

ALMA Mater Studiorum
Universita' degli di Studi Bologna

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea Triennale in Astronomia

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Effetti relativistici in Astrofisica

Elaborato Finale

Candidato:

Roberto Saputo

Relatore:

Chiar.mo Prof.:

Daniele Dallacasa

Sessione III
Anno Accademico 2013/2014

Introduzione

La prima parte di questa trattazione è dedicata alla descrizione di due importanti processi di emissione non-termici, ovvero la radiazione di Sincrotrone e l'effetto Compton Inverso, poi verranno confrontati e sarà stabilito il limite massimo di temperatura di una radiosorgente. La seconda parte tratta di alcuni effetti che si verificano nel caso di sorgenti in movimento a velocità relativistiche, cioè effetto Doppler relativistico, moti superluminali e Doppler Boosting. Infine mostrerò come questi effetti relativistici, in particolare il Doppler Boosting, in combinazione con l'opacità dei fotoni- γ diano un'evidenza indiretta che per i lampi- γ e in oggetti come i Nuclei Galattici Attivi vi sia emissione di materiale relativistico.

Grazie a tutti...

Contents

1	Processi di emissione	5
1.1	Irraggiamento da una particella carica relativistica	5
1.2	Sincrotrone	5
1.2.1	Potenza irradiata da una carica	5
1.2.2	Distribuzione della radiazione e durata dell' impulso . .	6
1.2.3	Caratteristiche della radiazione	8
1.2.4	Emissione da un insieme di elettroni relativistici	8
1.2.5	Assorbimento interno	9
1.2.6	Perdite radiative	10
1.3	Effetto Compton Inverso	11
1.3.1	Scattering singolo	11
1.3.2	Confronto tra IC e Sincrotrone	12
1.3.3	Catastrofe Compton	13
2	Effetti relativistici di sorgenti in movimento	13
2.1	Doppler Relativistico	13
2.2	Moti superluminali	13
2.3	Amplificazione di luminosità	15
3	Fotoproduzione in AGN e GRB	17

1 Processi di emissione

1.1 Irraggiamento da una particella carica relativistica

Nel caso di una particella carica relativistica (fattore di Lorentz $\gamma \gg 1$)¹ la potenza irradiata² $-d\epsilon/dt$, che è uno scalare, sarà:

$P = -\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{2q^2}{3m_0^2c^3} \left(\frac{dp_i}{d\tau} \cdot \frac{dp_i}{d\tau} \right)$ dove le p_i sono componenti del tetravettore energia-impulso $(\mathbf{p}, \frac{i}{c}\epsilon)$ e $d\tau = dt/\gamma$ è l'intervallo di tempo proprio della particella.

Tenendo conto che $\epsilon = p^2c^2 + m_0^2c^4$ e $p/\epsilon = v/c^2$ si ha:

$$\frac{dp_i}{d\tau} \cdot \frac{dp_i}{d\tau} = \left(\frac{d\mathbf{P}}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{d\epsilon}{d\tau} \right)^2 = \left(\frac{d\mathbf{P}}{d\tau} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 \text{ dove } \beta = v/c.$$

Valutiamo il contributo dato alla potenza irradiata dall' accelerazione lineare e da quella centripeta:

· per l' accelerazione lineare³ $|d\mathbf{p}/d\tau| \simeq dp/d\tau$ quindi

$$P \simeq \frac{2q^2}{3m_0^2c^3\gamma^2} \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 = \frac{2q^2}{3m_0^2c^3} \left(\frac{dp}{dt} \right)^2$$

· per l' accelerazione centripeta $|d\mathbf{p}/d\tau| \simeq \beta(dp/d\tau) = \frac{1}{c}(dE/d\tau)$ quindi

$$P \simeq \frac{2q^2}{3m_0^2c^3} \left(\frac{d\mathbf{P}}{d\tau} \right)^2 = \frac{2q^2}{3m_0^2c^3} \gamma^2 \left(\frac{d\mathbf{P}}{dt} \right)^2.$$

La potenza irradiata nel caso relativistico è γ^2 volte maggiore che nel caso non relativistico quindi possiamo considerare la sola accelerazione centripeta istantanea. Notiamo inoltre che a parità di γ la potenza irradiata è inversamente proporzionale al quadrato della massa a riposo m_0^2 .

1.2 Sincrotrone

Particelle relativistiche accelerate da un campo magnetico emettono una radiazione chiamata radiazione di sincrotrone.

1.2.1 Potenza irradiata da una carica

Consideriamo il moto di una particella super-relativistica di massa m e carica q in un campo magnetico uniforme soggetta alla forza di Lorentz:

$$\mathbf{F}_L = d\mathbf{p}/dt = \frac{q}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H}$$

Consideriamo l'angolo θ fra la direzione di \mathbf{p} e quella di \mathbf{H} e separiamo le due componenti della velocità lungo il campo v_{\parallel} e in un piano ad esso perpendicolare v_{\perp} e vediamo che:

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = 0, \quad \frac{dv_{\perp}}{dt} = \frac{q}{mc} v_{\perp} \times \mathbf{B}.$$

Essendo $v_{\parallel} = \text{cost}$ abbiamo un moto uniforme lungo le linee di forza e un moto circolare con v_{\perp} costante, raggio di curvatura e pulsazione di Larmor

¹ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

²formula di Larmor in forma relativistica invariante

³risultato uguale al caso non relativistico

relativistici $r_{rel} = \gamma r_L = \gamma \frac{m_0 c}{qH} v_{\perp}$, $\omega_{rel} = \omega_L / \gamma = \frac{qH}{m_0 c \gamma}$ ⁴

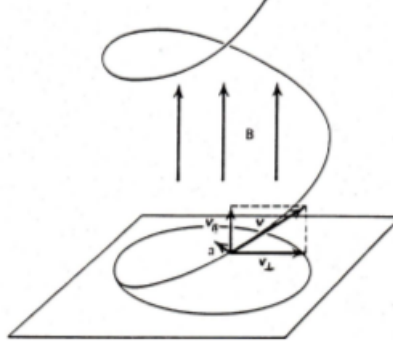


Figure 1: Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

Possiamo sostituire nella formula per la potenza irradiata la forza di Lorentz e se inoltre $\beta \approx 1$ ⁵ otteniamo

$$P_s \approx \frac{2q^4}{3m_0^2 c^3} \gamma^2 H_{\perp}^2 = \frac{2q^4}{3m_0^2 c^3} \left(\frac{e}{m_0 c^2}\right)^2 H_{\perp}^2 \propto \epsilon^2 H_{\perp}^2 = 1.6 \times 10^{-15} \gamma^2 H_{\perp}^2$$

dove H_{\perp} è la proiezione del campo magnetico nella direzione della velocità.

Utilizzando la sezione d'urto Thomson dell'elettrone definita come:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6.65 \times 10^{-25} \text{cm}^2$$

con m_e massa dell'elettrone e r_0 raggio effettivo dell'elettrone P_s si riscrive

$$\text{come: } P_s = 2c\sigma_T \left(\frac{m_e}{m_0}\right)^2 \left(\frac{q}{e}\right)^4 \gamma^2 \frac{H_{\perp}^2}{8\pi}$$

e nel caso la particella sia un elettrone diventa:

$$P_s = 2c\sigma_T \gamma^2 \frac{H_{\perp}^2}{8\pi}.$$

1.2.2 Distribuzione della radiazione e durata dell' impulso

La distribuzione della radiazione nel sistema dell'osservatore si ottiene utilizzando la formula relativistica per l' aberrazione della luce. Se α e α' sono due angoli corrispondenti nel sistema dell'osservatore e della particella, misurati rispetto alla direzione della velocità, vale la relazione:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin \alpha' \sqrt{1-\beta^2}}{\cos \alpha' + \beta} = \frac{\sin \alpha'}{\gamma(\cos \alpha' + \beta)}.$$

Se consideriamo un semispazio nel sistema dell'elettrone ($\alpha' = \pm 90^\circ$), $\gamma \gg 1$ ovvero $\beta \approx 1$ otteniamo:

$$\tan \alpha = \frac{1}{\gamma} = \frac{m_e c^2}{E} \approx \alpha.$$

Ciò implica che per elettroni relativistici metà della radiazione è contenuta in

⁴modificati poichè la massa dipende dalla velocità $m = m_0 \gamma$

⁵carica fortemente relativistica

un cono di ampiezza $1/\gamma$ (Figura 2), che ha per asse la direzione istantanea della velocità, quindi un osservatore riceve la radiazione quando il cono punta nella sua direzione e l'emissione di un singolo elettrone appare impulsiva.

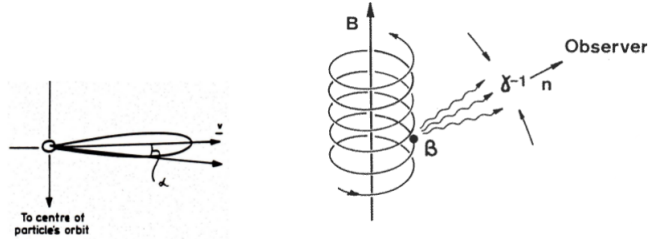


Figure 2: Distribuzione angolare della radiazione

Consideriamo un cono di apertura $\Delta\theta = 2/\gamma$ entro cui è emessa la radiazione (Figura 3). All' inizio dell' impulso l' elettrone si trova in 1 mentre alla fine è avanzato lungo l' orbita e si trova in 2. Approssimando l' arco con la corda sottesa abbiamo che $\Delta l_{12} \approx \Delta\theta \times r_{rel}$ è la distanza percorsa dal segnale in un tempo $\Delta t_1 = \Delta\theta \times r_{rel}/c$, mentre l' elettrone ha impiegato per portarsi in 2 un tempo $\Delta t_2 = \Delta\theta \times r_{rel}/v$. La durata dell' impulso sarà data allora da: $\tau \approx \Delta t_2 - \Delta t_1 = \Delta\theta \times r_{rel} (\frac{1}{v} - \frac{1}{c}) = \frac{\Delta\theta}{\omega_{rel}} (1 - \beta)$.

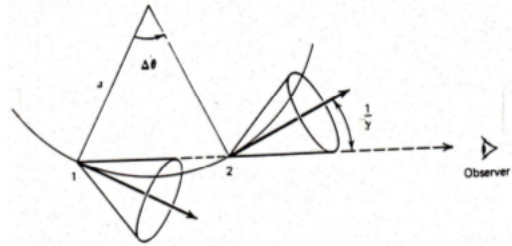


Figure 3: Durata dell' impulso

Per $\beta \approx 1$:

$$\tau = \frac{\Delta\theta}{\omega_{rel}} \left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta} \right) \approx \frac{m_e c}{eH} (1 - \beta^2) = \frac{m_e c}{eH} \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma^3 \omega_{rel}} = \frac{1}{\gamma^2 \omega_L} = \frac{5 \times 10^{-8}}{\gamma^2 H[G]} \text{ sec}$$

Quindi la radiazione prodotta da una singola particella è discontinua nel tempo, il fatto che questo non si osservi nelle radiosorgenti⁶ è dovuto alla presenza di un numero molto elevato di elettroni che emettono impulsi in tempi diversi.

⁶segnale continuo nell' arco di un' osservazione

1.2.3 Caratteristiche della radiazione

Lo spettro della radiazione è continuo e si estende fino ad una frequenza dell'ordine di $1/\tau$. Si definisce frequenza critica:

$$\nu_c \simeq \frac{3}{4\pi} \frac{1}{\tau} = \frac{3}{4\pi} \gamma^2 \frac{eH}{m_e c} = \frac{3}{4\pi} \frac{eH}{m_e^3 c^5} E^2 \simeq 6.24 \times 10^{18} \epsilon^2 H \simeq 4.2 \times 10^{-9} \gamma^2 H [\mu G] \text{ GHz}$$

La potenza totale emessa è uguale a:

$$P_s = P_s^{\parallel} + P_s^{\perp} \approx \frac{\sqrt{3} e^3 H \sin \theta}{8\pi^2 c m_e} F(\nu/\nu_s)$$

preso $x = \nu/\nu_s$ abbiamo che per frequenze

$$\cdot \nu \ll \nu_s \rightarrow F(x) \sim (\nu/\nu_s)^{\frac{1}{3}}$$

mentre per

$$\cdot \nu \gg \nu_s \rightarrow F(x) \sim e^{-\frac{\nu}{\nu_s}}$$

il picco si ha in $\nu_{max}/\nu_s \sim 0.3$

x	$F(x)$	x	$F(x)$
1.0×10^{-4}	0.0996	5.0×10^{-1}	0.872
1.0×10^{-3}	0.213	8.0×10^{-1}	0.742
1.0×10^{-2}	0.445	1	0.655
3.0×10^{-2}	0.613	2	0.301
1.0×10^{-1}	0.818	3	0.130
2.0×10^{-1}	0.904	5	2.14×10^{-2}
2.8×10^{-1}	0.918	10	1.92×10^{-4}
3.0×10^{-1}	0.918		

Figure 4: Valori tabulati di $F(x)$

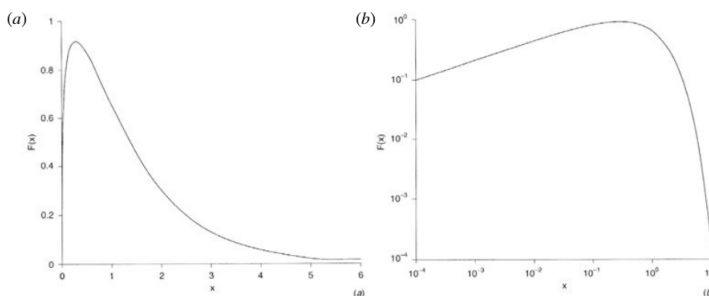


Figure 5: Distribuzione spettrale della potenza emessa da un singolo elettrone in scala lineare(a) e logaritmica(b)

1.2.4 Emissione da un insieme di elettroni relativistici

Consideriamo un insieme di particelle che irradiano supponendo che non agiscano processi collettivi⁷ e che non sia presente assorbimento interno, allora l'

⁷irradiano in maniera indipendente

emissione totale sarà ottenuta come somma dei singoli contributi. Sia $N(\epsilon)d\epsilon$ il numero di elettroni per unità di volume con energia compresa fra ϵ ed $\epsilon+d\epsilon$, che irradiano prevalentemente nell'intervallo di frequenze ν e $\nu+d\nu$. Supporremo inoltre in accordo con le osservazioni che la distribuzione energetica segua una legge di potenza del tipo⁸ $N(\epsilon)d\epsilon = N_0\epsilon^{-\delta}d\epsilon$. L'emissività specifica della popolazione sarà:

$$J_s(\nu)d\nu = P_s(\nu, \epsilon)N(\epsilon)d\epsilon \approx N_0F\left(\frac{\nu}{\nu_s}\right)\epsilon^{-\delta}d\epsilon.$$

Valutiamo l'emissività totale nell'approssimazione per cui ciascun elettrone di energia ϵ irradia alla frequenza caratteristica ν_s :

$$\nu \simeq \nu_s \approx \gamma^2\nu_L = \left(\frac{\epsilon}{m_e c^2}\right)^2\nu_L \quad \nu_L = \frac{eH}{2\pi m_e c}$$

$$\epsilon = \gamma m_e c^2 = \left(\frac{\nu}{\nu_L}\right)^{\frac{1}{2}} m_e c^2$$

$$d\epsilon = \frac{m_e c^2}{2\nu_L^{1/2}} \nu^{-\frac{1}{2}} d\nu \text{ e quindi}$$

$$J_s(\nu) = \frac{dE_s(\nu, \epsilon)}{dt} N(\epsilon) \frac{d\epsilon}{d\nu} \sim N_0 H^{(\delta+1)/2} \nu^{-\alpha}$$

con $\alpha = \frac{\delta-1}{2}$, detto indice spettrale, che è l'osservabile che ci permette di determinare l'indice di distribuzione in energia degli elettroni. Lo spettro è interpretato come sovrapposizione dei contributi dei vari elettroni.

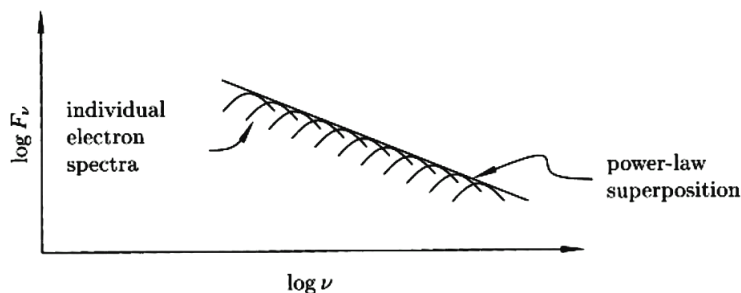


Figure 6: Spettro totale

1.2.5 Assorbimento interno

Nel caso in cui la temperatura di brillanza della sorgente si avvicina alla temperatura cinetica degli elettroni $T_B \sim T_e$ non si può più considerare che il gas di elettroni sia trasparente alla propria radiazione⁹, poichè il numero di fotoni che ri-cedono la propria energia agli elettroni non è trascurabile e la luminosità della sorgente diminuisce. Facendo uso dei coefficienti di

⁸ N_0 e δ sono costanti

⁹ ovvero non si può sommare semplicemente i singoli contributi

Einstein si ricava il coefficiente di assorbimento¹⁰ $\mu_s \propto N_0 \nu^{-(\delta+4)/2} H_{\perp}^{(\delta+2)/2}$.

La brillantezza della radiosorgente può essere espressa come:

$$B_s(\nu) = \frac{J_s(\nu)}{4\pi\mu_s(\nu)} (1 - e^{-\tau_s(\nu)})$$

dove $\tau = \mu_s l_0$ è lo spessore ottico¹¹. La brillantezza di sincrotrone si può esprimere nei casi di mezzo otticamente spesso e sottile come:

$$\cdot B_s(\nu) = \frac{J_s(\nu)}{4\pi\mu_s(\nu)} \propto \nu^{5/2} H_{\perp}^{-1/2} \text{ per } \tau \gg 1$$

$$\cdot B_s(\nu) = \frac{J_s(\nu)}{4\pi} l_0 \propto N_0 l_0 \nu^{-\alpha} H_{\perp}^{(\delta+1)/2} \text{ per } \tau \ll 1$$

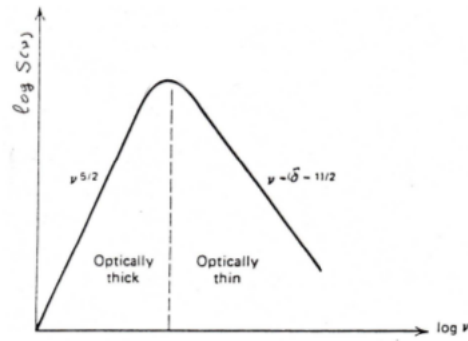


Figure 7: Spettro di Autoassorbimento

1.2.6 Perdite radiative

Consideriamo il tasso di perdita di energia degli elettroni: $\frac{d\epsilon}{dt} = C_{syn} \epsilon^2 H^2 \sin^2 \theta$.¹² L'energia in funzione del tempo sarà:

$$\begin{aligned} -\frac{d\epsilon}{dt} &= C_{syn} H^2 \sin^2 \theta dt \\ \frac{1}{\epsilon(t)} - \frac{1}{\epsilon_0} &= C_{syn} H^2 \sin^2 \theta t \\ \epsilon(t) &= \frac{\epsilon_0}{1 + C_{syn} \epsilon_0 H^2 \sin^2 \theta t} \end{aligned}$$

Definiamo un tempo caratteristico, chiamato cooling time, come rapporto tra l'energia iniziale della particella e il tasso di perdita energetica

$$\tau_{syn} = \frac{\epsilon_0}{d\epsilon/dt} = \frac{\epsilon_0}{C_{syn} \epsilon_0 H^2 \sin^2 \theta} = \frac{1}{C_{syn} H^2 \sin^2 \theta} \propto \gamma^{-1} H^{-2}$$

quindi $\epsilon(t) = \frac{\epsilon_0}{1 + t/\tau_{syn}}$ e per $t = \tau_{syn}$ $\epsilon(\tau_{syn}) = \epsilon_0/2$

allora il cooling time rappresenta il tempo di dimezzamento dell'energia della

¹⁰non si può utilizzare la legge di Kirchoff, non essendo in condizioni di equilibrio termodinamico

¹¹ l_0 è la dimensione lineare della sorgente

¹² $C_{syn} = \frac{2e^4}{3m_e^4 c^3}$

particella e sarà minore quanto più la particella è energetica. Quindi si può definire una ϵ_{syn} che a sua volta definisce una ν_{syn} che rappresenta una firma dell'invecchiamento.

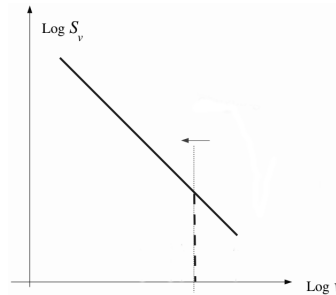


Figure 8: Modifica dello spettro(il cut-off si sposta a frequenza minore, lo spettro alle basse energie non viene modificato)

1.3 Effetto Compton Inverso

Consideriamo l'interazione di un elettrone relativistico in movimento con un fotone. Nel caso in cui il primo abbia un'energia cinetica maggiore di quella del secondo ci potrà essere un trasferimento di energia¹³.

1.3.1 Scattering singolo

Nel sistema di laboratorio, il fotone incide sull'elettrone con un angolo θ rispetto alla linea di vista e viene diffuso con un'angolo θ_f . Ci poniamo nel sistema di riferimento dell'elettrone S' e chiamiamo θ' l'angolo di incidenza e θ'' l'angolo di diffusione. Assumiamo che in S' $h\nu' \ll m_e c^2$ in modo da poter usare la sezione d'urto Thomson.

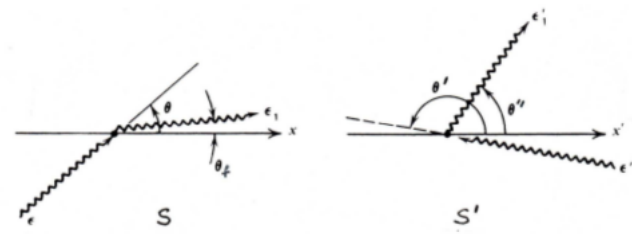


Figure 9: Compton Inverso

¹³dall'elettrone al fotone

La frequenza ν' del fotone incidente, è legata alla ν di laboratorio tramite la relazione: $\nu' = \nu\gamma(1 - \beta\cos\theta)$

per l'effetto Doppler relativistico¹⁴. In S' il fotone dopo l'urto non cambia energia poichè si ha diffusione Thomson, quindi la frequenza rimane inalterata ovvero $\nu'' = \nu'$, mentre nel sistema dell' osservatore la frequenza finale è modificata di nuovo per effetto Doppler quindi:

$\nu'' = \nu'\gamma(1 + \beta\cos\theta'') = \nu\gamma^2(1 - \beta\cos\theta)(1 + \beta\cos\theta'') \sim \nu\gamma^2$. Ne segue che i fotoni diffusi da elettroni relativistici hanno un'energia che è $\sim \gamma^2$ volte maggiore di quella dei fotoni incidenti. Consideriamo una regione di spazio in cui è presente un plasma di elettroni relativistici e un campo di radiazione. L' energia emessa da un fotone è un invariante di Lorentz data da:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\epsilon'}{dt'} = c\sigma_T \frac{\langle E_{rad}'^2 \rangle}{8\pi} = c\sigma_T \gamma^2 \langle (1 - \beta\cos\theta)^2 \rangle \langle E_{rad}^2 \rangle.$$

Il fattore $[\gamma(1 - \beta\cos\theta)]^2$ misurato dall' osservatore in S è dato dall' effetto Doppler e dalla contrazione delle lunghezze¹⁵. Per una distribuzione isotropa di fotoni $\langle (1 - \beta\cos\theta)^2 \rangle = 1 + \frac{1}{3}\beta^2$ e il flusso di energia elettromagnetica media è uguale alla densità di energia del campo di radiazione

$$\langle E_{rad}^2 / 8\pi \rangle = U_{ph}.$$

Allora l'energia uscente dalla regione di scattering è:

$$\frac{d\epsilon_{out}}{dt} = c\sigma_T U_{ph} \gamma^2 (1 + \frac{1}{3}\beta^2)$$

mentre quella associata ai fotoni prima dello scattering è:

$$\frac{d\epsilon_{in}}{dt} = -c\sigma_T U_{ph}$$

e l'effetto netto è dato da:

$$\frac{d\epsilon_{out}}{dt} - \frac{d\epsilon_{in}}{dt} = \frac{d\epsilon_{IC}}{dt} = c\sigma_T U_{ph} [\gamma^2 (1 + \frac{1}{3}\beta^2) - 1].$$

Utilizzando la relazione $\gamma^2 - 1 = \gamma^2 \beta^2$ otteniamo

$$\frac{d\epsilon_{IC}}{dt} = \frac{4}{3} c\sigma_T \gamma^2 \beta^2 U_{ph}.$$

1.3.2 Confronto tra IC e Sincrotrone

Richiamando l'emissione di sincrotrone¹⁶ $\frac{d\epsilon_{syn}}{dt} = \frac{4}{3} c\sigma_T \gamma^2 \beta^2 U_H$ otteniamo che

$$\frac{\frac{d\epsilon_{syn}}{dt}}{\frac{d\epsilon_{IC}}{dt}} = \frac{U_H}{U_{ph}}. \text{ Questo ci dice che i due fenomeni si autoregolano e l'effetto}$$

prevalente si valuta tramite il rapporto tra la densità di energia del campo magnetico U_H e quella del campo di radiazione U_{ph} , le perdite per IC sono più importanti nel caso in cui $U_{ph} > \frac{H^2}{8\pi}$ ovvero in oggetti molto compatti e luminosi. Il tempo caratteristico degli elettroni per IC si calcola in maniera simile a quello di sincrotrone, considerando entrambe le perdite di energia questo sarà $\tau_{syn+IC} \approx \frac{3 \times 10^8}{(U_H + U_{ph}) [eV cm^{-3}]} \times \frac{1}{\epsilon [GeV]}$ anni .

¹⁴vedi paragrafo 2.1

¹⁵il volume si contrae nella direzione del moto e quindi in S' aumenta il numero dei fotoni

¹⁶dove si sostituisce ad H_1^2 un valore medio $\frac{2}{3}H^2$

1.3.3 Catastrofe Compton

Consideriamo la situazione in cui dei fotoni di sincrotrone di bassa energia sono diffusi da elettroni relativistici tramite IC. Consideriamo una nube di raggio R riempita di plasma magnetizzato relativistico a una distanza D dall'osservatore. La luminosità integrata della sorgente sarà approssimativamente $L_S = 4\pi D^2 \int S(\nu) d\nu \approx 4\pi S_{max} \nu_c f(\alpha) = U_{ph} \frac{4\pi c}{3} R^2$

dove $f(\alpha)$ è un termine dell'ordine dell'unità che tiene conto della forma precisa dello spettro. Dal confronto tra le due luminosità L_{IC} e L_{syn} :

$\frac{L_{IC}}{L_s} = \frac{U_{ph}}{U_H} \simeq \left(\frac{T_{Bmax}}{10^{12}K}\right)^5 \left(\frac{\nu_c}{GHz}\right) f(\alpha)$ otteniamo la temperatura massima di brillantezza per una sorgente di sincrotrone ($10^{12}K$) dopo il quale IC domina come effetto di raffreddamento¹⁷ e la vita media degli elettroni diventa molto breve. Questo fenomeno è chiamato catastrofe Compton.

2 Effetti relativistici di sorgenti in movimento

2.1 Doppler Relativistico

Consideriamo una sorgente che si muove con velocità $v = \beta c$ in una direzione che forma un angolo θ con la linea di vista. La frequenza ν_0 a cui l'osservatore riceve il segnale differisce dalla frequenza ν_e a cui è emesso dalla sorgente a causa dell'effetto Doppler, la relazione è data da $\nu_0 = \nu_e \gamma^{-1} (1 - \beta \cos\theta)^{-1} = \nu_e \delta$ dove $\delta = \gamma^{-1} (1 - \beta \cos\theta)^{-1}$ è chiamato fattore Doppler. Consideriamo positiva la velocità in avvicinamento ($\cos\theta > 0$) con $\delta > 1$ ovvero $\nu_0 > \nu_e$, se la sorgente si avvicina all'osservatore. Il valore massimo di δ si ottiene per

$$\theta_0 = 0 : \delta = \frac{1}{\gamma(1-\beta)} = \gamma(1+\beta) = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

a cui corrisponde un $\gamma_{min} = \frac{1}{2} \frac{\delta_{max}^2 + 1}{\delta_{max}}$ che fornisce il minimo valore di γ compatibile con un dato $\delta \leq \delta_{max}$

2.2 Moti superluminali

Consideriamo una sorgente che si muove con velocità prossima a quella della luce in una direzione vicina alla linea di vista. Al tempo $t = 0$ un segnale viene emesso dal nucleo O , indicando con D la distanza della radiosorgente dall'osservatore, il segnale verrà ricevuto dopo un tempo $t_1 = D/c$. Contemporaneamente viene emessa una nube di plasma che emette radiazione e si

¹⁷la sorgente irradia prevalentemente nella banda X

muove verso l'osservatore con velocità $v > 0$ e forma un angolo θ con la linea di vista. Dopo un tempo di avanzamento t_a la nube avrà raggiunto il punto C percorrendo una distanza $D_a = vt_a$. Se a questo punto vengono emessi dei fotoni questi verranno ricevuti in un tempo $t_2 = t_a + (D - vt_a \cos \theta)/c$ quindi l'intervallo di tempo $\Delta t_{obs} = t_2 - t_1 = t_a(1 - \frac{v}{c} \cos \theta)$ misurato tra le due emissioni, è accorciato di un fattore $1 - \beta \cos \theta$ rispetto all'intervallo misurato nel sistema di riferimento della nube. Il risultato è che la velocità apparente

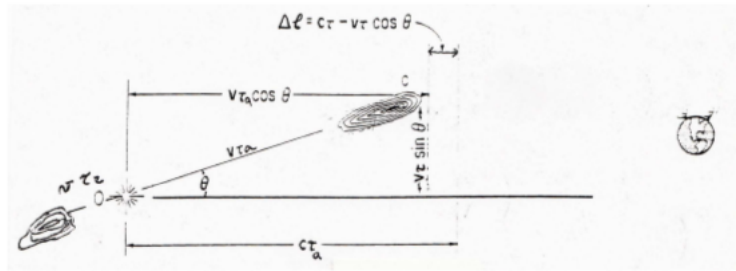


Figure 10: Effetti relativistici sulle componenti in moto di radiosorgenti

della nube sul piano del cielo¹⁸ sarà:

$$v_{app} = \frac{D_a}{\Delta t_{obs}} = \frac{vt_a \sin \theta}{t_a(1 - \beta \cos \theta)} = \frac{v \sin \theta}{(1 - \beta \cos \theta)} = c \frac{\beta \sin \theta}{(1 - \beta \cos \theta)}$$

Questa quantità può essere maggiore di $v \sin \theta$ (velocità trasversale vera) quando β e $\cos \theta$ sono circa unitari. Il massimo valore si ottiene per $\cos \theta = \beta$ ossia per $\sin \theta = \gamma^{-1}$ ($\theta \approx \gamma^{-1}$ per $\gamma \gg 1$) per cui vale:

$$\beta_{app}^{max} = \gamma \beta \approx \gamma \text{ per } v \sim c.$$

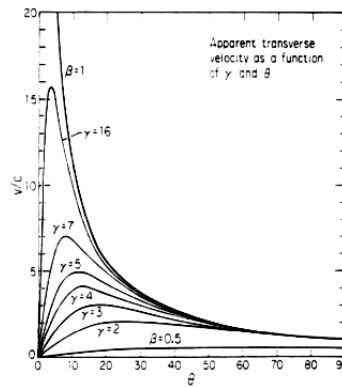


Figure 11: Velocità apparente in funzione di γ e θ

L'andamento di β_{app} per diversi γ cresce al diminuire dell'angolo θ fino a un

¹⁸calcolata nel segmento $D_a \sin \theta$

valore limite, poi decresce. Il picco diventa sempre più stretto all'aumentare di γ . Gli angoli che danno luogo a una determinata velocità apparente (larghezza del picco) sono quelli contenuti nel cono di ampiezza $\sim \gamma^{-1}$. I moti superluminali presentano velocità tipiche comprese di $5 \div 10c$

2.3 Amplificazione di luminosità

Un altro effetto della cinematica relativistica è il fenomeno del Doppler Boosting. Anche in questo caso consideriamo una sorgente che si muove con velocità $v = \beta c$ con un angolo θ rispetto la nostra linea di vista. Il moto della sorgente rispetto all'osservatore ne modifica la luminosità secondo la valutazione dell'osservatore (figura 12).

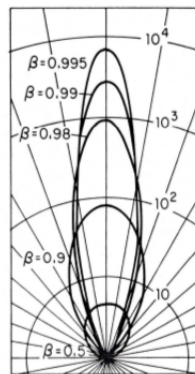


Figure 12: Amplificazione della luminosità monocromatica (potenze di 10) in funzione di β e dell'angolo θ rispetto alla linea di vista. La linea verticale corrisponde a $\theta = 0$ e le rette oblique sono multipli di 10

Definiamo il flusso come $S_\nu = \int I_\nu d\Omega$ con I_ν intensità di radiazione, $d\Omega$ angolo solido e assumiamo che la sorgente abbia uno spessore s , sia otticamente sottile e a una distanza D da noi. Utilizzando le relazioni $d\Omega = dA/D^2$, $I_\nu = j_\nu s$, $dV = dAs$ il flusso sarà $S_\nu = \int j_\nu dV/D^2$.

Vogliamo capire come è collegato il coefficiente di emissione nel sistema di riferimento dell'osservatore j_ν rispetto a j'_ν (nel sistema di riferimento del flusso). Utilizziamo la definizione del coefficiente di emissione

$j_\nu = n \frac{dW}{dt d\Omega d\nu}$ con n densità numerica, δ fattore Doppler e γ fattore di Lorentz del bulk del flusso. Relazioni:

- Frequenza : $d\nu' = \delta^{-1} d\nu$ (Formula Doppler)
- Energia : $dE' = \delta^{-1} dE$ (energia dei fotoni $h\nu$)

- Tempo : $dt' = \gamma^{-1}dt$ (dilatazione dei tempi¹⁹)
- Densità emettitori : $n' = \gamma^{-1}n$ (contrazione delle lunghezze)
- Angolo solido : $d\Omega' = \delta^2 d\Omega$ (aberrazione relativistica²⁰)

Allora $j'_{\nu'} = \delta^{-2}j_{\nu}$ e il flusso:

$$S_{\nu}(\nu) = \delta^3 \int j'_{\nu'}(\nu') dV' / D^2.$$

Nel caso in cui il coefficiente di emissione nel sistema di riferimento del flusso segua una legge di potenza del tipo $j'_{\nu'} \propto (\nu')^{-\alpha}$ abbiamo che:

$$S_{\nu}(\nu) = \delta^{3+\alpha} \int j'_{\nu'}(\nu') dV' / D^2$$

e se la sorgente è sferica l'integrazione sul volume e sulla frequenza ci da una una relazione tra luminosità osservata e intrinseca in funzione del parametro Doppler: $L = \delta^4 L'$.

Il fattore Doppler è altamente dipendente dall' angolo θ e da β , si può vedere che :

$$\cdot \text{Per } \theta < \gamma^{-1} \rightarrow \delta \simeq \gamma$$

$$\cdot \text{Per } 1 < \theta \rightarrow \delta \simeq \gamma^{-1}$$

che ci portano alla conclusione che sorgenti che si muovono a velocità relativistiche sono amplificate quando si muovono verso l'osservatore che deduce una luminosità che può essere di diversi ordini di grandezza superiore rispetto a quella intrinseca. Allo stesso modo quando la sorgente si muove a grandi angoli rispetto all'osservatore appare più debole. L'utilità di questo fenomeno risiede anche nel fatto di poter risolvere oggetti con valori di flusso(osservati ad una stessa frequenza)diversi per il nucleo e per le componenti estese.

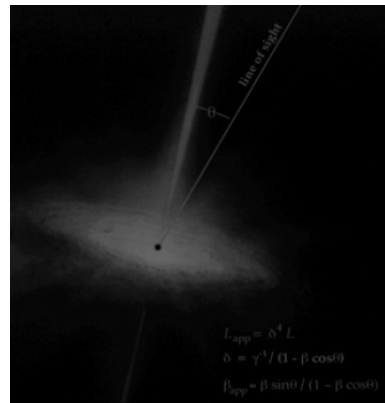


Figure 13: Risultati ottenuti

¹⁹relatività speciale

²⁰ $\cos\theta' = \frac{\cos\theta - \beta}{1 - \beta\cos\theta}$,

3 Fotoproduzione in AGN e GRB

Questo è il processo in cui due fotoni collidono e producono una coppia elettrone-positrone, effetto rilevante in alcune classi di corpi celesti come le AGN e in fenomeni come i GRB. Per poter avvenire questo processo richiede un'elevata densità di fotoni con energia almeno uguale all'energia di massa a riposo delle particelle prodotte $m_e c^2$. E' conveniente risolvere il problema nel centro del momento in cui si misura un momento complessivo nullo.

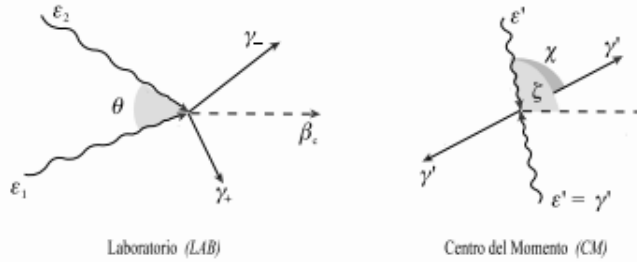


Figure 14: Geometria del processo nel sistema di Laboratorio e nel centro del momento

Deve essere soddisfatta la relazione $\epsilon_2 \epsilon_1 \geq \frac{2(m_e c^2)^2}{(1 - \cos\theta)} \geq 1$.

Qui $\epsilon_1 = \frac{h\nu_1}{m_e c^2}$ e $\epsilon_2 = \frac{h\nu_2}{m_e c^2}$ rappresentano le energie dei fotoni e θ l'angolo di collisione. Per esempio fotoni-X di energia $\epsilon_1 \simeq 1keV$ possono assorbire fotoni- γ di energia $\epsilon_2 \geq 300MeV$, fotoni con $\epsilon_1 \simeq 10keV$ possono assorbire fotoni con $\epsilon_2 \geq 30MeV$ e così via. La soglia energetica però non è l'unica questione, dato che entra in gioco anche l'opacità. Consideriamo le AGN e i GRB poichè mostrano alte luminosità nella banda X e γ , per cui la questione della fotoproduzione risulta centrale per comprendere le proprietà di queste sorgenti. Lo spessore ottico per un fotone di energia ϵ_2 che attraversa una regione di "raggio" R riempita di fotoni con energia ϵ_1 e densità numerica differenziale $n(\epsilon_1)$ è dato da:

$$\tau_{\gamma\gamma}(\epsilon_2) = \frac{R}{4\pi} \int d\epsilon_1 n(\epsilon_1) \int d\Omega (1 - \cos\theta) \sigma_{\gamma\gamma}(\epsilon')$$

dove $\epsilon' = (\epsilon_1 \epsilon_2 / m_e^2 c^4)(1 - \cos\theta)$ e $\sigma_{\gamma\gamma}$ rappresenta la sezione d'urto per la fotoproduzione di coppia. Questa è data nella figura 15 in unità della sezione d'urto Thomson σ_T . In caso di emissione isotropa la densità numerica dei fotoni può essere dedotta dalla luminosità secondo la relazione:

$$L = 4\pi R^2 c \int n(\epsilon) \epsilon d\epsilon.$$

Inoltre possiamo utilizzare il parametro di 'compattezza' della sorgente

$l = \frac{L\sigma_T}{4\pi R m_e c^3}$ che essendo collegato a quantità osservabili può essere stimato.

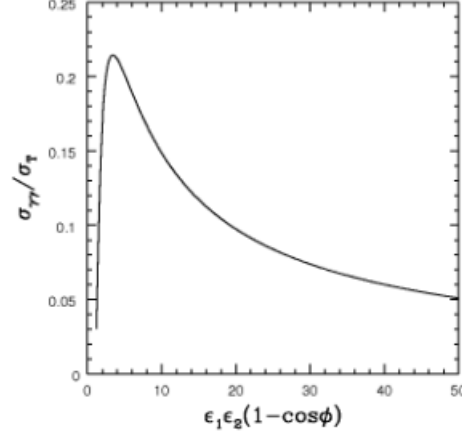


Figure 15: Sezione d'urto del processo $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ (in unità di σ_T) in funzione di ϵ' in unità di $m_e c^2$

Utilizzando l'approssimazione $R \geq c\Delta t$ con Δt tempo di scala tipico di variazione della sorgente abbiamo che per:

- AGN con $L = 10^{48} \text{ erg/sec}$, $\Delta t = 1 \text{ giorno} \rightarrow l \geq 10^3$
- GRB con $L = 10^{52} \text{ erg/sec}$, $\Delta t = 1 \text{ sec} \rightarrow l \geq 10^{12}$

Assumendo che la densità numerica dei fotoni è caratterizzata da una legge di potenza del tipo $n(\epsilon) = n_0 \epsilon^{-s}$ per $\epsilon_{min} \leq \epsilon \leq \epsilon_{max}$ e in aggiunta un' approssimazione a una funzione- δ per la sezione d'urto di fotoproduzione²¹ otteniamo che lo spessore ottico sarà²²:

$$\tau_{\gamma\gamma}(E_\gamma) \geq \frac{1}{4} \eta(\epsilon_{min}, \epsilon_{max}, s) \left(\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \right)^{s-1} l$$

dove per $s = 2$

$$\eta = \left[\ln \left(\frac{\epsilon_{max}}{\epsilon_{min}} \right) \right]^{-1}$$

Utilizzando i valori del parametro di compatezza l trovati precedentemente e la pendenza "canonica" $s = 2$ (che implica $\eta \simeq 1$, valore piuttosto insensibile ai limiti $\epsilon_{min}, \epsilon_{max}$) osserviamo che per:

- AGN con $E_\gamma = 10 \text{ Gev} \rightarrow \tau_{\gamma\gamma} \approx 10^4$
- GRB con $E_\gamma = 10 \text{ Mev} \rightarrow \tau_{\gamma\gamma} \approx 10^{12}$

che ci mostra chiaramente che in caso di emissione isotropa non dovreb-

²¹scelta in parte giustificata dalla forma funzionale di $\sigma_{\gamma\gamma}$

²²sostituendo E_γ a ϵ_2

bero essere osservati fotoni- γ . In ogni caso, se l'emissione non è isotropa ma pulsata questi valori diminuiscono di molto. Invece nel caso in cui la sorgente si muova relativisticamente e quindi sia dipendente dal fattore Doppler δ allora quanto segue influenza direttamente il calcolo dello spessore ottico:

- La luminosità risulta aumentata: $L_{obs} = \delta^4 L_{int}$
- La sorgente appare più compatta $\Delta t_{obs} = \delta^{-1} \Delta t_{int}$
- I fotoni osservati appaiono più energetici $E_{\gamma,obs} = \delta E_{\gamma,int}$

Questo implica che $l_{obs} \propto \frac{L_{obs}}{\Delta t_{obs}} = \frac{\delta^4 L_{int}}{\delta^{-1} \Delta t_{int}} \propto \delta^5 l_{int}$
e conseguentemente lo spessore ottico per $s = 2$ sarà:

$$\tau_{\gamma\gamma,obs} \propto l_{obs} E_{\gamma,obs} = (\delta^5 l_{int})(\delta E_{\gamma,int}) \propto \delta^6 \tau_{\gamma\gamma,int}$$

quindi per uscire dalla sorgente i raggi- γ richiedono che $\tau_{\gamma\gamma,int} = \frac{\tau_{\gamma\gamma,obs}}{\delta^6} < 1$.
Questi calcoli semplificati implicano che per gli AGN $\delta > 5$ e per i GRB $\delta > 100$. Quindi gli argomenti discussi danno un'indiretta ma forte evidenza che sia per le AGN che per i GRB vi sia emissione di materia con velocità relativistica.

Bibliografia

- [1] A.W. Guthmann, M. Georganopoulos, A. Marcowith, K. Manolakou
Relativistic Flows in Astrophysics

- [2] Carla Fanti, Roberto Fanti
Una finestra sull' Universo "Invisibile"

- [3] Daniele Dallacasa, Carlotta Gruppioni
Dispense di Processi di Radiazione e MHD

- [4] George B. Rybicki, Alan P. Lightman
Radiative Processes in Astrophysics

- [5] Malcom S. Longair
High Energy Astrophysics

- [6] Luciano Nobili
Dispense di Astrofisica Teorica