

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

DICAM

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

TESI DI LAUREA

in
Gestione delle Risorse Idriche

**TEORIA DELL'UTILITÀ APPLICATA ALLA
CALIBRAZIONE DI MODELLI IDROLOGICI**

CANDIDATO
Matteo Cappelletti

RELATORE:
Prof. Ing. Alberto Montanari

CORRELATORE
Ing. Emanuele Baratti

Anno Accademico 2012/13

Sessione III

*«...ma tra la partenza e il traguardo
in mezzo c'è tutto il resto
e tutto il resto è giorno dopo giorno
e giorno dopo giorno è
silenziosamente, costruire...»*

[Costruire, Niccolò Fabi]

INDICE

INTRODUZIONE.....	7
1 LA MODELLISTICA IDROLOGICA.....	11
1.1 Analisi del ciclo idrologico	11
1.2 I modelli idrologici.....	14
1.2.1 Impiego dei modelli idrologici.....	15
1.2.2 Variabili e parametri di un modello idrologico.....	15
1.2.3 Equazioni di un modello idrologico.....	16
1.2.3.1 Equazioni costitutive semplificate.....	17
1.2.4 Classificazione dei modelli idrologici	18
1.3 I modelli afflussi-deflussi.....	21
1.3.1 Modelli concettuali a serbatoio.....	21
1.3.2 Esempio di modello a serbatoio o “bucket model”.....	22
1.4 I passi del processo di calibrazione.....	24
1.4.1 Calibrazione di un modello idrologico.....	25
1.4.1.1 Procedure di calibrazione e validazione.....	26
1.4.2 Risultati della modellazione.....	29
1.4.3 Analisi di sensitività.....	30
1.5 L'algoritmo di ottimizzazione DEoptim.....	30
1.5.1 I metodi Differential Evolution (DE).....	31
2 LA TEORIA DELL'UTILITÀ.....	35
2.1 Teoria delle decisioni.....	35
2.2 Teoria del valore.....	39
2.2.1 Assiomi di comportamento razionale.....	39
2.3 Teoria dell'utilità.....	43
3 L'AREA DI STUDIO E IL MODELLO AFFLUSSI-DEFLUSSI HyMOD....	47
3.1 Inquadramento geomorfologico.....	47
3.2 Informazioni meteo-climatiche.....	48
3.3 I dati a disposizione.....	49
3.4 Il modello HyMOD.....	50
4 CALIBRAZIONE TRAMITE FUNZIONI DI UTILITÀ.....	57
4.1 Calibrazione classica mono-obiettivo.....	58
4.2 Calibrazione con funzioni di utilità bidimensionali.....	61
4.2.1 Funzioni di utilità “non continue”.....	62
4.2.2 Funzioni di utilità “continue”.....	75
4.3 Calibrazione con funzioni di utilità tridimensionali.....	92

5 CONCLUSIONI.....	109
Appendice.....	111
Bibliografia.....	117
Indice delle Figure.....	121
Indice delle Tabelle.....	123
Ringraziamenti.....	127

INTRODUZIONE

La risorsa idrica è un elemento di principale e fondamentale interesse per la conservazione della vita e necessita di essere protetta e salvaguardata. La crescente richiesta di risorsa è principalmente imputabile alla crescita della popolazione, il che porta all'insorgere di conflitti legati ai diversi utilizzi a cui può essere destinata. Ad esempio, visto l'incremento della richiesta di energia, viene sempre più impiegata al fine di soddisfarne la domanda e poter contribuire a garantire le esigenze di un mercato energetico in continua crescita diventando altresì di fondamentale importanza negli scenari economici, politici e sociali presenti e futuri.

Allo stesso tempo la richiesta è ovviamente legata ad esigenze di benessere e di sopravvivenza, ad esempio per scopi irrigui al fine di poter garantire la produzione di cibo e quindi il sostentamento della popolazione.

La conseguenza di tutto ciò è che i problemi direttamente connessi alla risorsa idrica sono legati da un lato alla sua carenza e alla progressiva riduzione della sua qualità, e dall'altro agli impatti che la sua abbondanza (si vedano ad esempio i danni causati dagli eventi di piena) può comportare. Sempre maggior attenzione viene quindi rivolta alla pianificazione e gestione degli interventi necessari a garantire il soddisfacimento degli usi plurimi ai quali la risorsa idrica è preposta.

Un modo appropriato per affrontare questi problemi è quello di introdurre un sistema di gestione della risorsa idrica che possa essere sviluppato a scala di bacino in maniera integrata e quindi sostenibile, bilanciando le diverse necessità di utilizzo della risorsa stessa (*Tessema SM, 2011*).

I modelli idrologici sono considerati uno strumento utile ai decisori per poter stimare e predire le quantità e qualità di acqua disponibili (*Chow et al., 1988*).

Il presente lavoro di tesi affronta e analizza la possibilità di operare la calibrazione di modelli idrologici in relazione alla definizione di una determinata funzione di utilità, scelta dall'utilizzatore e dipendente dalle esigenze specifiche che questo si trova a dover fronteggiare nella gestione della risorsa idrica. Ad esempio, se il modello idrologico viene

impiegato in un'ottica di gestione delle risorse idriche, l'utilizzatore sarà interessato ad una "migliore" riproduzione dei deflussi medio/bassi piuttosto che una corretta riproduzione dei colmi di piena. D'altra parte, se l'obiettivo è la riproduzione dei colmi di piena, un modello con alte prestazioni nella riproduzione dei deflussi medi risulta essere di scarsa utilità all'utilizzatore. Risulta pertanto evidente come la simulazione idrologica acquista valore solamente se viene accompagnata dalla definizione dell'ambito di applicazione o dell'utilizzo che se ne fa di essa.

L'approccio classico nella calibrazione dei modelli idrologici, come sarà evidenziato nel seguito, prevede la definizione di una misura di discrepanza tra dato osservato e simulato (definizione della funzione obiettivo) per poi procedere ad una sua minimizzazione (*Gupta et al., 2008*). Tradizionalmente, questo processo viene eseguito considerando l'idrogramma nella sua globalità, senza concentrarsi su quegli intervalli dell'idrogramma più utili all'utilizzatore del modello idrologico.

Basandosi su nozioni della teoria dell'utilità, il presente lavoro di tesi ha indagato una procedura di calibrazione che permette di aumentare le performances del modello laddove di interesse per l'utilizzatore.

L'analisi ha avuto inizio con la definizione di diverse funzioni di utilità, sia in due dimensioni che in tre dimensioni, sulla base delle quali è stato calibrato il modello. I risultati ottenuti dalle diverse funzioni di utilità sono stati poi confrontati sia con quelli ottenuti attraverso una calibrazione classica che tra di loro, per meglio per comprenderne le peculiarità e le differenze di comportamento.

Tale metodologia è stata applicata al bacino del fiume Sieve con chiusura a Fornacina (FI). La base dati a disposizione era riferita a misure orarie di precipitazione, evapotraspirazione e portata rilevati, alla stazione di chiusura, dal 1 Gennaio 1992 al 31 Dicembre 1996. Il modello idrologico impiegato è un modello integrato della trasformazione afflussi-deflussi, concentrato di tipo concettuale: il modello HyMOD (*Boyle 2001*).

I risultati mostrano effettivamente come l'utilizzo di funzioni di utilità possa aumentare le prestazioni del modello laddove è più utile all'utilizzatore.

La presente trattazione è articolata come qui di seguito descritto.

Nel *primo capitolo* vengono richiamati alcuni concetti fondamentali

dell'idrologia e del ciclo idrologico, della modellistica idrologica e della calibrazione dei modelli idrologici.

Nel *secondo capitolo* si riportano concetti base relativi alla Teoria delle decisioni e alla Teoria dell'Utilità.

Nel *terzo capitolo* viene introdotta l'area di studio e presentato il modello idrologico afflussi-deflussi utilizzato.

Nel *quarto capitolo* si analizza il lavoro svolto, descrivendo nel dettaglio le diverse fasi delle simulazioni necessarie a confrontare le tecniche di calibrazione classica con quelle introdotte con la presente dissertazione.

Nel *quinto capitolo* è infine riportata l'analisi critica dei risultati ottenuti.

1 LA MODELLISTICA IDROLOGICA

1.1 Analisi del ciclo idrologico

L'idrologia è definita come la scienza che studia il ciclo idrologico, cioè l'insieme di processi che governano il movimento dell'acqua sulle terre emerse, nel sottosuolo e nell'atmosfera.

I principali processi idrologici sono quelli che regolano gli scambi tra l'atmosfera, il suolo, il sottosuolo, la rete idrografica e gli specchi d'acqua.

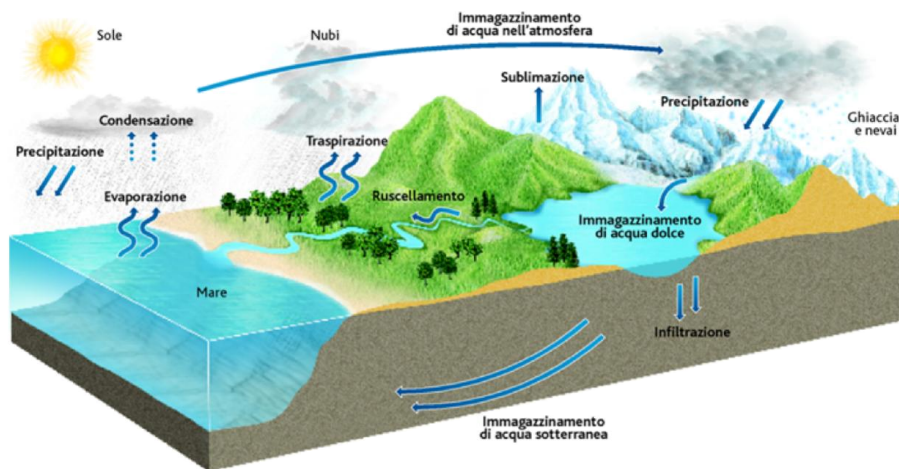


Figura 1: schema semplificato del ciclo idrologico

Tra questi i più importanti sono i seguenti:

- 1) la precipitazione: la quale da origine agli scambi idrici tra l'atmosfera ed il sistema terrestre;
- 2) l'intercettazione della precipitazione da parte della copertura del suolo;
- 3) l'evapotraspirazione dagli accumuli idrici;
- 4) la traspirazione ad opera della vegetazione;
- 5) l'infiltrazione dell'acqua nel suolo e nel sottosuolo;
- 6) la percolazione negli strati profondi;
- 7) la propagazione del deflusso superficiale e di quello ipodermico.

La realtà dei fatti è che i processi idrologici sono tutt'altro che di facile definizione. Alcuni di essi si manifestano nel sottosuolo e non sono quindi direttamente osservabili. Inoltre, nella sua apparente semplicità il ciclo idrologico è in realtà un fenomeno naturale molto complesso, altamente eterogeneo e non lineare. Un esame più approfondito di alcuni aspetti essenziali del ciclo dell'acqua permette di comprendere alcune delle ragioni di tale complessità (*Beven, 2000*).

Il punto di partenza per la descrizione del ciclo idrologico è solitamente la precipitazione, che costituisce la sollecitazione in ingresso al sistema bacino idrografico. La precipitazione incrementa il volume d'acqua invasato nel bacino stesso mentre nei periodi di intervallo fra un evento di precipitazione ed il successivo il contenuto d'acqua nel suolo e nelle rocce si riduce gradualmente. Se esiste nel sottosuolo una falda acquifera, il suo livello e gradiente piezometrico nella direzione del moto si abbassano durante gli stessi periodi di tempo secco. Il contenuto idrico nel suolo sarà maggiore in prossimità del fondo delle valli, ove il livello di falda si avvicina maggiormente alla superficie topografica. Ciò è dovuto sia al calo di pendenza dei versanti in prossimità del corso d'acqua, sia alla convergenza dei deflussi sub-superficiali nel fondo delle vallate. Elevati contenuti idrici si verificano nelle zone immediatamente contermini alle aste fluviali, anche per effetto di infiltrazione dai corsi d'acqua.

Le perdite idriche per evaporazione e traspirazione si manifestano con modalità che dipendono dalla stagione, dal clima e dalla vegetazione. Molte piante sono in grado di estrarre acqua anche da profondità molto elevate, con radici che possono penetrare nel sottosuolo per decine di metri, infilandosi anche nelle fratture della roccia. Questi processi sono di grande importanza nel controllo delle condizioni iniziali del sistema idrologico quando si verifica un evento meteorico.

Tali condizioni iniziali, assieme al volume ed intensità di pioggia caduta sono fattori determinanti al fine di caratterizzare il tipo di risposta idrologica alla precipitazione, nonché la porzione del volume di pioggia che si trasforma in portata fluviale originando l'idrogramma dei deflussi.

La pioggia e lo scioglimento nivale non sono omogenei nello spazio, ma possono cambiare molto rapidamente in intensità e volume in spazi anche molto ristretti. La variabilità a livello del suolo, dopo che la precipitazione è stata parzialmente trattenuta per intercettazione da parte della vegetazione, può essere ulteriormente accentuata. Parte della

precipitazione, infatti, è intercettata dalla vegetazione e da questa evapora direttamente in atmosfera. Una parte di tale evaporazione può avvenire durante l'evento di precipitazione stesso. Una parte della precipitazione intercettata può raggiungere il suolo in ritardo, gocciolando dalla copertura fogliare oppure scorrendo lungo rami e tronchi.

Una volta che la pioggia, o il contributo idrico derivante dallo scioglimento nivale, hanno raggiunto il suolo inizia il processo di infiltrazione, con l'eccezione delle aree ghiacciate o impermeabili sulle quali inizia immediatamente il deflusso superficiale, cioè lo scorrimento dell'acqua sul suolo. L'intensità ed il volume di acqua infiltrata sono limitate superiormente dall'intensità e volume del contributo idrico che raggiunge il suolo e dalla capacità di infiltrazione del suolo. Quando l'intensità di precipitazione che raggiunge il suolo supera la capacità di infiltrazione si origina deflusso superficiale originato da eccesso di infiltrazione. L'eccesso di infiltrazione si verifica prevalentemente in aree scarsamente permeabili, oppure dove il contenuto idrico iniziale del suolo è elevato. Le zone di suolo nudo sono particolarmente esposte all'eccesso di infiltrazione a causa della formazione di una crosta superficiale di suolo compattato. La crosta superficiale può essere rotta da crescita della vegetazione, cicli di gelo disgelo, oppure azione meccanica di altre origini. In tali suoli nudi e compattati si è osservato come la capacità di infiltrazione tenda ad accrescere nel tempo in occasione di eventi di precipitazione lunghi, per effetto di erosione e ammorbidimento della crosta ad opera dell'umidità prolungata (*Fox et al., 1998*).

Il deflusso superficiale si può originare anche per eccesso di saturazione, specialmente nelle aree dove il contenuto iniziale di umidità è relativamente elevato. La saturazione si può anche verificare in aree dove il suolo è poco profondo e quindi la capacità di ritenzione idrica del suolo stesso non è molto elevata; oppure in versanti poco pendenti.

Sulle aree saturate, il deflusso superficiale può essere incrementato da un flusso idrico che dal sottosuolo emerge in superficie, in zone ove la falda interseca la superficie topografica.

Quando si forma un significativo deflusso superficiale, si osserva che questo tende a seguire direzioni preferenziali. In bacini idrografici con alte capacità di infiltrazione e suoli molto profondi, la risposta idrologica può essere prevalentemente costituita da deflusso ipodermico, che si

verifica nello strato superficiale di suolo e quindi non in superficie.

Molto spesso si assume che lo strato di crosta terrestre sottostante al suolo sia impermeabile. In realtà ciò si verifica in solo pochi casi. Infatti, anche se il substrato è roccioso, la presenza di fratture può far sì che si originino dei fenomeni di percolazione e quindi la roccia funga da “magazzino”; come tale è in grado di alimentare il deflusso fluviale anche per lunghissimi periodi.

Il deflusso superficiale formatosi sui versanti si raccoglie nella rete idrografica. Il punto di separazione fra versanti e rete non è univocamente determinabile; generalmente si procede a tale separazione fissando una soglia di area contribuente oltre la quale il percorso di scorrimento si ritiene appartenente alla rete idrografica.

Gli spunti di cui sopra chiariscono quanto i processi che compaiono nel ciclo dell'acqua siano complessi, eterogenei e di difficile descrizione. Tale realtà rende ragione delle difficoltà insite nella modellistica idrologica, che non può rappresentare i dettagli innanzi descritti con completezza. Ne discende che il modello idrologico è, sempre e comunque, un'approssimazione e di conseguenza le stime da esso fornite sono sempre affette da errore. Questa realtà è di fondamentale importanza per comprendere le metodologie utilizzate in idrologia ed i loro limiti (*Montanari, Castellarin, 2011*).

1.2 I modelli idrologici

Un modello idrologico è definibile come un'approssimazione della realtà attraverso l'uso di un sistema di equazioni, atto a studiare il funzionamento di quella realtà e predire i suoi output.

La modellistica idrologica è quindi quella disciplina che cerca di descrivere quantitativamente i processi terrestri del ciclo idrologico (*Sing e Woolhiser, 2002*). Allo scopo vengono usati i modelli idrologici, i quali non sono altro che modelli matematici che descrivono in maniera semplificata il comportamento delle diverse componenti del ciclo idrologico reale. Un sistema idrologico è definito come una struttura o un volume nello spazio, limitato, il quale accetta determinati input, opera su questi internamente e li riproduce come output (*Chow et al., 1988*).

1.2.1 Impiego dei modelli idrologici

I modelli idrologici possono essere impiegati allo scopo di descrivere le caratteristiche di un bacino idrografico in modo da analizzarne il bilancio idrico e stimare la disponibilità della risorsa idrica ivi presente, oltre che la sua qualità. Sono inoltre di fondamentale importanza al fine di studiare il risultato che una sollecitazione in ingresso come la precipitazione può comportare nella generazione del deflusso fluviale, sia a scopo gestionale che predittivo, al fine di valutare la pericolosità ed il rischio a cui sono sottoposte le opere e le popolazioni nel caso di eventi di piena.

Si possono pertanto configurare come *modelli descrittivi*, dal momento che aiutano nelle fasi di simulazione e previsione degli eventi futuri legati all'evoluzione delle caratteristiche di un dato territorio, ma anche come *modelli decisionali* in quanto forniscono le informazioni per operare le scelte più opportune legate al fenomeno simulato.

1.2.2 Variabili e parametri di un modello idrologico

I modelli sono caratterizzati dalle variabili in ingresso, dette anche input del modello, le quali rappresentano l'informazione esterna necessaria affinché il modello possa essere applicato. Le variabili in uscita sono le variabili idrologiche che il modello simula, ovvero in molti casi le specifiche grandezze di interesse.

Nei modelli compaiono spesso anche variabili di stato. Queste sono variabili che quantificano lo stato del sistema e possono comprendere anche variabili in uscita. Spesso si tratta di variabili interne, che consentono di rappresentare lo stato del processo che viene descritto. Queste variabili interne rappresentano dei passaggi intermedi fra le variabili in ingresso e quelle in uscita. Solitamente non sono di immediato interesse per l'applicazione che si sta conducendo, ma il loro calcolo è necessario per tenere conto dello stato del sistema e quindi poter derivare le variabili in uscita.

I parametri sono invece numeri reali o interi deputati a quantificare elementi caratteristici del modello. Assumono solitamente valore fisso, ma taluni modelli prevedono anche parametri variabili nel tempo. (*Montanari, Castellarin, 2011*).

1.2.3 Equazioni di un modello idrologico

In un generico modello idrologico, anche una volta stabiliti i valori dei parametri, compaiono delle variabili incognite. Queste sono rappresentate in primo luogo dalle variabili in uscita, alle quali si aggiungono le variabili di stato. Per costruire la struttura matematica del modello è quindi necessario scrivere un numero di equazioni pari al numero delle variabili incognite. Qualora queste ultime siano costituite da un valore puntuale (quindi non variabili nel tempo) il sistema di equazioni andrà applicato e risolto in un'unica soluzione. Qualora invece le variabili incognite siano espresse in funzione del tempo, le equazioni dovranno essere risolte indipendenza di una variabile temporale.

I modelli idrologici si propongono essenzialmente di riprodurre la dinamica di scambi idrici che si verificano durante il ciclo dell'acqua. Si tratta quindi di trasferimenti di massa, che si verificano anche attraverso passaggi di stato (stato liquido, solido e gassoso). Detti trasferimenti di massa avvengono tramite scambi energetici (ad esempio, il deflusso delle portate fluviali verso valle si verifica a spese di una trasformazione di energia potenziale posseduta dalla massa idrica in energia cinetica, mentre una parte dell'energia stessa viene dissipata per attrito). E' opportuno ricordare che la conservazione della massa e dell'energia sono sempre verificate nella meccanica dei fluidi.

Di conseguenza, qualora si desideri riprodurre matematicamente con soluzioni fisicamente basate la dinamica dei processi idrologici, si potrà fare ricorso a relazioni di bilancio di massa idrica e relazioni di equilibrio dinamico. Essendo generalmente i processi idrologici eterogenei nello spazio euclideo a 3 dimensioni, nonché generalmente soggetti a spiccata variabilità temporale, le equazioni devono spesso essere espresse in forma differenziale, in riferimento ad un elemento spaziale infinitesimo e ad una singola particella fluida. Ciò consente di poter assumere che in tale dominio spaziale infinitesimo il processo sia omogeneo e le grandezze caratteristiche di conseguenza costanti e riferite al baricentro del dominio spaziale stesso. In tali equazioni differenziali possono comparire dei parametri che sintetizzano alcune caratteristiche dei loro termini.

Nelle applicazioni pratiche dei modelli idrologici le equazioni innanzi menzionate sono spesso successivamente integrate lungo una o più direzioni dello spazio, all'interno di un volume di controllo. Questo è definito come una regione dello spazio a 3 dimensioni, avente forma,

localizzazione ed estensione arbitraria, di cui siano chiaramente definibili i confini e i flussi di ingresso ed uscita delle grandezze cui le equazioni di bilancio (massa, energia, quantità di moto) si riferiscono. E' importante osservare che integrando un'equazione differenziale si ottiene l'espressione matematica della grandezza considerata lungo la direzione di integrazione. Una successiva integrazione lungo la medesima direzione fornisce il valore medio della grandezza lungo la direzione stessa, perdendo quindi la capacità del modello di descrivere la variabilità delle grandezze in gioco. Ciò non significa necessariamente l'introduzione di una approssimazione. Qualora l'integrazione sia analitica, il valore medio viene infatti descritto con esattezza, perdendo però la descrizione della variabilità.

La risoluzione del sistema delle equazioni costituenti il modello può avvenire analiticamente o numericamente; le equazioni stesse possono essere risolte mantenendo esplicitamente la dipendenza dalle 3 coordinate spaziali. In questo caso si parla di modello tridimensionale. Qualora la dipendenza rispetto a una o due direzioni dello spazio venga trascurata, ad esempio a seguito di integrazione, si parla di modello bidimensionale oppure monodimensionale. Qualora si integri lungo le 3 direzioni dello spazio, le variabili del modello perdono la dipendenza dallo spazio e mantengono solo la variabilità temporale. Questo è ciò che succede applicando i modelli a scala di bacino: le variabili di ingresso ed uscita sono assunte essere concentrate in un punto dello spazio ed il modello non prevede dipendenza da coordinate spaziali (*Montanari, Castellarin, 2011*).

1.2.3.1 Equazioni costitutive semplificate

Nella pratica, risulta spesso impossibile o non opportuno basare tutte le equazioni costitutive dei modelli idrologici su equazioni di bilancio di massa o di equilibrio dinamico.

Ciò rende estremamente complesso o impossibile specificare le condizioni al contorno, che sono necessarie per l'integrazione delle equazioni differenziali. Inoltre sono spesso ignoti taluni termini che compaiono nelle equazioni di bilancio stesse. Perciò risulta spesso impossibile schematizzare matematicamente detti processi, se non introducendo assunzioni semplificative.

Dette assunzioni possono consistere ad esempio nella eliminazione di alcuni termini delle equazioni di bilancio, oppure nell'ipotesi di omogeneità di taluni processi. Semplificazioni più drastiche possono

condurre a variare sostanzialmente la struttura delle equazioni costitutive, che possono trasformarsi in legami analitici fra le variabili in ingresso/variabili di stato/variabili di uscita che non hanno nessuna analogia con equazioni di bilancio. In quest'ultimo caso il modello non possiede più i requisiti per appartenere alla categoria degli approcci fisicamente basati; si classifica allora come “modello a scatola nera” oppure come “modello concettuale”, in dipendenza delle caratteristiche dell'assunzione semplificativa che è stata attuata (*Montanari, Castellarin, 2011*).

1.2.4 Classificazione dei modelli idrologici

I modelli idrologici possono essere suddivisi mediante classificazioni di diversa natura. Le più note ed utilizzate sono le seguenti.

- 1) Classificazione per natura: modelli del singolo processo, modelli integrati.
- 2) Classificazione per struttura: modelli a scatola nera, concettuali, fisicamente basati. Modelli stocastici e modelli deterministici.
- 3) Classificazione per scala spaziale di applicazione: modelli concentrati e spazialmente distribuiti.
- 4) Classificazione per ambito di applicazione: modelli di generazione di variabili sintetiche e modelli di simulazione di variabili reali (osservabili).
- 5) Classificazione per caratteristiche operative: modelli a simulazione continua, modelli a scala di evento.

Classificazione per natura

Molti modelli si propongono di descrivere la dinamica di un singolo processo idrologico, rappresentando quindi una fase limitata del ciclo dell'acqua. Si possono denominare “modelli del singolo processo”. Altri modelli, invece, si propongono di descrivere porzioni più estese del ciclo idrologico, rappresentando variabili che discendono dall'integrazione di più processi. In questo caso, si può parlare di “modelli integrati”. Esempio classico sono i modelli afflussi-deflussi.

Classificazione per struttura

Qualora le equazioni costitutive del modello siano basate sull'applicazione di relazioni fisiche, quali le equazioni di bilancio di massa ed equilibrio dinamico, in forma infinitesima e senza rilevanti approssimazioni, il modello si dice fisicamente basato (deve essere osservato che la letteratura scientifica non è unanimemente concorde nell'accettare tale definizione). Tale definizione è molto stretta: in accordo ad essa, pochissimi modelli idrologici (se non nessuno) potrebbero dirsi fisicamente basati, poiché per essere applicato il modello deve necessariamente riferirsi ad un volume di controllo non infinitesimo, introducendo quindi l'assunzione di omogeneità che comporta approssimazioni nella rappresentazione dei processi. Tuttavia, qualora le semplificazioni introdotte siano appunto non rilevanti, è comunemente accettato che il modello possa definirsi fisicamente basato.

Qualora invece vengano introdotte approssimazioni rilevanti, che possono condurre a basare le equazioni costitutive del modello su schemi che non sono più a base fisica, il modello si dice a fondamento empirico. Fra questi modelli, si distinguono solitamente i modelli concettuali dai modelli a scatola nera. Nel dettaglio, i modelli a scatola nera ipotizzano una relazione empirica fra variabili di ingresso, variabili di stato e variabili in uscita che non ha nessun riferimento alla fisica del processo, ma presenta tuttavia il pregio applicativo di consentire una riproduzione semplice e ragionevolmente attendibile dei dati. Qualora, invece, le equazioni costitutive vengano ricavate a partire da schemi concettuali, facendo riferimento a rappresentazioni semplificate del processo in analisi che tuttavia sono ricavate in funzione della sua natura, si parla di modelli concettuali.

In base alla loro struttura, i modelli si possono anche dividere fra modelli stocastici e modelli deterministici. Un modello ha struttura stocastica quando almeno una fra variabili di stato e variabili di uscita è rappresentata specificando la sua distribuzione di probabilità. Si utilizza invece la terminologia "modello deterministico" quando le variabili coinvolte assumono tutte valore puntuale. In pratica, il modello deterministico fornisce una stima esatta della variabile in uscita. Al medesimo ingresso corrisponde sempre la medesima uscita. Nel modello stocastico la variabile in uscita è invece sempre specificata con un margine di approssimazione (a rigore dovrebbe sempre essere specificata mediante la propria distribuzione di probabilità).

Il modello stocastico si compone in taluni casi di una parte deterministica, finalizzata a produrre una stima del valore medio delle variabili in uscita, alla quale si sovrappone una componente stocastica, che permette di quantificare in termini di distribuzione di probabilità l'oscillazione attorno al valore medio.

Classificazione per scala spaziale di applicazione

La classificazione per scala di riferimento spaziale è estremamente importante dal punto di vista pratico. Il modello idrologico si dice concentrato quando il volume di controllo di riferimento per l'applicazione delle equazioni costitutive è esteso a grandi scale spaziali, tipicamente dell'ordine dell'intero bacino idrografico. In tal caso il modello non ha dimensioni spaziali. Il modello si dice invece spazialmente distribuito qualora il volume di controllo sia esteso a scala spaziale oltremodo ridotta, in modo che al suo interno sia plausibile l'assunzione di omogeneità dei processi idrologici.

Classificazione per ambito di applicazione

Suddivide i modelli idrologici in due importanti categorie. Si parla di modelli di generazione di serie sintetiche quando l'obiettivo del lavoro è quello di produrre variabili idrologiche artificiali, ovvero variabili che non si verificano in realtà (e quindi non possono essere confrontate con un valore osservato). Rientrano in questa classe i modelli di stima delle portate di massima piena. I modelli di simulazione di variabili osservabili, invece, sono finalizzati a riprodurre variabili che si sono verificate oppure si verificheranno nel mondo reale, indipendentemente dalla disponibilità o meno del corrispondente valore osservato. Rientrano in quest'ultima classe i modelli di previsione e i modelli di ricostruzione di eventi osservati.

Classificazione per caratteristiche operative

Numerosi modelli idrologici sono concepiti per produrre simulazioni che si estendono su brevi intervalli temporali. In tal caso, si dice che il modello opera a scala di evento. Se invece il modello è concepito per produrre simulazioni di estensione temporale prolungata, si classifica quale modello a simulazione continua nel tempo. La differenza fra le due classi di modelli è significativa: il modello a scala di evento, infatti, è specificamente deputato a produrre simulazioni attendibili dei processi predominanti negli eventi di piena e di conseguenza può trascurare i processi ritenuti non influenti.

Inoltre, essendo i modelli a scala di evento chiamati a produrre simulazioni di breve durata, possono permettersi di essere caratterizzati da schemi di calcolo che richiedono tempi di elaborazione non brevi. Oggigiorno i modelli a simulazione continua ricevono crescente attenzione dalla comunità scientifica, poiché stanno riscuotendo rinnovato interesse i problemi di ottimizzazione della gestione della risorsa idrica durante le magre. E' quindi più pressante l'esigenza di poter disporre di una stima continua nel tempo dei processi che governano il ciclo dell'acqua (*Montanari, Castellarin, 2011*).

1.3 I modelli afflussi-deflussi

Come visto, i modelli idrologici possono essere suddivisi in diverse classi distinte a seconda del tipo di rappresentazione temporale e spaziale con cui approssimano l'evento idrologico, del tipo di approssimazione spaziale del bacino idrografico, della tipologia delle equazioni che regolano i processi coinvolti, ecc...

In particolare per il lavoro di cui alla presente trattazione è stato impiegato un modello idrologico integrato della trasformazione afflussi-deflussi, concentrato di tipo concettuale, il modello HyMOD, il quale sarà dettagliatamente descritto nel seguito.

I modelli afflussi-deflussi, concettuali e concentrati sono stati ampiamente usati per le applicazioni idrologiche sin da quando sono stati introdotti per la prima volta a cavallo tra gli anni 60 e 70 (*Madsen et al. 2002*).

Questi modelli in genere rappresentano il bacino idrografico con un dato numero di serbatoi, caratterizzati da una certa capacità di accumulo dell'acqua presente al suolo, e sono costituiti da equazioni matematiche che descrivono i processi tramite i quali l'acqua entra ed esce da questi serbatoi (*H.A. Houghton-Carr, 1999*). Pertanto, tali equazioni descrivono in forma semplificata le fasi al suolo del ciclo idrologico e i parametri del modello rappresentano i valori medi delle caratteristiche dell'intero bacino (*Madsen et al. 2002*).

1.3.1 Modelli concettuali a serbatoio

I modelli a serbatoio approssimano il bacino idrografico con un vaso o con una serie di vasi, all'interno dei quali entra la precipitazione e i quali rilasciano le portate d'acqua tramite un determinato numero di scarichi. Se il bacino è rappresentato da più vasi (o serbatoi), possiamo

pensare che questi siano disposti in serie o in parallelo.

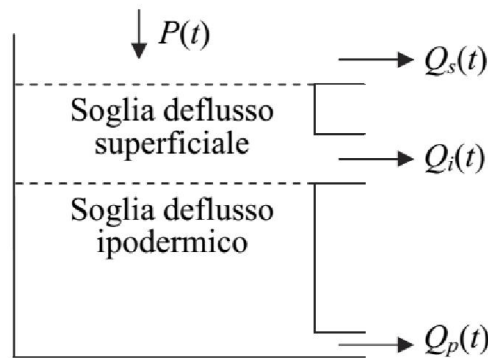


Figura 2: schema di modello a serbatoio

Dalla figura si vede come siano presenti tre scarichi: uno di fondo, per simulare il deflusso profondo, uno intermedio, per simulare quello ipodermico ed uno di superficie, per simulare il deflusso superficiale.

Le equazioni costitutive del modello a serbatoio comprendono l'equazione di continuità del contenuto idrico del serbatoio oltre che legami funzionali, di natura generalmente empirica, fra le portate uscenti dagli scarichi ed il volume invasato nel serbatoio. Gli scarichi potrebbero essere impostati per funzionare solo qualora si raggiungesse un valore di soglia della capacità dell'invaso, configurando quest'ultimo come parametro del modello (Montanari, Castellarin, 2011).

1.3.2 Esempio di modello a serbatoio o "bucket model"

Il modello a serbatoio, denominato anche "bucket model" (Budyko, 1956; Manabe 1969) è un classico esempio di modello afflussi-deflussi che deriva dal più popolare modello dell'invaso lineare.

Questo rappresenta il bacino idrografico come un serbatoio sollecitato da variabili in ingresso:

- $P(t)$ e $E(t)$: variabili in ingresso rappresentanti rispettivamente la pioggia, depurata dall'eventuale intercettazione e l'evapotraspirazione;
- $Q_T(t)$: variabile in uscita, somma di $Q_1(t)$, portata fuoriuscente dallo scarico di superficie e $Q_2(t)$ portata uscente dallo scarico di fondo;

- $Q_1(t), Q_2(t)$ e $W(t)$: tre variabili di stato rispettivamente portata fuoriuscente dallo scarico di superficie, portata uscente dallo scarico di fondo e volume idrico invasato nel serbatoio;
- k e S : due parametri esprimenti rispettivamente una costante di proporzionalità tra $W(t)$ e $Q_2(t)$ e la capacità massima del serbatoio.

Dimensionalmente:

- $P(t), E(t), Q_1(t), Q_2(t), Q_T(t)$ $[L^3/T]$;
- $W(t), S$ $[L^3]$;
- k $[T]$.

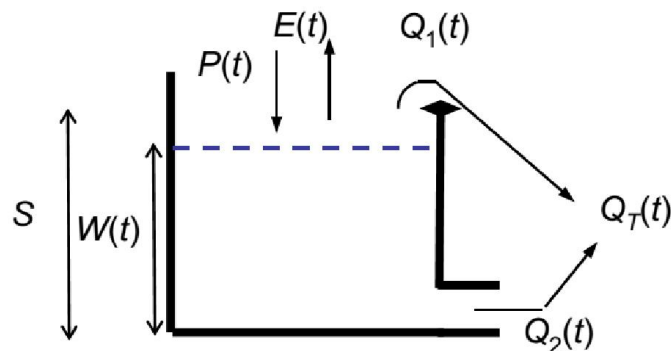


Figura 3: schema del bucket model (Budyko, 1956; Manabe 1969)

Per il funzionamento del modello occorrono quindi quattro equazioni costitutive, dovendo esplicitare non solo la variabile in uscita, ma anche quelle di stato; tali equazioni possono essere ricavate da bilanci di massa (le prime due, anche se solo la prima può considerarsi fisicamente basata, dal momento che le altre sono ricavate dallo schema concettuale adottato), dall'equazione relativa allo scarico di superficie (la terza), e dalla relazione di linearità che sussiste tra scarico di fondo e volume invasato nel serbatoio (la quarta):

1. $dW(t)/dt = P(t) - E(t) - Q_1(t) - Q_2(t)$
2. $Q_T(t) = Q_1(t) + Q_2(t)$
3. $Q_1(t) = P(t) - E(t) - Q_2(t)$

$$\text{se } W(t) = S \text{ e } P(t) - E(t) - Q_2(t) \geq 0$$

$$Q_1(t) = 0 \quad \text{negli altri casi}$$

$$4. \quad Q_2(t) = W(t) / k$$

Tali equazioni possono essere integrate utilizzando un metodo esplicito alle differenze finite (ovvero approssimando le derivate temporali con incrementi finiti da un passo di calcolo al successivo, e trascurando le derivate spaziali). Una particolarità da notare è che le equazioni vengono scritte solo in funzione della variabile temporale, dal momento che si ipotizza che le variabili del modello mantengano valori costanti nello spazio.

1.4 I passi del processo di calibrazione

Anderson e Woessner (1992), e Refsgaard (1996) hanno introdotto quello che può essere definito come “protocollo di modellazione” utile a suddividere in passi sequenziali il processo di modellazione. Questo si articola come segue:

- la definizione dello scopo per il quale si applica il modello;
- la concettualizzazione del sistema, in funzione dello scopo dell'applicazione del modello;
- la selezione o identificazione del modello più appropriato;
- la costruzione del modello, intesa come preparazione dei dati e parametri necessari all'attività di modellazione;
- la scelta dei criteri che stabiliscono la performance del modello;
- una analisi di sensitività per valutare l'incertezza legata ai diversi aspetti della modellazione;
- la calibrazione del modello;
- la validazione del modello;
- la previsione di scenari futuri;
- la presentazione dei risultati;
- una fase di postaudit.

La definizione dello scopo per il quale si vuole effettuare una modellazione è molto importante e dovrebbe essere ben definita in ogni sua parte. Il corretto svolgimento di questa fase aiuta infatti nella successiva fase di definizione del tipo di modello che meglio si adatta alle esigenze.

Nella seconda fase si identificano i limiti del sistema, l'insieme di dati disponibili, reperibili attraverso le autorità competenti o presenti in letteratura, si chiariscono esigenze tecniche particolari (ad esempio relative ai tempi di calcolo) e si svolgono le visite presso l'area di studio.

La fase appena descritta è fortemente propedeutica per la selezione del modello da utilizzare, che non può prescindere dalle esigenze tecniche e dalle disponibilità operative.

La costruzione del modello è invece da intendersi come la preparazione dei dati disponibili, la scelta dei limiti del modello e la scelta preliminare dei parametri caratteristici da utilizzare.

1.4.1 Calibrazione di un modello idrologico

Come in precedenza specificato, i modelli idrologici sono caratterizzati dalla presenza di un certo numero di parametri, i quali mantengono generalmente un valore costante. Questi parametri sono scelti dall'utilizzatore del modello di modo che la simulazione effettuata aderisca il meglio possibile a quanto realmente osservato. I parametri rappresentano a livello concettuale delle caratteristiche del bacino che si sta considerando e devono quindi essere determinati attraverso un processo detto "*trial-and-error*", cioè modificando mano a mano il valore dei parametri fino ad ottenere il risultato migliore possibile. In passato tale procedura veniva svolta attraverso tarature manuali dei parametri e la qualità del risultato veniva giudicata tramite un esame visivo dell'idrogramma simulato rispetto a quello osservato. Questa metodologia ha però lo svantaggio di essere piuttosto dispendiosa in termini di tempo, richiedendo inoltre un elevato grado di esperienza e conoscenza del modello e del sistema che si sta analizzando, oltre che risultare piuttosto soggettiva nella scelta della strategia usata per la variazione del valore dei parametri (*Madsen et al., 2002*).

Con queste premesse, sono state sviluppate procedure automatiche più efficaci ed efficienti basate questa volta su metodi di ottimizzazione numerica. Negli ultimi trent'anni è stato svolto molto lavoro di ricerca per poter applicare queste metodologie a problematiche di tipo

idrologico (*Madsen et al., 2002; Madsen, 2003*). Lo svantaggio principale di questi metodi è quello rappresentato dalla definizione di una funzione obiettivo appropriata che possa considerare contemporaneamente le diverse caratteristiche del sistema idrologico in oggetto (*Rosbjerg and Madsen, 2005*). In ogni caso questa funzione obiettivo deve essere minimizzata o massimizzata, a seconda dei casi, attraverso l'utilizzo di appositi algoritmi di calcolo.

1.4.1.1 Procedure di calibrazione e validazione

Per quanto sopra detto, gli elementi principali che vengono richiesti allo scopo di poter svolgere le procedure di calibrazione, e successiva validazione, di un modello idrologico sono i seguenti:

- 1) una funzione obiettivo che definisca le performance del modello;
- 2) un algoritmo di ottimizzazione che effettui la ricerca del set ottimale di parametri;
- 3) dati storici sulla base dei quali calibrare il modello;
- 4) un criterio di arresto per fermare la ricerca.

La valutazione della performance del modello, necessaria al fine di confrontare l'output del modello con quanto realmente osservato, può consistere in una semplice comparazione visiva dell'idrogramma simulato rispetto a quello osservato, oppure essere svolta utilizzando delle funzioni obiettivo tra le tante disponibili in letteratura. Alcuni esempi possono essere:

- la Somma dei quadrati degli scarti:

$$F(\theta) = \sum_{t=1}^N [x(t) - \hat{x}(t)]^2$$

con F funzione obiettivo, Θ vettore dei parametri del modello, N numero dei dati simulati e $x(t)$ e $\hat{x}(t)$ indicano rispettivamente la variabile osservata e quella simulata.

- Efficienza di Nash & Sutcliffe (1970):

$$F(\theta) = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N [x(t) - \hat{x}(t)]^2}{\sum_{t=1}^N [x(t) - \bar{x}(t)]^2}$$

dove $\bar{x}(t)$ indica il valore medio dei dati osservati;

- Errore relativo medio:

$$F(\theta) = \sum_{t=1}^N \frac{|x(t) - \hat{x}(t)|}{x(t)}$$

- Errore assoluto:

$$F(\theta) = \sum_{t=1}^N |x(t) - \hat{x}(t)|$$

In generale quello che cerchiamo di ottenere è il vettore dei parametri Θ che rende minima o massima la funzione.

Bisogna a questo punto distinguere tra calibrazione *mono-obiettivo* e *multi-obiettivo*.

Nel primo caso viene definito un dominio per i parametri caratterizzanti il modello, tramite la scelta di un limite inferiore e uno superiore per ogni singolo parametro, per poi ricercare all'interno di questo dominio il set di parametri che ottimizzino la funzione obiettivo, ottenendo come risultato un solo set di parametri.

Nel secondo caso viene definita più di una funzione obiettivo, e pertanto un dominio di parametri per ognuna di queste che, tramite l'algoritmo scelto, vengono ottimizzate simultaneamente, consentendo di ottenere un set di parametri ed un idrogramma differente per ogni funzione.

Al fine della presente trattazione si è operato seguendo l'approccio della calibrazione mono-obiettivo, definendo quindi una sola funzione per ogni iterazione ed ottenendo pertanto un unico set di parametri per ogni step di calcolo.

A questo punto può iniziare la calibrazione del modello che ci conduce al set ottimale di parametri necessari per poter rappresentare i dati osservati nel miglior modo possibile. È da tenere in conto che per ovviare a problematiche nella fase di ottimizzazione, sarebbe bene mantenere limitato il numero dei parametri che rappresentano il sistema che si va a simulare attraverso il modello, oltre che il dominio di ogni parametro entro il quale cercare il valore ottimale.

Tramite l'algoritmo di calibrazione mettiamo in atto una procedura iterativa di ottimizzazione la quale mano a mano cerca e aggiusta i parametri che calibrano il modello, secondo il criterio da noi prescelto, a partire da un set di parametri iniziale. La calibrazione ovviamente tende a risentire della scelta relativa alle condizioni iniziali che abbiamo effettuato. Questa dipendenza diminuisce mano a mano che aumenta la lunghezza dei dati ottenuti dalla simulazione dei dati osservati, e quindi mano a mano che aumenta la distanza dal punto di inizio di tale simulazione. Al fine di ridurre questa dipendenza si esclude dal periodo di calibrazione una porzione di dati simulati che viene chiamato di warm-up o di riscaldamento, evitando dunque che questi vengano confrontati con i dati osservati (*Montosi, 2012*).

I metodi che vengono utilizzati per la procedura di ottimizzazione si possono dividere in due tipologie: metodi locali e metodi globali.

I primi stimano il set di parametri utilizzando tecniche di tipo deterministico e si dividono a loro volta in tecniche di ricerca diretta o a gradiente. Nel primo caso la ricerca parte da un punto iniziale dello spazio dei parametri e procede valutando la funzione nel punto successivo. Nel nuovo punto viene valutato il valore della funzione, definita la direzione verso la quale è meglio spostarsi e la grandezza del passo da compiere in funzione della differenza tra il valore della funzione nel nuovo punto rispetto a quella iniziale. Nei metodi a gradiente invece viene preso in considerazione anche il valore del gradiente della funzione oltre che il valore della funzione stessa. I metodi locali hanno lo svantaggio di essere fortemente dipendenti dal punto di inizio della ricerca, rischiando di fornire indicazione sul minimo (o massimo) locale della funzione e non sul minimo (o massimo) globale. Per questo motivo vengono presi sempre più in considerazione i metodi di ricerca globale. Tali metodi coinvolgono strategie di ricerca sia deterministiche che stocastiche. La ricerca parte campionando in maniera casuale lo spazio dei parametri per poi convergere nel sottospazio in cui è presente l'ottimo globale della funzione. L'obiettivo è quello di aumentare le probabilità di continuare la ricerca nelle zone del dominio in cui si è trovato l'ottimo della funzione nei passi di calcolo precedenti.

Per quanto riguarda i dati da impiegare nelle fasi di calibrazione è stato dimostrato che oltre una certa lunghezza delle serie storiche, un aumento della lunghezza della serie non conduce a risultati migliori. È però opportuno che i dati che vengono impiegati siano rappresentativi del bacino in esame da un punto di vista dei processi idrologici coinvolti

e della variabilità del suo funzionamento: in questo modo sarà possibile ricavare valori corretti dei parametri (Lombardi, 2011).

Il criterio di arresto può essere impostato secondo diverse procedure: fermare le iterazioni quando l'algoritmo non consente di trovare un valore apprezzabilmente diverso della funzione obiettivo, fermare le iterazioni quando il valore dei parametri non varia sensibilmente rispetto ai precedenti valori oppure impostare un numero massimo di iterazioni raggiunto il quale la ricerca si arresta. In ogni caso nessuno dei tre metodi può essere ritenuto completamente affidabile anche se il metodo ritenuto migliore è quello che valuta la convergenza del valore dei parametri.

Una volta conclusa la calibrazione, si procede con la validazione del modello che consiste nel verificare il modello con i dati osservati che non sono stati inclusi nel processo di calibrazione. È una fase molto importante dal momento che ci fornisce indicazioni che la calibrazione non consentiva di ottenere, cioè indicazioni su come lavora il modello in periodi diversi rispetto a quelli considerati nella calibrazione. A questo scopo, la base dei dati osservati viene divisa in due parti: la prima è usata per la calibrazione mentre la seconda per la validazione.

1.4.2 Risultati della modellazione

La parte finale della modellazione comprende le ultime tre fasi del protocollo di modellazione.

La fase di previsione serve per valutare come il modello calibrato si adatta a possibili scenari futuri di cambiamento all'interno del bacino in esame.

I risultati possono essere presentati sotto forma di grafici, report e/o animazioni, in modo da avere una chiara rappresentazione di quanto evinto attraverso le fasi precedenti e consentire al decisore di operare le scelte corrette.

La fase finale consiste in un postaudit e quindi nell'operare una nuova validazione del modello in un periodo lontano dalla prima validazione così da valutare la risposta e l'adeguatezza del modello anche una volta che siano subentrati fattori di cambiamento all'interno dell'area di studio. In caso di forti discordanze questa fase può fornire indicazioni utili per modificare il modello e/o i suoi parametri caratteristici.

1.4.3 Analisi di sensitività

L'analisi di sensitività consente di valutare l'incertezza legata al processo di modellazione dovuta alla struttura del modello ed ai parametri dello stesso (*Tessema SM, 2011*). Attraverso la relazione che sussiste tra gli input del modello e le sue variabili di output, si possono determinare carenze nella struttura del modello o nella sua formulazione e fornire indicazioni su come correggere tali carenze. Nell'analisi di sensitività vengono considerati solo gli effetti prodotti dai parametri, che descrivono il comportamento del sistema idrologico rappresentato, mentre gli errori negli input del modello vengono valutati nella fase di stima dell'incertezza legata alla modellazione. Infatti i modelli idrologici, di complessità sempre crescente, richiedono l'utilizzo di un numero di parametri sempre maggiore (specialmente nel caso di modelli distribuiti), comportando tra le altre cose alti costi computazionali del processo di ottimizzazione. L'analisi di sensitività risulta essere una metodologia in grado di determinare quali parametri influenzino maggiormente l'output del modello e pertanto quali possano essere trascurati, riducendone così il numero, al fine di alleggerire il processo di ottimizzazione.

Si distinguono metodi locali e globali: i primi valutano la sensitività in un solo punto dell'iperspazio dei parametri, valutando l'impatto che la variazione di quel parametro ha sull'output del modello, mentre i metodi globali studiano l'intero dominio dei parametri in un'unica soluzione (*van Griensven et.al., 2005*).

1.5 L'algoritmo di ottimizzazione DEoptim

Per poter procedere con il lavoro di cui alla presente trattazione, è stato necessario scegliere un algoritmo di ottimizzazione al fine di poter calibrare il modello ed individuare così il set di parametri ottimali sulla base della funzione obiettivo prescelta.

L'algoritmo che è stato scelto, implementato nel software R (<http://www.r-project.org/>) impiegato per lo svolgimento delle simulazioni, è denominato *DEoptim* (*Ardia et al., 2011c*) e fa parte dei cosiddetti algoritmi evolutivi.

Gli algoritmi evolutivi vengono impiegati sin dagli anni 50 ed il loro funzionamento è basato sulle teorie introdotte da Darwin nel 1859, il quale identificava i principi della selezione naturale e la sopravvivenza del più forte, come forze motrici dietro l'evoluzione biologica (*Weise, 2009*).

Quindi, data una popolazione di individui le pressioni dell'ambiente danno luogo alla selezione naturale, il che provoca un miglioramento delle caratteristiche della popolazione. Se prendiamo una funzione da massimizzare, possiamo creare un set casuale di individui e applicare la funzione per poter idealmente valutare il migliore di questi individui. Sulla base dei risultati ottenuti, alcuni di questi individui saranno scelti come seme della generazione futura, applicando su di loro mutazioni e/o ricombinazioni. La ricombinazione è applicata a due o più individui (i genitori) e il risultato è l'ottenimento di uno o più nuovi individui (i figli). La mutazione invece è applicata ad un solo individuo con l'ottenimento di un nuovo individuo.

Eeguire queste due operazioni porta alla creazione di un nuovo set di individui (la prole) che entrerà in competizione con il vecchio insieme di individui per prendere posto nella generazione successiva. Il processo prosegue iterativamente fino a che un candidato con le qualità migliori viene identificato o quando viene raggiunto un determinato limite di ricerca.

Questo processo di evoluzione può essere visto come di ottimizzazione o di approssimazione, dal momento che consente di ottenere risultati via via migliori con il procedere delle iterazioni. In alternativa può essere visto come processo di adattamento, dal momento che l'evoluzione aiuta la popolazione ad adattarsi all'ambiente in maniera sempre migliore.

È comunque da tenere in considerazione che questo processo evolutivo è di tipo stocastico. Infatti, nella selezione, gli individui più forti hanno maggiori possibilità di essere scelti di quante non ne hanno quelli più deboli, ma anche questi ultimi hanno comunque la possibilità di diventare dei “genitori” o quantomeno di sopravvivere, grazie alle operazioni di ricombinazione e mutazione che possono subire.

1.5.1 I metodi Differential Evolution (DE)

L'obiettivo dell'applicazione di questi metodi è quello di operare un'ottimizzazione delle proprietà di un sistema tramite la scelta di un opportuno set di parametri che descrivono quel sistema. Per fare ciò, come detto, si definisce una funzione obiettivo da minimizzare o massimizzare. Quando la funzione è non lineare e non differenziabile, i metodi di ricerca diretta sono i metodi da prediligere. Tra questi compaiono le cosiddette *strategie evolutive* (evolution strategies ES), che prevedono la variazione dei vettori dei parametri. Una volta che una

variazione viene effettuata, bisogna decidere se accettare o meno i nuovi parametri ottenuti. Per evitare la possibilità di incappare in un punto di minimo (o massimo) locale della funzione, i metodi ES, consentono, attraverso tecniche di ricerca parallela, l'utilizzo simultaneo di diversi vettori in modo che una configurazione migliore dei parametri possa evitare questo problema.

In generale i metodi DE:

- permettono di maneggiare funzioni non lineari, non differenziabili e multiobiettivo;
- permettono di utilizzare operazioni di parallelo in modo da poter affrontare funzioni che richiedono costi computazionali importanti;
- consentono una facilità di utilizzo;
- possiedono buone proprietà di convergenza

Per fronteggiare la prima caratteristica, questi metodi sono stati progettati quali metodi di ricerca diretta di tipo stocastico. La seconda proprietà è invece riferita ai costi computazionali relativi alla funzione che si sta impiegando: i tempi di calcolo possono essere drasticamente contenuti, tramite il ricorso alle diverse CPU presenti in un calcolatore o tramite il ricorso ad una rete di calcolatori. Per facilitare l'utilizzo da parte dell'utente sono richiesti pochi dati in input, ed infine le proprietà di convergenza sono obbligatorie per ottenere buoni risultati di ottimizzazione (*Storn e Price, 1997*).

Storn e Price, alla fine degli anni 90, svilupparono una strategia evolutiva che chiamarono *Differential Evolution (DE)*. Questo strategia fa parte dei metodi di ricerca euristici ovvero metodi che non garantiscono di ottenere la soluzione ottima al problema posto, ma in generale sono in grado di fornire una “buona” soluzione ammissibile per il problema.

Le strategie evolutive sono una varietà degli algoritmi evolutivi, nei quali i membri di una popolazione sono rappresentati con numeri floating point, e la popolazione viene trasformata (mutata) nelle successive generazioni tramite l'uso di operazioni aritmetiche (*Mullen et al, 2011*).

Le fasi che un algoritmo evolutivo segue possono essere così riassunte: viene *generato* un numero NP di vettori di parametri, usando valori casuali all'interno del dominio di ogni parametro definito dall'utente, o usando direttamente valori definiti dall'utente. Ad ogni passo viene generata una nuova popolazione di parametri derivata dagli attuali membri della popolazione, attraverso operazioni di *mutazione* della popolazione: l'algoritmo, trasforma un set di vettori dei parametri (la popolazione) in un altro set di vettori di parametri, i membri del quale hanno più probabilità di minimizzare la funzione obiettivo. Per generare un nuovo vettore dei parametri, l'algoritmo perturba uno dei vettori dei parametri, attraverso la differenza pesata di altri due vettori di parametri scelti in maniera casuale. A questo punto i parametri così ottenuti vengono combinati con i parametri di un altro vettore predefinito, il vettore obiettivo (target vector), in modo da ottenere il cosiddetto vettore di prova (trial-vector). Questa combinazione dei parametri è chiamata *crossover*. Se il vettore di prova porta ad un valore della funzione obiettivo minore di quella ottenuta con il vettore obiettivo, il vettore di prova rimpiazza il vettore obiettivo nella generazione successiva: questa è l'operazione di *selezione*. Ogni vettore della popolazione deve fungere una volta da vettore obiettivo cosicché un numero pari ad NP competizioni possa avvenire per ogni generazione.

Attraverso il confronto con altri metodi di ottimizzazione, è stato dimostrato come i metodi DE abbiano caratteristiche migliori in termini di valutazioni di funzione necessarie a trovare il minimo globale di una funzione obiettivo, e come le operazioni di selezione consentano di ottenere tempi molto rapidi di convergenza una volta che ci si avvicina al minimo globale della funzione (*Storn e Price, 1997*).

2 LA TEORIA DELL'UTILITÀ

Nell'ambito della gestione delle risorse idriche l'incertezza è sempre presente dal momento che le variabili utilizzate alla base del processo decisionale sono sempre incerte.

Si tratta infatti di variabili di tipo meteorologico ed idrologico, ed i processi fisici che regolano queste variabili non sono e probabilmente non saranno mai, completamente noti.

La modellazione di un determinato processo sarà inevitabilmente affetta da un certo grado di incertezza. Il suo utilizzatore si trova infatti a dover valutare l'incertezza delle variabili di processo, l'incertezza nelle previsioni disponibili ed in definitiva dei risultati forniti dal modello, questi ultimi fortemente dipendenti anche dall'affidabilità dei parametri e dei dati osservati (*Montanari, 2007*).

È inoltre da considerare l'incertezza che riguarda il modello impiegato, il cui impatto influisce fortemente nella stima dell'output risultante dal suo utilizzo. Quando si utilizzano modelli a scopi ingegneristici o gestionali nell'ambito dei sistemi idrologici, si ha a che fare anche con una scarsa capacità di quantificare con precisione criteri alla base del processo decisionale quali gli obiettivi sociali da perseguire, l'avversione al rischio, ecc (*Montanari et al., 2009*).

La presenza di fonti di incertezza in tutti gli aspetti che costituiscono il processo di modellazione, ed in generale nell'ambito della gestione delle risorse idriche, comporta il dover intraprendere un approccio di tipo decisionale. In presenza di incertezza non sempre è consigliabile prendere la decisione ottima, dal momento che questa è legata al processo decisionale che si sceglie di adottare, il quale potrebbe non essere il più adatto al caso particolare che si sta affrontando: acquistano particolare valenza quindi le decisioni "robuste", dal momento che il processo decisionale può metter in luce soluzioni competitive che non coincidono con l'ottimo del beneficio ricercato.

Partiamo dall'analizzare i concetti base della teoria delle decisioni per poi spostarci nel campo della teoria dell'utilità.

2.1 Teoria delle decisioni

La Ricerca Operativa è un campo di studio il cui obiettivo è definire

delle tecniche o metodi per la soluzione di problemi decisionali. In questo settore si affrontano delle problematiche legate a processi decisionali relativi all'uso di risorse disponibili in quantità limitata rispettando un insieme di condizioni o vincoli con l'obiettivo di massimizzare il “*beneficio*” ottenibile dall’uso di queste risorse.

Ciò che consente di aiutare il decisore nel prendere le sue decisioni, è il modello decisionale, ossia in analogia con quanto già esposto, una descrizione, tramite strumenti di tipo logico-matematico, della porzione di realtà di interesse. Esistono almeno tre classi principali di modelli:

- nella *teoria dei giochi*, l'uomo viene introdotto nel modello per ovviare alle difficoltà che si incontrano nel modellare in modo matematico il suo comportamento o quello di un gruppo di individui facenti parte della realtà che si sta analizzando;
- i *modelli di simulazione* tentano di descrivere il comportamento della realtà in esame grazie a relazioni matematiche per poi verificare, attraverso l'utilizzo di calcolatori, che tipo di risposta si ottiene imponendo delle sollecitazioni in ingresso, riproduzione di quelle reali;
- i *modelli analitici* descrivono l'intero sistema in analisi tramite relazioni matematiche tra variabili che rappresentano gli elementi del sistema. Si devono quindi trovare valori di queste variabili che, soddisfacendo determinati vincoli, consentano di massimizzare o minimizzare una data funzione obiettivo.

Ovviamente il modello non sarà strettamente fedele alla realtà che riproduce, ma dovrà fornire risultati che consentano di dare una risposta al problema decisionale in esame. Altro importante fine del modello è però quello della sua utilizzabilità ai fini operativi. Pertanto bisogna fare in modo di mediare tra due differenti necessità: quella di riprodurre con una certa fedeltà i fenomeni che ci interessano e quella di costruire o usare un modello semplice in grado di fornire le risposte richieste.

Nell'ambito dei modelli analitici si definisce il concetto di *problema di ottimizzazione*. In analogia con quanto già visto nel capitolo precedente, tale problema può essere definito come una domanda la cui risposta è dipendente da un certo numero di parametri e variabili. Possiamo pensare di esprimere il problema di ottimizzazione come problema decisionale usando come dominio in cui cerchiamo la soluzione, quello definito dall'insieme di soluzioni ottime per quel

problema.

Questo però è assai difficile dal momento che non è semplice definire un tale dominio non conoscendo quale è la soluzione ottima. Allora, dato il problema di ottimizzazione, possiamo definire il problema decisionale associato, come il problema di verificare l'esistenza di un soluzione ammissibile. La ricerca di tale soluzione può avvenire in maniera parametrica facendo variare ad ogni iterazione i parametri che descrivono il sistema, risolvendolo poi tramite i parametri ottenuti fino ad ottenere il valore ottimo della funzione obiettivo.

All'interno del processo decisionale una importante distinzione è quella tra decisioni individuali e di gruppo. Una qualsiasi di queste decisioni determina la scelta tra diverse alternative, portando a conseguenze che dipendono dalle condizioni del contesto in cui si opera: lo stato di natura. Si può affermare che le decisioni sono costituite da azioni, stati e conseguenze e che il decisore deve individuare per caratterizzare e specificare il problema decisionale che si trova a fronteggiare.

Ogni problema decisionale che il decisore deve affrontare comporta delle conseguenze che questo considera migliori di altre. Entra in gioco quindi il principio di dominanza, il quale suggerisce di escludere tutte quelle alternative che comportino conseguenze peggiori delle altre. Allora se un'alternativa predomina sulle altre, verrà scelta proprio questa e il problema decisionale sarà risolto in maniera ottimale. Ma queste sono situazioni estremamente rare nella realtà. Si può inoltre fare distinzione tra una decisione giusta da una razionale. La prima viene presa se si conoscono bene gli stati futuri del sistema in cui si opera. Dal momento che così non è, sarà assai difficile prendere la decisione giusta, pertanto si dovrà prendere una decisione razionale.

In funzione del contesto in cui il decisore si trova a lavorare si distinguono:

- decisioni in situazioni di certezza;
- decisioni in situazioni di rischio;
- decisioni in situazioni di incertezza

Se il decisore conosce lo stato di natura, il problema è ridotto ad un confronto delle conseguenze (se note) e la scelta razionale coinciderebbe

con quella giusta, ammesso che si sia in grado di scegliere tra le varie conseguenze possibili.

Se lo stato di natura non è noto, ma sono note le probabilità dei possibili stati di natura, si dice che si opera in condizioni di rischio.

Al contrario, se non si dispone di nessuna informazione sulle probabilità dei diversi stati di natura, si parla di decisione in situazione di incertezza.

È inoltre possibile che il decisore si trovi ad operare in situazioni di estrema incertezza, nel momento in cui non sia in grado, o non ci sia la volontà, di assegnare una distribuzione di probabilità ai diversi stati di natura. Situazione questa che si presenta la maggior parte delle volte nella pratica. Tra i criteri suggeriti per la soluzione dei problemi in condizioni di estrema incertezza si annoverano i seguenti (*Chiandotto, 2006*):

- criterio del max-min: consiste nello scegliere l'azione che corrisponde al massimo del minimo valore atteso. Questo criterio è proprio del pessimista estremo il quale è convinto che, qualunque azione egli scelga, si realizzerà sempre quello stato di natura che gli permetterà il conseguimento del beneficio minimo. Quindi, egli si premunirà contro la natura cercando di ottenere il massimo tra i benefici minimi, che essa è disposta a concedere;
- criterio del max-max: all'opposto del pessimista estremo, c'è l'estremo ottimista, ed è colui il quale ritiene che qualunque sia l'azione prescelta, la natura sarà tanto benigna nei suoi confronti da concedere il beneficio massimo;
- criterio di Hurwicz: è un criterio di compromesso tra i due citati sopra, ed è espresso da un parametro α compreso tra zero e uno. α quindi assume il senso di indice di pessimismo: per $\alpha=1$ si ha il criterio del max-min, per $\alpha=0$ si ha il criterio del max-max.
- criterio di Laplace: attribuisce implicitamente a tutti gli stati di natura uguale probabilità e la scelta viene operata secondo il massimo valore atteso. Ciò viene fatto in quanto non si hanno motivi sufficienti per ritenere che la distribuzione della probabilità sia diversa da quella uniforme.

2.2 Teoria del valore

Consideriamo il fatto che nella realtà si verificano più frequentemente casi in cui il decisore debba scegliere tra diverse alternative ognuna delle quali comporta una conseguenza differente. Al decisore è richiesto di definire una preferenza su queste conseguenze nel caso in cui operi secondo un criterio di decisione razionale. La teoria del valore, o dell'utilità, è stata introdotta da *J. Von Neumann e O. Morgenstern* nel 1947: questi dimostrano come, sulla base di determinati assiomi di comportamento razionale, che il decisore deve adottare, può essere definita una funzione a valori reali, detta funzione di valore o *funzione di utilità*, per cui una decisione basata su questa funzione si riduce ad una scelta operata secondo il proprio schema di preferenze (*Chiandotto, 2006*).

2.2.1 Assiomi di comportamento razionale

Prima di procedere alla discussione dei postulati o assiomi di comportamento razionale risulta conveniente richiamare alcune nozioni sulle relazioni binarie.

Dato un insieme $A = \{a, b, c, \dots\}$ di elementi, una relazione binaria R sugli elementi di A significa che se si prendono due elementi (a, b) qualsiasi dell'insieme A , o tra gli stessi esiste la relazione R ($a R b$) oppure la relazione stessa non sussiste ($a \not R b$), cioè non è vero che $a R b$.

Una qualunque relazione binaria R tra gli elementi $\{a, b, c, \dots\}$ di un insieme A può soddisfare o meno le proprietà sotto elencate:

- **Transitività:** R è transitiva se, $\forall a, b, c \in A$ tali che $a R b$ e $b R c$, è anche vero $a R c$.
- **Asimmetria:** R è asimmetrica se, $\forall a, b \in A$, $a R b$ e $b R a$ non sono entrambe vere.
- **Equivalentemente,** $\forall a, b \in A$, $a R b \Rightarrow b R a$.
- **Simmetria:** R è simmetrica se, $\forall a, b \in A$, se $a R b$ allora necessariamente $b R a$.
- **Equivalentemente,** $\forall a, b \in A$, $a R b \Rightarrow b R a$.
- **Riflessività:** R è riflessiva se, $\forall a \in A$, $a R a$.

- Confrontabilità: R è confrontabile se, $\forall a, b \in A$, $a R b$ o $b R a$ oppure valgono entrambe. Equivalentemente, $\forall a, b \in A$ o $a R b$ o $b R a$ oppure valgono entrambe le relazioni.
- Transitività negativa: R è negativamente transitiva se, $\forall a, b, c \in A$ tali che $a R b$, $b R c$ è anche vero che $a R c$.
- Antisimmetria: R è antisimmetrica se, $\forall a, b \in A$, $(a R b \text{ e } b R a) \Rightarrow a = b$.

Ci concentriamo sulla relazione di preferenza forte $>$ ($a > b$ sta a significare il decisore preferisce strettamente l'alternativa a all'alternativa b); la relazione di preferenza debole \geq ($a \geq b$ sta a significare che il decisore preferisce debolmente l'alternativa a all'alternativa b); la relazione di indifferenza \sim ($a \sim b$ sta a significare che le due alternative forniscono al decisore esattamente lo stesso beneficio); la relazione di scambio \leftarrow ($a \leftarrow b$ sta ad indicare la cessione di b per avere in cambio a).

Dato l'insieme di oggetti (conseguenze) $C = \{a, b, c, \dots\}$, la relazione di preferenza debole \geq , la relazione di preferenza forte $>$ e la relazione di indifferenza \sim , si definiscono i seguenti assiomi:

- Confrontabilità

$$\forall a, b \in C, \text{ o } a \geq b \text{ o } b \geq a \text{ o } a \geq b \cap b \geq a.$$

- Transitività

$$\forall a, b, c \in C, a \geq b \cap b \geq c \Rightarrow a \geq c.$$

- Coerenza tra preferenza debole e indifferenza

$$a \geq b \cap b \geq a \Leftrightarrow a \sim b.$$

- Coerenza tra preferenza debole e preferenza forte

$$a > b \Leftrightarrow b \text{ non } \geq a.$$

La richiede la necessità che il decisore operi una scelta tra due alternative anche se questa, in base al terzo assioma, può comportare indifferenza tra le stesse. La transitività e gli assiomi di coerenza rispondono a una richiesta di non contraddittorietà tra le preferenze espresse.

Se i quattro assiomi sono soddisfatti, valgono i due teoremi sotto riportati.

Teorema 1 (Esistenza della funzione di valore). Per ogni insieme finito di oggetti (conseguenze) $C=\{c_1,c_2, \dots,c_m\}$ sul quale viene introdotta una relazione \succsim che soddisfa gli assiomi precedenti esiste, e può essere costruita, una funzione a valori reali espressi in scala ordinale $V(\cdot)$ tale da soddisfare la relazione

$$c_i \succsim c_j \Leftrightarrow V(c_i) \geq V(c_j).$$

Il teorema 1 stabilisce l'esistenza di una funzione a valori reali perfettamente equivalente allo schema di preferenze del decisore.

Teorema 2 (Unicità della funzione di valore). Per ogni insieme finito di oggetti (conseguenze) $C=\{c_1,c_2, \dots,c_m\}$ sul quale viene introdotta una relazione \succsim che soddisfa gli assiomi precedenti, esistono due funzioni di valore $V(\cdot)$ e $W(\cdot)$ che soddisfano le relazioni

$$c_i \succsim c_j \Leftrightarrow V(c_i) \geq V(c_j) \text{ e } c_i \succsim c_j \Leftrightarrow W(c_i) \geq W(c_j)$$

se e solo se $V(\cdot)=h(W(\cdot))$ dove $h(\cdot)$ è una funzione monotona crescente.

Il teorema 2 stabilisce che la funzione a valori reali espressi in scala ordinale è unica a meno di una trasformazione monotona crescente.

La funzione a valori reali espressi in scala ordinale, pur fornendo una prima quantificazione delle preferenze non consente di esprimerne le intensità. Per derivare una tale funzione, in cui abbia quindi senso parlare anche di distanza tra preferenze, occorre introdurre il concetto di scambio tra oggetti e una relazione di preferenza sugli scambi.

- Ordinamento debole

La relazione: \succsim soddisfa gli assiomi di comportamento razionale;

la relazione \succsim_s soddisfa gli assiomi di comportamento razionale.

- Coerenza tra \succsim e \succsim_s
 - $\forall a,b,c \in C, a \succsim b \Leftrightarrow (a \leftarrow b) \succsim_s (c \leftarrow c).$
- Coerenza interna della relazione \succsim_s

$$\forall a,b,c,d \in C, (a \leftarrow b) \geq_s (c \leftarrow d) \Leftrightarrow (d \leftarrow c) \geq_s (b \leftarrow a).$$

$$\forall a,b,c,d,e,f \in C$$

$$[(a \leftarrow b) \geq_s (d \leftarrow e) \text{ e } (b \leftarrow c) \geq_s (e \leftarrow f)] \Leftrightarrow (a \leftarrow c) \geq_s (d \leftarrow f).$$

- Solvibilità.

$$\forall b,c \in C, \exists a \in C \text{ tale che } (b \leftarrow a) \sim_s (a \leftarrow c);$$

$$\forall b,c,d \in C, \exists a \in C \text{ tale che } (a \leftarrow b) \geq_s (c \leftarrow d).$$

- Proprietà Archimedeana. Ogni sequenza standard strettamente limitata è finita. Si ricorda che una sequenza standard strettamente limitata è definita dalla relazione:

$$\{a_n / b > a_n; (a_n \leftarrow a_{(n-1)}) \sim_s (a_1 \leftarrow a_0)\}$$

dove / indica il condizionamento alle relazioni che lo seguono; nel caso particolare che si sta trattando $b > a_n$ significa che la sequenza è strettamente limitata e $(a_n \leftarrow a_{(n-1)}) \sim_s (a_1 \leftarrow a_0)$ implica che $(a_1 \leftarrow a_0) \sim_s (a_2 \leftarrow a_1) \sim_s (a_3 \leftarrow a_2) \sim_s \dots \sim_s (a_n \leftarrow a_{(n-1)})$, ossia che la sequenza è standard.

Il primo assioma ribadisce la necessità che il decisore manifesti una qualche preferenza; è ammessa, cioè, l'indifferenza ma non l'indecisione, sia sulle conseguenze sia sugli scambi e la non contraddittorietà tra le preferenze, sia che queste riguardino le conseguenze oppure gli scambi. Il secondo assioma stabilisce che una relazione di preferenza debole tra gli oggetti a e b ($a \geq b$) debba permanere quando si confronta lo scambio tra gli stessi due oggetti ($a \leftarrow b$) rispetto ad un non scambio, in quanto lo scambio di un oggetto con se stesso ($c \leftarrow c$) non implica scambio alcuno.

Secondo il terzo assioma relativo alla coerenza interna della relazione di preferenza sugli scambi, quando esiste una relazione di preferenza debole tra scambi:

- la stessa si debba invertire quando si inverte lo scambio;
- la stessa relazione continui a sussistere sia quando lo scambio è diretto, sia quando lo scambio avviene tramite un terzo oggetto.

Teorema 3 (Esistenza della funzione di valore misurabile). Per ogni insieme finito di oggetti (conseguenze) $C=\{c_1,c_2,\dots,c_m\}$ sul quale vengono introdotte le relazioni \geq e \geq_s che soddisfano gli assiomi

precedenti esiste, e può essere costruita, una funzione a valori reali espressi in scala di intervallo $V(\cdot)$ tale da soddisfare le relazioni

$$c_i \geq c_j \Leftrightarrow V(c_i) \geq V(c_j);$$

$$(c_i \leftarrow c_j) \geq_s (c_h \leftarrow c_k) \Leftrightarrow V(c_i) - V(c_j) \geq V(c_h) - V(c_k).$$

Il teorema 3 stabilisce l'esistenza di una funzione di valore misurabile perfettamente equivalente allo schema di preferenze del decisore.

Teorema 4 (Unicità della funzione di valore misurabile). Per ogni insieme finito di oggetti (conseguenze) $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ sul quale vengono introdotte le relazioni \geq e \geq_s che soddisfano gli assiomi precedenti, esistono due funzioni espresse su scala di intervallo $V(\cdot)$ e $W(\cdot)$ che soddisfano le relazioni

$$c_i \geq c_j \Leftrightarrow V(c_i) \geq V(c_j);$$

$$(c_i \leftarrow c_j) \geq_s (c_h \leftarrow c_k) \Leftrightarrow V(c_i) - V(c_j) \geq V(c_h) - V(c_k);$$

$$c_i \geq c_j \Leftrightarrow W(c_i) \geq W(c_j);$$

$$(c_i \leftarrow c_j) \geq_s (c_h \leftarrow c_k) \Leftrightarrow W(c_i) - W(c_j) \geq W(c_h) - W(c_k)$$

se e solo se $V(\cdot) = \alpha + \beta W(\cdot)$ per $\beta > 0$.

Il teorema 4 stabilisce che la funzione di valore misurabile è unica a meno di una trasformazione lineare positiva (*Chiandotto, 2006*).

Come è ovvio, l'oggetto fondamentale della teoria delle decisioni è il processo decisionale. Bisogna quindi analizzare come i partecipanti al processo decisionale, i decisori, prendono o dovrebbero prendere le loro decisioni. Si usa distinguere la teoria delle decisioni in due filoni: la teoria normativa e teoria descrittiva. La teoria descrittiva analizza come le decisioni vengono prese, mentre la teoria normativa analizza come le decisioni dovrebbero essere prese con riferimento ad un individuo che opera con comportamento razionale, al fine di massimizzare il proprio benessere. La teoria normativa pertanto necessita di vincoli e condizioni, derivanti dall'analisi del processo reale, tramite i quali le regole di comportamento razionale possano tradursi in un comportamento effettivo. Questo concetto è alla base della teoria prescrittiva.

2.3 Teoria dell'utilità

Come già introdotto, se ad ogni alternativa di scelta è associata la

conseguenza che ne deriverà, la situazione è detta di decisione in condizioni di certezza; se sono note le possibili conseguenze associate a ciascuna decisione e le probabilità relative, la situazione è detta di decisione in condizioni di rischio o incertezza; se sono note le possibili conseguenze associate a ciascuna decisione ma non le relative probabilità, la situazione è detta di decisione in condizioni di estrema incertezza.

Prendendo in considerazione le decisioni in situazioni di rischio o incertezza avendo un'indicazione sulla probabilità dei diversi stati di natura, identifichiamo con:

- evento 1: quello corrispondente al beneficio assegnato NB^* ;
- evento 2: quello corrispondente al beneficio massimo NB^{MAX} ;
- evento 3: quello corrispondente al beneficio minimo NB^{MIN} ;

considero che l'evento 1 sia certo, mentre che l'evento 2 si verifichi con probabilità p (per $0 \leq p \leq 1$).

Esiste un valore di p tale per cui l'utilizzatore si trova indifferente rispetto alla scelta fra:

- evento 1 certo;
- evento 2 con probabilità p , contestuale all'evento 3 con probabilità $(1-p)$.

Tale valore di p è pari all'utilità del beneficio NB^* che consegue al verificarsi di quell'evento.

Ne consegue che:

- Utilità(evento 1) = 1
- Utilità(evento 3) = 0

Inoltre, al crescere del beneficio crescerà anche l'utilità, cioè:

$$\frac{dU(NB(x))}{d(NB(x))} > 0$$

Il valore massimo di utilità sarà associato al beneficio massimo e ovviamente il valore minimo di utilità sarà associato al beneficio

minimo.

In generale si può interpolare la funzione utilità con una funzione analitica.

Stabilità l'esistenza, e l'unicità della funzione di utilità, resta irrisolto il problema della costruzione di una funzione di utilità che rappresenti fedelmente lo schema di preferenze del decisore.

Lo scopo principale della costruzione di una funzione di utilità è quello di evidenziare l'atteggiamento del decisore nei confronti del rischio. Per poter riconoscere il comportamento si può rappresentare graficamente una funzione di utilità la quale presenterà un andamento simile a quelli evidenziati nella figura seguente, dove in ordinata sono riportati i valori assunti dalla funzione di utilità mentre in ascissa i valori delle conseguenze.

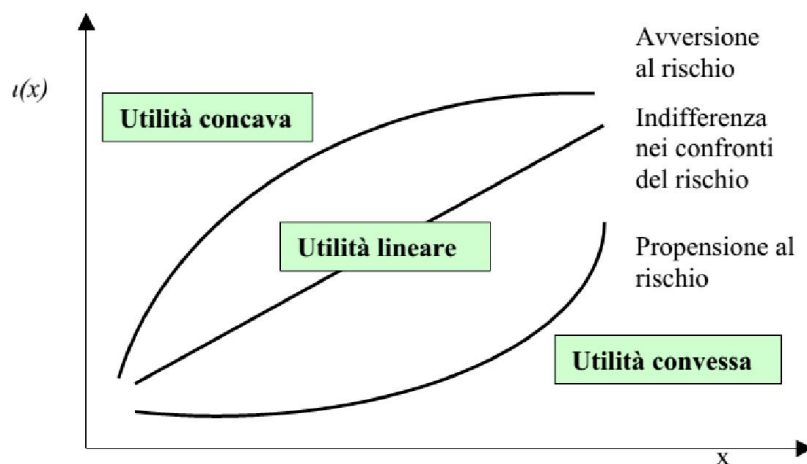


Figura 4: funzione di utilità per diversi atteggiamenti nei confronti del rischio (Chiandotto, 2006)

Un decisore la cui funzione di utilità è concava risulta avverso al rischio, se invece la funzione è lineare l'atteggiamento del decisore è di neutralità o indifferenza nei confronti del rischio, mentre una funzione di utilità convessa indica che il decisore è propenso al rischio.

Di solito l'atteggiamento dei confronti del rischio è strettamente dipendente dal contesto decisionale e in cui si opera e, in particolare, dall'entità delle conseguenze coinvolte nel processo stesso.

I pregi della teoria dell'utilità sono riconducibili alla possibilità di

incorporare inclinazioni o avversioni verso il rischio, mediante la definizione della funzione di utilità e pertanto il giudizio diviene più soggettivo e le preferenze espresse sono trasparenti e possono essere spunto di discussione.

Per contro, i difetti sono rappresentati da una certa difficoltà nella definizione della funzione di utilità, nella difficoltà di esprimere la propria avversione od inclinazione al rischio e dal fatto che l'espressione di probabilità di eventi poco realistici può essere poco attendibile. Inoltre l'espressione della funzione di utilità, nell'ambito di problemi complessi e dai risvolti sociali rilevanti, non può essere fatta dal solo decisore, che in ogni caso può essere oggetto di critiche per le scelte adottate.

3 L'AREA DI STUDIO E IL MODELLO AFFLUSSI-DEFLUSSI HyMOD

3.1 Inquadramento geomorfologico

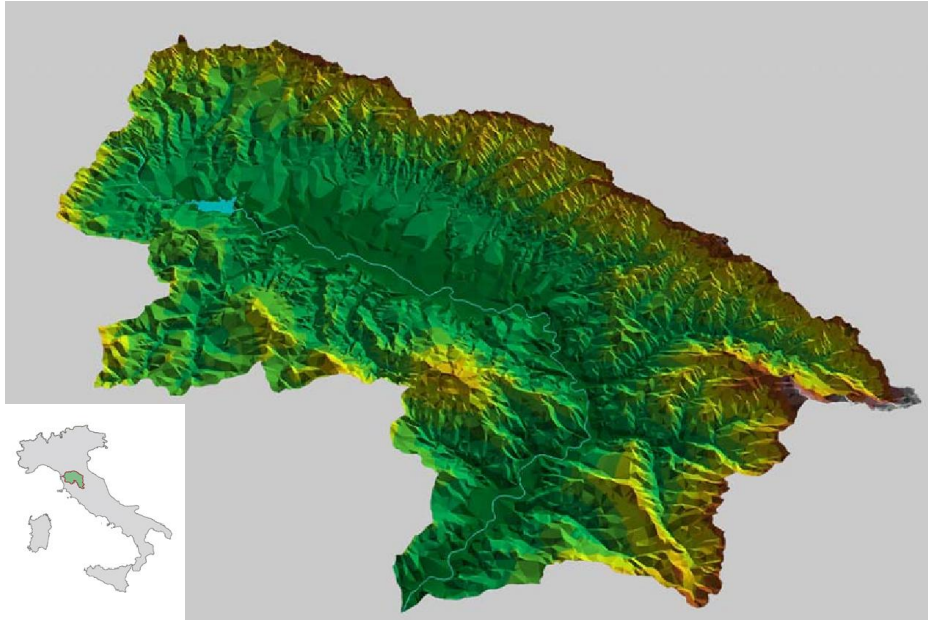


Figura 5: area di studio: il bacino del Sieve (Comunità Montana del Mugello, Piano di classifica degli immobili)

L'area di studio interessata dal lavoro è quella del Bacino del Fiume Sieve, il quale fa parte dei 6 sottobacini del fiume Arno. Il sottobacino della Sieve costituisce un bacino a sé stante tra la dorsale Appenninica ed i contrafforti del Mugello. Tributario di molti affluenti, la Sieve confluisce nell'Arno poco a monte di Firenze, delimitando a valle il Valdarno Superiore e delimitato a monte dalla val di Chiana.

Il bacino idrografico del Fiume Sieve occupa una superficie di circa 840 km², situato nella Toscana settentrionale confina con i rilievi appenninici a Nord e con i rilievi di Monte Morello, Monte Giovi, Monte Senario a Sud.

La sua storia geologica coincide grosso modo con quella dell'appennino settentrionale: fino al Miocene superiore ha dominato un regime compressivo-plicativo, mentre nella fase del Pliocene è iniziata una seconda fase orogenetica dominata da una tettonica di tipo distensivo che determinò l'evoluzione del bacino lacustre, intanto

creatosi in quel periodo, il quale andò ad occupare la valle del Mugello. Il successivo innalzamento del margine settentrionale fece sì che il Sieve venisse spinto sul fianco opposto del bacino ed una volta erosa la soglia del lago, si generarono diversi terrazzi fluviali a seguito di fasi di erosione e deposito.

Il Fiume Sieve si origina in prossimità di Montecuccoli, a Barberino del Mugello, sui monti della Calvana a oltre 700 metri di quota e confluisce in Arno a Pontassieve a circa 73 m.s.l.m., corrispondente alla quota minima, con uno sviluppo di circa 58 km, di cui 11 km a monte della diga del Bilancino. Nel tratto tra il Bilancino e Vicchio (circa 20 km), il fiume segue un andamento WNW-ESE percorrendo il margine meridionale dell'antico bacino lacustre. Il fondovalle è occupato da una ampia pianura alluvionale soggetta alle frequenti esondazioni del fiume. Oltre le Balze, nei pressi di Vicchio, variano le caratteristiche morfologiche del paesaggio ed il fiume scorre all'interno di una pianura alluvionale raccordata a versanti piuttosto ripidi. La direzione della valle, varia da NNW-SSE a NNE-SSW, mentre l'alveo presenta un tracciato a bassa sinuosità se non per dei deboli meandri a valle di Vicchio e nei pressi di Rufina.

3.2 Informazioni meteo-climatiche

Le temperature medie annue del bacino della Sieve (l'area geografica indicata comunemente come Mugello - Val di Sieve), variano da 12-13 °C nelle aree di fondo valle agli 8-9 °C nelle aree montane, con medie, nei mesi più caldi, rispettivamente, di 23 °C e di 18 °C (luglio-agosto), e nei mesi più freddi di 4 °C e 1 °C (gennaio), mostrando in sostanza un andamento regolare con un solo minimo ed un solo massimo.

L'altezza della pioggia annua è in media, sempre in base ai rilevamenti degli ultimi trenta anni, di circa 1300-1400 mm e 115 gg. piovosi per le aree con le quote altimetriche maggiori, cioè quelle della dorsale appenninica, di 1000-1100 mm e 100 gg. piovosi per il fondo valle.

Si tratta di un regime pluviometrico di tipo sublitoraneo – appenninico caratteristico dell'Appennino settentrionale e centrale. Le scarse precipitazioni del periodo estivo sono oltretutto dovute ad intensi e brevi temporali che non mitigano il clima ma causano spesso ingenti danni; questa alternanza fra stagione piovosa e stagione secca crea notevoli problemi, sia per le piene eccezionali dei fiumi che per la forte siccità estiva. Le massime precipitazioni sono in genere di origine temporalesca con venti provenienti da Sud e da Sud-Ovest. Le precipitazioni sono

sostanzialmente più intense e violente nel periodo autunnale, più calme e lente invece nel periodo invernale - primaverile; come in tutto il bacino dell'Arno la stagione più piovosa è comunque l'autunno a tutte le altitudini.

In autunno ed in primavera spirano prevalentemente venti caldo-umidi di provenienza occidentale, dalla direzione Sud-Sud Ovest (libeccio), o di provenienza meridionale da Sud-Sud Est (scirocco), apportatori di abbondanti precipitazioni; è in queste occasioni fra l'altro che si hanno le intense e prolungate precipitazioni che causano le inondazioni da parte di fiumi e torrenti. Anche la stagione estiva è caratterizzata da venti di provenienza occidentale, particolarmente dalla direzione Ovest ed in inverno l'aria fredda di origine artica o continentale riesce frequentemente a scavalcare l'Appennino. Nell'arco dell'intero anno la predominanza spetta comunque alla direzione di Nord-Est; l'intensità media annuale di questi venti si attesta su valori di circa 20 km/h in particolare sui versanti più esposti dei rilievi montuosi.

Nei riguardi delle precipitazioni solide è da rilevare che la isoterma 0°C nel bacini dell'Arno in dicembre interessa, in media, le altitudini superiori ai 1200 m, nel mese di gennaio scende a quota 1060 m per raggiungere la quota minima di 900 m nel mese di febbraio e risalire a quota 1300 m nel mese di marzo. I deflussi dovuti alla fusione delle nevi sono quindi di scarsa entità, ma ciò non toglie che in casi eccezionali l'isoterma 0°C possa interessare un più vasto territorio, che la permanenza delle nevi possa prolungarsi oltre i limiti sopra detti e che la rapida fusione del manto nevoso, per sopraggiunto aumento di temperatura, possa provocare notevoli incrementi ai deflussi dovuti alle precipitazioni liquide.

3.3 I dati a disposizione

Per il presente lavoro sono state utilizzate misure orarie di precipitazione, evapotraspirazione e portata rilevati alla stazione di chiusura di Fornacina (FI) in un periodo di osservazione di 5 anni, dal 1 Gennaio 1992 al 31 Dicembre 1996.

In particolare le portate orarie del deflusso fluviale sono state rilevate alla sezione di chiusura grazie alla misura di un tele-idrometro, mentre le altezze di precipitazione sono state misurate grazie ad una rete composta da 12 tele-pluviometri.

Nel complesso i dati a disposizione sono riportati in figura:

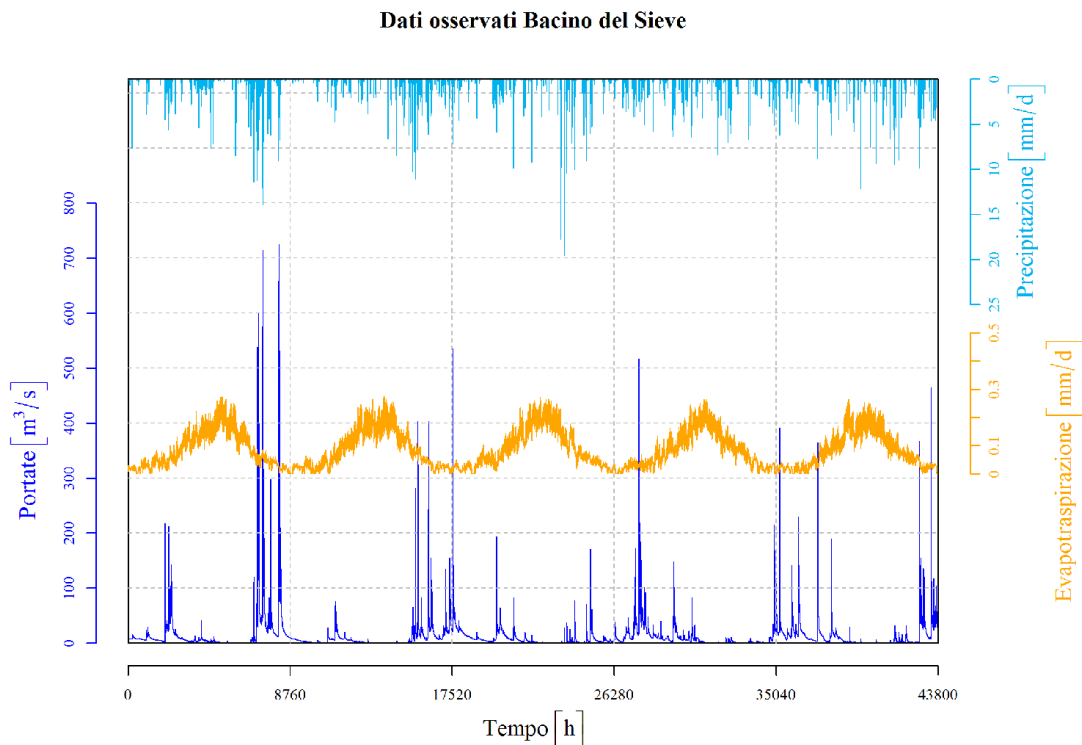


Figura 6: dai osservati bacino del Sieve dal 1 Gennaio 1992 al 31 Dicembre 1996

I dati orari a disposizione per il periodo di 5 anni (43.800 ore) sono stati suddivisi in due serie: la prima, corrispondente ai dati dei primi 3 anni (26.280 ore) è stata impiegata per la *calibrazione* del modello, mentre la seconda, corrispondente ai dati degli ultimi 2 anni (17.520 ore), è stata impiegata per la *validazione* del modello. Al fine di non intaccare la calibrazione con la dipendenza dalle condizioni iniziali dei dati simulati, è stato poi escluso dalla simulazione un periodo di warm-up pari a 2.000 ore.

3.4 Il modello HyMOD

Nel presente lavoro di tesi, le analisi sono state condotte usando il modello HyMOD (Boyle, 2001). Questo è un modello a parametri concentrati, ampiamente utilizzato in letteratura, parsimonioso (dal momento che è caratterizzato da soli 5 parametri), ma che può fornire ottimi risultati.

Il modello HyMOD è stato introdotto da Boyle nel 2001 e sviluppato sulla base dei concetti espressi da Moore (1985) circa i modelli a probabilità distribuita o *Probability Distributed Model* (PDM).

Questi sono modelli afflussi-deflussi che consentono di trasformare i dati di precipitazione ed evapotraspirazione potenziale in dati di portata alla sezione di chiusura del bacino. Il deflusso generato in un certo punto del bacino è considerato essere dipendente dalla capacità di assorbimento che il suolo possiede in quel determinato punto (*Moore, 2007*).

Anche in questo caso, si tratta quindi di concettualizzare i diversi punti del bacino come serbatoi, aventi ognuno una capacità di immagazzinamento differente. Con questa premessa è perciò necessario definire una distribuzione di probabilità della capacità di immagazzinamento del terreno per poter ottenere una previsione del deflusso generato come somma del deflusso di ogni singolo serbatoio.

La schematizzazione su cui si basa questa teoria è evidenziata nella figura che segue:

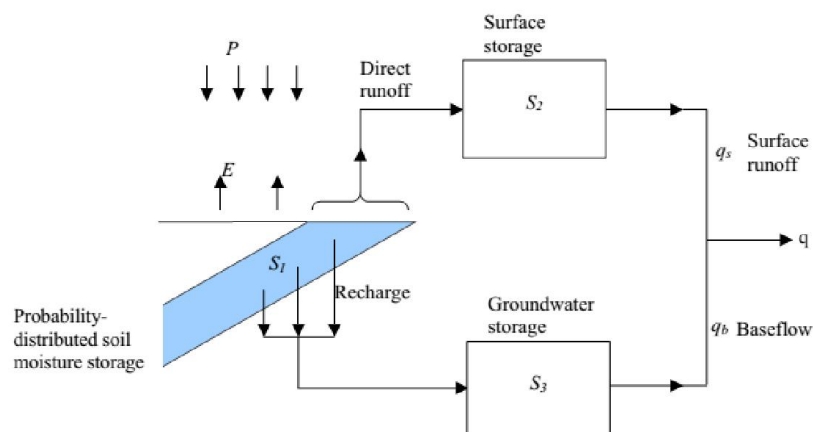


Figura 7: schema di modelli PDM

La schematizzazione prevede che i diversi serbatoi vengano affiancati l'uno all'altro in ordine crescente di capacità (da destra a sinistra), all'interno del cosiddetto "serbatoio principale", ognuno dei quali ha la sommità in corrispondenza della quota del terreno. Quindi, la pioggia, decurtata della quota parte di evapotraspirato, tende a saturare i serbatoi caratterizzati da capacità di immagazzinamento minore rispetto alla quantità di precipitazione caduta, mentre tende a saturare solo in parte quelli con capacità di immagazzinamento maggiore. I primi produrranno da subito deflusso superficiale, che, sempre secondo lo schema, va a riempire un "serbatoio di accumulo superficiale", il quale fornisce il contributo superficiale al deflusso fluviale (*Moore, 2007*).

Per ogni passo di calcolo, si determina il livello idrico che si è immagazzinato nel serbatoio principale e quindi la frazione di area in grado di produrre deflusso superficiale. I singoli invasi costituenti il serbatoio principale, sono dotati di scarichi di fondo, tali per cui si genera anche una portata che va a riempire un “*serbatoio profondo*”, che invece fornisce il contributo profondo al deflusso fluviale.

La funzione di distribuzione è descritta in questo modo:

$$F(c) = 1 - \left(1 - \frac{c}{c_{\max}} \right)^b$$

con $0 \leq c \leq c_{\max}$

- c_{\max} corrisponde alla massima capacità di immagazzinamento del bacino;
- b è un parametro che controlla la variabilità della capacità di immagazzinamento su tutto il bacino. Se $b=1$, il bacino ha capacità di immagazzinamento che varia tra 0 e c_{\max} , mentre se $b=0$ il bacino ha capacità di immagazzinamento costante.

Il modello HyMOD è un modello del tipo PDM, in quanto la capacità di immagazzinamento, considerata variabile all'interno del bacino, deve essere descritta tramite una funzione di distribuzione di probabilità.

La schematizzazione che il modello fa del processo è la seguente:

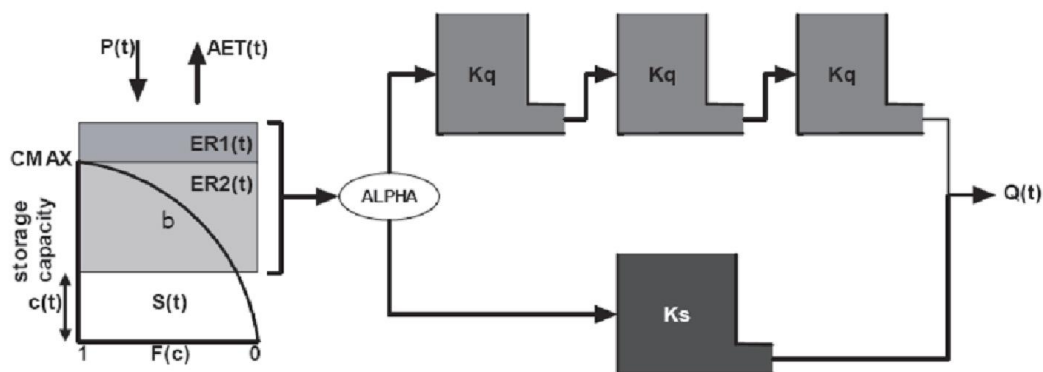


Figura 8: schema del modello HyMOD

L'immagine di sinistra rappresenta la capacità idrica di ritenzione del terreno sottesa alla curva della funzione di distribuzione della capacità di

immagazzinamento del bacino. Per un generico valore di $C(t)$, cioè il volume idrico contenuto nella porzione di bacino con capacità di accumulo massima, la funzione $F(C(t))$ ¹ rappresenta la frazione di area del bacino che ha capacità di invaso minore o uguale a $C(t)$.

In occasione dell'evento di precipitazione, la quantità di pioggia, decurtata della quota di evapotraspirato, si somma alla quantità $C(t)$ presente inizialmente nel terreno, e se il totale supera la capacità di invaso massima (C_{max}), si genera da subito deflusso superficiale ($ER1(t)$), dato che il terreno, essendo saturo, non consente l'invaso di ulteriori quantità d'acqua.

Si deve poi considerare anche una seconda quota parte del deflusso ($ER2(t)$), data dal volume che non può essere trattenuto dal bacino dal momento che una parte di questo si è saturata. La somma delle due, ripartita secondo un fattore α , va a definire la quota parte del deflusso superficiale ($\alpha ER(t)$) e la quota parte di quello profondo ($(1-\alpha)ER(t)$).

Come è evidente in Figura 8, la schematizzazione prevede tre serbatoi posti in serie per simulare la propagazione del deflusso veloce (modello di Nash-Cascade) e di un serbatoio per simulare la propagazione del deflusso profondo (modello del serbatoio lineare).

Al generico istante t , quindi, il volume idrico (per unità di superficie) invasato dal bacino è:

$$W(t) = C(t) - \int_0^{C(t)} F(\chi(t)) d\chi$$

Dal quale:

$$W(t) = C_{max}/(\beta_k + 1) * \{ 1 - [1 - C(t) / C_{max}]^{\beta_k + 1} \}$$

Ponendo

$$C(t) = C_{max}$$

si ha

$$W_{max} = C_{max}/(\beta_k + 1)$$

L'espressione di $W(t)$ risulta essere invertibile, quindi noto il volume si può esplicitare:

$$C(t) = C_{max} * [1 - (1 - W(t) * (\beta_k + 1) / C_{max})^{1/(\beta_k + 1)}]$$

¹ La forma analitica della funzione è identica alla formula già riportata in precedenza

Per ogni passo di calcolo il modello HyMOD procede secondo le seguenti fasi:

- all'istante t , noto $W(t)$, si calcola $C(t)$;
- si calcola $C(t+\Delta t)$, definito come

$$\min \{ C(t) + P(t) , C_{\max} \}$$

ovvero

$$C(t+\Delta t) = C(t) + P(t) \quad \text{se } C(t) + P(t) \leq C_{\max} ,$$

$$C(t+\Delta t) = C_{\max} \quad \text{in caso contrario;}$$

- noto $C(t+\Delta t)$ si calcola il corrispondente $W(t+\Delta t)$;
- si calcola un primo contributo $ER1(t)$ al deflusso totale, dovuto all'eventuale eccedenza rispetto a C_{\max} :

$$ER1(t) = \max \{ C(t) + P(t) - C_{\max} , 0 \};$$

- si procede al calcolo del secondo contributo $ER2(t)$, dato dal volume idrico che non può essere invasato poiché una frazione della superficie contribuente si è saturata: $ER2(t) = [C(t+\Delta t) - C(t)] - [W(t+\Delta t) - W(t)]$;
- si ricava l'evapotraspirazione effettiva, proporzionale a quella potenziale ed al volume di pioggia:

$$AET(t) = (W(t+\Delta t) / W_{\max}) * PET(t);$$

- si aggiorna il volume invasato in funzione dell'evapotraspirazione calcolata: $W(t+\Delta t) = W(t) - AET(t)$;

si può quindi procedere con il passo di calcolo successivo.

I parametri del modello sono pertanto 5:

- C_{\max} : capacità di ritenzione massima (espressa come altezza d'acqua);
- β_k : parametro di forma della distribuzione;
- α : coefficiente di suddivisione tra deflusso superficiale e deflusso profondo;

- Kq : costante di proporzionalità, (dimensionalmente un tempo) dei serbatoi in cascata di Nash che gestiscono il deflusso superficiale (quick);
- Ks : costante di proporzionalità (dimensionalmente un tempo) del serbatoio lineare che gestisce il deflusso profondo (slow).

4 CALIBRAZIONE TRAMITE FUNZIONI DI UTILITÀ

La calibrazione mono-obiettivo di un modello idrologico eseguita in maniera “classica” prevede la minimizzazione della discrepanza tra idrogramma osservato e simulato, attraverso la minimizzazione o massimizzazione di una funzione obiettivo. Questo modus operandi presenta però lo svantaggio di non consentire all'utilizzatore di concentrarsi su determinati intervalli dell'idrogramma che potrebbero essere di maggiore interesse, dipendentemente dallo scopo dell'indagine.

Nel presente lavoro di tesi si indaga la possibilità di calibrare il modello tramite l'utilizzo di determinate *funzioni di utilità* quali funzioni obiettivo, al fine di aumentare le performances del modello proprio in quegli intervalli di portata, definiti dalle funzioni di utilità, più utili nella gestione della risorsa idrica in tutte le sue diverse sfaccettature.

Ad esempio, nel caso in cui si volesse determinare la disponibilità di risorsa allo scopo di assicurare il deflusso minimo vitale di un corso d'acqua, si avrà maggior interesse che il modello riproduca in maniera più fedele i valori bassi di portata, ai quali sarà attribuita un'utilità maggiore rispetto ai valori alti. Al contrario, al fine della previsione e allerta di eventi di piena, ai colmi di piena sarà associata un'utilità maggiore rispetto ai deflussi medio/bassi. Invece, nel caso in cui si volesse prevedere la produzione da un impianto idroelettrico, si sarà maggiormente interessati ad una migliore riproduzione delle portate uguali o superiori a quelle ritenute caratteristiche per il dimensionamento dell'opera, alle quali si assocerà quindi un'utilità maggiore.

Questi sono solo alcuni esempi di come poter applicare questa metodologia, ma è evidente come il fine operativo del modello determini la scelta della funzione di utilità più adatta al caso pratico in esame.

L'obiettivo del lavoro è stato quello di verificare se:

- 1) la calibrazione operata usando tali funzioni fosse confrontabile o meno con la calibrazione classica;
- 2) l'utilizzo di tali funzioni fornisse un miglioramento dei risultati, negli intervalli scelti dall'utilizzatore, rispetto a quelli ottenibili con la calibrazione classica.

Il lavoro è stato svolto sia basandosi sia su *funzioni di utilità bidimensionali* che su *funzioni di utilità tridimensionali*.

4.1 Calibrazione classica mono-obiettivo

In primo luogo è stata eseguita la calibrazione del modello HyMOD minimizzando una funzione obiettivo “classica”, cioè l'*errore assoluto* tra dati osservati e dati simulati. Dopodiché si sono confrontati i risultati ottenuti con quelli derivanti dalla calibrazione con diverse funzioni di utilità e questi ultimi tra di loro.

La scelta della funzione obiettivo classica è ricaduta sull'*errore assoluto* dal momento che, essendo le funzioni di utilità costruite sulla base dell'errore assoluto tra dati osservati e simulati, ciò consente di avere una maggiore possibilità di raffronto delle performances tra i due metodi.

Per ogni simulazione effettuata, come già menzionato, i dati orari a disposizione nel periodo di 5 anni (43.800 ore) sono stati suddivisi in due serie: la prima, corrispondente ai dati dei primi 3 anni (26.280 ore) è stata impiegata per la calibrazione del modello, mentre la seconda, corrispondente ai dati degli ultimi 2 anni (17.520 ore), è stata impiegata per la validazione del modello. Al fine di non intaccare la calibrazione con la dipendenza dalle condizioni iniziali dei dati simulati, è stato poi escluso dalla simulazione un periodo di warm-up pari a 2.000 ore.

La procedura di calibrazione, eseguita utilizzando l'algoritmo di ottimizzazione DEoptim, ha fornito il seguente set di parametri ottimali:

Parametri ottimali calibrazione classica				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
439,950	0,094	0,488	0,002	0,179

Tabella 1: parametri ottimali calibrazione classica

La bontà dei risultati ottenuti, sia in fase di calibrazione che in fase di validazione, è stata valutata attraverso l'analisi di una serie di grafici.

Il primo (Fig.9) è l'*idrogramma* delle portate simulate messo a confronto con l'idrogramma delle portate osservate, il quale fornisce una prima impressione di quanto le due serie siano o meno corrispondenti. In legenda in alto a destra appaiono i valori dei parametri ottenuti dalla calibrazione.

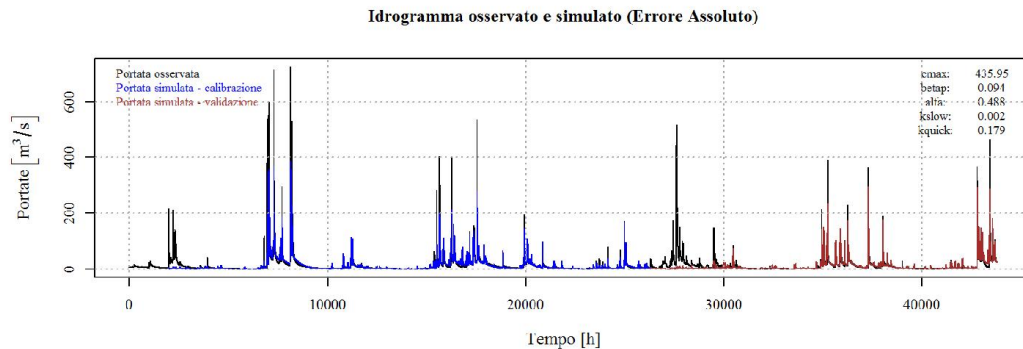


Figura 9: idrogramma osservato e simulato calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione)

Per entrare maggiormente in dettaglio si usano altri due grafici: il *trend dell'errore assoluto* e lo *scatterplot*.

Il *trend dell'errore assoluto*, o media mobile, riporta il valore dell'errore medio assoluto calcolato in un determinato intervallo di portate (o finestra mobile). In particolare, ogni punto presente nel grafico è stato ottenuto nel seguente modo: è stato definito progressivamente un range di portate di ampiezza pari a $5 \text{ m}^3/\text{s}$ ed è stata calcolata la media delle differenze tra portate osservate e simulate ricadenti all'interno di questo range. I primi estremi del range, pari a 0 e $5 \text{ m}^3/\text{s}$, sono stati incrementati di una quantità unitaria fino al raggiungimento del valore massimo di portata osservata. Questo ha dato luogo ad una serie di "finestre" di eguale grandezza, o appunto una finestra mobile di portate, all'interno delle quali valutare l'errore medio assoluto. Il grafico, quindi, ci fornisce l'andamento delle performances del modello in una determinata fascia di portate (Fig.10, a sinistra, in blu, il periodo di calibrazione e a destra, in rosso, quello di validazione).

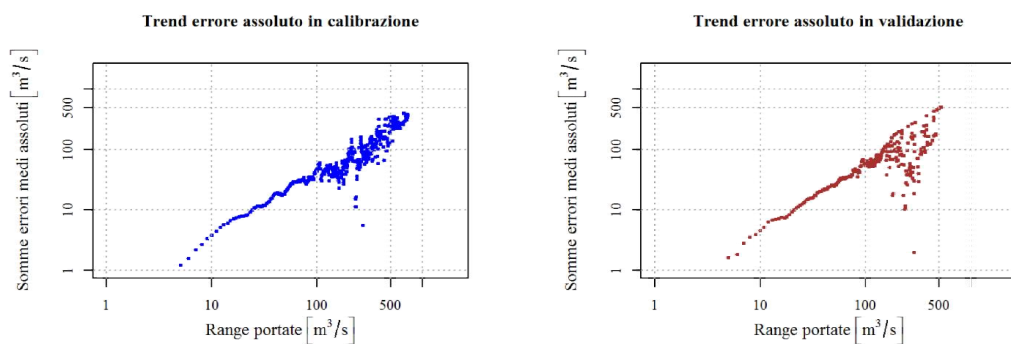


Figura 10: trend dell'errore assoluto calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione)

Lo *scatterplot* (Fig.11, a sinistra, in blu, il periodo di calibrazione e a destra, in rosso, quello di validazione) rappresenta una misura di sensitività utile a confrontare quanto le portate simulate siano simili a quelle osservate. Nel caso le portate simulate (in ordinata) fossero identiche a quelle osservate (in ascissa) tutti i valori si andrebbero a disporre lungo la linea di identità (la bisettrice del quadrante).

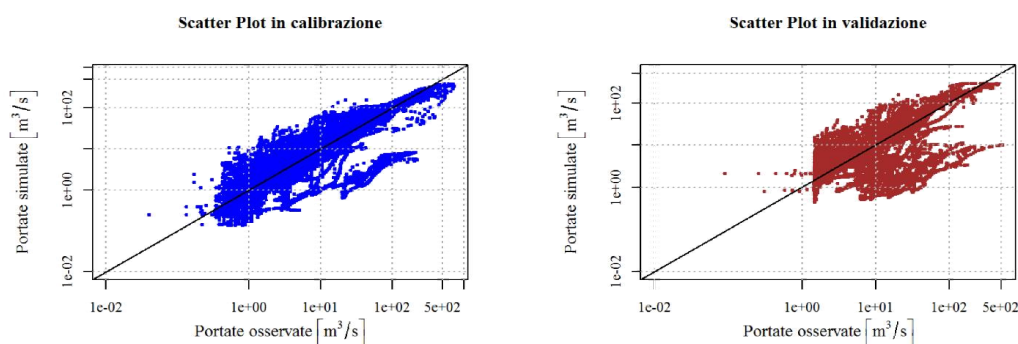


Figura 11: scatterplot calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione)

Entrambe le tipologie di grafici sono espressi in doppia scala logaritmica, così da apprezzare meglio i risultati ivi riportati.

Dalla tabella seguente si può infine notare come le performances del modello risulteranno essere migliori nel periodo di calibrazione piuttosto che in quello di validazione, dal momento che il set di parametri determinati dall'algorithm è stato valutato proprio con i dati del primo periodo:

Valori funzione obiettivo calibrazione classica		
Funzione obiettivo	Calibrazione	Validazione
Errore medio assoluto	6,94	7,79

Tabella 2: valori funzione obiettivo calibrazione classica

4.2 Calibrazione con funzioni di utilità bidimensionali

Le funzioni di utilità bidimensionali utilizzate sono di due tipologie:

- funzioni di utilità “non continue”
- funzioni di utilità “continue”

Queste riportano sulle ascisse l'errore assoluto commesso nella rappresentazione delle portate osservate da parte del modello, e sulle ordinate un valore di *utilità*, associata a questo errore, compreso tra zero ed uno.

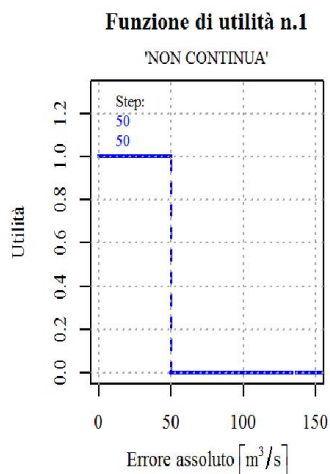


Figura 12: esempio di funzione di utilità non continua

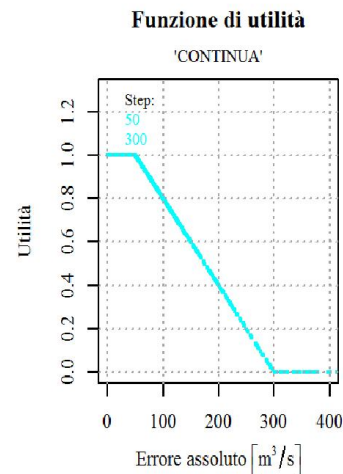


Figura 13: esempio di funzione di utilità continua

Nel primo caso (Figura 12), il valore massimo di utilità è associato al beneficio massimo e quindi ad un intervallo di valori dell'errore assoluto compreso tra zero ed il massimo errore assoluto che il decisore è disposto ad accettare. Agli errori assoluti oltre questo valore è associato il beneficio minimo e quindi un'utilità pari a zero.

Nel secondo caso (Figura 13), il valore massimo di utilità è associato al beneficio massimo e quindi, o ad un errore assoluto pari a zero, oppure

ad un intervallo dell'errore assoluto ritenuto tollerabile dal decisore. L'utilità cala poi linearmente fino al suo valore minimo, pari a zero, il quale è associato al beneficio minimo e quindi all'errore assoluto che il decisore non è disposto ad accettare. Anche agli errori assoluti oltre tale valore è associato il beneficio minimo e quindi utilità nulla.

L'obiettivo è pertanto quello di massimizzare l'utilità calcolata attraverso la funzione di utilità prescelta. In particolare, la calibrazione è avvenuta calcolando ad ogni passo temporale l'utilità associata all'errore assoluto; l'utilità finale è quindi la somma delle utilità calcolate ad ogni passo temporale.

4.2.1 Funzioni di utilità “non continue”

Come primo passo sono state definite delle soglie di errore assoluto, a cui associare un'utilità massima, in modo da costruire le funzioni di utilità. In particolare sono state utilizzate 18 soglie, corrispondenti ad altrettante funzioni di utilità, e coincidenti con valori di errore assoluto pari a 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200, 250, 300, 1000 m³/s.

In risposta al primo punto da verificare, introdotto all'inizio del capitolo, dai risultati ottenuti si nota che utilizzando questo genere di funzioni di utilità “non continue” non è possibile ricondursi ai risultati ottenibili attraverso un approccio di tipo classico. Si sono infatti confrontati i risultati, in termini di portate simulate, ottenuti dalla calibrazione classica con quelli ottenuti grazie all'utilizzo di una funzione di utilità in cui, ad un errore assoluto arbitrariamente alto, pari a 1000 m³/s, è associata l'utilità massima. Nella figura qui sotto sono riportati i risultati grafici:

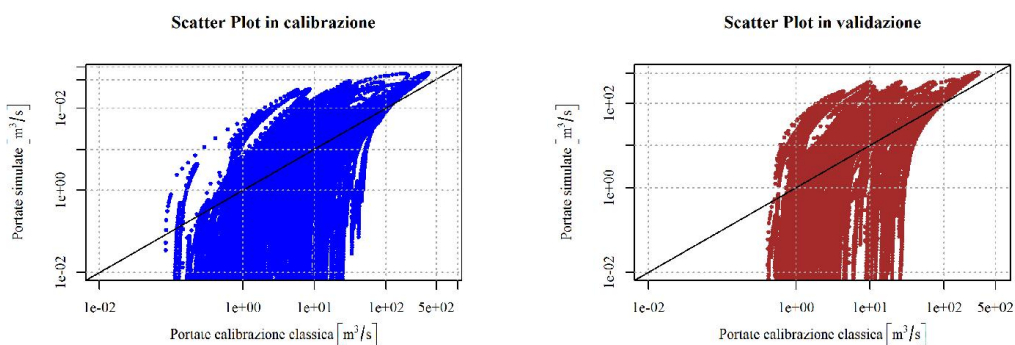


Figura 14: scatterplot di confronto tra funzione di utilità non continua e calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione)

La comparazione è fatta, sia in fase di calibrazione che di validazione, sulla base di uno *scatterplot* che come detto rappresenta una misura di sensitività utile, in questo caso, a confrontare quanto le portate simulate ottenute dalla calibrazione con funzione di utilità siano simili a quelle simulate attraverso una procedura di calibrazione classica. Nel caso in cui le portate simulate ottenute calibrando il modello con funzione di utilità (in ordinata) fossero identiche a quelle simulate con calibrazione classica (in ascissa) tutti i valori si andrebbero a disporre lungo la linea di identità (la bisettrice del quadrante). È stato osservato che utilizzando una funzione di utilità non continua si ottengono risultati diversi da quelli ottenibili tramite una calibrazione classica.

Ciò dal momento che, con questa particolare funzione obiettivo, ad ogni valore di errore assoluto viene attribuita la stessa utilità, così da non riuscire a definire una relazione biunivoca tra utilità e portata simulata.

Tuttavia, interessanti considerazioni possono essere fatte confrontando i risultati ottenuti adottando una funzione di utilità “non continua”, facendo progressivamente avanzare la soglia dell’errore.

Si può innanzitutto notare che, con soglie di errore crescenti, le portate simulate aumentano, andando via via ad “approssimare” sempre meglio i picchi dell'idrogramma osservato, ma commettendo errori via via crescenti nella riproduzione delle portate minori (di magra e/o medie).

Allo stesso tempo i risultati che otteniamo con questo genere di funzioni di utilità ci consentono di rispondere al secondo punto introdotto, ovvero alla verifica del miglioramento delle performances negli punti definiti dalla funzione stessa, rispetto a quanto ottenuto con la calibrazione classica.

La verifica viene eseguita per mezzo dei due grafici già introdotti in precedenza, sia nelle fasi di calibrazione che di validazione: il primo consente di valutare il *trend dell'errore assoluto* grazie a una finestra mobile di valori di portata. Il secondo è nuovamente lo *scatterplot*.

Attraverso il *trend dell'errore assoluto* è possibile dunque confrontare il progressivo andamento dell'errore assoluto commesso calibrando il modello con l'utilizzo della funzione di utilità rispetto a quello commesso con la calibrazione classica. Lo *scatterplot*, invece come detto, consente di verificare quanto le portate simulate assomiglino a quelle osservate.

Si riportano di seguito alcuni tra i risultati grafici ottenuti, oltre alle tabelle contenenti i parametri ottimali ottenuti dalla calibrazione ed i valori dell'errore medio assoluto in determinati range di portate a valle, in corrispondenza e a monte della soglia.

Ogni figura, riporta il trend dell'andamento dell'errore medio assoluto che si ottiene utilizzando la calibrazione classica (in grigio sia per il periodo di calibrazione che di validazione) e la calibrazione con funzione di utilità (in blu nel periodo di calibrazione e in rosso in quello di validazione). Nelle figure sono riportati anche gli scatterplot con le medesime distinzioni di colore.

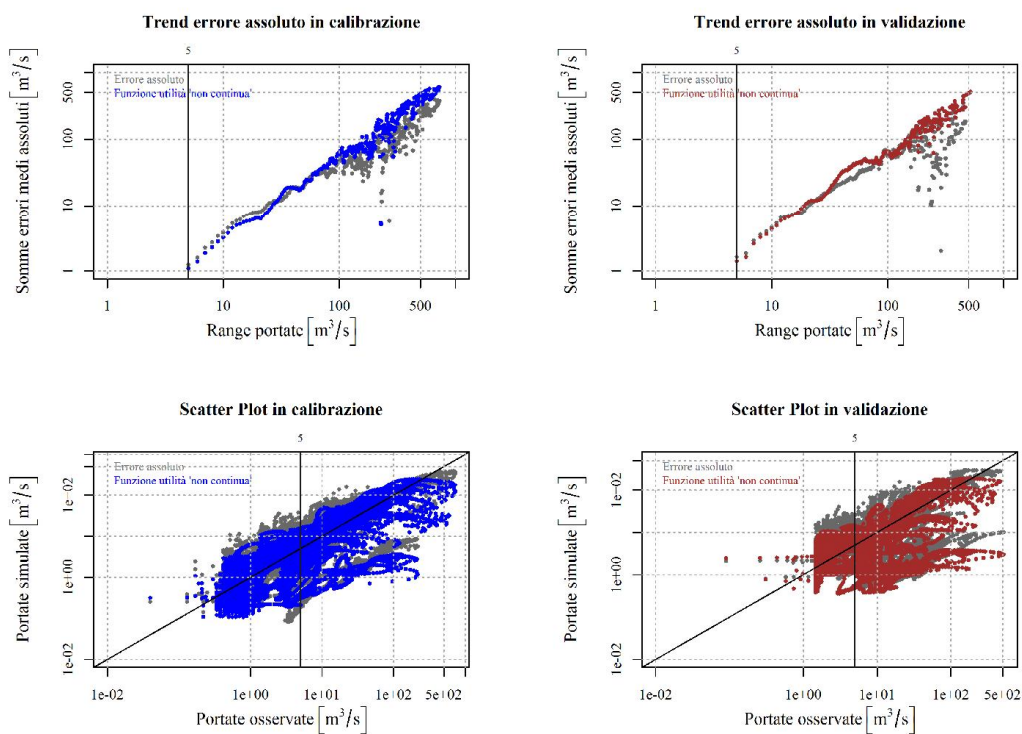


Figura 15: trend errore assoluto e scatterplot con soglia $5 \text{ m}^3/\text{s}$

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia $5 \text{ m}^3/\text{s}$				
C_{\max}	β_k	α	K_s	K_q
627,780	0,077	0,577	0,002	0,076

Tabella 3: parametri ottimali funzione di utilità soglia $5 \text{ m}^3/\text{s}$

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	$5 \text{ m}^3/\text{s}$	$10 \text{ m}^3/\text{s}$	$15 \text{ m}^3/\text{s}$	$20 \text{ m}^3/\text{s}$	$30 \text{ m}^3/\text{s}$
Calibrazione classica	1,24	3,81	6,71	8,03	11,66
Funzione di utilità	1,09	3,2	5,46	6,29	12,54

Tabella 4: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia $5 \text{ m}^3/\text{s}$)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	$5 \text{ m}^3/\text{s}$	$10 \text{ m}^3/\text{s}$	$15 \text{ m}^3/\text{s}$	$20 \text{ m}^3/\text{s}$	$30 \text{ m}^3/\text{s}$
Calibrazione classica	1,62	4,53	7,3	9,37	15,64
Funzione di utilità	1,39	4,25	6,94	10,86	15,47

Tabella 5: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia $5 \text{ m}^3/\text{s}$)

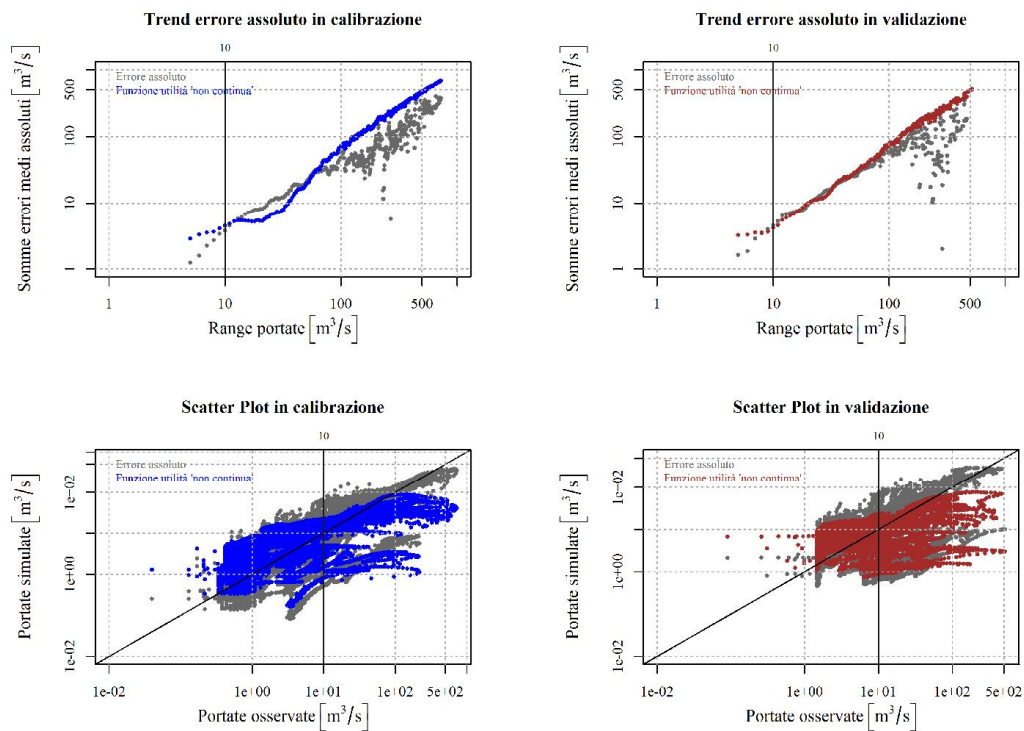


Figura 16: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 10 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 10 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
1035,200	0,235	0,153	0,002	0,086

Tabella 6: parametri ottimali funzione di utilità soglia 10 m³/s

Valore medio della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	10 m ³ /s	15 m ³ /s	20 m ³ /s	30 m ³ /s	60 m ³ /s
Calibrazione classica	3,81	6,71	8,03	11,66	29,50
Funzione di utilità	4,47	5,34	5,33	7,31	29,38

Tabella 7: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 10 m³/s)

Valore medio della finestra mobile - Validazione					
Range portate	10 m ³ /s	15 m ³ /s	20 m ³ /s	30 m ³ /s	60 m ³ /s
Calibrazione classica	4,52	7,3	9,37	15,64	32,98
Funzione di utilità	4,13	6,77	9,91	13,7	34,82

Tabella 8: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 10 m³/s)

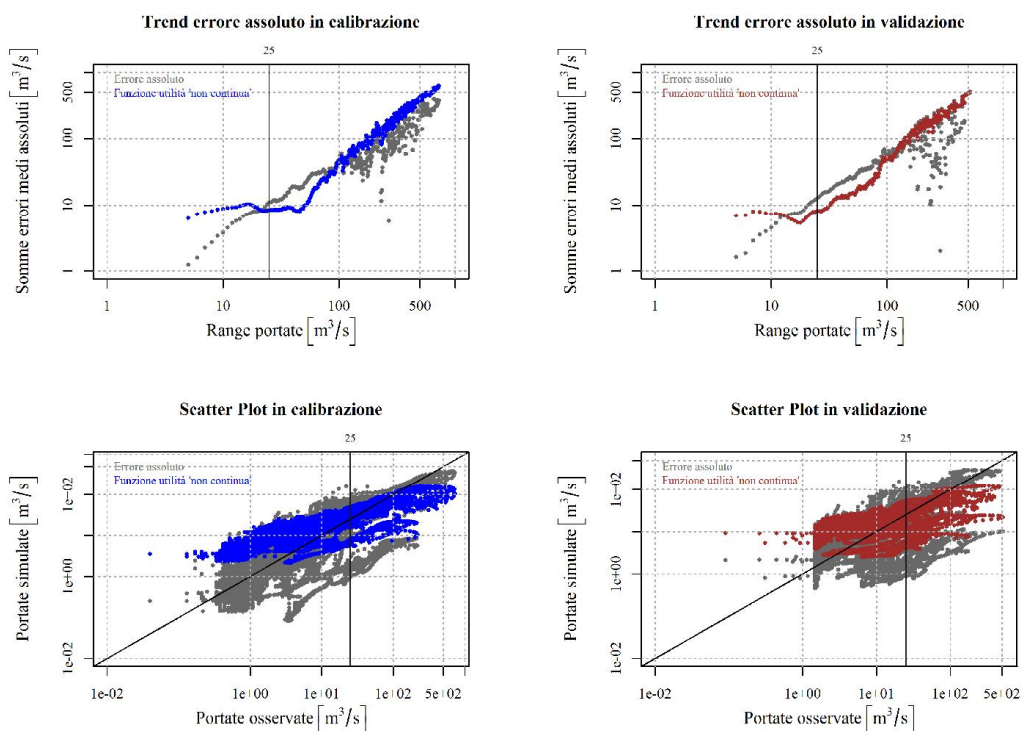


Figura 17: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 25 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 25 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
361,480	0,499	0,270	0,001	0,102

Tabella 9: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 25 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	25 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	80 m ³ /s	110 m ³ /s
Calibrazione classica	10,9	19,14	20,51	29,01	30,44
Funzione di utilità	8,41	8,9	9,74	26,24	41,82

Tabella 10: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 25 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	25 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	80 m ³ /s	110 m ³ /s
Calibrazione classica	12,77	21,6	25,34	47,7	53,06
Funzione di utilità	8,18	13,23	15,13	29,73	47,28

Tabella 11: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 25 m³/s)

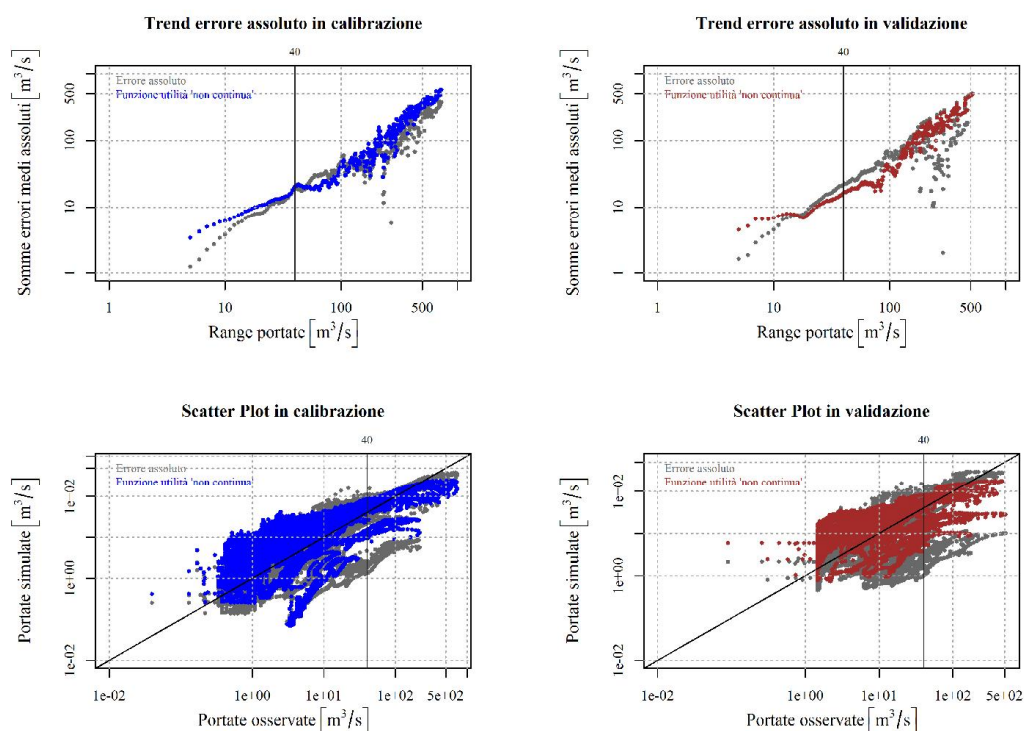


Figura 18: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 40 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 40 m ³ /s				
C _{max}	β _k	α	K _s	K _q
494,730	0,561	0,339	0,004	0,117

Tabella 12: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 40 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	25 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	80 m ³ /s	110 m ³ /s
Calibrazione classica	10,9	19,15	20,51	29,01	30,44
Funzione di utilità	12,3	20,16	20,34	22,58	30,43

Tabella 13: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 40 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	25 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	80 m ³ /s	110 m ³ /s
Calibrazione classica	12,77	21,6	25,34	47,7	53,06
Funzione di utilità	10,87	16,19	18,96	24,97	31,06

Tabella 14: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 40 m³/s)

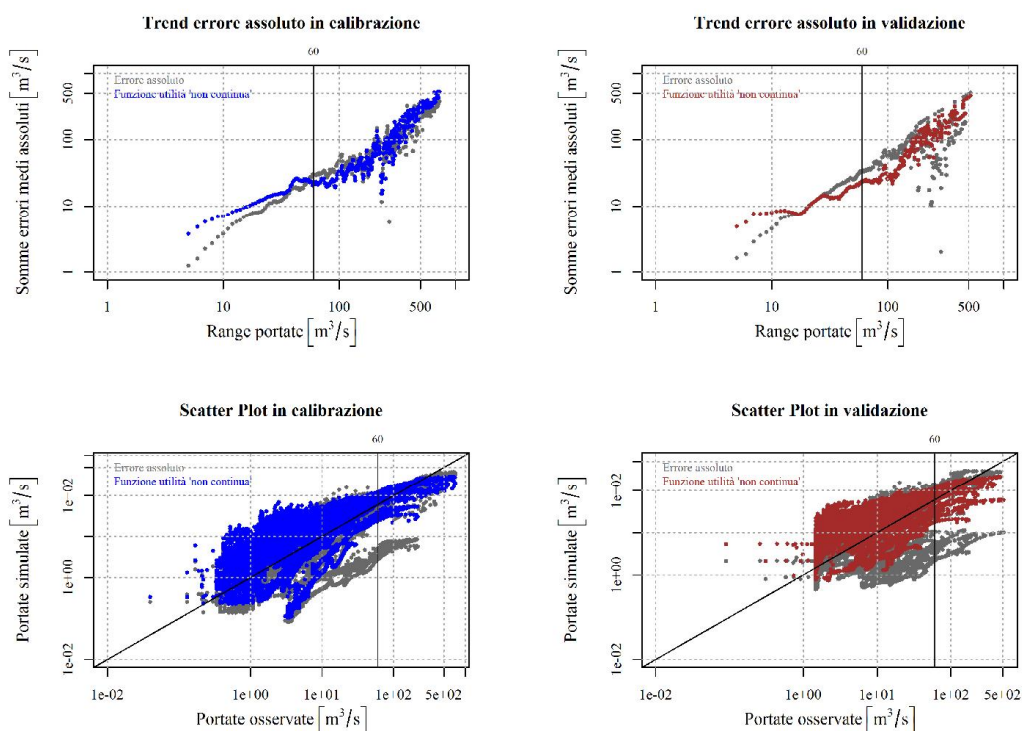


Figura 19: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 60 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 60 m ³ /s				
C _{max}	βk	α	Ks	Kq
369,220	0,760	0,382	0,004	0,142

Tabella 15: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 60 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	50 m ³ /s	60 m ³ /s	70 m ³ /s	90 m ³ /s	130 m ³ /s
Calibrazione classica	20,51	29,51	31,05	35,17	38,02
Funzione di utilità	25,44	21,92	25,71	23,38	42,13

Tabella 16: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 60 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	50 m ³ /s	60 m ³ /s	70 m ³ /s	90 m ³ /s	130 m ³ /s
Calibrazione classica	25,34	32,98	36,68	54,74	77,25
Funzione di utilità	19,29	22,8	23,48	29,47	50,41

Tabella 17: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 60 m³/s)

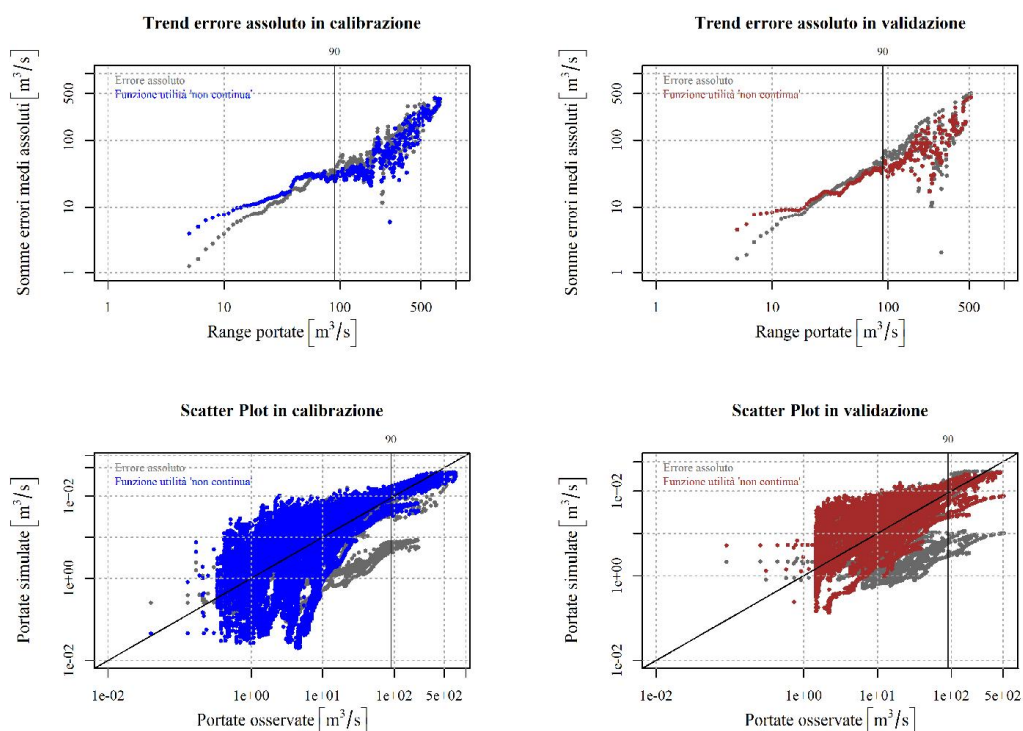


Figura 20: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 90 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 90 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
359,060	0,682	0,434	0,008	0,176

Tabella 18: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 90 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	50 m ³ /s	70 m ³ /s	90 m ³ /s	110 m ³ /s	150 m ³ /s
Calibrazione classica	20,51	31,05	35,17	30,44	45,2
Funzione di utilità	30,21	29,58	27,22	25,35	35,29

Tabella 19: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 90 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	50 m ³ /s	70 m ³ /s	90 m ³ /s	110 m ³ /s	150 m ³ /s
Calibrazione classica	25,34	36,68	54,74	53,06	95,86
Funzione di utilità	22,67	30,64	38,87	30,93	54,52

Tabella 20: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 90 m³/s)

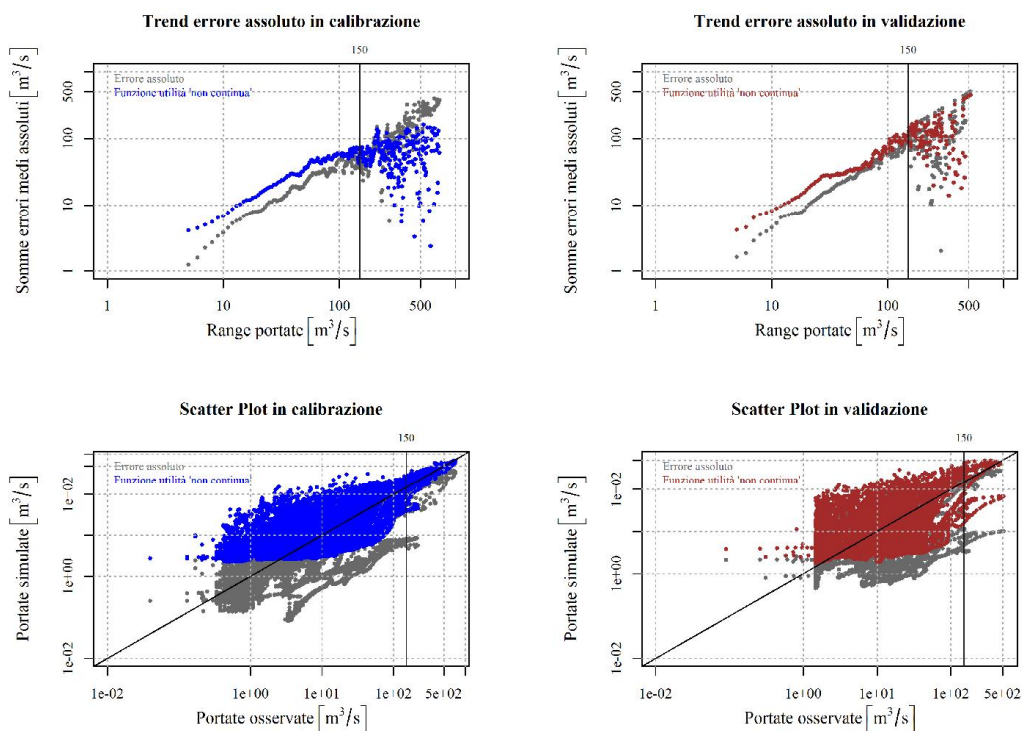


Figura 21: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 150 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 150 m ³ /s				
C _{max}	β _k	α	K _s	K _q
338,990	0,291	0,798	0,000	0,225

Tabella 21: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 150 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	90 m ³ /s	100 m ³ /s	150 m ³ /s	200 m ³ /s	300 m ³ /s
Calibrazione classica	35,17	48,03	45,19	88,55	120,12
Funzione di utilità	54,01	57,3	57,7	65,24	9,94

Tabella 22: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 150 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	90 m ³ /s	100 m ³ /s	150 m ³ /s	200 m ³ /s	300 m ³ /s
Calibrazione classica	54,74	54,9	95,86	69,12	-
Funzione di utilità	65,48	64,32	86,51	106	-

Tabella 23: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 150 m³/s)

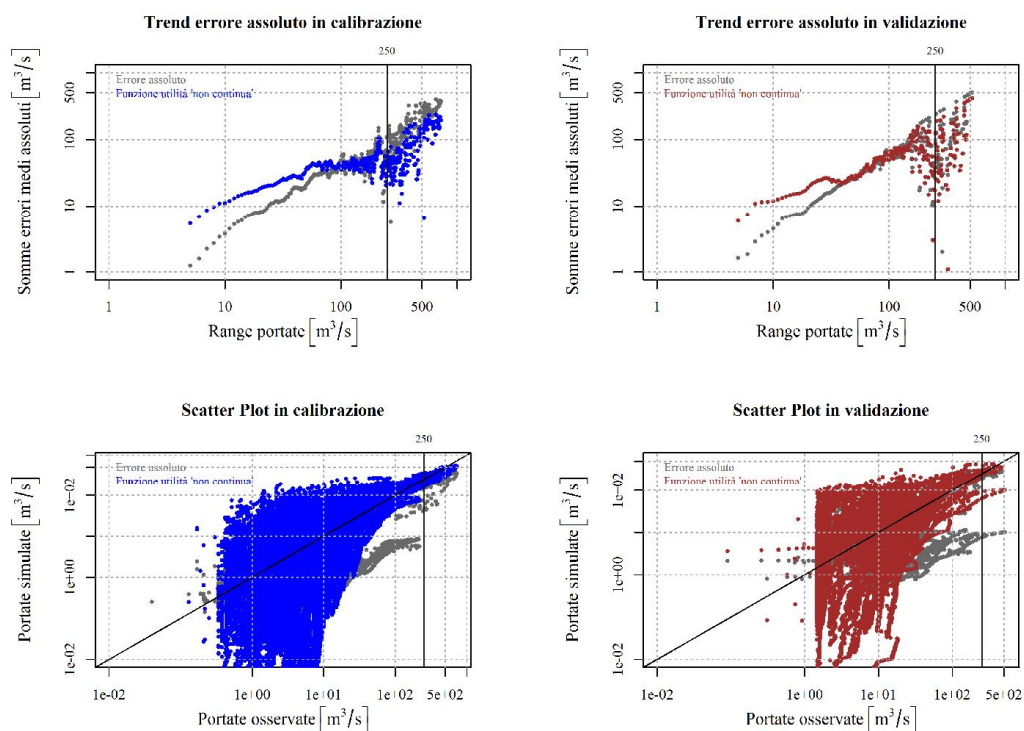


Figura 22: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 250 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 250 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
698,280	1,307	0,633	0,026	0,210

Tabella 24: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 250 m³/s

Valore medio della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	90 m ³ /s	100 m ³ /s	251 m ³ /s	300 m ³ /s	400 m ³ /s
Calibrazione classica	35,17	48,02	46,94	120,12	187,5
Funzione di utilità	36,46	37,33	39,43	51,14	86,94

Tabella 25: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 250 m³/s)

Valore medio della finestra mobile - Validazione					
Range portate	90 m ³ /s	100 m ³ /s	251 m ³ /s	300 m ³ /s	400 m ³ /s
Calibrazione classica	35,17	48,03	98,28	71,77	-
Funzione di utilità	50,15	49,01	87,46	20,84	-

Tabella 26: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 250 m³/s)

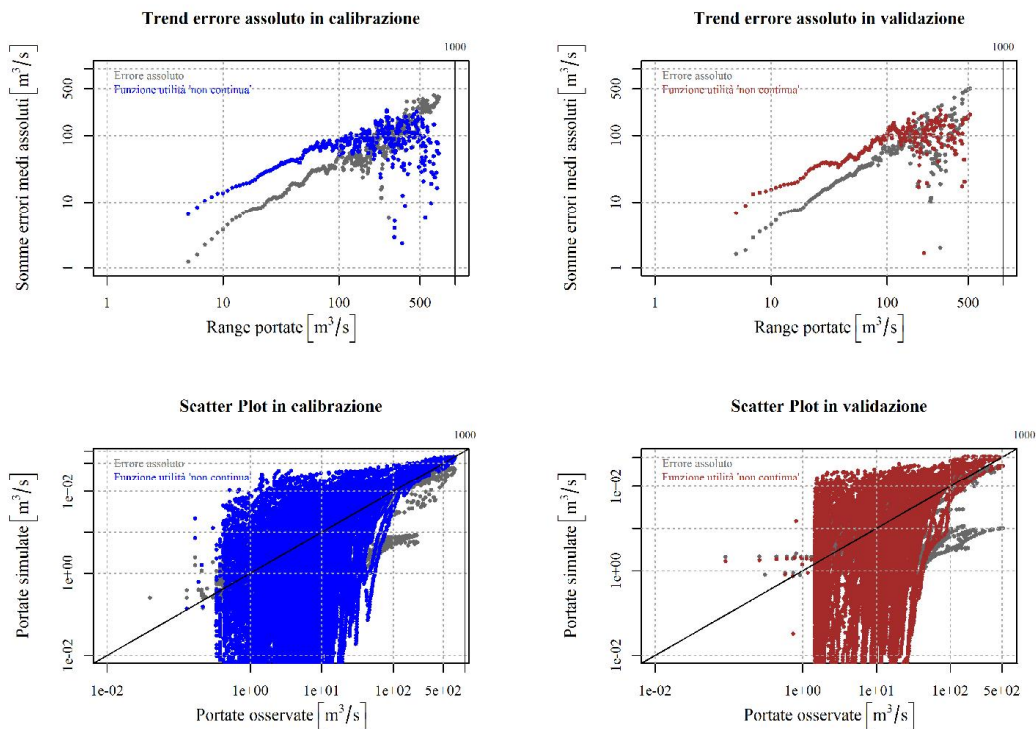


Figura 23: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 1000 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglia 1000 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
143,100	1,576	0,902	0,094	0,198

Tabella 27: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 1000 m³/s

Per ogni figura, riferita ad una certa funzione di utilità, si riporta sulle ascisse dei diversi grafici il valore massimo di errore assoluto a cui è associato il massimo beneficio (nel seguito definito valore di soglia). Prendendo il grafico del trend dell'errore assoluto, si studia come varia, in corrispondenza o nell'immediato intorno di questa soglia, l'errore commesso calibrando il modello usando la funzione di utilità rispetto a quello commesso affidandosi alla calibrazione classica. Ebbene, il trend dell'errore medio assoluto ottenuto utilizzando le funzioni di utilità tende ad assumere un andamento ondulatorio, presentando mano a mano valori di errore minori rispetto alla calibrazione classica in corrispondenza della soglia (o comunque nel suo intorno), e a valle della soglia fino ad una certa distanza da questa (come visibile grazie ai valori tabellati dell'errore medio assoluto). Mano a mano che il valore della soglia aumenta, aumenta anche tale distanza fino al punto in cui, anche per i range di portata molto lontani dal valore di soglia, si leggono valori di errore minori rispetto a quelli della calibrazione classica. Per contro, a

monte della soglia i valori di errore tendono ad essere notevolmente più alti di quelli da calibrazione classica. In questo modo le performances del modello (cioè la rappresentazione delle portate osservate) aumentano proprio nell'intorno delle portate definite dal valore di soglia. Il comportamento generale che si nota è che via via che la soglia cresce, l'errore a monte di questa aumenta mentre quello a valle diminuisce. Difatti, diversamente da quanto succede nel caso di calibrazione classica, nella quale la funzione obiettivo, coinvolgendo tutto l'idrogramma, fa sì che l'errore si distribuisca globalmente, in questo caso l'algoritmo di ottimizzazione tende a concentrarsi sulla corretta rappresentazione delle portate “definite” dalla funzione di utilità (cioè quelle di maggiore interesse). L'errore pertanto aumenta per le portate ritenute di volta in volta “meno utili”.

Ciò si riscontra anche analizzando i diversi scatterplot: mano a mano che la soglia aumenta, le portate coincidenti e a valle di questa tendono ad avvicinarsi alla linea di identità, mentre quelle a monte, più basse, ad allontanarsene. Questo a conferma del fatto che associare utilità massima ad intervalli di errore sempre crescenti, porta ad una rappresentazione più accurata delle portate caratterizzate da errore assoluto “elevato” rispetto alle portate osservate (generalmente i picchi di portata), e meno accurata delle portate caratterizzate da errore assoluto “minore” (generalmente le portate medio/basse).

Funzioni di utilità che in maniera progressiva associno il beneficio massimo ad intervalli di errore via via crescenti, consentono di ottenere un effettivo aumento delle performances del modello nell'intorno dell'intervallo di portate corrispondente al massimo valore di errore assoluto al quale è associata utilità massima. Come risultato finale otteniamo che, usando soglie di errore successive, i valori delle portate simulate aumentano, andando ad approssimare i picchi dell'idrogramma osservato a discapito dei valori medio/bassi.

Visto l'esito determinato dalle funzioni “non continue” si è tentato di indurre un miglioramento andando a costruire funzioni di utilità che non associassero la medesima utilità a tutto l'intervallo di errore assoluto considerato, bensì un'utilità decrescente in maniera lineare con l'aumentare dell'errore: le funzioni di utilità “continue”.

4.2.2 Funzioni di utilità “continue”

Già presentate graficamente in Fig. 13, questo genere di funzioni vengono introdotte allo scopo di verificare cosa succede se non si fornisce un'utilità costante, ma linearmente decrescente, tra due soglie di errore successive. Pertanto, sono state costruite delle funzioni “continue” che collegassero in maniera lineare decrescente ogni valore di soglia, precedentemente definito con le funzioni “non continue”, con tutti i successivi. Mentre le funzioni di utilità non continue erano caratterizzate dalla presenza di un'unica soglia, queste sono quindi caratterizzate da due soglie: una *inferiore* alla quale si associa il beneficio massimo, ed una *superiore* alla quale si associa il beneficio minimo. In totale sono state create pertanto 137 differenti funzioni con le quali calibrare, validare il modello idrologico e verificarne la risposta in termini di errore assoluto commesso rispetto allo stesso modello, calibrato e validato sia con approccio classico che con le due funzioni non continue corrispondenti alle due soglie della funzione.

Contrariamente al caso precedente, in risposta al primo punto da verificare, introdotto all'inizio del capitolo, dai risultati ottenuti si nota che utilizzando le funzioni di utilità continue è possibile ricondursi ai risultati ottenibili attraverso un approccio di tipo classico. Per verificare quanto detto si sono confrontati i risultati, in termini di portate simulate, con quelli ottenuti dalla calibrazione classica. Ad un errore assoluto nella rappresentazione delle portate osservate pari a zero è associata utilità massima, mentre ad un errore assoluto, arbitrariamente alto, pari a 1000 m^3/s è associata utilità nulla. Nella figura seguente sono riportati i risultati grafici:

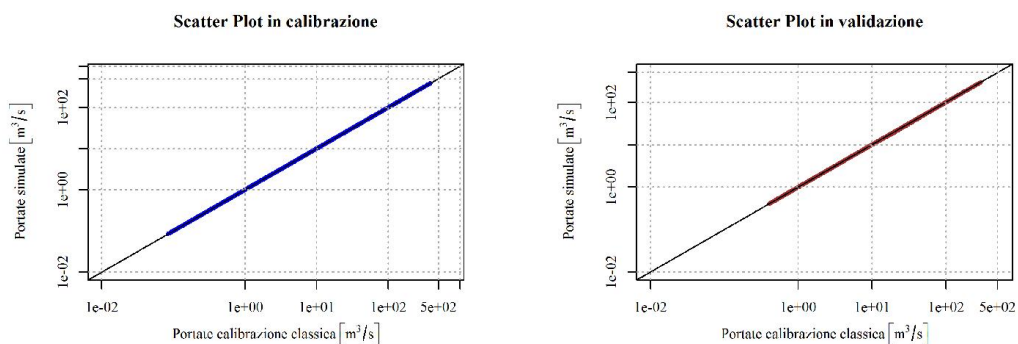


Figura 24: scatterplot di confronto tra funzione di utilità continua e calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione)

La comparazione è fatta anche ora, sia in fase di calibrazione che di validazione, sulla base di uno *scatterplot* il quale rende agevole la verifica di come la calibrazione effettuata con questo tipo di funzione di utilità riproduca fedelmente le portate simulate con calibrazione classica, portate che si attestano tutte sulla linea di identità (la bisettrice del quadrante).

Il fatto di associare un'utilità via via decrescente agli errori assoluti più alti fa sì che massimizzare una funzione così costruita, abbia lo stesso significato e conduca agli stessi risultati ottenibili minimizzando una funzione obiettivo classica quale l'errore assoluto. Infatti una variazione lineare della funzione di utilità consente di instaurare una relazione biunivoca tra utilità ed errore assoluto. Si determina inoltre una sorta di filtraggio dei dati, il che fa in modo che l'algoritmo attui la ricerca dei parametri traendo maggiori informazioni dai dati ai quali si associa utilità maggiore, ovvero quelli affetti da un errore assoluto inferiore.

Anche adesso, interessanti considerazioni possono essere fatte confrontando i diversi risultati ottenuti adottando una funzione di utilità “continua”, facendo progressivamente avanzare le soglie dell'errore.

Analogamente al caso precedente, con soglie di errore crescenti, le portate simulate aumentano, andando via via ad “approssimare” sempre meglio i picchi dell'idrogramma osservato, commettendo errori via via crescenti nella riproduzione delle portate medio/basse ma in misura decisamente minore se confrontati con quelli derivanti dall'uso di funzioni di utilità non continue.

Si valuta anche se è possibile ottenere un miglioramento delle performances negli intervalli definiti dalla funzione di utilità continua, rispetto a quanto ottenuto sia con la calibrazione classica che con la calibrazione tramite funzioni di utilità “non continue”. Funzioni in cui l'utilità associata ad intervalli di errori assoluti via via crescenti varia in maniera lineare decrescente, permettono in generale di ottenere un aumento delle performances del modello, proprio all'interno di quegli intervalli, rispetto a quanto determinato dalla calibrazione classica e dalla calibrazione con funzioni di utilità “non continue”.

La verifica viene eseguita sempre per mezzo di due grafici, sia nelle fasi di calibrazione che di validazione: tramite il primo si valuta il *trend dell'errore assoluto* all'interno di una finestra mobile di valori di portata. Il secondo è nuovamente lo *scatterplot*.

Tramite il *trend dell'errore assoluto* è possibile dunque confrontare il progressivo andamento dell'errore assoluto commesso calibrando il modello con l'utilizzo della funzione di utilità continua, rispetto a quello commesso calibrando il modello sia in maniera classica che con le due funzioni di utilità non continua corrispondenti alle soglie della funzione di utilità in esame. Lo *scatterplot*, al solito, consente di verificare quanto le portate simulate assomiglino a quelle osservate.

Si riportano di seguito alcuni tra i risultati ottenuti più significativi, oltre alle tabelle contenenti i parametri ottimali ottenuti dalla calibrazione, ed i valori dell'errore medio assoluto in determinati range di portate a valle, all'interno e a monte delle soglie.

Ogni figura, riporta il trend dell'andamento dell'errore medio assoluto che si ottiene utilizzando la calibrazione classica (in grigio sia per il periodo di calibrazione che di validazione), la calibrazione con funzione di utilità continua (in azzurro nel periodo di calibrazione e in giallo in quello di validazione), la funzione di utilità non continua corrispondente alla soglia inferiore (in blu nel periodo di calibrazione e in rosso in quello di validazione) e la funzione di utilità non continua corrispondente alla soglia superiore (in viola nel periodo di calibrazione e in arancione in quello di validazione). Completano le figure gli scatterplot (con le medesime distinzioni di colore).

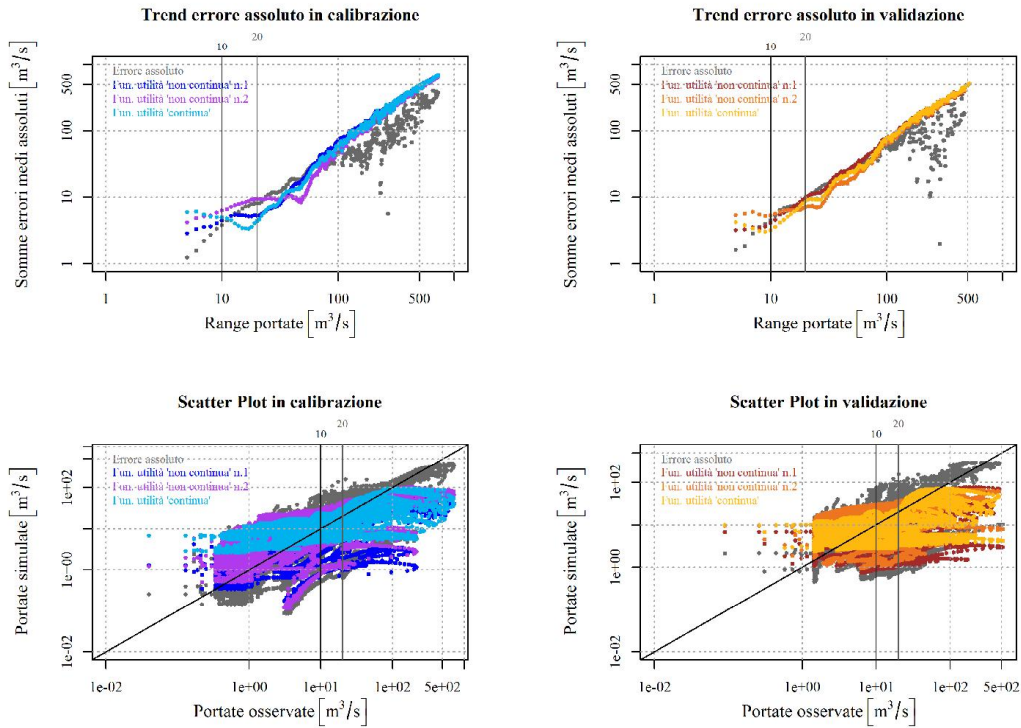


Figura 25: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-20 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-20 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
527,5	0,129	0,318	0	0,047

Tabella 28: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-20 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	13 m ³ /s	15 m ³ /s	25 m ³ /s	70 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	5,72	6,71	10,90	31,05
Funzione di utilità	5,95	4,01	3,43	6,82	36,47

Tabella 29: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-20 m³/s)

Trend Errore Medio Assoluto - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	13 m ³ /s	15 m ³ /s	25 m ³ /s	70 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	6,80	7,30	12,777	36,68
Funzione di utilità	4,21	4,55	5,54	9,18	35,29

Tabella 30: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-20 m³/s)

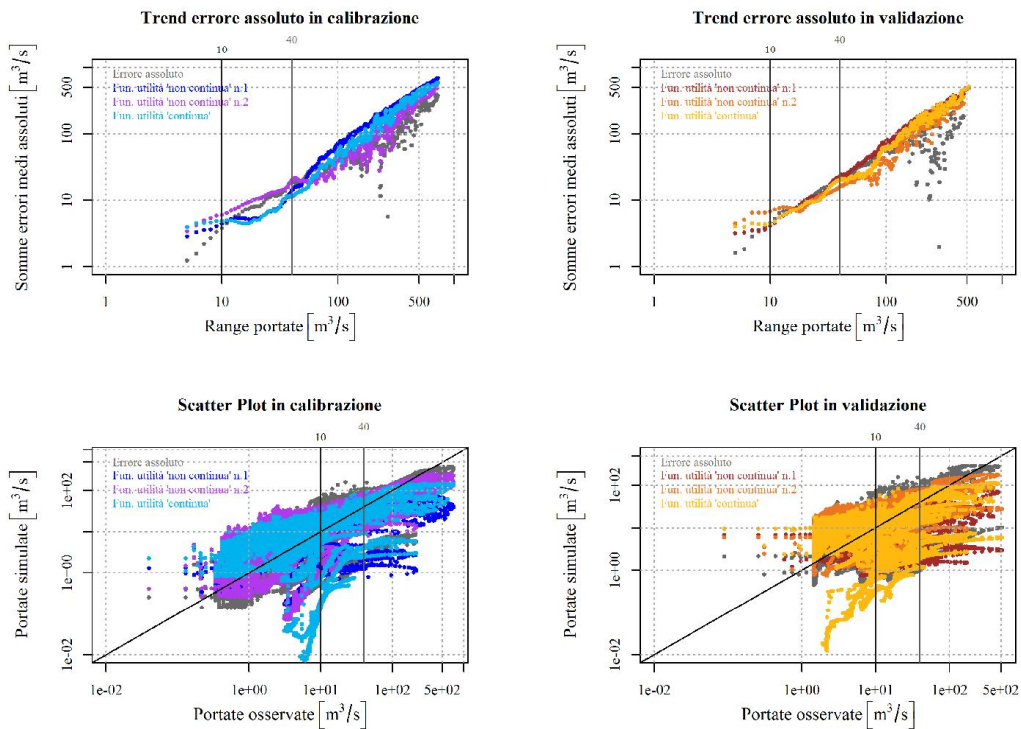


Figura 26: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-40 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-40 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
646,81	0,23	0,365	0,013	0,002

Tabella 31: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-40 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	13 m ³ /s	35 m ³ /s	50 m ³ /s	88 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	5,72	13,79	20,56	33,87
Funzione di utilità	3,95	4,83	10,35	14,79	38,61

Tabella 32: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-40 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	13 m ³ /s	35 m ³ /s	50 m ³ /s	88 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	6,8	19,19	25,34	42,08
Funzione di utilità	4,02	6,02	18,13	22,75	49,45

Tabella 33: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-40 m³/s)

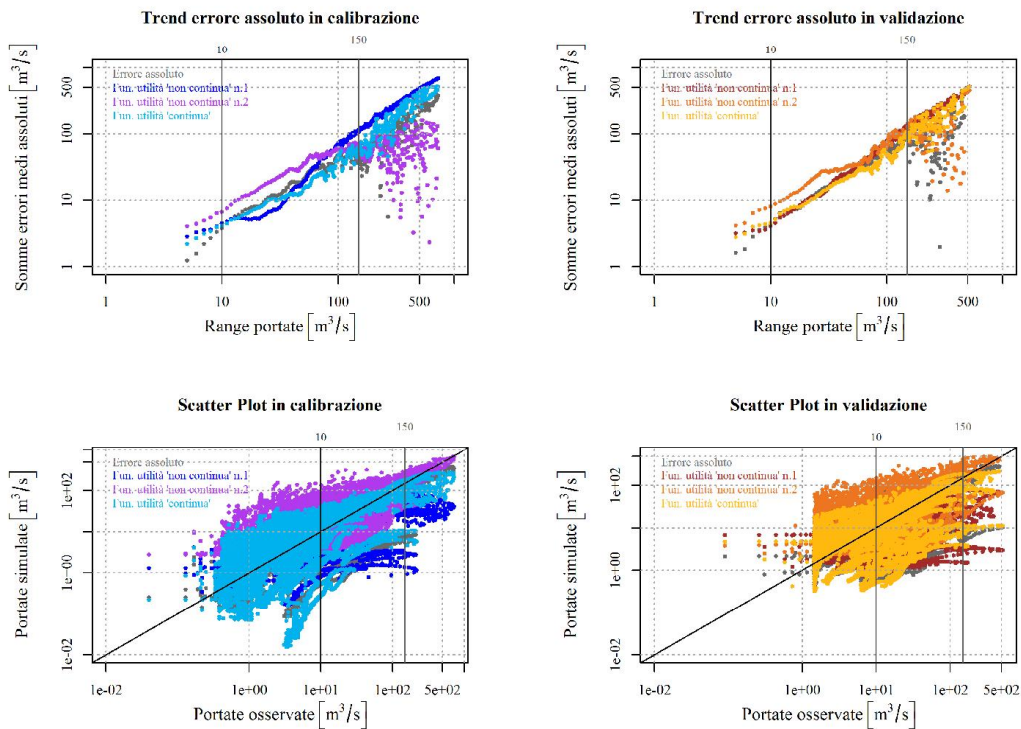


Figura 27: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-150 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-150 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
638,93	0,228	0,35	0,005	0,141

Tabella 34: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-150 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	70 m ³ /s	200 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	6,72	20,51	31,05	88,55
Funzione di utilità	2,23	5,85	14,88	24,55	100,05

Tabella 35: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-150 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	70 m ³ /s	200 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	7,30	25,34	36,68	96,12
Funzione di utilità	2,77	7,71	23,43	30,98	138,03

Tabella 36: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-150 m³/s)

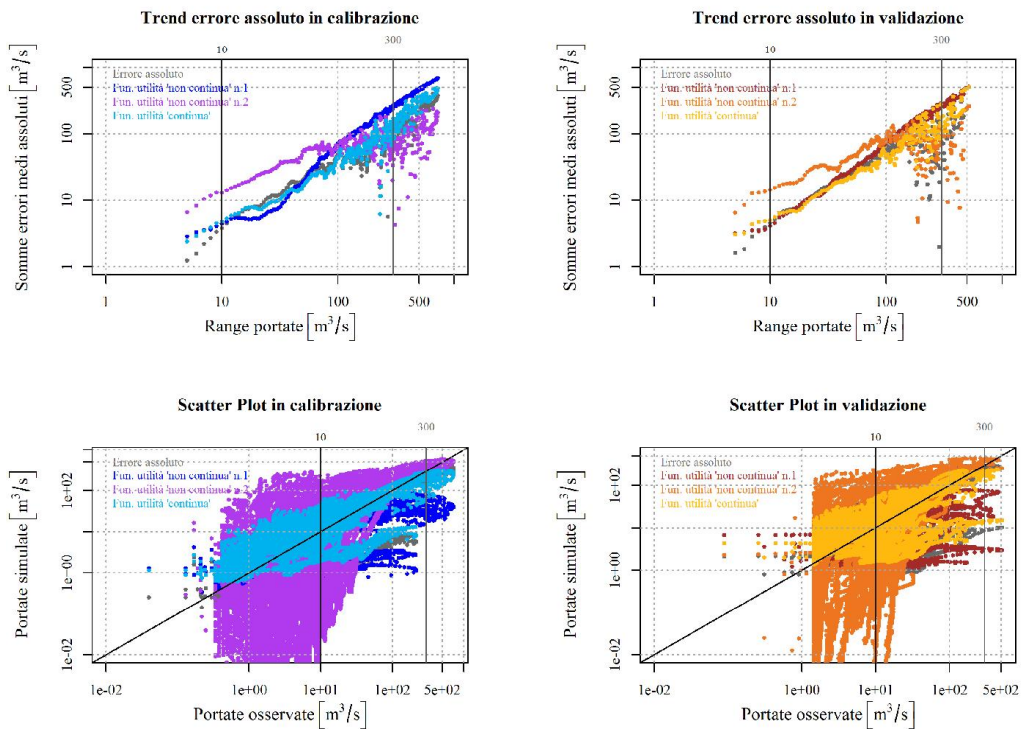


Figura 28: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-300 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-300 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
407,72	0,161	0,453	0,001	0,146

Tabella 37: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-300 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	80 m ³ /s	200 m ³ /s	400 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	8,03	29,01	88,55	166,51
Funzione di utilità	2,41	7,59	24,35	97,24	184,46

Tabella 38: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-300 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	80 m ³ /s	200 m ³ /s	400 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	9,37	47,71	96,12	-
Funzione di utilità	3,06	8,69	37,14	103,83	-

Tabella 39: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-300 m³/s)

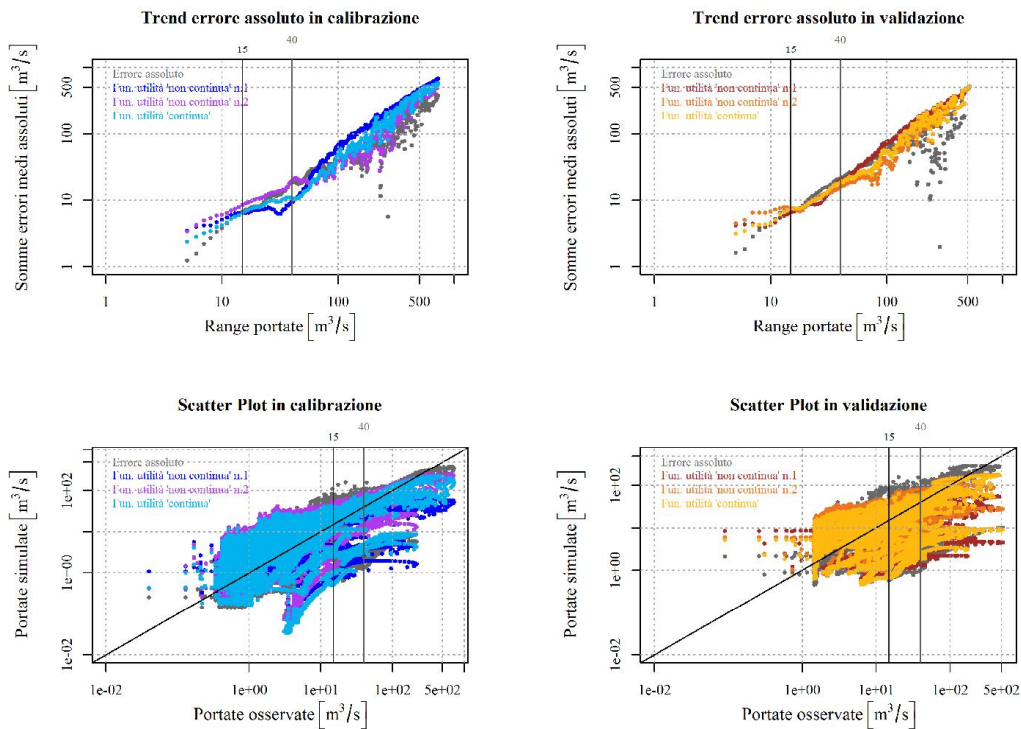


Figura 29: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 15-40 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-40 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
686,98	0,253	0,306	0,003	0,123

Tabella 40: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-40 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	25 m ³ /s	40 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	8,03	10,90	19,15	48,03
Funzione di utilità	2,37	7,88	9,63	10,81	48,38

Tabella 41: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15-40 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	25 m ³ /s	40 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	9,37	12,77	21,60	54,91
Funzione di utilità	3,14	8,34	10,43	18,65	56,40

Tabella 42: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15-40 m³/s)

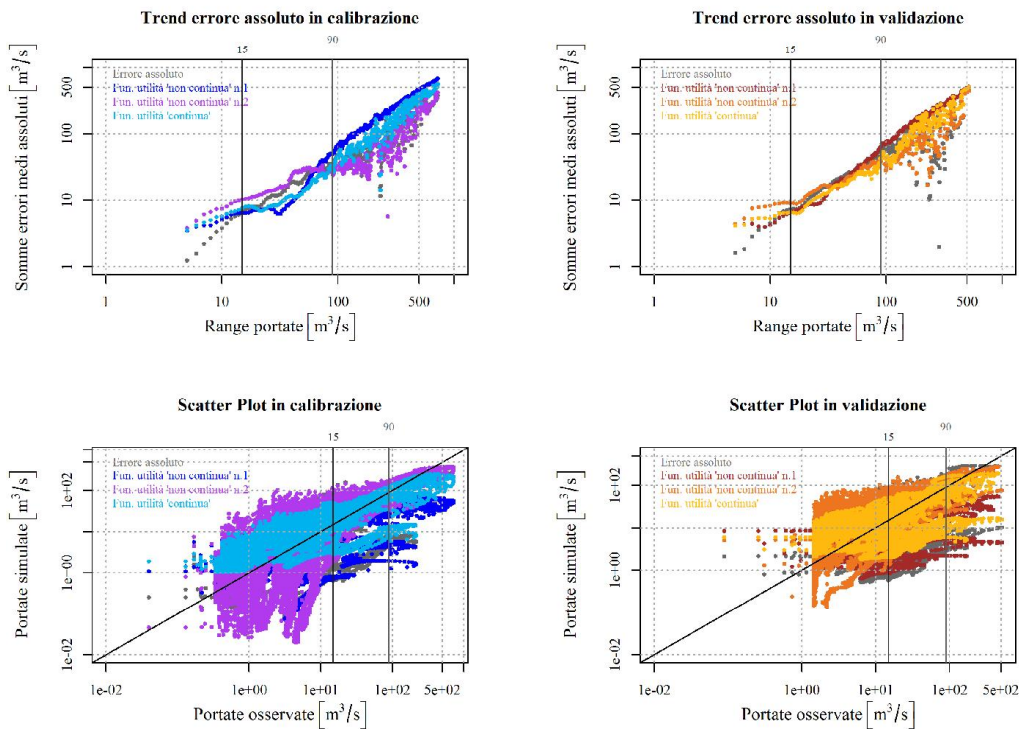


Figura 30: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 15-90 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-90 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
408,21	0,227	0,398	0,001	0,122

Tabella 43: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-90 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	50 m ³ /s	80 m ³ /s	110 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	8,03	20,51	29,01	30,44
Funzione di utilità	3,51	7,50	13,78	24,78	36,77

Tabella 44: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15-90 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	50 m ³ /s	80 m ³ /s	110 m ³ /s
Calibrazione classica	1,61	9,37	25,34	47,71	53,06
Funzione di utilità	4,16	7,92	20,56	32,16	34,32

Tabella 45: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15-90 m³/s)

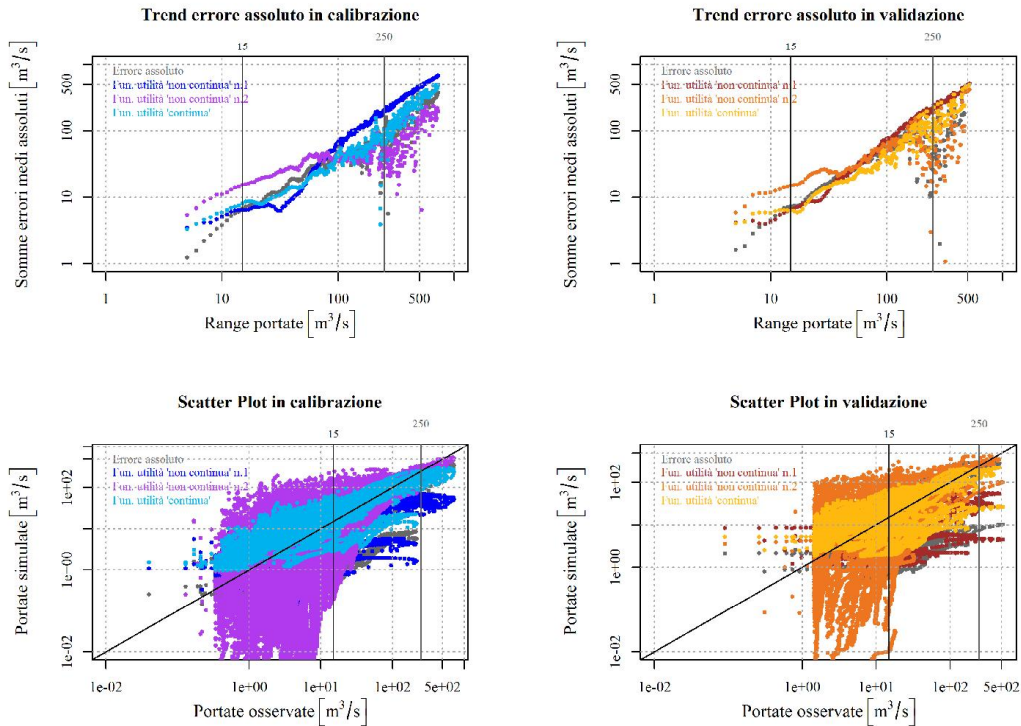


Figura 31: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 15-250 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-250 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
302,86	0,214	0,418	0,001	0,148

Tabella 46: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-250 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	10 m ³ /s	30 m ³ /s	50 m ³ /s	150 m ³ /s	300 m ³ /s
Calibrazione classica	3,81	11,66	20,51	45,20	120,12
Funzione di utilità	5,89	10,41	15,74	60,27	174,16

Tabella 47: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15-250 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	10 m ³ /s	30 m ³ /s	50 m ³ /s	150 m ³ /s	300 m ³ /s
Calibrazione classica	4,53	9,37	25,34	95,87	-
Funzione di utilità	5,80	7,71	18,70	72,52	-

Tabella 48: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15-250 m³/s)

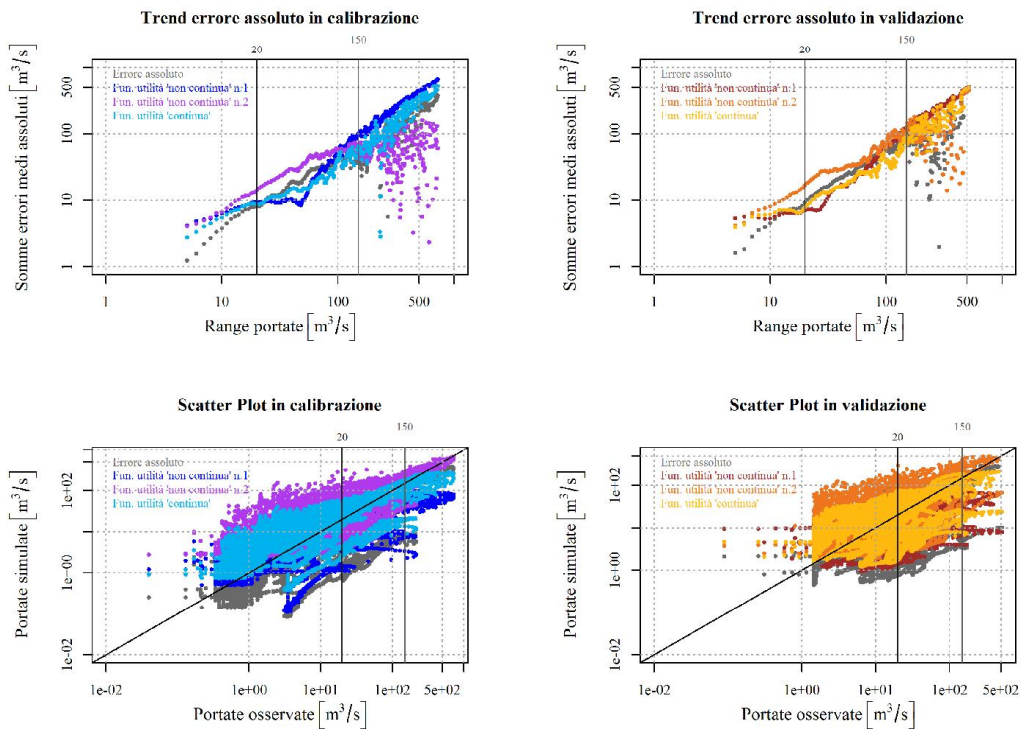


Figura 32: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 20-150 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 20-150 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
398,47	0,303	0,404	0,002	0,136

Tabella 49: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 20-150 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	10 m ³ /s	30 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s	200 m ³ /s
Calibrazione classica	3,81	11,66	20,51	48,03	88,55
Funzione di utilità	5,5	11,27	15,17	41,82	98,68

Tabella 50: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 20-150 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	10 m ³ /s	30 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s	200 m ³ /s
Calibrazione classica	4,53	15,65	25,34	54,91	96,12
Funzione di utilità	6,13	12,71	19,45	40,50	124,21

Tabella 51: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 20-150 m³/s)

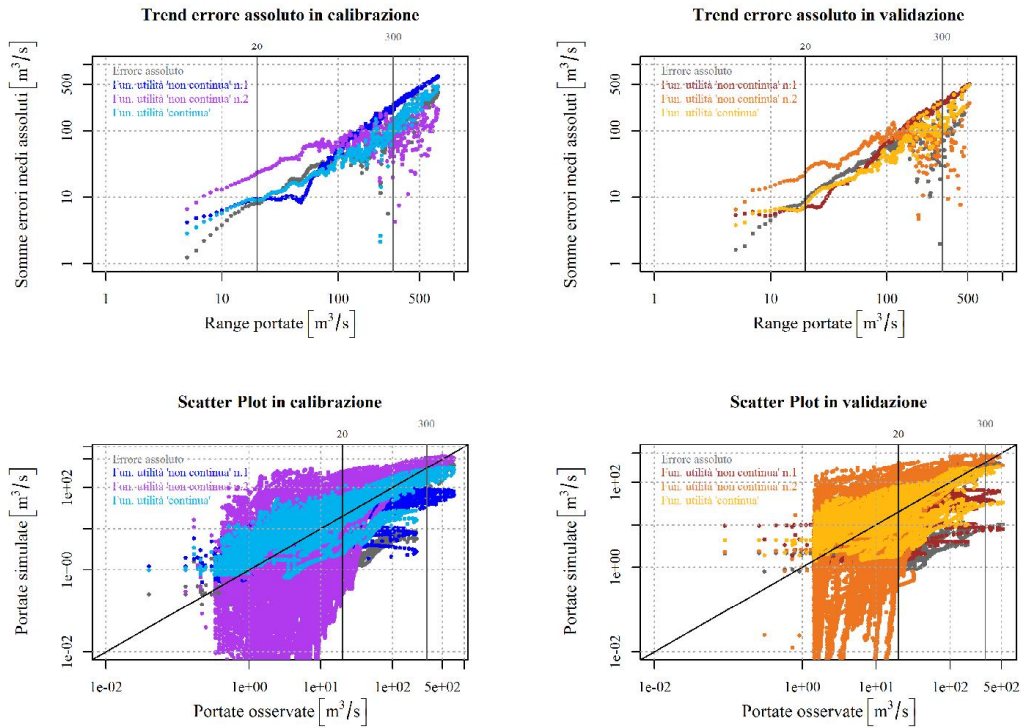


Figura 33: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 20-300 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 20-300 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
291,45	0,242	0,419	0,001	0,16

Tabella 52: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 20-300 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	10 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s	180 m ³ /s	350 m ³ /s
Calibrazione classica	3,82	20,51	48,03	52,96	126,98
Funzione di utilità	5,75	17,04	42,92	47,81	165,60

Tabella 53: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 20-300 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	10 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s	180 m ³ /s	350 m ³ /s
Calibrazione classica	3,53	25,34	54,91	117,10	-
Funzione di utilità	6,21	18,78	35,29	119,08	-

Tabella 54: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 20-300 m³/s)

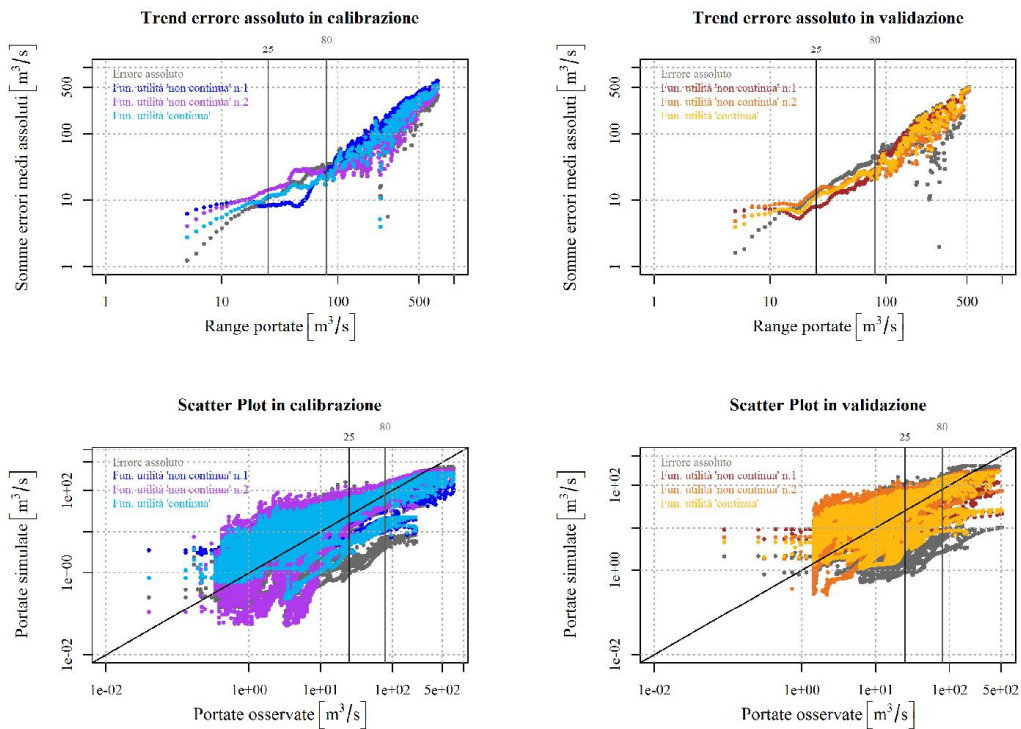


Figura 34: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 25-80 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 25-80 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
395,68	0,335	0,387	0,002	0,133

Tabella 55: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 25-80 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	10 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	70 m ³ /s	150 m ³ /s
Calibrazione classica	3,81	19,15	20,51	31,05	45,20
Funzione di utilità	5,52	16,75	16,59	22,13	62,92

Tabella 56: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 25-80 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	10 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	70 m ³ /s	150 m ³ /s
Calibrazione classica	4,53	21,60	25,34	36,68	95,87
Funzione di utilità	6,37	15,75	19,58	26,37	71,82

Tabella 57: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 25-80 m³/s)

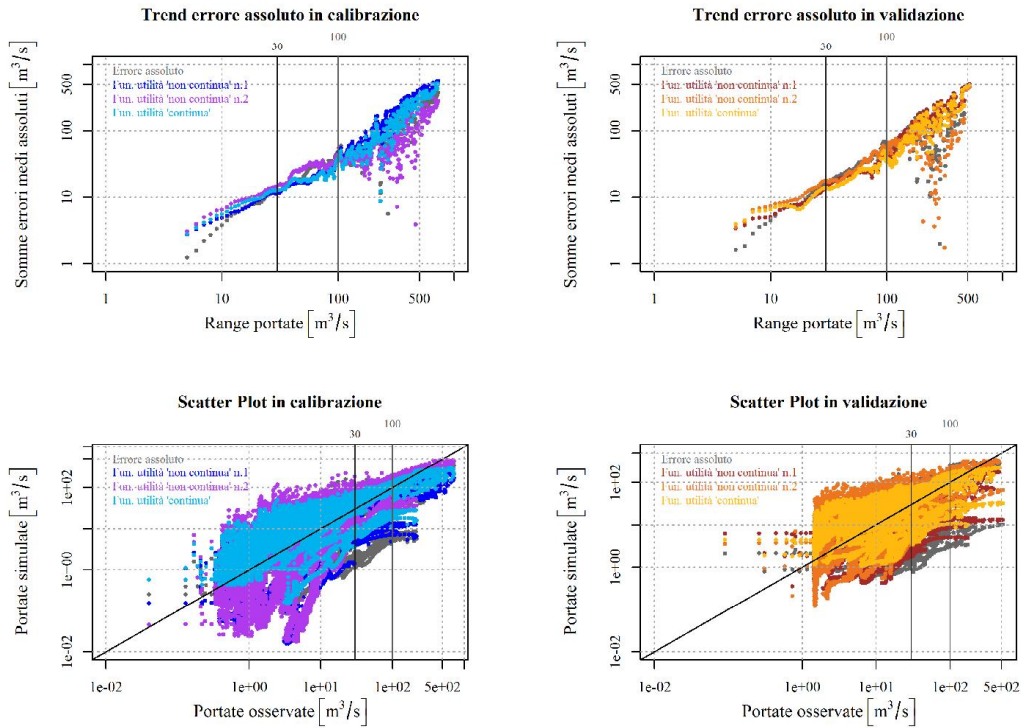


Figura 35: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 30-100 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 30-100 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
385,03	0,38	0,411	0,002	0,142

Tabella 58: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 30-100 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	10 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	80 m ³ /s	150 m ³ /s
Calibrazione classica	3,81	19,15	20,51	29,01	45,19
Funzione di utilità	5,58	18,29	18,97	20,56	56,48

Tabella 59: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 30-100 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	10 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	70 m ³ /s	150 m ³ /s
Calibrazione classica	4,53	21,6	25,34	36,68	95,87
Funzione di utilità	6,58	15,55	19,19	27,24	70,93

Tabella 60: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 30-100 m³/s)

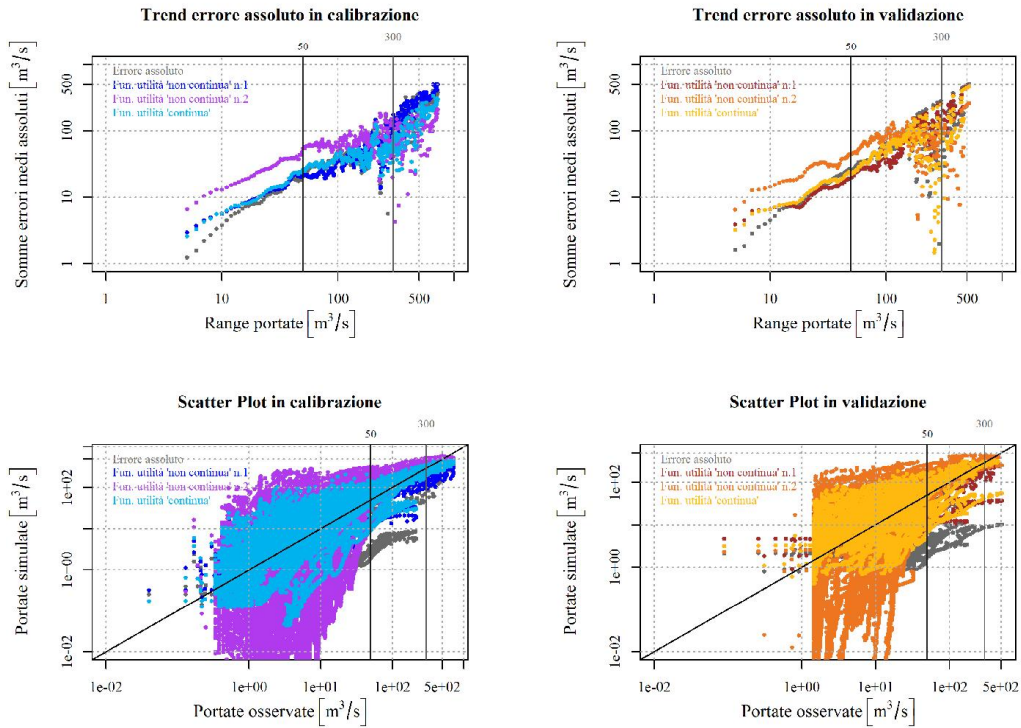


Figura 36: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 50-300 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 50-300 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
306,58	0,303	0,54	0,004	0,201

Tabella 61: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 50-300 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	25 m ³ /s	60 m ³ /s	100 m ³ /s	200 m ³ /s	400 m ³ /s
Calibrazione classica	10,90	29,51	48,03	88,55	187,5
Funzione di utilità	12,85	29,35	42,81	70,83	84,67

Tabella 62: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 50-300 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	25 m ³ /s	60 m ³ /s	100 m ³ /s	200 m ³ /s	400 m ³ /s
Calibrazione classica	12,77	32,98	54,91	96,12	-
Funzione di utilità	13,99	29,08	44,32	68,48	-

Tabella 63: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 50-300 m³/s)

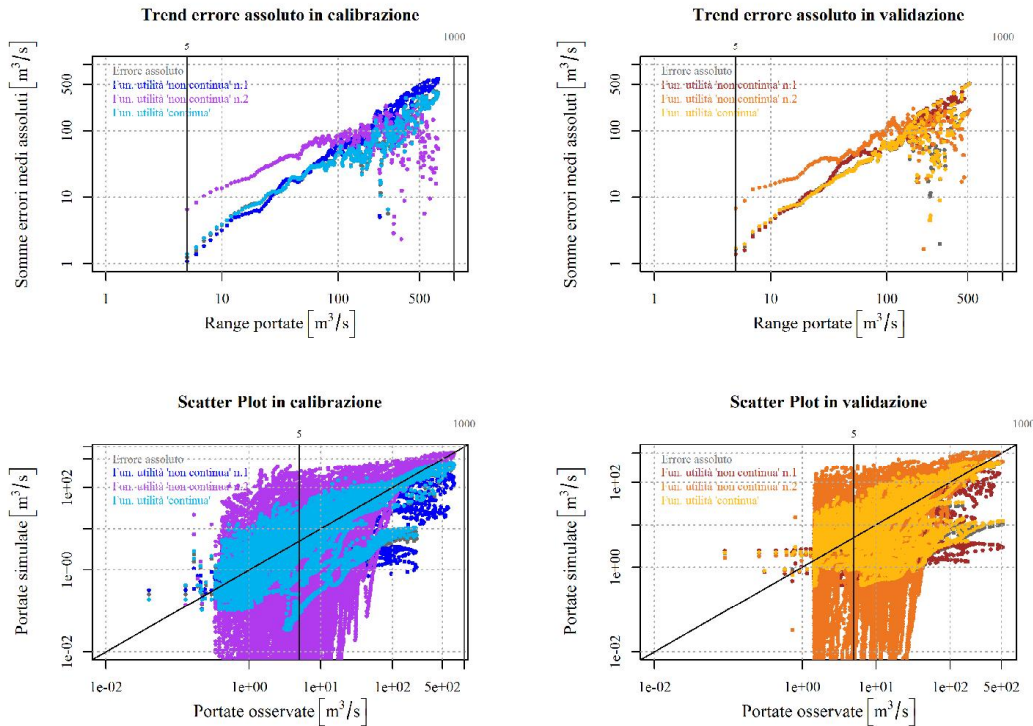


Figura 37: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 5-1000 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità con soglie 5-1000 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
427,63	0,11	0,485	0,003	0,185

Tabella 64: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 5-1000 m³/s

Per ogni figura, riferita ad una certa funzione di utilità, sono riportati sulle ascisse dei diversi grafici i due valori di soglia definiti dalla funzione. Prendendo il grafico del trend dell'errore assoluto, si studia come varia, all'interno dell'intervallo definito dalle due soglie, l'errore commesso usando la funzione di utilità continua rispetto a quello commesso affidandosi alla calibrazione classica e alla calibrazione con le due funzioni di utilità non continue.

Rispetto alla calibrazione classica si nota, anche grazie ai dati tabellati, come in generale la calibrazione con funzione di utilità continua tenda a restituire un errore medio assoluto più basso. Tale andamento risulta più marcato nella parte centrale dell'intervallo fintanto che questo rimane relativamente ristretto, quando invece tende ad approssimare quello relativo alla calibrazione classica con il crescere della soglia superiore (come peraltro ci si aspetta vista la similitudine

con la calibrazione classica per valori alti delle soglie superiori, dimostrata in precedenza). Questo comportamento è maggiormente riscontrabile per valori bassi della soglia inferiore: infatti mano a mano che questa aumenta, l'andamento dell'errore tende sempre più a confondersi con quello da calibrazione classica. A monte della soglia inferiore invece l'errore tende ad essere più alto rispetto a quello della calibrazione classica, così come a valle della soglia inferiore.

Per quanto riguarda invece il confronto con le funzioni di utilità non continue si vede come in corrispondenza della soglia inferiore, e fino ad una certa distanza da questa, la calibrazione con funzione di utilità non continua definita da questa soglia, produce valori di errore più bassi; con l'aumentare della distanza tra le due soglie però è l'andamento dell'errore ottenuto calibrando il modello con la funzione continua a presentare valori di errore minori. Infatti, le performances della funzione di utilità non continua tendono a peggiorare mano a mano che aumenta la distanza dalla soglia inferiore e/o mano a mano che l'intervallo cresce (c.f.r par. 4.2.1). In coincidenza della soglia superiore invece è la calibrazione con funzione di utilità continua a restituire valori di errore più bassi; per valori alti di tale soglia però, come visto nel paragrafo 4.2.1 , la funzione non continua porta ad una migliore approssimazione dei picchi di portata.

Ciò che è di maggiore interesse è che, con l'ampliarsi dell'intervallo tra le soglie, l'andamento dell'errore da calibrazione con la funzione di utilità in esame, inizialmente ricompreso tra gli andamenti ottenuti con le altre due funzioni di utilità, tende a crescere più lentamente rispetto a questi e risultare in generale migliore o al limite paragonabile a quello ottenibile con la calibrazione classica. Il che significa che una variazione lineare dell'utilità, consente una migliore rappresentazione del range di portate definite dalle due soglie rispetto agli altri metodi. Analogamente al caso precedente, sembra che l'errore si concentri al di fuori delle soglie, dato che anche in questo caso l'algoritmo di ottimizzazione tende a focalizzarsi sulla corretta rappresentazione delle portate al loro interno, distribuendo l'errore su quelle “meno utili” esterne alle soglie.

Ciò si riscontra anche analizzando i diversi scatterplot: all'interno delle due soglie, mano a mano che l'intervallo tra le due aumenta, i valori di portata tendono ad avvicinarsi alla linea di identità e la nuvola di dati ad essere più raccolta rispetto alle altre, mentre i valori di portata al di fuori delle soglie tendono ad allontanarsi dalla linea di identità.

4.3 Calibrazione con funzioni di utilità tridimensionali

I risultati ottenuti in precedenza hanno consentito di affermare che l'impiego di funzioni di utilità bidimensionali, se paragonata alla calibrazione classica, conduce a dei miglioramenti nella rappresentazione degli intervalli di portata di maggior interesse per l'utilizzatore. Si è così indagato se l'introduzione di una terza dimensione nella funzione di utilità apportasse ulteriori migliorie.

La dimensione aggiuntiva che viene introdotta è la portata: questo ci consente di poter associare direttamente valori di utilità alle diverse portate simulate, in funzione dell'errore assoluto ammesso nella rappresentazione delle portate osservate. La definizione della funzione di utilità è quindi basata su due valori di soglia: uno di *errore* ed uno di *portata*.

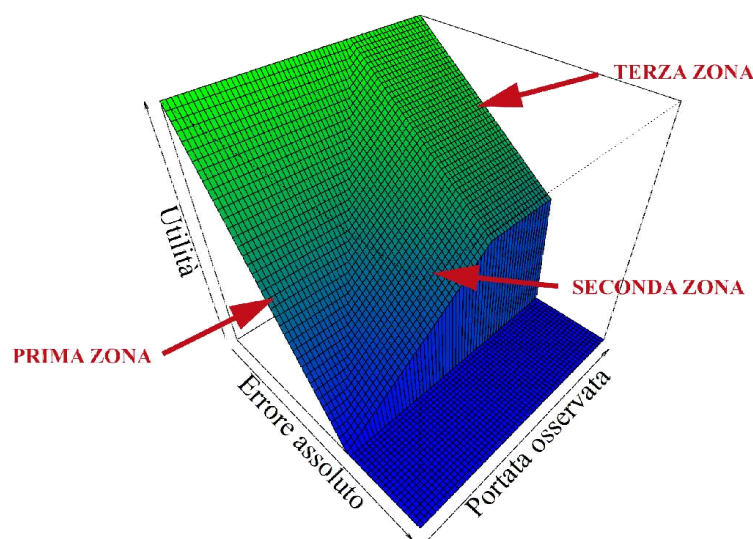
Le 18 soglie di *errore* sono le medesime viste in precedenza, e coincidenti con valori di errore assoluto pari a: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200, 250, 300, 1000 m³/s. Sono stati poi scelti 6 valori di soglia per la *portata*, attraverso la definizione dei quantili corrispondenti ad una probabilità di non superamento delle portate osservate pari a: 25%, 50%, 75%, 90%, 95%, 99%. Detti quantili coincidono con portate pari a: 1.72, 4.84, 11.445, 26.58, 44.74, 169.36 m³/s. Le funzioni di utilità sono state costruite in modo che ogni soglia di errore fosse associata a tutte le soglie di portata, per un totale di 108 differenti funzioni di utilità.

Per poter analizzare le performances del modello calibrato con queste funzioni di utilità, ne sono state costruite e testate più tipologie così da poterne valutare le diverse peculiarità e dimostrare la tesi alla base del presente lavoro. Tuttavia si riportano nel seguito solo i risultati legati ad una di queste tipologie, ritenuti maggiormente rappresentativi per le finalità alle quali il lavoro è destinato. Si rimanda all'Appendice per un confronto qualitativo tra alcune delle funzioni tridimensionali testate.

La superficie della funzione di utilità scelta è suddivisa in tre zone:

- la prima zona è caratterizzata, a partire dal valore massimo pari ad uno, in corrispondenza di errore nullo, da utilità linearmente decrescente con il crescere della portata per errori via via più grandi. La soglia di errore coincide con il beneficio minimo, vale a dire con utilità pari a zero. Oltre tale soglia l'utilità mantiene valore nullo;

- la seconda zona è anch'essa caratterizzata da utilità linearmente decrescente con il crescere della portata via via che l'errore aumenta. Nel punto di intersezione, sul piano cartesiano, della portata di soglia con l'errore di soglia, l'utilità è pari alla metà del valore massimo;
- la terza zona interessa lo spazio oltre il valore di soglia della portata: qui l'utilità mantiene un andamento lineare tra il valore massimo, in corrispondenza di errore nullo, e la metà del beneficio massimo, in corrispondenza della soglia di errore.



Il decisore che usa la presente funzione di utilità è portato a tollerare maggiormente l'errore se commesso nella riproduzione di portate alte. Anche per portate oltre il valore di soglia, inoltre si tenta di mantenere un errore basso, attribuendogli utilità maggiore che ad un errore alto.

In risposta al primo punto da verificare introdotto all'inizio del capitolo, si può affermare che la calibrazione svolta utilizzando questo genere di funzioni di utilità tridimensionali riconduce ai risultati ottenibili attraverso la calibrazione di tipo classico. Per verificare quanto detto si sono confrontati i risultati ottenuti dalla calibrazione del modello con funzioni di utilità tridimensionali, in termini di portate simulate, con quelli ottenuti dalla calibrazione classica. La funzione è stata impostata con soglia di errore assoluto e soglia di portata entrambe pari a 1000 m³/s; l'utilità attribuita ai punti del piano cartesiano generati dall'intersezione dei valori di portata e di errore assoluto, è basata sulla

forma della funzione già introdotta. Nella figura seguente sono riportati i risultati grafici:

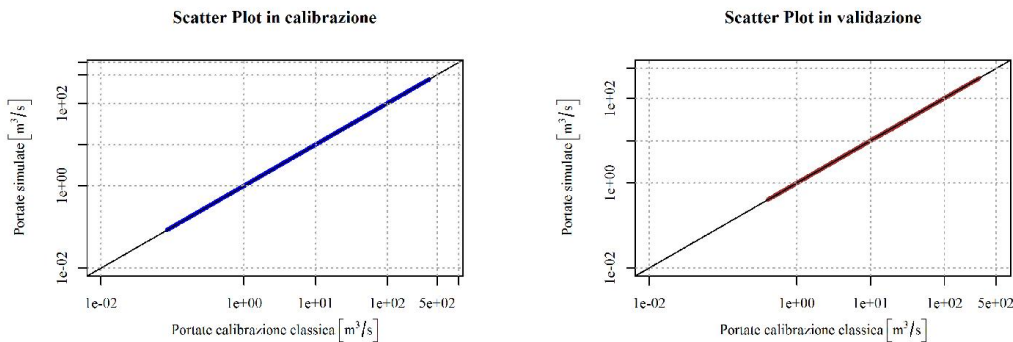


Figura 38: scatterplot di confronto tra funzione di utilità tridimensionale e calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione)

La comparazione è fatta nuovamente, sia in fase di calibrazione che di validazione, sulla base di uno *scatterplot*. Come nel caso descritto in precedenza, la calibrazione realizzata con questo tipo di funzione di utilità riproduce fedelmente le portate simulate con calibrazione classica, portate che si attestano tutte sulla linea di identità.

In analogia al caso precedente, attribuire un'utilità via via decrescente agli errori assoluti più alti e un'utilità crescente alle portate più alte, se contraddistinte da bassi errori assoluti rispetto al dato osservato, fa in modo che, massimizzare una funzione così costruita, abbia ancora lo stesso significato della minimizzazione di una funzione obiettivo classica quale l'errore assoluto.

Si valuta ovviamente se è anche possibile ottenere un miglioramento delle performances negli intervalli definiti dalla funzione stessa, rispetto a quanto ottenuto sia con la calibrazione classica che, per analogia di costruzione, con funzioni di utilità “continue”, in cui il beneficio decresce linearmente tra il massimo, se l'errore è nullo, ed il minimo, per una data soglia di errore. Contrariamente alle funzioni bidimensionali, la calibrazione con funzioni di utilità tridimensionali, costruite con i criteri sopra citati, porta ad avere dei buoni risultati in termini di errore medio assoluto commesso nella riproduzione dei dati osservati, talvolta migliori, ma prevalentemente confrontabili con i risultati ottenibili attraverso la calibrazione classica e la calibrazione con funzioni di utilità “continue”.

Si riportano di seguito i risultati grafici (*trend dell'errore assoluto* e *scatterplot*) più significativi oltre che le tabelle contenenti i parametri ottimali ottenuti dalla calibrazione, ed i valori dell'errore medio assoluto in determinati range di portate a valle, in corrispondenza e a monte delle soglie.

Ogni figura riporta il trend dell'andamento dell'errore medio assoluto e gli scatterplot ottenuti utilizzando la calibrazione classica (in grigio sia per il periodo di calibrazione che di validazione), la calibrazione con funzione di utilità continua (in blu nel periodo di calibrazione e in rosso in quello di validazione) e la funzione di utilità tridimensionale (in azzurro nel periodo di calibrazione e in giallo in quello di validazione).

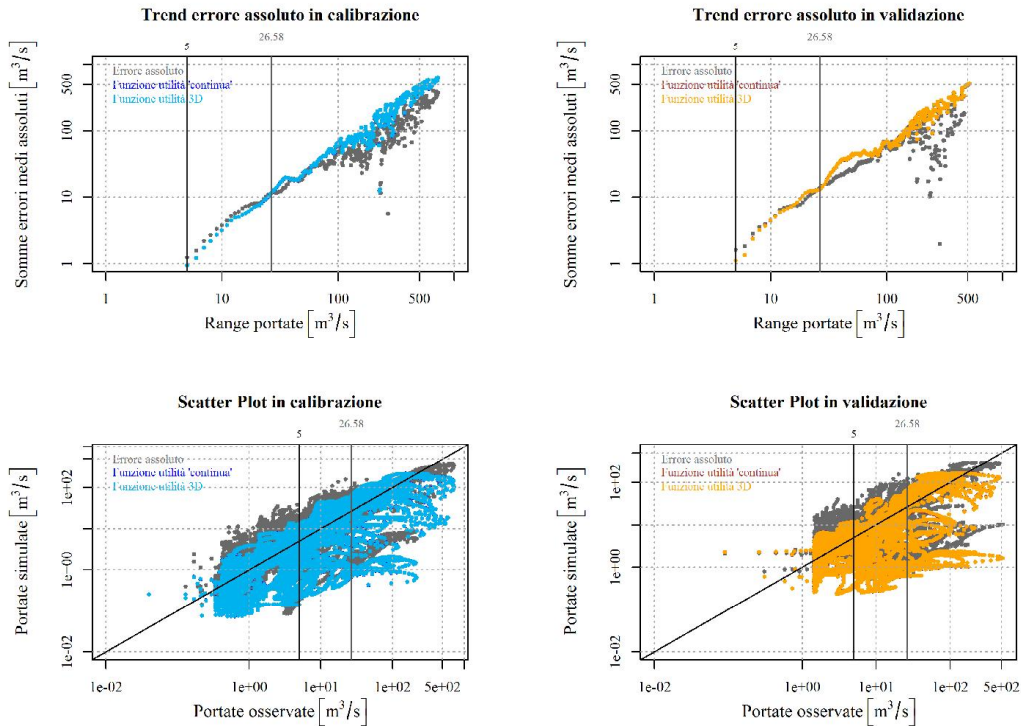


Figura 39: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 5 e portata 26,58 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 5 e 26,58 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
635,44	0,048	0,569	0,002	0,064

Tabella 65: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 5 e 26,58 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	3,81	6,71	20,51	48,03
F. di utilità	0,94	3,19	5,44	23,84	62,88

Tabella 66: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 5 e 26,58 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	4,52	7,30	25,34	54,91
F. di utilità	1,13	4,56	7,06	43,92	70,72

Tabella 67: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 5 e 26,58 m³/s)

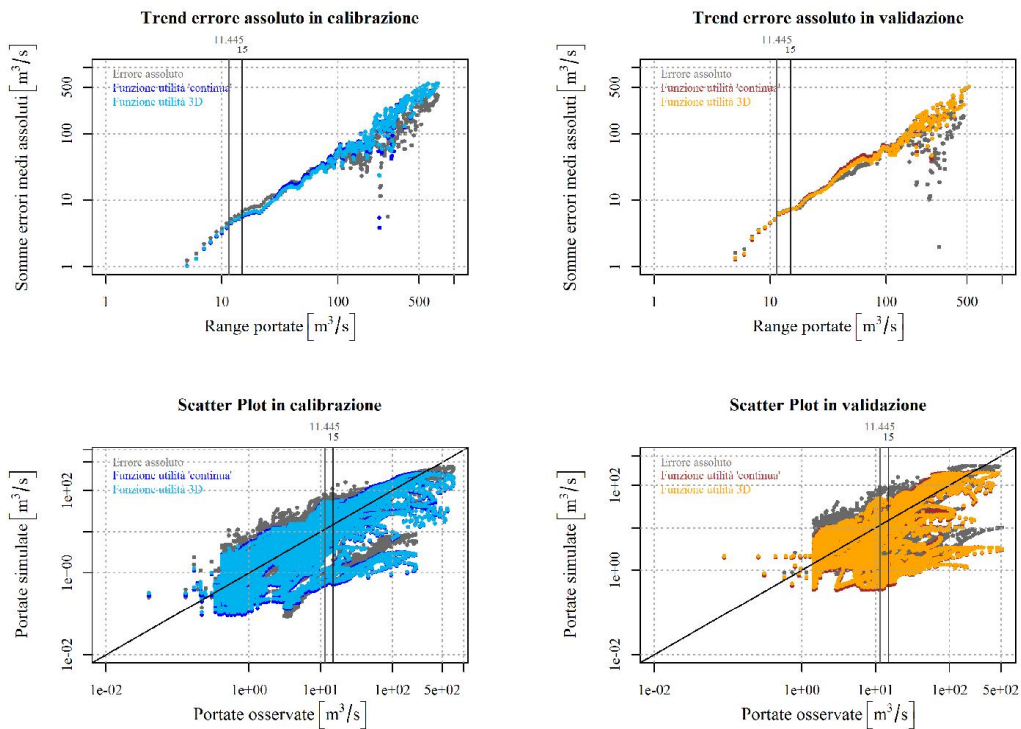


Figura 40: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 15 e portata 11,445 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 15 e 11,45 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
614,51	0,068	0,465	0,002	0,101

Tabella 68: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 15 e 11,45 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	3,81	6,71	20,51	48,03
F. di utilità	1,02	3,37	5,87	19,74	52,36

Tabella 69: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15 e 11,45 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	4,52	7,30	25,34	54,91
F. di utilità	1,36	4,61	7,23	33,53	61,80

Tabella 70: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15 e 11,45 m³/s)

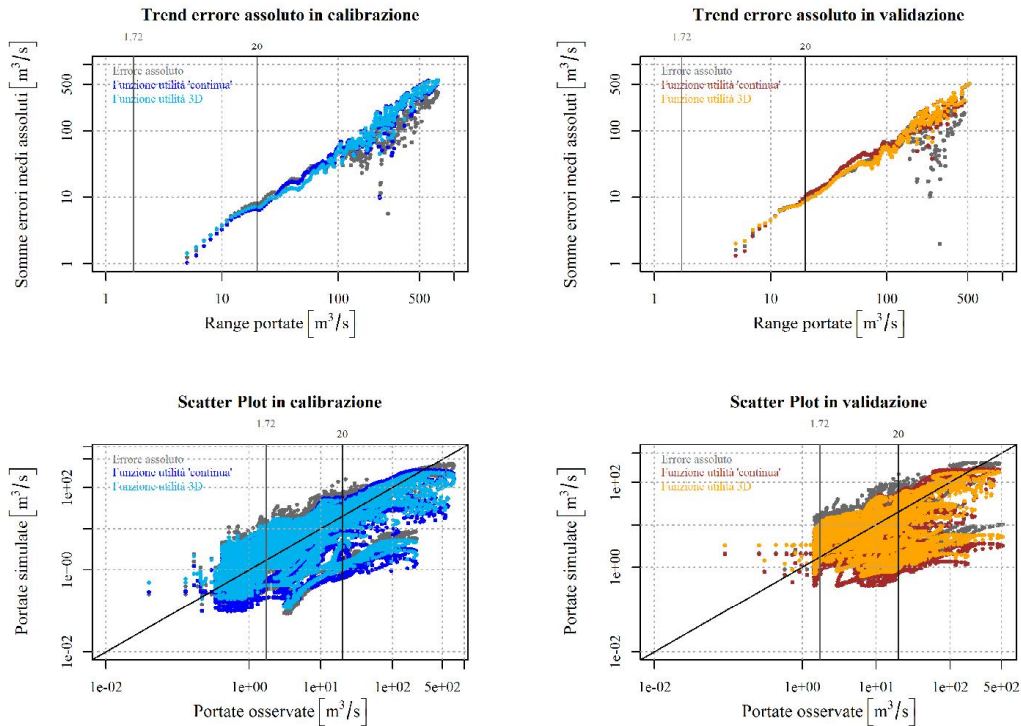


Figura 41: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 20 e portata 1,72 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 20 e 1,72 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
606,62	0,127	0,382	0,002	0,107

Tabella 71: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 20 e 1,72 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	3,81	6,71	20,51	48,03
F. di utilità	1,44	3,76	6,06	15,97	50,32

Tabella 72: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 20 e 1,72 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	4,53	7,30	25,34	54,91
F. di utilità	2,02	4,5	7,27	28,13	58,37

Tabella 73: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 20 e 1,72 m³/s)

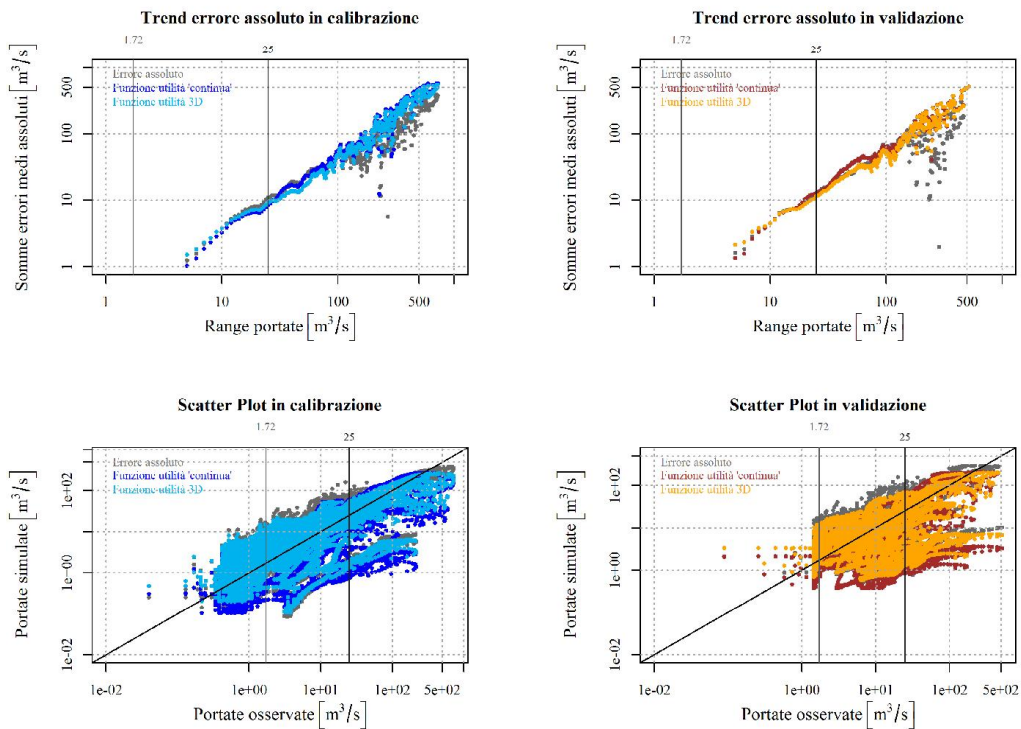


Figura 42: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 25 e portata 1,72 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 25 e 1,72 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
591,38	0,14	0,401	0,002	0,12

Tabella 74: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 25 e 1,72 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	3,81	6,71	20,51	48,03
F. di utilità	1,51	3,78	6,11	16,01	48,36

Tabella 75: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 25 e 1,72 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	10 m ³ /s	15 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	2,14	4,53	7,30	25,34	54,91
F. di utilità	1,62	4,46	7,28	26,82	56,06

Tabella 76: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 25 e 1,72 m³/s)

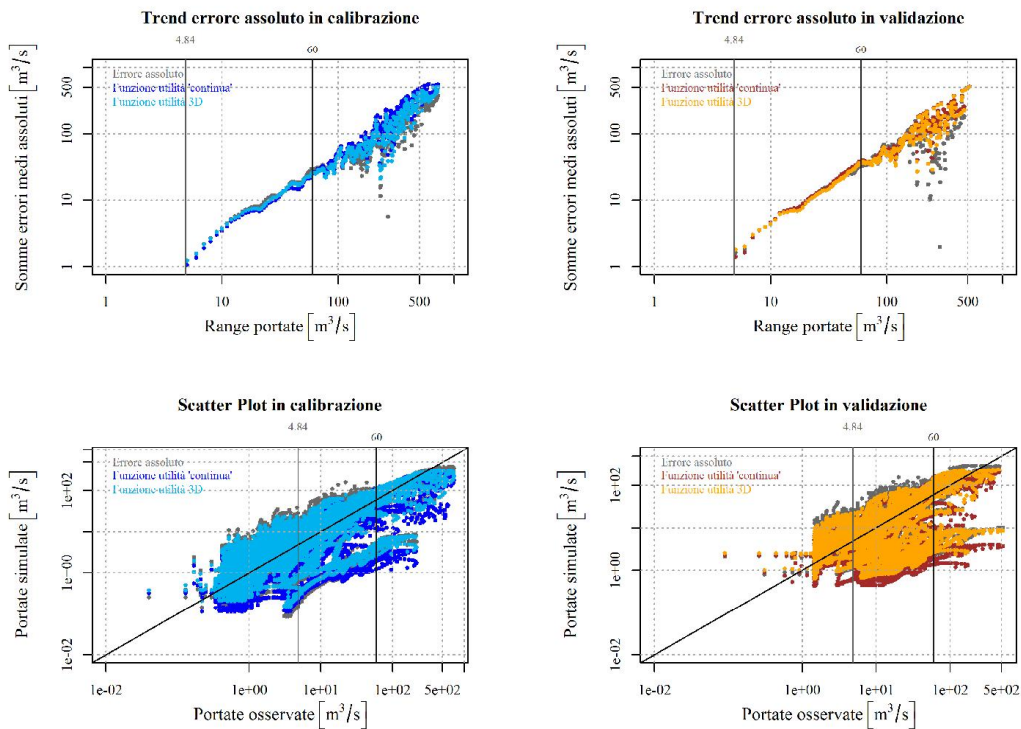


Figura 43: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 60 e portata 4,84 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 60 e 4,84 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
458,99	0,11	0,468	0,002	0,131

Tabella 77: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 60 e 4,84 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	8,03	19,15	20,51	48,03
F. di utilità	1,25	7,5	18,3	19,90	47,70

Tabella 78: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 60 e 4,84 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	9,37	21,60	25,33	54,90
F. di utilità	1,82	8,81	20,79	28,15	46,78

Tabella 79: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 60 e 4,84 m³/s)

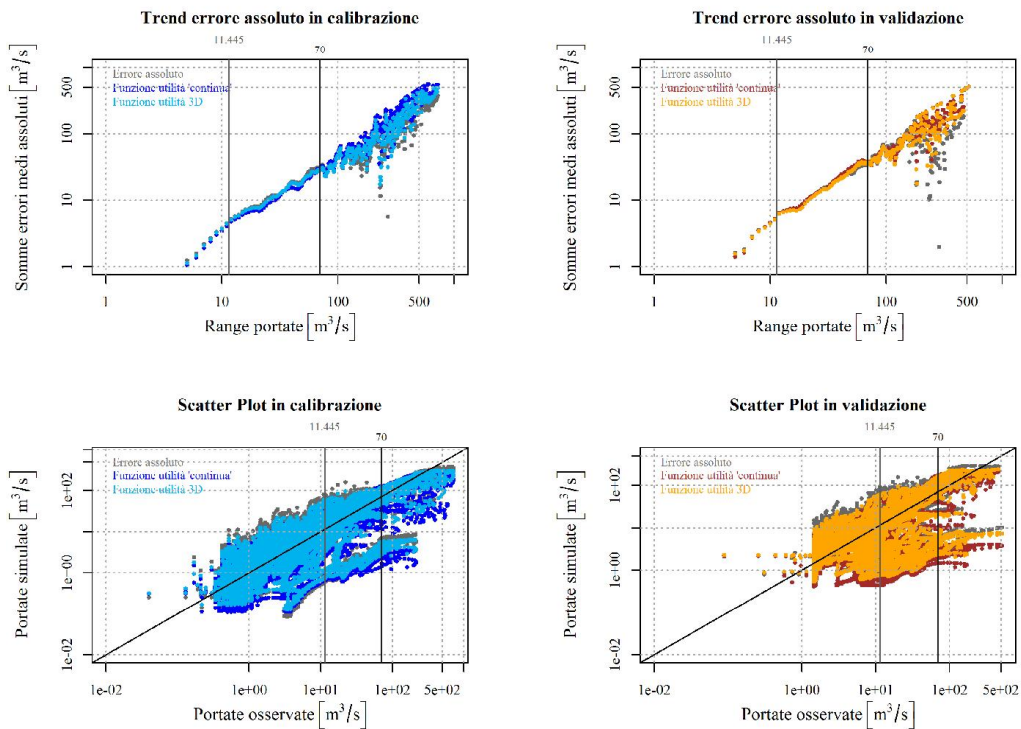


Figura 44: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 70 e portata 11,445 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 70 e 11,45 m³/s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
455,74	0,089	0,455	0,002	0,14

Tabella 80: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 70 e 11,45 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	50 m ³ /s	60 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,24	8,03	20,51	29,51	48,03
F. di utilità	1,14	7,69	19,96	27,24	47,21

Tabella 81: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 70 e 11,45 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	5 m ³ /s	20 m ³ /s	40 m ³ /s	50 m ³ /s	100 m ³ /s
Calibrazione classica	1,62	9,37	21,6	25,34	54,91
F. di utilità	1,57	8,80	21,11	27,5	45,84

Tabella 82: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 70 e 11,45 m³/s)

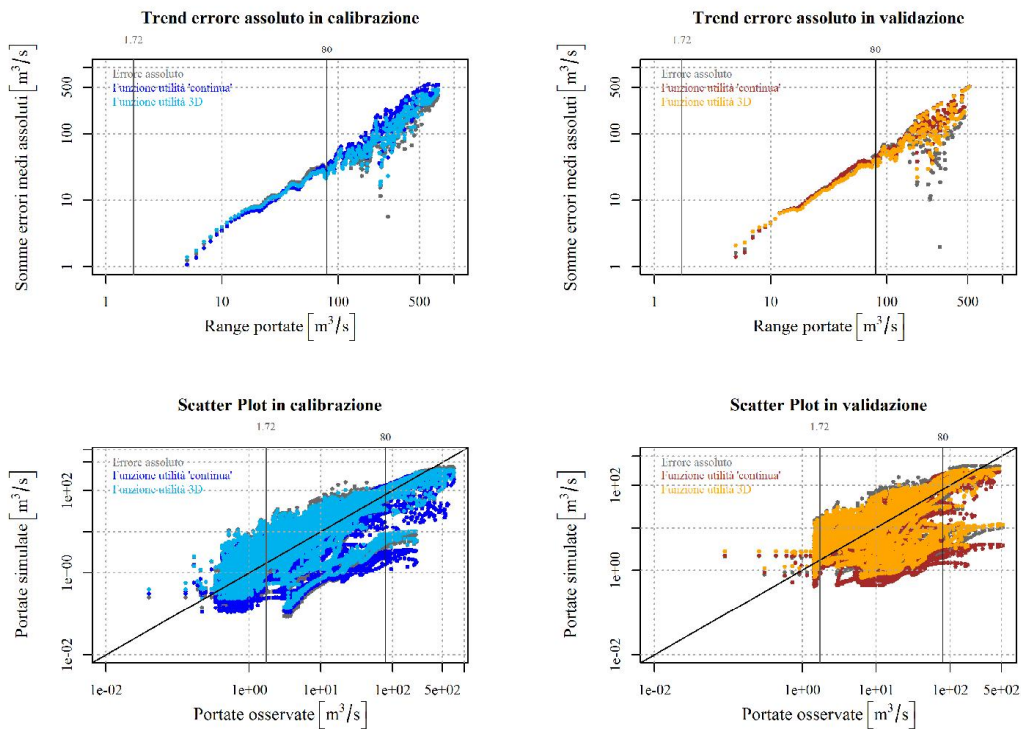


Figura 45: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 80 e portata 1,72 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 80 e 1,72 m ³ /s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
434,3	0,131	0,454	0,002	0,152

Tabella 83: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 80 e 1,72 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	15 m ³ /s	20 m ³ /s	50 m ³ /s	70 m ³ /s	120 m ³ /s
Calibrazione classica	6,71	8,03	20,51	31,05	45,82
F. di utilità	6,66	7,86	18,75	26,95	47,25

Tabella 84: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 80 e 1,72 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	15 m ³ /s	20 m ³ /s	50 m ³ /s	70 m ³ /s	120 m ³ /s
Calibrazione classica	7,30	9,37	25,34	36,68	59,40
F. di utilità	7,13	8,66	24,32	34,84	40,29

Tabella 85: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 80 e 1,72 m³/s)

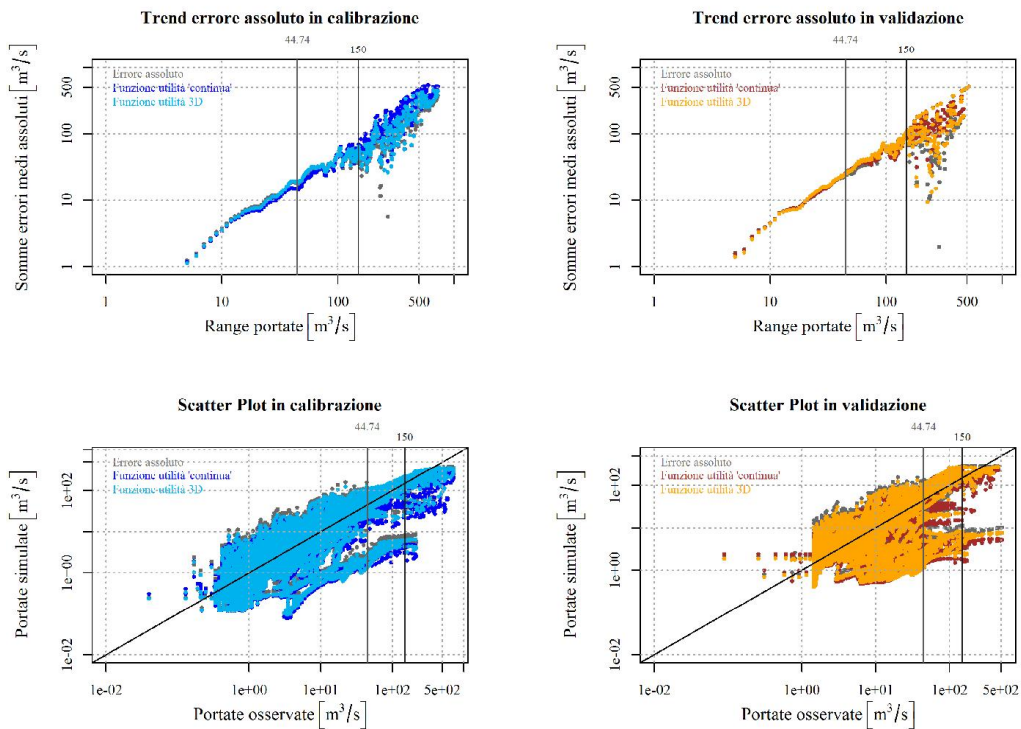


Figura 46: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 150 e portata 44,74 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 150 e 44,74 m³/s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
459,11	0,08	0,518	0,002	0,151

Tabella 86: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 150 e 44,74 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	15 m ³ /s	20 m ³ /s	50 m ³ /s	120 m ³ /s	200 m ³ /s
Calibrazione classica	6,71	8,03	20,51	45,82	88,55
F. di utilità	6,40	7,67	22,36	49,36	92,48

Tabella 87: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 150 e 44,74 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	15 m ³ /s	20 m ³ /s	50 m ³ /s	120 m ³ /s	200 m ³ /s
Calibrazione classica	7,30	9,37	25,34	59,40	96,12
F. di utilità	7,13	9,59	27,97	49,06	104,94

Tabella 88: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 150 e 44,74 m³/s)

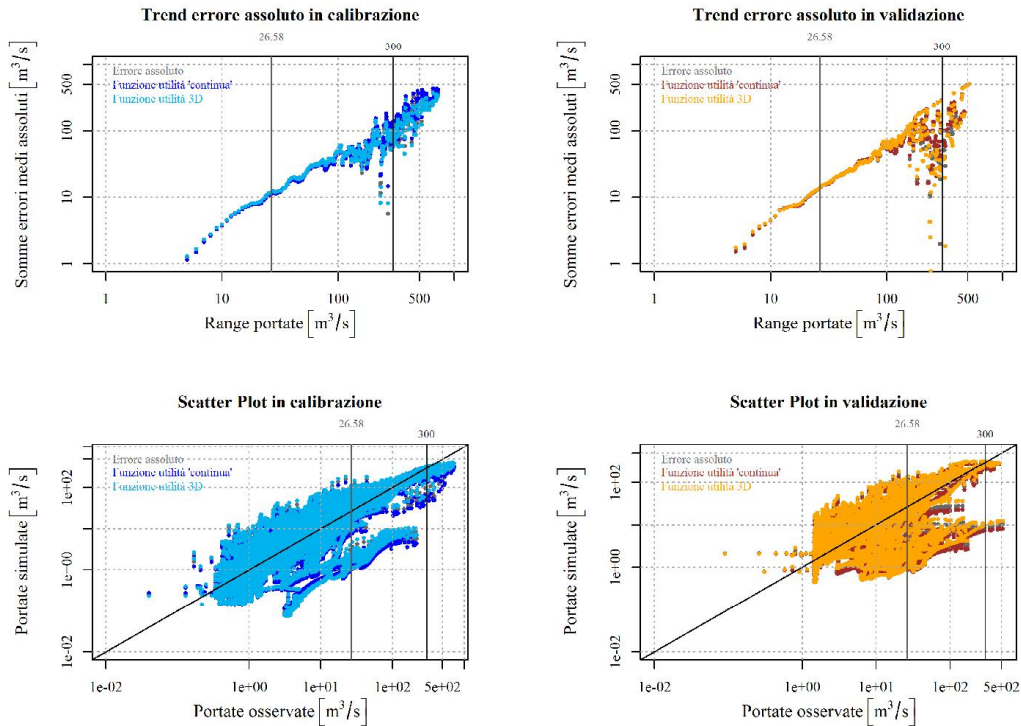


Figura 47: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 300 e portata 26,58 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 300 e 26,58 m ³ /s				
C_{max}	β_k	α	K_s	K_q
400,49	0,098	0,496	0,003	0,193

Tabella 89: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 300 e 26,58 m³/s

Valore mediano della finestra mobile - Calibrazione					
Range portate	20 m ³ /s	40 m ³ /s	100 m ³ /s	150 m ³ /s	350 m ³ /s
Calibrazione classica	8,03	19,14	48,03	45,20	126,98
F. di utilità	8,20	19,95	49,72	44,80	115,00

Tabella 90: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 300 e 26,58 m³/s)

Valore mediano della finestra mobile - Validazione					
Range portate	20 m ³ /s	40 m ³ /s	100 m ³ /s	150 m ³ /s	350 m ³ /s
Calibrazione classica	9,37	21,60	54,91	95,87	-
F. di utilità	9,63	21,84	56,42	95,27	-

Tabella 91: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 300 e 26,58 m³/s)

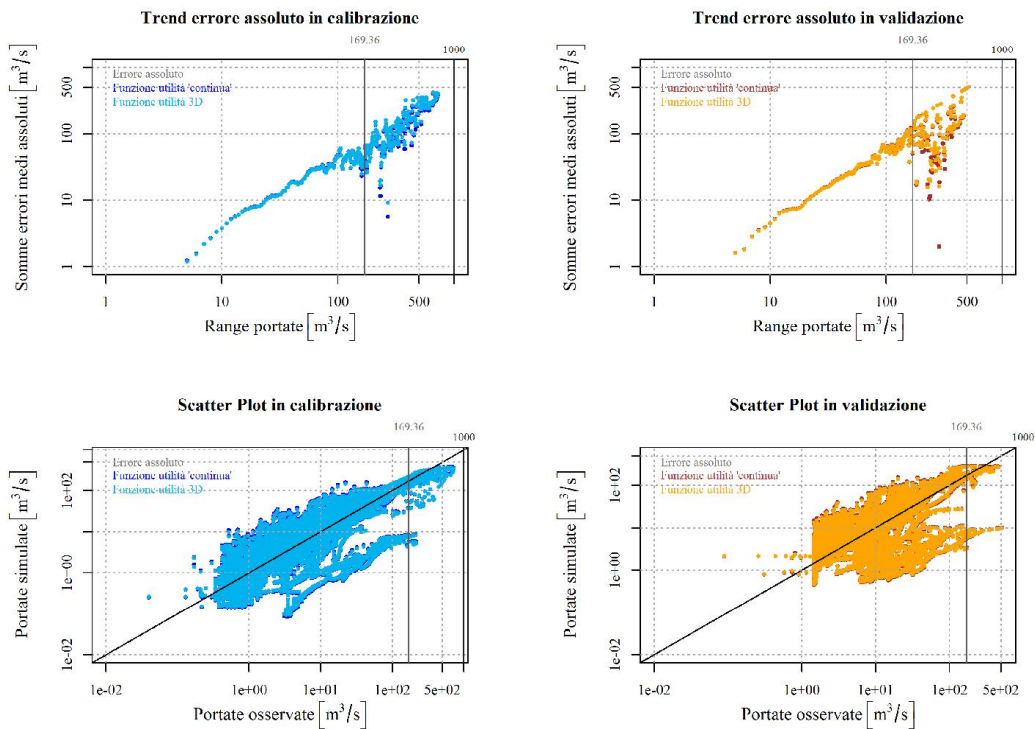


Figura 48: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 1000 e portata 169,36 m³/s

Parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 1000 e 169,36 m³/s				
C_{max}	βk	α	K_s	K_q
431,69	0,093	0,482	0,002	0,171

Tabella 92: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 1000 e 169,36 m³/s

Nei grafici sono riportati in ascissa i due valori di soglia definiti dalla funzione: uno di errore ed uno di portata.

Si analizza come varia l'andamento dell'errore medio assoluto commesso calibrando il modello tramite la funzione di utilità tridimensionale, rispetto a quello commesso affidandosi alla calibrazione classica e alla calibrazione con la funzione di utilità bidimensionale continua.

Fintanto che la soglia di errore corrisponde ai valori più bassi, la calibrazione con funzione di utilità tridimensionale tende a restituire, in corrispondenza della stessa, un errore inferiore rispetto alla calibrazione classica, ed un errore confrontabile a quello ottenuto calibrando il modello con la funzione di utilità bidimensionale. Anche a valle della soglia, l'errore da calibrazione con funzione di utilità tridimensionale

risulta tendenzialmente inferiore o confrontabile con gli altri due andamenti. A monte della soglia di errore, invece, si vede come l'andamento dovuto alla funzione di utilità tridimensionale, inizialmente peggiore, si vada a sovrapporre con quello ottenuto con la funzione di utilità continua, una volta che la soglia di portata superi o quantomeno raggiunga quella dell'errore. Sembra infatti che per una migliore rappresentazione delle portate rientranti in un data "finestra" sia necessario coinvolgere una base dati che includa le portate uguali o superiori a quelle definite dalla "finestra". Ad esempio, per poter rappresentare al meglio le portate coincidenti con ascissa pari a $5 \text{ m}^3/\text{s}$ (quindi quelle comprese tra 0 e $5 \text{ m}^3/\text{s}$), la funzione di utilità dovrà avere la soglia di portata uguale o superiore a $5 \text{ m}^3/\text{s}$, e così via.

Via via che la soglia di errore aumenta, anche i range di portate più alti vengono approssimati meglio che con la calibrazione bidimensionale, ma solo finché la soglia di portata rimane limitata e a monte di quella di errore; una volta superata, i due andamenti tornano grossomodo a coincidere.

Anche in questo caso sembrerebbe che la calibrazione con funzioni di utilità tridimensionale, adducendo l'informazione dalle portate medio/alte, le quali sembrano soffrire di errori maggiori, porti ad un decremento delle performances nei confronti dei picchi di portata. Ciò si riduce sempre più ampliando l'intervallo di errore ammesso: in questo modo anche i picchi di portata vengono approssimati in maniera migliore che con la calibrazione tramite funzione di utilità bidimensionale e in maniera comparabile con la calibrazione classica.

La variazione lineare dell'utilità con il crescere dell'errore e delle portate, introduce nuovamente la tematica della biunivocità tra utilità ed errore. L'algoritmo pare ricercare i parametri in base all'informazione fornita dai dati ai quali si associa utilità maggiore ovvero quelli affetti da un errore assoluto inferiore: le portate medio/basse simulate soffrono generalmente di un errore più basso nella rappresentazione delle portate osservate, e la funzione consente una migliore rappresentazione di questi deflussi fintanto che la soglia di errore rimane contenuta. Quando infatti questa aumenta anche le portate medio/alte vengono approssimate in maniera migliore. Come detto poco fa, inoltre, per una migliore rappresentazione delle portate sembrerebbe necessario includere nel processo di calibrazione valori di portata pari o superiori a quelli a cui si è interessati. Ciò sembra avvenire quando questi ricadano nella zona della funzione che precede la soglia di portata.

È interessante notare che anche all'aumentare delle soglie, l'andamento dell'errore della calibrazione con funzione di utilità tridimensionale, seppur non così marcatamente migliore di quello della calibrazione classica o della calibrazione con funzione bidimensionale (se non per alcune coppie di soglie), mantiene sempre un andamento omogeneo in tutto il range di portate. L'errore non si propaga in maniera netta sia a monte che a valle delle soglie, come avveniva con gli altri metodi, ma prevalentemente a valle in prossimità di valori medio/alti di portata, e solo fintanto che non vengono ammessi errori più alti dalla funzione di utilità. Ma anche in quest'ultimo caso, le portate medio/basse vengono ben approssimate, aspetto questo valutabile anche attraverso gli idrogrammi simulati ed attraverso gli scatterplot. In questi ultimi, la nuvola dei dati relativi alla funzione di utilità tridimensionale resta sempre raccolta intorno alla linea di identità, e fintanto che la soglia di portata resta a monte di quella di errore, risulta più raccolta anche delle nuvole dei dati della calibrazione classica e della calibrazione con funzione di utilità continua. Quando invece detta soglia si sposta a valle si nota una tendenza ad una sottostima delle portate, come peraltro già esposto in precedenza circa le difficoltà nella stima di portate medio/alte. Con il crescere della soglia di errore, invece, anche i dati relativi alle portate più alte si vanno a raccogliere verso la linea di identità e, attraverso l'analisi degli idrogrammi, si nota come queste vengano meglio approssimate.

5 CONCLUSIONI

La presente trattazione ha affrontato il problema della calibrazione dei modelli afflussi-deflussi introducendo un nuovo approccio basato sull'utilizzo di *funzioni di utilità*. Tradizionalmente nella fase di calibrazione, attraverso la minimizzazione o massimizzazione di una funzione obiettivo, si cerca di riprodurre al meglio l'intero idrogramma osservato, tralasciando il fatto che un utilizzatore potrebbe essere maggiormente interessato ad una corretta riproduzione dell'idrogramma in un determinato intervallo di portate (es.: portate di magra, oppure portate medie, etc..). Usando una funzione di utilità nella fase di calibrazione del modello, è stata indagata la possibilità di guidare il processo di calibrazione in modo da essere coerente con lo schema decisionale e con le esigenze dell'ipotetico utilizzatore del modello.

Sono state così costruite funzioni di utilità (bidimensionali (“non continue” e “continue”) e tridimensionali), che consentissero di esplicitare diversi possibili schemi decisionali ed esigenze di un ipotetico utilizzatore. Queste sono state applicate alla calibrazione del modello HyMOD, sulla base dei dati orari di precipitazione, evapotraspirazione e portata relativi al bacino del Sieve rilevati alla stazione di chiusura di Fornacina (FI).

Nella prima parte dello studio sono state impiegate funzioni di utilità dipendenti solamente dall'errore assoluto commesso dal modello. Dall'analisi dei risultati si è visto come già con la calibrazione svolta attraverso le funzioni bidimensionali “non continue”, si riescano ad ottenere risultati migliori di quelli ottenibili con la calibrazione classica proprio in corrispondenza, o nell'intorno, degli intervalli di portata definiti dalle soglie delle funzioni di utilità. Tuttavia questo genere di funzioni tende a soffrire l'attribuzione di utilità massima ad errori via via crescenti, il che, seppur consentendo buone riproduzioni dei picchi di portata, porta ad una sovrastima dei deflussi medio/bassi.

Un netto miglioramento delle prestazioni, sia nei confronti della calibrazione classica che della calibrazione operata usando le funzioni di utilità precedenti, è tuttavia evidente se la calibrazione viene condotta attraverso funzioni bidimensionali “continue”, che vedono l'utilità variare in maniera lineare decrescente rispetto all'errore assoluto commesso dal modello.

In una seconda fase del lavoro sono state invece considerate funzioni tridimensionali per le quali l'utilità fosse dipendente sia dall'errore assoluto che dalla portata. All'utilizzatore, in questo caso, è consentito di "indirizzare" la calibrazione, oltre che in base agli errori commessi dal modello, anche in base alle portate che ritiene maggiormente utili per le sue applicazioni. Il loro impiego ha consentito di verificare ulteriori incrementi delle prestazioni rispetto alle funzioni di utilità già studiate, come pure nei riguardi della calibrazione classica, anche se in quest'ultimo caso non sempre così marcati ed evidenti.

Un limite del metodo proposto può essere rappresentato dalla difficile definizione della funzione di utilità, dal momento che non sempre lo schema decisionale dell'utilizzatore potrebbe essere esprimibile in maniera matematica.

Si può dunque concludere che, alla luce di quanto detto, l'impiego di queste funzioni ha consentito di ottenere risultati alquanto incoraggianti e meritevoli di approfondimenti futuri.

Appendice

Per completezza, come anticipato, si riporta qui di seguito un confronto qualitativo tra le funzioni di utilità tridimensionali testate durante la predisposizione del presente lavoro. In particolare si mettono a confronto tre tipologie di funzioni, a conferma della scelta della funzione di utilità descritta in precedenza quale strumento utile a fornire risultati più soddisfacenti.

La prima funzione di utilità tridimensionale deriva dalle funzioni bidimensionali non continue: in questo caso viene assegnata utilità massima a tutti i punti del piano cartesiano (definiti dalle coppie di valori di portata ed errore assoluto), per i quali l'errore è compreso tra zero e la soglia impostata. È evidente come questa funzione fornirà i risultati peggiori, dal momento che non opera alcuna distinzione tra errori alti o bassi nella ricerca dell'ottimo del beneficio.

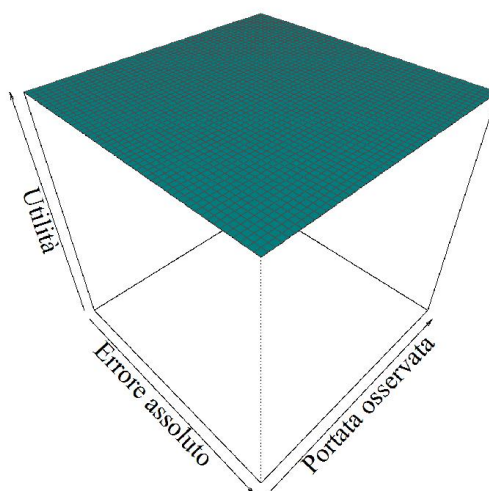


Figura 49: funzione di utilità tridimensionale n°1

La seconda funzione di utilità è invece analoga alla funzione di utilità tridimensionale di cui al paragrafo 4.3. Questa differisce solo per il fatto che al punto di intersezione, sul piano cartesiano, dei valori di soglia di errore e portata viene attribuita utilità massima. Ciò significa che il decisore è disposto ad associare utilità massima alle portate alte, anche se affette da un elevato errore assoluto nella riproduzione del dato osservato. Tale comportamento si mantiene anche per portate superiori alla soglia di portata considerata.

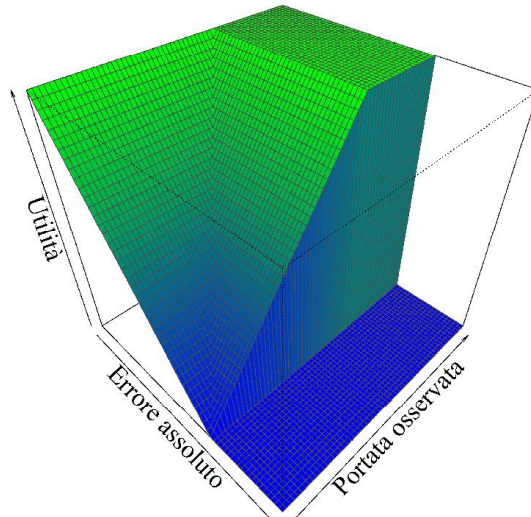


Figura 50: funzione di utilità tridimensionale n°2

Infine, la terza funzione è la medesima descritta nel paragrafo 4.3 .

Si riportano di seguito alcuni dei grafici più significativi per un raffronto dei risultati ottenuti con le diverse funzioni di utilità tridimensionali testate:

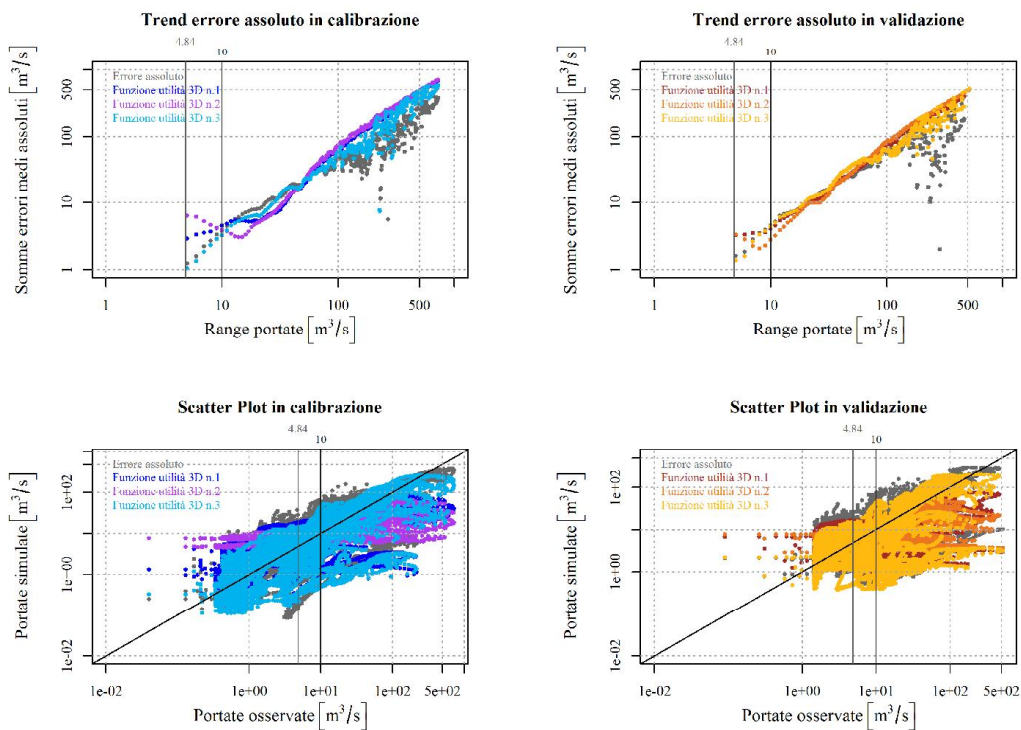


Figura 51: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 10 e portata 4,84 m³/s

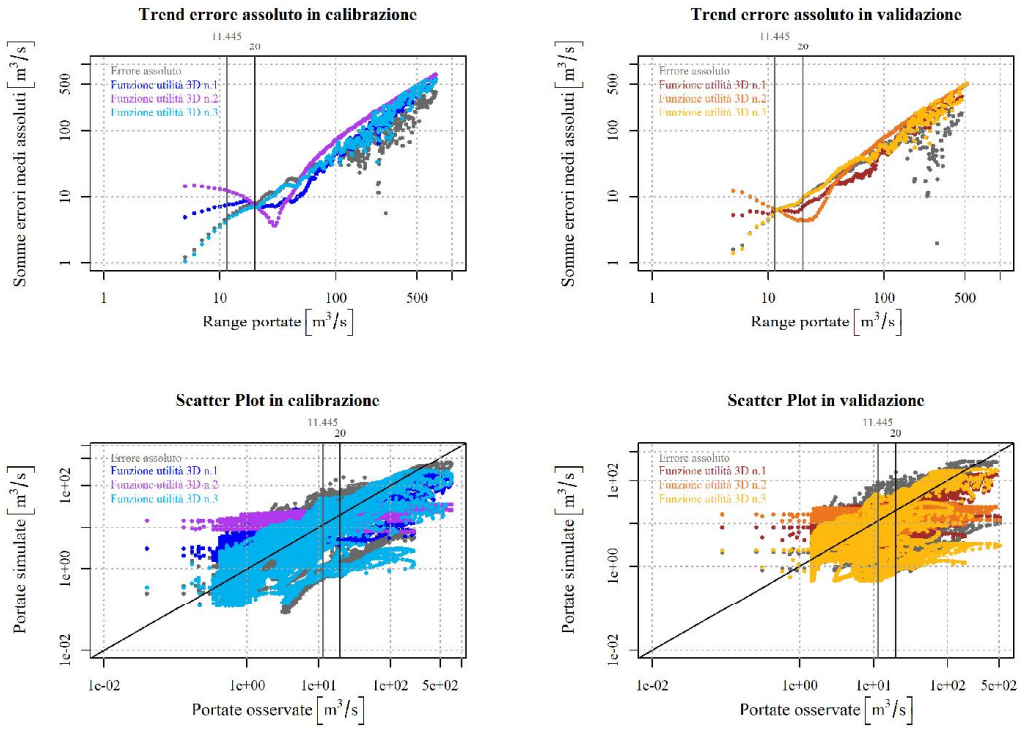


Figura 52: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 20 e portata 11,445 m³/s

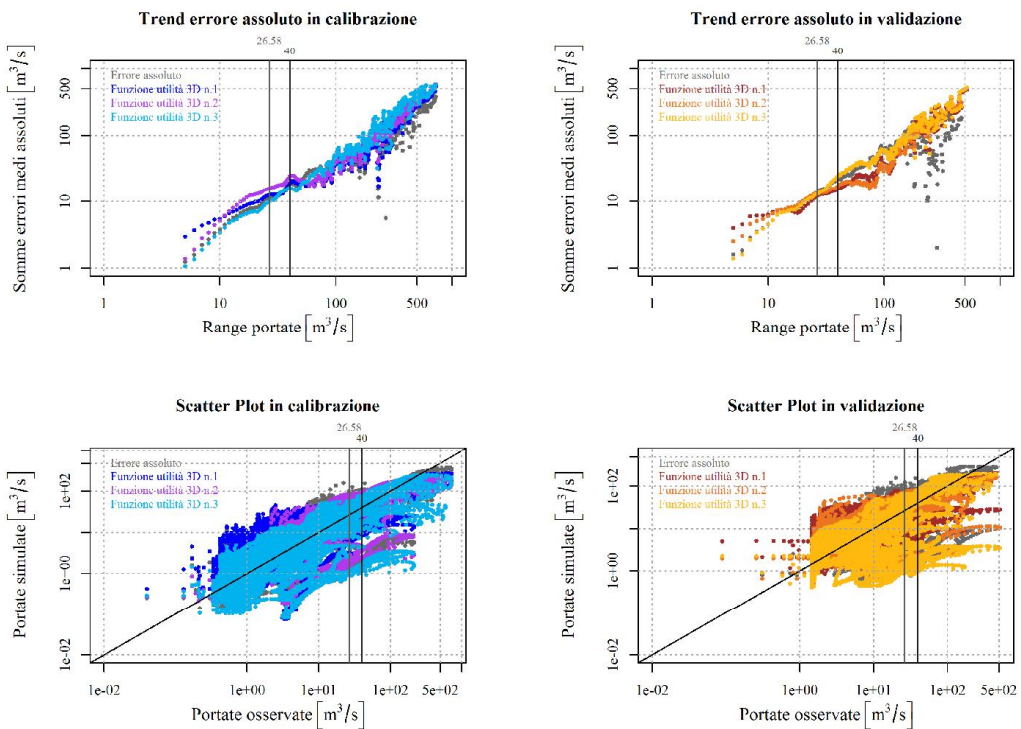


Figura 53: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 40 e portata 26,58 m³/s

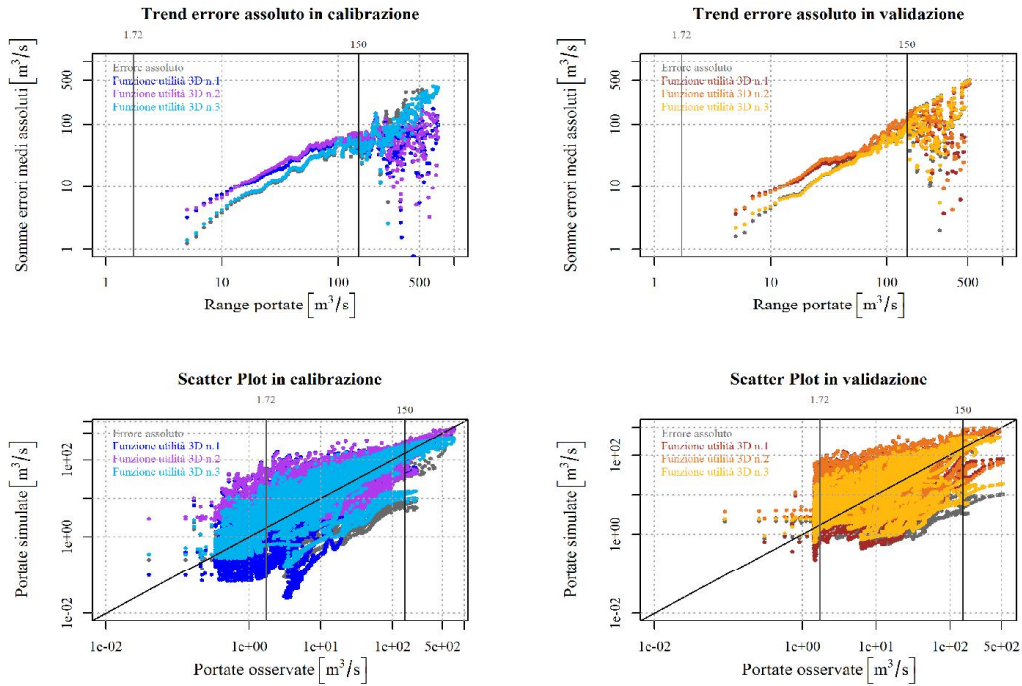


Figura 54: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 150 e portata 1,72 m³/s

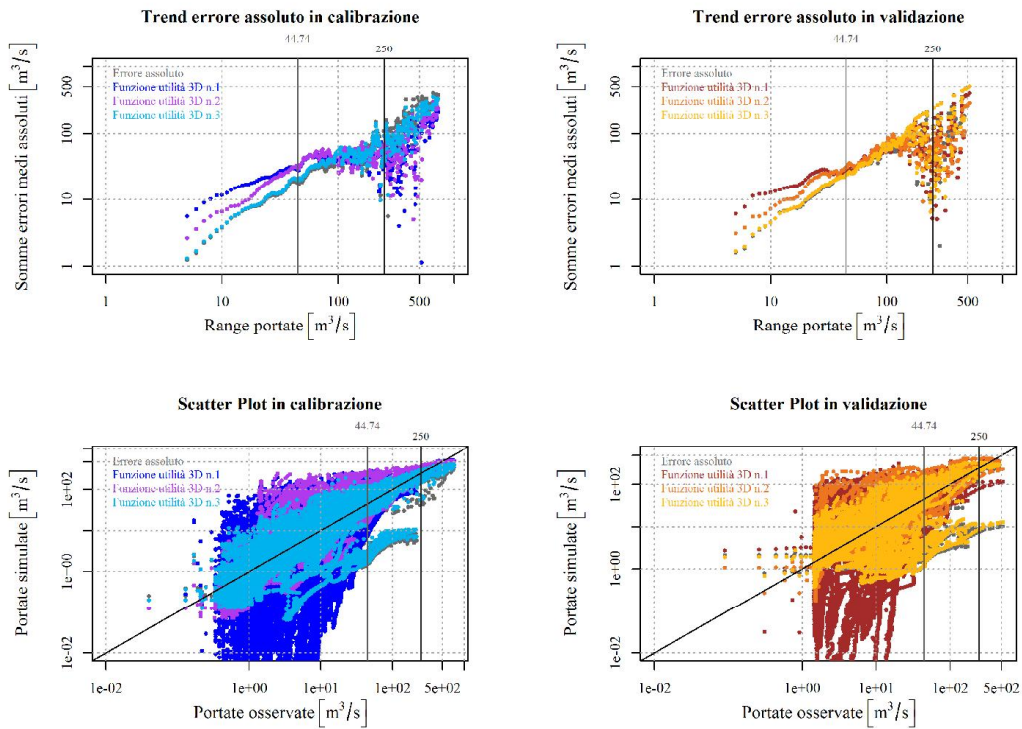


Figura 55: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 250 e portata 44,74 m³/s

Dall'analisi del trend dell'errore assoluto si evince come l'andamento dell'errore medio assoluto ottenuto dalla calibrazione svolta usando la funzione di utilità tridimensionale n°1 (in blu nel periodo di calibrazione e in rosso in quello di validazione) rispecchi quello derivante dall'uso delle funzioni non continue e risulti quindi meno buono confrontato con le altre due. Questo dal momento che l'utilità è sempre pari al massimo valore per qualsivoglia portata all'interno della soglia di errore. Anche lo scatterplot rivela una rappresentazione delle portate osservate meno efficace delle altre funzioni.

La calibrazione con funzione di utilità tridimensionale n° 2 (in viola nel periodo di calibrazione e in arancione in quello di validazione) presenta un andamento dell'errore medio assoluto meno buono a monte della soglia di errore fintanto che la soglia di portata non la raggiunge e la supera. Questo probabilmente è dovuto al fatto che ai deflussi oltre la soglia di portata si sta attribuendo la massima utilità anche per alti valori di errore. La cosa si corregge mano a mano che la soglia di portata della funzione di utilità si amplia, così da indurre una più attenta attribuzione del beneficio alle portate che si trovano ricomprese nella zona della funzione di utilità precedente alla soglia. In questo modo si arriva ad avere, sia nel trend dell'errore medio assoluto come pure negli scatterplot, andamenti associati alle funzioni di utilità tridimensionali n°2 e n°3 che in pratica arrivano a sovrapporsi.

Maggiore attenzione è invece riposta nella costruzione della funzione di utilità tridimensionale n°3 (in azzurro nel periodo di calibrazione e in giallo in quello di validazione), che, come già analizzato, vede attribuire più attentamente l'utilità se la portata simulata è affetta da errore alto, con evidenti risultati in entrambi i grafici. Per questo motivo è stata prescelta come modello su cui basare la bontà del metodo.

Bibliografia

- ◆ Anderson MP, Woessner WW. (1992). Applied Groundwater Modeling: Simulation of Flow and Advective Transport. Academic Press: New York. 381P
- ◆ Appunti di Ricerca Operativa, Gruppo di Ricerca Operativa del Dipartimento di Informatica dell'Università di Pisa, 2012/2013
- ◆ Blasone Roberta-Serena, Parameter Estimation and Uncertainty Assessment in Hydrological Modelling, Ph.D. Thesis, June 2007
- ◆ Chiandotto B., Statistica per le decisioni, Cap. 1: Teoria delle decisioni, versione 2006
- ◆ Chow, Maidment, Mays (1988). Applied hydrology, McGraw-Hill
- ◆ Comunità Montana del Mugello, Piano di classifica degli immobili–Comprensorio di bonifica “Val di Sieve”
- ◆ Eiben and Smith: Introduction to Evolutionary Computing, Springer, Natural Computing Series, Chapter 2: What is an EvolutionaryAlgorithm?
- ◆ Gupta, H. V., S. Sorooshian, and P. O. Yapo (1998), Toward improved calibration of hydrologic models: Multiple and noncommensurable measures of information, Water Resour. Res., 34(4), 751–763, doi:10.1029/97WR03495.
- ◆ Houghton-Carr H.A. (1999). Assessment criteria for simple conceptual daily rainfall-runoff models, HydrologicalSciences-Journal-des Sciences Hydrologiques, 44(2) April 1999
- ◆ Lombardi L., Calibrazione di modelli idrologici con algoritmi multiobiettivo, Tesi di dottorato, 2011
- ◆ Madsen, H. (2003). Parameter estimation in distributed hydrological catchment modelling using automatic calibration with multiple objectives. Advances in Water Resources, 26, 205-216
- ◆ Madsen, H., Wilson, G. and Ammentorp, H. C. (2002).

Comparison of different automatic strategies for calibration of rainfall-runoff models. *Journal of Hydrology*, 261, 48-59.

- ◆ Montanari A., Dispense del corso di Gestione delle Risorse Idriche, 2006
- ◆ Montanari A. (2007). What do we mean by ‘uncertainty’? The need for a consistent wording about uncertainty assessment in hydrology, *HYDROLOGICAL PROCESSES Hydrol. Process.*21, 841–845 (2007).
- ◆ Montanari A., Castellarin A, Corso di Modellistica Idrologica, Appunti delle Lezioni, 2011
- ◆ Montanari, A., C. A. Shoemaker, and N. van de Giesen (2009), Introduction to special section on Uncertainty Assessment in Surface and Subsurface Hydrology: An overview of issues and challenges, *Water Resour. Res.*, 45, W00B00, doi:10.1029/2009WR008471.
- ◆ Montosi E., Variabilità spaziale dei parametri di modelli afflussi-deflussi, Tesi di Dottorato, 2012
- ◆ Moore R.J. (2007). The PDM rainfall-runoff model, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 11(1), 483-499, 2007
- ◆ Moretti S., Rinaldi M., (1994). Dinamica fluviale del fiume Sieve nella prospettiva della valutazione degli effetti della diga di Bilancino (Mugello, Firenze), *Geologica Romana*, 30: 45-52, 5 fig, 1 tab, Roma (1994)
- ◆ Mullen K., Ardia D., Gil D., Windover D., Cline J. (2011). 'DEoptim': An R Package for Global Optimization by Differential Evolution. *Journal of Statistical Software*, 40(6), 1-26.
- ◆ Poretti I, Modelli per l'idrologia e la simulazione di eventi di piena, Corso di “Principi di Idrologia”, 2009/2010
- ◆ Refsgaard JC. (1996). Terminology, modeling protocol and classification of hydrological model codes. In: *Distributed Hydrological Modelling*, Abbott MB, Refsgaard JC (eds.) Kluwer Academic: Netherlands; 17-39.
- ◆ Rosbjerg, D. and Madsen H. (2005). Concepts of hydrological

modeling. In: Anderson, M. G. (ed.), Encyclopedia of Hydrological Sciences, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, UK, Vol.1, Part 1, Chapter 10, 155-163.

- ◆ Singh, V. P. and Woolhiser, D. A. (2002). Mathematical Modeling of Watershed Hydrology. *Journal of Hydrologic Engineering*, 7(4), 270-292.
- ◆ Storn R., Price K. (1997) Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, *Journal of Global Optimization* 11: 341–359, 1997.
- ◆ Tessema, SM (2011) Hydrological modeling as a tool for sustainable water resources management: a case study of the Awash River basin. TRITA LWR.LIC 2056
- ◆ van Griensven A., Meixner T., Grunwald S., Bishop T., Diluzioci M., Srinivasan R. (2005). A global sensitivity analysis tool for the parameters of multi-variable catchment models, *Journal of Hydrology* 324 (2006) 10–23
- ◆ Weise T., *Global Optimization Algorithms – Theory and Application* –, 2nd Edition, 2006

Indice delle Figure

Figura 1: schema semplificato del ciclo idrologico.....	11
Figura 2: schema di modello a serbatoio.....	22
Figura 3: schema del bucket model (Budyko, 1956; Manabe 1969).....	23
Figura 4: funzione di utilità per diversi atteggiamenti nei confronti del rischio (Chiandotto, 2006).....	45
Figura 5: area di studio: il bacino del Sieve (Comunità Montana del Mugello, Piano di classifica degli immobili).....	47
Figura 6: dati osservati bacino del Sieve dal 1 Gennaio 1992 al 31 Dicembre 1996.	50
Figura 7: schema di modelli PDM.....	51
Figura 8: schema del modello HyMOD.....	52
Figura 9: idrogramma osservato e simulato calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione).....	59
Figura 10: trend dell'errore assoluto calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione).....	60
Figura 11: scatterplot calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione).....	60
Figura 12: esempio di funzione di utilità non continua.....	61
Figura 13: esempio di funzione di utilità continua.....	61
Figura 14: scatterplot di confronto tra funzione di utilità non continua e calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione).....	62
Figura 15: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 5 m ³ /s.....	65
Figura 16: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 10 m ³ /s.....	66
Figura 17: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 25 m ³ /s.....	67
Figura 18: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 40 m ³ /s.....	68
Figura 19: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 60 m ³ /s.....	69
Figura 20: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 90 m ³ /s.....	70
Figura 21: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 150 m ³ /s.....	71
Figura 22: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 250 m ³ /s.....	72
Figura 23: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 1000 m ³ /s.....	73
Figura 24: scatterplot di confronto tra funzione di utilità continua e calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione).....	75
Figura 25: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-20 m ³ /s.....	78
Figura 26: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-40 m ³ /s.....	79
Figura 27: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-150 m ³ /s.....	80
Figura 28: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 10-300 m ³ /s.....	81
Figura 29: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 15-40 m ³ /s.....	82
Figura 30: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 15-90 m ³ /s.....	83
Figura 31: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 15-250 m ³ /s.....	84
Figura 32: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 20-150 m ³ /s.....	85
Figura 33: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 20-300 m ³ /s.....	86
Figura 34: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 25-80 m ³ /s.....	87
Figura 35: trend errore assoluto e scatterplot con soglia 30-100 m ³ /s.....	88
Figura 36: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 50-300 m ³ /s.....	89
Figura 37: trend errore assoluto e scatterplot con soglie 5-1000 m ³ /s.....	90

Figura 38: scatterplot di confronto tra funzione di utilità tridimensionale e calibrazione classica (in blu il periodo di calibrazione, in rosso quello di validazione)	94
Figura 39: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 5 e portata 26,58 m3/s.....	96
Figura 40: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 15 e portata 11,445 m3/s.....	97
Figura 41: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 20 e portata 1,72 m3/s.....	98
Figura 42: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 25 e portata 1,72 m3/s.....	99
Figura 43: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 60 e portata 4,84 m3/s.....	100
Figura 44: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 70 e portata 11,445 m3/s.....	101
Figura 45: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 80 e portata 1,72 m3/s.....	102
Figura 46: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 150 e portata 44,74 m3/s.....	103
Figura 47: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 300 e portata 26,58 m3/s.....	104
Figura 48: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 1000 e portata 169,36 m3/s.....	105
Figura 49: funzione di utilità tridimensionale n°1.....	111
Figura 50: funzione di utilità tridimensionale n°2.....	112
Figura 51: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 10 e portata 4,84 m3/s.....	112
Figura 52: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 20 e portata 11,445 m3/s.....	113
Figura 53: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 40 e portata 26,58 m3/s.....	113
Figura 54: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 150 e portata 1,72 m3/s.....	114
Figura 55: trend errore assoluto e scatterplot con soglia di errore 250 e portata 44,74 m3/s.....	114

Indice delle Tabelle

Tabella 1: parametri ottimali calibrazione classica.....	58
Tabella 2: valori funzione obiettivo calibrazione classica.....	61
Tabella 3: parametri ottimali funzione di utilità soglia 5 m ³ /s.....	65
Tabella 4: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile- Calibrazione (soglia 5 m ³ /s).....	65
Tabella 5: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 5m ³ /s).....	65
Tabella 6: parametri ottimali funzione di utilità soglia 10 m ³ /s.....	66
Tabella 7: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 10 m ³ /s).....	66
Tabella 8: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 10 m ³ /s).....	66
Tabella 9: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 25 m ³ /s.....	67
Tabella 10: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 25 m ³ /s).....	67
Tabella 11: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 25 m ³ /s).....	67
Tabella 12: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 40 m ³ /s.....	68
Tabella 13: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 40 m ³ /s).....	68
Tabella 14: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 40 m ³ /s).....	68
Tabella 15: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 60 m ³ /s.....	69
Tabella 16: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 60 m ³ /s).....	69
Tabella 17: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 60 m ³ /s).....	69
Tabella 18: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 90 m ³ /s.....	70
Tabella 19: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 90 m ³ /s).....	70
Tabella 20: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 90 m ³ /s).....	70
Tabella 21: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 150 m ³ /s.....	71
Tabella 22: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 150 m ³ /s).....	71
Tabella 23: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 150 m ³ /s).....	71
Tabella 24: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 250 m ³ /s.....	72
Tabella 25: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglia 250 m ³ /s).....	72
Tabella 26: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglia 250 m ³ /s).....	72
Tabella 27: parametri ottimali funzione di utilità con soglia 1000 m ³ /s.....	73
Tabella 28: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-20 m ³ /s.....	78

Tabella 29: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-20 m ³ /s).....	78
Tabella 30: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-20 m ³ /s).....	78
Tabella 31: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-40 m ³ /s.....	79
Tabella 32: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-40 m ³ /s).....	79
Tabella 33: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-40 m ³ /s).....	79
Tabella 34: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-150 m ³ /s.....	80
Tabella 35: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-150 m ³ /s).....	80
Tabella 36: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-150 m ³ /s).....	80
Tabella 37: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 10-300 m ³ /s.....	81
Tabella 38: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 10-300 m ³ /s).....	81
Tabella 39: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 10-300 m ³ /s).....	81
Tabella 40: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-40 m ³ /s.....	82
Tabella 41: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15-40 m ³ /s).....	82
Tabella 42: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15-40 m ³ /s).....	82
Tabella 43: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-90 m ³ /s.....	83
Tabella 44: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15-90 m ³ /s).....	83
Tabella 45: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15-90 m ³ /s).....	83
Tabella 46: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 15-250 m ³ /s.....	84
Tabella 47: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15-250 m ³ /s).....	84
Tabella 48: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15-250 m ³ /s).....	84
Tabella 49: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 20-150 m ³ /s.....	85
Tabella 50: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 20-150 m ³ /s).....	85
Tabella 51: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 20-150 m ³ /s).....	85
Tabella 52: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 20-300 m ³ /s.....	86
Tabella 53: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 20-300 m ³ /s).....	86
Tabella 54: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 20-300 m ³ /s).....	86
Tabella 55: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 25-80 m ³ /s.....	87
Tabella 56: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 25-80 m ³ /s).....	87

Tabella 57: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 25-80 m3/s).....	87
Tabella 58: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 30-100 m3/s.....	88
Tabella 59: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 30-100 m3/s).....	88
Tabella 60: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 30-100 m3/s).....	88
Tabella 61: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 50-300 m3/s.....	89
Tabella 62: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 50-300 m3/s).....	89
Tabella 63: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 50-300 m3/s).....	89
Tabella 64: parametri ottimali funzione di utilità con soglie 5-1000 m3/s.....	90
Tabella 65: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 5 e 26,58 m3/s.....	96
Tabella 66: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 5 e 26,58 m3/s).....	96
Tabella 67: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 5 e 26,58 m3/s).....	96
Tabella 68: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 15 e 11,45 m3/s.....	97
Tabella 69: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 15 e 11,45 m3/s).....	97
Tabella 70: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 15 e 11,45 m3/s).....	97
Tabella 71: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 20 e 1,72 m3/s.....	98
Tabella 72: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 20 e 1,72 m3/s).....	98
Tabella 73: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 20 e 1,72 m3/s).....	98
Tabella 74: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 25 e 1,72 m3/s.....	99
Tabella 75: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 25 e 1,72 m3/s).....	99
Tabella 76: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 25 e 1,72 m3/s).....	99
Tabella 77: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 60 e 4,84 m3/s.....	100
Tabella 78: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 60 e 4,84 m3/s).....	100
Tabella 79: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 60 e 4,84 m3/s).....	100
Tabella 80: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 70 e 11,45 m3/s.....	101
Tabella 81: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 70 e 11,45 m3/s).....	101
Tabella 82: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 70 e 11,45 m3/s).....	101
Tabella 83: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 80 e 1,72 m3/s.....	102
Tabella 84: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 80 e 1,72 m3/s).....	102
Tabella 85: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 80 e 1,72 m3/s).....	102

Tabella 86: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 150 e 44,74 m ³ /s.	103
Tabella 87: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 150 e 44,74 m ³ /s).....	103
Tabella 88: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 150 e 44,74 m ³ /s).....	103
Tabella 89: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 300 e 26,58 m ³ /s.	104
Tabella 90: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Calibrazione (soglie 300 e 26,58 m ³ /s).....	104
Tabella 91: errore medio assoluto all'interno della finestra mobile - Validazione (soglie 300 e 26,58 m ³ /s).....	104
Tabella 92: parametri ottimali funzione di utilità 3D con soglie 1000 e 169,36 m ³ /s	105

Ringraziamenti

Arrivati finalmente alla fine di un lungo percorso, voglio in primo luogo ringraziare il Prof. Montanari per avermi dato la possibilità di affrontare un lavoro così interessante e l'Ing. Emanuele Baratti per il continuo supporto, i preziosi consigli e la grandissima disponibilità dimostratami in tutti questi mesi di lavoro.

Ringrazio i miei genitori e i miei fratelli per avermi sempre sostenuto e aver sempre incoraggiato le mie scelte. E per essere la famiglia che siete, non potrei chiedere di meglio. Grazie anche a mia nonna per tutti i pranzi della serie “mangio in fretta che poi vado a studiare”, e per ricordarsi date e voti di tutti gli esami che ho fatto. Non so come faccia!

Grazie a Cesare e Cesarina per avermi “adottato” nei week-end da un po' di tempo a questa parte e per essere delle persone fantastiche.

Ringrazio i miei amici: Max, Laura, Cesco, la Fefe, il Pivi, Korac, le mie cognate, Lale e Laura, e tutti i climbers della Newpol.

Grazie a Dani, Para e Robby per la lunga amicizia e per le esperienze musicali passate, presenti e speriamo anche future. Dani, grazie anche per i tutti i “gool” dopo ogni esame!

Grazie a Gian Carlo e a tutti i colleghi della r.e.i.a.: Roberta, Christian, Marco, Davide e Rosanna, per avermi dato la possibilità di ricominciare a studiare e avermi sempre accordato tutte le facilitazioni per poterlo fare nel modo migliore.

Infine a Carlotta va un grazie speciale. Stare sempre al mio fianco è il regalo che mi fai ogni giorno. Sei il mio respiro lungo.

Per ultimo ringrazio me stesso perché non è stato né facile né breve ma, al di là di tutto, sono contento di aver fatto la scelta che ho fatto e mi ritengo soddisfatto e consapevole di avere dato il massimo.