### ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITA' DI BOLOGNA

### SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA Sede di Forlì

### Corso di Laurea in INGEGNERIA AEROSPAZIALE Classe 10

## ELABORATO FINALE DI LAUREA in Disegno Tecnico Aerospaziale

### STUDIO E OTTIMIZZAZIONE DI UN SISTEMA DI SMORZAMENTO PASSIVO PER UN AEROPROPULSORE STRATOSFERICO

CANDIDATO PIETRO GIACALONE

RELATORE Prof. Ing. LUCA PIANCASTELLI

Anno Accademico 2013/2014 Sessione II

# Indice

Premessa	1
Introduzione	

## **Capitolo 1**

I sistemi di propulsione in aeronautica	
1.1 I motori alternativi	6
1.2 I motori a getto	10
1.2.1 I turbojet	11
1.2.2 I turbofan	13
1.2.3 Turboprop e propfan	14
1.2.4 Ramjet e scramjet	16
1.3 Altri sistemi di propulsione	17
1.3.1 I propulsori a razzo	17
1.3.2 I motori elettrici	

# Capitolo 2

Le eliche ed il loro funzionamento	
2.1 Cenni storici	19
2.2 Generazione del moto e rendimento di propulsione	22
2.2.1 Generazione della propulsione	22
2.2.2 Il rendimento di propulsione	23
2.3 Nomenclatura e geometria dell'elica	25
2.3.1 Nomenclatura e genesi dell'elica	25
2.3.2 La geometria dell'elica	28

2.4 Il funzionamento dell'elica	32
2.4.1 Il coefficiente di avanzamento	
2.4.2 Le formule di Rénard	
2.4.3 Diverse condizioni di funzionamento dell'elica	35
2.4.4 Il campo aerodinamico attorno all'elica	

## Capitolo 3

Le teorie classiche dell'elica	
3.1 La teoria impulsiva semplice	41
3.2 La teoria dell'elemento di pala	45
3.3 La teoria impulsiva combinata con l'elemento di pala	47
3.4 La teoria di Theodorsen	53
3.4.1 Applicazione della teoria al caso di eliche singole	54
3.4.2 Applicazione della teoria alle eliche controrotanti	61
3.4.3 Le perdite di energia dell'elica	67

## Capitolo 4

L'elica stratosferica: la prima variante	
4.1 Le condizioni di progetto	71
4.2 La ricerca dell'elica	73
4.2.1 Impiego della teoria di Theodorsen per eliche singole	73
4.2.2 Scelta del profilo per le pale	76
4.3 La prima variante	80

# Capitolo 5

La soluzione adottata	
5.1 Dalla prima alla seconda variante progettuale	
5.2 Applicazione della teoria di Theodorsen	

5.3 I componenti dell'elica	90
5.3.1 Le pale	90
5.3.2 La crociera	92
5.3.3 Altri componenti principali del gruppo pale	93
5.3.4 Le ruote dentate	95
5.3.5 Le scatole	97
5.3.6 Gruppo duomo, pistoni e camme	
5.4 Montaggio dell'elica	101
5.4.1 Il gruppo anteriore	101
5.4.2 Il gruppo posteriore	102
5.4.3 L'assemblaggio completo	103

# Capitolo 6

Studio e ottimizzazione dello smorzatore10	
6.1 Lo scenario progettuale	
6.2 Stratosfera, troposfera e condizioni operative	
6.3 Il gruppo aeropropulsore	107
6.3.1 Il propulsore	
6.3.2 L'elica e la pala aeronautica	110
6.4 Analisi delle vibrazioni	111
6.4.1 I materiali impiegati	112
6.4.2 Studio delle frequenze	113
6.5 Ottimizzazione	115
6.6 Conclusioni	119

Bibliografia	
--------------	--

## Ringraziamenti

## Premessa

Obiettivo di questo elaborato è lo studio e la conseguente ottimizzazione di una pala aeronautica che sia in grado di comportarsi da smorzatore passivo per il relativo propulsore che la attua, in grado cioè di vibrare alla stessa frequenza risonante caratteristica del motore stesso, pur mantenendo buone prestazioni aerodinamiche per il volo stratosferico.

Nella prima parte di questo volume verranno rivisti i concetti fondamentali relativi ai sistemi propulsivi aerospaziali, con focus sulla propulsione mediante elica e corrispondenti teorie. Si passerà quindi alla discussione delle peculiarità tipiche del volo in uno scenario stratosferico, con scelta di massima degli aeropropulsori più idonei ad operare in tale contesto. Verrà infine eseguita la succitata ottimizzazione e saranno elaborate le dovute conclusioni.

## Introduzione

Lo studio di velivoli capaci di volare nella stratosfera è uno dei campi relativamente più recenti della moderna aeronautica. Ha infatti avuto inizio nella seconda metà degli anni novanta il progetto ERAST (Environmental Research Aircraft and Sensor Technology) della NASA, ufficialmente terminato nel 2003, il cui fine era il progetto di un piccolo UAV, con propulsione ad elica, fatta girare con motore elettrico o ibrido, in grado di volare in un primo tempo fino all'altezza di 30500 metri, ad una velocità compresa tra Mach 0,4 e Mach 0,85 [5]. Il know-how acquisito è stato, ed è tuttora, spendibile nello sviluppo di tecnologie che in un prossimo futuro potrebbero rivelarsi utili, se applicate, ad esempio, al progetto di piccoli velivoli spinti da eliche, che abbiano l'onere di operare in atmosfere rarefatte quale, ad esempio, quella presente sul pianeta Marte. La sfida insita in uno studio di questo tipo riguarda principalmente il riuscire a trovare una forma delle pale ed un diametro dell'elica adatti allo scopo e capaci di soddisfare sia esigenze di carattere aerodinamico, sia vincoli dimensionali posti dal velivolo su cui tale elica verrà montata. Il volo stratosferico presenta due tipi di problemi che vanno risolti. Il primo è il ben noto calo della potenza erogabile dal motore endotermico al variare della quota, dovuto alla diminuzione della densità dell'aria. Il secondo problema, che riguarda specificamente l'elica, è di carattere aerodinamico, e consiste nel dover operare con bassi valori del numero di Reynolds, variabili da circa 35000 a circa 200000, e comunque molto più bassi di quelli relativi al volo a quote minori. Questo porta alla ricerca di profili specifici per le pale dell'elica, che abbiano cioè buone caratteristiche aerodinamiche a bassi numeri di Reynolds.

Buon punto di partenza è la teoria di Theodorsen, forse la più completa tra le teorie classiche per lo studio delle eliche. Essa infatti estende la preesistente teoria con un nuovo metodo per determinare la funzione di circolazione, che permette di ottenere risultati più realistici in termini di rendimento, pur utilizzando semplici calcoli.

Da precedenti studi basati su evidenze sperimentali, profili come il Clark Y e l'Eppler 387 (già utilizzato nell'ambito del programma ERAST) ben si prestano ad essere buoni candidati, laddove il primo sia generalmente più affidabile ed il secondo più prestazionale. Nel caso del profilo Eppler 387 sono state studiate due varianti: (1) un'elica singola a cinque pale, del diametro di 4,1 metri, con seri problemi di ingombro, probabilmente risolvibili tramite la realizzazione di pale pieghevoli che si aprono dopo la fase di involo, (2) due eliche controrotanti da tre pale ciascuna, del diametro di 2,5 metri, sistema meno ingombrante e che per sua natura risolve automaticamente il problema del bilanciamento del momento giroscopico; inoltre, quest'ultima soluzione è stata pensata con pale in fibra di carbonio e progettata affinché il ritorno delle stesse verso passi minori fosse affidato all'azione aerodinamica, per cui la pala assume naturalmente la posizione di minore interferenza. Il risultato è un'elica di semplice realizzazione, che presenta buone prestazioni durante il volo nella stratosfera, oltre ad essere sufficientemente robusta, leggera e poco ingombrante, adatta anche ad esser montata su un velivolo di dimensioni medie o piccole (vedi [11]).

D'altra parte, il sistema smorzatore passivo. Un corpo vibra quando descrive intorno ad una posizione di riferimento un moto oscillatorio i cui parametri (come l'ampiezza) non sono in generale costanti nel tempo. La natura di una vibrazione può essere prevedibile e quindi diremo che il fenomeno è in tal caso deterministico, o può essere caratterizzata dall'avere solamente alcune proprietà che seguono leggi statistiche, si parla in tal caso di moto stocastico o di vibrazioni random. Tra i moti oscillatori deterministici periodici rientrano le vibrazioni generate dalle macchine alternative, caratterizzate da componenti armoniche con pulsazioni multiple della velocità di rotazione degli alberi motore. Per lo studio e l'ottimizzazione dello smorzatore la scelta è ricaduta su una pala che adottasse il più commerciale profilo Clark Y, le cui caratteristiche aerodinamiche sono già state ampiamente studiate, così come dimostrato dalla letteratura a riguardo; variamente impiegato nel design di velivoli general purpose, rivela ottime prestazioni per medi numeri di Reynolds, dolce risposta allo stallo e caratteristiche paragonabili al profilo Eppler 387. Il problema principale nell'ottimizzazione del sistema smorzante si è mostrato esser legato al dimensionamento, al posizionamento delle masse, alla scelta dei materiali e di geometrie opportune, che tenessero conto dei vincoli strutturali e che preservassero le caratteristiche aerodinamiche necessarie. Primo passo è stato quello di individuare la frequenza risonante, caratteristica del propulsore diesel considerato e associata al relativo regime di rotazione. Nella successiva fase si è cercato invece di lavorare per tentativi, dettati da opportuni e logici ragionamenti, mediante l'utilizzo di software CAD 3D e calcolo agli elementi finiti; lo scopo, quello di modellare una pala che potesse essere impiegata in un elica di 2,5 metri e vibrante alla stessa frequenza del motore, quando questa si trovi ad operare al significativo numero di giri, relativamente al quale si presenti il problema della risonanza.

Il risultato è una pala composta da materiali distinti, leggera, con problemi di snervamento alla radice, dovuti alla geometria adottata.

# **Capitolo 1**

# I sistemi di propulsione in aeronautica

I propulsori aeronautici si distinguono in due classi principali per ciò che riguarda l'ottenimento della spinta necessaria al volo:

1) Propulsori ad elica;

2) Propulsori a reazione diretta.

Nel primo caso si ottiene in generale una spinta modesta, operando su una grande massa d'aria. Il contrario avviene nel secondo caso.

Per quanto riguarda invece l'architettura dei motori impiegati, questi si possono distinguere nelle seguenti categorie principali:

- 1) Motori endotermici alternativi;
- 2) Motori turbogas (turbojet, turbofan, turboprop, propfan, ramjet, scramjet);
- 3) Propulsori a razzo;
- 4) Motori elettrici.

I primi sono impiegati nel campo delle piccole potenze, i secondi spaziano da un impiego a velocità subsoniche (turboprop), transoniche (turbofan), fino ad arrivare a circa Mach 3,5 (turbojet) e oltre (ramjet, scramjet).

I propulsori a razzo diventano invece convenienti a partire da velocità superiori a Mach 4. In figura 1.1 è visibile uno schema relativo al campo di impiego dei diversi sistemi.

I motori elettrici sono invece per ora confinati a sporadiche apparizioni, su velivoli molto leggeri, simili ad alianti, quali l'Aeroenvironment Pathfinder e l'Aeroenvironment FQM-151A Pointer. Dato l'attuale scarso utilizzo, di questi motori si darà solamente una breve descrizione.



Fig. 1.1 Campo di impiego dei diversi sistemi di propulsione

### 1.1 I motori alternativi

In questa categoria rientrano i motori a due e quattro tempi, sia ad accensione comandata che ad accensione spontanea. Essi prevedono l'accoppiamento con un'elica, con o senza l'interposizione di un riduttore.

L'impiego dei motori endotermici alternativi in aeronautica risale al 1903, al primo volo dei fratelli Wright. Fino alla fine degli anni quaranta, a parte sporadici impieghi dei sistemi a razzo, non erano disponibili altri tipi di motori per aviazione, e i motori alternativi raggiunsero livelli di altissima complessità architettonica, come ad esempio nella configurazione a doppia stella.

Attualmente l'utilizzo di questi propulsori è confinato alle piccole potenze, e riguarda principalmente velivoli da turismo o altri aerei di piccola taglia. Non mancano comunque motori di una certa potenza, e sono allo studio motori diesel common rail in grado di sviluppare anche 3700 CV, come il VD007.

I motori endotermici alternativi per l'impiego aeronautico furono inizialmente derivati dai motori per autoveicoli, con opportune modifiche dettate dalle diverse esigenze di impiego. In particolare un motore alternativo per aviazione deve rispondere alle seguenti caratteristiche:

- Leggerezza;
- Minimo ingombro frontale;
- Bassi consumi;
- Indipendenza della potenza dalla quota;
- Affidabilità;
- Elevato rapporto potenza/peso.

Le caratteristiche di leggerezza e minimo ingombro si ottengono tramite un'accurata progettazione dei vari componenti e per mezzo dell'impiego di materiali leggeri e resistenti.

Aumentando inoltre, per quanto possibile, la pressione media effettiva e la cilindrata, oltre al numero di giri, si riesce ad ottenere una potenza maggiore. Questo giustifica soluzioni progettuali più raffinate e complesse di quelle presenti sui motori per autoveicoli.

Di enorme importanza è ancora l'indipendenza della potenza erogata con la quota. Accade infatti che, salendo verso quote maggiori, la densità dell'aria diminuisce. Ciò comporta una diminuzione del rendimento di carica e una peggior combustione, a cui segue un calo drastico della potenza erogata dal motore.

La soluzione è la sovralimentazione, che consente una costanza della potenza erogata fino ad una quota, detta di ristabilimento, oltre la quale il motore funziona come in assenza di sovralimentazione. Si può ovviare montando due compressori in serie, come sul caccia inglese Spitfire, in cui il secondo compressore entra in funzione laddove il primo non riesce più ad operare. Ciò consente il raggiungimento di quote elevate con una potenza pressoché costante.

La sovralimentazione in aeronautica è generalmente realizzata tramite compressore centrifugo, azionato da una turbina che sfrutta l'energia cinetica residua dei gas di scarico. E' inoltre presente una valvola limitatrice di pressione a comando, oppure automatica con capsula barometrica che permette di evitare un aumento eccessivo della pressione di aspirazione. Il funzionamento è simile al waste gate automobilistico.

Da notare che la sovralimentazione nei motori alternativi è nata proprio per le esigenze dei motori da aviazione, ed è stata utilizzata soltanto successivamente nei motori terrestri e marittimi, peraltro con notevole successo.

Per quanto riguarda l'affidabilità, essa è una caratteristica fondamentale dei motori per aviazione. Nei motori ad accensione comandata si è ricorso ad esempio all' utilizzo di due candele per cilindro, alimentate anche da due magneti. Essi inoltre devono essere revisionati molto più spesso dei motori per autoveicoli.

La configurazione dei motori alternativi può essere generalmente a cilindri in linea, oppure contrapposti, a V, a W, a stella o a doppia stella. In figura 1.2 si possono notare alcune di queste configurazioni (vedi [2]).



Figura 1.2 Esempi di configurazioni di motori alternativi aeronautici

In figura 1.3 è visibile invece una configurazione a doppia stella, con elica a passo variabile montata sull'albero di uscita (vedi [1]).



Fig.1.3 Configurazione a doppia stella

La scelta della configurazione ottimale dipende da considerazioni di impiego, dalla potenza desiderata e dal tipo di raffreddamento. Ad esempio configurazioni a 14 o 18 cilindri a doppia stella erano in passato adottati nel caso di motori raffreddati ad aria, che avevano come peculiarità la facilità di installazione e manutenzione, mentre una configurazione a 12 cilindri a V era tipica di motori di grande potenza, raffreddati a liquido, di minore ingombro frontale.

Il primo sistema di raffreddamento utilizzato era il raffreddamento ad aria, seguito poi dal raffreddamento a liquido. Quest'ultimo è più efficace, e permette di ottenere motori in grado di sviluppare maggior potenza, ma può presentare problemi per il peso maggiore che ne consegue.

Solitamente i motori in linea di grande potenza vengono raffreddati a liquido, come già accadeva per gli aerei militari durante la Seconda Guerra Mondiale.

Il raffreddamento ad aria è invece tipico dei motori per aerei leggeri, di dimensioni medie o piccole, ed è di solito utilizzato con motori stellari.

Quando un motore viene raffreddato ad aria, bisogna assicurare un uniforme raffreddamento della testata. L'aria deve essere convogliata verso le alette di raffreddamento dei cilindri, e quindi uscire da detta zona a raffreddamento avvenuto. Dal punto di vista aerodinamico può verificarsi un incremento della resistenza all'avanzamento dell'aeroplano. Allo scopo di diminuire il fenomeno sono stati studiati appositi convogliatori (*cowlings*), quali l'anello Townsend, utilizzato già sui biplani, e

successivamente il convogliatore NACA, di fig. 1.4. Ciò ha portato ad una migliore efficienza, sia del motore, che dell'aeroplano stesso.



Fig.1.4 Convogliatore NACA

Per quanto riguarda infine il problema della lubrificazione, questa nei motori alternativi aeronautici avviene quasi sempre tramite circuito forzato, con l'aggiunta di radiatori per il raffreddamento dell'olio. Tale scelta è d'obbligo poiché il motore in volo è spesso in assetto diverso dal motore a terra, e nonostante ciò bisogna garantire una lubrificazione ottimale.

Fino agli anni cinquanta per ottenere motori di grande potenza da installare ad esempio si aerei di linea, si ricorreva alla tecnica del *compounding*. Il motore compound è costituito da un motore alternativo, a valle del quale è stata calettata sullo stesso albero una turbina, azionata dai gas di scarico. La turbina contribuisce alla rotazione dell'albero motore, fornendo un notevole incremento di potenza.

I motori compound sono stati utilizzati su aerei da trasporto come il DC 7C, e sono stati poi sostituiti dai più potenti motori turbogas, caratterizzati inoltre da un più elevato rapporto potenza/peso.

### **1.2** I motori a getto

Sviluppati in parallelo dal tedesco Hans Pabst von Ohain e dall' inglese Sir Frank Whittle durante il secondo conflitto mondiale, i motori a getto sono costituiti fondamentalmente da un compressore dinamico, assiale o centrifugo, da una camera di combustione e da una turbina.

I motori a getto assumono varie configurazioni, tra le quali le più importanti sono i *turbojet*, i *turbofan*, i *turboprop*, i *propfan*, i *ramjet* e gli *scramjet*.

In ognuna di queste varianti, ad eccezione delle ultime due, la configurazione base del gruppo turbogas resta pressoché invariata, mentre ciò che varia è la presenza o meno di un'elica e il campo di utilizzo delle diverse soluzioni.

#### 1.2.1 I turbojet

I motori turbojet sono formati essenzialmente da un gruppo turbogas, di solito con l'aggiunta di un post-bruciatore specie sui velivoli militari.

In essi l'aria entra nel compressore dinamico, di solito ad una velocità relativa di 0,4 Mach. Qui essa viene compressa in uno o più stadi, ed entra in camera di combustione, dove viene miscelata col combustibile. Durante la combustione la temperatura aumenta notevolmente, e la miscela di aria e gas combusti viene quindi mandata ad espandersi in turbina, alla quale viene conferita quindi l'energia che serve per mantenersi in rotazione e trascinare il compressore. A valle della turbina è presente un ugello che serve per incrementare l'energia cinetica dei gas di scarico.

La spinta è fornita al velivolo dalla notevole energia cinetica residua dei gas di scarico all'uscita.

Dal punto di vista termodinamico, i motori a getto seguono quindi un ciclo di Brayton, modificato a seconda della presenza o meno di sistemi ausiliari, come ad esempio il post-bruciatore.

La presenza di un post-bruciatore tra turbina ed ugello serve a fornire un incremento temporaneo della spinta, al prezzo di un consumo maggiore, in certe fasi di volo quali il decollo o il combattimento. Questo dispositivo non è altro che una seconda camera di combustione, alla quale la miscela viene inviata all'uscita dalla turbina. L'elevato contenuto di ossigeno presente nei gas di scarico è infatti ancora più che sufficiente per una seconda combustione.

I motori turbojet consentono il raggiungimento di velocità elevate, fino anche a Mach 3. Essi non sono però adatti ad operare a regimi di velocità inferiore a quella del

suono, poiché a tali velocità il loro rendimento è molto basso rispetto agli altri sistemi di propulsione.

L'utilizzo del motore turbojet è pertanto confinato ai velivoli militari e a quei velivoli da trasporto in grado di volare a velocità supersoniche, come ad esempio il Concorde.

Si ha infatti che il rendimento propulsivo di un turbojet vale:

$$\eta_p = \frac{2}{1 + \frac{U}{V}} \tag{1.1}$$

dove U è la velocità dei gas in uscita dalla turbina e V è la velocità dell'aereo.

Si nota subito che il rendimento di propulsione cala con la velocità di avanzamento.

In figura 1.5 è visibile la sezione di un turbojet semplice, con compressore centrifugo e turbina monostadio, di vecchia concezione, simile al Rolls-Royce Nene 2 del 1947.



Fig. 1.5 Motore turbojet

### 1.2.2 I turbofan

Se prima dell'ingresso nel compressore si installa un'elica ad elevato numero di pale incastellata, detta *fan*, si ottiene il motore del tipo turbofan. Tramite il fan si riesce ad avere una certa portata di aria che non entra nel compressore, detta *by-pass flow*, che serve per mantenere costante la spinta al variare della velocità U dei gas di scarico.

Si ha infatti dall' equazione (1.1) che per ottenere un rendimento elevato anche a basse velocità V di avanzamento, deve diminuire U. La spinta S data al velivolo vale però:

$$\mathbf{S} = \mathbf{m} \left( \mathbf{U} \cdot \mathbf{V} \right) \tag{1.2}$$

dove m è la portata massica dei gas. Se si vuole tenere S costante allora, al diminuire di U, deve aumentare m.

In figura 1.6 si vede un tipico turbofan con due compressori multistadio, uno di bassa ed uno di alta pressione, e con una turbina, anch'essa multistadio.



Fig. 1.6 Propulsore turbofan

Solitamente si ha che la ventola viene calettata sull'albero senza l'interposizione di un riduttore.

Per distinguere tra loro i diversi turbofan, ed anche i propulsori turbofan da altri tipi di motori che utilizzano una portata di by-pass, come ad esempio i *propfan*, si utilizza un parametro detto *grado di by-pass* o *by-pass ratio*, b.p.r., definito come:

$$b.p.r. = \frac{portata\_massica\_aria\_attraverso\_il\_fan}{portata\_massica\_aria\_attraverso\_la\_turbina};$$

I primi motori a getto con by-pass, del tipo di quelli montati sui Boeing 737, o sui DC 9, avevano valori del b.p.r. variabili tra 1 e 2, mentre con i turbofan si opera con valori di b.p.r. tra 4 e 6. Con i propfan si può arrivare fino a valori pari a 15.

I propulsori turbofan operano con buoni valori del rendimento, sia a velocità inferiori che superiori a quella del suono. Sono utilizzati perciò sia per alte velocità subsoniche, sia per velocità transoniche e supersoniche di poco inferiori a Mach 1,5.

Il loro impiego è diffuso su molti aerei passeggeri per tratte medie e lunghe, sugli aerei cargo, ed anche su velivoli di dimensioni medie, come ad esempio i Learjet, oltre che su alcuni aerei militari.

### **1.2.3 Turboprop e propfan**

Nei motori turboprop si utilizza un gruppo turbogas per trascinare un'elica, posta davanti al compressore. Tra compressore ed elica si interpone un riduttore, poiché l'elica deve ruotare a velocità molto inferiori a quelle del gruppo turbogas. Uno schema di motore turboprop è visibile in figura 1.7.



Fig. 1.7 propulsore turboprop

In un propulsore turboprop la maggior parte della spinta è dovuta all'elica, ma un contributo non trascurabile, fino anche al 20%, è dato dall'energia cinetica residua dei gas di scarico.

Rispetto all'eq. 1.1, in questo caso varia l'espressione del rendimento, a causa della presenza dell'elica e del riduttore. Chiamando con  $\eta_t$  il rendimento del turbogas, con  $\eta_e$  il rendimento dell'elica e con  $\eta_m$  il rendimento meccanico del riduttore, si ha (vedi [2]):

$$\eta_p = \eta_t \cdot \eta_e \cdot \eta_m \tag{1.3}$$

I turboprop presentano buoni valori del rendimento per velocità di avanzamento subsoniche, e sono impiegati su aerei cargo e su velivoli di stazza media ed anche piccola, come su certi velivoli da turismo.

Un altro tipo di propulsore in cui un turbogas viene accoppiato ad un'elica è il propfan, visibile in figura 1.8.



Fig. 1.8 Schema di un propfan

Lo studio di motori con alti valori del rendimento a velocità transoniche, ebbe inizio nella seconda metà degli anni 70 presso la NASA, a seguito della crisi petrolifera del 1973. Bisognava trovare un motore che offrisse prestazioni paragonabili a quelle dei turbofan, ma che consumasse meno carburante. Ebbe perciò inizio lo studio dei propfan, durato circa dieci anni, e che ha visto lo sviluppo delle eliche transoniche. Esse hanno forma a freccia, e possono presentare fino a dodici pale. Lo studio di queste eliche ha avuto come effetto lo sviluppo di software molto avanzati, e di metodi di calcolo molto complessi, dei quali si discuterà in seguito. Si può dire che le eliche transoniche sono il tipo più avanzato di eliche mai progettate.

I propfan sono una combinazione tra i turboprop e i turbofan. Essi presentano spesso due eliche controrotanti che producono una notevole spinta, oltre a generare una elevata portata di by-pass (b.p.r fino a 15). Alla spinta data dalle eliche si aggiunge quella dovuta ai gas di scarico.

Il rendimento dei propfan è il più elevato tra quelli dei propulsori aeronautici. Tuttavia il loro utilizzo è stato finora pressoché sperimentale, mentre le ricerche sono state spesso sospese, e poi riprese, a seconda della convenienza di questo sistema, legata al prezzo del petrolio.

Il problema maggiore dei propfan è l'elevato rumore generato dalle eliche, che ha finora impedito l'installazione di questo sistema su velivoli da trasporto passeggeri.

#### **1.2.4 Ramjet e scramjet**

A velocità superiori a Mach 3,5 circa si è notato che il rendimento dei normali motori turbojet cala, ed inoltre la pressione e la temperatura dell'aria in ingresso al compressore sono molto elevate. In queste condizioni di pressione e temperatura si può fare a meno del compressore, e di conseguenza anche della turbina, ottenendo un motore molto semplice, costituito soltanto da un condotto di ingresso, una camera di combustione ed un ugello, il cosiddetto ramjet, visibile in figura 1.9.



Fig.1.9 Propulsore ramjet

L'aria entra nel convogliatore e portata in camera di combustione, dove viene miscelata col carburante. A combustione avvenuta i gas ad elevato contenuto entalpico attraversano il condotto di uscita e fuoriescono attraverso l'ugello che provvede ad elevarne l'energia cinetica.

Appare ovvio che questo motore è in grado di funzionare solamente in quelle condizioni in cui un compressore non è necessario. Bisogna quindi utilizzare i ramjet in coppia con altri sistemi che consentano di far raggiungere al velivolo velocità dell'ordine dei Mach 3.

Quando ci si trova ad operare invece a velocità superiori a Mach 5, succede che la temperatura dell'aria all'ingresso del convogliatore cresce al punto tale che si hanno effetti di dissociazione delle molecole. La conseguenza di questo processo è una crescente inefficienza della combustione, che non permette di raggiungere i livelli entalpici necessari ad un buon funzionamento del motore. Per ovviare a tutto ciò sono in fase di studio motori di tipo scramjet (*supersonic combustion ramjet*) nei quali la combustione avviene a velocità supersoniche, utilizzando l'idrogeno al posto dei tradizionali combustibili.

Mentre gli scramjet sono propulsori ancora in fase di realizzazione, i comuni ramjet sono utilizzati sin dagli anni cinquanta, specialmente nel campo dei missili, date le velocità necessarie per avere condizioni di volo ottimali.

### 1.3 Altri sistemi di propulsione

#### 1.3.1 I propulsori a razzo

Alle altezze più elevate, dove non risulta più praticabile l'utilizzo dei motori tradizionali che aspirano aria all'ingresso, si ricorre ai propulsori a razzo. Tipici valori della velocità di avanzamento sono nell'ordine dei Mach 4.

I propulsori a razzo sono fondamentalmente di due tipi: a combustibile liquido o a combustibile solido. Nel primo tipo il comburente, costituito da ossigeno liquido, e il combustibile sono contenuti in due serbatoi separati. Essi entrano in camera di combustione attraverso una serie di condotti, inoltre si usa raffreddare l'ugello facendovi scorrere sulla superficie esterna il combustibile, prima di farlo entrare nella camera. Il raffreddamento dell'ugello si rende necessario, causa le elevatissime temperature raggiunte dai gas combusti.

Nei propulsori a razzo, la combustione avviene in maniera continua, di solito fino a che non si esaurisce uno dei due serbatoi contenenti i reagenti.

I razzi a combustibile solido sono di costruzione molto più semplice. Essi sono costituiti da una miscela solida di combustibile e comburente, racchiusa nella carcassa del razzo, di forma cilindrica, da un bruciatore e da un ugello di forma opportuna. In questo caso è importante la sezione della miscela solida, che deve essere la più razionale possibile per avere una corretta combustione e sfruttare tutta la miscela, sapendo che questa brucia a partire dall'interno, verso l'esterno.

#### 1.3.2 I motori elettrici

Nonostante siano ancora una rarità, i motori elettrici meritano un cenno per i possibili sviluppi futuri nel campo della propulsione aeronautica (vedi [2] e [6]).

Questi motori presentano una silenziosità ed una assenza di vibrazioni senza pari, se confrontate con gli altri sistemi. Per contro i motori elettrici hanno il più basso valore del rapporto potenza/peso, anche se negli ultimi anni sono stati di molto alleggeriti, mediante

l'utilizzo di materiali quali le terre rare. Un altro problema riguarda la durata di funzionamento, e soprattutto i problemi di ingombro e peso presentati dalle batterie.



Fig. 1.10 Aeroenvironment Pathfinder

Ciò nonostante esistono ricerche su questo tipo di propulsori ed applicazioni che ne vedono l'utilizzo. Una di queste è l'Aeroenvironment Pathfinder, visibile in figura 1.10, un velivolo leggero, di notevole apertura alare, simile ad un aliante, che utilizza un motore elettrico accoppiato ad un'elica, al quale viene fornita energia tramite pannelli solari.

## **Capitolo 2**

## Le eliche ed il loro funzionamento

### 2.1 Cenni storici

Sin dal primo volo dei fratelli Wright nel 1903 si fece ricorso ad un'elica come sistema per generare la spinta necessaria all'avanzamento. Invero questo sistema era già presente come mezzo di propulsione navale.

Le prime eliche marine avevano forma uguale a quella di un'intera spira di un'elicoide gobbo, poiché nella loro concezione queste dovevano "avvitarsi" nel fluido come una vite si avvita nella madrevite, generando per reazione una spinta in avanti dell'imbarcazione.

Nei vari tentativi compiuti dai pionieri dell'aviazione, dapprima si tentò di usare eliche di tale forma, dopodichè si notò che i risultati migliori si avevano con pale di larghezza pari ad una porzione molto minore di spira, ma di notevole allungamento. Esse assunsero quindi forma molto simile a quella caratteristica delle ali, divenendo delle vere e proprie "ali rotanti". Alle sezioni trasversali dei diversi raggi relativi venne inoltre data la forma di profili alari, e le pale vennero opportunamente svergolate, dando ai diversi profili una inclinazione rispetto alla direzione di avanzamento gradualmente crescente, procedendo dalla periferia verso la radice.

Le prime eliche da aviazione erano generalmente a due o a tre pale, a passo fisso, mentre il materiale tipico utilizzato per la loro costruzione era il legno. A dire il vero tale tipo di eliche non è mai uscito di produzione, infatti ancora oggi varie aziende produttrici le tengono sul mercato, destinandole ai velivoli da diporto ultraleggeri.

Tra le due guerre, oltre alle eliche a quattro e più pale, fecero la loro comparsa le eliche a passo variabile, che adottavano vari sistemi di variazione del passo, riconducibili comunque al tipo leve e pistone, e successivamente le più robuste eliche idromatiche, prodotte dalla Hamilton Standard, e poi da FIAT. Negli anni trenta videro inoltre la luce le prime eliche controrotanti, adottate sull' idrocorsa italiano Macchi Castoldi MC 72. Queste erano già state studiate da Antonio Guidoni, sin dal 1914, al fine di ridurre il momento giroscopico che affliggeva la guidabilità degli idrovolanti, ma i suoi studi andarono perduti.

Il periodo di maggior studio nel campo delle eliche fu però durante la Seconda Guerra Mondiale. Nel frattempo si erano infatti affinate di molto le teorie aerodinamiche per merito di studiosi quali Prandtl, Goldstein, Glauert, Betz e Theodorsen, fra gli altri. Ciò ebbe come conseguenza una maggior accuratezza a livello progettuale, che portò allo sviluppo di eliche dai rendimenti molto elevati anche ad altezze notevoli, in grado di spingere aerei di notevole potenza e peso, quali quelli da combattimento, ed i bombardieri.

Contemporaneamente il progresso tecnologico aveva portato la possibilità di utilizzare materiali diversi dal legno, ed infatti le eliche degli anni quaranta erano costruite principalmente in duralluminio, più leggero e resistente.

I profili alari più utilizzati erano l'ormai storico Clark Y, profilo molto versatile adatto ad ogni condizione di volo, l' ARA-D, leggermente diverso, e il NACA 16, che era il profilo più adatto per eliche accoppiate a motori eroganti una potenza da 700 CV in su.

Con la fine della Seconda Guerra Mondiale si verificò anche il declino relativo agli studi sulle eliche. Avevano fatto la loro comparsa infatti i motori a reazione diretta, che soppiantarono i tipi precedenti di propulsori.

A dire il vero le eliche continuarono ad essere adottate su soluzioni quali i turboprop, ma veri e propri studi aerodinamici su di esse non si ebbero fino agli anni settanta.

Con le crisi petrolifere del 1973 e 1974 sorse il problema di trovare dei sistemi di propulsione che garantissero buone prestazioni a velocità transoniche, e che nello stesso tempo operassero con consumi molto inferiori rispetto ai motori a reazione diretta. Nel frattempo le teorie aerodinamiche erano state portate avanti nel campo dell'aviazione, e avevano fatto la loro comparsa i calcolatori.

Si arrivò quindi a progettare le eliche transoniche, costituite da un numero elevato di pale, fino a dodici, e da forti frecce e svergolamenti.

Per il progetto di tali eliche si fece ricorso a teorie complesse, quali le teorie tridimensionali compressibili, la teoria aeroacustica di Flowcs-Williams e Hawking, e si scrissero programmi in grado di risolvere per problemi tridimensionali compressibili le formule di Eulero e di Navier-Stokes.

Le eliche transoniche, provate sui propfan, ebbero una lunga fase di messa a punto, mai veramente completata, a causa di problemi relativi al rumore e all'interazione con la gondola motrice. Era inoltre da evitare il fenomeno del choking alla radice delle pale, favorito dal loro numero elevato. Per questo tipo di eliche era d'obbligo adottare inoltre profili molto sottili, per scongiurare fenomeni dovuti all'alta velocità periferica, maggiore di Mach 1, quali onde d'urto e fenomeni di compressibilità. Vennero realizzati profili appositi, quali i profili FX.

Gli studi sui propfan, condizionati dall'andamento del prezzo del petrolio, sono stati condotti a singhiozzo anche durante gli anni novanta, ma questo tipo di propulsore non ha ancora riscontrato successo.

Per quanto riguarda le eliche di normale impiego, al giorno d'oggi si utilizzano ancora eliche di tipo tradizionale, migliorate tramite accorgimenti quali particolari forme a freccia, e tramite l'utilizzo dei materiali compositi, come le fibre di carbonio, che hanno permesso di ridurre notevolmente il peso delle pale.

I profili utilizzati sono ancora il Clark-Y, la serie NACA 16, e l'ARA-D, oltre a profili particolari, adatti a più bassi numeri di Reynolds. Per eliche dalle prestazioni più spinte si fa invece ricorso a più profili su di una stessa pala, utilizzando profili più spessi alla radice, per avere maggior resistenza, e sottili alle estremità, per non incorrere in fenomeni di compressibilità.

Attualmente è inoltre molto più semplice progettare eliche dagli alti rendimenti, e di forma ottimizzata, tramite l'utilizzo di programmi commerciali di simulazione CFD (*computational fluid dynamics*), con la possibilità di effettuare simulazioni realistiche senza ricorrere alla sperimentazione in galleria del vento, abbattendo notevolmente i tempi di progetto, e di conseguenza i costi di realizzazione.

### 2.2 Generazione del moto e rendimento di propulsione

#### 2.2.1 Generazione della propulsione

Al fine di generare la forza propulsiva che consente al velivolo di avanzare, l'elica imprime ad una massa M di aria un incremento della quantità di moto da monte a valle di essa. A differenza di quanto accade nei motori a reazione diretta, la massa di aria proiettata in senso opposto al moto rimane invariata. In questi ultimi infatti, alla massa d'aria M<sub>i</sub> utilizzata come comburente si aggiunge il combustibile, ed all'uscita si ha una massa Mu di prodotti della combustione, diversa da M<sub>i</sub>.

Consideriamo ora una massa dm di fluido che attraversa l'elica in un tempo dt, ed indichiamo con  $\Delta V = V_1 - V$  la differenza di velocità della massa dm tra uscita ed ingresso. Per il principio dell'impulso, l'impulso della forza F nel tempo dt è uguale alla variazione della quantità di moto della massa di fluido sulla quale T agisce:

$$Fdt = dm (V_1 - V)$$
 (2.1)

Sotto l'ipotesi di moto permanente, indichiamo con dm = Mdt la massa d'aria che attraversa l'elica nel tempo dt. Ciò porta a scrivere:

$$F = M (V_1 - V)$$
 (2.2)

Alla forza F esercitata dal velivolo sul fluido corrisponde, per il terzo principio della dinamica una forza uguale e contraria T compiuta dal fluido sul velivolo, detta *forza di trazione*, o *forza propulsiva*, o *spinta*. Tutto questo ovviamente contribuisce alla propulsione del velivolo solo se T è positiva, e quindi se V<sub>1</sub> è maggiore di V. In caso contrario si parla di *forza frenante*, poiché opposta al moto del velivolo.

Siccome V è uguale alla velocità di avanzamento dell'aeromobile, possiamo indicare con la denominazione di *potenza utile di propulsione*  $P_u$ , il prodotto TV.

Scriviamo dunque:

$$P_u = TV = MV\Delta V = MV(V_1 - V)$$
(2.3)

Tale potenza va messa in relazione con quella fornita all'elica dall'albero motore, per incrementare la quantità di moto del fluido.

#### 2.2.2 Il rendimento di propulsione

Il rendimento di propulsione (vedi [4]) è dato dal rapporto tra la potenza utile di propulsione  $P_u$ , definita dall'equazione (2.3), e la potenza spesa per aumentare la quantità di moto della massa di fluido che attraversa l'elica, indicata con  $P_s$ . Indicato allora tale rendimento con  $\eta_p$ , possiamo scrivere:

$$\eta_p = \frac{P_u}{P_s} \tag{2.4}$$

La potenza  $P_s$  può essere vista come la somma tra la potenza utile e una potenza perduta, sotto forma di energia cinetica residua dell'aria, all'uscita dall'elica. Questa potenza perduta, indicata a sua volta con  $P_p$ , può essere quantificata poiché risulta nota la velocità, relativa al velivolo, di uscita dell'aria, pari a V<sub>1</sub>-V; possiamo allora scrivere per il rendimento:

$$\eta_{p} = \frac{TV}{TV + P_{p}} = \frac{TV}{TV + \frac{1}{2}M(V_{1} - V)^{2}}$$
(2.5)

Sostituendo nella (2.5) l'espressione di T data dalla (2.2), troviamo allora:

$$\eta_{p} = \frac{M(V_{1} - V)V}{M(V_{1} - V)V + \frac{1}{2}M(V_{1} - V)^{2}} = \frac{2(V_{1} - V)V}{V_{1}^{2} - V^{2}} = 2\frac{V}{V_{1} + V} = 2\frac{1}{1 + \frac{V_{1}}{V}}$$
(2.6)

Si nota immediatamente che il rendimento di propulsione assume il valore 1 se V<sub>1</sub> risulta uguale a V. Questo significherebbe però un valore nullo di  $\Delta V$ , e quindi spinta nulla. In generale abbiamo infatti visto che per avere una propulsione bisogna che V<sub>1</sub> sia maggiore di V. Risulta quindi  $\eta_p < 1$ .

Analizzando la (2.6) si osserva anche che per avere  $\eta_p$  più elevato possibile occorre che  $\Delta V$  non assuma valori molto elevati, e che quindi l'aria non incrementi troppo la propria velocità tra monte e valle dell'elica. Ricordando però dalla (2.2) che T = M  $\Delta V$ , si può dire in generale che nella propulsione ad elica, per avere buoni rendimenti e spinte notevoli, occorre operare con grandi masse d'aria e piccoli incrementi di velocità della stessa. Il contrario avviene nella propulsione a getto.

Le eliche sono in grado di funzionare con elevati rendimenti di propulsione fino a velocità prossime a quelle del suono. Qui intervengono fenomeni di compressibilità che incidono in maniera pesantemente negativa sul rendimento di propulsione.

Bisogna inoltre osservare che l'elica opera nella realtà con un *rendimento effettivo di propulsione* minore del rendimento finora calcolato. Questo perché nel calcolare la potenza perduta si è tenuto conto solamente del termine dovuto all' energia cinetica residua. In realtà esiste una componente di energia perduta dovuta ad una componente tangenziale della velocità, rispetto ad un cilindro coassiale con l'asse dell'elica. Sono presenti inoltre effetti dissipativi relativi alla compressibilità dell'aria, ed effetti di natura viscosa.

Nella pratica si usa più sovente parlare di *rendimento indotto* e di *rendimento di profilo*. Il primo è quello relativo ad un'elica isolata, in condizioni di funzionamento ideale. Il secondo tiene conto delle perdite dovute alla resistenza dell'aria, dipendentemente dal tipo di profilo utilizzato per l'elica . Questi rendimenti sono esprimibili tramite i coefficienti ricavati dalle formule di Rénard, come si vedrà più dettagliatamente in seguito.

### 2.3 Nomenclatura e geometria dell'elica

### 2.3.1 Nomenclatura e genesi dell'elica

La nascita delle eliche deriva da considerazioni cinematiche circa il loro funzionamento. A differenza della vite, in cui una sola faccia del filetto risulta attiva, in un'elica entrambe le facce appartenenti alle pale sono attive, a causa delle azioni aerodinamiche agenti su di esse.

In origine un'elica era vista come una vite che, nel suo moto rototraslatorio, si doveva avvitare in una madrevite fluida. Come detto in precedenza, ci si accorse che la forma migliore da dare ad essa non coincideva con una intera spira, ma era solamente pari ad una frazione di spira. Inoltre le pale presentavano un buon comportamento quando erano di forma molto allungata.

Per la descrizione dell'elica, così come per il proseguo della trattazione, assumiamo l'ipotesi che l'elica operi in corrente assiale, così che l'asse di rotazione sia parallelo alla direzione dei filetti fluidi dell'aria che investe il velivolo.

L'elica, vista come una vite, si muove di moto elicoidale. Ogni suo punto subisce quindi un moto rototraslatorio, e descrive una curva che prende il nome di *elica cilindrica*. Questa curva ha solamente significato geometrico, e viene utilizzata per la descrizione del funzionamento. Il suo nome non deve quindi essere confuso con quello dell'elica intesa come macchina.

Parametri fondamentali dell'elica cilindrica sono:

- Il raggio r;
- La spira, ovvero il tratto di curva che è compreso tra due punti consecutivi, appartenenti alla medesima generatrice;
- Il passo *p*, distanza lungo la generatrice, tra i due punti consecutivi fra i quali è compresa una spira;
- L'angolo di inclinazione  $\beta$ , angolo compreso tra la tangente all'elica ed un piano ortogonale all'asse di rotazione.

Se sviluppiamo l'elica in un piano, come in fig. 2.1, la spira congiungente i due punti consecutivi diventa una retta, e possiamo scrivere per quanto riguarda il passo:

$$p = 2 \pi r \tan \beta \qquad (2.7)$$



Fig. 2.1 Sviluppo dell'elica in un piano

Consideriamo ora un segmento radiale AC, i cui estremi sono rispettivamente al raggio r ed  $r_1$ , come in fig. 2.2. Il segmento si muove di moto rototraslatorio, generando una superficie elicoidale.

I punti del segmento avanzano tutti di una stessa lunghezza per ogni giro, ed appartengono quindi ad eliche cilindriche di uguale passo. Se consideriamo i due estremi del segmento, posti ai raggi r ed r<sub>1</sub> dall'asse di rotazione, ed inclinati rispettivamente degli angoli  $\beta$  e  $\beta_1$  rispetto ad un piano normale a tale asse, vale quindi la seguente relazione:

$$2 \pi r \tan \beta = 2 \pi r_1 \tan \beta_1 = p = \text{cost.}$$
(2.8)

Da tale relazione si ricava l'importantissima relazione secondo la quale l'inclinazione è inversamente proporzionale al raggio, come si vedrà infatti per i valori dell'angolo di calettamento. Possiamo allora scrivere:

$$\frac{\tan\beta}{\tan\beta_1} = \frac{r_1}{r} \tag{2.9}$$

In figura 2.2 si vede inoltre una rappresentazione della forma migliore per una pala, descritta dal tratto DFE.



Fig. 2.2 Genesi di un'elica a passo uniforme

Spesso, per motivi di carattere aerodinamico, non è conveniente utilizzare eliche le cui pale hanno sezioni a passo costante, ma si utilizzano invece pale a passo variabile. In questo caso il valore nominale del passo è quello corrispondente ad una sezione posta a 0,7 R, dove R è il raggio dell'elica. Si scrive allora:

$$H = p_{0,7R}$$

H, così come il passo p visto finora, è il *passo geometrico* dell'elica, mentre l'angolo di inclinazione  $\beta$  prende il nome solitamente di *angolo di calettamento geometrico*. Se si misura l'inclinazione, a partire da un piano normale all'asse di rotazione, non rispetto alla corda, ma alla retta di portanza nulla, si definisce l'*angolo di calettamento aerodinamico*  $\beta_a$ , che permette di trovare il valore del *passo aerodinamico*  $p_a$ , definito come:

$$p_a = 2 \pi r \tan \beta_a \qquad (2.10)$$

Così come si è fatto nel caso del passo geometrico, anche per definire il passo aerodinamico, se esso è vario, si usa dichiararne convenzionalmente il valore a 0,7 R:

$$H_a = p_{a \ 0,7R}$$

In figura 2.3 sono rappresentate due pale, una a passo uniforme ed una a passo variabile, entrambe con indicazione dei valori del passo e degli angoli di calettamento.



Fig. 2.3Differenza tra pale a passo uniforme e a passo variabile

Per quanto riguarda il verso di rotazione delle eliche, queste vengono distinte in *destrorse* e *sinistrorse*. Un'elica è destrorsa quando un osservatore che la vede allontanarsi dal suo piano di osservazione, la vede girare in senso orario. Un' elica è sinistrorsa invece se si allontana dal piano di osservazione in senso antiorario.

Altra distinzione viene fatta tra eliche *propulsive* e *mulinelli*. Un'elica è propulsiva se mostra il ventre ad un osservatore disposto come sopra. Se viceversa essa mostra il dorso, si comporta come mulinello.

#### 2.3.2 La geometria dell'elica

Solitamente si usa rappresentare l'elica secondo le regole del disegno tecnico, utilizzando soltanto due proiezioni ortogonali, mentre la terza è opzionale.

La prima proiezione, o *pianta*, viene fatta sul piano di rotazione dell'elica, mentre la seconda proiezione, o *profilo*, giace sul piano compreso tra l'asse dell'elica e l'asse della pala.

Scegliamo la seguente terna di assi di riferimento:

- Asse *x* coincidente con l'asse della pala;
- Asse y coincidente con l'asse di rotazione dell'elica;
- Asse *z* ortogonale ai primi due.

Con asse della pala si indica una retta ortogonale all'asse di rotazione, diretta secondo la direzione di apertura media della pala.

La prima proiezione è quindi quella giacente sul piano xz, la seconda sul piano xy, mentre la terza, sul piano yz non viene solitamente rappresentata per motivi di scarsa chiarezza, a causa dei diversi angoli di calettamento geometrico delle sezioni della pala.

Nel disegno viene inoltre disegnata una sola pala, poiché le altre possono essere ricavate per rotazione rigida. In un'elica destrorsa si rappresenta la pala a destra del mozzo, in modo che se essa ruotasse, avanzerebbe oltre il piano del disegno. Il contrario si ha in caso di rappresentazione di un'elica sinistrorsa.

In figura 2.4 si possono osservare le due proiezioni di un'elica destrorsa, utilizzata come elica propulsiva (vedi [4]).



Fig. 2.4 Prima e seconda proiezione

Anziché rappresentare anche la terza proiezione, si usa riportare le sezioni di pala sulla seconda proiezione, ribaltandole rispetto agli assi A<sub>1</sub>'B<sub>1</sub>', e così via. Questi assi sono paralleli all'asse y, e passano per i punti R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, ecc.

I bordi di attacco e di uscita delle varie sezioni vengono uniti da due linee curve, denominate rispettivamente *linea dei bordi di attacco* e *linea dei bordi di uscita*. In un'elica solitamente la linea dei bordi di attacco precede, durante il moto, la linea dei bordi di uscita.

L'elica di figura 2.4 è chiaramente un'elica a passo costante, e gli angoli compresi tra i segmenti  $OR_1$  e successivi e  $R_1P$  e successivi, sono gli angoli di calettamento geometrico delle varie sezioni.

Inoltre, sia nella prima che nella seconda proiezione, i baricentri, denotati rispettivamente con  $G_1$ ',  $G_2$ ', ecc. e con  $G_1$ '',  $G_2$ '', ecc. non sono alla stessa altezza, ma

sono congiunti da una curva gobba. La curva congiungente i punti O, G<sub>1</sub>', G<sub>2</sub>', e successivi prende il nome di *campanatura principale*, mentre la curva O, G<sub>1</sub>'', G<sub>2</sub>'', ecc. si chiama *campanatura secondaria*. Il motivo della curvatura delle pale risiede in una opportunità costruttiva. Si cerca infatti di realizzare un equilibrio tra i momenti dovuti, da una parte dalla forza centrifuga, e dall'altra dalle azioni aerodinamiche, considerando una pala come una trave incastrata al mozzo. Se si seziona la trave con cilindri coassiali con l'asse di rotazione, si isolano delle sezioni infinitesime sulle quali agiscono le azioni aerodinamiche elementari dT e dQ, le cui coppie vengono poste in equilibrio con la coppia dC dovuta alla forza centrifuga, come si vede in figura 2.5.



Fig. 2.5 Equilibrio coppie aerodinamiche e centrifughe

Lo scopo per il quale le eliche presentano una curva di campanatura è quello di arrivare ad una situazione in cui, durante il funzionamento, le coppie dovute alle diverse cause, equilibrandosi, alleggeriscono il mozzo, poiché diminuiscono le sollecitazioni agenti su di esso.

La pala presenta sezioni più spesse e tondeggianti in corrispondenza del mozzo, per resistere alle sollecitazioni, mentre presenta sezioni più allungate e sottili mano a mano che ci si avvicina all'estremità.

Le sezioni presentano inoltre forti angoli di calettamento verso il mozzo, gradualmente decrescenti procedendo verso le estremità. La pala è perciò svergolata, come si è visto in precedenza. Dal punto di vista aerodinamico lo svergolamento è fondamentale per garantire la giusta condizione di funzionamento lungo tutta la pala. Se le pale non fossero svergolate, nelle sezioni interne l'angolo di calettamento sarebbe minore di quello del vento relativo, e la pala non riuscirebbe a fornire la spinta necessaria.

L'angolo di calettamento può raggiungere alla radice valori prossimi ai 90°, anche se di norma questo valore non viene superato.

La differenza tra l'angolo di calettamento e l'angolo compreso tra la risultante delle velocità e la normale all'asse di rotazione, prende il nome di *angolo di attacco a*.

In figura 2.6 è visibile la composizione delle velocità dell'elica, essendo quella orizzontale la velocità di avanzamento, e quella verticale la velocità di rotazione. Sono inoltre visibili gli angoli caratteristici, di calettamento, di attacco, e l'angolo di incidenza, o angolo d'elica  $\varphi$ , uguale a quello proprio della direzione della velocità risultante, nonché del vento relativo, in condizioni ideali. Si vedrà infatti che in realtà esso dovrà essere maggiore di una certa quantità, a causa delle velocità indotte.

In figura 2.7 è rappresentata invece una pala svergolata, con indicazione degli angoli di attacco relativi alle varie sezioni.



Fig. 2.6 Angoli caratteristici dell'elica


Fig. 2.7 Pala e angolo di attacco  $\alpha$ 

# 2.4 Il funzionamento dell'elica

### 2.4.1 Il coefficiente di avanzamento

Si è accennato in precedenza che, durante il funzionamento dell'elica, ogni suo punto descrive una traiettoria elicoidale, detta elica cilindrica, avvolta su di un ipotetico cilindro coassiale, di raggio generico r.

Detto punto avanza di moto rototraslatorio, con una velocità risultante W, somma della velocità V di traslazione e della velocità di rotazione  $U = \omega r = 2\pi n r$ .

Così, mentre l'elica avanza con velocità V, la linea tracciata dal generico punto si avvolge in n spire di passo costante. Il rapporto tra la velocità V e la massima velocità periferica U = nD, si chiama *coefficiente di avanzamento*, e si indica con *y*:

$$\gamma = \frac{V}{nD} = \frac{p}{D} \tag{2.11}$$

Il rapporto V/n = p è detto *avanzamento* dell'elica, poiché l'elica in ogni giro avanza di una quantità data appunto da p. Per questo il rapporto  $\gamma$  viene anche chiamato *passo relativo*.

Il coefficiente di avanzamento  $\gamma$  è un parametro fondamentale nello studio delle eliche. Si vedrà infatti in seguito che molti dei coefficienti normalmente utilizzati nel progetto vengono proprio espressi in funzione di  $\gamma$ . Inoltre se due eliche in similitudine geometrica operano con lo stesso valore di  $\gamma$ , esse sono anche in similitudine cinematica. Questo significa che sotto queste condizioni si parla di *famiglia di eliche simili*, le quali hanno le stesse proprietà aerodinamiche. Si può quindi studiare un'elica appartenente alla famiglia ed estendere i risultati a tutte le altre eliche della famiglia stessa.

#### 2.4.2 Le formule di Rénard

Se si esprimono la trazione prodotta dall'elica in movimento, e la coppia da essa assorbita durante il funzionamento a regime, in funzione della densità dell'aria  $\rho$ , del diametro dell'elica D e del numero di giri nell'unità di tempo n, e quindi in funzione di  $\gamma$ , si perviene alle cosiddette formule di Rénard, definite:

$$T = c_t \rho n^2 D^4$$
 (2.12)

$$Q = c_q \rho n^2 D^5$$
 (2.13)

Da queste si ricavano rispettivamente il *coefficiente di trazione*  $c_t$  ed il *coefficiente di coppia*  $c_q$  di seguito esplicitati:

$$c_t = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4} \tag{2.14}$$

$$c_q = \frac{Q}{\rho \cdot n^2 \cdot D^5} \tag{2.15}$$

Analogamente, sapendo che la potenza assorbita P vale:

$$P = 2\pi n Q \qquad (2.16)$$

possiamo scrivere il *coefficiente di potenza*  $c_p$  come:

$$c_p = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5} \tag{2.17}$$

Si può scrivere un'espressione del rendimento come il rapporto tra la potenza utile sviluppata e la potenza assorbita dall'elica. La potenza utile vale il rapporto  $TV = T 2\gamma nr$ , mentre quella assorbita è espressa dalla 2.16. Il rendimento si può perciò scrivere come:

$$\eta_i = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{c_i}{c_q} \tag{2.18}$$

Tale rendimento prende il nome di *rendimento indotto*, e non considera la resistenza agente sui profili delle pale. Se si tiene conto di questa, si parla allora di *rendimento di profilo*. Utilizzando l'espressione del rendimento indotto e del coefficiente di potenza, si può anche scrivere, per quanto riguarda  $c_t e c_q$ :

$$c_t = \eta \frac{c_p}{\gamma} \tag{2.19}$$

$$c_q = \frac{c_p}{2\pi} \tag{2.20}$$

Per eliche non molto caricate, e funzionanti ad un numero di giri non molto alto, si cerca in generale di rendere massimo il rendimento indotto. In tali condizioni infatti anche il rendimento di profilo sarà elevato, e poco influenzato dal valore della circolazione. Per eliche molto caricate e veloci, il rendimento di profilo sarà invece basso, a causa dell'elevata resistenza, e sarà necessario massimizzarlo quanto più possibile.

In figura 2.8 sono riportati i valori del rendimento indotto, del coefficiente di trazione  $c_t$  e del coefficiente di coppia  $c_q$  in funzione di  $\gamma$ , per un'elica dotata di profilo Clark Y, isolata e olivata. Si osserva che per elevati valori di  $\gamma$ , si hanno alti rendimenti se gli angoli di calettamento sono elevati, mentre per piccoli valori di  $\gamma$  si hanno alti valori del rendimento per piccoli angoli di calettamento.

Ne consegue che le eliche a passo fisso presentano buoni rendimenti soltanto per una data condizione di volo, che può essere l'involo, la salita o la crociera. Per la prima si hanno valori minimi del passo, il quale assume invece valori massimi durante la crociera in quota. Le eliche a passo variabile invece consentono di lavorare sempre con i valori massimi del rendimento, e permettono di sfruttare a pieno il motore nelle diverse condizioni di volo, poiché possono lavorare ad esempio a coppia costante, o a potenza costante.



Fig. 2.8 Rendimento e coefficienti  $c_t e c_q$  in funzione di  $\gamma$ .

L'elica a passo variabile lavora quindi con valori del rendimento dati dall'inviluppo delle curve di  $\eta$  di andamento come quello mostrato in figura 2.8.

#### 2.4.3 Diverse condizioni di funzionamento dell'elica

Durante il funzionamento, l'elica può assumere diversi assetti, che comportano diversi valori di  $\gamma$ , del rendimento, della trazione e della coppia. Si dice che l'elica può lavorare ad esempio *a punto fisso*, come *elica propulsiva*, o come *elica frenante*. In figura 2.9 sono rappresentate ancora le curve caratteristiche di  $\eta$ , di c<sub>t</sub>, indicato con  $\tau$  e di c<sub>q</sub>, quest'ultimo indicato con  $\chi$ . Tale figura è interessante poiché riporta i valori del coefficiente di avanzamento relativi alle varie situazioni.

Si dice che un'elica opera a punto fisso quando la velocità di avanzamento è nulla, mentre il numero di giri nell'unità di tempo ha un valore diverso da zero. Di conseguenza anche  $\gamma$  e  $\eta$  sono nulli, mentre c<sub>t</sub> e c<sub>q</sub> sono positivi. Tale situazione è tipica dei primi istanti dell'involo, quando si accende il motore ma il velivolo è ancora fermo. Anche l'elicottero fermo in aria lavora a punto fisso. In questa situazione l'elica assorbe potenza, ma compie lavoro nullo.



Fig. 2.9 Curve caratteristiche in funzione di  $\gamma$ 

Quando il coefficiente di avanzamento assume valori compresi tra 0 e  $\gamma_i$ , si dice che l'elica è propulsiva. Il rendimento è positivo, così come pure i coefficienti c<sub>t</sub> e c<sub>q</sub>. Questa condizione coincide con il normale comportamento dell'elica durante il volo, la quale assorbe potenza e produce lavoro.

Quando invece il coefficiente di avanzamento assume valori compresi tra  $\gamma_i e \gamma_s$ , si dice che l'elica è frenante. In questa condizione il rendimento è nullo, il coefficiente di trazione è negativo, mentre il coefficiente di coppia è positivo. Questa situazione si verifica quando il velivolo scende con piccola pendenza, e l'elica assorbe potenza ma frena l'aereo.

Esistono altre condizioni di funzionamento, relative ai diversi valori di  $\gamma$ . Ad esempio, quando  $\gamma = \gamma_i$  si dice che l'elica è a spinta nulla. Essa assorbe una piccola potenza ma non frena né spinge il velivolo. In questo caso il rendimento è nullo, così come c<sub>t</sub>, mentre c<sub>q</sub> è positivo.

Quando  $\gamma = \gamma_s$ , si dice invece che l'elica è autorotante, in quanto frena il velivolo in discesa, con coppia assorbita nulla, mentre quando  $\gamma$  è maggiore di  $\gamma_s$ , l'elica non è più mossa, ma funziona invece da elica motrice, o mulinello. Questa condizione, per un velivolo si può presentare durante una picchiata a forte pendenza.

### 2.4.4 Il campo aerodinamico attorno all'elica

Analogamente a quanto succede nel caso di un'ala, anche durante il funzionamento dell'elica si generano vortici aderenti lungo le pale, e vortici marginali che si distaccano sia dal mozzo, che dalle estremità.

Lo studio del campo aerodinamico attorno all'elica (vedi [4]) è fondamentale per predirne il funzionamento, poiché a causa di questo si generano delle velocità indotte che fanno si che il reale comportamento si discosti dal caso ideale visto in precedenza. Come si vedrà infatti nel capitolo sulle teorie aerodinamiche, la reale direzione con cui il vento relativo investe le pale sarà inclinata di un angolo leggermente maggiore del  $\varphi$  ideale visto al paragrafo 2.3.2, e di conseguenza l'angolo di attacco sarà minore dell'a ideale.

In figura 2.10 è visibile lo schema dei vortici agenti su di un'elica. Con la lettera a sono indicati i vortici aderenti, mentre con m i vortici marginali.



Fig. 2.10 Schema dei vortici agenti sull'elica.

Lungo le pale si generano quindi dei vortici aderenti, mentre un vortice marginale sorge in corrispondenza del mozzo, ed ha verso di rotazione uguale a quello dell'elica. All'estremità delle pale nascono invece vortico marginali che ruotano in senso opposto all'elica, e giacciono su traiettorie elicoidali di passo pari all'avanzo per giro. Questi vortici provocano dunque delle velocità indotte nello spazio circostante l'elica, che si vanno a sommare alla velocità risultante W. Le condizioni effettive di funzionamento sono tanto diverse da quelle ideali quanto maggiori sono le forze aerodinamiche agenti sulla pala. Secondo il teorema di Kutta e Joukowski, queste forze sono proporzionali all'intensità del vortice aderente. La differenza tra il comportamento ideale e reale sarà maggiore per condizioni di funzionamento come quello a punto fisso, o nel volo veloce, mentre sarà minore in condizioni nelle quali gli angoli di incidenza sono più piccoli.

Gli incrementi di velocità vengono solitamente scomposti in tre direzioni, costituite da una componente assiale  $w_a$ , una componente radiale centripeta  $w_r$ , e da una componente tangenziale  $w_t$ .

Quando l'elica avanza, a monte di essa sono solitamente presenti le componenti assiale e centripeta, mentre la componente tangenziale è trascurabile. A valle del disco dell'elica invece, si ha di solito un incremento della componente tangenziale, fino ad una sezione ristretta della scia, in corrispondenza della quale la componente radiale si annulla. In questa zona è presente inoltre la componente tangenziale  $w_t$ . In figura 2.11 è visibile lo schema delle velocità indotte a monte e a valle dell'elica.



Fig. 2.11 Velocità indotte in corrispondenza dell'elica.

La componente indotta assiale  $w_a$  agisce nello stesso verso di V, e si va pertanto a sommare ad essa, mentre la componente  $w_t$  agisce con verso contrario alla velocità di

rotazione. Queste componenti modificano quindi il valore di  $\gamma$ , per cui si parlerà di un *coefficiente di funzionamento effettivo*  $\gamma_e$ , diverso da quello apparente. In generale si può scrivere:

$$\gamma_e = \frac{V + w_a}{\frac{\pi n D - w_t}{\pi}} \tag{2.21}$$

Dal punto di vista quantitativo si ha in generale che  $\gamma_e$  risulta maggiore di  $\gamma$ .

Le velocità indotte non restano a rigore costanti nel tempo, ma variano periodicamente, poiché intercorre un certo intervallo tra l'allontanarsi della pala precedente e l'arrivo di quella successiva. Detto m il numero delle pale ed n il numero di giri al secondo dell'elica, il periodo T in secondi vale:

$$T = \frac{1}{mn} \tag{2.22}$$

Nella pratica si trascura comunque l'andamento periodico delle velocità indotte, le quali vengono considerate uniformi, con buona approssimazione, visto che comunque T si aggira tra 1/50 e 1/100 di secondo.

Per poter trascurare la natura periodica del funzionamento dell'elica, si usa operare una semplificazione che consiste nel considerare l'elica composta da un numero infinito di pale. Questa elica idealizzata prende il nome di *disco attivante (actuator disk)*.

Consideriamo ora un tubo di flusso che si estende dall'infinito a monte all'infinito a valle del disco attivante. Questo avrà sezioni decrescenti da monte a valle, poiché il disco aspira l'aria in ingresso, e la comprime.

Indichiamo con  $S_1$  la sezione all'infinito a monte, con S la sezione in corrispondenza del disco attivante e con  $S_2$  la sezione all'infinito a valle. Tale tubo di flusso è visibile in figura 2.12, assieme all'andamento della velocità e della pressione.



Fig. 2.12 Tubo di flusso e andamento velocità e pressione

Indichiamo con V<sub>1</sub> la velocità dell'aria in corrispondenza della sezione S<sub>1</sub>, con V la velocità in S e con V<sub>2</sub> la velocità in S<sub>2</sub>. Siccome il disco aspira l'aria a monte e la comprime a valle si avrà V<sub>1</sub>>V.

A valle del disco, all'interno del tubo di flusso la sezione si riduce progressivamente, fino a che le linee di flusso risultano parallele. Si ha allora  $V_2>V$ , mentre all'esterno del tubo la velocità dell'aria indisturbata è ancora pari a  $V_1$ .

All'interno del tubo di flusso quindi, la velocità aumenta con continuità procedendo dalla sezione  $S_1$  ad  $S_2$ .

Diverso è invece l'andamento della pressione. All'infinito a monte e all'infinito a valle si ipotizza che la pressione abbia lo stesso valore, pari a quello della pressione atmosferica  $p_0$ . Nella sezione immediatamente a monte del disco, l'aria viene aspirata, e si avrà perciò un valore di pressione p'<  $p_0$ . Al contrario, nella sezione immediatamente a valle del disco l'aria viene compressa, e la pressione assume un valore p'' >  $p_0$ . Si ha quindi una discontinuità nell'andamento della pressione, in corrispondenza dell'elica, proprio come visibile in figura 2.12.

40

# **Capitolo 3**

# Le teorie classiche dell'elica

Si analizzeranno ora le teorie aerodinamiche elaborate per lo studio delle eliche, ed utilizzate per lo sviluppo dell'elica stratosferica. Si inizierà dalla più elementare, la teoria impulsiva semplice, per passare alle teorie elaborate successivamente, quali la teoria dell'elemento di pala e la teoria impulsiva combinata a quella dell'elemento di pala, in modo da tenere in considerazione le velocità indotte. Questa teoria, enunciata dal Roskam, è già abbastanza completa ai fini di uno studio preliminare, ed è molto simile alla teoria impulsiva complessa.

Verrà infine dedicato uno spazio particolare alla teoria di Theodorsen, poiché con tale teoria è avvenuto gran parte dello sviluppo della suddetta elica, come si vedrà nel capitolo successivo.

# 3.1 La teoria impulsiva semplice

Sotto le ipotesi di flusso incomprimibile e irrotazionale, si consideri l'elica come composta da un numero infinito di pale, di spessore sottile (vedi [2]). Come osservato nel capitolo precedente, si dice in questo caso che l'elica viene rimpiazzata da un *disco attivante*, *actuator disk*. Si assume inoltre che il disco attivante sia uniformemente caricato.

Come visto in precedenza, nello studio del campo aerodinamico agente attorno all'elica, consideriamo un tubo di flusso, che comprende il disco, di sezione gradualmente decrescente. In questo tubo di flusso la velocità aumenta con gradualità da monte a valle dell'elica, mentre la pressione subisce una discontinuità tra la sezione immediatamente a monte e quella immediatamente a valle dell'elica stessa.

Chiamiamo (0) la sezione all'infinito a monte dell'elica, caratterizzata da una velocità dell'aria V e da una pressione p. Indichiamo invece con (1) e con (2) rispettivamente le sezioni immediatamente a monte e a valle del disco attivante, in

corrispondenza del quale la velocità aumenta di una quantità **v**, ed assume in (2) un valore uguale a **V**+**v**. La pressione vale p' in corrispondenza della sezione (1), mentre è pari a p'+ $\Delta$ p nella sezione (2). Chiamiamo infine (3) la sezione all'infinito a valle dell'elica, caratterizzata da una pressione pari a p, come in (0), e dal valore massimo della velocità, uguale a **V**+**v**<sub>1</sub>.

Applichiamo al tubo di flusso l'equazione di Bernoulli. Siccome questa va utilizzata soltanto su flussi ad energia costante, mentre nel nostro caso abbiamo una discontinuità, dobbiamo considerare separatamente il flusso a monte ed il flusso a valle del disco attivante, e scrivere l'equazione per ognuno di essi.

In figura 3.1 è visibile uno schema del tubo di flusso, con indicazione delle sezioni e delle grandezze utilizzate nelle equazioni.



Fig. 3.1 Tubo di flusso attorno al disco attivante

Indicando con H la pressione totale a monte del disco, somma della pressione statica e di quella dinamica, scriviamo allora l'equazione di Bernoulli per la parte di tubo a monte del disco:

$$p + \frac{1}{2}\rho V^{2} = H = p' + \frac{1}{2}\rho (V + v)^{2}$$
(3.1)

Scriviamo invece l'equazione per la parte di tubo a valle del disco, chiamando con  $H_1$  la pressione totale a valle:

$$p + \frac{1}{2}\rho(V + v_1)^2 = H_1 = p' + \Delta p + \frac{1}{2}\rho(V + v)^2$$
(3.2)

Risolvendo in termini di  $\Delta p$ , sottraendo l'equazione 3.1 dalla 3.2, otteniamo:

$$\Delta p = H_1 - H = p + \frac{1}{2}\rho(V + v_1)^2 - p - \frac{1}{2}\rho V^2 = \rho(V + \frac{v_1}{2})v_1$$
(3.3)

Se indichiamo con S la sezione del disco attivante, possiamo scrivere per la trazione prodotta dall'elica la seguente espressione:

$$T = S\Delta p0 = S\rho(V + \frac{v_1}{2})v_1$$
 (3.4)

Per il principio dell'impulso, sappiamo però che la risultante delle forze agenti sul fluido, nel volume di controllo compreso tra le sezioni (0) e (3), è pari alla variazione della quantità di moto del fluido stesso. Scriviamo allora:

$$\sum_{s} \vec{F} = \int_{s} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{A})$$
(3.5)

Siccome T è la forza risultante che il fluido compie sull'elica, essa sarà uguale ed opposta alla risultante delle forze agenti sul fluido espressa dalla (3.5). Sostituendo T nella (3.5), e risolvendola, si ottiene:

$$T = \rho V \left[ -(V+v)A \right] + \rho (V+v_1) \left[ (V+v)A \right] = \rho A (V+v)v_1$$
(3.6)

Uguagliandola con la (3.4) si ottiene allora la seguente relazione tra gli incrementi di velocità:

$$\mathbf{v}_1 = 2\mathbf{v} \tag{3.7}$$

Si ha allora che la velocità indotta nella sezione all'infinito a valle del disco attivante è doppia rispetto a quella relativa alla sezione immediatamente a valle del disco stesso.

Secondo la teoria impulsiva semplice, considerando con TV il lavoro utile compiuto dall'elica, e con T(V+v) il lavoro compiuto dal fluido sull'elica stessa per generare la trazione, possiamo scrivere la seguente espressione del rendimento indotto dell'elica isolata:

$$\eta_i = \frac{TV}{T(V+\nu)} = \frac{V}{V+\nu}$$
(3.8)

Si vede quindi che il rendimento è tanto più elevato, quanto più la velocità indotta è modesta. Se sostituiamo la (3.7) nella (3.4), otteniamo per la trazione la seguente espressione:

$$T = 2\rho S(V+v)v \qquad (3.9)$$

Esplicitando v, otteniamo quindi:

$$v = -\frac{V}{2} + \sqrt{\left(\frac{V}{2}\right)^2 + \frac{T}{2S\rho}}$$
 (3.10)

Da tale espressione ricaviamo quindi che, al fine di ottenere bassi valori di v, necessari per un elevato rendimento, bisogna che sia piccola la quantità T/S. Questo significa che è vantaggioso operare con eliche di grande diametro, anche se questo può portare ad inconvenienti quali fenomeni di compressibilità alle estremità delle pale per le alte velocità periferiche, nonché eventuali problemi di ingombro e resistenza delle pale stesse.

Si nota inoltre che la velocità indotta diminuisce con l'aumentare della velocità di avanzamento. Sembra allora opportuno tenere alte velocità di crociera, sempre che queste non causino l'insorgere di fenomeni di compressibilità.

La teoria impulsiva semplice è, come si è visto, di agevole applicazione, e può essere utile per avere dei risultati di massima in una fase preliminare dello studio, conoscendo le condizioni per le quali l'elica dovrà essere progettata.

Un grande limite di questa teoria risiede nel non tenere in considerazione le azioni che si instaurano sulla pala, dovute alle diverse scelte relative ai profili ed alla larghezza delle pale. Inoltre non si è tenuto conto della compressibilità del fluido, che porta ad avere rendimenti minori di quello calcolato con la (3.8).

Un'evoluzione della teoria impulsiva semplice prende invece in considerazione gli effetti di compressibilità che si hanno quando si opera in condizioni reali, e si ottiene risolvendo numericamente l'equazione di continuità per un fluido comprimibile, e l'equazione di Bernoulli tra le varie sezioni del tubo di flusso.

In presenza di fenomeni di compressibilità si ha che aumenta in generale la differenza di pressione tra monte e valle del disco, e ciò comporta una maggior spesa di energia sul fluido, che deve vincere il gradiente avverso di pressione in corrispondenza dello strato limite presente sulla pala. Inoltre aumentano gli effetti di resistenza aerodinamica dovuti ai fenomeni di interferenza tra elica e velivolo retrostante.

Si è anche osservato che è minore la differenza di velocità tra monte e valle del disco attivante, rispetto a quella calcolata in condizioni ideali, la velocità a valle essendo minore, mentre quella a monte superiore. Questo può significare che un'elica progettata puramente in condizioni di fluido incomprimibile può avere una forma non adatta per funzionare in condizioni reali. Si osserva anche che, essendo la velocità del fluido a monte aumentata, per i suddetti effetti di compressibilità, una configurazione con elica spingente può portare ad un aumento dei coefficienti di resistenza del velivolo, rispetto ad una configurazione con elica traente.

# 3.2 La teoria dell'elemento di pala

Consideriamo un elemento di pala distante r dall'asse di rotazione, e calcoliamo le forze aerodinamiche agenti su di esso (vedi [2]).

Se l'elica ruota con una velocità angolare di n cicli al secondo, l'elemento di pala avrà una velocità periferica pari a  $U = 2\pi n\mathbf{r}$ , ed una velocità di avanzamento pari a V.

45

Indichiamo inoltre con dL e dD le forze elementari di portanza (*lift*) e resistenza (*drag*), agenti sull'elemento di pala. La direzione di dL è ortogonale alla somma vettoriale di U e V indicata con  $V_r$ , mentre dD ha la stessa direzione della somma, ma verso opposto.

In figura 3.2 è visibile la schematizzazione dell'elemento di pala, con l'indicazione di tutte le grandezze che compaiono nella trattazione.



Fig. 3.2 Schema dell'elemento di pala

In figura sono anche indicate la forza elementare di trazione dT, e la forza ad essa perpendicolare, dQ/r, dove dQ è la coppia resistente che si instaura durante il moto dell'elica. Queste possono essere messe facilmente in relazione con dL e dD, tramite semplici formule trigonometriche, come si vedrà in seguito.

Gli angoli raffigurati sono rispettivamente l'angolo di calettamento geometrico  $\beta$ , l'angolo d'elica  $\Phi$  e l'angolo di attacco  $\alpha$ .

Come osservato nel capitolo precedente (par. 2.3.2), la pala è svergolata. Questo perché andando dall'estremità alla radice, cala la velocità  $\omega$ r, e di conseguenza aumenta  $\Phi$ . Se contemporaneamente non aumentasse  $\beta$ , ci si troverebbe ad avere degli angoli di attacco  $\alpha$  negativi.

Indicando con c la corda relativa alla sezione del profilo dell'elemento, possiamo allora scrivere le relazioni che esprimono dT e dQ in funzione di dL e dD:

$$dT = dL \cdot \cos\phi - dD \cdot sen\phi = \frac{1}{2}\rho V_r^2 c \cdot dr(c_l \cos\phi - c_d sen\phi)$$
(3.11)

$$dQ = (dL \cdot sen\phi + dD \cdot \cos\phi)r = \frac{1}{2}\rho V_r^2 \cdot crdr(c_l sen\phi + c_d \cos\phi)$$
(3.12)

Dove con  $c_1$  e  $c_d$  si sono indicati rispettivamente il coefficiente di portanza (*lift coefficient*) e il coefficiente di resistenza (*drag coefficient*).

Per trovare la trazione e la coppia totali  $\mathbf{T} \in \mathbf{Q}$ , si integrano le (3.11) e (3.12) lungo tutta la pala e si moltiplica il risultato per il numero di pale, una volta noti i coefficienti c<sub>1</sub> e c<sub>d</sub> per ogni elemento di pala.

Il rendimento indotto può essere a sua volta calcolato in funzione di  $c_1$ ,  $c_d$  e dell'angolo d'elica  $\Phi$ , tramite la seguente espressione:

$$\eta = \frac{VdT}{\Omega dQ} = \frac{V(c_1 \cos\phi - c_d \sin\phi)}{\Omega r(c_1 \sin\phi + c_d \cos\phi)} = \tan\phi \frac{(c_1 \cos\phi - c_d \sin\phi)}{(c_1 \sin\phi + c_d \cos\phi)}$$
(3.13)

La presente teoria non tiene però in considerazione le velocità indotte, e questo porta a risultati non accurati. Compaiono comunque i coefficienti di portanza e resistenza, e quindi si possono già valutare le differenze relative alla scelta dei diversi profili, cosa che non era possibile con la teoria impulsiva semplice.

## 3.3 La teoria impulsiva combinata con l'elemento di pala

La presente teoria combinata tiene presente anche il campo di velocità indotte, agenti sull'elica (vedi [2]).

Indichiamo con B il numero di pale, e con  $\Phi_0$  e  $V_{ro}$  rispettivamente l'angolo d'elica effettivo e la velocità risultante effettiva.

Dalla teoria dell'elemento di pala, possiamo scrivere che la forza di trazione elementare agente su tutti gli elementi analoghi appartenenti all'elica, trascurando il termine dato da c<sub>d</sub>, vale:

$$BdT = BdL\cos\phi_o = \frac{1}{2}Bc_l\rho \cdot V_{r0}^2 cdr\cos\phi_0 \qquad (3.14)$$

In figura 3.3 è presente uno schema delle azioni e degli angoli utili per enunciare la presente teoria combinata.



Fig. 3.3 Schema delle azioni e degli angoli relativi alla teoria combinata

Come si può osservare dalla figura, la componente della velocità indotta in direzione dell'asse di rotazione vale  $V_i cos \Phi_0$ , ed agisce quindi anche nella direzione di dT. Secondo la teoria impulsiva, la quantità BdT può essere espressa come:

$$BdT = \rho(2\pi \cdot rdr)(V + V_i \cos\phi_0)(2V_i \cos\phi_0)$$
(3.15)

Uguagliando la (3.14) e la (3.15) ed esplicitando V<sub>i</sub>, si ottiene:

$$V_i = \frac{B \cdot c_l \cdot c \cdot (V_{r0})^2}{8\pi \cdot r \cdot (V + V_i \cos \phi_0)}$$
(3.16)

Al fine di semplificare tale espressione, possiamo innanzitutto considerare piccolo l'angolo  $\theta = \Phi_0 - \Phi$ , così da scrivere per sen $\Phi_0$ :

$$sen\phi_0 = sen(\phi + \theta) \approx sen\phi + \theta \cdot \cos\phi \approx \frac{V + V_i \cos\phi_0}{V_{r0}}$$
 (3.17)

Inoltre si può considerare:

$$\tan \theta = \frac{V_i}{V_{r0}} \approx \theta \tag{3.18}$$

Se indichiamo con  $a_0$  la pendenza della curva di portanza della sezione di pala, e sapendo che  $\alpha_0 = \beta - \Phi - \theta$ , abbiamo che c<sub>1</sub> vale:

$$c_1 = a_0 \alpha_0 = a_0 \left(\beta - \Phi - \theta\right) \tag{3.19}$$

Utilizzando quindi la (3.17), la (3.18) e la (3.19) riscriviamo quindi la (3.16), esplicitando  $\theta$  al posto di V<sub>i</sub>:

$$\theta \approx B\left(\frac{c}{8\pi \cdot r}\right) \frac{a_0(\beta - \phi - \theta)}{(sen\phi + \theta\cos\phi)}$$
 (3.20)

Nonostante il valore della corda c sia variabile lungo il raggio della pala, spesso si usa risolvere l'equazione precedente considerando costante il valore di c. Questo porta a risultati comunque soddisfacenti per eliche di normale impiego.

Introducendo il coefficiente di solidità  $\sigma$ , pari al rapporto tra la sezione dell'elica reale e quella del disco attivante, con numero infinito di pale, abbiamo che questo vale:

$$\sigma = \frac{BcR}{\pi R^2} = \frac{Bc}{\pi R}$$
(3.21)

dove R è il raggio dell'elica. Indichiamo inoltre con x = r/R la frazione di raggio relativa alla pala. Sostituendo  $\sigma$  e x nella (3.20), questa diventa:

$$\theta^{2}\cos\phi + \theta \left(sen\phi + \frac{\sigma \cdot a_{0}}{8x}\right) - \frac{\sigma \cdot a_{0}}{8x}(\beta - \phi) = 0$$
(3.22)

che, risolta in  $\theta$ , fornisce per questo angolo un valore pari a:

$$\theta = \frac{1}{2\cos\phi} \left[ -\left(sen\phi + \frac{a_0 \cdot \sigma}{8x}\right) + \sqrt{\left(sen\phi + \frac{a_0 \cdot \sigma}{8x}\right)^2 + 4\cos\phi \cdot \frac{a_0 \cdot \sigma}{8x}(\beta - \phi)} \right]$$
(3.23)

Indichiamo con  $V_T$  la velocità risultante all'estremità della pala e poniamo  $\cos\Phi\approx1$ ,  $\sin\Phi\approx V/V_R\approx V/xV_T$ .

Siccome  $V_i/V_R = \tan \Phi$ , e quindi  $V_i \approx \theta V_R \approx \theta x V_T$ , possiamo riscrivere la (3.23) in termini di  $V_i$ :

$$V_i = V_T \left[ -\left(\frac{V}{2V_T} + \frac{a_0 \cdot \sigma}{16}\right) + \sqrt{\left(\frac{V}{2V_T} + \frac{a_0 \cdot \sigma}{16}\right) + \frac{a_0 \beta \sigma x}{8} - \frac{a_0 \sigma \cdot V}{8 \cdot V_i}} \right]$$
(3.24)

Dalla figura 3.3, si può scrivere, per la velocità  $V_{R0}$ :

$$V_{R0} = V_R \cos\theta = \left(\frac{2\pi n \cdot r}{\cos\phi}\right) \cos\theta \qquad (3.25)$$

Si possono allora esprimere dT e dQ come:

$$dT = B(dL\cos\phi_0 - dDsen\phi_0) = \frac{1}{2}B\rho \cdot (V_{R0})^2 c \cdot dr \cdot (c_1 \cos\phi_0 - c_d sen\phi_0) =$$
  
=  $B\rho \left(\frac{2\pi^2 n^2 r^2}{\cos^2 \phi} \cos^2 \theta\right) c \cdot dr (c_1 \cos\phi_0 - c_d sen\phi_0)$  (3.26)

$$dQ = B(dLsen\phi_0 + dD\cos\phi_0) = B\rho \left(\frac{2\pi^2 n^2 r^3}{\cos^2 \phi} \cos^2 \theta\right) c \cdot dr(c_l sen\phi_0 + c_d \cos\phi_0) \quad (3.27)$$

Al fine di rendere più agevole l'utilizzo di tali espressioni, introduciamo due funzioni degli angoli  $\Phi \in \theta$ , chiamate  $\lambda_T \in \lambda_Q$  rispettivamente:

$$\lambda_{T} = \left(\frac{\cos^{2}\theta}{\cos^{2}\phi}\right) (c_{l}\cos\phi_{0} - c_{d}sen\phi_{0})$$
(3.28)  
$$\lambda_{Q} = \left(\frac{\cos^{2}\theta}{\cos^{2}\phi}\right) (c_{l}sen\phi_{0} + c_{d}\cos\phi_{0})$$
(3.29)

Sostituendole, ed indicando nelle (3.26) e (3.27), al posto di r, il parametro x, che ricordiamo essere uguale ad r/R, otteniamo:

$$dT = 2B \cdot \rho \cdot \pi^2 n^2 r^2 c dr \lambda_T = 2B \cdot \rho \cdot \pi^2 n^2 x^2 R^3 c \lambda_T dx$$
(3.30)

$$dQ = 2B \cdot \rho \cdot \pi^2 n^2 r^3 c dr \lambda_Q = 2B \cdot \rho \cdot \pi^2 n^2 x^3 R^4 c \lambda_Q dx$$
(3.31)

Ricordiamo ora le formule di Rénard relative al coefficiente di trazione e di coppia, definite in precedenza:

$$c_T = \frac{T}{\rho \cdot n^2 D^4}$$
$$c_Q = \frac{Q}{\rho \cdot n^2 D^5}$$

Se al posto di D poniamo 2R, e introduciamo inoltre la solidità  $\sigma$ , differenziando le due espressioni appena viste, rispetto a dx, otteniamo rispettivamente:

$$\frac{dc_T}{dx} = \frac{2 \cdot \rho \cdot \pi^3 n^2 R^4 x^2 \sigma \lambda_T}{16 \cdot \rho \cdot n^2 R^4} = \frac{\pi^3}{8} x^2 \sigma \lambda_T$$
(3.32)

$$\frac{dc_{\varrho}}{dx} = \frac{2 \cdot \rho \cdot \pi^3 n^2 R^5 x^3 \sigma \lambda_{\varrho}}{32 \cdot \rho \cdot n^2 R^5} = \frac{\pi^3}{16} x^3 \sigma \lambda_{\varrho}$$
(3.33)

I valori di  $dc_T/dx$  e  $dc_Q/dx$  possono essere calcolati in funzione di x, tramite apposite tabelle come quella riportata in figura 3.4.



Fig. 3.4 Grafici di  $dc_T/dx e dc_Q/dx$  in funzione di x, per  $\beta = 17^{\circ}$ 

La tabella riportata sopra è valida per un angolo di calettamento geometrico  $\beta$  pari a 17°. Come si può inoltre notare, sono presenti più curve, relative ai diversi valori del coefficiente di avanzamento  $\gamma$ .

Una volta trovati i valori di dc<sub>T</sub>/dx e dc<sub>Q</sub>/dx relativi alle varie sezioni di pala, si possono integrare numericamente le (3.32) e (3.33) per trovare i valori di c<sub>T</sub> e c<sub>Q</sub>, e quindi calcolare la trazione T e la coppia Q. Siccome poi i parametri di funzionamento quali la velocità di avanzamento e la velocità di rotazione sono noti, si può calcolare il valore del rendimento indotto  $\eta_i$ , che ricordiamo può essere espresso come:

$$\eta_i = \frac{TV}{Q\Omega} \tag{3.34}$$

## 3.4 La teoria di Theodorsen

Attorno al 1944, Theodorsen sviluppò una teoria adatta allo studio delle eliche controrotanti, ma con applicazioni anche nel campo delle eliche singole (vedi [8]-[9]). Lo studio di un metodo di calcolo più preciso di quelli fino ad allora utilizzati, che si basavano sostanzialmente sulla teoria dell'elemento di pala e su quella del vortice, si rese necessaria quando ci si trovò a volere progettare eliche dalle prestazioni sempre più elevate, nonché eliche controrotanti. Accadeva infatti che i valori della circolazione e delle velocità indotte non si dimostravano veritieri, e quindi occorreva una teoria più precisa, ma nello stesso tempo di impiego agevole.

Rispetto alla teoria del vortice, dalla quale deriva, la teoria di Theodorsen si differenzia per l'introduzione di un *coefficiente di massa k*, che è un valore ottenuto integrando la *funzione di circolazione K(x)*. Fisicamente il coefficiente di massa rappresenta il rapporto tra la sezione, sul piano dell'elica, della colonna di fluido spinto dall'elica, e la sezione dell'elica stessa.

Theodorsen ricavò sperimentalmente molti grafici relativi a k ed a K(x) per varie eliche controrotanti, e per eliche singole operanti con elevati valori del coefficiente di avanzamento. Per ottenere i risultati egli si avvalse di un'analogia tra il comportamento del fluido, considerato perfetto, che scorre nel tubo di flusso, e quello della corrente elettrica che scorre in un campo di uniforme resistenza. Sotto tali condizioni si ha infatti l'uguaglianza tra il potenziale delle velocità, e il potenziale elettrico, se le condizioni al contorno sono analoghe.

I dati furono quindi ottenuti ponendo un'elica di materiale isolante in un cilindro costituito anch'esso da materiale isolante, riempito di fluido conduttore. Il cilindro era inoltre chiuso da piatti di rame, utilizzati come elettrodi. Il campo elettrico generato permetteva quindi di ottenere risultati direttamente utilizzabili per calcoli fluidodinamici.

In generale, i risultati ottenuti con la teoria di Theodorsen erano in linea con quelli ottenuti in precedenza da Goldstein con la teoria del vortice, riguardo alle eliche singole. Riguardo alle eliche controrotanti invece, si ottennero risultati molto più precisi rispetto a quelli calcolati con le teorie precedenti. Questo perché in generale, il

53

coefficiente di massa nel caso di eliche controrotanti è maggiore di quello relativo ad un'elica singola che opera nelle stesse condizioni. Quindi i valori della funzione di circolazione tipici delle eliche singole sono inadeguati nel caso di eliche controrotanti. L'errore che veniva commesso con le teorie precedenti era il considerare le eliche controrotanti come due eliche singole poste l'una davanti all'altra, utilizzando i valori della circolazione tipici di queste ultime.

Un aspetto che rende più vantaggioso l'impiego della teoria di Theodorsen rispetto alla teoria del vortice riguarda il fatto che con quest'ultima bisogna innanzitutto trovare la distribuzione del carico sulla pala, per poi effettuare i calcoli sugli elementi di pala. Si trovano così trazione e coppia e si può calcolare il rendimento indotto. Con la teoria di Theodorsen invece si può trovare il valore del rendimento indotto, tramite la relazione tra questo e il coefficiente di massa. Si può scegliere quindi l'elica più appropriata già nelle fasi preliminari dello studio, e con calcoli semplicissimi.

#### **3.4.1** Applicazione della teoria al caso di eliche singole

Analizziamo innanzitutto il diagramma delle velocità tipico delle eliche singole, e rappresentato in figura 3.5.



Fig. 3.5 Diagramma delle velocità, elica singola

In figura sono indicate, con V la velocità di avanzamento, con  $\omega r$  la velocità periferica e con  $W_0$  la risultante, nel caso ideale.

Si nota però che nella direzione e verso di V agisce una velocità pari a  $\frac{1}{2}$  w, dove w è la velocità di spostamento della superficie elicoidale del vortice, in direzione contraria al moto.

Con  $V_i$ , pari al vettore **BD**, si è indicata la velocità indotta risultante, somma vettoriale della velocità indotta in direzione assiale,  $V_a$  e di quella in direzione tangenziale,  $V_r$ .

Il vettore CD, pari a CE-DE è la velocità risultante effettiva dell'elica, che forma con l'orizzontale un angolo d'elica pari a  $\Phi$ .

Per quanto riguarda gli altri angoli, si è indicato con  $\beta$  l'angolo di calettamento geometrico, con  $\Phi_0$  l'angolo d'elica nel caso ideale, con  $\alpha$  l'angolo d'attacco, e con  $\alpha_i$  l'angolo compreso tra **W** e **W**<sub>0</sub>.

Una prima differenza tra la teoria convenzionale del vortice e quella di Theodorsen è relativa a due diversi modi di calcolare W. Con la teoria del vortice infatti il procedimento è piuttosto laborioso e consiste nel calcolare dapprima la velocità  $V_a$  da sommare a V. Si calcola poi  $V_r$  in modo da trovare il punto D, e quindi W. Per trovare il punto corretto D, bisogna utilizzare il coefficiente correttivo di Goldstein, nelle formule che danno  $V_a$  e Vr. Si ha poi che l'angolo  $\Phi$  è dato da tan  $\phi = \frac{V + V_a}{\omega r - V_r}$ , e W si ottiene

invece come  $W = \frac{V + V_a}{sen\phi}$ .

Con la teoria di Theodorsen si ha innanzitutto che a V si somma il termine  $\frac{1}{2}$  w, che rimane costante lungo il raggio. Si trova poi il vettore **DE**, pari a  $\frac{1}{2}$  w sen $\Phi$ , con  $\Phi$  dato in questo caso da:

$$\tan\phi = \frac{V + \frac{1}{2}w}{\omega r} \tag{3.35}$$

La velocità risultante W si trova immediatamente, ed è pari a:

$$W = \frac{V + \frac{1}{2}w}{sen\phi} - \frac{1}{2}wsen\phi = \frac{1}{sen\phi} \left(V + \frac{1}{2}w\cos^2\phi\right)$$
(3.36)

Dalla figura 3.5 si ha poi, ricordando che l'angolo  $D\hat{B}E$  è pari a  $\Phi$ , che le velocità indotte valgono rispettivamente:

$$V_{i} = \frac{1}{2} w \cos\phi$$

$$V_{a} = V_{i} \cos\phi = \frac{1}{2} w \cos^{2}\phi$$

$$V_{r} = V_{i} sen\phi = \frac{1}{2} w \cos\phi \cdot sen\phi$$
(3.37)

Cerchiamo ora la distribuzione del carico lungo le pale, conoscendo la quale è possibile procedere con il dimensionamento dell'elica, una volta che sia noto il coefficiente di portanza c<sub>1</sub>, che dipende dal profilo scelto e dall'angolo di attacco. Si vedrà che le grandezze utilizzate possono essere espresse in funzione di w, considerato come variabile indipendente.

Chiamati B il numero di pale, e K(x) la funzione della circolazione, introduciamo innanzitutto la circolazione ideale  $\Gamma(x)$ , data da:

$$\Gamma(x) = \frac{2\pi (V+w)w}{B\omega} K(x) = \frac{(V+w)w}{Bn} K(x)$$
(3.38)

Se *b* è il valore della corda del profilo dell'elemento di pala, il coefficiente di carico, dato dal prodotto  $bc_1$ , può essere calcolato tramite l'uguaglianza tra la forza agente su di un elemento di vortice, e quella agente sull'elemento di pala. Tale uguaglianza è espressa come:

$$\rho \Gamma W = \frac{1}{2} \rho W^2 bc_1 \qquad (3.39)$$

da cui, semplificando si ottiene:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \operatorname{Wbc}_1 \tag{3.40}$$

Ricordando l'espressione di W data dalla (3.36) e sostituendola nella (3.40), otteniamo:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \frac{1}{sen\phi} \left( V + \frac{1}{2} w \cos^2 \phi \right) bc_l$$
(3.41)

Uguagliando le espressioni di  $\Gamma$  date dalla (3.38) e dalla (3.41), si ottiene per bc<sub>1</sub>:

$$bc_{l} = \frac{(V+w)w}{Bn} K(x) \frac{2sen\phi}{V + \frac{1}{2}\cos^{2}\phi}$$
(3.42)

Il coefficiente di carico è solitamente espresso in forma adimensionalizzata tramite il prodotto  $\sigma c_1$ , dove  $\sigma = \frac{Bb}{2\pi r}$  è il fattore di solidità. Introducendo anche la velocità adimensionalizzata  $\overline{w}$ , data dal rapporto  $\overline{w} = w/V$ , e ricordando per  $\Phi$  l'espressione (3.35), la (3.42) diventa:

$$\sigma c_{l} = \frac{1 + \overline{w}}{\left(1 + \frac{1}{2}\overline{w}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\overline{w}\cos^{2}\phi\right)} 2\overline{w}K(x)\frac{sen^{2}\phi}{\cos\phi}$$
(3.43)

Con  $\Phi$  dato da:

$$\phi = \arctan\left(\frac{1}{\pi} \frac{V}{nD} \frac{1 + \frac{1}{2}\overline{w}}{x}\right)$$
(3.44)

Queste espressioni possono essere calcolate, per ogni valore del raggio relativo x, una volta che siano stati ricavati i valori di K(x) e di  $\overline{w}$  per ogni sezione di pala. Si procede dapprima però calcolando il valore del rendimento indotto, calcolo che richiede la conoscenza delle espressioni riguardanti i termini relativi alla potenza ed alle perdite di energia, che saranno di seguito introdotti. Chiamiamo  $\varepsilon$  il fattore di perdita di energia in senso assiale. Si può scrivere per la trazione **T** la seguente relazione:

$$T = \rho Fkw \left[ V + w \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{k} \right) \right]$$
(3.45)

Mentre la perdita di energia, nel caso ideale, è data da:

$$E = \rho F k w^2 \left(\frac{\varepsilon}{k} w + \frac{1}{2} w\right)$$
(3.46)

Dove F è la proiezione della sezione della scia dell'elica all'infinito.

Scriviamo ora invece il coefficiente di trazione  $c_t$  in una forma diversa da quella vista in precedenza. Inoltre introduciamo un nuovo coefficiente di perdita di energia  $c_e$ , ed una nuova forma del coefficiente di potenza  $P_c$ , al posto del  $c_p$  visto in precedenza, funzione dei primi due:

$$c_{t} = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V^{2}F} = 2k\overline{w}\left[1 + \overline{w}\left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{k}\right)\right]$$
(3.47)

$$c_{e} = \frac{E}{\frac{1}{2}\rho V^{3}F} = 2k\overline{w}^{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{k}\overline{w}\right)$$
(3.48)

$$P_{c} = 2k\overline{w}(1+\overline{w})\left(1+\frac{\varepsilon}{k}\overline{w}\right)$$
(3.49)

Riusciamo allora a trovare il valore del rendimento indotto, grazie ai coefficienti di cui sopra:

$$\eta_i = \frac{c_t}{P_c} \tag{3.50}$$

Per il progetto di un'elica sono solitamente note la potenza fornita all'albero motore, la velocità di avanzamento del velivolo e l'altezza di riferimento. Le grandezze da trovare sono invece il diametro dell'elica, il numero delle pale, la forma delle stesse e la velocità di rotazione.

Con i dati a disposizione, si calcola dapprima un coefficiente di potenza totale, detto  $P_{cT}$ , dato da:

$$P_{cT} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho V^3 \frac{\pi}{4}D^2}$$
(3.51)

Si pone quindi  $P_{cT}$  pari a  $P_c$ , al fine di trovare  $\overline{w}$ :

$$P_{cT} \approx P_c = 2k\overline{w}(1+\overline{w})\left(1+\frac{\varepsilon}{k}\overline{w}\right)$$
 (3.52)

Il procedimento per trovare  $\overline{w}$  è di tipo iterativo, poiché a questa grandezza è legato il valore di  $\epsilon/k$ . Aiutandosi con grafici come quello di figura 3.6, si trova un valore di  $\epsilon/k$ , in funzione di  $\frac{V}{nD}(1+\overline{w})$ , e si sostituiscono i valori nella (3.52) fino a quando P<sub>c</sub> coincide effettivamente con P<sub>cT</sub>.

Una volta trovato il valore di  $\overline{w}$ , nonché quelli di  $\varepsilon$ , k ed  $\varepsilon/k$ , si può trovare il valore del rapporto P<sub>c</sub>/k, e quindi il valore del rendimento indotto  $\eta_i$ , ricavandone graficamente il valore, tramite la figura 3.7.

Si possono allora calcolare i valori della distribuzione del carico e dell'angolo d'elica  $\Phi$  per le varie sezioni dell'elica, utilizzando le equazioni (3.43) e (3.44). Per risolverle, occorre però trovare per ogni sezione il valore della funzione della circolazione K(x), e questo viene fatto per via grafica, tramite apposite tabelle che esprimono il valore della circolazione per diversi valori del raggio relativo, in funzione del coefficiente di avanzamento effettivo  $\frac{V}{nD}(1+\overline{w})$ . Tali grafici sono presenti per eliche singole o controrotanti, per vari valori del numero di pale. In figura 3.8 si può osservare un grafico di K(x) per un'elica singola a quattro pale.



Fig. 3.6 Diagrammi di ε, k, ε/k



Fig. 3.7 Rendimento indotto in funzione di  $P_{c/k}$ 



Fig. 3.8 Valori di K(x) in funzione dell'avanzamento effettivo

Una volta scelto un certo profilo per la pala, e conosciuti i valori del coefficiente di portanza c<sub>1</sub> per le varie sezioni, si possono allora trovare i valori delle corde ai vari raggi relativi della pala, tramite l'espressione del coefficiente di solidità  $\sigma = \frac{Bb}{2\pi r}$ , oppure tramite la (3.42).

#### 3.4.2 Applicazione della teoria alle eliche controrotanti

Un metodo molto comune di progetto di eliche controrotanti era quello di scegliere due eliche singole, che erano state studiate per funzionare da sole, e porle in tandem. Theodorsen vide però con i suoi esperimenti che la funzione di circolazione ed il coefficiente di massa nel caso di eliche controrotanti erano maggiori della somma di quelli relativi ad eliche singole. Questo ha portato allo sviluppo di una teoria specifica per le eliche controrotanti.

Prima di considerare il diagramma delle velocità, analizziamo in questo caso il comportamento delle velocità indotte, sia di quelle a valle delle due eliche, sia di quelle invece che nascono per la mutua interazione tra le eliche.

La velocità media  $\ a$  valle in direzione assiale, a grande distanza dalle eliche, che indichiamo con  $V_a$ , ha un valore pari a:

$$2V_a = \frac{1}{2}kw \qquad (3.53)$$

A questa velocità media contribuiscono entrambe le eliche. Ciò significa che ogni elica genera, all'infinito a valle una velocità indotta assiale uguale alla metà di quella data dalla (3.53), e quindi:

$$V_a = \frac{1}{2}kw \qquad (3.54)$$

Sappiamo, già dalla teoria impulsiva semplice, che la velocità indotta in corrispondenza del piano dell'elica è pari alla metà rispetto a quella indotta all'infinito a valle. Possiamo indicare questa velocità come  $\frac{1}{2} V_a$ , che vale ovviamente:

$$\frac{1}{2}V_a = \frac{1}{4}kw$$
 (3.55)

Come piano dell'elica, considerando le due eliche molto vicine, è stato scelto un piano medio, equidistante dalle due. In realtà la velocità indotta sulla prima elica è minore rispetto a quella sulla seconda elica. In questa trattazione si fa l'ipotesi semplificativa che le due eliche siano molto vicine, tali da potere considerare uguali le velocità indotte in senso assiale su di esse.

Per quanto riguarda invece la velocità media periferica indotta  $V_r$ , questa all'infinito a valle è nulla:

$$2V_r = 0$$
 (3.56)

Se entrambe le eliche avessero un numero infinito di pale, le velocità indotte periferiche si annullerebbero esattamente.

Nella realtà , immediatamente a valle di ogni elica, abbiamo un valore non nullo di  $V_{\rm r},$  pari a:

$$V_r = \frac{1}{2}kw\tan\phi \qquad (3.57)$$

In generale si presenta quindi una situazione in cui sull'elica anteriore agiscono velocità indotte dovute all'elica posteriore e viceversa. Inoltre ogni elica genera sul proprio piano delle velocità auto-indotte. Si ha quindi:

- Velocità indotte dall'elica posteriore su quella anteriore:
- $\frac{1}{2}V_a = \frac{1}{4}kw$  $V_r = 0$

- Velocità indotte dall'elica anteriore su quella posteriore:

$$\frac{1}{2}V_a = \frac{1}{4}kw$$

$$V_r = \frac{1}{2}kw\tan\phi$$

- Velocità auto-indotte su entrambe le eliche:

assiale: 
$$\frac{1}{4}kw$$
  
periferica:  $\frac{1}{4}kw\tan\phi$ 

Analizziamo ora il diagramma delle velocità per il caso di eliche controrotanti, mostrato in figura 3.9.



Fig. 3.9 Diagramma delle velocità, elica controrotante

Come nel caso precedente, la velocità di spostamento del vortice in direzione assiale è ancora pari ad  $\frac{1}{2}$  w. Si ha inoltre che il vettore **AB** è pari alla velocità  $\frac{1}{4}$  kw indotta da un'elica sull'altra. Il vettore **BC** rappresenta invece la quantità  $\frac{1}{2}$  kw tan $\Phi$ , pari alla componente periferica della velocità indotta da un'elica sull'altra. Ne risulta che la velocità indotta risultante sull'elica anteriore, dovuta a quella posteriore, è rappresentata dal vettore **AB**, mentre la velocità risultante indotta sull'elica posteriore, da quella anteriore, è pari ad **AC**.

A queste si aggiungono le velocità auto-indotte, indicate rispettivamente tramite il vettore  $W_{SF}$  per l'elica anteriore, e  $W_{SR}$  per quella posteriore.

A causa di queste velocità, gli angoli d'elica sono diversi dal valore ideale  $\Phi$ , essendo l'angolo d'elica relativo all'elica anteriore un po' maggiore di  $\Phi$ , ed indicato con  $\Phi_F$ , mentre l'angolo relativo all'elica posteriore è leggermente minore di  $\Phi$ , e viene indicato con  $\Phi_R$ .

Se si assume che le eliche ruotino alla stessa velocità, e che abbiano lo stesso numero di pale, come d'obbligo in pratica, si studia la condizione di funzionamento per la quale risultano uguali le circolazioni anteriore e posteriore, quindi  $\Gamma_F = \Gamma_R$ .

Siccome poi, come visto, gli angoli d'elica sono rispettivamente  $\Phi_F e \Phi_R$ , si ha dalla figura 3.9, che le velocità di spostamento della superficie del vortice, in direzione assiale, vengono in un caso aumentata, e nell'altro ridotta, di una quantità  $\Delta w = \frac{1}{4}$  kw tan<sup>2</sup> $\Phi$ , per cui si ha per l'elica anteriore:

$$\frac{1}{2}w\left(1+\frac{1}{2}k\tan^2\phi\right)$$

mentre per l'elica posteriore:

$$\frac{1}{2} w \left( 1 - \frac{1}{2} k \tan^2 \phi \right)$$

Si ha inoltre che la velocità risultante effettiva sull'elica anteriore  $W_F$  è pari a:

$$W_F = \frac{V}{sen\phi_0} + \frac{1}{4}kwsen\phi_0 = \frac{V}{sen\phi_0} \left(1 + \frac{1}{4}k\overline{w}sen^2\phi_0\right)$$
(3.58)

e l'angolo d'elica anteriore si trova tramite la seguente:

$$\tan \phi_F = \frac{V + \frac{1}{2}w\left(1 + \frac{1}{2}k\tan^2\phi\right)}{\omega r} = \frac{V}{nD}\frac{1}{\pi x}\left[1 + \frac{1}{2}\overline{w}\left(1 + \frac{1}{2}k\tan^2\phi\right)\right]$$
(3.59)

dove  $\Phi$  è ricavabile tramite:

$$\tan\phi = \frac{V + \frac{1}{2}w}{\omega r} = \frac{V}{nD}\frac{1}{\pi x}\left(1 + \frac{1}{2}\overline{w}\right)$$
(3.60)

Allo stesso modo, per l'elica posteriore si può esprimere la velocità risultante effettiva  $W_R$  come:

$$W_{R} = \frac{V}{sen\phi_{0}} + \frac{1}{4}kwsen\phi_{0} + \frac{1}{2}kwtan\phi_{0}\cos\phi_{0} = \frac{V}{sen\phi_{0}}\left(1 + \frac{3}{4}k\overline{w}sen^{2}\phi_{0}\right)$$
(3.61)

mentre l'angolo d'elica  $\Phi_R$  è espresso da:

$$\tan \phi_R = \frac{V}{nD} \frac{1}{\pi x} \left[ 1 + \frac{1}{2} \overline{w} \left( 1 - \frac{1}{2} k \tan^2 \phi \right) \right]$$
(3.62)

Per determinare la distribuzione del carico nel caso di eliche controrotanti, utilizziamo dapprima la (3.39), dove la circolazione  $\Gamma$  assume la forma data dalla (3.38). Uguagliandole, ed eliminando  $\Gamma$  si ottiene:

$$\frac{1}{2}Bbc_{l}W = \frac{(V+w)w}{n}K(x)$$
 (3.63)

Introducendo ancora una volta il rapporto di solidità  $\sigma$ , si ottiene dalla (3.63):

$$\sigma \cdot c_l W = \frac{V}{nD} \frac{1}{\pi x} (1 + \overline{w}) \overline{w} V K(x)$$
(3.64)

Risolvendola, e ponendo al posto di W rispettivamente  $W_F$  e  $W_R$ , si ricavano le distribuzioni del carico per l'elica anteriore e per quella posteriore, indicate con  $(\sigma c_1)_F$  e con  $(\sigma c_1)_R$ :

$$(\sigma c_{l})_{F} = \frac{V}{nD} \frac{1}{\pi x} \frac{(1+\overline{w})\overline{w}sen\phi_{0}}{1+\frac{1}{4}k\overline{w}sen^{2}\phi_{0}} K(x)$$
(3.65)

$$(\sigma c_1)_R = \frac{V}{nD} \frac{1}{\pi x} \frac{(1+\overline{w})\overline{w}sen\phi_0}{1+\frac{3}{4}k\overline{w}sen^2\phi_0} K(x)$$
(3.66)

Per trovare il rendimento indotto nel caso di eliche controrotanti, dobbiamo prendere in considerazione la trazione dovuta all'elica anteriore, e quella dovuta all'elica posteriore. Su un elemento di pala appartenente all'elica anteriore, abbiamo una trazione elementare  $dT_F$ , data da:

$$dT_F = \frac{1}{2}\rho(2\pi r)W_F^2(\sigma c_l)_F \cos\phi_F dr$$

che integrata lungo il raggio della pala fornisce la trazione totale per l'elica anteriore:

$$T_F = \rho \frac{D}{4} V^3 \overline{w} (1 + \overline{w}) \frac{1}{n} \int_0^1 \left( 1 + \frac{1}{4} k \overline{w} sen^2 \phi_0 \right) \frac{\cos \phi_F}{sen \phi_0} K(x) dx$$
(3.67)

In modo analogo si può ottenere il valore della trazione sviluppata dall'elica posteriore:

$$T_{R} = \rho \frac{D}{4} V^{3} \overline{w} (1 + \overline{w}) \frac{1}{n} \int_{0}^{1} \left( 1 + \frac{3}{4} k \overline{w} sen^{2} \phi_{0} \right) \frac{\cos \phi_{R}}{sen \phi_{0}} K(x) dx$$
(3.68)

I coefficienti c<sub>t</sub>, c<sub>e</sub> e P<sub>c</sub> sono ancora espressi dalle (3.47), (3.48) e (3.49), mentre il rendimento indotto si calcola ancora tramite la (3.50), e vale quindi ancora  $\eta_i = \frac{c_t}{P}$ .

Anche nel caso di eliche controrotanti, per procedere nel dimensionamento si parte da dati noti quali la velocità di avanzamento V, la quota di riferimento e la potenza erogata dal motore. Si trovano quindi w, k ed  $\varepsilon$  con un procedimento analogo a quello eseguito nel paragrafo precedente, seguendo apposite tabelle per eliche controrotanti. Si può allora procedere alla ricerca dei valori di K(x) per le varie sezioni di pala, tramite tabelle del tipo di quella riportata in figura 3.8, e quindi si possono calcolare i valori delle distribuzioni del carico sull'elica anteriore e sulla posteriore, tramite le equazioni

(3.65) e (3.66). Si calcolano inoltre gli angoli d'elica  $\Phi_F$  e  $\Phi_R$  e, conoscendo gli angoli d'attacco, gli angoli di calettamento. Scelti quindi i profili per le pale, e noti i valori del coefficiente di portanza alle varie sezioni, si trovano i valori delle corde.
#### 3.4.3 Le perdite di energia dell'elica

Le perdite per attrito dovute alle resistenze dei profili delle pale possono essere scritte come:

$$E_{D} = B \frac{\rho}{2} \int_{0}^{R} b c_{d} W^{3} dr \qquad (3.69)$$

dove con  $c_d$  si è indicato il coefficiente di resistenza, che si ricava per dato profilo assieme al coefficiente  $c_1$  tramite apposti diagrammi  $c_1$ - $c_d$ . Sostituiamo nella (3.69) il rapporto di solidità  $\sigma$ , e ricordiamo l'espressione di W data dalla (3.36) e di seguito riportata:

$$W = \frac{1}{sen\phi} \left( V + \frac{1}{2} w \cos^2 \phi \right)$$

Possiamo trascurare il termine  $\frac{1}{2}$  w cos<sup>2</sup> $\Phi$ , poiché il valore di **w** è molto piccolo rispetto agli altri termini. La (3.69) si può allora riscrivere come:

$$E_D = \pi R^2 \rho V^3 \int_0^1 \frac{\sigma c_d}{sen^3 \phi} x dx \qquad (3.70)$$

La (3.70) può essere anche adimensionalizzata, e si può indicare col termine t:

$$t = \frac{E_D}{\frac{1}{2}\rho V^3 \pi R^2} = 2 \int_0^1 \frac{\sigma c_d}{sen^3 \phi} x dx$$
 (3.71)

Allo stesso modo si possono esprimere le perdite di potenza in direzione assiale e periferica  $t_a e t_r$  come:

$$t_a = 2 \int_{0}^{1} \frac{\sigma c_d}{sen\phi} x dx \qquad (3.72)$$

$$t_r = \frac{2}{\gamma_r^2} \int_0^1 \frac{\sigma c_d}{sen\phi} x dx \qquad (3.73)$$

dove  $\gamma_g$  è il passo geometrico, pari a:  $\gamma_g = \frac{V}{\pi n D}$ .

Considerando quindi le perdite adimensionalizzate, si può innanzitutto il coefficiente di trazione netto,  $c_{tT}$ , come:

$$c_{tT} = c_t - t_a \tag{3.74}$$

Il coefficiente di potenza totale, già visto in precedenza, ed indicato con PcT, vale invece:

$$P_{cT} = c_t + c_e + t_r \qquad (3.75)$$

Si può allora scrivere il rendimento come:

$$\eta = \frac{c_{iT}}{P_{cT}} = \frac{c_t - t_a}{P_c + t_r}$$
(3.76)

Nel procedimento visto in precedenza si nota che si è posto  $P_{cT} \approx P_c$ . In realtà si ha che  $P_c \approx 0.98 P_{cT}$ , ma da una parte  $P_c$  viene calcolato assumendo un valore di  $\overline{w}$  lievemente più piccolo rispetto a quello reale, mentre  $P_{cT}$  viene calcolato tramite la sezione dell'elica, un po' maggiore di quella della sezione all'infinito a valle, che dovrebbe essere utilizzata. Si può allora considerare che le due approssimazioni contrarie si compensino.

# **Capitolo 4**

## L'elica stratosferica: la prima variante

### 4.1 Le condizioni di progetto

L'elica da utilizzare accoppiata ad un ricognitore stratosferico, deve soddisfare esigenze relative alla quota, ed in generale alle condizioni di funzionamento, diverse da quelle tipiche di eliche di normale impiego. Essa infatti deve avere buone caratteristiche aerodinamiche, mentre non è richiesto lo sviluppo di elevate potenze, anzi, la potenza erogata è molto bassa se paragonata a quelle relative a velivoli commerciali.

Le condizioni di progetto da cui partire sono le seguenti:

- Altezza massima di funzionamento pari a 25000 m;
- Potenza all'albero motore variabile tra un minimo di 150 CV ed un massimo di 300 CV;
- Velocità relativa risultante all'apice delle pale: W = 0.9 Mach.

Non vi sono invece richieste particolari riguardo alla velocità di rotazione dell'elica, al diametro, al numero di pale ed al profilo da scegliere per queste.

Il materiale utilizzato per la costruzione dell'elica deve inoltre essere la fibra di carbonio, e l'elica dovrà necessariamente essere a passo variabile in volo, data la diversità profonda di funzionamento tra il volo a bassa quota ed il volo ad alta quota.

Presa quindi come riferimento una quota di 25000 m, si ha che a questa altezza le grandezze atmosferiche fondamentali, hanno il seguente valore:

- Densità dell'aria:  $\rho_{25000} = 0,03984 \text{ kg/m}^3$ ;
- Pressione statica:  $p_{25000} = 2,479$  kPa;
- Velocità del suono:  $c_{s25000} = 1062$  km/h;
- Temperatura:  $T_{25000} = -56 \ ^{\circ}C$ .

L'elica è prevista per essere montata su di un ricognitore stratosferico. Come velivolo di riferimento si è pensato ad un aereo avente le caratteristiche del Reggiane RE 2005 "Sagittario", caccia italiano molto avanzato, erede del Macchi C 205 e del G 55. Questo velivolo fu impiegato per pochi mesi durante la Seconda Guerra Mondiale. Divenne infatti operativo nei primi mesi del 1943, ed i pochi esemplari costruiti furono distrutti dopo l'8 settembre per non farli cadere in mano ai tedeschi. Il RE 2005 presenta le seguenti caratteristiche dimensionali:

- Apertura alare: 11,00 m;
- Lunghezza: 8,73 m;
- Altezza: 3,15 m.

Esso inoltre originariamente aveva un peso a vuoto pari a 2600 kg, montava un motore Daimler-Benz DB 605A da 1475 CV, era in grado di volare ad un'altezza massima di 12000 m, mentre la velocità massima era pari a 628 km/h, con un'autonomia di 1250 Km. In figura 4.1 visibile un'immagine d'epoca del Reggiane RE 2005 "Sagittario".



Fig. 4.1 Il Reggiane RE 2005 "Sagittario"

## 4.2 La ricerca dell'elica

#### 4.2.1 Impiego della teoria di Theodorsen per eliche singole

Il procedimento di ricerca dell'elica più adatta allo scopo è consistito innanzitutto nella costruzione di un foglio di calcolo, che ha fornito i valori del coefficiente di avanzamento  $\gamma$  per varie eliche, diverse tra loro come diametro, numero di giri e potenza assorbita. Si sono infatti prese in considerazione varie eliche, di diametro variabile tra 1 e 5 metri, ruotanti a velocità comprese tra i 750 ed i 2000 giri/minuto, ed in grado di assorbire potenze variabili tra i 150 e i 300 CV. Per poter confrontare i dati con quelli relativi alla teoria di Theodorsen per eliche singole, si sono scelte quelle eliche che presentavano un coefficiente di avanzamento inferiore a 3. In figura 4.2 è visibile una porzione del foglio di calcolo relativo a questa prima selezione.

VALUTAZIONI DI TEN	ITATIVO D	ELLE PRES	TAZIONI DE	LL'ELICA AL	VARIARE DI	EL DIAMETRO	E DEL NUM. D	I GIRI	W=0,9	1
Quota di riferimento: 250	00m	M = 1062Km/h	(295m/s)							
Diametro di prova D (m)	n (giri/min)	U (m/s)	U/Cs	V (m/s)	V/Cs	γ=V/nD				<b>-</b>
1	1000	52 35987756	0 17749111	260 2857914	0.882324717	15 61714749		- /		_
1.25	1000	65 44984695	0.221863888	257 306369	0.87222498	12 35070571		1	//	
15	1000	78 53981634	0,266236666	253 6173244	0.859719744	10 14469298		1/1	/	
1 75	1000	91 62978573	0.310609443	249 1871433	0.844702181	8 543559198		11/		
2	1000	104,7197551	0.354982221	243 9754555	0.827035442	7.319263665		1//		-
2.25	1000	117.8097245	0.399354998	237.9309118	0.806545464	6.344824316		1/		
2.5	1000	130,8996939	0.443727776	230,9881385	0,783010639	5,543715324		V		
2.75	1000	143,9896633	0.488100554	223.06328	0.756146712	4.866835199				
3	1000	157.0796327	0.532473331	214.0472822	0,725584007	4,280945643				
3,25	1000	170,1696021	0,576846109	203,7953791	0,690831793	3,762376229				
3,5	1000	183,2595715	0,621218886	192,109811	0,651219698	3,293311045				
3,75	1000	196,3495408	0,665591664	178,7095627	0,605795128	2,859353004				
3,9	1000	204,2035225	0,69221533	169,679614	0,575185132	2,6104556		selezione	in base a y	
4	1000	209,4395102	0,709964441	163,1727353	0,553127916	2,44759103		-		
4,1	1000	214,675498	0,727713553	156,2199749	0,529559237	2,286145974				
4,2	1000	219,9114858	0,745462664	148,7588264	0,504267208	2,125126092				
4,25	1000	222,5294796	0,754337219	144,8132615	0,490892412	2,044422515				
4,3	1000	225,1474735	0,763211775	140,7084403	0,476977764	1,963373586				
4,4	1000	230,3834613	0,780960886	131,9610199	0,447325491	1,799468453				
4,5	1000	235,619449	0,798709997	122,3671739	0,414803979	1,631562318				
4,6	1000	240,8554368	0,816459108	111,7090353	0,378674696	1,457074374				
4.7	1000	246,0914245	0,834208219	99,64567613	0,337781953	1,272072461				
4,75	1000	248,7094184	0,843082774	92,91864826	0,314978469	1,173709241				
4,8	1000	251,3274123	0,85195733	85,58493929	0,290118438	1,069811741				
4,9	1000	256,5634	0,869706441	68,30425871	0,23153986	0,836378678				
5	1000	261,7993878	0 887455552	44.17386725	0.149741923	0.530086407				

Figura 4.2 Prima selezione in base al valore di  $\gamma$ 

Dopo avere realizzato una prima selezione in base a  $\gamma$ , si sono utilizzati i grafici messi a disposizione dalla NACA, relativi alla teoria di Theodorsen, al fine di trovare i valori del coefficiente di massa k e della velocità **w**. Le ricerche sono innanzitutto state eseguite per eliche aventi 2, 3, 4 e 5 pale. Utilizzando il grafico di figura 4.3, sono stati ottenuti i valori di k, direttamente per le eliche a 2, 3 e 4 pale. Siccome i valori per

l'elica a 5 pale non erano disponibili, essi sono stati ricavati mediando i valori tra le eliche a 4 e 6 pale.



Fig. 4.3 Coefficiente di massa in funzione del rapporto di avanzamento effettivo

Si è così potuta costruire una prima tabella che ha permesso di calcolare i valori di w per le varie eliche, tramite il processo iterativo discusso al capitolo precedente, che si basava sulla ricerca del valore di w che rendesse uguali i valori dei coefficienti di potenza  $P_c$  e  $P_{cT}$ . I risultati ottenuti sono stati quindi impiegati in un foglio di calcolo, anch'esso impostato seguendo la teoria di Theodorsen, che per ogni elica riporta il valore del rendimento indotto. Questo è stato ricavato dalla figura 3.7, i cui valori sono stati riportati in Matlab. Ci si è riferiti al caso peggiore, quello cioè della curva legata ad un valore di  $\varepsilon/k = 1$ . Il grafico del rendimento generato da Matlab è visibile in figura 4.4.



Fig. 4.4 Grafico del rendimento

L'equazione interpolante è stata ottenuta tramite il comando polyfit di Matlab, ed è rappresentata dal polinomio di terzo grado:

 $y = -0.08679 x^3 + 0.178 x^2 - 0.24328 x + 0.9996$ 

I risultati ottenuti hanno permesso di ottenere un certo numero di eliche di possibile impiego, presentanti alti valori del rendimento indotto. Queste presentavano un diametro compreso tra i 4 e i 4,5 metri, con un numero di pale variabile tra 3 e 5, mentre la velocità di rotazione per la quale il rendimento indotto assumeva i valori più elevati era pari a 1000 giri/min.

Si è notato che spingendosi con i valori della potenza assorbita al di sopra dei 220 CV, i valori del rendimento scendevano molto, per l'aumentare della velocità indotta w. Si è perciò deciso di scegliere un'elica in grado di assorbire la massima potenza compatibile con buoni rendimenti, e quindi pari a 220 CV. Per questi valori della potenza si ha un rapporto w/V pari a circa 0,3, e quindi la velocità del vortice in senso assiale è circa il 30% della velocità di avanzamento.

In figura 4.5 è visibile la tabella che riporta i dati relativi alle eliche singole di possibile impiego per una potenza assorbita di 220 CV. Sono visibili i termini relativi al rapporto tra la velocità del vortice in senso assiale e la velocità di avanzamento  $\overline{w} = w/V$ , al rapporto P<sub>c</sub>/k, ed al rendimento indotto  $\eta_i$ .

elica n'	Diametro D (m)	n (giriłmin)	U (m/s)	U/Cs	¥ (młs)	WCs	y=¥/nD	P (CV)	Pct	wł¥ 3p	wł¥ 4p	wł¥ 5p	(¥+w)/nD per w3p	(¥+w)/nD per w4p	(¥+w)/nD per w5p	k 3 pale	k 4 pale	k 5 pale	Pc/k4	Pc/k5	ni 4p	ni 5p
1	4	1000	209,4395	0,709964	163,1727	0,553128	2,447591	220	0,148786	0,43	0,36	0,33	3,500055173	3,3287238	3,25529607	0,11266	0,13914	0,16562	1,069325	0,898357	0,837236	0,862153
2	4,1	1000	214,6755	0,727714	156,22	0,529559	2,286146	220	0,161379	0,42	0,35	0,31	3,246327283	3,086297065	2,994851226	0,124731	0,156126	0,187521	1,033645	0,860591	0,842834	0,867124
3	4,2	1000	219,9115	0,745463	148,7588	0,504267	2,125126	220	0,178106	0,41	0,34	0,3	2,996427789	2,847668963	2,762663919	0,140661	0,177557	0,214454	1,003089	0,830508	0,847443	0,870989
4	4,25	1000	222,5295	0,754337	144,8133	0,490892	2,044423	220	0,188548	0,41	0,34	0,3	2,882635746	2,73952617	2,657749269	0,149532	0,188999	0,228466	0,997615	0,82528	0,848252	0,871654
5	4,3	1000	225,1475	0,763212	140,7084	0,476978	1,963374	220	0,200783	0,4	0,34	0,3	2,74872302	2,630920605	2,552385661	0,161455	0,201667	0,241879	0,99562	0,830098	0,848545	0,871042
6	4,4	1000	230,3835	0,780961	131,961	0,447325	1,799468	220	0,232478	0,4	0,34	0,3	2,519255835	2,411287727	2,339308989	0,186062	0,231162	0,276262	1,005695	0,841515	0,847056	0,869584
7	4,5	1000	235,6194	0,79871	122,3672	0,414804	1,631562	220	0,278744	0,41	0,35	0,31	2,300502869	2,20260913	2,137346637	0,215077	0,264405	0,313733	1,054229	0,888474	0,839634	0,863468
													57.									

Fig.4.5 Eliche singole di possibile impiego, per una potenza di 220 CV

Una volta trovati i valori del rendimento indotto, si possono calcolare la distribuzione del carico e l'angolo d'elica alle diverse sezioni della pala, tramite le equazioni (3.43) e (3.44), e l'espressione della distribuzione del carico in funzione della corda espressa dalla (2.42).

In tali equazioni compare però il termine relativo alla funzione di circolazione K(x), ottenibile sezione per sezione tramite grafici come quello di figura 3.8, in funzione del

rapporto di avanzamento effettivo. Si è quindi provveduto per ogni elica, e per dato numero di pale, alla ricerca grafica dei valori di K(x) relativi alle varie sezioni, e questo ha permesso di ottenere i valori dell'angolo  $\Phi$  e delle distribuzioni del carico  $\sigma c_1$  e bc<sub>1</sub>.

Per potere dimensionare le singole pale, occorre però scegliere il profilo da utilizzare per esse. Nel caso specifico questo profilo deve essere adatto ad operare ad una quota di 25000 metri.

#### 4.2.2 Scelta del profilo per le pale

La pala di un'elica si comporta come un'ala rotante, e si possono fare quindi le considerazione relative ai profili alari. stesse Anche per un'elica infatti, in corrispondenza del bordo d'attacco la pressione totale coincide con la pressione statica, e la velocità di un filetto fluido in questo punto è nulla. Avanzando verso la zona del profilo a spessore maggiore invece, il gradiente di pressione è negativo, quindi favorevole al moto del fluido lungo il profilo, il quale aumenta di conseguenza la propria velocità. Superato il punto a spessore maggiore, il gradiente di pressione diventa invece positivo, quindi avverso al fluido, che di conseguenza rallenta. In corrispondenza del bordo di uscita, la pressione totale è ancora uguale alla pressione statica, quindi la velocità del filetto fluido è nulla, mentre a valle del bordo di uscita la pressione decresce e la velocità aumenta, fino a riassumere valori uguali a quelli dell'aria nella zona indisturbata. In figura 4.6 è riportato l'andamento della pressione statica nel caso in cui l'aria venga considerata un gas ideale (linea continua), oppure un gas reale (linea tratteggiata).



Fig. 4.6 Andamento della pressione statica lungo la superficie di un profilo palare

Nella porzione di profilo compresa tra il bordo di attacco (*leading edge*) e il punto di spessore massimo, il flusso è solitamente laminare, mentre diventa turbolento

una volta superato questo punto. Inoltre la velocità non si annulla più al bordo di uscita (*trailing edge*), ma prima di questo, in un punto detto *punto di separazione*. Qui lo strato limite passa da laminare a turbolento e si creano vortici nei quali la velocità assume verso contrario al moto, generando la cosiddetta *scia* (*wake*). In figura 4.7 è rappresentato uno schema relativo al comportamento del fluido lungo il profilo di un'ala (vedi [7]).



Fig. 4.7 Andamento della corrente fluida lungo un profilo alare

A bassi valori del numero di Reynolds, inferiori cioè a 10<sup>6</sup>, quali quelli che si riscontrano a velocità subsoniche nella stratosfera, lo strato limite laminare può comportarsi in tre diversi modi (vedi [5]):

- Può trasformarsi gradualmente in strato limite turbolento;
- Può distaccarsi dalla superficie del profilo;
- Può staccarsi ed in seguito riattaccarsi alla superficie del profilo, formando "bolle" di separazione.

Il primo caso è quello auspicabile, poiché in queste condizioni la transizione da laminare a turbolento conferisce al flusso l'energia necessaria per vincere il gradiente avverso di pressione. Questo porta ad elevati valori del coefficiente di portanza ed a bassi valori del coefficiente di resistenza.

Il secondo caso è invece nocivo per il funzionamento dell'elica, e porta ad un serio calo delle prestazioni. Il profilo va in stallo per elevati valori dell'angolo di attacco quando lo strato limite laminare si distacca dal profilo vicino al bordo di attacco. Si può invece avere stallo per bassi valori dell'angolo di attacco se il fluido non riesce a vincere il gradiente avverso di pressione lungo il profilo.

Il terzo caso è invece intermedio e si verifica quando vi è separazione dello strato limite laminare, che non riesce a vincere il gradiente avverso di pressione. Il flusso passa quindi da laminare a turbolento ed in seguito si riattacca alla superficie. La lunghezza della bolla di separazione dipende da diversi fattori, quali l'energia posseduta dal fluido e la rugosità della superficie.

Il profilo Eppler 387 è stato testato presso il Langley Low-Turbulence Pressure Tunnel (LTPT), della NASA (National Aeronautics and Space Administration), ed ha dimostrato buone caratteristiche a bassi numeri di Reynolds, tanto da essere scelto come profilo da impiegare in condizioni particolari, quali quelle presenti nella stratosfera ed in atmosfere rarefatte, nell'ambito del programma ERAST (Environmental Research Aircraft and Sensor Technology) (vedi [5] e [6]).

I test sul profilo sono stati svolti per numeri di Reynolds variabili tra 60000 e 460000, per numeri di Mach compresi tra 0,03 e 0,13. Il profilo ha presentato buone caratteristiche in questo intervallo, con situazioni di distacco dello strato limite senza riattacco soltanto per i più bassi numeri di Reynolds. Esso inoltre ha valori molto elevati del rapporto tra i coefficienti di portanza e resistenza, per angoli di attacco compresi tra i 5,5° ed i 7,5°, valori per i quali il distacco totale dello strato limite di solito non si verifica. In figura 4.8 sono riportati gli andamenti di c<sub>1</sub> in funzione di  $\alpha$  e di c<sub>1</sub> in funzione di c<sub>d</sub> ricavati all'LTPT.



Le curve in rosso si riferiscono a Re = 60000 e M = 0,05, le curve in blu a Re = 80000 e M = 0,08, e le curve in verde a Re =100000 e M = 0,06.

Le curve relative a  $c_1$  e  $c_d$  di interesse per il nostro caso sono state ottenute attraverso il programma Profili, che si basa sul codice XFoil, sviluppato alla NASA sul finire degli anni ottanta.

Per la scelta del profilo sono stati presi in considerazione il profilo Eppler 387, ed il profilo Clark Y. Per i valori dell'angolo di attacco possibili, compresi tra 4 e 6,5, il profilo Eppler 387 ha dimostrato di avere maggiori valori del coefficiente c<sub>1</sub> rispetto al Clark Y, e valori soltanto leggermente maggiori di c<sub>d</sub>. In figura 4.9 è visibile un confronto tra i due profili, per M = 0,4 e Re = 120000, ottenuto con XFoil. In ordinata sono riportati i valori di c<sub>1</sub>, in ascissa i valori di  $\alpha$ .



Fig. 4.9 Confronto fra i profili Eppler 387 e Clark Y, M = 0,4 e Re = 120000

Si è quindi deciso di utilizzare il profilo Eppler 387, la cui forma è riportata in figura 4.10.



Fig. 4.10 Il profilo Eppler 387

#### 4.3 La prima variante

Una volta scelto il profilo Eppler 387, si sono potuti calcolare i coefficienti di portanza e resistenza per le varie sezioni delle eliche in precedenza selezionate per i loro elevati valori del rendimento. Sono stati allora trovati i valori delle corde per le varie sezioni di pala. Una analisi di questi risultati ha portato a scartare le eliche a 3 e 4 pale, a causa degli elevati valori delle corde massime, mentre le eliche a 5 pale hanno mostrato valori accettabili delle corde, dell'ordine dei 200 mm per quanto riguarda i valori massimi.

E' stata quindi scelta un'elica a 5 pale, del diametro di 4,1 metri, in grado di assorbire 220 CV alla quota di 25000 metri, e ruotante alla velocità di 1000 giri/minuto. In figura 4.11 sono mostrati i dati relativi a tale elica, comprendenti i valori dell'angolo di calettamento geometrico  $\beta$ , di K(x), di c<sub>1</sub> e c<sub>d</sub> con i relativi numeri di Reynolds, e delle corde.

EPPLE	1 387		1 · · · · · · ·																	
n'pale	n (giri/sec)		w/¥ 5p	¥(młs)	w (młs)	U (m/s)	¥ (młs)	M sez.	tan Φ	¢ gradi	Φ rad	α gradi	β gradi	K(z)	σCI	<b>bCI</b>	CI	Cd	Re	b (m)
5	16,666667	0,1	0,31	156,22	48,4282	21,46755	157,6881	0,534536	8,404412	83,21436	1,452368	6,5	89,71436	0,025	0,146399	0,037716	0,4943	0,0726	32000	0,076303
5	16,666667	0,2	0,31	156,22	48,4282	42,9351	162,0127	0,549196	4,202206	76,6141	1,337171	6,5	83,1141	0,0575	0,163935	0,084468	0,7852	0,072	47000	0,107576
5	16,666667	0,3	0,31	156,22	48,4282	64,40265	168,9745	0,572795	2,801471	70,35554	1,227939	6,5	76,85554	0,1025	0,186899	0,144451	1,0442	0,0423	65000	0,138337
5	16,666667	0,4	0,31	156,22	48,4282	85,8702	178,2649	0,604288	2,101103	64,54818	1,126581	6,5	71,04818	0,15	0,194547	0,200483	1,1549	0,0263	84000	0,173593
5	16,666667	0,5	0,31	156,22	48,4282	107,3377	189,5418	0,642514	1,680882	59,25036	1,034116	6,5	65,75036	0,1925	0,187932	0,242082	1,1699	0,0229	107000	0,206925
5	16,666667	0,6	0,31	156,22	48,4282	128,8053	202,4734	0,686351	1,400735	54,47642	0,950795	6,5	60,97642	0,2225	0,169502	0,262011	1,1516	0,0229	125000	0,227519
5	16,666667	0,7	0,31	156,22	48,4282	150,2728	216,764	0,734793	1,20063	50,20911	0,876316	6,5	56,70911	0,24	0,146403	0,264022	1,1427	0,0229	136000	0,231051
5	16,666667	0,8	0,31	156,22	48,4282	171,7404	232,1626	0,786992	1,050551	46,4121	0,810046	6,5	52,9121	0,234	0,116619	0,240354	1,1452	0,0229	132000	0,209879
5	16,666667	0,9	0,31	156,22	48,4282	193,2079	248,4633	0,842248	0,933824	43,03997	0,751191	6,5	49,53997	0,1775	0,073469	0,170349	1,1731	0,0235	98000	0,145213
5	16,666667	0,95	0,31	156,22	48,4282	203,9417	256,8986	0,870843	0,884675	41,49828	0,724283	6,5	47,99828	0,1475	0,055937	0,136903	1,1536	0,0266	83000	0,118675

Fig. 4.11 Dati relativi all'elica singola selezionata

Il valore massimo dell'angolo di calettamento è pari a  $89,71^{\circ}$ , alla radice della pala, mentre alla sezione di riferimento convenzionale, pari a 0,7 R, esso vale  $56,71^{\circ}$ , con un valore massimo della corda b<sub>0,7R</sub> uguale a 231 mm. A terra invece il passo è minore, e l'angolo di calettamento a 0,7 R è pari a  $30,27^{\circ}$ . Il valore massimo della corda cade quindi proprio a 0,7 R, è qui infatti che si ha il valore massimo della circolazione. Il numero di Reynolds sulla pala a 25000 metri varia tra un minimo di 32000 ed un massimo di 136000.

L'elica ha un rendimento indotto  $\eta_i = 86,7\%$  a 25000 metri, mentre a tale quota è in grado di erogare una trazione pari a T = 898 N, ed assorbe una coppia Q = 1545 Nm.

In figura 4.12 è visibile il disegno al Solid Edge di una pala dell'elica, disegnata con una radice di forma simile alle pale che utilizzano il sistema Hydromatic di Hamilton Standard, poiché questo sarà il sistema adottato per la variazione del passo.



Fig.4.12 Pala appartenente all'elica singola di diametro 4,1 metri

In figura 4.13 è rappresentata un'altra vista della pala, in cui è visibile lo svergolamento presente tra le varie sezioni.



Fig. 4.13 Vista della pala, svergolamento tra le sezioni

La base della pala è ribattuta, ed è utilizzata come sede per il cuscinetto interposto tra pala e scatola. In tale modo si evita che la pala venga strappata via dalle forze centrifughe durante il funzionamento dell'elica.

Le cinque pale sono montate su una crociera, con l'interposizione di apposite bronzine. La crociera, con le bronzine montate alle sue estremità è visibile in figura 4.14.



Fig. 4.14 Crociera e bronzine

La crociera presenta sul mozzo un profilo scanalato, la cui funzione è quella di ricevere il moto da parte dell'albero motore. I cinque bracci hanno forma cilindrica, e le estremità di questi sono inserite nella radice delle pale, ed hanno la funzione di sopportare i carichi aerodinamici che gravano sulle pale stesse. I bracci sono inoltre collegati da un anello circolare, il quale serve per irrigidire la struttura.

Tra la pala ed il cuscinetto vi è l'interposizione di una guarnizione in elastomero, che impedisce la fuoriuscita di lubrificante dalle scatole.

In figura 4.15 si osserva una sezione relativa al collegamento tra pala e crociera, con la presenza di bronzina, cuscinetto e guarnizione. Tra crociera e pala è inserito inoltre un tappo equilibratore, per compensare la differenza di pressione tra la scatola e l'esterno. Questo è formato da un tappo esterno, con all'interno alcuni lamierini stretti da un dado.



Fig. 4.15 Sezione relativa al montaggio della pala

Il cuscinetto è stato ottenuto per similitudine geometrica con il cuscinetto utilizzato per le eliche della serie Hydromatic di Hamilton Standard. L'anello superiore del cuscinetto è a contatto con le due semiscatole, previa l'eventuale interposizione di lamierini di spessoramento.

L'elica montata, senza le scatole e il gruppo duomo, ma con le ruote dentate per la regolazione del passo, è mostrata in figura 4.16.



Fig. 4.16 Elica 4,1 metri: montaggio gruppo pale

Per quanto riguarda i materiali utilizzati per la costruzione dell'elica, si è già detto in precedenza che le pale sono realizzate in fibra di carbonio. Più precisamente è stata prevista l'utilizzazione del materiale denominato M55J, prodotto dalla azienda statunitense Toray Carbon Fibers America Inc., ed utilizzato in varie applicazioni in campo aerospaziale e sportivo. L'M55J è costituito per il 40% da una matrice di resina epossidica, e per il 60% da fibre di carbonio. Le caratteristiche del materiale sono le seguenti:

-	Densità:	$\rho = 1900 \text{ kg/m}^3;$
-	Moduli elastici lineari:	Ex = 172000 MPa;
		Ey = Ez = 30000 MPa;
-	Moduli elastici tangenziali:	Gxy = 58000 MPa;
		Gxz = Gyz = 10000  MPa;
-	Coefficiente di Poisson:	$\mu = 0,3.$

Ogni pala, realizzata con tale materiale ha un peso di 12,25 kg. Si nota quindi la leggerezza che deriva dall'impiego dei materiali compositi, molto maggiore rispetto a quella ottenibile con materiali metallici.

La crociera è invece realizzata in lega di titanio, materiale che conferisce una elevata resistenza, sia meccanica che termica, con il vantaggio di un peso inferiore di circa il 40% rispetto all'acciaio. La lega utilizzata è il Ti6Al4V, forse la lega più utilizzata sia in campo aeronautico che industriale. Questa lega, a seconda della percentuale di componenti quali alluminio e vanadio in essa presenti, ha le seguenti caratteristiche:

- Carico di rottura pari a circa 1200 MPa;
- Buon comportamento fino a temperature di circa 350 °C;
- Modulo Elastico compreso tra 100 e 130 Gpa;
- Coefficiente di Poisson variabile tra 0,26 e 0,35.

La crociera, realizzata in lega Ti6Al4V, presenta un peso di circa 23,6 kg.

L'elica singola finora considerata presenta l'inconveniente dell'elevato ingombro. Siccome il raggio è pari a 2,05 metri, essa è di non facile installazione.

Una possibile soluzione potrebbe essere quella di realizzare pale pieghevoli, come quelle impiegate ad esempio sugli elicotteri, tramite uno snodo a forchetta realizzato alla radice delle pale. Una molla sarebbe necessaria per mantenere le pale piegate mentre il velivolo si trova a terra. Quando invece il velivolo è in funzione, le pale verrebbero raddrizzate per mezzo delle forze centrifughe.

Tale soluzione, probabilmente realizzabile, comporterebbe però alcune complicazioni a livello progettuale circa il progetto delle pale. Bisognerebbe infatti verificare la resistenza di queste, nonché il comportamento aerodinamico, che potrebbe subire alcune variazioni.

Un ulteriore problema che potrebbe verificarsi è quello relativo all'insorgere di onde d'urto dovute a fenomeni di compressibilità vicino all'apice delle pale, dove **W** supera il valore di soglia di 0,8 Mach, arrivando a 0,9 Mach all'apice. Potrebbe essere necessario adottare profili più sottili per le sezioni di estremità delle pale, come ad esempio i profili della famiglia NACA 16. L'insorgenza dei fenomeni di compressibilità sarebbe comunque da verificare sperimentalmente in galleria del vento, o tramite simulazioni avanzate agli elementi finiti.

Trattandosi poi di un'elica a cinque pale, sarebbe necessario verificare che non si creino perdite per soffocamento (*choking*) della corrente che attraversa l'elica. Le dimensioni delle radici delle pale sembrano comunque abbastanza sottili da scongiurare il fenomeno

In conclusione, visti i vari problemi citati, si è al momento scartata tale versione dell'elica, a favore della ricerca di un altro sistema in grado di fornire la potenza e la trazione richieste, ma che allo stesso tempo presenti un ingombro minore.

85

# **Capitolo 5**

# La soluzione adottata

### 5.1 Dalla prima alla seconda variante progettuale

Un modo per ovviare ai problemi relativi all'ingombro presentato dall'elica singola a cinque pale, è stato quello di utilizzare due eliche controrotanti. Ciò ha permesso di equiripartire la potenza tra le due eliche, che presentano un diametro molto minore di quello relativo all'elica singola.

L'impiego di eliche controrotanti, se da un lato presenta alcune complicazioni aggiuntive a livello meccanico, oltre al rischio di fare aumentare il peso totale del velivolo, dall'altro risolve il problema del bilanciamento dei momenti giroscopici. Le due eliche infatti, di diametro e numero di pale identici, ruotano alla stessa velocità, ma in direzione contraria tra loro. Ciò permette di evitare l'impiego di altre soluzioni quali due diverse lunghezze delle semiali del velivolo, o altri accorgimenti. Inoltre il velivolo stesso risulta più manovrabile.

Al fine di ottenere un dimensionamento di massima sufficientemente accurato per le due eliche, si è fatto ancora una volta ricorso alla teoria di Theodorsen, questa volta però si è utilizzata quella parte di essa dedicata alle eliche controrotanti.

Si è poi deciso di mantenere come profilo per le pale l'Eppler 387, essendo invariate le condizioni di progetto.

Per quanto riguarda inoltre il sistema di regolazione del passo, si è fatto ancora una volta ricorso alla soluzione dell'elica idromatica, nella versione modificata per eliche controrotanti studiata dall' Ing. Galotto insieme al Prof. Piancastelli. Questo sistema è stato opportunamente ridimensionato, poiché nel caso in esame le potenze in gioco sono pari a quasi un decimo di quelle relative allo studio originale, così come le sollecitazioni agenti sulle pale e sui meccanismi interni. Per rimanere a favore della sicurezza comunque, si è deciso di realizzare un sistema di dimensioni ridotte del 60% rispetto all'originale (vedi [14]).

## 5.2 Applicazione della teoria di Theodorsen

Si è proceduto innanzitutto alla costruzione di un foglio di calcolo per effettuare una prima selezione delle eliche in base al valore di  $\gamma$ , analogamente a quanto fatto per l'elica singola. Per le eliche controrotanti si opera in generale con valori più elevati del coefficiente di avanzamento.

Tramite tabelle che forniscono i valori di k, di  $\varepsilon$  e di  $\varepsilon/k$ , per eliche controrotanti, del tipo di quelli in figura 3.6, si può trovare tramite un processo iterativo il valore di **w** per le varie eliche. Conoscendo **w**, e quindi i valori del coefficiente di avanzamento effettivo, si possono calcolare i valori di P<sub>c</sub>/k, e quindi del rendimento indotto  $\eta_i$ . In figura 5.1 è riportata una tabella relativa alla ricerca e selezione di eliche controrotanti. Sono state prese in considerazione eliche di diametro compreso tra 1,9 e 2,75 metri, di potenza compresa tra i 150 e i 300 CV, ruotanti a velocità comprese tra i 750 e i 2000 giri/min.



Fig. 5.1Tabella relativa alla selezione delle eliche controrotanti

Sono state poi scelte le eliche di rendimento maggiore, sottolineate in figura 5.1. Per esse si è calcolato il valore di K(x) per le varie sezioni, attraverso tabelle specifiche per eliche controrotanti, come quella di figura 5.2.



Fig. 5.2 Funzione della circolazione per elica controrotante a 4 pale

Tramite i risultati ottenuti, è stato possibile calcolare i valori degli angoli  $\Phi_F$  e  $\Phi_R$ , e quelli relativi a  $(\sigma c_1)_F$  e  $(\sigma c_1)_R$ . Sono stati poi trovati i diversi valori dei coefficienti c<sub>1</sub> e c<sub>d</sub> per il profilo Eppler 387 alle varie sezioni delle pale, che hanno permesso di trovare i valori delle corde e di dimensionare le pale stesse.

Visti i valori del rendimento indotto e le dimensioni delle pale, è stata scelta la seguente elica controrotante:

- Numero di pale pari a 6;
- Diametro D = 2,5 metri;
- Velocità di rotazione n = 1250 giri/min.;
- Potenza assorbita P = 250 CV;
- Corda a 0,7 R b<sub>0,7R</sub> = 201 mm;
- Angolo di calettamento a 0,7 R pala anteriore 25000 metri:  $\beta_{F0,7R} = 71,14^{\circ}$ ;
- Angolo di calettamento a 0,7 R pala posteriore 25000 metri:  $\beta_{R0,7R} = 68,17^{\circ}$ ;

Si osserva che il passo relativo all'elica posteriore è sempre minore rispetto al passo dell'elica anteriore. Le due eliche ruotano inoltre alla stessa velocità per evitare fenomeni stroboscopici che potrebbero infastidire il pilota.

Questa elica è in grado di assorbire una potenza maggiore rispetto a quella assorbita dall'elica singola, ed anche il rendimento è lievemente maggiore. Il rendimento indotto è pari infatti a  $\eta_i = 87,6\%$ , la trazione sviluppata a 25000 metri vale invece T = 770,37 N, mentre la coppia assorbita è Q = 1404,7 Nm. Al decollo si ha invece per la trazione: T = 1555 N, mentre il passo è inferiore di 20° rispetto a quello relativo alla quota massima. E' d'obbligo inoltre l'utilizzo di un riduttore tra elica e motore.

## 5.3 I componenti dell'elica

#### 5.3.1 Le pale

Le pale sono realizzate in fibra di carbonio, utilizzando il materiale M55J, analogamente a quelle appartenenti all'elica singola. Queste inoltre hanno una forma diversa rispetto a quelle viste in precedenza, poiché nel caso di eliche controrotanti la funzione di circolazione assume un valore maggiore per sezioni più vicine alla radice della pala. La sezione di corda massima si trova a 0,3 R e vale:  $b_{0,3R} = 304,5$  mm. Nel caso di eliche controrotanti, poiché la pala è più caricata vicino alla radice, è più facile scongiurare fenomeni di onde d'urto per compressibilità, che si potrebbero avere per eliche singole quando la velocità risultante **W** supera all'incirca il valore di 0,82 Mach. Ricordiamo che nel nostro caso si ha, per ipotesi, un valore di **W** di 0,9 Mach all'apice delle pale.

La radice della pala presenta poi la stessa forma di quella studiata per l'elica singola, ed è quindi ribattuta alla base.

La pala presenta inoltre una leggera campanatura, risultante tra la campanatura principale e quella secondaria. Si cerca infatti, come detto in precedenza, di equilibrare il momento dovuto alla forza centrifuga, sia con il momento dato dalla trazione, sia con la coppia assorbita dall'elica.

In figura 5.3 è visibile la pala relativa all'elica destrorsa anteriore, la quale è inoltre rappresentata in figura 5.4, nella quale si nota lo svergolamento tra le sezioni. In figura 5.5 è invece mostrata la pala sinistrorsa posteriore. Infatti, poiché le eliche devono girare in senso opposto, le tre anteriori sono state scelte destrorse, mentre le tre posteriori sinistrorse.



### Fig. 5.3 Pala destrorsa anteriore



Fig. 5.4 Pala destrorsa, particolare dello svergolamento



Fig. 5.5 Pala sinistrorsa posteriore

Le pale, realizzate in materiale composito, hanno ognuna un peso di 6,013 kg, pari quindi a circa la metà di quello relativo alle pale dell'elica singola.

#### 5.3.2 La crociera

La crociera assume la stessa forma sia per l'elica anteriore che per l'elica posteriore, ed è stata adattata riducendo del 60% il modello studiato dall'ing. Galotto per l'elica da montare accoppiata al motore VD007 da 3700 CV. Sono stati invece modificati opportunamente i bracci, per adattarsi alla forma della radice delle pale, mentre si è deciso di lasciare le nervature, che hanno il duplice scopo di rinforzare i bracci e di guidare il pistone nella sua corsa.

La crociera, visibile in figura 5.6, è realizzata in lega di titanio Ti6Al4V, così come quella adottata per la prima variante. Il suo peso risulta pari a 1,20 kg, molto inferiore, viste le dimensioni, a quello relativo all'elica singola. Essa è stata inoltre equilibrata, in modo da garantirne il regolare funzionamento.



Fig. 5.6 Crociera

#### 5.3.3 Altri componenti principali del gruppo pale

Analogamente a quanto già visto per l'elica singola, tra pala e braccio si ha l'interposizione di una bronzina, e di un tappo equilibratore. Inoltre sono ancora presenti le guarnizioni frapposte tra pale e cuscinetti. Questi ultimi sono stati ancora una volta ricavati per similitudine geometrica con i cuscinetti utilizzati per le eliche Hydromatic di Hamilton Standard.

Alla base della pala è inoltre montato un anello graduato, per l'accoppiamento tra questo e la ruota dentata impiegata per la regolazione del passo.

In figura 5.7 è mostrata la bronzina, mentre nelle figure 5.8 e 5.9 sono visibili rispettivamente la guarnizione e il cuscinetto montato tra pala e scatola. In figura 5.10 e 5.11 sono invece riportati il tappo equilibratore e l'anello graduato.

93



Fig. 5.7 Bronzina



Fig. 5.8 Guarnizione



Fig. 5.9 Cuscinetto tra pala e scatola

Capitolo 5



Fig. 5.10 Tappo equilibratore



Fig. 5.11 L'anello graduato

#### **5.3.4 Le ruote dentate**

La ruota dentata accoppiata alla pala è stata ridotta anch'essa del 60% rispetto all'originale, sulla quale gravava una coppia di 25 Nm, e la cui resistenza era stata verificata. Nel caso attuale la coppia gravante sulla ruota è di soli 4,2 Nm, quindi per similitudine la ruota in oggetto dovrebbe resistere senza problemi.

L'apertura del settore dentato è di 111°, pari alla corrispondente corsa del pistone.

Anche la ruota accoppiata alla camma è stata ridotta del 60%, e l'accoppiamento è realizzato tramite profilo scanalato. Entrambe le ruote sono realizzate in acciaio da bonifica 300 M, indurito tramite un processo di nitrurazione ionica a 500°C. Questo acciaio è ultraresistente, ed ha una tensione di snervamento a trazione di 1710 N/mm<sup>2</sup>.

Le ruote dentate in questione sono riportate nelle figure 5.12 e 5.13. La ruota relativa alla pala ha un peso di 0,72 kg, mentre quella accoppiata alla camma pesa 0,62 kg.



Fig. 5.12 Ruota accoppiata alla pala



Fig. 5.13 Ruota accoppiata alla camma

## 5.3.5 Le scatole

Le scatole hanno la funzione di racchiudere il complesso costituito dalla crociera, dalla radice delle pale e dalle ruote dentate. Sono costituite da una semiscatola anteriore e da una posteriore per ognuna delle due eliche. La semiscatola anteriore è uguale per entrambe, mentre le semiscatole posteriori presentano alcune differenze riguardanti i fori.

Originariamente l'elica idromatica era concepita per essere utilizzata senza ogiva, quindi le scatole erano esposte al vento relativo, e dovevano avere una forma adatta a non generare elevate perdite aerodinamiche. La soluzione ora adottata invece, prevede l'impiego di un ogiva, quindi non vi sono particolari problemi riguardo alla forma da dare alle scatole, la quale comunque deve essere la più razionale possibile al fine di contenere i pesi. In corrispondenza della radice della pala inoltre, le semiscatole vanno a contatto con i cuscinetti, tenendone fermo l'anello superiore, previa l'eventuale interposizione di lamierini di spessoramento.

La semiscatola anteriore è visibile in figura 5.14, mentre le due varianti relative alle semiscatole posteriori sono rappresentate in figura 5.15 e 5.16.



Fig. 5.14 Semiscatola anteriore



Fig. 5.15 Semiscatola posteriore, elica anteriore



Fig. 5.16 Semiscatola posteriore, elica posteriore

Anche le scatole sono realizzate in titanio Ti6Al4V, dovendosi su di esse scaricare le forze provenienti dalle pale dell'elica. Questo materiale conferisce inoltre alle scatole una notevole leggerezza. La semiscatola anteriore pesa infatti 3,03 Kg, quelle posteriori invece pesano rispettivamente 2,25 kg e 2,58 kg.

#### 5.3.6 Gruppo duomo, pistoni e camme

Appartengono a questo gruppo il duomo, i pistoni anteriore e posteriore, le camme interne ed esterne ed i rulli. Rispetto al sistema Hydromatic originario, nel quale la regolazione del passo era affidata ad un sistema idraulico con valvola a cassetto, la versione modificata per eliche controrotanti prevede l'eliminazione della valvola, lasciando spazio ad una cavità nella parte retrostante del pistone, sulla quale agisce l'olio. Sulla faccia anteriore del pistone agisce invece l'aria, che funge da polmone. L'aumento del passo è affidato all'olio in pressione, che agisce sulla faccia posteriore del pistone. Il ritorno della pala verso posizioni di passo minimo è affidato invece alle pale stesse, che tendono a disporsi nella configurazione di minore interferenza.

Il pistone trascina con sé i rulli, i quali scorrono nella camma fissa ed in quella mobile, la quale è accoppiata alla ruota dentata conica, tramite profilo scanalato. La camma mobile viene quindi fatta ruotare di una quantità proporzionale al movimento di traslazione del pistone, e di conseguenza ruota anche l'ingranaggio conico, e quindi le pale.

Per quanto riguarda la parte posteriore, cambia la forma del pistone, che non presenta la chiusura a cupola, e riceve il moto da quello anteriore. Il gruppo camme-pistone posteriore è racchiuso da un involucro cilindrico.

Tra l'elica anteriore e quella posteriore è poi inserito un cuscinetto assiale a due corone di sfere, racchiuso da un astuccio.

Il gruppo duomo, pistone e camme è stato opportunamente ridimensionato per essere adattato all'elica in questione. In particolare si sono allungati molto il pistone posteriore e l'involucro cilindrico, per rispettare una distanza tra le eliche pari ad  $1/8 \div 1/10$  del diametro, condizione questa di ottimo per quanto riguarda gli effetti aerodinamici tra le eliche.

Riguardo ai materiali utilizzati, le camme e i rulli sono realizzati in acciaio nitrurato 300 M, i pistoni in titanio Ti6Al4V, mentre il duomo e l'involucro sono realizzati in lega di alluminio-silicio 390.0-T5, leggero e di facile lavorazione.

In figura 5.17 è visibile l'assemblaggio del gruppo anteriore, mentre in figura 5.18 si può osservare l'assemblaggio del gruppo posteriore. In figura 5.19 sono visibili invece il duomo e l'involucro posteriore.

99



Fig. 5.17 Gruppo pistone-camme anteriore



Fig. 5.18 Gruppo pistone-camme posteriore



Fig. 5.19 Duomo anteriore e involucro posteriore

## 5.4 Il montaggio dell'elica

### 5.4.1 Il gruppo anteriore

In figura 5.20 si osserva l'assemblaggio relativo al gruppo anteriore dell'elica. Tale gruppo ruota in senso orario, se osservato dalla cabina di pilotaggio, e l'elica è dunque destrorsa. Si noti che le semiscatole sono collegate tramite 15 bulloni in lega di titanio Ti6Al4V.



Fig. 5.20 Gruppo anteriore

In figura 5.21 è invece mostrato un particolare relativo al sistema di regolazione del passo del gruppo anteriore.



Fig. 5.21 Particolare gruppo anteriore

## 5.4.2 Il gruppo posteriore

Il gruppo posteriore è mostrato in figura 5.22 e, come detto, è accoppiato al gruppo anteriore attraverso un cuscinetto assiale a doppia corona di sfere, visibile in figura 5.23 assieme al proprio astuccio.



Fig. 5.22 Gruppo posteriore



Fig. 5.23 Cuscinetto assiale

## 5.4.3 L'assemblaggio completo

In figura 5.24 è mostrato l'assemblaggio completo dell'elica, mentre in figura 5.25 è rappresentato il montaggio completo con la presenza dell'ogiva.



Fig. 5.24 Assemblaggio elica



Fig. 5.25 Elica e ogiva


In figura 5.26 e 5.27 sono infine visibili altri particolari relativi all'elica completa.

Fig. 5.26 Particolare assemblaggio completo



Fig. 5.27 Altro particolare relativo all'assemblaggio

# **Capitolo 6**

## Studio e ottimizzazione dello smorzatore

## 6.1 Lo scenario progettuale

Lo scenario operativo prevede, come già visto, il volo stratosferico nella fase operativa di crociera (o "cruise"); il moto è quindi idealmente assunto come stazionario e uniforme. Date le ipotesi di cui sopra, è di conseguenza possibile scattare una "istantanea", che evidenzi tutte le caratteristiche fluidodinamiche e aerodinamiche rilevate in un certo momento, costanti e invarianti nel tempo. Questo ci permette di semplificare lo studio del sistema, utilizzando per esempio analisi statiche invece che dinamiche.

Ci si pone come proposito quello di evidenziare la fattibilità o meno dell'idea di utilizzare una pala come smorzatore passivo, di fornire un idea di massima delle variabili sensibili e degli ordini di grandezza in gioco, prima di decidere se procedere o meno alla fase di ottimizzazione vera e propria che porti ad un prototipo funzionale.

#### 6.2 Stratosfera, troposfera e condizioni operative

La stratosfera è convenzionalmente il secondo strato in cui è suddivisa l'atmosfera terrestre, a partire dal suolo. Il volo avviene solitamente nello strato sottostante della troposfera, di spessore variabile tra gli 8 km ai poli e i 20 km all'equatore; questa prima fascia è caratterizzata da un gradiente termico e barico verticale negativo, cioè la temperatura e la pressione decrescono con la quota, linearmente in prima approssimazione. La maggior parte dei fenomeni atmosferici, generalmente di disturbo per il volo, avvengono in questa zona; vi troviamo venti, correnti a getto, precipitazioni, nuvole, manifestazioni elettriche. Sappiamo ad esempio che le raffiche possono influire negativamente sull'angolo di incidenza delle superfici aerodinamiche, che i cumuli possono essere d'intralcio per il volo a vista, che l'attività elettrica intensa può mettere in difficoltà alcuni strumenti di bordo; eppure il volo

avviene principalmente nei primi 12 km di atmosfera in quando la densità dell'aria, ivi presente, permette ai propulsori di elaborare la quantità di fluido necessaria a generare la spinta voluta. La maggiore densità è dovuta al fatto che i <sup>3</sup>/<sub>4</sub> della massa d'aria atmosferica totale sono concentrati in uno strato di pochi chilometri per effetto dell'attrazione gravitazionale. Gli aeroplani sono stati pensati affinché, nell'attraversare un mezzo fluido relativamente denso, potessero generare le forze aerodinamiche fondamentali; inoltre, la forte presenza di ossigeno nell'aria, da utilizzare come comburente nei processi chimici endotermici di combustione, permette di evitare lo storage di questo prezioso elemento a bordo del velivolo, e di "prelevarlo" direttamente dall'atmosfera. In tal senso, e per tutti questi motivi, il volo è "relegato" generalmente allo strato della troposfera. D'altra parte invece, la navigazione di tipo orbitale, che sfrutta principi gravitazionali ben noti per cui ci si trovi ad operare a velocità dell'ordine dei chilometri al secondo, avviene agevolmente a quote molto superiori, dove la bassa densità dell'aria offre una resistenza al moto irrilevante se non nulla, e dove la presenza di ossigeno non è necessaria.

Il volo attraveso la stratosfera può essere preferibile in contesti operativi non ordinari. Questa seconda fascia si estende fino ai 50÷60 km ed è caratterizzata da un aumento della temperatura oltre i 20.000 metri, quindi da un gradiente termico verticale positivo dovuto a processi chimici che interessano lo strato di ozono; la temperatura varia gradualmente dai -56 °C ai -3°C. L'assenza di perturbazioni significative si tramuta in un maggiore comfort e stabilità della traiettoria, pur restando validi tutti i problemi legati alla bassa densità dell'aria. A soffrire maggiormente di "respiro corto" sono i motori alternativi a pistone, per cui in definitiva questi si trovano ad operare a quote inferiori rispetto ai turbogas.

Per i calcoli a venire, ecco un riepilogo dei parametri atmosferici che ci troveremo a considerare, estratti dalle tabelle dell'atmosfera standard internazionale ICAO:

- Quota al livello del mare (sea level): 0 m
- Densità dell'aria:  $\rho_{(SL)} = 1,225 \text{ kg/m}^3$
- Pressione statica:  $p_{(SL)} = 101,325$  kPa
- Temperatura:  $T_{(SL)} = +15 \ ^{\circ}C$
- Velocità del suono:  $c_{s(SL)} = 340,29 \text{ m/s} (1225 \text{ km/h})$
- Viscosità dinamica:  $\mu(SL) = 1,81206 \text{ e-5 Pa*s}$

- Quota operativa massima: 25.000 m
- Densità dell'aria:  $\rho_{(25000)} = 0,03947 \text{ kg/m}^3$
- Pressione statica:  $p_{(25000)} = 2,511$  kPa
- Temperatura:  $T_{(25000)} = -51,5 \text{ °C}$
- Velocità del suono:  $c_{s(25000)} = 298,46 \text{ m/s} (1074 \text{ km/h})$
- Viscosità Dinamica:  $\mu_{(25000)} = 1,46044 \text{ e-5 Pa*s}$



Fig 6.1 Strati dell'atmosfera, temperatura e pressione

Il volo avverrà in regime turbolento, ai medi numeri di Reynolds, e considereremo l'aria secca (priva di umidità). Nelle simulazioni non verranno elaborati i contributi gravitazionali e le rugosità superficiali dei materiali, visto che i loro effetti sono trascurabili in questa fase.

## 6.3 Il gruppo aeropropulsore

Ci si propone di studiare un sistema che funzioni da smorzatore passivo per il propulsore impiegato a bordo del velivolo. In tal senso, si vuole indagare la possibilità di utilizzare le eliche, in particolare le relative pale aeronautiche installate, per riprodurre un sistema che smorzi la principale frequenza risonante tipica del propulsore, vibrando alla frequenza medesima, in modo da evitare l'installazione di smorzatori classici aggiuntivi, per contenere pesi e costi, per semplificare la complessità costruttiva.

## 6.3.1 Il propulsore

Il propulsore idealmente impiegato per attuare la rotazione dell'elica è un motore diesel Fiat 1.9 JTD multijet versione Avio opportunamente rivisto e ottimizzato in studi precedenti, le cui caratteristiche sono:

- Cilindrata: 1910 cm<sup>3</sup>
- Distribuzione: 16 valvole
- Numero di cilindri: 4 in linea
- Alesaggio per corsa: 82x90,4 cm
- Rapporto di compressione: 15,5:1
- Alimentazione: iniezione diretta common rail, doppio turbocompressore
- Potenza massima: 293,53 CV (215,86 kW)
- Massimo regime di rotazione: 5000 rpm (523,6 rad/s)
- Modo proprio di vibrare principale (all'albero): 3035 rpm (317,8 rad/s)



Fig. 6.2 Motore diesel Fiat 1.9 JTD avio

Il motore alternativo a pistoni non è generalmente adatto al volo ad alta quota, a causa della bassa densità dell'aria che impone portate volumetriche molto elevate. Nei motori aeronautici si compensa la diminuzione della densità dell'aria in quota, e quindi della potenza, utilizzando una sovralimentazione detta "sovralimentazione di ripristino". La quota massima a cui l'aereo può spingersi senza perdite di potenza viene chiamata "quota di ripristino". Nei motori Diesel il raggiungimento di quote di ripristino accettabili è critico, in quanto è presente una sovralimentazione decisamente spinta anche a terra. Nel nostro caso, la riprogettazione dei turbocompressori dovrebbe tener conto di una  $\beta_{\text{ripristino}} = 31,04$  data dal rapporto tra densità dell'aria al livello del mare e alla quota operativa. Per questi motivi, solitamente gli aeromobili spinti da motori diesel volano ad una quota inferiore ai 20.000 piedi. Tuttavia una riprogettazione mirata, magari accostata ad una ibridazione con altri sistemi propulsivi, non preclude in linea teorica la possibilità di volo stratosferico e il raggiungimento di potenze erogabili dell'ordine dei 500 CV. Ad ogni modo, il propulsore considerato sviluppa e supera la potenza assorbibile dalle eliche progettate nei capitoli precedenti, ha un buon rapporto peso-potenza di circa 0,9 e si presta all'uso aeronautico, anche come base per ulteriori evoluzioni tecniche, avendo dimostrato di essere una valida alternativa ai motori benzina.

Il motore presenta un picco vibrazionale transitorio all'albero elica alla corrispondente velocità angolare di 3035 rpm. E' questo picco che vogliamo smorzare (Fig. 6.3)



Fig 6.3 Modi propri di vibrare del motore (vedi [12])

### 6.3.2 L'elica e la pala aeronautica

Come visto nei capitoli precedenti, sono due le eliche che possiamo considerare per l'utilizzo stratosferico. Si è visto come sia preferibile l'impiego dell'elica tripala controrotante da 2,5 m e 1250 rpm (130,9 rad/s) rispetto al singolo pentapala da 4,1 m e 1000 rpm (104,72 rad/s), a fronte di una maggiore complessità strutturale e di una esigua diminuzione della spinta utile. In ogni caso, la diminuzione dei pesi e del diametro, il maggior rendimento indotto, l'aumento della potenza trasformabile, il bilanciamento delle coppie giroscopiche, la minore possibilità che si abbiano onde d'urto per compressibilità o fenomeni di choking, rendono la scelta più che giustificata.



Fig. 6.4 Assemblaggio del gruppo elica posteriore controrotante, con profilo Clark Y per le pale

Discorso a parte invece per la scelta del profilo delle pale aeronautiche. Abbiamo visto come l'Eppler 387 sia ottimo nell'utilizzo stratosferico per il comportamento a bassi numeri di Reynolds, con valori del coefficiente di portanza più alti rispetto al Clark Y a parità di angolo di attacco. Il profilo Eppler 387 è quindi una scelta più prestazionale, più performante rispetto al suo concorrente. Tuttavia, nello studio di un sistema smorzante, la scelta deve ricadere su un profilo che sia più affidabile, per cui, a fronte di un leggero calo delle performance, la scelta dovuta è il Clark Y. Questo mantiene comunque livelli prestazionali non troppo lontani dall'Eppler 387, anzi mostra di avere

un coefficiente di resistenza leggermente inferiore. Non da ultimo, è commercialmente più diffuso e ampiamente utilizzato.



Fig. 6.5 Il profilo Clark Y

## 6.4 Analisi delle vibrazioni

Tutte le strutture, siano esse più o meno complesse, vibrano a frequenze caratteristiche di risonanza che dipendono dall'interazione fra le caratteristiche dei materiali, le geometrie e le condizioni di sollecitazione. Come visto in Fig. 6.3, l'analisi armonica del propulsore, effettuata in precedenti studi, evidenzia vari modi di vibrare, con fastidiosi picchi a 2020 rpm e 3035 rpm che si fanno sentire su tutta la trasmissione, in special modo nel tratto finale dell'albero elica.

Dai dati motore, e in base all'elica scelta, vogliamo che il sistema aeropropulsore sia dotato di un riduttore epicicloidale per ridurre la velocità angolare dai 5000 rpm all'albero motore ai 1250 rpm elica, corrispondenti al règime di funzionamento massimo. Avremo quindi un rapporto di trasmissione riducente pari a 4. Attraverso semplici calcoli troviamo poi che la frequenza di smorzamento cercata, a cui fare oscillare le pale, è di 12,65 Hz (equivalenti alle rotazioni al secondo), corrispondenti ai 3035 rpm motore e, specularmente, ai 758,75 rpm elica (79,5 rad/s). Ecco un riepilogo:

$$f(Hz) = \frac{RPM_r}{60} * \frac{RPM_e}{RPM_a}$$

- RPM<sub>r</sub> = velocità angolare motore, corrispondente al picco armonico max
- RPM<sub>e</sub> = velocità angolare massima dell'elica
- RPM<sub>a</sub> = velocità angolare massima del motore
- $RPM_a / RPM_e = rapporto di trasmissione$

Normalmente per smorzare le vibrazioni pericolose vengono impiegati smorzatori a contrappeso pendolare, sintonizzati sugli ordini principali e collocati nei tratti più critici (Fig. 6.6); la presenza poi di un giunto idraulico nel propulsore, contribuisce a ridurre ulteriormente le vibrazioni torsionali.



Fig. 6.6 smorzatore a contrappeso pendolare

#### 6.4.1 I materiali impiegati

I materiali utilizzati per le pale aeronautiche si sono molto evoluti nel tempo. Si è passato dal legno, noto per essere il composito naturale per eccellenza, alle leghe di alluminio. Negli ultimi decenni poi, sono stati impiegati, sempre più spesso, gli innovativi compositi in fibra di carbonio e in fibra di vetro; i compositi utilizzati nel campo aerospaziale promettono alte resistenze meccaniche e pesi contenuti. Talvolta, per esigenze strutturali, vengono adottati materiali quali l'acciao, il titanio, il tungsteno, allo scopo di rinforzare i punti più critici o per il bilanciamento. In Fig. 6.7, un riepilogo delle caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali utilizzati nei test a seguire.

	Fibra di Carbonio M55J	Fibra di Vetro ME411	Tungsteno
<b>Densità</b> (kg/m3)	1910	1526	19250
Modulo Elastico (MPa)	172000	10239	411000
Coefficiente di Poisson	0,3	0,3	0,28
Carico di Snervamento (MPa) 1000		350	550

#### Fig. 6.7 Caratteristiche dei materiali impiegati

La fibra di carbonio M55J, citata nei capitoli addietro, è stata la scelta più ovvia per il profilo Eppler 387, conferendogli alta resistenza e un peso per pala di soli 6 kg. Tuttavia, in questa fase dello studio, è necessario considerare un materiale che oltre a

donare resistenza e leggerezza sia meno "rigido" alle vibrazioni. Questo è possibile generalmente con materiali dal basso modulo elastico. Per capire questo concetto pensiamo alla corda di un violino: quando questa è "tesa" vibrerà a frequenze maggiori, al contrario se meno "tesa" vibrerà a frequenze minori, producendo un suono più grave. La chiave per affrontare il problema della vibrazione della pala è la medesima. Dopo un confronto sui materiali la scelta è ricaduta sul composito in fibra di vetro ME411 realizzato dalla Portland State Aerospace Society (PSAS). I test sperimentali hanno evidenziato un modulo elastico pari a 1485 ksi in luogo dei 2446 ksi predetti teoricamente. Il composito in questione, consistente in fibre di vetro (41%) immerse in una matrice di resina epossidica (59%), è stato pensato in origine per essere impiegato nell'irrigidimento e nella protezione della struttura dei razzi.

#### 6.4.2 Studio delle frequenze

Come primo approccio, ho pensato di eseguire una serie di analisi delle frequenze risonanti sulle pale originali, su cui non è stata condotta alcuna modifica, nelle configurazioni Eppler 387 e Clark Y, nelle versioni in fibra di carbonio e in fibra di vetro. Ho usato software di analisi agli elementi finiti "Simulation", add-on e parte integrante della suite SolidWorks. Per il calcolo è stato utilizzato il solutore a matrici sparse, è stato definito un vincolo a geometria fissa alla radice delle pale ed è stato applicato il carico dovuto alla forza centrifuga, che si manifesta come effetto della rotazione dell'elica intorno al proprio asse; in particolare è stata inserita una velocità angolare di 79,5 rad/s, che è poi la velocità angolare dell'elica corrispondente alla velocità angolare dell'albero motore a cui è associato il picco armonico. Infine, per ottenere dei risultati congrui e che più si avvicinassero al comportamento reale, ho eseguito un meshing delle superfici di accuratezza medio-alta, con elementi di dimensione media 10 mm, compatibilmente con la memoria e la potenza di calcolo disponibili. In Fig.6.8 i risultati relativi al primo modo di vibrare e ai pesi (pala+radice):

	M55J	ME411	Elementi mesh	Peso in ME411	Peso in M55J
Eppler 387	100,57 Hz	33,1 Hz	48.492	6,172 kg	7,727 kg
Clark Y	107,52 Hz	34,38 Hz	46.659	6,714 kg	8,406 kg

Fig. 6.8 Risultati dei test sulle pale originali

Da questa prima analisi è possibile constatare la differente risposta in frequenza dei due materiali, in particolare si evince come la fibra di carbonio vibri ad un valore che è circa tre volte quello restituito dall'uso della fibra di vetro; in quest'ultimo caso le differenze tra l'Eppler e il Clark sono minime e, vista la superiore affidabilità di quest'ultimo, la scelta di utilizzarlo in questo studio appare sensata. Tutte le pale sono state pensate come interamente composte dallo stesso materiale e per il confronto sono state considerate come aventi la stessa lunghezza di 1050 mm, la stessa corda di 201 mm e il medesimo angolo di calettamento di 68,17° a 0,7 R (con R = raggio dell'elica).



Fig. 6.9 In alto a sx: il profilo Eppler 387; in alto a dx: il meshing; in basso: l'analisi della frequenza nel caso della fibra di vetro. Visibili l'asse elica (linea tratteggiata a punti), la direzione di applicazione della forza centrifuga (freccia curva in rosso), i profili generatori, l'oscillazione risultante e la risposta in frequenza del primo modo di vibrare.



Fig. 6.10 I risultati relativi al profilo Clark Y

## 6.5 Ottimizzazione

Scelta quindi la configurazione Clark Y in fibra di vetro ME411, opero una ottimizzazione su di essa, alla ricerca della risposta in frequenza desiderata, intervenendo sulla distribuzione di massa (e quindi sul baricentro), sulla geometria, cercando di mantenere i vincoli dimensionali imposti (elica di 2,5 metri, distanza della radice della pala dall'asse elica di 200 mm, foro alla radice di 90 mm) ed evitando di operare sulla zona utile della pala; di conseguenza è possibile intervenire alla radice e all'estremità. Inoltre, per rendere la pala meno rigida alle oscillazioni, si è rivelato molto utile lo svuotamento della stessa, così come suggerito dalla teoria. In Fig. 6.11 è possibile apprezzare lo svuotamento operato, con spessore risultante di 1,75 mm a parete ed un peso di soli 1,834 kg. La nuova analisi, a parità di altre condizioni, restituisce una frequenza di 27,5 Hz.



Fig. 6.11 Effetti dello svuotamento

E' possibile diminuire la frequenza appesantendo il Tip, sostituendolo con uno equivalente in Tungsteno, materiale pesante e con alto modulo elastico, installato in modo che ricalchi la forma dell'estremità palare. In Fig. 6.12 la stessa pala con il tip in tungsteno di lunghezza 50 mm nella direzione del raggio elica. In questo caso il Tip risulta pieno e non svuotato come il resto della pala. Il nuovo sistema vibra a 19,37 Hz.



Fig. 6.12 Aggiunta del Tip in tungsteno

Per tagliare ancora un pò la frequenza è possibile aggiungere delle estensioni, dei lamierini in tungsteno ricavati per fusione dal Tip, in modo che uno risulti posizionato all'interno della pala e uno all'esterno (Fig. 6.13). Con una lunghezza dei lamierini di 50 mm e uno spessore di 2 mm, ottengo una frequenza di 19 Hz.



Fig. 6.13 Tip in tungsteno con estensione interna ed esterna

Difficilmente in questa configurazione si riesce ad andare sotto i 16 Hz, dopo ripetuti test. L'unico modo per far vibrare la pala alla frequenza desiderata è quello di lavorare rende necessario pesantemente sulla geometria. Ovvero, si ridimensionare drasticamente il diametro della radice e la distanza tra essa e l'asse elica. Dopo molteplici prove si giunge alla pala in Fig. 6.14. Il baricentro risulta molto avanzato verso l'estremità rispetto al modello originale. La radice ha ora forma cilindrica con un diametro di 19,2 mm ed è lunga 196,5 mm; la distanza dall'asse elica è di 50 mm mentre la lunghezza della zona utile è invariata. Al Tip, è presente un estrusione di 96 mm esterna e 147,5 mm interna, quest'ultima di spessore 2 mm. In Fig. 6.16 il confronto dimensionale tra pala standard e ottimizzata. In definitiva le variabili che "pesano" più di altri nell'ottimizzazione risultano essere il diametro e la lunghezza della radice, lo spessore dello svuotamento, le lavorazioni al Tip. Purtroppo però la nuova pala non passa l'esame dell'analisi statica. Ci aspetteremmo di trovare carichi distribuiti non troppo intensi, al massimo un ordine di grandezza inferiori rispetto allo snervamento, invece a causa dello svuotamento la struttura risulta molto sollecitata. Nel caso della pala standard svuotata si trova un picco di sollecitazione poco al di sotto dello snervamento, a circa 320 Mpa, in condizioni di massima rotazione; di conseguenza non c'è margine di sicurezza. La pala ottimizzata poi, a causa della radice sottile e allungata, presenta picchi di 2880 Mpa a massimi giri e di 1106 Mpa a 79,5 rad/s; ben oltre lo snervamento, con carichi concentrati proprio sulla radice (Fig. 6.15).





Fig 6.14 Pala ottimizzata per risuonare a 12,65 Hz. In alto a sx: geometria e centro di massa. In alto a dx: particolare dell'estensione del tip all'interno. In basso: studio di frequenza



Fig. 6.15 Sollecitazione Von Mises



Fig 6.16 Confronto tra la pala originale e quella ottimizzata. Misure in mm

## 6.6 Conclusioni

Il rispetto dei vincoli dimensionali imposti dai collegamenti albero-pala e dal raggio dell'elica limitano la possibilità di modificare le dimensioni globali e, non potendo altresì operare sulla zona utile della superficie, le variabili su cui agire sono stringenti. In primo luogo, si può intervenire sulla radice smussando la geometria e all'estremità con l'impiego di materiali pesanti. Tuttavia, come dimostrato dalle simulazioni al calcolatore, nella configurazione standard, non si riesce comunque a raggiungere la frequenza necessaria allo smorzamento, questa ricavata dalle ipotesi iniziali. Per ottenere il risultato atteso, si rende necessario quindi intervenire in modo più deciso sulla lunghezza totale della pala e sulla forma della radice, ridimensionando e ridisegnando totalmente il profilo di quest'ultima. La dimensione della sezione della

radice e la sua estensione e distanza dall'asse elica sono risultati fattori determinanti nell'ottimizzazione, così come l'estensione del Tip. Ad ogni modo, come si evince dall'analisi statica, che considera a sua volta anche i carichi derivanti dall'analisi fluidodinamica effettuata con Flow Simulation, il sistema trovato è soggetto a snervamento con picchi distribuiti molto intensi alla radice, quando invece ci aspetteremmo che le forze in gioco abbiano un intensità massima tale da permettere un coefficiente di sicurezza 15, quindi dell'ordine massimo di 23 MPa. La causa di ciò è da attribuire principalmente alla necessità di assottigliare e allungare la radice e allo svuotamento, che se da un lato contribuisce a diminuire in maniera significativa la frequenza risonante, dall'altro rende la struttura poco resistente agli sforzi. Se fosse stata utilizzabile, la pala avrebbe pesato soli 2,4 kg, pur con il denso Tip in tungsteno, la cui estensione potrebbe però generare fastidiosi effetti aerodinamici d'estremità, quali maggiore resistenza ed effetti di comprimibilità, mentre il peso ridotto complessivo avrebbe significato un alleggerimento generale del sistema di circa 16 kg a elica rispetto alla configurazione Eppler in fibra di carbonio non soggetta a modifiche, e quindi un miglioramento del rapporto peso/potenza complessivo dell'aeropropulsore, costituito da motore ed elica appunto.

Se l'obiettivo è di perseverare nella realizzazione di una pala smorzatore passivo, allora si rendono necessari ulteriori passi avanti, come l'impiego di materiali innovativi che garantiscano maggiore resistenza a parità di modulo elastico, e la riprogettazione integrale della forma palare e dei collegamenti all'albero, per quanto essa resti comunque vincolata, ricordiamolo, alla sua funzione principale, quella di generare spinta. Lo studio esclude quindi l'utilizzo di un sistema smorzante di questo tipo, se pensato per le ipotesi di cui all'inizio capitolo, e rimanda all'impiego di altri sistemi tradizionali, o allo sviluppo di idee differenti, magari stravaganti, come il ricorso ai diapason sul corpo elica.

120

# Bibliografia

## Libri

- [1] Giacosa, D.: "Motori Endotermici", XV edizione, Hoepli, Milano, 2000
- [2] Roskam, J. Chuan-Tau, E. L.: "Airplane aerodynamics and performance", DAR corporation, Lawrence, Kansas, 1997
- [3] Ghezzi, U. "Motori per aeromobili", Città Studi
- [4] Niccolò, G.B.: "Aerodinamica applicata al volo", Associazione Culturale Aeronautica, Roma, 1950

## Studi e pubblicazioni

- [5] Koch, L.D.: "Design and Performance Calculations of a Propeller for Very High Altitude Flight", NASA TM-1998-206637, 1998
- [6] Colozza, A.J.: "Apex 3D Propeller Test Preliminary Design", NASA CR-2002-211866, 2002
- [7] Talay, T.A.: "Introduction to the Aerodynamics of Flight", NASA SP-367, 1975
- [8] Crigler, J.L: "Application of Theodorsen's Theory to Propeller Design", NACA technical report 924, 1948
- [9] Theodorsen, T.: "The Theory of Propellers" (I)(II)(III)(IV), NACA report 775-776 777-778, 1944
- [10] Galotto, V.: "Studio di massima di un'elica controrotante per un motore diesel Common-rail aeronautico", tesi di laurea, A.A. 2004/2005.
- [11] Mantovani, F.: "Studio di massima di un'elica ottimizzata per un ricognitore stratosferico", tesi di laurea, A.A. 2005/2006
- [12] Marinelli, A.: "Ipotesi di irrobustimento dell'albero motore del Fiat 1900jtd", tesi di laurea, A.A. 2003/2004

## Siti internet

http://naca.larc.nasa.gov http://www.mt-propeller.com http://www.macauley.textron.com http://www.nasa.gov http://www.hoffman-prop.com http:// psas.pdx.edu

## Software utilizzato

SolidWorks 2014 – Dassault Systèmes Word 2013 – Microsoft Corporation Profili 2.18 – DevCad Team PhotoPaint X7 – Corel Excel 2013 – Microsoft Corporation Solid Edge 17 – Siemens PLM Software

# Ringraziamenti

*Eccomi qui, a scrivere l'ultima pagina della tesi. Una pagina ricca di significato, espressione ultima e punto di arrivo di tanti sacrifici.* 

A questo punto tanti pensieri frullano per mia la mente; ripercorro velocemente i ricordi più belli di questo percorso a tratti sofferto, fatto di ostacoli, di quasi-rinunce, di momenti belli e meno belli, a tratti mi emoziono.

Certe volte la luce in fondo al sentiero è apparsa lontana, ma ho trovato la forza di arrivare alla fine. Per molti non sarà cosa degna di nota, ma per quanto mi riguarda è tanto e ne sono orgoglioso! In fin dei conti permettetemi un paragone di stampo fisico: il lavoro lungo un certo tragitto non dipende dal particolare cammino percorso ma solo dai punti di partenza e arrivo. Ho saputo "conservare" le forze!

E' mio desiderio ringraziare per primo il Prof. Piancastelli, da subito disponibile, professionale e interessato. Rapido nelle risposte, esaustivo, chiaro e sempre pronto ad aiutare, stimolante nel farlo, allegro, felice di una risata per metterti a tuo agio.

Grazie a mamma e papà, Francesca e Giovanni, per avermi sempre supportato in ogni caso, con ogni strumento a loro disposizione, pronti all'ascolto ed efficaci nel consiglio. Lontani nello spazio, vicini al mio cuore.

Grazie a mio fratello Francesco e a mia sorella Federica perché non vorrei di meglio, sempre nei miei pensieri anche dopo lunghi periodi senza vedersi o sentirsi.

Grazie a Ramona, la mia piccola grande donna con cui ho condiviso gli ultimi 3 anni, coccolona, affettuosa, sempre presente, insostituibile. Grazie per avermi sopportato!

Grazie alla nonna Agata perché seconda mamma, la cui forza e ottimismo mi hanno sempre dato energia e motivazione. Grazie al nonno Francesco, sempre lì a chiedermi a quando la laurea; hai visto c'è l'ho fatta!

Grazie a zii e cugini, tanti ma non meno importanti, per il sostegno morale in tutti questi anni.

Grazie a Elena e Constantin, per il supporto e l'affetto, per il sincero sostegno, vero e privo di interessi.

Grazie a tutti gli amici, quelli veri, lontani e non, per i momenti di spensieratezza, sicuro di avervi un po' trascurato ma certo di avervi ancora accanto.

Grazie ai tanti coinquilini e coinquiline per i momenti quotidiani, passati insieme.

Dedico questa Laurea a chi purtroppo non c'è più. Al nonno Pietro, che non ho mai avuto modo di conoscere, di cui porto il nome e che avrei voluto accanto. Allo zio Gianni, per avermi trasmesso, involontariamente, l'amore per le scienze e le tecnologie, durante i dialoghi di una volta. Alla nonna Pina, per l'amore incondizionato e la semplicità. Al bisnonno Francesco per avermi donato in pochi racconti i valori di una vita. Alla prozia Pina, ricca di gioia e disponibile. Alla prozia Angela, da poco venuta meno, che tanto avrebbe voluto esser qui, a festeggiar con noi oggi.

Grazie a tutti voi.

Pietro