

ALMA Mater Studiorum
Università degli Studi di Bologna

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Emissione di Bremsstrahlung
e applicazioni astrofisiche

Elaborato Finale

Candidato:
Serena Schiaffi

Relatore:
Prof. Daniele Dallacasa

Sessione II
Anno Accademico 2013/2014

Indice

| | |
|---|-----------|
| Introduzione | 1 |
| 1 Descrizione del processo | 2 |
| 1.1 Radiazione da singolo elettrone | 2 |
| 1.2 Emissività di un plasma reale | 4 |
| 1.2.1 Fattore di Gaunt | 6 |
| 1.3 Emissione termica | 6 |
| 1.3.1 Tempo di raffreddamento | 9 |
| 1.4 Bremsstrahlung relativistica | 10 |
| 2 Applicazioni astrofisiche | 11 |
| 2.1 Regioni HII | 11 |
| 2.1.1 La nebulosa M42 | 11 |
| 2.2 Emissione X negli ammassi | 13 |
| 2.2.1 Origine dell'emissione X | 14 |
| 2.3 ISM nelle galassie ellittiche | 14 |

Introduzione

Nel 1930 Anderson osservò che le perdite di energia degli elettroni nell'attraversamento della materia sono maggiori di quanto previsto per le perdite per ionizzazione e attribuì correttamente questo fatto alla presenza di un'interazione con il campo coulombiano dei nuclei atomici e conseguente irraggiamento elettromagnetico. Al processo venne dato il nome di *Bremsstrahlung* (dal tedesco radiazione di frenamento). Si tratta in effetti di radiazione per transizioni libero-libero nel linguaggio quantistico e in astrofisica è il principale meccanismo di raffreddamento per i plasmi a temperature elevate ($T > 10^7 K$).

Per comprendere completamente questo processo è dunque necessaria una trattazione quantistica, in quanto possono essere prodotti fotoni di energie comparabili a quelle delle particelle emittenti. Si può ricavare l'espressione per le perdite radiative nel limite classico della teoria della radiazione assumendo che la lunghezza di De Broglie delle particelle emittenti sia molto inferiore alle dimensioni del sistema, $\frac{h}{p} \ll r$, e che le perdite radiative siano piccole rispetto all'energia totale della particella, $h\nu \ll \varepsilon$. In questi regimi la trattazione classica è sufficientemente adeguata e produce delle formule in cui si riscontra la corretta dipendenza funzionale per la maggior parte dei parametri fisici. Si affronterà come prima cosa la trattazione classica (par. 1.3) e solo in un secondo momento si aggiungeranno i risultati quantistici come correzioni (fattori di Gaunt) alle formule classiche (par. 1.4). Si può notare che la radiazione da Bremsstrahlung dovuta alla collisione di particelle simili (elettrone-elettrone, protone-protone) è nulla nell'approssimazione di dipolo, in quanto il momento di dipolo $\sum e_i r_i$ è proporzionale al centro di massa $\sum m_i r_i$, una costante del moto. Si devono considerare dunque due particelle diverse. Nella Bremsstrahlung dovuta all'interazione elettrone-ione, la radiazione verrà emessa soprattutto dagli elettroni in quanto le perdite sono $\propto m^{-2}$ e quindi trascurabili per protoni e nuclei atomici rispetto alle perdite per ionizzazione.

In astrofisica, la radiazione di Bremsstrahlung indica la presenza di un gas ionizzato o plasma. Esempi astrofisici includono i plasmi sottili, come nelle atmosfere stellari e il plasma caldo e denso, come si verifica nelle regioni centrali dei nuclei galattici attivi (AGN) o altri oggetti con accrescimento di materia. Le regioni HII (par. 2.1), in cui il gas che circonda una stella calda viene ionizzato di fotoni UV della stella, possono mostrare emissione Bremsstrahlung dall'ottico alla regione radio dello spettro. Gli ammassi di galassie (par. 2.2) sono fonti di Bremsstrahlung nei raggi X, e costituiscono una fonte importante di prova dell'esistenza della materia oscura. Altri esempi in cui la Bremsstrahlung risulta dominante ma che non verranno trattati in questo elaborato sono: le *galactic hot - coronae*, le stelle binarie X, i dischi di accrescimento intorno alle stelle evolute e ai buchi neri.

1 Descrizione del processo

1.1 Radiazione da singolo elettrone

Si suppone che l'elettrone si muova con velocità sufficienti affinché la deviazione della sua traiettoria da una linea dritta sia trascurabile. Questa approssimazione non è necessaria ma semplifica significativamente le analisi e porta alle equazioni nella loro forma corretta.

Si consideri un elettrone di carica $-e$ che si muove nelle vicinanze di uno ione di carica Ze con parametro d'impatto b . Il momento di dipolo è $\vec{d} = -e\vec{R}$, e la sua derivata seconda $\ddot{\vec{d}} = -e\dot{\vec{u}}$, dove \vec{u} è la velocità dell'elettrone. Per il calcolo di \vec{u} si considera il semplice problema di un elettrone nel campo coulombiano di uno ione di carica Ze . Il termine di accelerazione può essere scritto

$$\vec{\ddot{u}}(t) = \frac{F(t)}{m_e} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{r(t)}{r^3(t)} \quad (1.1)$$

dove ϵ_0 è la *costante dielettrica del vuoto* pari a $8,85 \cdot 10^{-12} Fm^{-1}$. Per collisioni con grande parametro d'impatto, a causa delle piccole deflessioni, si può scrivere $r(t) = (b^2 + u^2 t^2)^{\frac{1}{2}}$, e quindi la velocità trasversale e la velocità parallela dell'elettrone come

$$\dot{u}_{\perp}(t) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{b}{(b^2 + u^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.2)$$

$$\dot{u}_{//}(t) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{ut}{(b^2 + u^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.3)$$

dove con b si indica il parametro d'impatto¹, e si considera l'istante di minimo approccio come istante iniziale ($t = 0$).

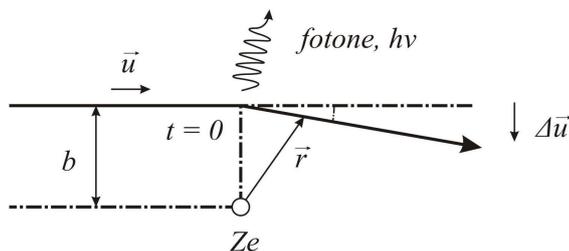


Figura 1: Scattering coulombiano di un elettrone su uno ione.

¹la distanza minima tra i due centri dei corpi che interagiscono.

Seguendo la teoria classica dell'elettromagnetismo, la potenza irradiata da una particella carica non relativistica segue la *formula di Larmor*²:

$$P = -\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \right)^3 \frac{4Z^2 n}{\pi m_e^2 u^2 b^2} \quad (1.4)$$

Dalla 1.4 si nota che la potenza dipende dalla distanza in modo esponenziale, ciò significa che l'energia viene irradiata in modo significativo solo fin tanto che l'elettrone rimane ad una distanza pari a b dal nucleo.

Da questo si deduce che l'interazione avviene in un tempo limitato, chiamato *collision time*, che è dell'ordine di

$$t_{collision} = \frac{b}{v} \quad (1.5)$$

L'analisi di Fourier del moto della particella nell'intervallo d'interazione ci procura una distribuzione spettrale dell'energia irradiata:

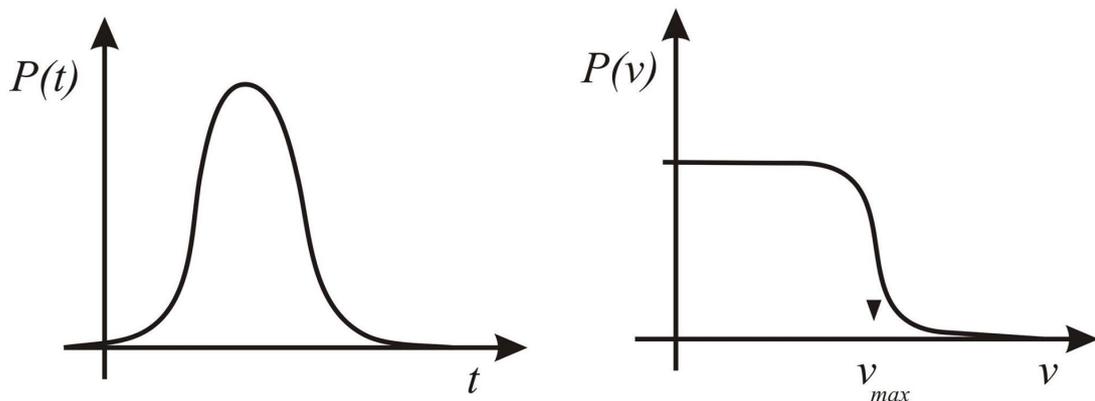


Figura 2: Spettro dell'emissione da singolo elettrone.

Dalla fig.2 si vede come la distribuzione risulti piatta fino ad una frequenza massima detta *frequenza di cut-off* oltre la quale si nota un crollo di tipo esponenziale

$$\nu_{max} \simeq \frac{u}{4b} \quad (1.6)$$

² c è la velocità della luce nel vuoto pari a $2,99 \cdot 10^8 ms^{-1}$.

1.2 Emissività di un plasma reale

Quando un elettrone si muove nel plasma, il numero di ioni che incontra con un parametro d'impatto compreso tra b e $b + db$, nell'unità di tempo, è dato da

$$dn_i = n_i u 2\pi b db \quad (1.7)$$

così che la potenza totale emessa da un elettrone per unità di volume e per unità d'intervallo di frequenza (assunta piccola) diventi

$$\frac{dP(b, u)}{d\nu} = n_i u \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{dW(b, u)}{d\nu} 2\pi b db = \frac{16n_i Z^2 n}{3m_e u} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \right)^3 \ln \left(\frac{b_{max}}{b_{min}} \right) \quad (1.8)$$

dove b_{min} e b_{max} sono rispettivamente il minimo e il massimo dei parametri d'impatto permessi, che verranno giustificati e calcolati in seguito e che dipendono da u . Il numero di elettroni per unità di volume aventi velocità tra u e $u + du$ è invece dato da

$$dn_e(u) = n_e f(u) 4\pi u^2 du \quad (1.9)$$

dove la funzione di distribuzione delle velocità degli elettroni $f(u)$ è normalizzata in modo che $4\pi \int_0^\infty u^2 f(u) du = 1$. In tal modo la potenza totale emessa per unità di intervallo di frequenza sarà

$$\frac{dP_{TOT}}{d\nu} = \frac{16\pi n Z^2 n_e n_i}{3\sqrt{3} m_e^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \right)^3 \int_0^\infty \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{b_{max}}{b_{min}} \right) 4\pi u f(u) du \quad (1.10)$$

che, per una distribuzione maxwelliana delle velocità:

$$f(u) = \left(\frac{m_e}{2\pi K_B T_e} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_e u^2}{2K_B T_e}} \quad (1.11)$$

diventa (*Thermal Bremsstrahlung*)

$$\frac{dP_{TOT}}{d\nu} \approx \frac{16}{3} \frac{n Z^2 n_e n_i e^6}{32\pi^3 \epsilon_0^3 c^3 m_e^2} \left(\frac{m_e}{2\pi K_B T_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \left[\frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{b_{max}}{b_{min}} \right) \right] \quad (1.12)$$

Si noti che a basse frequenze la distribuzione di potenza per emissione di Bremsstrahlung è sostanzialmente indipendente dalla frequenza ν . In realtà la dipendenza dalla frequenza compare nel termine $\ln \left(\frac{b_{max}}{b_{min}} \right)$ il quale, tuttavia, nel range di basse frequenze è una funzione lentamente variabile di ν . L'applicazione dei principi della quantomeccanica allo stesso problema aggiunge delle informazioni nuove ovvero che le frequenze che potranno essere emesse sono quelle per cui $h\nu \leq \frac{1}{2} m_e u^2$. Si può dunque assumere che lo spettro di potenza per emissione di Bremsstrahlung sia essenzialmente

indipendente dalla frequenza fino ad una frequenza di taglio oltre la quale si riduce esponenzialmente a zero.

$$\nu_{\text{cut-off}} \simeq \frac{2\pi K_B T_e}{h} \quad (1.13)$$

dove $h_\nu = 6,62 \cdot 10^{-34} J s$ è la *costante di Planck* e $K_B = 1,38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$ la *costante di Boltzmann*. In fig.3 è messo in evidenza questo aspetto caratterizzante dello spettro di Bremsstrahlung.

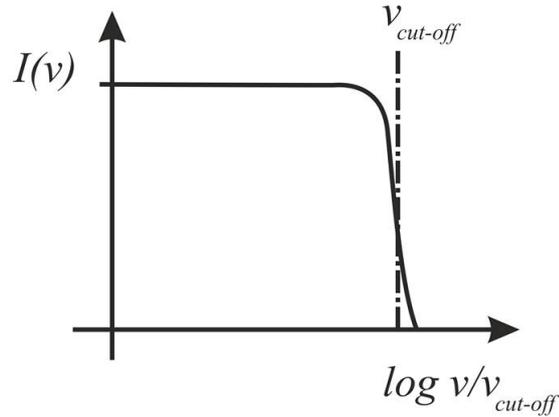


Figura 3: Spettro di emissione di Bremsstrahlung e frequenza di taglio.

Qualitativamente quindi si può pensare ad una correzione della 1.12 che preveda l'aggiunta di un fattore che decresce esponenzialmente con ν , cioè si può scrivere che

$$\frac{dP_{\text{TOT}}}{d\nu} \approx \frac{16}{3} \frac{nZ^2 n_e n_i e^6}{32\pi^3 \epsilon_0^3 c^3 m_e^2} \left(\frac{m_e}{2\pi K_B T_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \left[\frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{b_{\text{max}}}{b_{\text{min}}} \right) \right] e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}} \quad (1.14)$$

Il calcolo di b_{max} e b_{min} segue direttamente dalle restrizioni date al problema. Il valore massimo di b si ottiene considerando che, ad una certa frequenza, il contributo degli elettroni è apprezzabile soltanto per quelli il cui parametro d'impatto corrisponde ad una *frequenza di cut-off* maggiore di ν . Dunque, dalla 1.6 segue $b_{\text{max}} \simeq \frac{u}{4\nu}$. Come valore minimo di b si sceglie il più grande tra quello determinato grazie alla teoria classica e quello calcolato partendo dai principi della meccanica quantistica:

- Nella teoria classica $\Delta u \leq u$ da cui si ricava

$$\Delta u = \frac{Ze^2}{m_e} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b dt}{(b^2 + u^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2Ze^2}{m_e b u} \leq u \Rightarrow b_{\text{min},C} \geq \frac{2Ze^2}{m_e u^2} \quad (1.15)$$

- Dal *Principio d'indeterminazione di Heisenberg* ($\Delta p \Delta r \geq \frac{h}{2\pi}$) e approssimando $\Delta r \sim b$ e $\Delta p \sim m_e u$, si può scrivere

$$\Delta p = m_e \Delta u \simeq m_e u \leq \frac{h}{2\pi \Delta r} \simeq \frac{h}{2\pi b_{min,Q}} \Rightarrow b_{min,Q} \geq \frac{h}{2m_e \pi u} \quad (1.16)$$

1.2.1 Fattore di Gaunt

Nel caso il regime di riferimento fosse quello classico, il fattore col logaritmo nella 1.10 si potrebbe scrivere

$$g_{ff}(\nu) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{m_e u^3}{8Z e^2 \nu} \right) \quad (1.17)$$

in effetti il g_{ff} della 1.14 presenta anche una dipendenza dalla temperatura elettronica, in quanto, nell'equazione, questo termine è mediato sulla funzione di distribuzione degli elettroni. Il trattamento classico della Bremsstrahlung dell'elettrone libero è dovuto originariamente ai lavori di Kramers (1923). Un fattore di correlazione può essere introdotto osservando le discrepanze tra il trattamento classico e quello quantistico. Questo fattore di correlazione è chiamato *fattore di Gaunt* che, per il problema classico, coincide con il g_{ff} della 1.14. Il lavoro originario di Kramers, in realtà, considerava anche urti vicini che causavano grandi deflessioni dell'elettrone, in questo caso la formula classica non è più interamente valida. Di principio, comunque, è possibile scrivere la potenza irradiata per unità di volume e di intervallo di frequenza come un'equazione nella forma

$$\frac{dP_{TOT}}{d\nu} \approx \frac{16}{3} \frac{nZ^2 n_e n_i e^6}{32\pi^3 \epsilon_0^3 c^3 m_e^2} \left(\frac{m_e}{2\pi K_B T_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\pi}{\sqrt{3}} G_{ff}(\nu, T_e) e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}} \quad (1.18)$$

nella quale G_{ff} è l'appropriato fattore di Gaunt che, per la maggior parte delle situazioni astrofisiche, è compreso tra 0,2 e 5,5. Esso si trova tabulato, per esempio, in Karzas e Latter (1961). Così sarà sempre possibile scrivere un'equazione appropriata per la potenza alla condizione che solo il fattore di Gaunt possa, di volta in volta e a seconda delle condizioni, variare di forma.

1.3 Emissione termica

Per proseguire nella trattazione, è utile avere una versione numerica della 1.18:

$$\frac{dP_{TOT}}{d\nu} = 6,8 \cdot 10^{-38} Z^2 T_e^{-\frac{1}{2}} n_e n_i e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}} G_{ff}(\nu, T_e) \text{ erg } s^{-1} cm^{-3} Hz^{-1} \quad (1.19)$$

Conviene specificare anche il significato di due fattori. Il primo termine è $e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}}$, che dà la maggior parte della dipendenza di P_{TOT} dalla frequenza: questo termine è presente perché in un gas di temperatura T scarseggiano le particelle di energia superiore a $K_B T_e$ e solo queste possono emettere fotoni di energia $h\nu \geq K_B T_e$. Questo fattore riflette direttamente il taglio delle energie cinetiche delle particelle, dovute alla statistica di Maxwell-Boltzmann (1.11). L'altro termine interessante è $T^{-\frac{1}{2}}$. Ciò è dovuto al fatto che negli urti individuali più una particella è lenta, più essa irraggia: gli elettroni estremamente veloci passano vicino agli ioni subendo deflessioni via via più piccole all'aumentare della loro velocità, e dunque subiscono accelerazioni per tempi sempre più brevi emettendo sempre meno. Si noti però che, quando $T \rightarrow 0$, $P_{\text{TOT}} \rightarrow 0$ perché il termine dominante è $e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}}$: più il gas è freddo, meno può emettere. Integrando la 1.18 su tutte le frequenze, si ottiene l'*emissività totale* che verrà indicata con $J_B(T_e)$

$$\begin{aligned} J_B(T_e) &= \frac{32\pi e^5}{3hm_e c^3} \left(\frac{2\pi K_B T_e}{3m_e} \right)^{\frac{1}{2}} Z^2 n_e n_i \bar{G}_{ff}(\nu, T_e) = \\ &= 1,4 \cdot 10^{-27} T^{\frac{1}{2}} Z^2 n_e n_i \bar{G}_{ff}(\nu, T_e) \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Il coefficiente $\bar{G}_{ff}(T_e)$ è il coefficiente di Gaunt mediato sulle frequenze che varia da 1,1 a 1,5 ed è dunque quasi completamente indipendente da T_e . Associato all'emissività c'è ovviamente anche un coefficiente di assorbimento, che rappresenta null'altro che il processo inverso: un urto a tre corpi (elettrone, ione e fotone) in cui l'elettrone assorbe il fotone nel campo elettrostatico dello ione. La radiazione di Bremsstrahlung è bilanciata, all'equilibrio termico, dall'assorbimento del fotone in un urto a tre corpi se i fotoni sono distribuiti come un corpo nero. Non deve stupire che un processo a due corpi (l'emissione di Bremsstrahlung) sia bilanciato, all'equilibrio termico, da un processo a tre corpi. Un principio estremamente generale, detto il *principio del bilancio dettagliato* afferma che, all'equilibrio termico, ogni processo è bilanciato dal suo inverso. Per una nuvola di plasma che emette isotropicamente, il coefficiente di assorbimento è

$$\begin{aligned} \alpha_\nu &= \frac{4e^6}{3m_e hc} \left(\frac{2\pi}{3K_B m_e T_e} \right)^{\frac{1}{2}} Z^2 n_e n_i \frac{1 - e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}}}{\nu^3} \bar{G}_{ff} = \\ &= 3,7 \cdot 10^8 T^{-\frac{1}{2}} Z n_e n_i \frac{1 - e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}}}{\nu^3} \bar{G}_{ff} \text{ erg cm}^{-1} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Qui il termine $(1 - e^{-\frac{h\nu}{K_B T_e}})$ rappresenta la correzione dovuta all'emissione stimolata ed è definito *termine di brillantezza*. A grandi frequenze questo termine è ≈ 1 e dunque $\alpha_\nu \propto \nu^3$, mentre a basse frequenze ($h\nu \ll K_B T_e$),

$$\alpha_\nu \approx 0,02 T^{-\frac{3}{2}} Z^2 n_e n_i \nu^{-2} \bar{G}_{ff} \text{ cm}^{-1} \quad (1.22)$$

Applicando l'equazione del trasporto radiativo³

$$B(\nu, l_0) = \frac{J_B(\nu)}{4\pi\alpha\nu}(1 - e^{-\tau}) \quad (1.23)$$

alla nube si ottiene

$$B_{cloud}(\nu, T_e) = \frac{J_B(\nu, T_e)}{4\pi\alpha\nu, T_e}(1 - e^{-\tau}) = B_{BB}(\nu, T_e)(1 - e^{-\tau}) \propto \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{K_B T_e}} - 1}(1 - e^{-\tau}) \quad (1.24)$$

dove con B_{BB} ci si riferisce alla brillantezza tipica del corpo nero (*legge di Planck*). Nel regime di approssimazione di Rayleigh-Jeans, ovvero, quando $\frac{h\nu}{K_B T_e}c \ll 1$, valgono le seguenti relazioni:

$$\text{otticamente spesso: } \tau \gg 1 \quad B_{cloud}(\nu, T_e) = 2K_B T_e \frac{\nu^2}{c^2} \propto \nu^2 \quad (1.25)$$

$$\text{otticamente sottile: } \tau \ll 1 \quad B_{cloud}(\nu, T_e) = 2K_B T_e \frac{\nu^2}{c^2} \tau \propto \nu^0 \quad (1.26)$$

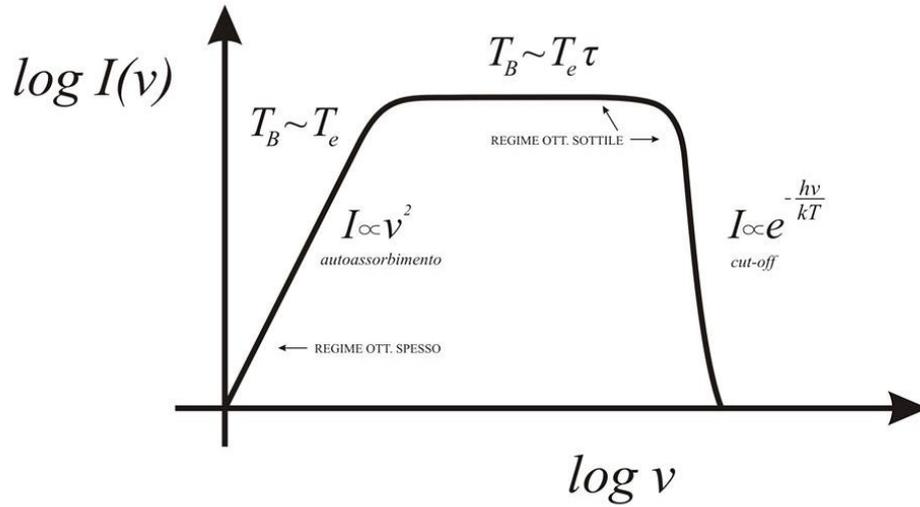


Figura 4: Spettro termico con l'effetto dell'autoassorbimento.

Come mostra anche la fig.4 lo spettro di Bremsstrahlung nell'approssimazione di Rayleigh-Jeans cresce proporzionalmente a ν^2 (regime otticamente spesso) per poi

³dove con $\tau = \alpha(\nu)l_0$ ci si riferisce al coefficiente di opacità e con l_0 al libero cammino medio.

seguire un andamento pressoché costante nella regione otticamente sottile fino al crollo esponenziale dovuto alla frequenza di cut-off.

Dalle relazioni 1.25 e 1.26 si desume che nel primo caso $T_e \approx T_B$, mentre nel caso di nube trasparente, $T_B \approx T_e \tau$. Per T_B si intende la temperatura di brillantezza ovvero la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero in equilibrio termico con l'ambiente circostante per poter emettere, ad una particolare frequenza, una radiazione di pari intensità a quella osservata.

Dalla 1.13 si evince che, osservando la $\nu_{cut-off}$ si riesce a ricavare la temperatura del gas in esame.

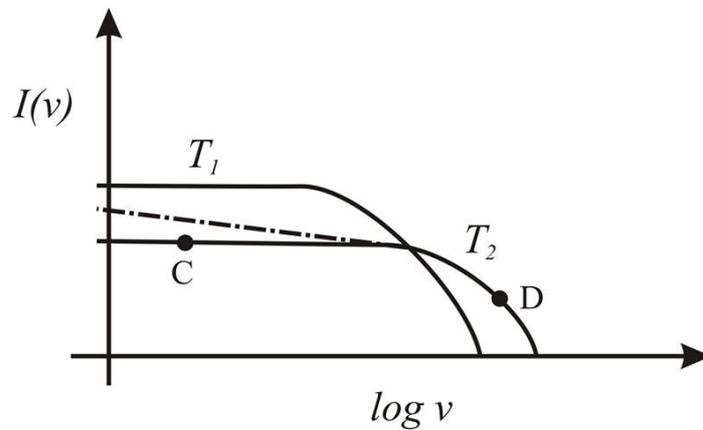


Figura 5: Spettro di Bremsstrahlung per gas a diverse temperature, con $T_2 > T_1$.

Regioni a temperatura maggiore subiscono cut-off a frequenze più alte.

1.3.1 Tempo di raffreddamento

La regione che emette per Bremsstrahlung perde energia, dunque si raffredda. Si può quindi calcolare quello che è definito come tempo di raffreddamento (*cooling time*) ovvero il rapporto tra l'energia termica del plasma per unità di volume e quella irradiata per Bremsstrahlung:

$$t_{cooling} \simeq \frac{\frac{3}{2}(n_e + n_i)K_B T_e}{J_B(T_e)} \quad (1.27)$$

considerando $n_e \simeq n_i$. La cosa importante da notare è che il $t_{cooling}$ dipende sia dalla temperatura che dalle densità del plasma.

1.4 Bremsstrahlung relativistica

Per estendere le formule usate per un insieme di elettroni di velocità u al caso relativistico ($u \simeq c$) è necessario introdurre un opportuno fattore di Gaunt. Si può dunque scrivere l'emissività specifica⁴ in unità cgs

$$J_{B,rel}(\nu) \approx 5 \cdot 10^{-42} n_e n_i \quad (1.28)$$

Un caso molto importante in astrofisica è quello in cui la distribuzione di energia degli elettroni segue una legge di potenza

$$n_e(\varepsilon) = n_{e,0} \varepsilon^{-\delta} \quad (1.29)$$

Integrando la 1.28 sugli elettroni con $\varepsilon \geq h\nu$ si ottiene

$$J_{B,rel}(\nu) \approx 5 \cdot 10^{-42} \frac{n_{e,0} n_i}{\delta - 1} (h\nu)^{-\delta+1} \propto \nu^{-(\delta-1)} \quad (1.30)$$

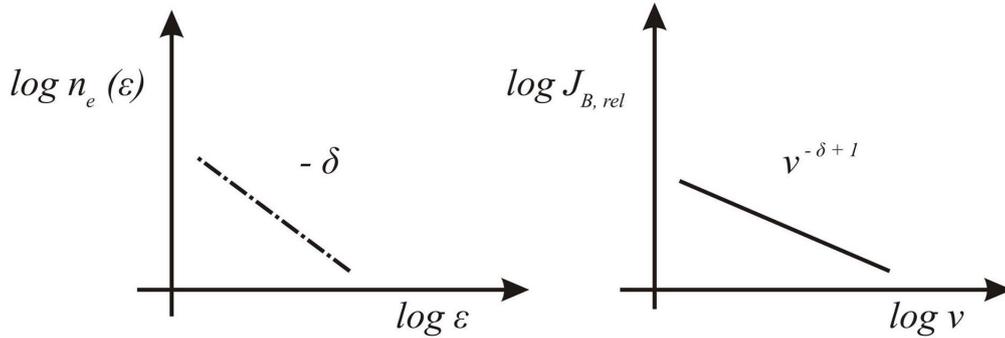


Figura 6: Spettro a legge di potenza tipico della Bremsstrahlung relativistica.

La fig. 6 mostra che lo spettro dipende da δ . E' utile esprimere la 1.30 in numero di fotoni e per unità di energia.

Per questo scopo è sufficiente dividere per $h^2\nu$:

$$J_{B,rel}(\varepsilon) \approx \frac{5 \cdot 10^{-16}}{\delta - 1} n_e(\varepsilon) n_i = \frac{5 \cdot 10^{-16}}{\delta - 1} n_{e,0} n_i \varepsilon^{-\delta} \quad (1.31)$$

dove con δ si esprime sia l'esponente elettronico che quello fotonico.

⁴ci si riferisce alle abbondanze cosmiche: $\langle Z \rangle = 1, 3$.

2 Applicazioni astrofisiche

2.1 Regioni HII

Una nube di HII è una nube di idrogeno ionizzato, che ha un limite ben definito denominato *raggio di Strömgren* che dà la dimensione della nube di gas e che è dato dalla formula $r_S \simeq \left(\frac{3N}{4\pi\alpha}\right)^{\frac{1}{3}} n_i^{-\frac{2}{3}}$, dove N è il numero totale di fotoni prodotti dalla stella nell'unità di tempo e α il coefficiente di Einstein che descrive la probabilità che avvenga la ricombinazione ($\alpha = 3,1 \cdot 10^{-19} m^3 s^{-1}$ a $T \approx 8000K$). Generalmente r_S va da 0,1 a $100pc$. Questo limite viene dato dall'equilibrio tra i processi di fotoionizzazione e quelli di ricombinazione: le stelle molto calde infatti, emettono radiazioni in grado di ionizzare l'idrogeno neutro che diventa così HII; dopo un istante però, gli elettroni liberi si ricombinano con gli ioni idrogeno emettendo non un singolo fotone ma una serie di fotoni di energia inferiore. In questo modo i fotoni perdono energia mentre si allontanano dalla superficie della stella e, superato il limite di Strömgren, non hanno più sufficiente energia per contribuire alla ionizzazione. In questa fase del mezzo, l'emissione del continuo si ha per Bremsstrahlung, mentre si hanno forti righe di emissione dell'idrogeno e dell'ossigeno principalmente nell'ottico.

2.1.1 La nebulosa M42

La teoria che l'emissione termica nel radio fosse dovuta alle transizioni free-free dell'idrogeno ionizzato è stata largamente discussa e qui verranno riportati alcuni risultati. Lo spessore ottico τ della regioni di gas ionizzato è proporzionale alla sua misura d'emissione (*Emission Measure*), definita come

$$E.M. = \int n_e^2 dl \quad (2.1)$$

dove per n_e si intende la densità elettronica (in cm^{-3}) e per l la lunghezza percorsa dalla radiazione attraverso il gas (in *parsec*).

L'equazione è

$$\tau = \lambda^2 g(\lambda) (E.M.) T_e^{-\frac{3}{2}} \quad (2.2)$$

dove $g(\lambda)$ è una funzione lentamente variabile della lunghezza d'onda λ .

Si faccia ora riferimento alla nebulosa M42, una delle più famose e studiate regioni HII, conosciuta con il nome di Nebulosa di Orione (*Orion Nebula*).

Supponendo che $Z = 1$, $n_e \simeq n_i$ e $\bar{G}_{ff} \approx 12$, si può ottenere il coefficiente di assorbimento $\alpha(\nu, T_e)$ dalla 1.22. La regione di transizione fra regime opaco e trasparente è a $\nu \approx 1 GHz$: le misure della brillantezza a frequenze minori e maggiori forniscono $T_e \approx 10^4 K$.

Inserendo i dati nella 2.1, si arriva al risultato $E.M. \approx 7 \cdot 10^{24}$ da cui si ricava la densità elettronica $n_e \approx 2 \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

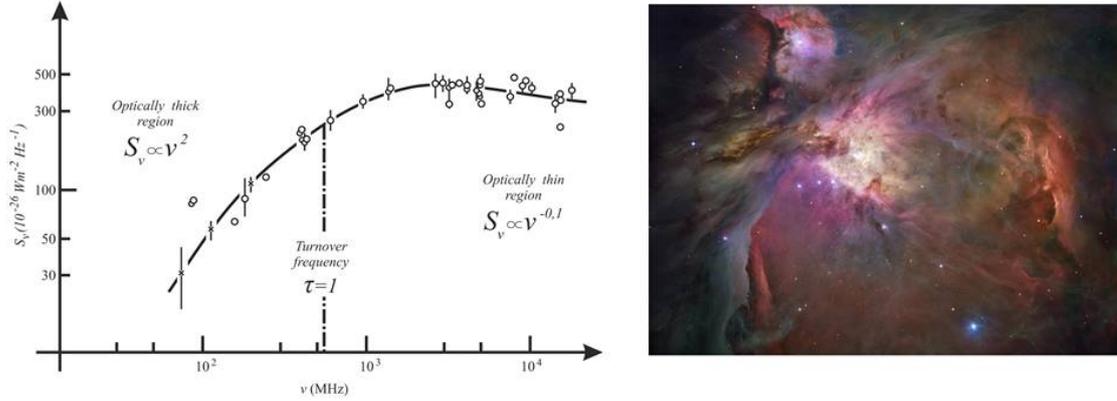


Figura 7: A sinistra lo spettro di emissione da Bremsstrahlung e a destra un'immagine di M42 nell'ottico.

Della nebulosa in esame sono note la distanza (500 pc) e le dimensioni angolari ($66'$); questo permette di stimarne le dimensioni reali che risultano $D \approx 7 \text{ pc}$ e il volume⁵ $V \approx 10^{58} \text{ cm}^{-3}$. Utilizzando questi dati si possono inoltre ricavare:

- la frequenza di cut-off (1.13)

$$\nu_{\text{cut-off}} \simeq \frac{2\pi K_B T_e}{h} \approx 10^{14} \text{ s}^{-1} \text{ (IR)}$$

- l'emissività totale (1.20)

$$J_B(T_e) = 1,4 \cdot 10^{-27} T_e^{\frac{1}{2}} n_e^2 \bar{G}_{ff}(\nu, T_e) \approx 10^{-18} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

- il tempo di raffreddamento (1.27)

$$t_{\text{cooling}} \simeq \frac{6 \cdot 10^3}{n_e \bar{G}_{ff}} T_e^{\frac{1}{2}} \approx 10^3 \div 10^4 \text{ yr}$$

- la luminosità

$$L(T_e) = \int_{V_S} J_B(T_e) dV \approx 10^{40} \text{ erg s}^{-1}$$

⁵La nebulosa è stata approssimata ad una sfera omogenea.

2.2 Emissione X negli ammassi

Gli ammassi di galassie sono i più grandi sistemi virializzati dell'Universo. La loro luminosità proviene dalle galassie stesse e dal caldo gas intergalattico (ICM, *intracluster medium*). Tale gas, il quale raggiunge le decine di milioni di gradi, emette nella banda X tramite radiazione di Bremsstrahlung termica. Il primo oggetto extragalattico ad essere rivelato come sorgente X fu, nel 1966, la galassia M87 nell'ammasso della Vergine (*Virgo cluster*). Un grande avanzamento nello studio degli *X-ray clusters* e di tutta l'astronomia nella banda X arrivò con il lancio del satellite dedicato ai raggi X Uhuru. Le prime osservazioni di Uhuru stabilirono un certo numero di proprietà delle sorgenti X associate ai cluster. Gli ammassi di galassie sono estremamente luminosi nella loro emissione X, con luminosità $L_x \approx 10^{43 \div 45} \text{ erg s}^{-1}$ ed hanno un ampio range di luminosità. Ciò rende i cluster le sorgenti di raggi X più luminose nell'Universo, seconde solo ai *quasar*. Si scoprì inoltre che le sorgenti X associate agli ammassi sono estese, con dimensioni $D_x \approx 200 \div 300 \text{ Kpc}$. Gli spettri X dei cluster non mostrano evidenza di fotoassorbimento a bassa energia e la loro emissione non è variabile nel tempo, al contrario degli spettri e delle emissioni delle sorgenti discrete, ad esempio dei nuclei delle galassie o delle stelle. Questi risultati suggeriscono che l'emissione sia diffusa e non il risultato di più sorgenti compatte.

Le prime osservazioni di Uhuru indicarono che il centro delle sorgenti X coincide con il centro del cluster, o in corrispondenza di una galassia attiva all'interno dell'ammasso. Nella maggior parte dei cluster che hanno emissione X, il core coincide con una galassia centrale dominante.

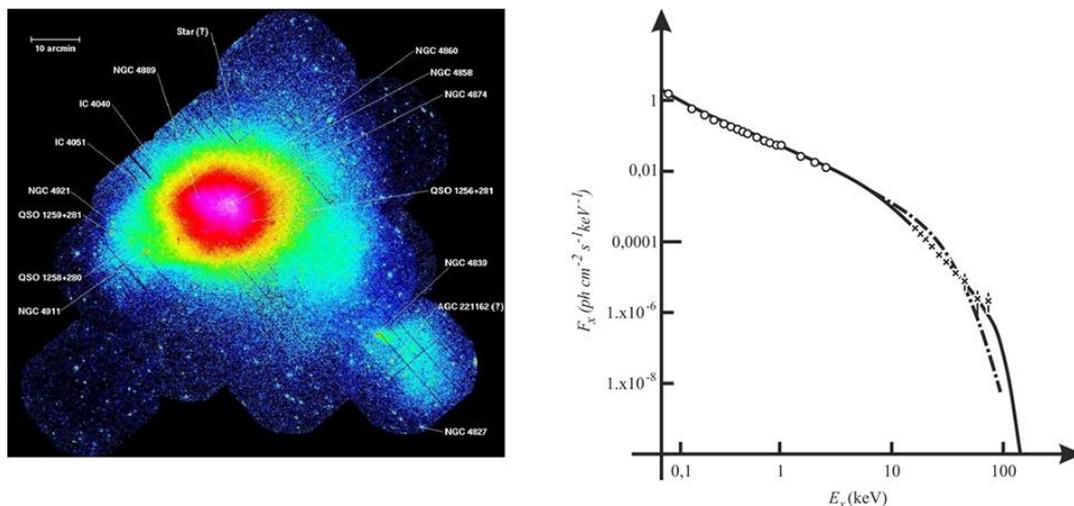


Figura 8: Emissione X (a sinistra) e spettro dell'emissione di Bremsstrahlung (a destra) dell'ammasso della Chioma (*Coma cluster*).

2.2.1 Origine dell'emissione X

Quando i cluster di galassie furono scoperti come importanti sorgenti di raggi X, furono formulate alcune teorie in merito ai meccanismi di emissione.

Le idee di maggior rilievo furono tre:

- l'emissione risulta da Bremsstrahlung termica da un caldo e diffuso gas intergalattico;
- l'emissione è dovuta all'effetto *Compton inverso* tramite lo scattering di fotoni cosmici di fondo fino alle energie dei raggi X da elettroni relativistici all'interno del cluster;
- l'emissione proviene da una popolazione di stelle individuali sorgenti di raggi X.

Nel caso di Bremsstrahlung termica, l'intensità della radiazione avrebbe l'andamento esponenziale sopra descritto, non ci sarebbe fotoassorbimento, la temperatura del gas sarebbe tale che la velocità dei protoni termici, $u_P \approx \sqrt{\frac{k_B T_{gas}}{m_P}}$, sia comparabile a quella delle galassie del cluster poiché legate dallo stesso potenziale gravitazionale. Inoltre, nel gas sarebbero presenti elementi pesanti, come il ferro, che produrrebbero linee di emissione nello spettro. Le osservazioni hanno dunque fornito grande sostegno per il modello della Bremsstrahlung termica, a discapito delle altre due teorie. La componente più importante dell'emissione X dei cluster è dunque l'ICM, costituito da particelle fortemente energetiche (dell'ordine di alcuni KeV) ad una temperatura $T \approx 10^8 K$.

Si può calcolare quindi il tempo di raffreddamento (1.27)

$$t_{cooling} \simeq \frac{6 \cdot 10^3}{n_e \bar{G}_{ff}} T^{\frac{1}{2}} \approx 10^{10} yr$$

Il gas intergalattico contiene la maggior parte della materia barionica degli ammassi ed è costituito prevalentemente da idrogeno ed elio ionizzati, arricchito da elementi più pesanti, come il ferro. L'*intracluster medium*, dunque, è gas primordiale arricchito da elementi di origine stellare, probabilmente diffusi dalle esplosioni di *supernovae*⁶ all'interno delle galassie primitive.

2.3 ISM nelle galassie ellittiche

Le galassie ellittiche (E's) devono il nome alla loro forma caratteristica che varia da un cerchio perfetto ad un ellissoide piuttosto schiacciato. Mancando quasi completamente di polvere e di gas freddo, sono immuni alla pesante estinzione che invece colpisce ad

⁶Le supernovae sono dovute a esplosioni di stelle massicce, con masse maggiori di 7 o $8M_{\odot}$.

esempio le galassie a spirale. Sono dunque oggetti abbastanza trasparenti, la componente stellare rappresenta il processo dominante di emissione del sistema insieme all'alone di gas caldo visibile soltanto nella banda X. Sono formate da una zona centrale altamente luminosa, il cosiddetto *core* e circondate da una regione più tenue che svanisce senza contorni dettagliati. Una caratteristica di questo tipo di galassie è che contengono una gran quantità di gas caldo dovuto alle stelle morenti di $10^9 \div 10^{10} M_{\odot}$. Questo gas è troppo diffuso per emettere o assorbire nell'ottico e nel radio ma è così caldo da emettere termicamente nel X. Le osservazioni hanno inoltre rilevato che circa il 50% delle galassie ellittiche mostrano gas altamente ionizzato posto intorno al nucleo, presumibilmente dovuto alla presenza di un AGN (*Active Galactic Nuclei*, nuclei galattici attivi).

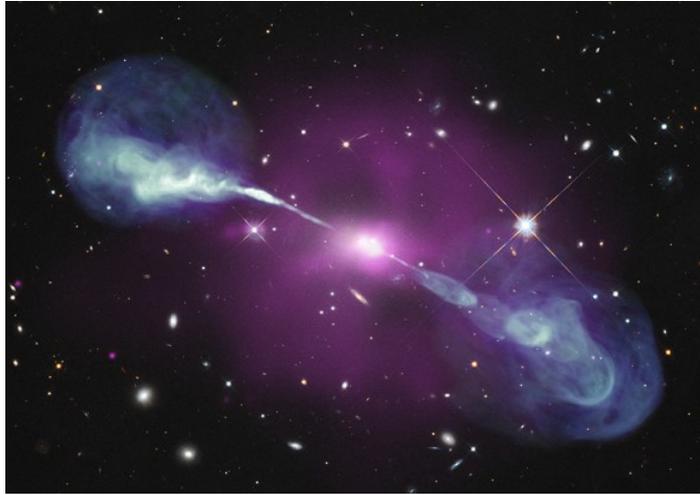


Figura 9: Immagine composta (raggi X in viola, infrarossi e luce visibile) della galassia attiva Hercules A.

Le temperature tipiche del gas interstellare che si trova nelle E's è di circa $10^7 K$ con densità $n_e \approx 0,1 cm^{-3}$. La regione, emettendo per Bremsstrahlung, perde energia dunque si raffredda con un tempo di raffreddamento (1.27) pari a

$$t_{cooling} \simeq \frac{6 \cdot 10^3}{n_e \bar{G}_{ff}} T^{\frac{1}{2}} \approx 10^7 yr \quad (2.3)$$

Questo significa che le regioni esterne delle galassie ellittiche si raffreddano più lentamente. Dallo spettro X si possono ricavare informazioni riguardo la composizione galattica. Generalmente l'alone di gas caldo non è molto ricco di metalli (abbondanze tipiche di $0.5 Z_{\odot}$). Osservazioni recenti dei satelliti (come, ad esempio, il *XMM Newton*) mostrano emissione in linea prodotta da metalli fortemente ionizzati in galassie ellittiche massicce, soprattutto in quelle che ospitano un buco nero centrale attivo.

Riferimenti bibliografici

- [1] A. Ferrari. *Stelle, Galassie e Universo*. Springer-Verlag Italia, 2011
- [2] George B. Rybicky, Alan P. Lightman. *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley-VCH, 2004
- [3] M. Vietri. *Astrofisica delle Alte Energie*. Bollati Boringhieri Editore, 2006
- [4] D. Giulietti. *Bremsstrahlung*. Seminario studenti, 2002
- [5] D. Dallacasa. *Processi di Radiazione e MHD*. Dispense, 2014
- [6] H. Rishbeth. *Radio Emission from Orion*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (vol.118, pag.591), 1958
- [7] Chandra, <http://chandra.harvard.edu>.