

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Corso di Laurea in Fisica

Studio di un sistema per la generazione di seconda armonica di un laser infrarosso

Relatore:
Prof. Marco Prevedelli

Presentata da:
Saverio Francesconi

Sessione II
Anno Accademico 2013/2014

Abstract

In questo lavoro di Tesi viene studiata la realizzazione di un sistema per la generazione di seconda armonica di una luce laser infrarossa.

Il lavoro è stato svolto presso l'Università di Firenze nell'ambito di un esperimento di fisica atomica, nel quale viene studiato il comportamento di una miscela di atomi freddi di Potassio-Rubidio. Per la realizzazione sperimentale è richiesto l'utilizzo di un fascio laser con luce verde a 532 nm. Per ottenere questo fascio si è ricorso alla generazione di seconda armonica di un laser con luce infrarossa a 1064 nm, sfruttando le proprietà dei cristalli non lineari. Il cristallo utilizzato è un cristallo periodically poled di Tantalato di Litio, che sfrutta la tecnica del Quasi-Phasematching per generare seconda armonica.

L'obiettivo principale di questo lavoro è stato quello di caratterizzare il sistema di duplicazione per poter ottimizzare la produzione del fascio verde. Infatti la produzione di seconda armonica dipende da diversi fattori sperimentali, quali la temperatura alla quale si trova il cristallo e la posizione del fuoco del fascio incidente rispetto al cristallo.

Per prima cosa si sono ottimizzati i parametri del fascio infrarosso, cercando quelli per i quali la produzione di seconda armonica è maggiormente efficiente. Questo è stato effettuato caratterizzando il fascio per trovarne la posizione del fuoco e la sua larghezza.

Nella seconda parte si è studiata l'efficienza di produzione di seconda armonica. La temperatura del cristallo influenza notevolmente la produzione di seconda armonica, quindi si è cercata la temperatura ottimale a cui l'efficienza di duplicazione è massima. Inoltre si è anche calcolata l'ampiezza massima delle oscillazioni di temperatura a cui è possibile sottoporre il cristallo senza uscire dalla zona in cui la duplicazione è efficiente. Per trovare la temperatura ottimale si è studiato l'andamento dell'efficienza in funzione della temperatura del cristallo. Analizzando questo andamento si sono anche verificati i coefficienti non lineari del cristallo dichiarati dal produttore.

Indice

1	Nozioni fondamentali	7
1.1	Introduzione	7
1.2	Anisotropia e non linearità	7
1.3	Fenomeni non lineari del secondo ordine	9
1.4	Interazione di tre onde in un mezzo non lineare	10
1.5	Generazione di seconda armonica	12
1.6	Quasi-Phasematching	14
1.7	Fasci Gaussiani	17
1.7.1	SHG con fasci Gaussiani	18
2	Apparato sperimentale	21
2.1	Cristallo periodically poled	21
2.1.1	Controllo della temperatura del cristallo	22
2.2	Strumenti	23
2.3	Banco ottico	24
3	Analisi dati	28
3.1	Caratterizzazione del Fascio	28
3.1.1	Fascio con lente 200mm	31
3.1.2	Fascio con lente 75mm	32
3.2	Misure di potenza a 532 nm	34
3.2.1	Temperatura ottimale	38
3.2.2	Coefficienti non lineari	38
3.2.3	Efficienza	39
4	Conclusioni	43

Elenco delle figure

1.1	Esempio in cui non si verifica il Phasematching	14
1.2	Comportamento dei fasori nello studio del Phasematching	15
1.3	Andamento della potenza di seconda armonica in funzione della distanza normalizzata alla lunghezza di coerenza.	16
1.4	Andamento spaziale della larghezza del fascio.	18
1.5	Profili di intensità dei primi dodici modi di entrambe le famiglie delle soluzioni all'equazione di Helmholtz.	19
1.6	Fascio Gaussiano focalizzato all'interno di un cristallo.	20
2.1	Ciclo di isteresi di un materiale ferroelettrico.	22
2.2	Grafico delle misure della calibrazione del fotodiode e della retta del fit.	25
2.3	Disposizione dei dispositivi sul banco ottico.	26
2.4	Foto dell'apparato sperimentale.	27
3.1	Esempio della distribuzione di intensità di un fascio Gaussiano.	30
3.2	Fit delle larghezze del fascio, lente da 200 mm.	33
3.3	Fit delle larghezze del fascio, lente da 75 mm.	35
3.4	Fit della funzione 3.2.2 e punti sperimentali.	37
3.5	Andamento dell'efficienza in funzione della temperatura.	40
3.6	Andamento dell'efficienza per Watt di potenza incidente in funzione della temperatura.	41

Elenco delle tabelle

2.1	Caratteristiche Cristallo.	21
2.2	Misure per la calibrazione del fotodiode	24
3.1	Larghezza del fascio con lente da 200 mm	31
3.2	Waist e larghezza del fascio nel Waist, lente da 200mm.	31
3.3	Larghezza del fascio con lente da 75 mm.	32
3.4	waist e larghezza del fascio nel waist, lente da 75 mm.	34
3.5	Parametri ottenuti dal fit.	36
3.6	Temperatura ottimale \pm semi-larghezza del picco principale.	38
3.7	Efficienza teorica per Watt incidente.	42

Capitolo 1

Nozioni fondamentali

1.1 Introduzione

In questa parte vengono trattate le nozioni teoriche necessarie al lavoro sperimentale. Per prima cosa vengono trattati gli effetti della non linearità nella polarizzazione indotta in un cristallo da un'onda elettromagnetica e poi se ne studia un particolare caso: la generazione di seconda armonica. Infine vengono introdotti i fasci gaussiani, in quanto sono un buon modello per descrivere la propagazione di un fascio laser.

In un mezzo lineare la polarizzazione indotta dalla propagazione di radiazione elettromagnetica è proporzionale al campo elettrico. In alcuni particolari mezzi la polarizzazione non è più proporzionale al campo elettrico, ma compaiono anche i termini successivi dell'espansione in serie; questi mezzi sono chiamati non lineari. Questo andamento non lineare è verificabile sperimentalmente solo con grandi intensità del fascio in ingresso, infatti i coefficienti non lineari della serie sono molto piccoli se confrontati con la suscettibilità elettrica. Questo fenomeno permette lo scambio di energia tra campi elettrici a diversa frequenza. Un'importante applicazione è la generazione di seconda armonica dove una parte dell'energia di un'onda a frequenza ω propagandosi attraverso un cristallo è convertita in energia di un'onda a 2ω .

In questo capitolo si segue la trattazione di [1] e di [2] per quanto riguarda l'ottica non lineare e i fasci Gaussiani, quella di [5] per il Quasi-Phasematching.

1.2 Anisotropia e non linearità

In un mezzo isotropo e lineare vale la seguente relazione tra la polarizzazione e il campo elettrico:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (1.2.1)$$

Dove ε_0 è la costante dielettrica del vuoto e χ è la suscettibilità elettrica del mezzo.

In generale però la polarizzazione non è parallela al campo elettrico e χ è un tensore, per cui l'Equazione 1.2.1 diventa:

$$P_i = \varepsilon_0 \chi_{ij} E_j \quad (1.2.2)$$

La suscettibilità è legata alla costante dielettrica relativa del mezzo e all'indice di rifrazione tramite le seguenti relazioni:

$$\chi + 1 = \varepsilon_r = n^2$$

Da questo si deduce che anche l'indice di rifrazione è, in generale, un tensore.

Si può dimostrare che χ_{ij} è simmetrico, nei mezzi non dispersivi, e per cui è possibile trovare un sistema di riferimento nel quale il tensore è diagonale. Le direzioni identificate da questo sistema sono chiamate assi ottici del cristallo e lungo queste \vec{P} e \vec{E} sono paralleli. I cristalli sono identificati in base al numero di autovalori distinti che χ possiede:

- uno, cristallo isotropo;
- due, cristallo uniassiale;
- tre, cristallo biassiale.

In mezzi non lineari nella dipendenza della polarizzazione dal campo elettrico compaiono anche i termini non lineari della serie. L'Equazione 1.2.2 diventa quindi:

$$P_i = \varepsilon_0 \chi_{ij} E_j + 2d_{ijk} E_j E_k + \dots \quad (1.2.3)$$

dove d_{ijk} è chiamata suscettibilità non lineare del secondo ordine.

Poiché l'ordine di E_j , E_k non può avere nessun significato fisico la suscettibilità non lineare deve avere la seguente proprietà di simmetria:

$$d_{ijk} = d_{ikj} \quad (1.2.4)$$

Possiamo quindi rimpiazzare gli indici kj e jk con un unico indice, chiamato l , che assume i seguenti valori:

$$xx = 1, \quad yy = 2, \quad zz = 3 \quad yz = zy = 4, \quad xz = zx = 5, \quad xy = yx = 6$$

Le risultanti d_{il} componenti ($i=1,2,3$ e $l=1,2,\dots,6$) formano una matrice 3×6 . In questo modo i coefficienti non lineari del secondo ordine indipendenti da 27 sono diventati solo 18. La matrice d_{il} viene utilizzata per classificare i tipi diversi di cristalli in base agli elementi non nulli e alle loro simmetrie. Per esempio nel Tantalato di Litio, cristallo utilizzato nell'esperimento, i coefficienti hanno la seguente forma:

$$\begin{bmatrix} d_{11} & -d_{11} & 0 & d_{14} & d_{15} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{15} & -d_{14} & -d_{11} \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Questa forma è chiamata Trigonale 3.

1.3 Fenomeni non lineari del secondo ordine

Consideriamo l'accoppiamento non lineare di due campi ottici. Il primo campo ha una frequenza ω_1 e lo scriviamo:

$$E_j^1(t) = \text{Re}(E_{0j}^1 e^{i\omega_1 t}) = \frac{1}{2}(E_{0j}^1 e^{i\omega_1 t} + \text{c.c.}) \quad (1.3.1)$$

dove è sottintesa una sommatoria sugli indici ripetuti, c.c. sta per complesso coniugato e inoltre, se non diversamente specificato, gli indici i, j, k assumono i valori (x,y,z). Queste convenzioni valgono per tutto l'elaborato. Il secondo campo ha una frequenza ω_2 e lo scriviamo:

$$E_k^2(t) = \text{Re}(E_{0k}^2 e^{i\omega_2 t}) = \frac{1}{2}(E_{0k}^2 e^{i\omega_2 t} + \text{c.c.}) \quad (1.3.2)$$

dove E_{0k}^2 e E_{0j}^1 sono le ampiezze dei due campi ottici. Se il mezzo è non lineare, la presenza di queste componenti del campo può portare alla nascita di polarizzazioni alle frequenze $(n\omega_1 + m\omega_2)$, dove n e m sono degli interi.

Consideriamo la i-esima componente della polarizzazione non lineare a frequenza $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$,

$$P_i^3(t) = \text{Re}(P_{0i}^3 e^{i\omega_3 t}) = \frac{1}{2}(P_{0i}^3 e^{i\omega_3 t} + \text{c.c.}) \quad (1.3.3)$$

dove E_{0i}^3 è l'ampiezza della polarizzazione. Considerando solo la parte del secondo ordine di 1.2.3, che è

$$P_i = 2d_{ijk} E_j E_k \quad (1.3.4)$$

si ottiene

$$P_i(t) = 2d_{ijk} \frac{1}{2}(E_{0j}^1 e^{i\omega_1 t} + E_{0j}^2 e^{i\omega_2 t} + \text{c.c.}) \times \frac{1}{2}(E_{0k}^1 e^{i\omega_1 t} + E_{0k}^2 e^{i\omega_2 t} + \text{c.c.}) \quad (1.3.5)$$

Considero solo il termine che oscilla alla frequenza somma $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$

$$P_i^3(t) = \left(\frac{1}{2}d_{ijk} E_{0j}^1 E_{0k}^2 e^{i\omega_3 t} + \frac{1}{2}d_{ijk} E_{0k}^2 E_{0j}^1 e^{i\omega_3 t} + \text{c.c.}\right) \quad (1.3.6)$$

In un mezzo non dispersivo vale $d_{ijk} = d_{ikj}$, per cui

$$P_i^3(t) = \frac{1}{2}(P_{0i}^3 e^{i\omega_3 t} + \text{c.c.}) = d_{ijk} E_{0j}^1 E_{0k}^2 e^{i\omega_3 t} + \text{c.c.} \quad (1.3.7)$$

e quindi l'ampiezza del campo vale

$$P_{0i}^3 = 2d_{ijk} E_{0j}^1 E_{0k}^2 \quad (1.3.8)$$

In generale d_{ijk} dipende dalle frequenze ω_1 e ω_2 e se è considerata la somma o la differenza. In questa trattazione si considera un mezzo trasparente e non dispersivo per cui d_{ijk} viene supposto indipendente da ω

Utilizzando l'Equazione 1.3.8 si può dimostrare che solo un cristallo senza simmetria centrale può avere un tensore d_{ijk} non nullo. Questo segue dalla richiesta che in un cristallo a simmetria centrale un'inversione del segno di E_j^1 e di E_k^2 debba causare un'inversione del segno di P_i^3 e non modificare l'ampiezza.

Nel caso particolare della generazione di seconda armonica, dove $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, vale la relazione

$$P_{0i}^{2\omega} = d_{ijk} E_{0j}^\omega E_{0k}^\omega \quad (1.3.9)$$

Da notare il fattore 2 di differenza tra l'Equazione 1.3.8 e l'Equazione 1.3.9; non possiamo ricavare la seconda imponendo $\omega_1 = \omega_2$ nella prima. Questo è dovuto alla normalizzazione del campo. Utilizzando la matrice d_{il} che tiene conto delle proprietà di simmetria del tensore d_{ijk} possiamo scrivere l'Equazione 1.3.9:

$$\begin{bmatrix} P_{0x}^{2\omega} \\ P_{0y}^{2\omega} \\ P_{0z}^{2\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0x}^\omega E_{0x}^\omega \\ E_{0y}^\omega E_{0y}^\omega \\ E_{0z}^\omega E_{0z}^\omega \\ 2E_{0y}^\omega E_{0z}^\omega \\ 2E_{0z}^\omega E_{0x}^\omega \\ 2E_{0x}^\omega E_{0y}^\omega \end{bmatrix} \quad (1.3.10)$$

1.4 Interazione di tre onde in un mezzo non lineare

Consideriamo ora l'interazione di tre onde di frequenza $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ attraverso la non linearità del secondo ordine. Scriviamo il campo come

$$\vec{E}(t) = \vec{E}^1(t) + \vec{E}^2(t) + \vec{E}^3(t) \quad (1.4.1)$$

con

$$\begin{aligned} E_i^1(t) &= \frac{1}{2}(E_{0j}^1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + \text{c.c.}) = \frac{1}{2}(a_{1i} E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + \text{c.c.}) \\ E_i^2(t) &= \frac{1}{2}(E_{0j}^2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{c.c.}) = \frac{1}{2}(a_{2i} E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{c.c.}) \\ E_i^3(t) &= \frac{1}{2}(E_{0j}^3 e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + \text{c.c.}) = \frac{1}{2}(a_{3i} E_3 e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + \text{c.c.}) \end{aligned}$$

Nelle equazioni precedenti \vec{a}_1 , \vec{a}_2 e \vec{a}_3 sono vettori unitari che rappresentano la direzione di polarizzazione di questi tre campi nel mezzo non lineare. In questa trattazione abbiamo adottato l'asse z come la direzione di propagazione comune e (x', y', z') come assi principali del cristallo. In generale l'asse z non è parallelo ad un asse principale.

In assenza di fenomeni dielettrici non lineari le tre onde si propagano indipendentemente l'una dall'altra nel mezzo e sono soluzioni dell'equazione delle onde.

L'equazione delle onde, per mezzi non lineari, si può scrivere esplicitando la componente non lineare della polarizzazione:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (1.4.2)$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \vec{P}_{NL} \quad (1.4.3)$$

dove P_{NL} è la polarizzazione non lineare e può essere scritta

$$(P_{NL})_i = 2d_{ijk} E_j E_k \quad (i, j, k = x', y', z') \quad (1.4.4)$$

Utilizzando l'Equazione 1.3.8 otteniamo le varie ampiezze delle polarizzazioni non lineari alle differenti frequenze:

$$[P_{NL}^{\omega_3 - \omega_2}(z, t)]_i = d_{ijk} a_{3j} a_{2k} E_3 E_2^* e^{i[(\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z]} + \text{c.c.} \quad (1.4.5)$$

$$[P_{NL}^{\omega_3 - \omega_1}(z, t)]_i = d_{ijk} a_{3j} a_{1k} E_3 E_1^* e^{i[(\omega_3 - \omega_1)t - (k_3 - k_1)z]} + \text{c.c.} \quad (1.4.6)$$

$$[P_{NL}^{\omega_1 + \omega_2}(z, t)]_i = d_{ijk} a_{1j} a_{2k} E_1 E_2 e^{i[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)z]} + \text{c.c.} \quad (1.4.7)$$

Queste polarizzazioni non lineari possono essere viste come sorgenti di dipolo distribuite nel mezzo, che generano onde alla loro frequenza di oscillazione. Sostituiamo l'espressione delle polarizzazioni non lineari nell'equazione d'onda e assumiamo che valga la seguente approssimazione:

$$\frac{d^2}{dz^2} E_s \ll k_s \frac{d}{dz} E_s \quad (s = 1, 2, 3) \quad (1.4.8)$$

cioè che l'ampiezza dell'onda vari in maniera trascurabile sulla distanza di una lunghezza d'onda. Dopo alcuni passaggi algebrici otteniamo:

$$\frac{d}{dz} E_1 = -i\omega_1 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} d E_3 E_2^* e^{-i(k_3 - k_2 - k_1)z} \quad (1.4.9)$$

$$\frac{d}{dz} E_2^* = +i\omega_2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} d E_1 E_3^* e^{+i(k_3 - k_2 - k_1)z} \quad (1.4.10)$$

$$\frac{d}{dz} E_3 = -i\omega_3 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} d E_1 E_2 e^{+i(k_3 - k_2 - k_1)z} \quad (1.4.11)$$

dove d è il coefficiente non lineare del secondo ordine efficace

$$d = d_{ijk} a_{1i} a_{2j} a_{3k} \quad (1.4.12)$$

Le equazioni precedenti sono equazioni accoppiate e descrivono l'andamento spaziale delle ampiezze delle tre onde. Per ricavarle abbiamo impiegato la simmetria ciclica dei coefficienti non lineari $d_{ijk} = d_{kij} = d_{jki}$ e la simmetria $d_{ijk} = d_{ikj}$.

1.5 Generazione di seconda armonica

Applichiamo i risultati della sezione precedente al caso della generazione di seconda armonica (SHG). Consideriamo l'interazione di due onde con frequenze ω_1 e ω_3 (con $\omega_3 = 2\omega_1$) attraverso la non linearità del secondo ordine. Scriviamo i due campi come

$$E_i^{\omega_1}(t) = \frac{1}{2}(E_{0j}^{\omega_1} e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c.) = \frac{1}{2}(a_{1i} E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c.)$$

$$E_i^{\omega_3}(t) = \frac{1}{2}(E_{0j}^{\omega_3} e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + c.c.) = \frac{1}{2}(a_{3i} E_1 e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + c.c.)$$

dove usiamo le stesse convenzioni della sezione precedente. Le polarizzazioni non lineari possono essere scritte

$$[P_{NL}^{\omega_3 - \omega_1}(z, t)]_i = d_{ijk} a_{3j} a_{1k} E_3 E_1^* e^{i[(\omega_3 - \omega_1)t - (k_3 - k_1)z]} + c.c. \quad (1.5.1)$$

$$[P_{NL}^{2\omega_1}(z, t)]_i = \frac{1}{2} d_{ijk} a_{1j} a_{1k} E_1 E_1 e^{i(2\omega_1 t - 2k_1 z)} + c.c. \quad (1.5.2)$$

Le equazioni accoppiate per le ampiezze delle onde diventano, in questo caso particolare

$$\frac{d}{dz} E_1 = -i\omega_1 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} d E_3 E_1^* e^{-i(k_3 - 2k_1)z} \quad (1.5.3)$$

$$\frac{d}{dz} E_3 = -\frac{1}{2} i\omega_3 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} d E_1 E_1 e^{+i(k_3 - 2k_1)z} \quad (1.5.4)$$

dove d è il coefficiente non lineare del secondo ordine efficace

Per trovare l'andamento spaziale dell'ampiezza dell'onda a frequenza ω_3 ipotizziamo valga l'approssimazione di non svuotamento, cioè che la perdita di potenza del fascio entrante (ω_1) sia trascurabile. In questa approssimazione E_1 è costante e le equazioni precedenti diventano

$$\frac{d}{dz} E_3 = -i\omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} d E_1^2 e^{+i\Delta k z} \quad (1.5.5)$$

dove

$$\omega = \omega_1 = \frac{\omega_3}{2}, \quad \epsilon = \epsilon_3 \quad (1.5.6)$$

e

$$\Delta k = k_3 - 2k_1 \quad (1.5.7)$$

Ora integriamo l'equazione 1.5.5 per un cristallo di lunghezza L , assumendo $E_3(0) = 0$ (all'ingresso del cristallo non c'è input di seconda armonica). Otteniamo:

$$E_3(L) = -i\omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} d E_1^2 \frac{e^{+i(\Delta k)L} - 1}{i(\Delta k)L} L \quad (1.5.8)$$

Utilizzando il Teorema di Poynting sappiamo che l'intensità si può scrivere

$$I = \frac{nc\epsilon_0}{2} E^2 \quad (1.5.9)$$

Possiamo quindi ricavare l'efficienza di conversione η

$$\eta \equiv \frac{I^{(2\omega)}}{I^{(\omega)}} = \frac{2\omega^2 d^2 L^2}{n^3} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \frac{\sin^2[(\Delta k)L/2]}{[(\Delta k)L/2]^2} I^{(\omega)} \quad (1.5.10)$$

dove abbiamo assunto che $n = n^{(\omega)} \approx n^{(2\omega)}$ e che Δk sia definito come in 1.5.7. Come si può facilmente vedere l'efficienza di produzione di seconda armonica è modulata da un fattore sinc^2 e quindi è massima quando si ha $\Delta k = 0$, cioè

$$k^{(2\omega)} = 2k^{(\omega)} \quad (1.5.11)$$

L'Equazione 1.5.10 permette di visualizzare l'andamento dell'efficienza nel limite in cui $\Delta k L$ è piccolo e quindi il fattore sinc^2 tende a 1. In questa approssimazione l'efficienza aumenta quadraticamente con la lunghezza L del cristallo. Se invece semplifichiamo i termini L^2 l'equazione diventa:

$$\eta = \frac{8\omega^2 d^2}{n^3} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \frac{\sin^2[(\Delta k)L/2]}{\Delta k^2} I^{(\omega)} \quad (1.5.12)$$

dalla quale si può vedere che nel caso in cui $\Delta k \neq 0$ l'efficienza non dipende più da L^2 ed ha una modulazione spaziale di tipo sinusoidale.

Questa modulazione si può capire in maniera intuitiva con il seguente ragionamento: tutti gli oscillatori lungo la direzione di propagazione hanno la fase fissata dall'onda in ingresso. La differenza di fase tra due oscillatori separati spazialmente lungo la direzione di propagazione è determinata dal prodotto tra la frequenza degli oscillatori e il tempo che occorre al campo per viaggiare tra di loro. Questo tempo è uguale al rapporto tra la distanza di propagazione e la velocità di propagazione della luce nel mezzo alla frequenza del campo. Per questo, la differenza di fase tra i dipoli oscillanti alla frequenza ω è $\omega \Delta z n^{(\omega)} / c = k^{(\omega)} \Delta z$, dove $k^{(\omega)} = \omega n^{(\omega)} / c$ e Δz è la distanza tra i due dipoli. Allo stesso modo la differenza di fase tra due oscillatori non lineari alla frequenza 2ω è $(2\omega) \Delta z n^{(\omega)} / c \equiv 2k^{(\omega)} \Delta z$. L'onda a 2ω generata dal primo dipolo accumula una fase di $k^{(2\omega)} \Delta z \equiv (2\omega n^{(2\omega)} / c) \Delta z$ mentre viaggia per raggiungere il secondo dipolo. Se $n^{(\omega)} = n^{(2\omega)}$ allora le due fasi sono esattamente uguali e il campo generato dagli oscillatori a 2ω interferisce costruttivamente lungo la direzione di propagazione. La potenza di seconda armonica pertanto cresce in modo quadratico con la distanza percorsa.

Se $\Delta k \neq 0$ non si verifica più l'interferenza costruttiva e la potenza di seconda armonica oscilla con la distanza percorsa. Il fattore sinusoidale che modula l'efficienza

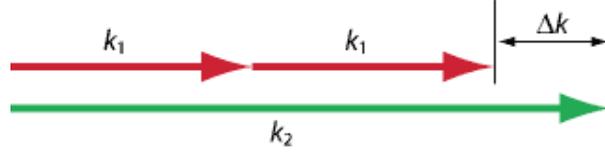


Figura 1.1: Esempio in cui non si verifica il Phasematching. A causa della dispersione cromatica il vettore d'onda della seconda armonica è più del doppio dell'onda fondamentale .

descrive questo risultato. La distanza tra due picchi adiacenti di interferenza spaziale è detta “lunghezza di coerenza”,

$$l_c = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{2\pi}{k^{(2\omega)} - 2k^{(\omega)}} \quad (1.5.13)$$

In generale a causa della dispersione cromatica (dipendenza dell'indice di rifrazione di un mezzo dalla frequenza dell'onda che lo attraversa) la condizione ($\Delta k = 0$), chiamata Phasematching, non si verifica (Figura 1.1). La potenza di seconda armonica massima che si può produrre nei casi in cui $\Delta k \neq 0$ è quella che si produce con una distanza di interazione uguale alla distanza di coerenza, che rappresenta la distanza a cui lo sfasamento diventa uguale a π .

La distanza di coerenza nella maggior parte dei mezzi non lineari è molto piccola. Per esempio, nel Tantalato di Litio la lunghezza di coerenza per la generazione di seconda armonica della luce verde a 532 nm è solo $8\mu m$. Delle lunghezze di interazione così corte non sono adeguate per trasferire efficientemente energia alla seconda armonica, per questo è necessario lavorare in condizione di Phasematching.

1.6 Quasi-Phasematching

Una soluzione al problema del Phasematching fu introdotta da Bloembergen e collaboratori nel 1962 [3]. Il metodo è chiamato Quasi-Phasematching (QPM) e consiste nel resettare lo sfasamento a 0 dopo ogni lunghezza di coerenza. Dopo una lunghezza di coerenza lo sfasamento vale π e se il segno della suscettibilità non lineare viene invertito in questa posizione, si aggiunge uno sfasamento di π alla polarizzazione non lineare, resettando a 0 lo sfasamento. In questo modo la potenza di seconda armonica cresce lungo il cristallo in modo quadratico, ma in maniera minore del caso in cui si verifica il Phasematching. Il cristallo impiegato nello sviluppo del sistema di generazione di seconda armonica preso in esame è stato costruito con questo metodo.

Nella Figura 1.2 è mostrato come opera il QPM. Supponiamo di dividere la lunghezza L del cristallo in segmenti sufficientemente piccoli. Ciascun segmento contribuisce all'ampiezza totale della seconda armonica con un termine di ampiezza oscillante che può essere rappresentato da un fasore. I vettori rossi della figura rappresentano questi

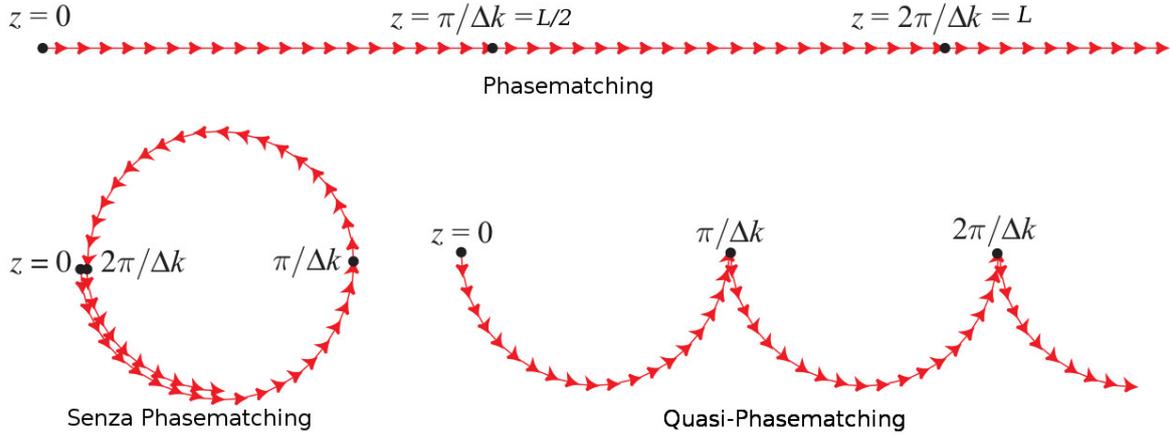


Figura 1.2: Fasori dell'onda emessa da ciascun segmento del cristallo. In caso di Phasematching i fasori sono allineati ed è raggiunta la massima efficienza di conversione. In presenza di $\Delta k \neq 0$ i fasori non sono allineati e l'efficienza è ridotta in maniera significativa. Nel caso del Quasi-Phasematching i fasori non sono allineati, ma vengono invertiti periodicamente in modo da recuperare, in parte, l'efficienza del primo caso.

fasori nel piano complesso. Quando si è in condizione di Phasematching i vari contributi (i fasori) si sommano in maniera costruttiva per generare l'ampiezza totale della seconda armonica ed è raggiunta un'alta efficienza di conversione. D'altra parte, in mancanza di Phasematching la direzione dei trasferimenti di energia cambia periodicamente seguendo il cambiamento della fase delle onde interagenti. Per questo l'energia oscilla tra l'onda fondamentale e la seconda armonica e quindi l'efficienza di conversione rimane bassa. Nel caso del QPM il segno dei contributi viene invertito nel punto in cui questi porterebbero ad una diminuzione dell'ampiezza totale. Questo punto è esattamente dopo che l'onda si è propagata per una lunghezza di coerenza.

Nella Figura 1.3 è mostrato l'andamento della potenza di seconda armonica in funzione della distanza normalizzata alla lunghezza di coerenza. Nel caso di Phasematching l'andamento è quadratico, nel caso di Quasi-Phasematching è la sovrapposizione di una parabola e di un'oscillazione, inoltre la curvatura è minore del caso precedente. Nel caso in cui non si verifica il Phasematching la potenza di seconda armonica oscilla.

In un cristallo uniassiale, il segno della suscettibilità non lineare è fissato rispetto all'asse polare. Per questo è possibile ottenere il Quasi-Phasematching invertendo periodicamente l'asse polare. Rispetto al caso di Phasematching perfetto il QPM porta ad un'efficienza di conversione minore, se il coefficiente non lineare è lo stesso. La non linearità effettiva d è ridotta di un fattore $2/\pi$. Successivamente verrà spiegato come è possibile realizzare in pratica il Quasi-Phasematching.

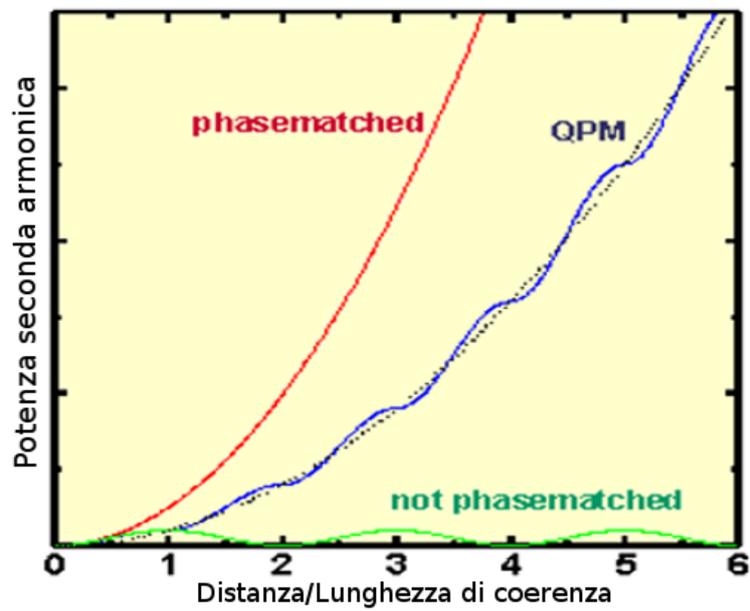


Figura 1.3: Andamento della potenza di seconda armonica in funzione della distanza normalizzata alla lunghezza di coerenza.

1.7 Fasci Gaussiani

Nella trattazione precedente dei fenomeni non lineari si sono sempre considerate onde piane. I fasci prodotti da un laser però non sono onde piane, ma dei fasci Gaussiani. La funzione matematica che descrive un fascio Gaussiano è soluzione dell'equazione parassiale di Helmholtz

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) E(\vec{r}) \approx 0$$

che è una particolare equazione d'onda nella quale si richiede il decadimento esponenziale dell'ampiezza al di fuori di un asse fissato.

L'andamento dell'ampiezza complessa del fascio si può scrivere

$$E(r, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w(z)^2} - ikz - ik \frac{r^2}{2R(z)} + i\zeta(z) \right) \quad (1.7.1)$$

dove

- r è la distanza radiale dall'asse centrale;
- z è la distanza assiale dal punto più stretto del fascio, chiamato waist o fuoco del fascio;
- $w(z)$ è chiamato beam width o larghezza del fascio. Per un fascio Gaussiano che si propaga nel vuoto la larghezza del fascio $w(z)$ avrà un minimo w_0 in un punto lungo l'asse del fascio, che corrisponde al waist.

L'andamento della larghezza del fascio in funzione di z è

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2} \quad (1.7.2)$$

dove l'origine si trova, senza perdita di generalità, nel waist del fascio;

- $z_0 = \frac{\pi}{\lambda} w_0^2$ è chiamata distanza di Rayleigh. Ad una distanza dal waist uguale alla distanza di Rayleigh la larghezza del fascio vale $w(z) = \sqrt{2}w_0$;
- $E_0 = |E(0, 0)|$, è l'ampiezza massima, che si trova nel fuoco;
- $R(z)$ è il raggio di curvatura del fronte d'onda che contiene il fascio. Il suo andamento in funzione della distanza dal waist è

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right) \quad (1.7.3)$$

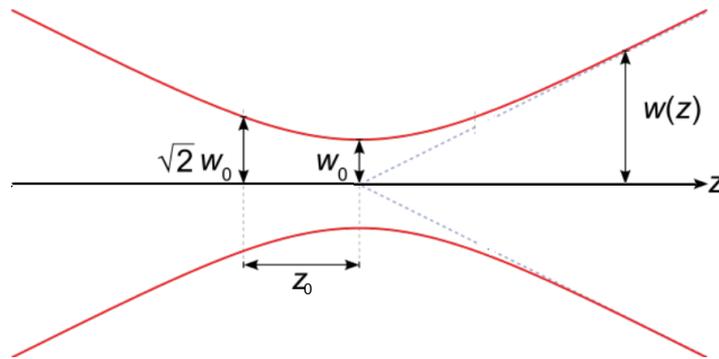


Figura 1.4: Andamento spaziale della larghezza del fascio.

- $\zeta(z)$ è chiamata fase di Gouy e rappresenta il ritardo di fase che un fascio Gaussiano acquisisce, attraversando il fuoco, rispetto ad un'onda piana.

La distribuzione dell'intensità del fascio è

$$I(r, z) = I_0 \frac{w_0^2}{w(z)^2} \exp \left[-\frac{2r^2}{w(z)^2} \right] \quad (1.7.4)$$

dove I_0 l'intensità nel waist del fascio e, da come si può ricavare dell'equazione precedente, è anche il massimo dell'intensità.

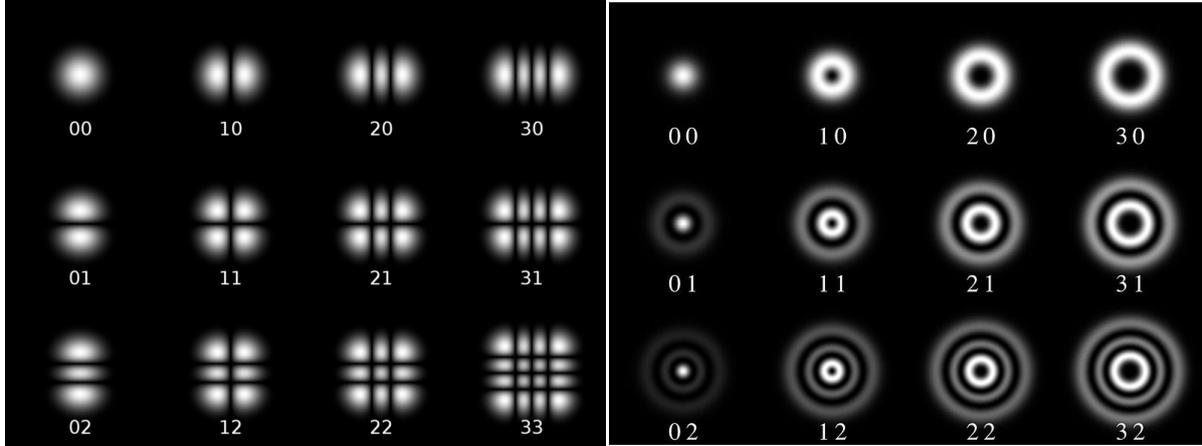
Esistono anche altre soluzioni dell'equazione parassiale di Helmholtz. Risolvendo l'equazione in coordinate cartesiane si ottiene una famiglia di soluzioni chiamata modi di Gauss-Hermite. Invece risolvendo l'equazione in coordinate cilindriche si ottengono i modi di Gauss-Laguerre. Entrambe le famiglie sono una base ortonormale completa delle soluzioni dell'equazione d'onda parassiale e la soluzione all'ordine più basso descrive, in ciascuno dei due casi, un fascio Gaussiano. Il fascio prodotto da un laser ideale è esattamente Gaussiano, mentre quello di un laser reale è descrivibile usando anche le altre soluzioni della base. Nella Figura 1.5 sono mostrati i profili di intensità dei primi dodici modi di entrambe le famiglie di soluzioni.

1.7.1 SHG con fasci Gaussiani

Utilizzando fasci Gaussiani la sezione del cristallo su cui incide il fascio non è più costante, ma varia. Nella Figura 1.6 è mostrato l'andamento di un fascio gaussiano all'interno del cristallo.

La trattazione può essere semplificata considerando i seguenti casi particolari:

- La distanza di Rayleigh è molto maggiore della lunghezza del cristallo. In questo caso si può considerare la sezione del fascio all'interno del cristallo come costante e quindi approssimarlo ad un'onda piana. L'espressione dell'efficienza rimane quella ricavata in precedenza;



(a) *Modi di Gauss-Hermite.*

(b) *Modi di Gauss-Laguerre.*

Figura 1.5: Profili di intensità dei primi dodici modi di entrambe le famiglie delle soluzioni all'equazione di Helmholtz.

- La distanza di Rayleigh è confrontabile con la lunghezza del cristallo. In questo caso la sezione del fascio varia all'interno del cristallo e sulle facce la larghezza del fascio è circa $\sqrt{2}w_0$, valore che assume alla distanza di Rayleigh. Per ricavare la formula dell'efficienza basta integrare la sezione del fascio lungo tutto il cristallo e si trova:

$$\eta = \frac{P^{2\omega}}{P^\omega} = 8 \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{3/2} \frac{\omega^2 d^2 L^2}{n^3} \frac{P^\omega}{\pi w_0^2} \text{sinc}^2(\Delta k L / 2) \quad (1.7.5)$$

L'Equazione 1.7.5 mostra come l'efficienza, in caso di Phasematching, dipenda da L^2 e quindi si utilizzano i cristalli più lunghi possibile, nei limiti costruttivi. Gli altri parametri sperimentali che si cercano di ottimizzare sono quelli relativi al fuoco del fascio. Infatti usando un fascio molto stretto nel fuoco si possono raggiungere intensità alte, ma poiché la distanza di Rayleigh dipende dalla larghezza del fascio nel fuoco, $z_0 = \frac{\lambda}{\pi} w_0^2$, si ha z_0 piccola quindi non si sfrutta a pieno la lunghezza del cristallo. D'altra parte prendendo z_0 più grande si perde l'intensità raggiunta grazie ad un fascio molto focalizzato. Si tratta quindi di trovare il giusto compromesso tra queste due situazioni. Attraverso dei calcoli analitici è possibile trovare la relazione tra L e z_0 per la quale l'efficienza è massima. Questa condizione è chiamata *focalizzazione cofocale* e si verifica quando $L = 5.68z_0$.

Dal punto di vista sperimentale la procedura adottata è diversa. Infatti la posizione del waist di un fascio laser non focalizzato è molto difficile da trovare, però determina la posizione del waist una volta inserita la lente. Quindi la cosa più semplice è scegliere alcune lenti, vedere dove si trova il waist e cercare per quale di essa è massimizzata l'efficienza.

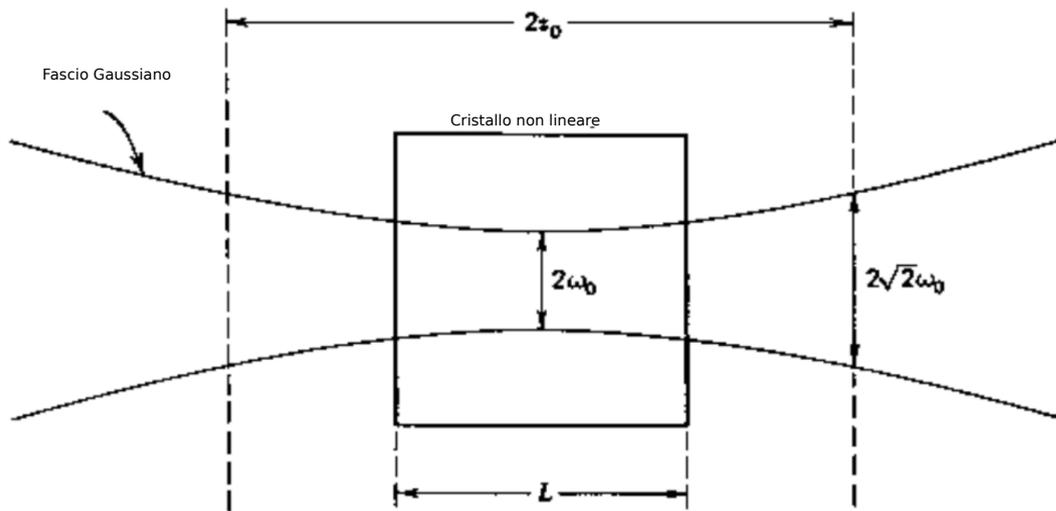


Figura 1.6: Fascio Gaussiano focalizzato all'interno di un cristallo.

Capitolo 2

Apparato sperimentale

2.1 Cristallo periodically poled

Il cristallo non lineare utilizzato per generare seconda armonica con il metodo del Quasi-Phasematching è un cristallo periodically poled di Tantalato di Litio le cui caratteristiche sono riportate nella Tabella 2.1.

Tabella 2.1: Caratteristiche Cristallo.

Produttore	Deltronic
Dimensioni	1x2x20 mm
Periodo del poling	$8\mu m$
Antiriflesso	1064/532 nm
Temperatura operativa per SHG	30°C-40°C

Come è noto, nei materiali ferromagnetici sono presenti dei dipoli magnetici spontanei dovuti all'allineamento prevalente dei domini magnetici. Analogamente nei materiali ferroelettrici è presente una polarizzazione elettrica spontanea dovuta ai dipoli interni permanenti che si allineano nei vari domini del cristallo. Questi dipoli sono causati dalla distribuzione, all'interno del cristallo, di ioni con valenza diversa. Dove questi dipoli sono tutti allineati, ad esempio in cristalli come il Niobato di Litio o il Tantalato di Litio, la polarizzazione è permanente e lungo una sola direzione.

Applicando dei campi elettrici esterni ad un materiale ferroelettrico si possono allineare i dipoli, e quindi la polarizzazione spontanea, alla direzione del campo, se questo è sufficientemente intenso. Questo fenomeno richiede che il campo elettrico esterno sia maggiore del campo "coercitivo", E_c , del materiale. Nella Figura 2.1 è riportato il ciclo di isteresi di un materiale ferroelettrico, cioè l'andamento della polarizzazione del materiale in funzione del campo elettrico esterno. Se il campo elettrico è applicato nella direzione inversa a quella della polarizzazione è possibile ottenerne l'inversione. Il problema

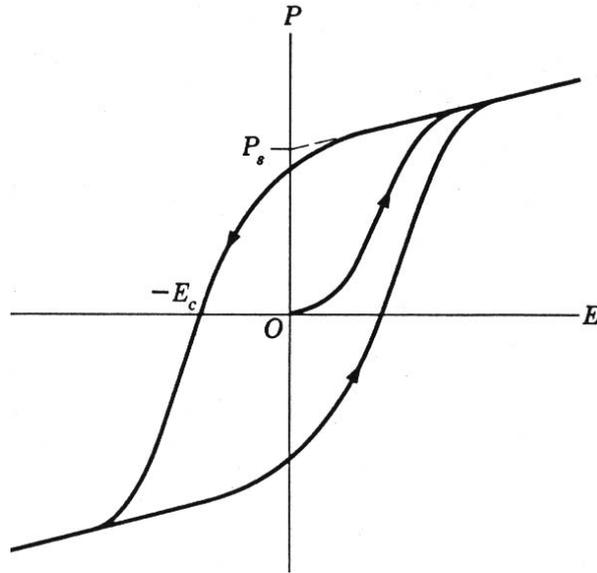


Figura 2.1: Ciclo di isteresi di un materiale ferroelettrico. Il campo elettrico esterno da applicare per invertire il segno della polarizzazione spontanea deve essere almeno quanto il campo coercitivo E_c .

principale che si pone utilizzando questa tecnica si trova negli alti campi elettrici da utilizzare. Infatti i campi coercitivi dei cristalli ferroelectrici sono dell'ordine di grandezza dei kV/mm. Con campi elettrici di questa grandezza bisogna tenere conto del rischio di bruciare il cristallo.

Applicando l'inversione della polarizzazione dopo ogni lunghezza di coerenza è possibile realizzare la condizione di Quasi-Phasematching di cui si è discusso nella parte precedente. I cristalli così ottenuti vengono chiamati periodically poled, cioè polarizzati periodicamente. Naturalmente questi cristalli sono costruiti esclusivamente per la generazione di seconda armonica di una data lunghezza d'onda per la quale soddisfano le condizioni di Quasi-Phasematching. Il cristallo utilizzato in laboratorio è stato ottimizzato per la generazione di seconda armonica di una luce laser infrarossa a 1064 nm. Per evitare riflessioni dei fasci laser, il cristallo è ricoperto da un materiale antiriflesso per le lunghezze d'onda di 1064 nm e di 532 nm. Per approfondimenti sui cristalli periodically poled si rimanda a [4], di cui si è seguita parte della trattazione.

2.1.1 Controllo della temperatura del cristallo

L'efficienza di conversione del cristallo dipende dalla temperatura alla quale si trova. Infatti la temperatura influisce sulla qualità del Quasi-Phasematching. La lunghezza di coerenza varia con la temperatura, ma il QPM è realizzato per una lunghezza di coerenza precisa. Se per esempio, la lunghezza di coerenza diminuisce, l'inversione avverrà troppo

tardi e l'ampiezza totale avrà già cominciato a diminuire. La potenza prodotta di seconda armonica sarà quindi minore. Per questo motivo è necessario stabilizzare la temperatura del cristallo.

Per fare ciò il cristallo è stato inserito in un supporto metallico e ricoperto con un foglio di Indio in modo da aumentarne il contatto termico. Al di sotto del supporto metallico è stata collocata una cella Peltier (ET-031-08-15). Questo dispositivo termoelettrico è fondamentalmente una pompa di calore dall'aspetto di una sottile piastrina; da una faccia assorbe calore e dall'altra lo emette. La direzione del flusso di calore dipende dal verso in cui scorre la corrente nel dispositivo. Per controllare la temperatura del cristallo è stato inserito un termistore da $10k\Omega$ (NTC B57863S) all'interno del supporto metallico. Il termistore NTC è un dispositivo la cui resistenza diminuisce se la temperatura aumenta. Misurando la resistenza è possibile, attraverso una curva di calibrazione, risalire alla temperatura.

Infine il Termistore e la Peltier sono stati collegati ad un Temperature Controller (TED 200C, ThorLabs). Questo strumento controlla la corrente che circola nella Peltier in modo da tenere stabilizzata la temperatura del cristallo ed è stato settato in modo da ottenere la migliore stabilizzazione possibile.

2.2 Strumenti

Per effettuare le misure di potenza emessa sono stati utilizzati i seguenti strumenti:

- Power meter, Ophir Nova ;
- Fotodiodo, ThorLabs Det100 A/M.

Il power meter restituisce direttamente come misura la potenza del fascio. Per il fotodiodo è stata necessaria una calibrazione con il power meter. Infatti l'onda incidente produce nel diodo una corrente che viene misurata come tensione ai capi di una resistenza di carico.

Per calibrare il fotodiodo sono state effettuate alcune misure di potenza dello stesso fascio sia con il fotodiodo che con il power meter, che vengono riportate nella Tabella 2.2. Sulle misure è stato effettuato un fit lineare pesato considerando trascurabili gli errori sulle misure effettuate con il power meter. I parametri ottenuti dal fit, con i relativi errori, sono:

$$a = (10 \pm 3)mV \quad \text{intercetta}$$
$$b = (1.82 \pm 0.06) \frac{mV}{\mu W} \quad \text{pendenza}$$

Il chi quadrato ridotto di questo fit vale 0.5 e questo mostra che le misure sperimentale si adattano bene alla distribuzione attesa. Infatti la probabilità di ottenere un chi quadrato

ridotto maggiore di 0.5 se le misure hanno seguito realmente la distribuzione ipotizzata è del 48%. Questo valore è al di sopra della soglia del 5% per il quale si parla di disaccordo tra la misure e la distribuzione attesa. Questa relazione è stata poi invertita per trasformare le misure di tensione in misure di potenza. I parametri della relazione usata per la calibrazione sono:

$$\alpha = (-5 \pm 2)\mu W \quad \text{intercetta}$$

$$\beta = (0.55 \pm 0.2)\frac{\mu W}{mV} \quad \text{pendenza}$$

Nella Figura 2.2 sono riportati i punti sperimentali e il grafico della retta ottenuta con il fit. Tutte le misure effettuate con il fotodiodo verranno riportate direttamente trasformate in potenza.

Per misurare la distribuzione di intensità del fascio è stata utilizzata una telecamera all'infrarosso ThorLabs. La telecamera, collegata ad un computer, permette di vedere istantaneamente, in scala di grigio, la sezione del fascio. Le immagini sono digitalizzate da un ADC a 10 bit, quindi sono utilizzati 1024 livelli di grigio.

Tabella 2.2: Misure per la calibrazione del fotodiodo

Power Meter (μW)	Fotodiodo (mV)
23.6	54 ± 2
36.2	75 ± 2
82.0	160 ± 3

2.3 Banco ottico

La disposizione dei vari apparati sperimentali sul banco ottico è riportata nella Figura 2.3. Il fascio laser, polarizzato linearmente, è stato portato sul banco ottico attraverso una fibra ottica. Subito dopo la fibra ottica sono stati inseriti una lamina $\lambda/2$ e un cubo polarizzatore. Questi dispositivi sfruttano entrambi la proprietà dei mezzi anisotropi di avere indici di rifrazione diversi in base alla direzione di propagazione dell'onda. La lamina $\lambda/2$ permette di ruotare la polarizzazione nella direzione desiderata, mentre il cubo permette di separare il cammino delle due componenti della polarizzazione. In questo modo è possibile avere il pieno controllo della potenza del fascio incidente sul cristallo. Inoltre il cristallo è stato posizionato in modo che la polarizzazione del fascio incidente sia verticale.

Nella Figura 2.4 sono riportate alcune foto delle varie parti dell'apparato sperimentale.

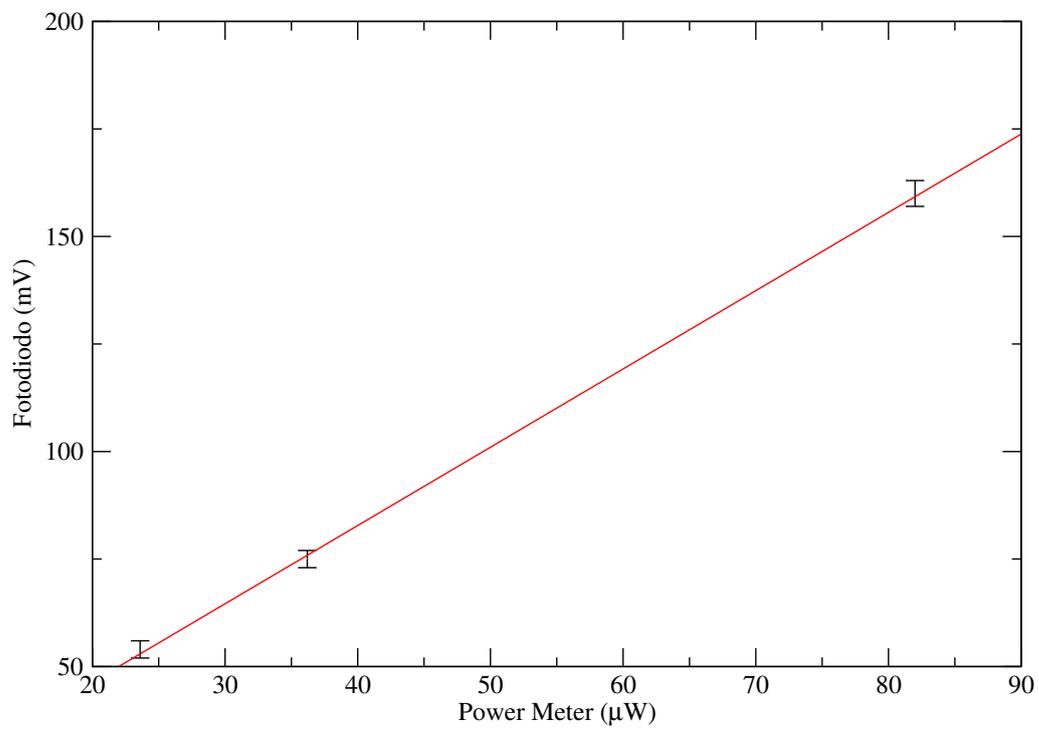


Figura 2.2: Grafico delle misure della calibrazione del fotodiodo e della retta del fit.

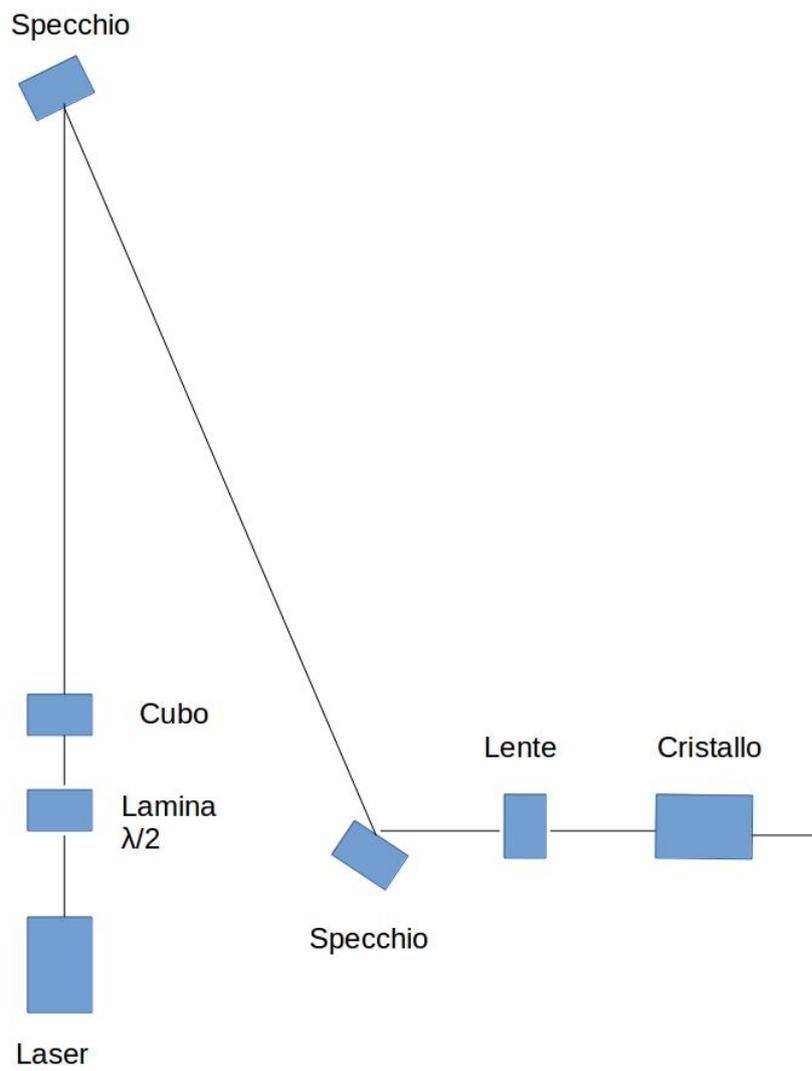
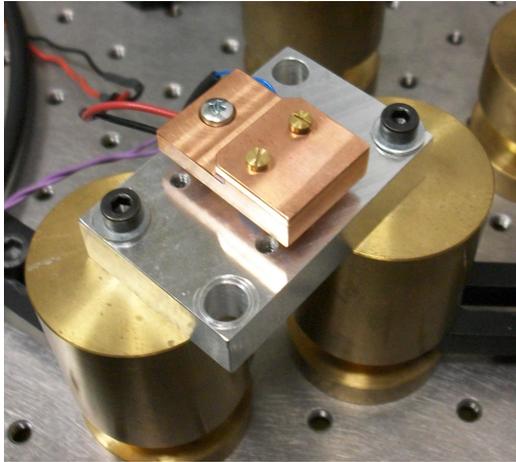


Figura 2.3: Disposizione dei dispositivi sul banco ottico.



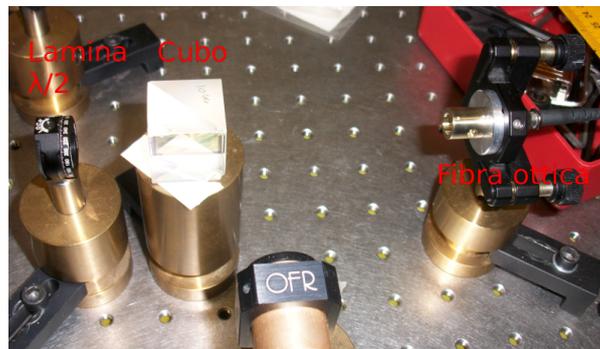
(a) *Cristallo e il suo supporto.*



(b) *Particolare del cristallo.*



(c) *Specchio e lente prima del cristallo.*



(d) *Fibra ottica, cubo e cristallo.*

Figura 2.4: Foto dell'apparato sperimentale.

Capitolo 3

Analisi dati

3.1 Caratterizzazione del Fascio

Il primo passo della fase sperimentale è stato quello di caratterizzare il fascio infrarosso ($\lambda = 1064nm$) in modo da trovare la posizione del suo waist. In questa parte dell'esperimento sul banco ottico non era presente il cristallo. Per caratterizzare il fascio è stata utilizzata la telecamera all'infrarosso ed è stata seguita questa procedura:

- Con la telecamera sono state effettuate delle misure della distribuzione dell'intensità del fascio a distanze diverse dalla lente. La Figura 3.1 mostra un esempio di queste misure ed è possibile vedere l'andamento Gaussiano dell'intensità;
- L'immagine consiste semplicemente di una matrice in due dimensioni dove ad ogni pixel è assegnato un numero che ne indica l'intensità. Per analizzarla è stata effettuata la somma dei valori di intensità di ogni riga e ogni colonna, in modo da ottenere due andamenti Gaussiani, sulle x e sulle y;
- Le due gaussiane ottenute per ogni immagine sono state fittate con il programma Fityk e se ne sono ricavate le deviazioni standard. Come è possibile vedere dall'Equazione 1.7.4, che riportiamo per comodità,

$$I(r, z) = I_0 \frac{w_0^2}{w(z)^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{w(z)^2}\right]$$

la deviazione standard della distribuzione dell'intensità corrisponde a $w(z)/2$;

- A questo punto è possibile ricavare il valore e la posizione del waist del fascio, sia in x e che in y. L'andamento della larghezza del fascio in funzione di z infatti dipende dal waist secondo l'Equazione 1.7.2. Con l'utilizzo del programma Gnuplot è stato

realizzato un fit non lineare sui vari valori di $w(z)$. La forma funzionale utilizzata è

$$\omega(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{(z-a)^2}{z_0^2}} = w_0 \sqrt{1 + \frac{(z-a)^2}{\frac{\pi^2}{\lambda^2} w_0^4}} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \sqrt{\frac{\pi^2 w_0^4}{\lambda^2} + (z-a)^2} \quad (3.1.1)$$

Rispetto all'Equazione 1.7.2 è stato inserito il parametro a che indica la posizione del waist. Nel primo passaggio la distanza di Rayleigh è stata scritta come $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$, in modo da ridurre a due il numero di parametri del fit. Quindi dal fit sono stati ricavati per l'asse x e l'asse y di ciascun fascio:

- la posizione del waist (parametro a);
- il valore della larghezza del fascio nel waist ($w_0 = w(a)$)

Gli errori sui parametri sono stati calcolati dal programma utilizzando la procedura standard nel caso di fit non lineari.

In questa procedura si sono considerate le misure di lunghezze senza errore. Tuttavia queste sono state effettuate con un metro e quindi l'errore su di esse è stimato essere 2 mm. Se l'errore relativo sulle misure di distanza è molto maggiore di quello sulle larghezze del fascio bisogna realizzare il fit mettendo le prime sull'asse y. In seguito si analizzeranno i vari casi e verrà specificato in che situazione ci si trova.

Il fascio è stato caratterizzato in due situazioni differenti:

- inserendo una lente di focale 200mm.
- inserendo una lente di focale 75mm;

I risultati ottenuti in questo paragrafo sono relativi ad un fascio che si propaga nell'aria. Attraversando il cristallo, e quindi cambiando l'indice di rifrazione del mezzo, i parametri del fascio variano. Si può dimostrare che la posizione del waist viene traslata, mentre w_0 rimane invariata. Per questo nei paragrafi successivi si utilizzerà il valore di w_0 in aria anche per il fascio all'interno del cristallo. La distanza di Rayleigh invece all'interno del cristallo si modifica a causa del cambiamento della lunghezza d'onda.

$$z'_0 = \frac{\pi n}{\lambda} w_0^2 = n z_0 \quad (3.1.2)$$

I risultati che vengono riportati sono relativi alla distanza di Rayleigh nel cristallo.

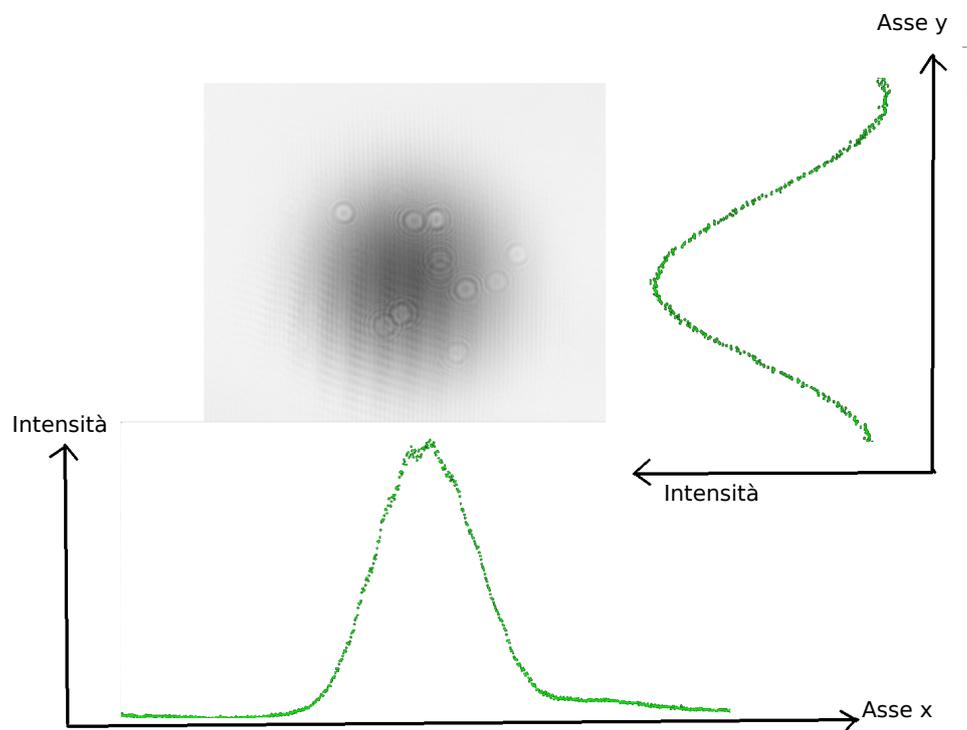


Figura 3.1: Esempio della distribuzione di intensità di un fascio Gaussiano. Ai lati sono riportati gli andamenti sugli assi x e y, ed è possibile riconoscere le tipiche curve Gaussiane.

Tabella 3.1: Larghezza del fascio con lente da 200 mm

Asse	Distanza dalla lente (cm)	w (μm)
Asse x	(5.0 \pm 0.2)	(466.7 \pm 0.9)
	(10.0 \pm 0.2)	(270 \pm 1)
	(15.0 \pm 0.2)	(126.6 \pm 0.7)
	(20.0 \pm 0.2)	(209.0 \pm 0.7)
	(25.0 \pm 0.2)	(363 \pm 1)
	(30.0 \pm 0.2)	(542 \pm 1)
Asse y	(5.0 \pm 0.2)	(477 \pm 2)
	(10.0 \pm 0.2)	(294 \pm 2)
	(15.0 \pm 0.2)	(122 \pm 2)
	(20.0 \pm 0.2)	(200 \pm 1)
	(25.0 \pm 0.2)	(388 \pm 3)
	(30.0 \pm 0.2)	(537 \pm 3)

3.1.1 Fascio con lente 200mm

Per il fascio con la lente di focale 200 mm sono state effettuate sei misure a distanze diverse dalla lente. Nella Tabella 3.1 sono riportate le varie larghezze del fascio calcolate con il fit sulle Gaussiane.

Su queste misure è stato eseguito il fit per trovare la posizione del waist e il valore di w_0 . Gli errori relativi sulle distanze sono maggiori di quelli sulle larghezze del fascio quindi bisognerebbe realizzare il fit considerando le prime come variabile dipendente. Purtroppo in questo modo si ottiene una funzione non più iniettiva e realizzarne un fit è un problema risolvibile ma troppo complesso per questa trattazione. Per questo gli errori sulle distanze sono stati considerati trascurabili rispetto a quelli sulle misure della larghezza del fascio. Il fit è stato quindi realizzato considerando la distanza come variabile indipendente. Purtroppo il chi quadrato ridotto del fit è dell'ordine di diverse centinaia e questo è in parte dovuto al fatto di non avere una variabile con errori trascurabili.

Nella Figura 3.2 sono riportati i due grafici dei fit e nella Tabella 3.2 i risultati.

Tabella 3.2: Waist e larghezza del fascio nel Waist, lente da 200mm.

Asse	Distanza del Waist (cm)	w_0 (μm)
Asse x	(16.3 \pm 0.3)	(85 \pm 3)
Asse y	(16.4 \pm 0.3)	(82 \pm 3)

Infine è stata calcolata la distanza di Rayleigh nel cristallo z'_0 che risulta essere

$$z'_0 = (46 \pm 3)mm \quad (3.1.3)$$

3.1.2 Fascio con lente 75mm

Per il fascio con la lente di focale 75 mm sono state effettuate sei misure a distanze diverse dalla lente. Nella Tabella 3.3 sono riportati le varie larghezze del fascio calcolate con il fit sulle Gaussiane.

Tabella 3.3: Larghezza del fascio con lente da 75 mm.

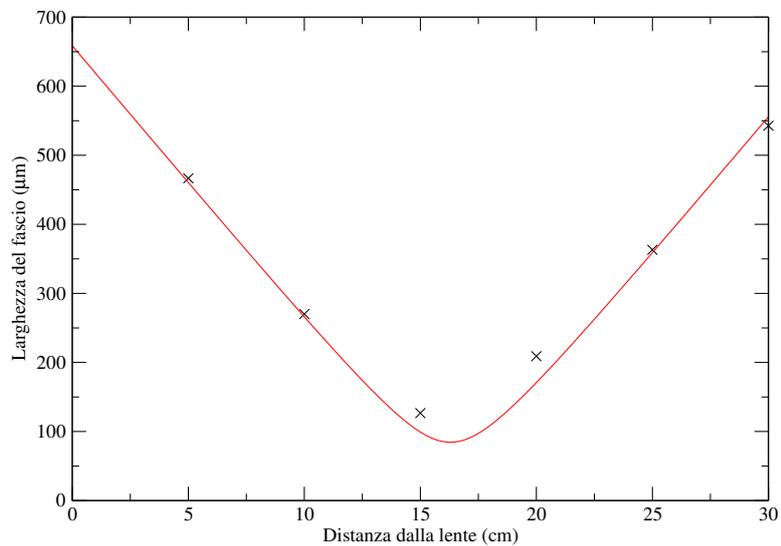
Asse	Distanza dalla lente (<i>cm</i>)	w (μm)
Asse x	(5.0 ± 0.2)	(103.4 ± 0.6)
	(10.0 ± 0.2)	(505.0 ± 0.7)
	(15.0 ± 0.2)	(1040 ± 2)
	(20.0 ± 0.2)	(1554 ± 7)
	(25.0 ± 0.2)	(2130 ± 10)
	(30.0 ± 0.2)	(2456 ± 14)
Asse y	(5.0 ± 0.2)	(107 ± 2)
	(10.0 ± 0.2)	(507 ± 2)
	(15.0 ± 0.2)	(984 ± 4)
	(20.0 ± 0.2)	(1646 ± 4)
	(25.0 ± 0.2)	(1950 ± 10)
	(30.0 ± 0.2)	(3050 ± 40)

Purtroppo in questo caso non è possibile utilizzare la procedura spiegata in precedenza perché le misure si trovano tutte sulla parte crescente della funzione e quindi non si riesce a trovare la posizione del fuoco. Sfruttando l'andamento della funzione che descrive la larghezza del fascio lontano dal fuoco è possibile fare un altro ragionamento. Infatti supponendo di essere abbastanza lontani dal fuoco ($z \gg z_0$) nell'Equazione 1.7.2 si può trascurare l'1:

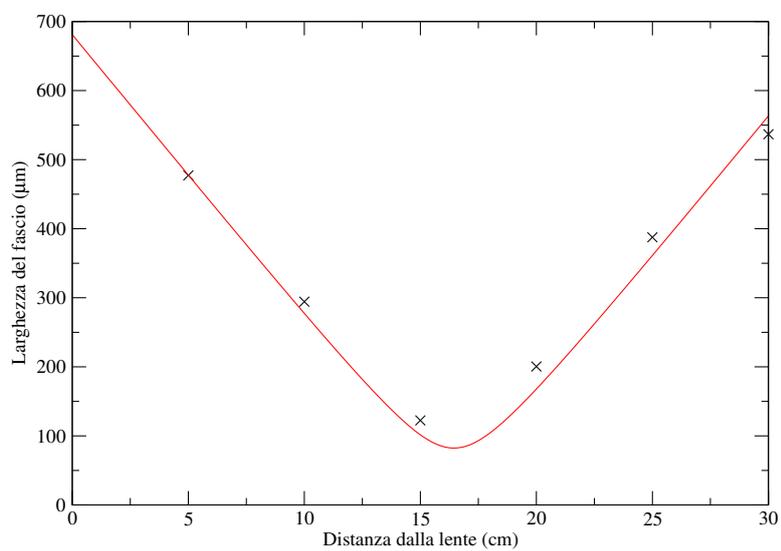
$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \approx w_0 \frac{z}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi w_0} z \quad (3.1.4)$$

che quindi è una retta con pendenza $\frac{\lambda}{\pi w_0}$. In questo modo l'intersezione della retta del fit con l'asse x coincide con la posizione del fuoco. Dalla pendenza della retta si può invece ricavare la larghezza del fascio nel fuoco.

In questo caso gli errori relativi sulle distanze sono maggiori di quelli sulla larghezza del fascio quindi il fit è stato realizzato invertendo gli assi e considerando senza errori



(a) *Asse x.*



(b) *Asse y.*

Figura 3.2: Fit delle larghezze del fascio, lente da 200 mm.

le misure delle $w(z)$. Nella Figura 3.3 sono riportati i due grafici dei fit e nella Tabella 3.4 la distanza del waist e larghezza del fascio nel waist. I risultati sono stati ottenuti invertendo la relazione lineare ottenuta con il fit e propagando gli errori.

Tabella 3.4: waist e larghezza del fascio nel waist, lente da 75 mm.

Asse	Distanza del waist (cm)	w_0 (μm)
Asse x	(4.3 ± 0.5)	(34 ± 1)
Asse y	(5.7 ± 1.3)	(29 ± 2)

Infine è stata calcolata la distanza di Rayleigh nel cristallo z'_0 che risulta essere

$$z'_0 = (7.0 \pm 0.9)\text{mm} \quad (3.1.5)$$

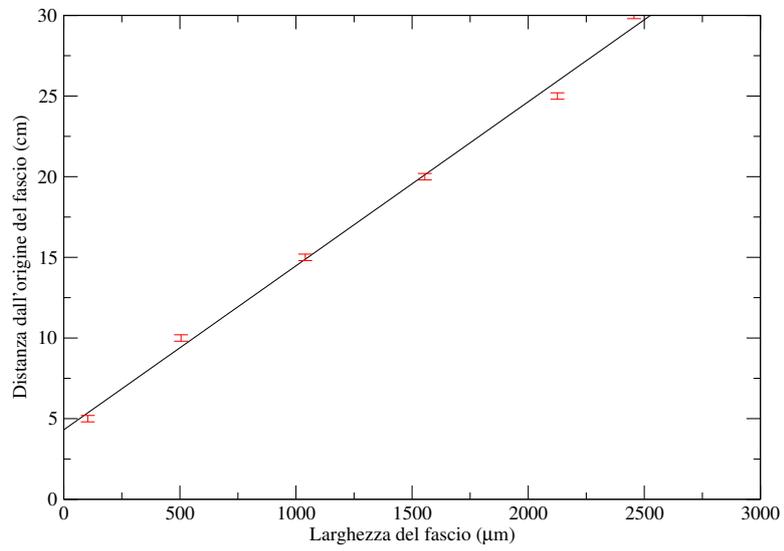
Confrontando questo risultato con quello della sezione precedente è possibile affermare che tra le due configurazioni quella più vicina alla condizione di *focalizzazione cofocale* è quella con la lente da 200 mm.

3.2 Misure di potenza a 532 nm

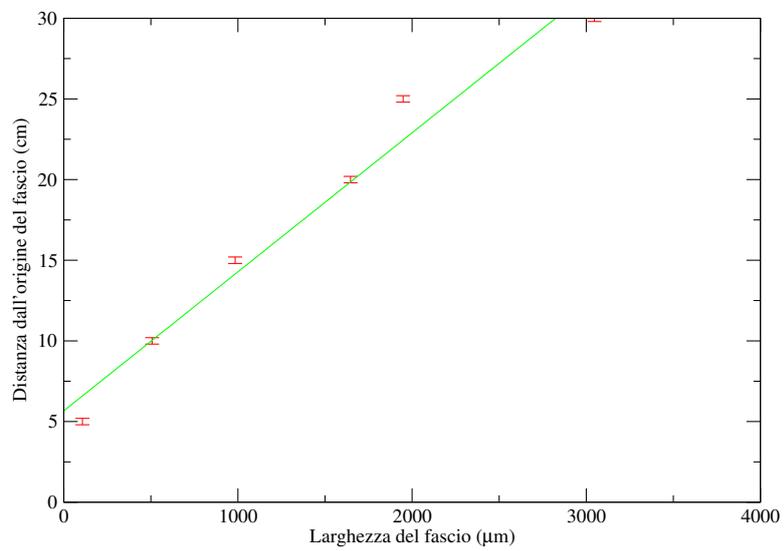
Trovata la posizione del waist del fascio, il cristallo è stato posizionato in modo che essa si trovi al suo interno in modo da massimizzare l'efficienza di produzione di seconda armonica. Come detto in precedenza, il Phasematching dipende dalla temperatura del cristallo quindi è stata cercata la temperatura ottimale. Variando la temperatura a cui il *temperature controller* stabilizza il cristallo si è misurata la potenza del fascio entrante a 1064 nm e del fascio uscente a 532 nm.

Dal cristallo escono sia il fascio a 532 nm che quello a 1064 nm. Per poter misurare la potenza di quello a 532 nm è stato necessario separare fisicamente i due fasci che altrimenti sarebbero sovrapposti. Questo è stato realizzato facendo incidere il fascio su numerosi specchi che riflettono la luce a 532 nm e trasmettono quella a 1064 nm. Naturalmente questi specchi non sono perfetti e quindi anche un po' di luce infrarossa viene trasmessa. Per questo sono state necessarie più riflessioni per minimizzare la quantità di luce infrarossa presente nel fascio verde. Infine, la potenza di questa parte a 1064 nm è stata misurata bloccando il fascio verde con un filtro apposito per la sua lunghezza d'onda. In questo modo, una volta misurata la potenza del fascio verde è stato possibile sottrarre il rumore di fondo dovuto all'infrarosso.

La polarizzazione del fascio non è fissa perfettamente nel tempo, ma a causa della fibra ottica non perfettamente allineata oscilla. Questo ha portato, per la presenza del cubo polarizzatore, ad una oscillazione della potenza. Perciò si è preferito misurare contemporaneamente entrambe le potenze ed è stato necessario utilizzare sia il fotodiodo



(a) *Asse x.*



(b) *Asse y.*

Figura 3.3: Fit delle larghezze del fascio, lente da 75 mm.

che il power meter. Con il fotodiodo è stata misurata la potenza del fascio verde e quella del rumore di fondo dell'infrarosso. Con il power meter è stata misurata la potenza del fascio incidente infrarosso.

Per misurare continuamente la potenza del fascio incidente è stato necessario adottare il seguente metodo:

- si è supposto che la potenza del fascio infrarosso entrante e di quello uscente fosse la stessa (approssimazione di non svuotamento del fascio);
- è stata misurata la potenza del fascio infrarosso trasmesso dal primo specchio;
- conoscendo il coefficiente di trasmissione dello specchio è stato possibile risalire alla potenza infrarossa uscente dal fascio, che per ipotesi è la stessa di quella entrante.

Con le misure di potenza ottenute è possibile realizzare un fit per calcolare la temperatura ottimale di utilizzo e il parametro d del cristallo. In entrambe le configurazioni è verificata la condizione per la quale può essere applicata l'Equazione 1.7.5 che può essere riscritta come

$$\frac{(P^{2\omega})}{(P^\omega)^2} = 8 \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{3/2} \frac{\omega^2 d^2 L^2}{n^3} \frac{1}{\pi w_0^2} \text{sinc}^2(\Delta K L/2) \quad (3.2.1)$$

in modo da poter calcolare i coefficienti con un fit del tipo:

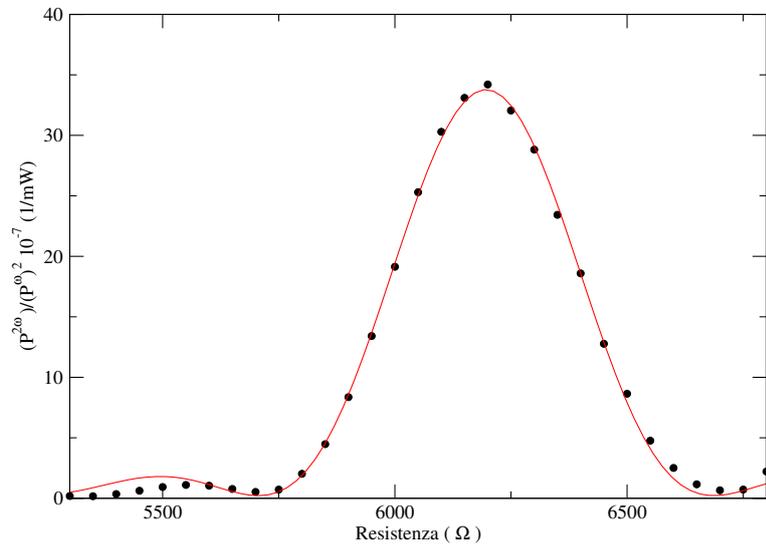
$$y = A \text{sinc}^2 \left(\frac{x - x_0}{B} \right) + C \quad (3.2.2)$$

Questo è possibile solo se si assume che sia ΔkL che la resistenza del termistore varino linearmente con la temperatura. Queste due assunzioni sono buone approssimazioni nel caso di piccole variazioni.

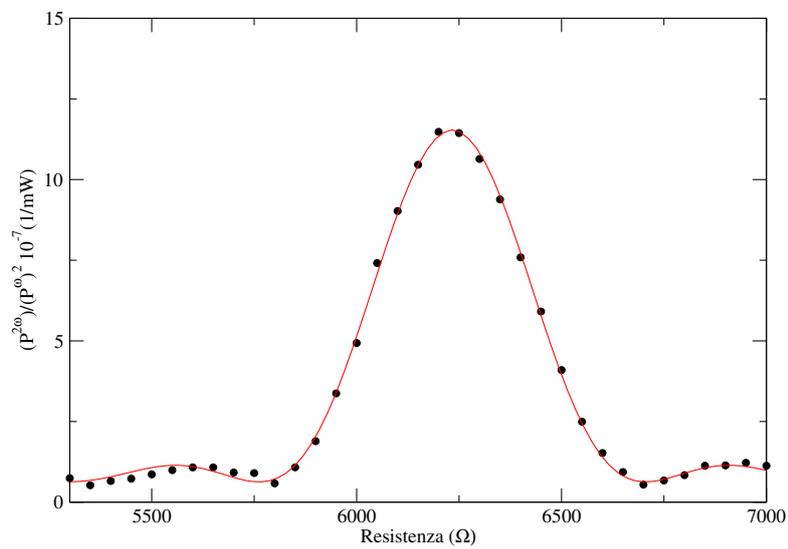
Nella Tabella 3.5 sono riportati i risultati del fit della funzione 3.2.2, per entrambe le lenti, mentre la funzione è stata graficata nella Figura 3.4. Nella figura del fit, l'asse y è stato riscalato di un fattore 10^7 per ridurre l'errore nei calcoli numerici.

Tabella 3.5: Parametri ottenuti dal fit.

Lente 75 mm	A	$(3.36 \pm 0.03)10^{-6} \frac{1}{mW}$
	x_0	$(6196 \pm 2)\Omega$
	B	$(156 \pm 2)\Omega$
Lente 200 mm	A	$(1.089 \pm 0.007)10^{-6} \frac{1}{mW}$
	x_0	$(6233 \pm 1)\Omega$
	B	$(150 \pm 1)\Omega$



(a) *Lente 75 mm.*



(b) *Lente da 200 mm.*

Figura 3.4: Fit della funzione 3.2.2 e punti sperimentali. L'asse y è stato riscalo di un fattore 10^{-7} .

3.2.1 Temperatura ottimale

La temperatura ottimale si ricava dal parametro x_0 . B invece è la deviazione standard della funzione ed è legata alla alla semi-larghezza del picco principale che si può interpretare come la larghezza dell'oscillazione della temperatura a cui il cristallo può essere sottoposto senza uscire dal picco di produzione di seconda armonica. I parametri x_0 e B hanno le dimensioni di una resistenza per cui è stato necessario convertirli in temperatura. Il termistore utilizzato è del tipo NTC (Negative Temperature Coefficient), nel quale la resistenza decresce con l'aumentare della temperatura. La relazione tra la temperatura e la resistenza è la seguente:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \ln \frac{R}{R_0} \quad (3.2.3)$$

dove, per il termistore utilizzato,

$$T_0 = 298.15K$$

$$B = 3988K$$

$$R_0 = 10k\Omega$$

La temperatura ottimale di utilizzo e la semi-larghezza del picco principale sono riportate nella Tabella 3.6.

Tabella 3.6: Temperatura ottimale \pm semi-larghezza del picco principale.

Lente 75 mm	$(36.1 \pm 0.6)^\circ\text{C}$
Lente 200 mm	$(35.9 \pm 0.6)^\circ\text{C}$

3.2.2 Coefficienti non lineari

Per ricavare il valore di d , coefficiente non lineare del secondo ordine, utilizziamo l'Equazione 1.7.5 e il risultato del fit dell'Equazione 3.2.2. Uguagliando le due equazioni otteniamo la seguente espressione per d :

$$d^2 = \frac{A}{8} \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{(3/2)} \frac{n^3 \pi w_0^2}{\omega^2 L^2} \quad (3.2.4)$$

dove A è il parametro calcolato con il fit mentre l'indice di rifrazione vale $n = 2.2$. Il produttore del cristallo fornisce due valori differenti per d , in base direzione della polarizzazione del fascio incidente:

$$d_{13} = 0.85pm/V$$

$$d_{33} = -13.8pm/V$$

Nella trattazione teorica precedente d rappresentava la media pesata nella direzione della polarizzazione di tutti i coefficienti non lineari. In questo caso il fascio è polarizzato in modo da incidere sul cristallo lungo la direzione per la quale il coefficiente d è più grande, cioè d_{33} . Nei calcoli successivi si farà sempre riferimento a questo coefficiente.

I coefficienti forniti dal produttore non sono dimensionalmente uguali a quelli che si ricavano dall'Equazione 3.2.4, infatti essi dipendono da come viene definita la polarizzazione. Con la scelta effettuata nell'Equazione 1.2.3 per poter effettuare il confronto bisogna dividere per ε_0 il coefficiente calcolato con il fit.

Come detto in precedenza, utilizzando la tecnica del Quasi-Phasematching l'efficienza è minore di quando si verifica il Phasematching. Infatti il coefficiente d viene ridotto di un fattore $2/\pi$; per questo nell'Equazione 1.6 è necessario usare d_{eff} , definito come:

$$d_{eff} = \frac{2}{\pi}d \quad (3.2.5)$$

In conclusione il coefficiente dato dal produttore si ricava da:

$$d = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{A}{8} \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{(3/2)} \frac{n^3 \pi w_0^2}{\omega^2 L^2} \right)^{1/2} \quad (3.2.6)$$

Usando questa formula il coefficiente non lineare risulta essere:

$$\begin{aligned} 3 \text{ pm/V} & \text{ lente da 75 mm} \\ 8 \text{ pm/V} & \text{ lente da 200 mm} \end{aligned}$$

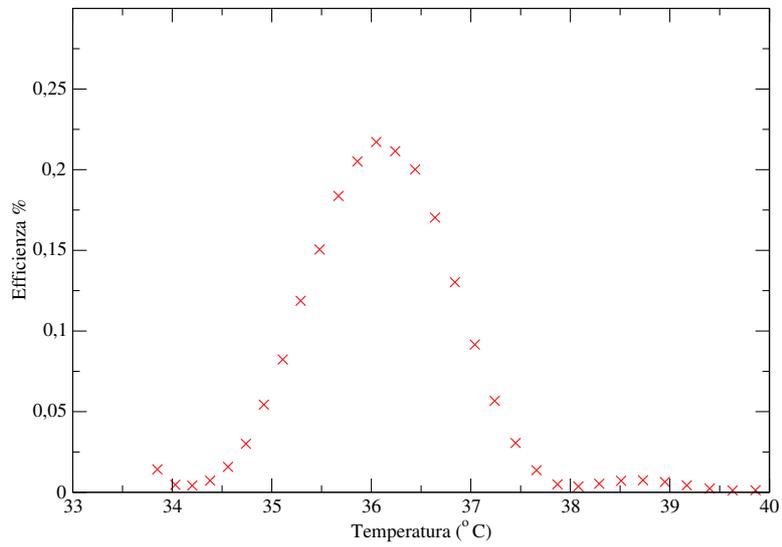
Il valore del coefficiente non lineare calcolato risulta essere inferiore a quello fornito dal produttore del cristallo. In questa trattazione però non sono stati considerati alcuni fattori che avrebbero potuto rendere il risultato più preciso. Gli specchi usati per separare il fascio infrarosso da quello verde hanno un coefficiente di trasmissione circa del 90%. Poiché sono stati utilizzati cinque specchi per realizzare la separazione si può dire che circa il 40% della potenza di verde è andata persa. Per questi motivi i risultati ottenuti possono essere considerati solo in maniera qualitativa.

A questi risultati non viene associato nessuno errore perché nella trattazione i fattori elencati in precedenza non sono stati considerati con precisione. Per avere una stima dell'errore su queste misure si può considerare una banda di errore del 100%.

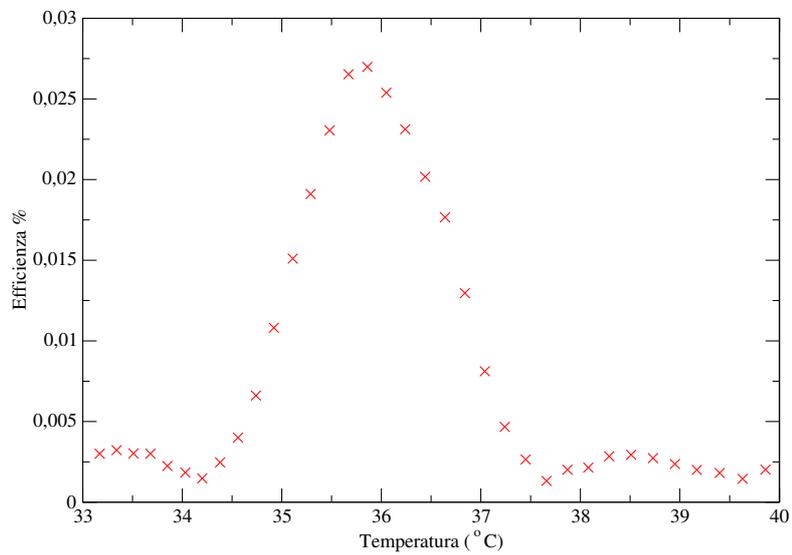
3.2.3 Efficienza

L'efficienza è stata calcolata come il rapporto:

$$\eta = \frac{P^{2\omega}}{P\omega} \quad (3.2.7)$$

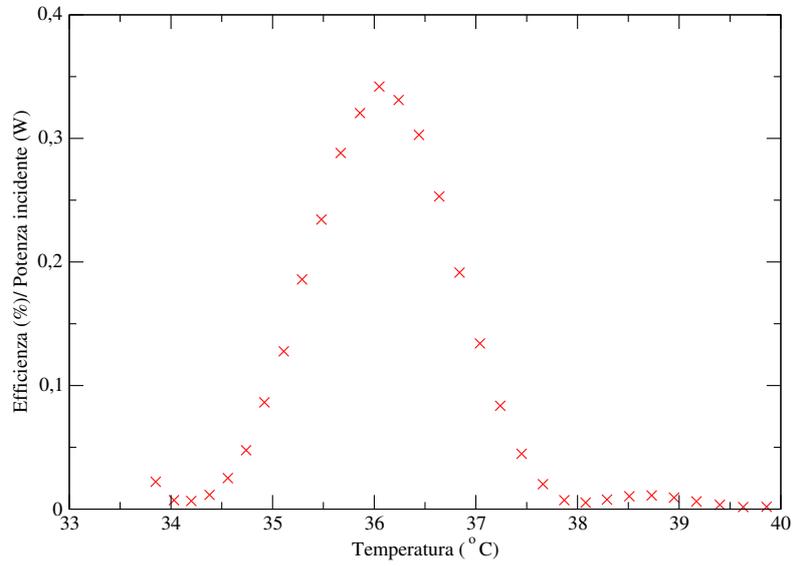


(a) *Lente 75 mm.*

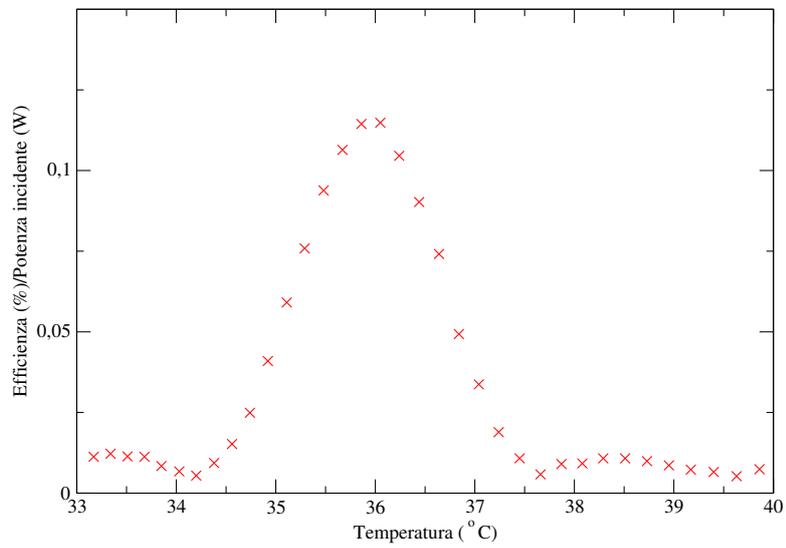


(b) *Lente da 200 mm.*

Figura 3.5: Andamento dell'efficienza in funzione della temperatura.



(a) *Lente 75 mm.*



(b) *Lente da 200 mm.*

Figura 3.6: Andamento dell'efficienza per Watt di potenza incidente in funzione della temperatura.

dove sia P^ω che $P^{2\omega}$ sono stati ottenuti dalle misure precedenti. L'andamento dell'efficienza in funzione della temperatura è riportato nella Figura 3.5, dove la temperatura è stata calcolata trasformando la resistenza del termistore utilizzando l'Equazione 3.2.3.

Confrontando i risultati per le due lenti non è possibile determinare la configurazione con efficienza maggiore. Infatti le misure con le due diverse lenti sono state effettuate a potenze diverse e l'efficienza dipende dalla potenza dell'onda incidente infrarossa, come mostrato nell'Equazione 1.7.5.

Dividendo l'efficienza per la potenza incidente si ottiene l'efficienza per unità di potenza incidente che può essere utilizzata per il confronto delle due configurazioni. Nella Figura 3.6 è mostrato l'andamento dell'efficienza per Watt di potenza incidente. Come si può vedere il caso della lente da 75 mm è quello in cui la produzione è massimizzata, infatti a 36.1 °C per ogni Watt di potenza incidente si guadagna 0.34% di efficienza.

Utilizzando il coefficiente non lineari fornito dal produttore e la larghezza del fascio nel waist misurata sperimentalmente si può calcolare l'efficienza teorica per Watt incidente. I risultati vengono riportati nella Tabella 3.7.

Tabella 3.7: Efficienza teorica per Watt incidente.

Lente	Coefficiente utilizzato	$\eta(\%)$ (1/W)
Lente f75 mm	d_{33}	9
Lente f200 mm	d_{33}	1.4

L'efficienza trovata sperimentalmente (0.34%/W) è abbastanza inferiore a quella raggiungibile teoricamente (9%/W). Questa efficienza teorica non è raggiungibile perché in quelle condizioni si esce dall'approssimazione di non svuotamento del fascio entrante e la trattazione teorica da seguire cambia.

Anche in questo caso valgono le considerazioni del paragrafo precedente sulla perdita della potenza a 532 nm. Le misure sono state presentate senza errori per le stesse motivazioni del paragrafo precedente e si può considerare una banda di errore del 100%.

Capitolo 4

Conclusioni

Il fascio infrarosso è stato caratterizzato in due configurazioni diverse. Nella prima viene focalizzato con una lente di focale 200 mm, mentre nella seconda con una lente di focale 75 mm. In entrambi i casi si è cercata la posizione del fuoco e larghezza del fascio nel fuoco. Ricavate queste informazioni il cristallo è stato sistemato nel fuoco del fascio per massimizzare la produzione di seconda armonica.

In seguito è stato analizzato l'andamento della potenza di seconda armonica generata in funzione della temperatura. Il primo risultato ottenuto riguarda la temperatura alla quale stabilizzare il cristallo e che oscillazioni di temperatura può sopportare rimanendo nella zona di efficienza massima. La temperatura ottimale è 36°C e le massime oscillazioni a cui può essere sottoposto hanno ampiezza 0.6°C.

Il secondo dato trovato è il coefficiente non lineare del secondo ordine del cristallo. Per la lente da 75 mm è stato misurato un coefficiente di 3 pm/V, mentre con quella da 200 mm il risultato ottenuto è 8 pm/V. Entrambi i risultati sono confrontabili con quello dichiarato dal produttore che è 13.8 pm/V, anche se inferiori. Il coefficiente d_{33} del Tantalato di Litio è stato misurato sperimentalmente nel 2008 [6] ed è stato trovato un valore di 8.3 pm/V. In un'altra misura del 2002 [7] invece è stato trovato un valore di 14.9 pm/V.

L'ultimo risultato riguarda l'efficienza di duplicazione. Per entrambe le configurazioni si è calcolato il valore dell'efficienza per Watt di potenza incidente nel picco, in modo da poter trovare quella più efficiente. Tra le due configurazioni studiate quella con un'efficienza maggiore è quella con la lente da 75 mm, nella quale ad una temperatura di 36.1 °C l'efficienza aumenta del 0.34% per ogni Watt di potenza incidente.

Nel realizzare questo esperimento si potevano migliorare alcune cose. Infatti stabilizzando la polarizzazione del fascio entrante non sarebbe stato necessario misurare contemporaneamente le potenze e quindi si sarebbe potuto usare il power meter per entrambe. In questo modo si sarebbe evitato l'uso del fotodiodo e la sua calibrazione. Nell'eventualità questo non fosse possibile, come nel caso trattato, la calibrazione del fotodiodo andrebbe eseguita misurando molti più punti. Infine utilizzando un filtro per

la luce infrarossa invece che uno per la luce verde si sarebbero potuti separare i due fasci senza utilizzare cinque specchi.

Bibliografia

- [1] Yariv, Amnon (1989), *Quantum Electronics*, Wiley.
- [2] Yariv, Amnon (1997), *Optical Electronics for Modern Communications*, Oxford University Press.
- [3] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan (1962) *Interactions between light waves in a nonlinear dielectric*, Phys. Rev. 127(6), 1918–1939.
- [4] Johnston, Benjamin F. (2008), *Fabrication and characterisation of poled ferroelectric optical crystals*, Macquarie University Sydney.
- [5] Rostislav, Vatchev Roussev (2006), *Optical-Frequency Mixers In Periodically Poled Lithium Niobate: Materials, Modeling And Characterization*, Stanford University.
- [6] Allen J. Tracy, Camilo Lopez, Allen Hankla, Douglas J. Bamford, David J. Cook, Scott J. Sharpe (2008), *Generation of high-average-power visible light in periodically poled nearly stoichiometric lithium tantalate*, Applied Optics Vol. 48 No. 5 10 February 2009, 964-968.
- [7] K. Kitamura, Y. Furukawa, S. Takehawa, S. Kimura (2002), *Single crystal of lithium niobate or tantalate and its optical element, and process and apparatus for producing an oxide single crystal*, U.S. patent 6,464,777 (15 October 2002).