

ALMA Mater Studiorum
Università degli Studi di Bologna

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia


Dipartimento di Fisica e Astronomia

Meccanismi di produzione dell'energia
in astrofisica

Elaborato Finale

Candidato:
Cecilia Bacchini

Relatore:
Prof. Daniele Dallacasa



Sessione II, 1° Seduta Autunnale
Anno Accademico 2013-2014

Abstract

Lo scopo di questo elaborato è descrivere alcuni dei meccanismi di produzione dell'energia studiati nel campo astrofisico. Essendo questi piuttosto numerosi, sono stati trascurati i processi ritenuti di sola conversione di energia da una forma ad un'altra, come, per esempio, l'emissione da parte di una particella accelerata. In questo modo si è potuto dedicare più spazio ad altri fenomeni, molto comuni ed efficienti, che saranno qui anticipatamente elencati.

Nel Capitolo 1 vengono descritti i processi di fusione nucleare che alimentano le stelle; per ognuno sono state riportate la quantità di energia prodotta e i tempi scala. La rilevanza dei diversi tipi di reazione varia a seconda delle condizioni ambientali, per tali dati è stata utilizzata come fonte principale [1]. Si è scelto inoltre di dare maggiore importanza a quei fenomeni che caratterizzano le fasi principali dell'evoluzione stellare, essendo questi anche i più efficienti, mentre le reazioni secondarie sono state solamente accennate (Sezione 1.3, cit.[6]). Nella Sezione 1.4 vengono descritti i meccanismi alla base dell'esplosione di supernova, essendo un'importante fase evolutiva nella quale la quantità di energia in gioco è considerevole. Come conclusione dell'argomento, in Sezione 1.5 vengono riportate le equazioni che descrivono la produzione energetica nei processi di fusione descritti precedentemente.

Nella seconda parte dell'elaborato, viene descritto il fenomeno dell'accrescimento gravitazionale utilizzando come oggetto compatto di riferimento un buco nero. Questo ambito, tuttavia, è tanto ampio ed articolato da impedire una descrizione esaustiva (trattazione fluidodinamica dell'accrescimento e classificazione dei nuclei galattici attivi). Si è quindi scelto di porre l'accento sull'efficienza della produzione energetica e sul limite di luminosità di Eddington (Sezione 2.1).

Indice

1	Reazioni nucleari nelle stelle	1
1.1	Il bruciamento dell'idrogeno	1
1.1.1	Catena protone-protone	2
1.1.2	Ciclo CNO	4
1.2	Il bruciamento dell'elio	5
1.3	Altre reazioni nucleari	5
1.4	Supernovae	7
1.4.1	SNe core-collapse	7
1.4.2	SNe termonucleari	8
1.5	Produzione energetica	9
2	Accrescimento gravitazionale	11
2.1	Luminosità di Eddington	13
	Bibliografia	17

Capitolo 1

Reazioni nucleari nelle stelle

Le stelle sono sfere di gas autogravitanti il cui fenomeno più evidente è di certo l'irraggiamento: il Sole, per esempio, irradia $L_{\odot} = 4 \cdot 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$. La perdita di energia in superficie deve essere controbilanciata da una sua produzione all'interno affinché la struttura sia stabile. Come afferma il teorema del viriale applicato ai sistemi stazionari autogravitanti¹, la contrazione gravitazionale provoca una trasformazione di energia potenziale gravitazionale per una metà in energia termica e per l'altra metà in energia irradiata nello spazio. Questo riscaldamento, nelle regioni centrali delle stelle, determina, a seconda della temperatura raggiunta e, quindi, della massa della stella, l'accensione di certe reazioni nucleari. La sola energia gravitazionale, infatti, non avrebbe potuto alimentare le stelle per l'effettiva durata della loro vita; per sostenere la struttura stellare è appunto necessaria l'energia prodotta da queste reazioni nel core. Da tale condizione di stabilità delle stelle ha origine una delle equazioni che ne descrive l'interno, l'equazione del bilancio energetico:

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho \varepsilon \quad (1.1)$$

data dall'elemento di massa moltiplicato per l'energia prodotta per unità di tempo e di massa ($\text{erg s}^{-1} \text{ g}^{-1}$), indicata dal parametro ε e che verrà calcolata per le principali reazioni nella Sezione 1.5.

1.1 Il bruciamento dell'idrogeno

Una delle fasi evolutive stellari più importanti è sostenuta dal bruciamento di H; è infatti quella di maggiore durata ed influenza le proprietà strutturali della stella e la sua evoluzione. Una stella si definisce di Main Sequence (MS) quando il suo rate di evoluzione è controllato dai tempi scala (t_s) del processo di fusione di H che avviene nel core. L'idrogeno viene bruciato secondo la reazione $4^1\text{H} \rightarrow ^4\text{He}$: applicando la legge di Einstein $E = mc^2$ e tenendo conto del deficit di massa del 0.7%, si può facilmente verificare che l'energia prodotta, circa 26.7 MeV, è maggiore di quasi un fattore 10 rispetto a quella prodotta da qualsiasi altra reazione nucleare; l'H è quindi il carburante stellare che viene bruciato più lentamente. Nelle stelle l'H è trasformato in

¹ $2T = -U$, dove T e U sono rispettivamente l'energia cinetica delle particelle, cioè l'energia termica, e l'energia potenziale gravitazionale.

He attraverso due reazioni che avvengono simultaneamente ma hanno efficienza diversa a seconda della temperatura: la catena protone-protone (PP) e il ciclo carbonio-azoto-ossigeno (CNO).

1.1.1 Catena protone-protone

La catena PP comprende tre canali simili di produzione di elio ed energia:

PPI	E	t_s
${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu$	(1.44 - 0.26)MeV	$1.4 \cdot 10^9$ yr
${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5.49 MeV	6 sec
${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^1\text{H} + {}^1\text{H}$	12.85 MeV	10^6 yr
Energia prodotta	26.2 MeV	
Perdita di energia per emissione di ν	0.5 MeV (2%)	

PPII	E	t_s
${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu$	(1.44 - 0.26)MeV	$1.4 \cdot 10^9$ yr
${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5.49 MeV	6 sec
${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	1.59 MeV	10^6 yr
${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu$	(0.86 - 0.80)MeV	0.4 yr
${}^7\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$	17.35 MeV	6 min
Energia prodotta	25.7 MeV	
Perdita di energia per emissione di ν	1 MeV (4%)	

PPIII	E	t_s
${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu$	(1.44 - 0.26)MeV	$1.4 \cdot 10^9$ yr
${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5.49 MeV	6 sec
${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	1.59 MeV	10^6 yr
${}^7\text{Be} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma$	0.135 MeV	66 yr
${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu$	18.07 MeV	1 sec
${}^8\text{Be} \rightarrow 2{}^4\text{He}$	-7.20 MeV	
Energia prodotta	19.3 MeV	
Perdita di energia per emissione di ν	~ 7.5 MeV ($\sim 28\%$)	

La prima reazione della PPI richiede un decadimento β^+ ², un processo governato dalle interazioni deboli che, essendo endoenergetico, ha bassa probabilità di accadere ($\sigma \sim 10^{-23}$ barn³). La catena PPI diventa quindi rilevante quando la temperatura nel core della stella è dell'ordine di $5 \cdot 10^6$ K. Tuttavia, la reazione che produce ${}^3\text{He}$

² $p \rightarrow n + e^+ + \nu$. Se invece non esistesse il decadimento β^- ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$), si avrebbero neutroni liberi e potrebbe avvenire la reazione $p + n \rightarrow {}^2\text{H} + \gamma$, la fusione dei nuclei sarebbe perciò più rapida di un fattore 10^6 rispetto al processo debole.

³1 barn = 10^{-28} m² è l'unità di misura della sezione d'urto, [7].

è più frequente di quella che lo consuma; ciò comporta un aumento dell'abbondanza di questo elemento secondario fino a che non viene raggiunta la temperatura $8 \cdot 10^6$ K, alla quale ha inizio la reazione successiva, che ne porta una diminuzione, fino al raggiungimento dell'abbondanza di equilibrio. L'energia totale prodotta è 26.2 MeV, infatti nel bilancio si deve considerare la perdita di energia per emissione di neutrini che, avendo sezione d'urto molto piccola ($\sigma_\nu \sim 10^{-20}$ barn, cioè $\lambda \sim 10$ pc, cit. [3]), attraversano la struttura stellare senza interagire con la materia e sottraggono energia, qui il 2% (0.5 MeV).

La temperatura influenza in modo evidente le frequenze relative di PPII e PPIII: come si può osservare in figura 1.1, la reazione ${}^3\text{He} + {}^4\text{He}$ comincia a prevalere sulla ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$ a $T \approx 1.4 \cdot 10^7$ K. Quindi PPII e PPIII diventano sempre più importanti all'aumentare della temperatura, se la concentrazione di ${}^4\text{He}$ è sufficientemente alta, e la prima comincia gradualmente a prevalere sulla seconda. In un ambiente con le caratteristiche del centro del Sole, la PPI (${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$) ha branching ratio⁴ (BR) del 69%, mentre per il canale ${}^3\text{He} + {}^4\text{He}$ è il 31 %: a sua volta questo si ramifica in PPII, con BR $\approx 99.7\%$, e PPIII, BR $\approx 0.3\%$.

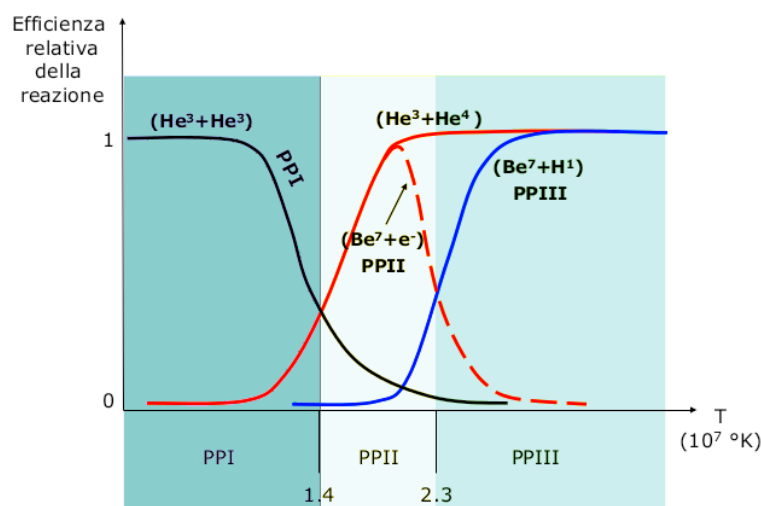


Figura 1.1: Efficienze a confronto al variare della temperatura.

Anche il coefficiente di produzione energetica $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$ è fortemente influenzato dalla temperatura; questo parametro compare nell'equazione (1.1) del bilancio energetico che, insieme a quelle di produzione di energia, va a comporre il sistema di sette equazioni che descrive gli interni stellari. La relazione più adatta ad essere inserita nel sistema sarebbe di tipo power law ($\varepsilon = \varepsilon_0 \rho T^\alpha$ con $\alpha = cost$), tuttavia, per caratterizzare ε , si deve tenere conto di alcuni fattori come la sezione d'urto ravvicinato per la reazione, il fattore di Gamow⁵ e la probabilità di formazione di un nucleo stabile. Questo tipo di calcolo, piuttosto laborioso, porta ad una equazione per ε , nel caso di

⁴Branching ratio: probabilità che avvenga una certa reazione rispetto alle altre possibili, [7].

⁵Il fattore di Gamow esprime la probabilità che l'urto porti ad un superamento della barriera di potenziale di repulsione coulombiana per effetto tunnel, in modo da entrare nel raggio d'azione delle interazioni forti (SI), che agiscono tra quark con carica di colore diversa e sono responsabili della formazione dei nuclei stabili (si veda [7]).

n reazioni, del tipo:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \underbrace{E_i X_1 X_2 c_i}_{\text{coefficiente}} \underbrace{\rho T^{-2/3} e^{1.89(\frac{E_0}{kT})^{1/3}}}_{\text{fattore di Boltzmann}} \quad (1.2)$$

dove, delle due parti evidenziate, la prima dipende dagli elementi coinvolti e la seconda dalle condizioni ambientali. Questo coefficiente è appunto dato dalla sommatoria dell'energia E_i prodotta dai vari processi per ciascun ciclo di reazioni, dal numero di reazioni per unità di volume e per unità di tempo e dall'inverso della densità ρ . Il termine E_0 corrisponde all'energia alla quale la probabilità di reazione è massima e dipende dalle particelle interagenti; a sua volta, il parametro c_i è in funzione di E_0 e di un fattore che parametrizza la probabilità che i nucleoni, dopo l'urto, formino effettivamente un nucleo stabile. Tuttavia, data la complessità del calcolo dovuta a fattori come la variazione di sezione d'urto tra l'una e l'altra reazione, spesso si considera solo quella che condiziona l'intero processo, cioè quella più lunga. Questo argomento, essendo piuttosto ampio, verrà approfondito nella Sezione 1.5.

1.1.2 Ciclo CNO

A temperature dell'ordine di 10^7 K ha inizio un diverso ciclo di bruciamento di H che richiede la presenza di alcuni isotopi di C, N e O; la reazione può avvenire attraverso due canali:

Ciclo principale	E	t_s
$^{12}\text{C} + ^1\text{H} \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$	1.94 MeV	$1.3 \cdot 10^7$ yr
$^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu$	(2.2 - 0.7) MeV	7 min
$^{13}\text{C} + ^1\text{H} \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$	7.55 MeV	$2.7 \cdot 10^6$ yr
$^{14}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	7.29 MeV	$3.2 \cdot 10^8$ yr
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$	(2.7 - 1.0) MeV	82 sec
$^{15}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^4\text{He}$	4.96 MeV	$1.1 \cdot 10^5$ yr
Energia prodotta	25 MeV	

Il secondo tipo di reazione avviene con probabilità del 0.04% (cit.[3]) e consiste in:

Ciclo secondario	E	t_s
$^{14}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	7.29 MeV	$3.2 \cdot 10^8$ yr
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$	(2.7 - 1.0) MeV	82 sec
$^{15}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{16}\text{O} + \gamma$	1.2 MeV	
$^{16}\text{O} + ^1\text{H} \rightarrow ^{17}\text{F} + \gamma$	0.6 MeV	
$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + e^+ + \nu$	(2.7 - 0.94) MeV	
$^{17}\text{O} + ^1\text{H} \rightarrow ^{14}\text{N} + ^4\text{He}$	1.19 MeV	
Energia prodotta	24.9 MeV	

Gli elementi secondari C, N e O agiscono da catalizzatori, vengono cioè sia consumati che prodotti all'interno di un intero ciclo e subiscono una variazione delle abbondanze relative fino a $T \approx 15 \cdot 10^6$ K, alla quale viene raggiunto l'equilibrio tra di esse.

Questo è dovuto al fatto che la reazione $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$ ha un branching ratio dell'ordine di 10^{-4} ed è quindi la più lenta. Il ramo lento della reazione (ciclo CN), composto dalle reazioni precedenti a quella sopracitata, comporta una diminuzione dell'abbondanza di C ed un aumento di quella di N. Il ciclo CNO, considerato nella sua interezza, invece, porta un aumento di N e la diminuzione di C e O. A temperature maggiori si possono attivare altri cicli: per esempio, il ciclo NeNa, a $T \approx 4 \cdot 10^7$ K, e il ciclo MgAl, a $T \approx 7 \cdot 10^7$ K. Anche questi canali alternativi sono alimentati da catture protoniche e lasciano tracce caratteristiche come le anticorrelazioni tra i diversi elementi coinvolti.

La conversione di H in He comporta un aumento del peso molecolare medio μ ; la temperatura e la densità del gas che costituisce la stella non variano, di conseguenza la pressione centrale diminuisce secondo la legge dei gas perfetti. A questo punto la stella non è più in equilibrio idrostatico, si contrae e, secondo il teorema del viriale, la temperatura e la densità aumentano; quando quest'ultime sono sufficientemente alte, ha inizio il bruciamento dell'He.

1.2 Il bruciamento dell'elio

La fase evolutiva successiva alla fusione di H prevede il bruciamento di He in ^{12}C : la stella entra in una nuova zona del diagramma di Hertzsprung-Russell (H-R) definita Horizontal Branch (HB) (si veda [6]). Una volta che l'H è stato quasi totalmente consumato, nelle regioni centrali della stella il nucleo comincia a contrarsi provocando un aumento della temperatura fino a $T \approx 1.5 \cdot 10^8$ K⁶, innescando la reazione a tre corpi 3α :

3α	E
$^4\text{He} + ^4\text{He} \rightarrow ^8\text{Be}$	-0.1 MeV
$^8\text{Be} + ^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C} + \gamma$	7.4 MeV
Energia prodotta	7.3 MeV

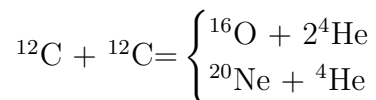
La prima reazione è endotermica a causa della forte instabilità del ^8Be , che rapidamente decade di nuovo nelle due particelle α . Il ^8Be si comporta dunque come un elemento secondario e la probabilità della seconda reazione è molto bassa; tuttavia, con la temperatura, la concentrazione di ^8Be e la sezione d'urto della reazione $^8\text{Be} + \alpha$ aumentano: al raggiungimento di $\frac{^8\text{Be}}{^4\text{He}} = \frac{1}{10^{10}}$, viene attivata la produzione del ^{12}C .

1.3 Altre reazioni nucleari

I meccanismi precedentemente descritti non sono i soli che avvengono nelle stelle; esistono infatti altre reazioni nucleari, ognuna attivata ad una certa temperatura e in una certa fase evolutiva. Per $0.5 \cdot 10^6 \text{ K} < T < 5 \cdot 10^6 \text{ K}$, non sufficienti all'innescio dell'H, avvengono le **reazioni di pre-sequenza**, nelle quali vengono distrutti (per

⁶Questa temperatura viene raggiunta solo da stelle con massa superiore a $0.5 M_{\odot}$, quelle di massa inferiore si pensa diventino nane bianche di elio (cit. [5]).

cattura protonica) elementi leggeri come ^2H , ^6Li , ^7Li , ^9Be , ^{10}B e ^{11}B per formare ^3He e ^4He . A $T > 6 \cdot 10^8$ K e quando l'abbondanza di He nel core è stata ridotta in modo significativo, cominciano i processi di **cattura α** da parte dei nuclei di ^{12}C per formare elementi più pesanti come ^{16}O , ^{20}Ne , ^{24}Mg e successivi, detti appunto *elementi α* . A $T \approx 5 - 6 \cdot 10^8$ K, viene innescato il **bruciamento del carbonio**:



A $T \approx 1.2 - 1.9 \cdot 10^9$ K ha invece inizio il **bruciamento del neon** e, sempre all'aumentare della temperatura, vengono innescati **ossigeno** e **silicio**.

Nel diagramma H-R è presente anche la regione AGB (Asymptotic Giant Branch): in questa fase, fino alla esplosione di supernova (**nucleosintesi esplosiva**), avvengono processi di cattura neutronica slow (**processi s**) che generano elementi sempre più pesanti (a $T > 10^8$ K) (si veda [6]). Nelle SNe II (supernovae di tipo II), a $T > 10^{10}$ K, invece, la fotodisintegrazione del ferro ($^{56}\text{Fe} + \gamma \rightarrow ^{134}\text{He} + 4n$) fornisce un grande numero di neutroni liberi e consente la cattura neutronica rapid (**processi r**⁷).

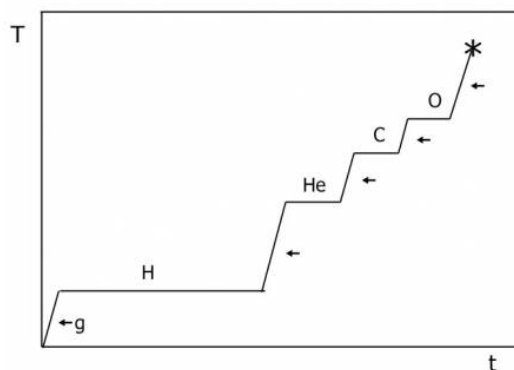


Figura 1.2: Andamento temporale dei bruciamenti nel core: le temperature sono via via crescenti e la combustione dell'idrogeno è la più duratura.

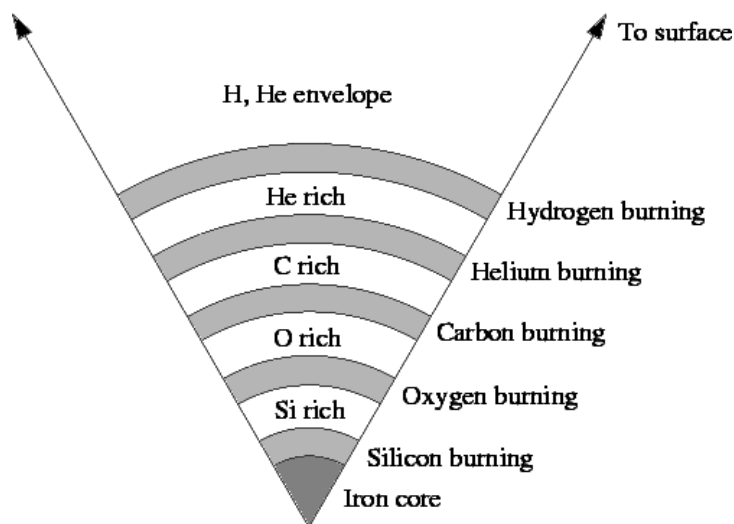


Figura 1.3: La struttura dal centro alla superficie di una stella sufficientemente massiccia da innescare la combustione del Si: gli strati ricchi di elementi sempre più pesanti (andando verso l'interno) sono alternati a shell di bruciamento. Nell'envelope di H e He non si ha fusione.

⁷La distinzione tra i processi r e s è basata sui tempi caratteristici tra due successive catture neutroniche, essi sono rispettivamente piccoli o grandi se confrontati con i tempi caratteristici di decadimento degli elementi instabili formati con la cattura neutronica.

1.4 Supernovae

Le supernovae (SNe) sono eventi esplosivi che possono raggiungere luminosità di $10^9 L_{\odot}$ ($L_{\odot} = 4 \cdot 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$) per tempi scala che variano dalle due settimane ai tre mesi. Questa esplosione produce circa 10^{51} erg in energia cinetica, della quale tipicamente solo l'1% viene convertito in fotoni. La materia stellare che viene espulsa (ejecta) andrà ad arricchire il mezzo interstellare (ISM) di metalli, prodotti sia con la nucleosintesi che con altri processi.

Le SNe sono suddivise in classi a seconda delle loro proprietà spettrali. Le SNe di tipo II presentano righe di H, assenti in quelle di tipo I. Quest'ultime si dividono in Ia, se hanno righe di Si, Ib, se hanno forti righe di He ma non di Si, e Ic, se non presentano nè righe di Si nè di He. Le SNe Ia e SNe II, Ib e Ic presentano curve di luce (figura 1.4) e meccanismi diversi, le prime sono chiamate **termonucleari**, le altre **core-collapse**.

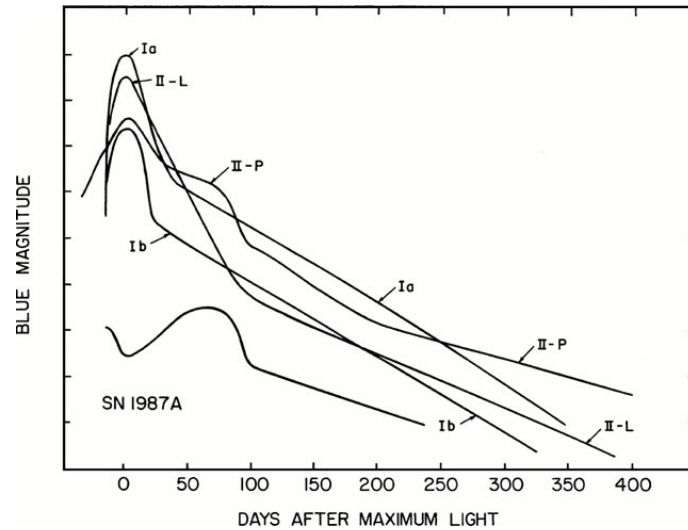


Figura 1.4: Esempi di curve di luce schematiche per SNe Ia, Ib, II-L, II-P e SN 1987A. La curva per le SN Ib include anche le Ic e rappresenta una media.

1.4.1 SNe core-collapse

Questo tipo di SNe sono lo stadio finale dell'evoluzione per stelle con massa $\gtrsim 8 M_{\odot}$. Quando la combustione del Si ha portato alla formazione di Fe e Ni, corrispondenti al picco energia di legame per nucleone, qualsiasi reazione che produca nuclei più pesanti del ^{56}Fe è endotermica e non può quindi produrre energia. La stella comincia a contrarsi e l'energia potenziale gravitazionale viene convertita in calore. Ora nel core la temperatura è tanto elevata che i fotoni hanno l'energia necessaria per distruggere i nuclei pesanti: avviene quindi la fotodisintegrazione del Fe ($^{56}\text{Fe} + \gamma \rightarrow 13^4\text{He} + 4n$ e, successivamente, $^4\text{He} + \gamma \rightarrow 2p + 2n$). Questo processo, in combinazione con il cosiddetto processo URCA ($p + e^- \rightarrow n + \nu$), da una parte distrugge gli elettroni che mantenevano in equilibrio idrostatico il core degenere, dall'altra produce neutrini, che sottraggono energia al core. Quest'ultimo comincia a collassare rapidamente (su tempi scala dinamici). L'involuppo, privo del sostegno del core, collassa in caduta libera verso

di esso. Il resto della stella è come sospeso in modo precario sopra al core in pieno collasso. Al raggiungimento di una densità, nel core di Fe, circa tre volte maggiore di quella di un nucleo atomico, il collasso viene fermato dalla forza forte repulsiva tra i neutroni (principio di esclusione di Pauli).

Il core più interno, quindi, rimbalza e si forma un'onda d'urto che si muove verso l'esterno. Simulazioni idrodinamiche dimostrano che lo shock perde rapidamente energia (occorrono 10^{51} erg per rimuovere $0.1 M_{\odot}$) tanto da non essere in grado di rimuovere completamente gli strati esterni della stella. Per questo si sono cercate fonti di energia alternativa che possano contribuire all'esplosione. I neutrini prodotti in gran quantità dal processo URCA possono fornire l'energia richiesta per la rimozione completa dell'involuppo. A questo punto i neutrini in uscita dal nucleo (nati, appunto, dal processo β inverso $p + e^{-} \rightarrow n + \nu$), pur avendo piccola sezione d'urto, interagiscono con la materia, essendo questa molto densa, sotto all'onda d'urto e le trasferiscono parte del loro momento. In questo modo l'onda viene spinta verso l'esterno e può continuare il suo percorso in superficie. Durante l'esplosione, gli strati più interni dell'involuppo vengono processati da reazioni termonucleari, mentre quelli più esterni vengono semplicemente espulsi nell'ISM; rimane quindi il core più interno. I fotoni vengono rilasciati nell'ottico quando il materiale diventa otticamente sottile, si ha così una luminosità paragonabile a quella di una galassia ($10^9 L_{\odot}$). Al momento dell'esplosione, la struttura della stella è stratificata in gusci concentrici di elementi leggeri e pesanti: prima H e He, poi C, O, Ne, Mg, Si, Ar, Ca, Fe e Ni. La curva di luce della supernova è alimentata dalla ricombinazione di H e dal decadimento di elementi prodotti nell'esplosione, come il Ni e il Co ($\text{Ni} \rightarrow \text{Co}$). Nell'ISM vengono espulsi elementi 3α e nuclei pesanti prodotti con catture neutroniche r e s, mentre la frazione di Fe è molto piccola ($0.1M_{\odot}$).



Figura 1.5: La SN II 1987A esplose circa 168.000 anni fa e risultata visibile dalla Terra a partire dal 23 febbraio 1987 nella Grande Nube di Magellano. Essendo esplosa ad una distanza dalla Terra di circa 51.4 kpc, è stata la supernova più vicina ad essere stata osservata da quella del 1604 (interna alla nostra Galassia).

1.4.2 SNe termonucleari

Le supernovae Ia, a differenza delle core-collapse, sono causate dall'innesco esplosivo di una reazione termonucleare, la combustione del carbonio, in un ambiente degenere. Sono stati proposti vari scenari per i progenitori di queste classe di SNe, tutti prendono in considerazione le nane bianche, che sono la più naturale riserva di C degenere che si possa trovare in natura. Una nana bianca di carbonio e ossigeno, CO WD, è il risultato dell'evoluzione di una stella con massa minore di circa $8 M_{\odot}$. Se questa WD appartiene ad un sistema binario stretto può accrescere materiale da una stella compagna (Single Degenerate Scenario, SD) fino al superamento della massa limite di Chandrasekhar (M_{Ch}), oppure, se si tratta di un coppia di WD con mas-

sa totale maggiore di tale limite, il sistema può collassare dopo aver perso momento angolare con l'emissione di onde gravitazionali (Double Degenerate Scenario, DD).

In ogni caso, quando la massa della WD raggiunge M_{Ch} , corrispondente a circa $1.4 M_{\odot}$, la pressione di degenerazione non può più sostenere la forza gravitazionale e la stella si contrae e riscalda. A questo punto viene innescata la combustione del C nel core degenere (anche se il punto di accensione di questa combustione è oggetto di discussione). Si crea quindi un'onda di bruciamento, o fiamma, che, incrementando la temperatura, converte C e O in elementi del picco del ^{56}Fe , fornendo così l'energia necessaria per l'esplosione di supernova. La curva dello spettro dipende sensibilmente dalla velocità con cui si propaga questa fiamma attraverso la stella: se è supersonica si parla di detonazione, nella quale densità e pressione aumentano quando la materia attraversa il fronte, se invece è subsonica si ha deflagrazione, in cui si verifica l'effetto opposto dietro al fronte di combustione. Il migliore accordo con le osservazioni sembra essere dato dal modello di deflagrazione del carbonio con onde di bruciamento a velocità di poco inferiori a quella del suono (cit. [10]); inoltre la deflagrazione è soggetta ad instabilità di Rayleigh-Taylor e quindi a turbolenza, ciò comporta l'esistenza di diverse zone di combustione e disomogeneità dell'ejecta (cit. [11]). In questo modello il Ni prodotto è circa $0.6 M_{\odot}$ ed è proprio tale elemento che, con decadimento β^+ in Co e poi Fe, produce la curva di luce della SN. Mentre si propaga verso l'esterno, la fiamma può subire una *deflagration-to-detonation transition* (DDT) e proseguire a velocità supersonica: viene chiamata *delayed detonation* ed è un processo non ancora ben compreso (si veda [12]). A causa del grande rilascio di energia nucleare, la stella viene completamente distrutta e tutta la sua massa viene "ceduta" all'ISM: le SNe Ia sono infatti le maggiori produttrici di Fe dell'Universo.

Poichè le condizioni iniziali (come la massa limite) sono molto simili per tutta la classe, le SN Ia vengono utilizzate come candele standard: hanno tutte approssimativamente la stessa luminosità. Per questo motivo sono molto importanti per la determinazione delle distanze e dei parametri cosmologici.

1.5 Produzione energetica

Per concludere questo capitolo riguardante le reazioni nucleari, viene ora considerato il coefficiente di produzione energetica nel caso dei tre processi principali: PP, CNO e 3α . Riprendendo l'equazione (1.2), ma considerando solo la reazione principale, si deve tenere conto che ogni differente processo produce una certa energia E e coinvolge certi elementi; si ottengono dunque tre equazioni:

$$\varepsilon_{PP} = 2.36 \cdot 10^6 \rho X_H^2 T_6^{-2/3} e^{-33.8/T_6^{1/3}} \Phi_1(T) \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_{CNO} = 7.2 \cdot 10^{27} \rho X_H X_{CN} T_6^{-2/3} e^{-153.3/T_6^{1/3}} \Phi_2(T) \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_{3\alpha} = 3.5 \cdot 10^{17} \rho^2 Y^3 T_6^{-3} e^{-4320/T_6} \Phi_3(T) \quad (1.5)$$

dove la temperatura T_6 è adimensionale ed espressa in milioni di gradi e $\Phi_i(T)$ tiene conto della densa nube di elettroni che circonda il nucleo e induce un potenziale perturbativo, che riduce la barriera di potenziale. Le abbondanze in massa degli elementi

coinvolti in ciascuna reazione sono X_H per la PP, X_{CN} e X_H per la CNO e Y (abbondanza in massa di He) per la 3α . Come accennato nella Sezione 1.1.1 (pg. 2), la complessità della dipendenza dalla temperatura di ε non consente di utilizzare una power law, ma relazioni valide solo per certi intervalli di temperature:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho T^\nu \quad \text{dove} \quad \nu = \left(\frac{d \ln \varepsilon}{d \ln T} \right)_\rho. \quad (1.6)$$

Operando una derivazione sul logaritmo della (1.2) e considerando ρ costante, si ottiene un'espressione per ν che evidenzia la sua dipendenza dalla temperatura e dagli elementi chimici coinvolti nella reazione; è ora possibile scrivere le equazioni per il parametro ε :

$$\varepsilon_{PP} = \varepsilon_1 \rho X_H^2 T_6^{\nu_{PP}} \quad \text{con} \quad \nu_{PP} = [3.5 - 6] \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_{CN} = \varepsilon_2 \rho X_H X_{CN} T_6^{\nu_{CN}} \quad \text{con} \quad \nu_{CN} = [13 - 20] \quad (1.8)$$

$$\varepsilon_{3\alpha} = \varepsilon_3 \rho^2 Y^3 T_8^{\nu_{3\alpha}} \quad \text{con} \quad \nu_{3\alpha} = [20 - 30]. \quad (1.9)$$

È utile notare che a parità di temperatura $\varepsilon_{CN} \gg \varepsilon_{PP}$, queste equazioni permettono infatti di studiare la struttura stellare al variare della massa. Le stelle "piccole" hanno temperatura al centro relativamente bassa e sono quindi dominate dalla catena protone-protone, mentre le stelle con massa grande (più precisamente $M \gtrsim M_\odot$), convertono H in He attraverso il ciclo CNO.

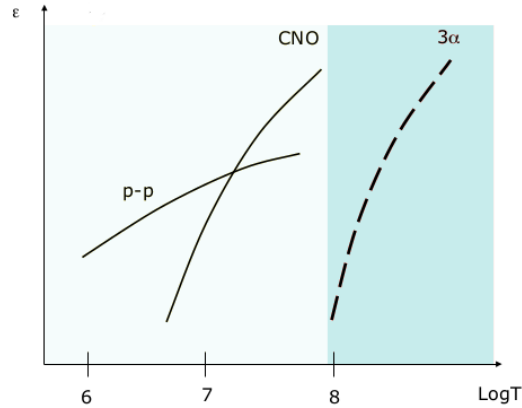


Figura 1.6: Confronto tra le reazioni: le aree di colori diversi indicano il bruciamento di H (sinistra) e He (destra).

Capitolo 2

Accrescimento gravitazionale

Le stelle non sono i corpi celesti più brillanti dell'Universo; esistono, infatti, oggetti molto più luminosi per i quali è necessario guardare alla gravità per comprendere cosa li alimenti, essendo inadeguati i meccanismi fino ad ora descritti. L'estrazione di energia potenziale gravitazionale da materiale in caduta su un secondo corpo è la principale fonte di energia nei sistemi binari ed alimenta oggetti come AGN (Nuclei Galattici Attivi) e quasars (QUASi stellAR radio sources), la classe più luminosa. L'accrescimento gravitazionale su corpi compatti, per esempio i buchi neri (BH), è un potente meccanismo per la produzione di radiazione di alta energia: questi oggetti emettono infatti in tutto lo spettro elettromagnetico, dal radio all'X e γ . La luminosità tipica di un quasar è dell'ordine di 10^{47} erg s $^{-1}$ e, se fosse prodotta dal bruciamento di H, richiederebbe una massa di combustibile tale da dare origine ad un BH; questo non significa che i BH non sono il "motore" di questi oggetti, ma che l'emissione deve avere un'altra origine. Verrà ora proposta una stima degli ordini di grandezza per comprendere come funzioni questo fenomeno di produzione di energia.

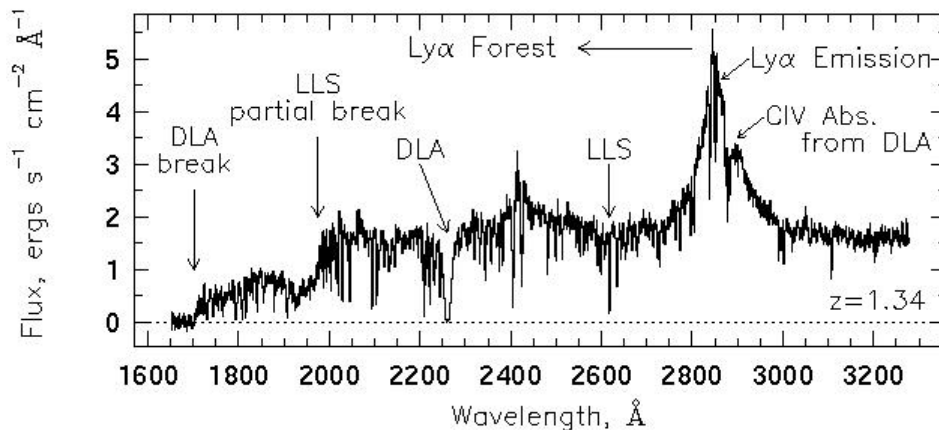


Figura 2.1: Tipico spettro di quasar, sono visibili il continuo, le righe di emissione e le righe di assorbimento dovute alle galassie e al materiale intergalattico che si trovano tra l'osservatore e la sorgente.

Consideriamo un corpo di massa M e raggio R_* che accresce una massa m , l'energia potenziale gravitazionale rilasciata è:

$$\Delta E_{acc} = \frac{GMm}{R_*} \quad \text{dove} \quad G = 6.7 \cdot 10^{-8} \text{g}^{-1} \text{cm}^3 \text{s}^{-2}. \quad (2.1)$$

Se il corpo compatto è una stella di neutroni (NS) con $R_* \sim 10$ Km e $M \sim M_\odot$ ($M_\odot = 2 \cdot 10^{33}$ g), allora ΔE_{acc} è dell'ordine di 10^{20} erg per grammo accresciuto. Confrontiamo questa quantità con l'energia che si otterrebbe utilizzando la reazione nucleare più efficiente (si veda Sezione 1.1), cioè il bruciamento di H in He:

$$\Delta E_{nuc} = 0.007mc^2 \quad \text{dove} \quad c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}; \quad (2.2)$$

si ottiene così $\Delta E_{nuc} = 6 \cdot 10^{18}$ erg per grammo accresciuto. Come si può dedurre da (2.1), l'efficienza dell'accrescimento cresce con la compattezza dell'oggetto, espressa dal rapporto M/R_* : BH e NS sono oggetti sufficientemente compatti affinché l'accrescimento gravitazionale sia il meccanismo principale di produzione di energia.

Il processo fisico che libera in assoluto più energia è l'annichilazione di materia e antimateria, ma, come accennato precedentemente, l'accrescimento viene subito dopo in termini di efficienza, anche se la gravità è una forza molto debole. Per calcolare, appunto, l'efficienza di questo fenomeno, si consideri un BH di massa M_{BH} ; il raggio tipicamente associato a questi oggetti è il raggio di Schwarzschild¹, che delimita l'orizzonte degli eventi:

$$r_s = \frac{2GM_{BH}}{c^2}. \quad (2.3)$$

Un'altra distanza caratteristica per i BHs è $3r_s$, che corrisponde al "punto di non ritorno" per i corpi in orbita attorno all'oggetto: oltre i $3r_s$ non è più possibile sfuggire all'attrazione gravitazionale del BH. Il materiale catturato gravitazionalmente, mano a mano che si avvicina al BH, viene compresso e "stirato" fino ad essere distrutto: di conseguenza, aumenta sempre di più la sua temperatura ed emette a frequenze sempre più elevate. Il materiale accresciuto, che si deve trovare a $3r_s$, per cadere spiraleggiando verso l'interno deve perdere energia:

$$\Delta E = \frac{GM_{BH}m}{3r_s} = \frac{c^2}{6}m \quad \Rightarrow \quad \Delta E = \frac{c^2}{6}m = \Delta mc^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta m}{m} = 1/6 \sim 0.1 \quad (2.4)$$

che corrisponde, con grossolana approssimazione, ad una efficienza del 10 % circa. Le forze mareali sono le responsabili della disintegrazione del materiale in caduta sul BH e quindi della sua emissione. Il campo mareale ha andamento proporzionale a $1/r^3$, perciò, per buchi neri molto grandi è possibile che l'oggetto accresciuto oltrepassi r_s senza emettere radiazione e che, una volta entrate in azione le forze mareali, il BH sembri "spento" perchè la radiazione non riesce più a sfuggire al campo gravitazionale. Per i BH piccoli, invece, la radiazione emessa a causa del campo mareale riesce a sfuggire all'attrazione perchè il materiale si trova ancora al di fuori del raggio di Schwarzschild.

Per un fissato valore di compattezza, la luminosità di un sistema di accrescimento dipende dal rate \dot{M} con il quale la materia cade sull'oggetto compatto. Per elevate luminosità, questo rate può essere governato, a causa dei processi di scattering e assorbimento, dall'impulso trasferito dalla radiazione uscente al materiale in caduta. Questo fenomeno permette di studiare il limite di emissione per un oggetto di una certa massa, chiamato luminosità di Eddington.

¹Il raggio di un corpo di una certa massa per il quale la velocità di fuga sia pari alla velocità della luce.

2.1 Luminosità di Eddington

I BH non sono oggetti "infinitamente voraci": più materiale cade dentro ad un buco nero, più fotoni vengono emessi. Si viene quindi a creare una forte pressione di radiazione sul materiale in caduta esercitata dall'energia in uscita; questo fenomeno è dovuto al fatto che le particelle cariche possiedono una sezione d'urto Thomson σ_T con i fotoni. In particolare, gli elettroni, presenti nel materiale in caduta, hanno una sezione d'urto $\sigma_T = 6.7 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$. Per i protoni, invece, la sezione d'urto è trascurabile perchè $\sigma \propto m^{-2}$; su di essi, di conseguenza, la pressione di radiazione esercita una forza molto piccola. Tuttavia la forza attrattiva di Coulomb agisce tra le coppie elettrone-protoni ed impedisce che si crei una separazione di carica. Gli elettroni vengono quindi "soffiati" verso l'esterno dai fotoni e trascinano con sé i protoni.

Verrà considerato un accrescimento stazionario a simmetria sferica; il limite così derivato potrà essere usato a livello generale come una stima dell'ordine di grandezza. Per un certo oggetto definiamo la luminosità bolometrica L , che corrisponde all'energia uscente per unità di tempo, e la luminosità monocromatica $L(\nu)$, quella relativa all'unità di frequenza. Allora il flusso ($\text{erg s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{cm}^{-2}$) di energia per unità di ν che attraversa l'unità di superficie sferica di raggio r nell'unità di tempo corrisponde a $L(\nu)/4\pi r^2$. Per ottenere il numero di fotoni che attraversano l'unità di superficie, è necessario dividere il flusso per l'energia di un fotone di una certa ν (cioè $h\nu$, con costante di Planck $h = 6.6 \cdot 10^{-27} \text{ erg s}$). Dal prodotto di questa espressione per l'impulso di un fotone, si ricava la forza esercitata dalla pressione di radiazione sul materiale. Riassumendo:

$$\frac{L(\nu)}{4\pi r^2} \frac{1}{h\nu} \frac{h\nu}{c} = \frac{L(\nu)}{4\pi r^2 c}. \quad (2.5)$$

Per capire quanto di questo impulso viene trasmesso al materiale in caduta, bisogna moltiplicare l'espressione precedente per il numero di elettroni per unità di volume $n_e(r)$ e per la sezione d'urto appropriata. Lo scattering fotone-elettrone può essere studiato dal punto di vista classico, utilizzando la sezione d'urto Thomson, o semi-classico, cioè con l'interazione tra particella quantistica (descritta da una funzione d'onda Ψ) e un'onda classica, oppure grazie alla elettrodinamica quantistica (QED). La σ_T rimane costante fino ad una certa frequenza ν_T , alla quale si entra nel regime semi-classico in cui viene utilizzata la sezione d'urto di Klein-Nishina², dove f è una complessa funzione di ν :

$$\sigma_{KN} = \sigma_T f\left(\frac{\nu}{\nu_T}\right). \quad (2.6)$$

L'approccio classico, infatti, necessita delle correzioni quantistiche quando l'energia del fotone è paragonabile o superiore alla massa a riposo dell'elettrone, cioè quando $h\nu_T = m_e c^2 \approx 0.5 \text{ MeV}$. In conclusione, l'impulso distribuito dai fotoni di frequenza ν ai soli elettroni, per unità di volume, del materiale in caduta è:

$$\frac{L(\nu)}{4\pi r^2 c} n_e(r) \sigma_{KN}. \quad (2.7)$$

²La probabilità di interazione decresce con la frequenza e con l'angolo di scattering, la sezione d'urto di Klein-Nishina rende conto di questo fenomeno ed è rilevante ad alte energie (da Hard-X in poi); a basse energie tende alla sezione d'urto Thomson.

Sapendo che la luminosità bolometrica L (erg s^{-1}) corrisponde a $L = \int_0^\infty L(\nu) d\nu$, dove $L(\nu) = L g(\nu)$ e la distribuzione spettrale $g(\nu)$ dà $\int_0^\infty g(\nu) d\nu = 1$, integrando su tutte le frequenze si ottiene l'effetto complessivo:

$$\int_0^\infty \frac{L(\nu)}{4\pi r^2 c} n_e(r) \sigma_{KN}(\nu) d\nu = \frac{n_e(r) \sigma_T L}{4\pi r^2 c} \int_0^\infty g(\nu) f\left(\frac{\nu}{\nu_T}\right) d\nu = \quad (2.8)$$

$$= \frac{n_e(r) \sigma_T L}{4\pi r^2 c} C_{KN}, \quad (2.9)$$

dove si è scelto $C_{KN} = \int_0^\infty g(\nu) f\left(\frac{\nu}{\nu_T}\right) d\nu$. L'espressione (2.9) corrisponde all'impulso per unità di tempo dato dai fotoni al materiale: è quindi la forza con cui la radiazione spinge gli elettroni verso l'esterno. Questo moto è contrastato dall'attrazione gravitazionale dovuta al BH e agente principalmente sui protoni, avendo questi massa maggiore degli elettroni. Quindi la densità $\rho(r)$, se si ipotizza che il materiale in caduta sia idrogeno completamente ionizzato, è approssimabile a:

$$\rho(r) = m_e n_e(r) + m_p n_p(r) \simeq m_p n_e(r); \quad (2.10)$$

allora la forza gravitazionale diretta verso l'interno è:

$$\frac{GM_{BH}}{r^2} \rho(r) \simeq \frac{GM_{BH}}{r^2} m_p n_e(r). \quad (2.11)$$

Uguagliando ora la (2.9) e la (2.11), si ottiene il bilancio delle forze:

$$F_{tot} = \frac{n_e(r) \sigma_T C_{KN} L}{4\pi r^2 c} - \frac{GM_{BH}}{r^2} m_p n_e(r) = \frac{GM_{BH} m_p n_e(r)}{r^2} \left[\frac{\sigma_T C_{KN} L}{4\pi c GM_{BH} m_p} - 1 \right]. \quad (2.12)$$

La luminosità critica, alla quale l'accrescimento si ferma ($F_{tot} = 0$), corrisponde al limite di Eddington:

$$L_{Edd} = \frac{4\pi GM_{BH} m_p c}{\sigma_T C_{KN}}. \quad (2.13)$$

Esprimendo la (2.13) in masse solari e ponendo per semplicità $C_{KN} \simeq 1$:

$$L_{Edd} \simeq \frac{4\pi GM_\odot m_p c}{\sigma_T} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \simeq 1.3 \cdot 10^{38} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{erg s}^{-1}. \quad (2.14)$$

A luminosità maggiori la pressione di radiazione diretta verso l'esterno prevale sull'attrazione gravitazionale verso l'interno e l'accrescimento viene interrotto. Se tutta la sua luminosità derivasse dall'accrescimento, a questo punto la sorgente risulterebbe spenta; se tutta, o solo una parte, di L fosse frutto di altri processi, come le reazioni nucleari, allora gli strati esterni di materiale comincerebbero ad essere "soffiati fuori" e la sorgente non sarebbe stabile (cit. [8]). Per quanto riguarda l'espressione (2.14), è utile ricordare le assunzioni fatte, cioè la stazionarietà e la simmetria sferica del flusso. Questo risultato può essere esteso in modo semplice: se l'accrescimento interessa solo una frazione f della superficie ma dipende solo dalla distanza radiale r , il limite di luminosità corrispondente è fL_{Edd} . Nel caso di geometrie più complesse, l'equazione (2.14) non è che una stima molto grossolana. Anche l'approssimazione del flusso stazionario è molto importante: nel caso delle supernovae, infatti, il limite L_{Edd} viene superato di

diversi ordini di grandezza. Un'altra delle assunzioni fatte è che il materiale accresciuto fosse principalmente idrogeno completamente ionizzato; questa è una quasi sempre una buona assunzione, ma può essere invalidata anche da una piccola aggiunta di elementi pesanti. La quasi completa ionizzazione può essere comunque giustificata nel caso più comune in cui l'oggetto compatto produce la maggior parte della sua luminosità nella banda X, perchè gli ioni, presenti in abbondanza, possono essere mantenuti privi di elettroni da una piccola frazione della luminosità X. In conclusione, il limite di Eddington è di grande importanza perchè, per esempio, alcuni tipi di sistemi si comportano come candele standard presentando luminosità tipiche vicine al loro limite di Eddington.

A livello pratico, L_{Edd} costituisce un limite al rate di accrescimento stazionario, \dot{M} (g s^{-1}). Se tutta l'energia cinetica del materiale in caduta è convertita in radiazione, allora, dalla (2.1), la luminosità di accrescimento è:

$$L_{acc} = \frac{GM\dot{M}}{R_*}. \quad (2.15)$$

Nel caso di accrescimento su un BH vale l'equazione (2.15); poichè il raggio non si riferisce ad una superficie vera e propria, ma solo ad una regione dalla quale la materia non può fuggire, buona parte dell'energia di accrescimento può sparire nel BH e semplicemente aumentare la sua massa, invece che essere irradiata. Questa incertezza viene parametrizzata grazie all'introduzione della quantità adimensionale η :

$$L_{acc} = \frac{2\eta GM\dot{M}}{R_*} = \eta \dot{M} c^2 \quad \text{sapendo che per un BH: } R_* = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.16)$$

In (2.16) si può osservare che η misura l'efficienza con cui l'energia di massa a riposo del materiale in caduta è convertita in radiazione. Confrontando (2.16) e (2.2), si nota che, per il bruciamento di H in He, $\eta = 0.007$. Per quanto riguarda il problema del calcolo dell'efficienza, come già accennato all'inizio del capitolo con l'equazione (2.4), per un oggetto come un BH, un valore indicativo e ragionevole è $\eta \sim 0.1^3$, non maggiore, infatti, di quello per una stella di neutroni di una massa solare e con raggio conosciuto.

La luminosità di Eddington è legata ad una classe di oggetti poco conosciuti alimentati dall'accrescimento gravitazionale: gli AGN e i quasars. Questi hanno luminosità dell'ordine di $10^{47} \text{erg s}^{-1}$ o più, che possono variare fino ad un fattore di ordine 2 in tempi scala di circa una settimana. Per avere un'emissione di questa entità con l'efficienza del bruciamento dell'idrogeno, cioè $\eta = 0.007$, il rate di accrescimento dovrebbe essere superiore a $250 M_\odot$ all'anno. Considerando invece l'efficienza dell'accrescimento gravitazionale, il rate necessario viene ridotto a un valore dell'ordine di $20 M_\odot$ all'anno, o meno, che è plausibile per sistemi come gli AGN. Se si ipotizza che questi oggetti irradiano al massimo L_{Edd} , le masse minime necessarie sono circa $10^9 M_\odot$. Le nane bianche e le stelle di neutroni hanno limiti superiori di massa rispettivamente di $1.4 M_\odot$ e $3 M_\odot$, perciò solo i buchi neri massicci possono essere ragionevolmente candidati come i "motori" degli AGN.

³Per poter avere $\eta = 1$, la caduta del materiale verso il BH dovrebbe avvenire a velocità infinitesima, in modo che tutta l'energia della massa a riposo venga convertita in radiazione, come avviene nel processo di annichilazione materia-antimateria (cit. [8]).

Bibliografia

- [1] Salaris, Cassisi. *Evolution of stars and stellar populations*. Ed. Wiley. 2005.
- [2] Cester. *Corso di astrofisica*. Ed. Hoepli. 1984.
- [3] Carroll, Ostlie. *An introduction to modern Astrophysics*. Ed. Addison-Wesley. 2007.
- [4] Castellani. *Astrofisica stellare*. Ed. Zanichelli. 1986.
- [5] Giannone. *Elementi di astronomia*. Ed. Pitagora. 2004.
- [6] F. R. Ferraro. *Astrofisica stellare*. Dispense. 2013.
- [7] S. Braibant, G. Giacomelli, M. Spurio. *Particelle e interazioni fondamentali*. Ed. Springer. 2012.
- [8] Frank, King, Raine. *Accretion power in Astrophysics*. Cambridge Press. 2002.
- [9] P. Schneider. *Extragalactic Astronomy and Cosmology*. Ed. Springer. 2006.
- [10] H. Mo, F. Bosh, S. White. *Galaxy Formation and Evolution*. Cambridge Press. 2010.
- [11] S. E. Woosley, T. A. Weaver. *The physics of Supernova explosions*. Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 1986.
- [12] P. A. Mazzali, F. K. Ropke, S. Benetti, W. Hillebrandt. *A Common Explosion Mechanism for Type Ia Supernovae*. Science. 2007.