

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Corso di Laurea Magistrale in Fisica

Determinazione del gradiente gravitazionale attraverso l'utilizzo di un interferometro atomico

Relatore:
Prof. Marco Prevedelli

Presentata da:
Marco Menchetti

Correlatore:
Prof. Guglielmo Tino

Sessione III
Anno Accademico 2012/2013

Indice

1	Introduzione	7
1.1	MAGIA 'Misura Accurata di G mediante Interferometria Atomica'	7
1.1.1	Il problema di G	7
1.2	Il gradiente gravitazionale γ	8
1.2.1	Determinazione a priori	9
1.2.2	Tecniche classiche di misura	9
2	Principi di base	13
2.1	Raffreddamento e intrappolamento degli atomi	13
2.1.1	Raffreddamento laser	13
2.1.2	La MOT	15
2.2	Transizione Raman stimolata	18
2.3	Interferometria Atomica	19
2.3.1	Teoria	20
3	Apparato sperimentale	25
3.1	Sistema ottico	25
3.1.1	Laser ECDL a filtro interferenziale	25
3.1.2	Laser di riferimento	26
3.1.3	Laser di ripompaggio	29
3.1.4	Laser Raman	30
3.2	Apparato da vuoto	30
3.3	2D-MOT	32
4	Procedura sperimentale	35
4.1	Fontana atomica	35
4.1.1	Lancio	35
4.1.2	Juggling	36
4.2	Preparazione degli stati	36
4.3	Sequenza interferometrica	37
4.4	Rivelazione	38
4.5	Analisi del segnale	39

4.5.1	Fit ellittico	39
4.5.2	Misura doppio differenziale	40
5	Misure	41
5.1	Caratterizzazione del fascio di spinta della 2D-MOT	41
5.2	Gradiente gravitazionale	44
5.3	Analisi del rumore	47
5.4	Gradiente dell'apparato	51
6	Conclusioni	57

Ringraziamenti

Innanzitutto volevo ringraziare i miei genitori e tutta la mia famiglia senza la quale non sarei potuto arrivare fin qui. Poi volevo ringraziare il mio relatore per la sua infinita pazienza. La mia amica Valentina che tra alti e bassi mi è sempre stata accanto. Gabriele e Quentin che hanno arginato i mie danni in laboratorio. Tutti gli amici di Bologna per le serate e le mille avventure di questi anni. Ilenia, Sara, Eva, Simone, Francesca e Filippo punti fermi nelle mie fughe a casa e a tutto il gruppo di Firenze per avermi accolto.

Abstract

Il lavoro presentato in questa tesi è stato svolto nell'ambito dell'esperimento MAGIA (Misura Accurata di G mediante Interferometria Atomica) che, come suggerito dall'acronimo, si propone di realizzare una misura della costante gravitazionale G utilizzando un interferometro atomico come sensore di forza. L'obiettivo di MAGIA è quello di fornire una misura di G con un'incertezza di circa 100 ppm, per raggiungere lo scopo è necessario conoscere il gradiente gravitazionale γ presente nel laboratorio durante la misura di G. Un errore nella valutazione di γ del 10% comporterebbe un errore nella misura di G di 26 ppm.

Si è quindi utilizzato l'apparato di MAGIA per misurare γ e si è ottenuto:

$$\gamma = (3.110 \pm 0.003) \times 10^{-6} \text{ s}^{-2}$$

Portando l'errore sulla misura di G causato dall'incertezza di γ a circa 1 ppm. Vista l'importanza della misura di γ negli studi geologici e nella ricerca mineraria, si è studiata la sensibilità dello strumento come gradiometro. Si è inoltre eseguita una caratterizzazione del sistema laser utilizzato nel dispositivo di carica degli atomi, al fine di migliorare il rapporto segnale/rumore.

Capitolo 1

Introduzione

1.1 MAGIA 'Misura Accurata di G mediante Interferometria Atomica'

MAGIA è un progetto nato nel 2003 con lo scopo di misurare la costante di gravitazione universale. L'apparato consiste in un gradiometro che determina il campo generato da masse sorgenti.

1.1.1 Il problema di G

Nonostante G sia una delle prime costanti introdotte nella fisica (Newton 1665), ad oggi è la costante fondamentale che si conosce con l'incertezza più elevata. Dal CODATA 2010 [1] abbiamo che il suo valore è:

$$6.67384(80)10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^{-2}} \quad (1.1)$$

Una sua misura accurata è difficile perché è la più debole tra le forze fondamentali, inoltre non è possibile schermarla.

Negli anni sono state fatte molte misure di G (fig. 1.1), alcune di queste con un'incertezza minore di 30 ppm [3, 4, 5], ma nonostante questo, l'incertezza su G rimane di 120 ppm. Le misure sono infatti in disaccordo tra loro. La causa di questi disaccordi è da ricercare nella presenza di errori sistematici che sono presenti in una misura di questo tipo. È stato quindi necessario ideare un sistema con principi di funzionamento completamente diversi dai precedenti, così da avere sistematiche diverse. Si è deciso quindi di realizzare un gradiometro atomico che riuscisse a determinare G con un'incertezza di circa 100 ppm.

Una migliore conoscenza di G è importante sia da un punto di vista pratico che da quello teorico.

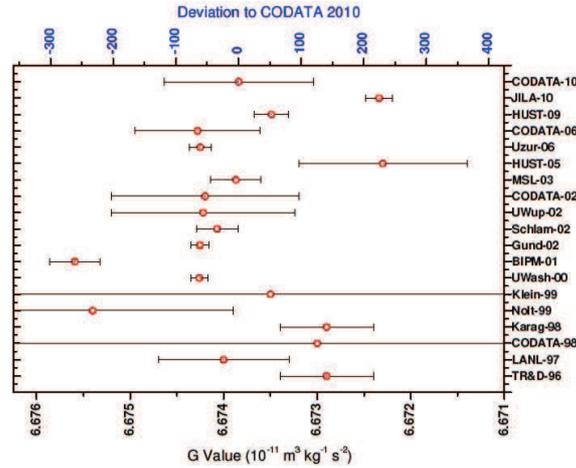


Figura 1.1: Principali misure di G fino al 2010 (da [2])

1.2 Il gradiente gravitazionale γ

In MAGIA, per misurare G si confrontano i risultati sperimentali con una simulazione Montecarlo. Per produrre una simulazione accurata, occorre conoscere con la miglior precisione possibile tutti i parametri che contribuiscono alla produzione del segnale. In particolare un errore nella determinazione di γ del 10% comporterebbe un errore nella misura di G di 26 ppm. È stata quindi necessaria una misura diretta del gradiente gravitazionale presente nel laboratorio, che è l'oggetto principale di questa tesi.

Il gradiente gravitazionale ha un interesse anche fuori dall'ambito di MAGIA, la sua misura ha infatti importanti applicazioni sia tecniche che scientifiche. Attraverso una sua misura accurata, è possibile eseguire test sulla relatività generale[6], misurare variazioni temporali di G o cercare scostamenti alla legge $1/r^2$ [7]. Alcune teorie sull'accoppiamento spin-gravità sarebbero verificabili [8]. Inoltre da più di un decennio vengono utilizzati gradiometri commerciali per lo studio del geoide e nella ricerca di giacimenti sotterranei[9]. Prova del notevole interesse suscitato dalla misura di γ si trova nell'alto numero progetti ad esso dedicati:

- US Navy Trident Submarine Gravity Sensors System (GSS)[9].
- Lockheed Martin Land Gradiometer System (LGS)[10].
- Dirigibili Zeppelin utilizzati dalla Bell Geospace e dalla DeBeers per indagini FTG in Africa[11].
- Satelliti CHAMP[12], GRACE [13] e GOCE [14] per la misura del campo gravitazionale terrestre.

Nonostante il nostro apparato non sia stato progettato appositamente per la misura di γ mostreremo che esso è in grado di rilevare gradienti gravitazionali con risoluzione di 3 E¹, sensibilità confrontabile con le altre tecnologie ora esistenti.

1.2.1 Determinazione a priori

Il potenziale gravitazionale è dato da:

$$V_G = -G \int_V \frac{\rho(r)}{r} dV$$

Il gradiente gravitazionale corrisponde alla matrice Hessiana del potenziale $T_{ij} = \frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j}$. A noi interessa solo la componente verticale $T_{33} = \gamma$.

Se consideriamo la terra come una sfera uniforme di massa M_t e raggio r_t , sulla sua superficie vale:

$$\gamma = -2G \frac{M_t}{r_t^3} = -\frac{2g}{r_t} \approx -3090 \text{ E} \quad (1.2)$$

La forte dipendenza di γ dalla distanza fa sì che il suo valore dipenda principalmente dalle masse vicine. Se ad esempio ci poniamo sulla superficie di una sfera di densità ρ e raggio r , la misura dell'accelerazione a darà informazioni sulla dimensione della sfera dato che $a \propto \rho r$ mentre la misura del gradiente dipenderà solo da ρ .

1.2.2 Tecniche classiche di misura

Un gradiometro è costituito da una coppia di gravimetri posti ad una certa distanza l'uno dall'altro, la differenza di accelerazione misurata dai sensori permette di misurare il gradiente gravitazionale.

Gradiometro a lievitazione superconduttiva

In un gravimetro superconduttivo[15] due cilindri di Niobio sono mantenuti sospesi da un campo magnetico prodotto da spire anch'esse superconduttive. L'induttanza del sistema cilindro-spira dipende linearmente dalla distanza tra i cilindri. Il flusso all'interno di un circuito superconduttivo è quantizzato e varia solo a causa della temperatura. Ciò significa che avvicinando il cilindro alla spira, si avrà un aumento di corrente nel circuito superconduttivo. Ponendo la spira sotto il cilindro questo rimarrà sospeso ad una distanza che dipende dal suo peso e quindi da g_z . Utilizzando un circuito come quello rappresentato in figura 1.2 si dispone di un dispositivo sensibile

¹Eotvos = 10^{-9} s^{-2} , tipica unità di misura nella gradiometria. Per confronto il passaggio di una persona a 2 metri di distanza produce un gradiente di 1 E

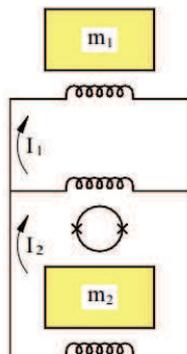


Figura 1.2: Schema di un gradiometro a levitazione superconduttiva, un dispositivo SQUID misura la corrente presente nella spira centrale.

ai gradienti gravitazionali. Se infatti una variazione di g_z portasse il cilindro superiore ad avvicinarsi alla spira aumentando I_1 , lo stesso farebbe per quello inferiore aumentando I_2 della stessa quantità. La corrente misurata dal sensore resterebbe perciò invariata. Se invece è presente un gradiente, la forza percepita dal primo cilindro è diversa da quella del secondo portando ad un incremento di $I_1 - I_2$ misurabile dal sensore. Questo tipo di strumento può arrivare ad una sensibilità di $10^{-3} \text{ E}/\sqrt{\text{Hz}}$, ma solitamente non si supera la sensibilità di $1 \text{ E}/\sqrt{\text{Hz}}$. Per la misura di γ è necessaria un'accurata calibrazione dello strumento con un gravimetro assoluto.

Gradiometro elettrostatico

Questi tipi di gradiometri utilizzano una coppia di accelerometri elettrostatici[16].

Un accelerometro elettrostatico è costituito da una massa campione a forma di parallelepipedo ed una coppia di elettrodi. Si carica elettricamente la massa campione e si utilizzano gli elettrodi per mantenerla in sospensione. Si misura la differenza di capacità dei due elettrodi (che dipende dalla posizione dal campione) e si utilizza questa misura come segnale di errore da inviare ad un circuito di feedback che regola la tensione degli elettrodi in modo da tenere fissa la posizione della massa campione. Andando a monitorare la differenza di tensione tra i due elettrodi si ricava la forza gravitazionale agente sul campione. Una rappresentazione schematica è riportata in figura 1.3.

Questo tipo di dispositivi non è adatto a misure sulla terra, dove la gravità è troppo forte per mantenere in sospensione il campione mantenendo la sensibilità dello strumento.

Un gradiometro di questo tipo era montato sul satellite GOCE.

La sensibilità può arrivare a $100 \text{ E}/\sqrt{\text{Hz}}$.

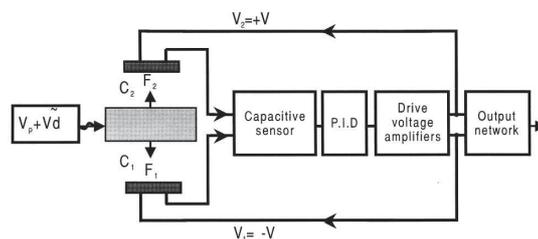


Figura 1.3: Principio di funzionamento di un accelerometro elettrostatico

L'enorme vantaggio che presenta questo tipo di strumento rispetto ai suoi concorrenti, sta nel fatto che il dispositivo risulta compatto robusto e relativamente leggero, caratteristiche fondamentali in una missione spaziale.

Come per quello superconduttivo anche in gradiometro elettrostatico va tarato e confrontato con uno strumento assoluto.

Gradiometro atomico

Un gradiometro atomico sfrutta una coppia di interferometri atomici come sensori di forza. Rispetto ai dispositivi citati fin ora risulta più complesso, ma rispetto ai concorrenti ha il vantaggio di fornire una misura assoluta e stabile nel tempo. La sua sensibilità ha raggiunto i $40 \text{ E}/\sqrt{\text{Hz}}$ [17]. Queste caratteristiche lo hanno reso un ottimo candidato come strumento per la misura di G .

Organizzazione della tesi

Dopo questa introduzione, nel secondo capitolo si illustreranno i concetti fondamentali dell'interferometria atomica. Nel terzo capitolo si descriverà l'apparato sperimentale. Nel quarto si descriverà il funzionamento dell'apparato. Nel quinto si mostreranno alcune misure di caratterizzazione, si presenteranno le misure di gradiente e si analizzeranno le fonti di errore statistico e sistematiche.

Capitolo 2

Principi di base

Per realizzare un interferometro atomico occorre separare coerentemente due stati quantici per poi ricombinarli. Questo è possibile utilizzando la radiazione laser. Per mezzo di questa si possono raffreddare, intrappolare e manipolare gli atomi.

Nella prima parte si descriveranno i processi che vengono coinvolti nel raffreddamento, intrappolamento e preparazione degli atomi. Successivamente i processi che producono il segnale di interferenza.

2.1 Raffreddamento e intrappolamento degli atomi

La velocità media di un atomo si ricava dalla nota formula

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3k_b T}{M} \quad (2.1)$$

questo vuol dire che a temperatura ambiente la velocità degli atomi di rubidio è di circa 300 m/s. Tipicamente la durata del lancio di una nuvola in un esperimento di interferometria è dell'ordine di 1 s. Occorre che le sue dimensioni rimangano dell'ordine di 1 cm. Questo significa che gli atomi devono avere una velocità dell'ordine di 1 cm/s che corrisponde ad una temperatura di circa 1 μ K. Queste caratteristiche sono raggiungibili con tecniche di raffreddamento laser.

2.1.1 Raffreddamento laser

Quando un atomo di massa M assorbe un fotone con vettore d'onda k , il rinculo fa sì che la sua velocità (parallela alla direzione del fascio) aumenti o diminuisca di una quantità

$$v_r = \frac{\hbar k}{M} \quad (2.2)$$

Preso ad esempio la transizione D_2 del ^{87}Rb , si ha una velocità di rinculo pari a 5.9 mm/s. Seppur piccola, questa velocità permette di arrestare l'atomo a

patto di compiere un numero sufficiente di cicli di assorbimento-emissione. La durata di questi cicli può essere considerata in prima approssimazione pari alla vita media del livello eccitato. Nel nostro caso questa è di circa $\tau = 26$ ns. Questo significa che per arrestare un atomo a velocità termica sono sufficienti un paio di ms.

Più in dettaglio, consideriamo un atomo a due livelli ($|f\rangle$ ed $|e\rangle$) separati da un'energia $E_e - E_f = h\nu_A$, che interagisce con un'onda piana monocromatica di intensità I e frequenza ν_L che si propaga in direzione \vec{n} . Chiamiamo $\delta = \nu_L - \nu_A$ la differenza tra la frequenza del laser e quella di risonanza, con Γ la larghezza naturale (in Hz) della transizione (dovuta alla vita media dello stato eccitato ($\Gamma = 1/2\pi\tau$)). Il numero di cicli di assorbimento e riemissione spontanea, di fotoni in un secondo, è dato dal tasso di emissioni spontanee $1/\tau$ moltiplicato per la probabilità di occupazione dello stato eccitato.

$$p_e = \frac{1}{2} \frac{I/I_0}{1 + (I/I_0) + (1/\Gamma^2)[\delta - (\nu_L/c)\vec{v} \cdot \vec{n}]^2} \quad (2.3)$$

dove I_0 è l'intensità di saturazione per la transizione D_2 del ^{87}Rb ($I_0 = 1.67$ mW/cm²). La quantità $(\nu_L/c)\vec{v} \cdot \vec{n}$ è introdotta per considerare l'effetto Doppler. Se si considerano alte intensità di radiazione ($I \gg I_0$), risulta $p_e \approx \frac{1}{2}$ si può quindi scrivere una forza di frenamento che risulta pari a

$$\langle F(\vec{v}) \rangle = \hbar k_L \frac{1}{\tau} \frac{1}{2} \quad (2.4)$$

questo significa una accelerazione $a = F/M = \hbar k_L / (2M\tau) \approx 10^4 g$ e quindi un tempo di frenamento di 1.3 ms.

Esiste una temperatura limite sotto la quale non è possibile raffreddare gli atomi con la tecnica qui descritta. Questa dipende dalla velocità di rinculo di un singolo fotone. Combinando (2.1) e (2.2) si ottiene

$$T_r = \frac{\hbar^2 k^2}{3Mk_b} \quad (2.5)$$

Utilizzando la transizione D_2 del rubidio si ha una $T_r = 120$ nK.

L'efficienza con cui gli atomi assorbono la radiazione, dipende dalla differenza di energia del fotone da quella della transizione. Questo vuol dire che se abbiamo un gas di atomi a temperatura ambiente, solo una piccola parte di questi vedrà il laser in risonanza a causa dell'effetto Doppler. Dato $\Gamma_{\text{Rb}^{87}} = 6$ MHz, per la transizione D_2 , questo corrisponde a selezionare una classe di velocità di $\Delta v = 0.7$ m/s. Per ovviare a questo problema si raffreddano gli atomi in presenza di un gradiente di campo magnetico, in modo tale che l'energia della transizione dipenda dalla posizione nello spazio (effetto Zeeman); oppure modulando la frequenza del laser.

2.1. RAFFREDDAMENTO E INTRAPPOLAMENTO DEGLI ATOMI 15

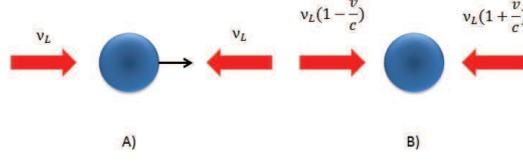


Figura 2.1: Principio di funzionamento del raffreddamento Doppler. In A siamo nel sistema di riferimento del laboratorio, in B in quello dell'atomo.

2.1.2 La MOT

Come si vedrà più avanti in un esperimento di interferometria atomica il numero di atomi incide sulla sensibilità della misura. Per ottenere un buon rapporto segnale/rumore è necessario disporre di molti atomi a bassa temperatura. Per ottenere questo risultato la tecnica attualmente più utilizzata è la trappola magneto ottica (Magneto-Optical Trap). Questa è relativamente facile da realizzare e consente di raffreddare e intrappolare tipicamente 10^{10} atomi in meno di 1 cm^3 partendo da vapore a temperatura ambiente (tensione di vapore 2×10^{-7} Torr [18]).

Come suggerisce il nome, una MOT è composta da una serie di laser contropropaganti ed un campo magnetico.

I fasci utilizzati per raffreddare hanno una frequenza inferiore a quella di risonanza. Con riferimento alla figura 2.1 se prendiamo, ad esempio, un atomo che si muove verso destra, questo vedrà il raggio laser che viene da destra ad una frequenza superiore (effetto Doppler) e risulterà in risonanza con la transizione permettendogli di assorbire un fotone e quindi di rallentare. Il laser di sinistra, per contro, risulterà avere una frequenza ancora più bassa e quindi non verrà assorbito. Questo dà origine ad una forza che si oppone al moto (forza viscosa). Si parla infatti di melasse atomiche.

Dall'equazione (2.3) si può ricavare la forza percepita dall'atomo che risulta:

$$F(v) = \hbar k \frac{1}{2\tau} \left[\frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + (4/\Gamma^2)[\delta - (v/c)\nu_L]^2} - \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + (4/\Gamma^2)[\delta + (v/c)\nu_L]^2} \right] \quad (2.6)$$

vedi figura 2.2.

Il processo di assorbimento-riemissione di un fotone, oltre che rallentare, possono anche accelerare un atomo. La (2.6) per piccole velocità e basse intensità si può approssimare ottenendo:

$$\left(\frac{d\langle E \rangle}{dt} \right)_{raf} = Fv \approx \hbar k \frac{8\delta}{\Gamma} \left[\frac{I/I_0}{[1 + (2\delta/\Gamma)^2]^2} \right] v = -\alpha v \quad (2.7)$$

nel nostro caso, α risulta dell'ordine di $2 \times 10^{-23} \text{Ns/m}$.

Un atomo che assorbe un fotone, lo riemette in maniera isotropa acquistando una velocità di rinculo v_r . Il moto risultante è analogo a quello di

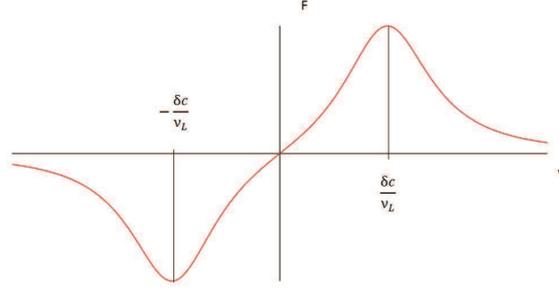


Figura 2.2: Forza percepita da un atomo in presenza di fasci contropropaganti ($\nu_L < \nu_A$)

una particella sospesa in un liquido (moto Browniano). Per trovare il tasso di incremento dell'energia, consideriamo un atomo a due livelli dove ad ogni fotone emesso è associata una quantità di moto pari a $\hbar k$ con direzione opposta a quella di emissione. Dopo un tempo t l'impulso quadratico medio trasferito risulterà

$$\langle p^2 \rangle = \frac{t}{\tau} p_e (\hbar k)^2 \quad (2.8)$$

da cui per basse velocità

$$\left(\frac{d\langle E \rangle}{dt} \right)_{risc} = \frac{1}{2M} \frac{d\langle p^2 \rangle}{dt} = \frac{1}{2M} (\hbar k)^2 \frac{1}{2\tau} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + (2\delta/\Gamma)^2} \quad (2.9)$$

l'equilibrio si avrà per

$$\left(\frac{d\langle E \rangle}{dt} \right)_{risc} + \left(\frac{d\langle E \rangle}{dt} \right)_{raf} = 0 \quad (2.10)$$

che può essere riscritta utilizzando la definizione di temperatura $(1/2)k_b T = (1/2)M \langle v^2 \rangle$, ottenendo

$$k_b T = \frac{\hbar \Gamma}{4} \left(\frac{\Gamma}{2|\delta|} + \frac{2|\delta|}{\Gamma} \right) \quad (2.11)$$

La minima temperatura si ottiene per $\delta = \Gamma/2$ che corrisponde alla temperatura Doppler T_D che per il ^{87}Rb corrisponde a $144 \mu\text{K}$.

Misure sperimentali mostrano una temperatura minore di T_D . In questo modello non abbiamo infatti tenuto conto degli effetti dovuti alla degenerazione dei livelli dell'atomo. Il lettore interessato può approfondire l'argomento in [19].

Ora ci poniamo il problema di intrappolare gli atomi. Oltre a raffreddarli con una forza viscosa è necessaria una forza di richiamo che li confini. Per ottenere questa forza si aggiunge un campo magnetico. Prendiamo per semplicità un atomo a due livelli con momenti $j_f = 0$ e $j_e = 1$, caso unidimensionale. Costruiamo un campo del tipo $B_z = B_0 z$, a causa dell'effetto

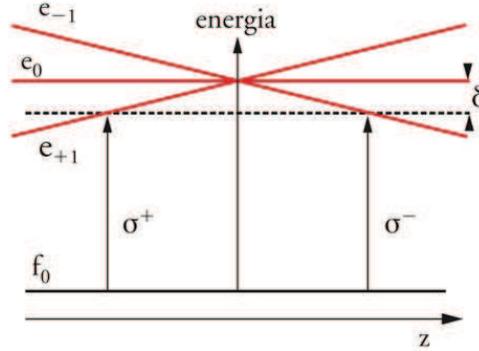


Figura 2.3: Separazione per effetto Zeeman dei livelli di un atomo in una MOT

Zeeman il livello j_e subirà una separazione dei sottolivelli come mostrato in figura 2.3. Se ora inviamo fasci laser contropropaganti polarizzati circolarmente di energia minore di quella della transizione, a causa della regola di selezione ($\Delta m = \pm 1$) il fascio di destra interagirà principalmente con gli atomi che si trovano a $z > 0$ e viceversa.

Nel limite di basse velocità e deboli campi magnetici, la forza sentita dagli atomi risulterà:

$$F(v, z) \approx -h \frac{\nu_L}{c} \frac{8\delta}{\Gamma} \left[\frac{I/I_0}{[1 + (2\delta/\Gamma)^2]^2} \right] \left[\frac{\nu_L}{c} v + \frac{\mu_B}{h} B_0 z \right] \quad (2.12)$$

La forza non dipende più solo dalla velocità ma anche dalla posizione dell'atomo. Il moto associato è quello di un oscillatore armonico smorzato.

$$\ddot{z} - \gamma \dot{z} + \omega_{trap}^2 z = 0 \quad (2.13)$$

tipicamente, per una MOT di Rb $\gamma = 140$ Hz e $\omega = 12.2$ Hz (oscillatore sovrasmorzato)

Utilizzando altre coppie di fasci posizionati in maniera perpendicolare è possibile produrre MOT a due e tre dimensioni.

Carica della MOT

Come già detto il numero di atomi incide sulla sensibilità dello strumento. La formazione della MOT è un processo dinamico, una volta intrappolati gli atomi ne possono uscire se collidono con gli atomi termici presenti nella camera, oppure se si scontrano tra loro e formano molecole.

Il rate di carica di una MOT sarà influenzato quindi dal rate di carica R , dal rate di collisione γ con i gas presenti nella camera e dalla probabilità da parte degli atomi di formare molecole. In formule:

$$\frac{dN}{dt} = R - \gamma N - \beta \int n^2 dV \quad (2.14)$$

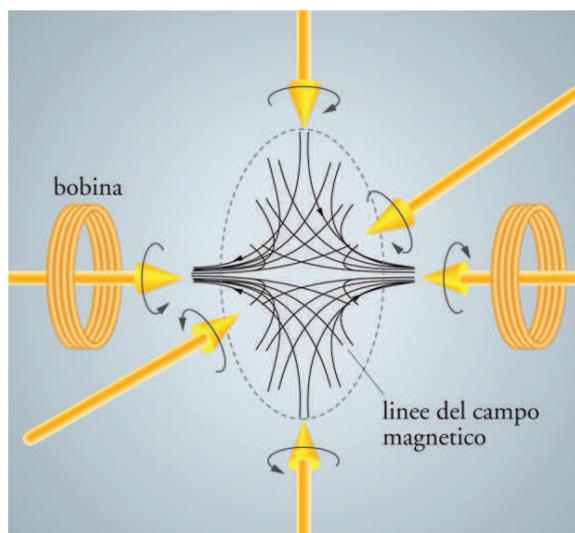


Figura 2.4: Schema di un'apparato per la realizzazione di una 3D MOT. Per produrre la trappola è necessaria la presenza di un campo magnetico tridimensionale del tipo $B_i = B_0 x_i$, per farlo si utilizzano bobine in configurazione anti-Helmoltz (da [20]).

Il numero di atomi usualmente confinati in una MOT risulta dell'ordine di $10^8 - 10^{10}$ atomi.

2.2 Transizione Raman stimolata

Come l'interferometria ottica, anche quella atomica sfrutta la differenza di fase accumulata, a seconda del percorso, da una particella posta in una sovrapposizione coerente di due stati quantici. Per gli atomi questo è possibile attraverso l'utilizzo della radiazione laser.

Quando si vuole costruire un interferometro atomico bisogna scegliere un atomo che abbia una coppia di livelli stabile in modo da poterne creare la sovrapposizione.

La coppia di livelli scelta è:

$$\begin{aligned} |a\rangle &= |5P_{3/2}, F = 1, m_F = 0\rangle \\ |b\rangle &= |5P_{3/2}, F = 2, m_F = 0\rangle \end{aligned} \quad (2.15)$$

del ^{87}Rb . La transizione da $|a\rangle$ e $|b\rangle$ è risonante con un'onda elettromagnetica di circa 7 GHz.

Il vettore d'onda k di un fotone con quella frequenza è di soli $1.4 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$. Come vedremo in seguito (2.17), k è proporzionale alla al segnale prodotto da un gravimetro atomico. Questo aggiunto alla possibilità di selezionare una ristretta classe di velocità ha fatto preferire una transizione Raman stimolata

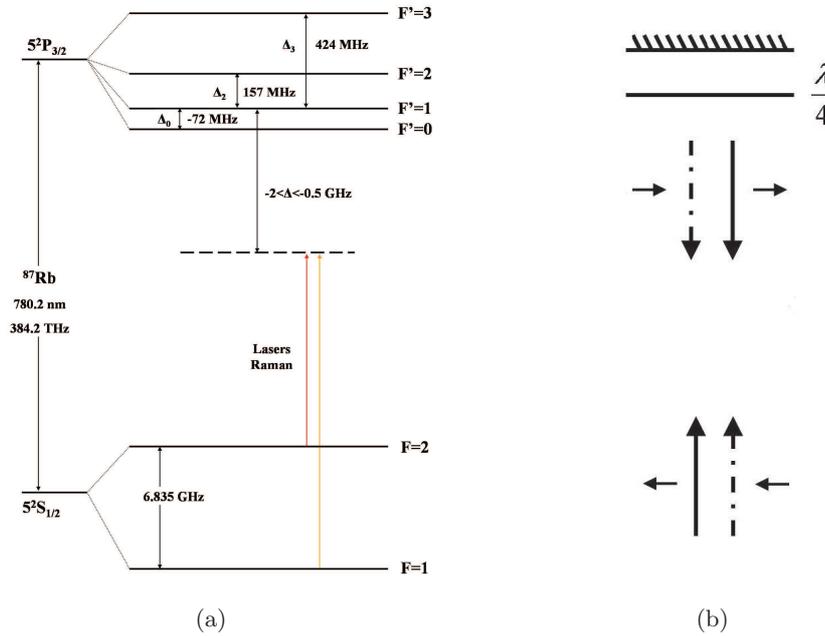


Figura 2.5: Schema della transizione D_2 per il ^{87}Rb . (a) Configurazione dei fasci Raman. La freccia continua rappresenta il laser master e quella tratteggiata lo slave (trattati nel capitolo 3), è visibile anche la polarizzazione di questi (b) (da [2]).

a due fotoni ottici ($k = 16 * 10^6\text{m}^{-1}$) anziché quella singola con radiazione a microonde. Se inviamo ad un atomo due fasci laser da direzioni opposte, con frequenze ω_1 e ω_2 , si avrà assorbimento indotto da un fascio e emissione stimolata indotta dall'altro, ottenendo lo stesso effetto che inviando un'onda con $\omega_{eff} = \omega_1 - \omega_2$, ma con un impulso $\vec{k}_{eff} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \approx 2\vec{k}_1$. Utilizzando frequenze nella regione del visibile (384 THz) si ha un momento trasferito 10^5 volte maggiore di quello trasferito con le microonde.

Un'altra considerazione importante riguarda la durata degli impulsi, noi vogliamo che dopo il primo impulso la funzione d'onda degli atomi sia $|\psi\rangle = (|a\rangle + |b\rangle)/\sqrt{2}$. Un impulso di questo tipo viene chiamato impulso $\frac{\pi}{2}$, la sua durata è $\tau = \pi/2\Omega_{eff}$ con Ω_{eff} frequenza di Rabi effettiva. Nel nostro caso $\tau = 12\mu\text{s}$.

2.3 Interferometria Atomica

L'interferometria atomica è attualmente un campo di grande interesse [21]. Importanti progressi hanno portato alla realizzazione in diversi laboratori di interferometri atomici le cui sensibilità sono confrontabili se non maggiori di quelle degli strumenti tradizionali. Come è noto dalla meccanica quantistica,

se un sistema parte da uno stato iniziale $|\phi_i\rangle$ ed arriva a uno finale $|\phi_f\rangle$ attraverso due cammini distinti I e II con ampiezze di probabilità A_I e A_{II} la probabilità di transizione sarà:

$$P(|\phi_i\rangle \rightarrow |\phi_f\rangle) = |A_I + A_{II}|^2 = |A_I|^2 + |A_{II}|^2 + 2\Re(A_I A_{II}^*) \quad (2.16)$$

L'ultimo termine, che dipende dalle differenze dei due cammini, è quello che descrive l'effetto dell'interferenza. I fenomeni di interferenza della luce sono noti già dal XIX secolo ma è solo dopo l'ipotesi di de Broglie del 1924 dove si associa un'onda ($\lambda = h/p$) ad una particella di impulso p , che è stato possibile ideare i primi esperimenti di interferometria con onde di materia. Il primo interferometro con 'onde di materia' fu realizzato da Enrico Fermi nel 1947 [22]. In questo esperimento Fermi riesce a mostrare la diffrazione causata da un cristallo multistrato di un fascio di neutroni lenti. Alcuni anni dopo furono eseguiti esperimenti simili con elettroni [23].

Già a quel tempo fu chiaro che l'utilizzo di particelle neutre era preferibile agli elettroni e ai fotoni, in quanto meno sensibili alle interferenze provocate da campi magnetici ed elettrici, inoltre la massa non nulla dei neutroni rispetto ai fotoni permetteva di operare a velocità molto minori di c così da avere tempi di interazione più lunghi. Purtroppo i neutroni sono molto difficili da produrre e da gestire, per questo negli anni '70 nacque l'idea di interferometri atomici che vennero realizzati una ventina di anni dopo [24, 25]. Nei primi esperimenti si dimostrò la potenza di questi strumenti nella misura dell'accelerazione gravitazionale [26] e del suo gradiente [27, 17].

Per realizzare un interferometro atomico sono necessari alcuni elementi che svolgano il compito di separare e riflettere coerentemente gli atomi, quello che in ottica è svolto da specchi e separatori di fascio. Questi elementi possono essere realizzati sia da dispositivi materiali (reticoli), che da luce laser. La seconda possibilità è quella più utilizzata, in quanto relativamente più facile da realizzare e permette di ottenere un miglior segnale.

Facendo percorrere agli atomi percorsi diversi, in generale, presenteranno al momento della ricombinazione fasi diverse. La differenza di fase accumulata risulterà:

$$\Delta\phi = kaT^2 \quad (2.17)$$

Dove k è l'impulso trasferito dai laser sugli atomi, a è l'accelerazione costante a cui sono sottoposti e $2T$ è il tempo che intercorre tra la separazione e la ricombinazione.

Con questa tecnica è stato possibile misurare g_z con una risoluzione di $2 * 10^{-7} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ [26].

2.3.1 Teoria

Se consideriamo due cammini Γ_1 e Γ_2 nell'interferometro che vanno dalla separazione e la ricombinazione, la differenza di fase accumulata può essere

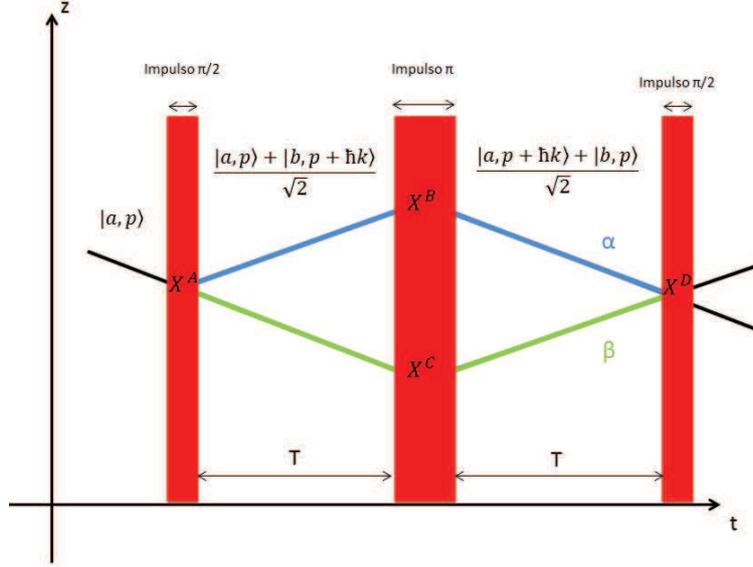


Figura 2.6: Illustrazione schematica di un interferometro $\pi/2, \pi, \pi/2$ in assenza di potenziali esterni

espressa mediante l'azione classica $S_{1,2}$ lungo i due cammini:

$$\phi = \frac{1}{\hbar}(S_1 - S_2) \quad (2.18)$$

dove l'azione classica è espressa in termini della Lagrangiana classica della particella.

$$S_i = \int_{\Gamma_i} L(x, \dot{x}) dt \quad (2.19)$$

La probabilità che un atomo effettui una transizione durante il passaggio tra due punti è determinata da tutti i possibili cammini Γ che li collegano. Ad ogni cammino corrisponde una fase S_Γ/\hbar . In genere la fase dipende fortemente dal cammino. Questo fa sì che molti cammini interferiscano distruttivamente. Solo in prossimità del cammino classico Γ_{cl} , S_i è stazionaria e quindi interferiranno costruttivamente dando un contributo significativo all'ampiezza di transizione.

Sono possibili diversi schemi per realizzare un interferometro atomico. Quello da noi utilizzato sfrutta una sequenza di tre impulsi Raman ($\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{2}$) per separare, deviare e ricombinare in maniera coerente una nuvola di atomi di ^{87}Rb .

Il primo impulso produce una sovrapposizione coerente degli stati e trasferisce il momento dei due fotoni, in questa fase i due rami dell'interferometro vengono separati. Durante il secondo impulso gli stati e le velocità nei due rami vengono invertite. Infine un terzo impulso ricombina i due fasci (fig.2.6).

Sperimentalmente quello che si misura è il segnale prodotto dalla fluorescenza dagli atomi nello stato $|a\rangle$ e nello stato $|b\rangle$, utilizzando fotodiodi adeguatamente tarati. Questo significa misurare la popolazione dei due stati.

In [2] troviamo che la probabilità di trovare un atomo nello stato $|a\rangle$ vale:

$$P_a = \frac{1 + \cos \Phi}{2} \quad (2.20)$$

con

$$\Phi = \Delta\phi_{laser} + \Delta\phi_{sep} + \Delta\phi_{evo} \quad (2.21)$$

$\Delta\phi_{laser}$ è il termine di fase dato dai laser. Chiamando $\phi(X, t)$ (fig. 2.6) la fase del laser nel punto X^A al tempo t , $\Delta\phi_{laser}$ sarà dato dalla formula:

$$\Delta\phi_{laser} = \phi(X^A, 0) - \phi(X^B, 0T) - \phi(X^C, T) + \phi(X^D, 2T) \quad (2.22)$$

$\Delta\phi_{sep}$ Compare quando i punti finali dei due cammini non coincidono. Questo porterà ad una non perfetta sovrapposizione dei pacchetti d'onda dopo il secondo impulso $\pi/2$.

In una trattazione perturbativa del primo ordine del potenziale gravitazionale, come quella utilizzata in MAGIA, si considera un'accelerazione costante e quindi questo termine può essere ignorato.

$\Delta\phi_{evo}$ è dato dall'evoluzione libera delle funzioni d'onda.

In un campo gravitazionale costante g , la (2.21) diventa

$$\Phi = (k_{eff}g - \alpha)T^2 \quad (2.23)$$

Il termine α serve a tener conto della rampa di frequenza che occorre dare ai laser Raman per poter ottenere impulsi π e $\pi/2$ risonanti con la transizione (effetto Doppler), il segno dipende dal verso dell'impulso trasferito. Vedi 4.3.

$$\omega_{eff}(t) = \omega_1(t) - \omega_2(t) = \omega_1(0) - \omega_2(0) \pm \alpha t \quad (2.24)$$

Come già detto alla fine di una sequenza interferometrica su una nuvola di N atomi si misurano quanti finiscono nello stato $|a\rangle$ e quanti in quello $|b\rangle$. Poiché si tratta in pratica di misurare una probabilità con N prove, il rapporto segnale rumore risulta essere dell'ordine di N_a/\sqrt{N} . Questo limite è chiamato quantum projection noise, fondamentale nel campo degli orologi atomici [28]. La presenza di atomi che non hanno partecipato alla sequenza interferometrica nella nuvola, non contribuiscono al segnale questo comporta che il numero N_a finale medio di atomi in $|a\rangle$ dipenda da un fattore di contrasto $K < 1$ non noto a priori

$$N_a = N \frac{1 + K \cos \phi}{2} \quad (2.25)$$

In MAGIA eseguiamo la sequenza interferometrica su due nuvole contemporaneamente, le due nuvole percorrono due traiettorie differenti. Dopo il

lancio si trovano ad una distanza d di circa 30 cm una dall'altra in verticale. La prima subir  uno sfasamento Φ_u mentre la seconda Φ_d . La differenza $\Delta\Theta = \Phi_u - \Phi_d$ sar  proporzionale al gradiente gravitazionale:

$$\Delta\Theta = kd\gamma T^2 \quad (2.26)$$

La determinazione dei fattori di calibrazione di un gradiometro atomico   facilmente calcolabile. Inoltre la misura di kdT^2   stabile nel tempo.

Capitolo 3

Apparato sperimentale

Questo capitolo ha lo scopo di descrivere l'apparato sperimentale utilizzato nel corso del lavoro di tesi. Nella prima parte si descriverà il sistema ottico che ha lo scopo di produrre i fasci laser che verranno utilizzati per la manipolazione e l'interrogazione degli atomi. Nella seconda si parlerà del sistema da vuoto che può essere suddiviso in:

1. Sistema di mot. Qui che gli atomi vengono raffreddati ed accumulati, per farlo in maniera efficiente si utilizza un sistema di carica denominato 2D-MOT trattato nella terza parte.
2. Tubo interferometrico. Una volta usciti dalla mot gli atomi transitano in questa zona dove avviene la sequenza interferometrica
3. Camera di rivelazione. In questa zona gli atomi vengono interrogati per misurarne lo stato.

3.1 Sistema ottico

L'intero sistema è montato su due tavoli ottici posti in una camera con temperatura stabilizzata al decimo di grado e coperti da lastre di plexiglas. Questo per minimizzare i disallineamenti dovuti a fattori termici. I laser sono portati all'apparato da vuoto, utilizzando fibre ottiche con mantenimento di polarizzazione.

3.1.1 Laser ECDL a filtro interferenziale

Le transizioni utilizzate in questo esperimento sono intorno a 780 nm. Per questa lunghezza d'onda esistono già da tempo dei dispositivi a semiconduttore in grado di produrre luce laser alla frequenza richiesta. La possibilità di utilizzare diodi laser permette di avere a disposizione dispositivi economici, robusti e compatti. Di contro la radiazione prodotta da questi dispositivi ha una larghezza di riga piuttosto grande ($\Delta\nu_d = 40$ MHz) rispetto alla

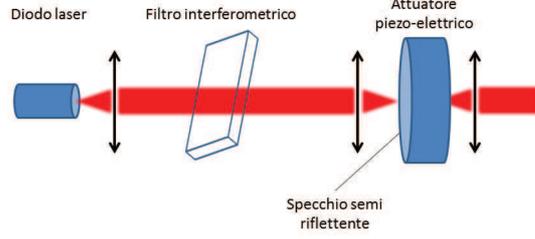


Figura 3.1: Rappresentazione schematica di un ECDL a filtro interferenziale.

larghezza delle transizioni utilizzate in MAGIA ($\Gamma \approx 6$ MHz). Per ovviare a questo problema, si accoppia il diodo ad una cavità esterna (ECDL) al fine di realizzare una controreazione ottica.

Esistono diverse configurazioni adatte allo scopo, la più utilizzata è denominata *Littrow* [29] dove si usa un reticolo per chiudere la cavità. Un'alternativa è quella di utilizzare un filtro interferenziale[30]. Rispetto alla configurazione Littrow risulta più stabile. In magia sono presenti entrambe le configurazioni, durante il lavoro di tesi mi sono occupato solo di ECDL a filtro interferenziale, da ora quando parlerò di ECDL mi riferirò a quest'ultima configurazione. I componenti principali di un ECDL sono tre (vedi fig.3.1); il diodo laser, il filtro interferometrico e lo specchio semi riflettente.

Il **diodo laser** è quello che produce la radiazione. Esso viene stabilizzato in temperatura con una Peltier e regolato in corrente.

Il **filtro interferometrico** permette una regolazione grossolana della lunghezza d'onda. La sua banda passante è di 0.12 nm ed è centrata intorno a 780 nm. Ruotando il filtro si cambia lo spessore visto dal raggio laser e quindi la frequenza passante.

Solidale allo **specchio semi riflettente** è montato un'attuatore piezoelettrico, variando la lunghezza del piezo è quindi possibile modificare la lunghezza della cavità risonante e di conseguenza la frequenza in uscita.

La larghezza di riga è data dalla formula Schawlow-Townes [31]

$$\Delta\nu_{ECDL} = \left(\frac{nl_d}{l_{ECDL}} \right)^2 \Delta\nu_d \quad (3.1)$$

dove $n \approx 2$ è l'indice di rifrazione del diodo, $l_d \approx 2$ mm la sua lunghezza, mentre $l_{ECDL} \approx 100$ mm è quella della cavità. Ciò comporta una larghezza di riga 500 volte più stretta rispetto al diodo senza cavità esterna.

3.1.2 Laser di riferimento

Una volta ottenuto un fascio laser con una larghezza di riga sufficientemente stretta è necessario stabilizzare la sua frequenza (ν_L). Inoltre agenti esterni come la temperatura possono produrre dei drift, è quindi necessaria una

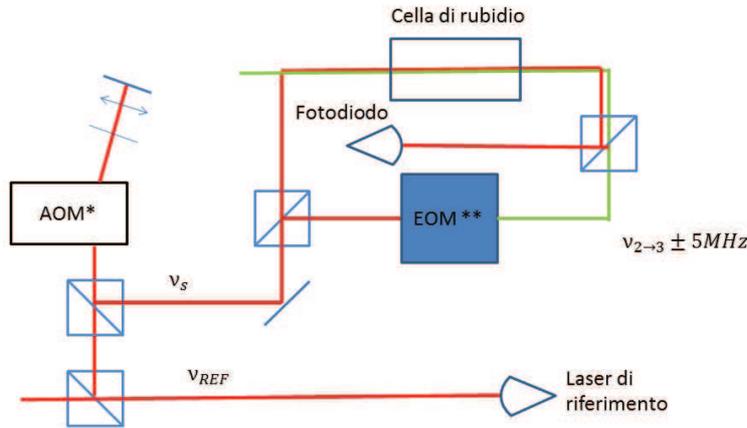


Figura 3.2: Schema del banco ottico utilizzato per l'implementazione della MTS. *Modulatore acusto-ottico **Modulatore elettro-ottico

correzione continua della frequenza emessa agendo sui parametri che la controllano, tipicamente corrente del diodo e tensione del piezo-elettrico. Per poter eseguire queste correzioni è necessario conoscere la frequenza del laser con estrema precisione. Per farlo si sovrappone il fascio con uno la cui frequenza è nota e li si invia su un fotodiodo. La nota di battimento risultante è proporzionale alla differenza tra le frequenze dei due laser.

Per disporre di un laser la cui frequenza è nota si è deciso di stabilizzarlo sull'assorbimento saturato della transizione D_2^1 del ^{87}Rb con la tecnica della Modulation Transfer Spectroscopy (MTS)[32].

Descriviamo brevemente questa tecnica: Se inviamo un fascio laser di sonda in una cella con vapori di rubidio e ne osserviamo l'assorbimento al variare della frequenza, si vedrà la curva di assorbimento considerata allargata dal effetto Doppler. Inviando ora un secondo fascio, di pompa, di intensità maggiore di quella di saturazione, gli atomi che hanno una velocità tale da essere in risonanza con la frequenza del laser di di pompa ν_p non assorbiranno i fotoni del laser di sonda in corrispondenza di ν_p . La curva di assorbimento verrà quindi modificata (fig. 3.3), la larghezza delle 'buche' formatesi avranno una larghezza dell'ordine di grandezza di Γ .

Una schematizzazione del banco ottico utilizzato per la MTS di MAGIA è riportato in fig. fig.3.2. I fasci hanno la stessa frequenza, ma direzioni opposte. Le buche saranno centrate sulle frequenze di risonanza atomiche.

¹Si è scelta la transizione che porta un atomo di ^{87}Rb nello stato fondamentale $|F = 2\rangle$ allo stato eccitato $|F = 3\rangle$, per far compiere agli atomi questa transizione occorre un laser con frequenza $\nu_{2\rightarrow 3}=384.2281152033(77)$ THz

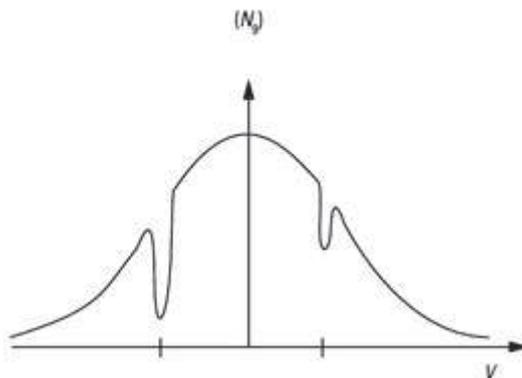


Figura 3.3: Esempio di una figura di assorbimento in saturazione.

Se ora variamo in modo continuo la frequenza dei laser faremo una scansione del profilo di assorbimento del rubidio permettendoci di individuare la transizione di interesse.

Vicino alla frequenza di risonanza possiamo approssimare la buca ad una parabola, centrata sulla frequenza di risonanza. Ovviamente la derivata della figura è zero nel suo minimo. Per ottenere la figura della derivata si modula con una frequenza ν_m il fascio di pompa utilizzando un EOM. Dopo la modulazione la situazione è equivalente a quella di avere tre fasci laser con frequenze ν_p , $\nu_p + \nu_m$ e $\nu_p - \nu_m$. Dopo essere passato nella cella di rubidio, il fascio laser di sonda viene inviato su un fotodiodo che ne misura l'intensità. Dato che l'interazione tra il fascio di pompa e quello di sonda non è lineare vicino alla risonanza, il fascio di sonda presenterà la stessa modulazione del fascio di pompa. In uscita dal fotodiodo sarà presente un segnale a ν_m dato dalla nota di battimento delle tre frequenze. Mixando il segnale del fotodiodo con ν_m sfasato di 90° , si determina separatamente l'assorbimento prodotto quando è presente un fascio di pompa con frequenza $\nu_p + \nu_m$ da quello a $\nu_p - \nu_m$. La potenza dei due segnali dipenderà dalla frequenza centrale ν_p , la differenza tra queste sarà uguale a zero solo quando $\nu_p = \nu_{2 \rightarrow 3}$. In figura 3.4 si mostra un tipico segnale MTS. Utilizzando questo segnale come ingresso per un controllo proporzionale integrativo (PI) si accorda la frequenza del laser con quella della transizione.

A causa del modulatore acusto ottico, il fascio prodotto ha un frequenza ν_{REF} spostata verso il rosso di 184.2 MHz rispetto a $\nu_{2 \rightarrow 3}$.

Stabilizzazione in frequenza

Quando parleremo di stabilizzare un laser si farà riferimento alla tecnica che sto per descrivere: si sovrappone il laser da agganciare al laser di riferimento utilizzando un cubo polarizzatore ed un polarizzatore lineare a 45°

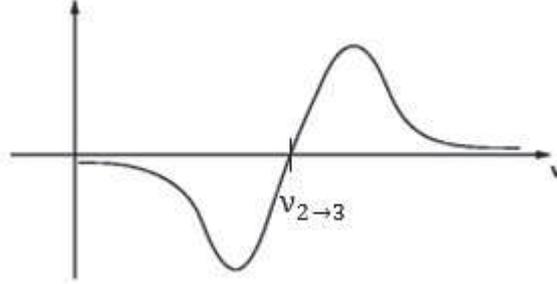


Figura 3.4: Segnale di errore generato con la tecnica MTS.

per poi inviarli su un fotodiode. La nota di battimento ottenuta viene confrontata con un segnale ν_R di riferimento utilizzando un ‘phase-frequency detector’(PDF), che genera un segnale proporzionale alla differenza tra le due frequenze. Il segnale prodotto viene inviato ad un PI. Che modificherà la tensione inviata al piezo dell’ECDL in modo tale che la frequenza di battimento coincida con ν_R . Si avrà che:

$$\nu_L = \nu_{REF} \pm \nu_R \quad (3.2)$$

3.1.3 Laser di ripompaggio

Quando un atomo di ^{87}Rb nello stato $|F = 2\rangle$ assorbe un fotone di frequenza $\nu_{2\rightarrow 3}$, con grande probabilità finirà nello stato $|F' = 3\rangle$. Esiste tuttavia una piccola probabilità (circa 0.1%) che invece finisca nello stato eccitato $|F' = 2\rangle$ e da questo possa decadere allo stato $|F = 1\rangle$. In questo stato diventa trasparente alla luce $\nu_{2\rightarrow 3}$, con la conseguenza che dopo poche migliaia di cicli di raffreddamento la quasi totalità degli atomi si troverà in uno stato in cui non possiamo più raffreddarli. Per evitare questo, al laser di raffreddamento se ne sovrappone un secondo chiamato di ripompaggio che ha lo scopo di riportare gli atomi da $|F = 1\rangle$ a $|F = 2\rangle$.

Per raffreddare gli atomi in MAGIA si utilizza una radiazione a -3Γ dalla transizione D_2 , che corrisponde ad una frequenza $\nu_{RAF} = \nu_{2\rightarrow 3} - 18$ MHz. Per ottenere questa frequenza si parte da un ECDL stabilizzato con il laser di riferimento ad una frequenza di 184.2 MHz. Successivamente se ne amplifica la potenza con un Tapered Amplifier (TA) (800 mW) e lo si divide in due parti. Ogni parte passa attraverso un AOM in doppio passaggio² e viene inviata alla camera di MOT attraverso fibre ottiche.

La realizzazione dei laser di ripompaggio è spiegata in dettaglio in [2].

²Il doppio passaggio permette di diminuire il disallineamento nel caso si cambiasse la frequenza con cui si alimenta l’AOM

3.1.4 Laser Raman

I laser Raman sono quelli più critici di tutto l'apparato. Sono infatti questi che hanno il compito di generare la sequenza interferometrica. Il sistema è costituito da una coppia di laser. Il master, stabilizzato in frequenza con il laser di riferimento ad una frequenza di 2 GHz ed un laser slave stabilizzato in fase, oltre che in frequenza, al master a 6.8 GHz da quest'ultimo [2]. La frequenza varia durante la sequenza interferometrica per compensare l'effetto Doppler con una rampa di frequenza a fase continua.

Per evitare rumore in misura, occorre che la differenza di fase tra master e slave sia costante. Per ottenere questo, entrambi i fasci laser percorrono lo stesso cammino. In questo modo una vibrazione meccanica che modifica la fase di uno dei due fasci agisce anche sull'altro lasciando invariata la loro differenza. Per avere fasci contropropaganti, sulla sommità del tubo interferometrico è posto uno specchio, è questo l'unico elemento che produce rumore di fase.

Per selezionare i fasci da utilizzare si sfrutta l'effetto Doppler. Chiamiamo rispettivamente con ω_1 e ω_2 le frequenze del master e dello slave. Gli atomi che viaggiano verso l'alto ad una velocità v vedranno il master proveniente dal basso con una frequenza $\omega_1^d = \omega_1(1 - \frac{v}{c})$ mentre quello retroriflesso $\omega_1^r = \omega_1(1 + \frac{v}{c})$ similmente per ω_2 . Regolando quindi la frequenza dei due fasci è possibile scegliere quali saranno in risonanza e quali no.

Per avere atomi insensibili all'effetto Zeeman al I ordine occorre che a transizione sia $|m = 0\rangle \rightarrow |m = 0\rangle$, per ottenerla inviamo i due fasci con polarizzazione ortogonale³. I due fasci partono con la stessa polarizzazione e vengono ruotati di 90° grazie ad un doppio passaggio in una lamina $\lambda/4$. In questo modo i fasci che sono in risonanza con la transizione risultano perpendicolari fig.2.5(b).

Necessitando di misurare solo la componente verticale del campo gravitazionale occorre che l'impulso sia il più possibile verticale, la cosa è garantita dalla presenza di un tiltmetro che, attraverso un circuito di feedback, controlla due piezoelettrici collegati allo specchio retroriflettente.

Come già detto la durata degli impulsi di questi laser deve essere controllata con estrema cura. Per far questo si utilizza uno shutter accoppiato ad un AOM. Il vantaggio di utilizzare un AOM come interruttore sta nel fatto che riesce a sopprimere la quasi totalità del fascio in un tempo brevissimo. Lo shutter, più lento, estingue completamente la poca potenza rimasta.

3.2 Apparato da vuoto

Per ridurre al minimo le collisioni tra gli atomi di rubidio e gli atomi di fondo è necessario che il raffreddamento e la manipolazione degli atomi avvenga

³La transizione $|m = 0\rangle \rightarrow |m = \pm 2\rangle$ è inibita dal campo di bias presente nel tubo

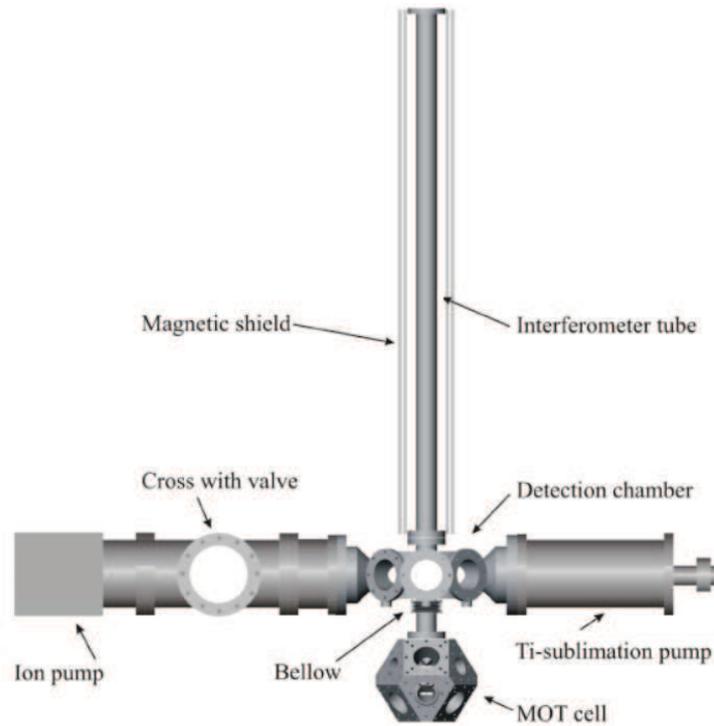


Figura 3.5: L'apparato MAGIA. Gli atomi vengono inviati nella camera di MOT da una 2D MOT (non rappresentata in figura). Le entrate per i laser sono poste nella camera di MOT (configurazione 1-1-1), nella camera di rivelazione e sulla sommità del tubo interferometrico (da [34]).

in UHV ($10^{-9} - 10^{-10}$ Torr). Inoltre durante la sequenza interferometrica è necessario sopprimere qualsiasi campo elettrico e magnetico esterno. Sapendo questo è stata fatta particolare attenzione ai materiali utilizzati nella realizzazione dell'apparato. Una trattazione dettagliata può essere trovata in [33], qui daremo solo una breve descrizione delle parti fondamentali.

Camera di MOT

La camera per l'intrappolamento ed il raffreddamento degli atomi è stata costruita partendo da un cubo di lato 15 cm a cui sono stati tagliati ortogonalmente gli angoli in modo da ottenere 14 facce equidistanti dal centro. Sono state montate 6 finestre di vetro BK7 di $\phi = 50$ mm sulle facce del cubo e 8 di 35 mm sulle facce ottenute dopo il taglio. Si è scelto di utilizzare una lega titanio-vanadio $TiAl_6V_4$ perché risulta leggero (4430 kg/m^3), di elevata durezza, con un'alta resistività ($168 \mu\Omega \text{ cm}$) e con un coefficiente di espansione simile a quello del vetro utilizzato per le finestre.

Tubo interferometrico

Come già detto le transizioni atomiche sono molto sensibili ai campi magnetici per questo anche il tubo è realizzato nella stessa lega titanio-vanadio usata per la camera di MOT. Oltre a questo si è installata una doppia copertura di μ -metal intorno al tubo in modo da garantire il massimo isolamento (attenuazione di 69 dB al centro del tubo).

Il tubo è lungo un metro con un diametro esterno di 40 mm ed uno spessore di 2.5 mm. Attorno ad esso è avvolta una bobina di rame utilizzata per produrre un campo B che definisce la quantizzazione verticale degli atomi. Appena più esternamente troviamo 10 piccole spire che servono a produrre campi magnetici localizzati.

Camera di rivelazione

Situata tra la camera di MOT ed il tubo interferometrico è costruita in acciaio non magnetico 316LN. Sono presenti 6 finestre da 60 mm per l'accesso dei laser. A questa camera è connessa una pompa ionica da 75 l/s distante 55 cm dalla zona di interferenza. Questa produce un campo magnetico 0.5 Gauss che, se troppo vicino, disturberebbe l'esperimento. Dalla parte opposta troviamo una pompa a sublimazione di titanio per l'eliminazione dei gas H_2 e N_2 residui.

3.3 2D-MOT

Per realizzare una efficiente carica di MOT è necessaria la presenza di un basso vapore di fondo e un alto tasso di carica. Per ottenere queste prestazioni alla camera di raffreddamento è connessa, attraverso un foro di 1.5 mm, una seconda camera dove gli atomi di rubidio vengono collimati ed inviati alla camera di MOT. Questo sistema di carica è chiamato 2D-MOT [35].

In figura 3.6 si mostra lo schema del dispositivo. Come per la 3D-MOT, dei fasci laser raffreddano gli atomi nelle direzioni trasverse e li concentrano in un fascio al centro della camera. Da qui, grazie ad un altro fascio laser chiamato fascio di spinta, vengono inviati alla camera di raffreddamento. Questo dispositivo è composto da un parallelepipedo cavo di titanio a cui sono applicate 4 finestre rettangolari sui lati lunghi e una finestra circolare sul fondo. Vicino alla camera, sono poste 4 bobine che hanno il compito di generare un quadrupolo magnetico 2D, necessario al funzionamento della MOT (fig.3.7). Alla camera è connesso il dispenser di rubidio e una pompa ionica da 2 l/s.

I laser per il raffreddamento sono portati nella camera da fibre ottiche che partono da un banco ottico dedicato.

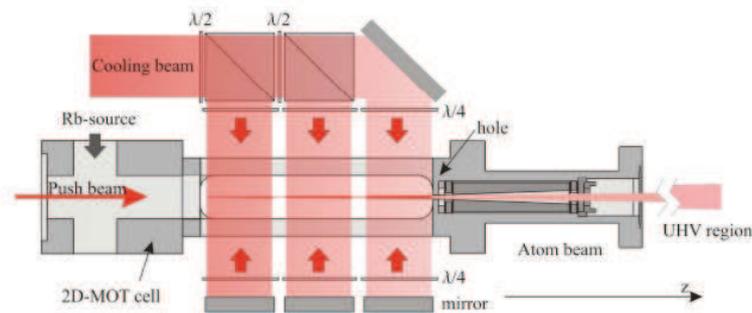


Figura 3.6: Rappresentazione schematica della 2D-MOT installata su magia (da [33])

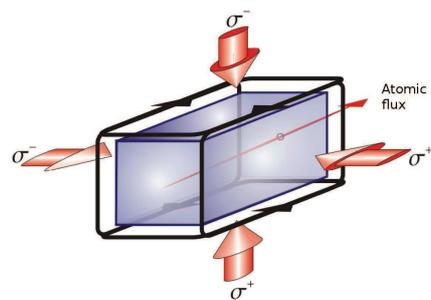


Figura 3.7: Il quadrupolo magnetico necessario per il funzionamento della mot è prodotto da due coppie di bobine (rappresentate con le frecce nere)(da [33]).

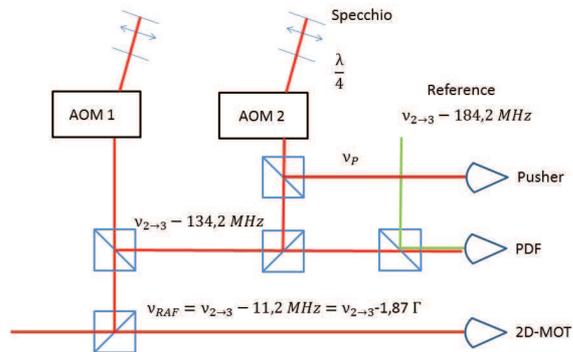


Figura 3.8: Schema del banco ottico per la 2D-MOT. Davanti ad ogni cubo è posta una lamina $\lambda/2$ per regolare la potenza in uscita. Da notare la configurazione a doppio passaggio per l'AOM, questa garantisce una minore perdita di allineamento al variare della frequenza. La frequenza del fascio di spinta risulta $\nu_P = \nu_{ref} + 50 \text{ MHz} + \nu_{AOM2}$

Il banco ottico è costruito in modo tale che sia possibile regolare indipendentemente potenza e frequenza del fascio di spinta (fig.3.8).

Capitolo 4

Procedura sperimentale

Prima di poter rilevare lo stato degli atomi occorre accumularli, lanciarli, prepararli e farli interferire. Di seguito spiegheremo come avviene ogni singolo passaggio. Nell'ultima sezione invece si parlerà di come avviene l'analisi dei dati rilevati per ottenere una misura di γ .

4.1 Fontana atomica

Per la realizzazione di un gradiometro occorre avere a disposizione due nuvole fredde ($\approx 2 \mu\text{K}$), separate spazialmente da 30 cm, ognuna formata da un sufficiente numero di atomi.

Per produrle si parte da una 3D-MOT caricata da una 2D-MOT. Per ottenere un buon rapporto segnale rumore, occorre che in rivelazione arrivino almeno $10^5 - 10^6$ atomi. Durante la preparazione e la sequenza interferometrica gran parte degli atomi va persa, perciò occorre partire da nuvole di 10^{11} atomi.

4.1.1 Lancio

Il lancio è basato su quella che viene chiamata melassa ottica mobile [36]. Una volta raccolto il numero desiderato di atomi occorre imprimergli una velocità verticale. Per farlo si spegne rapidamente ($200 \mu\text{s}$) il campo magnetico, si aumenta lo shift verso il rosso a -3.8Γ dei fasci di raffreddamento e si applica una differenza di frequenza tra i fasci superiori $+\delta$ e quelli inferiori $-\delta$. I fasci sono in configurazione 1-1-1 (vedi fig. 4.1). Gli atomi accelereranno in verticale fino a quando i laser non avranno la stessa frequenza nel loro sistema di riferimento. Questo avviene per una velocità di

$$v_z = \frac{\delta}{k \cos(\xi)} \quad (4.1)$$

con k vettore d'onda dei laser rispetto alla verticale e ξ angolo tra i laser e la verticale.

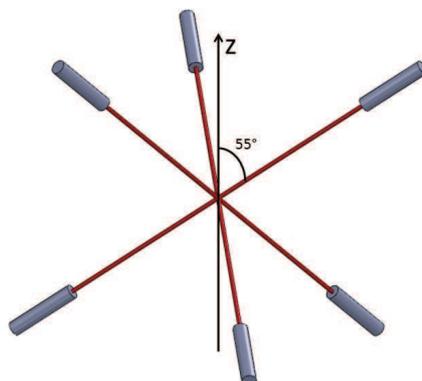


Figura 4.1: Disposizione dei laser di raffreddamento rispetto alla verticale

Nella nostra configurazione v_z è pari a 1.35 m/s per ogni MHz di detuning δ .

4.1.2 Juggling

Per poter avere due nuvole distanziate di 30 cm è necessario lanciarle a circa 80 ms l'una dall'altra, il rate di carica del sistema è di circa 10^{11} atomi/s, sei volte più lento di quello necessario ad avere nuvole abbastanza popolate.

Per ovviare a questo problema si è scelto di formare le due nuvole in tre passi:

1. Carico una nuvola per 3 s ($\approx 10^{11}$ atomi) e la lancio verso l'alto ad un'altezza di ≈ 31 cm
2. Mentre la nuvola è in volo carico una seconda nuvola per 570 ms e la lancio ad un'altezza di 91 cm
3. Riaccendo la MOT e recupero $\approx 25\%$ della prima nuvola la ricarico per 25 ms prima di lanciarla a 60 cm di altezza.

4.2 Preparazione degli stati

Dopo il lancio circa il 99.9% degli atomi si trova nello stato $|F = 2\rangle$ il restante in $|F = 1\rangle$. Sono suddivisi in tutti i sottostati magnetici ed hanno una dispersione di velocità di $\Delta v = 20$ mm/s in ogni direzione, per ottenere un buon segnale occorre che tutti gli atomi partano dallo stato $m=0$ ed abbiano una distribuzione di velocità verticale estremamente ridotta (5.9 mm/s). Per ottenere nuvole con queste caratteristiche si procede come segue:

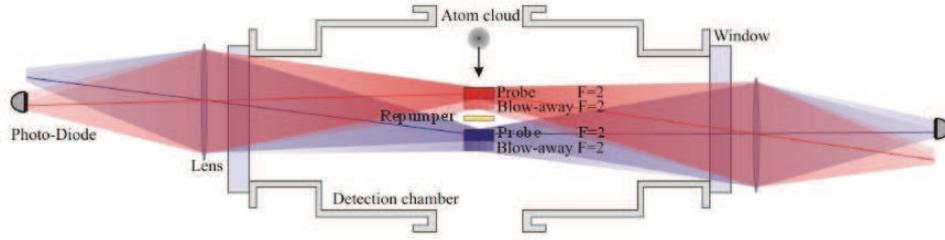


Figura 4.2: Schematizzazione del sistema di rivelazione (da [2])

1. Si invia un fascio Raman risonante con la transizione $|F = 2, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 0\rangle$, solo una piccola classe di velocità sarà in risonanza con i fasci Raman (effetto Doppler) e restanti rimarranno nello stato $|F = 2\rangle$
2. Si usa un fascio risonante con la transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ per allontanare gli atomi rimasti in $|F = 2\rangle$.
3. Un impulso π porta la maggior parte degli atomi da $|F = 1\rangle$ a $|F = 2\rangle$.
4. Un fascio risonante con la transizione $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 0\rangle$ elimina gli atomi restanti in $|F = 1\rangle$
5. Si riportano gli atomi in $|F = 1\rangle$ e si spazzano via i restanti in $|F = 2\rangle$.

4.3 Sequenza interferometrica

La sequenza avviene inviando sulle nuvole tre impulsi Raman $(\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{2})$ (sez. 2.2) separati dal tempo di evoluzione libera T . Per evitare che gli atomi siano sensibili ad effetti spaziali, come gradienti di campo magnetico, sarebbe preferibile la perfetta simmetria della sequenza interferometrica rispetto all'impulso π . Come già spiegato in 3.1.4, nella configurazione scelta per MAGIA, è necessario che gli atomi abbiano una certa velocità al momento dell'impulso Raman. Se così non fosse gli atomi vedrebbero contemporaneamente una coppia di fasci copropagante ed una contropropagante. Ciò comporta una piccola asimmetria nella sequenza. L'impulso π non è infatti inviato quando gli atomi raggiungono l'altezza massima ($v_z = 0$ m/s), ma 5 ms dopo ($v_z = -49$ mm/s). L'eventuale disturbo generato da un gradiente di campo magnetico, è eliminato dalla misura in doppio differenziale (vedi cap. 4.5.2).

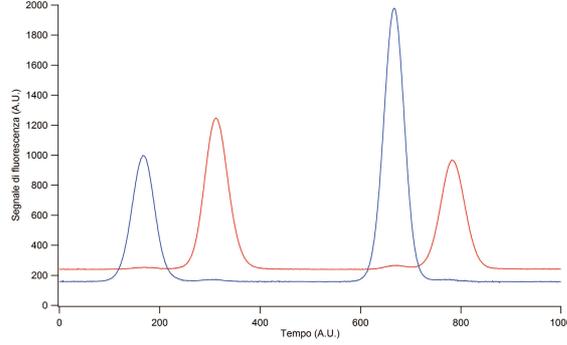


Figura 4.3: Risultato di una tipica misura. In blu il canale $|F = 1\rangle$ ed in rosso $|F = 2\rangle$. La prima coppia di picchi appartiene alla nuvola bassa, la seconda a quella alta.

4.4 Rivelazione

Dopo aver interferito, gli atomi cadono nella camera di rivelazione (fig. 4.2). Dove si esegue il conteggio degli atomi in $|F = 1\rangle$ e in $|F = 2\rangle$. La rivelazione avviene in tre fasi:

Dopo essere entrata nella camera la nuvola incontra un fascio di frequenza $\nu_{2 \rightarrow 3}$ che sonda gli atomi nello stato $|F = 2\rangle$ e contemporaneamente li allontana dalla zona di rivelazione grazie alla pressione di radiazione. Grazie ad un fotodiodo in silicio si misura la fluorescenza prodotta dagli atomi.

Subito sotto troviamo un fascio di ripompaggio che porta gli atomi dallo stato $|F = 1\rangle$ a quello $|F = 2\rangle$.

Infine gli atomi transitano in una regione dove è presente un fascio laser identico al primo dove verrà misurata la fluorescenza degli atomi in $|F = 1\rangle$ (ora in $|F = 2\rangle$).

Il segnale prodotto è inviato ad un oscilloscopio (fig.4.3) ed una scheda di acquisizione per poi andare al PC per l'elaborazione. L'area dei picchi misurati è proporzionale al numero di atomi illuminati. Per conoscerne il numero dobbiamo innanzitutto calcolare il rate di scattering R_{sc} , che dipenderà dalla differenza di frequenza del laser di sonda ν_L e quella della transizione ν_t ($\Delta = \nu_L - \nu_t$) e dalla intensità dello stesso I :

$$R_{sc} = \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{I/I_s}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2 + I/I_s} \right) \quad (4.2)$$

Il segnale del fotodiodo A dipenderà dal numero di atomi N , dall'angolo solido coperto dall'ottica di raccolta Ω , dal tempo di attraversamento degli atomi nel fascio di rivelazione τ , dalla responsività del fotodiodo η_{tot} e dall'energia del fotone di fluorescenza $h\nu_{2 \rightarrow 3}$. In formule:

$$A = N \frac{\Omega}{4\pi} R_{sc} \tau \eta_{tot} h\nu_{2 \rightarrow 3} \quad (4.3)$$

4.5 Analisi del segnale

Una volta acquisito il segnale, si procede al fit dei picchi. Viene utilizzata una funzione del tipo $G(x)*P(x)$, con $G(x)$ gaussiana e $P(x)$ polinomio di 4° grado. In questo modo teniamo conto del segnale di fondo e dell'asimmetria generata dalla larghezza di banda finita dei fotodiodi.

Dato che l'area del picco (A_F^z) è proporzionale al numero di atomi (4.3), la normalizzazione delle popolazioni risulta:

$$\begin{aligned} n_1^{up} &= \frac{A_1^{up}}{A_1^{up} + A_2^{up}} & n_2^{up} &= \frac{A_2^{up}}{A_1^{up} + A_2^{up}} \\ n_1^{dw} &= \frac{A_1^{dw}}{A_1^{dw} + A_2^{dw}} & n_2^{dw} &= \frac{A_2^{dw}}{A_1^{dw} + A_2^{dw}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Per vedere le frange di interferenza, si varia la fase dei laser Raman e si grafica il numero di atomi n_F^z in funzione della fase.

In MAGIA questo approccio non è utilizzabile. La presenza dello specchio retroriflettente non isolato sismicamente fa sì che le frange vengano sommerse dal rumore sismico.

Per ovviare a questo problema, si analizza il segnale delle due nuvole contemporaneamente (il rumore di fase è comune alle due nuvole e quindi eliminabile).

4.5.1 Fit ellittico

Graficando n_1^{up} in funzione di n_1^{dw} otteniamo un'ellisse, essa è infatti una figura di Lissajous data da due funzioni sinusoidali [37].

$$\begin{aligned} n_1^{up} &= A \sin(\phi_x) + B \\ n_1^{dw} &= C \sin(\phi_x + \Phi) + D \end{aligned} \quad (4.5)$$

A, B, C e D sono parametri da determinare, mentre Φ è la differenza di fase tra le due nuvole ed è proprio questo il parametro che porta le informazioni riguardanti il gradiente infine ϕ_x è il rumore di fase, non possiamo controllarlo, ma essendo comune ai due segnali può essere eliminato. L'ellisse viene trovata con il metodo dei minimi quadrati. Maggiori dettagli possono essere trovati in [34].

Rilevazione non bilanciata

Nel caso ideale $x = n_1^{up}/(n_1^{up} + n_2^{up})$ e $y = n_1^{dw}/(n_1^{dw} + n_2^{dw})$ dove n_F^z è il numero di atomi nello stato $|F = 1, 2\rangle$ nella nuvola z . Chiamando N il numero totale di atomi in una nuvola, si può scrivere:

$$x = \frac{N \cos^2 t}{N \cos^2 t + N \sin^2 t} = \cos^2 t \quad (4.6)$$

con t parametro ausiliare. Si avrà che $n_1 = N \cos^2 t$. Se invece l'efficienza di rilevazione (ς_1) per gli atomi in $|F = 1\rangle$ è diversa da quelli in $|F = 2\rangle$, l'equazione precedente diventa:

$$x = \frac{\varsigma_1 N \cos^2 t}{\varsigma_1 N \cos^2 t + \varsigma_2 N \sin^2 t} = \frac{\cos^2 t}{1 + \epsilon \sin^2 t} \quad (4.7)$$

dove $\epsilon = (\varsigma_2 - \varsigma_1)/\varsigma_1$. Per $\epsilon \ll 1$ si può sviluppare in serie ottenendo:

$$x \approx \cos^2 t (1 - \epsilon \sin^2 t) = \frac{1 + \cos 2t}{2} - \frac{\epsilon}{2} \sin^2 2t \quad (4.8)$$

se $\epsilon \neq 0$ l'ellissi assumerà una forma 'a uovo'. Nel momento in cui si cerca Φ si varia anche ϵ in modo da ottenere il residuo più basso per il fit.

4.5.2 Misura doppio differenziale

Finora, abbiamo sempre considerato la gravità terrestre come unica fonte di accelerazione per gli atomi. In realtà nonostante le nostre precauzioni altre forze possono agire sugli atomi falsando la misura. In questa categoria rientrano: gradienti di campi magnetici, forza di Coriolis. Per minimizzare questi effetti si esegue una misura doppio differenziale, cioè ogni misura viene ripetuta due volte variando il verso dell'impulso Raman tra una misura e l'altra.

A seconda del verso dell'impulso avremo un $\Delta\phi \uparrow$ se l'impulso è diretto verso l'alto e un $\Delta\phi \downarrow$ nel caso opposto.

Partendo dalla formula (2.23), possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} \Delta\phi \uparrow &= K g T^2 + \Delta\Phi_{ind} + \Delta\Phi_{dip} \\ \Delta\phi \downarrow &= -K g T^2 + \Delta\Phi_{ind} - \Delta\Phi_{dip} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Con $\Delta\Phi_{ind}$ indichiamo gli sfasamenti prodotti da fenomeni che non risentono del verso di k . A questa categoria appartengono:

- Shift luminoso ad un fotone
- Gradiente di campo magnetico

Con $\Delta\Phi_{dip}$ indichiamo, invece, i contributi dovuti a fenomeni che dipendono dal verso di k . Questi sono:

- Allineamento dei fasci Raman
- Shift luminoso a due fotoni
- Accelerazione di Coriolis
- Aberrazione del fronte d'onda

Ogni contributo è analizzato in dettaglio in [38].

Risulta ovvio che andando ad analizzare $\Delta\phi \uparrow - \Delta\phi \downarrow$ i contributi dovuti a $\Delta\Phi_{ind}$ verranno cancellati.

Capitolo 5

Misure

In questo capitolo, dopo la caratterizzazione del fascio di spinta per la 2D-MOT, presenteremo i risultati ottenuti nella misura di γ . A seguire analizzeremo le fonti di errore trovate.

5.1 Caratterizzazione del fascio di spinta della 2D-MOT

Per migliorare il rapporto segnale-rumore è importante avere il maggior numero di atomi possibile da lanciare nella fontana atomica.

Utilizzando come fascio di spinta una radiazione con larghezza spettrale di circa 100 kHz, solo gli atomi che avranno una velocità tale da entrare in risonanza con esso verranno spinti nella camera di MOT¹. Per questo motivo è importante scegliere la frequenza che sia in risonanza con la classe di velocità che contiene più atomi possibile. Inoltre si è visto che anche la potenza incide sulla quantità di atomi caricati nella nuvola (fig.5.1).

In figura fig.5.2, è mostrata la dipendenza della velocità di carica dalla frequenza del fascio di spinta. Per la stima del numero di atomi raccolti sono state utilizzate le equazioni (4.2) e (4.3). La misura è stata eseguita andando a variare il segnale inviato all'AOM responsabile del fascio di spinta (fig.3.8). La misura ha coperto un intervallo ristretto di frequenze, perché il banco ottico attualmente utilizzato è ottimizzato per lavorare ad una frequenza fissa. In figura 5.5 si mostra come la potenza massima dipenda fortemente dalla frequenza utilizzata. Se supponiamo una distribuzione gaussiana per

¹La transizione D_2 del rubidio, ha una larghezza di 6 MHz. Solo gli atomi che avranno la frequenza del laser ad una distanza minore di questa verranno spinti. Da notare che atomi troppo veloci non entreranno in ogni caso nella MOT perché non hanno spazio sufficiente per fermarsi, i fasci sono larghi circa 1 cm una volta superati non risentiranno più della forza elastica della mot. Nel caso di MAGIA la velocità massima di cattura è di 30 m/s

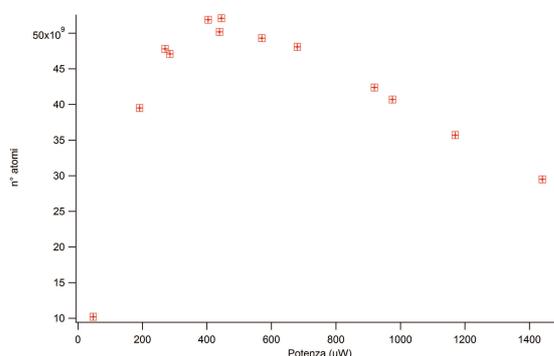


Figura 5.1: numero di atomi caricati nella MOT dopo 0.5 s in funzione della potenza del fascio di spinta ($\nu_p = -0.3\Gamma$)

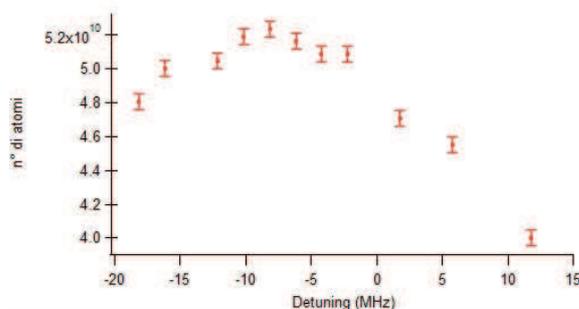


Figura 5.2: Caratterizzazione in frequenza della 2D-MOT. Si è misurata la fluorescenza nella camera di MOT dopo 0.5 s di carica. Ad ogni frequenza si è variata la potenza in modo da massimizzare il numero di atomi.

le velocità trasverse nella 2D-MOT, attualmente stiamo spingendo solo il 12% degli atomi (fig. 5.3).

Dai dati raccolti si potuta trovare la frequenza con maggior efficienza (-1.33Γ) aumentando il rate di carica del 6% rispetto alla configurazione precedente. L'attuale rate di carica è di 1.04×10^{11} atomi/s. Questa caratterizzazione ha permesso di mostrare i limiti dell'attuale sistema ottico e porre le basi per l'ideazione di un sistema alternativo.

Prospettive future

Con il laser attualmente utilizzato solo una piccola classe di velocità vedrà la radiazione in risonanza. Se si utilizzasse un laser la cui frequenza fosse in risonanza con la quasi totalità² degli atomi potremmo aumentare di quasi un'ordine di grandezza la velocità di carica della MOT. Questo ci permet-

²Atomi con velocità maggiore di 30 m/s non verranno in nessun caso raccolti dalla MOT

5.1. CARATTERIZZAZIONE DEL FASCIO DI SPINTA DELLA 2D-MOT43

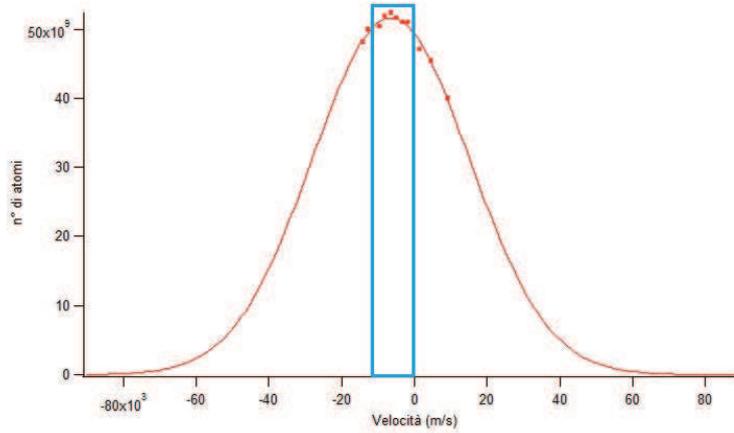


Figura 5.3: Estrapolazione dei dati rappresentati in fig. 5.2, il rettangolo azzurro rappresenta gli atomi attualmente in risonanza con il fascio di spinta.

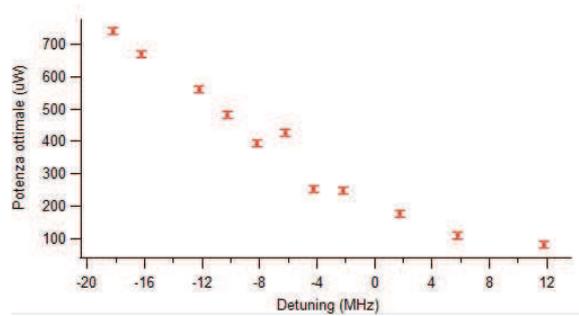


Figura 5.4: Potenza necessaria per massimizzare il rate di carica in funzione della frequenza.

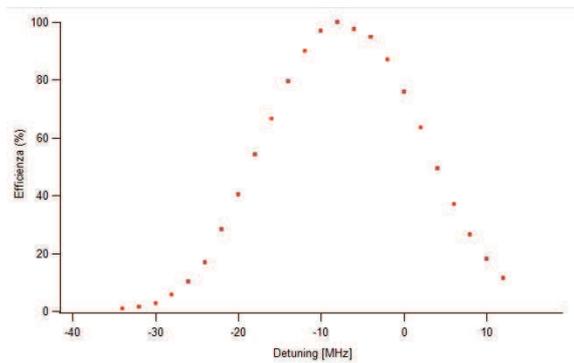


Figura 5.5: Efficienza del banco ottico in funzione della frequenza del fascio di spinta.

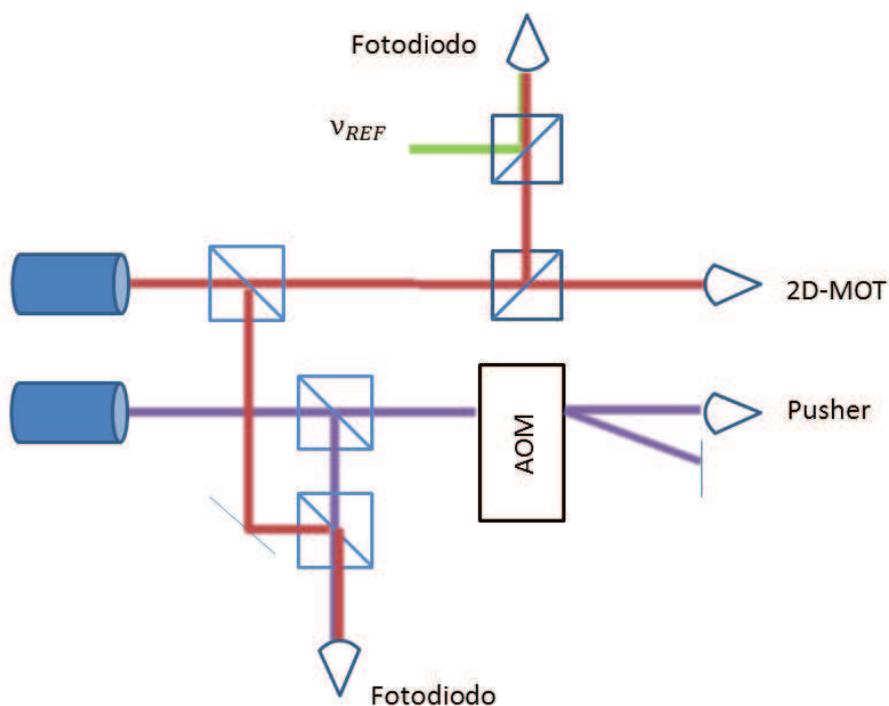


Figura 5.6: Schema proposto per migliorare la 2D-MOT. La presenza dell'AOM assicura la possibilità di regolare la potenza del fascio. Si è scelto di stabilizzare in frequenza il fascio di spinta al laser di raffreddamento perché non si dispone di abbastanza potenza nel fascio di riferimento per un'ulteriore stabilizzazione.

terebbe di poter rinunciare al Juggling e quindi raddoppiare la velocità di misura. Per ottenere un laser con queste caratteristiche è sufficiente modulare un ECDL variandone al contempo la potenza, è infatti stato dimostrato che per ottenere un rate di carica ottimale occorre variare la potenza del fascio di spinta assieme alla sua frequenza (fig. 5.4). Per far ciò bisogna modificare in maniera sostanziale l'attuale banco ottico. In quello attuale infatti, la regolazione della potenza avviene ruotando manualmente una lamina. Inoltre il range di frequenze che può coprire è di soli 30 MHz contro i 100 necessari. È stato proposto uno schema alternativo a quello attuale, che sarà realizzato nei prossimi mesi (fig. 5.6).

5.2 Gradiente gravitazionale

La misura è stata eseguita il 27 Ottobre 2013, sono state acquisite 72 ellissi, per un tempo totale di circa 14 ore (fig. 5.8 e 5.9).

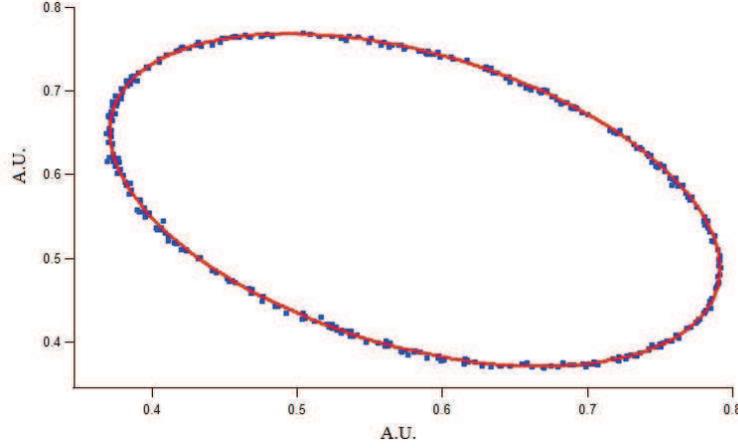


Figura 5.7: Una tipica ellisse acquisita con l'apparato magia, in rosso il fit della stessa

Ogni ellisse è formata da 360 punti, grazie ai quali è stato possibile eseguire il fit e trovare lo sfasamento risultante. Un esempio può essere trovato in fig. 5.7.

Al fine di minimizzare gli errori sistematici durante la misura ogni 10 ellissi si è invertita la direzione dell'impulso trasferito ed ogni 20 la posizione dei piattelli (fig. 5.10). Si è fatta la media ponderata di ogni gruppo di misure ottenendo:

$$\begin{aligned}\phi_C^D &= 1.5634 \pm 0.0010 \text{ rad} & \phi_C^R &= 2.3591 \pm 0.0008 \text{ rad} \\ \phi_F^D &= 1.5433 \pm 0.0009 \text{ rad} & \phi_F^R &= 2.3749 \pm 0.0007 \text{ rad}\end{aligned}\tag{5.1}$$

Calcolando $\phi_C = \phi_C^D - \phi_C^R$ e $\phi_D = \phi_F^D - \phi_F^R$ si elimina il contributo dei termini pari in k .

Il contributo dei piattelli alla misura risulta:

$$\phi_p = \phi_C^D - \phi_F^D - \phi_C^R + \phi_F^R = 0.036 \pm 0.002 \text{ rad}\tag{5.2}$$

Si è poi simulato l'esperimento ottenendo un contributo dei piattelli di $\phi_{psim} = 0.03426$ rad con errore trascurabile. Essendo i due numeri in accordo, sommo il valore di ϕ_{psim} a ϕ_D eliminando così il contributo dei piattelli. Faccio la media tra in nuovo valore di ϕ_D e ϕ_C ottenendo:

$$\phi_{exp} = 0.79652 \pm 0.00086 \text{ rad}\tag{5.3}$$

Data la complessità dell'esperimento, dedurre il valore di γ analizzando il valore di Φ non è immediato. Occorre infatti tener conto di numerosi fattori (altezza di lancio, frequenza dei laser Raman, presenza di masse,

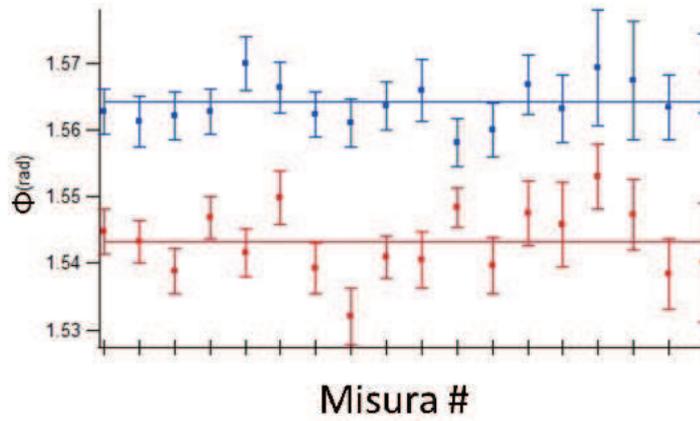


Figura 5.8: Risultati delle misure con relative barre d'errore a k diretto, in blu le misure acquisite con i piattelli in posizione vicina tra loro, in rosso quelle con i piattelli distanti.

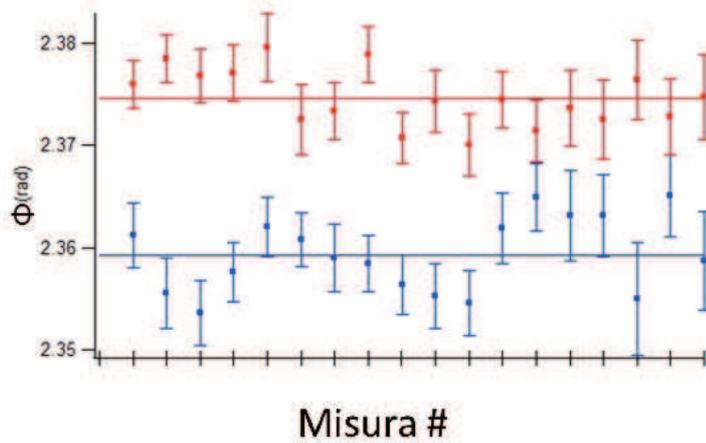


Figura 5.9: Risultati delle misure con relative barre d'errore a k inverso, in blu le misure acquisite con i piattelli in posizione vicina tra loro, in rosso quelle con i piattelli distanti.

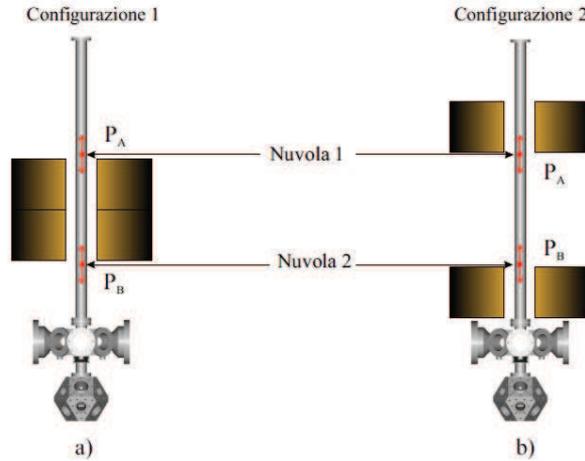


Figura 5.10: Differenti configurazioni di misura (da [39])

etc.) calcolare il contributo di ogni termine risulta difficile e poco pratico. Perciò è stata sviluppata una simulazione Montecarlo dell'esperimento.

Si è confrontato lo sfasamento ottenuto dall'esperimento, con Φ_{sim} risultato dalle simulazioni. Si è variato il valore di γ_{sim} determinando così $\gamma(\Phi)$. I risultati sono riportati in fig.5.11.

Grazie ai risultati ottenuti è stato possibile determinare il gradiente gravitazionale presente nel laboratorio pari a:

$$\gamma = (-3.110 \pm 0.003) * 10^3 \text{ E} \quad (5.4)$$

Rispetto al calcolo a priori (eq (1.2)) otteniamo una differenza di 20 E pari ad un errore dello 0.6%. Questo ha portato ad una correzione sull'incertezza di G dovuta al gradiente di meno di 1 ppm. Nel calcolo dell'errore si è considerato solo l'errore statistico $\Delta\phi_{exp}$, il contributo della simulazione all'errore su ϕ_{sim} è stato infatti stimato essere dell'ordine di 5×10^{-6} rad perciò trascurabile.

5.3 Analisi del rumore

Durante la presa dati è stato subito notato un aumento del rumore (punti più dispersi) rispetto alle misure ottenute quando l'apparato è utilizzato per la misura di G, quando sono presenti anche le masse sorgenti del campo gravitazionale. Queste masse hanno due scopi, generare un campo gravitazionale noto ed annullare localmente il gradiente gravitazionale. L'annullamento del gradiente è necessario per diminuire la sensibilità dello strumento all'altezza del lancio delle nuvole. Volendo apprezzare accelerazioni dell'ordine di 10^{-11} g, come nel caso della misura di G, è necessario determinare

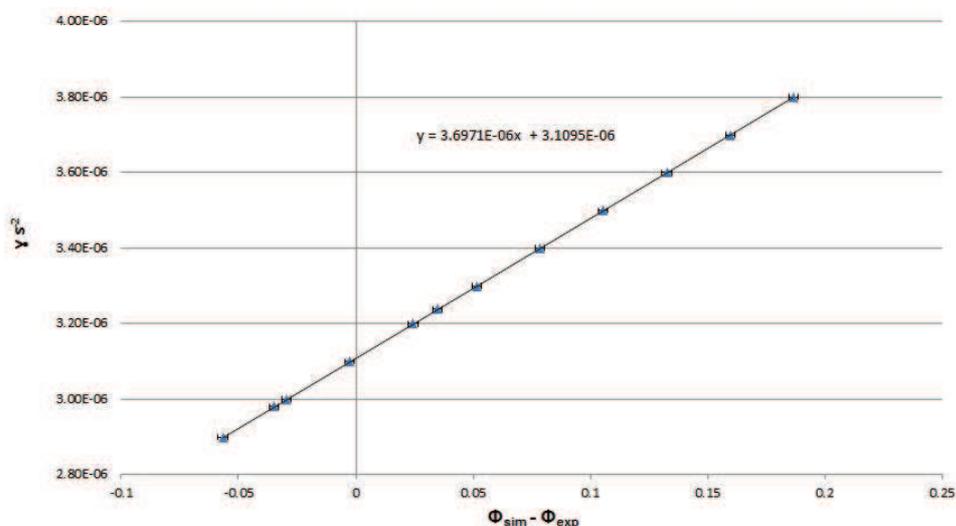


Figura 5.11: Confronto tra i risultati sperimentali e quelli realizzati dalla simulazione in funzione di γ . Come mostra la figura, la dipendenza del segnale dal valore di γ è lineare nella regione analizzata.

l'altezza di lancio con un'incertezza di $30 \mu\text{m}$. Se invece si annulla il gradiente è sufficiente determinare l'altezza entro 1 mm [39]. Per misurare γ è stato necessario rimuovere queste masse. Questo ha portato ad una maggiore sensibilità dello strumento all'altezza di lancio delle nuvole.

In figura 5.12 mostriamo la differenza tra le ellissi acquisite nelle due configurazioni.

Come già detto l'aumento del rumore può essere spiegato con la maggior sensibilità all'altezza di lancio delle nuvole, ma oltre a questa è stata identificata un'altra fonte di rumore. L'asportazione delle masse sorgenti (24 cilindri di tungsteno ognuno di circa 21.5 kg) ha alterato i modi vibrazionali dell'apparato e quindi la sua risposta alle vibrazioni sismiche. La prova di ciò è stata trovata andando ad analizzare il segnale prodotto dal tiltmetro³ posto sulla sommità del apparato (fig. 5.13). Un'analisi in trasformata di Fourier dei dati così ottenuti ha reso ancora più chiara la dipendenza delle vibrazioni dalla presenza delle masse (fig. 5.14,5.15).

Le vibrazioni maggiori si hanno a frequenze di circa 2 Hz . Vibrazioni a queste frequenze risultano particolarmente deleterie perché il periodo è confrontabile con i tempi di lancio e di rivelazione.

A questo proposito ho sviluppato un diverso sistema di montaggio per lo specchio retroriflettente. In quello attuale lo specchio non è rigidamente

³La misura è puramente qualitativa (una misura quantitativa avrebbe richiesto un accelerometro), ma sufficiente per i nostri scopi. È stato infatti utilizzato lo stesso tiltmetro già presente nell'apparato utilizzato per l'allineamento dei fasci Raman.

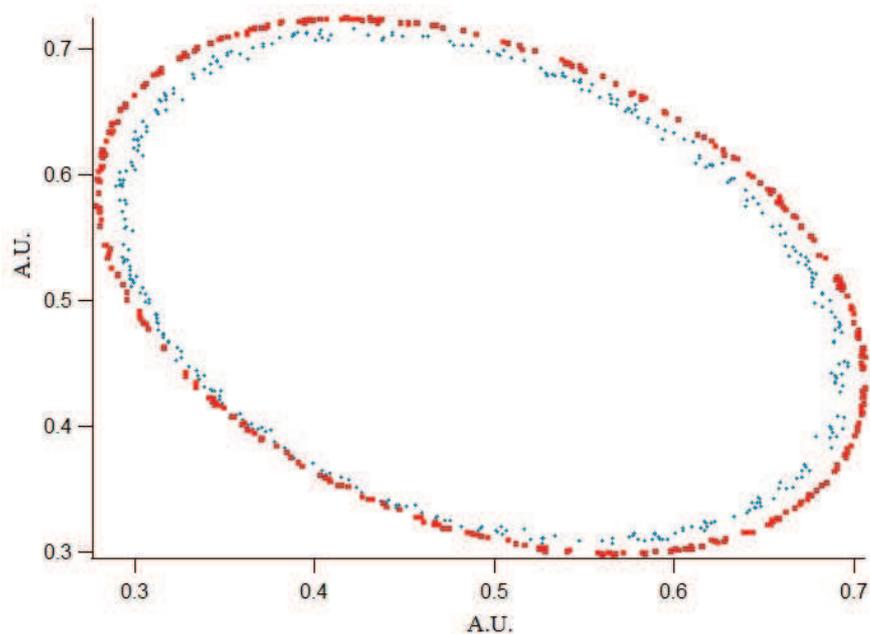


Figura 5.12: In rosso l'ellissi prodotta con la presenza delle masse sorgenti. Con in circoletti blu sono invece riportate le misure nella configurazione senza le masse sorgenti.

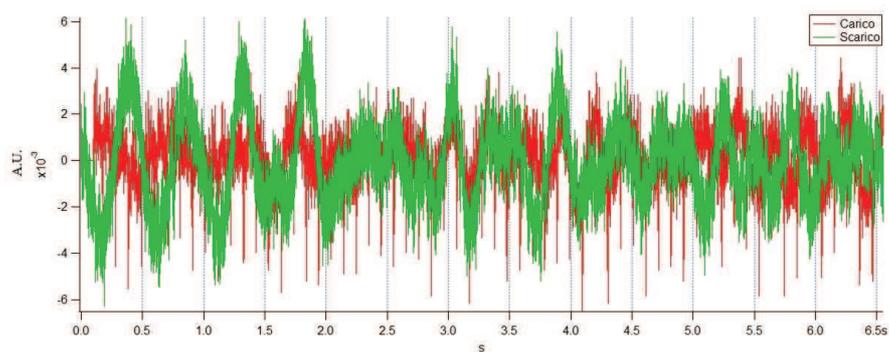


Figura 5.13: Segnale prelevato dal tiltmetro con (rosso) e senza (verde) le masse sorgente. Risulta subito evidente che senza i cilindri di tungsteno le vibrazioni dell'apparato sono molto maggiori.

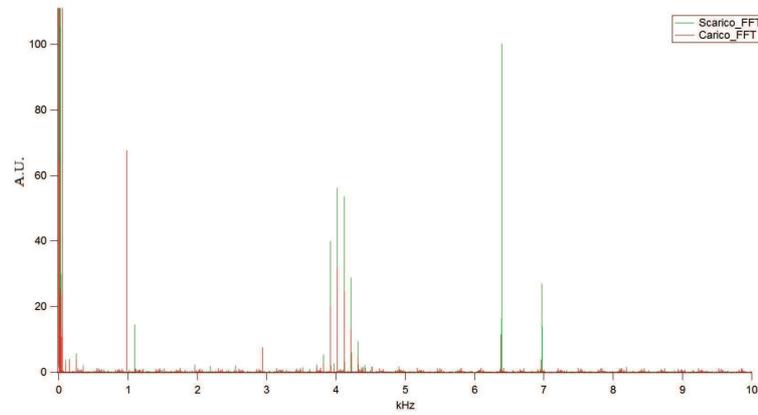


Figura 5.14: Analisi in spettro di Fourier del segnale generato dal tiltmetro nelle due configurazioni

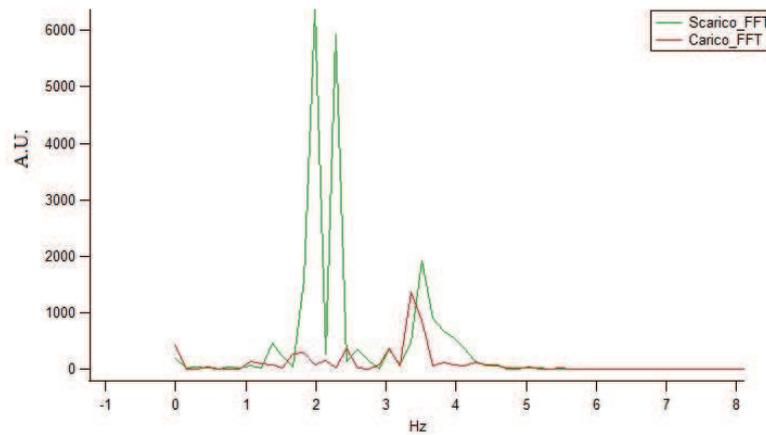


Figura 5.15: Particolare sulle basse frequenze dell'immagine precedente, si nota come le ampiezze dei segnali siano molto più alte nella configurazione senza le masse.

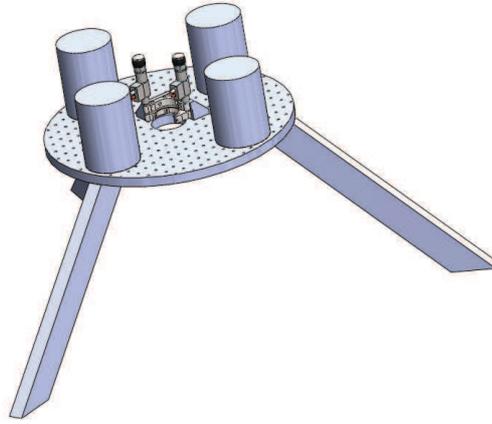


Figura 5.16: Possibile alternativa all'attuale sistema di sospensione dello specchi retroriflettente.

fissato alla struttura. Un sistema più stabile è presentato in fig.5.16. Il sistema è dotato di montaggi per ottiche e di alloggiamenti per cilindri di piombo utili a spostare (se necessario) la frequenza di risonanza dell'apparato. Potrebbe essere implementato in un prossimo futuro su MAGIA.

5.4 Gradiente dell'apparato

Per l'esperimento MAGIA è importante determinare γ percepito dagli atomi durante l'esperimento. Questo valore è comprensivo di tutti i contributi dati dagli elementi che costituiscono l'apparato. Lo stesso apparato potrebbe però essere utilizzato per rilevazioni geologiche. In una misura di questo tipo il gradiente generato dall'apparato stesso va sottratto. Per farlo dobbiamo identificare le fonti di gradiente dovute allo strumento e valutarne il contributo.

Valutazioni preliminari

Ora ci poniamo il problema di stimare quanto la misura del gradiente venga influenzata da oggetti esterni. Per farlo modellizziamo le due nuvole di atomi come due sensori di accelerazione immobili, posti uno sopra l'altro ad una distanza d . Prendiamo come origine del sistema di riferimento il punto medio tra le due nuvole. Utilizziamo un sistema di coordinate sferiche come mostrato in fig. 5.17.

Se $d \ll r$ ci possiamo calcolare il gradiente lungo l'asse z come:

$$\gamma = \frac{\partial^2}{\partial z^2} V = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(-\frac{Gm}{r} \right) = -\frac{Gm}{r^3} (1 - 3 \cos^2 \theta) \quad (5.5)$$

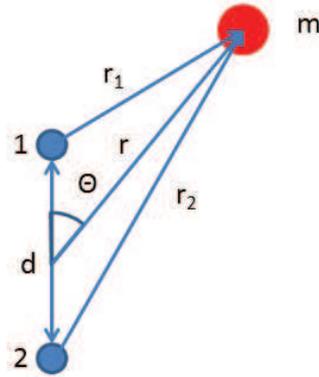


Figura 5.17: Modello utilizzato per valutare il contributo di una massa m posta ad una distanza $r \gg d$

Parte	massa [kg]	R_i [m]	R_e [m]	z [m]	h [m]
Porta specchio	3.328			0.64	
Specchio Raman	1.036			0.54	
Disco superiore	2.934	0	0.133	0.75	0.048
Supporto superiore	43.46	0.238	0.410	0.25	0.020
Supporto inferiore	80.7	0.25	0.505	-0.680	0.050

Tabella 5.1: Massa e dimensioni di alcuni degli elementi introdotti in fig. 5.18, gli altri sono descritti più avanti.

Quello che noi misuriamo è in realtà la differenza di accelerazione percepita dai due sensori e vale:

$$\Delta g_z = d * \gamma$$

Abbiamo identificato gli elementi più significativi per il gradiente nel supporto utilizzato per il sostegno e la movimentazione delle masse durante la misura di G (fig.5.18).

Le stime per il gradiente generato da ogni elemento possono essere trovate in tabella 5.2. Nel calcolo, data la loro posizione e le dimensioni relativamente piccole, il porta specchio e lo specchio Raman sono stati considerati puntiformi ed è stata quindi utilizzata la (5.5) per calcolare il loro contributo al gradiente. La modalità con cui sono state invece calcolate le altre parti è riportata nelle prossime sezioni.

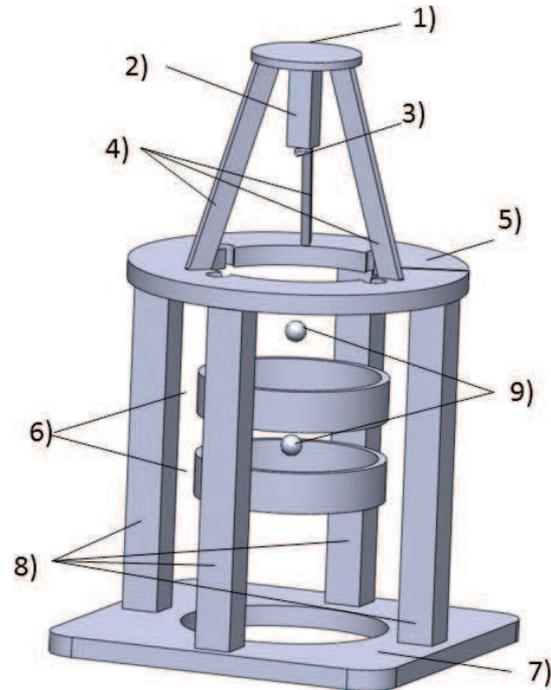


Figura 5.18: Principali fonti di gradiente di campo presenti nell'esperimento: 1) Disco superiore 2) Porta specchio 3) Specchio retroriflettente per fasci Raman compreso di stabilizzatori piezoelettrici 4) Aste di sostegno superiori 5) Supporto superiore 6) Piattelli porta cilindri 7) Supporto inferiore 8) Aste di sostegno inferiori. In figura sono riportate anche le posizioni approssimative delle nuvole atomiche durante la sequenza interferometrica 9).

Elemento	gradiente [E]
Disco superiore	0.4
Porta specchio	2.5
Specchio Raman e piezoelettrici	1.2
Aste di sostegno superiore	0.2
Supporto superiore	44
Supporto inferiore	-5.4
Aste di sostegno inferiori	-54
Totale	-10

Tabella 5.2: Stima dei maggiori contributi al gradiente dell'apparato.

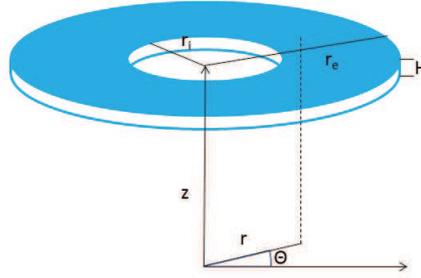


Figura 5.19: Sistema di riferimento utilizzato per il calcolo dei contributi al gradiente generato da oggetti anulari.

Anelli

In questa categoria contiamo: il disco superiore, il supporto superiore e quello inferiore⁴. Chiameremo con R_i il suo raggio interno e con R_e quello esterno.

Ricordando che:

$$V = -G \int_V \frac{\rho(r)}{r} dV \quad (5.6)$$

nel caso di un disco sottile⁵ con densità superficiale $\rho_s = \frac{M}{2\pi(R_e^2 - R_i^2)}$ costante, in coordinate cilindriche (Fig.5.19) ottengo:

$$V = 2\pi G \rho_s \int_{R_i}^{R_e} \frac{r}{\sqrt{z^2 + r^2}} dr = 2\pi G \rho_s \left(\sqrt{z^2 + R_e^2} - \sqrt{z^2 + R_i^2} \right) \quad (5.7)$$

Il gradiente verticale si ottiene calcolando la derivata seconda rispetto a z :

$$\gamma = 2\pi G \rho_s (R_e^2 - R_i^2) \left(\frac{1}{(z^2 + R_i^2)^{3/2}} - \frac{1}{(z^2 + R_e^2)^{3/2}} \right) \quad (5.8)$$

che può essere riscritto come

$$\gamma = GM \left(\frac{1}{(z^2 + R_i^2)^{3/2}} - \frac{1}{(z^2 + R_e^2)^{3/2}} \right) \quad (5.9)$$

Aste

Per le aste di sostegno inferiori consideriamo un sistema di riferimento come quello riportato in fig. 5.20.

⁴In realtà il supporto inferiore ha all'esterno una forma quadrata di lato 90 cm, ma lo possiamo approssimare con un anello di raggio esterno 50.5 cm (anello con la stessa massa)

⁵L'approssimazione è giustificata dalla forte dipendenza del gradiente dalla distanza, il calcolo esatto è stato eseguito per via numerica ed ha uno scostamento massimo dalla trattazione presentata inferiore al 4%

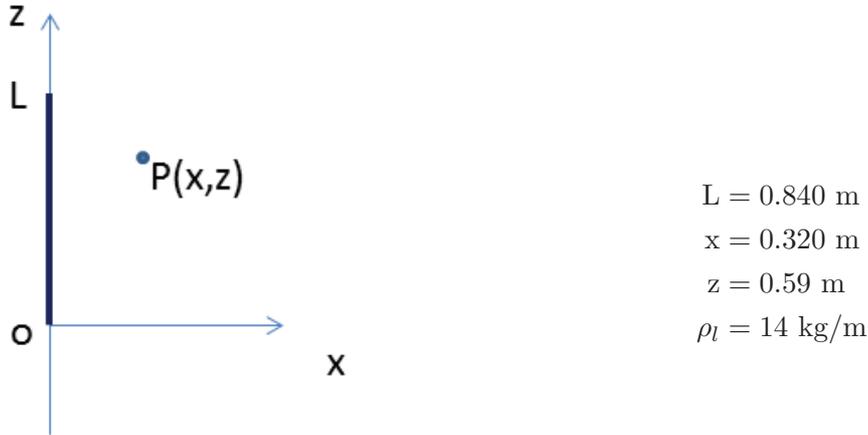


Figura 5.20: Sistema di riferimento cartesiano utilizzato per la stima del gradiente generato dalle aste di sostegno inferiori, considerate come segmenti uniformi.

Essendo sempre valida la (5.6), nel caso di una distribuzione lineare possiamo scrivere:

$$V = -G\rho_l \int_0^L \frac{1}{\sqrt{x^2 + (z' - z)^2}} dz' = -G\rho_l \log \frac{\sqrt{(L-z)^2 + x^2} + L - z}{\sqrt{(z)^2 + x^2} - z} \quad (5.10)$$

derivando due volte lungo z ottengo:

$$\gamma = -G\rho_l \left(\frac{z - L}{((L - z)^2 + x^2)^{3/2}} - \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \right) \quad (5.11)$$

sostituendo i valori ottengo:

$$\gamma = 44 \text{ E} \quad (5.12)$$

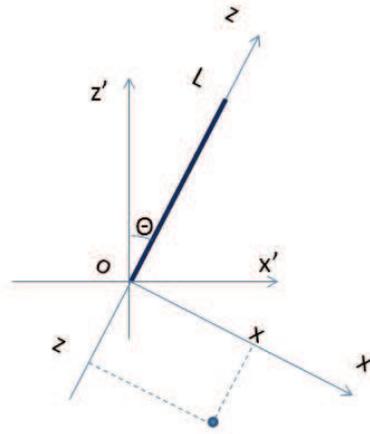
Per le aste di sostegno superiore si usa sempre la (5.10) ma utilizzo un sistema di riferimento ruotato rispetto al precedente come in fig. 5.21

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \theta - z \sin \theta \\ z' &= x \sin \theta + z \cos \theta \end{aligned} \quad (5.13)$$

ottengo quindi un contributo al gradiente di:

$$\gamma = -0.2\text{E} \quad (5.14)$$

Rispetto al contributo dei supporti inferiore e superiore questo risulta trascurabile.



$$\theta = 18^\circ$$

$$L = 0.527 \text{ m}$$

$$x = 0.268 \text{ m}$$

$$z = -0.25 \text{ m}$$

$$\rho_l = 1.96 \text{ kg/m}$$

Figura 5.21: Sistema di riferimento ruotato e traslato rispetto al precedente

Risultati

Abbiamo trovato che i contributi maggiori provengono dal supporto superiore e da quello inferiore, data l'attuale sensibilità dello strumento, possiamo ignorare gli altri.

Ricalcolando il gradiente al netto dei contributi trovati otteniamo:

$$\gamma = -3100\text{E} \quad (5.15)$$

Portando il gradiente presente nel laboratorio in linea con quello medio della terra.

La parziale eliminazione di alcuni contributi fa sì che la differenza tra il gradiente nell'apparato e quello del laboratorio sia di poco superiore alla sensibilità dello strumento.

Capitolo 6

Conclusioni

Grazie al lavoro svolto in questa tesi, si è riusciti a portare l'incertezza sulla misura di G causata dall'errore nella determinazione del gradiente gravitazionale a circa 1 ppm, rendendolo quindi trascurabile.

Si è anche mostrata la possibilità di utilizzare un interferometro atomico come strumento assoluto per la misura del gradiente terrestre .

Se in un futuro ci fosse la necessità di una misura più accurata, la strada più semplice è aumentare il tempo di misura, abbattendo così l'errore statistico. Per ottenere invece una diminuzione dell'errore sulla singola misura bisogna diminuire la sensibilità dello strumento alle vibrazioni, utilizzando un sistema più stabile per il supporto dello specchio Raman come quello proposto nel capitolo precedente. Inoltre modificando il sistema di iniezione della 2D-MOT si potrebbe rinunciare al Juggling dimezzando così il tempo di misura.

Se invece si volesse una misura più precisa del gradiente presente nel laboratorio sarebbe necessaria una migliore caratterizzazione delle masse vicine e dove non fosse possibile una risoluzione analitica, l'utilizzo di una simulazione per determinare il loro effettivo contributo al gradiente.

Bibliografia

- [1] P. J. Mohr, B. N. Taylor, and D. B. Newell, “Codata recommended values of the fundamental physical constants: 2010,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 84, pp. 1527–1605, 2012.
- [2] G. Rosi, *Precision gravity measurement with atom interferometry*. Phd thesis, Università degli studi di Pisa, 2012.
- [3] J. H. Gundlach and S. M. Merkowitz, “Measurement of Newton’s constant using a torsion balance with angular acceleration feedback,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 2869–2872, 2000.
- [4] S. Schlamminger, E. Holzschuh, W. Kündig, F. Nolting, R. E. Pixley, J. Schurr, and U. Straumann, “Measurement of Newton’s gravitational constant,” *Phys. Rev. D*, vol. 74, p. 082001, 2006.
- [5] H. V. Parks and J. E. Faller, “Simple pendulum determination of the gravitational constant,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 110801, 2010.
- [6] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, “Atomic gravitational wave interferometric sensor,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, p. 122002, Dec 2008.
- [7] T. Damour and A. Polyakov, “The string dilation and a least coupling principle,” *Nuclear Physics B*, vol. 423, pp. 532 – 558, 1994.
- [8] R. Plyatsko, “Gravitational ultrarelativistic spin-orbit interaction and the weak equivalence principle,” *Phys. Rev. D*, vol. 58, p. 084031, Sep 1998.
- [9] D. DiFrancesco, A. Grierson, D. Kaputa, and T. Meyer, “Gravity gradiometer systems – advances and challenges,” *Geophysical Prospecting*, vol. 57, pp. 615–623, 2009.
- [10] “Lockheed martin land gradiometer system.” <http://www.lockheedmartin.com/us/products/gravity-gradiometry.html>.

- [11] M. Dransfield and Y. Zeng, “Airborne gravity gradiometry: Terrain corrections and elevation error,” *Geophysics*, vol. 74, pp. I37–I42, 2009.
- [12] C. Reigber, G. Balmino, P. Schwintzer, R. Biancale, A. Bode, J.-M. Lemoine, R. König, S. Loyer, H. Neumayer, J.-C. Marty, F. Barthelmes, F. Perosanz, and S. Y. Zhu, “A high-quality global gravity field model from CHAMP GPS tracking data and accelerometry (EIGEN-1S),” *Geophysical Research Letters*, vol. 29, p. 37, 2002.
- [13] J. Flury, S. Bettadpur, and B. D. Tapley, “Precise accelerometry onboard the GRACE gravity field satellite mission,” *Advances in Space Research*, vol. 42, pp. 1414 – 1423, 2008.
- [14] ESA, *The GOCE gravity mission: esa’s first core earth explorer* http://esamultimedia.esa.int/docs/Drinkwater_ISSI_Mar03.pdf, 2007.
- [15] J. M. Lumley, J. P. White, G. Barnes, D. Huang, and H. J. Paik, “A superconducting gravity gradiometer tool for exploration,” http://www.arkec.com/downloadpdf.php?file=EGG_principles.pdf, 2004.
- [16] P. Touboul, B. Foulon, and E. Willemenot, “Electrostatic space accelerometers for present and future missions,” *Acta Astronautica*, vol. 45, pp. 605 – 617, 1999.
- [17] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, “Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry,” *Phys. Rev. A*, vol. 65, p. 33, 2002.
- [18] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*. Oregon Center for Optics and Department of Physics, University of Oregon, 2008.
- [19] H. Metcalf and P. V. Straten, *Laser Cooling and Trapping*. Springer-Verlag, New York, 1999.
- [20] “Schema di un apparato per il confinamento di atomi in una trappola magneto-ottica.” <http://www.treccani.it/enciclopedia/fisica-atmica/>.
- [21] G. Tino and M. Kasevich, *Atom Interferometry. Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, vol. 188. SIF, Bologna and IOS Press, Amsterdam, 2014.
- [22] E. Fermi and L. Marshall, “Interference phenomena of slow neutrons,” *Phys. Rev.*, vol. 71, pp. 666–677, 1947.
- [23] L. Marton, “Electron interferometer,” *Phys. Rev.*, vol. 85, p. 1057, 1952.
- [24] O. Carnal and J. Mlynek, “Youngs double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 66, p. 2693, 1991.

- [25] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette, and D. E. Pritchard, “An interferometer for atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 66, p. 2693, 1991.
- [26] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, “Measurement of the gravitational acceleration by dropping atoms,” *Nature*, vol. 400, p. 849, 1999.
- [27] A. D. Cronin, J. Schmiedmayer, and D. E. Pritchard, “Optics and interferometry with atoms and molecules,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 81, p. 1051, 2009.
- [28] G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon, “Quantum projection noise in an atomic fountain: A high stability cesium frequency standard,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, pp. 4619–4622, 1999.
- [29] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T. Hänsch, “A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics,” *Opt. Commun.*, vol. 117, pp. 541 – 549, 1995.
- [30] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch, “Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers,” *Opt. Commun.*, vol. 266, pp. 609–613, 2006.
- [31] A. L. Schawlow and C. H. Townes, “Infrared and optical masers,” *Phys. Rev.*, vol. 112, pp. 1940–1949, 1958.
- [32] H.-R. Noh, S. E. Park, L. Z. Li, J.-D. Park, and C.-H. Cho, “Modulation transfer spectroscopy for 87rb atoms: theory and experiment,” *Opt. Express*, vol. 19, pp. 23444–23452, Nov 2011.
- [33] T. Petelski, *Atom interferometers for precision gravity measurement*. Phd thesis, Paris 6 University, 2005.
- [34] G. Lamporesi, *Determination of the gravitational constant by atom interferometry*. Phd thesis, Università di Firenze, 2006.
- [35] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven, “Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms,” *Phys. Rev. A*, vol. 58, pp. 3891–3895, Nov 1998.
- [36] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, “Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 6, p. 2023, 1989.
- [37] G. T. Foster, J. B. F. and J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, “Method of phase extraction between coupled atom interferometers using ellipse-specific fitting,” *Opt. Lett.*, vol. 27, p. 033608, 2002.

- [38] F. Sorrentino, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, Y. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, L. Salvi, and G. Tino, “Sensitivity limits of a Raman atom interferometer as a gravity gradiometer,” *Phys. Rev. A*, vol. 89, p. 023607, 2014.
- [39] M. Fattori, *Sviluppo di un apparato per la misura di G mediante interferometria atomica*. Phd thesis, Università di Firenze, 2004.