

ALMA Mater Studiorum
Università degli Studi di Bologna

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Emissione di Bremsstrahlung
e applicazioni astrofisiche

Elaborato Finale

Candidato:
Lara Pantoni

Relatore:
Prof. Daniele Dallacasa



Sessione I
Anno Accademico 2013/2014

Indice

Introduzione	2
1 Descrizione fisica del processo	3
1.1 Processo elementare	4
1.1.1 Energia irradiata per collisione	4
1.1.2 Distribuzione spettrale della radiazione emessa	5
1.2 Emissione da un insieme di elettroni	6
1.2.1 Emissione da elettroni di velocità v	6
1.2.2 Bremsstrahlung termica	8
1.2.3 Bremsstrahlung relativistica	12
2 Applicazioni astrofisiche	13
2.1 La Bremsstrahlung nell'Universo	13
2.1.1 Regioni HII	13
2.1.2 Ammassi di galassie	14
2.1.3 Binarie X	15
2.1.4 Galassie ellittiche	16
2.1.5 Raggi cosmici e flares solari	16
Bibliografia	17

Introduzione

In ambiente astrofisico i principali meccanismi di produzione di energia sono associati a cariche elettriche in moto non uniforme. In generale è noto che cariche libere emettono radiazione elettromagnetica solamente se accelerate: una carica stazionaria ha campo elettrico costante e campo magnetico nullo, quindi non irradia, e lo stesso si ha per una carica in moto uniforme (difatti basta porsi nel sistema di riferimento solidale ad essa perchè si ricada nel caso precedente). In questo contesto si inserisce la radiazione di Bremsstrahlung, caratteristica dei plasmi astrofisici molto caldi ($T \simeq 10^7 K$) e dovuta all'interazione coulombiana tra gli ioni e gli elettroni liberi del gas ionizzato. Data la piccola massa dell'elettrone, durante l'interazione lo ione non viene accelerato in maniera apprezzabile, quindi è possibile trattare il problema come quello di cariche elettriche negative decelerate dal campo coulombiano stazionario di un mare di cariche positive. Non a caso in tedesco la parola *Bremsstrahlung* significa “radiazione di frenamento”. L'emissione di Bremsstrahlung è detta anche *free-free emission* poichè l'elettrone perde energia passando da uno stato non legato a un altro stato non legato.

Questo processo di radiazione avviene nel continuo, su un intervallo di frequenze che va dal radio ai raggi γ . In astrofisica è il principale meccanismo di raffreddamento per i plasmi a temperature elevate: si osserva nelle regioni HII ($T \simeq 10^4 K$), sottoforma di emissione radio, ma anche nelle *galactic hot-coronae* ($T \simeq 10^7 K$), nelle stelle binarie X ($T \simeq 10^8 K$), nei dischi di accrescimento intorno alle stelle evolute e ai buchi neri, nel gas intergalattico degli ammassi di galassie ($T \simeq 10^8 K$) e nelle atmosfere di gas caldo in cui sono immerse le galassie ellittiche ($T \simeq 10^6 K$), perlopiù sottoforma di emissione X. La trattazione del fenomeno sarà estesa anche al caso relativistico che, per esempio, trova applicazione nell'emissione dei flares solari e della componente elettronica dei raggi cosmici.

Infine la radiazione di Bremsstrahlung, oltre a permettere, solamente mediante misure spettroscopiche, di ricavare la temperatura e la misura di emissione di una nube di plasma, consente di effettuare una vera e propria “mappatura” del campo gravitazionale dei sistemi che hanno gas caldo.

Capitolo 1

Descrizione fisica del processo

La Bremsstrahlung si deve all'accelerazione di una carica elettrica all'interno del campo coulombiano generato da un'altra carica. Le condizioni astrofisiche necessarie affinché questo avvenga si hanno nei gas a temperature molto elevate, sufficienti per la ionizzazione.

Nella trattazione che segue si assume che il plasma astrofisico sia monoatomico e completamente ionizzato e quindi che l'interazione avvenga tra elettroni di carica $-e$ e ioni di carica $+Ze$, dove Z è il numero atomico. Per esempio in un plasma di idrogeno ($Z = 1$) l'interazione si avrà tra elettroni e protoni.

Se il gas si trova all'equilibrio termico, ioni ed elettroni hanno uguale energia cinetica media. Dato che gli elettroni hanno una massa molto più piccola dei protoni ($m_e/m_p = 1/1836$) si muovono con una velocità circa 40 volte maggiore e questa differenza diventa tanto più pronunciata quanto più grande è Z . Di conseguenza non è restrittivo trattare gli ioni come se fossero fermi. Sotto questa ipotesi essi generano un campo elettrico stazionario che accelera gli elettroni, i quali emettono energia sottoforma di radiazione elettromagnetica (fotoni) a scapito della loro energia cinetica. L'emissione di un fotone porta ogni elettrone su uno stato libero meno energetico perciò si parla di *free-free emission*.

L'emissione di Bremsstrahlung dovrebbe essere trattata con l'elettrodinamica quantistica (QED) visto che la maggior parte dei fotoni emessi ha energia comparabile a quella degli elettroni. Tuttavia le formule che si ottengono in approssimazione semiclassica presentano la giusta dipendenza funzionale per la maggior parte dei parametri fisici e danno il risultato esatto in alcuni regimi. Inoltre a partire dalle formule ottenute classicamente è possibile ricondursi a quelle quantistiche introducendo, come termine correttivo, il *fattore di Gaunt*. Questa è la strada che verrà seguita nei paragrafi seguenti per la trattazione del fenomeno. Prima sarà illustrato il caso di elettroni in moto con velocità $v \ll c$, mentre il caso relativistico verrà trattato solo in un secondo momento.

1.1 Processo elementare

1.1.1 Energia irradiata per collisione

Il processo elementare dell'emissione di Bremsstrahlung consiste nell'interazione che avviene tra uno ione di campo e un singolo elettrone. Sotto le precedenti ipotesi di lavoro (gas monoatomico completamente ionizzato, radiazione emessa dagli ioni di campo trascurabile, velocità v degli elettroni non relativistica) la potenza totale irradiata dal singolo elettrone in tutte le direzioni è data dalla *formula di Larmor*¹:

$$w = -\frac{dE}{dT} = \frac{2q^2a^2}{3c^3}, \quad q = -e \quad (1.1)$$

dove E è l'energia della particella, in questo caso dell'elettrone, ed a è la sua accelerazione. Se x è la distanza nucleo-elettrone, l'accelerazione coulombiana che subisce l'elettrone è $(a = \frac{F}{m_e} = \frac{Ze^2}{m_e x^2})^2$.

Osservando che $w \propto x^{-4}$, è evidente che il massimo dell'emissione si ha in corrispondenza della distanza minima tra le due particelle. Per distanze poco più grandi o poco più piccole la potenza irradiata va a zero molto rapidamente ed è, perciò, trascurabile. Di conseguenza l'interazione può essere interpretata come una collisione di durata finita che avviene in corrispondenza della distanza minima x_{min} , nonostante quella coulombiana sia una forza a lungo range.

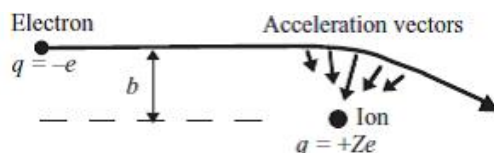


Figura 1.1: Traiettoria dell'elettrone deviata a seguito della collisione.

Se l'elettrone si muove abbastanza rapidamente e durante l'interazione perde solo una piccola frazione della sua energia cinetica, la deviazione dal suo cammino rettilineo è a tutti gli effetti trascurabile. Allora x_{min} coincide col parametro di impatto b , definito come la distanza tra il nucleo e la retta che rappresenta la traiettoria iniziale dell'elettrone, come illustrato in figura (1.1). Si noti che, all'interno di un plasma, il parametro d'impatto varia da

¹Qui $c = 2.99792458(1) \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$ è la velocità della luce nel vuoto mentre $e = 1.602176487(40) \times 10^{-19} \text{ C} = 4.80320427(12) \times 10^{-10} \text{ esu}$ è la carica elettrica elementare.

² $m_e = 9.10953(5) \times 10^{-27} \text{ g}$ è la massa dell'elettrone.

collisione a collisione.

È immediato vedere che vale:

$$a_{max} = a(x_{min}) \approx a(b) = \frac{Ze^2}{m_e b^2}. \quad (1.2)$$

Dato che l'energia irradiata è apprezzabile fintanto che l'elettrone si trova ad una distanza dal nucleo dell'ordine di b , la durata effettiva della collisione è data da:

$$\Delta t \simeq 2 \frac{b}{v_e}. \quad (1.3)$$

Sostituendo la (1.2) e la (1.3) nella (1.1) si ottiene l'energia totale irradiata per collisione:

$$w\Delta t = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m_e^2} \frac{1}{b^3 v_e}. \quad (1.4)$$

La perdita di energia aumenta fortemente al diminuire del parametro di impatto. A b fissato, l'energia irradiata è minore per gli elettroni più veloci, che rimangono nelle vicinanze dello ione per un tempo inferiore.

1.1.2 Distribuzione spettrale della radiazione emessa

Durante la collisione l'accelerazione dell'elettrone passa dal suo massimo solamente una volta. Analogamente il vettore campo elettrico della radiazione cresce fino a un massimo, per poi tornare a zero, una volta sola. La radiazione emessa, quindi, consiste in un impulso di durata Δt (1.3) che presenta un profilo lievemente asimmetrico. L'asimmetria si deve al fatto che, dopo l'interazione, l'elettrone si muove con una velocità leggermente inferiore.

La distribuzione spettrale della radiazione (in funzione della frequenza) si ottiene dall'analisi di Fourier del moto della carica e risulta piuttosto piatta fino ad una frequenza massima:

$$\nu_{max} \simeq \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v_e}{4b} \quad (1.5)$$

oltre la quale crolla esponenzialmente.

Approssimando tale distribuzione spettrale ad una di tipo rettangolare di larghezza pari a ν_{max} (1.5), l'energia totale irradiata per collisione nell'unità di frequenza è data da:

$$\frac{w\Delta t}{\Delta\nu} \approx \frac{w\Delta t}{\nu_{max}} \simeq \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m_e^2} \frac{1}{b^2 v_e^2}. \quad (1.6)$$

La radiazione di un singolo elettrone è polarizzata linearmente.

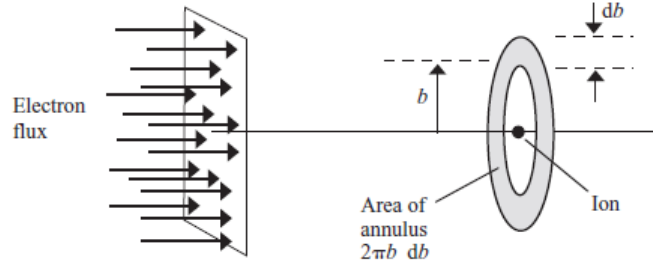


Figura 1.2: Flusso di elettroni che si muovono verso uno ione di campo con velocità v . L'anello rappresenta l'area del bersaglio con parametro d'impatto b in db .

1.2 Emissione da un insieme di elettroni

1.2.1 Emissione da elettroni di velocità v

Emissività specifica

Si consideri una nube di gas completamente ionizzato che presenta una densità di ioni n_i ed una densità di elettroni n_e . Supposto che gli elettroni si muovano tutti con la stessa velocità v , per ottenere l'emissività specifica delle nubi, ossia la potenza irradiata al secondo per unità di volume e di frequenza, si può partire studiando le interazioni tra gli elettroni ed uno ione di campo. In questo caso il numero di collisioni al secondo con parametro d'urto compreso tra b e $b + db$ è dato da:

$$n_{coll} = n_e v_e 2\pi b db \quad (1.7)$$

come si deduce facilmente dalla figura (1.1.2). Ora il numero totale di collisioni per unità di volume (N_{coll}) si ottiene moltiplicando la (1.7) per la densità n_i di ioni del plasma.

L'emissività specifica si ricava moltiplicando la (1.6) per N_{coll} e integrando su tutti i parametri d'urto:

$$J(v, \nu) = \frac{32\pi}{3} \frac{e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_i Z^2 \int_0^{\infty} \frac{db}{b}. \quad (1.8)$$

Si noti che l'integrale della (1.8) diverge nei due estremi di integrazione. Di conseguenza si introducono un valore minimo ed uno massimo per il parametro d'impatto sulla base di opportune considerazioni fisiche. Così l'emissività specifica risulta:

$$J(v, \nu) = \frac{32\pi}{3} \frac{e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_i Z^2 \ln \left(\frac{b_{max}}{b_{min}} \right). \quad (1.9)$$

Stima di b_{\min} e b_{\max} e fattore di Gaunt

Il valore massimo di b , come ordine di grandezza, si ottiene a partire dal fatto che, ad una data frequenza ν , danno un contributo apprezzabile solo quegli elettroni il cui parametro d'urto corrisponde ad una *frequenza di cut-off* maggiore di ν . In altre parole b_{\max} deve essere tale che il contributo di tutte le interazioni che avvengono a distanza maggiore sia trascurabile. Allora, tenendo conto della (1.5), si ha:

$$b \leq \frac{v}{4\nu} \implies b_{\max} \simeq \frac{v}{4\nu}. \quad (1.10)$$

Il valore minimo di b si può valutare sia in approssimazione semiclassica sia a partire dai principi della meccanica quantistica. In generale come b_{\min} si prende il massimo tra quello classico e quello quantistico.

L'approssimazione semiclassica cessa di essere valida quando $\Delta v \sim v$. Dato che gli elettroni, a seguito dell'interazione con i nuclei possono perdere al più tutta la loro energia, ricordando la (1.2) e la (1.3), si deve avere:

$$\Delta v = a\Delta t \approx \frac{Ze^2}{m_e b^2} \frac{2b}{v} \leq v \quad (1.11)$$

da cui si ottiene:

$$b_{\text{class}} \geq \frac{2Ze^2}{m_e v^2} \implies (b_{\min})_{\text{class}} \simeq \frac{2Ze^2}{m_e v^2}. \quad (1.12)$$

Il fatto che per b esista un limite inferiore diverso da 0 conferma il fatto che, durante l'interazione, non si ha, in realtà, un contatto effettivo tra ione ed elettrone.

La seconda stima di b_{\min} è di natura quantistica e si deriva dal Principio di Indeterminazione di Heisenberg ($\Delta x \Delta p \leq \frac{h}{2\pi}$)³.

Preso $\Delta x \simeq b$ e $\Delta p \simeq m_e v$ si ha:

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi \Delta p} \simeq \frac{h}{2\pi m_e v}$$

$$b_{\text{quant}} \gtrsim \frac{h}{2\pi m_e v} \implies (b_{\min})_{\text{quant}} \simeq \frac{h}{2\pi m_e v}. \quad (1.13)$$

Questo significa che l'elettrone non può passare ad una distanza dal nucleo inferiore a Δx senza che il suo impulso possa essere conosciuto con una precisione migliore di Δp .

Confrontando le due stime di b_{\min} si ha:

$$(b_{\min})_{\text{quant}} > (b_{\min})_{\text{class}} \iff v \gtrsim 0.01 c. \quad (1.14)$$

³Qui e nei paragrafi a seguire $h = 6.62606896(33) \times 10^{-27} \text{ erg s}$ è la costante di Planck.

La formula esatta dell'emissività specifica, che risulta dalla trattazione quantistica del processo, può essere ottenuta introducendo un fattore correttivo:

$$J(v, \nu) = \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_i Z^2 g_{ff}(v, \nu) \quad (1.15)$$

dove

$$g_{ff}(v, \nu) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right) \quad (1.16)$$

è il *fattore di Gaunt*, che dipende dell'energia dell'elettrone e della frequenza di emissione.

1.2.2 Bremsstrahlung termica

L'emissione di una nube di plasma che presenta al suo interno ioni ed elettroni all'equilibrio termodinamico è detta Bremsstrahlung termica. In questo caso la velocità non è la stessa per tutti gli elettroni ma segue la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, mentre le altre ipotesi di lavoro rimangono valide.

Emissività specifica ed emissività totale

L'emissività specifica si calcola mediando la (1.9) sulla distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann⁴. La probabilità che un elettrone abbia velocità compresa tra v e $v + dv$ è:

$$dP \propto v^2 \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2kT}\right) dv.$$

Allora l'emissività specifica sarà:

$$J(T, \nu) = \frac{\int_{v_{min}}^{\infty} J(v, \nu) v^2 \exp(-m_e v^2 / 2kT) dv}{\int_0^{\infty} v^2 \exp(-m_e v^2 / 2kT) dv}. \quad (1.17)$$

Il limite inferiore dell'integrale al numeratore in (1.17) si deve al fatto che l'energia del fotone emesso non può essere maggiore dell'energia cinetica dell'elettrone (*photon discreteness effect*). La v_{min} si ricava dalla condizione:

$$h\nu \leq \frac{m_e v^2}{2}. \quad (1.18)$$

⁴Di seguito $k = 1.3806504(24) \times 10^{-16} \text{ erg } K^{-1}$ è la costante di Boltzmann.

Di seguito si riporta l'emissività specifica in unità cgs, ottenuta integrando la (1.17):

$$J(T, \nu) = 6.68 \times 10^{-38} Z^2 n_e n_i T^{-1/2} e^{-h\nu/kT} \bar{g}_{ff}(T, \nu). \quad (1.19)$$

Qui $\bar{g}_{ff}(T, \nu)$ è un *fattore di Gaunt medio* che nella maggior parte dei casi è dell'ordine dell'unità. Il grafico (1.3) mostra l'andamento di $\bar{g}_{ff}(T, \nu)$ in funzione di $u = h\nu/kT$.

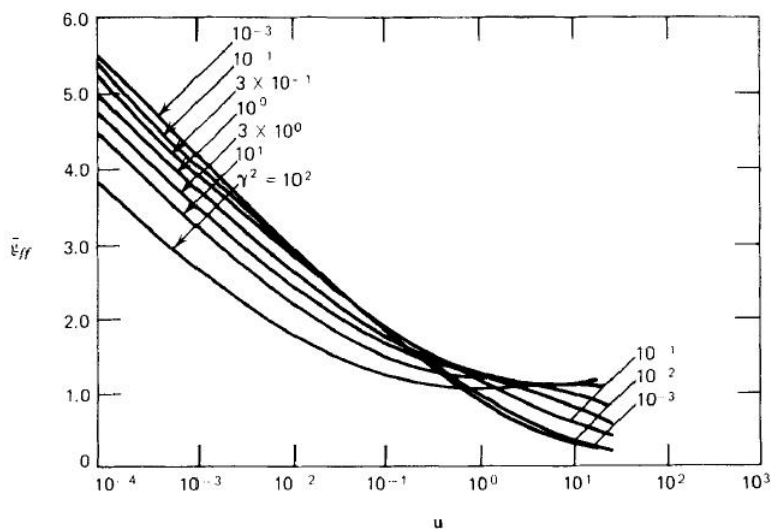


Figura 1.3: Valori numerici del *fattore di Gaunt medio* $\bar{g}_{ff}(T, \nu)$. La dipendenza dalla frequenza è data da $u = 4.8 \times 10^{11} \nu/T$, mentre quella dalla temperatura si trova in $\gamma^2 = 1.58 \times 10^5 Z^2/T$.

Supponendo che la nube di plasma sia trasparente alla sua radiazione (l'autoassorbimento verrà trattato più avanti), la distribuzione spettrale dell'emissione di Bremsstrahlung termica si mantiene approssimativamente piatta fino ad un certo valore di frequenza, detta *frequenza di cut-off*, che cade attorno ad $h\nu \simeq kT$. Per frequenze maggiori domina il fattore di taglio esponenziale (1.19) e l'emissione cala rapidamente. Tutto questo ovviamente è da ricondurre al *photon discreteness effect* (1.18).

L'andamento spettrale per frequenze minori della frequenza di cut-off non è esattamente piatto ma viene leggermente modificato dal fattore di Gaunt, come mostrato in figura (1.4).

L'emissività totale si ottiene integrando la (1.19) su tutto lo spettro. In unità cgs è:

$$J(T) = 1.4 \times 10^{-27} Z^2 n_e n_i T^{-1/2} \bar{g}_B(T) \quad (1.20)$$

dove $\bar{g}_B(T) \simeq 1.2$.

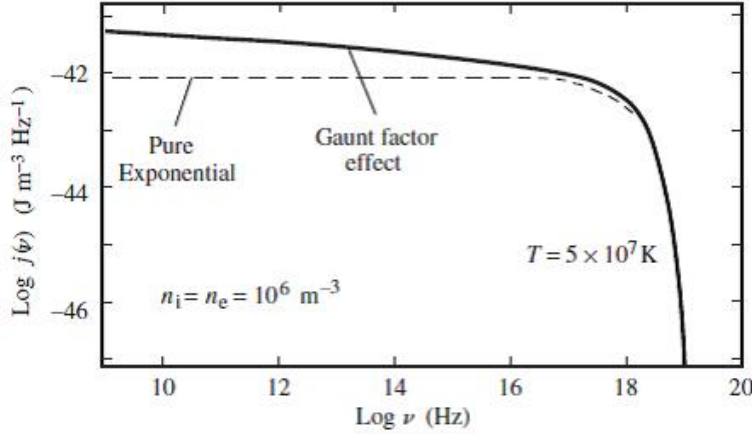


Figura 1.4: Spettro continuo della Bremsstrahlung termica dedotto teoricamente. L'emissività specifica è plottata in scala logaritmica a temperatura fissata e su un intervallo di frequenze che si estende dal radio ai raggi X. Si noti la crescita graduale a basse frequenze dovuta al fattore di Gaunt. Si è assunto un plasma di idrogeno ($Z = 1$) di $T = 5 \times 10^7 K$.

Tempo di raffreddamento

Il tempo di raffreddamento è definito come il rapporto tra l'energia termica del plasma e la perdita radiativa per Bremsstrahlung:

$$t_{cooling} = \frac{3/2(n_e + n_i)kT}{J(T)} = \frac{1.8 \times 10^{11} T^{1/2}}{\bar{g}_B n_e} s \approx \frac{6 \times 10^3 T^{1/2}}{\bar{g}_B n_e} yr \quad (1.21)$$

con $n_e = n_i$. Si noti che $t_{cooling}$ dipende sia dalla temperatura sia dalla densità del plasma.

Autoassorbimento

Per lo studio dell'autoassorbimento di un plasma all'equilibrio termodinamico che emette radiazione di Bremsstrahlung è necessario calcolare il coefficiente di assorbimento.

Sostituendo la (1.19) nella legge di Kirchoff $j(\nu) = \mu(\nu)B(\nu, T)$ si ottiene:

$$\mu_{br}(\nu, T) = \frac{J(\nu, T)}{4\pi B_{bb}(\nu, T)} \propto n_e^2 T^{-1/2} \nu^{-3} (1 - e^{-h\nu/kT}) \quad (1.22)$$

dove $B_{bb}(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$ è la brillantezza di corpo nero. Si noti la forte dipendenza di μ_{br} dalla frequenza.

Una regione che irradia per Bremsstrahlung diventa via via più trasparente

alla sua radiazione passando a valori di frequenza sempre più grandi. Per alte frequenze μ_{br} è trascurabile e il comportamento della nube di plasma è quello tipico dei corpi otticamente sottili.

L'autoassorbimento è significativo soltanto a basse frequenze (radio) ossia quando $h\nu/kT \ll 1$. In questo caso, sviluppando in serie l'esponenziale della (1.22), si ottiene:

$$\mu_{br}(\nu, T) \approx 0.018 n_e n_i Z^2 \bar{g}_{ff} T^{-3/2} \nu^{-2}. \quad (1.23)$$

Applicando l'equazione del trasporto radiativo $B(\nu, T) = \frac{j(\nu, T)}{\mu(\nu, T)}(1 - e^{-\tau})$ alla nube che emette per Bremsstrahlung si ha:

$$B_{cloud}(\nu, T) = \frac{J(\nu, T)}{4\pi\mu_{br}(\nu, T)}(1 - e^{-\tau}) = \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}(1 - e^{-\tau}) \quad (1.24)$$

dove $\tau = \mu l$ è la profondità ottica ed l è il libero cammino medio.

Nell'approssimazione di Rayleigh-Jeans ($h\nu/kT \ll 1$) per basse frequenze (a frequenze elevate c'è il cut-off) $B_{bb}(\nu, T) = \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$ è approssimabile a $\frac{2kT}{c^2}\nu^2$, allora:

$$\begin{aligned} B_{cloud}(\nu, T) &\approx \frac{2kT}{c^2} \nu^2 \propto \nu^2 & \tau \gg 1 \\ B_{cloud}(\nu, T) &\approx \frac{2kT}{c^2} \nu^2 \tau \propto \nu^0 = 1 & \tau \ll 1 \end{aligned} \quad (1.25)$$

Nella regione otticamente spessa ($\tau \gg 1$), in corrispondenza delle frequenze radio, lo spettro di Bremsstrahlung cresce come ν^2 , a frequenze un po' più elevate si entra nel regime otticamente sottile ($\tau \ll 1$) e lo spettro si mantiene piatto fino al cut-off, come mostrato in figura (1.5).

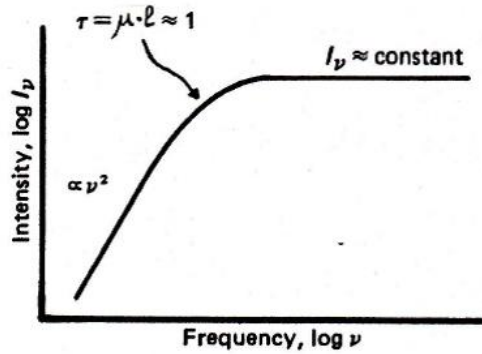


Figura 1.5: Spettro di Bremsstrahlung per frequenze minori della frequenza di cut-off in caso di autoassorbimento.

Temperatura e misura di emissione

Effettuando osservazioni nella regione opaca e nella regione trasparente dello spettro di Bremsstrahlung è possibile ricavare la temperatura del plasma. Dalle (1.25) si ottiene:

$$\begin{aligned} T_B &\approx T_E & \tau &\gg 1 \\ T_B &\approx T_E \tau & \tau &\ll 1 \end{aligned} \quad (1.26)$$

dove T_B è la temperatura di brillantezza e T_e è la temperatura di agitazione termica degli elettroni. Quindi, in regime otticamente spesso, la temperatura del plasma coincide con quella di brillantezza.

Il valore della frequenza per cui lo spettro passa dalla forma praticamente piatta caratteristica della Bremsstrahlung a quella $\propto \nu^2$ permette di determinare la misura di emissione del plasma definita come $\int dl Z^2 n_e n_i$.

1.2.3 Bremsstrahlung relativistica

Introducendo un opportuno fattore di Gaunt, è possibile estendere le formule per un insieme di elettroni di velocità v (§1.2.1) al caso relativistico in cui $v \simeq c$. Per abbondanze cosmiche ($\langle Z \rangle = 1.3$) l'emissività specifica in unità cgs diventa:

$$J_{rel}(\nu) \approx 5 \times 10^{-42} n_e n_i. \quad (1.27)$$

Un caso molto importante in ambito astrofisico è quello in cui la distribuzione di energia degli elettroni è a legge di potenza, ossia:

$$N(E) = N_0 E^{-\delta}. \quad (1.28)$$

Integrando la (1.27) sugli elettroni con energia $E \geq h\nu$ si ottiene, sempre in unità cgs:

$$J(\nu) \approx 5 \times 10^{-42} \frac{N_0 n_i}{\delta - 1} (h\nu)^{-\delta+1} \propto \nu^{-(\delta-1)}. \quad (1.29)$$

Lo spettro è a legge di potenza e dipende da δ .

Può essere utile esprimere la (1.29) in numero di fotoni e per unità di energia. Per questo scopo è sufficiente dividere per $h^2\nu$:

$$J_{fot}(E) \approx \frac{5 \times 10^{-16}}{\delta - 1} n_i N(E) = \frac{5 \times 10^{-16}}{\delta - 1} n_i N_0 E^{-\delta}. \quad (1.30)$$

Si noti che l'esponente fotonico δ è uguale a quello elettronico.

Capitolo 2

Applicazioni astrofisiche

2.1 La Bremsstrahlung nell'Universo

2.1.1 Regioni HII

Le regioni HII (idrogeno ionizzato) sono associate a zone di intensa formazione stellare, che contengono una grande quantità di gas e polvere. Tra le stelle di recente formazione le più brillanti sono quelle che emettono più radiazione nell'ultravioletto e che riescono a ionizzare il gas di idrogeno in cui sono immerse. Il fotone ultravioletto, ionizzando l'atomo di idrogeno, produce una coppia protone-elettrone che può ricombinarsi oppure perdere energia per irraggiamento da Bremsstrahlung.

L'emissione radio delle regioni HII ricalca esattamente l'andamento dello spettro di una sorgente termica nel regime otticamente spesso e in quello otticamente sottile (1.25) come mostrato in figura (2.1). Il picco intorno ai $100 \mu m$ si deve ai grani di polvere che, riscaldati dal campo di radiazione locale della regione HII, emettono nell'infrarosso dando l'andamento tipico della radiazione di corpo nero.

Nella nostra Galassia l'idrogeno ionizzato è presente sotto forma di nubi discrete. Alcune di esse formano dei complessi spettacolari, sia per dimensioni sia per densità del gas (per esempio si pensi alla Nebulosa di Orione).

Nebulosa di Orione: temperatura e misura di emissione

Si vuole specializzare il calcolo della temperatura e della misura di emissione di un plasma che emette per Bremsstrahlung al caso della Nebulosa di Orione (NGC 1976).

Assumendo $Z = 1$, $n_e = n_i$ e $\bar{g}_{ff} = 12$, dalla (1.22) si ottiene $\mu(\nu, T) \approx 0.2 n_e^2 T^{-3/2} \nu^{-2}$. La transizione dal regime otticamente spesso a quello otti-

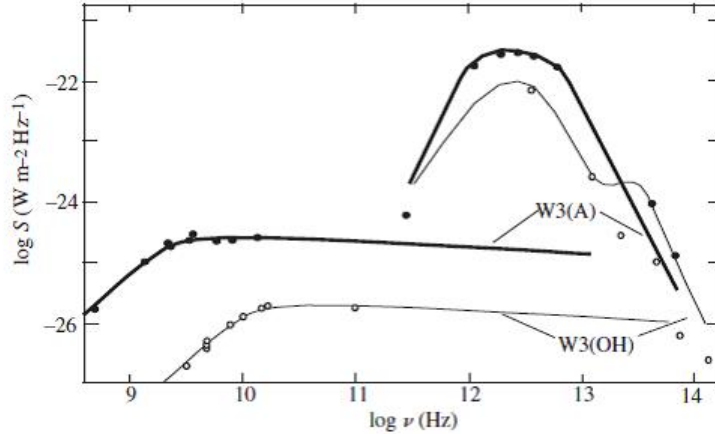


Figura 2.1: Spettro di emissione da Bremsstrahlung e da polvere di due regioni HII nel complesso W3 di emissione radio, infrarossa e ottica. I dati osservativi sono rappresentati come cerchi vuoti e pieni mentre le linee disegnate rappresentano i modelli per il plasma e per la polvere che fittano meglio i dati.

camente sottile si ha per $\nu \approx 1 \text{ GHz}$. Utilizzando le (1.26) si ottiene una temperatura $T_e \approx 10^4 \text{ K}$ ed una misura di emissione $n_e^2 l_0 \approx 7 \times 10^{24}$, dove l_0 è lo spessore della nube. Dato che la distanza della Nebulosa di Orione è nota, a partire dalle sue dimensioni angolari si possono ricavare quelle vere ($\approx 40 \text{ pc}$) e dalla misura di emissione si può ottenere la densità elettronica $n_e \approx 2 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

Tempo di raffreddamento

Si vuole calcolare il tempo di raffreddamento per Bremsstrahlung delle regioni HII a idrogeno ionizzato a partire dalla (1.21). Posto $n_e = (10^2 \div 10^3) \text{ cm}^{-3}$ e $T = (10^3 \div 10^4) \text{ K}$ si ottiene $t_{cooling} \approx (100 \div 1000) \text{ yr}$.

2.1.2 Ammassi di galassie

Un altro esempio di Bremsstrahlung termica è la radiazione del gas intergalattico degli ammassi di galassie, che può raggiungere temperature dell'ordine di $T \simeq 10^8 \text{ K}$. La figura (2.2) mostra lo spettro teorico di un plasma a $T = 10^7 \text{ K}$, in cui sono messe in evidenza le righe di emissione aspettate, dovute alla ricombinazione delle coppie prodotte dalla ionizzazione o alla diseccitazione degli elettroni degli atomi più pesanti. Dal confronto con lo spettro osservato è possibile ricavare il numero effettivo di elementi chimici e di specie ionizzate all'interno del plasma e quindi la sua temperatura.

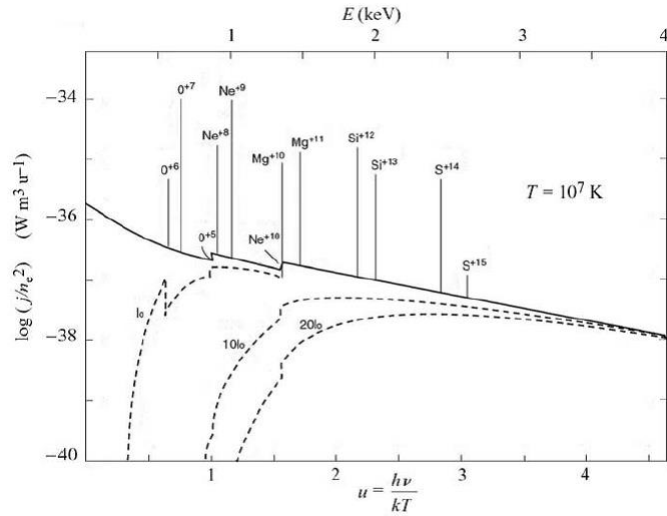


Figura 2.2: Grafico semilogaritmico dell'emissività di Bremsstrahlung per un plasma intergalattico a $T = 10^7 K$. Le linee tratteggiate rappresentano l'autoassorbimento in banda X. Le parti rettilinee si irripidiscono di un fattore $\simeq 2.7$ per ogni variazione di u dell'ordine dell'unità.

Tempo di raffreddamento

Si vuole calcolare il tempo di raffreddamento per Bremsstrahlung del gas intergalattico a partire dalla (1.21). Posto $n_e = 10^{-3} cm^{-3}$ e $T = 10^8 K$ si ottiene $t_{cooling} \approx 10^{10} yr$.

2.1.3 Binarie X

L'estrema variabilità di un certo numero di sorgenti X è stata interpretata come dovuta al moto orbitale della sorgente intorno al centro di massa di un sistema binario in cui la stella compagna ha dimensioni sufficientemente grandi da eclissarla. Le *Binarie X* sono sistemi binari molto stretti che si ritengono formati da una Stella di Neutroni e da una stella normale. L'interazione tra le due può rendere luminosa la Stella di Neutroni che di per sè non emette radiazione. L'emissione si deve al fatto che, se le due stelle sono abbastanza vicine, la Stella di Neutroni accresce materia dalla stella compagna. L'energia gravitazionale del materiale che cade nella sua buca di potenziale si trasforma in energia termica e si ha emissione X per Bremsstrahlung. La luminosità delle Binarie X è dell'ordine di $10^{36} \div 10^{38} erg s^{-1}$ cioè $10^3 \div 10^5$ volte la luminosità totale del Sole.

2.1.4 Galassie ellittiche

Il mezzo interstellare delle galassie ellittiche è costituito principalmente da plasma molto caldo che produce emissione X per Bremsstrahlung ed emissione in riga. La temperatura del plasma ($T \simeq 7 \times 10^6 K$) si ricava facilmente dallo spettro X (§1.2.2). Tenuto conto dell'enorme pressione interstellare dovuta alla temperatura molto elevata, la distribuzione del plasma all'interno del potenziale della galassia deve essere pressochè sferica. Si ha, inoltre, un risultato molto importante, che non si intende dimostrare in questa sede, per cui l'emissività specifica da Bremsstrahlung deve essere costante sulle superfici equipotenziali del campo di gravità. Di conseguenza le isofote X forniscono una vera e propria “radiografia” del campo gravitazionale di sistemi che hanno gas ionizzato (figura 2.3).

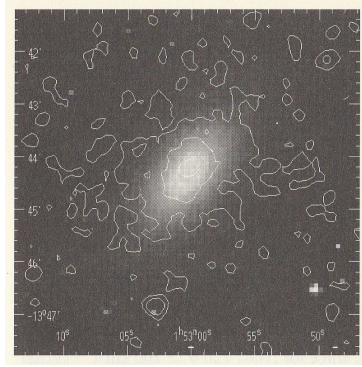


Figura 2.3: Isofote X di NGC 720 (ROSAT) sovrapposte ad una immagine ottica dal Digital Sky Survey.

2.1.5 Raggi cosmici e flares solari

La componente elettronica dei raggi cosmici emette raggi γ per Bremsstrahlung relativistica con la materia interstellare. A partire da evidenze sperimentali, lo spettro energetico della componente elettronica può essere descritto dalla (1.28) con $\delta = 2.7 \div 3.0$. L'emissività fotonica è data esattamente dalla (1.30). Si noti che l'esponente fotonico di tale radiazione è uguale a quello degli elettroni che la producono e l'energia degli elettroni è dell'ordine di quella dei fotoni emessi (crf §1.2.3). Da modelli che descrivono le proprietà spettrali dell'emissione γ , si deduce che $\delta \leq 2$, per energie $< 0.3 Gev$ e $\delta \simeq 2.7$ per energie maggiori.

Alla Bremsstrahlung relativistica si può associare anche l'emissione X dei flares solari da parte di particelle relativistiche che presentano una distribuzione di energia a legge di potenza.

Bibliografia

- [1] G. B. Rybicki, A. P. Lightman, *Radiative Processes in Astrophysics*, WILEY-VCH, 2004.
- [2] H. Bradt. *Astrophysics Processes*. Cambridge University Press, 2008.
- [3] J. Binney, M. Merrifield, *Galactic Astronomy*, Princeton University Press, 1998.
- [4] C. Fanti, R. Fanti, *Lezioni di Radioastronomia*, Dispense, 2012.
- [5] D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*, Dispense.