficienz	a totale			0.9	93			
Output				Valore		Unità	Unità di misura	
Coeff. di incremen	nto pressi	ione Fan-	Stra	0.4	4537			
Coeff. ideale di in	cremento	pressior	ne	0.4	0.4878			
Coeff. perdite sta	tori			0.0172				
Efficienza Fan (al	tip)			0.9	9472			
Coeff. di flusso $\lambda$ (	al tip)			0.4700				
Giri al minuto rot	ore			587.28		$\operatorname{rpm}$	rpm	
Velocità estremità	pala			399.75		ft/sec	ft/sec	
Swirl Coeff. al tip	$\epsilon \ (\epsilon \ minir$	no)		0.	1146			
Angolo di swirl al tip ( $ au$ minimo)					5406	gradi		
Swirl Coeff. alla radice ( $\epsilon$ massimo)				0.	1910	_		
Angolo di swirl alla radice ( $\tau$ massimo)				10	.818	gradi		
Numero di Mach al tip				0.3	3956			
Posizione radiale	0.60	0.68	0.76		0.84	0.92	1.00	
Ks	0.0120	0.0109	0.010	)1	0.0094	0.0089	0.0084	
$\eta$ Fan	0.9546	0.9524	0.950	)7	0.9493	0.9482	0.9472	
$\lambda$	0.7834	0.6912	0.618	35	0.5596	0.5109	0.4700	
$\mathrm{Cl}/\mathrm{Cd}$	40.13	40.13	40.82	2	41.94	43.36	45.00	
$\phi$	40.25	36.27	32.97	7	30.18	27.82	25.78	
$\epsilon$	0.1911	0.1686	0.150	)9	0.1365	0.1246	0.1147	
$\mathrm{dTc}/\mathrm{dx}$	0.5150	0.5933	0.670	)4	0.7468	0.8226	0.8979	
Cl appross.	0.5017	0.5017	0.51(	)3	0.5244	0.5421	0.5625	
CT	0.3829	0.4045	0.428	31	0.4532	0.4795	0.5065	
C appross.	0.955	0.873	0.789	)	0.709	0.635	0.570	
${ m Re}({ m e}{+}06)$	2.1414	2.1234	2.073	32	2.0060	1.9310	1.8536	
Cl	0.5634	0.5634	0.570	)3	0.5820	0.5974	0.6159	
Cd	0.0137	0.0137	0.013	36	0.0135	0.0134	0.0133	
eta	40.17	36.19	32.96	5	30.32	28.12	26.29	
Corda	0.869	0.792	0.717	7	0.647	0.584	0.526	



Figura 2.5: I puntini evidenziati indicano i valori di rendimento raggiunti dal ventilatore in confronto alle curve ottenute con Cl/Cd analoghi a quelli usati nel grafico in figura (2.2)(Pag.12) ossia: 100, 80, 60, 40 e 20 dall'alto verso il basso.

Prima di fare chiarezza sulla parte Output dei dati riportati, richiamiamo all'attenzione il fatto che nella tabella non sono stati esplicitati tre input. In particolare mancano le tre funzioni che sono state utilizzate nello step 11 per ricavare  $\alpha$  noto  $c_l/c_d$  e successivamente ricavare  $c_l$  e  $c_d$  noto  $\alpha$ . Anche se non sono dei parametri, e quindi non possiamo inserirli in una tabella, queste funzioni sono a tutti gli effetti degli input perché dobbiamo impostarle prima di avviare il codice. Queste funzioni dipendono da Reynolds e dovremo quindi sceglierle supponendo (o simulando separatamente) il valore di Re raggiunto.

Oltre a osservare i dati in input, dei quali avevamo già parlato, analizziamo con interesse la parte di output che fornisce informazioni lungo il raggio. Il primo, posizione radiale, indica a che punto del raggio (in percentuale) si riferiscono i dati delle righe seguenti; si noti che l'indicatore parte da 0,6 perché negli input è stato inserito un diametro della *nacelle* di 7,8*ft* che rappresenta proprio il 60% del diametro del *fan*.

Nella terza riga troviamo il parametro che più ci interessa, il rendimento del ventilatore; il fatto che questo cala con il raggio è dovuto all'imposizione di ottenere un incremento di pressione uniforme su tutta la sezione; tuttavia i diametri più esterni (sia statorici che rotorici) sono soggetti alle più alte velocità relative con l'aria. Considerando che le perdite di carico sono legate al quadrato della velocità, le perdite di carico ai diametri esterni saranno in assoluto le più alte. Detto ciò, non deve creare confusione la quinta riga: l'efficienza aerodinamica dei profili  $(c_l/c_d)$  aumenta verso l'estremità, tuttavia questo rapporto non è legato linearmente all'efficienza del fan. Si ricorda infatti che il tiro (cioè l'effetto utile) e la coppia richiesta all'albero per la rotazione del *Fan* hanno la seguente espressione:

$$\begin{cases} T = L\cos(\phi) - D\sin(\phi) \\ M = R(L\sin(\phi) + D\cos(\phi)) \end{cases}$$
(2.13)

Con L e D sono state ovviamente indicate le forze aerodinamiche Lift e Drag, come illustrato in figura (2.3).

Nelle righe successive della tabella troviamo parametri legati alla geometria del ventilatore che è stato generato del programma per rispondere agli input impostati dall'utente. Possiamo osservare nelle ultime due righe la pesante rastremazione e lo svergolamento che il ventilatore presenta. Sottolineiamo che con le informazioni contenute in queste due righe è già possibile realizzare un modello CAD del ventilatore proposto dal software per testarne le caratteristiche o costruendo un modello in scala o simulando il *fan* attraverso l'uso del calcolatore. Questo conclude lo scopo puramente progettuale del programma realizzato di definire la geometria della pala per date condizioni di utilizzo.

Per concludere l'analisi di questo esempio di Output, osserviamo il grafico riportato in figura (2.5). I pallini evidenziati indicano i punti di rendimento, il coeff.  $\lambda$  e l'efficienza locale del profilo. Le curve continue, come nel grafico in figura (2.2) mostrano, dal basso verso l'alto, il rendimento al variare di  $\lambda$ per efficienze locali del profilo di 20, 40, 60, 80 e 100.

In conclusione i metodi che abbiamo utilizzato per studiare il rendimento del ventilatore sono fondamentalmente due:

- **Analisi indiretta:** modificare i parametri di input del software appena illustrato e osservare dove si posizionano, sul grafico finale, i rendimenti ottenuti.
- Analisi diretta dell'equazione: osservare come varia il grafico in figura (2.2) modificando i parametri che compaiono nell'equazione (2.1).

## Capitolo 3

## Risultati

### 3.1 Coefficiente di pressione

Vista la disponibilità dell'equazione (2.1) che, seppur contenendo numerose variabili, descrive l'andamento del rendimento, per prima cosa sono stati realizzati alcuni grafici di questa espressione. Per il grafico in figura (3.1) è stato impostato il rendimento di riferimento  $\eta_{fs}$  al valore unitario, questo parametro regola solamente la "quota" a cui tendono le curve a stessa efficienza aerodinamica (iso-E). Ad ogni modo, il grafico non varia molto in funzione di questo parametro il quale, comunque, si posiziona nei casi reali attorno al valore 85%.

All'aumentare del coefficiente di pressione, cioè l'incremento di pressione adimensionale che il ventilatore deve fornire, si può osservare che le curve iso-E presentano un picco sempre più pronunciato, abbandonando la forma a massimo piatto, figura (3.1). Per quanto riguarda il valore assoluto dei massimi delle curve iso-E, essi si discostano pochissimo variando  $K_{fs}$ , inoltre sono tutti posizionati all'incirca intorno al valore di  $\lambda$  unitario.

I quattro grafici sono stati ottenuti facendo variare il coefficiente  $K_{fs}$ nel suo range tipico: da 0.25 fino a 2.5. Con riferimento all'equazione (1.3)  $(K_{fs} = \frac{q_t}{q_f} \frac{1}{E_r})$  e all'ipotesi di incomprimibilità, evidenziamo il fatto che questo parametro è solo funzione della geometria della galleria del vento e della dimensione della *nacelle*. Infatti, a pari densità, le pressioni dinamiche nelle sezioni di test e di potenza possono differire solo per la velocità che, per la conservazione della massa, dipende solo dall'area della sezioni.

Dopo aver visto come variano le iso-E in funzione di  $K_{fs}$ , è stato effettuato un test comparativo variando questo parametro rispetto all'esempio riportato da Pope [2] che abbiamo presentato nel capitolo precedente. In realtà nell'input del programma compare l'*Energy ratio* (ER) che, come abbiamo



Figura 3.1: Diversi grafici di rendimento ottenuti, a partire dal primo in alto a sinistra, per K pari a 0.25, 1, 1.75 e 2.50

appena visto, modifica di conseguenza il  $K_{fs}$ .

Nella figura (3.3) si osservano le iso-E via via meno piatte, come ci aspettavamo dall'analisi dell'equazione, inoltre si può notare che i punti di rendimento (indicati con i puntini) si spostano nella regione di  $\lambda$  sempre minori rimanendo però intorno alla iso-E di valore 40, risultando in rendimenti sempre più bassi all'aumentare del  $K_{fs}$ 

Per completare il test comparativo tra queste situazioni, che differiscono solamente per il salto di pressione richiesto, abbiamo organizzato i risultati in una tabella che mette a confronto la geometria dei *fan* che abbiamo ottenuto dal software. Osservando i grafici e i dati nella tabella abbiamo notato un progressivo abbassamento dei valori di  $\lambda$ , con il conseguente calo del rendimento. Dalla sua definizione:  $\lambda = u/\Omega r$ , subito salta all'occhio che per modificare questo parametro (e quindi il rendimento) occorre cambiare o la velocità di ingresso del flusso u o la velocità di rotazione. Non essendo quest'ultima un input, ma un output, abbiamo potuto effettuare esperimenti solamente cambiando la velocità di ingresso.



Figura 3.2: Punti di funzionamento di riferimento<br/>(Pope):  $K_{fs}=0.454\ (ER=5)$ 



Figura 3.3: Grafici ottenuti dalla comparazione, i coefficienti valgono 1.134(ER=2, a sinistra) e 2.268(ER=1, a destra).

Parametro	Pope(ER5)	$\mathrm{ER2}$	$\mathrm{ER1}$
$K_{fs}$	0.454	1.134	2.236
$\lambda$ (Tip)	0.470	0.348	0.307
Angolo di provenienza del flusso (statori)	9.2	19.4	31.9
Velocità di rotazione(rpm)	587	793	890
Angolo di calettamento (Root)	39.7	31.6	29.8
Angolo di calettamento (Tip)	25.7	19.7	17.9
Angolo totale svergolatura	14.0	11.9	11.9
Corda (Root)	1.10	2.01	3.65
Corda (Tip)	0.66	0.94	1.50
Rapporto di rastremazione	0.598	0.467	0.412
Efficienza Aerodinamica Media	42.5	38	36

Per non modificare anche la velocità richiesta nella sezione di test, abbiamo modificato la velocità in ingresso al *fan* cambiandone il diametro del corpo centrale, così da modificare la sezione di passaggio.

Per quanto riguarda gli altri dati riportati in tabella, l'aumento del  $K_{fs}$ ha portato un brusco aumento dell'angolo di provenienza del flusso per gli statori, il nostro software progetta il macchinario con profili simmetrici calettati in direzione assiale quindi questo angolo coincide con l'angolo di attacco  $\alpha$  dei profili *Straightener*. Angoli così spinti portano sicuramente allo stallo dello statore, per risolvere questo problema si dovrebbero introdurre profili non simmetrici e calettati in maniera opportuna in modo da fare abbassare l'angolo di attacco fino a valori accettabili. Infine evidenziamo che per coefficienti di incremento di pressione maggiori il software produce pale meno svergolate ma a rastremazione più accentuata.

### 3.2 Rastremazione e svergolatura

Con il proposito di variare  $\lambda$  abbiamo considerato il ventilatore ER2, in figura (3.3) e nella tabella precedente. A partire da questo, abbiamo progettato attraverso il software altri due ventilatori che differiscono (nei parametri di input) solamente per il diametro della *nacelle*, come avevamo anticipato prima. Il ER2 presenta il corpo centrale di diametro pari al 60% (BD06) del diametro della sezione di potenza, abbiamo quindi impostato questo parametro prima al 40% (BD04) e successivamente al 75% (BD075). L'intento di questo esperimento consiste nel raccogliere dati riguardo a possibili legami tra rendimento e rastremazione, svergolatura e diametri della *nacelle* scelti.

Deve essere fatta la seguente premessa: cambiando questo parametro, varia la sezione di passaggio del fluido, quindi u, che consiste nel numeratore di  $\lambda$ ; cambia però anche il rapporto tra le pressioni dinamiche in *test* e *power* section, andando a influenzare il coefficiente adimensionale di incremento della pressione  $K_{fs}$  a pari *Energy ratio*. Non ci deve stupire quindi che confrontando ventilatori a *nacelle* diverse anche la forma delle iso-E che otterremo sarà diversa, nonostante l'ER sia lo stesso.

Ciò detto, presentiamo il grafico di riferimento e i due grafici ottenuti con il corpo centrale rimpicciolito (a sinistra) e ingrandito (a destra), figura (3.5). Dal confronto dei grafici si osserva che, a causa della dipendenza del coefficiente di flusso dal raggio, il ventilatore con la *nacelle* più piccola (BD04), esponendo pale più lunghe, posiziona i suoi punti di rendimento in un intervallo di  $\lambda$  più ampio. Al contrario la macchina con il diametro del corpo centrale al 75% presenta i suoi punti estremamente ravvicinati.

In generale i punti rappresentano da sinistra verso destra la condizione di funzionamento dell'estremità verso la radice; questo è ovviamente dovuto alla proporzionalità inversa tra  $\lambda$  e il raggio. Detto questo e vista la definizione del coefficiente di flusso:  $\lambda = u/\Omega r$ , si intuisce che il fatto di avere passaggio



Figura 3.4: Grafico di rendimento con: ER=2, diametro nacelle al 60%



Figura 3.5: Grafici ottenuti dalla comparazione a parità di ER=2, differiscono per diametro del *Boss* centrale: 40%(BD04) e 75%(BD075).

di flusso a valori di raggio minori, a causa della snellezza della *nacelle*, abbia favorito il raggiungimento di  $\lambda$  più elevati alla radice. Si poteva immaginare che questo avrebbe favorito il rendimento, invece i rendimenti che questa configurazione ottiene sono visibilmente inferiori del ventilatore di riferimento ER2, nonostante il  $\lambda$  più favorevole.

Per quanto riguarda il ventilatore con *nacelle* maggiorata, BD075, poniamo l'attenzione sul fatto che, nonostante presenti valori  $\lambda$  più concentrati e più bassi dei rispettivi nel caso di riferimento ER2, il rendimento è sensibilmente maggiore. Inoltre osservando la tabella di confronto vogliamo porre particolare attenzione ad alcuni parametri: il  $K_{fs}$ , la rastremazione e la svergolatura totale sono all'incirca dimezzati. Se questi tre aspetti possono essere considerati, insieme all'incremento del rendimento, fattori positivi, dall'altro lato non possiamo ignorare il fatto che BD075 richiede una velocità di rotazione di 927 rpm, la più alta delle proposte. Se l'alta velocità di rotazione non crea problemi in sè, può crearne combinata alla ridotta sezione di passaggio producendo numeri di Mach elevati.

Parametro	$\mathrm{ER2}$	ER2+BD04	ER2+BD075
$K_{fs}$	1.134	1.953	0.530
$\lambda$ (Tip)	0.348	0.314	0.435
Angolo di provenienza del flusso (statori)	19.4	39.6	9.3
Velocità di rotazione(rpm)	793	667	927
Angolo di calettamento (Root)	31.6	47.5	30.7
Angolo di calettamento (Tip)	19.7	18.2	24.0
Angolo totale svergolatura	11.9	29.3	6.7
Corda (Root)	2.01	5.56	0.96
Corda (Tip)	0.94	1.35	0.70
Rapporto di rastremazione	0.467	0.243	0.729
Efficienza Aerodinamica Media	38	33	42

Ad ogni modo quest'ultimo esperimento comparativo mette chiaramente in luce il fatto che la rastremazione e la svergolatura (e quindi il costo) della pala calano all'aumentare del diametro della *nacelle*. Inoltre questo calo di complessità della pala è accompagnato da un sensibile incremento dei rendimenti, a meno di numeri di Mach troppo elevati.

### 3.3 Efficienza del profilo

L'ultimo obiettivo di questo studio consiste nell'indagare gli effetti dell'impiego di profili a diversa efficienza aerodinamica (E). Per ottenere delle informazioni riguardo a questo aspetto, abbiamo ancora una volta effettuato test comparativi tra i ventilatori progettati dal software al variare di diversi parametri di input. Vista l'importanza dei risultati ottenuti comparando ventilatori dotati diversi diametri centrali, abbiamo elaborato dati a partire da due configurazioni a *nacelle* diverse: BD04 e BD075, entrambe con ER pari a 2, e ne abbiamo progettate (per ognuna) due nuove varianti con E diverse.

I due ventilatori dell'esperimento precedente, BD04 e BD075, erano stati elaborati con un'efficienza aerodinamica di riferimento di 45; per i campioni da confrontare abbiamo impostato questo parametro su 60 e 70.

Il risultato è presentato nel grafico in figura (3.6), la colonna di sinistra riporta dall'alto verso il basso il ventilatore BD04 con valori di E sempre maggiori, a destra troviamo BD075 e le sue varianti. Come si può osservare, il rendimento del *fan* non subisce variazioni apprezzabili nonostante i profili abbiamo efficienze aerodinamiche diverse. Come evidenza il grafico, efficienze più alte spingono i punti di funzionamento a valori di  $\lambda$  sempre più bassi



Figura 3.6: Grafici ottenuti dalla comparazione a parità di ER=2, differiscono: in verticale per le efficienze dei profili aerodinamici, dall'alto: 45, 60 e 70. Le due colonne fanno riferimento a sinistra al ventilatore con diametro corpo centrale pari al 40%, a destra pari al 75%.

senza modificare il rendimento del macchinario. Questo comportamento era stato evidenziato anche da Pope [2]. Proprio per questa ragione nell'esempio illustrato nel testo appena citato era stato utilizzato un profilo non estremamente efficiente ma dal buon range operativo in termini di angolo di attacco  $\alpha$ .

Nonostante il rendimento resti invariato, l'impiego di profili a diversa efficienza ha un'influenza pesante sul comportamento della macchina. Abbiamo raccolto nella tabella sottostante i dati dei ventilatori della colonna di sinistra (cioè le varianti di BD04) per mostrare come l'impiego di profili al alta efficienza richieda un aumento della rastremazione della pala, arrivando fino ad avere all'estremità solo il 17,4% della corda presente alla radice. Al contrario la svergolatura cala drasticamente con l'aumentare dell'efficienza aerodinamica. Per quanto riguarda la velocità di rotazione, alte efficienze hanno portato ad un aumento dei giri al minuto, segnando il massimo di tutte le misurazioni che abbiamo registrato con 1040 rpm. Questo numero è comunque realistico: il *fan* della galleria del vento del progetto CICLOPE opera tra i 200 e 1080 rpm, alimentato da due motori elettrici asincroni a quattro poli.

Concludiamo con l'evidenziare come i profili ad alta efficienza hanno anche l'effetto di ridurre lo *swirl* prodotto nel fluido, abbassando l'angolo di provenienza del flusso per gli statori.

Parametro	BD04 E45	BD04 E60	BD04 E70
K <sub>fs</sub>	1.953	1.953	1.953
$\lambda$ (Tip)	0.314	0.235	0.202
Angolo di flusso (statori)	39.6	31.7	27.9
Velocità di rotazione [rpm]	667	891	1040
Angolo di calettamento (Root)	47.5	34.2	28.9
Angolo di calettamento (Tip)	18.2	15.2	14.8
Angolo totale svergolatura	29.3	19	14.1
Corda (Root)	5.56	2.80	1.89
Corda (Tip)	1.35	0.56	0.33
Rapporto di rastremazione	0.243	0.200	0.174
Efficienza Aerodinamica Media	33	43	50

## Capitolo 4

## Conclusione

### 4.1 Interpretazione

I dati raccolti e presentati nel precedente capitolo, essendo frutto di semplificazioni di diversa natura<sup>1</sup>, non sono in grado di dare informazioni particolarmente precise sul rendimento raggiunto da una certa geometria del macchinario: nè sull'intervallo di velocità richieste al ventilatore nè sul punto di funzionamento su cui è stato progettato.

Nonostante l'imprecisione sui valori numerici però, possiamo trarre conclusioni di carattere indicativo, ad esempio: quali macchine sono adatte per un certo tunnel oppure in che condizioni è necessaria una pala svergolata e quando invece è poco importante. Queste domande sono proprio quelle che questo studio si prefiggeva di rispondere: ottenere andamenti qualitativi del rendimento per dedurne linee guida per futuri progetti, completi o parziali, della sezione di potenza di un laboratorio, nel nostro caso del CICLoPE.

Per cominciare: i risultati ottenuti dal confronto di diverse *nacelle*, in particolare il ventilatore BD075 (in confronto a BD04 ed ER2) ha mostrato come sia possibile ottenere buoni rendimenti anche con condizioni di *Energy ratio* bassi, e quindi sfavorevoli. La macchina in questione ha dimostrato che configurazioni a *nacelle* grandi, quindi al di sopra del 60-70%, presentano enormi benefici:

- Rendimenti più elevati,
- Rastremazione molto ridotta,
- Svergolatura molto ridotta,
- Efficienza aerodinamica elevata.

Il fatto che la rastremazione e la svergolatura richieste siano molto lievi ci fà supporre che installando pale nè svergolate nè rastremate su ventilatori a grande corpo centrale darebbe luogo a un calo di rendimento molto contenuto; al contrario di quello che accadrebbe in ventilatori a corpo snello. In questi ultimi l'installazione di pale rettangolari è sicuramente più penalizzante vista la grande variazione di angolo di provenienza del flusso che subisce il profilo aerodinamico lungo il raggio. Inoltre, avendo BD075 un rendimento sensibilmente più alto, introdurre pale meno costose penalizzerebbe un macchinario che è comunque più prestante di quelli a corpo centrale piccolo; ottenendo quindi un ventilatore dai costi contenuti ma dalle prestazioni simili a quelli con pale più costose e a *nacelle* meno ingombranti.

Nel capitolo precedente avevamo fatto riferimento al problema dell'alta velocità di rotazione che questa configurazione presenta. Se da un lato, come avevamo già accennato, questo può provocare problemi di compressibilità dovuti al grande numero di Mach raggiunto, che si traduce in perdita di efficienza effettiva, dall'altro lato i motori elettrici sono molto adatti a raggiungere rotazioni elevate. Quindi sarebbe stato problematico anche un ventilatore che avrebbe presentato una rotazione eccessivamente lenta, cioè (da questo punto di vista) gli alti rpm del BD075 possono considerarsi anche un vantaggio, purché non comportino numeri di Mach eccessivi.

Questo importante risultato trova riscontro in campo pratico, sono molto diffusi infatti impianti a *nacelle* oltre il 50% combinati a pale molto semplici. Invece, nelle gallerie del vento a più alte prestazioni, dove l'efficienza e la qualità del flusso hanno la priorità, la pala presenta sempre rastremazione e svergolatura, anche lievi, per ottimizzare la macchina e il flusso ottenuto.

Non va tralasciato il fatto che, ad ogni modo, la *nacelle* comporta un aumento dell'area di passaggio del flusso (è quindi un divergente); corpi centrali eccessivamente grandi (oltre a poter dare problemi con il numero di Mach) potrebbero presentare distacchi di flusso dovuti all'effetto diffusivo della *nacelle*. Questo può avere ripercussioni sia sul rendimento totale, sia sulla qualità del fluido, che verrebbe ovviamente intaccata dalla presenza di una zona di turbolenza che può mostrare le sue traccie fino alla sezione di *test*.

In conclusione, l'adozione di *nacelle* grandi è consigliata per ottenere buoni rendimenti anche nelle gallerie a bassa efficienza, ma deve essere studiata in modo da non creare problemi di compressibilità e di distacco. Aumentando la velocità massima richiesta nella sezione di test (ad esempio nel corso di

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Semplificazioni sia sulla geometria del problema, come il fatto di aver trascurato il tip clearance, cioè lo spazio tra estremità palare e parete del tunnel, sia sulla fluidodinamica, considerando il flusso incomprimibile.

un aggiornamento della sezione di potenza) la dimensione ammissibile della *nacelle* cala per non incorrere in Mach eccessivi, obbligando l'uso di pale dal costo più elevato.

Dai test comparativi sull'efficienza del profilo utilizzato abbiamo ottenuto risultati diversi. L'impiego di profili ad alta efficienza ha dimostrato di non essere significativo nel raggiungimento di rendimenti elevati, tuttavia questo parametro influenza i regimi di rotazione e la rastremazione suggerita dal software. Possiamo quindi considerarlo un parametro che può essere scelto in fase di *design* per limitare la rastremazione o la svergolatura da effettuare<sup>2</sup>. Inoltre "E" influenza anche la velocità di rotazione a una data condizione di funzionamento. Come abbiamo già accennato, la rastremazione è un fattore che influenza il costo della pala, la velocità angolare invece è in gran parte responsabile del numero di Mach raggiunto nel macchinario; è quindi importante regolare in maniera opportuna queste due grandezze. Infine abbiamo osservato che efficienze aerodinamiche alte hanno un effetto benefico nel ridurre l'angolo della velocità di *swirl* introdotta nel flusso; abbassando questo angolo gli statori possono essere più semplici e meno carichi sotto l'effetto delle forze aerodinamiche.

Riassumendo, la scelta del profilo tende a ricadere su quei profili che presentano un intervallo operabile di angoli d'attacco piuttosto elevato piuttosto che su profili a efficienze molto spinte, come suggerisce anche Pope[2]. L'adozione di profili in grado di lavorare con angoli d'attacco diversi rende la macchina adatta ad un più ampio regime di condizioni per la sezione di test, senza ricorrere alla costosa soluzione delle pale a calettamento variabile.

### 4.2 Sviluppi futuri

Per continuare il percorso di progettazione di un macchinario saranno necessari ulteriori passi importanti. Con la metodologia che abbiamo qui presentato si possono ottenere informazioni di base su un ventilatore adatto ad una certa galleria del vento ma questo non può ovviamente essere sufficiente a ottenere buone prestazioni di rendimento e qualità alla pari dei prodotti presenti sul mercato. Con il software sviluppato siamo stati in grado di studiare l'andamento qualitativo del  $\eta_f$  in funzione dei più importanti parametri, il che rappresenta già un buon risultato, ma che non soddisfa a pieno le esigenze del CICLOPE nell'ottica di un aggiornamento del sistema di potenza. I prossimi passi che vorremmo percorrere sono, in sintesi, i seguenti:

 $<sup>^{2}</sup>$ Come era stato discusso nel capitolo 3 ed evidenziato nell'ultima tabella riassuntiva, a profili ad alta efficienza corrispondono alte svergolature e basse rastremazioni (e vice versa).

- Estensione del modello a configurazioni più sofisticate, come quella dei ventilatori controrotanti,
- Ottenimento di maggiore precisione per quanto riguarda la geometria definita dal software,
- Completamento della procedura di *design* con una fase di studio CFD<sup>3</sup>.

Per quanto riguarda il primo punto, crediamo che riadattare le equazioni utilizzate in questo studio per riuscire ad analizzare configurazioni controrotanti sia il primo passo per ampliare le possibilità di ottenere risultati utili e attendibili: sia per il CICLoPE, sia per qualsiasi altro laboratorio che sia interessato a questo tipo di configurazione.

Per raggiungere maggiore precisione, sia nella soluzione della geometria identificata dal software implementato in Matlab, sia nel calcolo dei rendimento, la situazione è decisamente più complicata. Le ipotesi che sono state adottate, fatta eccezione per quella di funzionamento stazionario, hanno un certo impatto sulla precisione del risultato finale. Probabilmente con modelli matematici più accurati si possono ottenere risultati migliori, Iwase [4] (Iwase, Taku, Sugimura, 2009) nel 2009 pubblicò un articolo riguardo proprio all'utilizzo di CFD con tecniche di "*simulated annealing*" per la riduzione delle perdite di efficienza dovute ai vortici di estremità.



Figura 4.1:

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Computational Fluid Dynamics: fluidodinamica analizzata attraverso simulazioni al computer.

Questi vortici, che in questo studio sono stati trascurati, sono dovuti allo spazio tra l'estremità della pala e le pareti del tunnel. In questa regione, la differenza di pressione tra dorso e ventre tende a generare un flusso secondario, che "aggira" l'estremità palare.

Lo studio presentato da Iwase [5] ha dimostrato che caricare eccessivamente le estremità delle pale, oltre a generare vortici più intensi, induce zone di cosi detto "reversed flow", cioè flusso inverso, come mostrato in figura (4.1). In queste zone l'aria risale la direzione assiale del tunnel a causa della presenza di aree a più bassa pressione dovute alla formazione di un vortice, come in figura. Questo fenomeno ha dimostrato avere una grande influenza sul rendimento effettivo della macchina: ottimizzando la corda e l'angolo di uscita delle estremità palari è possibile migliorare il rendimento fino al 17% dei fan progettati con procedure convenzionali.

In conclusione, visto i risultati raggiunti anche dalla ricerca contemporanea, proponiamo come passi futuri della progettazione un'estensione del modello anche alla configurazione controrotante e un approfondimento, con supporto della fluidodinamica computazionale, alle problematiche relative all'estremità della pala.

## Bibliografia

- [1] Guido Buresti, "Elements of Fluid Dynamics", Imperial College Press, 2012.
- [2] J.Barlow, W.H.Rae and A.Pope, "Low-speed wind tunnel testing", third edition, Wiley and sons, 1999.
- [3] Hudson product corporation, "The basics of axial-flow fans", manual for users, Hudson, McDermott, 2000.
- [4] Iwase, Taku, Sugimura, "Study on improvement of fan ecciciency in small axial-flow fans, Part 1 designing a high efficiency fan using numerical optimization", Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu B, volume 75, pages 1750-1756, september 2009.
- [5] Iwase, Taku, Sugimura, "Study on improvement of fan ecciciency in small axial-flow fans, Part 2 influence of tip leakage on static pressure and fan efficiency", Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu B, volume 75, pages 1757-1762, september 2009.

## Appendice A

Presentiamo in questa appendice le equazioni che ci hanno consentito di studiare il macchinario: Consideriamo i tre piani che il flusso attraversa citati nella figura (2.1)(9): per comodità chiameremo questi piani 1, 2 e 3, nell'ordine il cui sono visti dal fluido. Con H indichiamo la costante di Bernoulli, cioè la pressione totale.

Se identifichiamo con  $\Delta H_i$  l'incremento di pressione totale ideale, necessariamente tra il primo e l'ultimo piano avremo aumentato la  $p_{tot}$  di questa quantità sottratta delle perdite subite lungo il passaggio:

$$H_3 - H_1 = \Delta H_i - \Delta h_f - \Delta h_s \tag{4.1}$$

Possiamo adimensionalizzare l'equazione dividendo amb<br/>o i membri per  $q_f$ : la pressione dinamica nella sezione di potenza.

$$\frac{H_3 - H_1}{(1/2)\rho u^2} = K_i - k_f - k_s = K_{fs}$$
(4.2)

Con quest'ultima uguaglianza abbiamo sostanzialmente definito  $K_{fs}$  l'incremento di pressione reale che subisce il fluido.

Possiamo fare lo stesso ragionamento per i piani 1 e 2 ottenendo:

$$H_1 = p_1 + \frac{1}{2}\rho u^2 \tag{4.3}$$

$$H_2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) \tag{4.4}$$

Dalle quali possiamo ricavare la seguente:

$$p_2 - p_1 = H_2 - H_1 + \frac{1}{2}\rho(u_1^2 - u_2^2 - v^2)$$
(4.5)

considerando la componente assiale circa costante:

$$p_2 - p_1 = \Delta H_i - \Delta h_f - \frac{1}{2}\rho(v^2)$$
(4.6)

In definitiva possiamo raccogliere la pressione dinamica per ottenere i coefficienti adimensionali (si ricordi  $\epsilon = v/u$ ):

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho u^2 (K_i - k_f - \epsilon^2)$$
(4.7)

Ora che abbiamo analizzato le grandezze sui singoli piani, possiamo arrivare a considerazioni globali sulla macchina:

Par passare al delta di pressione alla forza assiale necessaria (cioè al tiro del Fan), moltiplichiamo per l'area. L'infinitesimo di Tiro sarà ottenuto moltiplicando per l'infinitesimo di aerea.

$$dT_f = 2\pi r (p_2 - p_1) dr (4.8)$$

La potenza necessaria per fornire all'incremento totale di pressione (tenendo conto delle perdite) per la portata in volume sarà:

$$dP_f = (2\pi r)u(H_3 - H_1 + \Delta h_f + \Delta h_s)dr \tag{4.9}$$

La potenza può essere sempre espressa come la coppia richiesta (G) per la velocità di rotazione  $(\Omega)$ ; la coppia richiesta è scaricata sul fluido variandone il momento della quantità di modo:

$$dG_f = \underbrace{2\pi\rho urdr}_{dm} vr \tag{4.10}$$

$$dP_f = \Omega dG_f \tag{4.11}$$

Combinando le ultime due equazioni possiamo ottenere un'espressione del coefficiente di incremento ideale di pressione in funzione di alcuni dei coefficienti precedentemente citati ( $\lambda = u/\Omega r \ e \ \epsilon = v/u$ ):

$$K_i = \frac{2\epsilon}{\lambda} \tag{4.12}$$

Per ricavare il rendimento del sistema *fan-straightener* è opportuno indicare la potenza utile ceduta al fluido:

$$dP_0 = (2\pi r dr)u(H_3 - H_1) \tag{4.13}$$

Quindi l'efficienza totale risulterà essere il rapporto tra la potenza utile e quella fornita:

$$\eta_{fs} = \frac{dP_0}{dP_f} = \frac{\lambda(K_i - k_f - k_s)}{2\epsilon} = \frac{\lambda K_{fs}}{2\epsilon}$$
(4.14)

Come abbiamo fatto in precedenza, se restringiamo questo ragionamento ai soli piani 1 e 2 otteniamo ancora un'equazione interessante:

$$\eta_f = \frac{\lambda(K_i - k_f)}{2\epsilon} = \frac{\lambda(K_{fs} + k_s)}{2\epsilon}$$
(4.15)

Da cui è immediato ottenere:

$$\eta_f = \eta_{fs} + \eta_s \tag{4.16}$$

$$\eta_s = \frac{\eta_{fs} K_s}{K_{fs}} \tag{4.17}$$

La potenza che il fan trasferisce sul fluido è divisa tra: incremento di  $P_{tot}$  (potenza utile), perdite nel *fan* e perdite nello *straightener*. Per definire il rendimento del solo ventilatore (da non confondere con quello complessivo della macchina) è opportuno scrivere la potenza utile immediatamente dopo il ventilatore (cioè nel piano 2). Questa sarà sicuramente maggiore di quella trasferita tra i piani 1 e 3: una parte della potenza infatti sarà perduta sotto forma di perdite di carico nel passaggio attraverso lo statore.

$$dP_{f0} = (2\pi r dr) u \left[ (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \rho v^2 \right]$$
(4.18)

Grazie alle equazioni (4.8) e (4.10) è possibile scrivere quest'ultima nel modo seguente:

$$dP_{f0} = udT_f + \frac{1}{2}\frac{v}{r}dG_f$$
 (4.19)

Da questa, dividendo (come per il rendimento dell'intero macchinario) per la potenza totale trasferita  $dP_f$  otteniamo:

$$\eta_f = \frac{udT_f + (1/2)(v/r)dG_f}{\Omega dG_f} = \lambda r \frac{dT_f}{dG_f} + \frac{1}{2}\epsilon\lambda$$
(4.20)

Esplicitiamo gli infinitesimi di forza assiale(T) e di coppia richiesta (G). Come per tutte le forze di origine aerodinamico sono ottenute dalla espressione classica:  $1/2\rho SV^2C$ , dove C è il coefficiente della forza in questione. Per quanto riguarda la coppia richiesta, non è altro che una forza aerodinamica moltiplicata per un braccio, nel nostro caso r, cioè la distanza dal profilo analizzato e l'asse di rotazione. Si noti che per ottenere gli infinitesimi, invece che la superficie S avremo dS = cdr. Per ottenere la forza ottenuta dal *Fan* ad un certo raggio, la forza aerodinamica è moltiplicata anche per il numero di pale N.

$$\begin{cases} dT_f = \frac{1}{2}\rho(cdr)V^2NC_T\\ dG_f = \frac{1}{2}\rho(cdr)rV^2NC_g \end{cases}$$

$$\tag{4.21}$$

Grazie a questo sistema, l'equazione predente diventa semplicemente:

$$\eta_f = \lambda \left( \frac{C_t}{c_g} + \frac{1}{2} \epsilon \right) \tag{4.22}$$

Facendo ora riferimento alla figura di pagina 17 (che riportiamo qui sotto), otteniamo tiro e coppia (in termini di coefficienti) dalla scomposizione delle forze classiche: Lift e Drag.



Figura 4.2: Scomposizione delle forze aerodinamiche Lift e Drag

$$\begin{cases} C_T = c_l \cos(\phi) - c_d \sin(\phi) \\ C_G = c_l \sin(\phi) + c_d \cos(\phi) \end{cases}$$
(4.23)

Scrivendo la tangente di  $\phi$  come il rapporto tra la velocità assiale e trasversale (quest'ultima posta pari alla differenza tra la velocità dovuta alla rotazione e metà dello swirl prodotto per ragioni di interferenza) otteniamo:

$$\tan(\phi) = \frac{u}{\Omega r - (1/2)v} = \frac{\lambda}{1 - (1/2)\epsilon\lambda}$$
(4.24)

Sostituendo ancora nell'espressione del rendimento del Fan, si ottiene:

$$\eta_f = \lambda \frac{C_l/c_d - \tan(\phi)}{c_l/c_d \tan(\phi) + 1} + \frac{1}{2}\epsilon\lambda = \lambda \frac{(c_l/c_d) - \lambda + (1/2)\epsilon[1 - (1/2)\epsilon\lambda]}{(c_l/c_d)\lambda + 1 - (1/2)\epsilon\lambda} \quad (4.25)$$

Sfruttando l'equazione (4.12), otteniamo l'espressione che abbiamo utilizzato nel corso dello studio presentato nei capitoli principali:

$$\eta_f = \lambda \frac{c_l/c_d - \lambda + \frac{K_{fs}\lambda}{4\eta_{fs}} \left(1 - \frac{K_{fs}\lambda^2}{4\eta_{fs}}\right)}{(c_l/c_d)\lambda + 1 - \frac{K_{fs}\lambda^2}{4\eta_{fs}}}$$
(4.26)

Quest'ultima equazione può essere risolta anche per ottenere  $\lambda$  o per il rapporto  $c_l/c_d$  una volta che le altre grandezze sono note. Infatti il coefficiente di

flusso  $\lambda$  è lineare con il raggio, se conosciamo il rendimento del fan e l'efficienza del profilo ad un certo valore del raggio, possiamo ottenere  $\lambda$  e propagarlo lungo tutta la lunghezza della pala.

Per quanto riguarda il valore dell'efficienza aerodinamica  $c_l/c_d$ , possiamo fare delle ipotesi preliminari e fissarlo ad un valore plausibile (stiamo facendo riferimento alla procedura iterativa presentata nel paragrafo "modello matematico" (2.3)) e ottenerlo con più precisione successivamente.

Per conoscere l'efficienza del Fan ad un certo valore del raggio si utilizza l'equazione (4.16) una volta che conosciamo il rendimento dello statore e il rendimento totale. Quest'ultimo lo possiamo imporre ad un certo valore target che vogliamo raggiungere, per il rendimento dello straightener utilizziamo l'equazione (4.17). In questa equazione compare il termine  $k_s$ , cioè le perdite di carico che si verificano sullo statore, questo termine può essere ottenuto da leggi sperimentali. Nel nostro caso abbiamo utilizzato la seguente, che vale per profili simmetrici NACA:

$$k_s = \left(\frac{0.045}{2\pi r}\right) t_s N_s + 0.003 \tag{4.27}$$

Lo spessore è stato considerato costante e tale da ottenere un rapporto  $t_s/c_s$  pari al 12% quando il raggio raggiunge il suo valore massimo: cioè il raggio della sezione di potenza. La corda quindi ha valore variabile, nella trattazione è stata imposta la seguente:

$$c_t = \frac{2\pi r}{N_s} \tag{4.28}$$

Ricavare la corda del rotore è invece più articolato. Possiamo per comodità definire una nuova grandezza:  $dT_c = T/[(1/2)\rho u^2 R]$ . Combinando questa nuova definizione con le equazioni (4.7) e (4.8) e definendo il raggio adimensionale x come x = r/R possiamo ottenere:

$$\frac{dT_c}{dx} = 2x(K_{fs} + K_f + \epsilon^2) \tag{4.29}$$

Ora utilizzando le equazioni (4.21) e (4.23) si ricava:

$$\frac{dT_c}{dx} = \frac{cNC_T}{\sin^2(\phi)\pi R} \tag{4.30}$$

Ora confrontando le ultime due possiamo risolverle per ottenere c, la corda del *Fan* appunto. Con quest'ultima abbiamo ottenuto tutte le relazioni matematiche che sono state utilizzate nel corso dello studio esposto nei capitoli principali.

## Appendice B

Riportiamo di seguito il *Main* del codice in Matlab di cui abbiamo illustrato i principali step all'interno del capitolo "Metodologia e Procedure". Nello script principale vengono chiamate diverse funzioni e script secondari, alcuni molto banali (come quello dedicato a organizzare la visualizzazione dei risultati) e altri. Uno di questi script viene riportato a seguito del Main come esempio.

#### Main

```
clc
1
2
   clear all
3
   close all
4
5
   %A CAUSA DI ALCUNE COSTANTI DIMENSIONALI PRESENTI
6
   %NEL CODICE NON E' POSSIBILE UTILIZZARE INPUT IN
   %UNITA' METRICHE(SISTEMA INTERNAZIONALE), LE UNITA'
7
   %DI MISURA (IMPERIALI) SEGNALATE NEI COMMENTI
8
9
   %VANNO QUINDI RISPETTATE
10
  %INPUT UTENTE
11
12
  |\mathrm{Er}=5;
                         %Energy Ratio del tunnel
13
   At = 56.4;
                         \%Area test section-ft2
14
  Diamf = 13;
                         \% Diametro sezione fan-ft
15
   St = 283;
                         \%Speed (test section)-ft/s
16
  BDiamP = 0.6;
                         %Diametro del Boss in percentuale
17
                         %al diametro del fan
18 |N=12;
                         %Numero di pale fan
19
  |Ns=7;
                         %Numero di pale straightener
  |B=5;
20
                         %Numero pali strutturali
                         %risoluzione analisi pala
21
   res = 5;
                         \%(i \ punti \ di \ controllo \ sono \ res+1)
22
```

```
23
   Stcrtip = 0.12;
                        \% Stcr: straightener thicknes to
24
                        %chord ratio at tip
                        %rendimento target fan-straightener
25
   etaFS = 0.93;
                        %L/D efficienza del profilo
26 | E = 45;
27
                        %utilizzato sul tip
28
                        \% densita ' quota 0 slug/ft3
   ro = 0.002378;
29
                        \% viscosita 'cinematica ft2/s
   ni = 0.000136;
30
31 |ID L D = fopen ('L D RE1.53E6.txt', 'r');
  |%file contenente i punti del grafico LD
32
  %in funzione di alfa
33
34
35 |ID_CL = fopen('CL_RE1.53E6.txt', 'r');
36 |%file contenente i punti del grafico Cl
  |\%in functione di alfa
37
38
39 |ID CD = fopen('CD RE1.53E6.txt', 'r');
  Kfile contenente i punti del grafico Cd
40
   %in funzione di alfa
41
42
43
   moreinfo = 0;
44
   %se uguale a 1 attiva le funzioni di
  |\% calcolo \ portata, potenza e rapporto di compressione
45
46
   % controllo dei dati inseriti
47
   if (Er<0 || At<0 || Diamf<0 || St<0 ||
48
   BDiamP>1 || BDiamP<0 || N<2 || Ns<2)
49
50
            fprintf(Input non valido: \n Er (energy ratio)
            non puo' essere negativo \n le velocita'
51
            (Massima e minima) della test section MSt e
52
           mST non possono essere negative \n MSt deve
53
            essere maggiore di mSt \n il diametro del
54
            fan Diamf non puo' essere negativo \n il
55
            diametro del boss percentuale deve essere
56
57
            compreso tra 0 \in 1 \setminus nIl numero delle pale
            (sia statore che rotore) non puo' essere
58
            minore di due');
59
60
            return
61 | end
62
63
```

```
64 |%CALCOLI PRELIMINARI
65 \mid ASectf = pi * (Diamf / 2)^2;
                                   %area sezione del fan
66 |ABoss=pi*(Diamf*BDiamP/2)^2;
                                   %area sezione della nacelle
67 \mid Af = ASectf - ABoss;
                                   %area di passaggio del flusso
   |qt=0.5*ro*St^{2};
                                   \% pressione dinamica test section
68
69 | Sf=St * (At/Af);
                                   %velocita fan stection
   |qf=0.5*ro*Sf^{2};
                                   \% pressione dinamica fan section
70
                                   %distanza percentuale fra i punti
   dr = (1 - BDiamP) / res;
71
                                   %di controllo della pala definiti
72
                                   % dalla \ risuluzion e-adimensionale
73
74
75
   76
77
   78
   Kfs = (qt/qf)/Er; % coef incremento pressione fan+straightener
79
   Kfsid=Kfs/etaFS; % coef incremento pressione ideale
80
81
82
83
   84 |ks=0.045*(Stortip)+0.003; % perdita totale straightener
   |\%(\ questa\ relazione\ e'\ valida\ solo\ per\ raddrizattori
85
86 |% realizzati con profili NACA simmetrici)
87
   | etaS = (etaFS*ks) / Kfs; %rendimento straightener
88
   etaF = etaFS + etaS;
                             %rendimento fan
89
90
91
   92
   |% calcolo del coefficiente di flusso "lambda" al tip
93
   %le costanti AB e C sono
94
95 |%utili solo a snellire il codice
96
97 |A = \operatorname{etaF} / ((1 - \operatorname{etaF}) * E);
98 |B=(1-(1+etaF)*(Kfs/(4*etaFS)))/(((1-etaF)*E);
   |C = ((Kfs/(4*etaFS))^2)/((1-etaF)*E);
99
100
101
   lambda = 0.9; %punto iniziale del calcolo iterativo
102 | i = 1;
103 \mid loop = 0; \ \% contatore \ passi \ convergenza
104 | while i > (10^{-6})
```

```
%CALCOLO LAMBDA con metodo delle approssimazioni
105
106
             %successive
107
108
             NL = A + B * lambda^2 + C * lambda^4;
             %new labmda(NL) e' il valore aggiornato
109
110
111
             i = abs(lambda - NL);
             % calcolo del miglioramento introdotto dal passo
112
113
114
             lambda=NL;
115
             loop=loop+1;
116
   end
117
118 |%calcolo di lambda per i punti di
   |% controllo lungo il raggio
119
120 |LAMA=zeros(1, res + 1);
121
    for i = 0: res
122
             %DISTR RADIALE LAMBDA
             \%(root to tip) \rightarrow LAMA(1\rightarrow res +1)
123
124
             r=BDiamP+i*dr;
125
             LAMA(i+1)=lambda/r;
126
    end
127
128
    129
    |\% calcolo\ velocita\ '\ angolare\ espressa\ in\ rpm\ e\ tip-speed
130
131
132
    |\text{omega} = (2 * \text{Sf} / (\text{lambda} * \text{Diamf}));
133
    \%RAD/sec
134
135
    |\operatorname{rpm=omega} * (60 / (2 * \mathbf{pi}));
    %conversione in giri al minuto
136
137
    TipSpeed=omega*Diamf / 2;
138
139
    |\%[ft/sec] velocita' dovuta solo alla rotazione
140
    TipTotalSpeed = (TipSpeed^2 + Sf^2) (0.5);
141
142
    |\%velocita' relativa al tip: assiale + tangenziale
143
144 |MACHtip=TipTotalSpeed / 1116.4;
145 |\%1116.4 e' la velocita' del suono in ft/s (a quota zero)
```

*|%calcolo del coefficiente di swirl* Swirl = (lambda \* Kfs) / (2 \* etaFS);RootSwirl=Swirl\*(1/BDiamP);%questo e' il piu' alto valore del swirl coeff, deve |% indurre un angolo tau minore dello stallo del raddrizzatore! | tau = atan (RootSwirl) \* (360 / (2 \* pi));|%angolo tau di swirl al root-GRADI tautip = atan (Swirl) \* (360/(2\*pi));% angolo tau di swirl al tip-GRADI %QUI SI PUO' INSERIRE UN CICLO DI CONTROLLO PER %VERIFICARE CHE NON STALLINO I RADDRIZATORI!  $|\text{SWIRL}=\mathbf{zeros}(1, \text{res}+1);$ **for** i = 0: res %DISTR. RADIALE SWIRL %(root to tip)  $\rightarrow$ SWIRL(1 $\rightarrow$ res+1) r = BDiamP + i \* dr;SWIRL(i+1) = Swirl/r;end  $|\text{TAU}=\mathbf{zeros}(1, \text{res}+1);$ for i = 0: res%DISTR. RADIALE TAU %(root to tip)  $\rightarrow$  TAU(1 $\rightarrow$  res +1) r = BDiamP + i \* dr;TAU(i+1) = atan(SWIRL(i+1)) \* (360/(2\*pi));end |STATCH=**zeros**(1, res + 1);

187 for i = 0: res%DISTRIBUZ. RADIALE CORDA STATORE 188 %(root to tip)  $\rightarrow$ STATCH(1->res+1) 189190r = (Diamf\*BDiamP/2) + Diamf\*i\*dr/2;191192STATCH(i+1)=2\***pi**\*r/Ns; 193end 194195ts = Stcrtip \* pi \* Diamf/Ns;%spessore straightener (questo e' costante, varia con 196197il raggio il rapporto spessore/corda) 198 199KSR = zeros(1, res + 1);200for i = 0: res%DISTR. RADIALE PERDITA STRAIGHTENER 201202  $\%(root to tip) \rightarrow KSR(1->res)$ 203204 r = (Diamf\*BDiamP/2) + Diamf\*i\*dr/2;205KSR(i+1) = (0.045/(2\*pi\*r))\*ts\*Ns+0.003;206end 207208|ETAS=zeros(1, res+1);209for i = 0: res%DISTR. RADIALE EFFICIENZA STRAIGHTENER 210 211 %(root to tip)  $\rightarrow ETAS(1->res+1)$ 212213 ETAS(i+1) = (etaFS\*KSR(i+1))/Kfs;214 end 215216 217 218 $|\text{ETAF}=\mathbf{zeros}(1, \text{res}+1);$ 219for i = 0: res220 %DISTR. RADIALE EFFICIENZA FAN 221%(root to tip)  $\rightarrow$  ETAF(1 $\rightarrow$  res +1) 222223ETAF(i+1) = ETAS(i+1) + etaFS;224end 225226 227

228|L D=zeros(1, res+1);229for i=0:res230%DISTR. RADIALE L/D FAN %(root to tip)  $\rightarrow L$  D(1->res+1)231232 233A = (ETAF(i+1)) / (1 - ETAF(i+1));234B = (1 - (1 + ETAF(i+1)) \* (Kfs / (4 \* etaFS))) / (1 - ETAF(i+1)); $C = ((Kfs/(4*etaFS))^2)/(1-ETAF(i+1));$ 235236237L D(i+1)=A/LAMA(i+1)+B\*LAMA(i+1)+C\*LAMA(i+1)^(3); 238end 239240241242PHI=zeros(1, res+1);243PHIrad=zeros(1, res + 1);244 for i = 0: res245%DISTR. RADIALE PHI (sia gradi che rad) 246 $\%(root to tip) \rightarrow PHI(1 \rightarrow res + 1)$ 247248PHI(i+1) = (atan (LAMA(i+1)/(1-0.5\*SWIRL(i+1))))249+1)\*LAMA(i+1)))\*(180/pi);250251PHIrad(i+1) = (atan(LAMA(i+1)/(1+252-0.5\*SWIRL(i+1)\*LAMA(i+1))); 253end 254255256257dTcdx = zeros(1, res + 1);258**for** i = 1:(res + 1)259dTcdx(i) = 2\*(BDiamP + i\*dr + i\*dr)260 -dr) \* (Kfs+KSR(i) – (SWIRL(i)) ^ 2); 261end 262263264 CT=zeros(1, res+1);265clapprox = zeros(1, res + 1);capprox = zeros(1, res + 1);266267268| **for** i = 1:(res + 1)

269clapprox(i) = L D(i) / 80;270%80 e'il valore di cl stimato moltiplicato 10 nel 271%range dove abbiamo imposto l'efficienza del profilo 272 273 CT(i) = clapprox(i) \* cos(PHIrad(i)); $sinphi = (sin (PHIrad(i)))^2;$ 274 275 $\operatorname{capprox}(i) = (\operatorname{dTcdx}(i) * \operatorname{sinphi} * \mathbf{pi} * \operatorname{Diamf}) / (2 * N * CT(i));$ 276 end 277 278279280RNapx=zeros(1, res + 1); 281v = zeros(1, res + 1);282 RelativeSpeed=zeros(1, res + 1);283for i = 1:(res + 1)284 x = (BDiamP + (i - 1) \* dr);285r=x\*(Diamf/2);286v(i) = omega \* r;%velocita' dovuta alla rotazione 287 288 289 Relative Speed (i) =  $(Sf^{2}+v(i)^{2})(0.5);$ 290RNapx(i)=(capprox(i)\*RelativeSpeed(i))/ni; 291end 292 293294295%FILE READING 296% a lf a297 | formatSpec = % f % f';298sizeA = [2 inf]; $A = fscanf(ID \ L \ D \ , formatSpec \ , sizeA);$ 299fclose(ID L D);300301A = A';%La matrice A e' segnalata come dato non utilizzato, 302303|%in realta' essendo variabili globali sono %utilizzate degli script successivi 304 $305 \mid \%$ (cioe' sono variabili grlobali richiamate fuori) 306  $307 \mid \text{Plot} \quad \text{Fit} \quad \text{L} \quad \text{D};$ 308 |%chiama lo script esterno che plotta la funzione da cui  $309 \mid \% ricava$  la relazione E / alfa e ne fa un Fit polinomiale

```
310
311
    alfa = zeros(1, res + 1);
312
    for i = 1:(res + 1)
             ECurrent=L D(i);
313
314
             alfa(i) = E alfa(FitL D, ECurrent);
315
    end
316
317
    %CL
318
319
    sizeA = [2 inf];
320 | A = fscanf(ID CL, formatSpec, sizeA);
321
    fclose(ID_CL);
322
    A = A';
323
    |%La matrice A e' segnalata come dato non utilizzato, in
    %realta' essendo variabili globali sono utilizzate degli
324
325
    |%script successivi
326
327 Plot Fit CL;
328
    % chiama lo script esterno che plotta la funzione da cui
329
    |\%ricava la relazione Cl/alfa e ne fa un Fit polinomiale
330
331
    |CL= zeros (1, res+1);
332
    for i = 1:(res + 1)
333
             AoA=alfa(i);
334
             CL(i) = CL alfa (FitCL, AoA);
335
    end
336
337
    %CD
338
    sizeA = [2 inf];
    A = \mathbf{fscanf}(ID \ CD, formatSpec, sizeA);
339
340
    fclose(ID CD);
341
    |\mathbf{A} = \mathbf{A'};
342
    Plot_Fit_CD;
343
344
    |%chiama lo script esterno che plotta la
    |%funzione da cui ricava la relazione Cd/alfa e
345
346 |%ne fa un Fit polinomiale
347
348
   |CD= zeros(1, res+1);
349
    for i = 1:(res+1)
350
             AoA=alfa(i);
```

351 $CD(i) = CD_alfa(FitCD, AoA);$ 352 end 353354355356 $|BETA = \mathbf{zeros}(1, res + 1);$ 357for i = 1:(res + 1)%DISTR. RADIALE BETA 358359%(root to tip)  $\rightarrow BETA(1->res+1)$ 360 BETA(i) = PHI(i) + alfa(i);361end 362 363 364 365 Chord=zeros(1, res + 1); for i = 1:(res + 1)366367%DISTR. RADIALE CORDA FAN %(root to tip)  $\rightarrow$  Chord(1->res) 368 CTN=CL(i)\*cos(PHIrad(i))-CD(i)\*sin(PHIrad(i));369 370  $sinphi = (sin (PHIrad(i)))^2;$ 371Chord (i) = (dTcdx(i) \* sinphi \* pi \* Diamf) / (2\*N\*CTN);372 end 373 374 376 %la stampa e' effettuata chiamando uno script progettato 377 % appositamente378 379Print Results; %chiama lo script esterno che stampa tutti i 380 381%risultati in maniera ordinata 382 383 Grafico Rendimenti; %chiama lo script esterno che realizza il 384385|%grafico di rendimento in funzionedi lambda 386 387 if MACHtip>0.3 388  $\mathbf{fprintf}( \setminus n \setminus nAttenzione:$  il numero di mach raggiunto 389 al tip supera il valore di 0.3 \nuna correzione di 390prandtl-glauert potrebbe essere opportuna, questo 391software \ncontinua ad utilizzare ipotesi

```
392
           di incompressibilita '. (n');
393
   end
   \mathbf{fprintf}(' \setminus n');
394
395
396
   397
398
   if moreinfo==1
           CAD Utilities
399
400
   else
401
           return
402
   end
403
404
   hold off
```

#### Funzioni secondarie

Riportiamo lo script Plot - Fit - CD che è stato utilizzato nello step 11, lo script Plot - Fit - CL è assolutamente analogo, cambiano: le etichette dei grafici, la scala delle y sul grafico e, ovviamente, il contenuto della matrice A dalla quale lo script legge i dati.

```
Plot-Fit-CD
```

```
x = A(:, 1);
                       \% a lf a
 1
 2
   y = A(:, 2);
                       %CD
3
   XM = max(x);
 4
 5
   |Xm=min(x);
6
   YM = max(y);
 \overline{7}
   %%%%%% SPLINE FIT %%%%%%%
8
9
   xx = Xm: 0.25:XM;
                                      %linspace di fit
   yy = spline(x, y, xx);
                                      \% interpolante
10
11
12
   figure
   plot(xx,yy)
                                      %plot della curva ottenuta, e' un
13
                                      \% grafico dei dati inseriti, quelli
14
15
                                      %che vengono utilizzati sono
16
                                      %un'aprossimazione di questi
17
18 | \mathbf{axis} ( [ -6 \ 30 \ 0 \ 0.18 ] ) |
                                      \%griglia di visualizzazione
```

```
grid on;
19
20 title ('Cd_/_Alfa_at_Reynolds_1.53_e+6')
   ylabel('Cd')
21
   xlabel('Alfa')
22
23
24
25
   %%%%%%% POLY FIT %%%%%%%
26 | FitCD= fit (x,y, 'poly6');
                                 %polinomiale di sesto grado
                                 \% che verra' utilizzata negli
27
                                 \%step successivi per calcolare
28
29
                                 \%il CD noto alfa
```