

Alma Mater Studiorum  
Università degli Studi di Bologna

---

---

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Emissione di Bremsstrahlung  
e applicazioni astrofisiche

Elaborato Finale

Candidato:

Matilde Mingozzi

Relatore:

Daniele Dallacasa



---

---

Sessione II  
Anno Accademico 2013/2014



## Sommario

La radiazione elettromagnetica è una singola entità, come si deduce dall'universalità delle leggi di Maxwell, nonostante lo spettro elettromagnetico sia caratterizzato da regioni a cui si associano nomi differenti. Questo implica l'esistenza di un meccanismo fondamentale comune alla base di tutti i processi di radiazione, che si identifica in una *carica in moto non uniforme*. Infatti una carica stazionaria ha un campo elettrico costante e un campo magnetico nullo, quindi non irradia; lo stesso vale per una carica in moto uniforme.

La radiazione di *Bremsstrahlung*, che avviene nel continuo, spaziando dal radio ai raggi  $\gamma$ , fu scoperta negli anni '30 del secolo scorso, in seguito all'osservazione che la perdita di energia che subisce un elettrone attraversando la materia non è data unicamente dalla ionizzazione: l'elettrone, accelerato dal nucleo ionizzato, irradia e, di conseguenza, viene frenato. Letteralmente "Bremsstrahlung" significa "radiazione di frenamento" e in astrofisica rappresenta il principale meccanismo di raffreddamento di un plasma a temperature molto elevate; nel seguente elaborato tale plasma sarà considerato monoatomico e completamente ionizzato. Dall'analisi dello spettro di Bremsstrahlung si possono rilevare la temperatura e la misura di emissione della nube di gas osservato, che consentono di ricavare la densità, la massa e la luminosità della nube stessa.

Nel capitolo 1 vengono riportate la descrizione di questo processo di radiazione e le principali formule che lo caratterizzano, illustrate in ambiente semiclassico (Bremsstrahlung termica) e in ambiente relativistico (Bremsstrahlung relativistica). Nel capitolo 2 segue la trattazione di alcuni esempi astrofisici: le regioni HII ( $T \approx 10^4$  K), come la Nebulosa di Orione, caratterizzate da questo tipo di emissione nella banda radio; il gas intergalattico degli ammassi di galassie, come l'Ammasso della Vergine e della Chioma, che hanno temperature dell'ordine di  $10^8$  K ed emettono principalmente nella banda X; le galassie Starburst, come M82, caratterizzate sempre da emissione nella banda X; le binarie X ( $T \approx 10^7$  K), come Sco X-1; la componente elettronica dei raggi cosmici, costituita da particelle relativistiche, e i brillamenti solari, che emettono nella banda  $\gamma$ ; infine un accenno agli oggetti di Herbig-Haro con un particolare riferimento all'oggetto HH 80-81. Altri esempi importanti non oggetto di trattazione di questo elaborato sono: il gas caldo presente nella parte più esterna dell'alone delle galassie a spirale (galactic hot-corona), i supernova remnants (es:  $\gamma$  cygni) e il disco di accrescimento dei nuclei galattici attivi o AGN (es: NGC 5548, *galassia Seyfert 1*).



# Indice

<b>1</b>	<b>Descrizione fisica del fenomeno</b>	<b>1</b>
1.1	Introduzione . . . . .	1
1.2	Interazione di un singolo elettrone con un nucleo fermo . . . . .	2
1.3	Emissività specifica e fattore di Gaunt . . . . .	3
1.4	Bremsstrahlung termica . . . . .	4
	1.4.1 Tempo di raffreddamento . . . . .	6
	1.4.2 Auto-assorbimento e misura di emissione . . . . .	6
1.5	Bremsstrahlung relativistica . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Applicazioni Astrofisiche</b>	<b>9</b>
2.1	Regioni HII . . . . .	9
2.2	Ammassi di galassie . . . . .	11
2.3	Galassie Starburst . . . . .	13
2.4	Binarie X . . . . .	14
2.5	Fenomeni che coinvolgono la Bremsstrahlung relativistica . . . . .	14
	<b>Bibliografia</b>	<b>17</b>



# Capitolo 1

## Descrizione fisica del fenomeno

### 1.1 Introduzione

L'emissione di un fotone da parte di un elettrone diffuso da un nucleo è un processo derivante dall'interazione elettromagnetica che porta ad una elevata perdita di energia. Tale radiazione è chiamata Bremsstrahlung o emissione libero-libero<sup>1</sup>.

Secondo l'elettromagnetismo classico, una particella non relativistica di carica  $q$  e momento di dipolo  $\vec{\delta}$ , soggetta ad un'accelerazione  $\vec{a} = \frac{1}{q^2} \frac{d^2\vec{\delta}}{dt^2}$ , irradia una potenza data dalla *formula di Larmor*:

$$P = -\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} a^2(t) = \frac{2}{3c^3} \left( \frac{d^2\vec{\delta}}{dt^2} \right)^2 = \frac{2}{3} \frac{q^2}{m^2 c^3} \left( \frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 \quad (1.1)$$

dove  $\varepsilon$  è l'energia della particella,  $\vec{p} = m\vec{v}$  è la sua quantità di moto e  $c$  è la velocità della luce. Dalla formula (1.1) si nota che la potenza irradiata è inversamente proporzionale al quadrato della massa della particella; in particolare, un elettrone o un positrone irradieranno circa  $3 \times 10^6$  volte più di un protone. Questo implica che nel caso di interazione ione-elettrone, lo ione non viene accelerato in maniera apprezzabile e la sua emissione di Bremsstrahlung risulta quasi nulla, quindi il problema è approssimabile in termini di una collisione dell'elettrone con un campo di forze statico.

La fisica classica è applicabile quando la lunghezza d'onda di De Broglie della particella che produce la radiazione è piccola rispetto alle dimensioni del problema (indicate con  $d$ ):  $\frac{h_P}{p} \ll d$ , dove  $h_P = 6.63 \times 10^{-27}$  erg s è la costante di Planck<sup>2</sup>. Se si volesse trattare la Bremsstrahlung in maniera rigorosa si dovrebbe applicare l'elettrodinamica quantistica, dato che la maggior parte dell'energia è irradiata sotto forma di fotoni che hanno energia circa dello stesso ordine di grandezza di quella (cinetica) dell'elettrone. Tuttavia, una trattazione semiclassica è sufficientemente corretta e dà la giusta dipendenza funzionale per la maggior parte dei parametri fisici.

---

<sup>1</sup>L'emissione è del tipo libero-libero in quanto l'elettrone perde energia passando da uno stato non legato ad un altro non legato.

<sup>2</sup>Una condizione equivalente è  $h_P \nu \ll \varepsilon$ .

## 1.2 Interazione di un singolo elettrone con un nucleo fermo

Un elettrone in movimento con velocità  $v$  collide, con parametro di impatto<sup>3</sup>  $b$ , con un nucleo di carica  $q = Ze^+$ , viene accelerato e, di conseguenza, irradia (fig 1.1); la potenza irradiata  $P_{br}$  è data dalla formula di Larmor (1.1) e corrisponde a:

$$P_{br} = -\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{2q^2}{3c^3} a^2(t), \quad (1.2)$$

dove, se  $x$  è la distanza ione-elettrone,  $a = \frac{Ze^2}{m_e x^2}$  è l'accelerazione Coulombiana.

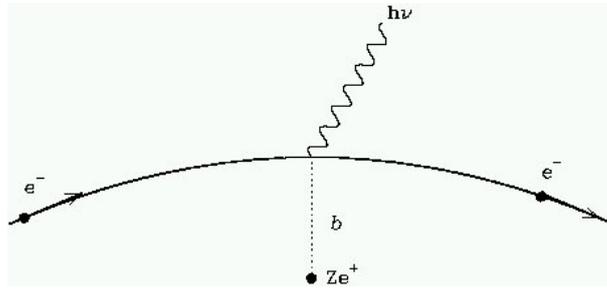


Figura 1.1: Bremsstrahlung

Data la dipendenza di  $P_{br}$  da  $x^{-4}$  è evidente che viene irradiata energia in quantità apprezzabile solo finché l'elettrone si trova a una distanza dal nucleo pari a  $b$ , per cui si può approssimare la durata effettiva dell'interazione a:

$$\Delta t \sim 2\frac{b}{v},$$

con  $x \sim b$ , come se la radiazione avvenisse sotto forma di impulsi temporali della durata  $\Delta t$ . L'energia totale irradiata durante tutta la collisione è quindi data dalla formula:

$$P_{br}\Delta t \sim \frac{2Z^2e^6}{3c^3m_e^2} \frac{2}{b^3v}. \quad (1.3)$$

La distribuzione spettrale della radiazione, ottenuta tramite l'analisi di Fourier del moto della carica, risulta piatta fino ad una frequenza massima

$$\nu_{max} \simeq \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v}{4b},$$

detta frequenza di cut-off, oltre la quale crolla esponenzialmente. Quindi l'energia irradiata in una collisione per unità di frequenza è:

$$\frac{P_{br}\Delta t}{\Delta\nu} \approx \frac{P_{br}\Delta t}{\nu_{max}} \simeq \frac{16Z^2e^6}{3c^3m_e^2} \frac{1}{b^2v^2}. \quad (1.4)$$

La radiazione di un singolo elettrone è polarizzata linearmente.

<sup>3</sup>Il parametro di impatto corrisponde alla distanza minima alla quale si troverebbero due particelle se non ci fossero interazioni fra di loro.

### 1.3 Emissività specifica e fattore di Gaunt

Si consideri una nube di gas con una densità di ioni  $n_Z$  e con una densità di elettroni  $n_e$ , i quali possiedono velocità  $v$ . L'obiettivo è ottenere l'emissività specifica, cioè la potenza spettrale irradiata in un volume unitario, che si calcola moltiplicando la relazione (1.4) per il numero di urti che avvengono nell'unità di tempo, integrando su tutti i possibili parametri d'urto.

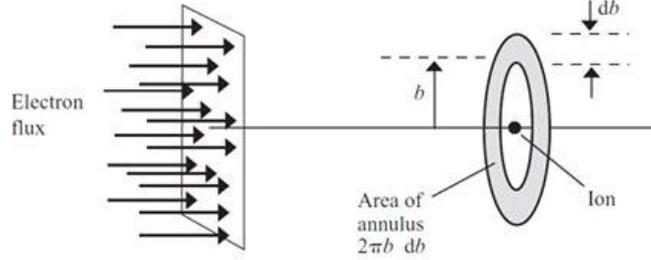


Figura 1.2: Flusso di elettroni interagenti con un nucleo: la regione anulare evidenziata rappresenta l'area bersaglio

Per un solo nucleo, il numero di collisioni nell'unità di tempo con un parametro di impatto compreso tra  $b$  e  $b + db$  è:

$$2\pi b db n_e v$$

come è facile notare da figura (1.2). Sapendo che la densità di ioni è  $n_Z$ , l'emissività specifica sarà data da:

$$J_{br}(v, \nu) = 2\pi n_e n_Z v \int_{b_{min}}^{b_{max}} (2P_{br} \Delta t^2) b db \simeq \frac{32\pi}{3} \frac{e^6}{m_e^2 c^3} \frac{1}{v} n_e n_Z \ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right). \quad (1.5)$$

L'integrale dell'equazione (1.5) non può essere esteso fra 0 e  $\infty$  perchè divergerebbe. In particolare, il valore di  $b_{max}$  è giustificato dal fatto che ad una data frequenza  $\nu$  contribuiscono apprezzabilmente solo gli elettroni il cui parametro di impatto corrisponde a  $\nu_{max} > \nu$ , per cui  $b_{max} \leq v/(4\nu)$ . Il valore di  $b_{min}$  sarà il massimo fra un valore classico e uno quantistico. La fisica classica richiede che  $|\Delta v| \leq |v|$ , quindi:

$$\Delta v \simeq a \Delta t = \frac{Ze^2}{m_e b^2} \frac{2b}{v} \leq v \implies (b_{min})_{class} \geq \frac{2Ze^2}{m_e v^2}.$$

Il  $(b_{min})_{quant}$  è valutato, come ordine di grandezza, tramite il principio di indeterminazione di Heisenberg:

$$\Delta p = m_e \Delta v \approx m_e v \geq \frac{h_P}{2\pi \Delta x} \approx \frac{h_P}{2\pi b_{min}} \implies (b_{min})_{quant} \geq \frac{h_P}{2\pi m_e v};$$

questo significa che l'elettrone, visto come puntiforme, non può passare più vicino al nucleo di  $\Delta x$  senza che il suo impulso possa essere conosciuto con una precisione migliore di  $\Delta p$ . Il rapporto tra i due valori è

$$\frac{(b_{min})_{quant}}{(b_{min})_{class}} \approx \frac{h_P/2\pi m_e v}{2Ze^2/m_e v^2} = \frac{h_P c}{4\pi Ze^2} \frac{v}{c} \frac{1}{Z} \approx \frac{137 v}{Z c},$$

da cui si deriva:

$$(b_{min})_{quant} > (b_{min})_{class} \Leftrightarrow \frac{v}{c} \gtrsim 0.01.$$

Sfruttando la relazione  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$ <sup>4</sup>, si ottiene

$$\frac{(b_{min})_{quant}}{(b_{min})_{class}} \approx \frac{137}{Zc} \sqrt{\frac{3k_B}{m_e}} T^{\frac{1}{2}};$$

questo implica che nelle regioni III, dove  $T \sim 10^4$  K, si deve considerare il valore  $(b_{min})_{class}$ , mentre si deve utilizzare quello quantistico negli ammassi di galassie, dove  $T \sim 10^8$  K [5]. La formula (1.5) dell'emissività specifica può essere riscritta introducendo un fattore correttivo nel modo seguente:

$$J_{br}(v, \nu) = \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6}{m_e^2 c^3} \frac{1}{v} n_e n_Z Z^2 g_{ff}, \quad (1.6)$$

dove  $g_{ff} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)$  è una funzione dell'energia dell'elettrone e della frequenza a cui esso irradia e prende il nome di *fattore di Gaunt*. Esso consiste nella correzione quantistica da applicare per ottenere un risultato esatto nella trattazione delle collisioni ione-elettrone e deriva dall'analisi del range del parametro di impatto<sup>5</sup>.

## 1.4 Bremsstrahlung termica

Se il gas è all'equilibrio termico, le velocità degli ioni e degli elettroni obbediscono alla distribuzione di Maxwell-Boltzmann. In questo caso la probabilità che un elettrone abbia velocità compresa tra  $v$  e  $v + dv$  è data dall'espressione

$$f(v)dv = 4\pi \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_e v^2}{2k_B T}} v^2 dv \quad (1.7)$$

e il numero di elettroni per unità di volume con velocità comprese tra  $v$  e  $v + dv$  è dato da  $n_e(v) = n_e f(v)dv$ . Per ottenere l'emissività specifica ad una certa temperatura  $T$  si sostituisce  $n_e(v)$  nella (1.6) e si integra su tutte le possibili velocità. L'energia cinetica degli elettroni non può essere inferiore a quella dei fotoni emessi (*Photon discreteness effect*), quindi occorre che sia verificata la condizione:

$$h_P \nu < \frac{1}{2} m_e v^2; \quad (1.8)$$

in caso contrario un fotone di energia  $h_P \nu$  non potrebbe essere creato. L'integrale, di conseguenza, diventa:

$$J_{br}(\nu, T) = \frac{\int_{v_{min}}^{\infty} J_{br}(v, \nu) f(v) dv}{\int_0^{\infty} f(v) dv}, \quad (1.9)$$

<sup>4</sup> $k_B = 1.38 \times 10^{-16}$  erg K<sup>-1</sup> è la costante di Boltzmann.

<sup>5</sup>Per esempio, se il parametro di impatto è molto grande, le cariche vicine possono schermare il campo elettrico dello ione considerato; se il parametro di impatto tende a zero, gli effetti quantistici diventano importanti.

con  $v_{min} \equiv \left(\frac{2h_P\nu}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}}$ . Quindi si ottiene:

$$J_{br}(\nu, T) = 6.8 \times 10^{-38} T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{h_P\nu}{k_B T}} n_e n_Z Z^2 \bar{g}_{ff}(T, \nu) \text{ [erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}\text{]}, \quad (1.10)$$

dove  $\bar{g}_{ff}$  è il *fattore di Gaunt medio*, i cui valori numerici sono mostrati in figura (1.3) in funzione della variabile  $u = \frac{h_P\nu}{k_B T}$ ; per  $u \equiv \frac{h_P\nu}{k_B T} \gg 1$ ,  $\bar{g}_{ff}$  si può approssimare all'unità. I fattori di Gaunt sono più alti nella banda radio ( $u < 10^{-4}$ ), ma in generale non superano il valore  $10^{-15}$ .

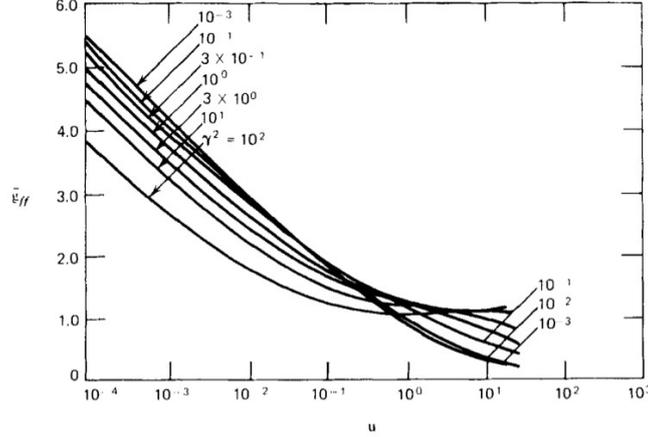


Figura 1.3: Fattore di Gaunt  $\bar{g}_{ff}$  in funzione di  $u = \frac{h_P\nu}{k_B T} = 4.8 \times 10^{-11} \frac{\nu}{T}$  e  $\gamma = 1.58 \times 10^5 Z^2 T$ .

La (1.10) mostra che l'emissività specifica ha una decrescita esponenziale in funzione della frequenza, dovuta alla distribuzione Maxwelliana delle velocità (1.7) e alla condizione (1.8). Tuttavia l'esponenziale  $e^{-\frac{h_P\nu}{k_B T}}$  si può considerare costante per un largo intervallo di frequenze ( $\nu < \frac{k_B T}{h_P}$ ), di conseguenza lo spettro della radiazione risulta continuo e piatto<sup>6</sup> fino ad una certa frequenza, denominata *frequenza di cut-off* ( $\nu_{cut-off}$ ), come mostra la figura (1.4). Inoltre, si nota che  $J_{br}(\nu, T) \propto T^{-\frac{1}{2}}$ , quindi plasmi con temperatura maggiore avranno un'emissività specifica minore e una  $\nu_{cut-off}$  a energie maggiori, rispetto a plasmi che possiedono temperatura inferiore. L'emissività totale non dipende dalla frequenza (tranne per il crollo esponenziale a  $\nu_{cut-off}$ ) e corrisponde a:

$$J_{br}(T) = \int_0^{\infty} J_{br}(\nu, T) d\nu \simeq 1.4 \times 10^{-27} T^{\frac{1}{2}} n_e n_Z Z^2 \bar{g}_{ff}(T, \nu) \text{ [erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}\text{]}. \quad (1.11)$$

Si noti che la radiazione di Bremsstrahlung non è polarizzata, poichè gli elettroni sono caratterizzati da un moto disordinato e quindi ciascuno di essi ha una direzione del vettore polarizzazione differente.

La frequenza di cut-off nello spettro di Bremsstrahlung termica dipende dalla sola temperatura e, convenzionalmente, viene definita tale quando l'esponenziale vale  $\frac{1}{e}$ :

$$\frac{h_P\nu_{cut-off}}{k_B T} = 1 \implies \nu_{cut-off} = \frac{k_B T}{h_P} = 2.08 \times 10^{10} T \text{ [Hz]}. \quad (1.12)$$

<sup>6</sup>Questo è vero unicamente per sorgenti otticamente sottili. La questione dell'auto-assorbimento verrà affrontata nel paragrafo (1.4.2)

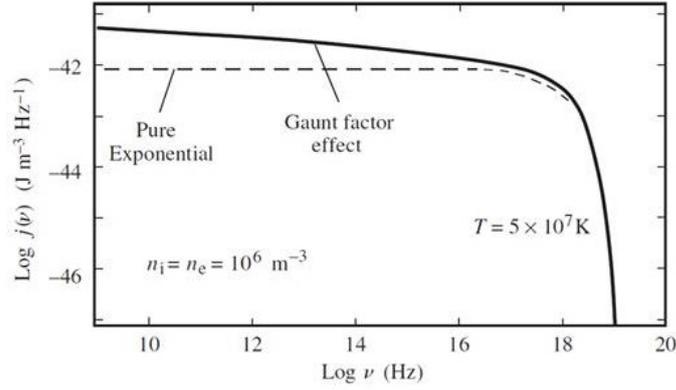


Figura 1.4: Spettro di Bremsstrahlung termica. Il grafico mostra l'emissività specifica a una temperatura fissata, le cui frequenze vanno dal radio ai raggi X. Il fattore di Gaunt porta ad una graduale crescita dell'emissività alle basse frequenze. I dati assunti corrispondono a un plasma di idrogeno ( $Z=1$ ) di temperatura  $T = 5 \times 10^7 \text{ K}$ .

Nelle osservazioni la misura di  $\nu_{cut-off}$  è un modo per determinare la temperatura del plasma considerato. Nelle regioni III, dove la temperatura è dell'ordine di  $10^4 \text{ K}$ ,  $\nu_{cut-off} = 2.08 \times 10^{14} \text{ Hz}$  e cade nell'infrarosso; negli ammassi di galassie, invece, in cui  $T \sim 10^8 \text{ K}$ ,  $\nu_{cut-off} = 2.08 \times 10^{18} \text{ Hz}$  e cade nei raggi X.

### 1.4.1 Tempo di raffreddamento

Definiamo *tempo di raffreddamento* il rapporto fra l'energia termica del plasma, per unità di volume, e quella irradiata per Bremsstrahlung (eq. 1.11):

$$t_{cooling} \sim \frac{3/2(n_e + n_Z)k_B T}{J_{br}(T)} \sim \frac{3n_e k_B T}{J_{br}(T)} = \frac{1.8 \times 10^{11}}{g_{ff}} \frac{T^{1/2}}{n_e} \text{ s} \sim \frac{6 \times 10^3}{g_{ff}} \frac{T^{1/2}}{n_e} \text{ yr}, \quad (1.13)$$

supponendo che  $n_e \sim n_Z$ . Il tempo di raffreddamento dipende più dalla densità del mezzo che dalla sua temperatura. La Bremsstrahlung termica rappresenta il principale processo di raffreddamento per un plasma denso con temperatura dell'ordine di  $10^7 \text{ K}$ .

### 1.4.2 Auto-assorbimento e misura di emissione

Un elettrone libero che interagisce con il campo Coulombiano di un nucleo e che emette per Bremsstrahlung può assorbire radiazione: questo fenomeno prende il nome di *auto-assorbimento*. All'equilibrio termico vale la *legge di Kirchhoff*

$$j(\nu, T) = \mu(\nu, T) B_{bb}(\nu, T),$$

tramite la quale si può calcolare il coefficiente di assorbimento  $\mu(\nu, T)$  di un plasma che emette isotropicamente per Bremsstrahlung termica, conoscendo  $j(\nu, T)$  (coefficiente di emissività) e  $B_{bb}(\nu, T)$ , che è la brillantezza di corpo nero, con  $B_{bb}(\nu, T) = 2 \frac{h_P \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h_P \nu}{k_B T}} - 1}$ .

Quindi:

$$\mu(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi B_{bb}(\nu, T)} \propto T^{-1/2} (1 - e^{-\frac{h_P \nu}{k_B T}}) \nu^{-3}. \quad (1.14)$$

Il coefficiente di assorbimento diminuisce fortemente al crescere della frequenza, per cui una regione che irradia per Bremsstrahlung diventa via via più trasparente passando dalla banda radio alla banda ottica. Questo significa che ad alte frequenze,  $\mu(\nu, T)$  è trascurabile, mentre a basse frequenze ( $\frac{h_P\nu}{k_B T} \ll 1$ ) si può sviluppare in serie l'esponenziale e la (1.13) è approssimabile a:

$$\mu(\nu, T) \simeq 0.018 T^{-3/2} n_e n_Z Z^2 \nu^{-2} \bar{g}_{ff}, \quad (1.15)$$

con  $\bar{g}_{ff} \approx 10$ . Applicando l'equazione del trasporto radiativo<sup>7</sup>

$$B(\nu, l_0) = \frac{J(\nu)}{4\pi\mu(\nu)} (1 - e^{-\tau})$$

alla nube che emette per Bremsstrahlung termica otteniamo:

$$B_{cloud}(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi\mu(\nu, T)} (1 - e^{-\tau}) = B_{bb}(\nu, T) (1 - e^{-\tau}) \propto \frac{\nu^3}{e^{\frac{h_P\nu}{k_B T}} - 1} (1 - e^{-\tau}).$$

Nell'intervallo in cui vale l'approssimazione di Rayleigh-Jeans  $\frac{h_P\nu}{k_B T} \ll 1$  si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$B_{cloud}(\nu, T) = 2k_B T \frac{\nu^2}{c^2} \propto \nu^2 \quad \tau \gg 1 \quad \textit{otticamente spesso} \quad (1.16)$$

$$B_{cloud}(\nu, T) = 2k_B T \frac{\nu^2}{c^2} \tau \propto \nu^0 \quad \tau \ll 1 \quad \textit{otticamente sottile} \quad (1.17)$$

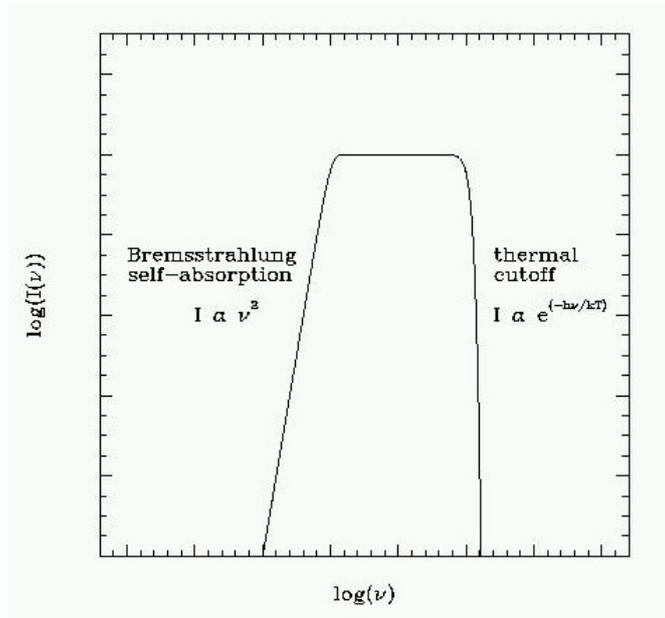


Figura 1.5: Spettro termico

Come mostra la figura (1.5), lo spettro di Bremsstrahlung nell'approssimazione di

<sup>7</sup> $\tau = \mu(\nu)l_0$  è il coefficiente di opacità e  $l_0$  lo spessore della nube.

Rayleigh-Jeans cresce proporzionalmente a  $\nu^2$  (regime otticamente spesso, eq. 1.16), poi, quando la regione diventa otticamente trasparente (eq. 1.17), segue un andamento costante, fino al crollo esponenziale dovuto alla frequenza di cut-off.

Dalle relazioni (1.16) e (1.17) si desume che nelle regioni otticamente spesse  $T_B \approx T_e$ , dove  $T_B$  è la temperatura di brillanza, mentre  $T_e$  è la temperatura di agitazione termica degli elettroni; al contrario nelle regioni otticamente sottili  $T_B \approx T_e \times \tau$ . Effettuando osservazioni nella regione opaca e trasparente dello spettro è possibile determinare la temperatura elettronica  $T_e$  e, di conseguenza, il coefficiente di opacità  $\tau = \mu l_0$ , dati tramite i quali si ottiene la *misura di emissione* (EM):

$$\int Z^2 n_e n_Z dl. \quad (1.18)$$

Potendo stimare  $l_0$ , si può ottenere  $n_e$  e viceversa.

## 1.5 Bremsstrahlung relativistica

Nel caso in cui gli elettroni siano relativistici ( $v \approx c$ ), è possibile utilizzare l'espressione per la Bremsstrahlung ricavata per un insieme di elettroni (1.5), introducendo un opportuno fattore di Gaunt. L'emissività, per unità di frequenza e in funzione di  $\nu$ , è:

$$J_{br,rel}(v, \nu) = \frac{32\pi e^6}{3m^2 c^3 v} n_e n_Z Z(Z + 1.3) \ln \left( \frac{183}{Z^{1/3}} \right). \quad (1.19)$$

Confrontando la (1.19) con le equazioni della Bremsstrahlung termica si nota subito che la temperatura  $T$  non è più un fattore rilevante: ora tutto dipende dalla sola velocità  $v$ . La distribuzione delle energie (velocità) è ora descritta da una legge di potenza:

$$n_e(\varepsilon) \approx n_{e,0} \varepsilon^{-\delta}. \quad (1.20)$$

L'emissività  $J_{br,rel}(\nu)$ , integrata su tutti gli elettroni di energia  $\varepsilon \geq h_P \nu$ , sarà:

$$\begin{aligned} J_{br,rel}(\nu) &\approx 5 \times 10^{-42} n_Z \int_{h_P \nu}^{\infty} n_e(\varepsilon) d\varepsilon = 5 \times 10^{-42} n_Z \int_{h_P \nu}^{\infty} n_{e,0} \varepsilon^{-\delta} d\varepsilon = \\ &= 5 \times 10^{-42} \frac{n_Z}{\delta - 1} n_{e,0} (h_P \nu)^{-\delta} h_P \nu \propto \nu^{-(\delta-1)}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Lo spettro di questa radiazione è descritto da una legge di potenza, il cui esponente è determinato dall'indice  $\delta$  della distribuzione di energia degli elettroni. L'emissione si estende fino alla banda  $\gamma$ , poichè gli elettroni sono relativistici.

# Capitolo 2

## Applicazioni Astrofisiche

Un gas caldo ionizzato emette sempre per Bremsstrahlung. Nei seguenti paragrafi sono descritte le situazioni astrofisiche più importanti in cui si osserva questo tipo di radiazione.

### 2.1 Regioni HII

Le *regioni HII* si trovano nel mezzo interstellare (ISM), costituito da un insieme di gas e polveri; hanno densità elettronica dell'ordine di  $10^2 - 10^3 \text{ cm}^{-3}$  e sono composte da idrogeno ionizzato, che costituisce circa l'1% dell'idrogeno presente nella galassia. Per ionizzare l'atomo di idrogeno sono necessari fotoni con energia superiore alla sua energia di ionizzazione ( $\sim 13.7 \text{ eV}$ ), ossia fotoni ultravioletti ( $\lambda < 916 \text{ \AA}$ ), prodotti da stelle molto calde, dato che la condizione  $\varepsilon_\nu \approx 3 k_B T \gtrsim 13.6 \text{ eV}$  vale se  $T \geq 5 \times 10^4 \text{ K}$ . Si tratta tipicamente di stelle giovani di grande massa, di classe spettrale O e B, che si trovano lungo i bracci delle galassie a spirale, dove, di conseguenza, si collocano anche le regioni HII, che emettono per Bremsstrahlung termica nel radio e che presentano righe di ricombinazione nel loro spettro. Il tempo di raffreddamento di queste regioni è dato dalla (1.13) e risulta  $t_{cooling} \sim 100 - 1000 \text{ yr}$ .

Immersi nel gas interstellare si trovano grani di polvere che vengono riscaldati dal campo locale di radiazione fino ad una temperatura di equilibrio; questi, a loro volta, irradiano e la loro emissione, che in genere raggiunge un massimo intorno ai  $100 \mu\text{m}$  (IR), non modifica sostanzialmente l'emissione di Bremsstrahlung, se non a lunghezze d'onda più corte di  $\approx 3 \text{ mm}$ , come è mostrato in figura (2.1).

L'equilibrio delle regioni HII è bilanciato dalla ionizzazione e dalla ricombinazione. Elettroni liberi e protoni collidono, formando atomi di idrogeno neutro, mentre i fotoni UV prodotti dalle stelle ionizzano: il bilancio tra questi due processi determina quanto grandi possono diventare tali regioni. All'interno di queste, quasi tutto l'idrogeno è ionizzato, mentre al di fuori è quasi tutto neutro: nei processi di ricombinazione gli elettroni non tornano necessariamente nel livello fondamentale e gli atomi, rimanendo eccitati, riemettono radiazione sotto forma di fotoni meno energetici (nel visibile), che non riescono più a ionizzare l'ambiente circostante. La teoria alla base di questo brusco cambiamento fu dimostrata per la prima volta da un astrofisico svedese, Bengt Strömgren e per questa ragione le regioni HII sono associate spesso alla *sfera di Strömgren*. Se  $\alpha n_e n_Z$  è il numero di ricombinazioni per unità di volume e di tempo ( $\alpha$

è il coefficiente di Einstein che descrive la probabilità che avvenga la ricombinazione e vale  $3.1 \times 10^{-19} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  a circa 8000 K, temperatura caratteristica delle regioni HII, assumendo che il gas sia composto interamente da idrogeno ( $n_e = n_Z$ ) e approssimando la regione considerata a una sfera, il raggio di Strömngren che dà la dimensione della nube di gas è dato dalla formula:  $r_S \simeq (\frac{3N}{4\pi\alpha})^{\frac{1}{3}} n_Z^{-\frac{2}{3}}$ , dove N è il numero totale di fotoni prodotti dalla stella nell'unità di tempo. Generalmente  $r_S$  va da 0.1 pc a 100 pc. [9]

## Nebulosa di Orione

La *Nebulosa di Orione* (NGC 1976 o M42) è una delle più vistose e meglio studiate regioni HII, posta a una distanza di 500 pc dal Sole. L'immagine (2.2) è stata prodotta dal satellite CHANDRA e mostra migliaia di giovani stelle che emettono nella banda X; le stelle nella parte centrale risultano più luminose perchè fanno parte dell'ammasso aperto del Trapezio, un insieme di stelle di età inferiore a un milione di anni.

Sapendo che  $Z=1$ ,  $n_e \simeq n_Z$  e  $g_{ff} \approx 12$ , si può ottenere il coefficiente di assorbimento  $\mu(\nu, T)$  dalla (1.15). La regione di transizione fra regime opaco e trasparente è a  $\nu \approx 1 \text{ GHz}$ : le misure della brillantezza a frequenze minori e maggiori forniscono  $T_e \approx 10^4 \text{ K}$  e la EM (1.18)  $n_e^2 l_0 \approx 7 \times 10^{24}$ . Essendo nota la distanza di Orione e le sue dimensioni angolari ( $66'$ ), è possibile stimarne le dimensioni reali che risultano all'incirca 7 pc e il volume  $V_S \simeq 10^{58} \text{ cm}^3$ . Infine, conoscendo la misura di emissione, si ottiene la densità elettronica  $n_e \approx 2 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}$ .<sup>1</sup> [2] Utilizzando questi dati, si possono ricavare la frequenza di cut-off (1.12), l'emissività totale (1.11) e la luminosità<sup>2</sup>  $L_{br}$ :

- $h_P \nu_{cut-off} \sim k_B T \simeq 8.61 \times 10^{-5} T \text{ eV} \implies \nu_{cut-off} \simeq 10^{14} \text{ s}^{-1} \text{ (IR)}$ ;
- $J_{br}(T) = 1.4 \times 10^{-27} T^{\frac{1}{2}} n_e^2 \bar{g}_{ff} \simeq 10^{-18} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ;
- $L_{br} = J_{br}(T) V_S \simeq 10^{40} \text{ erg s}^{-1}$ .

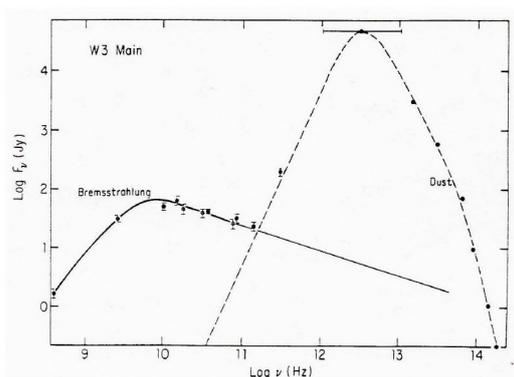


Figura 2.1: Spettro di emissione da Bremsstrahlung (radio) e da polvere (IR) nella regione HII "W3 Main"

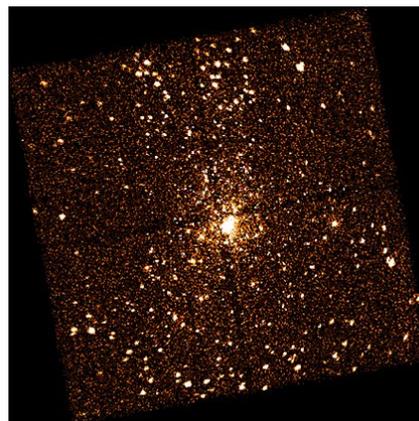


Figura 2.2: Nebulosa di Orione in banda X [12]

<sup>1</sup>M42 è stata approssimata a una sfera.

<sup>2</sup>NB: La luminosità vale:  $L(T) = \int_{V_S} J_{br}(T) dV$ , dove  $V_S$  è il volume del gas della nube.

## 2.2 Ammassi di galassie

L'universo appare isotropo e uniforme su larga scala, mentre su piccola scala si nota una forte anisotropia: le galassie solitamente non sono disposte in maniera casuale, ma sono raggruppate in *gruppi* e *ammassi*; legate le une alle altre dalla gravità, ruotano attorno al baricentro del sistema. Gli ammassi possono contenere da 50 a migliaia di galassie, a differenza dei gruppi che generalmente possiedono meno di 50 oggetti. Grazie all'utilizzo di HEAO (High Energy Astronomical Observatory), una serie di satelliti lanciati in orbita nel 1977, si scoprì che molti ammassi di galassie emettono radiazione nella banda X. In particolare, tramite i dati ottenuti da questi satelliti e quelli relativi alla banda ottica, si capì che gli ammassi di galassie sono ricchi di materiale intergalattico (*mezzo intergalattico*, ICM), che si può suddividere in due componenti principali: stelle disposte in maniera diffusa e irregolare, e gas caldo distribuito in maniera omogenea, con temperature dell'ordine di  $10^7 - 10^8 K$ . Tale gas emette per Bremsstrahlung termica, come avviene nel mezzo interstellare all'interno delle singole galassie (es: M87, nell'ammasso della Vergine; figura 2.4). Il tempo di raffreddamento, sempre dato dalla (1.13), risulta  $t_{cooling} \sim 10^{10}$  yr, essendo  $n_e \approx 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ .

### Ammasso della Vergine

L'ammasso della Vergine (*Virgo cluster*), ricco e irregolare, si trova a 16 Mpc dalla Terra; contiene approssimativamente 250 galassie di grandi dimensioni e più di 2000 di dimensioni minori.

M87, galassia ellittica E1, è la più grande e brillante dell'ammasso, è situata nella zona centrale e contiene all'incirca  $10^{10} M_\odot$  di gas caldo, prodotto dall'evoluzione stellare<sup>3</sup>. La radiazione X causata dal processo di raffreddamento del gas genera uno spettro caratteristico facile da identificare, dal quale si ottiene una stima della temperatura e della densità di massa in funzione del raggio. Essendo il gas all'equilibrio idrostatico<sup>4</sup> e usufruendo dell'equazione dei gas perfetti, si ottiene la relazione  $M_r = -\frac{kTr}{\mu m_H G} (\partial \frac{\ln \rho}{\ln r} + \partial \frac{\ln T}{\ln r})$ , dove  $M_r$  è la massa della galassia stessa in funzione del raggio (si è assunto il peso molecolare medio  $\mu$  come costante).

Nel caso di M87,  $M_r$  cresce linearmente con il raggio fino a circa 300 Kpc, dove vale  $3 \times 10^{13} M_\odot$ <sup>5</sup> [4].



Figura 2.3: M87 in banda X, ottica e radio nell'ammasso della Vergine [12]

<sup>3</sup>Il mezzo interstellare delle galassie ellittiche è prevalentemente formato da gas caldo che raggiunge temperature dell'ordine di  $10^6 K$ , causate principalmente dalle onde d'urto prodotte dalle esplosioni di supernovæ. Queste galassie hanno indice di colore positivo (appaiono rosse), in quanto la loro popolazione stellare è composta principalmente da giganti di tipo K, e sono povere di gas freddo.

<sup>4</sup>Vale la relazione:  $\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r \rho}{r^2}$ .

<sup>5</sup>Questo andamento è lo stesso della materia oscura nelle galassie a spirale. La corrispondente mass-to-light-ratio è 750. Questo indica che più del 99% della massa di M87 è materia oscura.

## Ammasso della Chioma

L'ammasso della Chioma (*Coma cluster*, figura 2.4) è un ammasso ricco e regolare, che si trova a 90 Mpc dalla Terra, con un diametro lineare di 6 Mpc. Contiene circa 10000 galassie, la maggior parte delle quali sono ellittiche e lenticolari; questa composizione è tipica degli ammassi regolari.

L'equazione (1.11) riscritta in questa forma

$$L_{V_S} = 1.42 \times 10^{-27} n_e^2 T^{\frac{1}{2}} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \quad (2.1)$$

rappresenta la densità di luminosità<sup>6</sup> (con  $n_e = n_Z$ ) e può essere utilizzata per stimare la massa del gas intergalattico di questo ammasso, che in questo calcolo verrà considerato una sfera isoterma di idrogeno ionizzato di raggio  $R = 1.5$  Mpc otticamente trasparente [4]. In questo modo si ottiene la luminosità X del gas che corrisponde a:  $L_X = \frac{4}{3}\pi R^3 L_{V_S}$ . Poiché  $L_X = 5 \times 10^{50} \text{ erg s}^{-1}$ , il valore di  $n_e$ , il numero di elettroni liberi per  $\text{cm}^{-3}$ , è:

$$n_e = \left[ \frac{3L_X}{4\pi R^3 T^{\frac{1}{2}} (1.42 \times 10^{-27})} \right]^{\frac{1}{2}} = 3 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}.$$

La massa totale del gas, dato che per ogni elettrone libero c'è un protone, risulta:

$$M_{gas} = \frac{4}{3}\pi R^3 n_e m_H = 1.05 \times 10^{14} M_{\odot}.$$

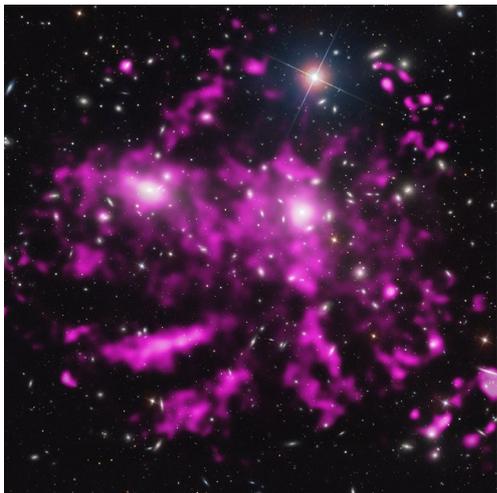


Figura 2.4: Immagine composta (ottico e X) dell'ammasso della Chioma [12]

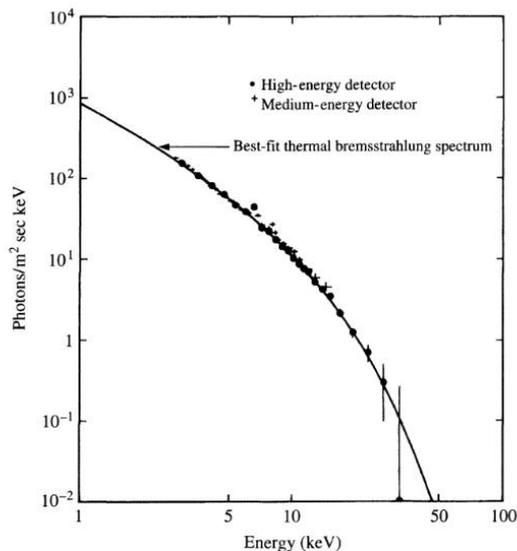


Figura 2.5: Spettro di Bremsstrahlung termica a  $T = 8.8 \times 10^7$  K (ammasso della Chioma) [4]

<sup>6</sup>Densità di luminosità ed emissività totale  $J(T)$  sono sinonimi.

## 2.3 Galassie Starburst

Una *galassia starburst* è una galassia caratterizzata da una violenta attività di formazione stellare temporanea<sup>7</sup>. Le stelle si formano cento volte più velocemente rispetto al rate tipico di una galassia normale e la maggior parte è massiccia e luminosa. La teoria più accreditata per spiegare l'intensa produzione stellare sostiene che la causa sia un incontro ravvicinato o una vera e propria collisione con un'altra galassia; in questo modo si formerebbero onde d'urto che, comprimendo grandi nubi di gas e polvere, ne provocherebbero il collasso, con la conseguente formazione di centinaia di stelle. Le più grandi consumano velocemente il gas al loro interno ed esplodono diventando supernovæ, portando alla formazione di ulteriori onde d'urto e quindi consentendo la nascita di altre stelle. Quando la maggior parte del gas è stato consumato o spazzato via dalle esplosioni, l'attività violenta della galassia finisce.

Il satellite IRAS (InfraRed Astronomical Satellite) ha scoperto migliaia di galassie starburst, poichè questi oggetti sono estremamente luminosi nell'IR, ma è importante anche l'emissione nella banda X, che avviene in parte per Bremsstrahlung termica, rilevata da un altro importante telescopio orbitale, CHANDRA.

Un esempio di galassia starburst è M82, di piccole dimensioni e con un'intensa attività nella parte centrale (figura 2.6). Contiene regioni HII molto luminose e, come mostra la figura (2.7), una grande popolazione di *supernova remnants* e binarie X molto massive (HMXBs)<sup>8</sup>, che producono una luminosità  $L_X \geq 2 \times 10^{37} \text{ erg s}^{-1}$ . Dall'immagine (2.7) si nota anche una luce diffusa nella banda X, che si estende per migliaia di anni luce, causata da gas ionizzato a temperatura elevatissima (svariati milioni di gradi), espulso al di fuori della galassia.

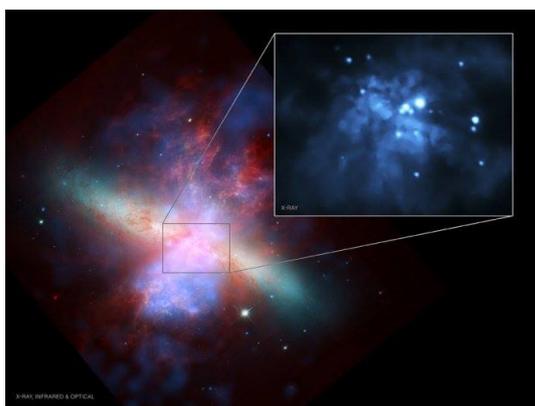


Figura 2.6: Immagine di M82 composita: blu (X, Chandra), verde (ottico, HST), rosso (IR, SST) [14]

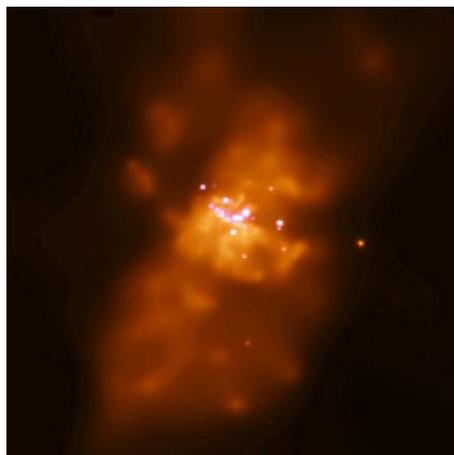


Figura 2.7: M82, in evidenza supernova remnants e binarie X [14]

<sup>7</sup>Fase che può durare  $10^7$  anni o più, un tempo breve rispetto alla sua vita media di circa  $10^{10}$  anni.

<sup>8</sup>In particolare, CHANDRA rileva 11 punti sorgente associabili a HMXBs.

## 2.4 Binarie X

Un certo numero di sorgenti X mostra variazioni periodiche di flusso, dovute al moto orbitale della sorgente intorno al centro di massa di un sistema binario. Si ritiene che questi sistemi siano formati da una *stella di neutroni*<sup>9</sup> (non visibile otticamente) e da una stella normale, che ha dimensioni sufficientemente grandi da eclissare periodicamente la compagna. L'emissione X di Bremsstrahlung è prodotta dalla stella degenere che accresce materia a spese della stella compagna: l'energia gravitazionale rilasciata dal materiale che cade nella profonda buca di potenziale della stella di neutroni viene trasformato in radiazione termica. La luminosità delle *binarie X* è dell'ordine di  $10^{36} - 10^{38} \text{ erg s}^{-1}$ , ovvero  $10^3 - 10^5$  volte la luminosità totale del Sole [6]. Le osservazioni di sistemi che comprendono una stella di neutroni procurano informazioni sulla loro struttura ed evoluzione. La prima sorgente X scoperta al di fuori del Sistema Solare fu Sco X-1, nella costellazione dello Scorpione, grazie all'utilizzo di un contatore Geiger posto al di fuori dell'atmosfera terrestre tramite un razzo (Giacconi, Gursky e Paolini, 1962). Ora si sa che questo oggetto appartiene a un sistema binario del tipo "*binary X-ray pulsar*". L'eclissi periodica di un'altra sorgente X, Cen X-3, nella costellazione del Centauro, mostra l'esistenza di un altro sistema binario dello stesso tipo.

## 2.5 Fenomeni che coinvolgono la Bremsstrahlung relativistica

### Raggi cosmici e Brillamenti solari

Con il termine di *raggi cosmici* si indica il flusso costante di particelle ad altissima energia che investe la Terra da ogni direzione. Se ne distinguono due componenti: la *componente primaria*, di natura essenzialmente nucleonica, di origine extraterrestre, e la *componente secondaria*, costituita prevalentemente da muoni, elettroni e positroni, neutrini e fotoni, prodotta dall'interazione dei raggi cosmici primari con i nuclei delle molecole di gas dell'atmosfera terrestre, che si manifesta come una cascata fotoelettronica. Una parte importante dell'emissione  $\gamma$  galattica è dovuta alla Bremsstrahlung relativistica, emessa dagli elettroni relativistici, che interagiscono con la materia interstellare. Tale emissione diventa dominante per  $\varepsilon < 100 \text{ MeV}$ . Lo spettro di energia (fig. 2.8) è descritto dalla legge di potenza (1.20) con  $\delta = 2.7 \div 3.0$  intorno a  $10 \text{ GeV}$  e ad energie maggiori la sua pendenza aumenta, raggiungendo  $\delta \approx 3.5$ . [6]

I *brillamenti solari* (*solar flares*) sono violente eruzioni di materia caratteristiche della fotosfera solare (fig. 2.9), che rilasciano una quantità enorme di energia ( $10^{23} \text{ erg s}^{-1}$ ). Le dimensioni fisiche di un brillamento sono enormi e raggiungono  $100000 \text{ km}$ .

---

<sup>9</sup>Per una stella di neutroni di raggio  $10 \text{ Km}$ , l'equazione di Stefan-Boltzmann  $L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4$  (dove  $L$  è la luminosità bolometrica,  $R$  il raggio,  $\sigma = 5.7 \times 10^{-5} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  la costante di Stefan-Boltzmann e  $T_e$  la temperatura effettiva superficiale della stella) mostra che la temperatura associata alla sua luminosità è dell'ordine di  $10^7 \text{ K}$ ; lo spettro di corpo nero a tale temperatura, secondo la Legge di Wien  $\lambda_{max} T \approx (500 \text{ nm})(5800 \text{ K})$ , ha un picco in corrispondenza di  $\lambda_{max} \simeq 0.15 \text{ nm}$ , nei raggi X [4].

In particolare, particelle cariche vengono espulse nello spazio interplanetario ad altissima velocità, diventando *raggi cosmici solari*, che mostrano uno spettro a legge di potenza, tipico della Bremsstrahlung relativistica, rilevato nella banda X e  $\gamma$  [4].

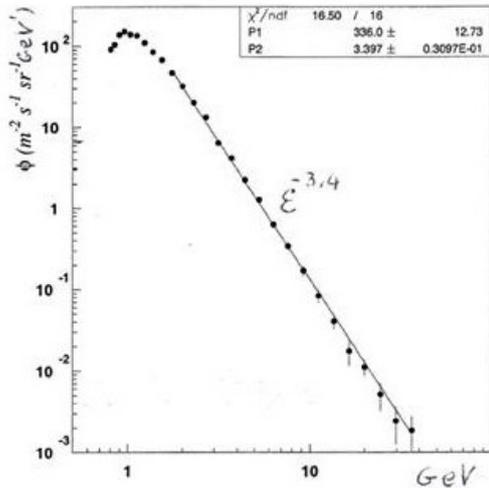


Figura 2.8: Spettro di energia degli elettroni cosmici (esperimento AMS, 2000)

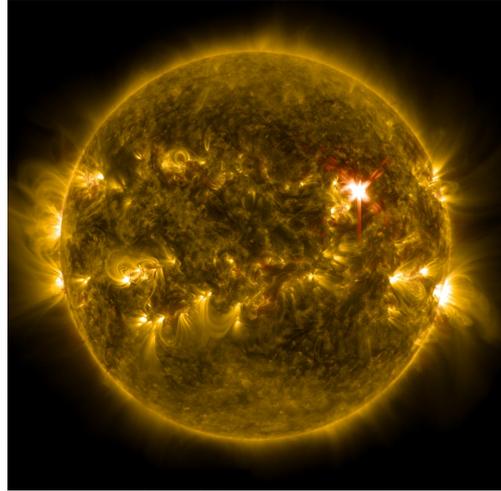


Figura 2.9: Brillamento solare [14]

## Oggetti di Herbig-Haro

Gli oggetti di *Herbig-Haro* (HH), scoperti per la prima volta in prossimità della nebulosa di Orione, sono associati ai getti di gas espulsi dalle giovani protostelle, visibili all'interno o ai margini delle regioni di formazione stellare. Infatti, attorno alla protostella si accumula gas che si accresce a causa del momento angolare della protostella stessa, formando un disco. L'avvolgimento del campo magnetico che permea la regione provoca l'espulsione di due getti polari, i quali si espandono supersonicamente a grande distanza e interagiscono con il mezzo interstellare, portando alla formazione di oggetti luminosi, gli HH, che hanno uno spettro caratterizzato da righe di emissione; queste sono dovute ad elementi parzialmente ionizzati, la cui presenza basta a giustificare l'emissione di Bremsstrahlung.

Un esempio noto è HH 80-81, visibile nella costellazione del Sagittario, situato ad una distanza di circa 1.7 Kpc dal Sistema Solare, che rappresenta uno degli oggetti di Herbig-Haro più brillanti conosciuti. HH 80-81 mostra delle consistenti linee di emissione nello spettro che indicano una velocità d'urto dei gas con l'involucro circostante pari a  $700 \text{ km s}^{-1}$  (HH 80) e  $625 \text{ km s}^{-1}$  (HH 81) [7]. Come riportato nell'articolo di P. Benaglia [1], la radiazione, prodotta da elettroni relativistici, è principalmente dovuta a sincrotrone (nel radio); tali elettroni interagiscono con i fotoni IR della nube attorno alla protostella per Inverse Compton, ma perdono energia anche per Bremsstrahlung relativistica (la massima energia è dell'ordine di 1 TeV).



# Bibliografia

- [1] P. Benaglia, *Radio emission from massive protostellar objects*. RevMexAA (Serie de Conferencias), 40, 211-216 (2011).
- [2] H. Bradt, *Astrophysics Processes*. Cambridge University Press, 2008
- [3] S. Braibant, G. Giacomelli, M. Spurio, *Particelle e Interazioni Fondamentali*. Springer, 2012.
- [4] B. W. Carroll and D. A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*. Pearson International Edition, 2007.
- [5] D. Dallacasa, *Processi di Radiazione e MHD*. Dispense, 2014.
- [6] C. Fanti, R. Fanti, *Lezioni di Radioastronomia*. Dispense, 2012.
- [7] S. Heathcote, B. Reipurth and A. Raga, *Structure, excitation and kinematics of the luminous Herbig-Haro 80-81*. THE ASTRONOMICAL JOURNAL, 116:1940-1960, 1998 October.
- [8] E. Hecht, *Optics*. Addison Wesley, 2002.
- [9] M. L. Kutner, *A Physical Perspective*. Cambridge University Press, 2011.
- [10] G. B. Rybicki, A. P. Lightman, *Radiative Processes in Astrophysics*. WILEY-VCH, 2004.
- [11] F. D. Seward and P. A. Charles, *Exploring the X-ray Universe*. Cambridge University Press, 2010.
- [12] Chandra, <http://chandra.harvard.edu>.
- [13] Hubble Space Telescope, <http://hubblesite.org>.
- [14] Nasa, [www.nasa.gov](http://www.nasa.gov).