# ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

# SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

-Sede di Forlì-

# CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE Classe L-9

# ELABORATO FINALE DI LAUREA

in Aerodinamica degli Aeromobili

# Valutazione sperimentale del campo aerodinamico prodotto da rasaerba industriali: correlazione tra parametri geometrici delle lame

CANDIDATO RELATORE

Francesco Mazza Chiar.mo Prof. Alessandro Talamelli

**CORRELATORE** 

Dr. Ing. Alessandro Rossetti

Anno Accademico 2013/2014

Sessione I



Valutazione sperimentale del campo aerodinamico prodotto da rasaerba industriali: correlazione tra parametri geometrici delle lame

A Gabriele, Luisa e Valeria



## **SOMMARIO**

Il presente elaborato tratta dell'analisi dell'incertezza caratterizzante le misure sperimentali per la portata in massa del flusso d'aria generato dalla rotazione di una generica lama da rasaerba, eseguite attraverso l'impiego di un'apposita strumentazione sperimentale.

Una campagna di sperimentazione è stata avviata dal Laboratorio di Aerodinamica Sperimentale dell'Università di Bologna, in collaborazione con l'azienda Global Garden Products, dedicata alla valutazione delle prestazioni aerodinamiche –in termini di portata d'aria elaborata– di lame da rasaerba.

Un'apposita apparecchiatura sperimentale è stata messa a punto, progettata per permettere il calcolo della portata in massa d'aria, elaborata da una generica lama, a partire dall'acquisizione di misure di pressione. Un'analisi dimensionale è stata applicata al modello teorico, finalizzata alla definizione di un coefficiente adimensionale di portata.

Parallelamente alla definizione del metodo di sperimentazione si è proceduto alla caratterizzazione metrologica dello stesso, in termini di precisione, giustezza e accuratezza delle misure ottenibili. Nell'ambito dell'analisi dell'incertezza di misura metodologica è stata effettuata, in primo luogo, una caratterizzazione delle misure realizzate dal trasduttore di pressione impiegato nella sperimentazione. Successivamente il risultato ottenuto è stato impiegato nella definizione –a differenti livelli di ripetizione– dell'incertezza di misura, propria del metodo di sperimentazione impiegato per misurare la portata elaborata da una generica lama.

L'esame dei risultati sperimentali ottenuti rivela come la strumentazione impiegata sia adeguata al compito per assolvere il quale essa è stata sviluppata.



# **INDICE**

SC	OMMARIO	vi
IN	DICE DELLE FIGURE	X
1.	INTRODUZIONE	1
2.	ATTREZZATURA SPERIMENTALE	4
	2.1. FONDAMENTI TEORICI	4
	2.2. IL "TEST-RIG LAME"	8
	2.3. MISURATORE DI PORTATA: CONDOTTO CONVERGENTE-	
	DIVERGENTE	14
	2.4. MOTORE ELETTRICO	19
	2.5. STRUMENTO DI MISURA PER LA PRESSIONE	22
3.	MODELLI TEORICI PER LA SPERIMENTAZIONE	26
	3.1. CALCOLO DELLA PORTATA MEDIANTE MISURE DI PRESSIONE .	26
	3.2. APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI BUCKINGHAM AL CASO IN	
	ESAME	32
	3.3. SIMILITUDINE GEOMETRICA	35
	3.4. PARAMETRIZZAZIONE DELLE LAME	39
4.	CARATTERIZZAZIONE METROLOGICA DELLA	
	SPERIMENTAZIONE	45
	4.1. FONDAMENTI TEORICI: L'INCERTEZZA DI MISURA	45
	4.2. ANALISI DELL'INCERTEZZA: STRUMENTI STATISTICI	51
	4.3. INCERTEZZA DEL TRASUTTORE: ANALISI SPERIMENTALE	62
	4.4. INCERTEZZA DEL TRASDUTTORE: ELABORAZIONE DEI DATI	
	SPERIMENTALI	68

	4.5. ANALISI DELL'INCERTEZZA: STIMA DELL'INCERTEZZA DI MIS	URA
	METODOLOGICA	72
5.	ANALISI DEI DATI	76
	5.1. PREMESSA: L'ELABORAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI	76
	5.2. INCERTEZZA DI MISURA DEL TRASDUTTORE	78
	5.3. INCERTEZZA DI MISURA: PORTATA E COEFFICIENTE DI	
	PORTATA	86
6.	CONCLUSIONI	96
BI	BLIOGRAFIA	99
RI	INGRAZIAMENTI	101

# INDICE DELLE FIGURE

2. ATTREZZATURA SPERIMENTALE
Figura 2.1 Esempio di gallerie del vento a ciclo aperto (a) e a ciclo chiuso (b)
Figura 2.2 Test-rig lame
Figura 2.3 Honeycomb, vista della sezione frontale
Figura 2.4 Parametri geometrici turbolence sheer
Figura 2.5 Misuratore di portata
Figura 2.6 Particolare delle prese di pressione sul convergente di misura
Figura 2.7 Profilo di velocità al'interno dello strato limite
Figura 2.8 Tastierino per il controllo del motore elettrico
Figura 2.9 Rendering dell'adattatore, realizzato in CAD SolidWorks
Figura 2.10 Specifiche di installazione dell'adattatore nella struttura del "test-rig"2
Figura 2.11 Scanivalve DSA 3217
Figura 2.12 Scanivalve, vista alternativa
Figura 2.13 Esempio dell'andamento delle pressioni lungo l'asse del condotto
convergente di misura
3. MODELLI TEORICI PER LA SPERIMENTAZIONE20
Figura 3.1 Lame caratterizzate dal parametro apertura
Figura 3.2 Lama caratterizzate dal parametro calettamento
Figura 3.3 Lame caratterizzate dal parametro calettamento, vista alternativa4
Figura 3.4 Lame caratterizzate dal parametro corda
Figura 3.5 Lame a parametri incrociati
4. CARATTERIZZAZIONE METROLOGICA DELLA SPERIMENTAZIONE 45
Figura 4.1 Un valore $u$ dell'incertezza definisce un intervallo che si stima contenero
l'effettivo valore di un errore $\delta$ di modulo e segno incogniti

Figura 4.2 Misura di una variabile affetta da cinque sorgenti di errore48
Figura 4.3 Istogramma delle misure acquisite dal trasduttore di pressione51
Figura 4.4 Distribuzione delle misure del trasduttore al tendere ad infinito del loro
numero51
<b>Figura 4.5</b> Rappresentazione grafica della probabilità $Prob( au_1)$
Figura 4.6 Percentuale di copertura del valore vero $X_{true}$ per la misura $X$ al crescere del
numero di gradi di libertà61
Figura 4.7 Mensor Modular Precision Pression Controller CPC6000
Figura 4.8 Esempio dell'incertezza associata ad un trasduttore di tipo Turndown66
Figura 4.9 Particolare del collegamento pneumatico tra calibratore e scanner di
pressione
5. ANALISI DEI DATI76
Figura 5.1 Esempio dell'istogramma delle misure di pressione acquisite sul canale 16
dello scanner, con valore di setpoint del calibratore pari a 1000Pa78
Figura 5.2 Istogrammi (con numero di intervalli pari a 50) relativi alle misure acquisite
dai sedici canali indipendenti dello scanner di pressione, per valore misurando pari a
1000Pa
Figura 5.3 Deviazione standard dei dati sperimentali acquisiti su tutto il campo di
misura, per ciascun canale indipendente dello scanner di pressione81
Figura 5.4 Coefficiente di variazione dei dati sperimentali acquisiti su tutto il campo di
misura, per ciascun canale indipendente dello scanner di pressione81
Figura 5.5 Bias assoluto e in percentuale di fondo-scala per i valori di pressione
acquisiti sperimentalmente su tutto l'intervallo di misura
<b>Figura 5.6</b> Distribuzione triangolare del possibile errore sistematico $\beta$
Figura 5.7 Incertezza tipo espansa sui valori di misura dello scanner di pressione
Scanivalve84
Figura 5.8 Incertezza tipo espansa sulla misura dello scanner di pressione Scanivalve,
definita relativamente al valore misurando stesso
Figura 5.9 Incertezza sulla misura del coefficiente di portata delle lame caratterizzate
da un diverso angolo di calettamento

Figura 5.10 Variazione percentuale della portata elaborata dalle lame a parametro
calettamento, rispetto a quella elaborata dalla lama di riferimento88
Figura 5.11 Variazione percentuale della portata rispetto a quella elaborata dalla lama
di riferimento ed entità del rumore generato dalle diverse lame testate89
Figura 5.12 Valori percentuali delle tre componenti di incertezza sulla misura della
portata elaborata dalle lame a parametro calettamento, per le quali viene riportato anche
il valore dell'altezza sperimentale (cfr. Cap. 3.3)92
Figura 5.13 Valore per l'incertezza tipo composta sulle misure di portata, in termini
percentuali, per tutte le lame a parametro calettamento
Figura 5.14 Variazione della portata elaborata dalle lame a parametro calettamento
corredata dalla relativa incertezza e dal valore del rumore generato dalle lame stesse .93
Figura 5.15 Valori percentuali delle tre componenti di incertezza sulla misura del
coefficiente di portata94
Figura 5.16 Valore per l'incertezza tipo composta sulle misure di portata, in termini
percentuali, per tutte le lame a parametro calettamento
Figura 5.17 Variazione del coefficiente di portata per le lame a parametro calettamento
corredata dalla relativa incertezza e dal valore del rumore generato dalle lame stesse .95



#### 1. INTRODUZIONE

L'azienda Global Garden Products –che nel seguito del presente elaborato sarà indicata con la sigla GGP– ha avviato una collaborazione con l'Università di Bologna, finalizzata allo studio dei rasaerba da essa prodotti e commercializzati: in particolare, l'oggetto dell'indagine posta in atto è il campo aerodinamico relativo al flusso d'aria generato dalla rotazione delle lame impiegate.

Il fine ultimo di tale analisi sarà quello di ottimizzare le prestazioni dei prodotti messi sul mercato, in termini di qualità del taglio realizzato e della capacità di raccolta dell'erba tagliata.

La capacità di aspirazione, la quale si desidera ottimizzare, può essere tradotta in termini aerodinamici come valore della portata in massa elaborata dal sistema ed è imputabile all'azione aerodinamica della lama: a livello intuitivo, la rotazione della sua superficie induce una differenza di pressione nel fluido all'interno del quale avviene la rotazione stessa, ciò comporta il generarsi di un flusso al quale risulta attribuibile l'azione di aspirazione del rasaerba.

L'approccio adottato nello studio del problema è di natura sperimentale, consistente in un'analisi che si concentra sulla correlazione tra i parametri geometrici della lama impiegata e le prestazioni aerodinamiche della stessa. La sperimentazione è stata messa in atto sfruttando una strumentazione sperimentale dedicata, detta "test-rig lame", progettata per elaborare il flusso al fine di rendere misurabile, in termini di pressione, il suo campo aerodinamico. I dati sperimentali, in tal modo acquisiti, sono stati in seguito elaborati attraverso un modello teorico, per il calcolo della portata in massa d'aria sulla base dei valori di pressione misurati e la definizione di un apposito coefficiente adimensionale, assunto come coefficiente di prestazione della lama in esame.

L'oggetto della presente trattazione è lo studio, svolto parallelamente all'analisi sopra esposta in sunto, finalizzato alla determinazione delle caratteristiche metrologiche della sperimentazione posta in atto: a partire dall'acquisizione di dati sperimentali si è proceduto all'elaborazione degli stessi, mediante appropriati strumenti statistici, allo

scopo di stimare l'incertezza caratterizzante le misure realizzate e la sua propagazione, attraverso il modello di calcolo adottato, fino ai risultati finali elaborati.

Un particolare accento, nello studio dell'incertezza di misura metodologica, ossia dell'errore caratterizzante le misure ottenute dall'impiego del "test-rig lame", è stato posto sulla componente di tale errore, relativa allo specifico sensore di pressione, impiegato nella misura del campo aerodinamico: attraverso un'apposita procedura di taratura per tale strumento di misura, si è giunti a stimare la componente dell'incertezza complessiva derivante dall'impiego del sensore stesso come trasduttore del sistema di misura sperimentale. Tale esame, svolto preliminarmente allo studio dell'incertezza sulle misure di portata realizzate, ha condotto alla caratterizzazione metrologica del trasduttore, in termini di precisione, giustezza e accuratezza delle misure eseguite mediante lo stesso (per l'esatta definizione di tali qualità di una misura si rimanda alla trattazione in Cap. 4.1), per un qualsivoglia valore di pressione misurando, all'interno del campo di misura.

Stimata tale componente dell'incertezza complessiva sui valori sperimentalmente misurati per la portata elaborata dalle lame in esame, si è proceduto alla sua integrazione all'interno del modello di calcolo della portata, al fine di determinare l'incertezza complessiva stessa: tale analisi è stata svolta su due distinti livelli, di seguito descritti in sunto.

In prima approssimazione si è trascurato il contributo all'incertezza sulla misura finale della portata, derivante dalla non stazionarietà del fenomeno in osservazione e alla conseguente variabilità tra differenti campioni di misura acquisiti per una stessa lama. L'incertezza strumentale –determinata sperimentalmente attraverso la taratura del trasduttore del sistema– sulle misure di pressione del campo aerodinamico studiato, è stata propagata all'interno del modello di calcolo della portata giungendo, ad ultimo, alla stima dell'incertezza sul valore della portata elaborata dalla lama oggetto di studio. I risultati di questo approccio allo studio dell'incertezza di misura, comportando una sottostima della stessa, non sono indicativi della qualità delle misure sperimentali effettuate ma risultano utili, in fase di progettazione dell'esperimento, a determinare l'effettiva adeguatezza del trasduttore impiegato, per la determinazione sperimentale della portata.

La stima conclusiva dell'errore, inerente alle misure di portata effettuate mediante "test-rig", ha richiesto la ripetizione di un numero adeguato di misure, per ogni lama in esame, al fine dello studio statistico delle componenti d'incertezza derivanti dalla variabilità campionaria e dal metodo di misura nella sua complessità: combinando, attraverso specifici strumenti statistici, le singole componenti d'errore sì è giunti infine alla definizione dell'incertezza caratterizzante le misure sperimentali di portata.

L'integrazione dei valori ottenuti dall'elaborazione dei dati sperimentali, acquisiti mediante l'impiego del "test-rig", con la stima dell'indeterminazione caratteristica degli stessi, è uno strumento imprescindibile per la corretta interpretazione dei risultati dello studio posto in atto: tale operazione, come sarà ampiamente descritto in conclusione al presente elaborato, ha permesso di giungere alla decisiva definizione del "test-rig lame", quale apparecchiatura appropriata all'indagine sperimentale del campo aerodinamico, generato da una generica lama da rasaerba, nei termini precedentemente esposti.

## 2. ATTREZZATURA SPERIMENTALE

## 2.1. FONDAMENTI TEORICI: LE GALLERIE DEL VENTO

Il punto focale del problema di valutare le prestazioni aerodinamiche di una lama, si pone nella stima della portata in massa d'aria generata dalla stessa: l'indagine descritta nel presente elaborato, si ricondurrà dunque all'analisi del campo aerodinamico generato dalla superficie aerodinamica della lama posta in rotazione.

È possibile stabilire un'analogia tra il compito specifico della strumentazione necessaria a tale studio e quello proprio di una galleria del vento (wind tunnel), progettata per generare un flusso –le cui caratteristiche siano note– al fine di osservarne l'interazione con l'oggetto di cui si desidera conoscere le proprietà aerodinamiche: in modo affine l'attrezzatura che si andrà a descrivere in questo capitolo dovrà essere capace si determinare le caratteristiche del flusso generato dallo stesso oggetto di disamina.

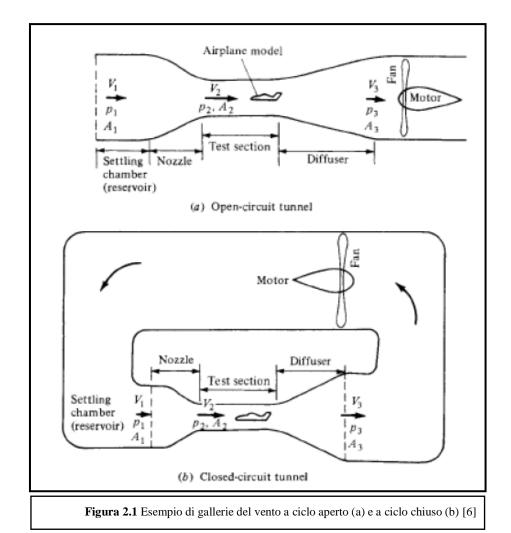
Risulterà perciò utile alla comprensione dell'apparecchiatura d'impiego definire, in via preliminare, la natura e le caratteristiche proprie delle gallerie del vento.

La galleria del vento è un sistema di misura destinato allo studio del comportamento aerodinamico di corpi in condizione di moto rispetto al fluido in cui risultano immessi, essa "consiste fondamentalmente di un condotto di opportune dimensioni in cui viene generata una corrente d'aria il più uniforme possibile"[2].

L'impiego di tale strumento nell'analisi aerodinamica di un corpo trova fondamento nel principio di reciprocità, che afferma l'equivalenza del comportamento cinematico e dinamico di un corpo posto in moto –con velocità specificata– all'interno di un fluido in quiete e del medesimo corpo che si trovi in condizione di quiete e sia investito da un flusso con stessa velocità: sulla base di tale enunciato sarà possibile applicare i risultati ottenuti tramite l'impiego della galleria del vento (in cui l'oggetto in esame è in quiete investito da un flusso di velocità nota), al caso dell'oggetto in moto rispetto al fluido.

Nonostante ne esistano di differenti tipologie –sia a livello strutturale sia funzionale–, tutte le gallerie del vento presentano strutturalmente degli elementi comuni (cfr. Fig. 2.1):

- un imbocco a sezione costante, dotato di dispositivi progettati per ridurre i disturbi e la turbolenza presenti all'interno del flusso (e.g. honeycomb e turbolence screens);
- un condotto convergente;
- una camera di prova (test section), all'interno della quale viene inserito il corpo;
- un condotto divergente, in uscita dalla camera di prova,
- uno o più fan, impiegati per generare il flusso che investirà il corpo da studiare.



Seguendo la classificazione esposta da J.B. Barlow, W.H. Rae Jr. e A. Pope nel testo "Low-Speed Wind Tunnel Testing", le gallerie del vento possono essere suddivise in due tipologie fondamentali:

- gallerie a ciclo aperto (*open circuit*) –dette anche "tipo *Eiffel*"–, in cui "il flusso d'aria segue un percorso essenzialmente rettilineo dall'ingresso, attraverso un convergente fino alla camera di prova, seguita da diffusore, sezione del *fan* e condotto di scarico"[3];
- gallerie a ciclo chiuso (*closed circuit*) –dette anche "tipo *Prandtl*" o "tipo *Göttingen*"–, in cui "l'aria ricircola in modo continuo con minimo o nullo scambio di aria con l'ambiente esterno. La maggior parte delle gallerie a ciclo chiuso hanno un'unica linea di ritorno, sebbene gallerie con doppia linea di ritorno siano state realizzate"[3].

"Si distinguono inoltre due configurazioni fondamentali per la camera di prova:

- camera di prova aperta (open jet);
- camera di prova chiusa (*closed jet*)"[3].

Unitamente a tale classificazione se ne possono definire altre: dal punto di vista funzionale si hanno gallerie:

- continue;
- intermittenti, funzionanti per un periodo di tempo limitato, alla fine del quale necessitano di essere riavviate, gallerie di questo genere presentano lo svantaggio di garantire uno scarso controllo sulla velocità del flusso generato.

Un'ulteriore suddivisione può essere operata sulla base del *range* di velocità alle quali una galleria può operare –caratterizzate attraverso il valore del numero di Mach (*M*) del flusso generato–:

- gallerie subsoniche in regime incomprimibile (M < 0.3);
- gallerie subsoniche in regime comprimibile (0.3 < M < 0.8);
- gallerie transoniche (0.8 < M < 1.2);
- gallerie supersoniche (1.2 < M < 5);
- gallerie ipersoniche (M > 5).

Nel caso in esame, dati i valori contenuti della velocità del flusso all'interno dei condotti del rasaerba (si nota che il massimo valore assunto dal numero di Mach nel corso della sperimentazione è  $M \sim 0.15$ ), l'attrezzatura sperimentale, impiegata per l'analisi del campo aerodinamico prodotto dalla rotazione delle lame, potrà essere messa in analogia con una galleria del vento subsonica in regime incomprimibile: il sistema di

misura sarà considerato affine a una galleria *open loop*, in cui il *fan* consisterà nella lama stessa e il flusso oggetto dell'analisi sarà quello in uscita dal condotto di scarico. Il parametro aerodinamico di interesse per tale flusso, nonché il punto focale dello studio, sarà la sua portata in massa.

# 2.2. IL "TEST-RIG LAME"

L'approccio al problema di valutare le prestazioni di una lama da rasaerba risulta difficoltoso già a partire dalla scelta della metodologia di studio ottimale che fornisca risultati il più possibile accurati e al tempo stesso rispondenti all'effettivo comportamento dell'oggetto studiato.

La metodologia di sperimentazione suggerita dall'azienda GGP risulta profondamente influenzata dalla presenza di fattori aleatori che dunque condizioneranno i risultati dell'analisi a discapito della loro riproducibilità e con essa della stessa scientificità dello studio posto in atto: tale metodo di analisi delle prestazioni delle differenti lame prevede la realizzazione di prove sperimentali consistenti nel far percorrere al rasaerba un tragitto di lunghezza prescelta e successivamente pesare la massa di erba raccolta dallo stesso. Evidentemente non esiste modo di garantire l'omogeneità (in termini sia qualitativi sia quantitativi) dell'erba, presente lungo il tragitto prescelto, tra due differenti prove: ciò inficia la ripetibilità dei risultati delle singole prove e la loro rilevanza scientifica.

Si è dunque cercato un approccio alternativo al problema, che garantisse la ripetibilità e l'accuratezza delle misure realizzate e dei risultati dell'analisi su di esse operata: esso consiste nel considerare la portata in massa d'aria generata dalla rotazione della lama, come parametro qualificante la prestazione della lama stessa, in tal modo si escludono dallo studio parametri di natura casuale quale è la presenza di erba nel flusso elaborato dalla lama.

L'assunto che la portata d'aria elaborata dalla lama sia correlata all'effettiva capacità di aspirazione e raccolta del rasaerba, si basa sulle seguenti ipotesi semplificative:

- l'eventuale presenza di erba nel flusso non ha alcuna influenza sulla capacità di raccolta del rasaerba;
- la capacità di taglio di una lama dipende esclusivamente dall'impatto della stessa con l'erba.

A partire da tali ipotesi è stato dunque realizzato uno strumento di prova detto "testrig lame" (cfr, Fig. 2.2), il quale effettua la sperimentazione progettata prescindendo

dalla presenza di erba nel flusso elaborato, vale a dire in condizioni di ripetibilità dell'esperimento.



Figura 2.2 Test-rig lame

Il "test-rig lame" consiste in un rasaerba originale prodotto dall'azienda GGP cui sono state apportate modifiche opportune, al fine di permettere l'analisi della portata d'aria generata: il motore originale è stato sostituito con un motore elettrico che permette la regolazione della velocità di rotazione della lama (il senso di tale modifica risulterà chiaro nel prossimo capitolo), mentre al posto del sacco di raccolta è stato installato un oggetto progettato secondo gli stessi principi di una galleria del vento subsonica in regime incomprimibile, in grado dunque di misurare la portata d'aria generata dalla rotazione della lama (nella trattazione seguente ci si riferirà a tal oggetto con la locuzione "misuratore di portata").

Si procede ora a una breve disamina dei principali componenti del "test-rig lame", esso è costituito da:

 Voluta: è il vano realizzato nel rasaerba per permettere l'alloggiamento della lama e la sua rotazione, convogliando al tempo stesso il flusso nel condotto di scarico. La voluta presente sull'apparecchiatura adottata corrisponde a quella presente in un rasaerba commercializzato dall'azienda GGP ed è caratterizzata da un diametro nominale pari a 0.42m; l'adozione di una voluta che trova impiego su di un prodotto già commercializzato è giustificata dal fatto che la strumentazione qui descritta ha il precipuo scopo di studiare il comportamento aerodinamico delle lame, prescindendo dalla forma della voluta e del canale di scarico.

- Dispositivi per il condizionamento del flusso: in corrispondenza della sezione d'uscita del condotto di scarico il flusso risulta fortemente turbolento, il relativo campo aerodinamico sarà perciò non stazionario; al fine di correggere tale comportamento, si installano elementi tali da condizionare il flusso in uscita dal condotto di scarico in modo da minimizzare la turbolenza e l'effetto sulle misure che si andranno a realizzare. Il dispositivo dedicato al condizionamento del flusso si compone delle seguenti parti —descritte a partire da quella posta in corrispondenza della sezione terminale del condotto di scarico e procedendo verso l'esterno—: un primo vano, il cui unico scopo è quello di trasformare la forma della sezione del condotto, attraverso cui viene canalizzato il flusso, da rettangolare a circolare;
  - o un *honeycomb*, elemento di forma cilindrica costituito da tubi disposti parallelamente alla direzione assiale della struttura: la disposizione di tali tubi permette di eliminare la componente di velocità del flusso normale alle pareti;
  - o reti (*turbolence screens*), impiegate per rendere omogenea la turbolenza presente all'interno del flusso;
  - una camera di calma, porzione di condotto a sezione costante la quale premette di stabilizzare il flusso.
- Misuratore di portata: grazie all'impiego degli elementi descritti al punto precedente, in corrispondenza della sezione d'uscita dalla struttura di condizionamento, il flusso è tale da poter considerare la sua velocità costante sulla sezione stessa, esso viene dunque convogliato all'interno di un condotto convergente divergente. Nella porzione convergente sono poste le prese di pressione (in numero appropriato come in seguito descritto), le quali permettono

la misura della pressione statica del flusso lungo l'asse del condotto; l'elemento divergente del condotto ha lo scopo di rallentare il flusso in uscita dal "test-rig lame" e non alterare il flusso a monte, vale a dire nel convergente.

- Motore elettrico: per realizzare la movimentazione delle lame si impiega un motore elettrico che permette all'operatore di impostare la velocità di rotazione dello stesso.
- Scanner di pressione: alle prese di pressione è collegato per via pneumatica il trasduttore del sistema di misura ovvero uno scanner di pressione differenziale che acquisisce digitalmente i valori delle misure della pressione all'interno del convergente.

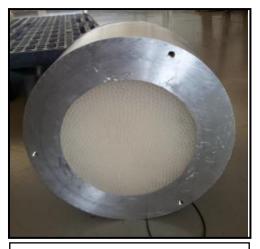
Gli elementi di condizionamento del flusso assolvono un compito di capitale importanza se ne darà ora una particolareggiata descrizione sia strutturale sia funzionale.

Il flusso d'aria generato dalla rotazione della lama all'interno del vano del "test-rig" e canalizzato verso il misuratore di portata per il condotto di scarico risulta, all'uscita da quest'ultimo, fortemente turbolento e non-stazionario; al fine dell'applicazione del modello di calcolo della portata sviluppato (il quale sarà esaurientemente esposto nel prossimo capitolo) è necessario l'impiego di dispositivi di condizionamento in grado di garantire un campo aerodinamico che soddisfi le ipotesi del modello teorico impiegato: da ciò deriva la particolare attenzione a essi rivolta.

Ripercorrendo il percorso del flusso a partire dalla sezione dalla sezione d'uscita del condotto di scarico si ricorda che esso, superato un primo vano che modifica la sezione del condotto –conferendole forma circolare–, attraversa un elemento detto honeycomb e successivamente delle reti, anche dette *turbolence screens*, fino a raggiungere la camera di calma (*settling chamber*).

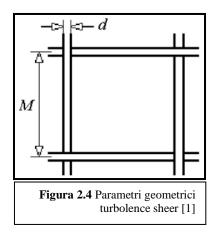
L'honeycomb, come già introdotto, è un oggetto in grado di eliminare le componenti del campo vettoriale di velocità del flusso normali alle pareti, in modo tale da realizzare una velocità diretta parallelamente all'asse del condotto. Questo dispositivo è dotato di una struttura "a nido d'ape" (da cui il nome) realizzata per mezzo di una serie di tubi di sezione circolare, con diametro pari a 8mm e lunghezza 10cm, collocati in modo tale da ricoprire interamente l'area della sezione attraverso la quale si ha il passaggio del fluido (cfr. Fig. 2.3) e incollati tra loro; i canali dell' honeycomb

sono disposti coassialmente al condotto principale, in genere là dove si realizza il minimo valore di velocità allo scopo di minimizzare le predite di carico attraverso il dispositivo.



**Figura 2.3** Honeycomb, vista della sezione frontale [1]

Il flusso d'aria in uscita dall'honeycomb incontra le reti, nello specifico tre differenti reti disposte in serie lungo l'asse del condotto: esse sono caratterizzate da un valore della larghezza delle maglie pari a 0.75mm e porosità 0.595 (Fig. 2.4). L'impiego di tali maglie nel "test-rig lame" è finalizzato alla riduzione della turbolenza presente nel flusso: le reti rompono i vortici presenti nel flusso portando alla formazione di strutture vorticose di minori dimensioni e maggiore uniformità, ciò permette di ottenere un profilo di velocità più omogeneo per il flusso in uscita da esse.



Si sottolinea come, in realtà, il livello di turbolenza presente nel flusso risulti localmente superiore in seguito al passaggio attraverso le reti: tale aumento locale della turbolenza è però compensato dalla sua degradazione su scale inferiori con trasferimento dell'energia cinetica a strutture vorticose di minore dimensione. L'impiego delle strutture reticolari descritte permette dunque di stabilire le dimensioni dei vortici presenti nel flusso, è necessario perciò che le tre reti utilizzate presentino caratteristiche differenti tra loro: in particolare si sono adottate reti con diverso valore del diametro dei fili e della larghezza delle maglie, ciò permette di realizzare la progressiva distruzione di strutture vorticose su scala maggiore rispetto a quella delle intercapedini presenti nella trama di ogni singola rete.

Una problematica nell'adozione di honeycomb e reti, all'interno del sistema sperimentale di misura, è rappresentata dalla propensione degli stessi ad accumulare al proprio interno polveri e altre impurità presenti nell'aria, per cui sarà d'uopo, dopo un prolungato utilizzo dello stesso, provvedere alla sua manutenzione e pulizia.

Attraverso gli elementi descritti, il flusso giunge infine nell'ultima struttura di condizionamento, vale a dire la camera di calma: un oggetto di forma cilindrica, a sezione costante, privo di qualsivoglia ostacolo che alteri il campo aerodinamico del flusso. Lo scopo precipuo di questo elemento terminale (nella struttura complessiva di condizionamento) è quello di consentire l'omogeneizzazione del flusso prima del suo ingresso nel tratto convergente del condotto di misura. Nel dimensionamento di tale elemento l'attenzione sarà concentrata esclusivamente sulla sua lunghezza in senso assiale, per la quale si adotterà in valore pari a circa  $0.2 \div 0.3$  volte quello del diametro: una lunghezza inferiore comporterebbe un flusso non sufficientemente regolare in ingresso al condotto di misura, mentre, qualora si adottasse un valore sensibilmente superiore per tale lunghezza, lo spessore dello strato limite risultante in corrispondenza della parete del condotto sarebbe eccessivo. Nel caso in esame si è impiegata una camera di lunghezza pari a 0.3 volte il valore del diametro consistente in  $5\,cm$ .

# 2.3. MISURATORE DI PORTATA: CONDOTTO CONVERGENTE-DIVERGENTE

A valle della camera di calma sopra descritta è collocato un dispositivo consistente in un condotto a geometria convergente, immediatamente seguito da un condotto divergente: questo è l'elemento che di fatto permette la misura della portata (misura basata su di un modello fisico-matematico di calcolo per la cui trattazione si rimanda al capitolo successivo), da cui la designazione di "misuratore di portata" (Fig. 2.5).



Figura 2.5 Misuratore di portata [1]

In corrispondenza della parete del condotto convergente –la cui geometria è nota–sono poste quattro file di sedici prese di pressione ciascuna, queste prese sono disposte a una distanza nota l'una dall'altra, in senso radiale lungo il condotto (cfr. Fig. 2.6); ogni serie di prese di pressione risulta orientata a 90° rispetto alla precedente.

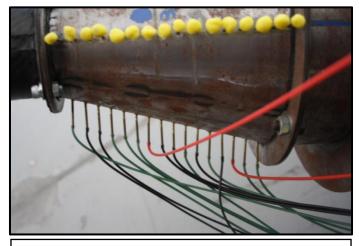


Figura 2.6 Particolare delle prese di pressione sul convergente di misura

**Nota** Nell'impiego della strumentazione sperimentale qui descritta si è impiegata una sola serie di prese di pressione per eseguire le misure, tale scelta è giustificata dalla formulazione dell'ipotesi per cui il campo di velocità del flusso risulta costante su una generica sezione del condotto.

La distanza tra due prese di pressione consecutive in una stessa fila è pari a 1cm, i valori delle aree delle sezioni del condotto, in corrispondenza dei valori della coordinata assiale di tali prese sono riportati nella seguente tabella:

Presa di pressione [N°]	Coordinata x [cm]	Area della sezione [cm²]
1	0.5	0.0215331
2	1.5	0.0201716
3	2.5	0.0187768
4	3.5	0.0174554
5	4.5	0.0161867
6	5.5	0.0149052
7	6.5	0.0138053
8	7.5	0.0126757
9	8.5	0.0115981
10	9.5	0.0104956
11	10.5	0.0095795
12	11.5	0.0086458

13	12.5	0.0077382
14	13.5	0.0069015
15	14.5	0.0060711
16	15.5	0.0053820

**Tabella 2.1** Valore della coordinata assiale relativa alla posizione di ciascuna presa di pressione e dell'area della sezione corrispondente

Ogni presa di pressione è dotata di un apposito connettore, che consente il suo collegamento pneumatico con lo scanner di pressione mediante tubi in gomma: il flusso all'interno del condotto convergente risulterà sufficientemente omogeneo –grazie all'impiego dei dispositivi di condizionamento precedentemente descritti– da garantire, in condizioni operative a regime della strumentazione, misure di pressione sufficientemente stazionarie, condizione imprescindibile per la successiva elaborazione di tali dati.

Al fine di ottimizzare il campo aerodinamico di misura all'interno del convergente è altresì necessario prendere in considerazione la struttura all'uscita del condotto stesso: si ricorda infatti che, in campo di moto subsonico, variazioni delle variabili fisiche (e.g. pressione e velocità) del flusso, in un punto di riferimento considerato, comportano alterazioni del campo di moto a monte del punto stesso. In questo contesto teorico si inserisce la scelta di adottare un condotto divergente in serie al convergente di misura: il divergente è dunque opportunamente dimensionato in modo tale da garantire lo strato limite rimanga attaccato alla parete del condotto e la linea di congiunzione dei due elementi –convergente e divergente– è realizzata con particolare attenzione, volta a evitare discontinuità geometriche che comporterebbero un'inevitabile separazione dello strato limite.

Considerata il particolare interesse dimostrato, nel corso della trattazione finora svolta, nei confronti del comportamento dello strato limite, risulta opportuno fornirne un'accurata ed esaustiva definizione:

Strato limite: "se il numero di Reynolds (Re) di un flusso incomprimibile è sufficientemente elevato, è possibile che l'effetto della viscosità sia 'rilevato' soltanto all'interno di un sottile strato adiacente alle superfici del corpo [investito dal

flusso stesso], dove è presente vorticità, mentre nel flusso irrotazionale esterno le particelle fluide si muovono come se appartenessero a un fluido non viscoso"[4].

All'interno dello strato limite, alle equazioni che descrivono il campo di moto è abbinata una particolare condizione al contorno detta condizione di *Dirichlet* o "di non-scorrimento" (no-slip condition), la quale afferma la continuità della componente del campo di velocità tangente alla superficie in corrispondenza della parte solida: conseguenza necessaria di tale affermazione è che il flusso avrà velocità nulla in corrispondenza della parete, con un profilo di velocità crescente, al crescere della coordinata verticale riferita alla parete stessa, fino al valore di velocità per lo stesso flusso indisturbato. Come attestato nella stessa definizione di strato limite, gli effetti della viscosità del fluido sono limitati allo spessore dello strato limite mentre al di fuori di esso si può assegnare l'ipotesi di moto irrotazionale con i benefici in termini di semplificazione del calcolo che saranno esposti nel seguente capitolo.

L'impiego del condotto divergente, a valle del convergente di misura, realizza un rallentamento del flusso finalizzato a garantire la conservazione della portata in massa; tale rallentamento induce però un inspessimento dello strato limite in corrispondenza della parete del condotto stesso, se il gradiente di pressione avverso, vale a dire positivo (dp/dx > 0), lungo la direzione assiale (x) è sufficientemente elevato si può avere un rallentamento locale del flusso, tale da un'indurre l'arresto e l'inversione del moto del flusso stesso (cfr. Fig 2.7).

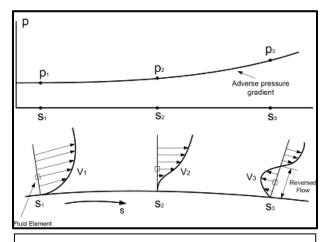


Figura 2.7 Profilo di velocità al'interno dello strato limite

Nel punto della superficie materiale in cui ciò avviene, ossia in corrispondenza del punto in cui il profilo di velocità all'interno dello strato limite presenta tangente normale alla superficie stessa

$$\left. \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \right) \tag{Eq. 2.1}$$

si realizzerà la separazione dello strato limite: la presenza di in gradiente di pressione positivo lungo la direzione del moto del flusso è dunque condizione imprescindibile per il verificarsi del fenomeno di separazione

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=0} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} > 0,$$
 (Eq. 2.2)

ciò comporta una sensibile alterazione del campo di moto a valle del punto di separazione e dunque, per quanto affermato in precedenza, anche del flusso a monte rendendo inattuabile l'analisi delle misure di pressione, realizzate nel condotto convergente, secondo il modello teorico sviluppato per un flusso con strato limite attaccato. L'assenza di fenomeni di separazione all'interno del condotto divergente dell'apparecchiatura sperimentale, i quali vanificherebbero l'opera di condizionamento del flusso posta in atto dai dispositivi a monte del convergente, sarà allora condizione necessaria e inderogabile per l'impiego funzionale del "test-rig lame" stesso. La presenza di un gradiente di pressione lungo una superficie solida è legata, attraverso il principio di conservazione della massa, alla geometria della superficie stessa: lungo un condotto convergente il gradiente di pressione, esperito da una particella fluida, risulterà sempre negativo (gradiente favorevole) è chiaro pertanto che all'interno del convergente di misura non si verificherà mai separazione del fluido; all'interno di un condotto convergente, d'altra parte, si realizza un gradiente positivo la cui intensità dipenderà dalla geometria del condotto stesso, in particolare dalla sua conicità -vale a dire del rapporto tra la differenza delle aree delle sue sezioni d'estremità e la sua lunghezzasulla quale sarà dunque focalizzata l'attenzione per quanto riguarda il dimensionamento.

## 2.4. MOTORE ELETTRICO

La movimentazione della lama da testare, all'interno della voluta del "test-rig lame", è realizzata per mezzo di un motore elettrico il quale è stato sostituito al motore impiegato dal rasaerba commercializzato dall'azienda GGP, al fine di soddisfare specifiche necessità sperimentali più avanti esposte. Si sottolinea, in via preliminare, come la sostituzione del motore del motore già presente con uno più affine alle necessità di sperimentazione, non abbia alcuna influenza sul campo aerodinamico generato dalla rotazione della lama, vale a dire sull'oggetto di studio della sperimentazione stessa: il motore del "test-rig", infatti, è posto al di fuori del vano in cui la lama rotante genera il flusso d'aria e non ne altera, in alcun modo, la geometria.

Il motore selezionato per l'impiego sul "test-rig" è un motore elettrico trifase asincrono, del quale sono riportate le principali caratteristiche nella seguente tabella:

OEMER Motori Elettrici, QcaVs		
Potenza Nominale	1.9 kW	
Max. Velocità di Rotazione	9000 rpm	
Max. Coppia	6 Nm	
Tabella 2.2 Caratteristiche del motore elettrico impiegato		

L'alimentazione di questo dispositivo è realizzata mediante un *inverter* da collegarsi alla rete elettrica industriale con voltaggio pari a 380*V*: esso controlla e adatta la frequenza di rete trasmettendola al motore a esso collegato elettricamente; di seguito le caratteristiche fondamentali dell'inverter:

SINUS PENTA 0005 4T, size S05, IP20		
Input	380÷500V +10/-15% 50÷60Hz	
Output	0÷500V 0÷1000Hz	
Corrente Nominale	10.5°	

Tabella 2.3 Caratteristiche dell'inverter

La caratteristica preminente del motore elettrico installato consiste nel permettere, all'operatore, di assegnare una generica velocità di rotazione del motore tramite tastierino numerico di controllo (Fig. 2.8): ciò assume particolare rilevanza nell'ambito della sperimentazione posta in atto in quanto permette, attraverso lo studio teorico delle condizioni di similitudine di Reynolds esposto nel seguente capitolo, di estrapolare i risultati dell'analisi eseguita su di una singola lama, generalizzandoli allo studio di lame con caratteristiche geometriche identiche ma differenti dimensioni.



Figura 2.8 Tastierino per il controllo del motore elettrico

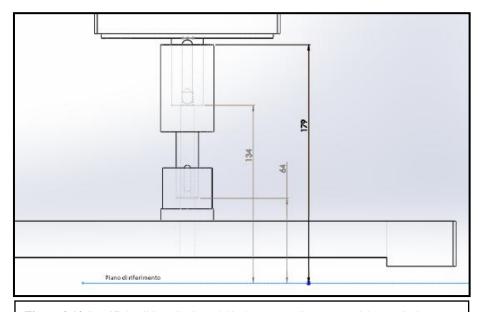
L'installazione di un motore elettrico di tal genere conferirà dunque un grado di libertà aggiuntivo, relativo alla velocità di rotazione della lama, alla sperimentazione, evitando al tempo stesso di inficiare il campo di moto che si intende studiare.

Una problematica relativa all'adozione del motore sopra descritto è legata al diverso valore nominale per l'ingombro del motore rispetto a quello di serie sul rasaerba commercializzato: in particolare la lama calettata sull'albero del motore elettrico sostitutivo risulterebbe posta a un'altezza maggiore di quanto non fosse nel caso precedente; per poter ritenere significativa l'estensione dei risultati dell'analisi mediante "test-rig" al comportamento reale dell'oggetto in studio, è necessario correggere tale

deviazione geometrica mediante introduzione di un apposito adattatore (Fig. 2.8) che riporti la lama alla quota di rotazione originaria. Le specifiche d'installazione dell'adattatore sull'attrezzatura sperimentale sono rappresentate rispettivamente in Fig. 2.9.



**Figura 2.9** Rendering dell'adattatore, realizzato in CAD SolidWorks [1]



 $\textbf{Figura 2.10} \ \textbf{Specifiche di installazione dell'adattatore nella struttura del "test-rig lame"} \ [1]$ 

## 2.5. STRUMENTO DI MISURA PER LA PRESSIONE

Si procede ora alla descrizione di quello che è lo strumento fondamentale per lo studio del campo aerodinamico mediante l'impiego della strumentazione denominata "test-rig lame": lo scanner di pressione differenziale (mostrato in Figg. 2.10 e 2.11).

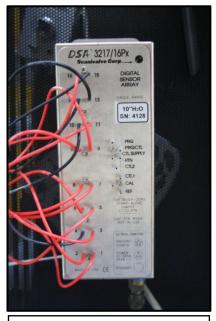


Figura 2.11 Scanivalve DSA 3217

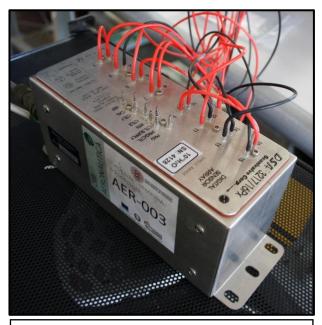


Figura 2.12 Scanivalve, vista alternativa

L'oggetto di trattazione del presente capitolo dell'elaborato, ossia "il test-rig", è il sistema di misura –vale a dire un insieme di strumenti e apparecchiature, impiegati in concerto per assolvere uno specifico compito di misurazione– adoperato per ottenere i dati grezzi (*raw data*), impiegati in seguito nel calcolo della portata in massa generata dalla rotazione della lama: le pressioni statiche del flusso all'interno del condotto convergente di misura; all'interno di tale sistema, il trasduttore di misura è rappresentato dallo scanner di pressione al quale sono collegate, per via pneumatica, le prese di pressione presenti nel misuratore di portata sopra descritte.

Il "test-rig" adotta uno *scanner* piezoelettrico Scanivalve modello DSA 3217, le cui principali caratteristiche sono riportate nella seguente tabella:

SCANIVALVE, DSA 3217, 16 Px, 10"H <sub>2</sub> O				
Pressure Inputs	16 (standard) 8 (true differential)			
Overpressure Capability	10 inH <sub>2</sub> O			
Power Requirements	20 to 36 <i>VdC</i> at 8 <i>W</i>			
Static Accuracy	±0.20% FS (full scale)			
Scan Rate	500Hz			

Tabella 2.4 Caratteristiche dello strumento di misura per la pressione

Esso è uno strumento digitale, vale a dire in grado di trasformare i segnali di pressione in *input*, in dati di misura digitalizzati i quali possono essere acquisiti tramite un elaboratore elettronico sfruttando il protocollo di trasmissione Ethernet IEEE 802.3.

Il principio di funzionamento del sensore è di seguito esposto: la misura della pressione in ingresso allo strumento (per la precisione a uno dei sedici circuiti di misura indipendenti) viene realizzata impiegando un diaframma realizzato in materiale piezoelettrico per separare due camere, la prima posta a una pressione di riferimento (nel caso in esame la porta per la pressione di riferimento risulta aperta all'ambiente: la pressione di riferimento è quella dell'ambiente esterno al "test-rig") mentre la seconda viene collegata, per via pneumatica, all'ambiente di cui si desidera misurare la pressione (nell'esempio specifico si realizza il collegamento con una delle prese di pressione poste nel convergente di misura). La differenza di pressione tra le due camere si traduce in una forza agente sulla loro superficie di separazione, la cui conseguente deformazione determinerà un potenziale elettrico misurabile: in questo senso si parla di sensore differenziale.

Lo scanner di pressione è alimentato elettricamente mediante un trasformatore da corrente alternata a corrente continua e viene pilotato in via remota tramite elaboratore elettronico e software tipo *virtual instrument* (VI, e.g. LabView); si sottolinea altresì come esso richieda frequenti operazioni di settaggio (termine equivalente all'inglese "adjustment", da preferirsi al più comune "calibrazione") al fine di garantire la costante e accurata taratura dello strumento in fase operativa di misurazione.

Lo strumento di misura descritto nella presente sezione del capitolo opera, nel caso in esame, in concerto con uno *script* di controllo e acquisizione delle misure elaborato in ambiente di sviluppo software VI Labview.

Tale algoritmo richiede all'operatore di inserire, come dati in ingresso, il valore di pressione e temperatura ambientali per il calcolo della densità del fluido elaborato dall'apparecchiatura e quello della velocità di rotazione della lama in fase di misura; inoltre esso comanda l'acquisizione di un numero di valori di pressione misurati pari al valore determinato anch'esso dall'operatore (nel corso della sperimentazione, dettagliatamente descritta nel seguito, si è impostato un valore di 800 misure acquisite per campione sperimentale). Per quanto riguarda l'*output* dello *script*, esso è costituito, per ogni misurazione realizzata, da tre *file* testuali (formato '.txt') contenenti rispettivamente:

- una matrice, di dimensioni nominali <800\*16>, costituita dai dati grezzi acquisiti digitalmente dallo scanner di pressione: ogni colonna della matrice è costituita dagli ottocento valori di pressione misurati dal relativo canale indipendente dello strumento di misura;
- un vettore-riga di sedici elementi, ciascuno di essi risulterà essere la media aritmetica dei valori contenuti nella corrispondente colonna della matrice del punto precedente;
- un vettore-colonna, ottenuto per trasposizione del vettore sopra descritto.

I dati, acquisiti tramite software Labview, saranno in seguito analizzati elettronicamente mediante algoritmi implementanti il modello ci calcolo che sarà esposto nel capitolo seguente; una prima analisi di tali dati permette di visualizzare l'andamento delle pressioni medie lungo l'asse del canale (rappresentato in Fig. 2.12)

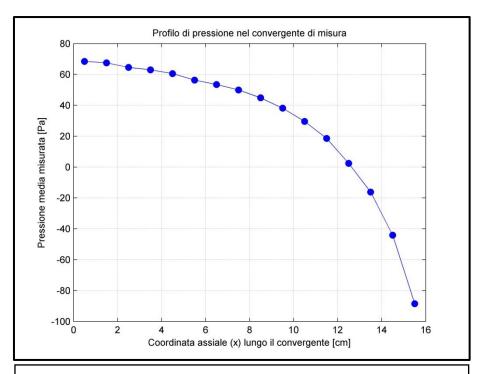


Figura 2.13 Esempio dell'andamento delle pressioni lungo l'asse del condotto convergente di misura

### 3. MODELLI TEORICI PER LA SPERIMENTAZIONE

## 3.1. CALCOLO DELLA PORTATA MEDIANTE MISURE DI PRESSIONE

Al fine di stimare la portata d'aria, indotta dalla differenza di pressione generata dal moto dei profili aerodinamici della lama posta in rotazione, è necessario determinare il modello fisico-matematico che permetta una descrizione esaustiva e accurata del fenomeno oggetto di studio.

**Nota** Nel corso della seguente trattazione teorica si utilizzeranno la terminologia e la notazione impiegate da G. Buresti nel testo "*Elements of Fluid Dynamics*".

Nel caso presente ci si può ricondurre all'analisi di un flusso stazionario all'interno di un condotto convergente la cui geometria sia nota, nello svolgimento di tale analisi saranno dunque adottate le seguenti ipotesi teoriche:

• Flusso stazionario (steady flow): si assume che "sia possibile scegliere un appropriato sistema si riferimento, tale che tutte le quantità di interesse risultino dipendenti soltanto dalle coordinate spaziali e non da quella temporale"[3]; dette perciò  $f_k(x,y,z,t)$  le grandezze fisiche caratterizzanti il flusso –con (x,y,z) coordinate spaziali nel riferimento di cui sopra e t variabile temporale del sistema—, risulterà:

$$\frac{\partial}{\partial t}(f_k) = 0 (Eq 3.1)$$

• Flusso mono-direzionale (unidirectional flow): data la geometria a simmetria assiale del condotto e sotto la precedente ipotesi di moto stazionario, le caratteristiche fisiche del flusso possono essere considerate costanti su una data sezione del condotto stesso; posta x la coordinata relativa all'asse parallelo alla direzione assiale, si avrà:

$$f_k = f_k(x) (Eq. 3.2)$$

Trasformazione isoentropica (isentropic process): si assume che le variazioni delle grandezze termodinamiche del fluido, durante il suo moto all'interno del condotto, siano assimilabili a una trasformazione termodinamica a entropia costante; questa ipotesi che può essere ritenuta valida trascurando il calore scambiato dal fluido con l'ambiente; detta S l'entropia specifica del fluido, risulterà:

$$dS = 0 (Eq. 3.3)$$

• Flusso incomprimibile (incompressibile flow): "è definito incomprimibile un flusso in cui sia possibile trascurare le variazioni di densità che si verificano nel fluido stesso a causa del suo moto. [...] Un flusso potrà allora essere considerato incomprimibile se la variazione di densità, Δρ, subita da una particella fluida durante un tipico intervallo temporale caratterizzante il suo moto, risulta 'piccolo' rispetto al valore della densità per la particella indisturbata:

$$\left|\frac{\Delta\rho}{\rho}\right| \ll 1$$
 (Eq 3.4)

"[4]. Tale assunto può essere verificato sperimentalmente stimando la variazione di densità del fluido tra due generiche sezioni del condotto (rispettivamente  $\rho_1$  e  $\rho_2$ ) attraverso l'applicazione del Teorema di Bernoulli per fluidi comprimibili [5]:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{\gamma - 1}} - 1$$
 (Eq. 3.5)

con  $\gamma_{aria} = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ ,

 $\rho_0$  densità di ristagno

M numero di Mach

dall' analisi sperimentale si osservano velocità del flusso nel condotto relativamente basse –in ogni caso non superiori ai 45 m/s– : sostituendo il massimo valore del numero di Mach ottenuto, nell'equazione (Eq. 3.5) si calcola una variazione percentuale della densità del fluido inferiore all'1%, la comprimibilità del fluido risulta dunque trascurabile.

Sotto le ipotesi qui descritte è possibile procedere nella definizione del modello fisico-matematico che permetta l'analisi del flusso oggetto di studio; tale modello è costituito dalle seguenti equazioni:

 Equazione di continuità: è l'equazione che esprime in termini matematici il principio di conservazione della massa in forma locale

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot grad \, \rho + \rho \, div \mathbf{V} = 0 \tag{Eq. 3.6}$$

Sotto le ipotesi di moto incomprimibile (divV = 0) e stazionario ( $\partial \rho / \partial t = 0$ ), l'equazione di continuità assume la forma:

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{grad} \ \rho = 0 \tag{Eq. 3.7}$$

• Teorema di Bernoulli per flussi irrotazionali, incomprimibili, stazionari:

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho gz = cost. \tag{Eq. 3.8}$$

Trascurando il termine legato al potenziale gravitazionale ( $\rho gz$ ), l'equazione diventa:

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = cost.$$
 (Eq. 3.9)

Riassumendo i risultati di tale analisi teorica, si afferma che il flusso oggetto del presente studio può essere modellato per mezzo del seguente sistema algebrico:

$$\begin{cases}
\dot{m} = cost. = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 \\
p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 V_2^2
\end{cases}$$
(Eq. 3.10)

Per ottenere il valore della portata in massa (Q), espressa come

$$Q = \rho AV \tag{Eq. 3.11}$$

sarà dunque necessario determinare la densità dell'aria e la velocità del flusso mentre la geometria del condotto è nota per cui è noto anche il valore dell'aria di qualsiasi sezione considerata.

La densità dell'aria può essere stimata ipotizzando per essa un comportamento analogo a quello di un gas perfetto e applicando la relativa equazione di stato:

$$pV = nR_0T \rightarrow pV = \frac{m}{M}R_0T \rightarrow p = \rho \frac{R_0}{M}T \rightarrow p = \rho RT$$
 (Eq. 3.12)

in cui: p è la pressione statica del fluido

V il volume considerato

*n* il numero di moli

m la massa considerata

M la massa molare

R la costante specifica del gas  $(R_{aria} = 287.05[Kg K]^{-1})$ 

T la temperatura espressa in Kelvin

La densità è dunque ottenuta, sostituendo le misure ambientali di pressione e temperatura nell'equazione:

$$\rho = \frac{p}{RT} \tag{Eq. 3.13}$$

**Nota** Chiaramente dall'ipotesi di fluido incomprimibile risulta che il valore così calcolato per la densità del fluido rimane costante lungo tutta la coordinata assiale del condotto.

L'unico valore ignoto nell'equazione (Eq. 3.11) che premette il calcolo della portata in massa attraverso una generica sezione del condotto, è quello della velocità del flusso. Tale quantità viene calcolata risolvendo il sistema algebrico (Eq. 3.10) nel seguente modo:

i. Si semplifica il termine di densità che compare in entrambi i membri della prima equazione ( $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ), si ricava:

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2 \tag{Eq. 3.14}$$

ii. Si sostituisce il  $V_1$  all'interno della seconda equazione in modo da ottenere:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}}$$
 (Eq. 3.15)

L'equazione (Eq. 3.15) fornisce il valore della velocità del flusso in corrispondenza della sezione  $A_2$ , a partire dai valori delle aree di due sezioni generiche ( $A_1$  e  $A_2$  noti una volta assegnata la geometria del condotto), della densità del fluido (calcolato mezzo delle misure ambientali di pressione e temperatura) e dalle pressioni statiche  $p_1$  e  $p_2$  misurati attraverso lo scanner di pressione.

Si sottolinea che le equazioni impiegate finora hanno validità del tutto generale in quanto i pedici che vi compaiono si riferiscono a due sezioni generiche per cui, a livello puramente matematico, la scelta della coppia di prese di pressione impiegate per il calcolo è del tutto ininfluente sul valore di portata (Q) ottenuto attraverso di esso.

Per ottimizzare la stima di Q, e compensare l'eventuale errore di misura presente sul canale impiegato nel calcolo, si è optato per definire la portata nel condotto come la media aritmetica dei valori di portata ottenuti impiegando, nell'equazione (Eq. 3.15), le misure realizzate dai primi cinque sensori posti vicino la sezione maggiore del condotto, ciascuna confrontata con la pressione realizzata in corrispondenza della sezione minore  $(A_{16})$ , impiegata come riferimento:

$$\overline{V_{16}} = \frac{\sum_{i=1}^{5} \sqrt{\frac{2(p_i - p_{16})}{\rho \left(1 - \left(\frac{A_{16}}{A_i}\right)^2\right)}}}{5}$$
 (Eq. 3.16)

Il valore della portata in massa stimato sarà infine:

$$Q = \rho \overline{V_{16}} A_{16}$$
 (Eq. 3.17)

# 3.2. APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI BUCKINGHAM AL CASO IN ESAME

Al fine di generalizzare i risultati ottenuti dal calcolo della portata descritto nelle precedente sezione, in modo da definire le prestazioni aerodinamiche delle diverse lame indipendentemente dalle condizioni d'impiego delle stesse (e.g. temperatura ambientale in fase di esercizio del rasaerba), risulta utile affiancare all'analisi aerodinamica del caso in esame un'ulteriore analisi di tipo adimensionale: lo scopo ultimo di tale operazione sarà la definizione di un coefficiente adimensionale di portata  $(C_q)$  in grado di stimare la prestazione –in termini di portata in massa d'aria elaborata– delle lame testate.

Sarà quindi d'uopo introdurre uno degli strumenti fondamentali per l'analisi dimensionale del problema, il Teorema di Buckingham (anche detto Teorema  $\Pi$ ):

*Teorema di Buckingham*: "Sia K il numero di dimensioni fondamentali necessarie per descrivere le variabili fisiche del problema, e siano  $P_1$ ,  $P_2$ , ...,  $P_N$ , N variabili fisiche legate dalla relazione:

$$f_1(P_1, P_2, \dots, P_N) = 0$$
 (Eq. 3.17)

allora tale relazione può essere riscritta come relazione di (N - K) prodotti adimensionali (detti prodotti  $\Pi$ ),

$$f_2(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{N-K}) = 0$$
 (Eq. 3.18)

dove ogni termine  $\Pi$  è il prodotto adimensionale di un *set* –arbitrariamente selezionato– di variabili fisiche più un'ulteriore variabile."[6]

E.g. Sia  $P_1, P_2, \dots, P_K$  il set di variabili fisiche arbitrariamente scelte, allora:

$$\Pi_{1} = f_{3}(P_{1}, P_{2}, ..., P_{K}, P_{K+1})$$

$$\Pi_{2} = f_{4}(P_{1}, P_{2}, ..., P_{K}, P_{K+2})$$

$$\Pi_{N-K} = f_{5}(P_{1}, P_{2}, ..., P_{K}, P_{N})$$
(Eq. 3.19)

Nel caso presente si desidera applicare l'analisi dimensionale alla relazione (Eq. 3.11), che permette il calcolo della portata in massa:

$$Q = f(\rho, A, V) \tag{Eq. 3.20}$$

le tre variabili che compaiono in essa sono esprimibili dimensionalmente -attraverso le tre grandezze fondamentali massa (M), lunghezza (L) e tempo (T)- come:

$$[\rho] = [ML^{-1}]$$
  
 $[V] = [LT^{-1}]$   
 $[A] = [L^2]$  (Eq. 3.21)

mentre la portata in massa (Q) ha le seguenti dimensioni:

$$[Q] = [MT^{-1}]$$
 (Eq. 3.22)

La portata potrà dunque essere espressa come combinazione delle variabili fisiche  $(\rho, A, V)$  ciascuna elevata per un esponente appropriato, nel caso in esame tutti gli esponenti risultano pari a 1:

$$[Q] = [\rho \, A \, V] \quad \to \quad Q = \rho A V \cdot C_q \left( \frac{\rho}{\rho^1 A^0 V^0}, \frac{A}{\rho^0 A^1 V^0}, \frac{V}{\rho^0 A^0 V^1} \right) \quad \to \quad C_q = \frac{Q}{\rho A V}$$
(Eq. 3.23)

Da quanto affermato in precedenza, risulta chiaro che il coefficiente di portata ( $C_q$ ) dipende esclusivamente dalle grandezze fisiche scelte per l'analisi dimensionale ( $\rho$ , A, V):

 $\rho$  è il valore ambientale per la densità dell'aria (ciò deriva dall'ipotesi di flusso incomprimibile);

V è la velocità della lama in corrispondenza del tip:  $V_{tip} = \omega \cdot R_{tip}$  con  $\omega$  velocità angolare della lama e  $R_{tip}$  distanza tra l'asse di rotazione e il bordo più esterno della lama;

 $A_{wet}$  è la superficie bagnata della lama.

Attraverso l'analisi sopra esposta si giunge infine al calcolo del coefficiente di portata:

$$C_q = \frac{Q}{\rho \cdot V_{tip} \cdot A_{wet}}$$
 (Eq. 3.24)

**Nota** Evidentemente il valore di Q che compare nell' equazione(Eq. 3.24) è il valore della portata in massa calcolato secondo quanto detto nella precedente sezione del capitolo.

#### 3.3. SIMILITUDINE GEOMETRICA

I risultati dello studio della portata generata dalla rotazione delle lame possono essere ulteriormente generalizzati: la sperimentazione mediante "test-rig lame" presenta un limite consistente nella possibilità di studiare la prestazione aerodinamica di lame caratterizzate da un valore del diametro ben preciso, nello specifico pari a 0.41m.

Allo scopo di estendere l'analisi a rasaerba contraddistinti da dimensioni e velocità di rotazione qualsiasi si possono impiegare la similitudine dinamica e opportuni coefficienti definiti per mezzo del Teorema  $\Pi$ :

Similitudine dinamica: "si ha similitudine dinamica se, avendo similitudine cinematica [ovvero se risultano constanti i rapporti tra lunghezze corrispondenti in originale e in modello (condizione di *similitudine geometrica*) e tra i tempi impiegati per percorrere le stesse]—, si verifica che forze corrispondenti in originale ( $F_o$ ) e in modello ( $F_m$ ) sono in rapporto costante:

$$F_r = \frac{F_o}{F_m} = cost. (Eq. 3.25)$$

"[5].

**Nota** Dal momento che lunghezza, tempo e forza sono grandezze dimensionalmente indipendenti e possono dunque essere impiegate come base di un sistema di unità di misura, qualora sussista una similitudine dinamica, ogni altra grandezza meccanica in originale risulterà in rapporto costante con la corrispondente grandezza in modello.

Nel caso specifico si impiega una particolare similitudine dinamica detta "similitudine di Reynolds": "se si può ritenere che le sole forze che hanno importanza nel fenomeno che si vuole studiare siano le forze di tipo viscoso, è sufficiente realizzare l'uguaglianza del numero di Reynolds:

$$Re \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$$

$$Re_o = \frac{\rho_o V_o L_o}{\mu_o} = \frac{V_o L_o}{\nu_o} = Re_m = \frac{\rho_m V_m L_m}{\mu_m} = \frac{V_m L_m}{\nu_m}$$
(Eq. 3.26)

"[4].

Per poter estendere i risultati della sperimentazione a una generica lama con diametro specificato ( $L_o$ , differente da quello nominale del "test-rig lame"), dunque, sarà necessario calcolare preliminarmente il valore del numero di Reynolds relativo alla lama stessa posta in rotazione con specifica velocità ( $V_o$ ), in seguito tale si realizzerà l'uguaglianza di tale valore con quello relativo alla lama adottata nel test-rig ( $Re_m$ ). Detti R e D rispettivamente il raggio e il diametro della generica lama che si desidera studiare, si avrà:

$$Re_o = \frac{\rho_o V_o L_o}{\mu_o} \tag{Eq. 3.27}$$

 $\operatorname{con} V_o = \omega R = \omega (D/2),$ 

 $\rho_o$  e  $\mu_o$  rispettivamente densità e viscosità del fluido,

 $L_o$  dimensione caratteristica riferita alla geometria della lama.

Ipotizzando che il fluido elaborato dalle due lame abbia le stesse caratteristiche risulterà:

$$\rho_m = \rho_0 
\mu_m = \mu_0$$
(Eq. 3.28)

considerando inoltre che le lame differiscono soltanto per il valore del diametro –vale a dire per la distanza cui è posta la superficie aerodinamica– e non per la geometria della superficie stessa, varrà a condizione:

$$L_m = L_o \tag{Eq. 3.29}$$

attraverso la quale si giunge all'equazione:

$$V_m = \omega_m R_m = \omega_o R_o = V_o$$

$$\omega_m = \omega_o \frac{R_o}{R_m}$$
(Eq. 3.30)

$$\omega_m = \omega_o \frac{R_o}{0.205m}$$
 (Eq. 3.31)

Se dunque si desidera determinare le prestazioni, in termini di portata elaborata, di un generico rasaerba caratterizzato da una lama di raggio  $R_o$  e da una velocità di rotazione  $\omega_o$ , sarà sufficiente adottare i risultati forniti dall'analisi tramite test-rig della lama di dimensione nominale ( $R_m = 0.205$ m) posta in rotazione con velocità angolare  $\omega_m$ .

La tabella seguente mostra le dimensioni di lame di impiego attuale su rasaerba GGP, le relative velocità di rotazione, i corrispondenti valori per il numero di Reynolds e le velocità di rotazione equivalenti, vale a dire le velocità cui va posta la lama modello adottata nel test-rig affinché si abbia similitudine di Reynolds.

Velocità di rotazione (ω) [rpm]	Numero di Reynolds (Re)
1500	250726
2000	334302
2294	383444
2572	429912
2595	433756
2850	476380
3337	557782
3728	623138
4240	708719

**Tabella 3.1** Valori del numero di Reynolds relativo alla lama di riferimento, calcolati in atmosfera standard

I valori del numero di Reynolds presentati in tabella sono stati calcolati sostituendo alle variabili nella definizione (Eq. 3.26) le seguenti quantità:

- velocità al *tip* della lama  $(V_{tip} = \omega R)$  come velocità di riferimento (V);
- corda della lama di riferimento –il valore nominale di tale parametro è  $c_{ref}$  = 0.1129m ma tenendo conto dell'errore di fabbricazione si è adottato il valore  $c'_{ref}$  = 0.1135m- come lunghezza caratteristica della lama;
- valore della viscosità cinematica per l'aria in condizioni di atmosfera standard  $(\mu = 1.45 \cdot 10^{-5} \, m^2/s)$ .

$$Re = \frac{V_{tip} \cdot 0.1135m}{1.45 \cdot 10^{-5} \, m^2/s}$$
 (Eq. 3.32)

In fase di sperimentazione, dunque, i test sulle lame sono stati effettuati a differenti velocità di rotazione modo da sfruttare la similitudine di Reynolds nelle susseguenti analisi: oltre alle velocità equivalenti riportate in Tabella 3.1 si sono realizzate misure alle velocità di rotazione di 1500 *rpm* e 2000 *rpm*.

### 3.4. PARAMETRIZZAZIONE DELLE LAME

La portata in massa generata dalla differenza di pressione, indotta dalla rotazione della lama, dipende essenzialmente dai parametri geometrici della superficie aerodinamica della lama stessa, in particolare è possibile caratterizzare ogni lama attraverso tre parametri (cfr. Fig. 3.2):

- Apertura,
- Calettamento,
- Corda.

Al fine di studiare l'effetto dei parametri sopra elencati sulla portata generata dalla rotazione della lama e dunque sulle prestazioni della lama stessa, l'azienda GGP ha prodotto lame caratterizzate da diversi valori per i parametri stessi.

A livello intuitivo si può ipotizzare la seguente correlazione tra la variazione dei parametri geometrici della lama e l'andamento della portata da essa generata:

- aumento della portata all'aumentare dell'apertura della superficie aerodinamica;
- aumento della portata all'aumentare della corda;
- aumento della portata all'aumentare del'angolo di calettamento;

Si procede ora con l'illustrare la classificazione delle lame, prodotte all'azienda GGP e testate nell'ambito dello studio sperimentale, secondo i parametri geometrici sopra introdotti.

Parametro apertura (b): le lame caratterizzate da un differente valore dell'apertura del flap rispetto al riferimento  $\left(b_{flap}\big|_{ref} = 39mm\right)$ , sono le seguenti –secondo la numerazione impiegata–: 3, 4, 9, 10, 11 (Fig. 3.3).



Figura 3.1 Lame caratterizzate dal parametro apertura

I valori dell'apertura, sia in termini assoluti sia relativi sono riportati nella seguente tabella:

Lama [N°]	3	9	Ref	10	4	11
Apertura [mm]	27.6	34	39	44	50.6	55
Apertura [%]	32.47	40	45.88	51.76	59.53	64.71

Tabella 3.2 Valori del parametro apertura del flap

Il valore percentuale dell'apertura è riferito al valore nominale per la larghezza del condotto di scarico che canalizza il flusso d'aria dalla voluta al convergente di misura, pari a 85mm:

$$b_{\%} = \frac{b [mm]}{0.85 [mm]} \cdot 100$$
 (Eq. 3.33)

Parametro calettamento ( $\theta$ ): le lame realizzate con valore dell'angolo di calettamento del flap differente da quello nominale per la lama di riferimento sono quelle numerate come: 8, 8s, 17s, 18, 18s, 19, 19s (Figg. 3.4 e 3.5).



Figura 3.2 Lama caratterizzate dal parametro calettamento



Figura 3.3 Lame caratterizzate dal parametro calettamento, vista alternativa

Si è osservato come, causa di errori di fabbricazione, la parametrizzazione delle lame secondo il calettamento della loro superficie aerodinamica risulti più accurata se realizzata riferendosi al valore sperimentale dell'altezza piuttosto che a quello nominale dell'angolo di calettamento. L'altezza sperimentale  $(h_{\%})$ , assegnata in termini percentuali con riferimento all'altezza della lama di riferimento  $(h_{ref} = 34.9mm)$ , per una generica lama è stata determinata attraverso la formula:

$$h_{\%} = \frac{h [mm] - 34.9mm}{34.9mm} \cdot 100$$
 (Eq. 3.34)

Si sottolinea come le lame mostrate in figura siano presentate in ordine crescente secondo il parametro sopra definito; nella seguente tabella sono riportati i valori sperimentali (assoluti e relativi) per l'altezza delle lame testate:

Lama [N°]	17s	18s	8s	Ref	19s	18	8	19
Altezza sperimentale [mm]	17.1	23	33.2	34.9	36.5	37.9	41.7	48.6
Altezza sperimentale [%]	-51	-34.1	-4.87	0	4.58	8.60	19.48	39.26

Tabella 3.3 Valori dell'altezza sperimentale assunta come grandezza di riferimento per il parametro

• <u>Parametro corda (c)</u>: le lame testate, presentanti un diverso valore per la corda del flap sono numerate come segue: 5s, 6s, 12s, 13s (Fig. 3.6).



Figura 3.4 Lame caratterizzate dal parametro corda

Nella tabella sottostante sono esposti i valori della corda per le lame testate:

Lama [N°]	5s	12s	Ref	13s	6s
Corda [mm]	80.7	96.3	112.9	128.1	140.2
Corda [%]	12.48	14.92	17.62	19.93	21.77

Tabella 3.4 Valori del parametro corda del flap

in essa i valori percentuali per il parametro corda sono stati ricavati attraverso:

$$c_{\%} = \frac{2 c [mm]}{\pi D [mm]} \cdot 100$$
 (Eq. 3.35)

in cui *D* rappresenta il diametro della lama (pari a 410*mm* nel caso in esame), tali valori saranno perciò riferiti alla lunghezza di una circonferenza di diametro *D*.

Parametri incrociati: per valutare gli effetti dell'eventuale correlazione presente tra i parametri geometrici sopra discussi, è stato realizzato un ulteriore set di lame caratterizzate, ciascuna, dalla variazione contemporanea di due parametri geometrici fondamentali; tali lame sono denominate come: 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 (Fig. 3.7).



Figura 3.5 Lame a parametri incrociati

I valori caratteristici per i parametrici geometrici delle lame appartenenti a questa serie sono riportati nella tabella sottostante.

Lama [N°]	Calettamento $(\theta)$	Corda (c)	Apertura (b)
33	18	6s	-
34	18	12s	-

35	18	-	11
36	18	-	4
37	18	-	10

Tabella 3.5 Parametri incrociati

# 4. CARATTERIZZAZIONE METROLOGICA DELLA SPERIMENTAZIONE

#### 4.1. FONDAMENTI TEORICI: L'INCERTEZZA DI MISURA

Allorquando ci si approccia ad una campagna di sperimentazione, risulta inevitabile il confronto con termini quali "misura", "errore", "incertezza", *etc.* per la cui esatta e piena comprensione, è indispensabile ricorrere all'insieme di conoscenze e strumenti teorici messi a disposizione dalla metrologia.

Il VIM -Vocabolario Internazionale di Metrologia (vocabolario sviluppato a livello internazionale dalle più importanti organizzazioni normative, di metrologia e di accreditamento di laboratori), definisce:

*Metrologia*: "scienza della misurazione e delle sue implicazioni.

**Nota** La metrologia comprende tutti gli aspetti teorici e pratici della misurazione, qualunque sia l'incertezza di misura e il campo di applicazione." [7]

Da tale definizione risulta subito chiaro che, qualora ci si confronti con dati sperimentali, ovvero con i risultati di un processo di misurazione, l'ambito scientifico di riferimento che fornirà gli strumenti per la comprensione, la corretta interpretazione ed eventualmente una successiva elaborazione dei dati stessi, sarà quello metrologico. L'analisi di un qualsiasi dato sperimentale, dunque, non potrà essere ritenuta compiuta ed esaustiva a meno che non sia integrata dall'analisi del processo di acquisizione dei dati stessi, vale a dire della misurazione: una porzione considerevole dello sforzo impiegato nell'attività di sperimentazione, deve essere spesa nello studio *a priori* dell'esperimento che si intende porre in atto e nella sua attenta e ragionata pianificazione (fase detta di "design of experiment"), oltre che nell'indagine volta a identificare tutte le possibili sorgenti di errore, insite nel metodo di misura adottato e a quantificarne l'effetto.

Ora che è stata sottolineata l'importanza dell'analisi metodologica, si può procedere con l'illustrare i concetti alla base della stessa, a partire dalla definizione basilare di misura, sempre sulla scorta del VIM:

*Misurazione*: "processo volto ad ottenere sperimentalmente uno o più valori che possono essere ragionevolmente attribuiti a una grandezza.

**Nota 1** La misurazione non si applica a proprietà classificatorie.

**Nota 2** Una misurazione si realizza mediante confronto tra grandezze o conteggio di entità.

**Nota 3** La misurazione richiede una descrizione della grandezza adeguata all'utilizzo previsto del risultato di misura, una procedura di misura, un sistema di misura tarato e operante in conformità alla procedura di misura specificata, incluse le condizioni di misura." [7]

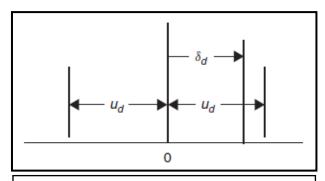
Una volta definito il concetto di misura, risulta di primaria importanza, nell'ambito dell'indagine sperimentale, definire un metodo oggettivo di qualificare una misura per mezzo di uno o più parametri di natura quantitativa: ciò può essere fatto introducendo il concetto di errore di misura e quello di incertezza di misura.

*Errore di misura*: "scarto tra il valore misurato di una grandezza e un valore di riferimento della grandezza stessa.

**Nota** Tale definizione trova applicazione:

 nel caso in cui esista un solo valor di riferimento, caso che può realizzarsi se si effettua una taratura per mezzo di un campione di misura con incertezza di misura trascurabile, oppure quando è dato un valore convenzionale: sotto queste condizioni l'errore di misura è noto; - quando si suppone che il misurando possa essere rappresentato da un singolo valore vero o da un intervallo di valori veri di ampiezza trascurabile: in tal caso l'errore di misura non è noto *a priori*." [7]

Incertezza di misura: "Assegnata una misura X e detto  $\delta$  l'errore (ignoto) su tale misura, definiamo u l'incertezza di misura, come la stima dell'intervallo  $\pm u$  all'interno del quale ci si aspetta che ricada l'errore  $\delta$ ." [8] (cfr. Fig. 4.1)



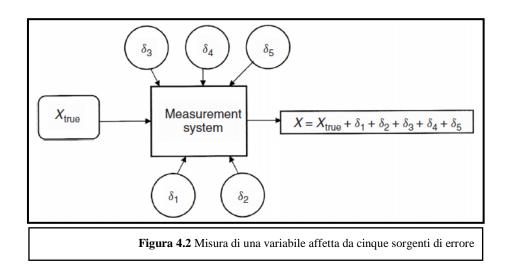
**Figura 4.1** Un valore u dell'incertezza definisce un intervallo che si stima contenere l'effettivo valore di un errore  $\delta$  di modulo e segno incogniti [8]

In questa trattazione, in accordo con quanto descritto da H.W.Coleman in "Experimentation Validation and Uncertainty Analysis for Engineers", le misure e i dati sperimentali saranno qualificati per mezzo del concetto di incertezza di misura.

Considerata la variabile X, in un processo considerato stazionario, così da avere valore di riferimento costante ( $X_{\rm true}$ ), si supponga di realizzare N misure di X, esse risulteranno affette da un quantità di errori derivanti da fonti di varia natura (e.g. errore derivante da un'imperfetta taratura dello strumento); supponendo che il sistema di misura sia affetto da cinque fonti di errore non trascurabili (come in Fig. 4.2), le misure risultanti saranno quelle date dal sistema (Eq. 4.1):

$$\begin{cases} X_{1} = X_{true} + (\delta_{1})_{1} + (\delta_{2})_{1} + (\delta_{3})_{1} + (\delta_{4})_{1} \\ X_{2} = X_{true} + (\delta_{1})_{2} + (\delta_{2})_{2} + (\delta_{3})_{2} + (\delta_{4})_{2} \\ X_{3} = X_{true} + (\delta_{1})_{3} + (\delta_{2})_{3} + (\delta_{3})_{3} + (\delta_{4})_{3} \\ \dots \\ X_{N} = X_{true} + (\delta_{1})_{N} + (\delta_{2})_{N} + (\delta_{3})_{N} + (\delta_{4})_{N} \end{cases}$$
 (Eq. 4.1)

in cui  $(\delta_i)_i$  rappresenta l'errore indotto dalla *i*-esima sorgente, sulla *j*-esima misura.



Gli errori che intervengono sulla misura possono essere di natura:

 sistematica (β): gli errori di misura sistematici sono tutte le "componenti dell'errore di misura che, in presenza di misure ripetute, rimangono costanti o variano in maniera prevedibile.

**Nota 1** L'errore sistematico e le cause che lo determinano possono essere noti o meno; è possibile applicare una correzione per compensare un errore sistematico noto.

**Nota 2** L'errore di misura sistematico può essere stimato per mezzo dello scostamento di misura, che di seguito designeremo con il termine inglese "bias", in accordo con la normativa dell'*International Organization for Standardization* ISO 5725-1" [7]

 casuale (ε): gli errori di misura casuali sono tutte le "componenti dell'errore di misura che, in presenza di misurazioni ripetute, variano in maniera non prevedibile.

**Nota** Gli errori casuali di un insieme di misurazioni ripetute formano una distribuzione, che può essere sinteticamente rappresentata mediante il valore atteso, generalmente assunto pari a zero, e la varianza." [7]

L'errore di misura sarà, comprensibilmente, la somma delle due componenti sopra descritte:

$$X_i = X_{true} + \beta_i + \varepsilon_i \tag{Eq. 4.2}$$

Gli standard internazionali assegnano ad una misura tre parametri qualitativi, che descrivono la validità della misura stessa e possono essere messi in relazione con le diverse componenti dell'errore di misura:

Giustezza (di misura): "grado di concordanza tra la media di un numero infinito di valori misurati ripetuti e un valore di riferimento.

**Nota 1** La giustezza di misura non è una grandezza e non è possibile assegnare a essa un valore numerico; tuttavia, la ISO 5725 definisce indicazioni per la valutazione del grado di concordanza citato nella presente definizione.

**Nota 2** La giustezza di misura varia in modo inverso rispetto all'errore sistematico, ma non ha relazioni con l'errore casuale." [7]

*Precisione (di misura):* "grado di concordanza tra indicazioni o valori misurati ottenuti da un certo numero di misurazioni ripetute dello stesso oggetto o di oggetti similari, eseguite in condizioni specificate.

**Nota 1** Generalmente, la precisione di misura è espressa numericamente mediante misure d'imprecisione, quali scarto tipo, varianza, o coefficiente di variazione sotto condizioni di misurazione specificate.

Nota 2 Le condizioni specificate, citate nella presente definizione, possono essere:

- condizioni di ripetibilità: condizione di una misurazione, che assicura: la
  medesima procedura di misura, gli stessi operatori, lo stesso sistema di misura,
  le medesime condizioni operative e lo stesso luogo, nonché l'esecuzione di
  misurazioni ripetute dello stesso oggetto, o di oggetti simili, in un intervallo di
  tempo breve;
- condizioni di ripetibilità intermedia: condizione di una misurazione che assicura:
   la medesima procedura di misura, lo stesso luogo e l'esecuzione
   di misurazioni ripetute dello stesso oggetto, o di oggetti simili, in un intervallo di tempo esteso; la condizione può invece includere altri elementi che potrebbero variare (tarature, calibratori, operatori o sistemi di misura)
- condizioni di riproducibilità: condizione di una misurazione, che assicura: differenti luoghi, operatori e sistemi di misura, e l'esecuzione di misurazioni ripetute dello stesso oggetto, o di oggetti simili (vedere la ISO 5725-1:1994)." [7]

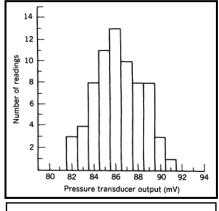
Accuratezza (di misura): "grado di concordanza tra un valore misurato e un valor vero di un misurando.

**Nota** L'accuratezza di misura non è una grandezza e a essa non si assegna un valore numerico. Una misurazione è ritenuta tanto più accurata quanto minori sono gli errori di misura che la caratterizzano." [7]

Risulta evidente che il concetto di accuratezza è legato a quelli di precisione e giustezza e va sottolineato come tali termini non dovrebbero essere mai interscambiati.

### 4.2. ANALISI DELL'INCERTEZZA: STRUMENTI STATISTICI

L'analisi dell'incertezza di una misura sperimentale richiede, come requisito basilare, la conoscenza di strumenti matematici di natura statistica: l'esempio che segue è liberamente tratto da 'Experimentation Validation and Uncertainty Analysis for Engineers': "Si consideri l'output di un trasduttore di pressione, che sia monitorato in un arco di tempo, in cui il trasduttore misuri un input ritenuto costante. Le misure acquisite potranno apparire come mostrato in Fig. 4.3. Esse risultano disperse intorno ad un valore centrale di circa 86 mV, alcune al di sopra, altre al di sotto. Se si acquisissero misure addizionali tali che il loro numero tendesse ad infinito, la curva rappresentante l'istogramma assumerebbe un andamento più morbido e a forma di campana, come in Fig. 4.4. La distribuzione di valori misurati, se potesse essere acquisito in numero infinito di campioni, prende il nome di distribuzione generatrice [in inglese indicata come 'parent distribution' o 'parent population']"[8].



**Figura 4.3** Istogramma delle misure acquisite dal trasduttore di pressione [8]

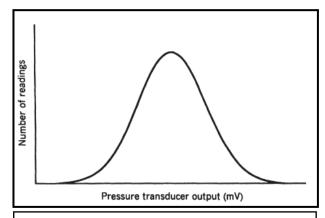


Figura 4.4 Distribuzione delle misure del trasduttore al tendere ad infinito del loro numero [8]

Per procedere con l'analisi dell'incertezza è dunque indispensabile essere in possesso dei concetti e della matematica che le scienze statistiche mettono a disposizione per lo studio delle distribuzioni di probabilità: il fine ultimo dell'analisi dell'incertezza è quello di determinare l'intervallo ( $X_{\text{best}} \pm u_X$ ) all'interno del quale è atteso, con una certa probabilità, il valore vero del misurando  $X_{\text{true}}$ . L'incertezza

standard  $u_X$ , è dunque un parametro statistico –ovvero un indice di dispersione– che descrive quantitativamente la distribuzione generatrice del valore misurato X, considerando la combinazione di tutti gli errori che affliggono la misura stessa.

Elementi fondanti dell'analisi statistica che ci si propone di condurre sono le definizioni dei seguenti concetti statistici di base:

*Media* (*aritmetica*): data una distribuzione di probabilità per la variabile aleatoria *X*, si definisce media della distribuzione la quantità:

$$\mu = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i$$
 (Eq. 4.3)

Varianza: data una distribuzione di probabilità per la variabile aleatoria X, si definisce varianza della distribuzione la quantità:

$$var[X] = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \mu)^2$$
 (Eq. 4.4)

Scarto tipo (o Deviazione standard): data una distribuzione di probabilità per la variabile aleatoria X, si definisce scarto tipo della distribuzione la radice quadrata della sua varianza:

$$\sigma = (var)^{\frac{1}{2}} = \lim_{N \to \infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \mu)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
 (Eq. 4.5)

Coefficiente di variazione (o Deviazione standard relativa): data una distribuzione di probabilità per la variabile aleatoria X, si definisce coefficiente di variazione della distribuzione, il rapporto tra la sua deviazione standard ( $\sigma$ ) e il valore assoluto della sua media aritmetica ( $\mu$ ):

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{|\mu|} \tag{Eq. 4.6}$$

Sulla scorta di tali definizioni si può procedere con la caratterizzazione matematica della distribuzione di probabilità della misura considerata. La distribuzione risultante dalla combinazione della componente sistematica dell'incertezza e di quella casuale risulterà ignota a priori, ma nella maggior parte delle applicazioni pratiche ciò può essere ovviato attraverso l'impiego di uno dei teoremi fondamentali della teoria della probabilità, vale a dire il "teorema del limite centrale", che può essere espresso come nella normativa ISO/IEC Guide 98:1993 "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements" (citata in 'Experimentation Validation and Uncertainty Analysis for Engineers'):

*Teorema del limite centrale*: "se la misura *X* non è dominata da una singola fonte di errore, ma piuttosto da una varietà di fonti d'errore indipendenti tra loro, allora la distribuzione di *X* risulterà approssimativamente una distribuzione normale." [9]

Sfruttando tale teorema sarà quindi possibile approssimare la distribuzione di probabilità della misura *X* –ignota– con una distribuzione di equazione:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
 (Eq. 4.7)

detta distribuzione di Gauss (o distribuzione normale); per cui la probabilità che una singola misurazione di X ricada all'interno di un intervallo specificato —si ponga  $\pm \Delta X$  — intorno al valore medio della distribuzione ( $\mu$ ), può essere calcolata come:

$$Prob(\Delta X) = \int_{\mu - \Delta X}^{\mu + \Delta X} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X - \mu)^2}{2\sigma^2}} dX$$
 (Eq. 4.8)

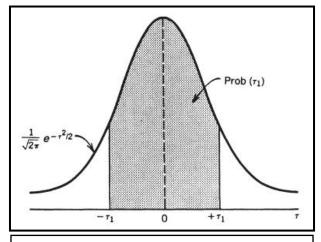
Tale integrale non può essere valutato in forma chiusa e, se i suoi valori fossero tabulati per un intervallo  $\Delta X$  di valori, sarebbe necessaria una tabella per ogni coppia  $(\mu, \sigma)$ : un approccio più logico al problema sarà quello di normalizzare l'integrale per mezzo del parametro

$$\tau = \frac{X - \mu}{\sigma} \tag{Eq. 4.9}$$

allora l'Eq. (X.) può essere riscritta, per  $\tau_1 = \Delta X/\sigma$ , come:

$$Prob(\tau_1) = \int_{-\tau_1}^{\tau_1} e^{-\frac{\tau_1^2}{2}} d\tau$$
 (Eq. 4.10)

Il valore di  $Prob(\tau_1)$  corrisponderà alla porzione dell'area sottesa dalla curva di Gauss, compresa nell'intervallo  $[-\tau_1; +\tau_1]$ , come mostrato in Fig. 4.5.



**Figura 4.5** Rappresentazione grafica della probabilità  $Prob( au_1)$  [8]

Sempre nell'ambito delle distribuzioni normali di probabilità, è possibile introdurre un'ulteriore nozione di vasto impiego nell'analisi statistica:

Intervallo di confidenza: assegnata una distribuzione generatrice per la variabile X, caratterizzata per mezzo di media ( $\mu$ ) e scarto tipo ( $\sigma$ ), definiamo intervallo di confidenza al 95%, l'intervallo intorno al valore misurato ( $X_i$ ) tale per cui:

$$Prob(X_i - 1.96\sigma \le \mu \le X_i + 1.96\sigma) = 0.95$$
 (Eq. 4.11)

Per cui si può assumere con un 95% di probabilità che la media ( $\mu$ ) della distribuzione generatrice ricadrà nell'intervallo  $\pm 1.96\sigma$  intorno al valore misurato ( $X_i$ ).

Nota Il valore della probabilità associata ad un intervallo di confidenza non è necessariamente pari a 0.95. E'possibile definire un intervallo di confidenza con probabilità qualsiasi specificata (l), sostituendo al valore numerico 1.96 il valore di  $\tau$  tale per cui si ha  $Prob(\tau) = l$ .

Nella realtà pratica della sperimentazione, è chiaro, non sarà mai possibile realizzare un numero infinito di misurazioni e derivare da esse una distribuzione generatrice con funzione di densità continua; per procedere quindi ulteriormente nell'applicazione allo studio dell'incertezza di misura dei metodi statistici sopra descritti, sarà necessario adattare gli stessi al caso di una distribuzione campionaria, vale a dire una distribuzione consistente di un numero finito di misure, estratte da una distribuzione generatrice.

La statistica inferenziale -cioè quella branca delle scienze statistiche che si occupa di derivare, per mezzo dell'induzione, le caratteristiche di una popolazione a partire dall'analisi di un suo campione, selezionato mediante un esperimento aleatorio-prescrive le seguenti relazioni matematiche per il calcolo delle caratteristiche della popolazione generatrice, a partire da un campione di N misure ( $X_i$ ):

• *Media (della popolazione campionaria)*:

$$\overline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i$$
 (Eq. 4.12)

• Scarto tipo (della popolazione campionaria): l'impiego della media della popolazione campionaria ( $\overline{X}$ ) in vece di quella della popolazione generatrice ( $\mu$ ), risulta nella perdita di un grado di libertà:

$$s_X = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2\right]^{\frac{1}{2}}$$
 (Eq. 4.13)

Supponendo di avere più campioni estratti da una stessa popolazione generatrice di media  $\mu$  e deviazione standard  $\sigma$ , sarà possibile calcolare la deviazione standard delle medie campionarie  $\sigma_{\overline{X}}$  (nel caso in cui  $\sigma$  sia incognito, si impiegherà la deviazione standard campionaria delle medie  $s_{\overline{X}}$ ); essa risulta legata alla deviazione standard della popolazione generatrice secondo la relazione:

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \qquad \left(oppure \ s_{\overline{X}} = \frac{s_{\overline{X}}}{\sqrt{N}}\right)$$
 (Eq. 4.14)

• Intervallo di confidenza al 95% (per la popolazione campionaria): assegnata una distribuzione campionaria con media  $(\overline{X})$  e deviazione standard campionaria  $(s_X)$ , definiamo intervallo di confidenza al 95%, l'intervallo intorno alla media campionaria tale per cui:

$$Prob\left(\bar{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{N}} \le \mu \le \bar{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right) = 0.95$$
 (Eq. 4.15)

Si sottolinea come nella definizione di intervallo di confidenza data dalla statistica inferenziale, il singolo valore misurato  $(X_i)$  sia sostituito dal valore medio del campione di misure considerato  $(\overline{X})$ : si può assumere, con una probabilità del 95%, che la media della distribuzione generatrice ricada in un intervallo di  $\pm 1.96\sigma/\sqrt{N}$  intorno alla media del campione derivato da tale distribuzione stessa.

Ora che tutti gli strumenti statistici, necessari all'analisi dell'incertezza di una misura, sono stati presentati e descritti, anche assegnando i loro limiti applicativi, è d'uopo descrivere come essi possono essere impiegati per caratterizzare una misura, nei termini esposti nella prima sezione del presente capitolo.

Nella parte conclusiva della precedente sezione sono stati definiti i parametri qualitativi della misura, riconosciuti dalla normativa internazionale: accuratezza della misura, giustezza della misura e precisione della misura (definita sia in termini di sua ripetibilità che di riproducibilità). Come già osservato, queste qualità della misura sono legate alle diverse componenti di errore che affliggono la misura stessa; è evidente

perciò che è possibile ottenere una loro valutazione quantitativa attraverso l'analisi statistica della componente d'errore cui sono legati.

Dalla definizione di accuratezza è chiaro come essa esprima, in termini qualitativi, la tendenza del metodo di misura a garantire un errore di misura contenuto, laddove tale errore può essere definito in modo non ambiguo attraverso la relazione matematica:

$$E = X - X_{ref} \tag{Eq. 4.16}$$

con X, valore misurato e  $X_{ref}$ , valore di riferimento per il misurando; la valutazione dell'accuratezza di una misura verrà dunque realizzata analizzando la distribuzione dell'errore di misura ottenuta combinando tutte le componenti d'errore, sia casuali sia sistematiche. L'analisi delle sorgenti d'errore e dell'incertezza che esse inducono sulla misura, si basa sulla seguente classificazione:

- Valutazione di categoria A: "valutazione di una componente dell'incertezza di misura mediante un'analisi statistica di valori misurati di una grandezza ottenuti in determinate condizioni di misura (condizioni di ripetibilità, ripetibilità intermedia e riproducibilità).
- Valutazione di categoria B: valutazione di una componente dell'incertezza di misura con metodi diversi dalla valutazione di categoria A.

E.g. Valutazione basata su informazioni:

- associate a valori di una grandezza pubblicati da fonti autorevoli;
- associate al valore di un materiale di riferimento certificato;
- ottenute da certificati di taratura;
- relative alla deriva;
- ottenute dalla classe di precisione di uno strumento di misura verificato;
- ottenute da limiti desunti dall'esperienza personale." [7]

La definizione di precisione tratta dal VIM individua, essa stessa, la modalità che permette la sua quantificazione, nel calcolo di un indice di dispersione, sia esso la varianza delle misure campionarie realizzate, la loro deviazione standard o il coefficiente di variazione campionaria: in genere realizzato un campione di N misure  $X = (X_1, X_2, ..., X_i, ..., X_N)$  del valore  $X_{true}$ , la precisione della misura viene designata

calcolando la componente dell'incertezza di misura dovuta a sorgenti d'errore casuale, come scarto tipo della popolazione campionaria *X*:

$$s_X = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2\right]^{\frac{1}{2}}$$
 (Eq. 4.17)

La giustezza qualifica la tendenza del metodo di misura a garantire una componente sistematica dell'errore (indicata come bias,  $\beta$ ) contenuta, laddove tale componente può essere quantificata facendo uso della relazione:

$$\beta = \bar{X} - X_{ref} \tag{Eq. 4.18}$$

con  $\overline{X}$ , media campionaria e  $X_{ref}$ , valore di riferimento per il misurando. Il bias della misura può essere valutato sia in termini assoluti, come sopra esposto, sia in termini relativi:

• Errore relativo: errore sistematico della misura, raffrontato alla media campionaria ed espresso attraverso un valore adimensionale

$$\beta_{rel} = \frac{\bar{X} - X_{ref}}{|\bar{X}|}$$
 (Eq. 4.19)

 Errore percentuale: errore sistematico della misura, raffrontato al valore di fondo scala dello strumento di misurazione (ovvero il massimo valore che può essere misurato dallo strumento)

$$\beta_{\%FS} = \frac{\bar{X} - X_{ref}}{|FS|} \times 100$$
 (Eq. 4.20)

La componente dell'incertezza di misura dovuta ad errori di natura sistematica (b) può essere valutata a partire dallo scostamento di misura  $(\beta)$ : b rappresenta la deviazione standard della distribuzione generatrice del bias di misura; la valutazione dell'incertezza sistematica spesso viene operata trattando questa come un'incertezza di

tipo B e stimando il parametro *b* sulla base di informazioni pregresse, invece di ricorrere ad ulteriori analisi statistiche.

Una volta che si sono determinate le componenti dell'incertezza di misura originate dalle singole fonti d'errore  $-b_X = (b_{1,X}, b_{2,X}, ..., b_{i,X}, ...)$  per le fonti di errore sistematico e  $s_X=(s_{1,X}, s_{2,X}, ..., s_{j,X}, ...)$  per le fonti di errore casuale— la normativa ISO/IEC Guide 98:1993, come citata in 'Experimentation Validation and Uncertainty Analysis for Engineers', "afferma che il metodo per combinare le stime di incertezza è quello di sommare le relative varianze (ovvero i quadrati delle deviazioni standard)" [7]. Seguendo tale metodologia, si calcola l'incertezza tipo composta ("combined standard uncertainty") per la misura X, come:

$$u_c^2 = s_X^2 + \sum_{k=1}^M b_k^2$$
 (Eq. 4.21)

con M, numero delle fonti di errore sistematico non trascurabili.

"Al fine di associare un livello di confidenza all'incertezza della variabile, la guida ISO raccomanda l'impiego di un fattore di copertura  $k_{\%}$ , che permette di ottenere l'incertezza tipo estesa ("expanded standard uncertainty"):

$$U_{00} = k_{00} u_c$$
 (Eq. 4.22)

l'intervallo  $\pm U_{\%}$ , intorno al valore misurato X (o  $\bar{X}$ ), conterrà il valore vero della variabile, con il livello di confidenza percentuale specificato" [8].

Per ottenere il fattore di copertura, la guida ISO "prescrive l'impiego dei valori della distribuzione t di Student così che:

$$U_{\%} = t_{\%} u_c$$
 (Eq. 4.23)

il valore del parametro  $t_{\%}$  può essere desunto dalle tabelle a partire dal numero di gradi di libertà ( $v_X$ ), il quale è approssimato per mezzo della formula di Welch-Satterthwaite come:

$$\nu_X = \frac{\left(s_X^2 + \sum_{k=1}^M b_k^2\right)^2}{s_X^4 / \nu_{sX} + \sum_{k=1}^M b_k^4 / \nu_{bk}}$$
(Eq. 4.24)

dove  $v_{sX} = N - 1$  è il numero di gradi di libertà associato a  $s_X$  e  $v_{bk}$  è il numero di gradi di libertà associato a  $b_k$ , per cui la guida ISO prevede la stima come:

$$v_{bk} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta b_k}{b_k}\right)^{-2}$$
 (Eq. 4.25)

dove la quantità fra parentesi rappresenta l'incertezza relativa di  $b_k$ ." [8].

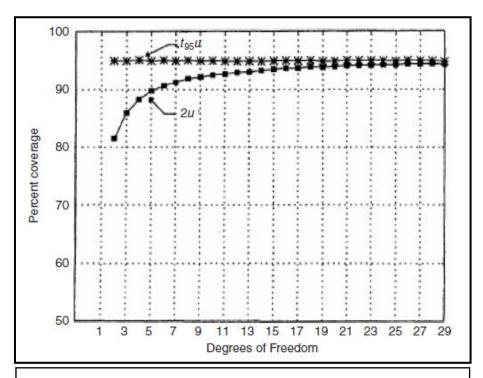
Nell'equazione approssimante di Welch-Satterthwaite possiamo notare come il numero di gradi di libertà per la variabile dipenda dai gradi di libertà per la componente casuale dell'incertezza tipo e dall'effettivo numero di gradi di libertà per la componente sistematica: da ciò deriva che, nella maggior parte dei casi di interesse ingegneristico, il numero di gradi di libertà sarà sufficientemente elevato da poter considerare costante il valore di t, tale costante risulterà approssimativamente uguale al valore della distribuzione di Gauss per il livello di confidenza considerato (cfr. Fig. 4.6):

$$U_{95} = 2(s_X^2 + \sum_{k=1}^{M} b_k^2)^{1/2}$$
 (Eq. 4.26)

il valore vero del misurando sarà compreso nell'intervallo:

$$X - U_{95} \le X_{true} \le X + U_{95}$$
 (Eq. 4.27)

con un livello di confidenza pari al 95%.



**Figura 4.6** Percentuale di copertura del valore vero  $X_{true}$  per la misura X al crescere del numero di gradi di libertà

### 4.3. INCERTEZZA DEL TRASDUTTORE: ANALISI SPERIMENTALE

Come descritto in precedenza (cfr. Cap. 2.5 e Cap. 3.1) il sistema di elaborazione che permette di ottenere la portata –eventualmente normalizzata attraverso il Teorema di Buckingham– si basa sull'acquisizione, attraverso lo scanner di pressione Scanivalve, di una matrice (di dimensioni nominali <800\*16>) contenente i raw data del sistema, vale a dire le ottocento misure di pressione realizzate da ogni canale dello scanner.

L'applicazione dell'analisi dell'incertezza di misura, sopra esposta nei suoi aspetti teorici, al caso di studio in esame prevede, in primo luogo la determinazione della componente strumentale dell'incertezza, la quale trova la seguente definizione nel VIM:

*Incertezza (di misura) strumentale*: "componente dell'incertezza di misura che ha origine dallo strumento di misura o dal sistema di misura impiegato.

**Nota** L'incertezza strumentale è ottenuta tramite la taratura dello strumento o del sistema di misura" [7].

Una possibile definizione dell'operazione di taratura sopra introdotta è la seguente:

*Taratura*: "operazione eseguita in condizioni specificate, che in una prima fase stabilisce una relazione tra i valori di una grandezza, con le rispettive incertezze di misura, forniti da campioni di misura, e le corrispondenti indicazioni, comprensive delle incertezze di misura associate, e in una seconda fase usa queste relazioni per stabilire una relazione che consente di ottenere un risultato di misura a partire da un'indicazione.

**Nota 1** Il termine 'calibrazione' non dovrebbe essere usato per designare la taratura.

**Nota 2** La taratura non dovrebbe essere confusa con la regolazione di un sistema di misura." [7]

Al fine di stimare l'incertezza nei valori misurati per le pressioni, all'interno del condotto convergente di misura dell'attrezzatura sperimentale denominata "test-rig lame", sarà perciò necessario procedere alla valutazione dell'errore caratterizzante una qualsiasi misura realizzata dallo scanner di pressione: è importante sottolineare che, se si considera la taratura dello strumento di misura l'unica a fonte di errore sistematico, nelle misure effettuate tramite "test-rig" (trascurando dunque eventuali ulteriori fonti di errore sistematico quali, a titolo di esempio, errori nell'acquisizione dei dati ed errori concettuali), allora l'incertezza strumentale  $(u_s)$  coincide con la componente sistematica dell'incertezza metodologica (b).

Il parametro b introdotto nella precedente sezione, corrispondente alla deviazione standard della popolazione generatrice del bias di misura, risulterà dalla composizione (secondo Eq. 4.21) delle componenti sistematica e casuale dell'incertezza di misura realizzate in fase di calibrazione dello strumento: "in una taratura si hanno errori, causali nel processo di taratura, ma i quali risultano congelati o 'fossilizzati' quando lo strumento è impiegato per realizzare misure"[8]. Operando dunque una taratura dello strumento di misura, prima del suo impiego sperimentale, si sostituirà un'unica componente d'incertezza, quantificata da  $(u_s)$ , alle componenti derivanti da tutte le sorgenti d'errore che influenzano il processo di calibrazione stesso.

La stima dell'incertezza di misura strumentale è stata realizzata mediante il seguente algoritmo operativo:

- Designazione dell'apparecchiatura atta a condurre l'acquisizione delle misure, realizzate attraverso la Scanivalve, e la loro analisi in termini di precisione in condizioni di ripetibilità, di giustezza e di accuratezza, secondo le definizioni assegnate in precedenza;
- ii. Definizione del misurando: analisi dell'intervallo (o campo) di misura del sensore di pressione –cioè dell'insieme dei valori di grandezze della stessa specie che possono essere misurate dallo strumento–, al fine di ottenerne una descrizione esaustiva, per mezzo di un insieme finito di valori discreti assunti ciascuno come valore vero, vale a dire l'oggetto della misura;
- iii. Realizzazione delle misure per ogni valore misurando definito al punto precedente;

- iv. Analisi statistica delle misure ottenute per mezzo di software di elaborazione: stima dei parametri qualificanti la misura, nei termini specificati al punto (ii);
- v. Determinazione della forma polinomiale, di ordine appropriato, approssimante l'andamento dell'incertezza di misura sul campo di misura del sensore;

L'analisi sperimentale dell'incertezza caratterizzante le misure realizzabili per mezzo dello scanner di pressione Scanivalve DSA 3217 è stata eseguita con l'ausilio di uno strumento campione, cioè di uno "strumento in grado di riprodurre o fornire, in modo permanente durante il suo impiego, grandezze di una o più specie, ciascuna con un valore assegnato" [7].

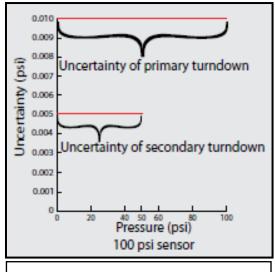
Nello specifico lo strumento in questione è il calibratore Mensor – Modular Precision Pression Controller CPC6000 (Fig. 4.7): esso è uno strumento dal *design* modulare che può lavorare contemporaneamente su due canali indipendenti; ogni canale è dotato di un'unità regolatrice di pressione e supporta fino a due trasduttori di pressione, ognuno dei quali è dotato di memoria interna per la registrazione dei dati di calibrazione del trasduttore stesso.



Figura 4.7 Mensor Modular Precision Pression Controller CPC6000

Il calibratore impiegato nella sperimentazione è caratterizzato da:

- Regolatore di pressione modello "Low Pressure Pump Regulator" (LPPR), "impiega una pompa sia per generare sia per regolare la pressione; può realizzare basse pressioni fino ad un valore di 0.5 psia [pound per squared inch absolute, pressione assoluta (cioè misurata assumendo come riferimento il vuoto) equivalente a circa 3447,3785 Pa], questo regolatore è generalmente impiegato quando è richiesta elevata precisione in corrispondenza di basse pressioni relative [per pressione relativa (gauge) si intende una pressione misurata assumendo come riferimento un'altra pressione, nello specifico la pressione atmosferica il cui valore è convenzionalmente assunto pari a 101325 Pa]". [10]
- Trasduttore di tipo bidirezionale –cioè capace di misurare pressioni relative sia al di sotto sia al di sopra del valore di pressione assunto come zero di riferimento (vale a dire del valore convenzionale per la pressione atmosferica) caratterizzato dal seguente intervallo di misura: [-2500;+2500] Pa(g). La ditta produttrice garantisce la configurazione del trasduttore impiegato, attraverso un processo brevettato, per compensazione di eventuali variazioni di temperatura, in fase di impiego, nell'intervallo [15;45]°C; inoltre Mensor Corporation riporta, nel *data sheet* del prodotto, la seguente definizione per quanto concerne l'accuratezza del calibratore: "ogni trasduttore di tipo Turndown (TD) è configurato su due intervalli cui ci si riferisce con il termine 'turndowns', ognuno di essi ha un'incertezza percentuale pari a 0.01%FS, l'intervallo secondario (inferiore) non può avere ampiezza inferiore al 50% di quella dell'intervallo primario"[10]. L'esempio riportato in Fig. 4.8. dà una rappresentazione grafica di tale definizione.



**Figura 4.8** Esempio dell'incertezza associata ad un trasduttore di tipo Turndown

Il campione di misura impiegato permette due modalità di controllo: controllo locale per mezzo di un *touch-screen* sito sul pannello frontale dello strumento stesso o in via remota attraverso la connessione con un elaboratore sfruttando uno dei seguenti protocolli di comunicazione IEEE-488, RS-232 o Ethernet; esso inoltre è dotato di un elaboratore interno, per cui è in grado di ricevere dall'operatore, memorizzare ed eseguire algoritmi di taratura (possono essere memorizzati fino a 64 programmi, costituiti da un massimo di 100 istruzioni ognuno).

La connessione pneumatica del strumento campione qui descritto e dello scanner di pressione è stata ottenuta per mezzo di tubi in gomma di differente diametro nominale, con riduzione pneumatica realizzata in pasta idraulica sigillante, come mostrato in Fig. 4.9.

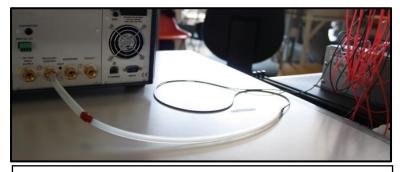


Figura 4.9 Particolare del collegamento pneumatico tra calibratore e scanner di pressione

Per quanto concerne la componente software del sistema di misura, impiegata per l'acquisizione digitale delle misure realizzate dallo scanner di pressione, si è adottata una versione modificata del programma, sviluppato in ambiente LabView, descritto in Cap.2.5: lo *script* utilizzato permette all'operatore di introdurre i valori di pressione e temperatura ambientali, per il calcolo automatico della densità del fluido operatore e il numero di acquisizioni desiderato (pari alla dimensione scelta per il campione di misura).

Terminata la messa a punto del sistema di misura atto all'analisi delle caratteristiche metrologiche di interesse dello scanner di pressione, si è proceduto alla definizione dei misurandi: lo scopo di tale sforzo è stato quello di determinare un insieme finito di valori di pressione, da impostare come *output* del calibratore -valori dunque, assunti come convenzionalmente veri per le grandezze di misura-, tali che l'analisi metrologica delle relative misure risultasse esauriente e propriamente riassuntiva del comportamento dello strumento di misura su tutto il campo di indagine per esso previsto. A tal fine si è proceduto con una sperimentazione preliminare, consistente nell'acquisizione di un campione di ottocento misure per ciascuno dei seguenti valori di pressione: [50 100 150 200 250 300 350 400 450 500]Pa; una volta concluse le misure, tali dati sono stati analizzati statisticamente calcolando, per ogni misurando, la media e la deviazione standard -sia in termini assoluti che relativicampionarie  $(\bar{X}, s_X)$  così come definite in precedenza. Dall'esame del grafico cartesiano elaborato in seguito (riportato in Fig. 4.10), in cui si rappresenta l'andamento del coefficiente di variazione delle misure rispetto ai valori misurandi specificati sopra, si è optato per modellare il comportamento della funzione  $s_X^*(X)$  –definita per punti– suddividendo il campo di misura in due intervalli: [10;100]Pa indagato con step fissato in 10Pa e [200;2400]Pa con step pari a 100Pa.

Alla conclusione di tale studio preliminare, che ha condotto alla definizione dell'oggetto della misura, è stata eseguita la misura stessa per la quale, impiegando il software VI di cui sopra, sono stati acquisiti i raw data: per ognuno dei sedici canali dello scanner si è condotta la sperimentazione collegando l'uscita pneumatica del calibratore con il relativo ingresso del canale, avviando un algoritmo di taratura che impostasse i valori di misura sopra definiti come *setpoint* del calibratore e ottenendo, come *output* dello strumento di misura, un vettore di ottocento misure per ogni valore nominale.

# 4.4. INCERTEZZA DEL TRASDUTTORE: ELABORAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI

Attraverso il procedimento sperimentale descritto nella precedente sezione, si giunge ad ottenere i dati grezzi per l'analisi dell'incertezza caratterizzante le misure di pressione fornite dalla Scanivalve: è evidente che tali dati per essi stessi non forniscono alcuna informazione, né quantitativa né tantomeno qualitativa, sulla bontà delle misure realizzabili per mezzo di tale strumento. Sarà dunque necessario procedere all'elaborazione digitale degli stessi, implementando gli strumenti statistici introdotti nella sezione 4.2.

Tale processo è stato espletato per mezzo di appositi *scripts*, sviluppati nell'ambiente di programmazione del software Matlab. Per ogni canale indipendente della Scanivalve, di cui si desidera definire i termini di precisione, giustezza e accuratezza di misura, sono stati sviluppati tre differenti script:

- "measured\_pressures", programma preliminare che esegue l'acquisizione dei dati grezzi direttamente dai file '.txt' forniti in output dal software VI LabView e procede ad una loro prima analisi elaborando dei grafici contenenti, ciascuno, l'istogramma –ovvero la "rappresentazione della frazione delle N misure totali con valori contenuti tra X e X+ΔX, tra X+ΔX e X+2ΔX, tra X+2ΔX e X+3ΔX e via dicendo, laddove ΔX è detto 'ampiezza di classe' "[]— del campione di misure realizzate per ogni valore misurando definito nella precedente sezione. Gli istogrammi così definiti forniscono una rappresentazione grafica della distribuzione di probabilità della popolazione campionaria, da cui è possibile osservare come le misure effettuate tendano ad essere distribuite normalmente intorno al valore medio X̄: su questa osservazione si fonda la possibilità di condurre l'analisi statistica delle misure secondo gli strumenti introdotti in X.2.
- "precision", impiega i dati acquisiti dallo script precedente per calcolarne i seguenti parametri statistici campionari: media  $(\bar{X})$ , varianza  $(s_X^2)$ , deviazione standard  $(s_X)$  e coefficiente di variazione  $(s_X^*)$  in aggiunta all'intervallo di confidenza al 95%.

• "trueness", script che sfrutta le medie campionarie per determinare l'errore percentuale delle misure realizzate ( $\beta_{\%FS}$ ).

I risultati elaborati, attraverso tali programmi, a partire dai valori di misura acquisiti su ogni canale indipendente dello strumento di misura, rappresentano il dato iniziale da cui è opportuno procedere nella stima dell'incertezza di misura strumentale caratterizzante lo scanner di pressione: sono stati dunque sviluppati tre ulteriori *script* Matlab ciascuno relativo al calcolo dei parametri quantificanti una specifica caratteristica di misura del sensore Scanivalve impiegato nel "test-rig lame".

- "Giustezza": programma finalizzato all'elaborazione di una stima, in prima approssimazione, della giustezza di misura. A partire dai dati in ingresso –vale a dire dai valori in precedenza calcolati per gli errori di misura di ogni singolo canale, su tutto l'intervallo di misura dello scanner—, lo *script* in questione determina, per ogni misurando, il massimo errore di misura ( $\beta$  e  $\beta_{rel}$ , così come definiti in Cap.4.2) realizzato su di un generico canale del trasduttore, in modo da fornire una stima conservativa (si sottolinea infatti la scelta del massimo errore realizzato dallo strumento come parametro qualificante la misura) della giustezza di misura strumentale.
- "Precisione": lo script in questione compie semplici operazioni di aggregazione dei dati statistici elaborati dal programma "precision" precedentemente descritto, definendo due matrici contenenti gli indici di dispersione  $s_X$  e  $s_X^*$  di tutti i campioni di misura acquisiti nel corso della relativa sperimentazione, vale a dire la deviazione standard, in termini assoluti e relativi, delle misure ottenute per il generico misurando X. Esso inoltre procede all'elaborazione di sedici grafici —ognuno riferito ad uno specifico canale di misura— (si osservi, a titolo esemplificativo, il grafico riportato in Fig. 4.11): sfruttando la built-in function grafica "plotyy" messa a disposizione da Matlab in ogni grafico vengono rappresentati, con colori differenti, gli andamenti di  $s_X$  e  $s_X^*$  su tutto il campo di misura studiato.
- "Accuratezza": il presente è lo script definitivo per il calcolo dell'incertezza di misura strumentale del sensore Scanivalve DSA 3217. Facendo uso di tutti i

parametri statistici calcolati in precedenza, esso implementa le equazioni 4. e 4. per il calcolo dell'incertezza tipo composta  $(u_c)$  ed espansa  $(U_{\%})$ .

**Nota** Si sottolinea ancora una volta come i valori così calcolati rappresentino l'incertezza di misura strumentale (così come definita in Cap. 4.3), stimata sperimentalmente in corrispondenza di ciascuno dei valori misurandi precedentemente specificati, e non dell'incertezza complessiva caratterizzante una generica misurazione realizzata per mezzo dell'apparecchiatura denominata "test-rig lame".

Infine il programma in questione procede all'elaborazione del vero oggetto di interesse dell'analisi fin qui descritta: l'incertezza strumentale sulla misura di un generico valore di pressione. Come già evidenziato in precedenza, tutti i parametri statistici, qualificanti la misura (nei termini di ripetibilità, giustezza e accuratezza) realizzata dallo scanner di pressione, sono stati calcolati in corrispondenza dei valori misurandi definiti in Cap. 4.3: lo studio finora esposto non fornisce alcuna informazione sulla componente strumentale dell'incertezza caratterizzante la misura di un generico valore di pressione differente dai valori misurandi precedentemente definiti. Al fine di determinare l'incertezza strumentale per un misurando qualsiasi, all'interno del range di misura del trasduttore, il programma sviluppato sfrutta le function di data analysis Matlab 'polyfit' e 'polyval'. La prima funzione riceve in input un vettore (U), contente i valori dell'incertezza strumentale di uno specifico canale calcolati dai valori di pressione sperimentalmente acquisiti, e determina i coefficienti della forma polinomiale -di grado (n) determinato in input dall'utente- approssimante l'andamento dell'incertezza sul campo di misura, secondo il metodo dei minimi quadrati (Least Squared Method - LSM):

$$p(x) = p_1 x^n + p_2 x^{n-1} + \dots + p_n x + p_{n+1}$$
 (Eq. 4.28)

sarà dunque il polinomio, di coefficienti  $[p_1, p_2, ..., p_n, p_{n+1}]$  determinati dal programma, tale da minimizzare la quantità:

$$S = \sum_{i=1}^{m} (y_i - p(x_i))^2$$
 (Eq. 4.29)

con

 $x_i$ : i-esimo valore di pressione misurando, appartenente all'insieme discreto di valori definiti in precedenza,

 $y_i$ : valore sperimentale dell'incertezza caratterizzante la misura di  $x_i$ .

L'impiego di tale function in concerto con la funzione 'polyval' —la quale riceve in input il vettore dei coefficienti della forma polinomiale approssimante, determinato da 'polyfit', insieme ad un generico valore in corrispondenza del quale si desidera valutare p(x)— permetterà di conoscere la componente strumentale dell'incertezza caratterizzante una generica misura di pressione acquisita tramite "test-rig".

Nota Come spiegato nella prossima sezione, il problema consistente nella determinazione dei coefficienti del polinomio p(x) può risultare mal condizionato, per cui è opportuno sfruttare un'apposita scrittura dell'algoritmo fornita da Matlab per compensare tale comportamento numerico senza essere necessariamente costretti ad abbassare il grado del polinomio approssimante.

# 4.5 ANALISI DELL'INCERTEZZA: STIMA DELL'INCERTEZZA DI MISURA METODOLOGICA

L'ultimo compito da assolvere nell'ambito dell'analisi metrologica del metodo di misura della portata impiegato nello studio del campo aerodinamico prodotto dalla rotazione di una generica lama, consiste nella determinazione dell'incertezza complessiva –calcolata a partire dalla componente strumentale calcolata secondo il procedimento esposto in Capp. 4.3 e 4.4– e nell'impiego di modelli di propagazione dell'errore sperimentale per determinare l'effetto dell'incertezza caratterizzante i raw data sulla misura di portata.

La stima dell'incertezza sui valori di pressione acquisiti mediante ciascuna delle sedici prese poste nel condotto convergente di misura può essere determinata mediante l'equazione:

$$u_c = \sqrt{b + s_x} \tag{Eq. 4.30}$$

in cui il termine b, che come già esposto rappresenta la deviazione standard della popolazione generatrice dei bias, coincide con il valore dell'incertezza strumentale fornito dal relativo polinomio approssimante introdotto in Cap. 4.4, mentre il termine  $s_x$  viene calcolato come deviazione standard campionaria degli ottocento valori di pressione acquisiti attraverso la corrispondente presa nel convergente.

Al fine di attribuire un livello di confidenza del 95% alla stima dell'incertezza di misura sperimentale, dall'incertezza tipo composta si determina l'incertezza tipo estesa applicando il fattore di copertura  $t_{95\%}$ , approssimato attraverso la Eq. 4.25.

Il calcolo dell'incertezza sistematica inerente a una generica pressione, misurata attraverso una delle sedici prese poste nel condotto convergente, viene svolto, come introdotto nella precedente pressione, sfruttando la built-in function 'polyval' che stima l'incertezza sistematica attraverso il polinomio approssimante l'andamento sperimentale dell'incertezza strumentale sul campo di misura generato da 'polyfit': il calcolo dei coefficienti di tale polinomio richiede la soluzione di un'equazione matriciale del tipo:

$$(A^T A)P = A^T Y (Eq. 4.31)$$

con: P vettore dei coefficienti polinomiali incogniti  $P = [p_1, p_2, ..., p_{n+1}]$  Y vettore delle incertezze strumentali misurate  $Y = [y_1, y_2, ..., y_m]$  A matrice di V and V and V definita come

$$A = \begin{bmatrix} 1 x_1 x_1^2 \dots x_1^{n+1} \\ 1 x_2 x_2^2 \dots x_2^{n+1} \\ \dots \\ 1 x_m x_m^2 \dots x_m^{n+1} \end{bmatrix}$$
 (Eq. 4.32)

 $X = [x_1 \ x_2 \ ... \ x_m]$  vettore dei valori di pressione misurandi nella determinazione sperimentale dell'incertezza.

La risoluzione di tale equazione matriciale è però problematica a causa del malcondizionamento della matrice di Vandermonde che implica un'amplificazione dell'errore sperimentale presente in una generica stima dell'incertezza strumentale  $y_i$ : tale problematica viene risolta dal software Matlab attraverso un algoritmo di ottimizzazione che prevede l'operazione di centraggio e ridimensionamento (detta anche "centering and scaling") dei nodi del polinomio (si rimanda alla documentazione MathWorks per un'esaustiva descrizione del problema di ottimizzazione dell'algoritmo LSM impiegato e della sua risoluzione).

Una volta stimato il valore dell'incertezza espansa sulle sedici misure di pressione acquisite lungo l'asse del convergente di misura, è possibile procedere all'analisi della propagazione dell'errore sperimentale all'interno del modello di calcolo esposto in Capp. 3.1 e 3.2: tale esame permette di ottenere, a partire dal dato di pressione

$$p = \bar{p} + \Delta p \tag{Eq. 4.33}$$

il valore del coefficiente di portata, corredato dalla sua incertezza sperimentale:

$$C_q = C_q^{sperimentale} + \Delta C_q$$
 (Eq. 4.34)

L'analisi della propagazione dell'errore sperimentale, all'interno del modello teorico di calcolo della portata in massa elaborata da una lama e del relativo coefficiente adimensionale –calcolato come (Eq. 3.24) –, si realizza mediante l'applicazione al caso in esame dell'equazione:

$$\Delta f = \Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n, \Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n) = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
 (Eq. 4.35)

In verità, lo studio dell'incertezza di misura finora descritto rappresenta soltanto il primo passo da compiere, per giungere alla piena caratterizzazione metrologica del metodo di misura impiegato. Seguendo l'approccio al problema adottato da Coleman, si possono definire tre differenti livelli di ripetizione di un esperimento:

- Livello di ripetizione di ordine zero (zeroth-order repetition level): "[a tale livello] si ipotizza che il tempo sia 'congelato' sicché il processo misurando sia completamente stazionario. Si permette, dunque, esclusivamente alle variazioni inerenti al sistema di misura impiegato di contribuire all'errore casuale. In un esperimento di tipo 'campione-per-campione' ciò equivale a considerare un unico campione selezionato" [].
- Livello di ripetizione del primo ordine (*first-order repetition level*): "nel considerare tale livello di ripetizione, si ipotizza che il tempo scorra ma che le caratteristiche di tutti gli strumenti rimangano invariate al suo scorrere. In un esperimento del tipo 'campione-per-campione' si immagina che tutti gli strumenti rimangano inalterati mentre diversi campioni vengono misurati: l'osservazione di eventuali variazioni al di sopra del livello dell'errore casuale stimato all'ordine zero, sono indicative di variazioni insite nei campioni stessi"[].
- Livello di ripetizione dell'ennesimo ordine (*Nth-order repetition level*): "si considerano variabili sia il tempo sia le caratteristiche degli strumenti: ciò implica essenzialmente che l'errore sistematico associato ad un particolare strumento diventa una variabile casuale quando si considera la variabilità dello strumento stesso"[].

Nel caso in esame, il campione di misura presenterà inevitabilmente una certa variabilità -dovuta al non perfetto controllo della velocità di rotazione della lama da

parte del motore elettrico e ad altri fattori analoghi— di cui è necessario tenere conto. Dall'analisi di ordine zero svolta finora, è opportuno sviluppare ulteriormente i risultati attraverso un'analisi del primo ordine come sopra descritta: nell'incertezza di misura metodologica così elaborata comparirà un'ulteriore contributo rappresentato dall'incertezza (di natura aleatoria o random) relativa alla variabilità del campione di misure considerato –vale a dire la variabilità della matrice di <800\*16> valori di pressione, acquisita a differenti istanti di tempo—. Tale componente dell'incertezza metodologica complessiva può essere stimata attraverso la deviazione standard dei valori per la portata elaborata (Q), calcolati a partire da un generico numero M di differenti campioni di misura acquisiti  $(X^{(1)}, X^{(2)}, ..., X^{(M)})$ :

$$s_{1^{st}-order} = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{M} (Q(X^{(i)}) - \bar{Q})^2\right]^{\frac{1}{2}}$$
 (Eq. 4.36)

laddove  $Q(X^{(i)})$  rappresenta la portata calcolata a partire dalla i-esima matrice dei raw data di pressione acquisita:

$$X^{(i)} = \begin{bmatrix} p_{1,1}^{(i)}, & p_{1,2}^{(i)}, & \dots, & p_{1,16}^{(i)} \\ p_{2,1}^{(i)}, & p_{2,2}^{(i)}, & \dots, & p_{2,16}^{(i)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{800,1}^{(i)}, & p_{800,2}^{(i)}, \dots, & p_{800,16}^{(i)} \end{bmatrix}$$
(Eq. 4.37)

## 5. ANALISI DEI RISULTATI

#### 5.1. PREMESSA: L'ELABORAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI

Descritta la strumentazione impiegata per la misura sperimentale della portata d'aria elaborata da una lama da rasaerba (cfr. Cap. 4), introdotti i modelli teorici impiegati per calcolare tale portata a partire dai raw data –vale a dire dalle pressioni misurate all'interno del condotto convergente del "test-rig" – e definiti sia i concetti teorici sia gli strumenti statistici, necessari alla caratterizzazione metrologica della sperimentazione eseguita, si procede ora con l'illustrare i risultati sperimentali ottenuti.

I dati grezzi della sperimentazione, acquisiti attraverso l'impiego della strumentazione descritta al Cap. 2 e in Cap. 3.3, sono stati successivamente elaborati elettronicamente mediante software Matlab: l'analisi finalizzata alla stima della portata elaborata dalle lame del testate (Q) e del coefficiente adimensionale di portata  $(C_q)$  è stata realizzata attraverso algoritmi di calcolo implementanti i modelli teorici descritti al Cap. 3; lo studio dell'incertezza caratterizzante tali risultati sperimentali, oggetto del presente elaborato, è stato attuato grazie alle funzioni di 'data analysis', messe a disposizione in ambiente Matlab, impiegate per la stima dei parametri statistici quantificanti la precisione, giustezza e accuratezza delle misura realizzate.

Come visto nel precedente capitolo, l'analisi metrologica del metodo di misura della portata è stata strutturata secondo tre fasi consecutive. Nella prima l'interesse dello studio è stato focalizzato sulle caratteristiche di accuratezza dello scanner di pressione, impiegato come trasduttore del sistema di misura; attraverso una sperimentazione dedicata si è giunti a stimare l'incertezza di misura, per ogni canale indipendente dello strumento, su tutto il campo di misurabilità. La seconda fase dello studio realizzato è consistita nel valutare l'effetto di tale incertezza sul valore calcolato per la portata elaborata da una lama, attraverso una singola esecuzione della misura: attraverso l'equazione di propagazione degli errori all'interno dei modelli teorici di calcolo (cfr. Eq. 4.35), si è stimato l'errore sul risultato dell'elaborazione teorica, derivante dell'incertezza sui valori di misura del sensore di pressione del sistema sperimentale. Integrando i risultati precedentemente ottenuti, infine, si è condotta un'analisi

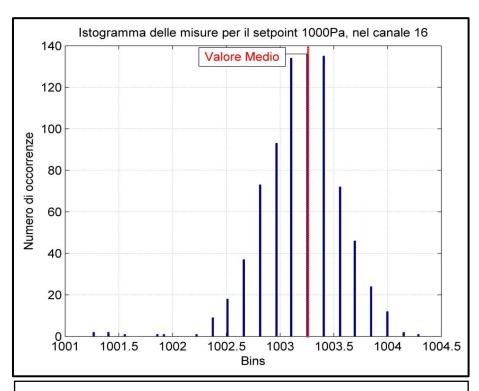
dell'incertezza su misure ripetute per ogni singola lama in esame: acquisito un set di *M* campioni di misure, un'analisi di tipo statistico è stata condotta al fine di determinare la variabilità campionaria e la componente d'errore, da essa indotta, sui risultati finali del calcolo operato a partire dai dati sperimentali.

I risultati ottenuti da tali elaborazioni sono stati, ad ultimo, impiegati per realizzare dei grafici –sfruttando le funzioni grafiche a disposizione in ambiente Matlab–, così da poterli apprezzare nel loro complesso e trarre le debite conclusioni attraverso il confronto di immagini illustranti gli andamenti sperimentali determinati, per gli oggetti in esame, in dipendenza delle specifiche variabili afferenti il fenomeno studiato.

#### 5.2. INCERTEZZA DI MISURA DEL TRASDUTTORE

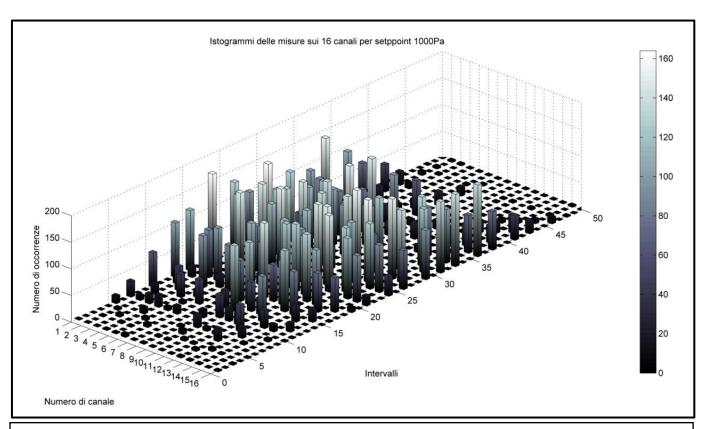
In primo luogo si procede con l'illustrare i risultati dello studio attinente l'incertezza di misura dello scanner di pressione Scanivalve DSA 3217, ossia (come già citato in più occasioni) la componente dell'incertezza, sul valore misurato per la portata elaborata da una generica lama, derivante dall'impiego di tale specifico traduttore all'interno dell'apparecchiatura sperimentale denominata "test-rig lame".

Il primo compito assolto nello svolgimento di questa analisi è consistito nel visualizzare gli ottocento valori di pressione, misurati in fase di taratura dello strumento, in corrispondenza di ogni valore di setpoint definito per il calibratore Mensor –così come illustrato in Cap. 4.3–, in un istogramma: ciò permette di osservare, in via preliminare, come le misure di uno specifico valore di pressione (assunto come valore vero del misurando) assumano una densità di probabilità approssimativamente normale, vale a dire si dispongano secondo una funzione discreta che, al tendere all'infinito del numero di misure acquisite, si comporta come la funzione di distribuzione di probabilità di Gauss definita in (Eq. 4.7).



**Figura 5.1** Esempio dell'istogramma delle misure di pressione acquisite sul canale 16 dello scanner, con valore di setpoint del calibratore pari a 1000*Pa* 

L'esempio in Fig. 5.1 mostra l'istogramma dei valori misurati di pressione acquisiti dal trasduttore in corrispondenza di un valore di pressione pari a 1000Pa, assegnato sul calibratore; nel caso specifico lo *span* dei valori misurati è stato suddiviso in un numero di intervalli (o bins) pari a 200 e il grafico rappresenta, in ordinata, il numero di occorrenze contenute in ciascuno di essi: è facile osservare la tipica distribuzione 'a campana' dei valori in analogia con quanto illustrato in Fig. 4.3. La verifica dell'effettiva distribuzione normale dei dati di pressione acquisiti dal calibratore, attraverso il trasduttore di pressione, rappresenta il primo, fondamentale passo per procedere all'analisi statistica dei dati sperimentali stessi. La figura sottostante (Fig. 5.2) mostra tutti i sedici istogrammi, realizzati ciascuno a partire dalle misure di uno specifico canale indipendente.



**Figura 5.2** Istogrammi (con numero di intervalli pari a 50) relativi alle misure acquisite dai sedici canali indipendenti dello scanner di pressione, per valore misurando pari a 1000Pa

Una volta osservato come i raw data (rappresentati dalla variabile matriciale X), acquisiti in fase di taratura del sensore di pressione, si dispongono intorno al valore medio campionario  $(\bar{X})$  secondo una distribuzione di probabilità che può essere assunta normale, si è proceduto nel calcolo dei parametri statistici quantificanti i termini di giustezza e precisione di misura, vale a dire nella stima delle componenti, rispettivamente sistematica e casuale, dell'incertezza di misura del trasduttore.

Per quanto riguarda la componente casuale dell'errore afferente una generica misura dello scanner di pressione, come già più volte esposto, esso viene convenzionalmente valutato attraverso uno o più indici di dispersione; nello specifico due differenti indici sono stati adottati per quantificare la precisione del trasduttore: lo scarto tipo e il coefficiente di variazione delle misure sperimentali effettuate. Lo scarto tipo campionario  $(s_X)$  è il parametro statistico più comunemente impiegato al fine di descrivere la variabilità –tra i valori misurati di uno stesso campione– derivante da sorgenti di errore casuale; attraverso il calcolo dello scarto tipo è inoltre possibile il calcolo dell'incertezza tipo, secondo la forma espressa in (Eq. 4.21). Il coefficiente di variazione  $(s_X^*)$ , altresì, permette un'interpretazione più generale dell'andamento dell'incertezza casuale sul campo di misura dello strumento in esame, introducendo un parametro adimensionale che quantifichi la stessa. Di seguito sono riportati i grafici elaborati a partire da tali dati statistici: per la precisione la deviazione standard dei dati sperimentali è rappresentata in Fig. 5.3, mentre il relativo coefficiente di variazione è mostrato in Fig. 5.4.

Dall'analisi del grafico ottenuto a partire dalla stima del coefficiente di variazione per ogni campione di misure acquisito (Fig. 5.4), si evince chiaramente l'andamento dell'incertezza casuale, espressa in termini relativi, sul campo di misura del sensore di pressione impiegato: essa risulta decrescente su tale range, tendendo asintoticamente al valore zero.

La rappresentazione grafica dello scarto tipo campionario (Fig. 5.3), invece, non risulta particolarmente significativa dell'andamento dello stesso, in quanto mostra soltanto valori variabili in un intervallo di circa [0.2; 0.9]Pa.

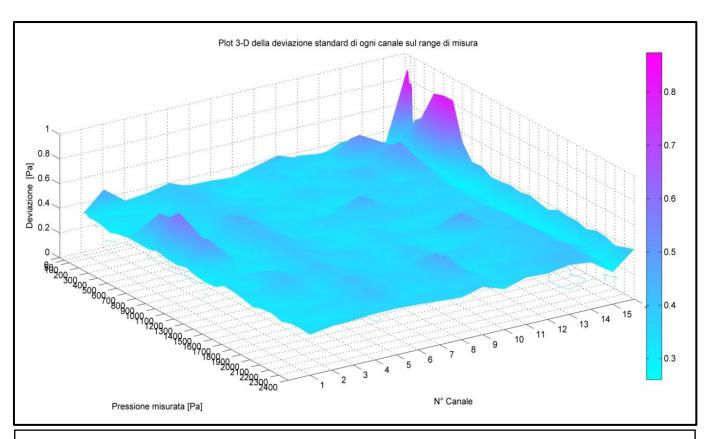


Figura 5.3 Deviazione standard dei dati sperimentali acquisiti su tutto il campo di misura, per ciascun canale indipendente dello scanner di pressione

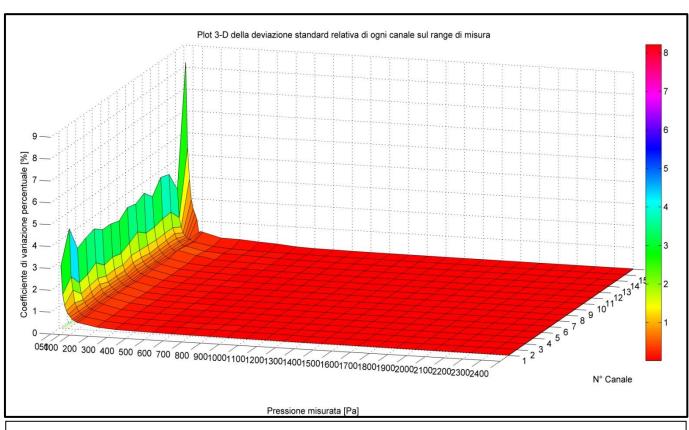


Figura 5.4 Coefficiente di variazione dei dati sperimentali acquisiti su tutto il campo di misura, per ciascun canale indipendente dello scanner di pressione

La componente sistematica dell'incertezza di misura relativa allo strumento in questione viene valutata anch'essa come incertezza tipo, vale a dire attraverso uno scarto tipo (b): esso rappresenta la deviazione standard della distribuzione generatrice del bias strumentale (per la cui esatta definizione si rimanda al capitolo precedente); è quindi opportuno procedere, in primo luogo, ad illustrare i risultati dell'analisi inerenti alla stima del bias, sia in termini assoluti sia relativi (definito in percentuale del fondoscala del trasduttore). I grafici riportati in Fig. 5.5 illustrano dunque l'andamento dell'errore sistematico sull'intervallo di misura del sensore: è possibile osservare come, malgrado evidenti discordanze tra i valori assunti da tale errore sui diversi canali dello strumento di misura, entrambi i grafici mostrano un andamento crescente del bias strumentale al crescere del valore di pressione misurando.

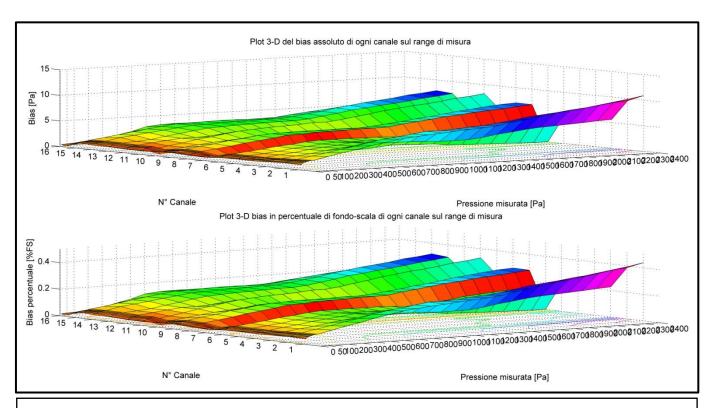
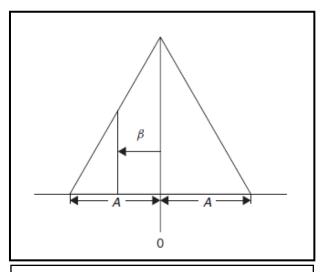


Figura 5.5 Bias assoluto e in percentuale di fondo-scala per i valori di pressione acquisiti sperimentalmente su tutto l'intervallo di misura

Lo scarto tipo che quantifica la componente sistematica dell'incertezza di misura del sensore di pressione (b), è stato stimato, a partire dal valore del bias di misura campionario  $(\beta_X)$ , assumendo la stessa come un'incertezza 'di tipo B'. Per la distribuzione generatrice della popolazione dei bias di misura –incognita– si è ipotizzata una distribuzione triangolare (cfr. Fig.5.6), da cui:

$$b = \frac{A}{\sqrt{6}} \tag{Eq. 5.1}$$

con A: valore stimato, tale per cui si può assumere  $\beta_X \in [-A; +A]$ , nello specifico questo valore è stato assunto pari all'estremo superiore dell'intervallo di confidenza campionario.



**Figura 5.6** Distribuzione triangolare del possibile errore sistematico  $\beta$  [8]

Dalla composizione dei due termini dell'incertezza di misura  $(s_X, b)$ , secondo la relazione in (Eq. 4.21), si è successivamente ottenuto il valore per l'incertezza tipo composta dello scanner di pressione e successivamente si è applicato il fattore di copertura  $k_{95} \cong 2$ , così da associare a tale stima un livello di confidenza del 95% e giungere a ottenere il valore sperimentalmente stimato per l'incertezza espansa  $(U_{95})$ .

L'andamento dell'incertezza di misura espansa, definita sia in termini assoluti sia relativi, è mostrato nelle figure sottostanti:

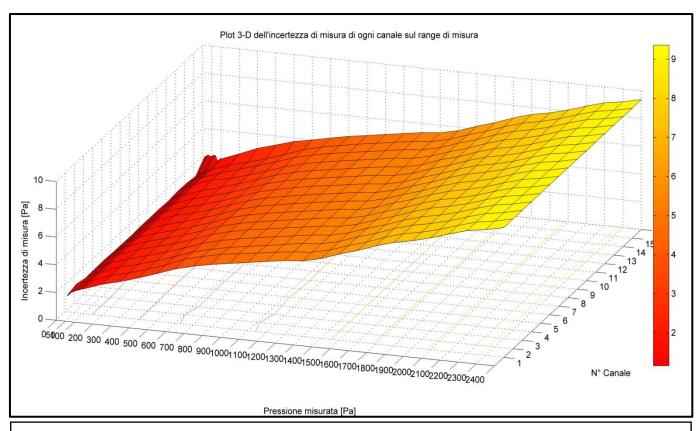


Figura 5.7 Incertezza tipo espansa sulla misura dello scanner di pressione Scanivalve

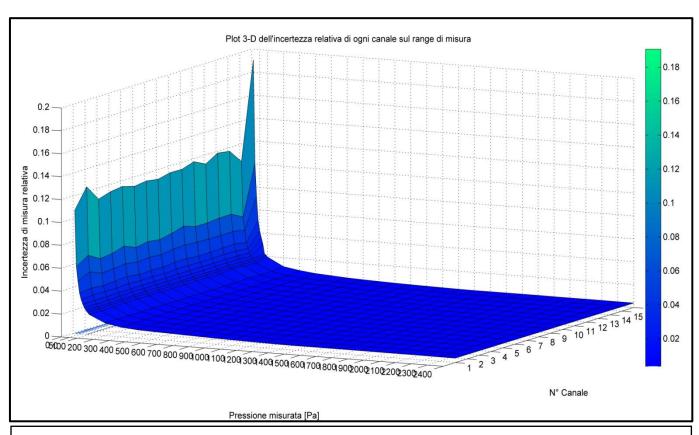


Figura 5.8 Incertezza tipo espansa sulla misura dello scanner di pressione Scanivalve, definita relativamente al valore misurando stesso

Dal grafico in Fig. 5.8, si osserva un andamento decrescente per l'incertezza di misura relativa analogo a quello rappresentato in Fig. 5.4, concernente il coefficiente di variazione dei valori misurati: l'incertezza tende asintoticamente al valore zero al crescere del valore di pressione misurando.

In Fig. 5.7 è altresì rappresentato l'andamento dell'incertezza di misura sull'intervallo di misura dello scanner di pressione: da tale grafico è possibile osservare come la combinazione della componente sistematica dell'incertezza con quella casuale comporti un andamento complessivo crescente con il valore di pressione misurando, assegnato come setpoint del calibratore impiegato nell'operazione di taratura dello strumento.

# 5.3. INCERTEZZA DI MISURA: PORTATA E COEFFICIENTE DI PORTATA

Illustrati i risultati ottenuti dall'analisi inerente la componente, dell'incertezza di misura, derivante dall'impiego del sensore di pressione Scanivalve DSA 3217, si procede ora con l'esposizione dei risultati riguardanti la stima dell'incertezza sulle misure di portata in massa e del relativo coefficiente adimensionale (definito in Cap. 3.2) elaborate a partire dai dati grezzi sperimentali.

A titolo esemplificativo, i dati riportati sono inerenti esclusivamente alle lame caratterizzate dal valore dell'angolo di calettamento, come parametro geometrico fondamentale (cfr. Cap. 3.4 per la trattazione dei parametri geometrici caratterizzanti le diverse lame testate).

I primi risultati che saranno di seguito esposti, riguardano la così detta 'zerothorder repetition level analysis', vale a dire l'analisi dell'incertezza di misura inerente i valori di portata e relativo coefficiente, ottenuti dall'analisi di un singolo campione di misura: ogni lama è stata testata una singola volta, sicché l'esame dell'incertezza è stato condotto a partire da un unico campione di misure (vale a dire un'unica matrice di raw data, così come definita in Cap. 4.5). Risulta di estrema importanza sottolineare come i risultati di un'analisi di ordine zero vadano propriamente relazionati al loro contesto teorico, così da non incorrere in una loro inappropriata interpretazione: se da un lato l'ipotesi di stazionarietà del fenomeno osservato -sulla quale si fonda l'analisi dell'incertezza con livello di ripetizione di ordine zero e che la differenzia dall'analisi del primo ordine (cfr. Cap. 4.5), i cui risultati saranno illustrati successivamentepermette di stimare l'entità dell'errore di misura, relativo allo specifico strumento di misura in esame, dall'altro essa preclude la possibilità di descrivere con esattezza il fenomeno studiato attraverso tale strumento stesso. La complessità del fenomeno in studio e le fonti di errore casuale ad esso intrinseche saranno dunque pienamente apprezzate, in termini del loro contributo all'incertezza sul valore misurato per la portata d'aria elaborata dal sistema, soltanto attraverso l'analisi con livello di ripetizione del primo ordine, vale a dire stimando variabilità tra diversi campioni di misura acquisiti per una stessa lama.

Terminata la doverosa premessa di cui sopra, si riportano ora i risultati dell'analisi dell'incertezza di misura con livello di ripetizione di ordine zero. I valori stimati, per l'incertezza di misura sulla portata d'aria elaborata ( $\Delta Q$ ) e sul coefficiente adimensionale di portata ( $\Delta C_q$ ), sono stati ottenuti dal valore di incertezza sulla misura di pressione del trasduttore: si sottolinea nuovamente come l'unica fonte di errore casuale, ritenendo stazionario il fenomeno in osservazione, è rappresentata dallo stesso strumento di misura (cfr. Cap. 4.5), da cui, trascurando ulteriori fonti di errore sistematico, si ottiene la coincidenza dell'incertezza del trasduttore con quella complessiva di misura.

In Fig. 5.9 è mostrato, in grafico, il valore dell'incertezza percentuale sul coefficiente di portata per tutte le lame, caratterizzate dai diversi valori nominali per l'altezza sperimentale della flap, riportati in Tab. 3.3: è chiaramente osservabile come l'incertezza sul coefficiente di portata tenda a decrescere al crescere del regime di rotazione della lama come anche del calettamento del flap. Tale andamento è in accordo con quanto in precedenza osservato riguardo all'andamento dell'incertezza del trasduttore sul suo intervallo di misura (cfr. Fig. 5.8): l'incertezza relativa mostra, infatti, una tendenza a decrescere per valori di pressione –in modulo– più elevati. Il trend osservabile nei dati sperimentali risulta dunque in concordanza con quanto affermato in Cap. 3.4, per cui, in corrispondenza di una specifica sezione del condotto convergente, la velocità del flusso (e dunque la sua portata in massa) tende ad aumentare con il calettamento del flap.

Il grafico rappresentato in Fig. 5.10, invece, rappresenta l'andamento della variazione percentuale della portata elaborata da una generica lama con diverso valore del calettamento, rispetto a quella elaborata dalla lama di riferimento, ottenuta secondo la relazione:

$$\Delta_{\%Q} = \frac{Q - Q_{Ref}}{Q_{Ref}} \cdot 100 \tag{Eq. 5.2}$$

Anche da questo grafico si può osservare come l'incertezza sul valore misurato tenda a diminuire all'aumentare del calettamento specifico della lama considerata.

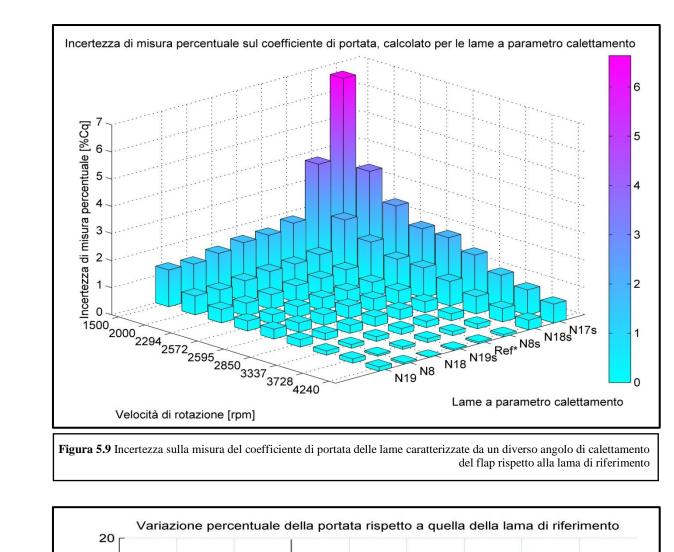


Figura 5.9 Incertezza sulla misura del coefficiente di portata delle lame caratterizzate da un diverso angolo di calettamento del flap rispetto alla lama di riferimento

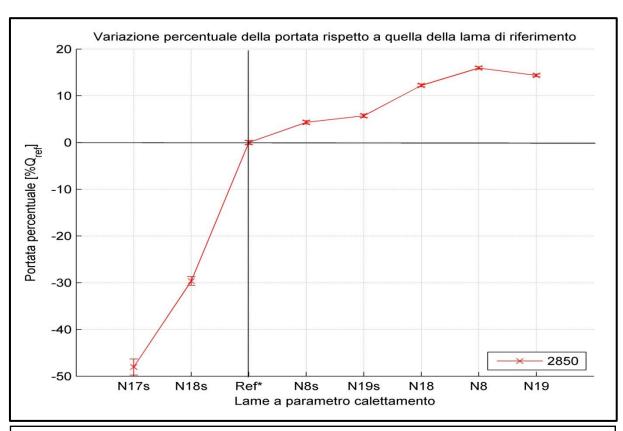


Figura 5.10 Variazione percentuale della portata elaborata dalle lame a parametro calettamento, rispetto a quella elaborata dalla lama di riferimento

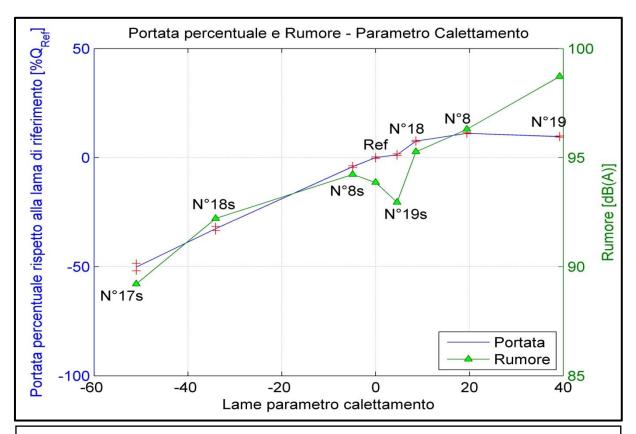


Figura 5.11 Variazione percentuale della portata rispetto a quella elaborata dalla lama di riferimento ed entità del rumore generato dalle diverse lame testate

In Fig. 5.11 è riportato lo stesso grafico della figura precedente, in aggiunta esso mostra l'andamento di un altro importante parametro caratterizzante le prestazione delle lame da rasaerba in esame, vale a dire il rumore da esse prodotto nella rotazione. La possibilità d'impiego di una specifica lama, infatti, è subordinata ad una normativa che impone un limite, pari a 96 dB(A), all'intensità del rumore prodotto in condizioni operative: le lame caratterizzate da un livello di rumore prodotto superiore al limite specificato, non potranno essere impiegate sui rasaerba commercializzati.

Dai grafici illustrati in Figg. 5.10 e 5.11 è possibile operare un'ulteriore, importante osservazione: l'incertezza in esame in tali grafici assume valori sufficientemente contenuti, a che sia possibile discriminare i differenti valori della portata elaborata dalle lame testate, lo studio delle prestazioni delle singole lame mediante test-rig non risulta inficiato dall'incertezza caratterizzante le misure sperimentali (o per la precisione dalla componente di incertezza relativa al trasduttore di pressione impiegato). In accordo con la trattazione teorica per l'analisi dell'incertezza su di un singolo campione di misura, si può dunque affermare che la strumentazione sperimentale impiegata, nello studio delle

prestazioni aerodinamiche delle lame in esame, risulta adeguata al compito cui essa è preposta.

Illustrati i risultati dell'analisi dell'incertezza di misura eseguita su di un singolo campione di misure, si affronta ora quella che è stata precedentemente definita 'first-order repetition level analysis', ossia lo studio dell'incertezza di misura condotto su di un numero discreto di campioni di misura, acquisiti sperimentalmente mediante test-rig.

Come più volte rimarcato all'interno del presente elaborato, l'analisi dell'incertezza su livello di ripetizione del primo ordine risulta indispensabile per rendere conto, al momento di presentare i risultati sperimentali, dell'esatto intervallo di incertezza caratterizzante tali risultati stessi: essa infatti valuta, oltre alla componente strumentale dell'errore afferente le misure effettuate, anche l'errore derivante dall'evoluzione temporale del fenomeno osservato e dunque permette di valutare l'effetto di eventuali fonti di errore estranee al sistema di misura impiegato.

In particolare, l'esame delle fonti di errore caratterizzanti la misura della portata, elaborata da una generica lama da rasaerba installata all'interno dell'attrezzatura sperimentale, ha permesso di individuare tre fonti d'errore non trascurabili; esse verranno indicate, nella trattazione seguente, impiegando i seguenti parametrici statistici:

- *b<sub>trasduttore</sub>*, componente sistematica dell'incertezza tipo composta, derivante dall'impiego dello specifico scanner di pressione Scanivalve DSA 3217, quale trasduttore del sistema di misura (per la trattazione della quale e per l'esposizione dei relativi risultati sperimentali, si rimanda rispettivamente ai Capp. 4.3-4 e 5.2).
- *b*<sub>interpolazione</sub>, componente sistematica dell'incertezza tipo composta, derivante dall'impiego, nel modello teorico per il calcolo della portata a partire da misure di pressione (Eq. 3.16 ed Eq. 3.17), di cinque differenti valori di pressione all'interno del condotto, misurati in corrispondenza delle prime cinque prese di pressione (cfr. Cap. 3.1); tale componente dell'incertezza è stata stimata come deviazione standard dei cinque differenti valori di portata calcolati a partire dalle diverse pressioni misurate (cfr. Cap. 4.5).

•  $s_{1^{st}-order}$ , componente casuale dell'incertezza tipo composta; valutata attraverso la deviazione standard campionaria delle M –nel caso specifico, trenta– misure di portata realizzate per ogni lama in esame (Eq. 4.36).

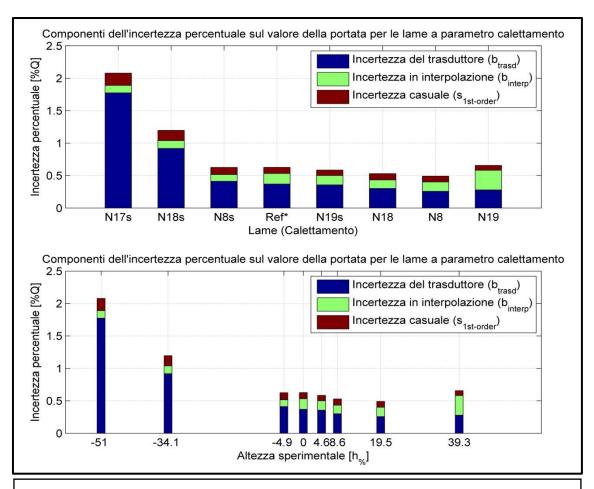
Il valore dell'incertezza di misura caratterizzante i valori ottenuti, per la portata elaborata dalle lame e per il relativo coefficiente adimensionale, è dunque elaborato secondo la seguente:

$$u_{1^{st}-order} = \sqrt{b_{trasduttore}^2 + b_{interpolazione}^2 + s_{1^{st}-order}^2}$$
 (Eq. 5.3)

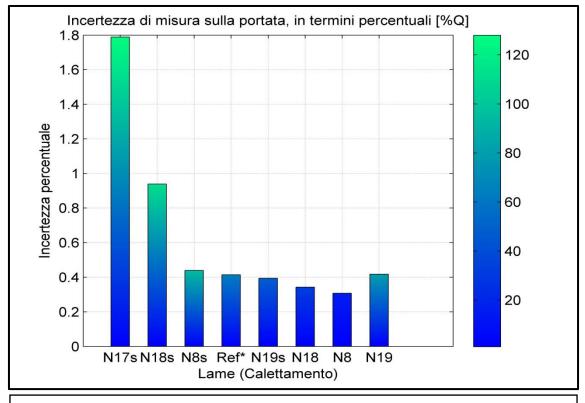
Esso rappresenta il risultato finale dell'analisi metrologica oggetto del presente elaborato, nonché la quantità che permette una corretta e compiuta valutazione delle prestazioni di una lama da rasaerba, testata mediante l'attrezzatura sperimentale denominata "test-rig lame".

In Fig. 5.12 sono riportati due grafici a barre, in cui è visualizzato l'ordine di grandezza delle singole componenti dell'incertezza di misura che compaiono in (Eq. 5.3), espresso in termini percentuali sul valore stimato per la portata elaborata da ogni specifica lama: al fine di garantire una corretta interpretazione di tale grafico si ricorda che l'incertezza tipo composta non è la somma dei singoli contributi ma viene ottenuta dalla somma delle relative varianza, secondo la relazione in (Eq. 5.3). Il grafico analogo in Fig. 5.13 mostra, altresì, il valore (percentuale) effettivamente stimato per l'incertezza sulle misure di portata sperimentali, dal confronto con il grafico precedentemente descritto è chiaramente osservabile come l'incertezza composta, ottenuta attraverso la relazione di cui sopra, risulti inferiore al valore che si sarebbe determinato sommando semplicemente i differenti contributi di incertezza.

Analizzando ulteriormente il grafico a barre in Fig 5.12, si possono trarre le seguenti conclusioni riguardo l'andamento delle singole componenti di incertezza. la componente strumentale dell'incertezza ( $b_{trasd}$ ), qui considerata, coincide con quella stimata dall'analisi su livello di ripetizione di ordine zero, l'andamento rappresentato in figura è dunque identico a quello osservabile in Fig. 5., in corrispondenza della velocità di rotazione  $\omega = 2850 \, rpm$ .



**Figura 5.12** Valori percentuali delle tre componenti di incertezza sulla misura della portata elaborata dalle lame a parametro calettamento, per le quali viene riportato anche il valore dell'altezza sperimentale (cfr. Cap. 3.3)



**Figura 5.13** Valore per l'incertezza tipo composta sulle misure di portata, in termini percentuali, per tutte le lame a parametro calettamento

Per quanto riguarda il termine d'incertezza relativo all'impiego di differenti valori di pressione, per il calcolo della portata nel condotto di misura  $(b_{interp})$ , esso mostra, in generale, un trend leggermente crescente all'aumentare del calettamento del flap, con un particolare incremento in corrispondenza della lama 19 (che dal confronto tra i grafici in Fig. 5.12 e dalla Tab. 3.3 risulta essere quella caratterizzata da un maggiore valore dell'angolo di calettamento), questo comportamento può essere messo in relazione con l'osservazione sperimentale dello stallo della lama 19 in condizioni operative.

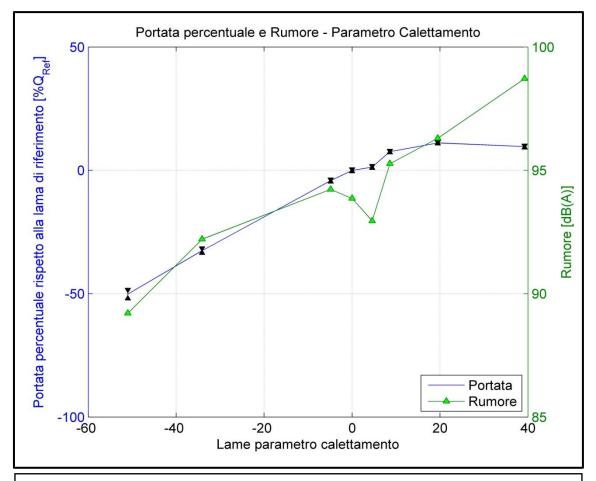


Figura 5.14 Variazione della portata elaborata dalle lame a parametro calettamento corredata dalla relativa incertezza e dal valore del rumore generato dalle lame stesse

Il grafico riportato in Fig. 5.14 è del tutto analogo, quanto a contenuto, a quello in Fig. 5.11, esso mostra parimenti l'andamento dell'incertezza di misura, in termini percentuali, sui valori determinati per la portata d'aria elaborata dalle lame a parametro

calettamento: nel caso specifico il termine "incertezza" identifica il valore stimato, attraverso l'analisi condotta sulle misure elaborata da più campioni, vale a dire dall'analisi su livello di ripetibilità del primo ordine. Il confronto delle Figg. 5.11 e 5.14 permette di evidenziare come il considerare le due fonti d'errore di misura, ulteriori a quella strumentale ( $b_{interp}$  e  $s_{1}$   $s_{t-order}$ ), non comporta un incremento dell'incertezza di misura, tale da inficiare la capacità del test-rig di valutare le prestazioni delle differenti lame in esame. Si può dunque affermare che l'ordine di grandezza dell'incertezza stimata sulle misure di portata, realizzate sperimentalmente attraverso il "test-rig lame", è sufficientemente piccolo da permettere di discriminare le variazioni di portata correlate alle differenti caratteristiche geometriche delle lame testate.

Le figure seguenti riportano grafici, analoghi a quelli finora descritti, relativi però al coefficiente adimensionale di portata, ricavato attraverso l'applicazione dell'analisi dimensionale di Buckingham (come descritto in Cap. 3.2), che permette la generalizzazione dei risultati ottenuti per la stima della portata.

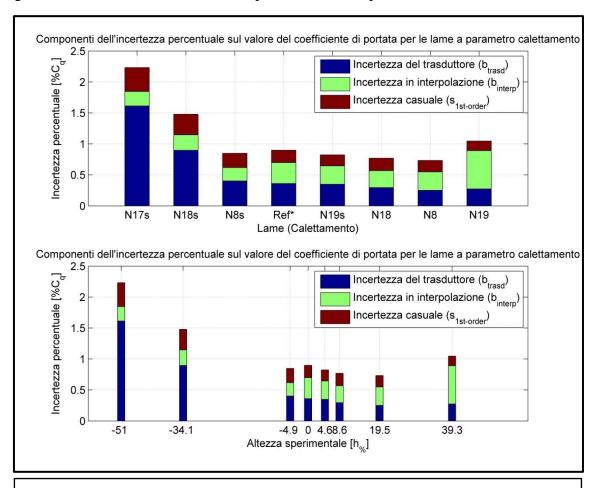
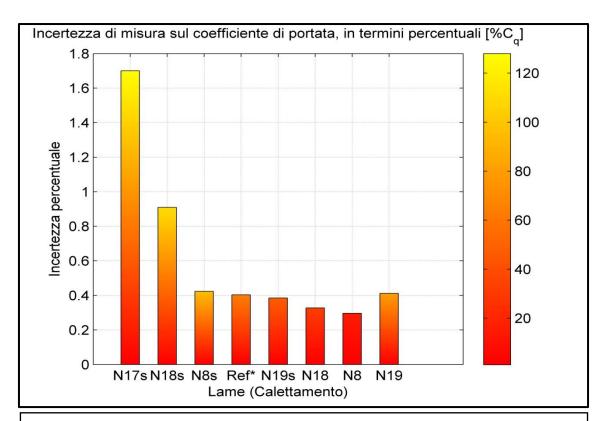


Figura 5.15 Valori percentuali delle tre componenti di incertezza sulla misura del coefficiente di portata



**Figura 5.16** Valore per l'incertezza tipo composta sulle misure di portata, in termini percentuali, per tutte le lame a parametro calettamento

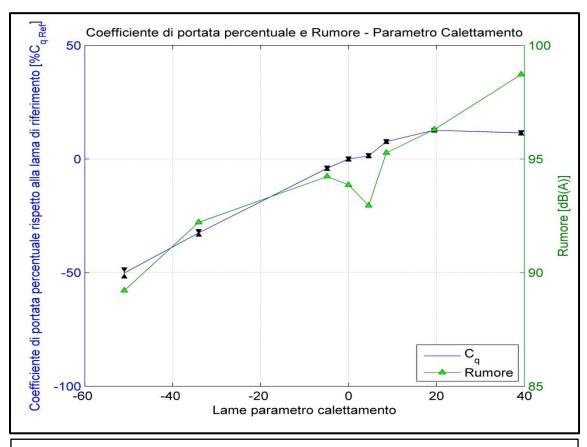


Figura 5.17 Variazione del coefficiente di portata per le lame a parametro calettamento corredata dalla relativa incertezza e dal valore del rumore generato dalle lame stesse

#### 6. CONCLUSIONI

L'analisi delle caratteristiche metrologiche della sperimentazione, eseguita attraverso l'impiego dell'attrezzatura sperimentale denominata "test-rig lame", in termini di precisione, giustezza e accuratezza delle misure inerenti la portata in massa d'aria generata dalla rotazione di una specifica lama da rasaerba —oggetto della sperimentazione stessa—, ha rivelato come tale metodologia sperimentale risulti adeguata alle proprie finalità.

Attraverso la sperimentazione posta in atto, col fine di indagare le caratteristiche metrologiche del trasduttore impiegato, si è giunti a stimare l'incertezza caratterizzante le misure dello strumento, per ciascuno dei sui canali indipendenti, su tutto il campo di misura; definendo, ad ultimo, una forma polinomiale approssimante –nel senso dei minimi quadrati, l'errore sulla misura di una generica pressione in input allo strumento. Lo studio metrologico del sensore di pressione ha permesso, inoltre di osservare discrepanze negli errori caratterizzanti le misure relative a differenti canali dello stesso: ciò giustifica la scelta operata, di impiegare il valore stimato sperimentalmente per la componente strumentale di incertezza, invece di ricorrere al valore riportato nel data sheet dello strumento.

I risultati dello studio sull'incertezza di misura, svolto sui valori di pressione e relativo coefficiente adimensionale calcolati a partire da un singolo campione di misure, mostrano come la componente dell'incertezza di misura derivante dall'impiego dello specifico trasduttore utilizzato, all'interno del sistema sperimentale di misura, risulti contenuta entro il 7% del valore del corrispondente coefficiente di pressione –nel caso della lama caratterizzata dal minore angolo di calettamento, operante alla minima velocità di rotazione del motore–, per giungere a valori dell'ordine dell'1% per regimi di rotazione più elevati. Da ciò risulta possibile affermare la fondatezza dell'impiego della strumentazione predisposta per lo studio delle prestazioni aerodinamiche delle lame da rasaerba parametrizzate.

In ultima analisi sono state valutate due fonti di errore, ulteriori a quella rappresentata dal trasduttore del sistema di misura, vale a dire la variabilità campionaria

e l'errore introdotto nel calcolo della portata dall'impiego di valori di pressione acquisiti da differenti prese statiche, all'interno del convergente di misura. La combinazione delle incertezze sulla misura finale di portata, derivanti da tali fonti di errore, con il risultato del precedente studio, ha condotto infine alla determinazione dell'incertezza relativa alle misure della portata elaborata dalle lame parametriche oggetto di studio, e del relativo coefficiente di prestazione (definito come coefficiente adimensionale di portata). La valutazione di tale incertezza di misura -operata per misure acquisite in corrispondenza di un regime di rotazione della lame a pari a 2850rpm-, rivela come l'errore sul valore stimato per la portata elaborata, si mantenga al di sotto del 2% di tale valore stesso, come pure quello sul relativo coefficiente di prestazione. L'unica lama, tra quelle qui considerate, per cui l'incertezza di misura risulta di un ordine di grandezza apprezzabile rispetto al valore della portata elaborata, è quella nominata '19s', caratterizzata dalla minima variazione (percentuale) del parametro calettamento -pari a +4.58%-: il valore della variazione percentuale (rispetto alla portata elaborata dalla lama di riferimento) di portata per tale lama, corredato dalla relativa incertezza di misura, risulta  $1.36 \pm 0.38 \% Q_{Ref}$ . Raddoppiando il passo di variazione del parametro calettamento (e.g. considerando la lama '18' con un incremento percentuale del valore del calettamento pari a +9%), altresì, l'incertezza di misura sul valore della portata elaborata risulta di un ordine di grandezza inferiore rispetto a tale valore stesso.

Si può pertanto concludere affermando che, sulla base dell'esame sperimentale dell'errore di misura, relativo alla metodologia di studio adottata per la valutazione delle prestazioni aerodinamiche di lame da rasaerba, l'incertezza di misura caratterizzante i risultati sperimentali risulta di un ordine di grandezza tale da non inficiare la validità della metodologia stessa; permettendo di discriminare, senza ambiguità, le prestazioni relative a lame contraddistinte da valori del parametro calettamento superiori, con riferimento a quello della lama di riferimento, di almeno il 9%.



## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] FIORI F., Elaborato finale di laurea, 'Valutazione sperimentale del campo aerodinamico prodotto da rasaerba industriali: un'indagine parametrica', 2013
- [2] ZAMA L., Elaborato finale di laurea, 'Messa a punto di una galleria del vento per l'analisi di flussi industriali complessi', 2012
- [3] BARROW B. JEWEL, RAE H. WILLIAM jr., POPE A., 'Low-speed Wind Tunnel Testing', Terza edizione, Wiley-Interscience, 1999
- [4] BURESTI G., 'Elements of Fluid Dynamics', Imperial College Press, 2012
- [5] SCARPI G., Appunti del corso di Fluidodinamica per l'anno accademico 2011-2012, 'Appunti di Fluidodinamica', 2001
- [6] ANDERSON D. JOHN jr., 'Fundamentals of Aerodynamics', McGraw-Hill Book Company, 1984
- [7] 'VOCABOLARIO INTERNAZIONALE DI METROLOGIA, CONCETTI FONDAMENTALI E GENERALI E TERMINI CORRELATI (VIM)', 2008, Versione italiana, 2010
- [8] COLEMAN W. HUGH, STEELE W. GLENN, 'Experimentation Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers', Terza edizione, Wiley-Interscience, 2009
- [9] 'ISO/IEC GUIDE 98:1993 GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENT', ISO/TMBG, Versione corretta, 2010
- [10] 'CPC 6000 MODULAR PRECISION PRESSURE CONTROLLER Data Sheet', Mensor, 2013

#### RINGRAZIAMENTI

Voglio ora spendere qualche minuto per ringraziare tutte le persone che, in un modo o nell'altro, hanno segnato il mio percorso nell'arco di questi anni di vita universitaria.

In primo luogo desidero porgere i miei ringraziamenti al Prof. A. Talamelli, relatore di questo elaborato di laurea, per avermi dato la possibilità di entrare a contatto con quello che è il lavoro di sperimentazione nell'ambito dell'aerodinamica, permettendomi di affrontare un'esperienza di cui trovo innegabile il valore formativo sia personale che professionale. Posso affermare con certezza che il lavoro sperimentale svolto, di cui questo elaborato non rende pienamente conto, rappresenta una delle più importanti esperienze da me vissute in ambito universitario.

Al Dr. Ing. A. Rossetti va, senza alcun dubbio, la mia sentita riconoscenza per tutto l'impegno e la pazienza profusi nell'accompagnarmi durante l'intero lavoro svolto, per le parole di conforto rivoltemi quando la stanchezza e le difficoltà sembravano avere il sopravvento e per tutti i consigli e gli insegnamenti impartitimi nell'arco di tempo trascorso insieme. Nella ferma convinzione che ciò che da lui ho imparato rappresenta la base per il mio approccio allo studio futuro e all'attività di sperimentazione.

Desidero ringraziare di cuore tutti gli amici che hanno condiviso con me tutti i momenti più importanti della mia vita di studente in questi ultimi quattro anni. Tommy e Fra con cui ho condiviso buona parte del mio primo anno lontano da casa e che hanno reso affatto traumatico il passaggio alla mia nuova vita a Forlì. Lorenzo che si è sempre dimostato un amico prezioso, cui devo di certo almeno un paio cene! Giorgio che devo ringraziare, non fosse per altro, per le foto nel presente elaborato: hai fatto un gran lavoro! Matti per le risate che hanno allietato le ore trascorse in hangar e per il sostegno materiale nella stesura di questo elaborato, e tutti gli altri che non nomino soltanto per ragione di tempo, spero non se ne abbiano a male...

Non credo ci sarebbe bisogno di screvere quanto segue per dimostrare la gratitudine che provo nei confronti di Alice per il sostegno, l'aiuto e anche solo per essermi stata accanto nei momenti più difficili, spero di dimostrare il mio riconoscimento e affetto al di là di quanto queste parole possono esprimere.

Alla mia famiglia è dedicato questo lavoro, non ho intenzione di dilungarmi nel futile tentativo di elencare tutti i motivi per cui sono loro grato, in questa occasione la mia capacità di parola è del tutto inadeguata al compito, credo di per sé impossibile. Sappiano soltanto i miei genitori che hanno il mio affetto incondizionato e a mia sorella auguro di vivere gli anni dell'università con lo stesso sguardo con cui io mi rivolgo agli ultimi quattro anni trascorsi.