

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

-Sede di Forlì-

CORSO DI LAUREA

IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Classe LM-20

TESI DI LAUREA

in

Strutture e materiali aerospaziali LM

***ANALISI NUMERICA E SPERIMENTALE DEL
COMPORTAMENTO A COMPRESSIONE DI MATERIALI
COMPOSITI***

CANDIDATO

Marco Montemurro

RELATORE

Prof. Ing. Enrico Troiani

CORRELATORI

Ing. Matteo Scafè

Sara Taddia

Maria Pia Falaschetti

Anno accademico 2012/2013

Sessione III^a

Indice

Indice delle figure	iii
Elenco delle tabelle	v
Introduzione	1
Capitolo 1-Analisi agli elementi finiti	3
1.1 Analisi agli elementi finiti con sistemi CAE.....	3
1.1.1 Pre-Process	4
1.1.2 Process	6
1.1.3 Post- process	7
1.2 FEM: Finite Element Method	7
1.2.1 Analisi lineari e non lineari.....	9
1.3 Algoritmo esplicito.....	13
1.3.1 Tempo di incremento stabile.....	16
1.4 Analisi di un laminato in materiale composito	19
1.4.1 First-order shear deformation theory.....	20
1.5 Criteri di rottura per i materiali compositi	24
Capitolo 2-Prove sperimentali	27
2.1 Introduzione	27
2.2 Materiali compositi unidirezionali.....	28
2.3 Back-out Factor	30
2.4 Prove a compressione.....	32
2.4.1 Materiali e Provini	34

2.4.2	Procedura di prova	36
Capitolo 3-Modello FEM		41
3.1	Il software Abaqus.....	41
3.1.1	La geometria e la mesh	42
3.1.2	Le tipologie di carico	43
3.1.3	Condizioni al contorno	44
3.1.4	Contatto tra superfici.....	45
3.2	Analisi statiche	46
3.2.1	Forza di serraggio.....	50
3.2.2	Valutazione del coefficiente di attrito	52
3.3	Modello	52
3.4	Semplificazione del modello.....	55
3.4.1	Distribuzione forze	56
3.5	Risultati con modello finale semplificato.....	60
Capitolo 4-Simulazioni sul materiale composito.....		63
4.1	Analisi con l'uso del modello ottenuto	63
4.3	Failure damage model.....	68
4.4	Analisi finali.....	73
4.5	Criterio di TSAI-WU	79
Conclusioni.....		83
Bibliografia.....		87

Indice delle figure

Figura 1- Dcretizzazione di una trave con due elementi molla.....	8
Figura 2- trave incastrata e trave vincola agli estremi hanno differente rigidezza.	11
Figura 3- un vincolo non lineare causa la variazione di rigidezza della struttura.	12
Figura 4- Schema di calcolo della risoluzione esplicita.....	16
Figura-5-micromeccanica (a) livello della lamina (b) livello laminato (c).....	19
Figura 6- Deformazione assunta nella FSDT.....	21
Figura 7-tensioni risultanti agenti sulla shell.	23
Figura 8-Sovrapposizione di più lamine	29
Figura 9--CLC Test Fixture	33
Figura 10- provino introdotto nell'attrezzatura CLC.....	33
Figura 11-Dimensioni del provino come da normativa ASTM D6641/D6641-09.....	35
Figura 12-Lastra dalla quale sono ricavati i provini del tipo D.	35
Figura 13-Installazione del provino nel CLC.....	37
Figura 14-Rottura di un provino	38
Figura 15-Micrografia provino B4.....	39
Figura 16-Load.....	44
Figura 17-boundary condition.....	44
Figura 18-Modello reale.....	46
Figura 19-(a)Attrezzatura semplificata realizzata con Abaqus- (b) attrezzatura completa realizzata con SolidWorks.....	47
Figura 20-mesh modello prova statica	48
Figura 21-risultati prova statica	49

Figura 22-tabulazione forza di serraggio e coppia corrispettiva della chiave dinamometrica.....	51
Figura 23-Assieme completo con mesh	54
Figura 24-soluzione modello con materiale isotropo.....	55
Figura 25-modello senza CLC	56
Figura 26-vista dall'alto della sezione totale	57
Figura 27-distribuzioni forze.....	58
Figura 28-carico sul provino normalizzato al variare del tempo	59
Figura 29- carico di taglio normalizzato al variare del tempo	59
Figura 30-confronto tensioni normalizzate tra valori sperimentali e numerici.	60
Figura 31-Risultati modello finale isotropo equivalente.....	61
Figura 32-mesh modello composito.....	64
Figura 33- (a) forza totale applicata al pistone (b) solo provino con forza di taglio e forza agente sul provino.	66
Figura 34-Andamento dell'ampiezza della forza totale agente sul pistone	66
Figura 35-risultati forza totale con pistone, piastra e provino	67
Figura 36-comportamento tensioni deformazioni una volta che si è instaurato il danno.	70
Figura 37 -funzione della variabile del danno al variare dello spostamento.....	72
Figura 38-tensioni con spostamento fissato da sperimentale	74
Figura 39-spostamenti ottenuti di prove a diverse velocità	74
Figura 40- tempi di prova alle diverse velocità.....	75
Figura 41- tensioni ottenute nelle prove a diverse velocità.....	76
Figura 42- parametri di inizio danno alle diverse velocità.....	77
Figura 43-inizio danno a diversi spostamenti	78
Figura 44-ply definito come shell	79

Elenco delle tabelle

Tabella 1-Differenza di codificazione degli elementi in Ansys e Abaqus.....	5
Tabella 2- Sequenze di laminazione per ogni tipologia di provini	36
Tabella 3-Unità di misura in Abaqus	42
Tabella 4-Materiale isotropo equivalente.....	52
Tabella 5-Acciaio	53

Nomenclatura

ASTM	<i>American Society for Testing and Material</i>
BF	<i>Back out Factor</i>
CFRP	<i>Carbon Fiber Reinforced Plastic</i>
CLC	<i>Combined Loading Compression</i>
CAE	<i>Computed Aided Engineering</i>
CAD	<i>Computed Aided Design</i>
FE	<i>Finite Element</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FEA	<i>Finite Element Analysis</i>
<i>FPF</i>	<i>First ply failure</i>
<i>LPF</i>	<i>Last ply failure</i>
UD	<i>Unidirezionale</i>

Introduzione

L'obiettivo di questa tesi è ottenere un modello agli elementi finiti che simuli la prova a compressione su un campione di materiale composito a matrice polimerica rinforzata con fibre di carbonio unidirezionali (UD), mediante l'utilizzo di una attrezzatura denominata Combined Loading Compression (CLC) Test Fixture [1].

Il programma utilizzato per realizzare il modello agli elementi finiti è Abaqus della *Simulia*.

Il materiale oggetto dello studio è un prepreg UD di interesse nel settore automobilistico, e fa seguito ad una campagna di prove sperimentali (caratterizzazione a compressione) svolta nei laboratori ENEA di Faenza, dove opera l'Unità Tecnica Tecnologie dei Materiali Faenza (UTTMATF).

Nel primo capitolo della tesi verranno dati alcuni cenni relativi alla teoria che è alla base della modellazione agli elementi finiti.

Nel secondo capitolo viene descritta la campagna di prove sperimentali condotta sul materiale composito oggetto del presente studio. All'interno di tale parte verrà spiegato il metodo analitico indiretto, sviluppato a partire dalla teoria classica della laminazione, che è stato usato per determinare la resistenza a compressione della lamina UD a 0° ed inoltre, verranno descritte l'attrezzatura e la metodologia di prova utilizzate.

Nel terzo capitolo verranno introdotti i concetti necessari all'utilizzo del software, e si discuteranno le analisi agli elementi finiti realizzate su un materiale isotropo equivalente, ottenendo un modello base da utilizzare nelle simulazioni relative al materiale composito di nostro interesse.

Infine, nell'ultimo capitolo verrà discussa l'implementazione del modello agli elementi finiti per il materiale composito realizzato a partire dal prepreg unidirezionale. Inoltre, si illustrerà il criterio di rottura utilizzato dal software

per determinare la resistenza a compressione del materiale preso in considerazione, e l'evoluzione del danno al suo interno.

Analisi agli elementi finiti

L'analisi agli elementi finiti è una tecnica di simulazione numerica utilizzata in ambito strutturale per permettere la semplificazione della soluzione di strutture complesse. Nel seguente capitolo sono analizzati gli aspetti riguardanti tale tecnica di analisi ed il metodo utilizzato, facendo un breve excursus delle varie tipologie di simulazione che si possono realizzare.

In una prima parte del seguente capitolo si fornisce un quadro generale dell'analisi agli elementi finiti, spiegando le modalità di interfaccia solutore-utente; successivamente vengono fornite alcune nozioni di carattere teorico sui vari aspetti che le simulazioni possono affrontare, con buona approssimazione della realtà. Infine, si introducono nozioni sull'analisi agli elementi finiti per i materiali compositi.

1.1 Analisi agli elementi finiti con sistemi CAE¹

Lo sviluppo attuale della tecnologia ha portato alla realizzazione di molti solutori numerici dalle diverse capacità, per varie tipologie di analisi che è possibile effettuare. Questi permettono la soluzione di innumerevoli problemi, che vanno dalle semplici analisi di tipo statico a quelle non lineari, in cui si coinvolgono anche zone di contatto, fino ad arrivare ad analisi dinamiche ad alte e basse velocità.

In ambito strutturale molti solutori, oltre a effettuare analisi accurate su materiali isotropi, hanno sviluppato nel tempo la capacità di implementare

¹ CAE acronimo di Computed Aided Engineering, indica quei software che agevolano le soluzioni tramite calcolo numerico.

anche i materiali compositi. Il crescente utilizzo di tali materiali in ambito industriale, ha infatti reso necessario lo sviluppo di software dedicati.

Nella presente tesi è stato utilizzato il software ABAQUS della Simulia, uno tra i solutori commerciali maggiormente diffusi sul mercato.

Questo tipo di software, insieme ad altri diffusi nel settore ingegneristico, si suddividono in tre differenti fasi:

- i. Pre-process.
- ii. Process.
- iii. Post-process.

La prima fase consente di costruire la struttura, definire le proprietà dei materiali coinvolti, assegnare a ciascuna parte della struttura il materiale costituente, definire il carico e le condizioni al contorno. Ottenute tutte le informazioni necessarie, il solutore calcola le matrici di rigidezza del modello, nonché le forze interne ed esterne agenti in esso.

Nella fase di *process*, con le informazioni fornite, vengono risolte le equazioni di equilibrio e calcolati gli spostamenti.

L'ultima fase, infine, consente di visualizzare graficamente le soluzioni ottenute nel *process* [2].

1.1.1 Pre-Process

Per effettuare il calcolo della matrice di rigidezza, il software ha bisogno di informazioni sul tipo di materiale e sulla geometria della struttura da simulare. Quest'ultima può essere creata attraverso i solutori CAD² implementati nel programma FEM stesso, ma comunemente, in presenza di geometrie complesse, si predilige creare la struttura utilizzando un buon software CAD dedicato e solo dopo implementarlo nei solutori FEM. Si deve però precisare che il passaggio da un software CAD al FEM può creare problemi sulle connessioni, sui contatti e sulla geometria stessa della struttura. Pertanto la scelta di implementare o meno un file esterno deve essere ragionata in base alla complessità della geometria stessa.

² Computed Aided Design: acronimo che indica quei software per il disegno ed il progetto ingegneristico.

Di solito, ogni programma FE ha una libreria che contiene una varietà di elementi. Questi vengono identificati in categorie: elementi trave, solido, *shell*. Ogni solutore commerciale identifica le diverse tipologie con un opportuno codice. Dalla tabella sottostante si può notare come uno stesso elemento viene identificato tramite codici diversi per due dei solutori commerciali più diffusi, ANSYS della Dassault ed ABAQUS della Simulia.

ANSYS	ABAQUS
LINK1	T2D2
LINK2	T3D2
BEAM3	B21
BEAM4	B31
PLANE42	CPE4
PLANE82	CPE8
SOLID45	C3D8
SHELL63	S4

Tabella 1-Differenza di codificazione degli elementi in Ansys e Abaqus

Per ogni categoria precedentemente indicata si ha la possibilità di scegliere tra differenti opzioni: su un elemento solido planare, ad esempio, un'opzione permette di compiere analisi con deformazioni e tensioni piane.

Definiti in modo opportuno gli elementi strutturali, a questi deve essere associato un tipo di materiale. Inoltre, in base al tipo di analisi, le proprietà del materiale introdotte, possono essere di tipo lineare, non lineare, isotropiche o ortotropiche, ed inoltre dipendenti o indipendenti dalla temperatura. Altre caratteristiche del materiale possono essere introdotte qualora le analisi necessitassero di particolari informazioni, come, ad esempio, la tensione di rottura nel caso di *failure analysis*.

Una volta introdotte tutte le parti costituenti della struttura da simulare, queste devono essere discretizzate in modo da creare una serie di nodi in cui andranno calcolate le soluzioni (vd. Paragrafo 1.2, 1.4).

Tale discretizzazione prende il nome di mesh e può essere realizzata con conformazioni e dimensioni differenti in base alla precisione di soluzione ed ai tempi di simulazione che si vogliono ottenere. Sarà compito dell'utente trovare il giusto compromesso tra i due parametri.

In sintesi, la prima parte del *pre-process*, consiste nel creare la geometria del modello, assegnare il materiale costituente ed i tipi di elementi che andranno a suddividere il corpo in un insieme discreto di nodi.

La seconda parte del *pre-process* consiste nell'attribuire al corpo tutte le condizioni necessarie affinché il solutore effettui i calcoli. Si indicano, a tal proposito la definizione degli stati di carico, delle condizioni al contorno e dei vincoli.

Le condizioni al contorno sono i valori conosciuti dei gradi di libertà del corpo sul bordo. In un'analisi strutturale i gradi di libertà consistono essenzialmente in spostamenti e rotazioni. Esempi di condizioni al contorno possono essere le cerniere o l'incastro. Ulteriori informazioni necessarie al solutore sono le eventuali zone di contatto presenti, con i rispettivi attriti; se si conoscono le superfici che interagiscono durante l'analisi è possibile utilizzare dei contatti di tipo *pair* (contatto in cui viene specificata la coppia di superfici interessate), altrimenti si utilizza il *general contact*, in cui il solutore considera tutte le superfici come se fossero coinvolte nel contatto.

Il carico è un altro aspetto fondamentale per l'analisi. Esso può essere impostato come forza concentrata o distribuita, oppure come carico di taglio agente su una superficie.

Questa seconda parte del *pre-process* può essere vista come un'intersezione *pre-process* e *process*, perché tramite i dati forniti in questa fase, in quella successiva il solutore procede alla realizzazione dei calcoli numerici.

1.1.2 Process

La fase del *process* è eseguita solo dopo una fase detta di *check* delle informazioni inserite. Una volta terminata questa fase, parte il processo di soluzione numerica, in cui attraverso l'uso del metodo agli elementi finiti vengono risolte le equazioni algebriche.

I tipi di analisi che si possono effettuare sono vari, e vanno dalle analisi statiche lineari a quelle non lineari, per finire con le analisi di tipo dinamico. Si rimanda al paragrafo 1.2 per maggiori approfondimenti.

1.1.3 Post- process

Nella fase di *post-process* si analizzano i risultati ottenuti dalla soluzione che è stata calcolata. Tali risultati vengono, usualmente, visualizzati e analizzati attraverso un'interfaccia grafica, in cui il modello appare colorato: ad ogni colore è assegnata una fascia di valori numerici di tensione o deformazioni, che consente di capire quali sono le zone maggiormente sollecitate.

1.2 FEM: Finite Element Method

Le analisi agli elementi finiti sfruttano la teoria degli spostamenti per la soluzione di strutture continue, che deriva dalla più complessa teoria delle forze.

Una rappresentazione reale, in condizioni statiche, di un corpo sotto l'azione di un carico può essere ottenuta mediante una equazione differenziale. Essendo, però, la sua risoluzione estremamente complessa, se non impossibile da ottenere in forma chiusa, si ricorre alla teoria degli spostamenti, che permette di approssimare la soluzione di un'equazione differenziale con quella di una equazione algebrica.

Tale teoria prevede la discretizzazione della struttura in elementi, i quali permettono lo scambio di sforzi solo tra i nodi; le informazioni sulle interfacce, quindi, non vengono considerate. Ciò implica che ogni elemento deve garantire l'equilibrio sui nodi.

Sebbene nella realtà non esistano spostamenti nodali, nel metodo descritto sono previsti: imporre l'equilibrio e la congruenza sui nodi è, pertanto, condizione necessaria per ottenere la soluzione.

Le forze che agiscono su ogni nodo si valutano sulla base della *legge di Hooke*:

$$P = k * u$$

Eq. 1. 1

dove con u si indica lo spostamento nodale e con k la rigidezza di un materiale. Come noto, la legge di Hooke è valida solo nel campo di linearità di un materiale; la non linearità verrà discussa in seguito.

Per rendere più chiari i concetti appena esposti, ipotizziamo un caso semplice: una trave incastrata, approssimata con due elementi consecutivi. Ogni elemento possiede due nodi; si ottiene quindi una struttura formata da due elementi e tre nodi, di cui uno dei nodi esterni vincolato e, quindi, con spostamento nullo (figura 1). La rigidezza del materiale viene approssimata tramite un elemento molla: vale così la legge di Hooke su ogni nodo.

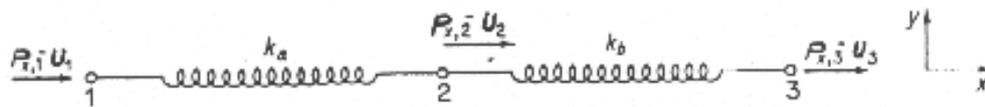


Figura 1- Dcretizzazione di una trave con due elementi molla

Imponendo l'equilibrio sui vari nodi, si otterrà un sistema matriciale in cui le incognite risulteranno essere gli spostamenti nodali, e la cui soluzione richiederà l'inversione della matrice di rigidezza.

Dall'equilibrio delle forze sui nodi si ottiene, infatti:

$$\begin{Bmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & -ka & 0 \\ -ka & (ka + kb) & -kb \\ 0 & -kb & kb \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{Bmatrix}$$

Eq. 1. 2

dove $u1$, $u2$ e $u3$ sono gli spostamenti dei nodi in figura 1, ka e kb sono le rigidezze degli elementi A e B, e $P1$, $P2$ e $P3$ sono le forze che agiscono sugli elementi A e B. Condizione necessaria per l'inversione della matrice di rigidezza, e quindi per l'ottenimento degli spostamenti, consiste nella non singolarità della matrice stessa, ottenibile con l'imposizione di un vincolo nella struttura. Se si considera, invece, una struttura continua, nonostante il principio sia molto simile a quello descritto, intervengono effetti che complicano il

processo di calcolo. Innanzitutto, in un sistema continuo è necessario considerare il sistema di riferimento fisso rispetto a quello relativo locale; per tener conto di ciò si introduce una matrice di rotazione per ogni elemento, che individua la posizione del sistema di riferimento locale, rispetto a quello fisso. Oltre allo stato tensoriale sui nodi, occorre definire anche le tensioni agenti sull'intero corpo. Per fare questo, si utilizzano le funzioni di forma che permettono di correlare gli spostamenti nodali agli spostamenti interni. Queste assicurano la congruenza, ma non l'equilibrio delle tensioni dell'intero corpo. Dalle funzioni di forma si ricavano le deformazioni per le quali è garantita, pertanto, solo la congruenza. Se si ipotizza che lo stato di deformazione congruente equivale allo stato di deformazione equilibrato e congruente (per cui reale), e facendo uso del principio dei lavori virtuali, si ricava la matrice di rigidezza approssimata dell'intero corpo. Conoscendo la matrice di rigidezza è possibile ricavare lo stato tensoriale approssimato dell'intero corpo. Pertanto la determinazione della matrice di rigidezza deriva dalle funzioni di forma. L'ipotesi introdotta è fondamentale ed è alla base del metodo degli spostamenti, che permette di ottenere risultati che approssimano bene il caso reale.

Da quanto esposto, si evince che risulta importante definire nel miglior dei modi la discretizzazione del corpo, cioè definire la giusta quantità di elementi in cui suddividere la struttura. Infatti più gli elementi sono di piccola entità, maggiore sarà il numero di nodi totali posseduti dall'intero corpo: il solutore numerico dovrà effettuare i calcoli su ogni singolo nodo e, quindi, aumenterà la complessità di calcolo del problema. Sarà l'abilità dell'utente a permettere di ottenere un buon compromesso tra risoluzione della discretizzazione e complessità computazionale.

Maggiori approfondimenti relativi alla teoria che è alla base del metodo agli elementi finiti, sono riportati in bibliografia [3].

1.2.1 Analisi lineari e non lineari.

Nel corso degli ultimi decenni le analisi FE sono diventate uno strumento

indispensabile per la progettazione di strutture complesse. L'utilizzo sempre maggiore di tecniche FEA ha contribuito al perfezionamento di metodologie di soluzione e alla semplificazione dell'interfaccia *CAE-FEM*.

L'analisi agli elementi finiti deve essere supportata da una approfondita conoscenza della fenomenologia alla base del problema da affrontare, affinché possa essere utilizzata nel modo corretto limitando i possibili errori. Ad esempio, un'errata definizione delle condizioni al contorno o dei vincoli, possono causare divergenze numeriche o risultati non veritieri.

I modelli maggiormente utilizzati a supporto della fase di progettazione sono quelli lineari, che permettono una maggiore rapidità di soluzione. Non sempre però è sufficiente utilizzare un modello lineare; in questi casi è necessario ricorrere a modelli di tipo non lineare, che permettono di ottenere soluzioni con migliore approssimazione rispetto al caso reale. Il tempo necessario ad ottenere la soluzione numerica di un problema di tipo non lineare, è di gran lunga più elevato che nel caso lineare. La differenza sostanziale tra le simulazioni lineari e non, risiede nelle ipotesi che vengono fatte sulla rigidità del materiale, che ricordiamo è l'attitudine di un corpo a resistere alle sollecitazioni con piccole deformazioni.

Le principali caratteristiche che influiscono sulla rigidità del corpo sono:

- *Forma*: ad esempio una trave a C ed una a T, hanno differenti rigidità;
- *Tipo di materiale costituente*: ogni materiale ha una rigidità propria;
- *Vincoli applicati*: una trave vincolata in modi differenti, subisce differenti deformazioni (figura 2).

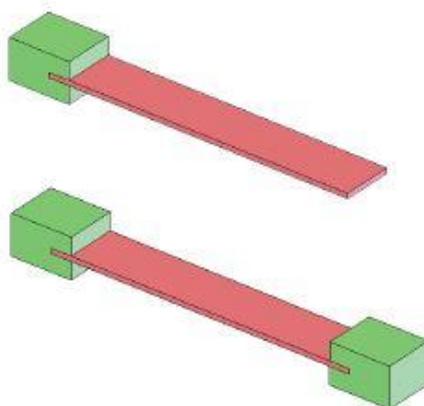


Figura 2- trave incastrata e trave vincola agli estremi hanno differente rigidezza.

Un elemento sottoposto ad un carico può subire una variazione di forma, per cui la sua rigidezza può cambiare a causa di uno o più dei fattori precedentemente elencati, fino a raggiungere i limiti di cedimento per cui le proprietà del materiale cambiano. Ad esempio, un qualsiasi corpo sottoposto a trazione, si deforma; al crescere della deformazione, però, aumenta la forza necessaria da applicare per riuscire a deformato ulteriormente, poiché aumenta la resistenza alla deformazione del corpo.

Se si assume che le variazioni di rigidezza siano sufficientemente piccole da non influire in maniera rilevante sulle proprietà del materiale, è possibile considerare l'analisi come lineare. Questa è l'ipotesi alla base delle analisi lineari. Facendo riferimento quindi alla rigidezza di un materiale, entro i limiti di elasticità verrà utilizzato un modello non lineare, mentre al di fuori dei limiti di elasticità dovrà essere usato un modello non lineare.

In definitiva, le analisi FE utilizzano il metodo degli spostamenti per la soluzione numerica del problema, ovvero seguono la legge:

$$[F] = [K] * [u]$$

Eq. 1.3

in cui [F] indica il vettore delle forze esterne applicate note, [K] la matrice di rigidezza del materiale nota, ed [u] la matrice degli spostamenti nodali non noti. Dall'eq. 1.3, ipotizzando [K] costante, si imposta un'analisi lineare, in cui le equazioni sono risolte in blocco. Se, invece, la rigidezza non può essere

considerata costante, bisognerà ricorrere ad un'analisi non lineare e la matrice dovrà essere continuamente aggiornata, aumentando il tempo di calcolo. Questa è la causa della lentezza computazionale delle analisi non lineari.

In base ai fattori (precedentemente elencati) che influenzano la rigidità, si hanno comportamenti non lineari diversi.

Ci sono altri casi però, in cui sarà necessario far ricorso a modelli non lineari: ad esempio il caso dell'instabilità dovuta all'effetto di carichi di punta³.

Nel caso di un carico a trazione la rigidità del materiale, infatti, aumenta mentre se si ha compressione, e il corpo giunge ad instabilità, si possono avere due possibili scenari:

- Il cedimento;
- Una nuova rigidità strutturale.

L'analisi lineare è utile per il calcolo del valore del carico critico di una struttura caricata con carico di punta; in alcuni casi tale carico può essere maggiore del caso fisico reale: pertanto i risultati devono essere utilizzati con cautela. Una volta raggiunto il carico di punta, non è detto che esso causi una rottura catastrofica. È, quindi, necessaria una analisi non lineare per prevedere il comportamento della struttura dopo il raggiungimento del carico critico.

Anche il contatto tra superfici può richiedere l'uso di analisi non lineari, perché nella zona di contatto ci sono delle variazioni di rigidità (anche per zone di contatto non molto estese).

Infine un'altro motivo che può rendere necessaria un'analisi non lineare è la presenza di vincoli non lineari (figura 3).

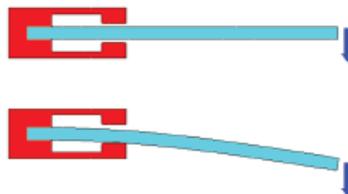


Figura 3- un vincolo non lineare causa la variazione di rigidità della struttura.

La soluzione di tali metodi non lineari, sfrutta un codice di calcolo numerico di tipo iterativo, che prende il nome di “*metodo della rigidità variabile*” [4].

³ Carico applicato all'estremità con direzione parallela all'asse del corpo

Spesso l'approssimazione lineare è ritenuta accettabile e fornisce utili informazioni sul comportamento del corpo; in altri casi, un modello lineare non è sufficiente a descrivere il comportamento reale di una struttura che può essere meglio approssimato da un modello non lineare.

In generale, quindi, la scelta del tipo di analisi da effettuare, dipende dalla necessità del caso e sarà frutto di un compromesso tra la qualità dei risultati in termini di previsione del comportamento reale della struttura e la complessità di calcolo.

1.3 Algoritmo esplicito.

Le analisi agli elementi finiti possono essere di tipo statico (descritte nei paragrafi precedenti) o di tipo dinamico; in questi ultimi si tiene conto degli effetti di inerzia, dei carichi dipendenti dal tempo e degli smorzamenti. Anche l'analisi dinamica può essere di tipo lineare o non lineare, e le regole che determinano il loro diverso utilizzo sono le stesse discusse nel precedente paragrafo.

Se la rigidità del modello non muta significativamente sotto il carico applicato, è sufficiente un approccio analitico dinamico di tipo lineare. Ad esempio, un motore che vibra subisce piccole deformazioni al punto di equilibrio.

Altri problemi come la simulazione di un impatto, richiede analisi dinamiche non lineari, a causa delle elevate deformazioni in gioco.

In questo lavoro di tesi, sono stati costruiti dei modelli, sui quali sono state eseguite delle analisi dinamiche, che meglio rappresentano il test di compressione che si vuole simulare.

Come anticipato, le analisi dinamiche sono utilizzate per modellare prove di impatto o test in cui le forze siano dipendenti dal tempo, permettendo una migliore comprensione dei fenomeni fisici che le caratterizzano. Le analisi di tipo dinamico sono di grande complessità, ma permettono di ottenere dei risultati sullo stato di sforzo tridimensionale coerenti con la fenomenologia reale.

Una corretta modellazione, quindi, permette di ottenere risultati, che consentono di approssimare bene il caso reale. Di contro, la dipendenza dal tempo dei modelli dinamici, può causare, nel caso di errori nell'implementazione di vincoli o contatti, eccessive non linearità ed elevato tempo computazionale.

I metodi di risoluzione delle equazioni differenziali che governano la meccanica strutturale, si suddividono in metodi che utilizzano codici impliciti od espliciti. I codici impliciti utilizzano il metodo di *Newmark*, il quale, però, non permette di ottenere informazioni sulla rottura del materiale. Non è, infatti, possibile effettuare l'analisi del danno, perché nessun criterio di rottura è implementato nei solutori impliciti.

I metodi espliciti, invece, consentono di ottenere informazioni sulla rottura del materiale. A tal fine si è fatto uso di un solutore esplicito, vista la necessità di rilevare lo stato tensoriale a rottura del materiale, durante un test di compressione.

La differenza sostanziale tra i due metodi consiste nel fatto che quelli espliciti determinano gli spostamenti al passo successivo, imponendo l'equilibrio al passo precedente, mentre, i metodi impliciti impongono l'equilibrio ad ogni passo. Ne deriva che ad ogni step di calcolo il metodo esplicito risulta essere computazionalmente più rapido, ma richiede più intervalli temporali per avere delle soluzioni accettabili. Gli impliciti richiedono meno passi temporali, ma per ognuno è necessaria l'inversione della matrice di rigidità dinamica.

Il modello utilizzato da Abaqus/Explicit⁴ [5] usa un metodo alle differenze centrali per integrare nel tempo le equazioni del moto, partendo dalle condizioni cinematiche (accelerazioni sugli spostamenti) al tempo i per ottenere quelle al tempo $i+1$. Allo *step* iniziale il programma calcola l'equilibrio dinamico utilizzando la formula derivante dal secondo principio della dinamica:

$$F^{(i)} - I^{(i)} = M * \ddot{u}^{(i)}$$

Eq. 1. 4

⁴ Software utilizzato per le analisi dinamiche.

dove $[F]$ è il vettore delle forze esterne applicate, $[I]$ è il vettore delle forze interne, $[M]$ la matrice diagonale della massa e $[\ddot{u}]$ è il vettore delle accelerazioni.

Le incognite del problema saranno le accelerazioni nodali, per cui è necessario effettuare l'inversione di tale equazione matriciale.

Tutti i termini dell'eq. 1.4 sono considerati all' i -esimo *step*. Se indichiamo con t il tempo corrispondente all' i -esimo incremento si possono calcolare le accelerazioni all'inizio dell'intervallo:

$$\ddot{u}^{(i)}|_t = (F^{(i)} - I^{(i)})|_t * [M]^{-1}$$

Eq. 1.5

Questa equazione esprime l'equilibrio dinamico del sistema. Si noti che l'accelerazione su ciascun nodo è determinata dalla massa che ad esso compete e dalle forze che agiscono su di esso.

La velocità viene ottenuta come integrazione della accelerazione che è considerata costante.

Il metodo alle differenze centrali è considerato esplicito perché utilizza gli stati noti \ddot{u}_t , accelerazione al tempo t , e $\dot{u}_{(t-\frac{\Delta t}{2})}$ velocità al tempo $(t - \frac{\Delta t}{2})$. Pertanto la velocità allo stato $(t + \frac{\Delta t}{2})$ sarà data dalla somma della velocità alla metà dell'incremento temporale precedente $(t - \frac{\Delta t}{2})$, che è noto, e della variazione temporale per l'accelerazione al tempo t . Si effettua, cioè, una interpolazione lineare delle velocità medie (Eq. 1.6) :

$$\dot{u}_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{u}_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{\Delta t_{t+\Delta t} + \Delta t_t}{2} * \ddot{u}_t$$

Eq. 1.6

Le velocità così calcolate vengono integrate, ottenendo gli spostamenti. Inserendole, poi, nell'Eq. 1.7 e sommandole agli spostamenti nodali ottenuti

nell'intervallo precedente t , si ottengono gli spostamenti all'intervallo $t+\Delta t$:

$$u_{(t+\Delta t)} = u_t + \Delta t_{t+\Delta t} * \dot{u}_{(t+\frac{\Delta t}{2})}$$

Eq. 1. 7

Per come è strutturato, questo metodo integra solo le accelerazioni costanti: per non avere errori numerici si devono considerare intervalli di tempo non elevati.

Lo schema di calcolo descritto può essere riassunto come in figura 4:

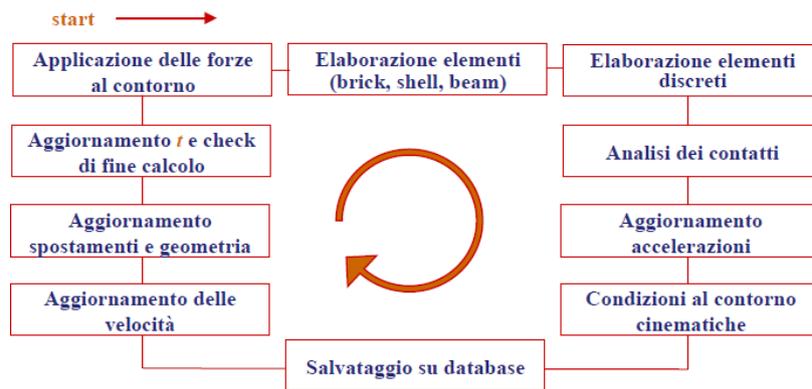


Figura 4- Schema di calcolo della risoluzione esplicita.

Il punto di partenza di questo metodo numerico è rappresentato dalle condizioni iniziali. Se si considera l'intervallo di tempo iniziale t , per come è stato definito il metodo, sarà necessario specificare $\dot{u}_{(-\frac{\Delta t}{2})}$ che viene considerato dal programma pari a:

$$\dot{u}_{(-\frac{\Delta t}{2})} = \dot{u}_{(0)} - \frac{\Delta t_{(0)}}{2} * \ddot{u}_{(0)}$$

Eq. 1. 8

Una volta calcolati gli spostamenti, ad ogni incremento si valutano le deformazioni e successivamente le tensioni, che determinano le forze interne [5].

1.3.1 Tempo di incremento stabile

Il tempo di incremento stabile determina la stabilità del metodo. Dal punto di vista fenomenologico, si può dire che la stabilità del processo di integrazione

diretta implica che gli errori numerici non si amplificano ad ogni passo di integrazione.

Una procedura viene definita “incondizionatamente stabile” se la soluzione particolare dell’equazione differenziale [6], rimane limitata nel tempo per qualsiasi condizione iniziale. Invece si parlerà di processo “condizionatamente stabile” quando la soluzione è limitata nel tempo per Δt di integrazione inferiori a valori critici oltre i quali si può avere instabilità numerica. Non si deve confondere la stabilità con l’accuratezza del metodo: il primo parametro consente di definire la divergenza numerica del metodo, mentre il secondo parametro indica l’errore che si commette rispetto ad un valore di riferimento. Inoltre, il tempo di incremento stabile quantifica la durata di una simulazione. Vista l’importanza di tale parametro è necessario conoscere cosa lo influenzi, così da poter ottimizzare la durata della simulazione.

Il modello utilizzato da Abaqus/Explicit è un solutore alle differenze centrali *condizionatamente stabile*.

Il limite di stabilità, per questa classe di metodi risulta di difficile determinazione, ma, essendo un parametro fondamentale, se ne effettua una stima conservativa. Si può dimostrare che per un sistema senza smorzamento, il limite di stabilità sarà:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}}$$

Eq. 1. 9

dove ω_{max} è la massima frequenza naturale del corpo.

Invece, nel caso di un sistema smorzato, risulterà essere:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}}(\sqrt{1 + \xi^2} - \xi)$$

Eq. 1. 10

dove ω_{max} è la frequenza naturale massima del corpo e ξ lo smorzamento della struttura.

La massima frequenza naturale del sistema non è calcolabile in modo esatto, poiché influenzata da molti fattori; se ne valuta, quindi, una stima approssimativa. Si calcola, quindi, la ω_{max} del singolo elemento, che si può dimostrare essere maggiore della più alta frequenza dell'intero modello. Si definisce, allora, il limite di stabilità come nella seguente relazione:

$$\Delta t = \min\left(\frac{L_e}{c_d}\right)$$

Eq. 1. 11

dove L_e è la lunghezza caratteristica dell'elemento di discretizzazione e c_d la velocità di propagazione delle onde dilatazionali del modello. Dalla Eq. 1.11 si nota che, maggiori sono le dimensioni degli elementi della mesh, tanto maggiore sarà il tempo di incremento stabile. Inoltre, tale parametro aumenta al diminuire della velocità di propagazione delle onde dilatazionali, che a sua volta è inversamente proporzionale alla rigidità specifica del materiale. Dalla Eq. 1.11, quindi, conoscendo le dimensioni del più piccolo elemento in cui è stata discretizzata la struttura e la velocità di propagazione delle onde dilatazionali del materiale, si può stimare il tempo di incremento stabile.

Il solutore ha la capacità di controllare la discretizzazione imposta, manualmente o utilizzando le opzioni di default in modo da verificare preventivamente se possono incorrere in instabilità durante l'analisi.

Anche il materiale può influire sul tempo di incremento; infatti, in base alle sue caratteristiche, varia la velocità di propagazione delle onde dilatazionali. Se il materiale è nella fase di comportamento elastico, ad esempio, la velocità di propagazione è costante, e quindi il tempo di incremento stabile dipenderà dal valore di rigidità maggiore presente nella struttura; se invece, si entra in campo plastico, la rigidità e la velocità di propagazione diminuiscono aumentando il limite di stabilità [5].

1.4 Analisi di un laminato in materiale composito

Le analisi delle tensioni e delle deformazioni in un materiale composito possono essere realizzate a differenti livelli (figura 5).

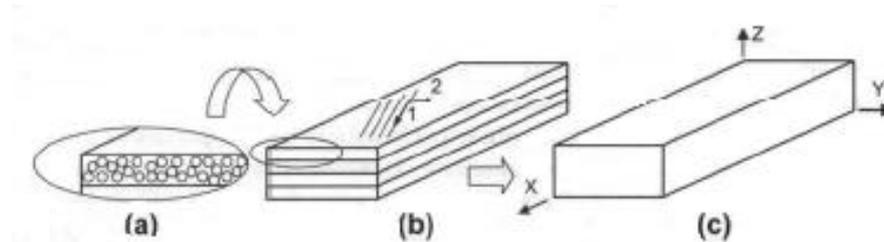


Figura-5-micromeccanica (a) livello della lamina (b) livello laminato (c)

Il livello di dettaglio per la descrizione del composito dipende dall'accuratezza desiderata nel post-processing. Quando si vuole ottenere un ottimo livello di dettaglio, si devono effettuare calcoli su matrice e fibra, costituenti il composito, per cui effettuare un'analisi a livello micro strutturale (figura 5-a). Con un approccio meno dettagliato, il materiale composito può essere considerato come un materiale equivalente omogeneo (figura 5-c).

Nella maggior parte dei casi i compositi vengono analizzati attraverso l'uso di elementi *shell*⁵. Infatti, tale tipo di elemento approssima in modo corretto il comportamento reale dei materiali compositi. L'utilizzo di tali elementi, però, non è sempre possibile, come, ad esempio, nel caso della riproduzione di strutture con spessori elevati o quando si ha la necessità di effettuare studi di fenomeni localizzati, quali gli effetti di bordo libero.

L'uso delle *shell* permette di analizzare il composito in differenti modi. Se non è necessario ottenere informazioni su tensioni e deformazioni è possibile approssimare il materiale completo con un'unica *shell* omogenea equivalente. Questa semplice descrizione è sufficiente ad ottenere risultati relativi al *buckling* o ai modi di vibrare della struttura. Nel caso in cui si vogliano informazioni sulla distribuzione di tensione della struttura, è necessario fornire al programma la sequenza di laminazione e le caratteristiche della singola lamina.

⁵ Elemento piano costituito dalla sovrapposizione dell'elemento piastra e dell'elemento lastra e, pertanto, dotato di rigidità sia flessionale che membranale.

Questa procedura viene denominata approccio *mesoscale* (figura 5-b) e può differenziarsi in base alla metodologia di rappresentazione dei vari *plies*. Un metodo per definire il corpo consiste nell'utilizzo di un'unica *shell* con cui viene simulato l'intero laminato, fornendo tutte le informazioni sulla sequenza di laminazione e sulle caratteristiche meccaniche della singola lamina.

Un secondo metodo consiste nel definire ogni *ply* con il rispettivo elemento *shell*, introducendo elementi che consentono lo scambio di informazioni tra i vari *plies* denominati *cohesive element*. In questo modo si possono ottenere informazioni sulla delaminazione del materiale.

Il materiale composito è definito tramite una matrice di rigidità, che può essere ottenuta con due approcci: introdotta direttamente nel software se nota a priori, oppure utilizzando la *Laminate Stacking Sequence* (LSS). In quest'ultimo caso si introducono le caratteristiche della lamina e il solutore calcolerà le caratteristiche del laminato ottenendo la matrice di rigidità relativa al materiale [2].

1.4.1 First-order shear deformation theory

La teoria maggiormente diffusa per la soluzione di una *shell* che rappresenta un composito è la *First-Order shear deformation theory* (FSDT) [2]. Questa si basa su due principali assunzioni (figura 6):

- i. Una linea dritta perpendicolare al piano della *shell* nella configurazione indeformata, può ruotare ma resta rettilinea quando la *shell* si deforma.
- ii. Lo spessore della *shell* rimane costante anche durante la sua deformazione.

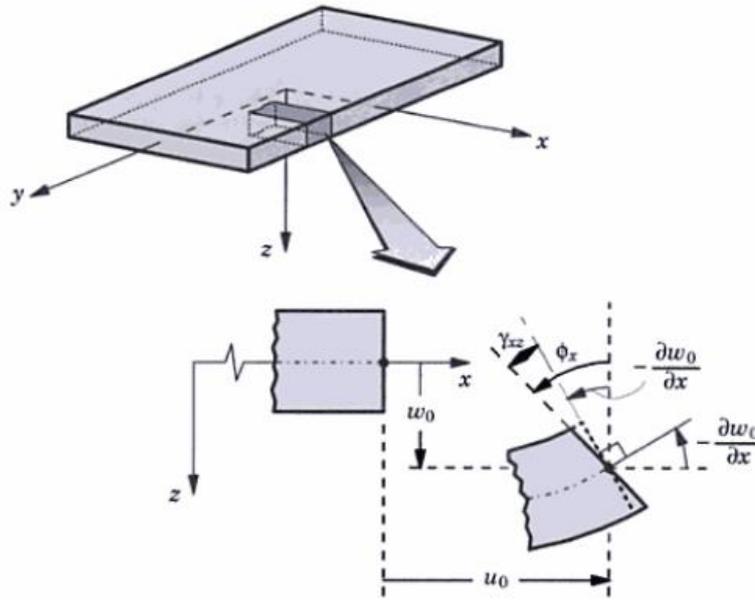


Figura 6- Deformazione assunta nella FSDT

In base a quanto detto, è possibile definire lo spostamento di un punto qualsiasi nello spessore, come spostamenti e rotazioni rispetto alla superficie media. Si ottiene, quindi:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z\phi_x(x, y, t) \\
 v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z\phi_y(x, y, t) \\
 w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t)
 \end{aligned}$$

Eq. 1. 12

dove:

- u_0, v_0, w_0 sono gli spostamenti rispettivamente sull'asse x, y e z del punto preso come riferimento sulla linea media, per effetto della deformazione;
- z è la distanza, sull'asse z, di un generico punto rispetto alla superficie media;
- ϕ_x, ϕ_y sono gli angoli di rotazione, rispetto alla normale all'asse x ed y.

Si noti come il termine a destra dell' equazione 1.12 dipende, oltre che dal tempo, da due coordinate spaziali (x e y): la teoria delle *shell* è pertanto bidimensionale. Invece, il termine a sinistra è in funzione del tempo e di tre coordinate spaziali: esso corrisponde ad una rappresentazione tridimensionale del materiale. In definitiva, conoscendo gli spostamenti, è possibile ricavare le deformazioni, ed inoltre considerando una dipendenza temporale trascurabile, si ha (Eq. 1.13):

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x(x, y, z) &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} = \epsilon_x^0 + z\kappa_x \\
 \epsilon_y(x, y, z) &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} = \epsilon_y^0 + z\kappa_y \\
 \gamma_{xy}(x, y, z) &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \\
 \gamma_{yz}(x, y) &= -\phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
 \gamma_{xz}(x, y) &= -\phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 \epsilon_z &= 0
 \end{aligned}$$

Eq. 1. 13

dove i termini $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0$ sono le deformazioni membranali e rappresentano rispettivamente l'allungamento in direzione x , e in direzione y , γ_{xy}^0 la deformazione di taglio nel piano della superficie media; κ_x, κ_y e κ_{xy} indicano la variazione di curvatura, γ_{xz} e γ_{yz} le deformazioni di taglio attraverso lo spessore (di entità limitate ma non trascurabili per un materiale composito dove i moduli di taglio interlaminare G_{23} e G_{13} sono piccoli in relazione al modulo di elasticità nel piano E_1).

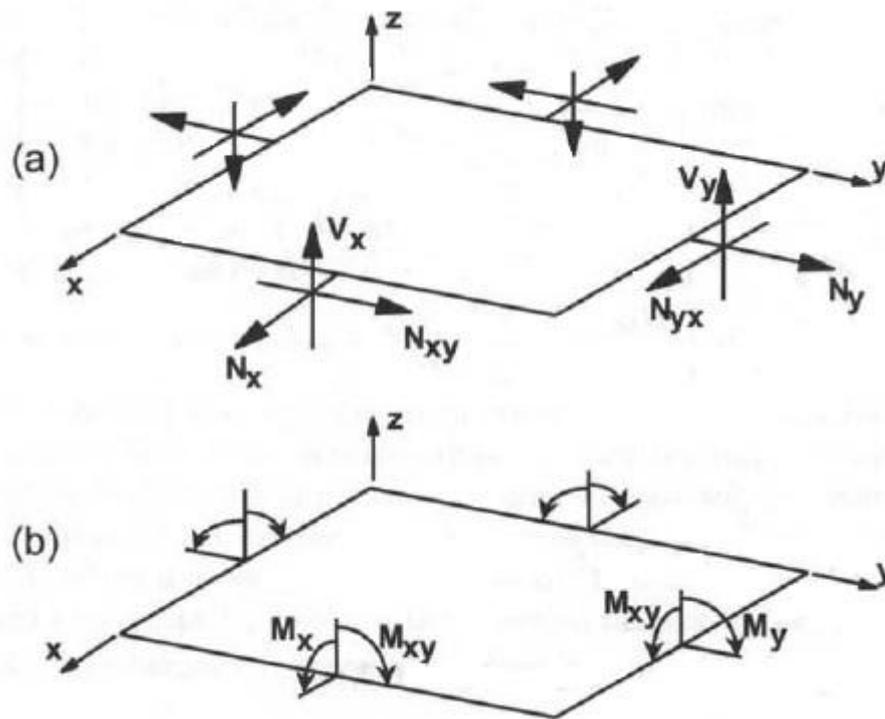


Figura 7-tensioni risultanti agenti sulla shell.

Al fine di ottenere le tensioni risultanti a cui è sottoposta una *shell* (figura 7), per poter ricavare le equazioni costitutive del laminato si vanno ad integrare le tensioni nello spessore della *shell*. Le componenti risultanti delle tensioni sono (Eq. 1.14):

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^k dz \\
 \begin{Bmatrix} V_y \\ V_x \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^k dz \\
 \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^k z dz
 \end{aligned}$$

Eq. 1. 14

dove N è il numero dei layer, z_k e z_{k-1} le coordinate dei *layer* superiori e inferiori rispetto alla superficie media del k -esimo layer.

Lo stato di sforzo della *shell* sarà quindi, pari alla somma di tutte le azioni interne di ogni lamina.

Considerando le trasformazioni tra coordinate fisse del laminato e locali della lamina si ottiene un'espressione matriciale compatta della rigidezza di un laminato:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_X \\ N_Y \\ N_{XY} \\ M_X \\ M_Y \\ M_{XY} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{O_{xx}} \\ \varepsilon_{O_{yy}} \\ \gamma_{O_{xy}} \\ \kappa_X \\ \kappa_Y \\ \kappa_{XY} \end{Bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_0\} \\ \{\kappa\} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Eq. 1. 15

dove la sottomatrice A indica la rigidezza membranale, B l'accoppiamento membranale-flessionale, D indica la rigidezza flessionale.

Pertanto, con l'utilizzo della teoria ora esposta, definita la sequenza di laminazione ed assegnate le proprietà meccaniche della lamina UD, è possibile ricavare lo stato di sforzo del laminato [2].

1.5 Criteri di rottura per i materiali compositi

Il calcolo dello stato di sforzo richiede anche la previsione del cedimento del materiale; è pertanto opportuno introdurre brevemente i concetti che sono alla base dei criteri di rottura implementati in un solutore numerico.

Prevedere la rottura della singola lamina risulta essere di più semplice soluzione rispetto alla previsione della rottura del laminato.

Quest'ultimo può essere individuato in due differenti modi:

1. First ply failure (FPF): il laminato si considera rotto con il cedimento della prima lamina.
2. Last ply failure (LPF): la rottura del laminato viene individuata con il cedimento dell'ultima lamina.

Nel caso in cui si adotti la seconda filosofia, si deve definire una legge di danno in grado di ridurre progressivamente le caratteristiche meccaniche del laminato, in relazione alla modalità con cui si manifesta la graduale rottura delle singole lamine.

Le modalità di cedimento di una lamina unidirezionale possono essere:

- Cedimento assiale dominato dalla fase fibra;
- Cedimento trasversale dominato dalla fase matrice;
- Cedimento a taglio dominato dalla fase matrice.

Due sono gli approcci possibili per lo studio del cedimento di un composito: il primo, a livello micro-meccanico, approfondisce i fenomeni fisici di generazione delle microcricche; il secondo, a livello macromeccanico, si disinteressa dei fenomeni fisici e sviluppa criteri tridimensionali basandosi solo sulle caratteristiche medie di sforzi e deformazioni della singola lamina. I criteri macromeccanici si basano sull'ipotesi di omogeneità del materiale ortotropo e possono essere divisi in tre gruppi:

- Criteri lineari: così definiti perché espressi tramite funzioni lineari del primo ordine. La previsione della rottura è ottenuta attraverso la comparazione degli sforzi all'interno della singola lamina con i corrispettivi limiti di resistenza, noti poiché ottenuti tramite prove sperimentali o deduzioni teoriche.
- Criteri iterativi: basati su funzioni del secondo ordine o superiore. Si considera l'iterazione di tutti gli sforzi che caratterizzano lo stato di sollecitazione della lamina.
- Criteri in grado di distinguere la modalità di cedimento: offre la possibilità di distinguere la rottura della fase fibra e quella della fase matrice.

A quest'ultima tipologia appartiene il criterio di Hashin che è implementato all'interno del software Abaqus della *Simulia* che è stato utilizzato per lo svolgimento delle analisi descritte nel presente elaborato [7].

Prove sperimentali

2.1 Introduzione

Dalla fine degli anni 90' i materiali compositi sono stati oggetto di notevole interesse in vari settori industriali, tra cui quello aerospaziale ed automobilistico, grazie al loro elevato rapporto resistenza/peso, rispetto ai metalli di più comune utilizzo (acciaio, leghe di alluminio, etc).

A partire dagli anni 70' sono stati sviluppati vari metodi per la caratterizzazione a compressione di materiali compositi rinforzati a fibre lunghe, ognuno dei quali dotato di specifiche modalità di applicazione del carico al provino.

Precedentemente si ipotizzava che la resistenza a compressione fosse uguale a quella a trazione, e pertanto, non esistevano delle normative specifiche.

La prima normativa venne pubblicata nel 1975 (ASTM D3410), da tale data in poi, sono state sviluppate e normate varie attrezzature e procedure di prova.

Tra tutti i metodi esistenti si è scelto di utilizzare quello descritto nella normativa ASTM D6641/D6641M-09 [1], che propone l'esecuzione di prove mediante attrezzatura CLC.

La caratterizzazione a compressione di una lamina UD a partire da un laminato unidirezionale presenta diverse problematiche, tra le quali l'instabilità del provino stesso e il cedimento localizzato delle fibre per "microbuckling". Il primo inconveniente si risolve utilizzando un'adeguata attrezzatura di prova, che nel nostro caso è la CLC Test Fixture. Invece, per risolvere il secondo inconveniente si è utilizzato un metodo di calcolo indiretto, sviluppato a partire

dalla teoria classica della laminazione. Tale metodo si basa sull'utilizzo di un fattore moltiplicativo, denominato Back Out Factor (BF) [8].

Attraverso tale metodo e tale attrezzatura, sono stati testati a compressione sei laminati, realizzati a partire da uno stesso prepreg unidirezionale, di cui:

- due cross-ply $[0/90]_{ns}$, ognuno con una diversa sequenza di laminazione;
- due angle-ply $[0/90/\pm 45]$, ognuno con una diversa sequenza di laminazione;
- due compositi unidirezionali, uno con fibre solo a 0° ed uno a 90° .

Si definisce cross-ply, un composito le cui lamine sono disposte con orientazione delle fibre $0^\circ/90^\circ$ rispetto al sistema di riferimento assi laminato.

Si definisce *angle-ply*, un composito le cui lamine sono disposte con orientazione delle fibre a 0° , 90° e $\pm\theta$ dove θ indica un angolo qualsiasi, anche in questo caso rispetto al sistema di riferimento assi laminato. Infine, si definisce composito *unidirezionale* un laminato caratterizzato dall'aver tutte le lamine con fibre orientate nella stessa direzione.

2.2 Materiali compositi unidirezionali

Negli ultimi decenni, l'uso dei materiali compositi ha subito un forte incremento. Essi garantiscono caratteristiche meccaniche paragonabili (se non superiori) ai materiali di più comune utilizzo, a fronte di un guadagno in termini di peso.

L'approccio che si ha con un materiale composito è però, totalmente differente da quello relativo ai materiali metallici tradizionali.

Quest'ultimi infatti, sono comunemente utilizzati in ambito strutturale, e sono materiali *isotropi*, ovvero hanno caratteristiche fisiche indipendenti dal punto e dalla direzione di applicazione del carico

I materiali compositi invece, appartengono alla classe dei materiali denominati *anisotropi*, cioè materiali non omogenei il cui comportamento meccanico dipende dalla direzione in cui vengono sollecitati.

Più in particolare i materiali compositi fanno parte della sottocategoria dei materiali detti *ortotropi*, cioè quei materiali che hanno tre piani di simmetria ortogonali tra di loro.

Come detto precedentemente, per le prove sperimentali alla base del modello FEM, sono stati utilizzati materiali CFRP⁶: materiali costituiti da fibre lunghe di carbonio, immerse in una matrice di resina epossidica.

Il materiale caratterizzato meccanicamente è stato realizzato impilando, con differenti sequenze di laminazione, lamine unidirezionali preimpregnate. Ogni lamina è essa stessa un materiale composito, costituita da fibre lunghe annegate in una matrice epossidica. Come noto, lo scopo della matrice è in generale quello di dare una forma al componente e trasferire il carico alle fibre, che costituiscono l'elemento a maggior resistenza del materiale.

Dalla sovrapposizione di più lamine si ottiene un laminato (figura 8).

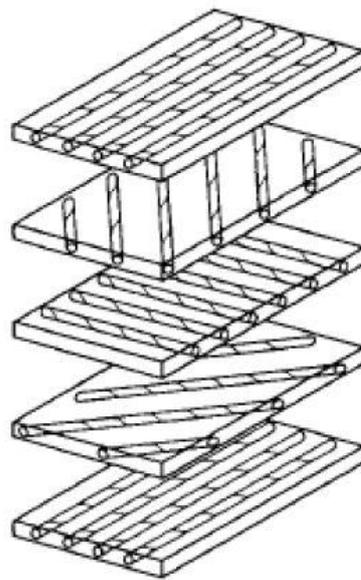


Figura 8-Sovrapposizione di più lamine

Per un composito è utile definire: un sistema di riferimento del laminato, detto “assi laminato”, rispetto al quale ogni lamina avrà le fibre orientate con un certo angolo, ed un sistema di riferimento locale, solidale alla lamina detto “assi lamina”, che sarà ruotato di una certa entità rispetto agli assi laminato.

⁶ Carbon Fiber Reinforced Polymer acronimo che indica i materiali compositi rinforzati con fibre di carbonio a matrice epossidica.

Come detto, ogni lamina presenterà maggiore resistenza nella direzione delle fibre. Scegliendo una opportuna laminazione è quindi possibile ottimizzare il comportamento meccanico del composito rispetto alle specifiche richieste per il materiale [9].

La modellazione del comportamento meccanico di un composito, si basa sulla “teoria classica della laminazione” [7].

2.3 Back-out Factor

Come anticipato nel paragrafo 2.1, la caratterizzazione a compressione di una lamina in composito UD risulta essere piuttosto complessa, a causa della rottura a buckling delle fibre, che risultano sottoposte a carico di punta.

Pertanto, per ricavare la resistenza a compressione di una lamina UD, si deve partire dalla sperimentazione di laminati generici, ed utilizzare un metodo di calcolo indiretto, basato sull’uso di un fattore moltiplicativo denominato Back-Out Factor (BF), che viene ricavato a partire dalla “teoria classica della laminazione”.

Secondo tale metodo, la resistenza massima a compressione della lamina a 0° , $\sigma_{x\ max}^{0^\circ}$, sarà data dalla:

$$\sigma_{x\ max}^{0^\circ} = BF \frac{L_{max}}{A}$$

Eq. 2. 1

dove L_{max} è il carico massimo misurato dal provino cross-ply o angle-ply, A è la sezione resistente del provino, e BF è il back-out factor. Il BF è specifico per ogni tipologia di laminato.

Nel caso del laminato cross-ply:

$$BF = \frac{E_x \{V_o E_y + (1 - V_o) E_x\} - [E_y \nu_{xy}]^2}{[V_o E_x + (1 - V_o) E_y][V_o E_y + (1 - V_o) E_x] - [E_y \nu_{xy}]^2}$$

Eq. 2. 2

dove:

- V_0 è la frazione volumetrica delle lamine disposte a 0° nel laminato cross-ply;
- E_x , E_y e ν_{xy} sono i moduli elastici longitudinale e trasversale e il coefficiente di Poisson ricavati caratterizzando il laminato UD.

Invece per il laminato angle-ply:

$$BF = N \frac{E_x * B - E_y \nu_{xy} * C}{A * B - C^2}$$

Eq. 2.3

con:

$$A = \left\{ nE_x + pE_y + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y \nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

$$B = \left\{ nE_y + pE_x + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y \nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

$$C = \left\{ (n+p)E_y \nu_{xy} + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y \nu_{xy} - 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

in cui:

- E_x , E_y e ν_{xy} sono rispettivamente il modulo di Young longitudinale e trasversale ed il coefficiente di Poisson della lamina unidirezionale;
- N è il numero totale delle lamine;
- n, p, q, k sono il numero di lamine disposte rispettivamente a 0° , 90° , $+45^\circ$ e -45° ;
- G_{xy} è il modulo a taglio della lamina unidirezionale.

I moduli di elasticità E_x e E_y , ed il coefficiente di Poisson ν_{xy} , vengono ricavati dalle prove sui laminati UD.

Concludendo, in entrambi i casi (cross-ply e angle-ply), i laminati UD, sono stati utilizzati per determinare le proprietà elastiche della lamina UD, necessarie per calcolare il valore del BF, insieme alla percentuale di lamine a 0° presenti nei compositi cross-ply e angle-ply. In tal modo è possibile determinare la resistenza a compressione di una lamina unidirezionale a 0° [10] [11].

2.4 Prove a compressione

La campagna sperimentale di caratterizzazione a compressione su cui si basa il presente elaborato, è stata eseguita utilizzando il *Combined Loading Compression Test Fixture* (CLC) (Figura 9), che si può classificare (in base alla modalità di applicazione del carico), come un'attrezzatura del tipo *shear and end-loading* [12].

Tale dispositivo di prova è stato introdotto nel 2001 dalla norma ASTM D6641 [1], successivamente modificata nel 2009.

I vantaggi di questa attrezzatura sono:

- dimensioni ridotte;
- peso contenuto;
- limitate concentrazioni di sforzi alle estremità del provino,
- utilizzo di provini anche senza tabs.

Questa attrezzatura di prova, prevede che il campione venga inserito tra quattro blocchi di acciaio, serrati tra di loro mediante otto bulloni (figura 10).

Nella zona di serraggio, i blocchi di acciaio hanno un riporto rugoso di carburo di tungsteno, che insieme alla coppia di serraggio imposta ai bulloni, impedisce lo slittamento tra campione ed attrezzatura durante la prova.



Figura 9--CLC Test Fixture

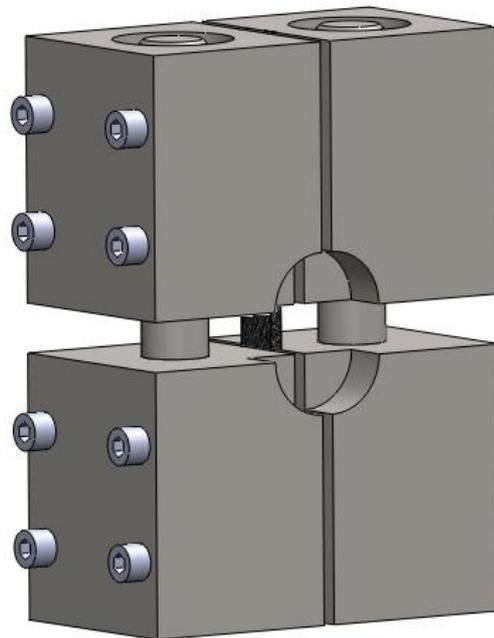


Figura 10- provino introdotto nell'attrezzatura CLC

La zona libera del provino inserita nel CLC è detta zona di gage: in questa zona vengono posizionati gli estensimetri utilizzati per la misura delle deformazioni. Durante la prova, il carico viene trasferito al campione in parte per compressione attraverso le superfici che sono a contatto diretto con i piattelli di compressione, ed in parte per taglio, per effetto della zona rugosa con deposito di carburo di tungsteno (figura 9) e della coppia di serraggio imposta ai bulloni.

2.4.1 Materiali e Provini

I provini utilizzati nella campagna sperimentale sono stati realizzati a partire da un prepreg unidirezionale di interesse per il settore automotive, seguendo le indicazioni della normativa ASTM D6641/D6641M-09 [1].

Secondo tale norma i provini devono essere laminati piani, simmetrici ed equilibrati. Inoltre, devono contenere almeno uno strato di lamina disposto a 0° , fino ad un massimo del 50% del numero totale di lamine costituenti il laminato. Dalla norma vengono indicate le caratteristiche di lunghezza e larghezza del provino, mentre per lo spessore non viene fornito un valore specifico, ma semplicemente ne viene richiesta l'uniformità rispetto alla lunghezza (figura 11).

Per la campagna di prove in questione, sono stati realizzati campioni senza tabs, le cui dimensioni sono: lunghezza 140 ± 0.3 mm, larghezza di 12 ± 0.5 mm, spessore 2.85 [mm].

I campioni sono stati ottenuti da lastre delle dimensioni di 300×300 mm² (figura 12).

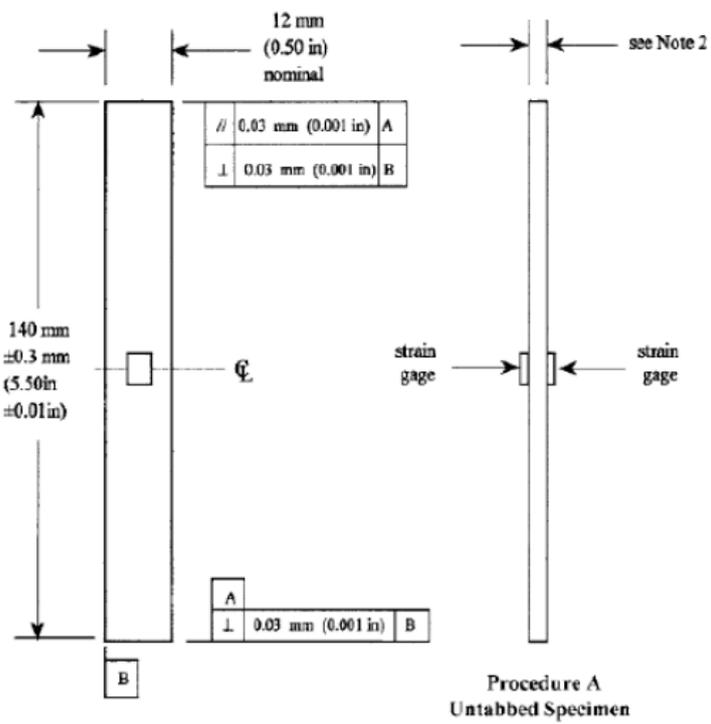


Figura 11-Dimensioni del provino come da normativa ASTM D6641/D6641-09

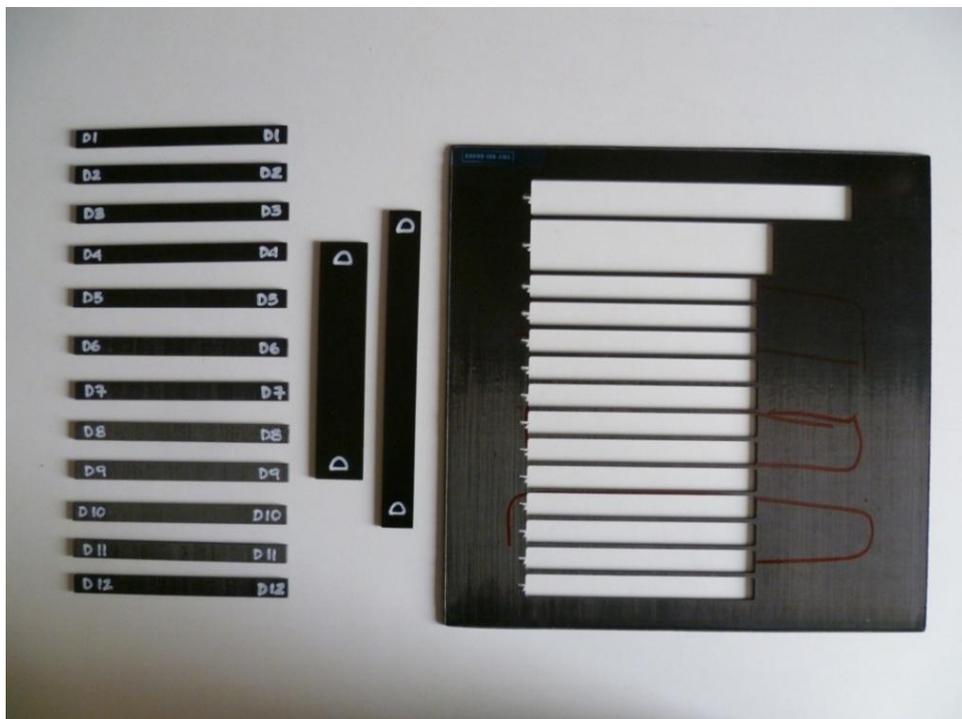


Figura 12-Lastra dalla quale sono ricavati i provini del tipo D.

Le prove di compressione sono state eseguite su sei differenti tipologie di campioni, di cui due *cross-ply*, due *angle-ply*, e due unidirezionali (tabella 2). Le due serie di campioni *cross-ply*, che differiscono tra di loro per la sequenza di laminazione e per la quantità di lamine a 0° presenti, vengono indicate con le lettere A e B. I provini della serie C e D sono di tipo *angle-ply*: in essi sono presenti anche lamine a ±45° e anch'essi differiscono tra di loro per la quantità di lamine a 0° oltre che per la sequenza di laminazione. Per le serie A, B, C e D sono stati testati 12 provini di cui solo cinque strumentati: tre con *strain gauge*⁷ bidirezionali e *strain gauge* longitudinale e due con doppio *strain gauge* longitudinale, in entrambi i casi in configurazione *back to back*. Questa consente di rilevare l'incorrere di possibile *bending* del provino, che invaliderebbe il risultato della prova. Invece, per gli unidirezionali sono state eseguite sei prove di cui cinque strumentate come precedentemente indicato per *cross-ply* ed *angle-ply*.

Identificazione provino	Sequenza laminazione	Tipologia
A	$[90/0/90_3/0/90_3/\overline{90}]_s$	Cross-ply
B	$[90/0/90/0/90/0/90/0/90/\overline{90}]_s$	Cross-ply
C	$[90/0/+45/90_2/0/90_2/-45/\overline{90}]_s$	Angle-ply
D	$[90/0/+45/0/90/0/90/0/-45/\overline{90}]_s$	Angle-ply
E	$[0_7]_s$	Unidirezionali
F	$[90_{10}]_s$	Unidirezionali

Tabella 2- Sequenze di laminazione per ogni tipologia di provini

2.4.2 Procedura di prova

La procedura, seguita in fase sperimentale può essere riassunta nei seguenti punti:

⁷ Dispositivo utilizzato per determinare le deformazioni di un oggetto, se incollato ad esso, tramite variazione di resistenza elettrica.

1. Montaggio del provino all'interno dell'attrezzatura CLC. Si posiziona il provino nel blocco inferiore dell'attrezzatura, facendo attenzione a disporlo centralmente (figura 13-b). Successivamente si serrano i quattro bulloni, con l'aiuto di una chiave a brugola, seguendo un percorso diagonale. Durante questa fase si deve fare attenzione a disporre il provino a battuta con la superficie di riscontro inferiore.

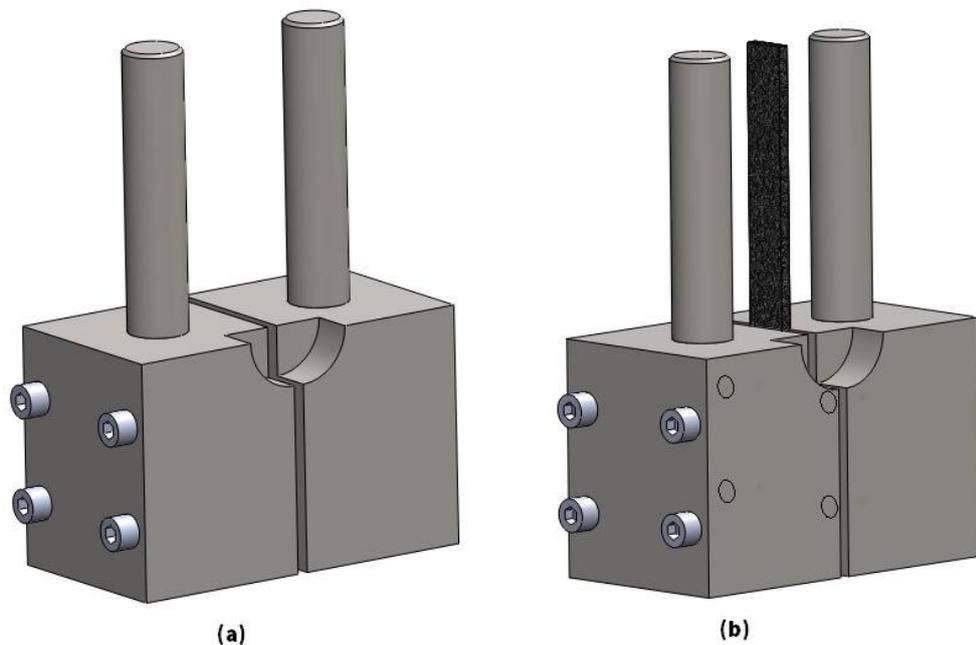


Figura 13-Installazione del provino nel CLC

2. Una volta posizionata la parte inferiore del CLC con il campione inserito, sul piattello di carico inferiore della macchina di prova, si procede al collegamento degli *strain gauge* con la centralina di acquisizione dati.
3. Collegati gli estensimetri, si procede al posizionamento del blocco superiore del CLC e al serraggio di tutti i bulloni con una chiave dinamometrica, imponendo una coppia pari a $3.9 \text{ N}\cdot\text{m}$. Infine, si centra l'attrezzatura di prova sul piattello inferiore della macchina, e si verifica che non ci siano contatti indesiderati tra i collegamenti elettrici degli estensimetri e le masse metalliche del CLC.

4. A questo punto inizia la prova sperimentale, che viene condotta in controllo di spostamento. Il campione viene caricato con velocità di 1.3 mm/min, come suggerito dalla norma ASTM di riferimento [1]. La prova viene interrotta quando il campione arriva a rottura (Figura 14).

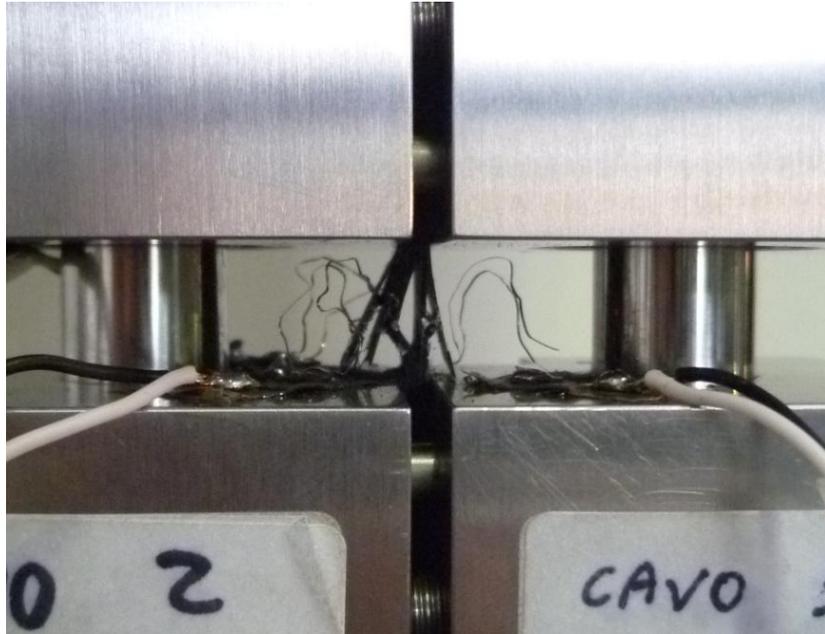


Figura 14-Rottura di un provino

5. L'ultima fase consiste nell'estrarre il campione dall'attrezzatura di prova e nel classificare la rottura del provino in base a quanto richiesto dalla normativa *ASTM D 6641/D 6641 M-09*, associandogli il codice di identificazione che definisce il tipo e la posizione della rottura.

A titolo di esempio , in figura 15, si mostra una micrografia della rottura a compressione di un provino.



Figura 15-Micrografia provino B4

Capitolo 3

Modello FEM

La definizione di prove sperimentali ha bisogno di un laborioso processo di messa a punto con conseguenti tempi e costi elevati. A tale scopo delle analisi numeriche di supporto che possano semplificare questo processo consentono una veloce analisi comparativa dei parametri di prova al fine di ottimizzare le prove sperimentali. Un modello numerico efficace deve comunque essere validato con dei risultati sperimentali.

Nel seguente capitolo si illustrano, pertanto, i passaggi che hanno portato alla definizione di un modello numerico che riesca a simulare nel migliore dei modi le prove sperimentali sul materiale composito, presentate nel secondo capitolo. Tale procedura parte da una prima serie di analisi statiche del modello completo con forze applicate unitarie destinato alla comprensione dei parametri numerici utilizzati dal software, fino ad arrivare a prove dinamiche di tipo esplicito che adoperano inizialmente la velocità del pistone, e successivamente, la forza generata da questo, utilizzando le informazioni acquisite nelle prove sperimentali.

Essendo le simulazioni di tipo esplicito molto più dispendiose in termini computazionali, è stato necessario definire un modello semplificato, così da ridurre i tempi di simulazione numerica, ma continuando a garantire un'ottima qualità del risultato.

3.1 Il software Abaqus

Le analisi preliminari di tipo statico hanno permesso di approfondire la conoscenza del software commerciale agli elementi finiti Abaqus utilizzato

nella presente tesi, analizzando l'influenza dei vari parametri numerici adoperati e esaminando le differenze tra le varie tipologie di carico e le varie tipologie di applicazione delle condizioni al contorno.

Un aspetto fondamentale di Abaqus, ed in generale di tutti i solutori FEM, consiste nel fatto che questi non possiedono unità di misura, ma i dati introdotti devono comunque avere tutti coerenza nelle stesse. Nella tabella 3 vengono indicate le grandezze da utilizzare, durante una analisi, per definire tutti i parametri che rientrano nel modello.

Quantity	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Length	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Mass	kg	tonne (10 ³ kg)	slug	lbf s ² /in
Time	s	s	s	s
Stress	Pa (N/m ²)	MPa (N/mm ²)	lbf/ft ²	psi (lbf/in ²)
Energy	J	mJ (10 ⁻³ J)	ft lbf	in lbf
Density	kg/m ³	tonne/mm ³	slug/ft ³	lbf s ² /in ⁴

Tabella 3-unità di misura in Abaqus

3.1.1 La geometria e la mesh

Il primo passo, nella realizzazione di una simulazione numerica, è la generazione della geometria dei componenti da analizzare. Vengono successivamente definite le tipologie di elementi da utilizzare e le relative caratteristiche (ad esempio, elementi deformabili, rigidi, etc).

La fase successiva consiste nell'assegnazione delle caratteristiche del materiale (proprietà di isotropia o ortotropia). Infine, si passa alla definizione della griglia, in cui è possibile indicare la grandezza degli elementi della discretizzazione, adoperando due differenti tipologie di assegnazione:

- *Seed part instance.*
- *Seed edge.*

La prima permette di andare ad assegnare la grandezza generica dell'elemento della zona di interesse, mentre la seconda consente di definire il numero di

elementi che ogni singolo bordo selezionato possiederà. Questa mappatura è la base per la creazione della griglia di elementi con la quale i componenti in esame vengono discretizzati [13].

3.1.2 Le tipologie di carico

Nelle varie fasi di sviluppo del modello numerico di simulazione della prova CLC sono state utilizzate varie tipologie di carichi:

- *concentration force* (forza concentrata);
- *pressure*;
- *surface traction*;
- *shell edge load*.

Per applicare la forza concentrata bisogna indicare il punto di applicazione della stessa, attraverso l'uso di appositi *reference point* da generare nella geometria, oppure di un nodo della discretizzazione. Introdurre la pressione, invece, è più semplice: basta indicare la superficie su cui essa agisce ed introdurre il suo valore. Una variante della pressione può essere il *surface traction* [13], che consente di applicare una forza agente su una superficie, impostando la direzione del carico tramite l'indicazione del versore. Si possono, così, introdurre anche forze di taglio.

Un'ulteriore tipologia di carico è lo *shell edge load* [13], cioè il carico applicato su un bordo di una struttura bidimensionale a guscio, in maniera analoga alla *surface traction*. A differenza di questa, essendo l'applicazione su elementi non dotati di spessore, l'unità di misura è il [N/m][13].

Nella figura 16 è mostrata l'immagine dell'interfaccia utilizzata da Abaqus per la creazione di un carico.

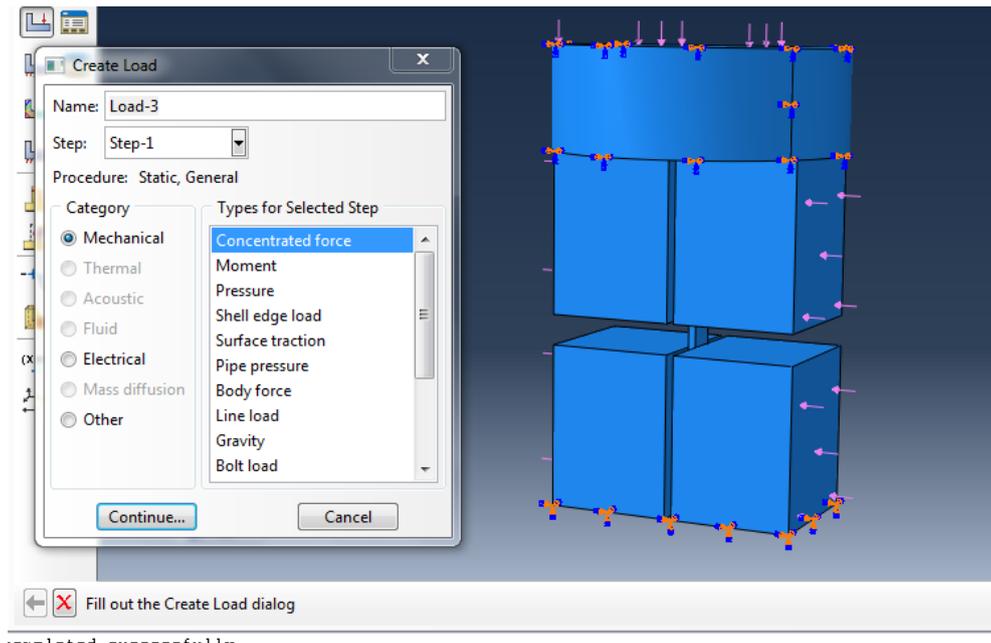


Figura 16-Load

3.1.3 Condizioni al contorno

Di fondamentale importanza è la definizione delle condizioni al contorno, la cui non corretta impostazione può creare errori importanti nei risultati. Queste sono definibili tramite molteplici parametri e riguardano, nelle simulazioni oggetto del presente elaborato, condizioni su spostamenti e rotazioni.

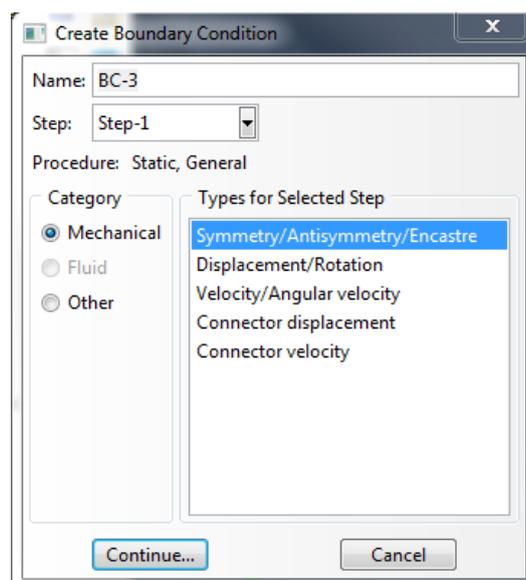


Figura 17-boundary condition

Dalla figura 17 si nota come, oltre alle condizioni al contorno citate, è possibile crearne anche sulla velocità.

3.1.4 Contatto tra superfici

Le analisi effettuate hanno come peculiarità la presenza fondamentale di condizioni di contatto tra superfici; ciò causa non linearità nella soluzione che si traduce in un sostanziale incremento dei tempi di calcolo.

Infatti, l'insorgenza di contatti tra due corpi prima separati muta le condizioni al contorno dell'analisi e accoppia le equazioni del moto degli stessi.

Gli algoritmi più utilizzati per le condizioni di contatto sono tre:

- Metodo dei nodi vincolati;
- Metodo penalty;
- Metodo dei parametri distribuiti.

Ognuno di questi viene utilizzato in campi di applicazione specifici. Il primo è utilizzato nei collegamenti di interfaccia tra le parti della griglia, il secondo nei problemi di urto tra corpi solidi, ed il terzo in presenza di corpi fluidi.

Le superfici interessate, vengono definite una come *slave* e l'altra come *master*. Tale identificazione per il metodo penalty è irrilevante, mentre nelle altre metodologie i nodi della superficie slave son costretti a giacere sulla superficie master, dopo l'impatto, fin a quando una forza di trazione non li separi.

In tutti i metodi menzionati l'algoritmo si basa su una procedura formata da passi successivi, in cui per ogni nodo della superficie slave è necessario:

- localizzare un nodo sulla superficie master più vicina,
- determinare la distanza tra questo e il nodo sulla superficie slave,
- trovare il punto di contatto tra le due superfici,
- verificare la eventuale compenetrazione tra le superfici.

La prima fase di localizzazione si ottiene considerando la proiezione sulla superficie master del nodo slave in esame. Se viene rilevata la compenetrazione, vengono determinate le forze di contatto imponendo la conservazione della quantità di moto, che cambia per ogni algoritmo.

Abaqus consente l'utilizzo di varie tipologie di contatto. Nel presente lavoro sono state utilizzate:

- *general contact*
- *surface to surface contact*

Nella prima tipologia, il solutore effettua i calcoli per tutte le superfici dell'insieme, con conseguente maggiore complessità computazionale; la seconda, invece, permette di selezionare le superfici coinvolte, così da ridurre i tempi di calcolo. Importante è definire le proprietà che i contatti possiedono, come, ad esempio, l'attrito oppure la compenetrazione. Nel solutore queste proprietà sono indicate come *frictionless* e *normal contact*[13].

3.2 Analisi statiche

Le analisi sperimentali sono state effettuate grazie all'utilizzo di una macchina elettroidraulica, il cui pistone agisce sull'attrezzatura CLC, posizionata su di un piatto di riscontro, che nel modello viene definito piastra d'appoggio (figura 18).



Figura 18-Modello reale

Data la semplicità della struttura da simulare, il disegno CAD è stato realizzato

direttamente nel software Abaqus. In questa prima fase, il provino è approssimato come elemento solido, il cui materiale è isotropo; il basamento della macchina viene approssimato tramite una superficie, denominata piastra, mentre l'attrezzatura CLC è stata semplificata per alleggerire le analisi.

Il modello utilizzato per definire l'attrezzatura CLC, infatti è costituito dai soli blocchi che effettuano il serraggio. Vengono, quindi, eliminati i bulloni e le aste guida (figura 19-a).

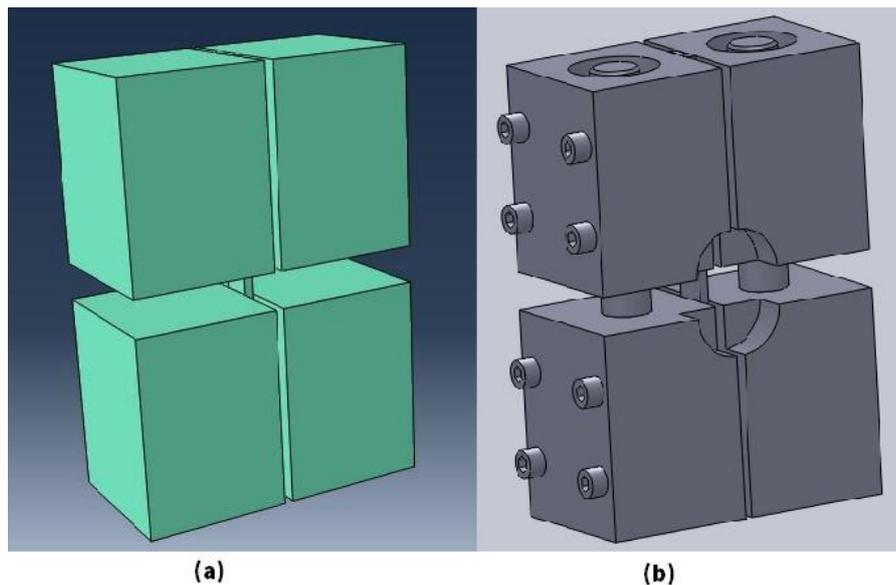


Figura 19-(a)Attrezzatura semplificata realizzata con Abaqus- (b) attrezzatura completa realizzata con SolidWorks

In questa tipologia di analisi si è considerato un contatto infinitamente rigido tra attrezzatura CLC e provino; quest'ultimo è stato partizionato, tramite l'uso di *datum plane*, in modo da poter assegnare le condizioni di contatto solo alle superfici che realmente erano interessate da tale interazione. Questo permette di simulare il provino e il CLC come se fosse un unico componente e allo stesso tempo, è stato possibile assegnare due differenti materiali ai due elementi coinvolti.

Si ottiene il modello mostrato in figura 20.

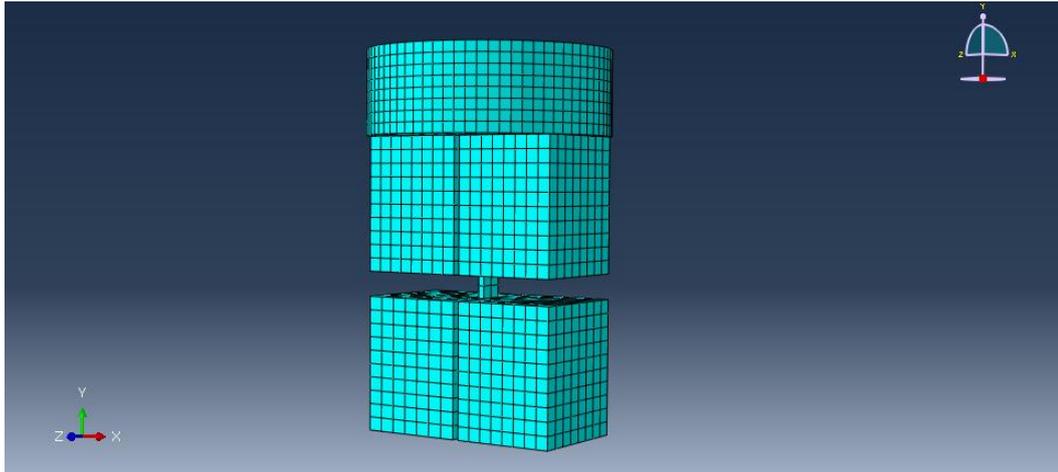


Figura 20-mesh modello prova statica

Al fine di valutare la correttezza del sistema di vincolo, sono state effettuate due tipologie di simulazione su un materiale isotropo di riferimento (alluminio): la prima considerando solo una forza di pressione unitaria agente sul pistone, la seconda trascurando la pressione sul pistone ed imponendo la sola forza di serraggio tra i due blocchi del CLC.

Le condizioni di vincolo utilizzate sono: un incastro sulla superficie inferiore del modello, lo spostamento dell'intera struttura libero lungo l'asse di applicazione del carico, e bloccato lungo l'asse di applicazione del serraggio.

Per ottenere dei valori di riferimento, si è calcolato il valore di tensione che si ha per effetto della azione unitaria di pressione sul pistone.

Essendo la pressione definita come:

$$P = \frac{F}{A}$$

Eq. 3. 1

dove F è la forza e A è l'area su cui questa agisce, l'azione sul pistone risulta essere pari a:

$$F = P * A = 1 * A = 1 * \pi * r^2 = 10207.03 [N]$$

con r raggio del pistone.

La tensione interna nella sezione centrale del provino è una tensione di compressione ottenuta dividendo la forza F così calcolata per l'area del provino:

$$\sigma_c = \frac{F}{A_p}$$

Eq. 3.2

Essendo l'area del provino:

$$A_p = l * s$$

Eq. 3.3

dove l è la larghezza ed s è lo spessore del provino, si ha:

$$\sigma_c = \frac{F}{l*s} = \frac{10207.03 [N]}{12*2.85 [mm^2]} = 2.98*10^2 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

Eq. 3.4

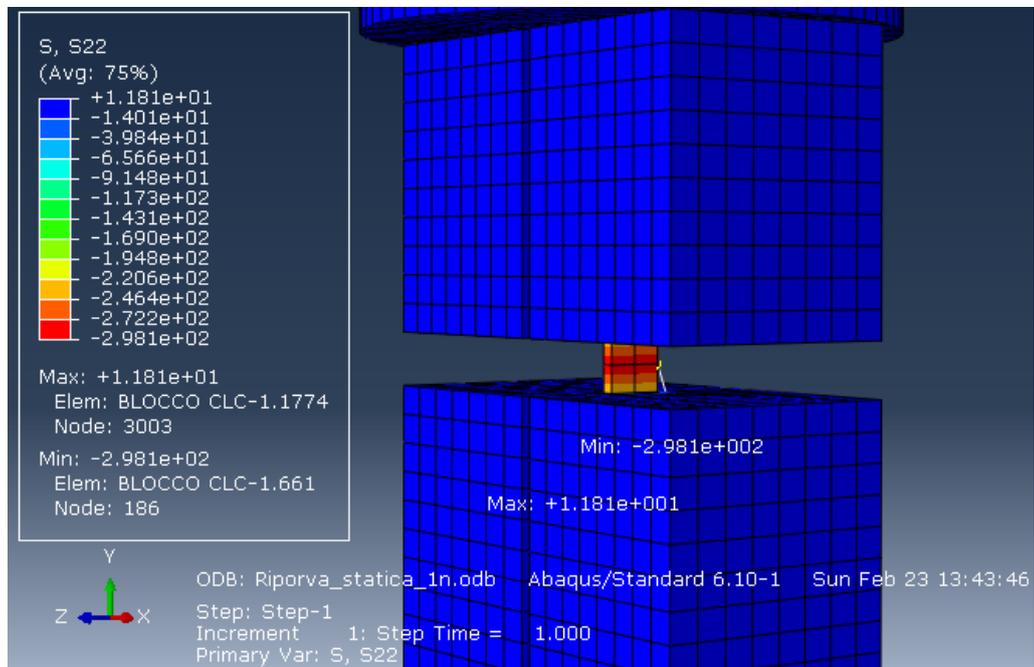


Figura 21-risultati prova statica

Dalla figura 21 si nota che il risultato numerico ottenuto risulta avere un errore minimo rispetto al valore teorico calcolato.

Infine, è stata introdotta anche la forza di serraggio per analizzare il comportamento della struttura con le condizioni di vincolo effettive. Dalle prove effettuate si è evidenziato che, essendo nullo lo spostamento della superficie inferiore incastrata del CLC, dovendo questo comunque muoversi nella direzione di applicazione del serraggio, nasce una flessione del sistema di afferraggio che causa una non uniforme sollecitazione sul provino. Per eliminare questo effetto non desiderato, si è introdotta una ulteriore piastra di riscontro inferiore alla quale è appoggiato il sistema CLC. A tale piastra è stato applicato il vincolo di incastro.

3.2.1 Forza di serraggio

Nella campagna di prova sperimentale il carico, oltre che a compressione, viene trasferito anche secondo componenti di taglio, tramite l'attrezzatura CLC. Queste componenti sono proporzionali alla rugosità della superficie interna del CLC ed alla coppia di serraggio che si applica sui bulloni. La coppia di serraggio applicata, tramite l'utilizzo della chiave dinamometrica, risulta essere pari a 3.9 N*m. Poiché nella simulazione FEM è richiesta la coppia di serraggio, è necessario definire la correlazione esistente tra essa e la forza di trazione esercitata dal bullone.

Diam. di boulon	BOULONS NORMALISES FILETS I.S.O.			BOULON ACIER DOLX Nuance AFNOR C 20 Charge de rupture 45 kg/mm ² Limite elastique 25 kg/mm ²		BOULON ACIER 1/2 DUR Nuance AFNOR C 35 Charge de rupture 65 kg/mm ² Limite elastique 32 kg/mm ²		BOULON ACIER DUR Nuance AFNOR C 45 Charge de rupture 75 kg/mm ² Limite elastique 38 kg/mm ²		BOULON ACIER DUR TRAITÉ Nuance AFNOR C 45 Charge de rupture 80 kg/mm ² Limite elastique 65 kg/mm ²		BOULON ACIER NICKEL CHROME TRAITÉ Nuance AFNOR 16 NC 6 Charge de rupture 130 kg/mm ² Limite elastique 90 kg/mm ²	
	Pas di boulon	Letra siri plata di boulon		Coppia di serraggio recomandata	Effort de traction sur le boulon	Coppia di serraggio recomandata	Effort de traction sur le boulon	Coppia di serraggio recomandata	Effort de traction sur le boulon	Coppia di serraggio recomandata	Effort de traction sur le boulon	Coppia di serraggio recomandata	Effort de traction sur le boulon
Ø	p	B	C metres/kg	T kilos	C metres/kg	T kilos	C metres/kg	T kilos	C metres/kg	T kilos	C metres/kg	T kilos	
1,6	35	3,2	0,007	22	0,009	28	0,011	34	0,019	57	0,025	79	
2	40	4	0,014	37	0,018	47	0,021	56	0,036	95	0,050	132	
2,5	45	5	0,027	63	0,034	80	0,041	95	0,070	162	0,096	225	
3	50	5,5	0,049	92	0,062	116	0,074	140	0,125	236	0,175	330	
3,5	60	6	0,078	125	0,096	158	0,115	190	0,20	320	0,27	480	
4	70	7	0,12	165	0,15	211	0,18	250	0,30	425	0,42	590	
5	80	8	0,25	266	0,29	341	0,34	405	0,58	690	0,81	960	
6	100	10	0,39	377	0,50	482	0,59	580	1,01	975	1,40	1 360	
7	100	11	0,63	542	0,81	694	0,96	825	1,64	1 400	2,28	1 950	
8	125	13	0,93	686	1,19	878	1,42	1 045	2,41	1 775	3,36	2 470	
9	125	16	1,40	902	1,80	1 155	2,13	1 370	3,63	2 330	5,63	3 250	
10	150	17	1,87	1 087	2,39	1 390	2,84	1 655	4,83	2 810	6,72	3 915	
11	150	19	2,77	1 727	3,25	1 887	3,87	3 000	6,54	3 566	9,15	5 375	
12	175	19	3,18	1 580	4,05	2 070	4,82	2 400	8,20	4 090	11,40	5 690	
14	200	22	5,03	2 155	6,44	2 760	7,65	3 275	13,00	5 580	18,10	7 780	
16	200	24	7,64	2 945	9,80	3 770	11,60	4 470	19,80	7 610	27,50	10 600	
18	250	27	10,40	3 600	13,30	4 810	15,70	5 470	25,80	9 310	37,30	13 000	
20	250	30	14,90	4 585	19,10	5 880	22,60	6 980	38,50	11 900	53,60	16 500	
22	250	32	19,90	5 680	25,50	7 270	30,30	8 630	51,50	14 700	71,70	20 500	
24	300	36	25,80	6 620	32,80	8 470	39,20	10 100	66,70	17 100	93,00	23 800	
27	300	41	37,50	8 610	47,90	11 000	56,90	13 100	97,00	22 300	135,00	31 600	
30	350	46	47,00	10 500	60,00	13 500	71,50	16 000	121,50	27 200	169,50	37 900	
33	350	50	68,90	13 000	86,00	16 700	105,00	19 800	178,50	33 600	248,00	46 800	
36	400	54	88,50	15 300	113,50	19 600	134,50	23 300	229,00	39 600	319,00	55 100	
38	400	58	113,50	18 300	145,50	23 400	172,50	27 800	294,00	47 300	409,00	65 900	
42	450	63	141,00	21 000	180,50	26 900	215,00	31 900	365,00	54 300	508,00	75 600	
45	480	67	175,00	24 500	224,00	31 300	268,00	37 200	452,00	63 300	630,00	88 000	
48	500	71	211,00	27 600	270,00	35 300	320,00	41 900	545,00	71 400	758,00	99 300	
52	500	77	271,00	32 900	347,00	42 100	412,00	50 000	701,00	85 200	976,00	118 000	
A 1			0,094 mm		0,12 mm		0,14 mm		0,24 mm		0,34 mm		
A 2			0,070 mm		0,09 mm		0,11 mm		0,18 mm		0,26 mm		
A 3			0,085 mm		0,11 mm		0,13 mm		0,22 mm		0,31 mm		

Figura 22-tabulazione forza di serraggio e coppia corrispettiva della chiave dinamometrica

Utilizzando la documentazione relativa alla chiave dinamometrica (figura 22) è stato possibile ricavare la forza di trazione tramite:

$$\frac{\text{coppia di serraggio tabulata}}{\text{trazione corrispondente}} = \frac{\text{coppia di serraggio posseduta}}{\text{trazione incognita}}$$

Eq. 3.5

considerando il valore tabulato della coppia di serraggio, pari a 0,4 m*Kg e la forza di trazione corrispondente, è possibile applicare la proporzione dell'Eq 3.5:

$$\frac{0,42 \text{ m} * \text{Kg}}{590 \text{ Kg}} = \frac{0,4 \text{ m} * \text{Kg}}{x}$$

Eq. 3.6

dalla quale la forza di trazione esercitata da un singolo bullone, risulta essere:

$$x = 561,90 \text{ Kg} = 5512,29 \text{ N}$$

Poiché ogni blocco del CLC ospita quattro bulloni, la forza totale esercitata sul provino risulta essere:

$$F_t = 22049.14 \text{ N}$$

Nel software Abaqus, tale forza è stata introdotta come pressione. La pressione è ottenuta dividendo la forza di serraggio, per la sezione di applicazione della stessa.

3.2.2 Valutazione del coefficiente di attrito

La definizione delle prove statiche consente di trascurare l'attrito, mentre nelle analisi dinamiche tale parametro risulta fondamentale per la definizione degli sforzi di taglio generati. Pertanto, risulta fondamentale definire questo coefficiente, introducendolo nel solutore come *interaction property*.

L'azienda produttrice del sistema di afferraggio CLC non rilascia dati sulla rugosità del riporto di carburo di tungsteno presente sulle superfici interne dei blocchi (figura 9) da cui si potrebbe ottenere il coefficiente di attrito.

Pertanto, per poter definire correttamente tale parametro sarebbero necessarie ulteriori prove sperimentali, che non è stato possibile effettuare per motivi di tempo a disposizione. Data la tipologia di rugosità del riporto di carburo di tungsteno, è stato comunque ipotizzato un coefficiente di attrito pari all'unità.

3.3 Modello

La fase di messa a punto della procedura numerica, importante per l'ottimizzazione dei successivi modelli con materiali ortotropi e analisi esplicite, è stata sviluppata sulla base di un modello con un materiale isotropo equivalente al materiale composito, avente le caratteristiche riportate in tabella 4:

Densità ρ [kg/mm ³]	Modulo di Young E [GPa]	Modulo di Poisson ν
1484	62.3	0.14

Tabella 4-Materiale isotropo equivalente

Il modulo di elasticità isotropa del materiale implementato è stato scelto equivalente a quello relativo alla configurazione D di laminazione, nella direzione di applicazione del carico.

Per il piano di riscontro, il pistone e il CLC si assegna un generico acciaio con i dati indicati in tabella 5:

Densità ρ [kg/mm ³]	Modulo di Young E [GPa]	Modulo di Poisson ν
7800	210	0.3

Tabella 5-Acciaio

Al fine di non interferire con la deformazione del provino, il CLC, la piastra ed il pistone vengono definiti come corpi rigidi (*rigid body*) [13].

La geometria di assieme si ottiene tramite la creazione di quattro differenti parti: il piano di riscontro su cui viene appoggiata l'attrezzatura, il CLC, il provino stesso, ed il pistone. A quest'ultimo viene imposta, tramite BCs^8 , la velocità di 1.3 mm/min. La durata della simulazione è stata impostata a 10 secondi al fine di valutare la correttezza del modello adottato. Infine, si assegna la forza di serraggio tramite pressione sulle superfici del CLC.

Per trasferire il taglio per effetto del serraggio, è stato impostato il contatto e definita la rugosità ipotizzata come indicato nei paragrafi precedenti.

La procedura di simulazione è composta da due fasi successive, necessarie a causa della complessità dei carichi che agiscono su differenti porzioni della struttura e secondo articolate sequenze temporali.

In una prima fase è stato definito il carico di serraggio sul provino, in quanto tale azione non è contemporanea alle azioni del pistone. In una seconda fase temporale viene applicata la forza agente sul pistone, mantenendo attivo il carico di serraggio.

Poiché il carico di serraggio agisce lungo l'asse x, mentre lo spostamento del pistone agisce lungo l'asse y, mostrati in figura 23, durante la prima fase di

⁸ BCs:acronimo di boundary condiction.

serraggio viene permesso solo lo spostamento lungo x, mentre nella fase successiva viene permesso anche lo spostamento lungo l'asse y.

Nella figura 23, viene mostrato l'assieme con la relativa discretizzazione.

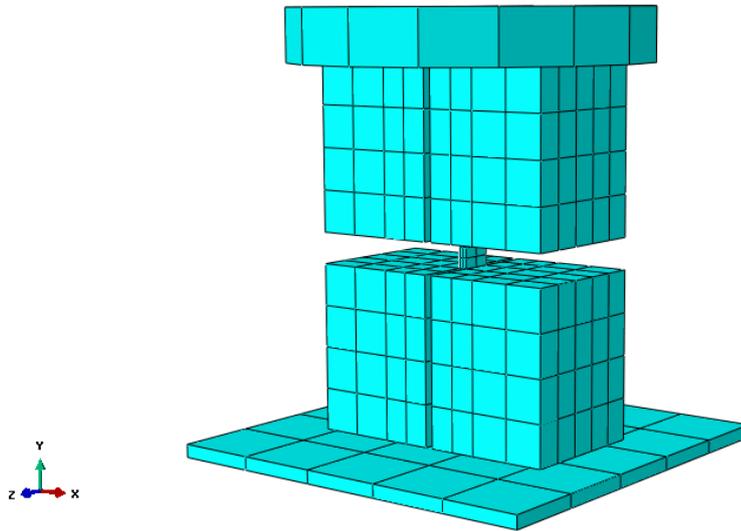


Figura 23-Assieme completo con mesh

Al fine di evitare spostamenti relativi indesiderati, è stato poi introdotto un legame TIE⁹ tra l'attrezzatura e la piastra e tra il CLC e il pistone. Tempi e velocità di carico sono stati imposti in modo da essere coerenti con i dati sperimentali.

I risultati ottenuti in questa fase di modellazione semplificata sono riportati in figura 24, dimostrando la bontà delle assunzioni semplificative introdotte.

⁹ Vincolo che permette di legare due superfici, così da annullare lo spostamento relativo tra essi.

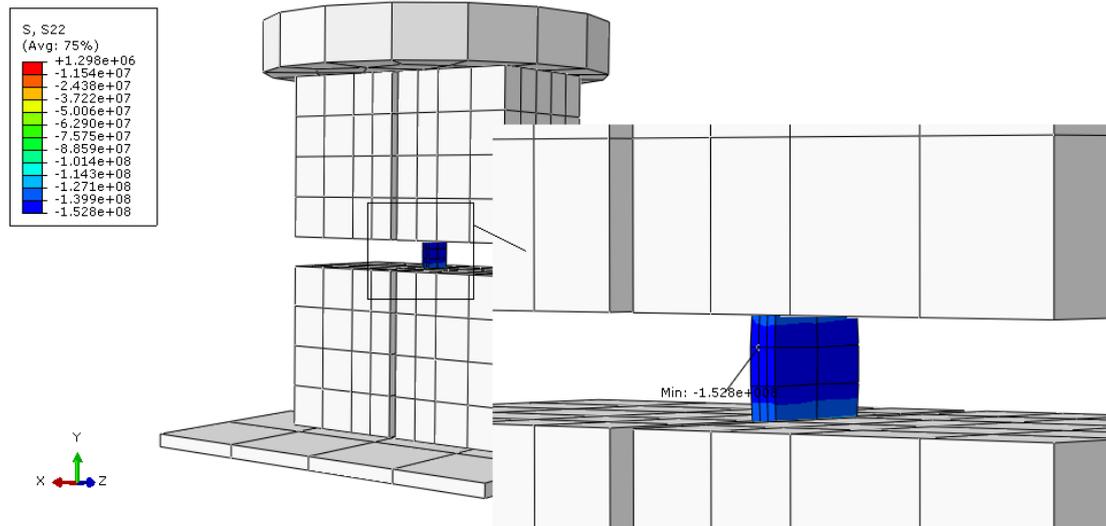


Figura 24-soluzione modello con materiale isotropo

Purtroppo anche con queste assunzioni semplificative la soluzione numerica è caratterizzata da tempi macchina eccessivi (durata oltre 72 ore), con limitata corrispondenza con i dati sperimentali. Questo ha portato ad una semplificazione del modello.

3.4 Semplificazione del modello

La semplificazione della geometria, necessaria per ridurre i tempi di calcolo è stata ottenuta eliminando la discretizzazione delle attrezzature di afferraggio, e sostituendole con apposite condizioni al contorno. Le restanti parti, piastra e pistone, sono state vincolate al provino tramite un legame TIE, così da evitare spostamenti relativi diverso da zero. Il modello è mostrato nella figura 25.

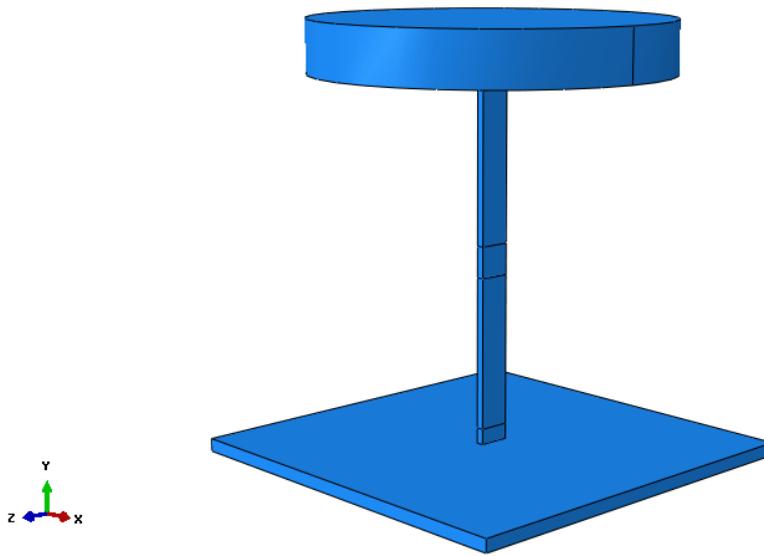


Figura 25-modello senza CLC

3.4.1 Distribuzione forze

In assenza di azione del pistone, il CLC, una volta serrato e per l'effetto dell'attrito, deve essere in grado di evitare traslazioni relative tra i componenti. In questa condizione, ipotizzando il coefficiente di attrito pari all'unità, la forza di taglio sarà equivalente al peso dell'attrezzatura. Aggiungendo l'effetto di una ulteriore forza agente sulla superficie del CLC, nella stessa direzione del peso, la forza di taglio sarà uguale alla somma tra quest'ultime e la forza applicata sul CLC.

La forza totale generata dal pistone viene ripartita in modo proporzionale tra le sezioni del CLC e del provino. Essa, infatti, può essere scomposta nei contributi dati dai singoli componenti (due blocchi del CLC e il provino) come mostrato nella seguente equazione:

$$F_{TOT} = F_{provino} + F_{CLC} + F_{CLC}$$

Eq. 3. 7

L'area totale è data dalla somma delle tre sezioni, come mostrato in figura 26, cioè:

$$A_{tot} = A_{provino} + A_{CLC} + A_{CLC} = 5122.2 \text{ mm}^2$$

Eq. 3. 8

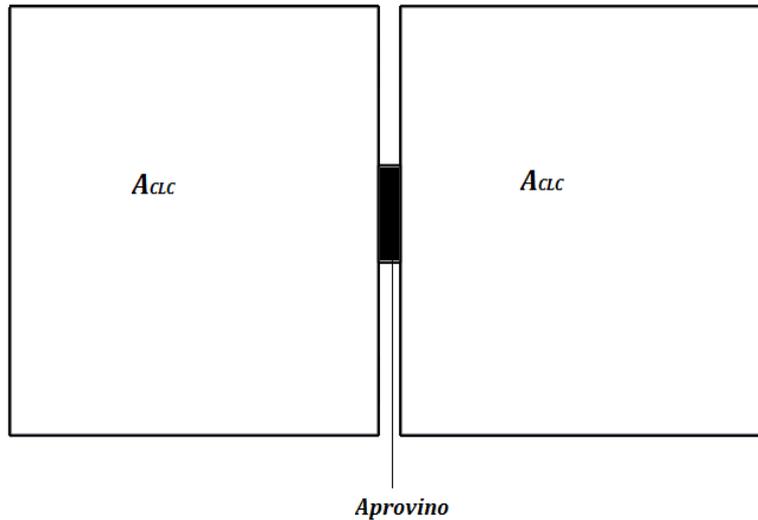


Figura 26-vista dall'alto della sezione totale

In base alle precedenti considerazioni, i contributi dei vari elementi si possono così esplicitare:

$$F_{provino} = F_{TOT} \frac{A_p}{A_{tot}} = F_{TOT} * 0.0066$$

Eq. 3. 9

$$F_{CLC} = F_{TOT} \frac{A_{CLC}}{A_{tot}} = F_{TOT} * 0.4967$$

Eq. 3. 10

Come verifica, sostituendo all'equazione 3.1, le equazioni 3.3 e 3.4 si ottiene l'uguaglianza.

$$F_{TOT} = F_{TOT} \frac{A_p}{A_{tot}} + F_{TOT} \frac{A_{CLC}}{A_{tot}} + F_{TOT} \frac{A_{CLC}}{A_{tot}} = F_{TOT}$$

Eq. 3. 11

Nella figura 27, viene illustrata la suddivisione delle forze, agenti sul blocco.

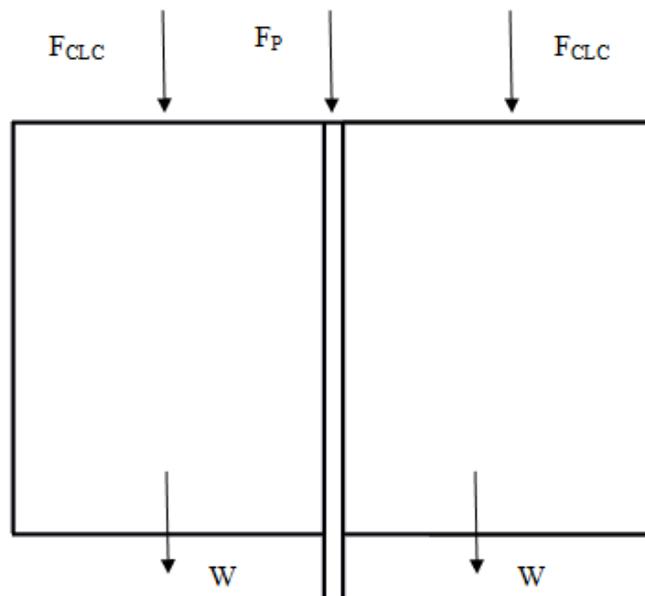


Figura 27-distribuzioni forze

la forza di taglio che agisce sul provino è quindi uguale a:

$$F_{TAGLIO} = W + F_{CLC}$$

Eq. 3. 12

Considerando che il carico agisce in modo attivo nella parte superiore della struttura, al fine di ottenere un modello numerico affidabile, è necessario tener conto delle componenti di reazione che si generano nella parte inferiore.

In questo modo è necessario imporre le componenti di taglio definite a livello numerico come *surface traction* in corrispondenza delle quattro aree di contatto tra CLC e provino.

La diretta applicazione delle forze di taglio sullo provino consente l'eliminazione dalla simulazione del sistema di afferraggio CLC, riducendo i tempi di calcolo senza compromettere l'affidabilità complessiva del modello. Essendo la prova sperimentalmente condotta in controllo di spostamento, la forza totale è tempo variante. Pertanto, anche le componenti agenti sul provino e CLC risponderanno alla medesima legge.

Il software Matlab ha consentito di normalizzare tali componenti di forza

rispetto al carico massimo.

I trend corrispondenti vengono riportati nella figura 28 e figura 29.

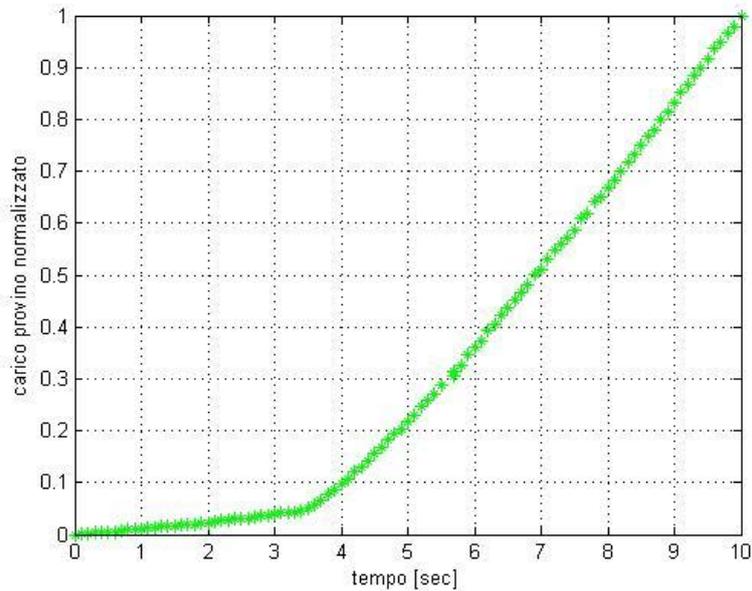


Figura 28-carico sul provino normalizzato al variare del tempo

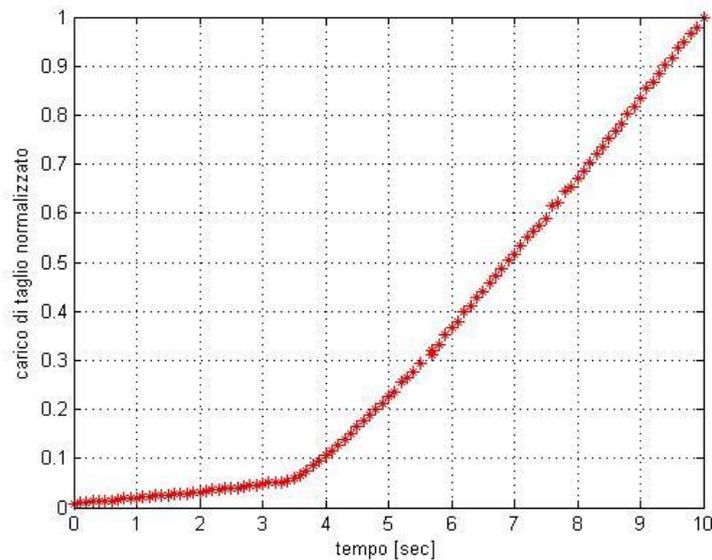


Figura 29- carico di taglio normalizzato al variare del tempo

Le forze agenti sul CLC e provino sono state implementate in Abaqus in forma tabulata, riportando il valore di carico corrispondente ad ogni incremento temporale (posto costante 0.1 secondi). L'intervallo temporale così definito garantisce la precisa definizione della legge di applicazione del carico, e,

poiché costante, si traduce in analisi ottimizzate dal punto di vista computazionale.

3.5 Risultati con modello finale semplificato

In considerazione dei risultati ottenuti nelle analisi descritte in precedenza, una ulteriore semplificazione è stata ottenuta applicando i carichi direttamente sul provino. L'eliminazione dalla simulazione anche delle geometrie di piastra e pistone ha consentito una ulteriore riduzione dei tempi di calcolo.

La piastra inferiore è stata quindi sostituita con una condizione al contorno di incastro sul provino. Viene lasciato libero lo spostamento lungo l'asse verticale, cioè in direzione di applicazione del carico, nelle zone interessate dal serraggio. La sezione libera nella quale sperimentalmente si verifica la rottura è lasciata non vincolata.

Al fine di validare i risultati numerici ottenuti, il tempo di prova viene impostato in modo da soddisfare i requisiti delle prove sperimentali.

Dalla figura 30 si nota come le tensioni, che sono state normalizzate rispetto al valore massimo ottenuto, abbiano un andamento conforme con il valore sperimentale.

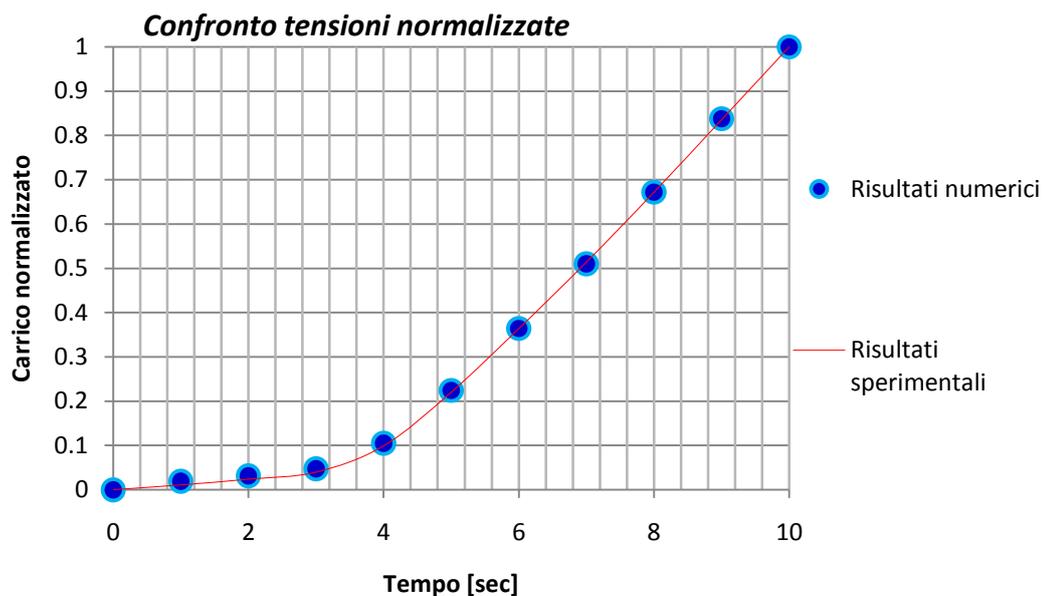


Figura 30-confronto tensioni normalizzate tra valori sperimentali e numerici

Dalla figura 31 è evidenziato il valore di tensione ottenuto alla fine della prova, coerente con i risultati sperimentali.

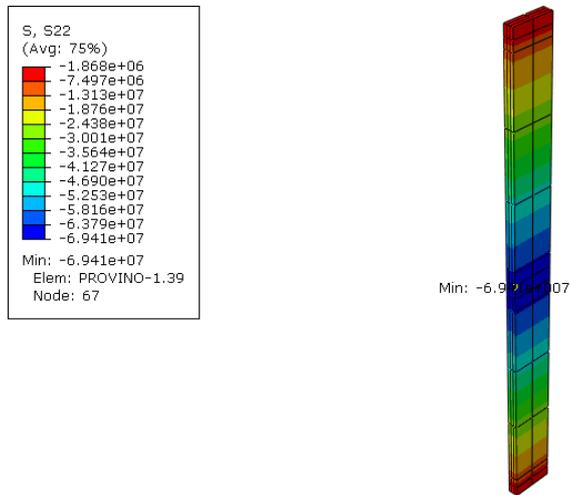


Figura 31-Risultati modello finale isotropo equivalente

Poiché l'errore fra i risultati numerici e quelli sperimentali è inferiore all'1%, il modello, così semplificato e validato, viene utilizzato come punto di partenza per simulazioni con il materiale definito come laminato ortotropo.

Simulazioni sul materiale composito

Nel seguente capitolo dedicato alle simulazioni numeriche utilizzando una definizione di materiale ortotropo, viene introdotta una ulteriore semplificazione rispetto al modello descritto nel capitolo precedente.

Considerando le dimensioni relative tra spessore e lunghezza del provino, si è scelto di approssimare quest'ultimo attraverso una geometria bidimensionale, con relativi elementi guscio, che meglio simula il comportamento di tipo sottile.

4.1 Analisi con l'uso del modello ottenuto

Il carico viene implementato come nel modello precedentemente validato per il materiale isotropo equivalente.

Il materiale composito è introdotto a partire dalle caratteristiche del lamina; si richiede, infatti:

- Il numero di lamine;
- Il materiale che costituisce ogni lamina;
- L'orientazione delle fibre rispetto al sistema di riferimento globale;
- L'indicazione dello spessore di ogni lamina.

Il materiale della lamina viene descritto introducendo la densità, e le caratteristiche elastiche, definite come *type-lamina*. Il campione è stato modellato con elementi *shell* del tipo S4R.

Oltre alle proprietà della lamina, si richiedono anche i valori del *transverse shear stiffness* K_{11} , K_{22} e K_{12} , della sezione [14]. I seguenti valori risultano dati da:

$$k_{11} = k_{22} = \frac{1}{6}(A_{11} + A_{22}) + \frac{1}{3}A_{33}, \quad k_{12} = 0$$

Eq. 4. 1

in cui i termini A_{11} , A_{22} e A_{33} sono i termini della matrice di rigidezza A presenti nell'equazione Eq. 1.15, ottenuti tramite un programma appositamente realizzato in Matlab.

La discretizzazione del modello prevede l'utilizzo di elementi di dimensioni minori nelle zone di maggiore interesse sperimentale, ovvero sezione libera ed estremità del provino (figura 32).

Tale scelta è dovuta alla necessità di giungere ad un compromesso tra le qualità dei risultati e i tempi richiesti per la simulazione. L'utilizzo di dimensioni eccessivamente ridotte può risultare in una instabilità del modello oltre che in tempi macchina eccessivi.

Ai fini numerici è bene considerare che le dimensioni degli elementi devono rispondere a precise leggi che le legano ai tempi di durata delle prove; nel caso in esame questi risultano definiti dal controllo in spostamento imposto sperimentalmente pari ad uno.

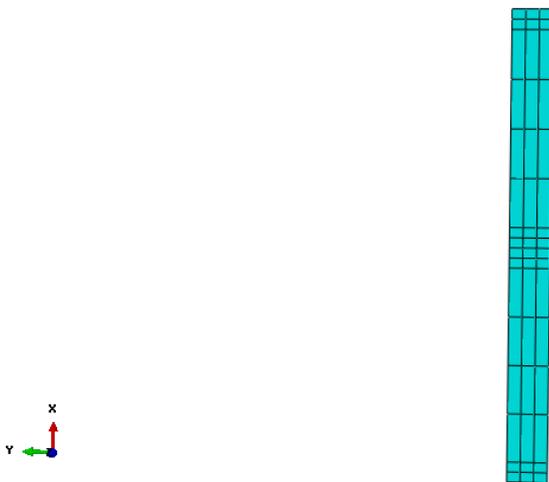


Figura 32-mesh modello composito

Le prove effettuate sul modello finora descritto hanno condotto all'ottenimento di tensioni sottostimate rispetto al caso sperimentale. La successiva analisi di tale modello ha dimostrato che le discrepanze evidenziate non sono dovute a errori nella rappresentazione numerica.

Si è giunti alla conclusione che le cause di tali differenze vanno piuttosto ricercate nell'utilizzo dell'elemento *shell* per la rappresentazione del provino, in luogo del solido utilizzato relativamente al caso del materiale isotropo equivalente.

Ulteriore elemento di possibile criticità è legato all'utilizzo di un materiale di tipo laminato ortotropo.

4.2 Individuazione dei problemi

La simulazione tramite elementi *shell* ha obbligato la modifica delle condizioni di vincolo: al fine di ottenere dei risultati in accordo con quelli sperimentali si è deciso di reintrodurre la piastra di appoggio sostituendo la condizione di incastro sul provino con un legame TIE agente tra la base della *shell* e la piastra stessa. I risultati così ottenuti non hanno mostrato variazioni rilevanti rispetto alla simulazione precedente.

Ulteriore modifica è stata apportata reintroducendo il pistone in luogo dell'applicazione diretta delle forze sul bordo della *shell*. In questo modo si è ottenuta una rappresentazione più prossima al caso reale. Anche in questo frangente è stata necessaria l'introduzione di un legame TIE tra *shell* e pistone.

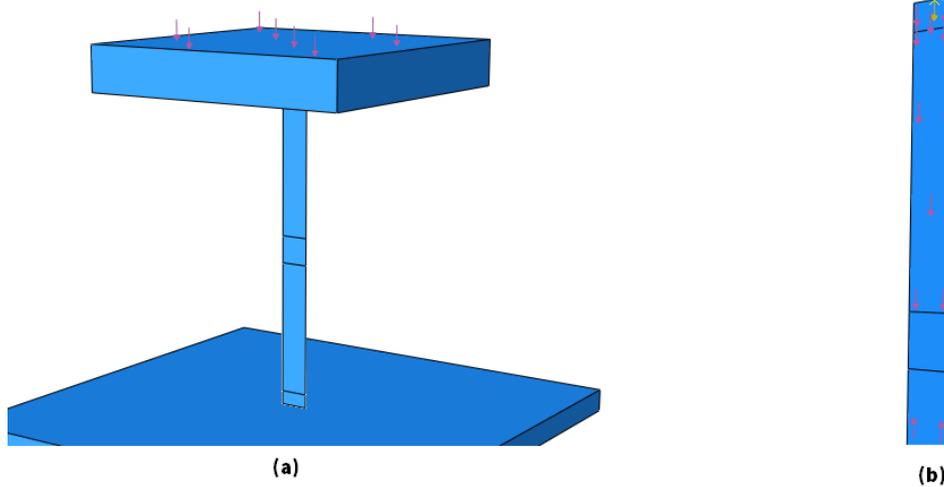


Figura 33- (a) forza totale applicata al pistone (b) solo provino con forza di taglio e forza agente sul provino.

La configurazione del carico viene riportata in figura 33-a e prevede l'applicazione della forza sul pistone rispetto al suo valore massimo. Come carico si è impostato il valore massimo sperimentalmente riscontrato alla fine della prova. L'andamento nella normalizzazione viene riportato nella figura 34.

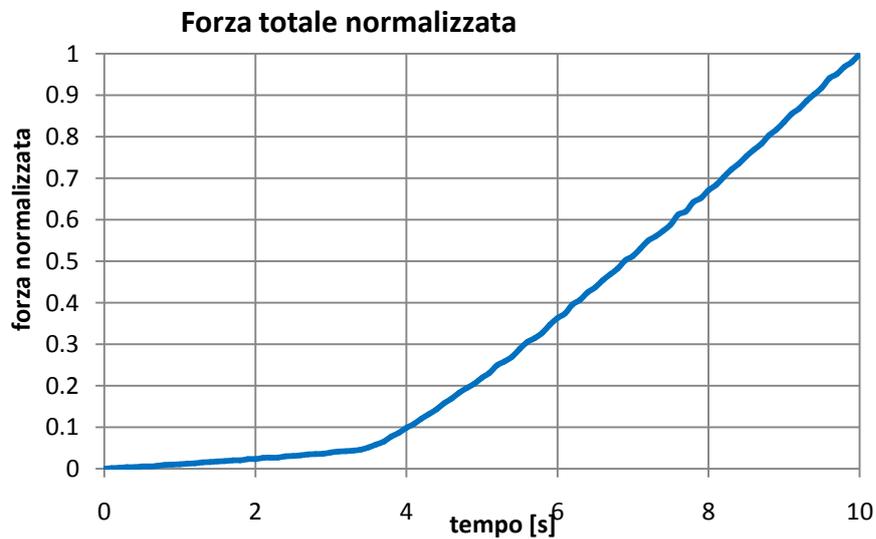


Figura 34- Andamento dell'ampiezza della forza totale agente sul pistone

I risultati ottenuti sono mostrati in figura 35. Le modifiche apportate hanno consentito di ottenere, a scapito di un leggero aumento dei tempi macchina, lievi miglioramenti nella corrispondenza con i dati sperimentali.

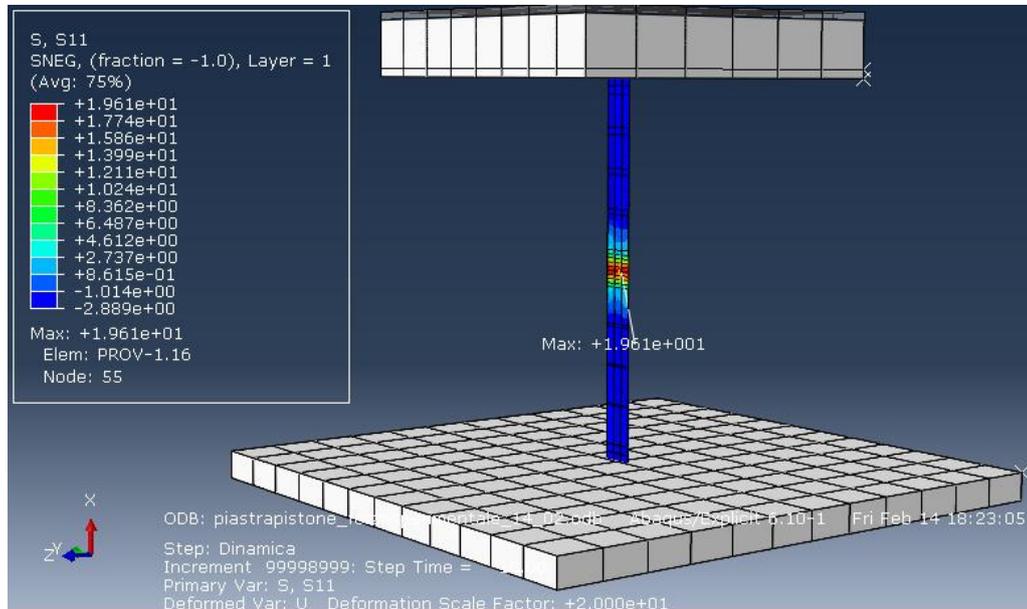


Figura 35-risultati forza totale con pistone, piastra e provino

Una ulteriore possibile causa di discrepanza può essere ricondotta alla configurazione di carico. Per ottenere una valutazione di come le sollecitazioni influiscano sul risultato, si è passati dalla applicazione di una forza alla definizione di una velocità di traslazione del pistone.

La velocità attribuita al modello (1.3 mm/min come da dato sperimentale) essendo molto bassa, causa tempi macchina troppo elevati. Per ridurre quest'ultimi si è deciso di aumentare la velocità da attribuire al pistone, mantenendo però lo spostamento che realmente si ottiene nei test.

L'introduzione della velocità come modalità di carico, però, trascura gli effetti di taglio, che deve essere, dunque, introdotto sulle superfici del provino, mantenendo lo spostamento conforme con quello sperimentale.

È necessario in questa fase introdurre anche dei criteri di rottura per simulare il cedimento delle varie componenti del materiale composito in esame. Tali criteri sono discussi nel paragrafo successivo.

4.3 Failure damage model

All'interno del software Abaqus sono stati introdotti, nelle ultime versioni, una serie di criteri destinati alla valutazione delle condizioni di collasso strutturale di materiali compositi. Il criterio più utilizzato è quello di Hashin.

Esso si basa sull'assunzione che le fibre all'interno della lamina sono parallele, e le loro proprietà devono essere definite nel sistema locale corpo. Il sistema di riferimento della lamina identifica l'asse x come la direzione longitudinale delle fibre e l'asse y in direzione trasversale. In Abaqus le caratteristiche meccaniche della lamina sono definite nell'ambito delle proprietà del materiale. Il modello del danno, implementato nel software, è basato sui lavori di Matzenmiller [15], Hashin [16], e Camanho e Davila [17].

Si possono avere quattro differenti modi di rottura:

- Rottura delle fibre in tensione;
- Buckling e kinking delle fibre in compressione;
- Cricca della matrice sotto tensioni trasversali e taglio;
- Schiacciamento della matrice sotto compressione trasversale e taglio

Il criterio di Hashin delimita l'inizio del danno, la cui evoluzione è definita da una variazione dell'elasticità del materiale che conduce alla esplicitazione di una nuova matrice di rigidità.

La risposta del materiale è calcolata da:

$$\sigma = C_d * \varepsilon$$

Eq 4.1

dove ε sono le deformazioni e C_d è la matrice di rigidità, definita come:

$$C_d = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1 - d_f)E_1 & (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}E_1 & 0 \\ (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}E_2 & (1 - d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_s)GD \end{bmatrix}$$

Eq 4.2

dove D risulta essere uguale a:

$$D=1-(1-d_f)(1-d_m)v_{12} v_{21}$$

in cui d_f indica lo stato di danno delle fibre, d_m lo stato di danno della matrice, d_s lo stato di danno a taglio, E_1 il modulo di elasticità in direzione delle fibre, E_2 il modulo di elasticità in direzione trasversale alle fibre, G il modulo di taglio e v_{12} e v_{21} sono i moduli di Poisson.

L'esplicitazione del criterio di Hashin assume la seguente forma:

- Tensione delle fibre ($\hat{\sigma}_{11} \geq 0$):

$$F_f^t = \left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^t} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2$$

- Compressione delle fibre ($\hat{\sigma}_{11} < 0$)

$$F_f^c = \left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^c} \right)^2$$

- Tensione della matrice ($\hat{\sigma}_{22} \geq 0$):

$$F_m^t = \left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^t} \right)^2 + \left(\frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2$$

- Compressione della matrice ($\hat{\sigma}_{22} < 0$):

$$F_m^c = \left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{2S^t} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^t} \right)^2 - 1 \right] \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^c} + \left(\frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2$$

in cui i termini X^t , X^c , Y^t , S^L , S^T , α , sono rispettivamente tensione a rottura longitudinale, compressione a rottura longitudinale, tensione a rottura trasversale, compressione a rottura trasversale, taglio a rottura longitudinale, taglio a rottura trasversale e il contributo delle tensioni di taglio sulle fibre nell'inizio della rottura per trazione delle fibre. Inoltre, $\hat{\sigma}_{11}$ e $\hat{\sigma}_{22}$ sono le componenti di tensione rispettivamente lungo l'asse delle fibre e in direzione ad esso trasversale, $\hat{\tau}_{12}$ è il taglio nel piano. Tutte le tensioni menzionate, sono quelle effettivamente contenute nel tensore degli sforzi, calcolate mediante:

$$\hat{\sigma} = M * \sigma$$

Eq 4.3

in cui $\hat{\sigma}$ è la tensione effettiva, σ è la tensione nominale ed M è la matrice di danno. Essa è definita come:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{(1-d_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-d_m)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)} \end{bmatrix}$$

dove d_f, d_m, d_s sono le variabili interne del danno che caratterizzano la fibra, la matrice, e il taglio, precedentemente introdotte nell'Eq. 4.2.

Prima dell'inizio di qualunque danno il materiale ha un comportamento elastico, per cui l'operatore del danno M è una matrice identità, così da avere $\hat{\sigma} = \sigma$. Una volta che il solutore, tramite il criterio esposto rileva l'inizio del danno, si passa alla modellazione dell'evoluzione del medesimo. Una volta instaurata la rottura sul materiale composito, il suo successivo comportamento *softening* ha una forte dipendenza dalla mesh; per alleviare ciò, Abaqus introduce una lunghezza caratteristica nella formulazione, così che la legge costitutiva è espressa dalla relazione tensione-deformazione, riportata in figura 36.

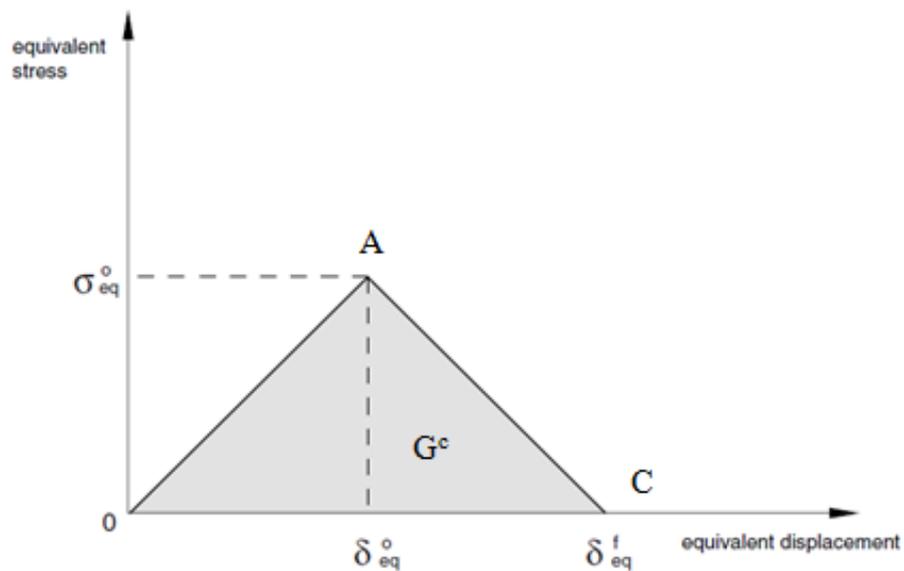


Figura 36-comportamento tensioni deformazioni una volta che si è instaurato il danno.

L'andamento positivo della pendenza della prima parte del grafico, corrisponde all'andamento elastico del materiale, mentre, la pendenza negativa della figura, rappresenta l'evoluzione del danno a seguito della fase di inializzazione dello stesso.

I parametri caratteristici necessari per la definizione del diagramma precedente, possono essere così ricavati:

- Tensione delle fibre ($\hat{\sigma}_{11} \geq 0$):

$$\delta_{eq}^{ft} = L^c \sqrt{\langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + \alpha \varepsilon_{12}^2}$$

$$\sigma_{eq}^{ft} = \frac{\langle \sigma_{11} \rangle \langle \varepsilon_{11} \rangle + \alpha \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{ft} / L^c}$$

- Compressione delle fibre ($\hat{\sigma}_{11} < 0$):

$$\delta_{eq}^{ft} = L^c \langle -\varepsilon_{11} \rangle$$

$$\sigma_{eq}^{fc} = \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle \langle -\varepsilon_{11} \rangle}{\delta_{eq}^{fc} / L^c}$$

- Tensione matrice ($\hat{\sigma}_{22} \geq 0$):

$$\delta_{eq}^{mt} = L^c \sqrt{\langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2}$$

$$\sigma_{eq}^{mt} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle \langle \varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mt} / L^c}$$

- Compressione matrice ($\hat{\sigma}_{22} < 0$):

$$\delta_{eq}^{mc} = L^c \sqrt{\langle -\varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2}$$

$$\sigma_{eq}^{mc} = \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle \langle -\varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mc} / L^c}$$

La lunghezza caratteristica L^c è basata sulla geometria dell'elemento, mentre il simbolo “ $\langle \rangle$ ” nell'equazione sopra rappresenta l'operatore *Macaulary bracket*, che definisce le funzioni a rampa.

Dopo l'inizio del danno, le variabili per un particolare modo sono date dalla seguente espressione:

$$d = \frac{\delta_{eq}^f (\delta_{eq} - \delta_{eq}^0)}{\delta_{eq} (\delta_{eq}^f - \delta_{eq}^0)}$$

Eq 4. 4

dove δ_{eq}^0 è la deformazione nel momento in cui inizia il criterio del danno e δ_{eq}^f è la deformazione alla quale il materiale è completamente danneggiato. La funzione del danno in relazione alla deformazione viene mostrata in figura 37.

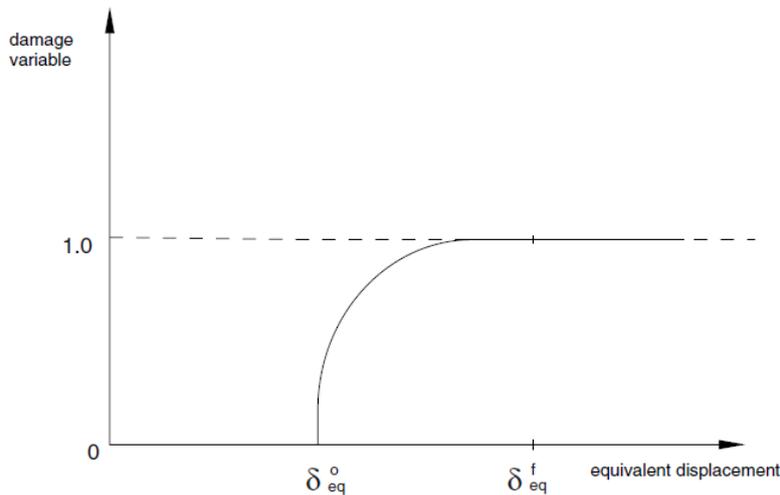


Figura 37 -funzione della variabile del danno al variare dello spostamento

Il valore di δ_{eq}^0 per i vari modi dipende dalla matrice di elasticità e dai parametri di rottura, specificati nel criterio di Hashin. Per ogni modo di rottura è necessario specificare l'energia dissipata, che corrisponde all'area del

triangolo OAC in figura 32, e indicata come G^C .

I valori di tale parametro possono essere ottenuti attraverso prove sperimentali specifiche sul materiale [16].

4.4 Analisi finali

Il criterio di rottura sopra descritto è stato utilizzato per implementare il comportamento del materiale all'interno del modello descritto nel paragrafo 4.2.

Il criterio di Hashin necessita della definizione di parametri importanti quali l'energia a rottura. Data l'impossibilità di effettuare ulteriori test, si è scelto di introdurre valori di energia appartenenti ad un materiale simile a quello effettivamente utilizzato.

Nella prova si imposta come condizione sul pistone, la velocità di traslazione di 1875 mm/sec, e per avere uno spostamento del pistone di 1.01 mm, come da dato sperimentale, si assegna la durata corretta della simulazione (0.00054 sec).

Il taglio viene introdotto direttamente con il suo valore massimo invece che con un andamento graduale come da prova sperimentale. Infatti, l'elevata velocità della simulazione inibisce l'effetto indotto dell'applicazione graduale del taglio.

Anche con queste condizioni, la prova ha dato dei risultati non conformi al dato sperimentale, come è possibile notare dalla figura 38.

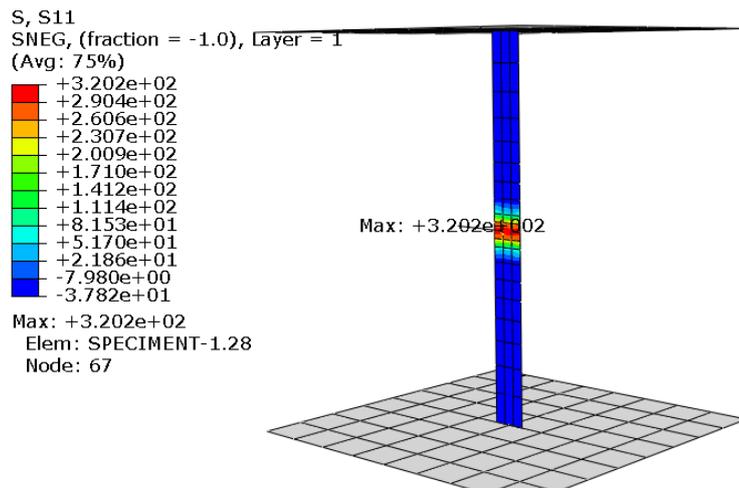


Figura 38-tensioni con spostamento fissato da sperimentale

Infatti si può notare come i valori di tensione σ_{11} , che rappresenta la componente di tensione che agisce lungo la direzione di applicazione del carico, risulta essere minore del valore sperimentale.

Per verificare l'adeguatezza del criterio di rottura, sviluppato per condizioni di danneggiamento per impatti o crash, alla geometria in esame sono effettuate prove a varie velocità mantenendo lo spostamento del pistone come da prova sperimentale (figura 39).

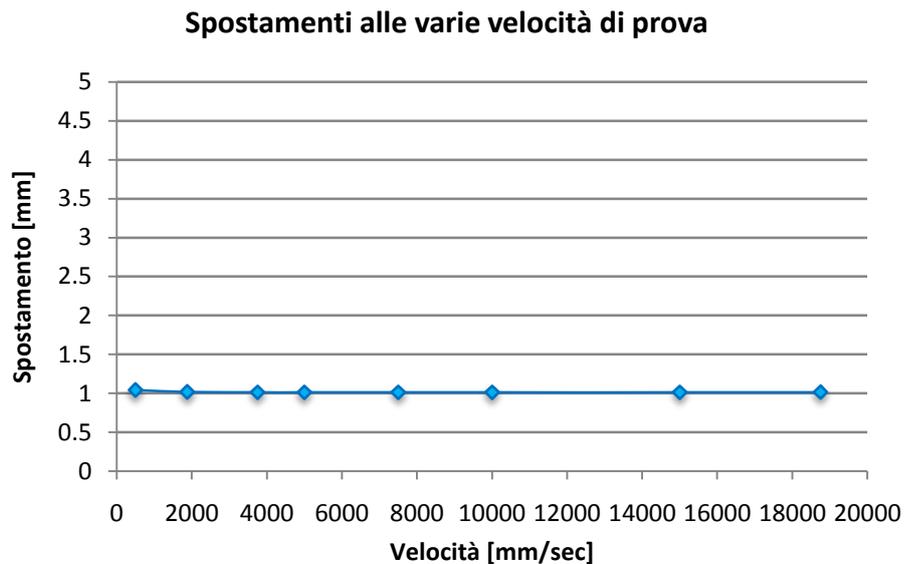


Figura 39-spostamenti ottenuti di prove a diverse velocità

Nella figura 40 si indicano le velocità a cui sono state effettuate le varie prove con i rispettivi tempi di simulazione.

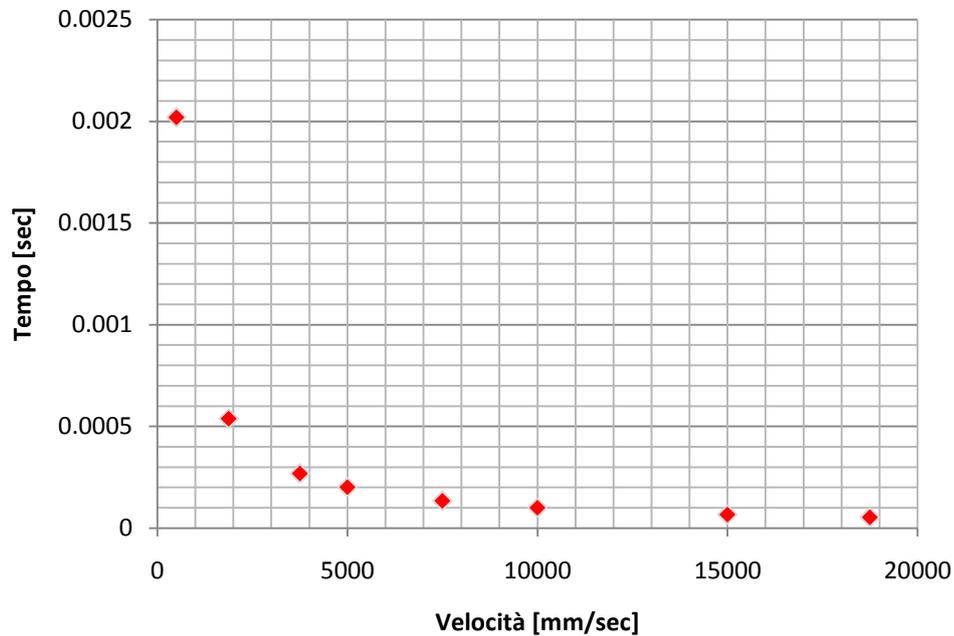


Figura 40- tempi di prova alle diverse velocità

Nelle prove effettuate si è analizzato l'andamento delle tensioni e l'output del criterio di rottura delle fibre. Tale output indica se il materiale, secondo la teoria del danno utilizzato, è in fase di danneggiamento e quindi si ha l'implementazione del criterio di evoluzione del danno o se si è ancora in una fase di comportamento lineare-elastico del materiale.

Da una estesa ricerca bibliografica il criterio di Hashin risulta essere largamente usato per prove ad impatto, ma pochi riscontri si hanno per prove a compressione.

Dalle varie analisi effettuate risulta che il criterio utilizzato è fortemente dipendente da due fattori: l'energia di frattura dissipata, rilevante perché definisce la deformazione nella fase di evoluzione del danno, e la dimensione degli elementi della griglia.

Nella figura 41 sono riportate le tensioni rilevate alle varie velocità. Tali valori sottostimati rispetto al valore sperimentale.

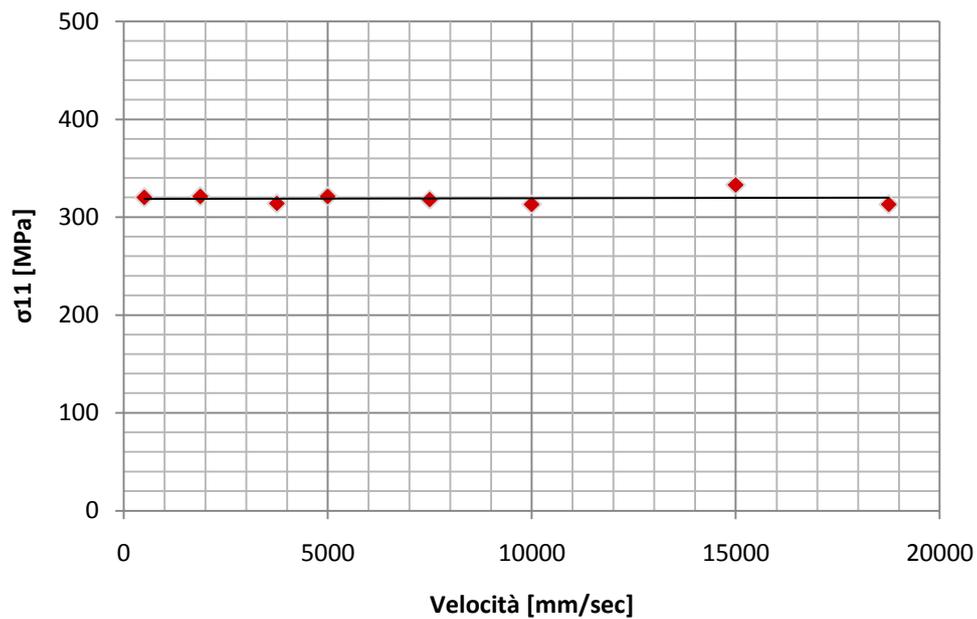


Figura 41- tensioni ottenute nelle prove a diverse velocità

Nella figura 42 sono state tabulate le prove ed il rispettivo output dell'analisi che indica l'inizio del danno.

Questo parametro assume valori compresi tra zero ed uno. Se esso ha un valore minore di uno, il solutore non ha rilevato ancora l'instaurarsi della rottura. Gli output relativi al criterio di Hashin sono quattro e prendono in considerazione due modalità di carico (compressione e trazione) per i due componenti principali di un composito (matrice e fibra). Nel nostro caso si è considerato l'output maggiormente rilevante, cioè quello riferito alle fibre in compressione indicato in Abaqus come HSNFCCRT.

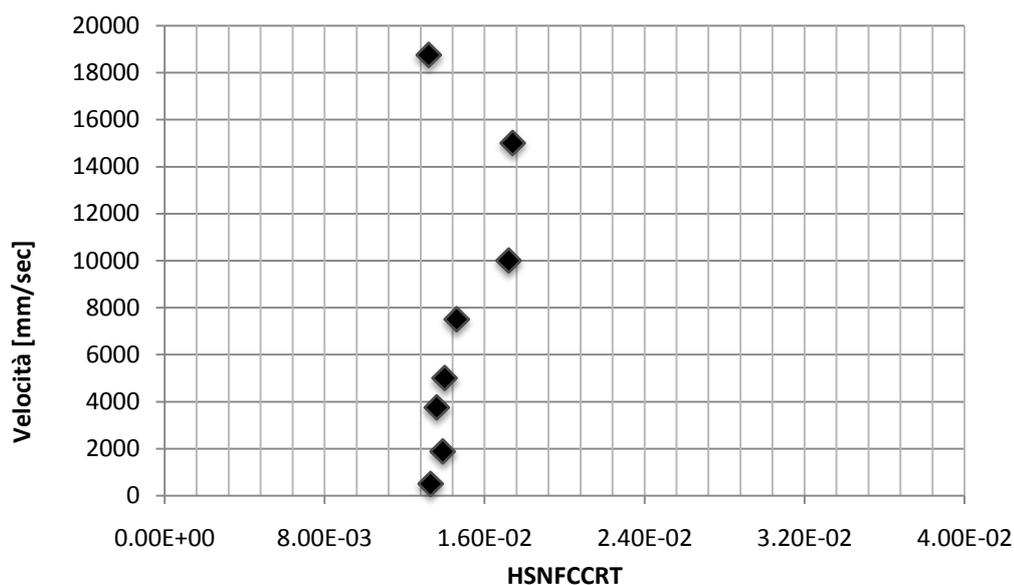


Figura 42- parametri di inizio danno alle diverse velocità

Si può notare come, nelle varie prove effettuate, non è mai stato rilevato l'inizio del criterio del danno anche se sperimentalmente, con lo spostamento definito, si ottiene rottura. Si è poi successivamente fatto un confronto tra la prova realizzata con velocità di 1875 mm/sec e spostamento finale di 1.01 mm ed una prova condotta alla stessa velocità con un tempo di simulazione aumentato, in modo da ottenere uno spostamento di 6mm (figura 43).

Il valore dell'HSNFCCRT risulta nell'ultimo caso pari ad uno e pertanto il danno si è originato e si è instaurato il criterio dell'evoluzione.

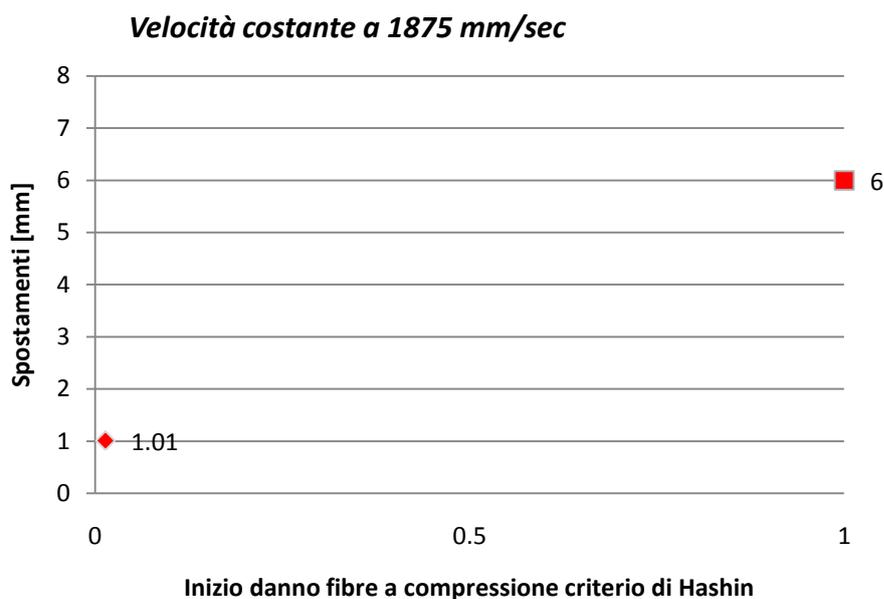


Figura 43-inizio danno a diversi spostamenti

Si può quindi dedurre come per ottenere l'effettivo inizio del danno, si debba impostare uno spostamento superiore ai risultati sperimentali, giungendo ad ottenere delle tensioni di rottura che più si avvicinano al caso reale. Si può affermare che il criterio di Hashin va a sottostimare le tensioni locali del materiale, risultando non conservativo.

Dalla letteratura si evidenzia come il criterio di iniziazione del danno abbia dei limiti sulla determinazione delle tensioni a compressione [18]. Nonostante la sua estesa applicazione al livello industriale esso non predice l'insorgere del cedimento in maniera accurata soprattutto nei modi compressione di matrice e fibra.

Inoltre viene indicato che per sopperire a questi difetti è stato introdotto un criterio alternativo, denominato LaRC04 sviluppato da Camanho [16], che consiste nel modellare ogni singola lamina tramite elementi *shell* o *solid*, ed introdurre le funzioni dette *cohesive element*, precedentemente citate, come mostrato nella figura 44.

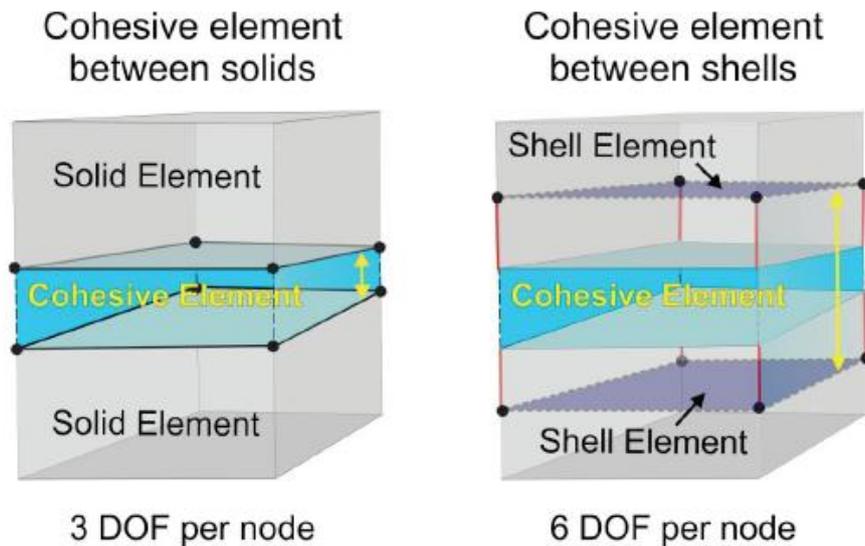


Figura 44-ply definito come shell

Tale modellazione comporta un aumento importante dei tempi di simulazione a causa della maggiore complessità. Inoltre nella definizione dei cohesive element è necessario introdurre un numero rilevante di parametri la cui conoscenza può derivare solamente da estese campagne di caratterizzazione sperimentale.

Una ulteriore metodologia per simulare il danno su materiali compositi è quello che prevede l'utilizzo di subroutine esterne in cui è possibile definire diversi criteri di rottura, come quello di Tsai-Wu.

4.5 Criterio di TSAI-WU

Tsai e Wu arrivarono alla formulazione di un criterio di rottura che consentiva di avere un possibile legame quadratico tra le sei componenti del tensore degli sforzi, con l'obiettivo di migliorare la previsione della resistenza, ed inoltre, eliminare la dipendenza dagli sforzi normali. Secondo tale criterio la rottura si ha quando:

$$F_1 \sigma_{xx} + F_{11} \sigma_{xx}^2 + F_2 \sigma_{yy} + 2F_{12} \sigma_{xx} \sigma_{yy} + F_{22} \sigma_{yy}^2 + F_{66} \tau_{xy}^2 \geq 1$$

Eq. 4. 2

dove i termini F_{11} , F_{22} , F_{12} e F_{66} sono uguali a:

- $F_1 = \frac{1}{X^t} + \frac{1}{X^c}$;
- $F_{11} = \frac{1}{X^t X^c}$;
- $F_2 = \frac{1}{Y^t} + \frac{1}{Y^c}$;
- $F_{22} = \frac{1}{Y^t Y^c}$;
- $F_{66} = \frac{1}{S_{12}^2}$
- $F_{12} = \frac{1}{2X^t X^c}$.

dove :

- X^c, X^t sono gli sforzo ultimi a compressione e trazione nel piano della lamina nella direzione delle fibre;
- Y^c, Y^t sono gli sforzi ultimi a compressione e trazione nel piano della lamina in direzione normale a quella delle fibre;
- S_{12} è lo sforzo ultimo di taglio nel piano della lamina, indipendente dal segno.

Il termine F_{12} così definito in maniera analitica consente di avere un errore massimo del 10% rispetto ai dati sperimentali.

Se si sostituiscono i termini sopra elencati nell'equazione 4.1, si ottiene la forma generalizzata del criterio:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{X^t + X^c}{X^t X^c} \right) \sigma_{xx} - \left(\frac{1}{X^t X^c} \right) \sigma_{xx}^2 + \left(\frac{Y^t + Y^c}{Y^t Y^c} \right) \sigma_{yy} + \left(\frac{1}{X^t X^c} \right) \sigma_{xx} \sigma_{yy} \\ & - \left(\frac{1}{Y^t Y^c} \right) \sigma_{yy}^2 + \left(\frac{1}{S_{12}^2} \right) \tau_{xy}^2 \geq 1 \end{aligned}$$

Eq. 4. 3

L'equazione 4.1 rappresenta una conica. Per avere soluzioni reali è necessaria anche la verifica della relazione:

$$F_{11}F_{22} - F_{12}^2 > 0$$

Eq. 4. 4

che è definito come criterio di stabilità [7].

Il criterio descritto è di natura quadratica e non ha alcun fondamento di natura fisica; inoltre, risulta essere più complesso rispetto al criterio di Hashin. La maggior complessità però consente di ridurre le mancanze di quest'ultimo, riducendo gli errori rispetto a dati sperimentali.

Per implementare il seguente criterio nel software Abaqus, viene utilizzato il programma FORTRAN che permette di scrivere un codice con il criterio voluto.

Tramite l'uso della subroutine VUMAT, viene richiamato il codice scritto, ed in tale maniera è possibile effettuare analisi che consente di rilevare la rottura, con criteri diversi da quello di Hashin.

Conclusioni

Lo scopo del presente lavoro è stato quello di sviluppare un modello numerico, basato su un software commerciale agli elementi finiti, in grado di simulare la prova a compressione di un campione di materiale composito a matrice polimerica rinforzata con fibre di carbonio unidirezionali. L'attrezzatura sperimentale utilizzata è denominata Combined Loading Compression Test Fixture [1].

Il lavoro segue un'attività sperimentale svolta presso i laboratori ENEA di Faenza, dove opera l'Unità Tecnica Tecnologie dei Materiali Faenza (UTTMATF). In tale fase sono state determinate le caratteristiche a compressione della lamina unidirezionale, partendo da prove di resistenza realizzate con attrezzatura CLC su provini multidirezionali. La resistenza della lamina unidirezionale è stata poi calcolata attraverso l'utilizzo di un fattore moltiplicativo, denominato Back-Out Factor, ricavato a partire dalla teoria classica della laminazione.

A completamento dei test sperimentali e per ottimizzare future campagne di prova è stato definito un modello numerico che permettesse di simulare il comportamento e la successiva rottura di un provino di materiale angle-ply, utilizzato durante la campagna sperimentale.

Le prove numeriche sono state realizzate in Abaqus, un software commerciale agli elementi finiti, tramite un modello esplicito, il quale permette di simulare la rottura del laminato tramite il criterio di Hashin, disponibile nel programma.

Ad un modello iniziale completo nel quale era prevista la presenza di provino, CLC, piastra e pistone, ha fatto seguito un modello semplificato necessario per ridurre i tempi molto estesi di analisi. Questa seconda tipologia di analisi si è basata sull'applicazione diretta di vincoli e carichi sul provino discretizzato, senza la simulazione dell'intera attrezzatura.

Il modello così ottenuto è stato validato in termini di tensioni e spostamenti utilizzando un materiale isotropo equivalente, con ottimi risultati in termini di tensioni locali nella sezione di test.

Al fine di simulare anche la rottura del materiale, si è sviluppato un modello con materiale composito laminato. I carichi sul provino, discretizzato tramite elementi shell, sono introdotti in termini di velocità, in modo tale da ottenere spostamenti conformi a quelli sperimentali. Al fine di ricavare risultati numerici affidabili, con costo computazionale ridotto, sono state impostate velocità di carico elevate. In tali condizioni, la definizione del carico di taglio è invariante con il tempo ed agente direttamente sul provino.

In questo caso i risultati ottenuti in termini di sollecitazione sono sottostimati rispetto al caso sperimentale.

Il motivo del mancato riscontro è stato individuato nel criterio di rottura di Hashin utilizzato dal software Abaqus. Infatti, prove a diverse velocità di applicazione del carico, mantenendo costante lo spostamento del pistone, hanno evidenziato i limiti del criterio, così come riportato in letteratura, nel predire la rottura nelle condizioni di compressione di un materiale composito.

Inoltre, si deve considerare che i risultati numerici sono forniti in termini di valori di tensione del materiale inteso come laminato, mentre a livello sperimentale sono state valutate tensioni medie ottenute di fatto assimilando il materiale composito ad un isotropo equivalente, ovvero dividendo la forza imposta dal pistone per la sezione nominale del provino. Tale semplificazione dell'indagine sperimentale è evidente dalla perfetta corrispondenza che si ottiene tra i risultati relativi alle simulazioni effettuate sul materiale considerato come isotropo equivalente e quelli sperimentali.

La soluzione ai problemi evidenziati nel presente lavoro di tesi è nella individuazione di metodologie numeriche alternative per valutare in maniera più corretta il comportamento del materiale composito a compressione. Ulteriori criteri di rottura, non presenti all'interno del software Abaqus, potrebbero essere implementati tramite l'utilizzo di apposite funzioni in ambiente Fortran scritte dall'utente (VUMAT).

Queste subroutine permettono la personalizzazione del software introducendo ulteriori criteri di rottura per i materiali compositi adatti alle condizioni particolari di carico e vincolo della prova sperimentale, come ad esempio il criterio di Tsai-Wu.

Una metodologia più complessa dal punto di vista computazionale, ma che permette altresì la valutazione del comportamento dei singoli costituenti del materiale composito, è legata allo sviluppo di modelli in cui le singole lamine sono simulate come elementi shell, e sono tra di loro vincolate all'interno del laminato mediante l'utilizzo di *cohesive elements*. Tale metodologia prende il nome di LaRC04.

Bibliografia

- [1] ASTM D6641 / D6641M – 09: “Standard Test Method for Compressive Properties of Polymer Matrix Composite Materials Using a Combined Loading Compression (CLC) Test Fixture”, 2009.
- [2] Ever J. Barbero, “ Finite element analysis of composite material”, West Virginia University, 2008.
- [3] Enrico Troiani, “Strutture e materiali aerospaziali Lm”- Università di Bologna, 2011.
- [4] L. Cortese, “Progettazione agli elementi finiti”, Univesità “La Sapienza” di Roma
- [5] Abaqus 6.10 –Getting Started With Abaqus.
- [6] Alessandro Rivola: “Dinamica delle macchine Lm” Università di Bologna, 2012.
- [7] G. Sala, L. Di Landro, A. Airoidi, P. Bettini,“Tecnologie delle Costruzioni Aeronautiche”, Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano.
- [8] MIL-HDBK-17-1F – Composite Materials Handbook, Volume 1, Polymer Matrix Composites Guidelines for Characterization of Structural Materials, 2002.
- [9] G. Caligiana F. Cesari: “I materiali compositi”, Pitagora editrice Bologna, Prima edizione, 2002.
- [10] Maria Pia Falaschetti: “Caratterizzazione meccanica di materiali compositi tramite attrezzatura CLC”, Tesi di laurea magistrale, Università di Bologna, 2013.
- [11] M.Scafè, E.Besseghini, M.Falaschetti: “Experimental Determination of Compressive Strength of an Unidirectional CFRP Lamina: Indirect

- Estimate by Using Back-out Factor (BF)”, Convegno nazionale IGF XXII, Roma ,2013.
- [12] DOT/FAA/CT-93/17 II, Test ‘Methods for Composites a Status report’, Volume II. Compression Test Methods, 1993.
- [13] Abaqus 6.10-Analysis User’s Manual-Volume V
- [14] Francesca Garattoni: “Crashworthiness and composite material: development of an experimental test method for the energy absorption determination and implementation of the numerical model”, Tesi di dottorato, Università di Bologna, 2011.
- [15] Matzenmiller, A.,J. Lubliner, and R.L. Taylor, “A Constitutive Model for Anisotropic Damage in Fiber-Compression,” *Mechanics of Material*, vol 20, pp. 125-152,1995.
- [16] Abaqus 6.10-Analysis User’s Manual-Volume III
- [17] Carlos G. Davila, Pedro P. Camanho: “Failure criteria for FRP laminates in plane.-stress” Nasa/TM-2003-212663 ,2003.
- [18] Juan A. Hurtado, Ireneusz Lapczyk “Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials” Abaqus Inc. Providence, USA 2006.