

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Corso di Laurea in Fisica

**Algoritmi di ricostruzione di immagini per
sistemi a microonde dedicati all'imaging della
mammella**

Relatore:
Prof. Nico Lanconelli

Presentata da:
Lorenzo Galli

Sessione II
Anno Accademico 2013/2014

Sommario

Lo scopo di questa tesi è quello di presentare alcuni degli algoritmi di ricostruzione utilizzati nei sistemi a microonde per l'imaging della mammella.

Sebbene, la mammografia a raggi X sia la tecnica che a oggi presenta le migliori caratteristiche per la rilevazione di lesioni tumorali ai tessuti del seno, la compressione necessaria nel processo di imaging e la probabilità non trascurabile di falsi negativi hanno portato alla ricerca e allo sviluppo di metodi alternativi di imaging alla mammella. Tra questi, l'imaging attraverso microonde sfrutta la differenza delle proprietà dielettriche tra tessuto sano e tumorale.

Nel seguente elaborato verrà descritto come è ottenuta l'immagine dell'interno della mammella attraverso gli algoritmi di ricostruzione utilizzati da vari prototipi di sistemi di imaging. Successivamente verranno riportati degli esempi che mostrano i risultati ottenuti attraverso simulazioni o, quando possibile, in ambiente clinico.

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Screening del tumore al seno	3
1.2	Metodi alternativi	3
1.3	Principi fisici dell'imaging a microonde	5
1.4	Proprietà dielettriche di tessuti sani e malati della mammella	5
1.5	Sistemi di imaging a microonde	7
2	Algoritmi di ricostruzione di immagine	10
2.1	Algoritmi di imaging	10
2.2	Algoritmi di ricostruzione	12
2.3	Algoritmi di ricostruzione non lineari	13
2.3.1	Algoritmo Gauss-Newton CGLS	13
2.3.2	Distorted Born Iterative Method	18
2.3.3	Algoritmo di ricostruzione che sfrutta l'approssimazione Rytov	20
2.3.4	Algoritmo Forward-Backward Time-Stepping (FBTS)	21
2.3.5	L'algoritmo genetico	22
2.4	Algoritmi di ricostruzione lineari	25
2.4.1	Algoritmo Delay-and-Sum	25
2.4.2	Algoritmo Delay-Multiply-and-Sum	26
2.4.3	Tecnica di imaging a microonde attraverso l'uso di "beamforming" spazio- temporale	28
2.4.4	Imaging attraverso l'operatore di inversione temporale (DORT) e l'inversione temporale MUSIC	30
3	Immagini ricostruite	34
3.1	Algoritmi di ricostruzione non lineari	34
3.1.1	Algoritmo Newton-Gauss CGLS	34
3.1.2	Distorted Born Iterative Method	39
3.1.3	Algoritmo di ricostruzione che sfrutta l'approssimazione Rytov	42
3.1.4	Algoritmo Forward Backward Time Stepping	42
3.1.5	Algoritmo genetico	46

3.2	Algoritmi di ricostruzione lineari	49
3.2.1	Algoritmo Delay-and-Sum	49
3.2.2	Algoritmo Delay-Multiply-and-Sum	51
3.2.3	Tecnica di Imaging a microonde attraverso l'uso di "beamforming" spazio-temporale	53
3.2.4	Imaging attraverso l'operatore di inversione temporale (DORT) e l'inversione temporale MUSIC.	57
4	Conclusioni	59
	Bibliografia	62

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Screening del tumore al seno

Il tumore al seno è una delle maggiori cause di morte tra le donne in molte parti del mondo. Nel 2006, ad approssimativamente 212,920 donne è stato diagnosticato cancro invasivo al seno (American Cancer Society, Learn About Breast Cancer). Di queste, 40,970 morirono tra quell'anno e quello successivo. La diagnosi precoce e un intervento medico tempestivo possono migliorare la sopravvivenza a lungo termine e la qualità della vita delle vittime di questa malattia.

Il metodo principale per lo screening è la mammografia a raggi X, anche se presenta alcune limitazioni. Prima di tutto, il tasso di fallimento di questa nella rilevazione di cancri al seno, falsi negativi, è relativamente alto, ovvero, da 4/100 a 34/100 (Huynh et al.1998). In più la mammografia può comportare dolore alla paziente a causa della compressione della mammella.

1.2 Metodi alternativi

Secondo un report del U.S. Institute of Medicine del 2001 (Crossing the quality chasm), il sistema ideale di screening dovrebbe avere le seguenti caratteristiche: dovrebbe essere non invasivo, dovrebbe provvedere il minor disagio possibile e il rischio minimo per la salute; in più, dovrebbe essere in grado di rilevare tumori maligni il prima possibile, pur mantenendosi a un costo non eccessivo, facile da utilizzare e dando risultati affidabili. La mammografia a raggi X offre la migliore combinazione di queste caratteristiche, anche se presenta alcune limitazioni. Queste sono il motivo per cui si sono iniziate a sviluppare tecniche di imaging alternative. Tra queste troviamo l'imaging a ultrasuoni; questa metodologia sfrutta onde sonore ad alta frequenza che riflettono contro vari tessuti a varia intensità. Nella mammella, essa è in grado di differenziare tra pelle, grasso, tessuto ghiandolare e muscolare.

Tuttavia, una limitazione degli ultrasuoni è che il tessuto malato e quello grasso hanno simili proprietà acustiche, il che rende impossibile la rilevazione di certe lesioni. In più, è importante far notare che la maggioranza dei dispositivi a ultrasuoni richiedono interventi manuali, il che rende l'immagine dipendente dall'operatore. Quindi, questi rimangono strumenti efficaci per distinguere tra cisti e tumori solidi nella guida di procedure di biopsia, ma non possono essere considerati nella rilevazione del cancro alla mammella.

Le immagini a risonanza magnetica (MRI) si basano sull'interazione tra impulsi a radiofrequenza e forti campi magnetici con atomi che hanno determinate proprietà magnetiche. In questa metodologia di imaging viene utilizzato un magnete molto forte per allineare i protoni di idrogeno (oppure fosforo o iodio), quindi un impulso a radiofrequenza altera questa configurazione. Quando questo è finito, i protoni ritornano ad allinearsi (attraverso l'interazione dello spin con il reticolo, in un tempo detto di rilassamento T1) e cominciano a precedere con periodi differenti (interazione spin-spin o tempo di rilassamento T2), in questo processo, emettono un impulso a radiofrequenza che viene rilevato da un'antenna. L'intensità e la fase del segnale variano in funzione del campo magnetico, della frequenza e del cammino dell'impulso a radiofrequenza e dalle proprietà del tessuto, rendendo possibile la realizzazione di un'immagine.

L'utilizzo di agenti di contrasto ha permesso la rilevazione di molti tessuti lesi del seno che non sarebbe stato possibile trovare con mammografie, ultrasuoni e esami clinici. Anche se, questa metodologia è affetta da un numero di falsi positivi molto più alto delle altre tecniche. Questo problema unito al costo abbastanza elevato e al bisogno di mezzi di contrasto non permettono che l'imaging attraverso risonanza magnetica (MRI) possa rimpiazzare la mammografia a raggi X come metodo di screening. L'MRI è comunque utilizzata per controlli più approfonditi una volta individuata la presenza di una anomalia.

L'Optical Coherence Tomography (OCT) sfrutta l'interferometria a luce infrarossa per creare immagini ad alta definizione. Essa si basa sul fatto che solo la luce non scatterata rimarrà coerente, dando luogo a fenomeni di interferenza, quando si somma a un segnale di riferimento; variando la lunghezza d'onda di questo è possibile ottenere un'immagine. Il problema di questa metodologia è che non offre abbastanza penetrazione da poter permettere l'immagine completa della mammella.

L'Electrical Impedance Tomography è una tecnica che sfrutta correnti alternate di frequenza di alcuni kHz. Una serie di elettrodi vengono posti a diretto contatto con la mammella, oppure in un mezzo conduttore. Attraverso alcuni di questi verrà applicata la corrente mentre gli altri verranno utilizzati per ricevere il segnale. La procedura si ripeterà utilizzando varie combinazioni. Una volta ottenuti i dati si applicherà un algoritmo di inversione a questi per risolvere il problema, che risulta essere mal posto e non lineare, per ottenere un'immagine della mammella.

Le immagini a microonde (MWI) vengono ottenute attraverso un processo simile a quello descritto in precedenza. Questa tecnica infatti misura le interazioni di onde elettromagnetiche con i tessuti. L'immagine può essere ottenuta sia con un metodo

simile a quello usato nella EIT oppure attraverso tecniche di beamforming (che risolvono il problema direttamente), successivamente si approfondiranno entrambe.

L'imaging termoacustico è una tecnica ibrida che combina elementi sia della MWI che degli strumenti che utilizzano ultrasuoni. Il principio di questa è riscaldare i tessuti con onde elettromagnetiche, in questo processo i tessuti si espandono emettendo onde acustiche. Queste vengono rilevate da appositi ricevitori e i dati sono utilizzati per creare immagini.

1.3 Principi fisici dell'imaging a microonde

Le tecniche di imaging a microonde per la diagnosi di cancro al seno hanno ricevuto molta attenzione recentemente, soprattutto grazie all'ipotesi che le proprietà elettriche, permittività e conduttività, dei tessuti dei tumori maligni fossero significativamente diverse da quelle dei tessuti sani. Le proprietà dei primi erano stimate essere da cinque a dieci volte maggiori rispetto a quelle dei secondi. In più, le energie delle microonde impiegate sono non ionizzanti e abbastanza penetranti nei tessuti della mammella, anche se con una bassa risoluzione. Quando il tessuto leso viene colpito da un'onda esso interagirà diversamente con questa rispetto al tessuto sano indicando la sua presenza.

1.4 Proprietà dielettriche di tessuti sani e malati della mammella

Recentemente, in (Lazebnik et al., 2007a, Lazebnik et al., 2007b) sono stati pubblicati i risultati di uno studio su larga scala per determinare sperimentalmente, in un range di frequenze che va da 0.5 a 20 GHz, le proprietà dielettriche di tessuti normali e maligni della mammella.

In (Lazebnik et al., 2007a) vengono studiate le proprietà dielettriche di tessuti normali. I dati sono stati analizzati dapprima fittando il modello Cole-Cole con ogni misurazione e successivamente formando tre gruppi in base al contenuto di tessuto adiposo in ciascuno campione. Questi sono stati formati in modo da massimizzare le differenze tra i gruppi, minimizzando la variazione di caratteristiche all'interno del gruppo stesso. Il primo di questi conteneva i campioni con una percentuale da 0 – 30% di tessuto adiposo; il secondo conteneva i campioni con una percentuale da 31 – 84%; il terzo conteneva i campioni con una percentuale da 85 – 100%. In figura 1.1 sono riportate le percentuali di tessuto, adiposo, ghiandolare e fibroso, dei vari campioni.

Le misurazioni hanno evidenziato che: le proprietà dielettriche dei tessuti normali ricoprono un range ampio (figura 1.2), maggiore di quanto riportato da precedenti studi, le proprietà dielettriche dei tessuti normali sono principalmente determinate dal contenuto adiposo dei campioni di tessuto.

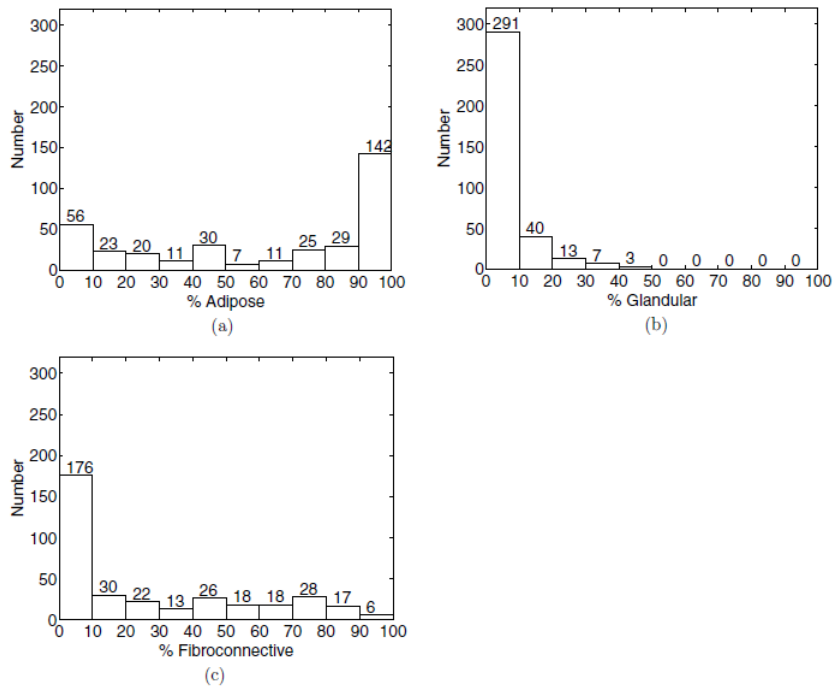


Figura 1.1: *Istogrammi della distribuzione percentuale di (a) tessuto adiposo, (b) tessuto ghiandolare, (c) tessuto fibroconnettivo dei tessuti sani (Lazebnik et al., 2007a).*

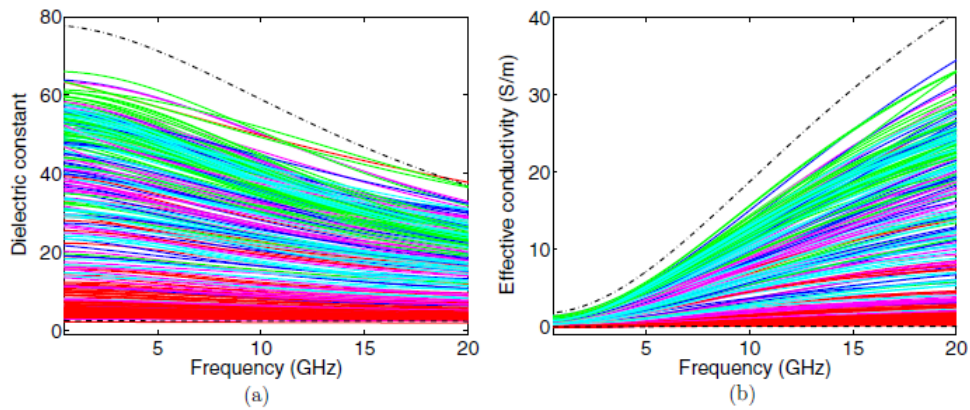


Figura 1.2: *Fit sui dati di tessuto normale (modello Cole-cole). (a) permittività. (b) conduttività. Il colore delle curve dipende dal contenuto di tessuto adiposo presente in ogni campione: dal rosso (alto contenuto di lipidi) al verde (basso contenuto di lipidi). La curva tratteggiata nera in basso corrisponde alle proprietà dielettriche dei lipidi, la curva tratteggiata e puntata in alto corrisponde alle proprietà dielettriche di una soluzione salina (Lazebnik et al., 2007a).*

In (Lazebnik et al., 2007b) vengono studiate le proprietà dielettriche di tessuti malati, anche in questo caso i dati sono stati fittati con il modello Cole-Cole. In figura 1.3 sono riportate le percentuali di tessuto adiposo, fibroso, ghiandolare e maligno dei campioni. Come si può notare nei tessuti lesi le concentrazioni di tessuto adiposo e fibroconnettivale sono molto basse; questo è stato spiegato considerando che la maggioranza dei tessuti malati analizzati si sono originati all'interno della regione ghiandolare del seno.

Le misurazione delle proprietà dielettriche dei tessuti malati hanno evidenziato che queste hanno valori abbastanza alti e si posizionano in un range relativamente piccolo (figura 1.4).

Il confronto dei dati rilevati ha indicato che il contrasto delle proprietà dielettriche alle frequenze utilizzate tra tessuto adiposo malato e tessuto adiposo sano è abbastanza alto, circa 10:1, mentre il contrasto tra tessuto ghiandolare/fibroconnettivale malato e sano è più basso, circa 10%.

1.5 Sistemi di imaging a microonde

Gli studi sulle proprietà dielettriche dei tessuti hanno permesso la realizzazione di fantocci i quali sono stati utilizzati per sviluppare prototipi per sistemi di imaging a microonde.

Generalmente le componenti di tali sistemi si possono schematizzare come segue:

- Un set di antenne operanti sia da trasmettitori che da ricevitori, posto a diretto contatto con la mammella o tramite un mezzo di accoppiamento.
- Circuiti di front-end in grado di generare e acquisire il segnale a microonde.
- Parte di back-end di acquisizione dati e ricostruzione dell'immagine.

Le antenne sono connesse a un componente che permette di usare le stesse sia come ricevitore che come trasmettitore dando la possibilità di creare diverse combinazioni. La parte di front-end è costituita da un computer. Per quanto riguarda l'ultima parte molte modalità di imaging sono state proposte negli ultimi anni, tra queste troviamo il metodo di ricostruzione tomografica e quello radar UWB. Il primo consiste nell'illuminare con microonde la mammella per poi misurare i segnali trasmessi e riflessi per calcolare quantitativamente la distribuzione spaziale della costante dielettrica e/o della conduttività. Il secondo metodo utilizza impulsi UWB trasmessi da diverse antenne in diversi punti della mammella, in questo modo viene misurato come queste interagiscono con i tessuti ed è possibile calcolare la distribuzione di energia. Per quanto riguarda la metodologia con cui i dati vengono acquisiti vi sono tre diversi approcci:

- Monostatico, il trasmettitore è usato anche come ricevitore e mosso attorno alla mammella.

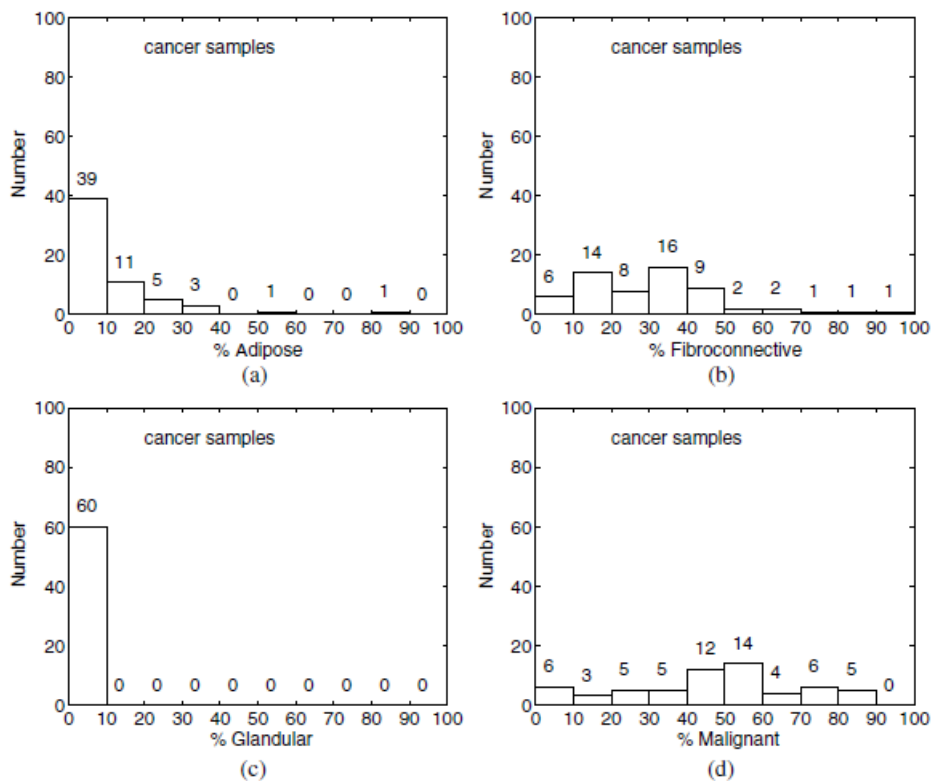


Figura 1.3: Istogrammi della distribuzione percentuale di (a) tessuto adiposo, (b) tessuto fibroconnettivo, (c) tessuto ghiandolare e (d) tessuto maligno nel database dei tessuti cancerosi (Lazebnik et al., 2007b)

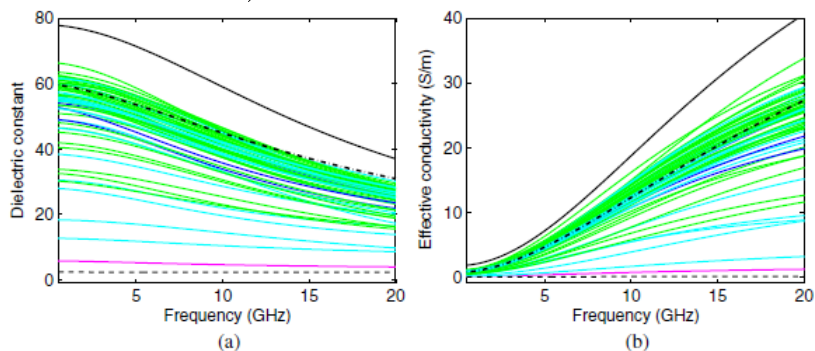


Figura 1.4: Fit sui dati di tessuto maligno (modello Cole-cole). Il colore delle curve dipende dal contenuto di tessuto adiposo presente in ogni campione: dal rosso (alto contenuto di lipidi) al verde (basso contenuto di lipidi). La curva nera continua (in alto) rappresenta le proprietà dielettriche della soluzione salina, la linea nera tratteggiata (in basso) rappresenta le proprietà dielettriche dei lipidi, e la curva nera, tratteggiata e puntata indica le proprietà dielettriche del sangue (Lazebnik et al., 2007b).

- Bistatico, trasmettitore e ricevitore sono diversi.
- Multistatico, i dati vengono raccolti da un set di antenne.

I primi due permettono di avere immagini a bassa risoluzione, essendo minore il numero di dati raccolti, ma presentano minor rumore essendo che i trasmettitori non interagiscono tra loro. Il terzo approccio permette la raccolta di molti dati, in più, come processo è molto più veloce rispetto a quello di sistemi monostatici o bistatici.

Capitolo 2

Algoritmi di ricostruzione di immagine

2.1 Algoritmi di imaging

Il metodo con il quale si ottengono immagini a partire da dati misurati in un determinato apparato di imaging a microonde può essere schematizzato dai seguenti passaggi:

- attenuazione/cancellazione del rumore.
- stima iniziale dello scenario in cui avverrà lo scattering.
- ricostruzione delle proprietà della mammella.

Il primo passaggio consiste principalmente nell'eliminazione di tutti quei segnali che sono inutili ai fini della ricostruzione. In base all'algoritmo scelto, però, si opera in diversi modi. Nel caso in cui, per esempio, si voglia ricostruire le proprietà dielettriche della mammella si cercherà di rimuovere il segnale riflesso dalla pelle. Questo tessuto, infatti, provoca una risposta maggiore di qualsiasi altro coprendo le informazioni riguardanti l'interno del seno. Se invece si volessero informazioni sulla sola posizione del tumore, anche le disomogeneità della mammella agirebbero come rumore rendendo più difficile e meno accurato questo processo.

La stima iniziale dello scenario di scattering, comprende il calcolo di certe caratteristiche della mammella che potranno essere utili ai fini del processo di ricostruzione. Tra queste ci sono il calcolo della forma, dello spessore del tessuto di pelle oppure della media delle proprietà dielettriche, in modo da ottimizzare i risultati dell'intero processo fornendo dati a priori. Un metodo per la determinazione della forma della mammella è LSM (Linear Sampling Method) considerando un problema di scattering bidimensionale questo si propone di ricostruire un oggetto di area S partendo dalla conoscenza del campo scatterato a grande distanza, che può essere espresso come:

$$E_z(\mathbf{r}_t) = \frac{e^{-ik_b\rho}}{\sqrt{\rho}} E_{\infty z}$$

dove $\hat{\mathbf{r}}_t = \mathbf{r}_t/\rho = \hat{\mathbf{x}} \cos \phi + \hat{\mathbf{y}} \sin \phi$ e E_{∞_z} è un campo scalare che dipende dal campo incidente, così come il campo scatterato E_{scat_z} . Quindi l'angolo di incidenza può essere reso esplicito: $E_{\infty_z} = E_{\infty_z}(\hat{\mathbf{r}}_t, \phi_{inc})$. La relazione di partenza del LSM è la seguente:

$$L(g) = \int_0^{2\pi} E_{\infty_z}(\mathbf{z}_t, \phi_{inc}) g(\hat{\mathbf{r}}_t, \phi_{inc}) d\phi_{inc} = \Phi_{\infty}(\hat{\mathbf{r}}_t, \mathbf{z}_t)$$

dove g è una funzione complessa che per ogni punto \mathbf{z}_t appartiene a $L^2(0, 2\pi)$ e $\Phi_{\infty}(\hat{\mathbf{r}}_t, \mathbf{z}_t)$ è data da

$$\Phi_{\infty}(\hat{\mathbf{r}}_t, \mathbf{z}_t) = e^{ik_b \mathbf{z}_t \hat{\mathbf{r}}_t}$$

che rappresenta il campo scalare associato alla funzione di Green lunga la direzione $\hat{\mathbf{r}}_t$ e con impulso originato in \mathbf{z}_t . L'importanza di questa relazione è che ammette una soluzione approssimata g la cui norma cresce enormemente sui contorni del bersaglio e rimane grande all'esterno di questo.

Negli esperimenti reali, dal momento che il campo a grande distanza dal bersaglio può essere misurato un numero finito di volte e di direzioni (M) e utilizzando un numero di sorgenti (S) è necessario discretizzare la suddetta relazione. Quindi viene introdotta una matrice $M \times L$, $[\mathbf{L}]$ i cui elementi l_{mj} sono i campi scalari misurati dall' m -esimo punto di osservazione e lungo la direzione $\hat{\mathbf{r}}_t^m$ con angolo del campo incidente, ϕ_{inc}^j .

Quindi per un punto \mathbf{z}_t l'equazione si può scrivere come:

$$[\mathbf{L}] \mathbf{g}_{\mathbf{z}_t} = \frac{S}{2\pi} \Phi_{\infty, \mathbf{z}_t}$$

Dove $\Phi_{\infty, \mathbf{z}_t}$ indica il vettore di dimensione M i cui elementi sono i valori del campo scalare della funzione di Green lungo le direzioni $\hat{\mathbf{r}}_t$. Il termine $\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t}$ indica il vettore di dimensioni S contenenti i valori delle funzioni incognite lungo le direzioni $g_j^{\mathbf{z}_t} = g(\mathbf{z}_t, \phi_{inc}^j)$, $j = 1, \dots, S$.

A causa del rumore, la misurazione dei campi non sarà esatta e ne risentiranno gli elementi della matrice $[\mathbf{L}]$. Dal momento che il problema risulta poi malposto può risultare utile l'introduzione di un metodo di regolarizzazione che richiede un parametro di regolarizzazione $\alpha(\mathbf{z}_t)$.

Il metodo LSM può essere schematizzato come segue:

1. Si sceglie una griglia di punti $Z \subset \mathfrak{R}^2$, contenente il bersaglio e per ogni punto $\mathbf{z}_t \in Z$:
 - Si trova una famiglia di soluzioni $\{\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)}\}_{\alpha > 0}$
 - Una volta che si è trovato il parametro di regolarizzazione ideale ($\alpha^*(\mathbf{z}_t)$) si registra la norma $\|\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha^*(\mathbf{z}_t)}\|_S$

2. Si sceglie una funzione monotona $\Gamma : \Re^+ \rightarrow \Re$ e per ogni punto della griglia Z , si disegna la funzione $\Gamma(\|\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha^*(\mathbf{z}_t)}\|_S)$.

Per ciascun punto $\mathbf{z}_t \in Z$ la soluzione regolarizzata secondo il metodo di Tikhonov $\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)}$ con parametro di regolarizzazione $\alpha(\mathbf{z}_t)$ è espressa come:

$$\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)} = \operatorname{argmin} \left\{ \mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)} \in C^S : \|[L^n]\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)} - \frac{S}{2\pi}\Phi\|_M^2 + \alpha(\mathbf{z}_t)\|\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)}\|_S^2 \right\}$$

dove L^n rappresenta la matrice che tiene conto del fatto che le misurazioni contengono del rumore.

La selezione del parametro di regolarizzazione ottimale richiede una stima del livello di rumore, espressa come $\|[L^n] - [L]\| < h$. Applicando il metodo di regolarizzazione di Tikhonov generalizzato il parametro ottimale $\alpha^*(\mathbf{z}_t)$ è quello che annulla la:

$$\rho(\alpha(\mathbf{z}_t)) = \|[L^n]\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)} - \frac{S}{2\pi}\Phi\|_M^2 - h^2\|\mathbf{g}_{\mathbf{z}_t, \alpha(\mathbf{z}_t)}\|_S^2$$

La ricostruzione della mammella, poi, consiste nell'utilizzo di tutti quegli algoritmi che partendo da misurazioni possono fornire un'immagine dell'oggetto. Questo sarà l'argomento che si cercherà di approfondire maggiormente in questa tesi.

2.2 Algoritmi di ricostruzione

Per rendere l'esposizione più chiara si cercherà di raggruppare alcuni degli algoritmi di ricostruzione che sono stati proposti e utilizzati in questi anni. Generalmente questi vengono divisi tra metodi che sfruttano approssimazioni lineari per affrontare il problema dello scattering e altri che risolvono il problema di scattering inverso; ovviamente esistono altri tipi di distinzioni, per esempio, tra algoritmi che operano su un dominio temporale e quelli che operano sul dominio delle frequenze.

Gli algoritmi non lineari utilizzano la non linearità del problema di scattering inverso, quindi, la ricostruzione risulta essere un'ottimizzazione in cui viene cercato il minimo di un opportuno funzionale.

Tra gli algoritmi che sfruttano questo principio e che verranno esposti in questo testo troviamo: il Gauss-Newton CGLS, quelli che sfruttano approssimazioni lineari al prim'ordine (Born, Rytov), Forward-Backward Time-Stepping, algoritmo genetico.

Tutti questi algoritmi hanno un inconveniente: richiedono che venga risolto un propagatore ("forward solver", con il quale verranno fittate le misurazioni), ovvero un metodo iterativo con il quale vengono risolte le equazioni di Maxwell in forma integrale per ottenere l'espressione del campo elettrico nel tempo (es. Finite-Difference Time-Domain, FDTD, su cui si tornerà successivamente), questo aumenta molto il tempo impiegato

per ottenere un'immagine. Un altro lato negativo è che è possibile incorrere in soluzioni fasulle dal momento che il funzionale con cui si tratta è una forma non quadratica.

Questi algoritmi possono essere resi molto affidabili se si hanno dati a priori riguardanti l'oggetto da analizzare in modo da scegliere il punto di partenza della minimizzazione vicino alla soluzione effettiva del problema. Un metodo che viene usato nei sistemi che utilizzano un ampio range di frequenze è il "frequency hopping", questo consiste nell'invertire un set di dati raccolti a una certa frequenza e usare il risultato ottenuto come informazione a priori per un'analisi che utilizza più frequenze (Pastorino, 2010).

Spesso in questi algoritmi è necessario anche l'utilizzo di regolarizzazioni senza le quali risulterebbe impossibile risolvere il problema dato che sarebbe mal-posto. Il metodo classico è quello di Tikhonov. Questo consiste nell'aggiungere, come abbiamo visto, un termine di regolarizzazione moltiplicato per una matrice (spesso l'identità) che rende possibile una soluzione numerica del problema.

La seconda classe di algoritmi che verrà analizzata sono quelli che risolvono il problema in modo lineare. Per fare questo vengono trascurate le interazioni tra i diversi tessuti che compongono la mammella. Questo permette una grande semplificazione dei calcoli ed evita di cadere in soluzioni fasulle ma, d'altro canto, non è più possibile un'analisi quantitativa dell'oggetto, potendo in questo caso solo determinare la posizione del tumore.

Tra questi troviamo le procedure di beamforming: Delay-and-Sum, Delay-Multiply-and-Sum, beamforming spazio-temporale (MIST).

Anche gli algoritmi Time-Reversal sono un altro metodo lineare: TR-DORT, TR-MUSIC.

2.3 Algoritmi di ricostruzione non lineari

2.3.1 Algoritmo Gauss-Newton CGLS

Nella ricostruzione di un'immagine attraverso il metodo tomografico (cioè non lineare) la distribuzione dei parametri ricercati nel dominio di imaging è rappresentata attraverso numero d'onda complesso al quadrato:

$$k^2(\mathbf{r}) = \omega^2 \mu_0 \epsilon(\mathbf{r}) + i\omega \mu_0 \sigma(\mathbf{r})$$

In questa espressione, ϵ è la permittività, σ è la conduttività, μ_0 è la permeabilità del vuoto, ω e i sono rispettivamente la velocità angolare e l'unità immaginaria. Il vettore \mathbf{r} è un vettore di posizione nel dominio di imaging. La distribuzione del numero d'onda è determinata risolvendo la seguente equazione:

$$\mathbf{k}^2 = \operatorname{argmin}\{\|\mathbf{E}^{\text{meas}} - \mathbf{E}^{\text{calc}}(\mathbf{k}^2)\|_2^2\}$$

dove $\mathbf{E}^{\text{calc}}(\mathbf{k}^2)$ è un vettore contenente i valori calcolati da un propagatore applicato a una determinata distribuzione descritta da \mathbf{k}^2 ; \mathbf{E}^{meas} è il vettore ottenuto dalle misurazioni.

La ricostruzione dell'immagine è ottenuta considerando le variazioni relative di fase e ampiezza, utilizzando la rappresentazione log-fase (l-p), rispetto a cambiamenti nei valori assoluti del campo complesso. I dati misurati sono rappresentati utilizzando la differenza del logaritmo delle ampiezze e la differenza tra le fasi tra una misurazione del sistema vuoto e una misurazione del sistema contenente un bersaglio, questi sono poi raccolti in un vettore:

$$\mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{meas}} = \begin{bmatrix} \log |\mathbf{E}_{\text{target}}^{\text{meas}}| - \log |\mathbf{E}_{\text{empty}}^{\text{meas}}| \\ \text{phase} \mathbf{E}_{\text{target}}^{\text{meas}} - \text{phase} \mathbf{E}_{\text{empty}}^{\text{meas}} \end{bmatrix}$$

I dati calcolati sono raccolti in modo simile:

$$\mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{calc}}(\mathbf{k}^2) = \begin{bmatrix} \log |\mathbf{E}^{\text{calc}}(\mathbf{k}^2)| - \log |\mathbf{E}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_0^2)| \\ \text{phase} \mathbf{E}^{\text{calc}}(\mathbf{k}^2) - \text{phase} \mathbf{E}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_0^2) \end{bmatrix}$$

In questa espressione \mathbf{k}_0^2 indica la distribuzione conosciuta dei parametri quando non è presente il bersaglio nel sistema di acquisizione. Una volta definiti questi vettori il problema di minimizzazione può essere riscritto nel seguente modo:

$$\mathbf{k}^2 = \text{argmin}\{\|\mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{meas}} - \mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{calc}}(\mathbf{k}^2)\|_2^2\}$$

L'utilizzo del logaritmo dell'ampiezza e della fase è giustificato dal fatto che questa rappresentazione enfatizza i grandi cambiamenti osservati dalle antenne disposte l'una opposta all'altra rispetto alla mammella, ovvero quando raccolgono il maggior numero di informazioni riguardo al problema di scattering.

Il calcolo della soluzione viene fatto attraverso le equazioni di Maxwell in due dimensioni, per risolvere il problema di ottimizzazione non lineare viene usato il metodo di Gauss-Newton. Si assume che l'espressione non lineare del campo sia scritta in funzione delle distribuzioni dei numeri d'onda e che possa essere approssimata localmente attraverso un'espansione in serie di Taylor del prim'ordine:

$$\mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_{n+1}^2) = \mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_n^2) + \mathbf{J}(\mathbf{k}_n^2) \Delta \mathbf{k}_n^2$$

dove \mathbf{J} è la matrice Jacobiana e

$$\Delta \mathbf{k}_n^2 = \mathbf{k}_{n+1}^2 - \mathbf{k}_n^2$$

dove n è il numero di iterazioni. In questo modo il problema della minimizzazione può essere riformulato e riscritto come più problemi lineari di minimizzazione locale:

$$\mathbf{k}_{n+1}^2 = \text{argmin}\{\|\mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{meas}} - (\mathbf{E}_{\text{l-p}}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_n^2) + \mathbf{J}(\mathbf{k}_n^2) \Delta \mathbf{k}_n^2)\|_2^2\}$$

Il metodo iterativo di Gauss-Newton consiste di cinque passaggi a ogni iterazione:

1. Utilizzare il propagatore per calcolare i campi elettrici a partire dalla distribuzione dei parametri \mathbf{k}_n^2 e si controlla che sia soddisfatta la condizione per terminare l'algoritmo, cioè se è stato raggiunto un determinato numero di iterazioni o se la differenza tra dati misurati e calcolati è sotto una certa soglia.
2. Calcolare lo Jacobiano per la distribuzione corrente \mathbf{k}_n^2
3. Ottenere la direzione di Newton (Rubaek et al, 2007) \mathbf{d}_n risolvendo il problema lineare seguente:

$$\mathbf{E}_{l-p}^{\text{meas}} - \mathbf{E}_{l-p}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_n^2) = \mathbf{J}(\mathbf{k}_n^2)\mathbf{d}_n$$

utilizzando l'algoritmo di regolarizzazione di Tikhonov:

$$(\mathbf{J}^T\mathbf{J} + \lambda\mathbf{I})\mathbf{d}_n = \mathbf{J}^T(\mathbf{E}_{l-p}^{\text{meas}} - \mathbf{E}_{l-p}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_n^2))$$

con λ parametro di regolarizzazione.

4. Determinare i "Newton step" (Rubaek et al. 2007) che soddisfano la seguente equazione:

$$\alpha_n = \text{argmin}\{||\mathbf{E}_{l-p}^{\text{meas}} - \mathbf{E}_{l-p}^{\text{calc}}(\mathbf{k}_n^2 + \alpha_n\mathbf{d}_n)||_2^2\}$$

5. Aggiornare i valori dei parametri con la:

$$\Delta\mathbf{k}_{n+1}^2 = \mathbf{k}_n^2 + \alpha_n\mathbf{d}_n$$

I cinque passi descritti qui sopra possono essere divisi in due parti, i primi due riguardano il calcolo dei dati attraverso il propagatore, mentre gli ultimi tre servono a ricavare i nuovi valori. L'algoritmo basato su CGLS (Conjugate Gradient Least Square) si concentra sul miglioramento procedurale della seconda parte.

L'algoritmo CGLS è una procedura iterativa e viene utilizzato in questo caso per determinare i valori aggiornati alla n-esima iterazione dell'algoritmo di Gauss-Newton risolvendo

$$\Delta\mathbf{k}_n^2 = \text{argmin}\{||\mathbf{J}(\mathbf{k}_n^2)\mathbf{k}_n^2 - (\mathbf{E}_{l-p}^{\text{meas}} - \mathbf{E}_{l-p}^{\text{calc}}(\Delta\mathbf{k}_n^2))||_2^2\}$$

la soluzione dopo m iterazioni del CGLS risulta essere

$$[\Delta\mathbf{k}_n^2]^{(m)} = \text{argmin}\{||\mathbf{J}[\Delta\mathbf{k}_n^2]^{(m)} - (\mathbf{E}_{l-p}^{\text{meas}} - \mathbf{E}_{l-p}^{\text{calc}})||_2^2\}$$

Ciascuna iterazione dell'algoritmo CGLS è formata dai seguenti passaggi:

- L'inizializzazione avviene settando tutti gli elementi del vettore $[\Delta \mathbf{k}_n^2]^{(0)}$ a zero.
- Viene inizializzato anche il vettore residuo \mathbf{r}^0 :

$$\mathbf{r}^{(0)} = (\mathbf{E}_{l-p}^{meas} - \mathbf{E}_{l-p}^{calc}) - \mathbf{J}[\Delta \mathbf{k}_n^2]^{(0)} = (\mathbf{E}_{l-p}^{meas} - \mathbf{E}_{l-p}^{calc})$$

e il vettore ausiliario

$$\mathbf{a}^0 = \mathbf{J}^T \mathbf{r}^{(0)}$$

- A ogni iterazione il valore del vettore $[\Delta \mathbf{k}_n^2]^{(m)}$ viene calcolato attraverso la:

$$[\Delta \mathbf{k}_n^2]^{(m)} = [\Delta \mathbf{k}_n^2]^{(m-1)} + \alpha_m \mathbf{a}^{m-1}$$

e

$$\alpha_m = \frac{\|\mathbf{J}^T \mathbf{r}^{m-1}\|_2^2}{\|\mathbf{J} \mathbf{a}^{m-1}\|_2^2}$$

- A ogni iterazione anche il vettore residuo e quello ausiliario vengono aggiornati:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^{(m)} &= \mathbf{r}^{m-1} - \alpha_m \mathbf{J} \mathbf{a}^{m-1} \\ \mathbf{a}^{(m)} &= \mathbf{J}^T \mathbf{r}^{(m)} + \beta_m \mathbf{a}^{(m-1)} \end{aligned}$$

dove

$$\beta_m = \frac{\|\mathbf{J}^T \mathbf{r}^{(m)}\|_2^2}{\|\mathbf{J}^T \mathbf{r}^{(m-1)}\|_2^2}$$

L'algoritmo che viene prodotto dall'unione dei due metodi può essere riassunto come segue:

1. Il propagatore viene usato per calcolare i campi elettrici dalla distribuzione dei parametri \mathbf{k}_n^2 e per calcolare il valore di η_n , questo è usato come condizione per la conclusione dell'algoritmo, viene definito come:

$$\eta_n = \frac{\|\mathbf{E}_{l-p}^{meas} - \mathbf{E}_{l-p}^{calc}(\mathbf{k}_n^2)\|_2}{\|\mathbf{E}_{l-p}^{meas}\|_2}$$

L'algoritmo verrà terminato quando la variazione di η_n tra due iterazioni successive è minore del 10%, dove la variazione viene calcolata come:

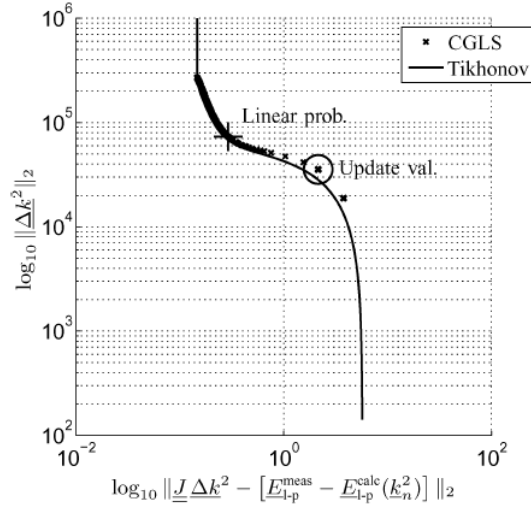


Figura 2.1: Confronto tra la curva L ottenuta utilizzando l'algoritmo CGLS e quella ottenuta utilizzando l'algoritmo di regolarizzazione di Tikhonov. Il $+$ indica la migliore soluzione ottenuta dopo 25 iterazione del CGLS

$$\delta\eta_n = \frac{\eta_{n+1}}{\eta_n} - 1$$

2. Viene calcolato lo Jacobiano per la distribuzione \mathbf{k}_n^2 .
3. Viene utilizzato l'algoritmo CGLS per aggiornare i valori:

$$\Delta\mathbf{k}_{n+1}^2 = \mathbf{k}_n^2 + \alpha_{\text{CGLS}}\Delta\mathbf{k}_n^2$$

Dove α_{CGLS} è un parametro che serve a evitare che l'algoritmo rimanga intrappolato in un minimo locale impedendo che la norma dei valori del ciclo $(n + 1)$ superi di un quarto quella del ciclo precedente.

L'algoritmo CGLS svolge la stessa funzione del metodo di Newton-Gauss a cui viene applicata la regolarizzazione di Tikhonov, ma mentre nel primo è necessario il calcolo della matrice $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$ nel ricavare le direzioni \mathbf{d}_n , nel secondo basta calcolare lo Jacobiano (il che diminuisce il tempo di una iterazione). In più, gli effetti di regolarizzazione di questo algoritmo sono governati dal numero di iterazioni. Osservando la curva L dell'algoritmo CGLS e dell'algoritmo di Tikhonov si può vedere come queste due abbiano forma simile (figura 2.1). La prima iterazione del CGLS corrisponde a un alto valore del parametro di regolarizzazione usato nell'algoritmo di Tikhonov.

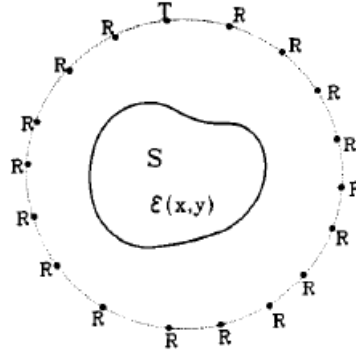


Figura 2.2: Configurazione del problema, “T” indica il trasmettitore, “R” indica i ricevitori (Chew and Wang 1992).

2.3.2 Distorted Born Iterative Method

Questo algoritmo risulta essere una versione modificata del “Born Iterative Method” ma, essendo le due procedure molto simili verrà spiegato come funziona il primo vedendo come si differenzia dal secondo. Successivamente dalle immagini si vedranno le qualità e i difetti dei due metodi, basandosi sugli studi proposti in (Chew and Wang 1992).

Un esempio di problema bi-dimensionale analizzato attraverso questo algoritmo è quello presentato in figura 2.2.

L’oggetto è illuminato da un un’onda piana o da un campo descritto dalla seguente equazione:

$$(\nabla^2 + k^2)\phi(x, y) = 0$$

Questa rappresenta nel caso elettromagnetico un’onda trasversale. Per un’onda incidente di questo tipo l’equazione integrale risulta essere:

$$E_z(x, y) = E_z^i(x, y) + \int \int_S G(\rho - \rho', \epsilon_{\mathbf{r}}^{\mathbf{b}}) k_0^2 \delta \epsilon_r E_z(x', y') dx' dy'$$

dove S è la sezione d’urto dell’oggetto analizzato, $\rho = (x, y)$ e $G(\rho - \rho', \epsilon_{\mathbf{r}}^{\mathbf{b}})$ è la funzione di Green soluzione della seguente equazione:

$$\nabla_s^2 G(\rho - \rho', \epsilon_{\mathbf{r}}^{\mathbf{b}}) + k_b^2(x, y) G(\rho - \rho', \epsilon_{\mathbf{r}}^{\mathbf{b}}) = -\delta(\rho - \rho')$$

Essendo che le misurazioni vengono fatte dai ricevitori disposti come in figura 2.2 l’equazione integrale diventa:

$$E_z^s(x, y) = \int \int_S G(\rho - \rho', \epsilon_{\mathbf{r}}^{\mathbf{b}}) k_0^2 \delta \epsilon_r E_z(x', y') dx' dy'$$

con

$$\delta\epsilon_r = \epsilon_r(x, y) - \epsilon_r^b(x, y)$$

sono i valori da ricostruire. L'approssimazione di Born utilizzata in un questo algoritmo è quella al prim'ordine, essa assume che il campo elettrico scatterato possa essere espresso solo in funzione di quello incidente:

$$E_z^s(x, y) = \int \int_S G(\rho - \rho', \epsilon_r^b) k_0^2 \delta\epsilon_r E_{inc}(x', y') dx' dy'$$

In generale l'approssimazione di Born può essere utilizzata sia per i problemi inversi che per quelli lineari. In questo caso attraverso l'approssimazione il problema risulta linearizzato perché a questo punto l'unica incognita è la distribuzione delle proprietà dielettriche.

Nel "Born iterative method" la funzione di Green rimane inalterata durante tutto il processo di ricostruzione, quindi la permittività del sistema senza bersaglio, ϵ_r^b , è costante.

Nel "Distorted Born Iterative method, invece, la funzione di Green viene aggiornata a ogni iterazione, ma questo aumenta i tempi di computazione. I punti fondamentali di questo algoritmo possono essere schematizzati come segue:

1. Si risolve il problema inverso linearizzato attraverso l'approssimazione di Born al prim'ordine.
2. Si risolve il propagatore per calcolare il campo nell'oggetto e in ogni punto di osservazione. Successivamente si ricava la risposta ottenuta dall'oggetto per ogni ricevitore attraverso l'ultima ricostruzione ottenuta. Si calcola la nuova funzione di Green sostituendo l'ultima distribuzione di proprietà dielettriche a $\epsilon_r^b(x, y)$.
3. Si sostituisce la nuova funzione di Green nell'integrale, si sottrae il campo misurato dal ricevitore dalla parte sinistra dell'equazione. Quindi, si risolve il problema inverso ottenuto per avere le correzioni al profilo appena ricostruito.
4. Si ripete il secondo passo e si confronta il campo ottenuto attraverso la ricostruzione con quello misurato. Se l'errore relativo residuo (RRE) è minore di una certa soglia o è maggiore di quello dell'ultima iterazione, l'algoritmo viene terminato.

L'errore relativo residuo è definito nel seguente modo:

$$RRE = \frac{\sum_{i=1}^M |E^s(\rho_i) - E^{s(j)}(\rho_i)|}{\sum_{i=1}^M |E^s(\rho_i)|}$$

2.3.3 Algoritmo di ricostruzione che sfrutta l'approssimazione Rytov

L'approssimazione di Rytov è un altro esempio di approssimazione al prim'ordine che sfrutta la fase del campo elettromagnetico per esprimere il campo risultante dallo scattering in funzione di quello incidente. Così, anche in questo caso l'unica incognita rimane la distribuzione delle proprietà dielettriche. Pur dando gli stessi risultati dell'approssimazione di Born questa è stata dimostrata essere migliore se applicata allo scattering con oggetti che hanno piccoli cambiamenti nelle proprietà dielettriche (Slaney et al., 1984).

In questo algoritmo la tecnica di Rytov è utilizzata per ottenere un'approssimazione delle proprietà dielettriche della mammella. Il campo elettromagnetico scatterato viene calcolato utilizzando questi dati come valori iniziali per la soluzione diretta del problema. Successivamente, viene fatta la differenza tra i valori calcolati e quelli misurati per ottenere delle correzioni alle distribuzioni delle proprietà dielettriche.

Indichiamo l'onda incidente con E_0 , per applicare l'approssimazione di Rytov dobbiamo esprimere questa come $E = E_0 \exp(\Phi)$, applicando l'operatore di gradiente e di divergenza a entrambi i membri di questa equazione otteniamo:

$$\nabla^2(E) = E_0 \nabla \cdot [e^\Phi \nabla \Phi]$$

Se risolviamo questa trascurando le variazioni della fase del campo scatterato otteniamo che nel punto \mathbf{r} l'approssimazione di Rytov è data da un operatore lineare \hat{A} :

$$\Phi(\mathbf{r}) = \hat{A}(\epsilon - \epsilon_0) = \frac{ik_0^2}{4E_0(\mathbf{r})\epsilon_0} \int E_0(\mathbf{r}') H_0^1(k_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) (\epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_0) d\mathbf{r}'$$

dove k_0 e ϵ_0 sono il numero d'onda del mezzo d'accoppiamento del sistema di imaging utilizzato e la permittività, H_0^1 è la funzione di Hankel di grado zero.

Se ora si prendono in considerazione i termini trascurati nell'approssimazione di Rytov, la relazione tra la fase Φ del campo trasmesso e la permittività ϵ dell'oggetto diventa non lineare

$$F(\epsilon) = \Phi$$

Questa equazione può essere riscritta come

$$\hat{A}\epsilon = \hat{A}\epsilon_0 + \Phi - F(\epsilon)$$

Fintanto che l'operatore \hat{A} è una approssimazione della funzione non lineare F , il seguente metodo iterativo dovrebbe convergere:

$$\epsilon^1 = \epsilon_0 + \hat{A}^{-1}\Phi$$

$$\epsilon^{n+1} = \epsilon^n + \hat{A}^{-1}(\Phi - F(\epsilon^n))$$

Ogni iterazione successiva implica una soluzione diretta del problema con l'ultima distribuzione di permittività determinata (calcolo della $F(\epsilon^n)$) e l'inversione dell'operatore determinato con l'approssimazione di Rytov, \hat{A}^{-1} .

2.3.4 Algoritmo Forward-Backward Time-Stepping (FBTS)

La tecnica di FBTS è un metodo per ottenere immagini attraverso microonde nel quale un problema di scattering inverso viene formulato nel dominio temporale, attraverso una simulazione FDTD, per ricostruire le proprietà dielettriche di un oggetto. L'algoritmo FBTS permette l'utilizzo di un ampio spettro di frequenze in una singola ottimizzazione, dando la possibilità di ottenere un gran numero di informazioni sull'interno della mammella.

La base del metodo FBTS è la formulazione di un opportuno funzionale che confronti i dati misurati e quelli ottenuti attraverso la simulazione nel dominio temporale. Il sistema utilizzato in (Johnson et al., 2009) utilizzava un approccio multistatico. Il seno è circondato da un set di antenne, i dati vengono raccolti utilizzando una di queste come trasmettitore e le rimanenti come ricevitori. Quindi viene selezionata una antenna diversa da utilizzare come trasmettitore e il processo è ripetuto finché non si sono raccolti dati a sufficienza. Questi vengono poi confrontati con una simulazione in un set di parametri p che rappresentano il profilo delle proprietà elettriche della mammella. Nella tecnica FBTS il set di parametri sono calcolati nel dominio temporale utilizzando la tecnica FDTD. Questa consiste nel simulare il comportamento delle antenne considerando la presenza e l'assenza dell'oggetto da analizzare. Le antenne vengono eccitate con un determinato impulso e caratterizzando lo spazio attraverso dati a priori (per esempio il range delle proprietà dielettriche e la forma della mammella) si calcola come queste potrebbero rispondere.

Il propagatore FDTD è presentato in (Yee et al., 1997) e si basa sulla discretizzazione della legge di Faraday e della legge di Ampere scritte in forma integrale:

$$\begin{aligned} - \int_A \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{a} &= \int_{\delta A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ \int_{A^*} \dot{\mathbf{D}} \cdot d\mathbf{a} &= \int_{\delta A^*} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \end{aligned}$$

dove A e A^* rappresentano superfici arbitrarie. Le discretizzazioni di queste equazioni sono:

$$\frac{1}{\Delta t} \int_A (\mathbf{B}^{n+1/2} - \mathbf{B}^{n-1/2}) \cdot \hat{\mathbf{n}} ds = - \int_{\delta A} \mathbf{E}^n \cdot d\mathbf{l}$$

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{A^*} (\mathbf{D}^{n+1} - \mathbf{D}^n) \cdot \hat{n} dS = \int_{\delta A^*} \mathbf{H}^{n+1/2} \cdot d\mathbf{l}$$

L'apice indica il livello temporale delle variabili. L'FDTD è un metodo che a ogni iterazione:

- calcola il campo magnetico utilizzando la circuitazione del campo elettrico.
- utilizza la circuitazione del campo magnetico per calcolare il campo elettrico.

Tornando alla tecnica FBTS, il funzionale $Q(p)$ per il set di parametri p è espresso come segue

$$Q(p) = \int_0^T \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |v_m(p; r_n, t) - \tilde{v}_m(r_n, t)|^2 dt$$

dove $\tilde{v}_m(r_n, t)$ rappresenta il set di dati riguardanti il campo elettrico misurati da un certo ricevitore n a causa di un trasmettitore m , $v_m(p; r_n, t)$ rappresenta la simulazione dei parametri p . Le differenze tra il campo misurato e calcolato per ciascuna combinazione di ricevitori/trasmettitori vengono sommate e integrate sull'intera durata del segnale.

Utilizzando la derivata di Fréchet (Hutson e Pym, 1980) dell'ultima equazione e introducendo un set di campi elettromagnetici $w_{mi}(p; r, t)$ che rappresenta la soluzione delle equazioni di Maxwell, le variazioni del funzionale $Q(p)$ rispetto a ϵ_r e σ possono essere scritte come segue:

$$g_{\epsilon_r}(r) = \int_0^T \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^3 [w_{mi}(p; r, t) \frac{d}{dt} v_{mi}(p; r, t)] dt$$

$$g_{\sigma}(r) = \int_0^T \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^3 [w_{mi}(p; r, t) v_{mi}(p; r, t)] dt$$

La seconda sommatoria in entrambi gli integrali va da $i = 1$ a $i = 3$ essendo che la ricostruzione viene fatta in 3-D. A questo punto attraverso i gradienti si può procedere con la minimizzazione del funzionale attraverso il metodo del gradiente coniugato (Fletcher, 1987), un processo iterativo che risulta in un stima dei parametri p della mammella.

2.3.5 L'algoritmo genetico

L'algoritmo che verrà presentato di seguito è un processo di ottimizzazione che viene applicato a un determinato funzionale che confronta i dati misurati e calcolati da un sistema di imaging per ricavare la distribuzione di un set di proprietà dielettriche.

In (Xu et. al 2009) esso viene impiegato per ricostruire le proprietà dielettriche di un'area all'interno della quale è stato inserito uno o più cilindri. La regione analizzata

viene suddivisa in $V_i(i=1,\dots,N)$ e a ognuna di queste viene assegnato il valore 0 se non contiene scatteratori altrimenti il valore 1.

Per determinare se i dati calcolati seguono la stessa distribuzione di quelli misurati e se l'algoritmo debba essere terminato viene usato un funzionale. Il principio di questo metodo è quello di partire da soluzioni di prova (chiamate popolazioni) che durante le iterazioni dell'algoritmo vengono modificate attraverso determinati operatori, che sono costruiti prendendo ispirazione da processi biologici o meccanici. Una delle migliori qualità di questo metodo di massimizzazione (o minimizzazione in base ai casi) è che durante esso vengono tenuti in considerazione i dati riguardanti l'intero spazio che si sta analizzando, evitando teoricamente di rimanere intrappolati in massimi o minimi locali.

Come suggerisce il nome, l'algoritmo genetico è un tecnica iterativa in cui gli operatori sono ispirati ad alcuni processi genetici.

Se si conoscesse il campo elettrico dell'intera regione, si potrebbe determinare quello scatterato, ma essendo che il primo dipende dalla distribuzione delle proprietà dielettriche dello spazio analizzato è necessario l'utilizzo di un propagatore, in questo caso l'FDTD.

L'algoritmo genetico viene poi impiegato per determinare il massimo della seguente funzione:

$$F = 1 - \sqrt{\frac{\sum_i (E_i^{sreal} - E_i^{scal})^2}{\sum_i (E_i^{sreal})^2}}$$

In cui E_i^{sreal} indica il campo elettrico scatterato misurato nel punto i , E_i^{scal} descrive il campo elettrico scatterato calcolato nel punto i attraverso il propagatore.

Di seguito verrà spiegato brevemente come funziona: indichiamo la popolazione alla k -esima iterazione con $\sigma^k = \{\eta_p^k\}_{p=1,\dots,P^k}$ dove η_p^k è il p -esimo elemento della popolazione σ^k . Gli elementi di una popolazione di solito sono codificati, infatti, a ogni elemento è associata una stringa chiamata "cromosoma" che è composta da "geni":

$$\eta_p^k \rightarrow \Psi_p^k = \{\psi_{p1}^k, \dots, \psi_{pN}^k\}$$

A questo punto ogni popolazione viene modificata attraverso tre diversi operatori, cioè: selezione, ricombinazione e mutazione. Il processo termina quando viene raggiunta una determinata condizione o dopo un certo numero di iterazioni.

L'algoritmo si sviluppa nel seguente modo (Pastorino,2010):

1. Inizializzazione: viene costruita la popolazione σ^0 . I cromosomi vengono generati casualmente o basandosi su alcune informazioni a priori.
2. Selezione: a ogni iterazione, vengono scelti i cromosomi che danno i risultati migliori. A ognuno di questi viene associato un valore $F_p^k = F(\eta_p^k)$, che verrà utilizzato dall'algoritmo per scegliere se scartare o meno il cromosoma. Al termine di questa operazione verrà creata una nuova popolazione $\eta_S^k = S(\eta^k)$.

3. Ricombinazione: questo operatore combina due cromosomi scelti casualmente dalla popolazione η_S^k , $\Psi_c^k = C(\Psi_a^k, \Psi_b^k)$.
4. Mutazione: questo opera sugli elementi della popolazione ottenuta dopo che l'operatore di combinazione è stato applicato alterando i geni che compongono i vari cromosomi. La popolazione ottenuta è utilizzata come elemento iniziale per l'iterazione successiva dell'algoritmo. Questa risulterà quindi essere: $\eta_S^{k+1} = M\{C[S(\eta_S^k)]\}$.

Vediamo un po' più nel dettaglio i singoli processi: per quanto riguarda i meccanismi di selezione i più utilizzati sono quelli di decimazione della popolazione, selezione proporzionata e competizione.

Il primo consiste nell'imporre un valore di soglia F_{soglia}^k , in cui i Q valori minori di questo saranno combinati tra loro per formare la nuova popolazione.

La selezione proporzionata, invece, forma la nuova popolazione attraverso un processo casuale. Viene definita una probabilità di selezione inversamente proporzionale alla grandezza del valore del funzionale a cui gli elementi darebbero forma. In questo modo quelli che generano i funzionali minori hanno più probabilità di essere scelti.

La selezione attraverso competizione è raggiunta isolando un set $R < P^k$ di elementi dalla popolazione originale, di questi viene scelto quello che offre il risultato migliore.

Nessuno di questi meccanismi di selezione però assicura che l'elemento più adatto di una certa popolazione sia scelto per quella successiva (per via degli altri operatori) quindi spesso all'algoritmo viene aggiunto un ulteriore operatore che agisce in questo modo: se all'interno di una popolazione viene individuato un cromosoma che offre la migliore minimizzazione del funzionale considerato, questo viene subito preso e inserito nella popolazione iniziale dell'iterazione successiva.

I processi di combinazione dipendono da come vengono codificati i cromosomi. Questi per esempio possono essere scritti utilizzando sia codice binario che valori reali, nel primo caso il processo di combinazione più comune è:

$$\begin{aligned}\Psi_c^k &= C(\Psi_a^k, \Psi_b^k) = [\psi_{a_1}^k, \dots, \psi_{a_r}^k, \psi_{b_{r+1}}^k, \dots, \psi_{b_N}^k] \\ \Psi_d^k &= C(\Psi_a^k, \Psi_b^k) = [\psi_{b_1}^k, \dots, \psi_{b_r}^k, \psi_{a_{r+1}}^k, \dots, \psi_{a_N}^k]\end{aligned}$$

dove r è un intero casuale che determina il punto di ricombinazione.

Nel caso di codifica attraverso valori reali:

$$\begin{aligned}\Psi_c^k &= C(\Psi_a^k, \Psi_b^k) = q\Psi_a^k + (1 - q)\Psi_b * k \\ \Psi_d^k &= C(\Psi_a^k, \Psi_b^k) = (1 - q)\Psi_a^k + q\Psi_b * k\end{aligned}$$

dove q è un valore a caso tra 0 e 1.

Anche l'operatore di mutazione dipende dalla codifica dei cromosomi; se viene utilizzato il codice binario esso consiste nello scambiare degli zero con degli uno, nell'altro caso invece si aggiungo numeri casuali a certi geni.

2.4 Algoritmi di ricostruzione lineari

2.4.1 Algoritmo Delay-and-Sum

Come già detto precedentemente, l'obiettivo dei metodi di imaging lineari è quello di creare una mappa che descriva l'energia delle microonde, dopo che è avvenuto lo scattering con i tessuti della mammella. Queste interagiranno in modo diverso con i tessuti analizzati in base alle loro proprietà dielettriche.

L'algoritmo che viene descritto di seguito è stato proposto in (Klemm et al., 2008) come miglioramento della tecnica di "Delay-and-Sum(DAS)" classica; verrà riportata sia questa versione che quella studiata nell'articolo.

Entrambi gli algoritmi vengono preceduti da due processi: il primo consiste nell'estrazione del segnale del tumore dai dati misurati. Nel sistema utilizzato in (Klemm et al., 2008) è adottato un approccio multistatico. I dati misurati non contengono solo informazioni riguardanti la lesione, ma anche segnale proveniente dalle riflessioni della pelle, da parti meccaniche e disturbi dovuti agli accoppiamenti delle antenne. Per eliminare questi segnali il set di misurazioni viene ruotato attorno al suo centro. In questo modo, vengono ottenuti due set di dati in cui i segnali indesiderati saranno quasi identici e appariranno con tempistiche simili, quindi possono essere eliminati. Al contrario, i segnali provenienti dal tumore appariranno in tempi diversi, a meno che questo non si trovi sull'asse di rotazione. Il secondo processo è quello di equalizzazione dei segnali provenienti da diverse antenne. Per fare questo viene prima estratto il segnale del bersaglio, si livella il rumore e infine si equalizza la diffusione del fronte d'onda sferico associato al segnale.

Nell'algoritmo DAS vengono dapprima calcolati dei ritardi temporali T_i per ogni segnale ricevuto. Per ogni antenna questi sono calcolati considerando la posizione di questa, del punto che si sta analizzando $r = (x, y, z)$, e la velocità di propagazione del segnale che viene calcolata attribuendo un valore medio di permittività alla pelle e ai tessuti interni della mammella. Il punto analizzato viene spostato da una posizione a un'altra, in ognuna di queste i segnali vengono sommati e integrati su una finestra di tempo decisa in base al sistema utilizzato. In questo modo si ottiene una mappa 3-D del bersaglio.

L'energia ricevuta da un determinato punto del volume della mammella può essere espressa nel seguente modo:

$$F_e(x, y, z) = \int_0^\tau \left(\sum_{i=0}^M w_i(x, y, z) y_i(t - T_i(x, y, z)) \right)^2 dt$$

dove $M = N(N-1)/2$ (N è il numero di antenne in un set), w_i dipende dalla posizione dell'antenna, y_i è il segnale misurato, T_i è il ritardo temporale e τ è la lunghezza della finestra su cui si integra.

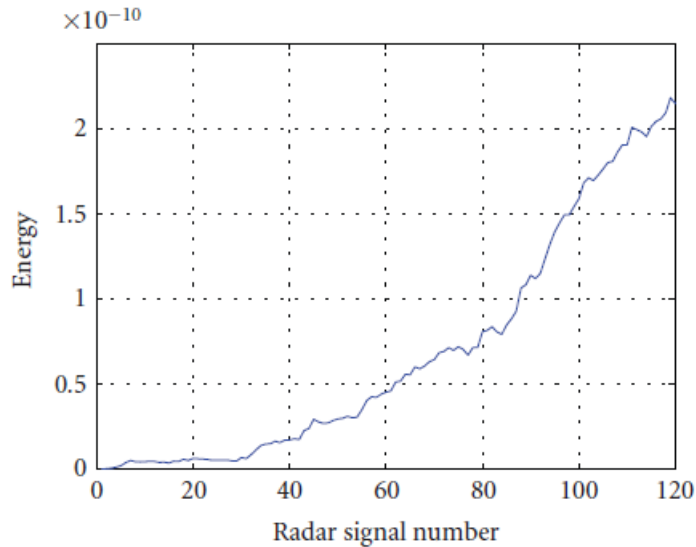


Figura 2.3: Esempio di curva che riporta l'energia in funzione del numero di dati sommati (Klemm et al., 2008)

Il miglioramento all'algoritmo DAS introdotto in (Klemm et al. 2008) utilizza un fattore di qualità QF , che verrà moltiplicato per il funzionale descritto precedentemente. QF viene calcolato in tre passaggi:

- Per ogni punto analizzato dall'algoritmo viene disegnata una curva che riporta il valore dell'energia mano a mano che i dati vengono sommati (figura 2.3).
- La curva viene riscalata normalizzandola attraverso la deviazione standard σ_e dei segnali utilizzati per la somma. Essendo che nel caso ideale σ_e è uguale a zero la normalizzazione viene fatta moltiplicando per $\frac{1}{1+\sigma_e}$.
- Vengono stimati i coefficienti di un polinomio di secondo grado ($y = ax^2 + bx + c$), che rappresenta il metodo dei minimi quadrati applicato alla curva ottenuta al primo passaggio. Viene scelto un polinomio di secondo grado perché nel caso ideale la curva dovrebbe rappresentare una parabola. Quindi viene posto $QF = a$.

2.4.2 Algoritmo Delay-Multiply-and-Sum

L'algoritmo Delay-Multiply-and-Sum (DMAS) presentato di seguito è quello utilizzato in (Lim et al., 2008). In questa tecnica i segnali misurati dai rilevatori vengono prima ritardati temporalmente (come nell'algoritmo DAS), quindi vengono moltiplicati tra loro prima di essere sommati, viene poi ricostruita l'immagine.

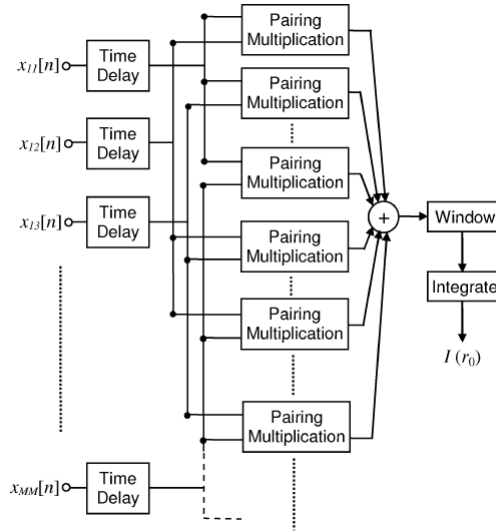


Figura 2.4: Ricostruzione di immagini utilizzando algoritmo DMAS (Lim et al., 2008)

Come nell'algoritmo DAS prima dell'applicazione del metodo DMAS, i segnali vengono ripuliti dal rumore. Il metodo utilizzato nella ricostruzione di un'immagine 3-D di un fantoccio è quello di sottrarre i segnali ricevuti dal sistema in presenza del tumore nel fantoccio a quelli ricevuti in assenza di questo, ovviamente questa procedura è impossibile nella realtà clinica e si utilizzano metodologie simili a quelle descritte per l'algoritmo DAS. I dati sono rappresentati da una matrice $M \times M$ dove M è il numero di segnali ricevuti (essendo l'immagine in 3-D l'approccio è multistatico ecco il perché della matrice).

In figura 2.4 è mostrato un diagramma che illustra l'algoritmo DMAS. Come prima cosa viene calcolata la distanza percorsa dal segnale per essere trasmesso, riflesso e ricevuto da un'antenna, quindi viene convertita in ritardo temporale N_{ij} . Vengono considerati tutti i tessuti attraversati dal segnale e la velocità di propagazione viene calcolata attraverso il valore che la permittività assume nella frequenza centrale dell'impulso trasmesso. Quindi vengono applicati i ritardi calcolati e poi i segnali sono moltiplicati tra loro, in base al principio per cui aumentando il valore del segnale ricevuto si può diminuire ulteriormente il rumore e ottenere un'immagine con una migliore definizione. Il segnale di un determinato punto $I(r_0)$ è quindi ottenuto integrando i vari contributi su una finestra temporale τ :

$$I(r_0) = \int_0^\tau S[n] dt$$

dove $S[n]$ è il segnale ottenuto dopo la moltiplicazione reciproca tra i segnali.

2.4.3 Tecnica di imaging a microonde attraverso l'uso di "beamforming" spazio-temporale

La tecnica di imaging a microonde attraverso "beamforming" spazio-temporale (MIST), presentata in (Bond et al., 2003) viene utilizzata per rilevare l'energia proveniente dallo scattering con un tumore della mammella di piccole dimensioni. In questo modo si può rilevare la presenza e la locazione della lesione. Il metodo MIST opera prima allineando i segnali di ritorno giunti dall'ipotetica posizione di scattering, su cui sono già state effettuate tecniche per la rimozione del rumore, successivamente, a questi vengono applicati una serie di filtri a risposta finita all'impulso (FIR), uno in ogni antenna. I segnali sono quindi sommati per ottenere la ricostruzione dell'immagine mano a mano che viene analizzato ogni punto della mammella. La tecnica è utilizzata all'interno di una finestra temporale che dovrebbe contenere il segnale proveniente dal punto analizzato.

L'immagine che rappresenta l'energia delle onde rilevate come funzione del punto analizzato \mathbf{r} è ottenuta applicando la tecnica MIST adattata a ogni segnale giunto a ogni antenna.

Di seguito è riportata la tecnica applicata a uno specifico punto \mathbf{r}_0 . Consideriamo che la i -esima antenna contenga il segnale, $x_i[n]$ proveniente dal solo punto \mathbf{r}_0 . La trasformata di Fourier del segnale viene scritta come

$$X_i(\omega) = I(\omega)S_{ii}(\mathbf{r}_0, \omega)$$

con $0 \leq i \leq N$, $I(\omega)$ è la trasformata di Fourier dell'impulso trasmesso $i(t)$ e $S_{ii}(\mathbf{r}_0, \omega)$ descrive la risposta in frequenza associata con la propagazione attraverso il tessuto della mammella dalla i -esima antenna al punto \mathbf{r}_0 e ritorno, utilizzando quindi un approccio monostatico.

Questo segnale è quindi ritardato attraverso il valore $n_i(\mathbf{r}_0) = n_a - \tau_i(\mathbf{r}_0)$ in modo che i segnali siano approssimativamente allineati. In questa espressione $\tau_i(\mathbf{r}_0)$ rappresenta il ritardo dovuto alla propagazione, mentre n_a è il tempo di riferimento a cui tutti i segnali sono allineati, questo è stato scelto come il peggior ritardo tra tutte le antenne e tutti i punti.

Ai segnali così ottenuti è applicata una funzione, la finestra temporale, che li annulla prima del tempo n_a in modo da eliminare interferenze e rumore.

L'obiettivo dei filtri FIR è quello di equalizzare le attenuazioni e dispersioni dipendenti dal cammino percorso, interpolare qualsiasi segnale di risposta proveniente dalla lesione e tagliato dalla finestra temporale e filtrare i segnali in un determinato range di frequenze. Il filtro FIR nell' i -esimo canale ha coefficienti rappresentati da un vettore $L \times 1$, $\mathbf{w}_i = [w_{i0}, \dots, w_{i(L-1)}]$. La lunghezza L del filtro è decisa bilanciando complessità ed efficacia:

$$W_i(\omega) = \sum_{l=0}^{L-1} w_{il} e^{-i\omega l T_s} = \omega_i^T \mathbf{d}(\omega)$$

con $\mathbf{d}(\omega) = [1, e^{-i\omega T_s}, \dots, e^{-i\omega(L-1)T_s}]^T$ e T_s è l'intervallo temporale in cui avviene la misurazione.

Per oltrepassare il filtro viene richiesto che

$$\sum_{i=1}^N S_{ii}(\mathbf{r}_0, \omega) e^{-i\omega n_i(\mathbf{r}_0)} W_i(\omega) = \sum_{i=1}^N \tilde{S}_{ii}(\mathbf{r}_0, \omega) e^{-i\omega \tau_i(\mathbf{r}_0)} e^{-i\omega n_i(\mathbf{r}_0)} \mathbf{w}_i^T \mathbf{d}(\omega) \approx e^{-i\omega(T_s(L-1)/2 + n_a)}$$

$\tilde{S}_{ii}(\mathbf{r}_0, \omega)$ è la risposta in frequenza ottenuta dopo che è stato rimosso lo shift di fase associato alla propagazione dal punto \mathbf{r}_0 all'antenna e viceversa, $T_s(L-1)/2$ rappresenta il ritardo temporale medio introdotto dal filtro FIR. Ora ricordando che $n_a = \tau_i \mathbf{r}_0 + n_i \mathbf{r}_0$, si ottengono le condizioni su \mathbf{w}_i :

$$\sum_{i=1}^N \tilde{S}_{ii}(\mathbf{r}_0, \omega) \mathbf{w}_i^T \mathbf{d}(\omega) \approx e^{-i\omega T_s(L-1)/2}$$

Se questa è soddisfatta, la trasformata di Fourier della somma delle uscite dei set di filtri FIR, $z[n]$, è

$$Z(\omega) = I(\omega) e^{-i\omega(T_s(L-1)/2 + n_a)}$$

L'uscita $z[n]$ è vincolata a un certo periodo temporale attraverso $h[\mathbf{r}_0, n]$ per eliminare ulteriore rumore. L'energia, $p(\mathbf{r}_0)$ è calcolata sommando i quadrati di questi ultimi segnali ottenuti:

$$p(\mathbf{r}_0) = \sum_n |z[n] h[\mathbf{r}_0, n]|^2$$

Consideriamo ora i filtri FIR e vediamo come vengono calcolati i pesi in base alle condizioni su questi. Dato il vettore $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1^T, \dots, \mathbf{w}_N^T]^T$, di dimensioni $NL \times 1$, possiamo riscrivere la suddetta condizione come

$$\mathbf{w}^T \mathbf{d}(\mathbf{r}_0, \omega) \approx e^{-i\omega T_s(L-1)/2}$$

dove il vettore $\mathbf{d}(\mathbf{r}_0, \omega)$ di dimensioni $NL \times 1$ è dato da

$$\mathbf{d}(\mathbf{r}_0, \omega) = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11}(\mathbf{r}_0, \omega) \mathbf{d}(\omega) \\ \vdots \\ \tilde{S}_{NN}(\mathbf{r}_0, \omega) \mathbf{d}(\omega) \end{bmatrix}$$

I filtri sono calcolati cercando di approssimare la condizione riscritta su una griglia di M frequenze in un intervallo $[\omega_l, \omega_u]$.

Definiamo ora una matrice contenente i vettori $\mathbf{d}(\mathbf{r}_0, \omega)$ appartenenti a ognuna delle M frequenze:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{d}(\mathbf{r}_0, \omega_1), \dots, \mathbf{d}(\mathbf{r}_0, \omega_M)]$$

Adesso la condizione sui pesi può essere riscritta come un sistema di M equazioni in NL incognite:

$$\mathbf{w}^T \mathbf{A} \approx \mathbf{f}_d$$

Dove $\mathbf{f}_d = [e^{-i\omega_1 T_s(L-1)/2}, \dots, e^{-i\omega_M T_s(L-1)/2}]$. Questa può essere espressa come

$$\min_{\mathbf{w}} \|\mathbf{w}^T \mathbf{A} - \mathbf{f}_d\|_2^2$$

La cui soluzione è:

$$\mathbf{w} = (\mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{f}_d^\dagger$$

Analizziamo ora la funzione che descrive la finestra temporale. Se il segnale misurato dai ricevitori inizia in un punto n_h sulla linea del tempo e termina in un altro punto $n_h + l_h$ una scelta della funzione $h[\mathbf{r}_0, n]$ può essere di assumere il valore uno in questo intervallo e zero altrove.

In pratica, però, lo scattering dell'impulso è dipendente dalla frequenza del segnale. Gli effetti dispersivi collegati a questo fenomeno aumentano la durata temporale del segnale, questi effetti aumentano con la grandezza del tumore, ma visto che in (Bond et al., 2003) si è deciso di utilizzare la tecnica qui descritta per la rivelazione di piccoli tumori questi sono stati approssimati a dei punti, il che permette di avere il rapporto segnale/rumore massimo nel caso di piccole lesioni.

2.4.4 Imaging attraverso l'operatore di inversione temporale (DORT) e l'inversione temporale MUSIC

I metodi di inversione temporale consistono nel propagare indietro nel tempo il campo scatterato in modo da ricevere informazioni sulla locazione dei tumori all'interno della mammella (se presenti). Le tecniche DORT o MUSIC sono utilizzate per ottenere informazioni maggiori nel caso in cui sia presente più di uno scatteratore. Queste due sono tecniche di imaging che si basano rispettivamente sul sottospazio del segnale e del rumore e sulla decomposizione ai valori singolari dell'operatore di inversione temporale (TRO), (Hossain e Mohan, 2013).

Analizziamo prima l'inversione temporale. Consideriamo un array di ricevitori di N elementi posti in \mathbf{r}'_n con $n = 1, \dots, N$. Assumiamo che ciascuna antenna sia composta

da tre dipoli allineati lungo gli assi x, y e z di lunghezza d^x, d^y, d^z rispettivamente e alimentati dalle correnti J^x, J^y, J^z . Se consideriamo M bersagli in r_m^o , con $m = 1, 2, \dots, M$ con permittività rappresentata dal seguente tensore:

$$\epsilon_m = \text{diag}\{\epsilon_1^x, \epsilon_1^y, \epsilon_1^z, \dots, \epsilon_M^z\}$$

Il campo elettrico incidente in \mathbf{r} considerando un mezzo non magnetico può essere scritto come:

$$\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N i\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_n^t) \mathbf{D}_n \mathbf{J}_n$$

dove μ_0 è la permeabilità del mezzo di fondo, $\mathbf{D}_n = \text{diag}\{d_n^x, d_n^y, d_n^z\}$, $\mathbf{J}_n = \{J_n^x, J_n^y, J_n^z\}$, mentre la $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_n^t)$ è definita come:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_n^t) = \left\{ \mathbf{I} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right\} e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

in un mezzo omogeneo. Quindi il campo elettrico incidente può essere espresso in forma matriciale come:

$$\mathbf{E}_{in} = \mathbf{G}^{iT} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{J}$$

in cui

$$\mathbf{G}^{iT} = \begin{bmatrix} i\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}_1^o, \mathbf{r}_1^t) & \cdots & i\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}_M^o, \mathbf{r}_1^t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}_1^o, \mathbf{r}_N^t) & \cdots & i\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}_M^o, \mathbf{r}_N^t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{d_1^x, d_1^y, d_1^z, \dots, d_N^z\}$$

$$\mathbf{J} = [J_1^x J_1^y J_1^z \dots J_N^z]^T$$

A questo punto definiamo la matrice multistatica, avente come elementi i campi ricevuti da ogni antenna dopo che è avvenuto lo scattering. Il campo elettrico ricevuto dalla j -esima antenna, il cui impulso è stato trasmesso dalla l -esima antenna, è scritto come:

$$\mathbf{E}_{jl}^s(\mathbf{r}_j^t) = \sum_{m=1}^M \int_{\nu_m} \mathbf{G}(\mathbf{r}_j^t, \mathbf{r}_m^o) [k_m^2(\mathbf{r}_m^o) - k^2] \mathbf{G}(\mathbf{r}_m^o, \mathbf{r}_l) \mathbf{E}_t(\mathbf{r}_m^o) d\mathbf{r}_m^o$$

ν_m è il volume dell' m -esimo scatteratore, $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_m^o)$ è il campo elettrico incidente totale nel punto \mathbf{r}_m^o , e $[k_m^2(\mathbf{r}_m^o) - k^2]$ rappresenta la differenza delle proprietà dielettriche tra il bersaglio e il mezzo con

$$k_m^2(\mathbf{r}_m^o) = \begin{cases} \text{diag}\{\omega^2\mu_0\epsilon_m^x(\mathbf{r}), \omega^2\mu_0\epsilon_m^y(\mathbf{r}), \omega^2\mu_0\epsilon_m^z(\mathbf{r})\} & \mathbf{r} \in \mu_m \\ \text{diag}\{k^2, k^2, k^2\} & \mathbf{r} \notin \mu_m \end{cases}$$

Consideriamo per semplicità il problema in due dimensioni così come in (Hossain e Mohan, 2013) usando un'onda polarizzata trasversalmente in cui solo la componente lungo z è diversa da zero, le antenne diventano linee infinite lungo l'asse z . La funzione di Green \mathbf{G} diventa:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{1}{4i} H_0^l(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$$

con H_0^l funzione di Hankel di ordine zero e tipo l . La matrice multistatica può allora essere scritta come:

$$\mathbf{K} = \bar{\mathbf{G}}\mathbf{\Gamma}\bar{\mathbf{G}}^T$$

dove $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}\{\Gamma_1^z, \dots, \Gamma_M^z\}$ rappresenta le proprietà dielettriche del bersaglio confrontate con il mezzo di fondo e $\bar{\mathbf{G}} = [\mathbf{g}(\mathbf{r}_1^o), \dots, \mathbf{g}(\mathbf{r}_M^o)]$ in cui il vettore $\mathbf{g}(\mathbf{r}, \omega) = [G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1^t, \omega), \dots, G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_N^t, \omega)]^T$

Il rango della matrice \mathbf{K} è dato da $r_k \leq \min(M, N)$.

A questo punto l'operatore di inversione temporale include la propagazione verso il bersaglio, il processo di inversione temporale e la propagazione all'indietro e si rappresenta con

$$\mathbf{T} = \mathbf{K}^\dagger \mathbf{K}$$

Il rango di questa matrice è al massimo uguale al numero di scatteratori. Utilizzando la scomposizione ai valori singolari \mathbf{T} risulta essere:

$$T = \mathbf{U}(\omega)\mathbf{\Phi}(\omega)\mathbf{V}(\omega)$$

Quando viene utilizzato un impulso UWB il campo che interagisce con il bersaglio viene misurato nel dominio temporale poi viene utilizzata la trasformata di Fourier per ottenere il TRO per pacchetti discreti di frequenze, successivamente è possibile definire questo operatore come un oggetto condensato, come chiamato in (Hund e Kaveh, 1988), chiamato C-TRO. In ambiente con molto rumore può succedere che il risultato di uno scattering multiplo siano dei segnali altamente correlati. Quindi è necessario includere in questa tecnica dei metodi per rendere indipendenti gli elementi del C-TRO.

Per ottenere questa matrice prima si stima la matrice unitaria \mathbf{W} :

$$\min_{W(\omega_i)} \|\mathbf{K}(\omega_o) - \mathbf{W}(\omega_i)\mathbf{K}(\omega_i)\|_2$$

dove ω_i indica l' i -esimo pacchetto di frequenze. Otteniamo quindi $W(\omega_i)$ che risulta:

$$\mathbf{W}(\omega_i) = \mathbf{V}(\omega_i)\mathbf{U}^*\omega_i$$

essendo che \mathbf{U} e \mathbf{V} sono entrambe matrici unitarie, \mathbf{W} lo è a sua volta. La C-TRO allora sarà

$$\hat{\mathbf{T}}(\omega_o) = \sum_{i=1}^F \mathbf{W}(\omega_i)\mathbf{T}(\omega_i)\mathbf{W}^*(\omega_i)$$

L'utilizzo di questa matrice condensata permetterà prestazioni migliori degli algoritmi di ricostruzione che sfruttano metodi di inversione temporale per ottenere l'immagine.

Indicando con C^N lo spazio vettoriale associato al C-TRO, la matrice $\hat{\mathbf{T}}$ può essere decomposta tra il sotto-spazio dei segnali S e quello del rumore N che risultano essere ortogonali se il numero di bersagli è minore del numero di antenne. I vettori contenenti le funzioni di Green utilizzati per ricavare la matrice multistatica sono una base ortonormale per il sottospazio dei segnali S . Questo è composto dagli autovalori diversi da zero mentre il sottospazio del rumore N da quelli nulli. Quindi quando \mathbf{r} coincide con un bersaglio:

$$\sum_{\Phi_m=0} |\mathbf{v}_m^*g(\mathbf{r})| = 0$$

con \mathbf{v}_m m-esimo autovettore di $\hat{\mathbf{T}}$. La tecnica TR-MUSIC consiste nella seguente espressione:

$$I(\mathbf{R})_{TR-MUSIC} = \frac{1}{\sum_{\Phi_m=0} |\mathbf{v}_m^*g(\mathbf{r})|^2}$$

L'algoritmo DORT invece consisterà nel:

$$I(\mathbf{r})_{DORT} = \sum_{\Phi_m > 0} |\mathbf{v}_m^*g(\mathbf{r})|^2$$

Per bersagli in un cui si riesce a ottenere una alta risoluzione dell'immagine a ogni autovettore nello spazio dei segnali corrisponde un bersaglio, se questi sono più di uno è possibile concentrarsi su ognuno di questi.

Capitolo 3

Immagini ricostruite

I vari algoritmi descritti nel capitolo precedente sono stati utilizzati in altrettanti sistemi di imaging a microonde per ricostruire la distribuzione delle proprietà dielettriche, nel caso di algoritmi non lineari, o la posizione della lesione all'interno della mammella nel caso di algoritmi lineari. Essendo che molti di questi sistemi sono ancora prototipi, che dovranno essere ulteriormente testati, quando possibile verranno riportate le immagini ottenute in campo clinico, negli altri casi, invece, le immagine ottenute analizzando dei fantocci o tramite simulazione.

3.1 Algoritmi di ricostruzione non lineari

3.1.1 Algoritmo Newton-Gauss CGLS

Il sistema di imaging che ha utilizzato l'algoritmo Newton-Gauss CGLS è quello sviluppato al Dartmouth College. Questo è formato da 16 antenne monopolo posizionate circolarmente come in figura 3.1.

La paziente viene stesa sopra l'apparato di misurazione e la mammella viene posizionata come mostra schematicamente la figura 3.2.

Il serbatoio viene riempito con un liquido di accoppiamento i cui parametri riproducono quelli medi della mammella.

Durante l'analisi, il sistema scansiona sette piani che distano 1 *cm* l'uno dall'altro. Su ognuno di questi un'antenna funge da trasmettitore e le altre da ricevitori, producendo 240 misurazioni del campo scatterato. Il sistema opera creando immagini 2-D di ogni piano.

Immagini ottenute da fantoccio

Per mostrare la qualità delle immagini ottenute dai due algoritmi questi sono stati applicati per la ricostruzione tomografica di un fantoccio, i dati sono stati acquisiti a una

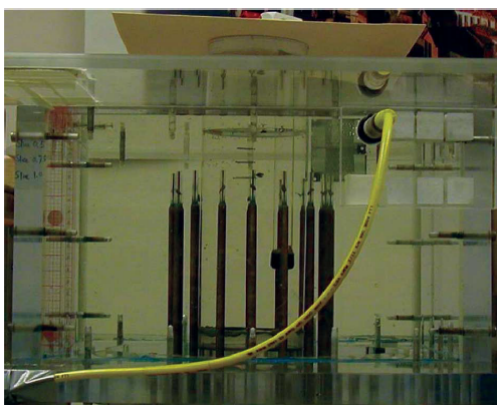


Figura 3.1: Foto dell'apparato di imaging utilizzato al Darmouth College (Rubaek et al. 2007).

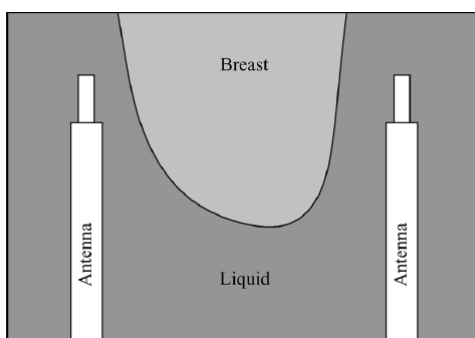


Figura 3.2: Apparato di misurazione. Le antenne vengono spostate dall'alto verso il basso e le misurazioni vengono fatte su 7 piani. Il primo più vicino al torace l'ultimo vicino al capezzolo (Rubaek et al. 2007).

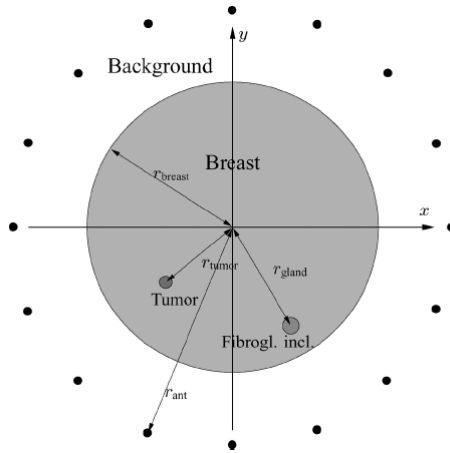


Figura 3.3: *Rappresentazione schematica del fantoccio ricostruito attraverso i due algoritmi, GN-T e GN-C (Rubaek et al. 2007)*

frequenza di 1100 MHz. La figura 3.3 mostra una rappresentazione schematica del fantoccio, questo è costituito da un cilindro in plastica di 10 cm, riempito con una soluzione di acqua e glicerina, con $\epsilon_{r,t} = 12.6 F/m$ e $\sigma_t = 0.62 S/m$, che riproduce il tessuto grasso della mammella. All'interno di questo fantoccio sono stati inseriti due cilindri più piccoli per simulare rispettivamente del tessuto fibrogliandolare e una lesione. Il primo aveva un diametro di 21 mm ed era approssimato attraverso un liquido con $\epsilon_{r,f} = 32.7 F/m$ e $\sigma_f = 1.28 S/m$. Il secondo aveva un diametro di 28 mm e parametri: $\epsilon_{r,t} = 53.4 F/m$, $\sigma_t = 1.15 S/m$. Il centro del tumore è stato posizionato circa 3 cm dal centro della mammella $(x_t, y_t) = (-2.3 \text{ cm}, -1.9 \text{ cm})$ mentre l'inclusione di tessuto fibrogliandolare aveva il suo centro su $(x_f, y_f) = (2 \text{ cm}, -3.5 \text{ cm})$. Il liquido di accoppiamento aveva permittività $\epsilon_a = 23.4 F/m$ e conduttività $\sigma_a = 1.13 S/m$.

Nel resto del paragrafo ci si riferirà all'algoritmo Newton-Gauss che sfrutta la regolarizzazione di Tikhonov come GN-T, mentre a all'algoritmo di Newton-Gauss implementato da quello CGLS come GN-C. I risultati ottenuti da queste due tecniche sono mostrati in figura 3.4.

I contorni del fantoccio sono difficilmente visibili in entrambi i casi, anche se l'immagine ottenuta dall'algoritmo GN-C presenta un maggior numero di artefatti. Sia la lesione che l'inclusione di tessuto fibroconnettivale sono ricostruiti meglio dall'algoritmo GN-C, in particolar modo è possibile identificare la posizione della seconda attraverso questa ricostruzione mentre nell'immagine ottenuta con GN-T sembra confondersi con il mezzo di accoppiamento. Quindi la migliore risoluzione dell'algoritmo GN-C va a discapito del numero di artefatti. Questo problema può essere risolto alzando la soglia a cui l'algoritmo viene terminato, diminuendo quindi il numero di iterazioni.

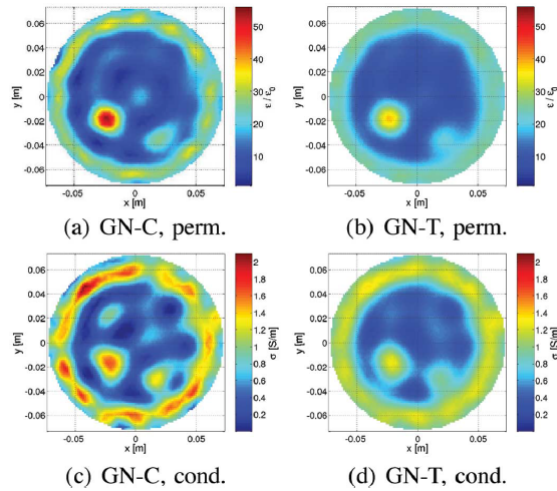


Figura 3.4: Confronto tra i valori ricostruiti di permittività e conduttività ottenuti attraverso gli algoritmi GN-T e GN-C (Rubaek et al. 2007).

Misurazioni su pazienti

Vediamo ora alcune immagini ottenute ricostruendo la mammella di una paziente. Le misurazioni in ambiente clinico possono presentare delle complicazioni che non sono affrontate in laboratorio; per esempio, l'immagine può presentare artefatti causati dalla vicinanza a tessuti contenenti molta acqua come i muscoli (pettorali), oppure per via della cassa toracica. Per quanto riguarda i piani più vicini al capezzolo la forma più conica della mammella può essere d'ostacolo a una buona ricostruzione. Saranno mostrate le immagini delle zone alla base, al centro e nella parte anteriore della mammella. La figura 3.5 mostra i risultati ottenuti a 1100MHz della mammella destra utilizzando l'algoritmo GN-T.

In figura 3.6 troviamo le immagini corrispondenti ottenute attraverso l'algoritmo GN-C. I risultati sono stati ottenuti dopo 20 iterazioni dell'algoritmo GN-T per ognuno dei tre piani. L'algoritmo GN-C ha impiegato 11 iterazioni per i piani 1, 7 e 9 iterazioni per il piano 4.

La paziente era una donna di 36 anni, l'immagine è stata ottenuta con un liquido di accoppiamento le cui proporzioni di glicerina:acqua erano di 80:20. Il tumore era distribuito su una zona di 4 cm di diametro posta nella parte inferiore della regione più vicina al capezzolo.

Le proprietà elettriche della mammella sono inferiori a quelle del mezzo in cui è immersa, tant'è che il perimetro di questa nel piano 1 risulta non interamente visibile, questo può anche essere causato dal fatto che la sezione della mammella era più grande del sistema di misurazione oppure posizionata troppo vicino alle antenne. Le immagini che ricostruiscono la conduttività sono abbastanza omogenee. Quelle che riportano i valori

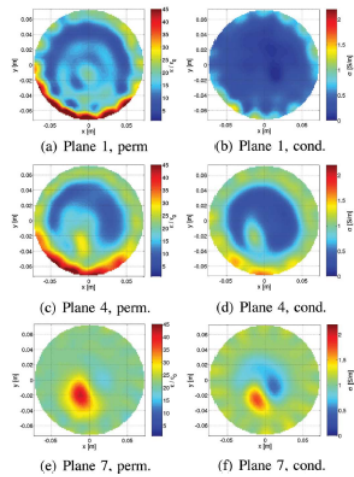


Figura 3.5: Risultati ottenuti attraverso l'algoritmo GN-T della mammella destra di una paziente. Le immagini riportano le ricostruzioni dei piani 1, 4, 7 avvenute dopo 20 iterazioni (Rubaek et al. 2007).

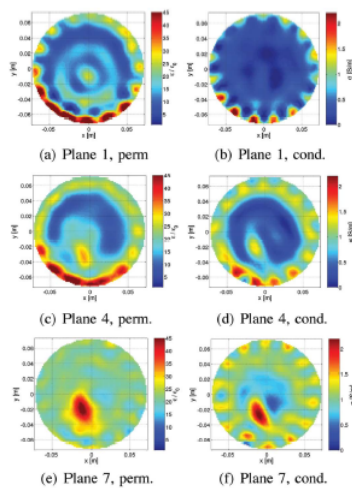


Figura 3.6: Risultati ottenuti attraverso l'algoritmo GN-C della mammella destra di una paziente. Le immagini riportano le ricostruzioni dei piani 1, 7 avvenute dopo 11 iterazioni e del piano 4 avvenuta dopo 9 iterazioni (Rubaek et al. 2007).

di permittività all'interno della mammella presentano zone con valori più alti associate a tessuti fibrogliandolari.

Analizzando il quarto piano sia le immagini della permittività che della conduttività presentano zone con valori elevati più estese associate al tessuto fibroconnettivale. Queste sembrano essere più intense nel quadrante sinistro inferiore suggerendo una probabile influenza del tumore. Questa caratteristica sembra essere accentuata maggiormente dall'algoritmo GN-C.

Le immagini del piano 7 forniscono informazioni molto utili riguardo la paziente. La sezione ricostruita è ridotta, trattandosi del piano più lontano dal petto, in più la ricostruzione dello sfondo è più irregolare nelle immagini ottenute con l'algoritmo GN-C a causa di un numero maggiore di artefatti e del basso contrasto tra proprietà del liquido di accoppiamento e della mammella. In entrambe le immagini è possibile individuare la lesione, che sembra essere ricostruita meglio attraverso l'algoritmo GN-C. Le immagini ottenute attraverso quest'ultimo permettono una individuazione migliore anche della forma della mammella essendo che i valori di permittività e conduttività ricostruiti sono più alti rispetto a quelli ottenuti dall'algoritmo GN-T.

In generale, l'utilizzo dell'algoritmo GN-C riduce il tempo dell'intera ricostruzione dal 45% al 55%.

3.1.2 Distorted Born Iterative Method

In (Chew e Wang, 1992) sia il Born Iterative Method (BIM) che il Distorted Born Iterative Method (DBIM) sono applicati per la ricostruzione di distribuzioni di permittività simulate al computer.

Prima di mostrare i risultati ottenuti da questi metodi definiamo l'Errore Quadrato Medio (MSE) come:

$$MSE = \sqrt{\frac{\int \int_S [\epsilon_r^{(i)}(\rho) - \epsilon_r(\rho)]^2 dx dy}{\int \int_S [\epsilon_r(\rho)]^2 dx dy}}$$

dove S è la sezione del bersaglio, $\epsilon_r^{(i)}(\rho)$ è la permittività relativa ricostruita all' i -esima iterazione, e $\epsilon_r(\rho)$ è la distribuzione originale. L' MSE è introdotto per evidenziare certe caratteristiche degli algoritmi e non è utilizzato in ambiente clinico dato che non è conosciuta la distribuzione originale.

Distribuzione a forma di mammella

La forma ricostruita è simile a quella di una mammella con un rapporto segnale/rumore di 25 dB. Il diametro dell'oggetto è 1λ , operando a una frequenza di 100 MHz. Il valore della permittività è 1.8 F/m. La figura 3.7 mostra la ricostruzione ottenuta attraverso il BIM; La figura 3.7(a) è la distribuzione originale. La 3.7(b) è la ricostruzione alla

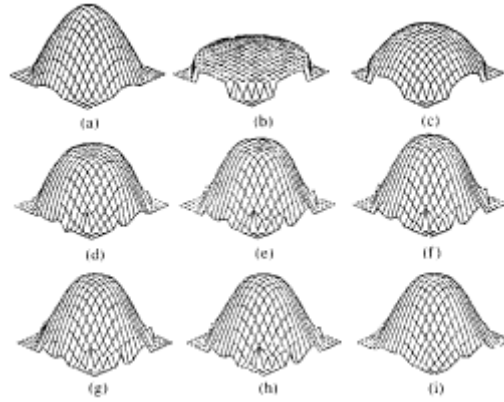


Figura 3.7: Ricostruzione utilizzando il Born Iterative Method su una distribuzione di diametro 1λ e di valore $1.8 F/m$. (a) è la distribuzione originale. (b) è la ricostruzione dopo che è stata applicata l'approssimazione di Born. (c)-(g) sono le iterazioni da 2 a 6. (h) è la quindicesima iterazione. (i) è il risultato filtrato (Chew and Wang 1992).

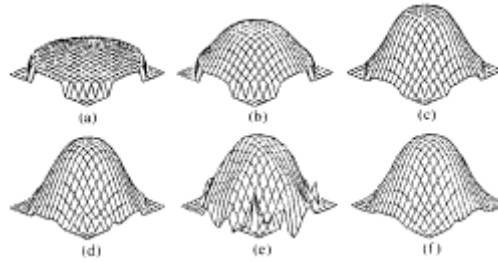
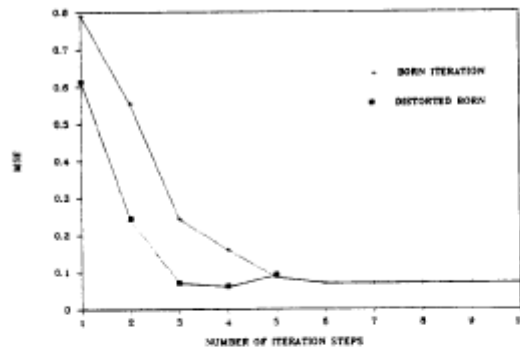


Figura 3.8: Ricostruzione utilizzando il Distorted Born Iterative Method su una distribuzione di diametro 1λ e di valore $1.8 F/m$. (a) è la ricostruzione dopo che è stata applicata l'approssimazione di Born. (b)-(e) sono le iterazioni da 2 a 5. (f) è il risultato filtrato (Chew and Wang 1992).

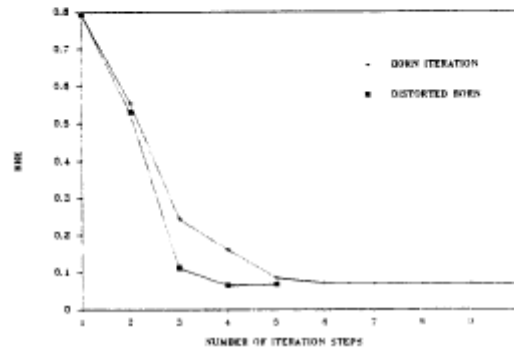
prima iterazione dopo che è stata applicata l'approssimazione di Born al prim'ordine. Le figure 3.7(c)-(g) mostrano i risultati ottenuti dalla seconda alla sesta iterazione, in 3.7(h) abbiamo il prodotto della quindicesima iterazione. La figura 3.7(i) mostra i risultati filtrati secondo un procedimento che sarà spiegato più avanti.

In figura 3.8 troviamo la ricostruzione della distribuzione attraverso il DBIM. La figura 3.8(a) rappresenta l'applicazione dell'approssimazione di Born al prim'ordine. Le figure 3.8(b)-(e) le iterazioni da 2 a 5. La 3.8(f) mostra il risultato filtrato. L'algoritmo viene terminato dopo 5 iterazioni perché l'RRE della quinta iterazione è maggiore di quello della quarta iterazione.

La figura 3.9 mostra i valori dell'RRE e dell'MSE in funzione delle iterazione sia per il BIM che per il DBIM. Da questa figura si vede come l'MSE cresca alla quarta iterazione, questo è riscontrabile anche nelle figure essendo che la 3.8(e) presenta più artefatti della



(a)



(b)

Figura 3.9: (a) è l'MSE per la distribuzione di permittività ricostruita delle figure 3.7 e 3.8. (b) è l'RRE per la distribuzione di permittività ricostruito delle figure 3.7 e 3.8 (Chew e Wank, 1992).

3.8(d). L'immagine però non risulta compromessa perché alla stessa iterazione anche l'RRE aumenta, pur non essendo le due quantità correlate. Il comportamento del BIM è diverso, infatti, sia l'RRE che l'MSE raggiungono la stabilità dopo un certo numero di iterazioni e l'algoritmo è terminato quando viene raggiunto il numero massimo di queste.

Per via del rumore sono presenti degli artefatti nella distribuzione ricostruita visibili in 3.7(h) e 3.8(e). Ecco perché alla soluzione finale vengono applicati dei filtri; questi lavorano sulla ricostruzione sostituendo una determinata funzione ai dati calcolati, in questo caso, applicando una media ponderata pesata i cui fattori sono 1.8 per il centro dell'intervallo analizzato e 0.8 fuori.

Il motivo per cui il DBIM è più sensibile al rumore rispetto al BIM è per il passaggio numero 3 dell'algoritmo, ovvero, quando si sostituisce la funzione di Green e si sottrae il campo elettrico calcolato da quello misurato. Se all'inizio della ricostruzione è presente del rumore (25 dB in questo caso) dopo alcune iterazioni questo prevarrà sul segnale

proveniente dalla distribuzione.

3.1.3 Algoritmo di ricostruzione che sfrutta l'approssimazione Rytov

In (Semenov et al., 1998) l'algoritmo di ricostruzione che sfrutta l'approssimazione di Rytov è utilizzato per ricostruire le immagini di un fantoccio. Il prototipo di sistema di imaging a microonde utilizzato è bidimensionale e opera a una frequenza di 2450 MHz. Lungo il perimetro della camera di misurazione cilindrica sono disposte 64 antenne (32 emettitori e 32 ricevitori).

Immagine ottenute da simulazioni

Per ottenere immagini utilizzando questo algoritmo è stato utilizzato il modello matematico di un cilindro di 8 cm di diametro con due buchi di diametro di 3 cm e 2 cm. Il liquido di immersione e nei buchi era acqua con permittività di $\epsilon_0 = (77.8 + 10.2i) F/m$. Per i contenitori sono stati considerati tre liquidi con permittività $\epsilon_r = (73.9 + 10.2i) F/m$, $\epsilon_r = (70 + 11.2i) F/m$, $\epsilon_r = (62.2 + 12.2i) F/m$; questo per vedere come opera l'algoritmo mano a mano che si alza il contrasto a cui ci si riferirà come 5%, 10% e 20%, rispettivamente. Nelle figure 3.10-3.12 vengono ricostruite le immagini dei tre oggetti contenenti i liquidi con tre diverse permittività relative. Viene mostrata la prima e decima iterazione dell'algoritmo di Rytov e il modello matematico originale. Per quanto riguarda il contrasto del 5% e 10% la ricostruzione risulta fedele, mentre, per il valore più alto l'algoritmo non riesce a convergere quindi non viene raggiunta un'immagine soddisfacente. In più deve essere considerato che a queste immagini non è stato aggiunto rumore. Questi risultati dimostrano che gli algoritmi che sfruttano l'approssimazione di Rytov al prim'ordine permettono la ricostruzione della distribuzione di permittività finché l'oggetto da analizzare non è troppo disomogeneo.

3.1.4 Algoritmo Forward Backward Time Stepping

L'algoritmo FBTS è stato testato in (Johnson et al. 2009) per ricostruire un modello 3-D, questo è stato costruito basandosi su delle misurazioni in 2-D di un apparato MRI. La tecnica utilizzata consiste nel mappare l'intensità dei pixel di un'immagine a risonanza magnetica di una mammella attraverso un set di parametri derivanti dal modello di Debye. Quest'ultimo consiste nel descrivere la permittività come:

$$\epsilon(\mathbf{x}, \omega) = \epsilon_\infty(\mathbf{x}) + \frac{\alpha(\mathbf{x})}{1 + i\omega\tau} + \frac{\sigma(\mathbf{x})}{i\omega}$$

A ogni tessuto corrisponderà un valore diverso della variabile τ , ma le variazioni di questa non cambiano significativamente il valore della permittività, quindi può es-

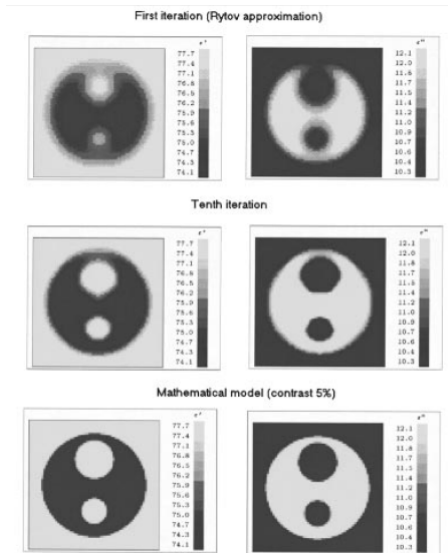


Figura 3.10: Ricostruzione dell'immagine con un contrasto del 5%(Semenov et al.,1998).

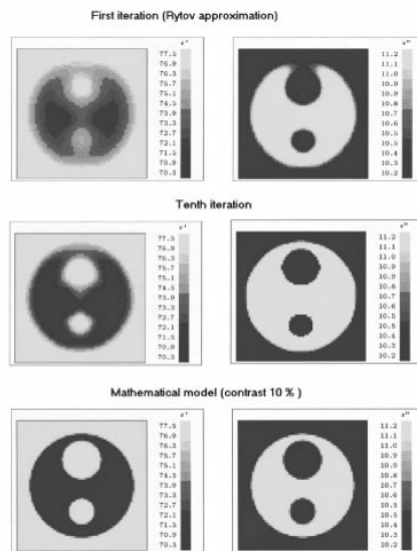


Figura 3.11: Ricostruzione dell'immagine con un contrasto del 10%(Semenov et al.,1998).

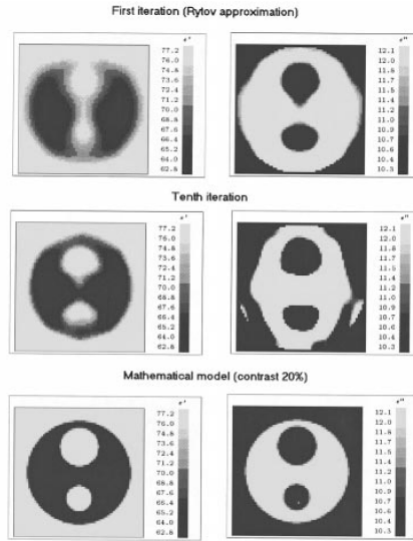


Figura 3.12: Ricostruzione dell'immagine con un contrasto del 20% (Semenov et al., 1998).

Tissue	ϵ_s	ϵ_∞	σ_s	τ	ϵ_{r2GHz}	σ_{2GHz}
fibroglandular	21.57	6.14	0.31	7.0e-12	21.45	0.46
fat	10.00	7.00	0.15	7.0e-12	9.98	0.18
skin	37.00	4.00	1.10	7.2e-12	36.73	1.43
tumor/chest wall	54.00	4.00	0.70	7.0e-12	53.62	1.19
coupling liquid	—	—	—	—	9.98	0.0

Figura 3.13: Valori dei parametri di Debye del modello della mammella (Johnson et al., 2009).

sere ritenuta costante, $\alpha(\mathbf{x})$ è espresso come: $\alpha(\mathbf{x}) = \epsilon_{static}(\mathbf{x}) - \epsilon_\infty(\mathbf{x})$ (Fhager et al. 2012). La mappatura viene effettuata disegnando un istogramma che riporta le intensità dei pixel dell'immagine. In base a questo i pixel vengono divisi in tre regioni: grassa, fibrogliandolare e transizione da grassa a fibrogliandolare.

Dopo che i pixel sono stati divisi nelle diverse classi di tessuto, un set di parametri di Debye è assegnato a ognuna di queste. Successivamente i valori (ϵ_s , ϵ_∞ e σ_s) sono variati del $\pm 10\%$ all'interno di ogni tessuto. La figura 3.13 mostra i set adottati in ognuno di questi.

I valori assunti per il tessuto fibrogliandolare sono significativamente minori di quelli indicati in (Lazebnik et al, 2007b). Il contrasto tra questo tessuto e il tumore sarà significativamente maggiore di quello che si può riscontrare nella realtà.

A questo modello è stato aggiunto uno strato di pelle di 2 mm e un tumore di forma

sferica di 10 mm di diametro. In figura 3.13 sono riportati anche i valori attribuiti a questi tessuti. Quindi sono stati calcolati i parametri di Debye per la frequenza centrale usata dall'impulso incidente simulato con la tecnica FDTD, ovvero, 2 GHz (figura 3.13).

L'algoritmo FBTS è stato compilato considerando un liquido di accoppiamento in cui non avvengono dissipazioni con permittività relativa simile a quella del tessuto grasso $\epsilon_r = 9.98 F/m$.

La ricostruzione veniva terminata dopo 100 iterazioni. L'immagine veniva ottenute dopo 38 minuti utilizzando un cluster composto da 10 PC con dei processori AMD Athlon 644000+ e RAM di 4 GB (Johnson et al., 2009).

L'algoritmo FBTS è stato applicato con quattro diversi schemi di illuminazione: circolare, cilindrica, planare e combinazione di circolare e planare. Ciascuna di queste utilizza un set di antenne circolare o planare; il primo emetteva un campo elettrico polarizzato lungo l'asse z, il secondo un campo polarizzato lungo x. La distanza tra antenna e mammella era dai 29 ai 33 mm. Per ogni configurazione, i dati erano misurati trasmettendo da dieci posizioni diverse e utilizzando le altre antenne come ricevitori.

Configurazione circolare: la prima configurazione consisteva in un array circolare di 170 mm formato da 32 antenne. Il set veniva spostato verticalmente su tre file. La scelta dei trasmettitori era operata in modo che il modello fosse illuminato da più angoli possibili.

Configurazione cilindrica: consiste in 3 file di array ciascuna di 16 elementi, disposti su circonferenze di 170mm. Le file distano 12mm l'una dall'altra. Anche in questo caso la scelta dei trasmettitori era operata in modo che la mammella fosse illuminata da più angolazioni possibili.

Configurazione planare: consiste di un array di 49 elementi (disposti su una griglia 7×7) che ha entrambi i lati di 90 mm. Gli elementi distano 15 mm tra loro sia lungo l'asse x che lungo l'asse y. Le disposizioni scelte erano fatte in modo che la mammella fosse illuminata su più angolazioni possibili.

Configurazione combinata: la configurazione combinata era formata da un array circolare di 12 elementi su un diametro di 170 mm e un array planare di 25 elementi su una griglia 5×5 con entrambi i lati di 90 mm.

La figura 3.14 mostra una sezione bidimensionale (nel piano xy) della distribuzione di permittività tridimensionale per ogni schema di illuminazione. Il tumore è chiaramente ricostruito da ogni configurazione tranne che da quella planare. Il valore massimo nella regione tumorale è $\epsilon_r = 45.6 F/m$ per la prima configurazione, $\epsilon_r = 49.54 F/m$ per la seconda, $\epsilon_r = 45.9 F/m$ per quella combinata. Il valore massimo del modello è $\epsilon_r = 53.62 F/m$. Per quanto riguarda invece lo schema planare in figura 3.14(d) la lesione è quasi indistinguibile dagli altri tessuti.

In figura 3.15 sono mostrate le immagini corrispondenti sul piano xz. In questo caso, la configurazione verticale riporta delle differenze rispetto a quelle cilindriche e quella combinata. La forma del tumore appare allungata verticalmente, mentre quella ricostruita dalle altre due configurazioni appare fedele al modello.

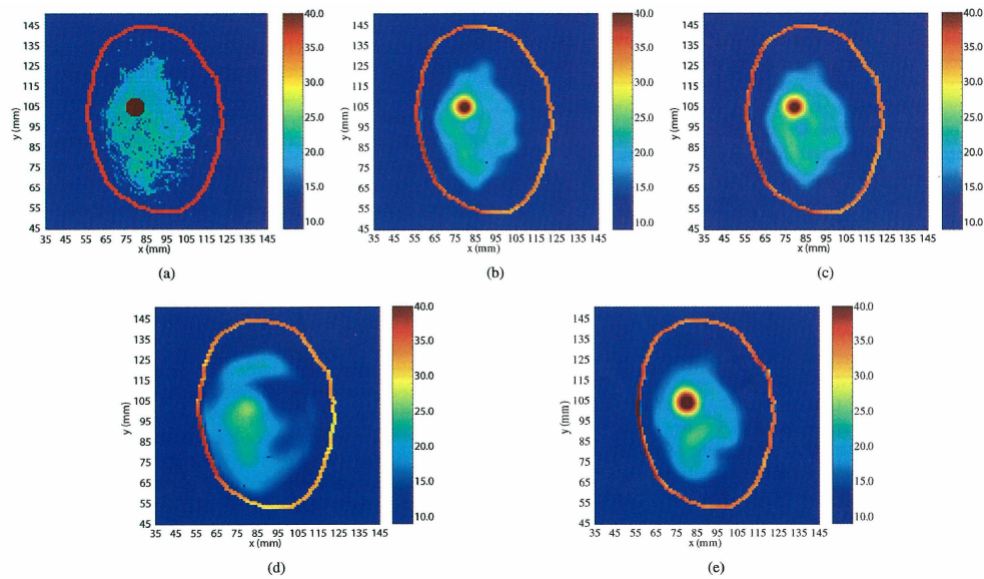


Figura 3.14: Immagini della permittività ricostruite sul piano xy . (a) modello. (b) configurazione verticale. (c) configurazione cilindrica. (d) configurazione planare. (e) configurazione combinata (Johnson et al. 2009)

Le immagini ottenute su entrambi i piani mostrano una netta divisione tra tessuto grasso e fibrogliandolare.

Le figure 3.16 e 3.17 riportano immagini delle distribuzioni di conduttività corrispondenti alle figure 3.14 e 3.15. Dalla figura 3.16 si nota chiaramente che la distribuzione di conduttività è stata ricostruita con una qualità minore rispetto alla distribuzione di permittività. Il tumore si distingue solo quando i dati sono raccolti con la configurazione combinata anche se il contrasto tra tessuto lesa e fibrogliandolare è più basso rispetto a quello delle immagini che riportano la distribuzione di permittività. La figura 3.17 ha caratteristiche simili, solo la forma del tumore ricostruita con la configurazione combinata è fedele al modello.

3.1.5 Algoritmo genetico

L'algoritmo genetico è stato utilizzato per ricostruire delle immagini attraverso delle simulazioni.

Il sistema utilizzato sfrutta una codifica binaria. La regione investigata è stata divisa in $V_i (i = 1, \dots, N)$ e a ognuna di queste è associata una funzione γ_i che può assumere i valori 1 o 0 in base al fatto che la regione a cui si riferisce (V_i) contenga o meno il cilindro che si vuole rilevare. Considerando ora che il dominio di imaging sia diviso in N quadrati, il valore associato alla figura (decodificato) corrisponde a un intero nell'intervallo $[0, 2^N -$

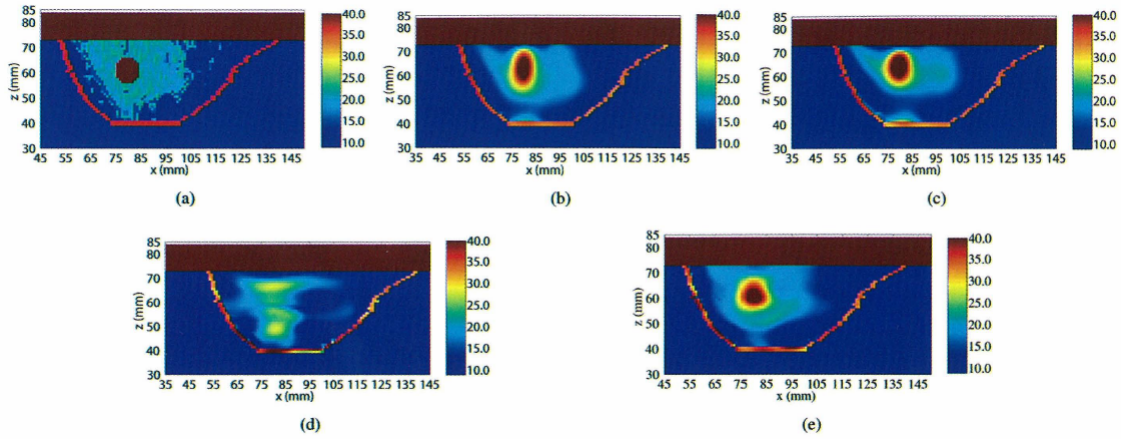


Figura 3.15: Immagini della permittività ricostruite sul piano xz . (a) modello. (b) configurazione verticale. (c) configurazione cilindrica. (d) configurazione planare. (e) configurazione combinata (Johnson et al. 2009)

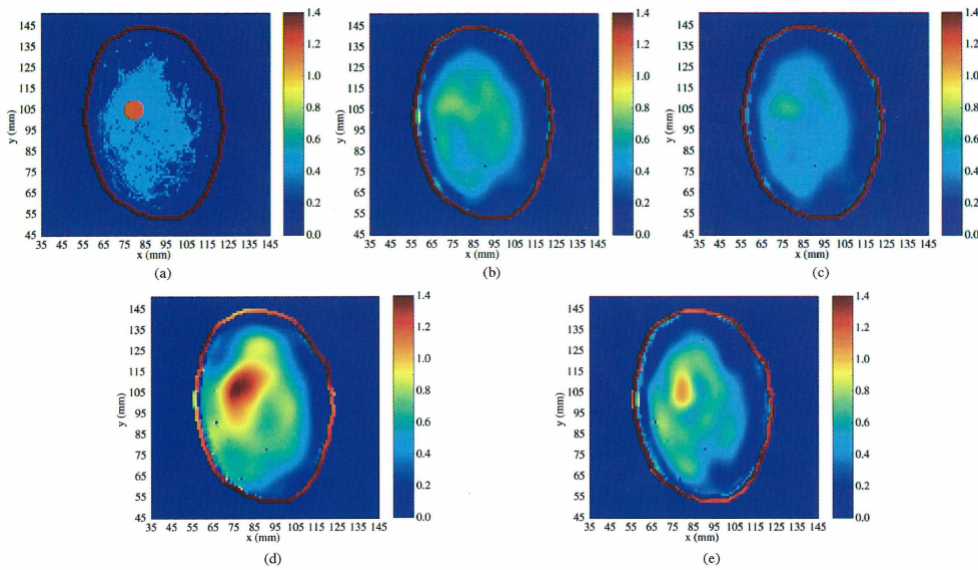


Figura 3.16: Immagini della conduttività ricostruite sul piano xy . (a) modello. (b) configurazione verticale. (c) configurazione cilindrica. (d) configurazione planare. (e) configurazione combinata (Johnson et al. 2009)

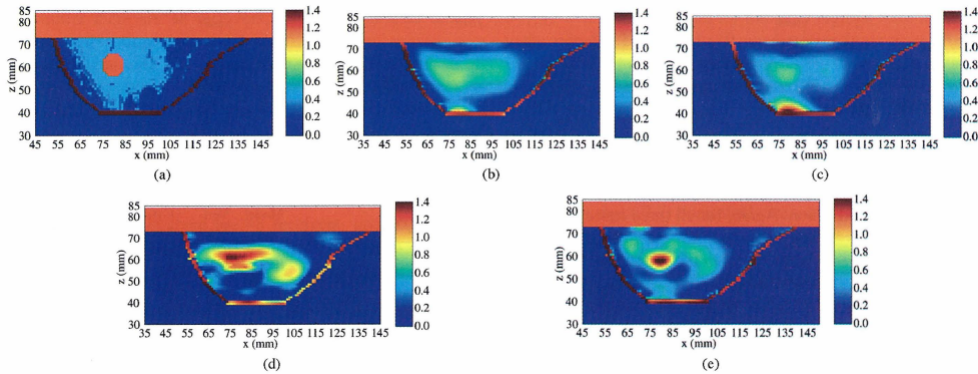


Figura 3.17: Immagini della conduttività ricostruite sul piano xz . (a) modello. (b) configurazione verticale. (c) configurazione cilindrica. (d) configurazione planare. (e) configurazione combinata (Johnson et al. 2009)

1]. Il funzionale minimizzato attraverso l'algoritmo genetico è definito come la differenza tra campo elettrico misurato e campo elettrico calcolato attraverso la tecnica FDTD. Il problema è stato affrontato cercando il massimo della funzione:

$$F = 1 - \sqrt{\frac{\sum_i (E_i^{sreal} - E_i^{scal})^2}{\sum_i (E_i^{sreal})^2}}$$

In cui E_i^{sreal} indica il campo elettrico scatterato misurato nel punto i , E_i^{scal} descrive il campo elettrico scatterato calcolato nel punto i attraverso il metodo FDTD.

Misurazioni su simulazioni

Gli esperimenti di simulazione sono stati effettuati seguendo i procedimenti già descritti. La regione di imaging è stata divisa in una griglia 8×8 . Una popolazione di 20 elementi è stata creata casualmente.

L'operatore di selezione proporzionata è stato scelto come primo passaggio di iterazione. Quindi veniva applicato l'operatore di ricombinazione con una probabilità dell'80% e quello di mutazione con una probabilità del 10%. Il processo era ripetuto finché non si trovava il massimo oppure fin quando non si raggiungeva un certo numero di ripetizioni.

In figura 3.18 è mostrato il modello (sulla sinistra) e la ricostruzione ottenuta attraverso l'algoritmo genetico (destra). Le regioni analizzate contenevano uno o più cilindri in posizioni diverse, ma purtroppo l'algoritmo non è stato in grado di ricostruire immagini in cui erano presenti più di due scatteratori.

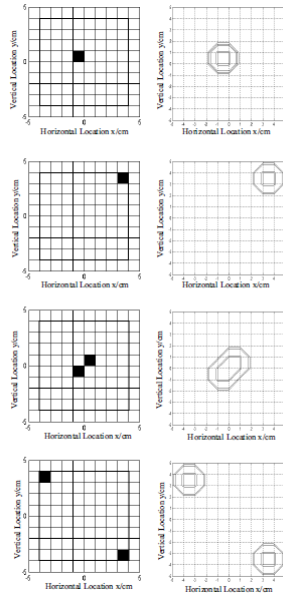


Figura 3.18: Ricostruzioni ottenute utilizzando l'algoritmo genetico (Xu et al., 2009).

3.2 Algoritmi di ricostruzione lineari

3.2.1 Algoritmo Delay-and-Sum

In (Klemm et al., 2008) l'algoritmo DAS è applicato a un sistema di imaging a microonde che sfrutta un array di antenne emisferico, formato usando la parte inferiore di una sfera di raggio 78 mm (figura 3.19).

Per realizzare gli esperimenti, viene utilizzato un liquido di accoppiamento e un fantoccio, quindi viene posizionato un contenitore con del liquido per simulare del tessuto grasso sopra al sistema che utilizza un approccio multistatico. L'array è composto da 16 antenne, per ogni ricostruzione vengono compiute 120 misurazioni. Queste vengono fatte nel dominio delle frequenze tra 3 e 10 GHz e trasformate successivamente nel dominio del tempo.

Misurazioni su fantoccio.

Di seguito sono presentati i risultati sia per l'algoritmo DAS che per la versione dello stesso descritta in 2.4.1, questa consiste nel moltiplicare il funzionale utilizzato nell'algoritmo standard per un fattore di qualità (QF) ottenuto applicando il metodo dei minimi quadrati alla curva che riporta il valore dell'energia mano a mano che i dati vengono sommati.

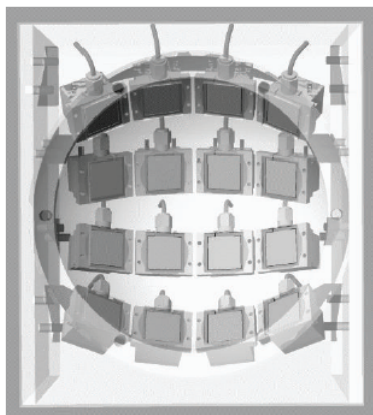


Figura 3.19: Array di antenne emisferico (Klemm et al., 2008)

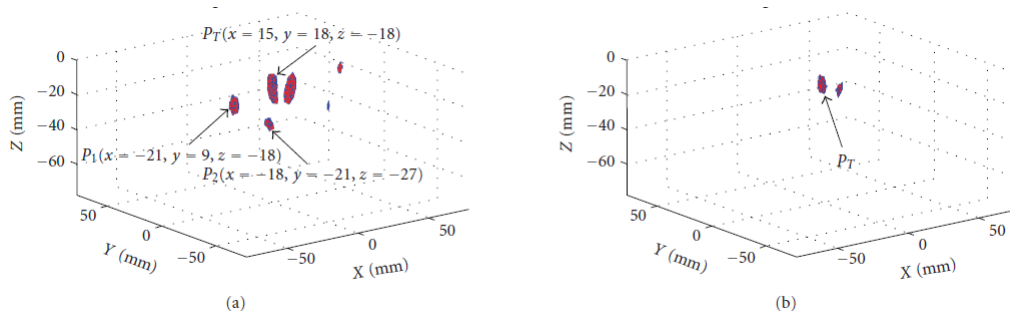


Figura 3.20: Ricostruzione 3D del fantoccio contenente un tumore sferico di 10mm. (a) DAS classico. (b) DAS migliorato (Klemm et al., 2008)

Nel fantoccio è stato inserito un tumore sferico di 10 mm in $P_T(x = 20, y = 20, z = -20)$. Tutte le coordinate sono espresse in millimetri.

In figura 3.20(a) e 3.20(b) è mostrata la ricostruzione 3-D effettuata rispettivamente con l'algoritmo DAS e con il suo miglioramento.

Usando l'algoritmo standard vediamo che nell'immagine compaiono più scatteratori. Il più forte di questi è in $P_T(x = 15, y = 18, z = -18)$ ed è associato alla lesione, in più sono state indicate le coordinate di altri due bersagli in $P_1(x = -21, y = 9, z = -18)$ e $P_T(x = -18, y = -21, z = -27)$.

Le figure 3.22(a) e 3.22(b) mostrano le immagini in 2D della sezione del fantoccio per i piani $z = -18$ e $z = -27$. Nella prima si riconosce la risposta dovuta al tumore e anche la sua gemella, figura 3.21, per capire se il segnale rilevato proviene da una lesione o è il prodotto di rumore associato al sistema di imaging questo viene ruotato. Se nell'immagine ricostruita anche lo scatteratore risulta ruotato significa che il bersaglio è reale, al contrario, se questo movimento non cambia la posizione del bersaglio, questo è

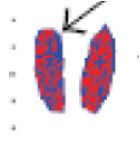


Figura 3.21: Particolare dell'immagine 3D ottenuta ruotando il sistema di 10 gradi, in figura è presente sia il segnale dovuto al tumore che il suo gemello (Klemm et al., 2008).

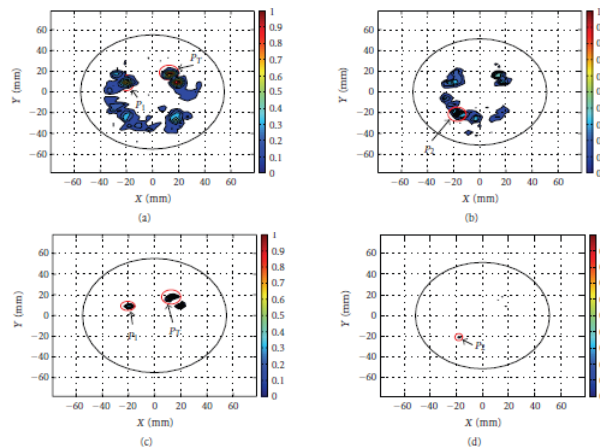


Figura 3.22: Immagini due 2D di due piani ottenute con l'algoritmo DAS standard e DAS migliorato. (a) DAS standard $z = -18$. (b) DAS standard $z = -27$. (c) DAS migliorato $z = -18$. (d) DAS migliorato $z = -27$ (Klemm et al., 2008).

dovuto al rumore.

L'algoritmo DAS migliorato in figura 3.20(b), 3.22(c) e 3.22(d) mostra invece degli avanzamenti. Infatti tranne che per la figura 3.22(c) l'unico segnale rilevato è quello proveniente dal tumore.

I risultati quindi dimostrano chiaramente che l'utilizzo del fattore di qualità nell'algoritmo DAS prova notevoli miglioramenti nella ricostruzione dell'immagine. In figura 3.23 sono mostrate le tre curve di energia per i segnali provenienti dai punti P_T , P_1 e P_2 . I grafici mostrano che la tecnica spiegata precedentemente permette di attenuare i segnali causati dal rumore e dar maggior risalto a quelli provenienti da oggetti contro cui avviene lo scattering.

3.2.2 Algoritmo Delay-Multiply-and-Sum

L'algoritmo DMAS è stato utilizzato in (Lim et al., 2008) su misurazioni simulate attraverso la tecnica FDTD. Il modello considerato è in 3D, a questo sono state aggiunte delle dissipazioni dovute ai vari tessuti. Per confrontare i risultati dell'algoritmo in varie situazioni è stato utilizzato sia un approccio monostatico che multistatico.

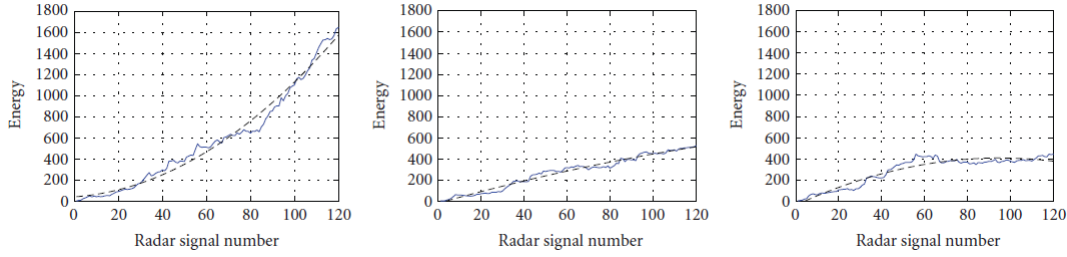


Figura 3.23: Curve di energia per il segnale proveniente dai punti P_t (la prima a destra), P_1 (la seconda) P_2 (la terza) (Klemm et al., 2008).

Simulazione tridimensionale.

La simulazione è stata fatta modellizzando un blocco rettangolare di $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ costituito da tessuto normale e ricoperto da uno strato di pelle spesso 2 mm. Un tumore sferico di 2 mm di diametro è inserito all'interno del blocco a una profondità di 3 cm da uno dei lati e centrato sul piano yz .

Le proprietà dielettriche dei tessuti sono state ricostruite attraverso il modello di Debye a due poli, ovvero che sfrutta più parametri scritto come:

$$\epsilon_r - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} = \epsilon_\infty + \sum_{p=1}^2 \frac{\epsilon_{sp} - \epsilon_\infty}{1 + i\omega\tau_p}$$

I parametri associati ai veri tessuti sono:

- Tessuto normale: $\epsilon_\infty = 2.68\text{ F/m}$, $\epsilon_{s1} = 5.01\text{ F/m}$, $\epsilon_{s2} = 3.85\text{ F/m}$, $\tau_1 = 15.84\text{ ps}$ e $\tau_2 = 0.10\text{ ns}$
- Tessuto leso: $\epsilon_\infty = 11.05\text{ F/m}$, $\epsilon_{s1} = 51.67\text{ F/m}$, $\epsilon_{s2} = 43.35\text{ F/m}$, $\tau_1 = 8.56\text{ ps}$ e $\tau_2 = 0.23\text{ ns}$
- Pelle: $\epsilon_\infty = 4.62\text{ F/m}$, $\epsilon_{s1} = 37.10\text{ F/m}$, $\epsilon_{s2} = 41.22\text{ F/m}$, $\tau_1 = 7.51\text{ ps}$ e $\tau_2 = 0.31\text{ ns}$

Il tutto è immerso in un liquido di accoppiamento non dispersivo le cui proprietà dielettriche sono uguali a quelle del tessuto normale della mammella.

Le misurazioni sono compiute da un array di 5 elementi posti a contatto con la mammella. In figura 3.24 viene mostrato il fantoccio e il posizionamento delle antenne rispetto a questo, rappresentate da triangoli.

Nelle figure 3.25 e 3.26 sono state ricostruite le sezioni del fantoccio sui piani xy , zy e xz . Le immagini ottenute con approccio monostatico (figura 3.25) presentano molto più rumore se confrontate con quelle ricavate con un approccio multistatico (figura 3.26).

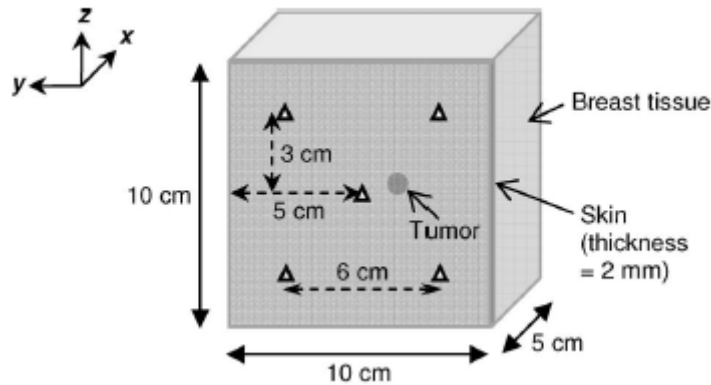


Figura 3.24: Schematizzazione del fantoccio utilizzato per testare l'algoritmo DMAS. I triangoli rappresentano le antenne (Lim et al., 2008).

In entrambe le immagini si può distinguere la posizione del tumore anche se questa risulta ricostruita con maggiore qualità dall'approccio multistatico. La forma della lesione è fedele solo per l'immagine sul piano yz ; sui piani xy e xz essa risulta allungata.

3.2.3 Tecnica di Imaging a microonde attraverso l'uso di "beam-forming" spazio-temporale

La tecnica MIST è stata provata per investigare dei modelli simulati. In questo caso, il metodo è stato scritto per un sistema contenente un array unidimensionale di 17 elementi e lungo 8 cm. La regione che ci si propone di ricoprire con questo apparato di misurazione è lunga 10 cm e profonda 4 cm. L'impulso trasmesso aveva un picco a 6 GHz e energia diversa da zero tra 1 GHz e 11 GHz. Il numero di intervalli utilizzati all'interno di questo spettro è stato $M = 1000$. La lunghezza di ciascuno filtro FIR era $L = 45$. Sia M che L sono scelti in modo da cercare di soddisfare la condizione sui pesi dei filtri FIR. La finestra utilizzata aveva una lunghezza di 120 ps (Bond et al., 2003).

Misurazioni su simulazioni

I segnali di ritorno sono simulati attraverso la tecnica FDTD. Il modello utilizzato è stato ricavato dalle misurazioni di un sistema a risonanza magnetica. I valori dei parametri di Debye associati ai vari tessuti sono:

- Tessuto normale: $\epsilon_s = 10 F/m$, $\epsilon_\infty = 7 F/m$, $\sigma_s = 0.15 S/m$ e $\tau = 7.0 ps$.
- Tessuto malato: $\epsilon_s = 54 F/m$, $\epsilon_\infty = 4 F/m$, $\sigma_s = 0.7 S/m$ e $\tau = 7.0 ps$

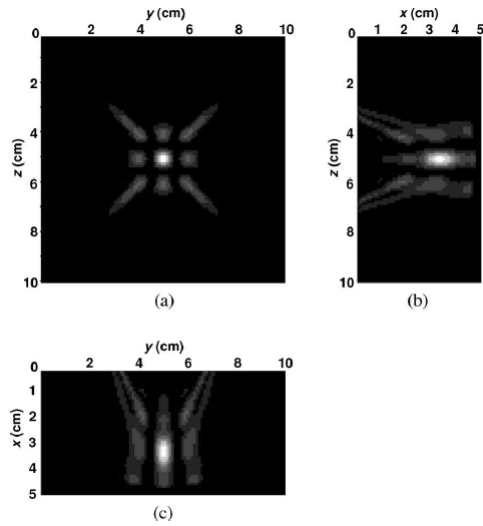


Figura 3.25: Immagini ricostruite utilizzando il DMAS monostatico. (a) piano yz. (b) piano zx. (c) piano xy (Lim et al., 2008).

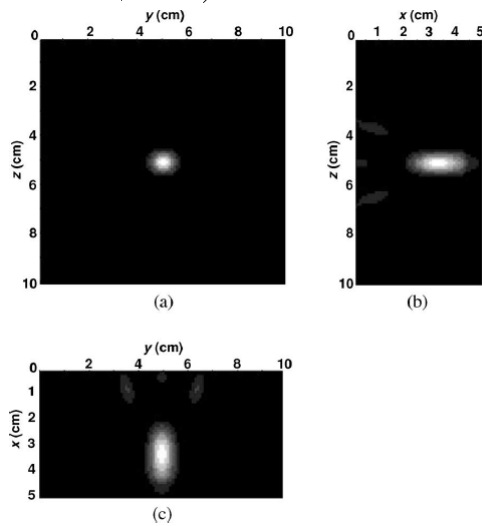


Figura 3.26: Immagini ricostruite utilizzando il DMAS multistatico. (a) piano yz. (b) piano zx. (c) piano xy (Lim et al., 2008).

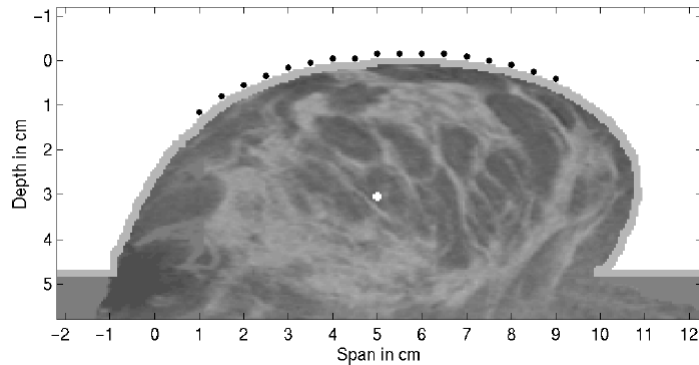


Figura 3.27: *Modello 2D ottenuto da misurazioni di un sistema a risonanza magnetica contenente un tumore di 2mm di diametro a una profondità di 3.1mm (Bond et al., 2003)*

I valori di conduttività e della costante dielettrica venivano variati del $\pm 10\%$ in ogni tessuto in base al tipo e alla densità.

In figura 3.27 si può vedere un esempio di modello derivato da delle misurazioni MRI. La scala di grigi mostra la distribuzione delle proprietà dielettriche all'interno della mammella a una frequenza di 6 GHz , le regioni più scure indicano basse proprietà dielettriche.

Il modello include un sottile strato di pelle ($\epsilon_r = 36.0\text{ F/m}$, $\sigma = 4.0\text{ S/m}$ a 6 GHz) e un tumore di 2 mm di diametro inserito attraverso il computer in diverse posizioni; in figura 3.27 è a 3.1 cm di profondità. L'array di antenne è posto sopra al fantoccio (punti neri).

Misurazioni da simulazione

Le figure 3.28 e 3.29 mostrano le ricostruzioni ottenute grazie alla tecnica MIST per due diverse posizioni del tumore. Il primo è a una profondità di 1.0 cm , il secondo è a una profondità di 2.1 cm e a 3.0 cm rispetto all'asse centrale della mammella.

In figura 3.28 la massima risposta è nel punto (5.0 cm , 1.3 cm). Nel secondo caso il segnale più intenso è nel punto (8.0 cm , 2.3 cm).

Il motivo per cui in entrambi i casi il tumore è rilevato a una profondità maggiore di 2 mm rispetto alla posizione nel modello è per via dell'approssimazione puntiforme di questi avvenuta nel calcolo dei campi elettrici scatterati.

In figura 3.29, invece, è mostrata la ricostruzione per due tumori di 2 mm di diametro posti a una distanza di 1.5 cm con il più profondo a 3.1 cm . I due tessuti malati sono distinguibili in entrambi i casi.

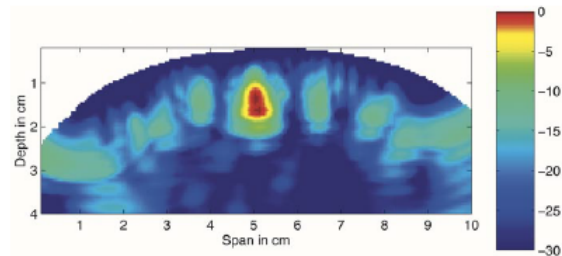


Figura 3.28: Ricostruzione attraverso tecnica MIST di un tumore a una profondità di 1.1 cm sull'asse centrale della mammella (Bond et al., 2003)

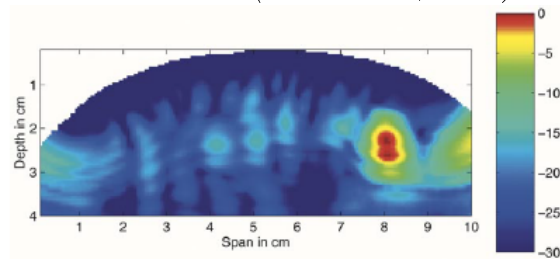


Figura 3.29: Ricostruzione attraverso tecnica MIST di un tumore a una profondità di 2.1 cm e spostato di 3.1 cm rispetto all'asse centrale della mammella (Bond et al., 2003)

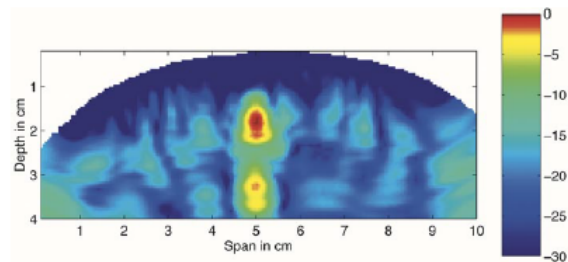


Figura 3.30: Ricostruzione attraverso tecnica MIST di un modello contenente due tumori di 2 mm di diametro e distanti 1.5 cm (Bond et al., 2003).

Tissue Type	ϵ_∞	$\Delta\epsilon$	$\tau(\text{ps})$	α	$\sigma_s(\text{S/m})$
Adipose-low	2.908	1.200	16.88	0.069	0.020
Adipose-Medium	3.140	1.708	14.65	0.061	0.036
Adipose-High	4.031	3.654	14.12	0.055	0.083
Glandular-Low	9.941	26.600	10.90	0.003	0.462
Glandular-Medium	7.821	41.480	10.66	0.047	0.713
Glandular-High	6.151	48.260	10.26	0.049	0.809
Transitional	6.987	15.127	12.51	0.025	0.272
Skin	15.30	24.800	15.00	0.003	0.740
Tumor	9.058	51.310	10.84	0.022	0.899

Figura 3.31: Parametri di Debye utilizzati nella simulazione (Hossain e Mohan, 2013)

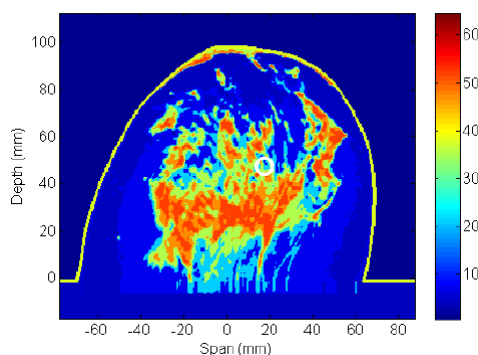


Figura 3.32: Simulazione di mammella (Hossain e Mohan, 2013)

3.2.4 Imaging attraverso l'operatore di inversione temporale (DORT) e l'inversione temporale MUSIC.

Le due tecniche sono state applicate a un sistema formato da un array di 21 elementi. Le immagini sono ottenute analizzando una simulazione di un fantoccio ottenuto attraverso immagini a risonanza magnetica (Hossain e Mohan, 2013).

Immagini ottenute da simulazione

In figura 3.31 sono mostrati i parametri di Debye e in figura 3.32 la simulazione della mammella, al cui interno è stato inserito un tumore di diametro massimo di 10 mm indicato con un cerchio bianco.

In figura 3.33 sono mostrate le immagini ricostruite attraverso la tecnica DORT (in alto a sinistra) e MUSIC (in alto a destra) applicate alla matrice “ \mathbf{T} ”. In basso a sinistra e in basso a destra si trovano, rispettivamente, le immagini ottenute applicando la tecnica DORT e MUSIC alla matrice condensata “ $\hat{\mathbf{T}}$ ”. La locazione del tumore effettiva è indicata attraverso un cerchio bianco.

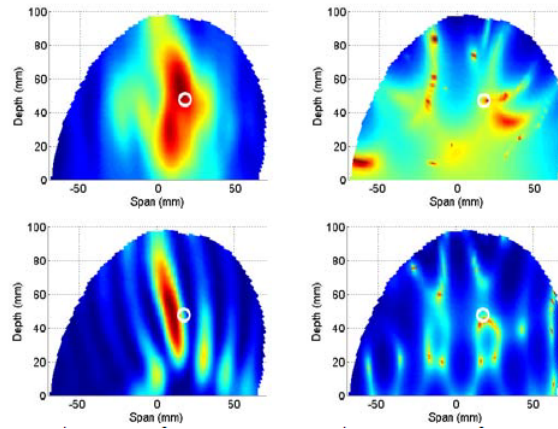


Figura 3.33: Immagini ricostruite attraverso le tecniche DORT e MUSIC. (In alto a sinistra) DORT. (In alto a destra) TR-MUSIC. (In basso a sinistra) DORT per il C-TRO. (In basso a destra) TR-MUSIC per C-TRO (Hossain e Mohan, 2013).

Dall'immagine ottenuta con la tecnica DORT applicata al TRO si nota che la posizione del tumore è vicina a quella reale anche se sono presenti dei lobi. L'immagine ottenuta con la tecnica TR-MUSIC applicata al TRO mostra diversi picchi, alcuni vicini alla posizione della lesione nella simulazione altri lontani.

Le immagini ottenute attraverso il C-TRO mostrano notevoli miglioramenti in entrambi i casi. Si nota infatti che nell'immagine DORT si sono ridotte le dimensioni dei lobi, così come si è ridotto il numero di picchi nell'immagine TR-MUSIC.

Capitolo 4

Conclusioni

In questo lavoro si è concentrata l'attenzione sugli algoritmi di ricostruzione di immagine utilizzati in alcuni dei sistemi a microonde di imaging alla mammella studiati negli ultimi anni.

I metodi descritti sono stati divisi in due classi basandosi sulla tecnica coi cui si analizza la mammella, ovvero, trattandosi di un problema di scattering, se è stato impiegato un approccio lineare o meno. I primi rilevano la posizione del tumore attraverso l'energia delle microonde che scatterano contro gli eventuali bersagli, l'immagine sarà ottenuta in tempi brevi rispetto a quelli impiegati dalle tecniche non lineari, ma conterrà un numero minore di informazioni. Malgrado ciò, questi algoritmi possono operare senza che siano conosciute informazioni a priori riguardanti la mammella. Tra quelli descritti troviamo il DAS e il DMAS, questi, brevemente, operano allineando i segnali temporalmente secondo la posizione del punto analizzato e la velocità di propagazione nei tessuti, determinata precedentemente. Quindi questi vengono sommati, la procedura è ripetuta per ogni pixel dell'immagine. L'algoritmo DMAS si differenzia dal DAS in quanto dopo che i segnali sono stati allineati temporalmente vengono moltiplicati tra loro in modo da ridurre il rumore e poi sommati. L'algoritmo MIST opera in modo simile al DAS ma ai dati vengono applicati una serie di filtri FIR. Un'altra tipologia di algoritmi lineari sono quelli di inversione temporale, TR-DORT e TR-MUSIC. Le immagini vengono ottenute invertendo temporalmente i segnali ricevuti, permettendo di concentrarsi solo sugli scatteratori più forti.

Gli algoritmi non lineari, invece, permettono di ottenere immagini tomografiche della mammella ricostruendo le proprietà dielettriche di questa. Sono stati analizzati: il Gauss-Newton CGLS, quelli che sfruttano approssimazioni lineari al prim'ordine (Born, Rytov), Forward-Backward Time-Stepping, algoritmo genetico. Il problema di scattering inverso viene affrontato confrontando a ogni iterazione il campo elettrico (ottenuta attraverso tecniche che differenziano ogni algoritmo) e il campo elettrico misurato attraverso il sistema di imaging. Questi algoritmi hanno tempi di ricostruzione molto lunghi, in più necessitano la conoscenza di informazioni riguardanti il corpo analizzato (ad es.

la forma). Se si conoscesse esattamente il campo elettrico trasmesso dalle antenne sarebbe possibile calcolare il campo scatterato e quindi risulterebbe molto più semplice il procedimento di ricostruzione, purtroppo, il primo è generato dai valori di permittività e conduttività della mammella, quelli che si sta cercando di determinare, ecco perché vengono impiegati propagatori che però sono tra le componenti degli algoritmi che richiedono più tempo per essere computate.

L'algoritmo Gauss-Newton CGLS si differenzia in quanto permette di ottenere immagini tomografiche, quindi contenenti molte informazioni riguardanti sia la possibile presenza di lesioni nella mammella sia la distribuzione dei tessuti sani, in tempi relativamente brevi, anche quando applicato in ambiente clinico.

Bibliografia

- [1] Johnson J E, Takenaka T, Hong Ping K H, Honda S, Tanaka T (2009) Advances in the 3-D ForwardBackward Time-Stepping (FBTS) Inverse Scattering Technique for Breast Cancer Detection. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 56: 2232-2332.
- [2] Bond E J, Li X, Hagness S C, Van Veen B D (2003) Microwave imaging via spacetime beamforming for early detection of breast cancer. *IEEE Trans. Antenn. Propag.* 51: 1690-1705.
- [3] Lim H, Nhung N, Li E, Thang N (2008) .Confocal microwave imaging for breast cancer detection: Delay-multiply-and-sum image reconstruction algorithm. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 55: 1697-1704.
- [4] Klemm M, Craddock I J, Leendertz J A, Preece A, Benjamin R (2008) Improved delay-and-sum beamforming algorithm for breast cancer detection. *Int. J. Ant. Prop.* 2008.
- [5] Chew W C and Wang Y (1992) Reconstruction of two-dimensional permittivity distribution using the distorted Born iterative method. *IEEE Trans. Med. Imag.* 9: 218225.
- [6] Chen Y, Gunawan E, Low K S, Wang S C, Soh C B, Thi L L (2007) Time of arrival data fusion method for two-dimensional ultrawideband breast cancer detection. *IEEE Trans. Antenn. Propag.* 55: 2852-2865.
- [7] Rubaek T, Meaney P M, Meincke P, Paulsen K D (2007) Nonlinear microwave imaging for breast cancer screening using Gauss-Newton's method and the CGLS inversion algorithm. *IEEE Trans. Ant. Prop.* 55: 2320-2331.
- [8] Fhager A, Gustafsson M, Nordbo S, (2012) "Image Reconstruction in Microwave Tomography Using a Dielectric Debye Model". *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 59(1), pp. 156 - 166.
- [9] Hossain M D, Mohan A S (2013) Coherent subspace processing for time reversal microwave imaging. *Proceedings of the 2013 Int. Symp. on Electromagnetic theory.*

- [10] Lazebnik M, McCartney L, Popovic D, Watkins C, Lindstrom M, Harter J, Sewall S, Magliocco A, Booske J, Okoniewski M, Hagness S (2007a) A large-scale study of the ultrawideband microwave dielectric properties of normal breast tissue obtained from reduction surgeries. *Phys. Med. Biol.* 52: 2637-2656.
- [11] Lazebnik M, Popovic D, McCartney L, Watkins C B, Lindstrom M J, Harter J, Sewall S, Ogilvie T, Magliocco A, Breslin T M, Temple W, Mew D, Booske J H, Okoniewski M, Hagness S C (2007b) A largescale study of the ultrawideband microwave dielectric properties of normal, benign and malignant breast tissues obtained from cancer surgeries. *Phys. Med. Biol.* 52: 6093-115.
- [12] Semenov S Y, Bulyshev A E, Souvorov A E, Svenson R H, Sizov Y E, Borisov V Y, Posukh V G, Kozlov I M, Nazarov A G, Tatsis G P (1998) Microwave Tomography: Theoretical and experimental investigation of the iteration reconstruction algorithm. *IEEE transaction on microwave theory and techniques* (1998).
- [13] Pastorino M (2010) *Microwave Imaging*, Wiley.
- [14] Xu H, Zhou T, Peng L (2009) Application of genetic algorithm on dielectric cylinder microwave imaging in free-space. School of information science and engineering, shenyang university of technology 110178 P. R. China.
- [15] Yee K S, Chen J S (1997) The finite-difference time-domain (FDTD) and the finite-volume time domain (FVTD) methods in solving Maxwell's equations. *IEEE transactions on antennas and propagation* (1997).
- [16] American Cancer Society, Learn About Breast Cancer: Crossing the quality chasm [Online]. www.cancer.org
- [17] Huynh P, Jarolimek A, Daye S (1998) The false-negative mammogram. *RadioGraphics* 18: 1137-1154.
- [18] Slaney M, Kak A C, Larsen LE (1984) Limitations of imaging with first-order diffraction tomography. *IEEE transaction on microwave tomography* (1984).

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare tutti coloro che mi hanno aiutato nello scrivere questa tesi, in particolare il professor Nico Lanconelli per la disponibilità e per avermi aiutato sia nella ricerca dei materiali che nella stesura. Ringrazio, inoltre, i miei amici e familiari per essermi stati vicini in questo percorso.