

ALMA MATER STUDIORUM

UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

- Sede di Forlì -

CORSO DI LAUREA

IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Classe: LM 20

TESI DI LAUREA

In Strutture e Materiali Aerospaziali LM

**Caratterizzazione meccanica
di materiali compositi
mediante attrezzatura CLC**

CANDIDATO

Maria Pia Falaschetti

RELATORE

Prof. Ing. Enrico Troiani

CORRELATORI

Ing. Matteo Scafè

Ing. Roberto Dlacic

Ing. Sergio Sangiorgi

Anno Accademico 2012-2013

Sessione II^a

Ai miei genitori.

Sempre.

Abstract

Dagli anni '90 in poi, i materiali compositi sono stati oggetto di rinnovato interesse e di notevole sviluppo, derivanti dalle necessità di alcuni settori industriali di avere materiali con proprietà meccaniche e stabilità chimica elevate, accompagnate da elevati rapporti di rigidità/peso.

L'uso relativamente nuovo di molti materiali compositi è causa della scarsità di dati sperimentali consolidati relativi ad alcune caratteristiche meccaniche. La difficile reperibilità dei dati sperimentali scoraggia spesso, a sua volta, l'uso dei materiali compositi rispetto a quelli tradizionali ampiamente conosciuti. Va, però, osservato che, l'uso inizialmente limitato ad applicazioni estreme, ha subito un'ampia diffusione con conseguente riduzione dei costi e affinamento delle conoscenze e delle tecniche di produzione. Questa tendenza è verificabile, in particolare, in alcuni settori come, ad esempio, quello nautico o quello sportivo, specialmente automotive.

Su questo orizzonte si inserisce il lavoro della mia tesi con l'obiettivo di diradare, almeno parzialmente, le incertezze che potrebbero essere presenti nella caratterizzazione a compressione di tali materiali.

Se, infatti, l'approccio ad essi è nuovo, è anche vero che fin dalla prima comparsa dei compositi in ambito industriale, se ne è provveduto a ricavare quelle che sono le caratteristiche a trazione.

Per quanto concerne la compressione, in un primo momento, non essendo ritenuta una caratteristica troppo rilevante, si considerava che il materiale composito avesse proprietà equivalenti a quelle in trazione. Solo successivamente, dai primi anni '70, si sono iniziate ad indagare in modo approfondito e mirato le proprietà meccaniche a compressione di tali materiali. Si sono sviluppati e normati nel tempo vari metodi che vengono classificati in base al modo di applicazione del carico sul provino.

Ci si è quindi proposto, basandosi anche sulle richieste mosse dalla Scuderia Toro Rosso di Faenza, di determinare, dopo aver analizzato tutti i vantaggi e gli svantaggi di ciascuna metodologia, quella migliore a cui attenersi per tutte le prove di compressione che seguiranno la presente tesi.

A tale scopo, dopo una attenta e approfondita analisi dei vari metodi di prova, si è scelto di utilizzare il Combined Loading Compression (CLC) Test Fixture: attrezzatura leggera e molto compatta, che dimostra una affidabilità dei risultati superiore alle altre tecnologie. Si è, inoltre, deciso di testare laminati non unidirezionali, evitando così molte problematiche quali, ad esempio, quelle dovute all'utilizzo di tabs o al possibile insorgere di microbuckling delle fibre. Si è risaliti, poi, al valore di resistenza a compressione della lamina unidirezionale attraverso il metodo di calcolo indiretto del Back-Out Factor (BF). Di tale metodo si sono indagate le basi teoriche, a partire dalla teoria classica dei laminati, e si sono ricavate le formule necessarie per l'applicazione pratica sperimentale.

Per quanto riguarda la campagna sperimentale, svolta presso i laboratori ENEA di Faenza – Unità Tecnica Tecnologie dei Materiali Faenza (UTTMATF), sono stati realizzati 6 laminati di materiale composito, ognuno con differente sequenza di laminazione e percentuale di fibre nelle diverse direzioni. Due laminati sono stati ottenuti impilando lamine unidirezionali preimpregnate, in modo da ottenere una configurazione

cross-ply ($0^\circ/90^\circ$), due in configurazione angle-ply ($0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ$) e due materiali unidirezionali (0° e 90°).

Da questi 6 laminati sono stati ricavati 12/13 provini ciascuno. I provini cross-ply e angle-ply sono stati testati per ricavarne la resistenza a compressione, da cui, poi, risalire a quella della lamina unidirezionale a 0° mediante il BF.

Dal confronto dei risultati ottenuti attraverso l'applicazione combinata di CLC e Back-Out Factor, con i dati riportati nel datasheet ufficiale, si è avuta conferma dell'affidabilità della metodologia scelta.

Per quanto concerne l'elaborazione dei dati ricavati dalle prove sperimentali, è stato utilizzato un opportuno programma realizzato con il software Matlab. Con l'estensione GUI, poi, è stata creata un'interfaccia grafica per agevolare la comprensione delle fasi di elaborazione anche ad un utente non esperto.

Indice

Capitolo 1: Materiali compositi	pag.1
1.1 Classificazione	pag.3
1.2 Materiali compositi a fibre	pag.3
1.2.1 Fibre	pag.4
1.2.2 Matrici	pag.6
1.2.3 Legante	pag.10
1.3 Materiali composti a particelle	pag.10
1.4 Materiali composti con riempitivo	pag.11
Capitolo 2: CFRP	pag.13
2.1 Fibre di carbonio	pag.13
2.2 Matrice termoindurente	pag.20
Capitolo 3: Applicazioni in ambito automotive	pag.25
Capitolo 4: Metodi di prova a compressione	pag.29
4.1 Shear Loaded Test Method	pag.30
4.1.1 Celanese	pag.30
4.1.2 IITRI	pag.31
4.2 Sandwich-beam compression Test Method	pag.33
4.3 End-Loaded Test Method	pag.34
4.3.1 ASTM D695 modificata	pag.35
4.3.2 ELSS Compression Test Fixture	pag.36
4.4 Shear and end-loading Test Method	pag.37
4.5 Sviluppi successivi	pag.39
Capitolo 5: CLC e Back-Out Factor	pag.41
Capitolo 6: Caratteristiche provini	pag.45
6.1 Caratteristiche generali	pag.45

6.2 Sequenza di laminazione	pag.46
6.3 Campioni	pag.48
6.4 Determinazione dimensioni provini	pag.50
6.5 Strumentazione provini	pag.51
Capitolo 7: Analisi sperimentale	pag.53
7.1 Attrezzatura sperimentale	pag.53
7.2 Procedura di prova	pag.56
Capitolo 8: Elaborazione dati	pag.61
Capitolo 9: Realizzazione GUI	pag.71
Conclusioni	pag.77
Appendice A: Back-Out Factor	pag.79
A.1 Calcolo Back-Out Factor per Cross-Ply e Angle-Ply	pag.92
Appendice B: Dimensioni provini	pag.107
Appendice C: Estensimetria	pag.119
C.1 Tipologia di estensimetri	pag.120
C.2 Fattore di taratura	pag.121
C.3 Circuito di misura	pag.121
Appendice D: Grafici	pag.123
Appendice E: Micrografie	pag.165
Appendice F: Script	pag.175
Indice figure e tabelle	pag.187
Bibliografia	pag.193
Ringraziamenti	pag.197

Capitolo 1

Materiali compositi

Fin dall'antichità è riscontrabile la conoscenza e l'utilizzo di materiali compositi: basti pensare agli adobe, mattoni crudi realizzati con paglia e fango (fig. 1), che vengono tuttora utilizzati in alcuni territori dell'Africa e dell'America centrale, o anche al semplice legno, composto da lignina e cellulosa. Se ne hanno esempi anche in ambito bellico: l'arco mongolo (composto da corno, nelle parti sottoposte a compressione, e un insieme di legno e tendini di mucca, per le parti in trazione) ne è l'esempio più interessante (fig. 2).



fig. 1



fig. 2

Si nota, quindi, come l'impiego dei materiali compositi spazi nei più vari e differenti ambiti.

Ma cosa sono i materiali compositi?

Non esiste una definizione universalmente riconosciuta di 'materiale composito'. Le definizioni fornite in letteratura differiscono ampiamente a causa soprattutto del *livello* di definizione, cioè se si considerano i singoli atomi o gli elementi macroscopici (per esempio le fibre), come elementi costitutivi il composito.

Per quanto riguarda il campo ingegneristico si utilizza la seguente definizione:

'Un materiale composito è realizzato combinando materiali macroscopicamente differenti, in composizione o forma con lo scopo di ottenere specifiche caratteristiche e proprietà. I costituenti mantengono la loro identità, in modo da essere fisicamente identificabili, e mostrano un'interfaccia tra di essi.' [1]

Anche un enunciato così particolareggiato può cadere in difetto, poiché include materiali che non sono comunemente ritenuti compositi e ne esclude altri che, invece, sono considerati tali.

Pertanto, senza entrare troppo nel dettaglio, nell'ambito del seguente studio si considera che un *composito* sia costituito da tre elementi fondamentali: costituenti caratterizzanti la struttura interna (fibre, scaglie, particelle, riempitivi), quelli che definiscono la forma globale (matrici) e i leganti, che permettono la coesione all'interfaccia tra i primi due elementi. [2]

1.1 CLASSIFICAZIONE

I materiali compositi possono essere divisi in tradizionali e sintetici. I compositi *tradizionali* sono quelli che si trovano in natura o che vengono prodotti dall'uomo da molto tempo. Ne sono un esempio il legno, il calcestruzzo e il conglomerato bituminoso (comunemente definito asfalto), largamente utilizzati nelle costruzioni. I compositi *sintetici* sono materiali più recenti, normalmente associati all'industria manifatturiera, dove i componenti vengono prima prodotti separatamente e poi combinati in modo controllato per ottenere la struttura, le proprietà e la geometria desiderate. [3]

Una classificazione, più tecnica è basata sulla forma del rinforzo; i materiali compositi vengono differenziati in:

- materiali compositi a fibre che possono essere corte o continue;
- materiali compositi a particelle;
- materiali compositi con riempitivo.

Analizziamo in breve le tipologie elencate precedentemente, rimandando al Capitolo 2 la trattazione dello specifico materiale composito oggetto della fase sperimentale descritta nel seguente elaborato.

1.2 MATERIALI COMPOSITI A FIBRE

Anche se si hanno esempi di strutture di sole fibre, i materiali compositi di questa tipologia sono generalmente costituiti da una matrice, in materiale poco pesante, elastico, spesso tenace ma con bassa resistenza meccanica, che viene rinforzata mediante fibre ad alta resistenza, rigide ma fragili. All'interfaccia tra questi due componenti esiste spesso un legante che fa da interfase e garantisce l'interconnessione voluta.

1.2.1 Fibre

La definizione della normativa ASTM[26] specifica dei materiali compositi, prevede che possa essere chiamato *filamento* qualunque materiale in forma allungata, con rapporto tra la massima dimensione trasversale e la minima lunghezza di 1/10 e con massima dimensione trasversale inferiore al millimetro; la denominazione di *fibra* va attribuita ad uno o più filamenti riuniti assieme in modo ordinato.

Grazie alla piccola dimensione delle sezioni (diametri da qualche micron a frazioni di millimetro), le fibre presentano caratteristiche di resistenza molto elevate. Questo risultato è conseguenza diretta del cosiddetto 'effetto dimensionale': in sezioni ridotte la possibilità di avere delle imperfezioni (dislocazioni) è estremamente inferiore rispetto a quando si hanno degli elementi macrodimensionali, ottenendo delle caratteristiche che possono anche essere 100-1000 volte superiori, e, quindi, molto vicine a quelle teoriche del materiale privo di difetti. I valori più alti di queste caratteristiche sono ottenuti, allo stato attuale delle tecnologie di produzione, in filamenti monocristallini, altrimenti detti whiskers, con diametri dell'ordine del micron o sue frazioni.

Le fibre possono essere lunghe (o continue) oppure corte.

Le fibre *continue* hanno il vantaggio, in teoria, di assicurare la trasmissione delle sollecitazioni dal punto di applicazione del carico al vincolo; in pratica, però, possono aversi delle sezioni difettose che inficiano le caratteristiche di resistenza dell'intera fibra e alcune fibre possono essere molto più sollecitate di altre, a causa di tensioni residue derivanti dal processo di fabbricazione, così da impedire una distribuzione equilibrata dei carichi.

Le fibre *corte* possono essere prodotte con un numero limitato di difetti superficiali e, quindi, possono avere resistenza prossima a quella teorica del materiale di cui la fibra è costituita. Naturalmente la resistenza globale del composito non avrà valori elevati come quella delle fibre corte corrispondenti, in quanto il trasferimento delle sollecitazioni tra fibra e fibra coinvolge necessariamente la matrice.

Le fibre lunghe, inoltre, dal punto di vista tecnologico, sono più adatte nella realizzazione di componenti assialsimmetrici o comunque di forma semplice, mentre le fibre corte possono consentire la modellazione di particolari di forma più irregolare.

L'orientamento delle fibre continue in una o più direzioni permette di ottenere una struttura che sia adatta a supportare i carichi operativi, mentre la distribuzione casuale delle fibre corte garantisce una resistenza più bassa, ma uniforme in tutte le direzioni, ottenendo un materiale quasi isotropo.

Le fibre possono essere disposte in vario modo, in base alle condizioni operative a cui è sottoposto il manufatto finale. Si possono individuare tre tipologie fondamentali di strutture del rinforzo fibroso [6]:

- *mat* (o feltri) costituiti da fibre casualmente disposte nel piano, tipicamente organizzate in fasci di poche centinaia di fibre e alcuni centimetri di lunghezza; solo in alcuni casi sono invece continue. Le caratteristiche di resistenza e rigidità in direzioni specifiche sono sensibilmente inferiori rispetto a quelle ottenute con altri sistemi con maggiore grado di ordine delle fibre.
- *nastri unidirezionali* costituiti da fibre quasi perfettamente allineate; consentono di realizzare compositi con il massimo delle prestazioni nella direzione delle fibre, mentre nelle altre direzioni le caratteristiche di resistenza/rigidità risultano molto limitate.

- *tessuti* caratterizzati da diversi stili di tessitura (fig. 3) che conferiscono diversa capacità di conformarsi su superfici complesse con curvature ridotte, e diversa capacità di impregnazione da parte di resine liquide. Si può anche avere l'impiego di 2 o più materiali differenti (ad esempio carbonio e kevlar) nello stesso tessuto, in modo da andare a realizzare un materiale che risponda adeguatamente alle differenti esigenze nelle varie direzioni del piano.

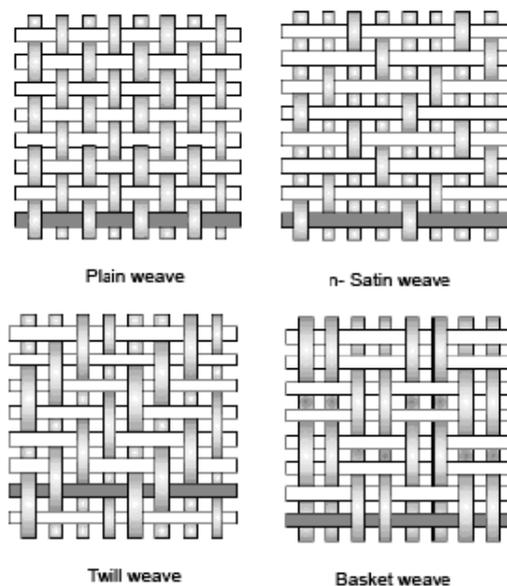


fig. 3

1.2.2. Matrici

Le matrici dei compositi rinforzati con fibre hanno lo scopo di dare forma propria al componente, di inglobare le fibre (tenendole in posizione e proteggendole dalla corrosione o da difetti superficiali), e di trasmettere, il più uniformemente possibile, le tensioni alle fibre.

Le matrici devono assicurare un'adesione sufficiente e resistere agli sforzi di taglio presenti all'interfaccia fibra-matrice in modo da essere in grado di trasmettere le sollecitazioni alle fibre e, se necessario, anche tra gli spezzoni di fibre eventualmente danneggiate.

Le matrici devono avere un allungamento a rottura più elevato delle fibre in modo che, in caso di rottura di quest'ultime, siano in grado di rallentare la propagazione del difetto alla altre fibre, aumentando la tenacità del composito. Inoltre, le matrici, se sottoposte alle variazioni di temperatura, durante la produzione, non devono ritirarsi troppo per evitare l'insorgere di tensioni residue indesiderate.

I materiali compositi possono quindi classificarsi anche in base alle matrici (fig. 4); queste si dividono in:

- *polimeriche* che si dividono in *termoplastiche* e *termoindurenti*;
- *metalliche*: poco usate se non per compositi di particolare scopo e prestazioni, a causa di difficoltà nella fabbricazione del composito; comprendono leghe di alluminio, titanio, etc;
- *ceramiche*.

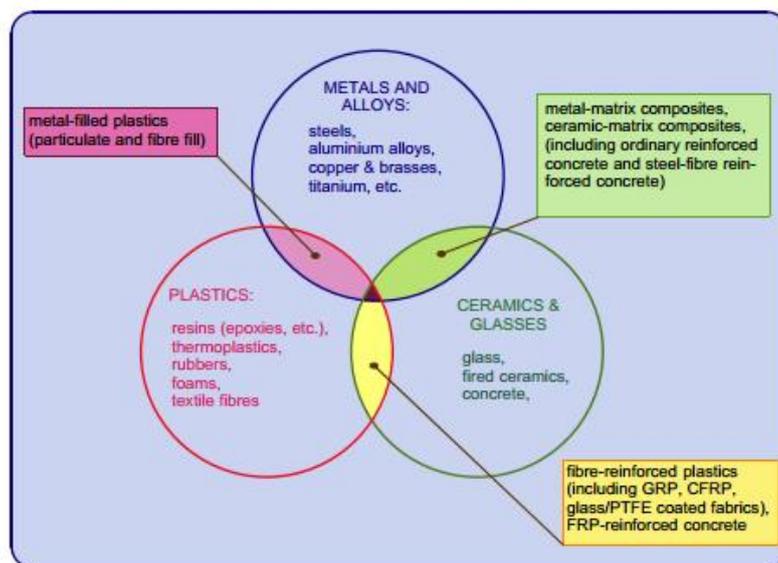


fig. 4

Le resine termoplastiche hanno la particolarità di poter essere modificate anche dopo la fase di 'curing', poiché rammolliscono a temperature non troppo elevate. Questo avviene poiché i legami tra le varie molecole polimeriche sono dei legami deboli rispetto a quelli intermolecolari e l'energia necessaria per rompere i primi non va ad intaccare i secondi. La possibile reversibilità del processo di indurimento rende le resine termoplastiche più comuni meno idonee all'impiego a temperature elevate rispetto alle termoindurenti; esse sono anche meno stabili chimicamente ma hanno più elevata resistenza all'urto e maggiore tenacità. Questo, comunque, potrebbe risultare non completamente vero per particolari tipologie di resine termoplastiche di ultima generazione, le quali hanno delle proprietà che possono raggiungere quelle delle termoindurenti.

Queste ultime sono caratterizzate da una bassa viscosità, per temperature inferiori a quelle di reticolazione, caratteristica che permette la realizzazione di oggetti di forme complesse; la fase di curing, però, è definitiva ed irreversibile, poiché, durante tale fase, avvengono delle reazioni chimiche che vanno a formare legami tra le varie catene polimeriche di pari energia a quelli tra i singoli monomeri di ogni catena. Fornire calore, e quindi energia, per cercare di andare ad eliminare i legami intramolecolari, comporta la rottura di tutti i legami, con conseguente degradamento del materiale. Le resine termoindurenti sono più adatte delle termoplastiche per impieghi a temperature superiori a quella ambiente, mostrando anche buona resistenza ai solventi e stabilità dimensionale, sebbene risultino normalmente meno tenaci.

Per quanto riguarda i compositi a matrice metallica (MMC), i vantaggi rispetto ai corrispondenti metalli non rinforzati risiedono

soprattutto nella maggiore rigidità specifica, migliori proprietà ad alta temperatura, minore dilatazione termica, maggiore resistenza ad usura e, spesso, maggiore resistenza specifica. Grazie a queste caratteristiche i MMC sono presi in considerazione per una serie di applicazioni aerospaziali. Per contro, presentano tenacità generalmente inferiore e costi sensibilmente superiori ai metalli non rinforzati. Rispetto ai compositi a matrice polimerica presentano, più elevate proprietà della matrice, e quindi, superiore resistenza e rigidità trasversale, resistenza a taglio, a compressione e alle alte temperature. Inoltre, altri vantaggi significativi sono la resistenza al fuoco, la conducibilità termica ed elettrica, l'assorbimento di umidità nullo, la resistenza a radiazioni. [6]

Infine si hanno i materiali compositi a matrice ceramica (CMC), nei quali il risultato principale dell'utilizzo del rinforzo consiste in un miglioramento della tenacità. Tali matrici sono prodotte da materie prime inorganiche non metalliche lavorate mediante processi tecnologici particolari: ne sono un esempio il Chemical Vapour Infiltration (CVI), le Tecniche Sol-Gel, il Matrix Transfer Molding, la sinterizzazione e la compattazione di dispersioni liquide. Sono materiali molto resistenti a compressione (sebbene caratterizzati da rottura fragile) e particolarmente indicati per utilizzi in cui sono richieste prestazioni estremamente elevate grazie alle caratteristiche di elevata durezza ed elevata temperatura di fusione. Hanno anche caratteristiche isolanti, proprietà che le rende indicate per impieghi elettrici. [6]

1.2.3 Legante

Il legante può essere presente o meno e permette di controllare le caratteristiche di resistenza all'interfaccia fibra-matrice, garantendo un collegamento di tipo meccanico e/o chimico in modo da rendere possibile la redistribuzione corretta delle tensioni tra fibra e matrice e, quindi, tra le fibre stesse.

1.3 MATERIALI COMPOSITI A PARTICELLE

Le particelle utilizzate in questi compositi hanno dimensioni e conformazioni diverse, in base alle caratteristiche che si vogliono ottenere. Esempi di particelle sono i whickers (fig. 5) e le scaglie (o flakes, fig. 6). Quest'ultime sono particelle piatte, a forma di squama ottenute a basso costo ed utilizzate tipicamente nella metallurgia delle polveri.

Principale vantaggio dell'utilizzo di particelle rispetto alle fibre è quello di avere il rinforzo distribuito all'interno della matrice in modo non controllato, ottenendo così dei compositi praticamente isotropi, per quanto riguarda le proprietà meccaniche.

Con le scaglie, inoltre, si possono ottenere anche particolari proprietà di ridotta trasmissione di liquidi, umidità e vapori, grazie alla loro geometria bidimensionale.

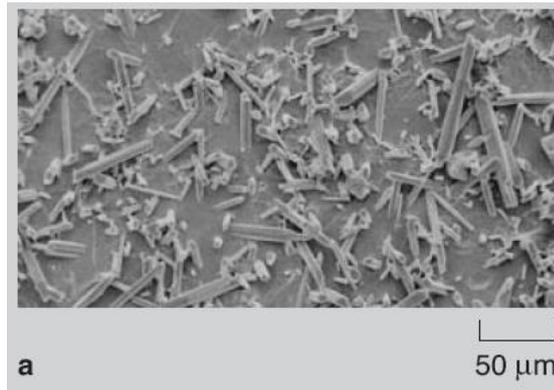


fig. 5

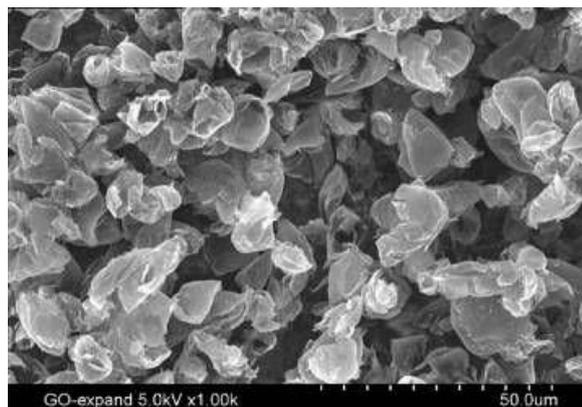


fig. 6

1.4 MATERIALI COMPOSITI CON RIEMPITIVO

I materiali con riempitivo vengono anche definiti ‘strutture a sandwich’ (fig. 7) poiché vengono realizzati andando a frapporre tra due lamine di materiale composito un core di materiale più leggero ma meno resistente. Il riempitivo può essere costituito da materiali a bassa densità, come honeycomb di alluminio, nomex, legno di balza o determinate schiume ad espansione.

La presenza del core ha il principale vantaggio di stabilizzare le lamine esterne, che resistono alle sollecitazioni di trazione, torsione e flessione, e al fenomeno del buckling; esso viene fissato alle pelli esterne attraverso un sottile strato adesivo o con la brasatura.

Il riempitivo, inoltre, mantiene fissata la distanza tra le due pelli e fornisce un aumento della resistenza a compressione del composito. Un utilizzo particolare di queste strutture è, infatti, quello relativo alla realizzazione di elementi in cui si preveda di avere degli impatti: la presenza del nido d'ape, in particolare se in alluminio, va ad assorbire l'energia di deformazione, ammortizzando l'evento.

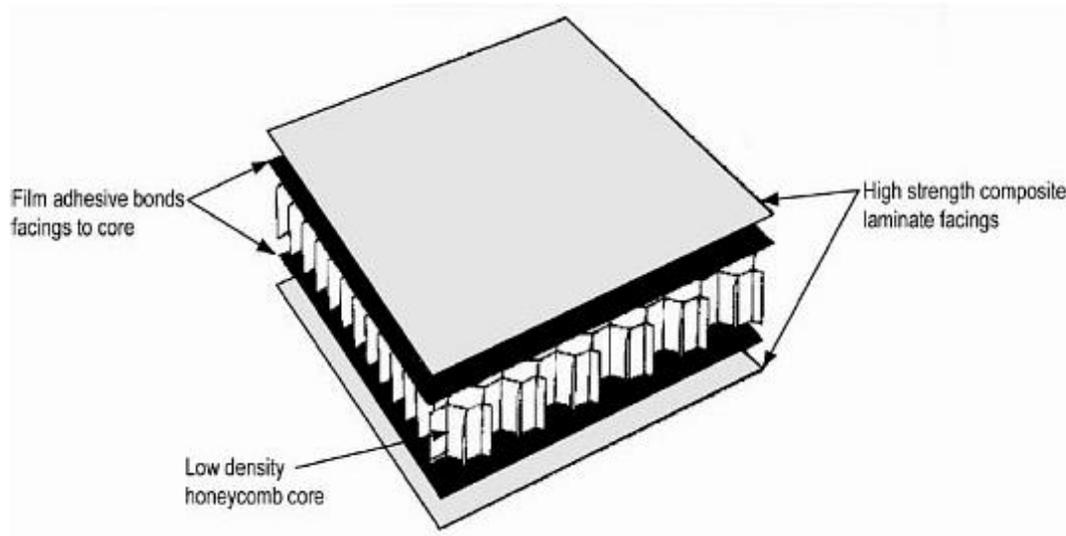


fig. 7

Capitolo 2

CFRP

Il materiale utilizzato nella sperimentazione oggetto della seguente tesi è un composito appartenente alla categoria dei CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer). Essi sono costituiti da matrice polimerica, che, per il più comune utilizzo di tali materiali, è di tipo termoindurente, rinforzata con fibre di carbonio.

Analizziamo ora nel dettaglio i costituenti di tale classe di compositi.

2.1 FIBRE DI CARBONIO

Con l'espressione *fibra di carbonio* vengono, oggi, comunemente indicate due differenti tipologie di fibre: le fibre ad alta resistenza, propriamente dette 'fibre di carbonio', e quelle ad alto modulo, che prendono la denominazione più appropriata di 'fibre di grafite'. Le differenti caratteristiche delle due derivano dal diverso metodo di produzione delle stesse.

Tipicamente le fibre di carbonio sono composte, dal 93-95% di carbonio mentre le fibre di grafite ne contengono il 99%. La differenza basilare è la temperatura alla quale sono realizzate o trattate le fibre. Quelle di carbonio, derivanti dal poliacrilonitrile (PAN) sono generalmente prodotte a circa 1300°C, mentre quelle di grafite subiscono una successiva grafitizzazione a 1900-3000°C.

Entrambe le tipologie di fibre vengono ottenute a partire da alcuni precursori organici, contenenti elevate percentuali di carbonio. Grazie alle alte temperature e a sollecitazioni di trazione è possibile liberare

tutte le frazioni volatili lasciando solo gli atomi di carbonio a formare una catena polimerica.

Le fasi del processo di fabbricazione sono le seguenti:

- ottenimento delle fibre mediante operazioni di filatura;
- trattamento di stabilizzazione, per evitare la fusione delle fibre nelle successive fasi ad elevate temperature;
- carbonizzazione, per rimuovere dalle catene gli elementi differenti dal carbonio;
- grafitizzazione, allo scopo di migliorare le proprietà cercando di ottenere la struttura esagonale tipica della grafite.

Se il processo di realizzazione delle fibre viene interrotto successivamente alla fase di carbonizzazione, si ottengono le fibre 'ad alta resistenza' o 'fibre di carbonio'; se, invece, seguono tutto il processo descritto precedentemente, si hanno 'fibre di grafite' (fig. 8), che possono essere divise, in base alla temperatura raggiunta nel processo di grafitizzazione, in fibre 'ad alto modulo' e fibre 'ad ultra alto modulo' (Tabella 1, relativa a fibre ricavate dal PAN[7]).

	Alta resistenza	Alto modulo	Ultra alto modulo
T grafitizz. [°C]	1300	1800	2500
Diametro [µm]	5.5-8	5.5-8	8.5
Densità [g/cm ³]	1.8	1.8	1.95
σ traz. [GPa]	3.1-4.6	2.4-2.6	1.9
Modulo traz. Long [GPa]	230-260	360-390	520
Modulo traz. Trasv. [GPa]	14-16	-	-
Allungamento [%]	1.3-1.8	0.6-0.7	0.4
Contenuto C [%]	92-95	99+	99+

Tabella 1

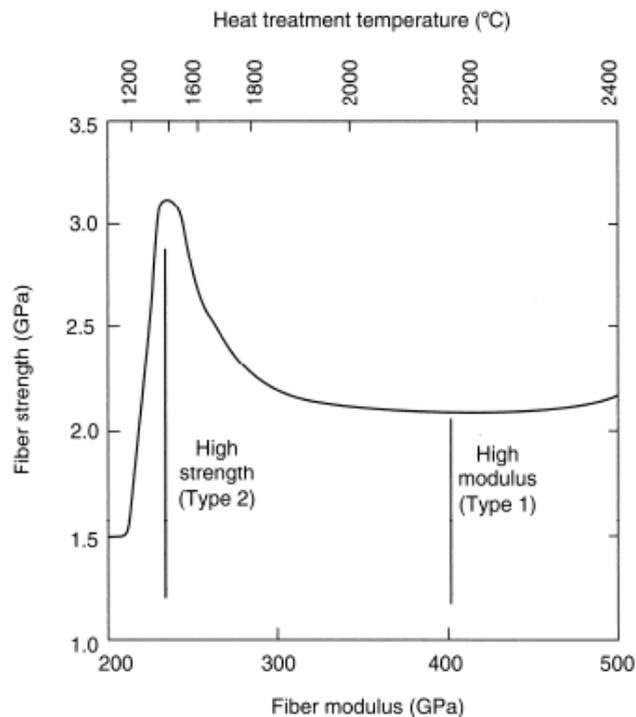


fig. 8

I precursori più comuni sono raion, poliacrilonitrile (PAN) e pece, anche se possono essere usati anche alcool polivinilico (PVA), poliidruri (PI) e fenoli.

Il *raion* è una fibra tessile artificiale, usata come sostituto della seta, ricavata a partire dalla cellulosa, generalmente con un processo alla viscosa o con processo cuproammoniaca.

Nel primo caso, il raion viene ottenuto trattando la cellulosa con soda caustica e disolfuro di carbonio per formare xantato di cellulosa che viene dissolto in una debole soluzione per formare la viscosa (soluzione alcalina di xantogenato sodico di cellulosa). Dopo la maturazione di alcuni giorni, la viscosa viene inviata alle filiere, immersa in un bagno acido (filatura ad umido) ottenendo così il raion viscoso.

Nel secondo caso, il raion viene ricavato da cellulosa trattata con solfato di rame e ammoniaca. Le fibre tessili di raion vengono convertite in un insieme di molecole di carbonio e cristalli di grafite sottoponendole a trattamenti termici con temperature differenti: stabilizzazione, in aria o ossigeno, al disotto dei 400°C; carbonizzazione, al disotto dei 1500°C; grafitizzazione, fino ad arrivare a 2700-2800°C. Durante questi trattamenti, le fibre vengono sottoposte a trazione, permettendo ai vari strati di grafite di allinearsi lungo l'asse della fibra (per garantire l'ottenimento di elevate caratteristiche di rigidità e resistenza).

L'*acrilonitrile* (o cianuro di vinile, PAN) è un composto organico, liquido incolore, infiammabile e tossico, ottenuto per reazione diretta tra propilene, ammoniaca ed aria su di un opportuno catalizzatore. È il monomero usato per preparare le fibre acriliche, cioè quelle fibre sintetiche con caratteristiche simili alla lana.

Durante la stabilizzazione, le fibre di poliacrilonitrile vengono portate a basse temperature (200-240°C) in ambiente ossidante e, contemporaneamente, mantenute in trazione per un tempo sufficiente a permettere la ciclizzazione, cioè, la trasformazione delle catene lineari aperte del poliacrilonitrile in catene che si richiudono in parte su se stesse.

Segue la fase di carbonizzazione, eseguita in atmosfera protetta, a temperature comprese tra i 1000 e i 1500°C, durante la quale viene rimosso l'idrogeno, mentre l'azoto viene sostituito dal carbonio nella struttura ad anello risultante. Le fibre di carbonio assumono una struttura turbostratica (particolare struttura bidimensionale), in cui i vari strati non sono ancora del tutto orientati e disposti esattamente nella sequenza regolare caratteristica della grafite. Alla fine, si ha la fase di grafitizzazione in atmosfera inerte, a temperature comprese tra

i 1900°C e i 3000°C, durante la quale una parte sempre maggiore del carbonio assume una struttura cristallina rudimentale.

La *pece comune* costituisce il residuo amorfo della ridistillazione del catrame del carbone, a sua volta ottenuto dalla carbonizzazione del carbone fossile. La pece comune viene riscaldata a 400-500°C per circa 40 ore. Si forma un liquido viscoso pseudocristallino, in quanto caratterizzato da un certo grado di ordine nella distribuzione delle molecole. Il carbonio risulta disposto sotto forma di anelli aromatici con gruppi alchilici periferici. Dopo questo trattamento, la pece fusa viene filata, in modo da permettere l'allineamento delle molecole in direzione dell'asse delle fibre. Seguono un trattamento a temperatura non elevata e, successivamente, la carbonizzazione e la grafitizzazione tra i 1700°C e i 3000°C.

Le fibre di carbonio hanno diametri, in genere, compresi tra i 5 e i 15 µm e risultano di difficile manipolazione; per cui vengono generalmente raccolte in fasci, costituiti da 1000 a 160000 filamenti individuali. In particolare, le fibre ottenute utilizzando come precursore il rayon, vengono fornite generalmente sotto forma di assemblaggi di filo ritorto (yarn) o di insiemi di due o più fili attorcigliati (plied yarn), composti ciascuno da singoli yarn con alcune migliaia di filamenti indipendenti. Le fibre, ottenute partendo dal poliacrilonitrile, possono avere sezione circolare piuttosto regolare e possono essere disponibili sia sotto forma di assemblaggi di filo ritorto che sotto forma di fasci di fibre non ritorte o 'tow' (costituiti da alcune migliaia di filamenti elementari).

I fasci di fibre possono essere avvolti su bobine o spolette, oppure destinati alla tessitura o alla realizzazione di stuoie (mat) con fibre continue o tagliate, disposte in modo casuale e tenute assieme mediante opportuno legante o cucitura meccanica.

Svolgendo le bobine, i vari fasci possono essere impregnati di resina e, posti gli uni accanto agli altri, possono andare a formare le lamine piane che, poi, vengono trattate termicamente. Tali prodotti preimpregnati possono essere immagazzinati per poter essere utilizzati successivamente o essere avvolti di nuovo in bobine, sotto forma di nastri continui, per essere utilizzati nei vari processi produttivi.

I fasci di fibre avvolti in bobine vengono, in genere, utilizzati nel processo produttivo di filament winding e vengono impregnati di resina nel momento in cui il pezzo viene realizzato.

I fasci di fibre con numeri più elevati di filamenti individuali non possono essere facilmente impregnati di resina così come sono e vengono, usualmente, utilizzati nei processi in cui si prevede di utilizzare le fibre dopo averle tagliate o macinate.

Da un confronto delle fibre di carbonio con altre tipologie (Tabella 2), si possono andare ad estrapolare le caratteristiche fondamentali di tale materiale e comprendere per quali utilizzi possono risultare più adeguati. Ad esempio, confrontando le fibre di carbonio con le fibre di vetro si vede come le prime hanno valori più bassi della tensione di rottura rispetto alle fibre di vetro, ma, allo stesso tempo, valori inferiori di massa volumica e rigidità superiore (fig. 9). Quest'ultima peculiarità porta le fibre di carbonio ad incrementare le caratteristiche a fatica del composito riducendo la tensione nella matrice, in genere polimerica, per un carico dato.

Materiale delle fibre	Resistenza a trazione σ_r (MPa)	Modulo elastico E (MPa)	Densità ρ (g/cm ³)	Resistenza specifica σ_r/ρ (m ² /s ²)	Modulo specifico E/ρ (m ² /s ²)
Vetro E	3000	72 400-76 000	2,54	1,18	28,5
Vetro S	4600	84 000-88 000	2,48	1,85	35,5
Boro con anima in tungsteno	3500	410 000	2,60	1,35	158,0
Boro con anima in grafite	3200	365 000	2,10	1,56	174,0
Aramidiche	3600	130 000	1,48	2,43	87,0
Allumina policristallina	1400	380 000	3,70	0,373	103,0
Grafite PAN, HS, alta resistenza	3500	228 000	1,78	1,96	128,0
Grafite, modulo intermedio	2500	250 000	1,78	1,39	140,0
Grafite alto modulo	2100	390 000	1,90	1,10	205,0
Grafite modulo estrem. alto	1700	517 000	1,86	0,92	278,0
Grafite da precursore Pitch (Pece)	1500	345 000	2,02	0,85	171,0
Tungsteno	4200	414 000	19,30	0,22	21,0
Berillio	1300	241 000	1,83	0,71	132,0

Tabella 2

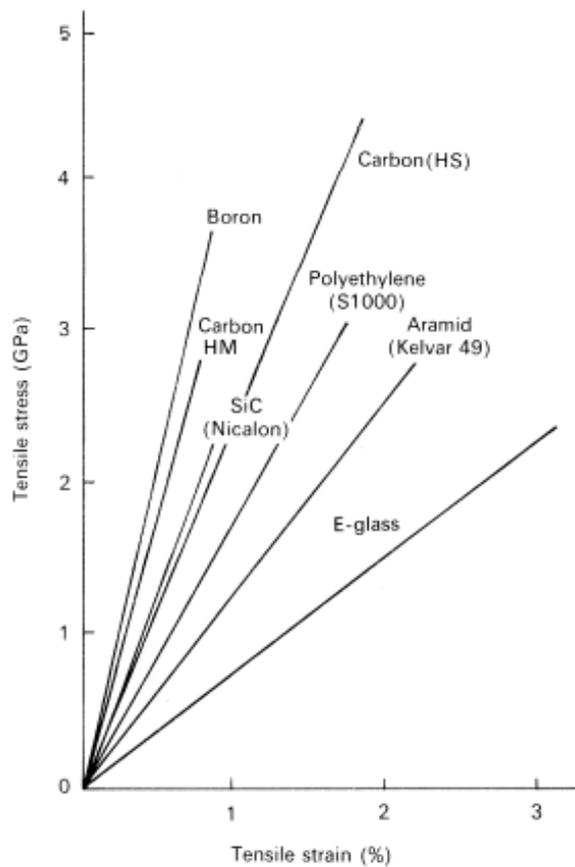


fig. 9

Hanno anche elevati valori assoluti del modulo di Young (paragonabili a quelli di altri materiali ceramici quali ad esempio l'allumina) e resistenza a trazione generalmente inferiore a quella delle fibre di vetro. Mentre, per quanto riguarda l'allungamento a rottura, le fibre di carbonio hanno valori compresi, generalmente, tra 0.6% e 1.4%, e risultano più bassi rispetto alle fibre di vetro.

Le fibre di carbonio sono dei buoni conduttori elettrici, e si può avere corrosione galvanica in caso di contatto con un metallo. Pertanto si ha la necessità di avere una barriera isolante (di solito realizzata con uno strato di fibra di vetro) tra il carbonio e le possibili parti in metallo di una stessa struttura.

2.2 MATRICE TERMOINDURENTE

La principale caratteristica che distingue le resine termoindurenti da quelle termoplastiche, come menzionato precedentemente, risiede nella proprietà delle prime, una volta indurite mediante reticolazione, di non poter tornare alle condizioni iniziali: se portate a temperature elevate, degradano e si decompongono. Le seconde, invece, possono (almeno in teoria) essere riscaldate, modellate a caldo e raffreddate, con possibilità di ripetere a piacimento il ciclo.

Le resine termoindurenti induriscono mediante *reticolazione*. Tale processo chimico è reso possibile dall'utilizzo di particolari sostanze (indurenti e/o catalizzatori) che forniscono le condizioni necessarie per la creazione di legami covalenti tra le varie catene di polimero. Si ottiene così una struttura molto rigida, simile ad una macromolecola. Le reazioni di reticolazione possono avvenire a temperatura e pressione ambiente oppure a temperatura e pressione opportunamente scelta.

Le resine termoindurenti prima della reticolazione possono essere liquide o solide. Le resine liquide (o anche quelle solide lavorate con particolari solventi) vengono spesso impiegate nella realizzazione dei prepreg (pre-impregnati). Durante la preparazione dei pre-impregnati, le fibre vengono accuratamente allineate e disposte sotto forma di nastri o di tessuti che vengono bagnati o immersi nella matrice ancora liquida. Si procede ad un pretrattamento che porta la matrice nel cosiddetto 'stadio B', in cui la resina è solo parzialmente reticolata. Alla fine di questo procedimento intermedio, si ha a disposizione un materiale facilmente manipolabile, da utilizzare nei vari processi di formatura, senza necessità di aggiunta di resina. I vari strati di pre-impregnato vengono disposti nel modo desiderato e solo alla fine vengono riscaldati e sottoposti a pressione per completare il processo di reticolazione della resina.

Una delle caratteristiche principali dei preimpregnati è la *shelf life*: la resina, una volta attivata, continua a consolidarsi finché la reticolazione non è completa; per rallentare questo processo, le bobine di pre-preg vengono conservate a temperature molto basse. Il materiale è così utilizzabile per un periodo di tempo ampio, che viene appunto definito 'shelf life': generalmente essa equivale a 12 mesi a -20°C, mentre si riduce a 3 mesi a temperatura ambiente.

Il principale difetto delle resine termoindurenti è la relativa fragilità, dovuta alla rigida macrostruttura derivante dal processo di reticolazione. Si ha, quindi, una bassa resistenza alla propagazione di cricche, difetto che può essere limitato dall'aggiunta, nella resina, di gomma liquida o resine termoplastiche (in giuste proporzioni) senza compromettere le caratteristiche del composito finale.

Si esaminano, ora, le tipologie principali di resine termoindurenti che vengono usualmente rinforzate con le fibre di carbonio.

- Resine poliestere insature

Possono essere ottenute per reazione di un glicole (alcol polivalente con due gruppi ossidrilici) con opportuno diacido organico (con due gruppi -COOH), avente un doppio legame tra due atomi di carbonio. La presenza di due gruppi ossidrilici attivi permette di proseguire il processo coinvolgendo altre molecole. Si può osservare che, dalla reazione di glicoli e diacidi organici opportunamente scelti, si ottengono polimeri insaturi contenenti il gruppo caratteristico degli esteri e un doppio legame tra due atomi di carbonio. La reattività di questo doppio legame consente di ottenere ulteriori legami di tipo covalente tra le varie catene polimeriche lineari utilizzando una reazione di polimerizzazione a catena o poliaddizione.

Le resine poliestere sono in genere molto pratiche da utilizzare in quanto, anche se sono solide a temperatura ambiente, vengono sciolte con monomeri reattivi, consentendo di impregnare agevolmente le fibre di rinforzo. La gelatinizzazione avviene dopo pochi minuti, mentre il processo di reticolazione può protrarsi per ore o giorni (con opportuno catalizzatore può avvenire anche a temperatura ambiente).

Un difetto delle resine poliestere risiede nel non trascurabile ritiro durante la reticolazione, limitato con l'utilizzo di opportuni riempitivi (sostanza inerte di basso costo).

Hanno un costo limitato e, per questo, sono molto utilizzate nel campo automobilistico.

- Resine a base di estere di vinile

Sono, in pratica, esteri insaturi di resine epossidiche. Il materiale di partenza, infatti, è prodotto mediante una reazione di un acido

carbossilico insaturo (per esempio l'acido acrilico) con resine epossidiche.

Le resine a base di estere vinile (disciolte in stirene) sono facilmente utilizzabili nei vari processi tecnologici, grazie alla bassa viscosità ed alla tendenza ad una rapida reticolazione.

La stabilità chimica e la resistenza meccanica sono paragonabili a quelle delle resine epossidiche ma, al contrario di queste, presentano dei ritiri elevati che possono essere ridotti utilizzando alcuni riempitivi.

- Resine epossidiche

Esistono vari tipi di resine epossidiche, sia solide che liquide.

Le resine epossidiche vengono trattate utilizzando agenti indurenti o di reticolazione (quali le ammine) eventualmente in presenza di catalizzatori.

Le resine epossidiche sono le più utilizzate, tra le resine termoindurenti, per i compositi ad elevate caratteristiche. Hanno il vantaggio di poter essere trattate a temperature e pressioni non elevate; posseggono buone caratteristiche meccaniche; hanno resistenza chimica e all'umidità di gran lunga superiore a quelle delle altre resine termoindurenti.

Il loro costo non è elevato e hanno un basso ritiro, cosa che rende meno probabile la decoesione della matrice dalle fibre e l'eventuale formazione di cricche.

Sono molto utilizzate nei processi di formatura per filament winding, formatura a sacco sotto vuoto e in autoclave, stampaggio per compressione.

- Resine fenoliche

Sono particolarmente indicate in applicazioni ad elevate temperature ed elevate sollecitazioni nei settori automobilistico ed aeronautico, ed hanno anche il vantaggio di essere le meno costose tra le termoindurenti .

Queste resine sono, però, estremamente pericolose per la salute dell'uomo: hanno effetti cancerogeni a causa della presenza della formaldeide.

Tra i difetti di carattere tecnologico va ricordato che sono soggette ad un alto tasso di ritiro durante la reticolazione, pertanto è importante applicare pressione durante la preparazione di laminati di fibre, impregnati di resine fenoliche. Vengono, infatti, applicate soprattutto per lo stampaggio in compressione.

- Resine poliammidiche

Hanno una notevole stabilità dimensionale, qualità estremamente utile nella produzione di componenti con prescrizione di tolleranze ristrette. Hanno inoltre ottima resistenza all'ossidazione a caldo e possono essere classificate come resine ignifughe.

Vengono utilizzate nel settore aerospaziale, automobilistico, elettronico ed elettrico qualora siano necessarie ottime caratteristiche meccaniche in ambienti di lavoro critici.

Capitolo 3

Applicazioni in ambito automotive

I materiali compositi sono stati introdotti progressivamente nelle automobili, seguendo in modo temporalmente ravvicinato, l'impiego nelle stesse dei polimeri.

Fin dagli anni '50, infatti, possiamo rintracciare esempi di parti di automobili realizzate con materiali innovativi: ne sono un esempio la Chevrolet Corvette del 1953 (fig. 10), che aveva tutta la carrozzeria in fibra di vetro e resina poliestere, o anche la Citroen DS19 del 1955 (fig. 11) che, dello stesso materiale, montava il tettuccio.[5]



fig. 10



fig. 11

I vantaggi di tali materiali in questo ambito, sono ben noti:

- alleggerimento dei veicoli: una riduzione di massa di 1 kg produce una riduzione finale di 1.5 kg, considerando il consecutivo alleggerimento dei componenti meccanici;
- una migliore resistenza alla corrosione.

Si hanno comunque degli svantaggi:

- è difficile, per la fabbricazione di ampi volumi, ottenere la stessa finitura superficiale ottenibile con lamiera metallica verniciata;
- per la carrozzeria, il processo di verniciatura e il trattamento delle superfici richiede esposizione ad alte temperature.[5]

E' comunque da notare che, grazie alla riduzione della massa dei veicoli, si è giunti anche ad un importante risparmio energetico e ad un non trascurabile aumento delle prestazioni. Pertanto, nonostante gli svantaggi, peraltro presenti in qualsiasi tecnologia si voglia applicare,

l'utilizzo di materiali compositi in ambito automobilistico è stato un notevole passo in avanti.

Come si è visto, il primo materiale composito che ha trovato impiego su di una automobile è stata la fibra di vetro. Essa è tuttora molto utilizzata, complice un costo piuttosto basso. Ma negli ultimi anni si è andato sempre più diffondendo l'utilizzo della fibra di carbonio in resina polimerica.

Tale materiale, infatti, permette una riduzione di peso, rispetto ai metalli, maggiore di quanto non permetta il vetro (20-30% sul peso totale per il vetro, 40-60% per il carbonio)[4]. Pertanto, nonostante il costo più elevato, i CFRP hanno notevole applicazione, in particolare per automobili da competizione.

In tale ambito, si sono avuti notevoli miglioramenti con l'introduzione dello chassis completamente in materiale composito; è stato, infatti, uno degli sviluppi più significativi nella storia delle competizioni Grand Prix. I vantaggi tecnologici offerti da questo materiale hanno permesso di ottenere veicoli più leggeri, più veloci e più sicuri rispetto al passato (fig. 12).



fig. 12

Nell'ultimo caso, ovviamente, la selezione delle fibre e della resina ricopre un ruolo fondamentale, per fare in modo che i componenti assorbano l'energia dell'impatto, garantendo la sicurezza del pilota e, nel contempo, resistano alle temperature che si sviluppano nell'intorno del gruppo motore (soprattutto in corrispondenza dello scarico), dove variano velocemente dai 140°C ai 700°C [7].

Si incontrano, comunque, ancora, alcuni ostacoli:

- Costi certamente maggiori rispetto ai materiali tradizionali;
- Dati di progetto, metodi di test e strumenti di calcolo ancora poco definiti;
- Tecniche di giunzione rapide ancora in via di sviluppo;
- Produttività inferiore;
- Tecnologie di riciclaggio e riparazione ancora immature o costose.

Tra questi il problema dei costi è certamente il più sentito, soprattutto per quanto riguarda i compositi in fibra di carbonio (costi elevati dovuti al tipo di precursori utilizzati e all'investimento necessario per le attrezzature richieste per la produzione).

Capitolo 4

Metodi di prova a compressione

L'analisi delle proprietà a compressione rappresenta un elemento importante nella caratterizzazione di un materiale composito fibroso, solo dai primi anni '70: precedentemente si riteneva, infatti, che la resistenza a compressione fosse una caratteristica di minor importanza e la si considerava, per semplicità, pari a quella a trazione [8]. Sebbene fosse solo un'ipotesi teorica, questa assunzione ha portato ad uno sviluppo tardivo delle tecnologie per le prove a compressione di tali materiali. Solo, infatti, nel 1975 con l'ASTM D3410 [9], si ha la prima normativa a tale riguardo.

Molti sono stati gli studi effettuati, dopo tale data, per la realizzazione di attrezzature che fossero in grado di realizzare adeguate condizioni per una sperimentazione a compressione. Il problema principale che si pose fu quello di evitare l'insorgere dell'instabilità di Eulero nel provino; ma, spesso, anche se la metodologia ovviava a tale inconveniente, le condizioni di applicazione del carico non erano rappresentative di quelle reali e pertanto si incorreva in tipologie di rottura e dati non realistici. [8]

Si incontrano, infatti, molte problematiche nello sviluppo e nell'applicazione di un metodo. L'allineamento del treno di carico con l'asse del provino, le condizioni di afferraggio, i requisiti relativi ad attrezzatura e campioni, modi di rottura accettabili e rappresentativi, sono solo i principali.

Si analizzano di seguito le principali tipologie di metodi a compressione. Essi possono dividersi in tre gruppi fondamentali, caratterizzati da un

differenti modi di imporre il carico sul provino: Shear loaded (carico a taglio), Sandwich-beam compression (per strutture con riempitivi), End loaded (carico di punta).

4.1 Shear Loaded Test Method

Per quanto riguarda le tecniche con i carichi applicati a taglio, due sono le principali attrezzature da analizzare:

4.1.1 Celanese (fig. 13) [8][9][11][12]

Sviluppato nel 1971 da I.K.Park del Celanese Corporation, produce risultati confrontabili con l'IITRI (che viene analizzata successivamente ed è molto utilizzata per questa tipologia di test).

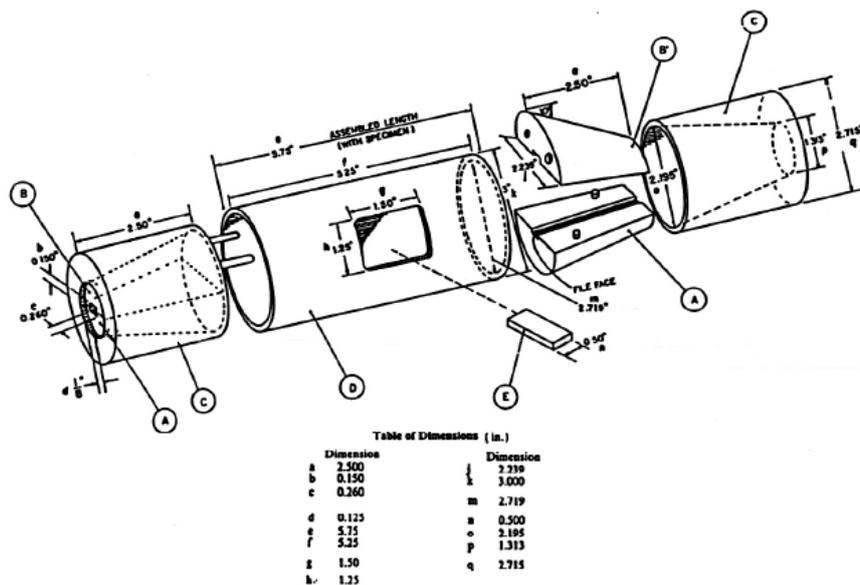


fig. 13

Attraverso le superfici di presa coniche, il carico di taglio viene trasferito al provino. Si ha, però, il problema, comune a tutti i metodi

appartenenti a questa prima categoria, di poter ottenere una non uniformità del carico in corrispondenza delle superfici di presa.

Altro problema riscontrato consiste nella possibile inflessione, che può sfociare in instabilità, dovuta alla particolare conformazione delle superfici di presa.

Inoltre, si hanno svantaggi anche da un punto di vista delle tolleranze dimensionali. Esse, infatti, sono molto strette sia per quanto riguarda il corpo dell'attrezzatura sia per il provino stesso ($\pm 0,002''$), a causa della necessità di assicurare un accoppiamento adeguato con le superfici di afferraggio.

4.1.2 IITRI (catalogato come 'metodo B nell'ASTM D 3410, 1987') [8][9][11][12]

Sviluppata nel 1977 da Hofer e Rao nell'Illinois Institute of Technology Research Institute (IITRI), allo scopo di risolvere i problemi che si erano riscontrati dall'utilizzo del Celanese, tale procedura di prova è stata normata solo nel 1987 nella ASTM 3410 [9].

È costituita da dei cunei di afferraggio non più conici, ma piatti (fig. 14); ciò semplifica notevolmente l'allineamento del treno di carico e risolve il problema dell'inflessione del provino.

L'IITRI (fig. 15) è molto utilizzata per le prove a compressione sui materiali compositi, poiché produce dei risultati di alta affidabilità. Per questo motivo i dati ricavati con essa vengono utilizzati come termine di paragone dei risultati ricavati con altre tecnologie [8].

Anche per l'IITRI ci sono, però, degli svantaggi riguardanti soprattutto le dimensioni e i costi dell'attrezzatura: essa è massiccia (ha un peso complessivo di 40 kg, anche se la parte da movimentare ha un peso di soli 16 kg) e ha notevoli costi di realizzazione dovuti alla precisione

richiesta dalle strette tolleranze dimensionali, relative alle cavità che devono ospitare i blocchi di presa e alle zone di contatto.

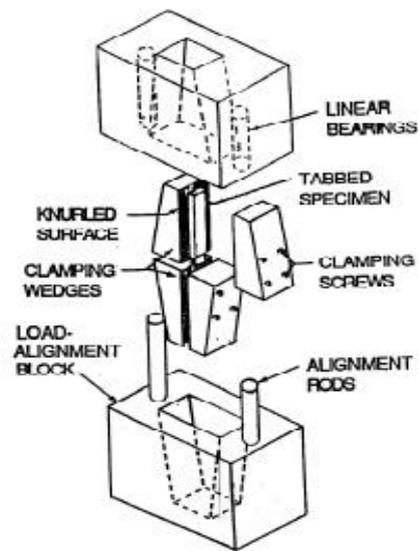


fig. 14

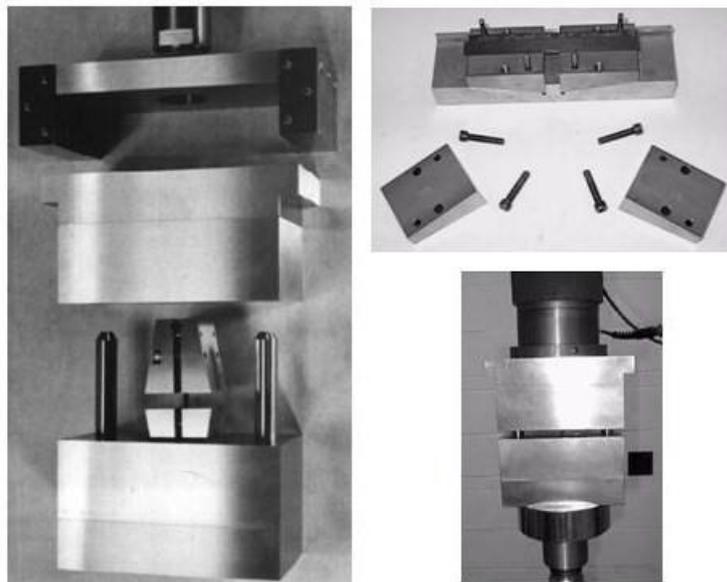


fig. 15

4.2 Sandwich-Beam Compression Test Method [8][9][11][12][13]

Un'altra metodologia di prove a compressione, sui materiali compositi, si basa sull'utilizzazione di provini molto particolari poiché dotati di un riempitivo interno (fig. 16). Questa tipologia è denominata Sandwich-beam Compression Test Method.

La principale attrezzatura utilizzata a questo scopo è descritta della normativa ASTM D 5467-93 [13], sebbene era già stata indicata come 'metodo C' nella ASTM D 3410 [8].

La prova consiste nel caricare in 4 punti a flessione (fig. 17) un provino costituito da due lamine di composito frapposte da riempitivo honeycomb (508x25,4 e spessore 38,1mm), in modo da porre la faccia superiore in compressione. Essendo la lamina in oggetto estremamente sottile rispetto allo spessore del provino, si può supporre con buona approssimazione che lo stato di carico sia uniforme.

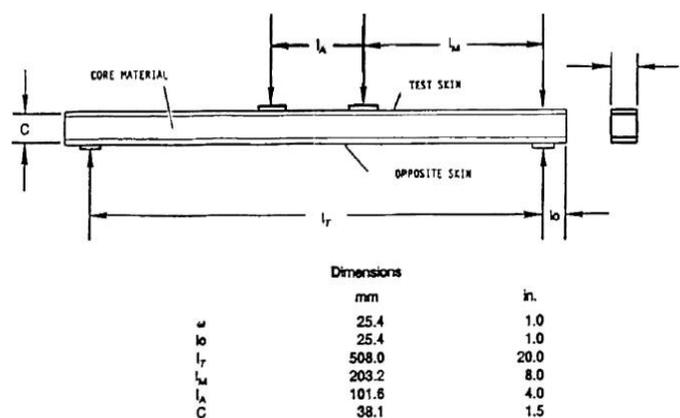


fig. 16

Questo metodo produce dei valori di resistenza a compressione elevati che non rappresentano realmente le caratteristiche del materiale; ciò è dovuto alla presenza del riempitivo che stabilizza la lamina ed elimina la possibilità di cedimento per buckling. Inoltre, i risultati sono molto sensibili ai possibili cedimenti del riempitivo stesso o del collegamento con le lamine.

Il problema principale, però, consiste nel fatto che è molto difficile realizzare degli ottimi provini per questo tipo di prove a causa dei molteplici aspetti da controllare (qualità delle facce, qualità dell'incollaggio, rigidità del riempitivo) che vanno ad influenzare la qualità e veridicità dei risultati.

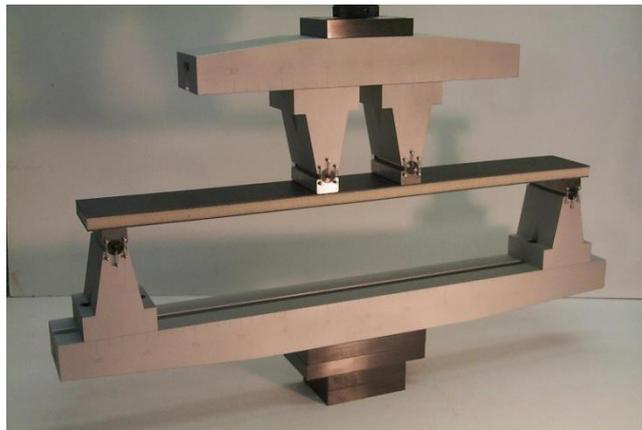


fig. 17

4.3 End-loaded Test Method

Un'altra tipologia di test sperimentali si basa sull'applicazione del carico solo alle estremità del provino in esame (end load). Due sono le attrezzature che rappresentano al meglio questa categoria: l'ASTM D695 modificata e l'End-Loaded Side-Supported (ELSS) Compression Test Fixture.

4.3.1 ASTM D695 modificata [8][11][12][14]

Sviluppata a partire dalla ASTM D695 [14] (realizzata appositamente per plastiche rigide non rinforzate) ha visto, come modifica principale, l'utilizzo di un provino rettilineo munito di tabs, al posto del più classico provino ad 'osso di cane'. La presenza dei tabs, cioè di materiale di supporto posto sul campione stesso, risultava necessaria per ovviare al problema relativo la rottura delle estremità del provino, tipica delle metodologie di prova che ivi applicano il carico.

Tale attrezzatura (fig. 18), realizzata nel 1988 da Suppliers of Advanced Composite Materials Association (SACMA), è composta da due supporti laterali a doppia T e quattro bulloni che legano tali supporti alle facce del provino da sottoporre a compressione.

Un aspetto piuttosto positivo di questa metodologia è dato dall'utilizzo dei tabs, che creano delle concentrazioni inferiori di tensione rispetto alle metodologie shear-loaded. Purtroppo, però, la preparazione di questa tipologia di provini richiede più tempo rispetto a quelli privi di tabs.

Inoltre, si ha il grande svantaggio di dover utilizzare necessariamente due provini separati per il calcolo della resistenza a compressione e del modulo a compressione; lo spazio libero sul provino, infatti, non è sufficiente per alloggiare un estensimetro.

La D695 modificata, se utilizzata correttamente, produce dati comparabili con il Celanese e l'IITRI; sono, comunque, diffusi dubbi sull'affidabilità dei risultati ottenuti a causa della presenza di attriti tra il provino e i supporti laterali e alle strette tolleranze richieste nella realizzazione delle estremità del campione. Esse, infatti, devono essere parallele tra di loro, ortogonali all'asse del provino e con una finitura superficiale molto accurata, per evitare concentrazioni di carico inopportune.

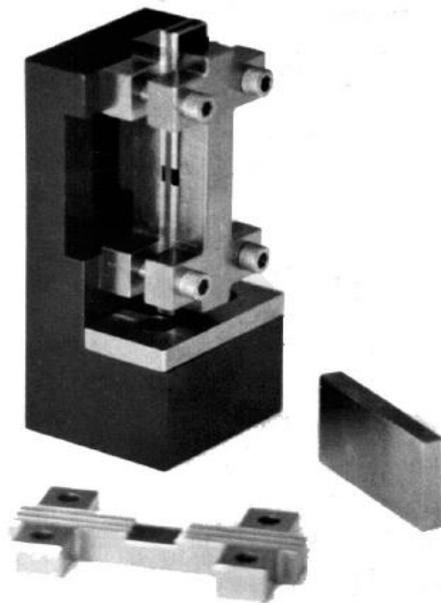


fig. 18

4.3.2 End-Loaded Side-Supported (ELSS) Compression Test Fixture

Sviluppata a partire dai primi anni ottanta, nell'università del Wyoming, la metodologia in esame prevedeva l'utilizzo di provini privi di tabs, per materiali a bassa resistenza. Questo aspetto è andato a netto favore del nuovo metodo, poiché, la necessità di avere dei provini dotati di tabs, oltre a complicare la fabbricazione dei provini ed ad introdurre possibili problematiche relative al distacco del materiale apportato, va ad influenzare in modo significativo i dati ricavati dalle prove sperimentali, andando anche, a volte, a compromettere la veridicità degli stessi.

Questa attrezzatura ha lo stesso aspetto e le stesse caratteristiche strutturali del CLC Test Fixture (che viene descritto di seguito); l'unica differenza dell'End-Loaded Side-Supported (ELSS) Compression Test Fixture consta nelle superfici di contatto con il provino: esse sono lisce e hanno la funzione di supporto laterale per il campione, evitando problemi relativi a buckling ed instabilità. Avere il carico applicato alle

estremità crea, però, anche per questo tipo di attrezzatura, notevoli problemi per materiali ad alta resistenza. In tali casi, infatti, si assiste ad un cedimento delle facce caricate del campione.

4.4 Shear and end-loading Test Method [11][15][16]

Si è visto come i metodi che introducono carico a taglio sul campione producano una concentrazione degli sforzi in corrispondenza delle superfici di presa, mentre i metodi End-Loaded complicano la fabbricazione dei provino a causa della necessità di aggiungere tabs.

È, quindi, naturale tentare di unire le due categorie in modo da sorpassare i difetti e unire quelli che sono i punti di forza di ognuna. Nasce così una nuova categoria di test a compressione per i materiali compositi: Shear and End-loading Test Method.

Di tale tipologia, il più rappresentativo è sicuramente il CLC Test Method (Combined Load Compression Test Method, fig. 19): realizzato da Donald F. Adams, che già aveva sviluppato l'ELSS e rappresenta una modifica di quest'ultimo.

Esso presenta una superficie di presa ad alto grado di attrito, che va a creare una ripartizione del carico tra taglio ed estremità. Questa caratteristica evita le alte concentrazioni che si avevano alle estremità del campione con il solo end-loading, ed è, quindi, estremamente adatto per testare materiali compositi ad alta resistenza.

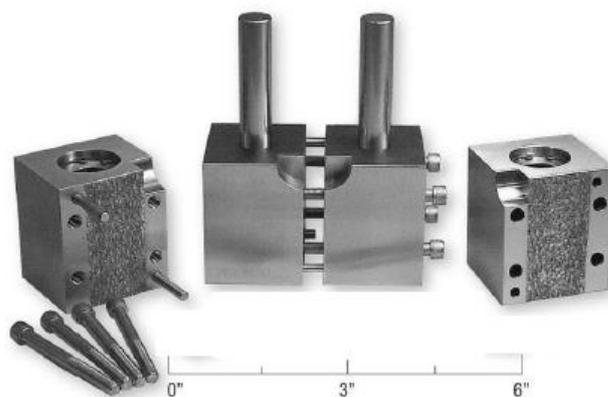


fig. 19

Inoltre, questa attrezzatura ha dimensioni estremamente ridotte (fig. 20) e peso contenuto (solo 4.5 kg), garantendone facilità di movimentazione e di utilizzo anche per prove non a temperatura ambiente.

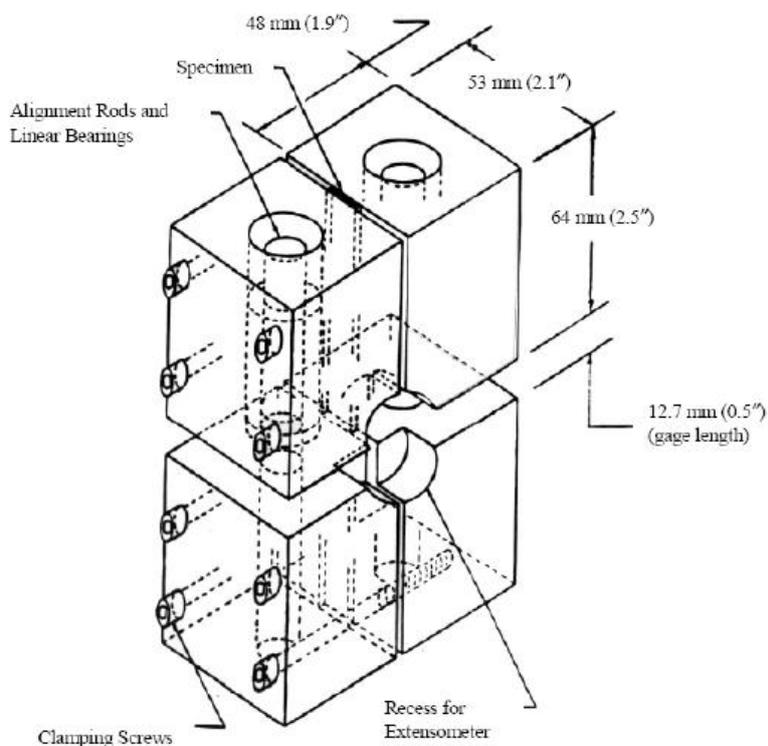


fig. 20

4.5 Metodi in fase di sviluppo [17]

Anche l'ultima metodologia descritta ha, però, degli inconvenienti: nel CLC il provino viene trattenuto tra i due blocchi in metallo che sono accoppiati mediante 8 bulloni. Una tensione di compressione costante può essere ottenuta solo in un certo range di coppia, normato nell'ASTM D 6641/D 6641M_09 [16]. I modi di cedimento della sezione di gage accettabili, sono ottenuti quando le coppie applicate riescono a garantire una ripartizione adeguata del carico tra estremità e taglio. E, in più, la frazione a taglio deve essere minimizzata per ridurre le concentrazioni di tensione sui limiti della sezione di gage.

L'applicazione del carico può, però, variare (ad esempio in base alla lubrificazione dei bulloni) andando a modificare le condizioni di attrito tra il provino e i morsetti e, quindi, anche la ripartizione delle frazioni di carico.

Per cercare di ovviare a queste problematiche, a partire dagli anni 2000, è stata proposta una nuova tipologia di attrezzatura: il Mechanical Load Compression (MLC) Test Method (fig. 21).

Tale tecnologia potrebbe avere uno sviluppo futuro molto ampio e garantire dei risultati sempre più affidabili. Ma devono ancora essere studiati i molti parametri che influenzano la prova, e non sono ancora state effettuate delle campagne sperimentali estese, che consentano di normare i vari aspetti dell'utilizzo di questo tipo particolare di attrezzatura.

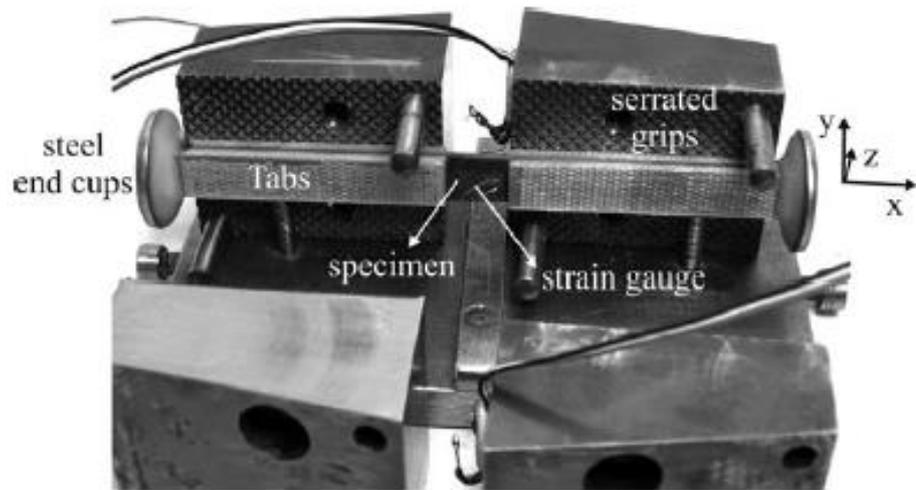


fig. 21

Capitolo 5

CLC e Back-Out Factor

Dalle ricerche effettuate per determinare la metodologia migliore per la caratterizzazione a compressione di un materiale composito, sono state individuate molte tecniche. Differenti metodi di sperimentazione forniscono spesso, però, risultati non confrontabili riguardanti uno stesso materiale e, allo stesso tempo, l'utilizzo della stessa attrezzatura da parte di diversi laboratori può riportare valori in disaccordo [8][11][12].

Questa disparità di risultati può dipendere anche da altri fattori, oltre alle differenti caratteristiche delle varie metodologie e agli errori fisiologici legati alla 'misura'. Ad esempio, la resistenza a compressione dei provini può venir ridotta da possibili difetti interni. Questi possono essere divisi in due categorie [12]:

- Difetti non controllabili di processo
Sono originati durante la manifattura delle fibre o del preimpregnato, consistono principalmente in una non linearità delle fibre (kink, onde, etc) e non possono essere corretti nelle fasi successive.

- Difetti controllabili di processo
Possono crearsi durante il lay-up del laminato, nella fase di cura dello stesso o nel taglio dei provini. Includono vuoti, inclusioni, mancanza di matrice, cricche o delaminazioni, errata direzione di taglio, disallineamento delle fibre, etc. Per cercare di diminuire l'incorrere di tali errori, è stata redatta una norma riguardante tutto il processo manifatturiero dei campioni [18].

I difetti ora descritti, uniti a fattori riguardanti, per esempio, le condizioni dell'attrezzatura o la soggettività dell'operatore, devono essere analizzati per valutarne l'influenza sull'affidabilità dei risultati. Un'ampia campagna sperimentale, volta proprio a tale scopo, è stata svolta da Adam e Welsh. Essi hanno individuato nell'attrezzatura CLC il metodo migliore di caratterizzazione a compressione di un composito [11][19][20].

Dai loro studi, inoltre, hanno riscontrato, nella determinazione della resistenza a compressione di un UD, una maggiore praticità dell'utilizzo di provini di materiale multidirezionale. Infatti, sebbene l'attrezzatura CLC sia conformata in modo da poter evitare l'insorgere di instabilità flessionale nel provino, non riesce a limitare il fenomeno del microbuckling delle fibre. L'utilizzo di multidirezionali ha, quindi, lo scopo principale di limitare il fenomeno del microbuckling: le lamine disposte ad angoli differenti dai 0° stabilizzano quest'ultime.

Infine, grazie all'utilizzo di questa tipologia di provini, si può evitare l'utilizzo di tabs, come riportato dalla stessa normativa [16]. Si ottiene così una riduzione di costi e tempi di produzione, oltre a possibili problemi legati al distacco del materiale costituente il tab stesso.

Pertanto, per la campagna sperimentale che verrà successivamente descritta, si è scelto di utilizzare, in accordo con gli studi effettuati da Adams e Welsh, attrezzatura CLC e provini non unidirezionali senza tabs. Si risalirà, poi, al valore della resistenza a compressione della lamina UD attraverso un procedimento analitico basato sul calcolo di un coefficiente correttivo, denominato Back-Out Factor (BF), determinato a partire dalla teoria classica dei laminati.

Questa metodologia consiste essenzialmente in un calcolo indiretto delle caratteristiche del materiale unidirezionale a partire dai dati ricavati testando provini non unidirezionali, attraverso la seguente espressione:

$$\sigma_{x\max}^{0^\circ} = BF \frac{L_{\max}}{A} \quad (5.1)$$

dove $\sigma_{x\max}^{0^\circ}$ è la tensione massima a compressione della lamina unidirezionale a 0° , A la sezione trasversale del provino, L_{\max} il carico massimo raggiunto dal laminato e BF il coefficiente introdotto precedentemente (Back-Out Factor).

Due sono le tipologie di laminati considerati nelle prove sperimentali: cross-ply e angle-ply. Sebbene alcuni testi considerino tali termini intercambiabili [22], in questo elaborato si segue la definizione fornita da Adams [21]. Egli, infatti, identifica come *cross-ply* quei materiali in cui le lamine unidirezionali sono disposte solo a 0° e 90° rispetto alla direzione dell'asse del provino, mentre denomina *angle-ply* quei materiali che contengano anche lamine con fibre disposte con angoli differenti da 0° e 90° .

Per ciascuna di queste due categorie si ha una specifica espressione del BF :

- Cross-Ply

$$BF = \frac{E_x \{V_o E_y + (1 - V_o) E_x\} - [E_y \nu_{xy}]^2}{[V_o E_x + (1 - V_o) E_y] [V_o E_y + (1 - V_o) E_x] - [E_y \nu_{xy}]^2} \quad (5.2)$$

dove V_o è la frazione volumetrica delle lamine disposte a 0° del laminato cross-ply; E_x , E_y e ν_{xy} sono i moduli elastici longitudinale e trasversale e il modulo di Poisson della lamina unidirezionale.

- Angle-Ply

$$BF = N \frac{E_x * B - E_y \nu_{xy} * C}{A * B - C^2}$$

(5.3)

con

$$A = \left\{ nE_x + pE_y + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y \nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

$$B = \left\{ nE_y + pE_x + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y \nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

$$C = \left\{ (n+p)E_y \nu_{xy} + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y \nu_{xy} - 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

dove E_x , E_y e ν_{xy} sono i moduli elastici longitudinale e trasversale e il modulo di Poisson della lamina unidirezionale; N è il numero totale delle lamine; n, p, q, k sono il numero di lamine disposte rispettivamente a 0° , 90° , $+45^\circ$ e -45° ; G_{xy} è il modulo a taglio della lamina unidirezionale.

Per rendere più chiara l'origine delle formule utilizzate per il calcolo della resistenza a compressione della lamina unidirezionale, si rimanda all'Appendice A: qui viene fornita una trattazione particolareggiata delle assunzioni teoriche e dei passaggi analitici che, partendo dalla teoria classica dei laminati, portano alle formule (5.2) e (5.3).

Capitolo 6

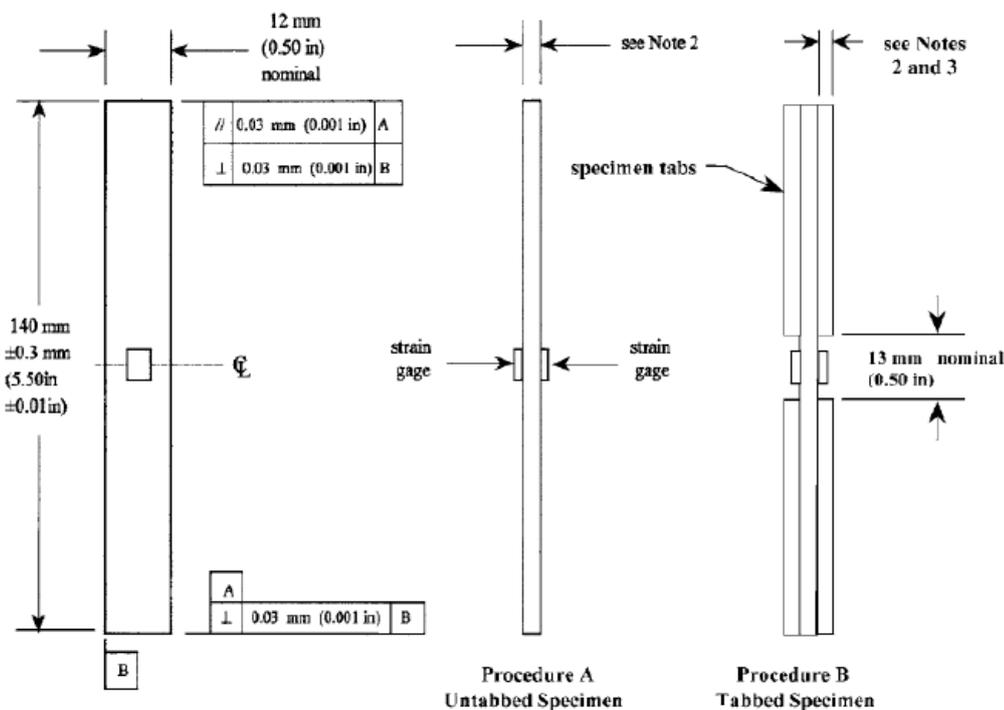
Caratteristiche dei provini

I provini, oggetto della campagna sperimentale, sono stati realizzati basandosi sulle indicazioni fornite dalla normativa ASTM D6641/D6641M-09 [16]. In tale norma vengono definite le caratteristiche generali che un campione, da utilizzare con un'attrezzatura CLC, deve soddisfare. Mentre, per quanto riguarda la procedura utilizzata per la realizzazione del laminato da cui ricavare i provini, è stata seguita la normativa ASTM D 5687-95 [13].

6.1 Caratteristiche generali

Dal punto di vista della struttura del materiale, questo deve essere un laminato piano, simmetrico ed equilibrato. Deve, inoltre, contenere almeno uno strato di rinforzo disposto a 0° , fino ad un massimo del 50% delle lamine totali: questa percentuale è stata individuata mediante studi sperimentali e rappresenta il massimo valore di lamine, al di sotto del quale si ha un comportamento migliore del laminato (grazie ad una minore possibilità di instabilità delle fibre) [11].

Per quanto concerne le dimensioni e le tolleranze richieste per i provini, si fa riferimento alla procedura A (fig. 22) della normativa ASTM D 6641/D 6641M – 09 [16], relativa a campioni privi di tabs. I provini devono avere una lunghezza di $140\text{mm} \pm 0.3\text{mm}$ e una larghezza di $12\text{mm} \pm 0.5\text{mm}$; le facce devono essere parallele tra di loro e perpendicolari all'asse longitudinale, con una tolleranza in entrambi i casi di $\pm 0.03\text{mm}$. Per quanto concerne lo spessore, si indica che deve essere uniforme e tale da ridurre la possibilità di buckling.



Notes:

- (1) The specimen ends must be parallel to each other within 0.03 mm [0.001 in.] and also perpendicular to the longitudinal axis of the specimen within 0.03 [0.001 in.], for both Procedures A and B.
- (2) Nominal specimen and tabbing thickness can be varied, but must be uniform. Thickness irregularities (for example, thickness taper or surface imperfections) shall not exceed 0.03 mm [0.001 in.] across the specimen or tab width or 0.06 mm [0.002 in.] along the specimen grip length or tab length.
- (3) Tabs are typically square-ended and on the order of 1.6 mm [0.06 in.] thick, but thickness can be varied as required, as discussed in 8.2.
- (4) The faces of the specimen may be lapped slightly to remove any local surface imperfections and irregularities, thus providing flatter surfaces for more uniform gripping by the fixture.

fig. 22

6.2 Sequenza di laminazione [15]

Ogni laminato costituito da un insieme di lamine unidirezionali può essere identificato univocamente, oltre che dalla tipologia di fibre e matrice, dalla sua sequenza di laminazione.

Essa consiste nell'elencazione, a partire dalla lamina inferiore, dell'orientazione delle fibre di ogni lamina, in relazione ad una direzione di riferimento.

Oltre ad una mera elencazione dei vari angoli, si può avere una simbologia più compattata: si indicano gli orientamenti dei vari strati separati da un '/', ma se lamine adiacenti hanno lo stesso angolo, questo viene indicato una sola volta, apponendo un pedice che segnali a

quante lamine quel valore si riferisca. Inoltre, se il laminato è simmetrico, si indica solo la sequenza di una metà di esso, tra parentesi quadre, alla chiusura delle quali si pone il pedice 's' (si mostra un esempio in Tabella 3).

Numero lamina	Orientamento	Notazione
1	90°	[90/0 ₂ /90] _s
2	0°	
3	0°	
4	90°	
5	90°	
6	0°	
7	0°	
8	90°	

Tabella 3

Qualora il numero delle lamine sia dispari, si identifica il ply centrale con un tratto posto superiormente al valore numerico (esempio in Tabella 4).

Numero lamina	Orientamento	Notazione
1	90°	[90/0 ₂ / $\overline{60}$] _s
2	0°	
3	0°	
4	60°	
5	0°	
6	0°	
7	90°	

Tabella 4

6.3 Campioni

I campioni coinvolti nella campagna sperimentale sono stati realizzati dal taglio di sei laminati, di dimensioni 300mm x 300mm (fig. 23 - fig. 24). Essi sono tutti costituiti da lamine dello stesso preimpregnato

unidirezionale di fibra di carbonio in resina epossidica: la differenza consiste solo nella loro sequenza di laminazione.

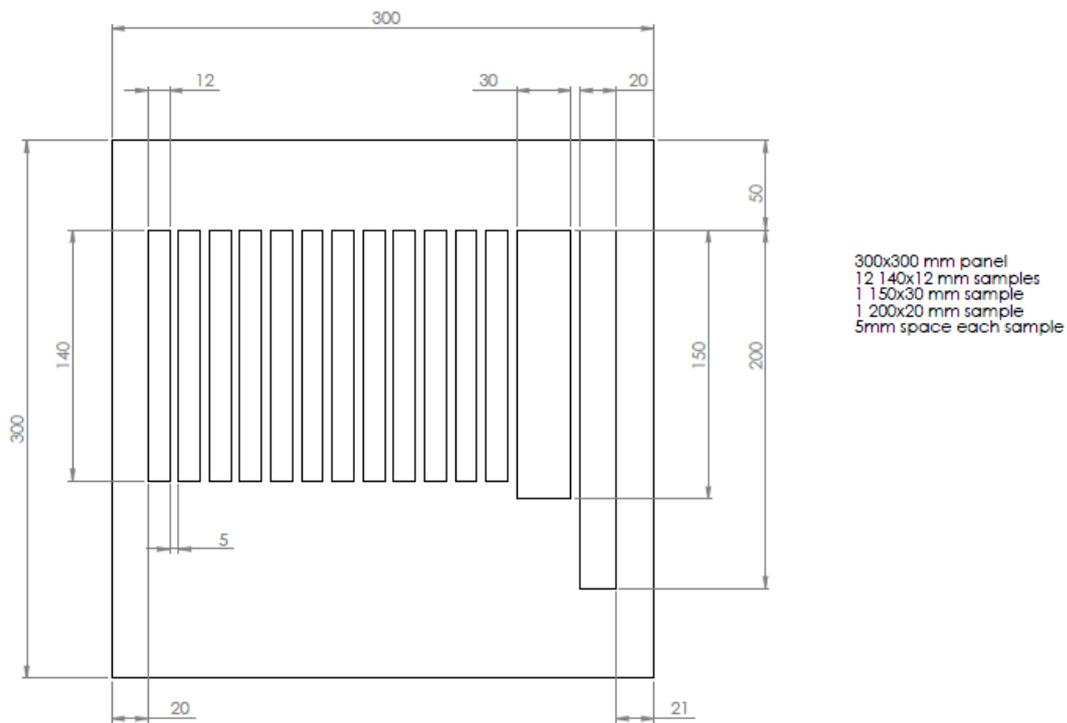


fig. 23

Si possono, quindi, identificare i sei materiali come riportato in Tabella 5: due laminati sono stati realizzati in modo da ottenere materiali cross-ply (CP), due appartengono alla classe degli angle-ply (AP) e gli ultimi due materiali sono unidirezionali (UD).

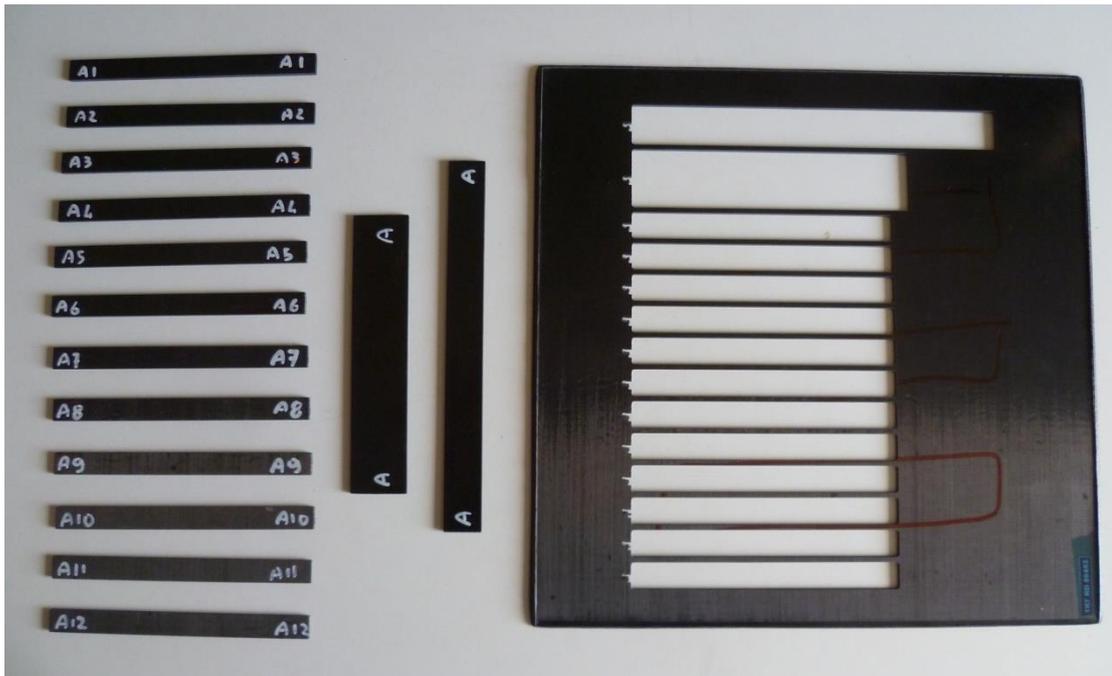


fig. 24

Identificativo materiale	Sequenza laminazione	Tipologia
A	$[90/0/90_3/0/90_3/\overline{90}]_s$	CP
B	$[90/0/90/0/90/0/90/0/90/\overline{90}]_s$	CP
C	$[90/0/+45/90_2/0/90_2/-45/\overline{90}]_s$	AP
D	$[90/0/+45/0/90/0/90/0/-45/\overline{90}]_s$	AP
E	$[0_7]_s$	UD
F	$[90_{10}]_s$	UD

Tabella 5

Da ogni laminato si sono ricavati i vari campioni da utilizzare con attrezzatura CLC: dai laminati A,B,C, e D si sono ricavati 12 campioni a tale scopo, mentre 13 per i materiali E ed F.

6.4 Determinazione dimensioni provini

Prima dell'avvio delle prove sperimentali, si è realizzato un attento controllo delle dimensioni dei vari campioni, in modo da valutare la loro conformità alle richieste della normativa [16].

Sono stati valutati larghezza e spessore, in 5 diverse sezioni lungo il provino; per la lunghezza, invece, è stata realizzata una sola misura. È stata, inoltre, effettuata una valutazione del peso di ogni campione.

Per una visione particolareggiata delle misure di ogni singolo provino, si rimanda all'Appendice B, mentre, allo scopo di snellire la trattazione, si riportano in questa sede solo i dati medi ricavati dalle misurazioni e l'incertezza della misura (da Tabella 6 a Tabella 11). Quest'ultima viene ricavata applicando la seguente espressione:

$$St. Uncertainty = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n S_{i-1}^2} \quad (6.1)$$

dove S_{i-1} è la standard deviation e n il numero dei campioni analizzati.

Material A	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Mean value	12.028	2.835	139.9	7.07
St. Uncertainty	0.005	0.004	-	-

Tabella 6

Material B	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Mean value	12.112	2.809	140.0	7.09
St. Uncertainty	0.006	0.002	-	-

Tabella 7

Material C	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Mean value	12.006	2.811	140.0	7.03
St. Uncertainty	0.003	0.003	-	-

Tabella 8

Material D	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Mean value	11.987	2.823	140.0	7.04
St. Uncertainty	0.005	0.003	-	-

Tabella 9

Material E	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Mean value	11.905	2.050	139.5	5.09
St. Uncertainty	0.004	0.003	-	-

Tabella 10

Material F	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Mean value	11.846	2.975	139.4	7.32
St. Uncertainty	0.010	0.008	-	-

Tabella 11

6.5 Strumentazione provini

Dei provini ricavati dalle varie sequenze di laminazione, solo 5 sono stati strumentati con estensimetri elettrici (Strain-Gauges, SG), in corrispondenza della sezione di gage (cioè dell'area del provino libera dalle prese dell'attrezzatura di prova).

In tutti i casi si è utilizzata una configurazione back-to-back: cioè è stato applicato un estensimetro per ogni faccia del provino. In questo modo si ha la possibilità di monitorare, durante lo svolgimento della prova, un parametro molto importante: il bending. Esso viene stimato mediante la (6.2) che permette di individuare l'incorrere dell'instabilità.

$$\% \text{ Bending} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} 100 \quad (6.2)$$

dove ε_1 e ε_2 sono le deformazioni longitudinali misurate dai due estensimetri sulle due facce.

La fase di incollaggio degli estensimetri sui vari provini è stata effettuata seguendo la procedura interna dei laboratori ENEA di Faenza – Unità Tecnica Tecnologie dei Materiali Faenza (UTTMATF). Mentre, per quanto concerne il circuito di misurazione, è stato utilizzato un circuito a ‘mezzo ponte’ di Wheatstone, con compensazione della temperatura grazie ad un estensimetro dummy.

Si rimanda all’Appendice C per un approfondimento di questo sistema di misura.

Capitolo 7

Analisi sperimentale

Per la caratterizzazione meccanica del materiale, come già detto, si è scelto di utilizzare l'attrezzatura CLC. Ma la descrizione di tale metodologia non esaurisce le nozioni necessarie per una comprensione approfondita del processo di realizzazione delle prove meccaniche oggetto della presente tesi.

7.1 Attrezzatura sperimentale

Le prove sono state realizzate attraverso l'utilizzo di una macchina universale di prova elettroidraulica MTS (fig. 25), con capacità di carico assiale fino a 75 kN e telaio da 100 kN.

Essa è stata equipaggiata con una cella di carico MTS, con fondo scala impostabile sino a 100 kN, ma che, per le prove realizzate e qui descritte, è stato posto pari a 50 kN.

La macchina utilizzata è inoltre dotata di un sensore LVDT che permette di acquisire la corsa del pistone. Esso ha un range di ± 100 mm.

Tutte le prove sono state svolte a temperatura ed umidità ambiente.



fig. 25

Le deformazioni misurate mediante estensimetri posti direttamente sui campioni sono state acquisite mediante una centralina HBM a sei canali (dei quali nella presente campagna se ne utilizzano tre, fig. 26). Tali canali sono stati, prima della fase sperimentale, calibrati mediante un calibratore HBM che permette di valutare la reazione del ponte di Wheatstone a sbilanciamenti di quantità note (fig. 27, fig. 28).



fig. 26

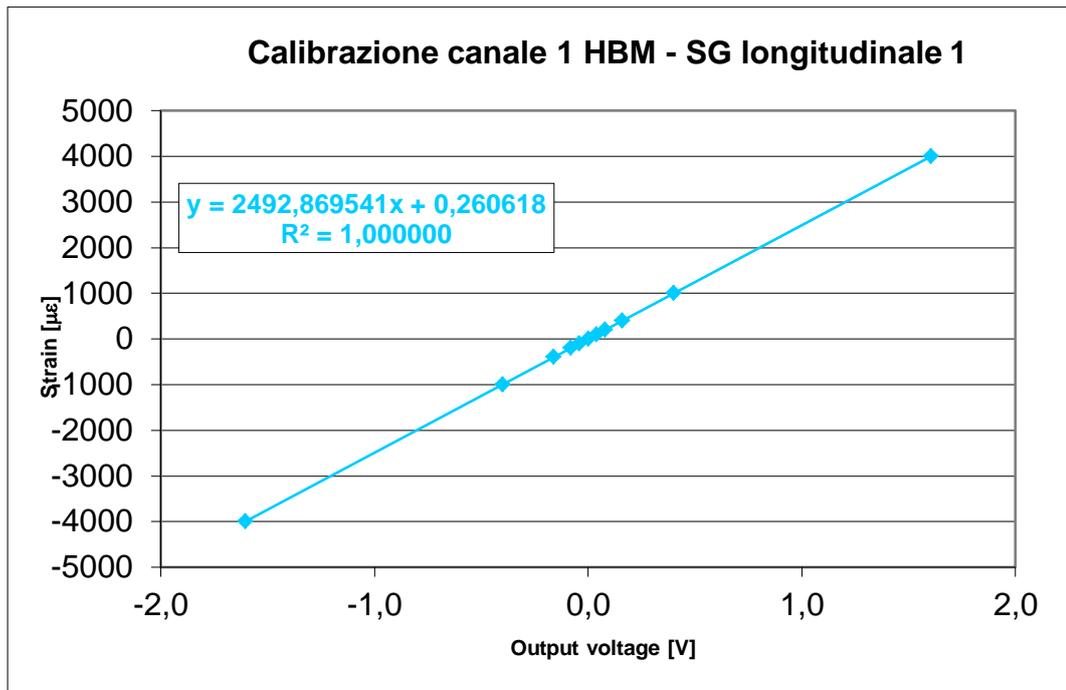


fig. 27

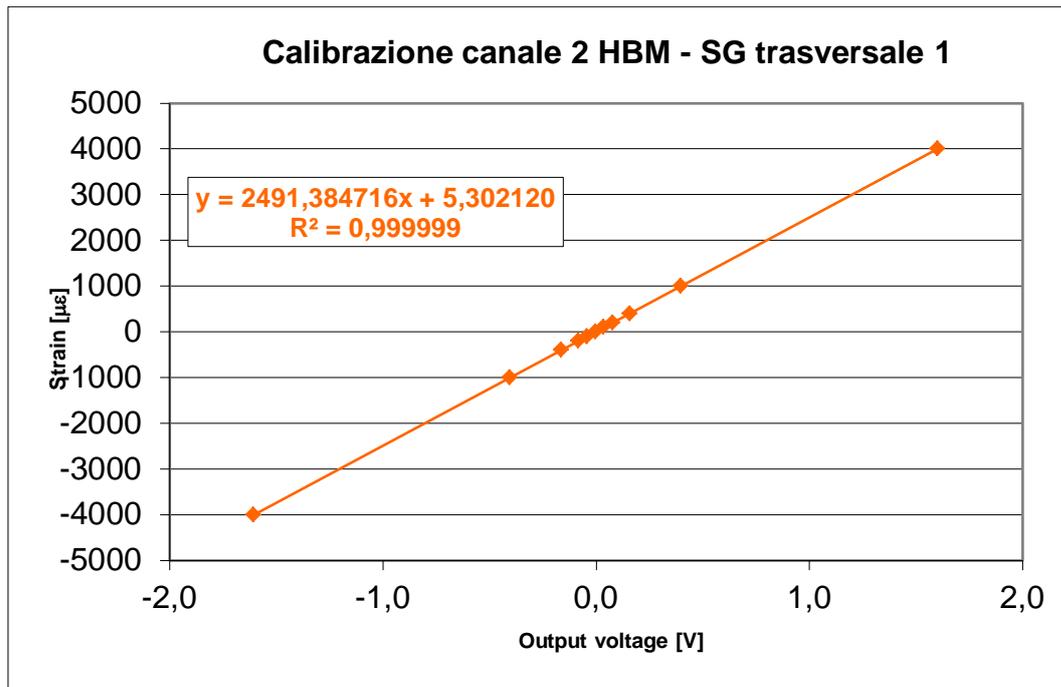


fig. 28

Durante le prove sono stati acquisiti: il carico, la corsa del pistone, il tempo della prova ed i segnali in uscita dagli estensimetri.

7.2 Procedura di prova

Per rendere maggiormente chiara la fase di realizzazione della prova a compressione, se ne espongono i passaggi fondamentali.

- Il campione viene installato nella parte inferiore dell'attrezzatura CLC (fig. 29), ponendo il provino a battuta con la superficie di riscontro sul quale è posizionata l'attrezzatura.



fig. 29

- Il provino viene centrato all'interno del blocco inferiore, aiutandosi con le guide dell'attrezzatura, e le viti sono serrate con una brugola a mano, facendo attenzione a seguire un percorso diagonale.
- L'attrezzatura viene disposta sul piattello di carico inferiore della macchina e si procede al collegamento elettrico dello SG con la centralina di acquisizione dati. Tale collegamento prevede la stagnatura dei terminali dell'estensimetro sulla basetta presente sul blocco (fig. 30), e di quest'ultima con i terminali dei cavi provenienti dalla centralina di acquisizione dati (fig. 31).



fig. 30



fig. 31

- Viene disposta la parte superiore dell'attrezzatura sul piano di riscontro e si procede al completamento del montaggio. Vengono strette le viti, prima nuovamente a mano e poi con l'ausilio di una chiave dinamometrica che permette di impostare la coppia di serraggio desiderata.
- Si verifica che le estremità del provino siano a livello con le superfici dell'attrezzatura.
- Il telaio CLC viene posizionato così montato al centro del piattello di carico.
- Si controlla che non ci siano contatti elettrici indesiderati tra i collegamenti degli SG e il telaio, e si pone l'attrezzatura a contatto con il piattello superiore, muovendo il pistone inferiore.
- Inizia, quindi, la prova che viene condotta in 'controllo di spostamento', durante la quale il provino viene caricato con una velocità di 1.3 mm/min (come specificato dalla normativa [16]); la prova termina in corrispondenza della rottura del campione (fig. 32).

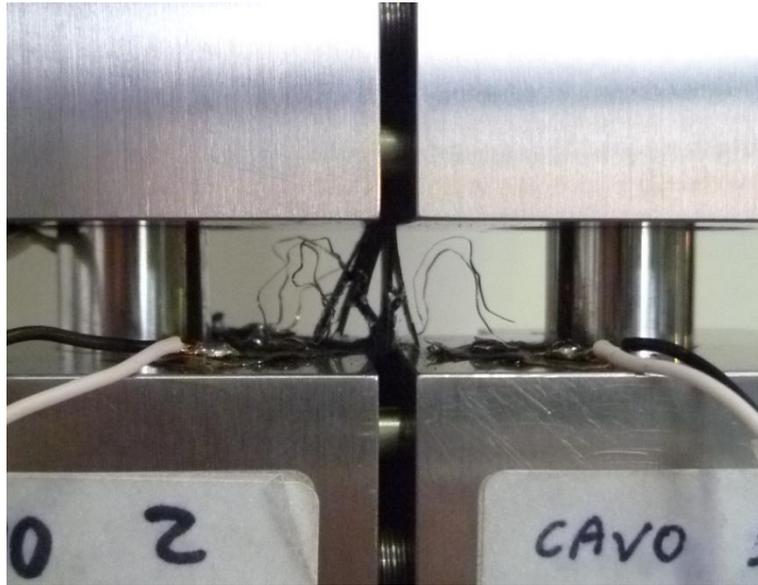


fig. 32

- Il campione viene rimosso, previa eliminazione dei collegamenti elettrici, e lo si analizza per identificarne il modo di rottura, seguendo quanto riportato nella normativa [16].

Si riportano in Appendice E le micrografie di alcuni campioni dopo la prova, come esempio delle tipologie di rottura che si sono riscontrate nella campagna sperimentale descritta.

Ad esclusione del provino D2 (fig. E 9), unico incorso nell'instabilità flessionale, tutti i campioni hanno presentato rotture ritenute accettabili dalla normativa di riferimento. I vari codici di catalogazione delle rotture sono riportati nelle tabelle presentate nel capitolo successivo.

Come si potrà notare, la rottura di tipologia 'brooming' è stata piuttosto ricorrente. Tale conformazione viene riscontrata frequentemente nelle campagne sperimentali di caratterizzazione a compressione di un composito ed è ritenuto da Adams [8] un fenomeno post-failure. Questo poiché la macchina di prova non percepisce istantaneamente il cedimento

del materiale ma continua ad esercitare il carico per un'ulteriore frazione di tempo che produrrebbe tale tipo di rottura.

Capitolo 8

Elaborazione dati

La campagna sperimentale descritta in questo elaborato consiste nella realizzazione di 12 prove di compressione per i materiali A, B, C e D (precedentemente descritti), e 6 prove per i materiali UD.

Non tutti i provini sono stati strumentati: per i materiali A, B, D, E ed F tre campioni sono stati muniti di un estensimetro longitudinale ed una rosetta bidirezionale, mentre due con doppio estensimetro longitudinale. Per il materiale C, invece, due provini sono stati strumentati con un estensimetro longitudinale e una rosetta, e cinque campioni con due estensimetri longitudinali. In tutti i casi si è utilizzata una configurazione back-to-back.

La fase di elaborazione è stata realizzata grazie all'utilizzo di un programma realizzato ad hoc con l'ausilio del software Matlab. Gli script relativi a tale fase sono riportati in Appendice F e costituiscono una possibile alternativa alla più collaudata elaborazione utilizzando il software Office Excel.

A partire dai dati acquisiti, si ricavano le grandezze di seguito definite:

- σ_{max} , resistenza a compressione;
- E_{SG1} , modulo elastico longitudinale del primo estensimetro, che corrisponde alla griglia longitudinale della rosetta o all'estensimetro longitudinale collegato al cavo 1 della centralina di acquisizione dati;
- E_{SG2} , modulo elastico longitudinale del secondo estensimetro;
- ΔE , variazione percentuale tra E_{SG1} ed E_{SG2} ;
- ν , coefficiente di Poisson;

- *Failure Code*, codice di rottura del campione, di cui si riporta lo schema di identificazione contenuto nella normativa (fig. 33);
- *Bending failure*, flessione del campione in corrispondenza del carico di rottura;
- *Bending midpoint*, flessione del campione in corrispondenza del punto medio dell'intervallo di deformazione utilizzato per ricavare i moduli elastici longitudinali.

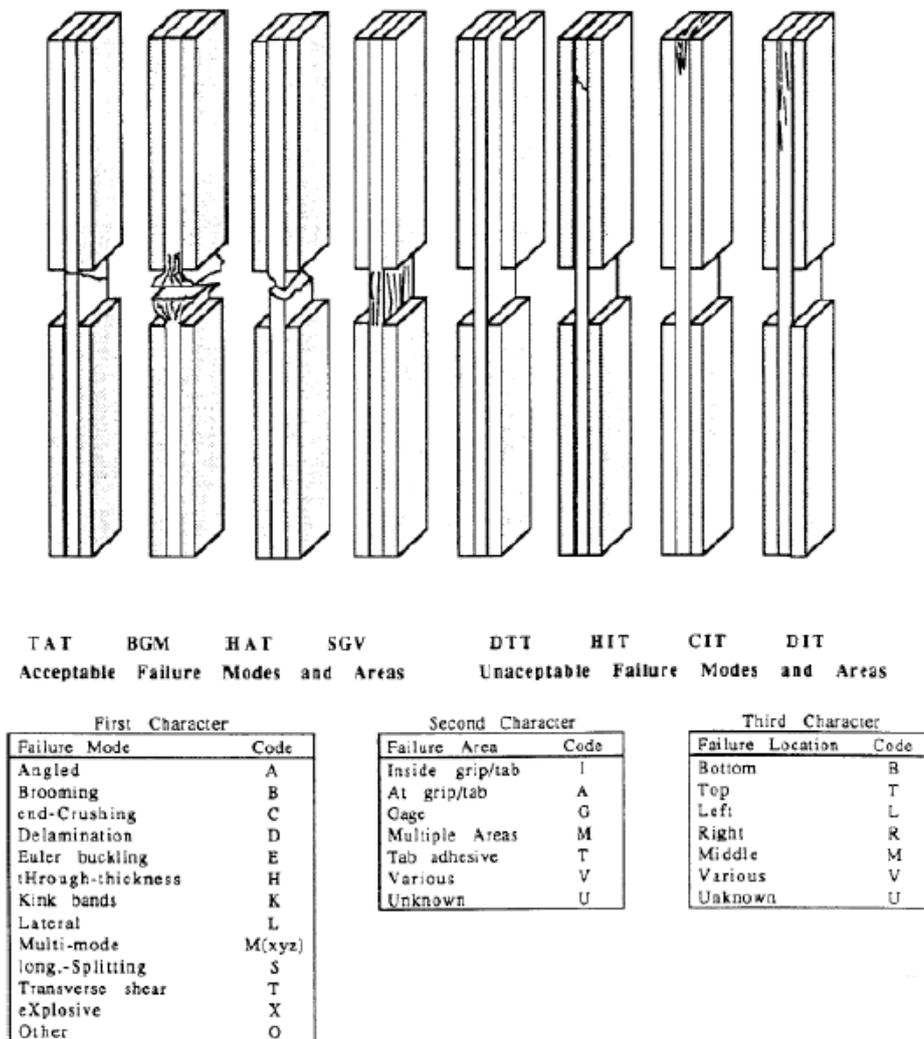


fig. 33

Nelle tabelle da Tabella 12 a Tabella 17 sono riportati i risultati delle prove di compressione.

Material A	σ_{max}	E_{SG1}	E_{SG2}	ΔE	ν	Bending failure	Bending midpoint	Failure code
n° Specimen	MPa	GPa	GPa	%		%	%	
A1	37.92	24.42	24.23	-0.76	6.813	-9.31	4.92	BGB
A2	34.99	22.10	23.44	5.88	9.002	30.03	8.30	HGM
A3	35.97	23.76	24.12	1.51	9.002	-17.06	1.19	M(H,D)GV
A4	36.76	24.65	23.93	-2.99	-	-8.66	9.43	M(H,K)GT
A5	35.10	22.35	22.96	2.69	-	39.96	16.06	DGM
A6	42.12	-	-	-	-	-	-	M(D,K)GV
A7	35.24	-	-	-	-	-	-	M(H,D)GV
A8	36.85	-	-	-	-	-	-	DGM
A9	39.31	-	-	-	-	-	-	M(D,K)GV
A10	40.04	-	-	-	-	-	-	M(B,H)GV
A11	39.37	-	-	-	-	-	-	M(D,H)GV
A12	39.19	-	-	-	-	-	-	M(D,H)GB
Mean Value	37.74	23.46	23.74	1.27	8.273	-	-	-
Std. Dev.	2.28	1.17	0.53	-	1.264	-	-	-
CV %	6.05	5.01	2.24	-	-	-	-	-

Tabella 12

Material B	σ_{max}	E_{SG1}	E_{SG2}	ΔE	ν	Bending failure	Bending midpoint	Failure code
n° Specimen	MPa	GPa	GPa	%		%	%	
B1	62.47	44.51	41.97	-5.88	9.489	-2.89	0.47	BGT
B2	66.50	43.32	45.59	5.11	10.219	-17.35	5.79	BGM
B3	63.66	48.17	46.05	-4.51	-	-29.84	6.83	BAT
B4	64.16	43.90	43.91	0.01	-	15.02	7.89	M(H,B)AB
B5	64.58	41.92	44.79	6.61	-	1.77	19.05	BGB
B6	66.51	-	-	-	-	-	-	BGT
B7	67.28	-	-	-	-	-	-	BGB
B8	63.39	-	-	-	-	-	-	BGT
B9	65.26	-	-	-	-	-	-	BGM
B10	63.79	-	-	-	-	-	-	BGB
B11	62.56	-	-	-	-	-	-	M(B,H)GV
B12	60.79	-	-	-	-	-	-	BAB
Mean Value	64.24	44.37	44.46	0.27	9.854	-	-	-
Std. Dev.	1.90	2.33	1.61	-	0.365	-	-	-
CV %	2.96	5.26	3.63	-	-	-	-	-

Tabella 13

Material C	σ_{max}	E_{SG1}	E_{SG2}	ΔE	ν	Bending failure	Bending midpoint	Failure code
n° Specimen	MPa	GPa	GPa	%		%	%	
C1	40.97	29.21	27.50	-6.51	-	-2.69	1.83	HGM
C2	40.82	28.54	27.16	-5.51	-	49.32	3.31	BGM
C3	40.74	27.80	29.43	-4.51	-	-12.29	4.38	M(H,D)GM
C4	39.73	26.28	28.11	-3.51	-	4.00	18.25	DGM
C5	44.25	27.47	28.44	-2.51	-	4.99	6.98	M(H,D)GV
C6	36.87	28.66	27.19	-1.51	25.304	-20.92	10.25	HGV
C7	42.87	27.08	26.66	-0.51	27.737	-15.12	7.92	M(B,H)GM
C8	39.85	-	-	-	-	-	-	DGM
C9	40.11	-	-	-	-	-	-	M(D,H)GT
C10	40.16	-	-	-	-	-	-	HGB
C11	39.53	-	-	-	-	-	-	BGT
C12	41.37	-	-	-	-	-	-	DGM
Mean Value	40.60	27.86	27.78	-3.51	26.521	-	-	-
Std. Dev.	1.81	1.01	0.94	-	1.217	-	-	-
CV %	4.46	3.64	3.40	-	-	-	-	-

Tabella 14

Material D	σ_{max}	E_{SG1}	E_{SG2}	ΔE	ν	Bending failure	Bending midpoint	Failure code
n° Specimen	MPa	GPa	GPa	%		%	%	
D1	61.87	46.00	46.83	1.78	34.307	-109.11	15.33	BGM
D2	64.12	46.69	44.87	-3.98	-	23.06	8.66	EGM
D3	68.77	48.15	48.45	0.61	38.443	1.32	7.87	BGB
D4	64.81	43.03	48.46	11.87	-	-18.89	15.90	DGM
D5	64.43	46.11	49.42	6.94	-	5.92	14.22	M(H,K)GM
D6	68.10	-	-	-	-	-	-	M(B,H)GV
D7	65.34	-	-	-	-	-	-	M(B,H)GT
D8	67.83	-	-	-	-	-	-	BGT
D9	69.61	-	-	-	-	-	-	M(B,H)GV
D10	71.21	-	-	-	-	-	-	M(H,K)GV
D11	69.96	-	-	-	-	-	-	BGB
D12	64.11	-	-	-	-	-	-	M(B,H)GM
Mean Value	66.68	46.00	47.61	3.44	36.375	-	-	-
Std. Dev.	2.93	1.87	1.79	-	2.068	-	-	-
CV %	4.39	4.06	3.76	-	-	-	-	-

Tabella 15

Material E	σ_{max}	E_{SG1}	E_{SG2}	ΔE	ν	Bending failure	Bending midpoint	Failure code
n° Specimen	MPa	GPa	GPa	%		%	%	
E1	71.42	96.73	100.00	3.32	100.000	-8.06	2.39	AAB
E2	79.41	98.05	94.98	-3.17	98.054	1.18	5.23	AAB
E3	71.86	93.26	95.90	2.79	89.051	4.68	3.56	AAB
E4	77.11	100.00	99.15	-0.85	-	3.37	6.98	AAB
E5	75.82	94.62	92.35	-2.43	-	0.38	116.51	AAB
E6	-	-	-	-	-	-	-	-
E7	-	-	-	-	-	-	-	-
E8	-	-	-	-	-	-	-	-
E9	-	-	-	-	-	-	-	-
E10	-	-	-	-	-	-	-	-
E11	-	-	-	-	-	-	-	-
E12	-	-	-	-	-	-	-	-
E13	100.00	-	-	-	-	-	-	AAB
Mean Value	79.27	96.53	96.48	-0.07	95.702	-	-	-
Std. Dev.	10.61	2.68	3.13	-	-5.474	-	-	-
CV %	13.38	2.77	3.24	-	-	-	-	-

Tabella 16

Material F	σ_{max}	E_{SG1}	E_{SG2}	ΔE	ν	Bending failure	Bending midpoint	Failure code
n° Specimen	MPa	GPa	GPa	%		%	%	
F1	29.36	4.86	5.21	6.88	6.569	-	17.97	HGB
F2	27.81	5.20	4.94	-5.15	5.596	-1.47	5.95	HGT
F3	28.70	5.04	5.00	-0.87	5.839	-	8.75	HGT
F4	29.18	4.67	5.27	12.09	-	-	9.36	HGT
F5	29.02	4.69	5.13	8.88	-	-	8.97	HGT
F6	-	-	-	-	-	-	-	-
F7	-	-	-	-	-	-	-	-
F8	-	-	-	-	-	-	-	-
F9	-	-	-	-	-	-	-	-
F10	-	-	-	-	-	-	-	-
F11	29.73	-	-	-	-	-	-	HGB
F12	-	-	-	-	-	-	-	-
F13	-	-	-	-	-	-	-	-
Mean Value	28.97	4.89	5.11	4.36	6.002	-	-	-
Std. Dev.	0.66	0.23	0.14	-	-0.365	-	-	-
CV %	2.29	4.67	2.72	-	-	-	-	-

Tabella 17

In Appendice D si riportano le curve sperimentali Stress-Strain e %Bending-Average Strain, per ogni provino.

Per ricavare le tensioni massime a rottura del materiale unidirezionale a 0° , deve essere calcolato il BF relativo del materiale.

Dalle prove effettuate sui provini unidirezionali puri si ricavano il valore dei moduli elastici longitudinale E_x e trasversale E_y , del modulo di Poisson ν_{xy} . Per quanto riguarda il modulo a taglio G_{xy} si utilizza il valore ricavato durante una precedente campagna sperimentale a trazione dello stesso materiale.

Per quanto concerne E_x , i valori utilizzati nel calcolo del BF sono i valori medi rispetto a tutte le prove effettuate e ai due estensimetri longitudinali; mentre per E_y e ν_{xy} si utilizza la media dei valori sperimentali.

Introducendo i valori così ottenuti nelle formule per il calcolo del Back-Out Factor (equazioni (5.2) e (5.3)), si ottengono:

BF Materiale A	3.99
BF Materiale B	2.22
BF Materiale C	3.41
BF Materiale D	2.04

Tabella 18

Si riportano di seguito i valori di resistenza a compressione ottenuti moltiplicando le resistenze sperimentali dei provini con il BF relativo al materiale in analisi (applicando la definizione (5.1)): in Tabella 19 si riportano i valori relativi ai due materiali Cross-Ply, mentre in Tabella 20 quelli per i materiali Angle-Ply.

Material A	σ_{max}	Material B	σ_{max}
n° Specimen	MPa	n° Specimen	MPa
A1	151.31	B1	138.68
A2	139.61	B2	147.63
A3	143.53	B3	141.32
A4	146.68	B4	142.43
A5	140.06	B5	143.36
A6	168.04	B6	147.65
A7	140.60	B7	149.36
A8	147.04	B8	140.72
A9	156.84	B9	144.87
A10	159.75	B10	141.61
A11	157.09	B11	138.89
A12	156.37	B12	134.94
Mean Value	150.58	Mean Value	142.62
Std. Deviation	9.11	Std. Deviation	4.22
CV %	6.05	CV %	2.96

Tabella 19

Material C	σ_{max}	Material D	σ_{max}
n° Specimen	MPa	n° Specimen	MPa
C1	139.63	D1	126.16
C2	139.13	D2	130.74
C3	138.83	D3	140.22
C4	135.38	D4	132.14
C5	150.79	D5	131.38
C6	125.64	D6	138.86
C7	146.10	D7	133.24
C8	135.80	D8	138.31
C9	136.70	D9	141.94
C10	136.86	D10	145.20
C11	134.72	D11	142.65
C12	140.99	D12	130.73
Mean Value	138.38	Mean Value	135.96
Std. Deviation	6.17	Std. Deviation	5.97
CV %	4.46	CV %	4.39

Tabella 20

In Tabella 21 e in Tabella 22 si riporta il confronto tra i dati ricavati dalla caratterizzazione meccanica descritta in questo elaborato, e i dati forniti dall'azienda produttrice del preimpregnato con cui sono stati realizzati i vari laminati.

	Dati Sperimentali		Dati fornitore
0° Compressive Strength [MPa]	Material A	150.58±9.11	143.27
	Material B	142.62±4.22	
	Material C	138.38±6.17	
	Material D	135.96±5.97	

Tabella 21

	Dati Sperimentali	Dati Fornitore
0° Compressive Modulus [GPa]	96.50±2.90	107.02
90° Compressive Strength [MPa]	28.97±0.66	28.63
90° Compressive Modulus [GPa]	5.00±0.18	5.84

Tabella 22

Si può notare come i risultati ottenuti sperimentalmente siano in buon accordo con quelli dati dal fornitore.

In particolare:

- Per quanto riguarda la resistenza delle lamine unidirezionali a 0° si ha una variazione percentuale del +5.1% per il materiale A, -0.45% per il materiale B, -3.41% per C e -5.1% per D.
- Il modulo delle lamine a 0° ha una variazione de -10.03%.
- La resistenza delle lamine a 90° differisce dai valori ufficiali di -27.86%.
- Il modulo delle lamine a 90° mostra una variazione del -14.49%.

Si nota, quindi, che per quanto concerne la resistenza a compressione, sia attraverso l'utilizzo di materiali Cross-Ply che Angle-Ply, si sono ottenuti risultati confrontabili con quelli dichiarati dal fornitore. La variazione massima (circa del 5%) si ha per i materiali A (CP) e D (AP).

L'utilizzo maggiormente diffuso di laminati Cross-Ply, nell'ambito delle prove a compressione, riscontrabile in letteratura, è dovuto ad una relativa maggiore semplicità di realizzazione e di calcolo del BF di tali materiali.

I valori presentati in questo capitolo sono stati ricavati dall'elaborazione dei dati acquisiti durante le prove. Tale elaborazione è stata svolta attraverso un programma realizzato appositamente con il software MATLAB.

L'elaborazione mediante script MATLAB rappresenta una novità rispetto alle campagne sperimentali svolte precedentemente, in cui veniva utilizzato il software Excel. Con il programma sviluppato nel contesto di questo elaborato, di cui si presentano gli script in Appendice F, si riduce la richiesta in termini di tempo all'utente. Si deve, comunque, notare che la maggiore autonomia del programma conduce a dei valori, dei moduli elastici e del modulo di Poisson, leggermente differenti rispetto a quelli che si potrebbero ottenere con Excel. Queste variazioni sono dovute alla scelta degli intervalli di deformazione per il calcolo del modulo elastico, che nel caso del software Matlab avviene in modo automatico. Esse sono comunque estremamente piccole e non producono sostanziali differenze nei risultati finali.

Capitolo 9

Realizzazione GUI

La realizzazione delle interfacce grafiche di elaborazione è stata ottenuta mediante l'utilizzo dell'estensione GUI (Graphical User Interface) del software MATLAB.

Grazie a questo tool, sono state implementate tre interfacce, corrispondenti ad altrettanti scopi specifici.

Innanzitutto è stato creato un programma apposito per l'elaborazione dei dati raccolti nella campagna sperimentale esposta in questa tesi (fig. 34). In questo caso le caratteristiche geometriche del provino vengono implementate direttamente a partire da uno script apposito, mentre i dati di calibrazione e i valori dei coefficienti di taratura degli estensimetri sono indicati all'interno dei programmi di sostegno al main.

Una struttura di questa tipologia, però, permette di realizzare l'elaborazione relativa solo a questa specifica campagna di test. Al fine di realizzare un programma utilizzabile in qualsiasi contesto, ne è stata realizzata una seconda versione (fig. 35). In tale GUI si chiede all'utente di inserire tutti i dati relativi alla prova, i quali, per ogni test e/o serie di prove, subiscono variazioni. Sebbene possa sembrare oneroso dover digitare questi dati, lo scopo principale di questo programma è quello di adattarsi a qualsiasi sperimentazione sia essa stata realizzata nel passato o da compiersi in futuro.



fig. 34



fig. 35

Infine, è stata realizzata una terza versione del programma di elaborazione (fig. 36), al fine di cercare di soddisfare le richieste della Scuderia Toro Rosso. Tale programma, infatti, necessita di un intervento minimo da parte dell'utente, minimizzando così i tempi necessari per ogni elaborazione. Gli script, contenuti in questa versione, sono stati costruiti *ad hoc* e tale interfaccia potrà essere utilizzata solo per le campagne sperimentali successive alla sua realizzazione. Essa infatti è modellata su di una particolare conformazione del file di estensione *dat* che si ottiene dall'acquisizione dati, concordata tra STR ed ENEA e mai utilizzata precedentemente.



fig. 36

Conclusioni

Nella presente tesi si è esposta un'attenta ed approfondita analisi dei metodi di caratterizzazione a compressione di un materiale composito. Studiati e valutati i vantaggi e gli svantaggi di ogni metodologia si è scelto di utilizzare, per la campagna sperimentale in esame, il Combined Loading Compression (CLC) Test Method.

Tale metodo, di cui è stata presentata un'accurata descrizione, è caratterizzato da un'attrezzatura leggera, compatta ed economica che impone un carico combinato sul provino (ripartito tra taglio ed estremità). Questa attrezzatura si distingue per la facilità di utilizzo, oltre che per la possibilità di testare provini meno complessi rispetto ad altre attrezzature, grazie all'assenza dei tabs.

Sono state, quindi, descritte le prove condotte presso i laboratori ENEA di Faenza - Unità Tecnica Tecnologie dei Materiali Faenza (UTTMATF), effettuate con lo scopo di determinare le caratteristiche a compressione della lamina unidirezionale di un determinato materiale composito. Per ottenere tale risultato, oltre all'utilizzo dell'attrezzatura CLC, si è implementato il calcolo indiretto del Back-Out Factor (fattore correttivo ricavato a partire dalla teoria classica dei laminati).

Grazie a questo metodo analitico è stato possibile ricavare la resistenza a compressione di una lamina UD partendo da prove realizzate su provini multidirezionali. L'utilizzo di campioni completamente unidirezionali, infatti, non è indicativo del reale comportamento della lamina unidirezionale a 0° nel contesto di un laminato generico. Qui, di fatto, la presenza di lamine orientate con angolazioni differenti, crea un sostegno laterale per le lamine a 0° andando ad influire positivamente sul problema del microbuckling delle fibre (riscontrabile nei campioni UD a 0°).

Del Back-Out Factor, sebbene in letteratura siano fornite le formule necessarie alla sua applicazione, è stata realizzata un'attenta analisi analitica per la comprensione delle ipotesi basilari e dei vari procedimenti che conducono alle formule finali.

Grazie a questa metodologia, si sono ottenuti valori di resistenza a compressione e dei moduli elastici (per lamine unidirezionali a 0° e a 90°) che sono in buon accordo con i dati forniti dal produttore del preimpregnato. Sia nel caso di Cross-Ply che di Angle-Ply si hanno delle variazioni percentuali contenute, rispetto ai valori presentati nel datasheet del materiale.

Si può quindi affermare che questa attrezzatura, unita alla metodologia di calcolo che si basa sul Back-Out Factor, produce risultati affidabili.

Per quanto concerne la parte di elaborazione dati, questa è stata totalmente implementata con il software Matlab, così come la realizzazione delle interfacce grafiche proposte; in quest'ultimo caso si è utilizzata l'estensione GUI. Tali interfacce sono state realizzate allo scopo di rendere più agevole e rapida l'elaborazione dei dati acquisiti durante le prove a compressione su richiesta specifica della Scuderia Toro Rosso.

Per quanto concerne gli sviluppi futuri, si è in procinto di realizzare un'analisi agli elementi finiti (FEM), attraverso il software Abaqus, al fine di ottenere una ulteriore conferma e validazione dei dati ricavati sperimentalmente.

Appendice A

Calcolo Back-Out Factor

[6][11][15][16][20][21][23]

Un materiale ortotropo è definito come un materiale in cui è possibile individuare tre piani di simmetria (fig.A 1).

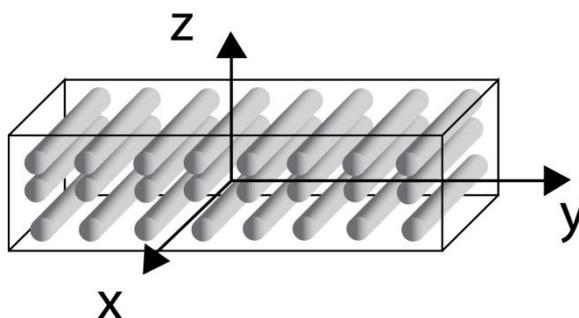


fig.A 1

I piani di simmetria presenti nei materiali ortotropi consentono di definire un sistema di assi di riferimento, perpendicolari ai piani stessi, denominati 'direzioni principali del materiale' o 'assi materiale'.

Per le lamine di composito unidirezionale è abituale individuare tali assi in direzione delle fibre di rinforzo (asse x), in direzione perpendicolare alla direzione delle fibre nel piano della lamina (asse y), in direzione perpendicolare al piano della lamina in direzione dello spessore (asse z).

Durante prove uniassiali, caratterizzate dall'applicazione di una sola componente di sforzo non nulla, la legge costitutiva ortotropa prevede che, applicando uno sforzo in direzione x (σ_{xx}) al materiale ortotropo, si abbia una deformazione (ε_{xx}) proporzionale al carico. La costante di proporzionalità che li lega è il modulo elastico nella direzione x, indicato con E_x . A causa dell'accoppiamento fra sforzi e deformazioni trasversali, nascono delle contrazioni nelle direzioni y e z. Si definiscono come

coefficienti di Poisson, ν_{xy} e ν_{xz} , gli opposti dei rapporti fra la deformazione nella direzione di applicazione del carico e le deformazioni trasversali (fig.A 2). In particolare con la notazione ν_{ij} si identifica la contrazione in direzione 'j' avuta a seguito di un carico applicato in direzione 'i'.

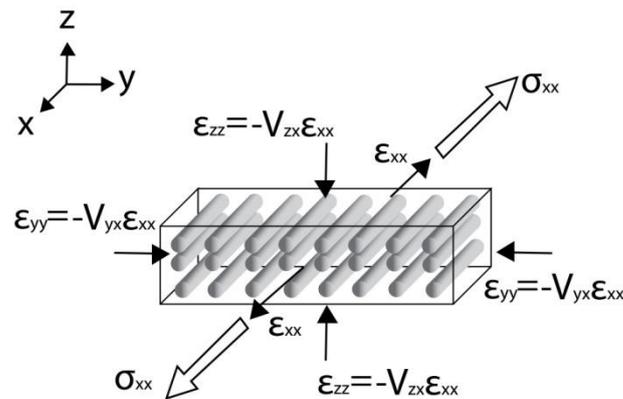


fig.A 2

Considerando l'applicazione di uno sforzo uniaxiale nelle altre direzioni, si possono identificare i moduli elastici trasversali, E_y e E_z ; mentre, con uno sforzo di taglio, si definiscono i moduli di rigidezza, G_{xy} , G_{xz} e G_{yz} , che legano lo scorrimento allo sforzo di taglio corrispondente.

La legge costitutiva che lega gli stati di sforzo nel piano alle corrispondenti deformazioni è:

$$\{\varepsilon\} = [S]\{\sigma\} \tag{A.1}$$

dove $[S]$ è la matrice di cedevolezza del materiale ortotropo elastico, che per un generico composito, ha la forma qui riportata:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xz}}{E_x} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

I laminati sono, in genere, elementi con spessori molto piccoli rispetto alle dimensioni nel piano e questo fa sì che gli stati di sforzo in tale piano governino la rigidezza e la resistenza dei laminati. Lo stato di sforzo di un laminato in composito di piccolo-medio spessore, con basse curvature e limitate concentrazioni di sforzo trasversale, pertanto, si può inizialmente ridurre ad uno stato di sforzo piano. Infatti, le componenti di sforzo fuori dal piano non possono raggiungere livelli tali da influenzare significativamente gli spostamenti o la possibilità di rottura del laminato, poiché, a quei determinati valori, le deflessioni o gli sforzi di origine flessionale sono verosimilmente giunti a livelli non trascurabili.

Esplicitando i vari termini della legge costitutiva, nel caso di stato di sforzo piano:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

in cui, considerando la simmetria della matrice di cedevolezza, si ha:

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}$$

e pertanto

$$v_{yx} = \frac{E_y}{E_x} v_{xy}$$

I legami sforzo-deformazione descritti sono validi in un sistema di riferimento in assi materiale.

Volendo passare ad un sistema di riferimento in assi lamina, applicando le regole di trasformazione del sistema di riferimento alle componenti dei tensori di sforzo e deformazione, è possibile mostrare che le matrici di flessibilità e rigidezza consentono di individuare le rigidità della lamina, quando questa è sollecitata in direzioni diverse da quelle corrispondenti agli assi materiale.

Considerando la fig.A 3, siano X e Y i nuovi assi di riferimento ruotati rispetto agli assi materiale, attorno ad un asse perpendicolare al piano della lamina, di un angolo ϑ .

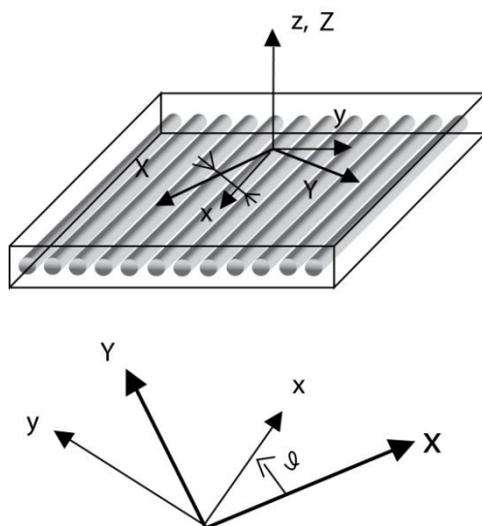


fig.A 3

Il tensore degli sforzi per la generica rotazione del sistema di riferimento può quindi essere descritta come

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{XX} \\ \sigma_{YY} \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

dove $[T]$ è la matrice di rotazione

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\vartheta & \sin^2\vartheta & 2\cos\vartheta\sin\vartheta \\ \sin^2\vartheta & \cos^2\vartheta & -2\cos\vartheta\sin\vartheta \\ -\cos\vartheta\sin\vartheta & \cos\vartheta\sin\vartheta & \cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Tale matrice di rotazione è valida anche per il tensore delle deformazioni. Si deve, però, ricordare che le vere componenti del tensore non comprendono lo scorrimento γ_{xy} , ma la deformazione ad indici misti $\varepsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2}$. Pertanto, per permettere l'utilizzo della notazione vettoriale comprendente lo scorrimento γ_{xy} , è possibile introdurre una semplice matrice di trasformazione $[R]$:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

È possibile ricavare il legame elastico ortotropo nel nuovo sistema di riferimento, a partire dal legame in assi materiale:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

dove $[Q] = [S]^{-1}$.

Passando al sistema in assi lamina si ottiene

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{XX} \\ \sigma_{YY} \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{XX} \\ \varepsilon_{YY} \\ \gamma_{XY} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

dove $[\bar{Q}] = [T]^{-1}[Q][R][T][R]^{-1}$.

Per determinare la matrice $[Q]$, da cui poi ricavare $[\bar{Q}]$, si deve, pertanto, invertire la matrice di cedevolezza

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Si ottiene:

$$[Q] = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & \frac{E_y\nu_{xy}}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & 0 \\ \frac{E_x\nu_{yx}}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & \frac{E_y}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Lo studio dei laminati presuppone la conoscenza del comportamento strutturale di elementi sottili, che è oggetto della teoria delle piastre, di cui si riportano gli elementi principali utili alla comprensione della presente trattazione.

Una piastra è un elemento strutturale inizialmente piano, che presenta uno spessore piccolo rispetto alle altre due dimensioni. Il piano medio della piastra è parallelo alle facce e la suddivide in due parti di uguale spessore. La formulazione più semplice di tale teoria è adatta a descrivere il comportamento di piastre sottili in cui gli spostamenti normali al piano della piastra sono esclusivamente di origine flessionale. Nel caso di piastre spesse, invece, le deformazioni a taglio acquistano un ruolo non più

trascurabile. Un rapporto pari a 1/20 tra spessore e minima dimensione nel piano è il limite che distingue le piastre sottili da quelle spesse.

Si utilizzerà, in questa trattazione, la teoria delle piastre sottili, altrimenti dette piastre di Kirchhoff, le cui assunzioni principali sono:

- La deflessione del piano medio è piccola rispetto allo spessore della piastra;
- Il piano medio della piastra rimane deformato in un processo di deformazione flessionale;
- Le sezioni della piastra inizialmente piane e normali al piano medio, rimangono piane e normali al piano medio in un processo di deformazione flessionale;
- Gli sforzi normali agenti su piani paralleli alla facce della piastra sono trascurabili.

Per tale tipo di piastra, lo stato di deformazione in un generico punto può essere espresso mediante la deformazione del piano medio, cui si somma un contributo flesso-torsionale, dipendente dalle curvature e dalla distanza del punto dal piano medio, z .

Si può quindi indicare il vettore delle deformazioni $\{\varepsilon\}$ in funzione del vettore di deformazione del piano medio $\{\varepsilon_0\}$ e del vettore dei parametri di curvatura $\{\kappa\}$, come risulta nella seguente equazione:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_0\} + z\{\kappa\} \quad (\text{A.11})$$

Le distribuzioni di sforzo agenti nello spessore del laminato danno luogo ad azioni risultanti nello spessore, che caratterizzano lo stato di sollecitazione del laminato nel suo insieme. Se le componenti di sforzo nel piano delle lamine, espresse in assi laminato, sono integrate nello

spessore (fig.A 4), si ottengono i flussi di forze, con dimensioni pari a quelle di una forza per unità di lunghezza (fig.A 5):

$$N_X = \int_{-TH/2}^{TH/2} \sigma_{XX} dz \quad (A.12)$$

$$N_Y = \int_{-TH/2}^{TH/2} \sigma_{YY} dz \quad (A.13)$$

$$N_{XY} = \int_{-TH/2}^{TH/2} \tau_{XY} dz \quad (A.14)$$

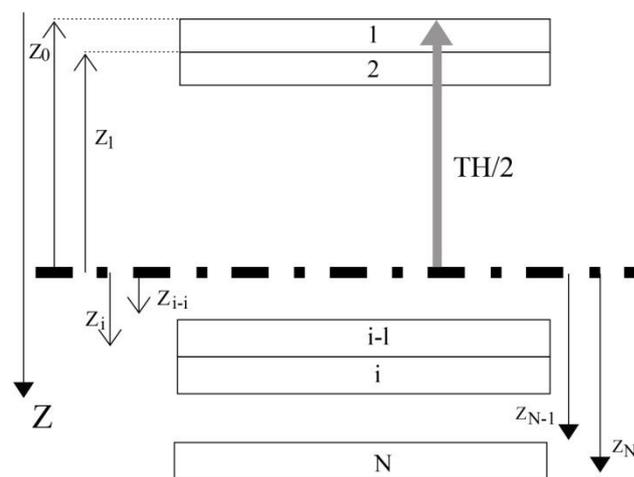


fig.A 4

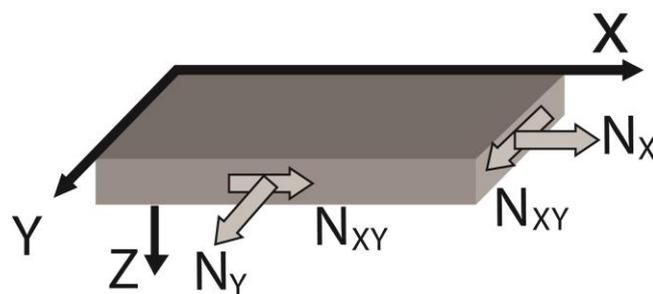


fig.A 5

Per la simmetria del tensore degli sforzi, l'integrale di τ_{XY} , che individua il flusso di forza di taglio agente nella sezione del laminato normale all'asse

X , è pari all'integrale dello sforzo τ_{YX} , che individua il flusso di taglio agente nella sezione del laminato normale all'asse Y .

Analogamente si definiscono i flussi di momento calcolando i momenti delle componenti di sforzo rispetto al piano medio della piastra. Le espressioni di tali azioni, che hanno dimensioni pari a momenti per unità di lunghezza, sono le seguenti (fig.A 6):

$$M_X = \int_{-TH/2}^{TH/2} \sigma_{XX} z \, dz \quad (\text{A.15})$$

$$M_Y = \int_{-TH/2}^{TH/2} \sigma_{YY} z \, dz \quad (\text{A.16})$$

$$M_{XY} = \int_{-TH/2}^{TH/2} \tau_{XY} z \, dz \quad (\text{A.17})$$

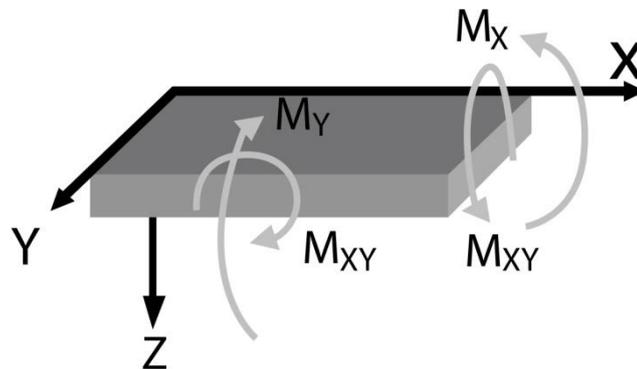


fig.A 6

Le componenti generalizzate dello stato di sollecitazione, rappresentate dai flussi di forza $\{N\}$, di momento $\{M\}$ e dello stato di deformazione, rappresentate dalle deformazioni nel piano medio $\{\varepsilon_0\}$ e dalle curvature $\{\kappa\}$, possono essere messe in relazione applicando il legame elastico, come nella seguente equazione:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{XX} \\ \sigma_{YY} \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}]_i \begin{Bmatrix} \varepsilon_{XX} \\ \varepsilon_{YY} \\ \gamma_{XY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_i (\{\varepsilon_0\} + z\{\kappa\}) \quad (\text{A.18})$$

Essendo il laminato non omogeneo nello spessore, gli integrali dovranno essere spezzati in N integrali (dove N è il numero totale di lamine), ciascuno dei quali si riferirà alla porzione di spessore occupato da ogni singola lamina.

Integrando nello spessore le componenti di sforzo, si ottiene la seguente equazione:

$$\int_{-TH/2}^{TH/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{XX} \\ \sigma_{YY} \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix}_i dz = \sum_{i=1}^N \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_i (\{\varepsilon_o\} + z\{\kappa\}) dz =$$

$$=$$

$$\left(\sum_{i=1}^N \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_i dz \right) \{\varepsilon_o\} + \left(\sum_{i=1}^N \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_i z dz \right) \{\kappa\}$$

$$\begin{Bmatrix} N_X \\ N_Y \\ N_{XY} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \{\varepsilon_o\} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \{\kappa\} \quad (\text{A.19})$$

Il legame costitutivo per i flussi $\{N\}$, indica che essi sono la somma di due contributi. Il primo contributo, caratterizzato dalla sottomatrice di rigidità membranale $[A]$, si riferisce ai flussi di forza legati alla deformazione del piano medio. Il secondo contributo, invece, che si annulla sotto determinate condizioni, rappresenta i flussi di forza dovuti alla curvatura del laminato ed è caratterizzato da una sottomatrice di accoppiamento membranale-flessionale $[B]$.

Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione (A.19) per z ed integrando si ottiene:

$$\int_{-TH/2}^{TH/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{XX} \\ \sigma_{YY} \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix}_i z dz = \sum_{i=1}^N \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_i (z\{\varepsilon_o\} + z^2\{\kappa\}) dz =$$

$$=$$

$$\left(\sum_{i=1}^N \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_i z dz \right) \{\varepsilon_o\} + \left(\sum_{i=1}^N \int_{Z_{i-1}}^{Z_i} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_i z^2 dz \right) \{\kappa\}$$

$$\begin{Bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_{XY} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \{\varepsilon_o\} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \{\kappa\} \quad (\text{A.20})$$

Il legame costitutivo fra i flussi di momento $\{M\}$ e i parametri generalizzati di deformazione del laminato conferma la possibilità di un accoppiamento membranale-flessionale, attraverso la stessa sottomatrice $[B]$ individuata in precedenza. I flussi di momento sono inoltre legati alle curvature attraverso la sottomatrice di rigidità flessionale $[D]$.

I termini delle sottomatrici $[A]$, $[B]$ e $[D]$ risultano dalle seguenti espressioni, valide sotto l'ipotesi di comportamento elastico e lineare delle lamine ortotrope, che costituiscono i laminati:

$$A_{hk} = \sum_{i=1}^N (\bar{Q}_{hk})_i (Z_i - Z_{i-1}) \quad (\text{A.21})$$

$$B_{hk} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\bar{Q}_{hk})_i (Z_i^2 - Z_{i-1}^2) \quad (\text{A.22})$$

$$D_{hk} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N (\bar{Q}_{hk})_i (Z_i^3 - Z_{i-1}^3) \quad (\text{A.23})$$

Come precedentemente affermato, facendo determinate ipotesi, si possono semplificare alcuni termini delle matrici appena descritte: per un laminato simmetrico scompare la matrice $[B]$; per un laminato equilibrato si ha $A_{16} = A_{61} = 0$ e $A_{26} = A_{62} = 0$; per un laminato bilanciato, infine, si ha $D_{16} = D_{61} = 0$ e $D_{26} = D_{62} = 0$.

Pertanto, considerando un laminato simmetrico, si ha:

$$\{N\} = [A]\{\varepsilon_o\} \quad (\text{A.24})$$

la quale, invertita, permette di determinare la deformazione del piano medio:

$$\{\varepsilon_o\} = [A]^{-1}\{N\} \quad (\text{A.25})$$

La matrice $[A]^{-1}$ è descritta di seguito:

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{A_{22}A_{66} - A_{26}^2}{\det(A)} & -\frac{A_{12}A_{66} - A_{16}A_{26}}{\det(A)} & \frac{A_{12}A_{26} - A_{22}A_{61}}{\det(A)} \\ -\frac{A_{11}A_{66} - A_{16}A_{26}}{\det(A)} & \frac{A_{11}A_{66} - A_{16}^2}{\det(A)} & -\frac{A_{11}A_{26} - A_{12}A_{16}}{\det(A)} \\ \frac{A_{12}A_{26} - A_{16}A_{22}}{\det(A)} & -\frac{A_{11}A_{26} - A_{16}A_{12}}{\det(A)} & \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{\det(A)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

dove

$$\det(A) = A_{11}A_{22}A_{66} + 2A_{12}A_{26}A_{61} - A_{22}A_{16}^2 - A_{11}A_{26}^2 - A_{66}A_{12}^2 \quad (\text{A.27})$$

Per ogni singola lamina si può indicare il vettore degli sforzi come:

$$\{\sigma\}_i = [\bar{Q}]_i\{\varepsilon\}_i \quad (\text{A.28})$$

Essendo il laminato considerato una piastra sottile, si assume la deformazione del laminato equivalente a quella del piano medio, e quindi:

$$\{\varepsilon\}_i = \{\varepsilon_o\}_i = \{\varepsilon_o\} \quad (\text{A.29})$$

Da cui si ricava

$$\{\sigma\}_i = [\bar{Q}]\{\varepsilon_o\} = [\bar{Q}][A]^{-1}\{N\} \quad (\text{A.30})$$

dove, considerando la sollecitazione, a cui viene sottoposto il provino (sforzo uniassiale, solo lungo l'asse x)

$$\{N\} = \begin{pmatrix} N_X \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Quindi, sostituendo nell'equazione (A.30), si ottiene:

$$\{\sigma\}_i = [\bar{Q}] \left\{ \begin{array}{c} \frac{A_{22}A_{66} - A_{26}^2}{\det(A)} \\ -\frac{A_{12}A_{66} - A_{16}A_{26}}{\det(A)} \\ \frac{A_{12}A_{26} - A_{61}A_{22}}{\det(A)} \end{array} \right\} N_X \quad (\text{A.31})$$

Considerando un laminato equilibrato si ha che $A_{16} = A_{61} = 0$ e $A_{26} = A_{62} = 0$; quindi, l'equazione precedente diviene:

$$\{\sigma\}_i = [\bar{Q}] \left\{ \begin{array}{c} \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \\ -\frac{A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \\ 0 \end{array} \right\} N_X \quad (\text{A.32})$$

Se si vuole ottenere il valore della resistenza del laminato in direzione di applicazione del carico (0°), si ottiene:

$$\sigma_X^{0^\circ} = \left(Q_{11} \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2} - Q_{12} - \frac{A_{12}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2} \right) N_X$$

Essendo

$$N_X = \sigma_X T = \frac{P}{A} T$$

con T spessore totale del laminato e P valore del carico ricavato sperimentalmente, otteniamo:

$$\sigma_X^{0^\circ} = \left(Q_{11} \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2} - Q_{12} - \frac{A_{12}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2} \right) \frac{P}{A} T \quad (\text{A.33})$$

Dunque, la resistenza del laminato in direzione 0° è legata alla resistenza sperimentalmente ricavata, attraverso il coefficiente moltiplicativo definito Back-Out Factor, e cioè:

$$\sigma_X^{0^\circ} = BF \frac{P}{A} \quad (\text{A.34})$$

con

$$BF = \left(Q_{11} \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2} - Q_{12} - \frac{A_{12}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2} \right) T \quad (\text{A.35})$$

A.1 Calcolo Back-Out Factor per Cross e Angle-Ply

Per giungere alle formulazioni del Back-Out Factor utilizzate per il materiale testato (Capitolo 5), devono essere compiuti ulteriori passaggi analitici.

Si riporta, pertanto, di seguito, il calcolo dei BF nei casi di provini Cross-Ply e Angle-Ply, testati nell'ambito dello studio oggetto di questo elaborato.

Per comodità, si riporta la matrice di rigidezza della lamina unidirezionale (A.10), espressa nel sistema di riferimento lamina:

$$[Q] = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & \frac{E_y\nu_{xy}}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & 0 \\ \frac{E_x\nu_{yx}}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & \frac{E_y}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix}$$

Essa dipende solo dalle caratteristiche del materiale.

Per ottenere la matrice di rigidezza della lamina unidirezionale, espressa nel sistema di riferimento laminato, si deve, invece, tener conto dell'orientamento di ogni singola lamina all'interno dello stack. Per far questo, si riportano le matrici di rotazione (A.5), la matrice R (A.6) (definite precedentemente) e le rispettive inverse.

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\vartheta & \sin^2\vartheta & 2\cos\vartheta\sin\vartheta \\ \sin^2\vartheta & \cos^2\vartheta & -2\cos\vartheta\sin\vartheta \\ -\cos\vartheta\sin\vartheta & \cos\vartheta\sin\vartheta & \cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta \end{bmatrix}$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2\vartheta & \sin^2\vartheta & -2\cos\vartheta\sin\vartheta \\ \sin^2\vartheta & \cos^2\vartheta & 2\cos\vartheta\sin\vartheta \\ \cos\vartheta\sin\vartheta & -\cos\vartheta\sin\vartheta & \cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta \end{bmatrix} \quad (\text{A.36})$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

La matrice di rigidezza, in assi laminato, risulterà essere pertanto:

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q][R][T][R]^{-1} \quad (\text{A.38})$$

Si può quindi dedurre che, per ogni diverso orientamento delle singole lamine unidirezionali all'interno della sequenza di laminazione, esiste una differente matrice $[\bar{Q}]$. Andiamo ad esplicitare tali matrici per tutti gli orientamenti che sono presenti nei provini analizzati e, pertanto, 0° , 90° e $\pm 45^\circ$.

- Matrice $[\bar{Q}]^{0^\circ}$: lamine con $\vartheta = 0^\circ$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} [T]^{-T} &= [R][T][R]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\bar{Q}]^{0^\circ} &= [T]^{-1} [Q][R][T][R]^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$[\bar{Q}]^{0^\circ} = [Q] \quad (\text{A.39})$$

- Matrice $[\bar{Q}]^{90^\circ}$: lamine con $\vartheta = 90^\circ$

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[T]^{-T} &= [R][T][R]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\bar{Q}]^{90^\circ} &= [T]^{-1} [Q][R][T][R]^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{22} & Q_{21} & 0 \\ Q_{12} & Q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$[\bar{Q}]^{90^\circ} = \begin{bmatrix} Q_{22} & Q_{21} & 0 \\ Q_{12} & Q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{A.40})$$

- Matrice $[\bar{Q}]^{+45^\circ}$: lamina con $\vartheta = +45^\circ$

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[T]^{-T} &= [R][T][R]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\bar{Q}]^{+45^\circ} &= [T]^{-1} [Q][R][T][R]^{-1} = \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(Q_{11} + Q_{21}) & \frac{1}{2}(Q_{12} + Q_{22}) & -\frac{1}{2}Q_{66} \\ \frac{1}{2}(Q_{11} + Q_{21}) & \frac{1}{2}(Q_{12} + Q_{22}) & \frac{1}{2}Q_{66} \\ \frac{1}{2}(Q_{11} - Q_{21}) & \frac{1}{2}(Q_{12} - Q_{22}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&[\bar{Q}]^{+45^\circ} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} & \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) - \frac{1}{2}Q_{66} & \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{21}) - \frac{1}{8}(Q_{12} + Q_{22}) \\ \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) - \frac{1}{2}Q_{66} & \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} & \frac{1}{8}(Q_{11} - Q_{21}) - \frac{1}{8}(Q_{12} - Q_{22}) \\ \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) - \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) & \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) - \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) & \frac{1}{8}(Q_{11} - Q_{21}) - \frac{1}{8}(Q_{12} - Q_{22}) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(A.41)

- Matrice $[\bar{Q}]^{-45^\circ}$: lamine con $\vartheta = -45^\circ$

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} [T]^{-T} &= [R][T][R]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\bar{Q}]^{-45^\circ} &= [T]^{-1} [Q][R][T][R]^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(Q_{11} + Q_{21}) & \frac{1}{2}(Q_{12} + Q_{22}) & \frac{1}{2}Q_{66} \\ \frac{1}{2}(Q_{11} + Q_{21}) & \frac{1}{2}(Q_{12} + Q_{22}) & -\frac{1}{2}Q_{66} \\ \frac{1}{2}(Q_{11} - Q_{21}) & -\frac{1}{2}(Q_{12} - Q_{22}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$[\bar{Q}]^{-45^\circ} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} & \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) - \frac{1}{2}Q_{66} & -\frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{8}(Q_{12} + Q_{22}) \\ \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) - \frac{1}{2}Q_{66} & \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} & -\frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{8}(Q_{12} + Q_{22}) \\ \frac{1}{4}(Q_{11} - Q_{21}) - \frac{1}{4}(Q_{12} - Q_{22}) & \frac{1}{4}(Q_{11} - Q_{21}) - \frac{1}{4}(Q_{12} - Q_{22}) & -\frac{1}{8}(Q_{11} - Q_{21}) - \frac{1}{8}(Q_{12} - Q_{22}) \end{bmatrix}$$

(A.42)

Una volta ricavate queste matrici, si può passare ad esplicitare i termini della matrice A , che determinano nel Back-Out Factor. Ricordiamo che il BF è dato dall'equazione (A.35):

$$BF = \left(Q_{11} \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} - Q_{12} \frac{A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right) T$$

dove T è lo spessore totale del provino, Q_{11} e Q_{12} componenti della matrice Q di rigidità del materiale. Pertanto, essendo le componenti della matrice $[A]$ date, in generale, da

$$A_{hk} = \sum_{i=1}^N (\bar{Q}_{hk})_i (z_i - z_{i-1})$$

Con riferimento ai provini Cross-Ply, si ha:

$$A_{11} = \sum_{i=1}^N (\overline{Q}_{11})_i t = \left(n \overline{Q}_{11}^{0^\circ} + p \overline{Q}_{11}^{90^\circ} \right) t \quad (\text{A.43})$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^N (\overline{Q}_{12})_i t = \left(n \overline{Q}_{12}^{0^\circ} + p \overline{Q}_{12}^{90^\circ} \right) t \quad (\text{A.44})$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^N (\overline{Q}_{22})_i t = \left(n \overline{Q}_{22}^{0^\circ} + p \overline{Q}_{22}^{90^\circ} \right) t \quad (\text{A.45})$$

mentre, per i provini Angle-Ply, si ha:

$$A_{11} = \sum_{i=1}^N (\overline{Q}_{11})_i t = \left(n \overline{Q}_{11}^{0^\circ} + p \overline{Q}_{11}^{90^\circ} + q \overline{Q}_{11}^{+45^\circ} + k \overline{Q}_{11}^{-45^\circ} \right) t \quad (\text{A.46})$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^N (\overline{Q}_{12})_i t = \left(n \overline{Q}_{12}^{0^\circ} + p \overline{Q}_{12}^{90^\circ} + q \overline{Q}_{12}^{+45^\circ} + k \overline{Q}_{12}^{-45^\circ} \right) t \quad (\text{A.47})$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^N (\overline{Q}_{22})_i t = \left(n \overline{Q}_{22}^{0^\circ} + p \overline{Q}_{22}^{90^\circ} + q \overline{Q}_{22}^{+45^\circ} + k \overline{Q}_{22}^{-45^\circ} \right) t \quad (\text{A.48})$$

Si vanno, quindi, a determinare gli elementi della matrice $[\overline{Q}]$ relativa ad ogni singolo orientamento, che dovranno essere sostituiti nelle espressioni precedenti per entrambe le tipologie di provini. Si esplicitano di seguito, per comodità di trattazione, tutti i termini necessari alla presente discussione.

- lamine a 0°

$$\overline{Q}_{11} = Q_{11} = \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}$$

$$\overline{Q}_{12} = Q_{12} = \frac{E_y \nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}$$

$$\overline{Q}_{22} = Q_{22} = \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}$$

- lamine a 90°

$$\overline{Q_{11}} = Q_{22} = \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}$$

$$\overline{Q_{12}} = Q_{21} = \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}$$

$$\overline{Q_{22}} = Q_{11} = \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}$$

- lamine a 45°

$$\begin{aligned} \overline{Q_{11}} &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} \\ &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21} + Q_{12} + Q_{22} + 2Q_{66}) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\ &\quad \left. + 2G_{xy} \right) = \frac{1}{4} \left[\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{Q_{12}} &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) - \frac{1}{2}Q_{66} \\ &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21} + Q_{12} + Q_{22} - 2Q_{66}) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\ &\quad \left. - 2G_{xy} \right) = \frac{1}{4} \left[\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} - 2G_{xy} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{Q_{22}} &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} \equiv \overline{Q_{11}} \\
&= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21} + Q_{12} + Q_{22} + 2Q_{66}) \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\
&\quad \left. + 2G_{xy} \right) = \frac{1}{4} \left[\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right]
\end{aligned}$$

- lamine a -45°

$$\begin{aligned}
\overline{Q_{11}} &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} \\
&= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21} + Q_{12} + Q_{22} + 2Q_{66}) \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\
&\quad \left. + 2G_{xy} \right) = \frac{1}{4} \left[\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{Q_{12}} &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) - \frac{1}{2}Q_{66} \\
&= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21} + Q_{12} + Q_{22} - 2Q_{66}) \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\
&\quad \left. - 2G_{xy} \right) = \frac{1}{4} \left[\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} - 2G_{xy} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{Q_{22}} &= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21}) + \frac{1}{4}(Q_{12} + Q_{22}) + \frac{1}{2}Q_{66} \equiv \overline{Q_{11}} \\
&= \frac{1}{4}(Q_{11} + Q_{21} + Q_{12} + Q_{22} + 2Q_{66}) \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\
&\quad \left. + 2G_{xy} \right) = \frac{1}{4} \left[\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right]
\end{aligned}$$

Sostituendo, quindi, tali termini nelle equazioni (A.43-48), si ottengono:

- **Cross-Ply**

$$A_{11} = t \left[n \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + p \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right] = \frac{t}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} [nE_x + pE_y]$$

$$A_{12} = t \left[n \frac{E_y\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + p \frac{E_x\nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right] = \frac{t}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} [nE_y\nu_{xy} + pE_x\nu_{yx}]$$

$$A_{22} = t \left[n \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + p \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right] = \frac{t}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} [nE_y + pE_x]$$

Sostituendo nell'espressione del BF e considerando che $\nu_{yx} = \frac{E_y}{E_x}\nu_{xy}$ otteniamo:

$$BF = N \left(\frac{E_x\{nE_y + pE_x\} - E_y\nu_{xy}\{(n+p)E_y^2\nu_{xy}^2\}}{[nE_x + pE_y][nE_y + pE_x] - [(n+p)E_y\nu_{xy}]^2} \right) \quad (A.49)$$

Posto che la frazione volumetrica delle lamine a 0° è pari a V_o , si ottiene l'espressione:

$$BF = \frac{E_x\{V_o E_y + (1-V_o)E_x\} - [E_y \nu_{xy}]^2}{[V_o E_x + (1-V_o)E_y][V_o E_y + (1-V_o)E_x] - [E_y \nu_{xy}]^2} \quad (\text{A.50})$$

- **Angle-Ply**

$$\begin{aligned} A_{11} &= t \left[n \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + p \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{q}{4} \left(\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{k}{4} \left(\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right) \right] \\ &= \frac{t}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \left\{ nE_x + pE_y \right. \\ &\quad \left. + \frac{q+k}{4} [E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy}) + 2G_{xy}(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{12} &= t \left[n \frac{E_y \nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + p \frac{E_x \nu_{yx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{q}{4} \left(\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} - 2G_{xy} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{k}{4} \left(\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} - 2G_{xy} \right) \right] \\ &= \frac{t}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \left\{ nE_y \nu_{xy} + pE_x \nu_{yx} \right. \\ &\quad \left. + \frac{q+k}{4} [E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy}) - 2G_{xy}(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{22} &= t \left[n \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + p \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{q}{4} \left(\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{k}{4} \left(\frac{E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right) \right] \\
&= \frac{t}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \left\{ nE_y + pE_x \right. \\
&\quad \left. + \frac{q+k}{4} [E_x(1 + \nu_{yx}) + E_y(1 + \nu_{xy}) + 2G_{xy}(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})] \right\}
\end{aligned}$$

Sostituendo nell'espressione del BF (A.35) e considerando che $\nu_{yx} = \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy}$ otteniamo:

$$\begin{aligned}
&BF \\
&= N \left(\frac{E_x \left\{ nE_y + pE_x + \frac{q+k}{4} [E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} + 2G_{xy} (1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy})] \right\}}{den} \right. \\
&\quad \left. - \frac{E_y\nu_{xy} \left\{ (n+p)E_y\nu_{xy} + \frac{q+k}{4} [E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} - 2G_{xy}(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy})] \right\}}{den} \right)
\end{aligned}$$

(A.51)

dove il denominatore è dato da:

$$\begin{aligned}
den = & \left\{ nE_x + pE_y + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\} \\
& * \left\{ nE_y + pE_x + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\} \\
& - \left\{ (n+p)E_y\nu_{xy} \right. \\
& \left. + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} - 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}^2
\end{aligned}$$

(A.52)

Possiamo sintetizzare l'espressione del BF per un qualsiasi laminato simmetrico e angle-ply, con la seguente formulazione:

$$BF = N \frac{E_x * B - E_y \nu_{xy} * C}{A * B - C^2} \quad (A.53)$$

con

$$A = \left\{ nE_x + pE_y + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

$$B = \left\{ nE_y + pE_x + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} + 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

$$C = \left\{ (n+p)E_y\nu_{xy} + \frac{q+k}{4} \left[E_x + E_y + 2E_y\nu_{xy} - 2G_{xy} \left(1 - \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy} \right) \right] \right\}$$

Appendice B

Dimensioni provini

Si riportano, nelle seguenti tabelle, tutte le misurazioni effettuate sui provini.

Material A	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 1	1	12.03	2.81	-	-
	2	12.04	2.82	-	-
	3	12.02	2.85	-	-
	4	12.03	2.82	-	-
	5	12.00	2.85	-	-
	Mean value	12.02	2.83	139.5	7.06
St. Deviation	0.02	0.02	-	-	
Specimen 2	1	12.00	2.81	-	-
	2	12.02	2.83	-	-
	3	12.03	2.84	-	-
	4	12.01	2.82	-	-
	5	12.01	2.84	-	-
	Mean value	12.01	2.83	140.0	7.06
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 3	1	12.03	2.80	-	-
	2	12.05	2.82	-	-
	3	12.05	2.85	-	-
	4	12.04	2.83	-	-
	5	12.00	2.84	-	-
	Mean value	12.03	2.83	139.5	7.06
St. Deviation	0.02	0.02	-	-	
Specimen 4	1	12.02	2.83	-	-
	2	12.03	2.81	-	-
	3	12.03	2.82	-	-
	4	12.01	2.80	-	-
	5	12.02	2.80	-	-
	Mean value	12.02	2.81	140.0	7.04
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 5	1	12.01	2.87	-	-
	2	12.02	2.82	-	-
	3	12.05	2.84	-	-
	4	12.04	2.84	-	-
	5	12.03	2.83	-	-
	Mean value	12.03	2.84	140.0	7.03
St. Deviation	0.02	0.02	-	-	

Material A	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 6	1	12.02	2.93	-	-
	2	12.02	2.90	-	-
	3	12.03	2.92	-	-
	4	12.09	2.91	-	-
	5	12.07	2.90	-	-
	Mean value	12.05	2.91	139.5	7.27
St. Deviation	0.03	0.01	-	-	
Specimen 7	1	12.04	2.82	-	-
	2	12.04	2.84	-	-
	3	12.03	2.84	-	-
	4	12.03	2.84	-	-
	5	12.04	2.82	-	-
	Mean value	12.04	2.83	140.0	7.05
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 8	1	12.03	2.84	-	-
	2	12.05	2.85	-	-
	3	12.05	2.86	-	-
	4	12.04	2.86	-	-
	5	12.02	2.83	-	-
	Mean value	12.04	2.85	140.0	7.10
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 9	1	12.03	2.81	-	-
	2	12.00	2.82	-	-
	3	12.03	2.83	-	-
	4	12.04	2.83	-	-
	5	12.01	2.81	-	-
	Mean value	12.02	2.82	139.5	7.04
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	
Specimen 10	1	12.05	2.83	-	-
	2	12.04	2.83	-	-
	3	12.05	2.84	-	-
	4	12.03	2.82	-	-
	5	12.04	2.81	-	-
	Mean value	12.04	2.83	140.0	7.07
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 11	1	12.00	2.81	-	-
	2	12.01	2.83	-	-
	3	12.02	2.84	-	-
	4	12.01	2.83	-	-
	5	12.02	2.81	-	-
	Mean value	12.01	2.82	140.0	7.07
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 12	1	12.02	2.80	-	-
	2	12.00	2.82	-	-
	3	12.01	2.82	-	-
	4	12.01	2.84	-	-
	5	12.04	2.81	-	-
	Mean value	12.02	2.82	140.0	7.04
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	

Tabella 23

Material B	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 1	1	12.14	2.82	-	-
	2	12.13	2.82	-	-
	3	12.15	2.81	-	-
	4	12.13	2.80	-	-
	5	12.15	2.79	-	-
	Mean value	12.14	2.81	140.0	7.10
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 2	1	12.08	2.80	-	-
	2	12.12	2.80	-	-
	3	12.12	2.80	-	-
	4	12.11	2.81	-	-
	5	12.16	2.81	-	-
	Mean value	12.12	2.80	140.0	7.11
	St. Deviation	0.03	0.01	-	-
Specimen 3	1	12.16	2.85	-	-
	2	12.14	2.85	-	-
	3	12.14	2.85	-	-
	4	12.08	2.86	-	-
	5	12.09	2.84	-	-
	Mean value	12.12	2.85	140.0	7.25
	St. Deviation	0.03	0.01	-	-
Specimen 4	1	12.13	2.81	-	-
	2	12.13	2.80	-	-
	3	12.13	2.80	-	-
	4	12.11	2.80	-	-
	5	12.12	2.80	-	-
	Mean value	12.12	2.80	140.0	7.11
	St. Deviation	0.01	0.00	-	-
Specimen 5	1	11.93	2.78	-	-
	2	11.91	2.80	-	-
	3	11.95	2.79	-	-
	4	11.91	2.79	-	-
	5	11.95	2.79	-	-
	Mean value	11.93	2.79	140.0	6.89
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 6	1	12.14	2.80	-	-
	2	12.15	2.80	-	-
	3	12.12	2.81	-	-
	4	12.13	2.81	-	-
	5	12.14	2.82	-	-
	Mean value	12.14	2.81	140.0	7.10
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-

Material B	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 7	1	12.08	2.80	-	-
	2	12.09	2.81	-	-
	3	12.09	2.81	-	-
	4	12.11	2.81	-	-
	5	12.12	2.81	-	-
	Mean value	12.10	2.81	140.0	7.11
St. Deviation	0.02	0.00	-	-	
Specimen 8	1	12.16	2.82	-	-
	2	12.12	2.82	-	-
	3	12.13	2.82	-	-
	4	12.11	2.82	-	-
	5	12.15	2.81	-	-
	Mean value	12.13	2.82	140.0	7.10
St. Deviation	0.02	0.00	-	-	
Specimen 9	1	12.12	2.80	-	-
	2	12.16	2.82	-	-
	3	12.13	2.82	-	-
	4	12.15	2.81	-	-
	5	12.16	2.82	-	-
	Mean value	12.14	2.81	140.0	7.11
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	
Specimen 10	1	12.10	2.79	-	-
	2	12.14	2.80	-	-
	3	12.13	2.80	-	-
	4	12.12	2.80	-	-
	5	12.13	2.79	-	-
	Mean value	12.12	2.80	140.0	7.06
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	
Specimen 11	1	12.14	2.80	-	-
	2	12.13	2.80	-	-
	3	12.16	2.80	-	-
	4	12.17	2.81	-	-
	5	12.12	2.81	-	-
	Mean value	12.14	2.80	140.0	7.10
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	
Specimen 12	1	12.11	2.80	-	-
	2	12.14	2.81	-	-
	3	12.13	2.81	-	-
	4	12.13	2.81	-	-
	5	12.12	2.80	-	-
	Mean value	12.13	2.81	140.0	7.09
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	

Tabella 24

Material C	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 1	1	12.04	2.79	-	-
	2	12.03	2.79	-	-
	3	12.04	2.79	-	-
	4	12.03	2.80	-	-
	5	12.03	2.79	-	-
	Mean value	12.03	2.79	140.0	7.00
St. Deviation	0.01	0.00	-	-	
Specimen 2	1	12.02	2.79	-	-
	2	12.02	2.82	-	-
	3	12.02	2.82	-	-
	4	12.01	2.82	-	-
	5	12.02	2.82	-	-
	Mean value	12.02	2.81	140.0	7.01
St. Deviation	0.00	0.01	-	-	
Specimen 3	1	12.01	2.79	-	-
	2	12.01	2.81	-	-
	3	12.00	2.80	-	-
	4	12.01	2.80	-	-
	5	12.00	2.80	-	-
	Mean value	12.01	2.80	140.0	7.02
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 4	1	12.01	2.79	-	-
	2	12.03	2.81	-	-
	3	12.03	2.81	-	-
	4	12.02	2.80	-	-
	5	12.03	2.79	-	-
	Mean value	12.02	2.80	140.0	7.01
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 5	1	11.98	2.80	-	-
	2	11.98	2.81	-	-
	3	12.00	2.82	-	-
	4	11.98	2.81	-	-
	5	12.00	2.80	-	-
	Mean value	11.99	2.81	140.0	7.02
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 6	1	11.99	2.82	-	-
	2	12.00	2.82	-	-
	3	11.98	2.82	-	-
	4	11.99	2.80	-	-
	5	11.99	2.79	-	-
	Mean value	11.99	2.81	140.0	6.98
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	

Material C	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 7	1	12.03	2.81	-	-
	2	12.02	2.83	-	-
	3	12.00	2.82	-	-
	4	12.02	2.81	-	-
	5	12.00	2.80	-	-
	Mean value	12.01	2.81	139.5	7.02
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 8	1	11.98	2.83	-	-
	2	11.97	2.85	-	-
	3	11.99	2.86	-	-
	4	12.00	2.86	-	-
	5	11.98	2.85	-	-
	Mean value	11.98	2.85	140.0	7.12
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 9	1	12.00	2.83	-	-
	2	12.01	2.83	-	-
	3	11.99	2.83	-	-
	4	12.01	2.81	-	-
	5	11.99	2.79	-	-
	Mean value	12.00	2.82	140.0	7.04
St. Deviation	0.01	0.02	-	-	
Specimen 10	1	12.00	2.79	-	-
	2	12.01	2.81	-	-
	3	11.98	2.80	-	-
	4	12.00	2.80	-	-
	5	12.00	2.79	-	-
	Mean value	12.00	2.80	140.0	7.02
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 11	1	12.00	2.81	-	-
	2	12.00	2.82	-	-
	3	11.99	2.82	-	-
	4	12.01	2.82	-	-
	5	12.03	2.80	-	-
	Mean value	12.01	2.81	140.0	7.03
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	
Specimen 12	1	12.02	2.81	-	-
	2	12.02	2.82	-	-
	3	12.02	2.82	-	-
	4	12.01	2.81	-	-
	5	12.00	2.80	-	-
	Mean value	12.01	2.81	140.0	7.04
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	

Tabella 25

Material D	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 1	1	12.02	2.81	-	-
	2	11.98	2.82	-	-
	3	12.00	2.82	-	-
	4	11.99	2.82	-	-
	5	11.99	2.81	-	-
	Mean value	12.00	2.82	140.0	7.02
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 2	1	12.00	2.80	-	-
	2	11.98	2.80	-	-
	3	12.01	2.80	-	-
	4	11.98	2.80	-	-
	5	12.00	2.79	-	-
	Mean value	11.99	2.80	140.0	7.00
	St. Deviation	0.01	0.00	-	-
Specimen 3	1	11.96	2.87	-	-
	2	11.97	2.88	-	-
	3	11.96	2.88	-	-
	4	11.96	2.88	-	-
	5	11.98	2.86	-	-
	Mean value	11.97	2.87	140.0	7.16
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 4	1	12.00	2.81	-	-
	2	12.01	2.81	-	-
	3	11.98	2.81	-	-
	4	11.97	2.82	-	-
	5	11.98	2.80	-	-
	Mean value	11.99	2.81	140.0	7.00
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 5	1	12.01	2.82	-	-
	2	12.02	2.82	-	-
	3	12.00	2.83	-	-
	4	12.01	2.83	-	-
	5	12.02	2.82	-	-
	Mean value	12.01	2.82	140.0	7.08
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 6	1	12.00	2.82	-	-
	2	11.96	2.83	-	-
	3	11.97	2.84	-	-
	4	11.98	2.84	-	-
	5	11.98	2.83	-	-
	Mean value	11.98	2.83	139.5	7.06
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-

Material D	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 7	1	12.01	2.79	-	-
	2	12.00	2.79	-	-
	3	12.01	2.81	-	-
	4	11.98	2.81	-	-
	5	11.96	2.79	-	-
	Mean value	11.99	2.80	139.5	6.89
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	
Specimen 8	1	12.00	2.80	-	-
	2	11.98	2.82	-	-
	3	12.00	2.83	-	-
	4	11.97	2.82	-	-
	5	12.01	2.82	-	-
	Mean value	11.99	2.82	139.5	7.06
St. Deviation	0.02	0.01	-	-	
Specimen 9	1	11.97	2.81	-	-
	2	11.98	2.82	-	-
	3	11.99	2.83	-	-
	4	11.97	2.81	-	-
	5	11.97	2.80	-	-
	Mean value	11.98	2.81	140.0	7.00
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 10	1	12.00	2.81	-	-
	2	11.97	2.82	-	-
	3	11.98	2.82	-	-
	4	11.98	2.83	-	-
	5	11.99	2.83	-	-
	Mean value	11.98	2.82	140.0	7.04
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	
Specimen 11	1	12.00	2.83	-	-
	2	12.02	2.85	-	-
	3	11.96	2.86	-	-
	4	11.96	2.84	-	-
	5	11.95	2.82	-	-
	Mean value	11.98	2.84	140.0	7.10
St. Deviation	0.03	0.02	-	-	
Specimen 12	1	11.99	2.83	-	-
	2	11.99	2.84	-	-
	3	11.98	2.84	-	-
	4	12.00	2.83	-	-
	5	12.00	2.82	-	-
	Mean value	11.99	2.83	140.0	7.04
St. Deviation	0.01	0.01	-	-	

Tabella 26

Material pure 0 E	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 1	1	11.92	2.14	-	-
	2	11.90	2.13	-	-
	3	11.92	2.12	-	-
	4	11.94	2.11	-	-
	5	11.95	2.11	-	-
	Mean value	11.93	2.12	139.5	5.31
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 2	1	11.92	2.07	-	-
	2	11.91	2.06	-	-
	3	11.91	2.06	-	-
	4	11.92	2.06	-	-
	5	11.92	2.05	-	-
	Mean value	11.92	2.06	139.5	5.13
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 3	1	11.88	2.07	-	-
	2	11.90	2.04	-	-
	3	11.90	2.04	-	-
	4	11.90	2.05	-	-
	5	11.90	2.06	-	-
	Mean value	11.90	2.05	139.5	5.08
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 4	1	11.89	2.05	-	-
	2	11.89	2.03	-	-
	3	11.90	2.04	-	-
	4	11.90	2.03	-	-
	5	11.91	2.05	-	-
	Mean value	11.90	2.04	139.5	5.09
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 5	1	11.92	2.07	-	-
	2	11.96	2.06	-	-
	3	11.95	2.05	-	-
	4	11.95	2.05	-	-
	5	11.94	2.07	-	-
	Mean value	11.94	2.06	139.5	5.12
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 6	1	11.89	2.06	-	-
	2	11.90	2.04	-	-
	3	11.92	2.04	-	-
	4	11.90	2.05	-	-
	5	11.93	2.06	-	-
	Mean value	11.91	2.05	139.5	5.10
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-

Material pure 0 E	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 7	1	11.88	2.07	-	-
	2	11.88	2.05	-	-
	3	11.89	2.05	-	-
	4	11.91	2.05	-	-
	5	11.91	2.06	-	-
	Mean value	11.89	2.06	139.5	5.07
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 8	1	11.90	2.03	-	-
	2	11.88	2.02	-	-
	3	11.88	2.02	-	-
	4	11.87	2.01	-	-
	5	11.86	2.03	-	-
	Mean value	11.88	2.02	139.5	5.03
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 9	1	11.88	2.00	-	-
	2	11.87	2.00	-	-
	3	11.86	2.00	-	-
	4	11.87	1.99	-	-
	5	11.86	2.02	-	-
	Mean value	11.87	2.00	139.0	4.95
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 10	1	11.96	2.05	-	-
	2	11.94	2.03	-	-
	3	11.94	2.03	-	-
	4	11.91	2.03	-	-
	5	11.90	2.04	-	-
	Mean value	11.93	2.04	139.5	5.08
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 11	1	11.91	2.05	-	-
	2	11.88	2.03	-	-
	3	11.92	2.04	-	-
	4	11.94	2.03	-	-
	5	11.93	2.04	-	-
	Mean value	11.92	2.04	139.5	5.07
	St. Deviation	0.02	0.01	-	-
Specimen 12	1	11.90	2.07	-	-
	2	11.88	2.05	-	-
	3	11.90	2.06	-	-
	4	11.89	2.06	-	-
	5	11.88	2.08	-	-
	Mean value	11.89	2.06	139.5	5.10
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-
Specimen 13	1	11.99	2.11	-	-
	2	11.98	2.10	-	-
	3	11.97	2.09	-	-
	4	11.96	2.08	-	-
	5	11.96	2.10	-	-
	Mean value	11.97	2.10	139.5	5.23
	St. Deviation	0.01	0.01	-	-

Tabella 27

Material pure 90 F	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 1	1	11.90	2.96	-	-
	2	11.87	2.92	-	-
	3	11.88	2.95	-	-
	4	11.90	2.96	-	-
	5	11.96	2.96	-	-
	Mean value	11.90	2.95	139.5	7.34
	St. Deviation	0.03	0.02	-	-
Specimen 2	1	11.80	3.01	-	-
	2	11.82	2.95	-	-
	3	11.80	2.95	-	-
	4	11.82	2.97	-	-
	5	11.84	2.98	-	-
	Mean value	11.82	2.97	139.0	7.30
	St. Deviation	0.02	0.02	-	-
Specimen 3	1	11.82	2.97	-	-
	2	11.80	2.97	-	-
	3	11.84	2.97	-	-
	4	11.84	2.93	-	-
	5	11.86	3.01	-	-
	Mean value	11.83	2.97	139.5	7.31
	St. Deviation	0.02	0.03	-	-
Specimen 4	1	11.81	2.99	-	-
	2	11.79	2.99	-	-
	3	11.79	2.99	-	-
	4	11.79	2.96	-	-
	5	11.80	3.00	-	-
	Mean value	11.80	2.99	139.0	7.30
	St. Deviation	0.01	0.02	-	-
Specimen 5	1	11.95	2.99	-	-
	2	11.92	2.98	-	-
	3	11.80	2.98	-	-
	4	11.80	2.94	-	-
	5	11.80	3.03	-	-
	Mean value	11.85	2.98	139.5	7.32
	St. Deviation	0.07	0.03	-	-
Specimen 6	1	11.86	2.96	-	-
	2	11.85	2.96	-	-
	3	11.86	2.96	-	-
	4	11.88	2.92	-	-
	5	11.90	3.01	-	-
	Mean value	11.87	2.96	139.5	7.33
	St. Deviation	0.02	0.03	-	-
Specimen 7	1	11.82	2.98	-	-
	2	11.82	2.98	-	-
	3	11.81	2.97	-	-
	4	11.85	2.93	-	-
	5	11.86	3.01	-	-
	Mean value	11.83	2.97	139.5	7.31
	St. Deviation	0.02	0.03	-	-

Material pure 90 F	n° measure	Width [mm]	Thickness [mm]	Length [mm]	Mass [g]
Specimen 8	1	11.86	2.95	-	-
	2	11.87	2.95	-	-
	3	11.88	2.96	-	-
	4	11.89	2.93	-	-
	5	11.90	2.99	-	-
	Mean value	11.88	2.96	139.5	7.33
St. Deviation	0.02	0.02	-	-	
Specimen 9	1	11.94	3.01	-	-
	2	11.92	3.00	-	-
	3	11.91	2.99	-	-
	4	11.92	2.96	-	-
	5	11.87	3.04	-	-
	Mean value	11.91	3.00	139.5	7.40
St. Deviation	0.03	0.03	-	-	
Specimen 10	1	11.82	3.04	-	-
	2	11.84	2.96	-	-
	3	11.81	2.98	-	-
	4	11.79	2.99	-	-
	5	11.77	3.00	-	-
	Mean value	11.81	2.99	139.5	7.29
St. Deviation	0.03	0.03	-	-	
Specimen 11	1	11.82	3.03	-	-
	2	11.83	2.94	-	-
	3	11.82	2.97	-	-
	4	11.82	2.98	-	-
	5	11.83	2.98	-	-
	Mean value	11.82	2.98	139.0	7.31
St. Deviation	0.01	0.03	-	-	
Specimen 12	1	11.81	2.97	-	-
	2	11.75	2.97	-	-
	3	11.88	2.96	-	-
	4	11.86	2.93	-	-
	5	11.86	3.03	-	-
	Mean value	11.83	2.97	139.5	7.30
St. Deviation	0.05	0.04	-	-	
Specimen 13	1	11.80	2.98	-	-
	2	11.79	3.00	-	-
	3	11.80	2.98	-	-
	4	11.80	2.95	-	-
	5	11.82	3.04	-	-
	Mean value	11.80	2.99	139.5	7.26
St. Deviation	0.01	0.03	-	-	

Tabella 28

Appendice C

Estensimetria [24][25]

Gli estensimetri elettrici vengono così chiamati perché effettuano una misura indiretta della deformazione, grazie alla variazione di resistenza che subiscono. Tale misura è esatta solo nel caso in cui le deformazioni misurate avvengono in campo proporzionale elastico.

Come noto, il valore della resistenza elettrica è direttamente proporzionale alla resistività del materiale e alla lunghezza del conduttore considerato, e inversamente proporzionale all'area della sezione del conduttore stesso, secondo la seguente equazione:

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (\text{C.1})$$

con R valore di resistenza elettrica, ρ resistività del materiale, L lunghezza del provino e S area della sezione esaminata.

Pertanto, se, per esempio, si deforma il conduttore a trazione, la sua lunghezza aumenta mentre la sezione diminuisce e, quindi, la resistenza elettrica aumenta. Viceversa nel caso della compressione. Misurando tale variazione di resistenza si può risalire alla deformazione del materiale su cui l'estensimetro è montato.

Tale metodologia di misura, però, può essere considerata valida solo se il sensore è stato applicato seguendo una opportuna procedura atta a rispettare le seguenti caratteristiche:

- L'adesione deve essere perfetta, per evitare slittamenti o distacchi;
- Non si devono avere contatti elettrici tra l'estensimetro ed il pezzo;
- I cavi elettrici devono essere saldati perfettamente all'estensimetro per non creare resistenze elettriche ulteriori;

- L'estensimetro ed i cavi devono essere protetti dagli agenti atmosferici e dai danneggiamenti esterni (urti e strappi).

C.1 Tipologia di estensimetri

I moderni estensimetri sono costituiti da una sottile griglia metallica, ottenuta per fotoincisione, annegata in un supporto in acetato.

Si possono avere varie configurazioni delle griglie, in modo tale da poter ottenere misurazioni in una (fig. C 1) o più direzioni contemporaneamente; in quest'ultimo caso tali estensimetri vengono indicati con il termine 'rosetta estensimetrica' (fig. C 2).

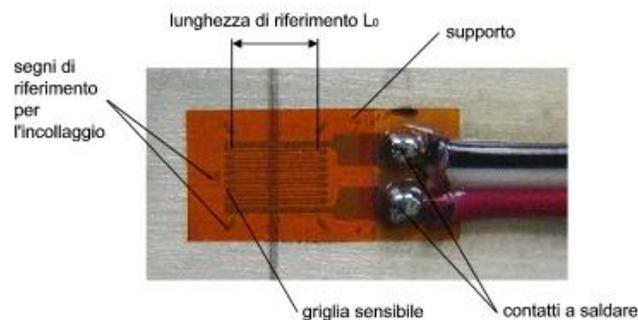


fig. C 1

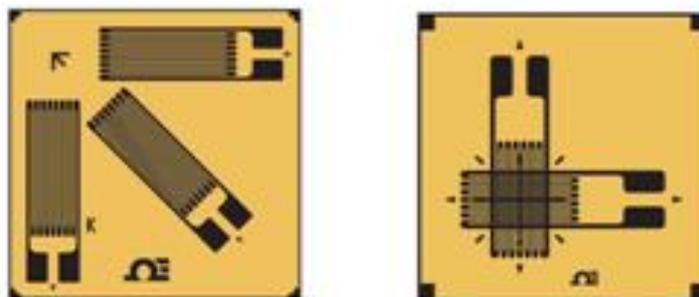


fig. C 2

Anche se l'estensimetro è monodirezionale, esso risulterà parzialmente sensibile anche alle deformazioni secondo la direzione trasversale, a causa della presenza dei gomiti della serpentina. Per ridimensionare il problema e ridurre la sensibilità trasversale, si costruiscono estensimetri con i raccordi a sezione maggiore (fig. C 2).

C.2 Fattore di taratura

Si definisce fattore di taratura o gage factor (K) di un estensimetro, il rapporto (adimensionale) tra la variazione relativa di resistenza elettrica e la variazione relativa di lunghezza (deformazione) che la provoca:

$$K = \frac{\frac{\delta R}{R}}{\frac{\delta L}{L}} = \frac{\delta R}{\varepsilon R} \quad (\text{C.2})$$

dove R è la resistenza dell'estensimetro, δR la variazione di resistenza, L la lunghezza del conduttore, δL la variazione di lunghezza del conduttore e ε la deformazione.

Se il Gage Factor è elevato, l'estensimetro è molto sensibile poiché, anche per piccole deformazioni, le variazioni di resistenza sono elevate.

C.3 Circuito di misura

Le variazioni di resistenza, che costituiscono la misura della deformazione, sono estremamente piccole quindi richiedono uno strumento di misura estremamente sensibile. Si è scelto di utilizzare, pertanto, il ponte di Wheatstone (fig. C 3).

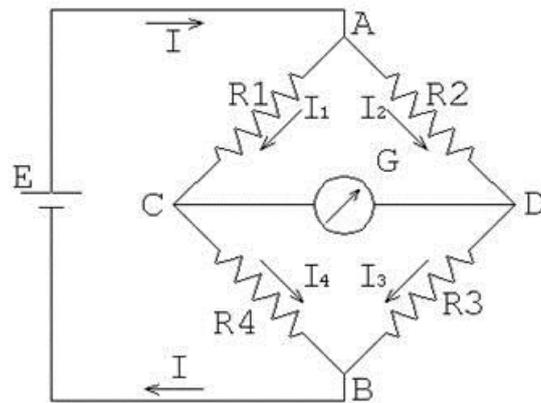


fig. C 3

Schematicamente esso è costituito da un'alimentazione (E) in corrente continua collegato ai punti B e A, da quattro resistenze (R_1 , R_2 , R_3 , R_4) e da un Galvanometro (G) che misura la differenza di potenziale tra i punti C e D.

Il ponte di Wheatstone può essere utilizzato in vari modi, effettuando differenti collegamenti di estensimetri ad uno o più rami del ponte: 'quarto di ponte', 'mezzo ponte' e 'ponte intero'.

Per l'acquisizione dati utilizzata nella sperimentazione ivi descritta, si è utilizzata una configurazione a 'mezzo ponte'. Essa è costituita, oltre che dagli estensimetri attivi, da estensimetri 'dummy'. Questi ultimi sono applicati ad un provino, costituito dallo stesso materiale testato, non sottoposto ad alcun carico e posizionato nelle vicinanze della zona di lavoro. Tale particolare collegamento ha lo scopo di andare a compensare quelle che sono le deformazioni causate dalla temperatura, e che, altrimenti, produrrebbero un errore sistematico nella misura difficile da stimare.

Appendice D

Grafici

Provino A1

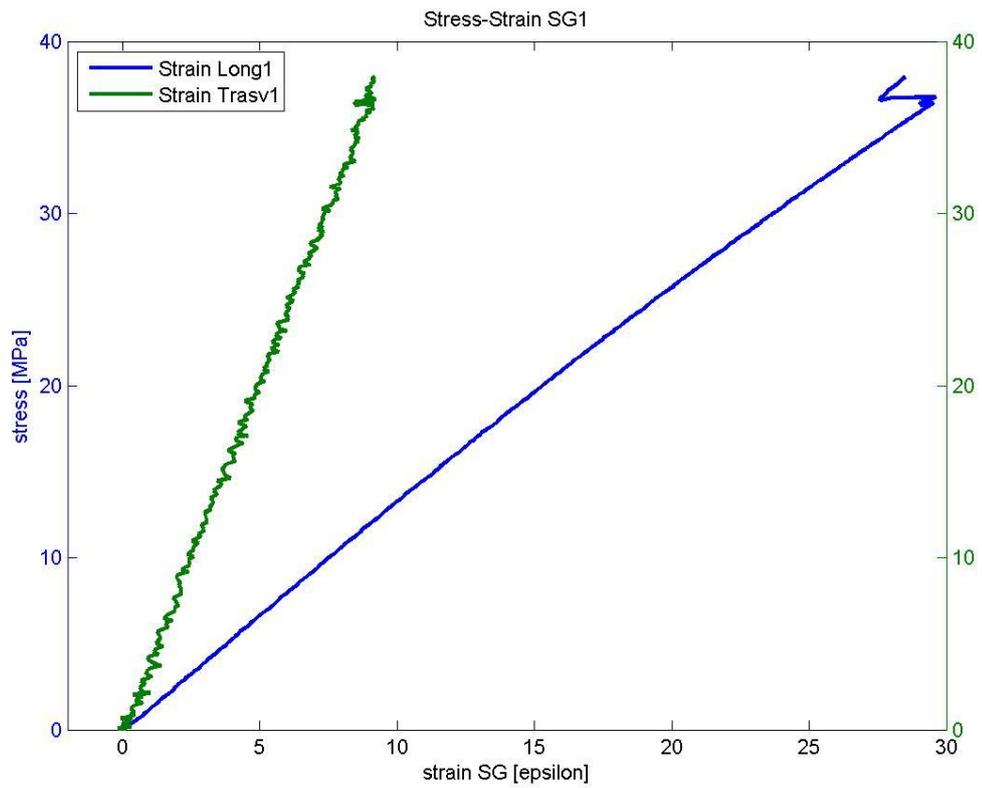


fig. D 1

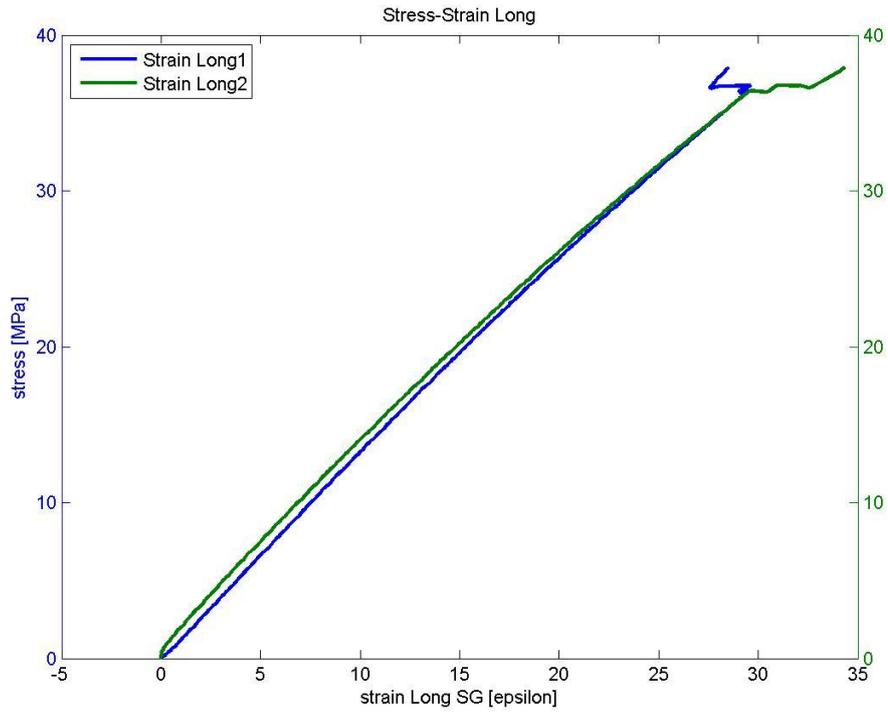


fig. D 2

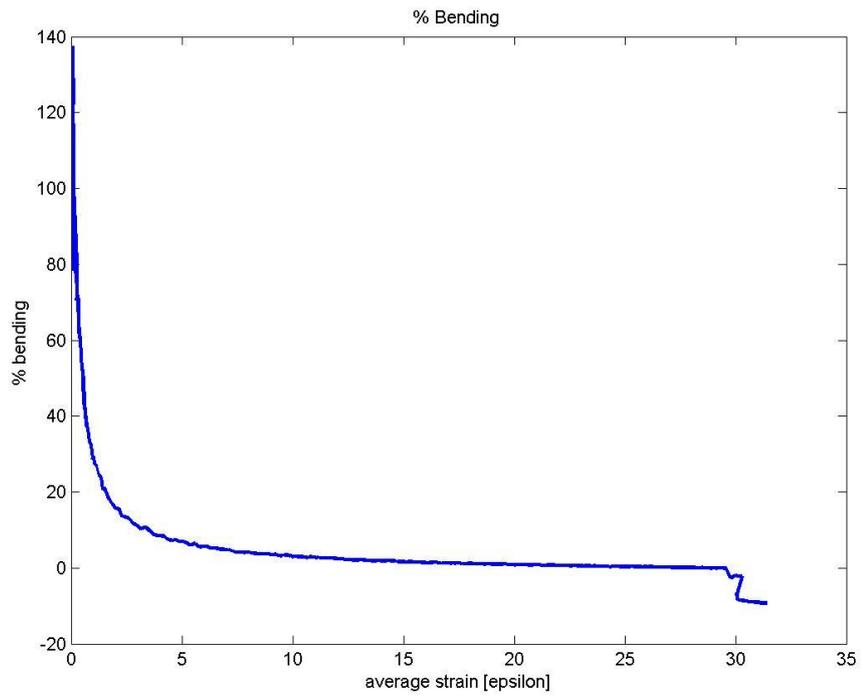


fig. D 3

Provino A2

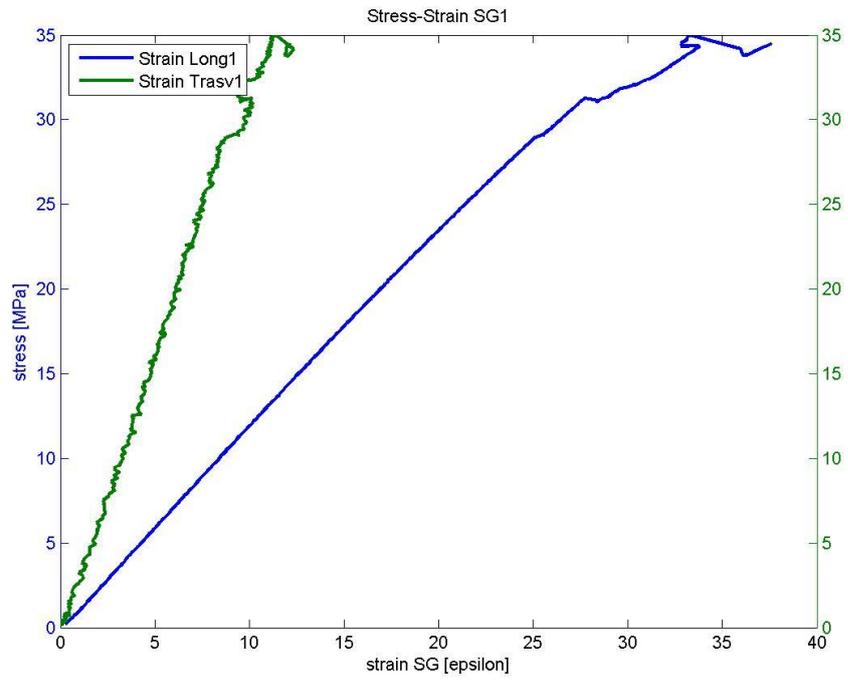


fig. D 4

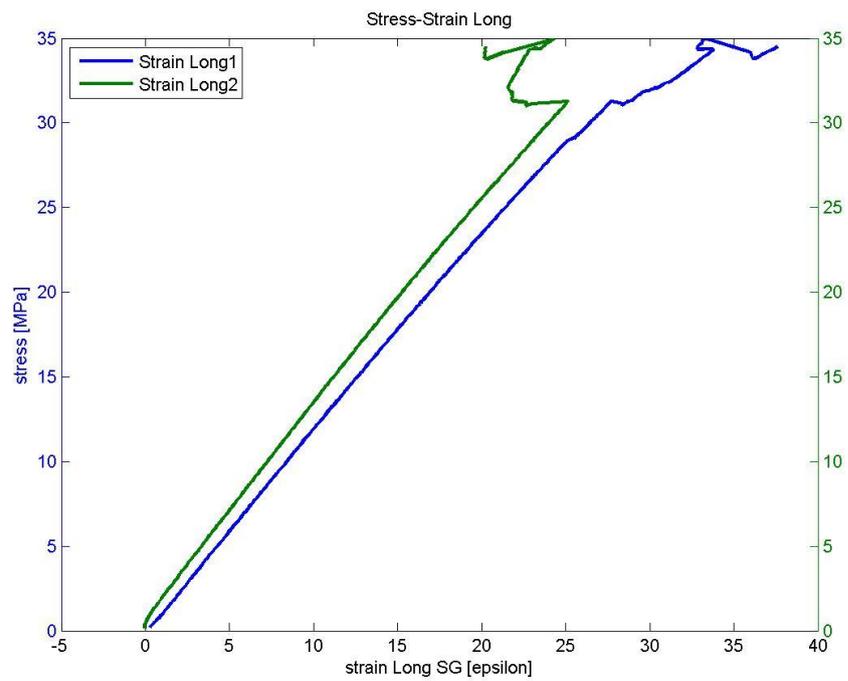


fig. D 5

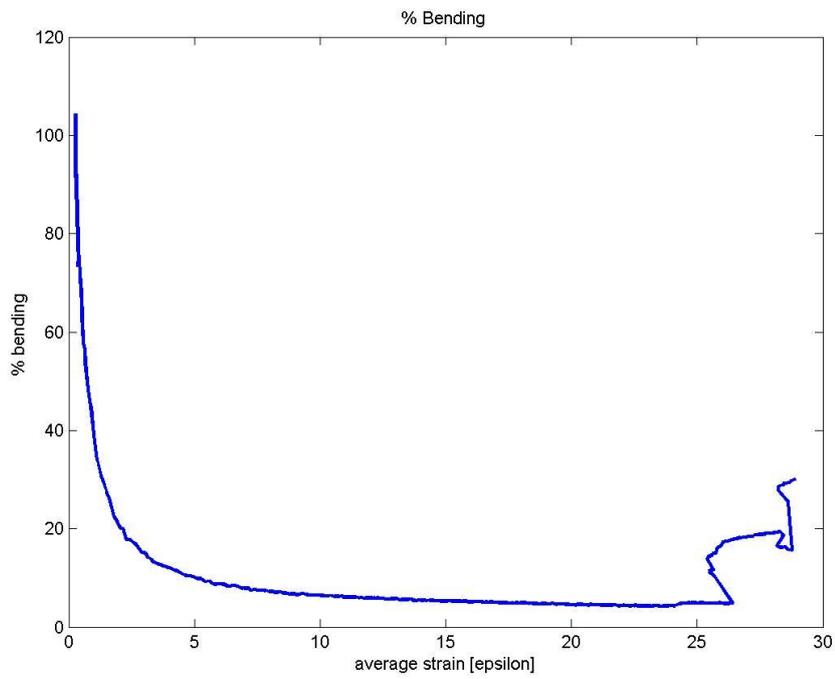


fig. D 6

Provino A3

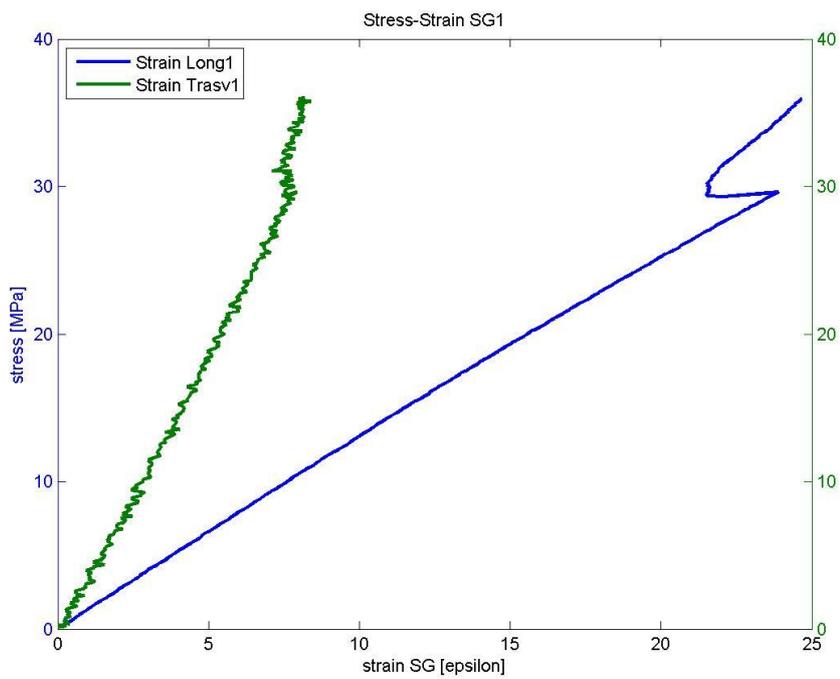


fig. D 7

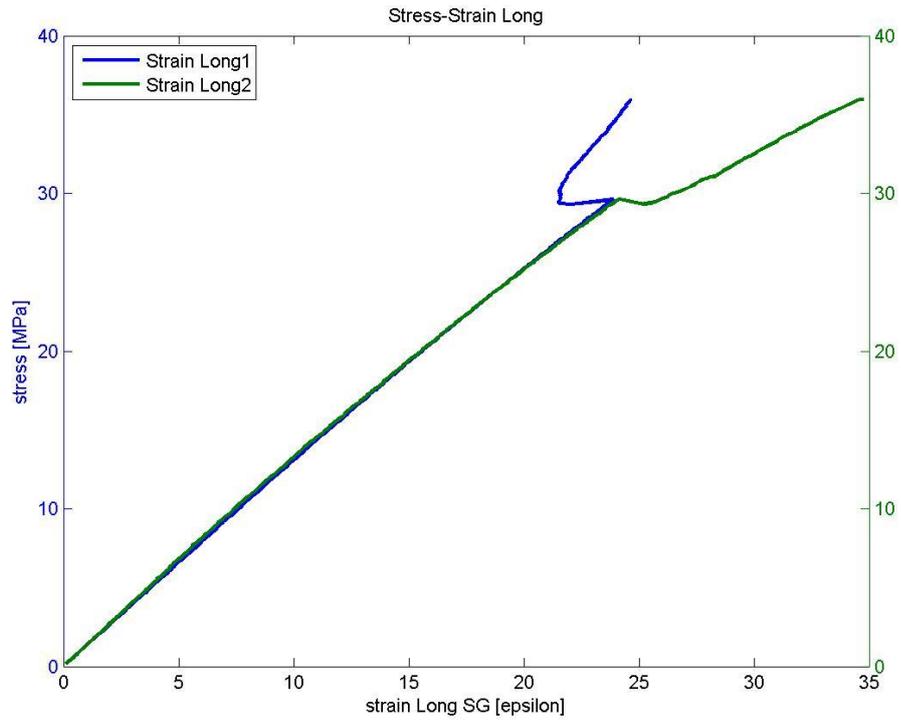


fig. D 8

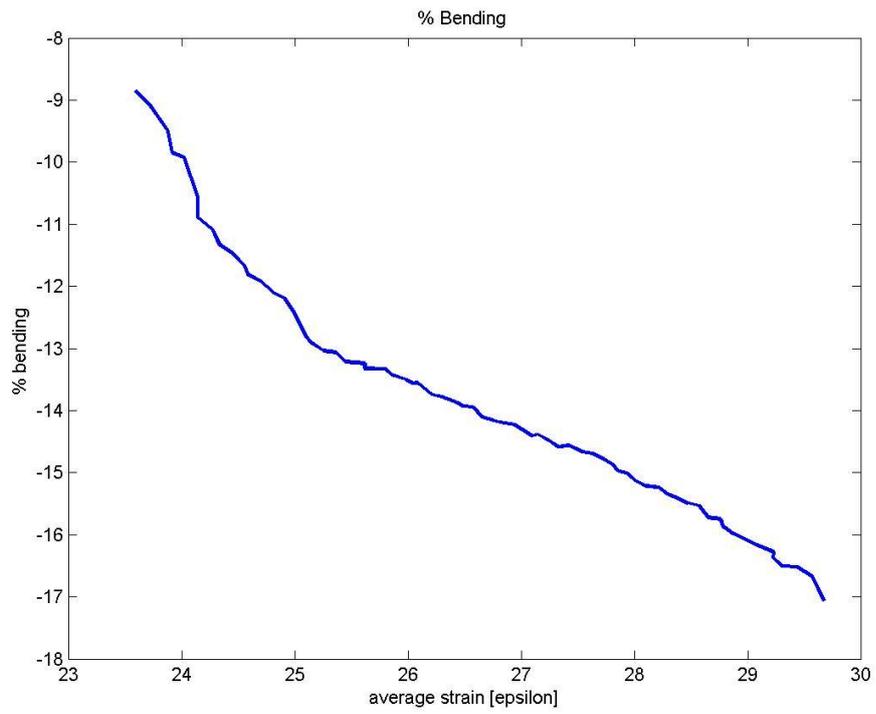


fig. D 9

Provino A4

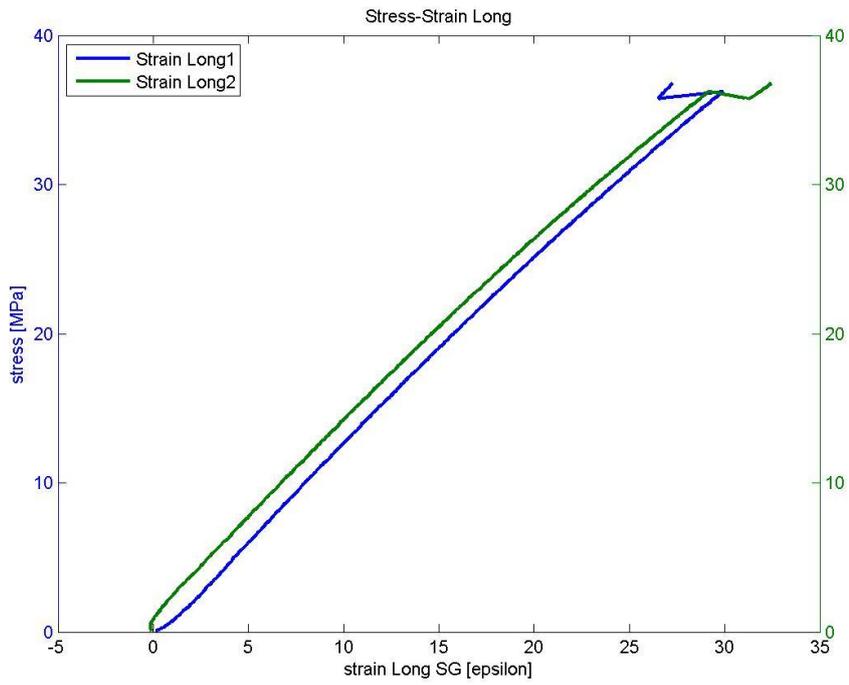


fig. D 10

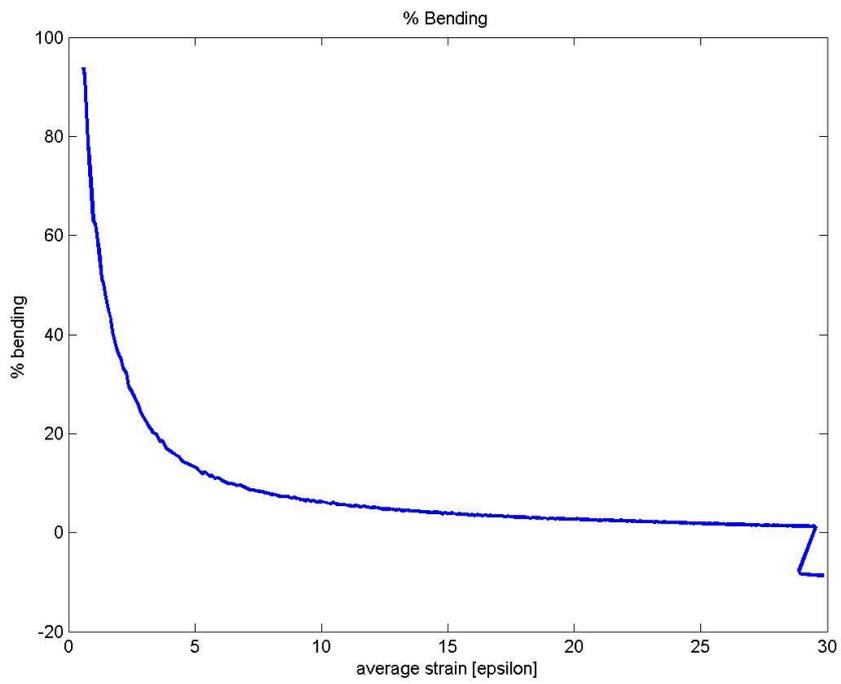


fig. D 11

Provino A5

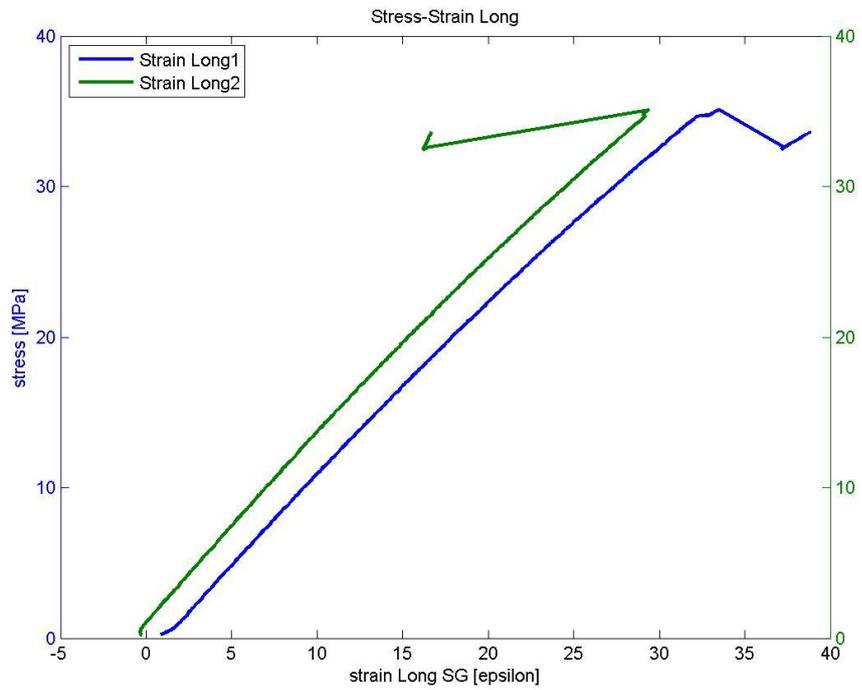


fig. D 12

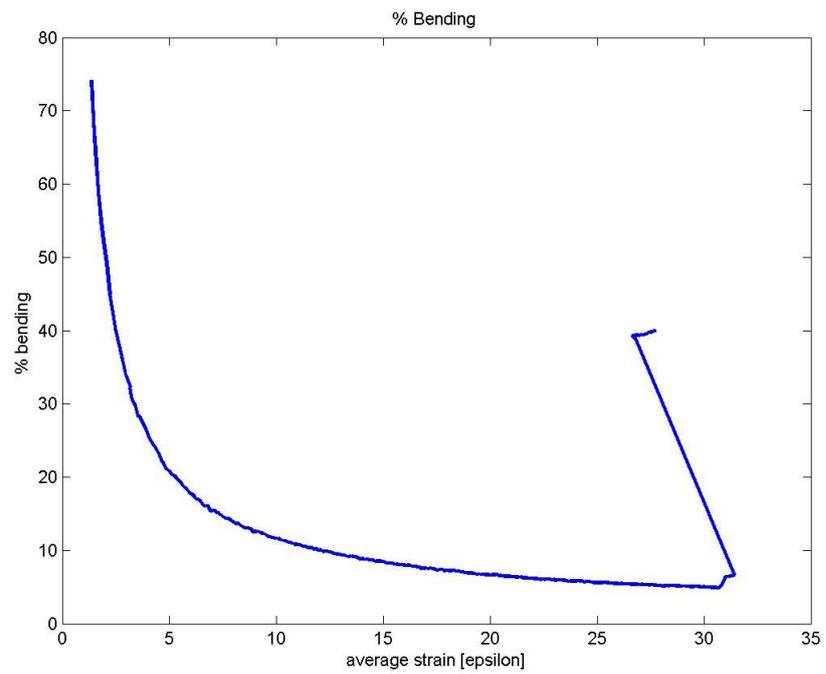


fig. D 13

Provino B1

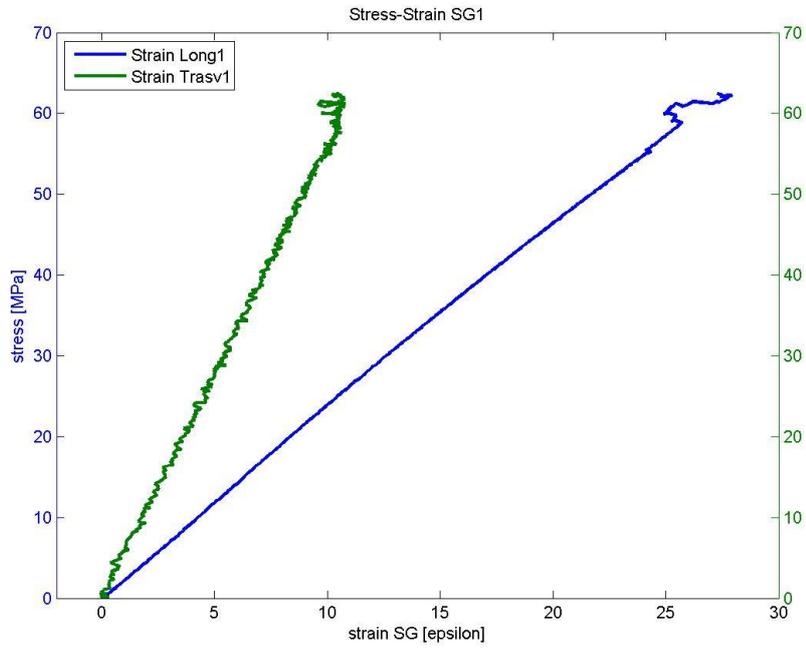


fig. D 14

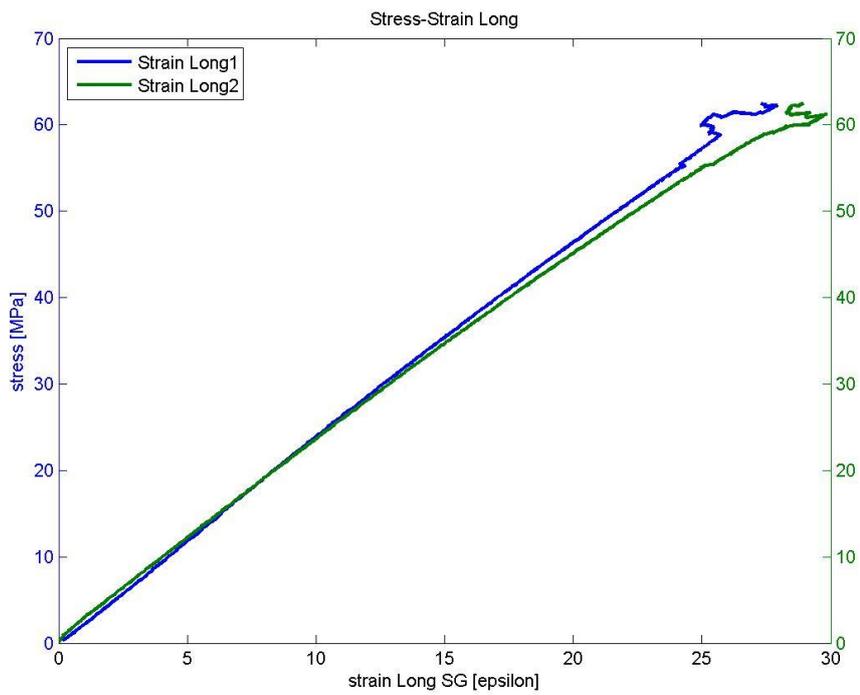


fig. D 15

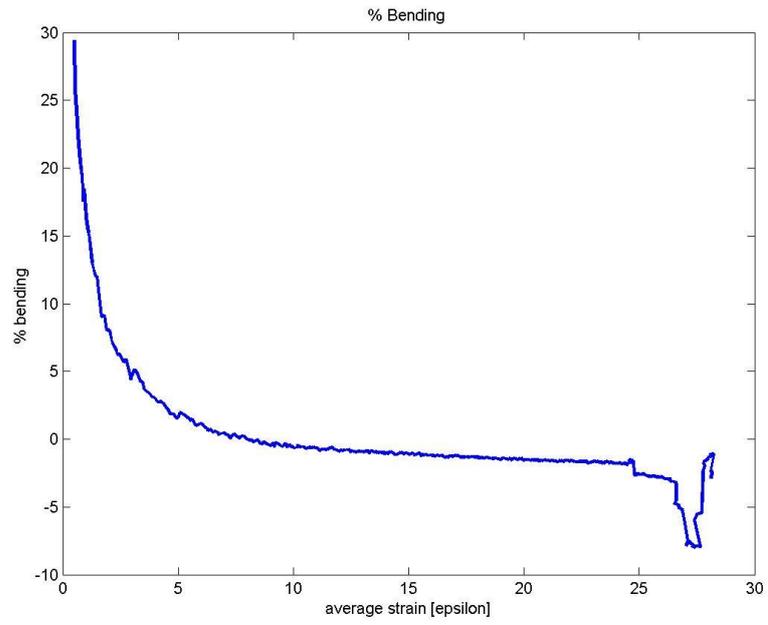


fig. D 16

Provino B2

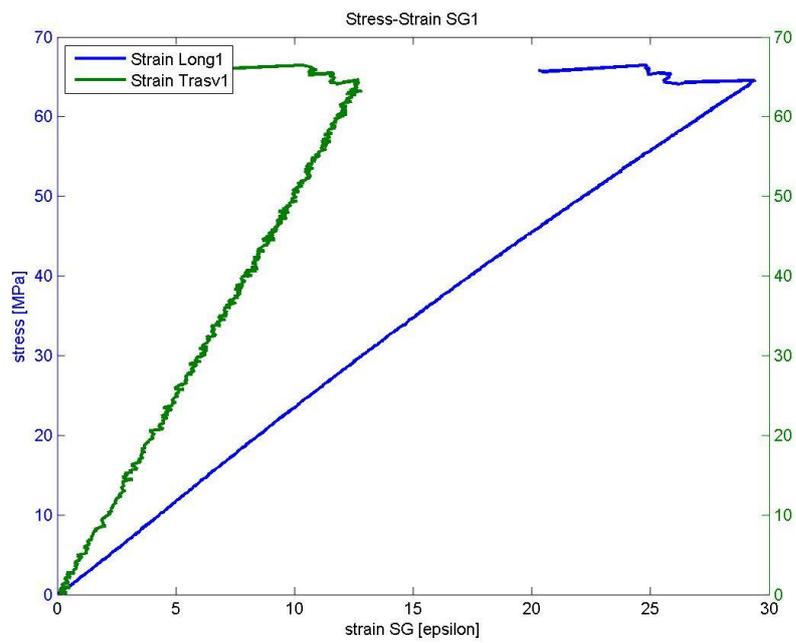


fig. D 17

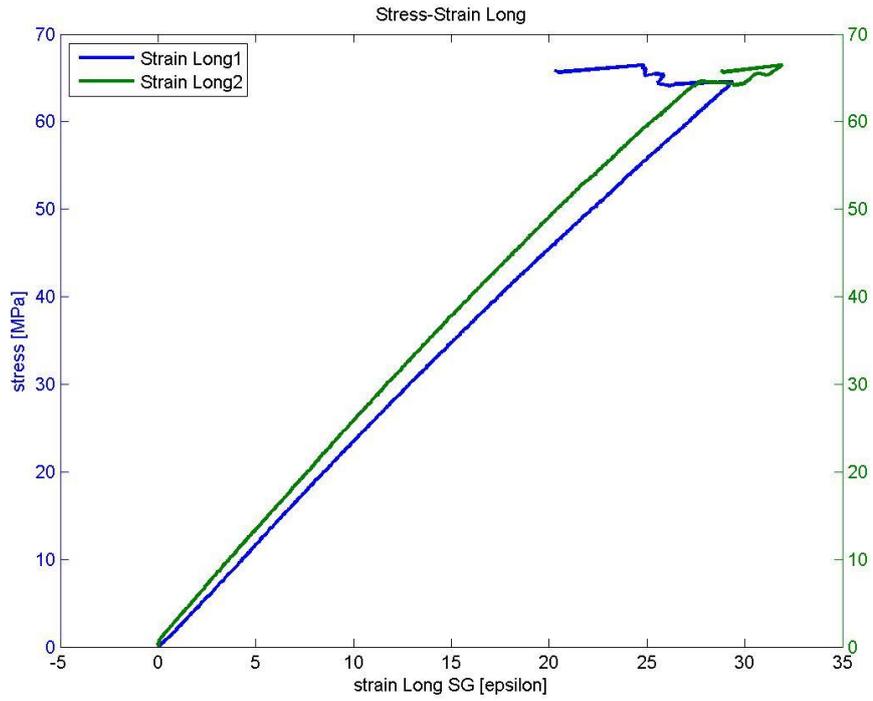


fig. D 18

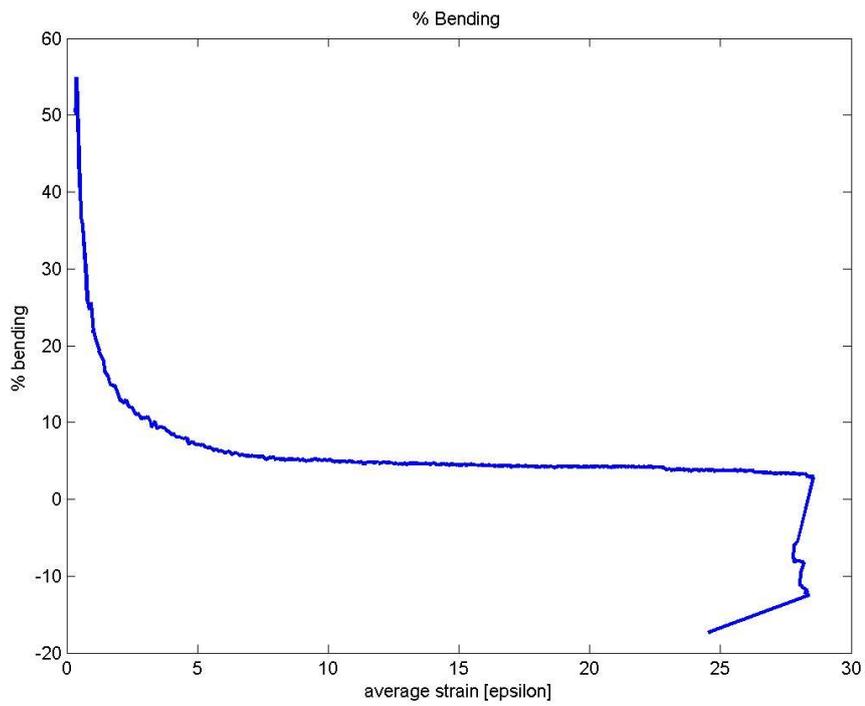


fig. D 19

Provino B3

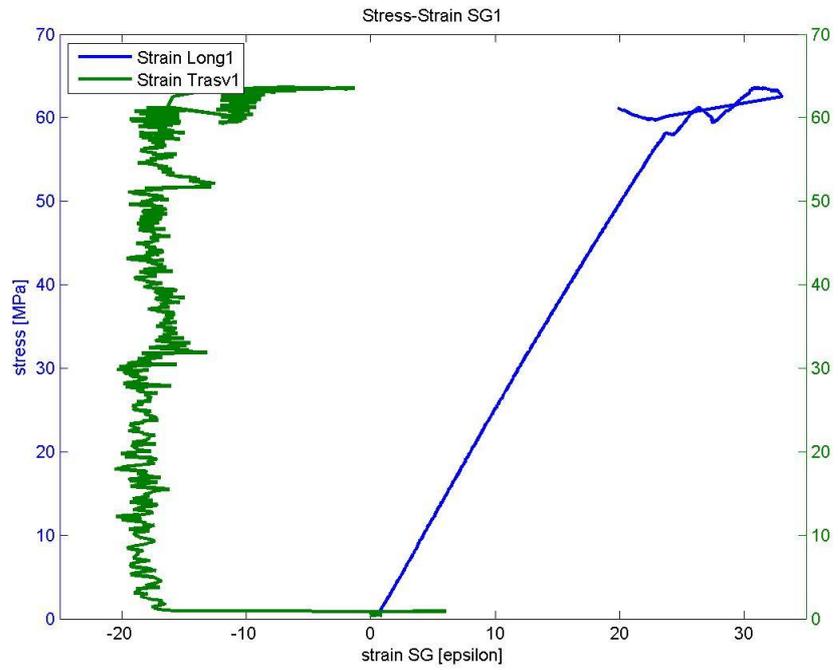


fig. D 20

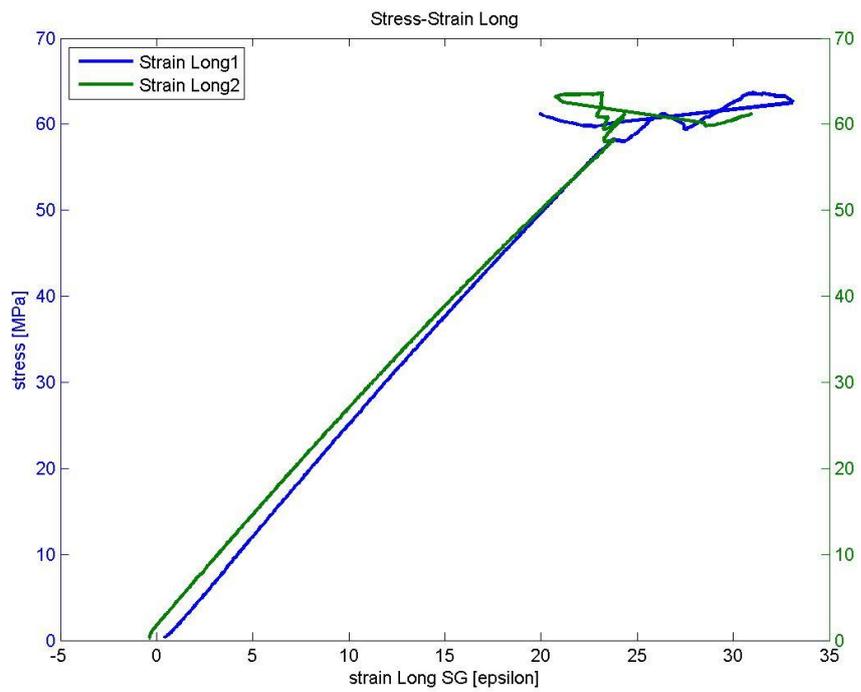


fig. D 21

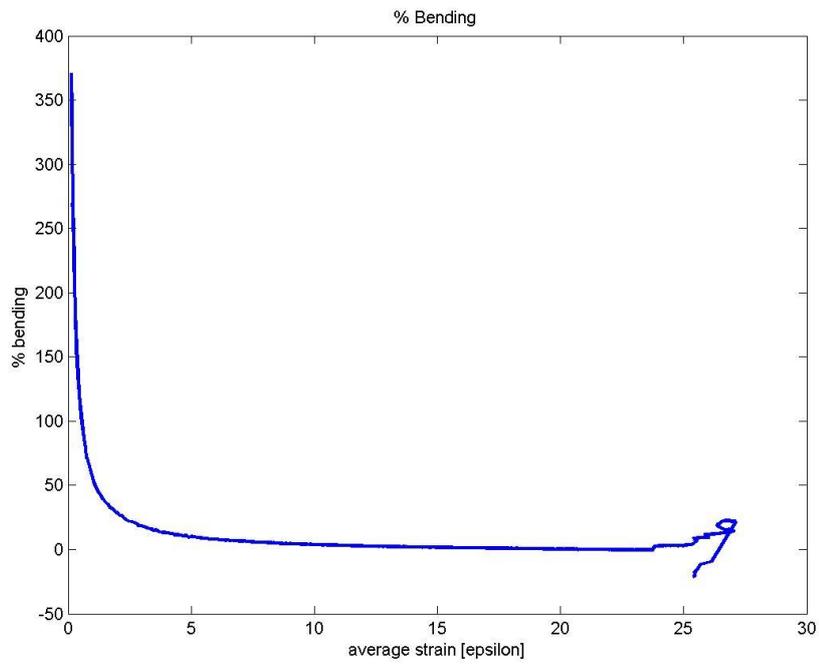


fig. D 22

Provino B4

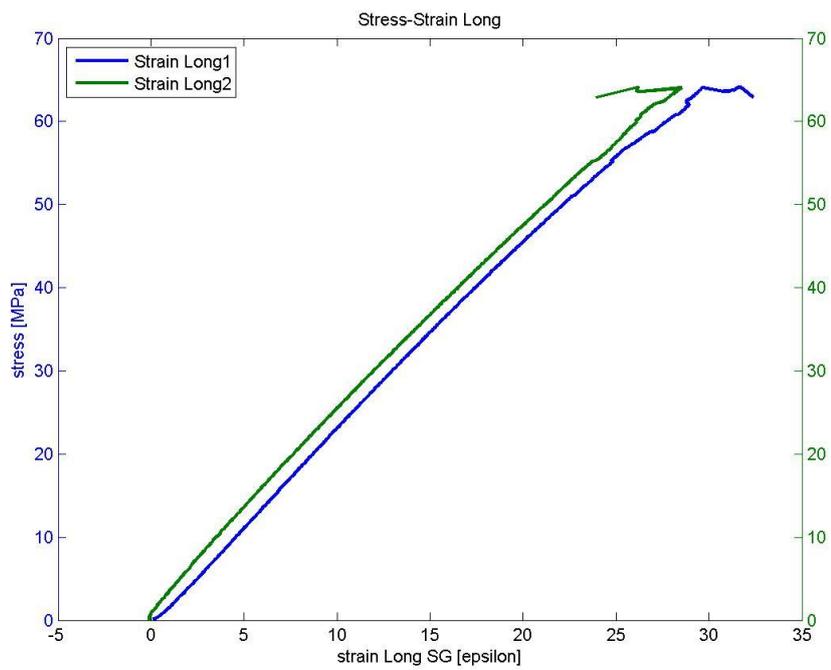


fig. D 23

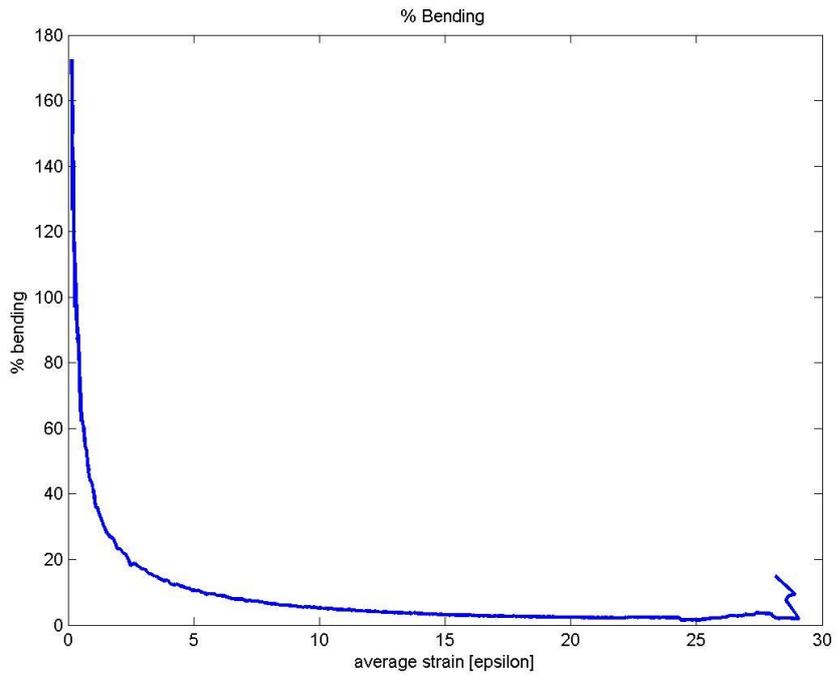


fig. D 24

Provino B5

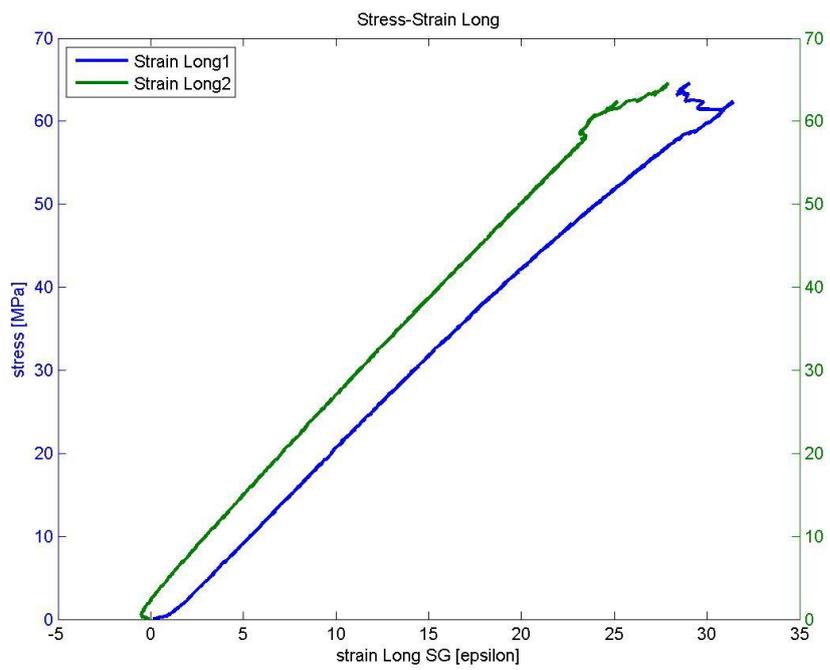


fig. D 25

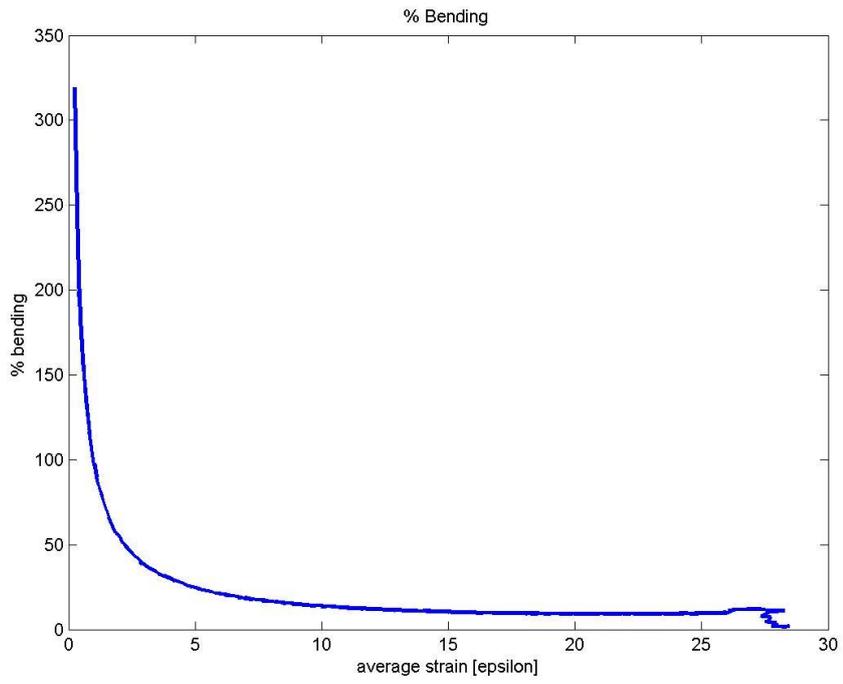


fig. D 26

Provino C1

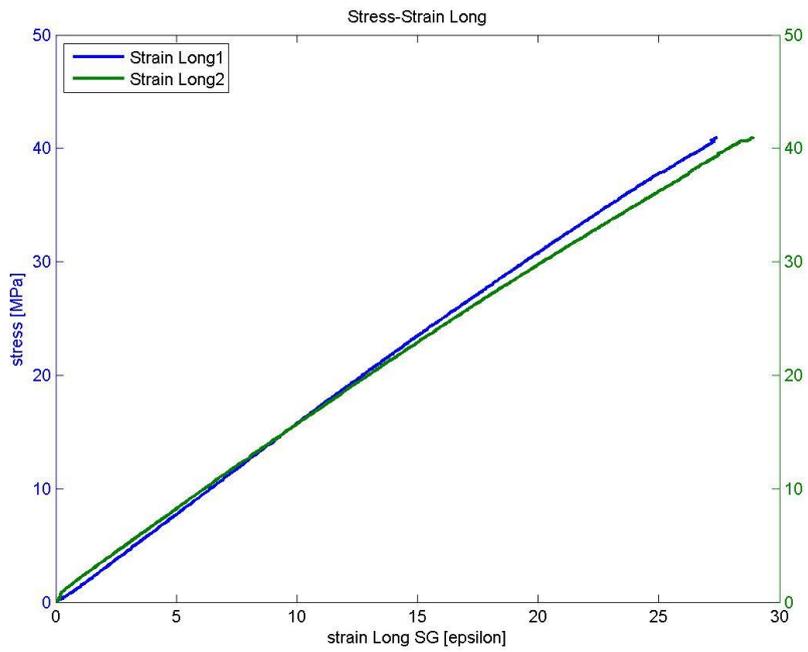


fig. D 27

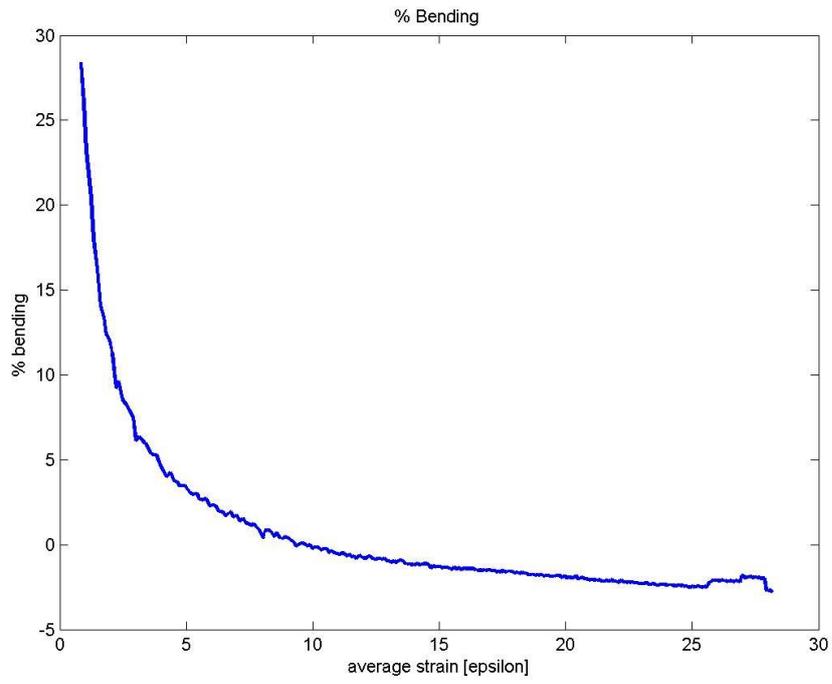


fig. D 28

Provino C2

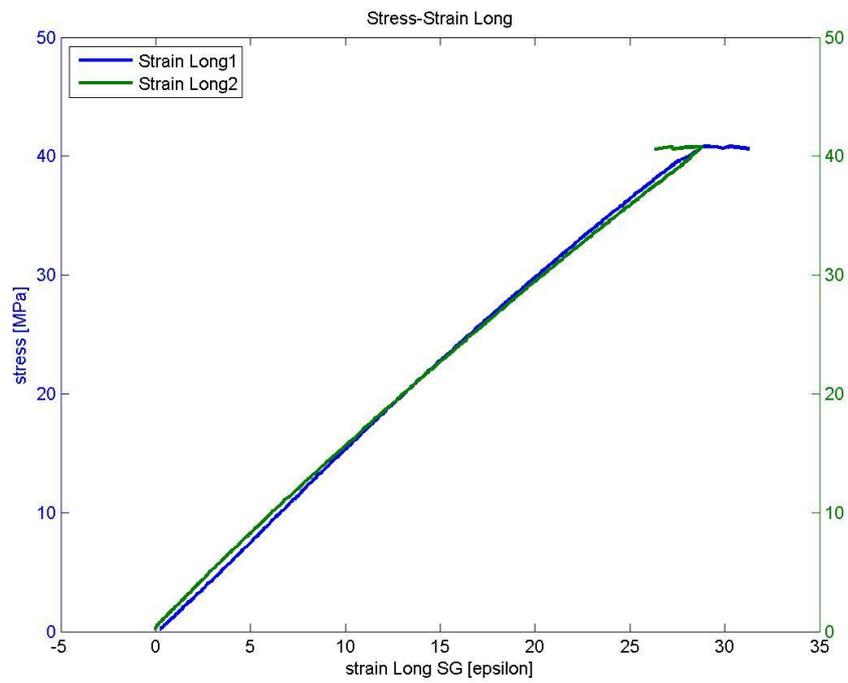


fig. D 29

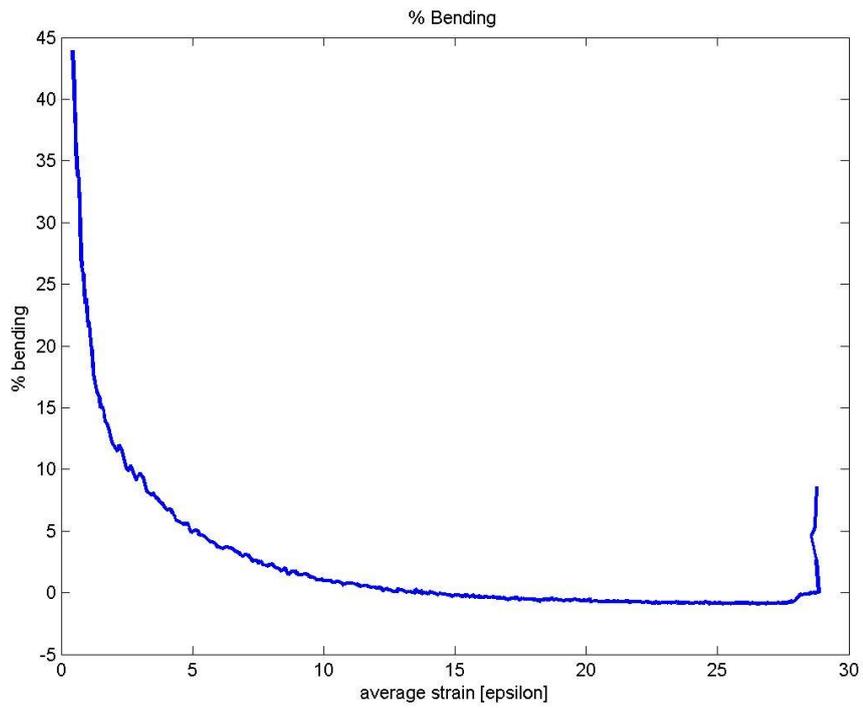


fig. D 30

Provino C3

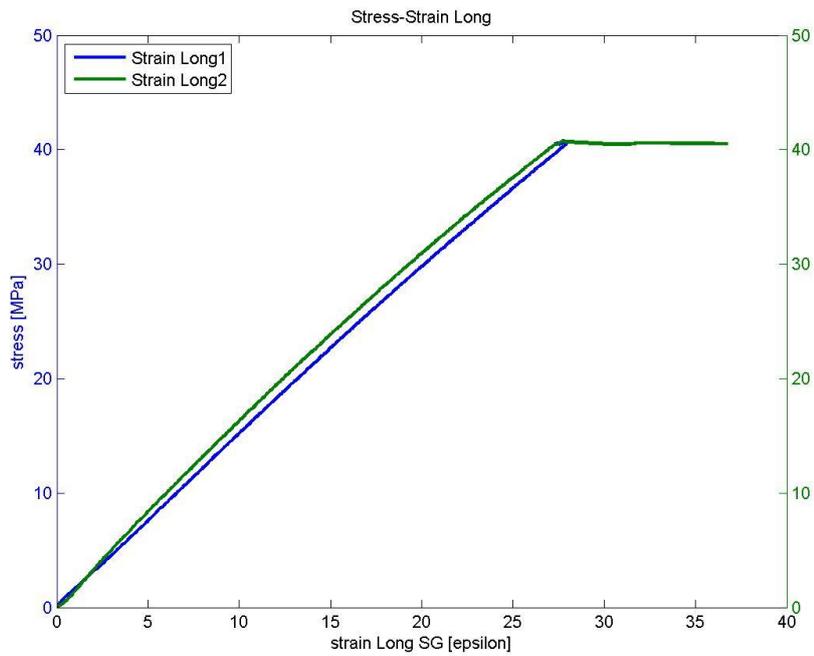


fig. D 31

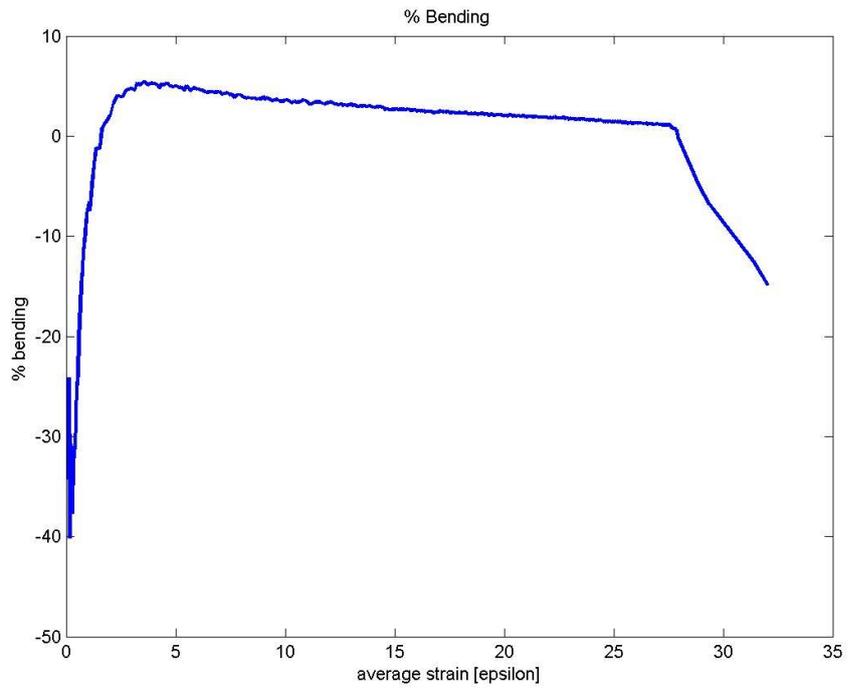


fig. D 32

Provino C4

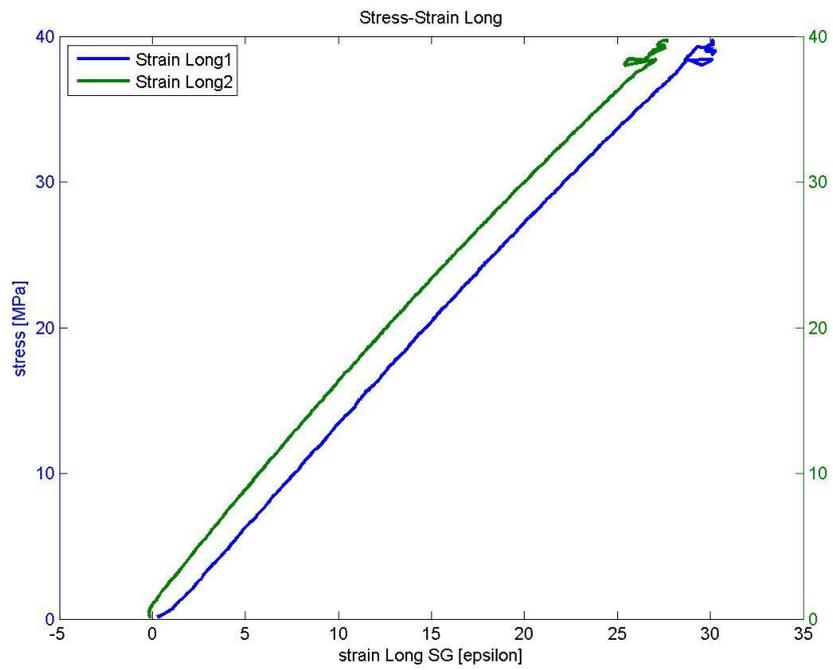


fig. D 33

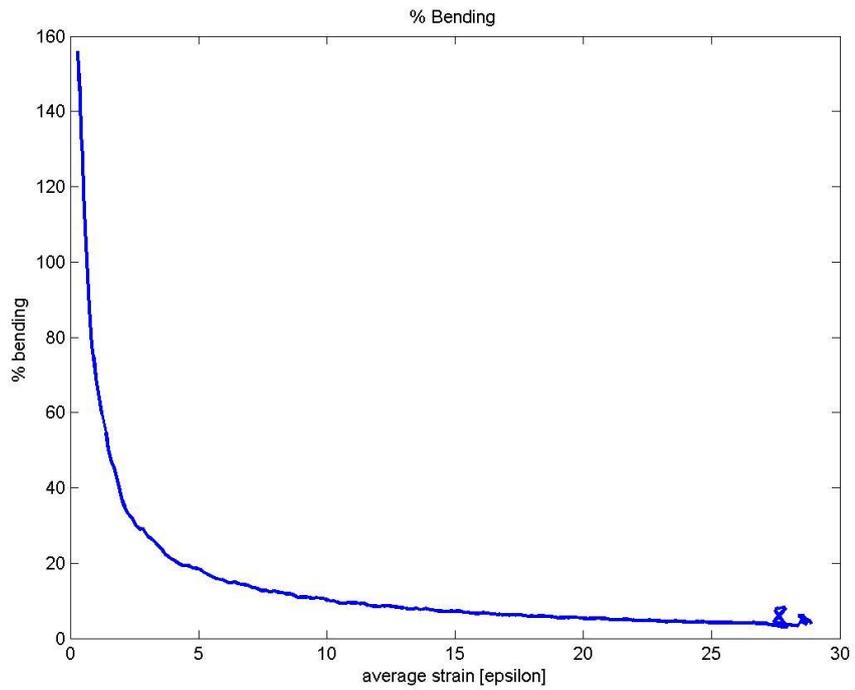


fig. D 34

Provino C5

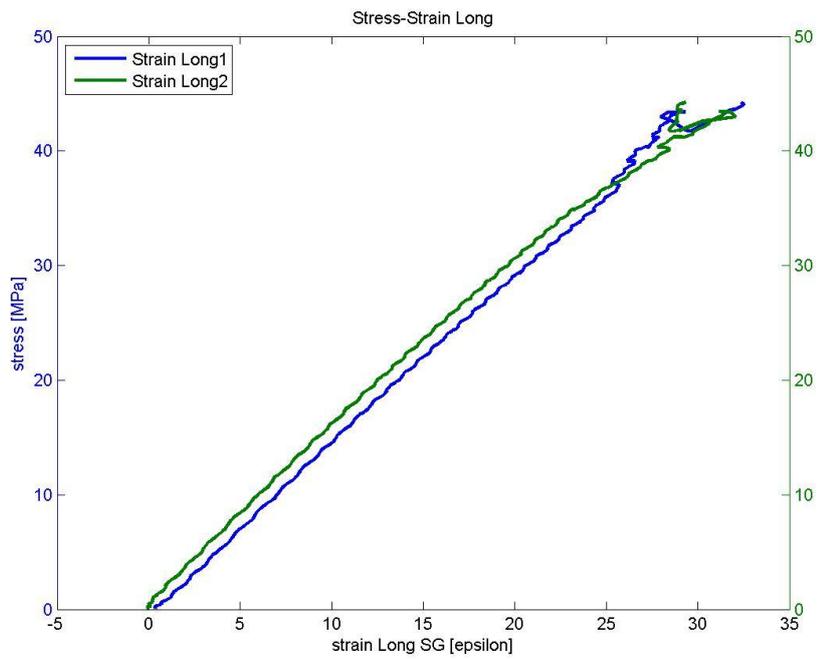


fig. D 35

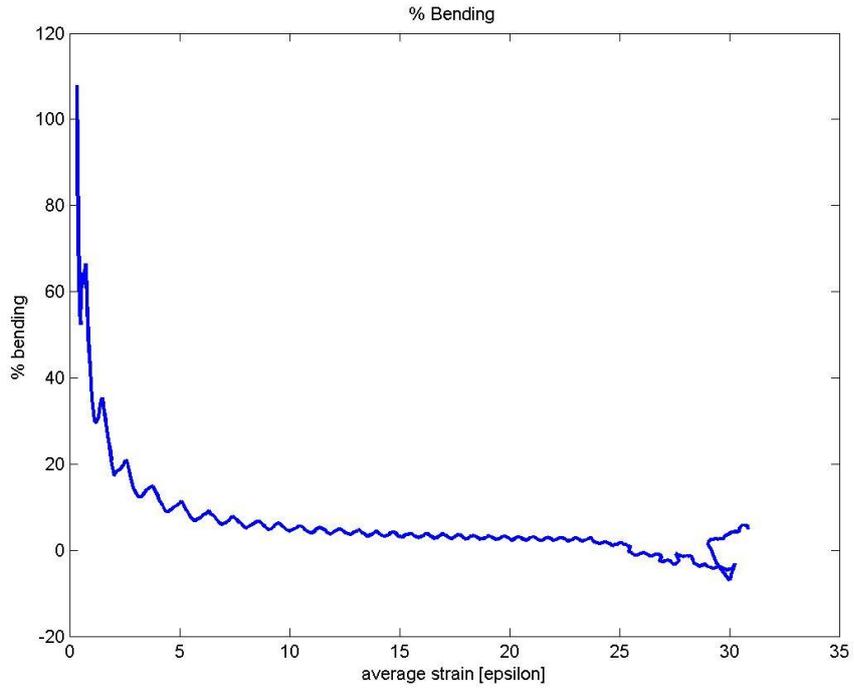


fig. D 36

Provino C6

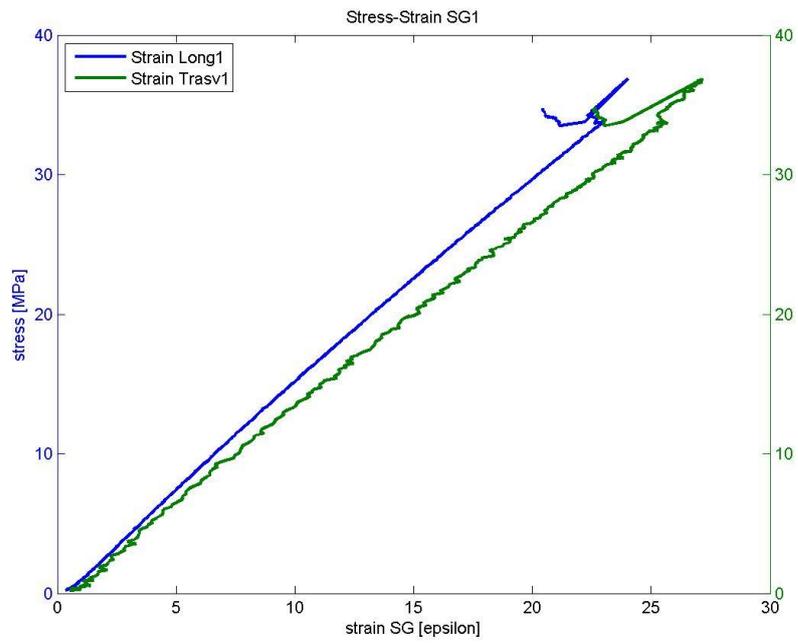


fig. D 37

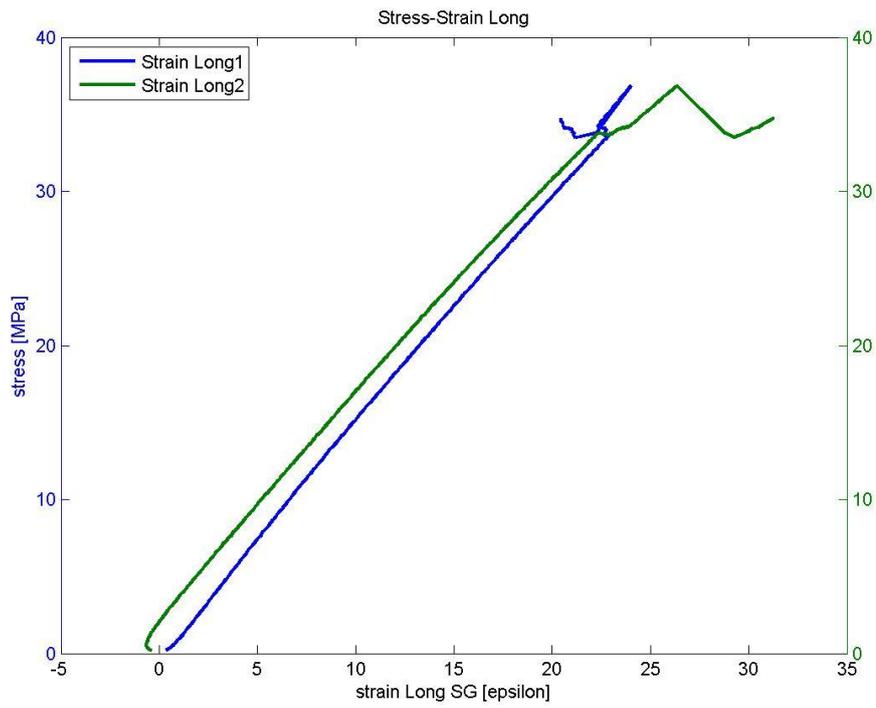


fig. D 38

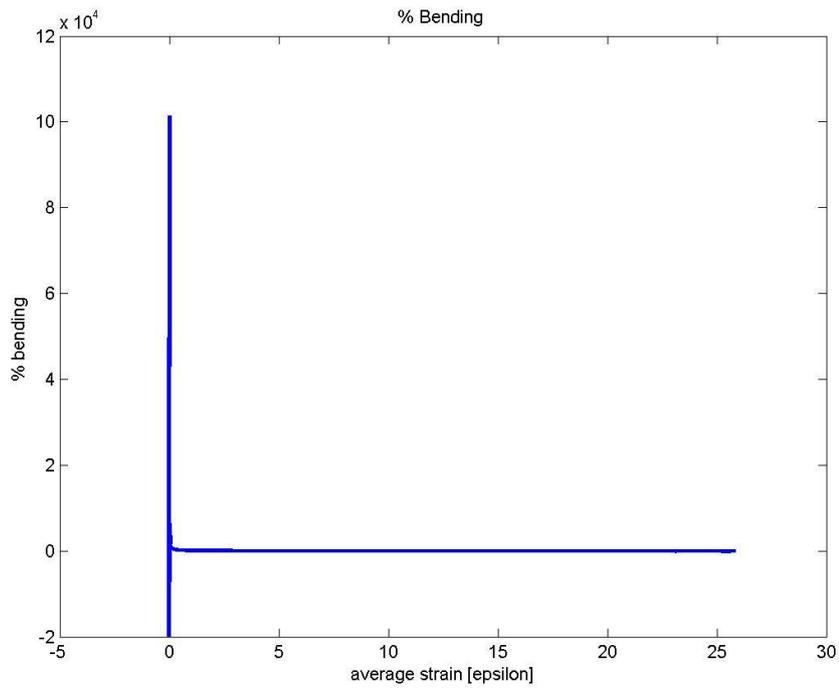


fig. D 39

Provino C7

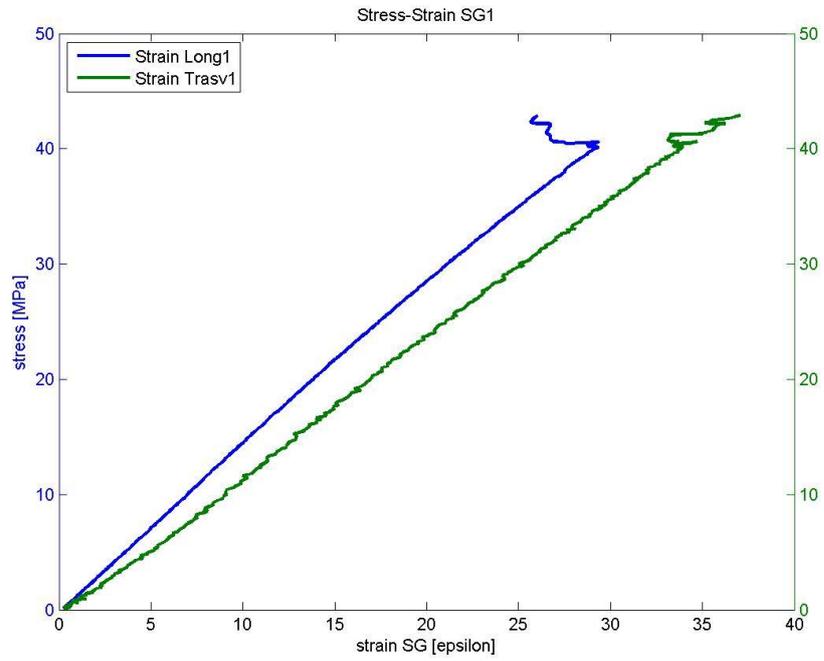


fig. D 40

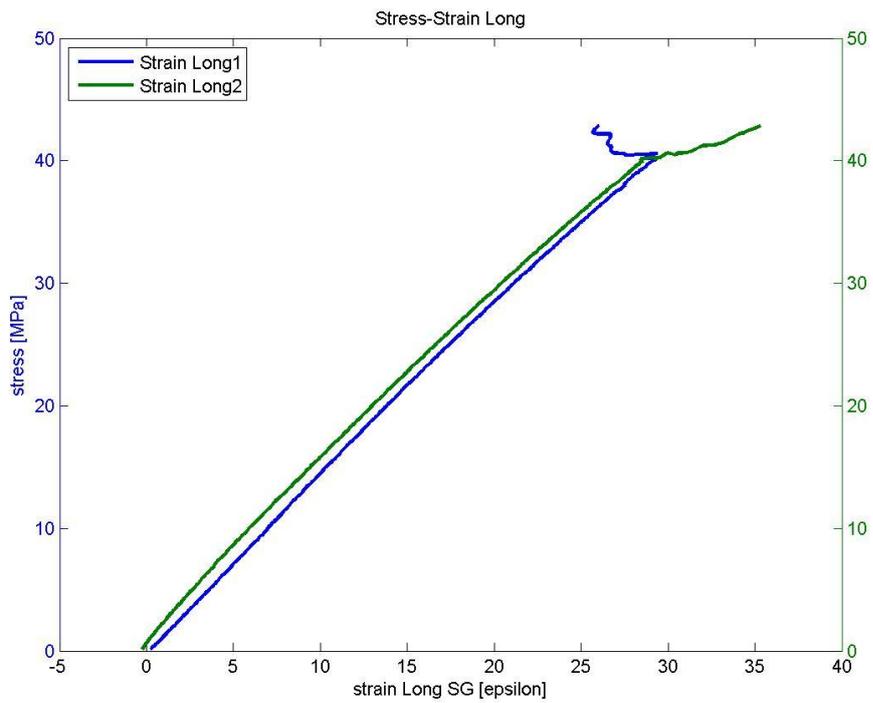


fig. D 41

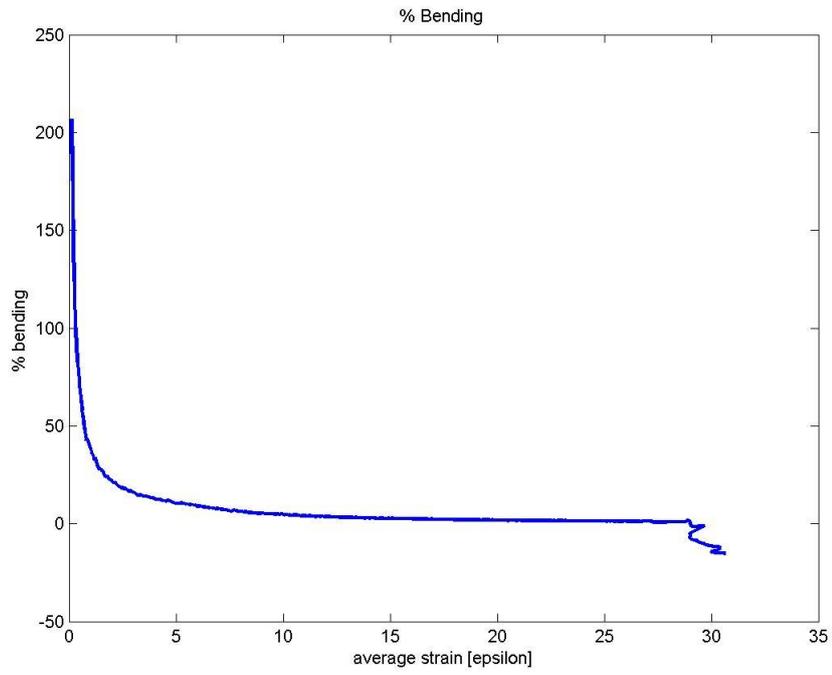


fig. D 42

Provino D1

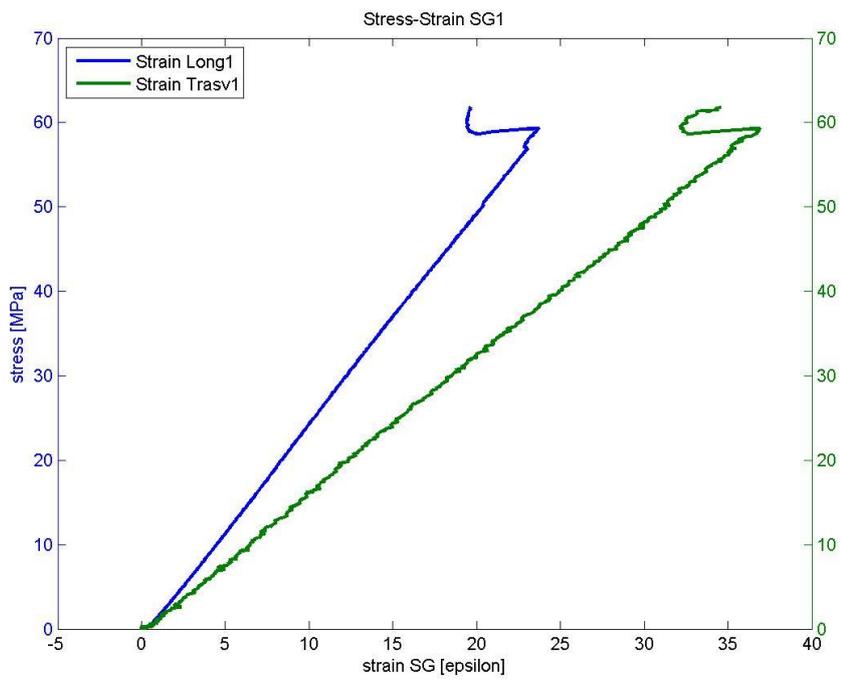


fig. D 43

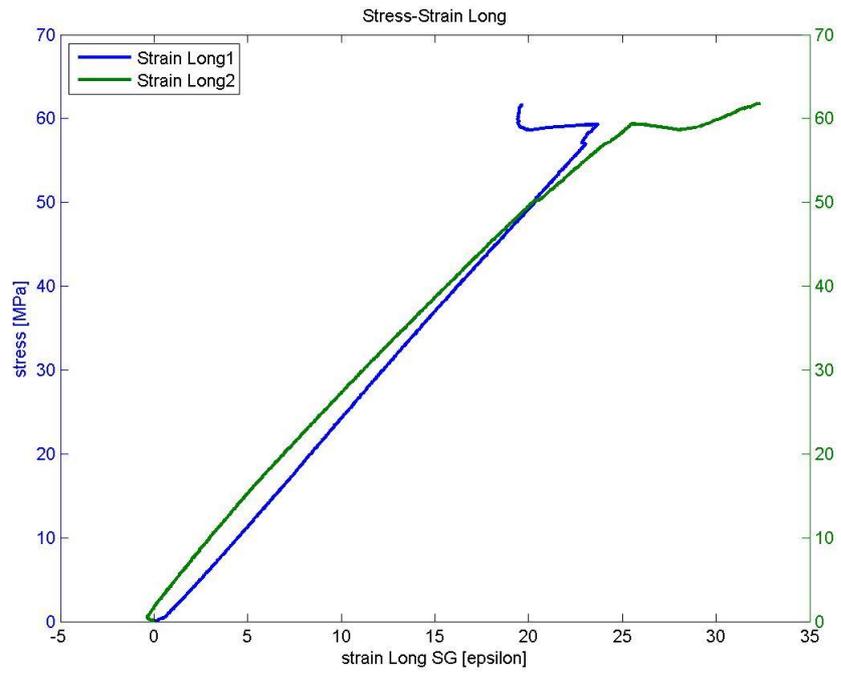


fig. D 44

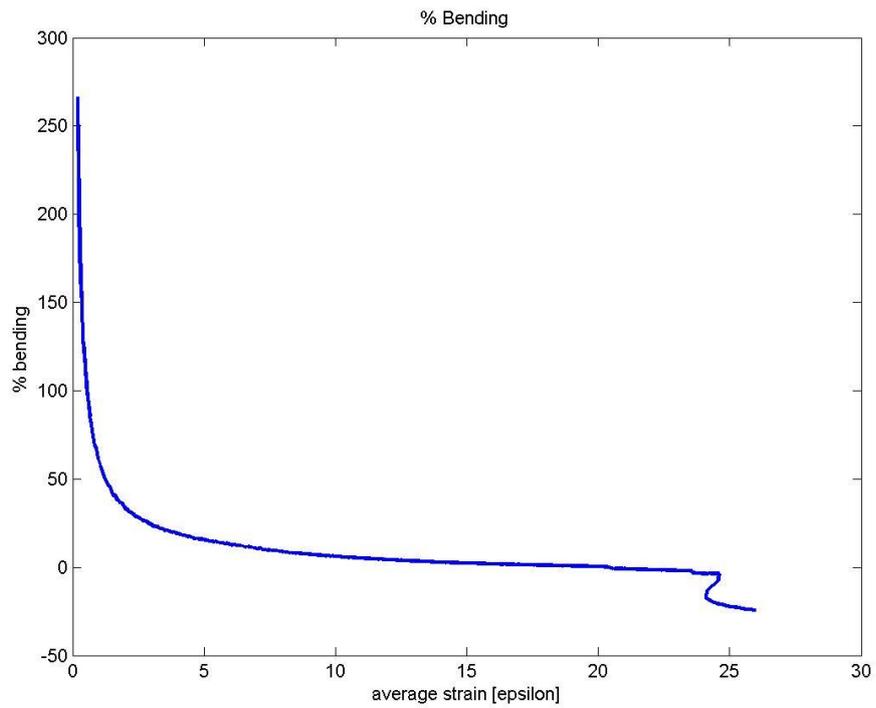


fig. D 45

Provino D2

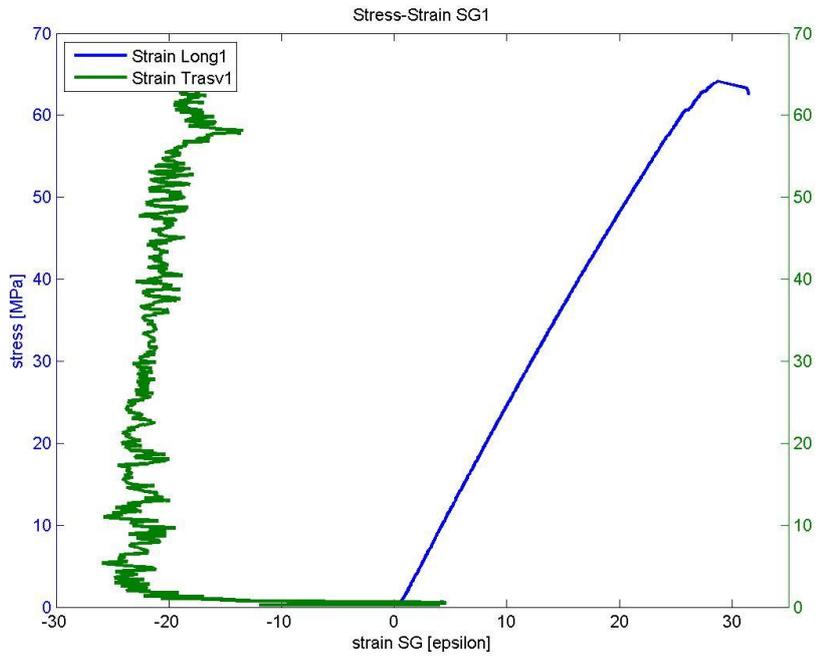


fig. D 46

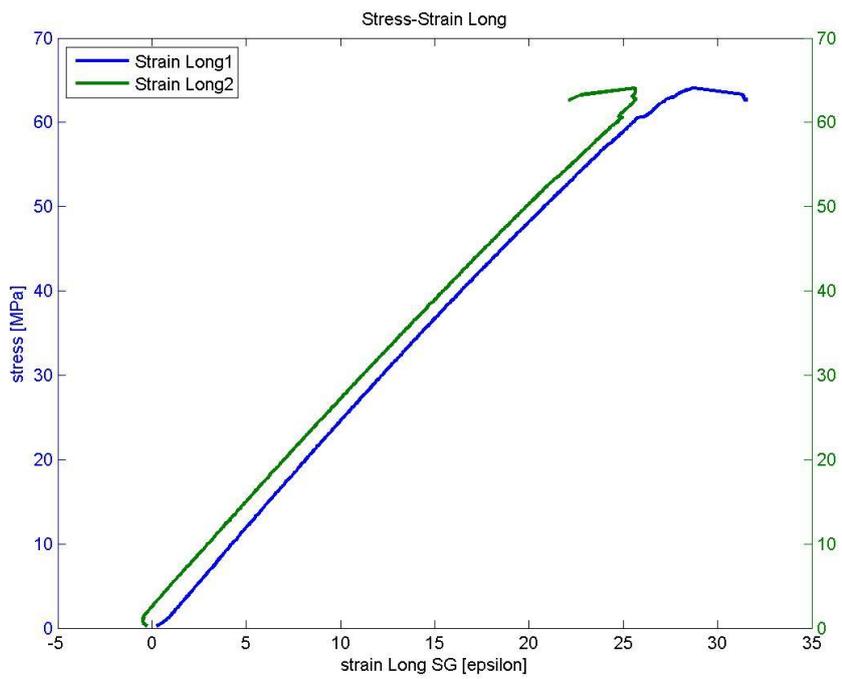


fig. D 47

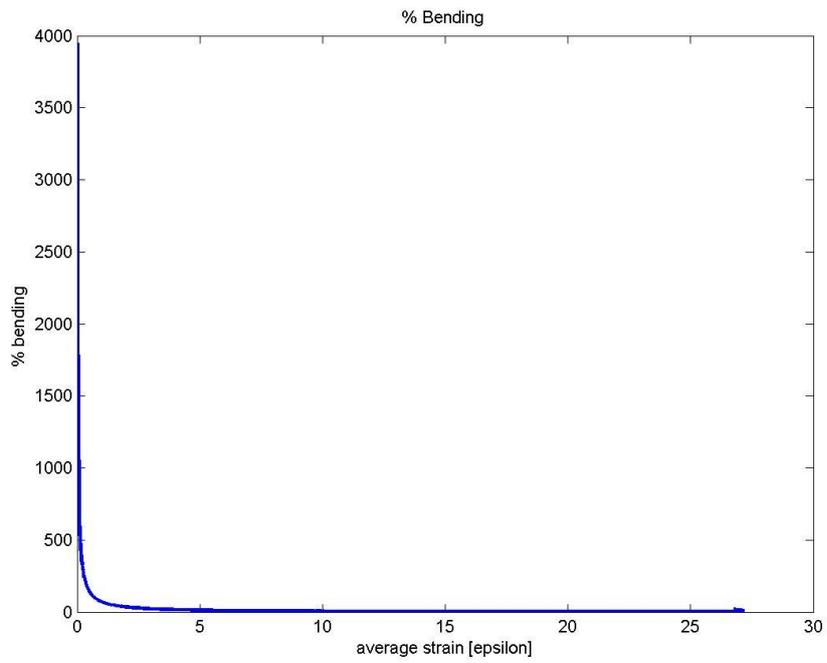


fig. D 48

Provino D3

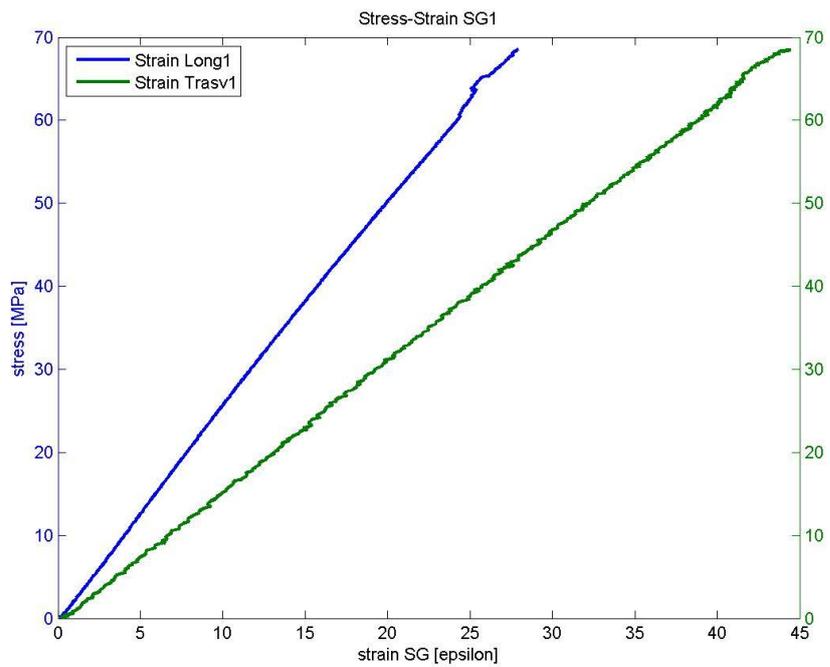


fig. D 49

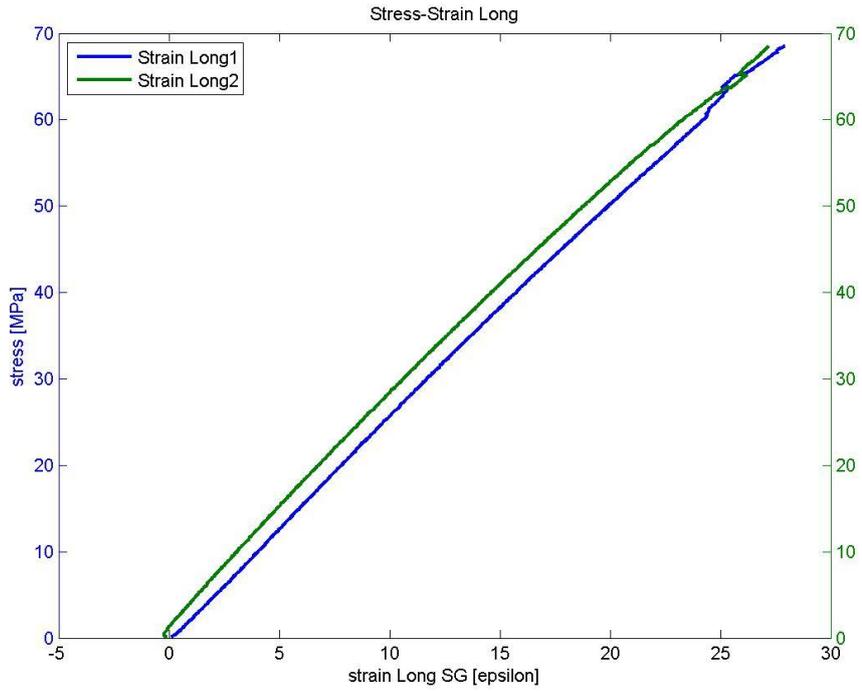


fig. D 50

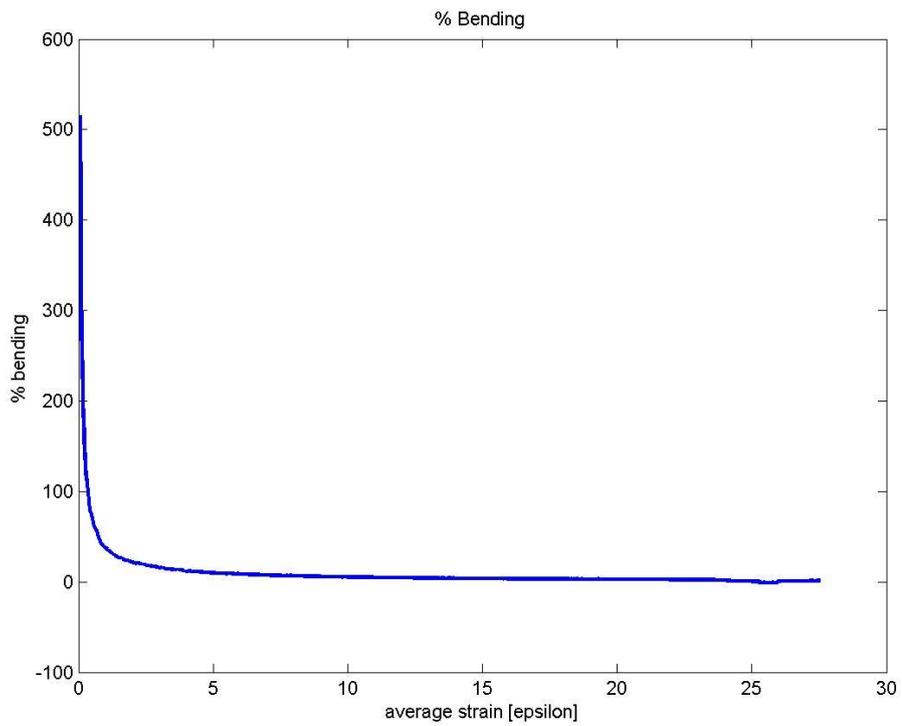


fig. D 51

Provino D4

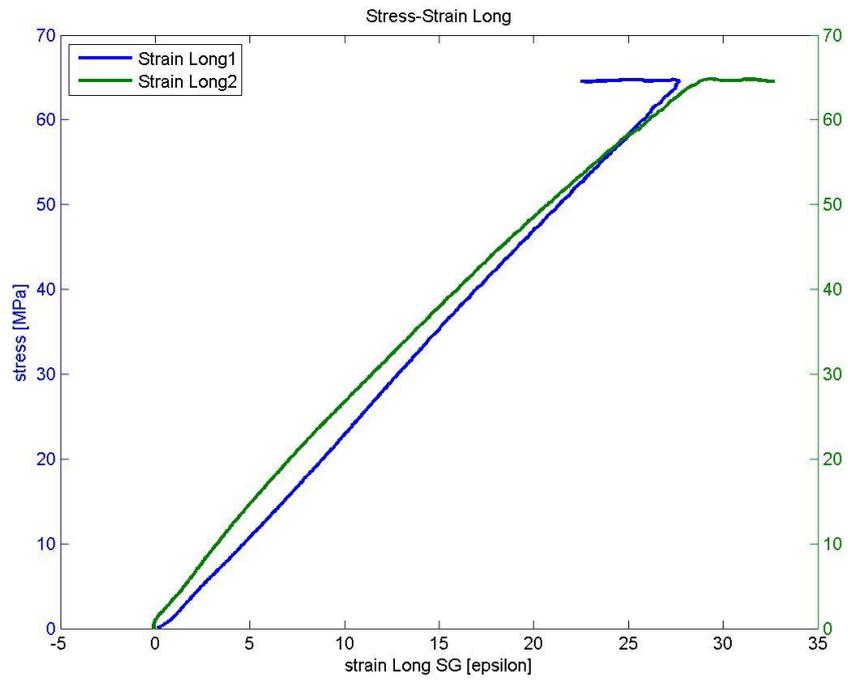


fig. D 52

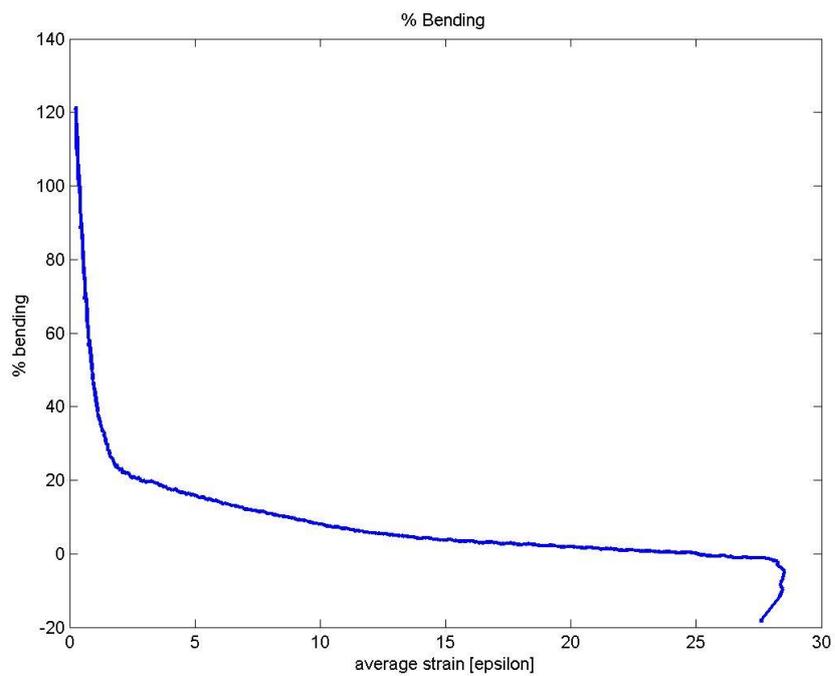


fig. D 53

Provino D5

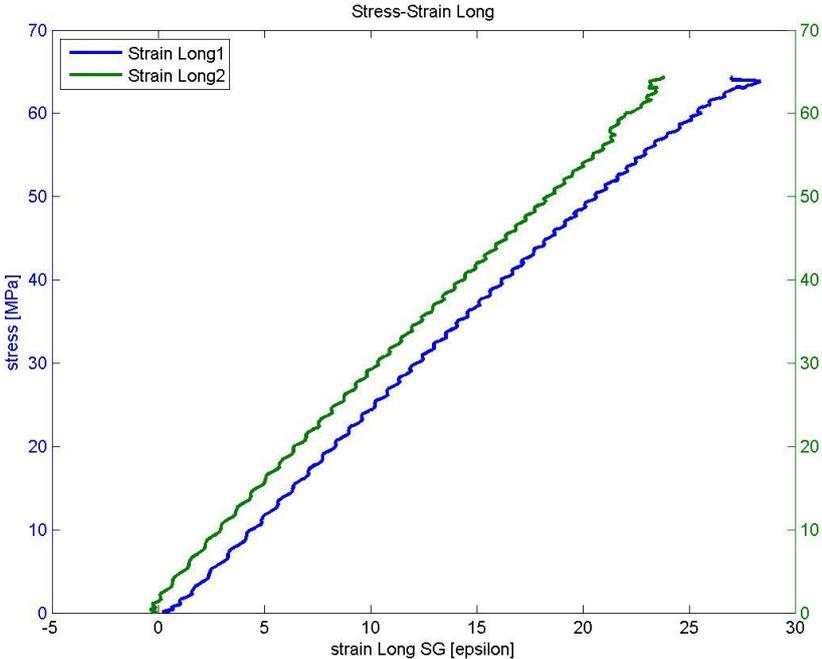


fig. D 54

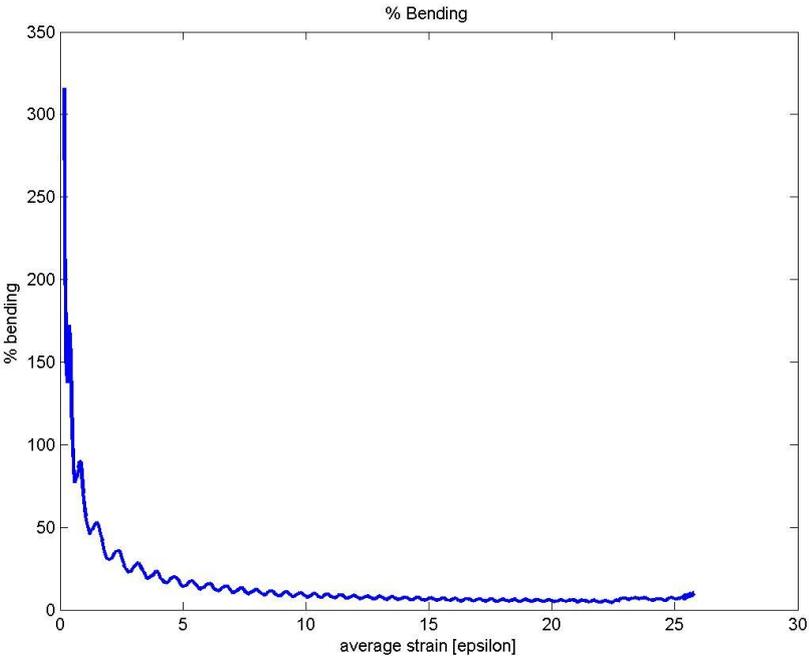


fig. D 55

Provino E1

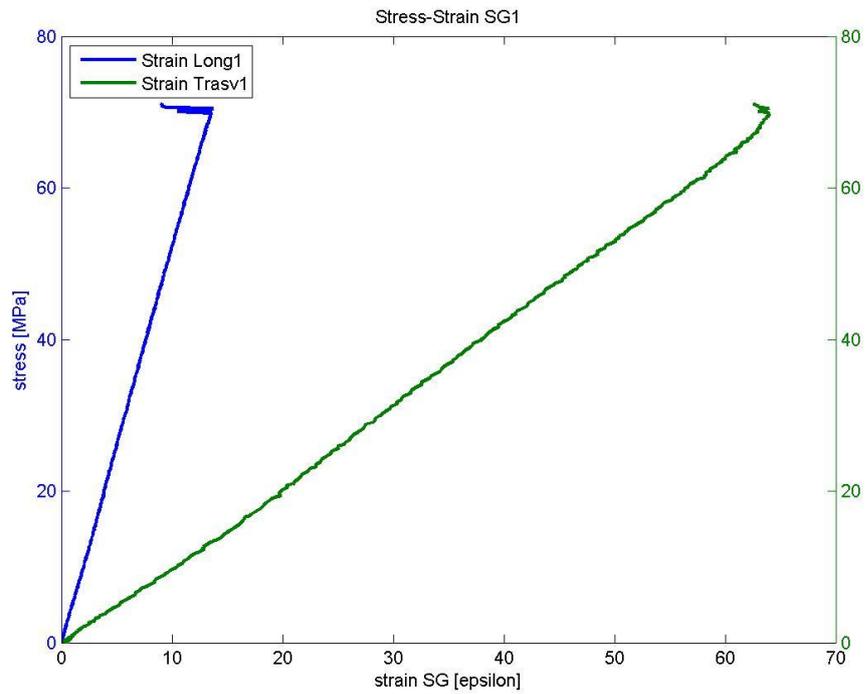


fig. D 56

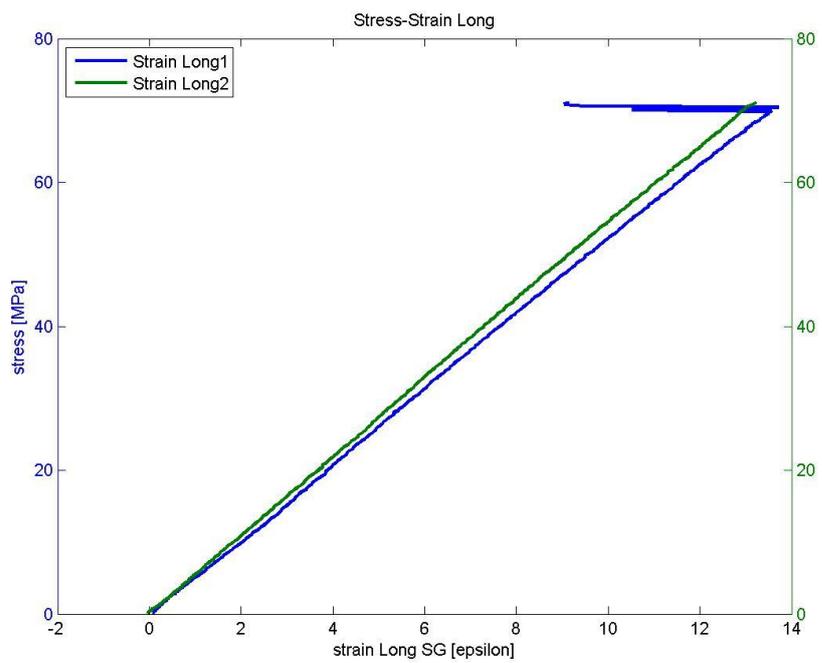


fig. D 57

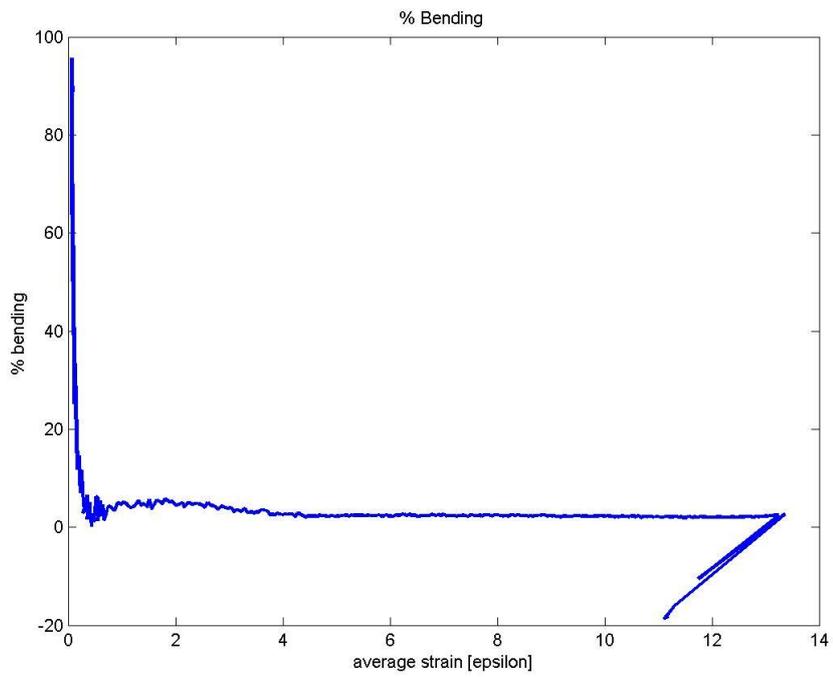


fig. D 58

Provino E2

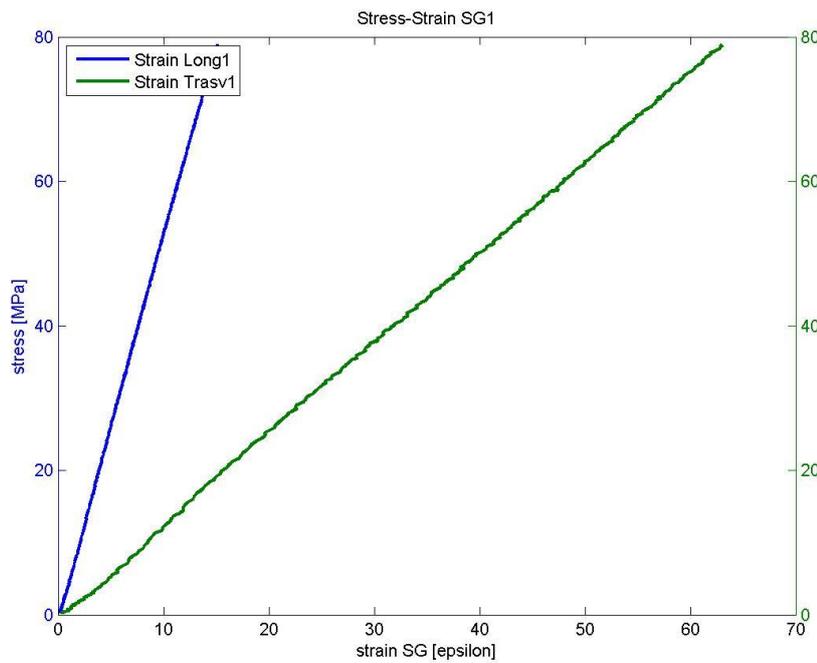


fig. D 59

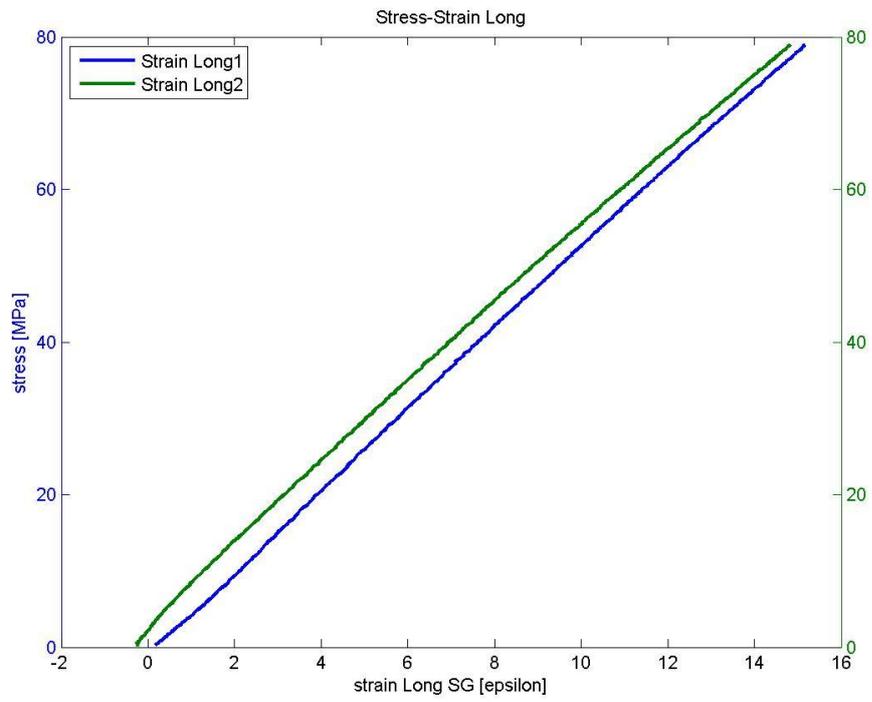


fig. D 60

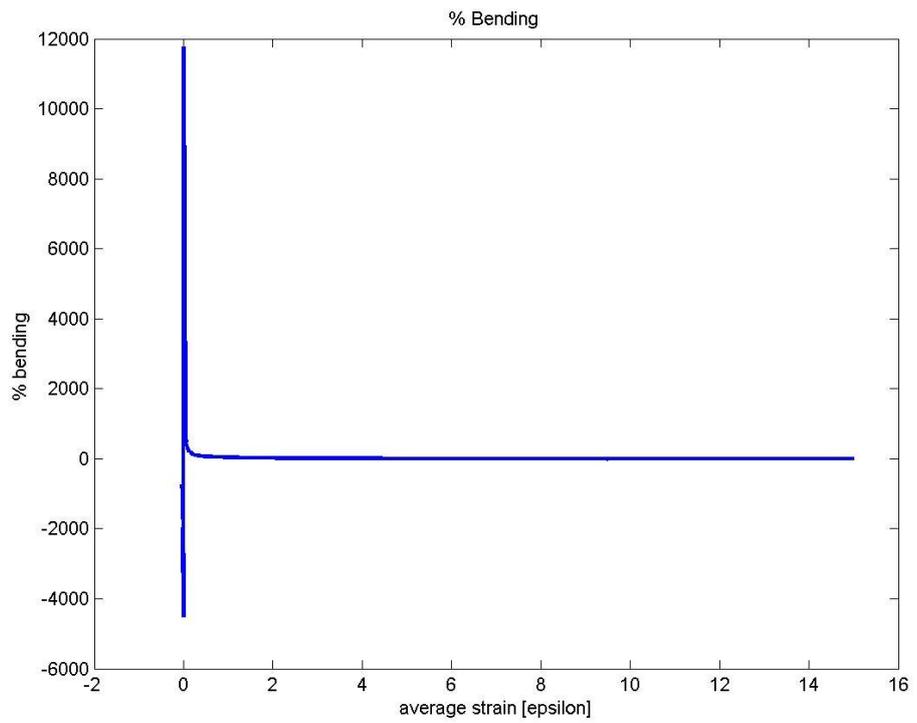


fig. D 61

Provini E3

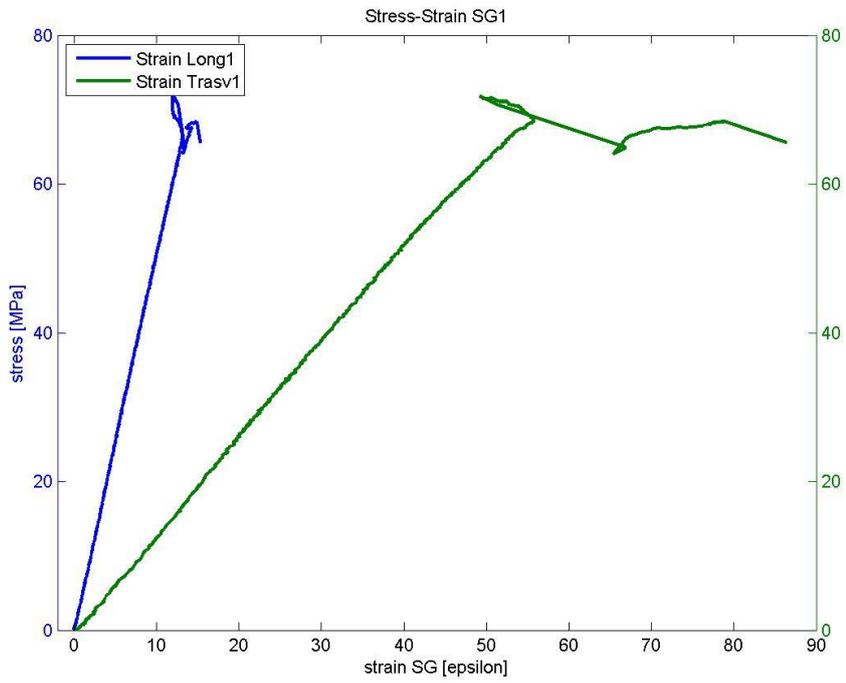


fig. D 62

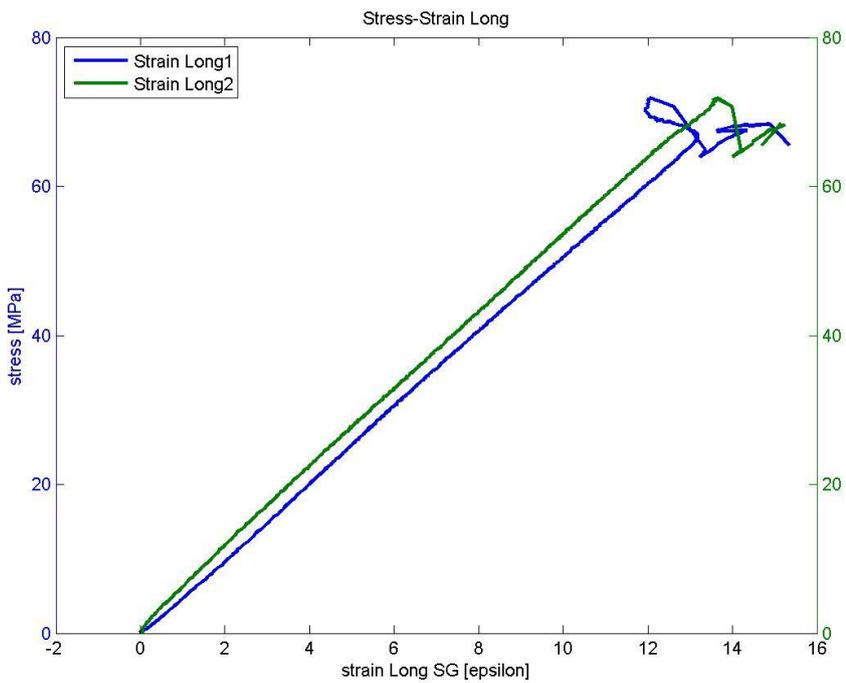


fig. D 63

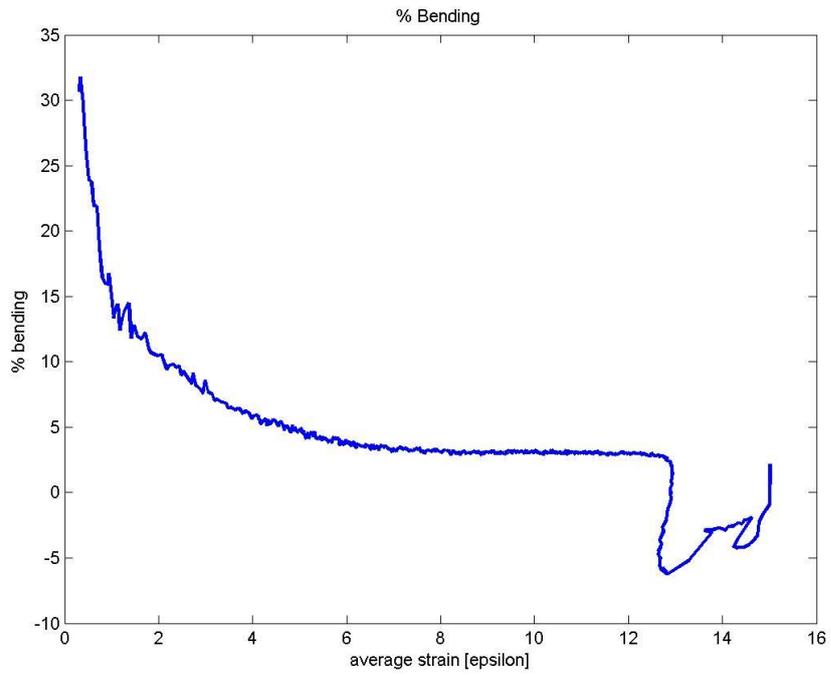


fig. D 64

Provini E4

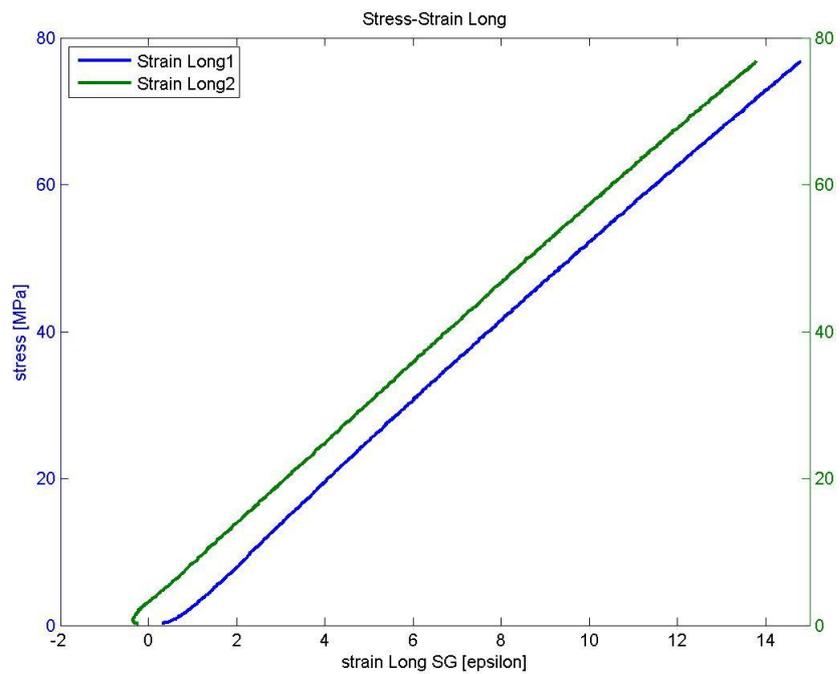


fig. D 65

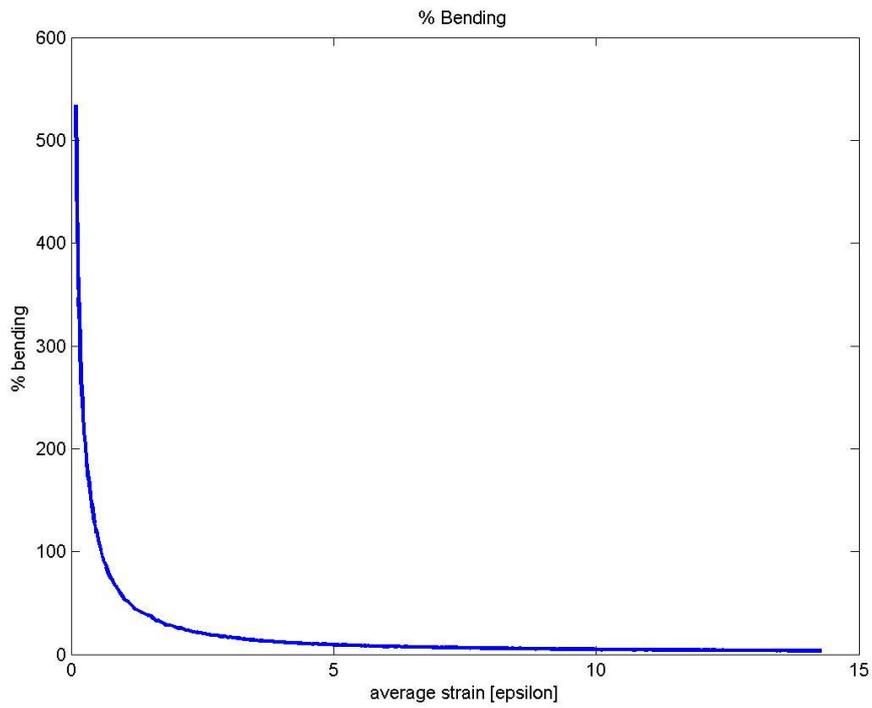


fig. D 66

Provino E5

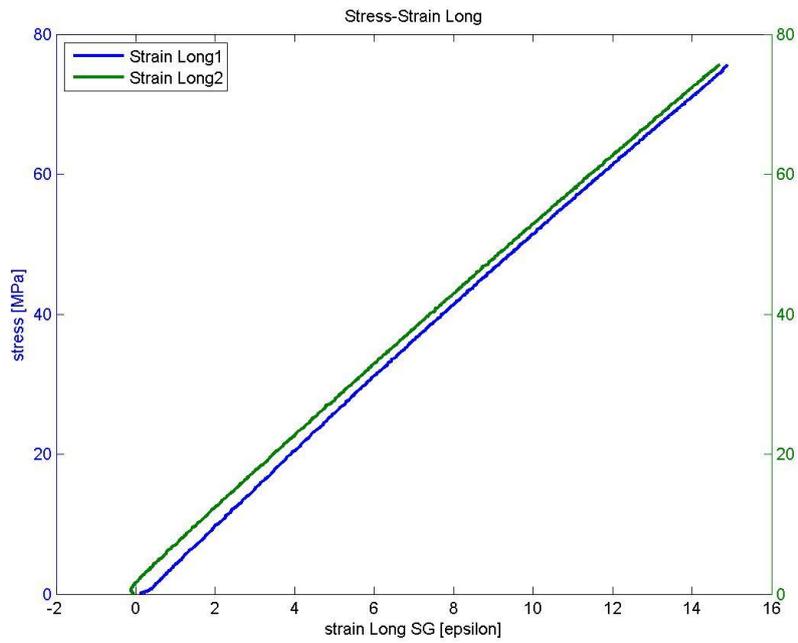


fig. D 67

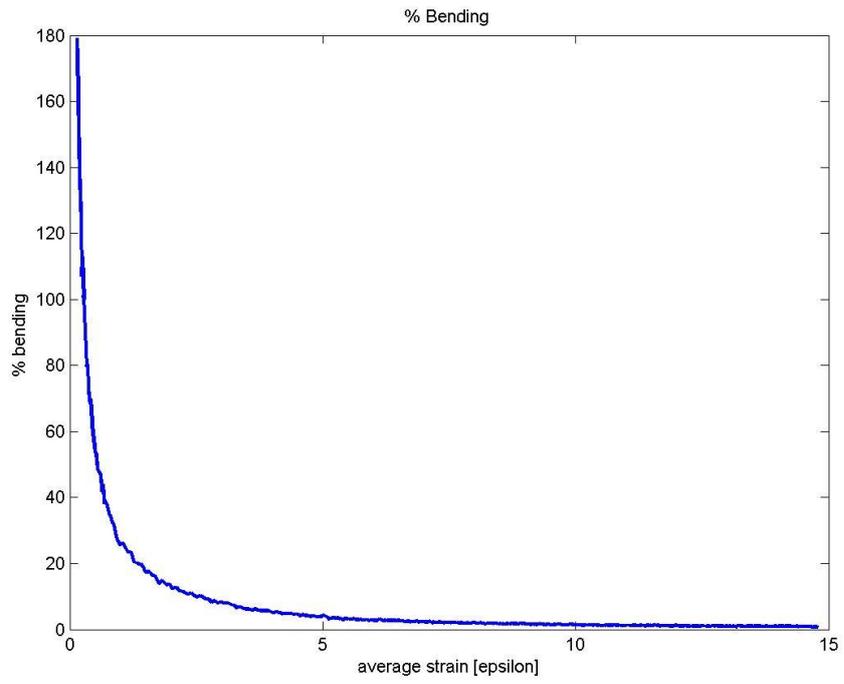


fig. D 68

Provino F1

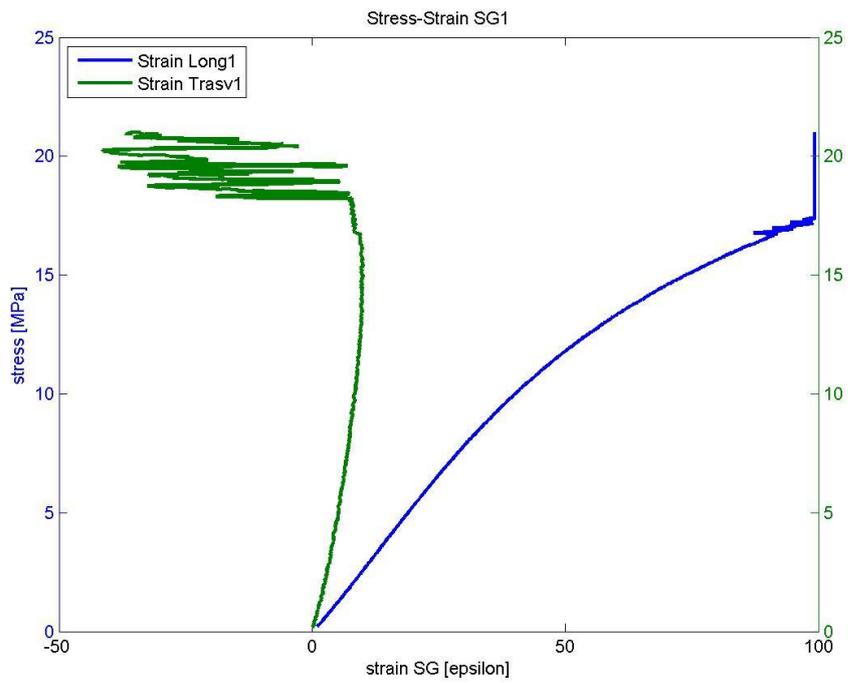


fig. D 69

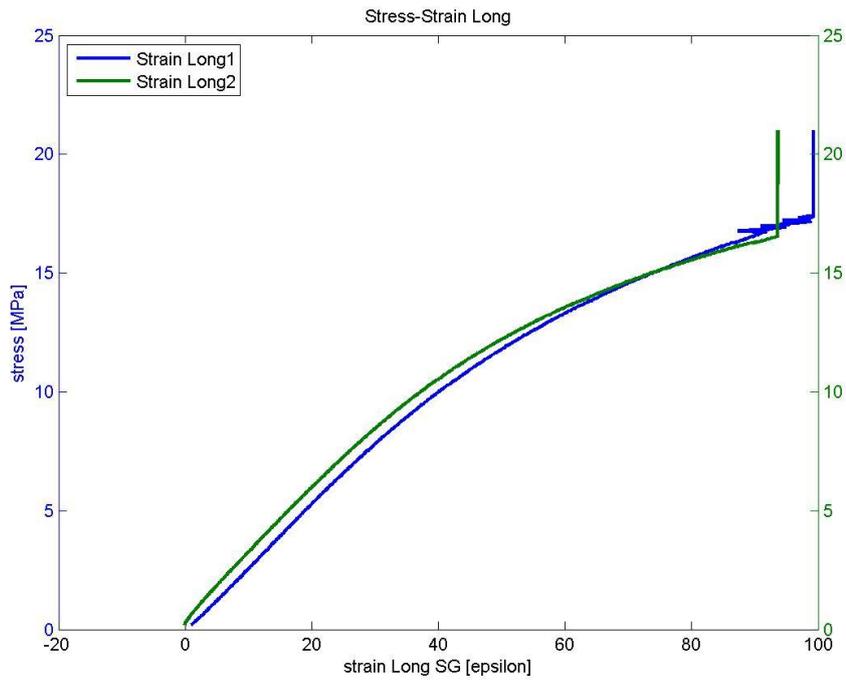


fig. D 70

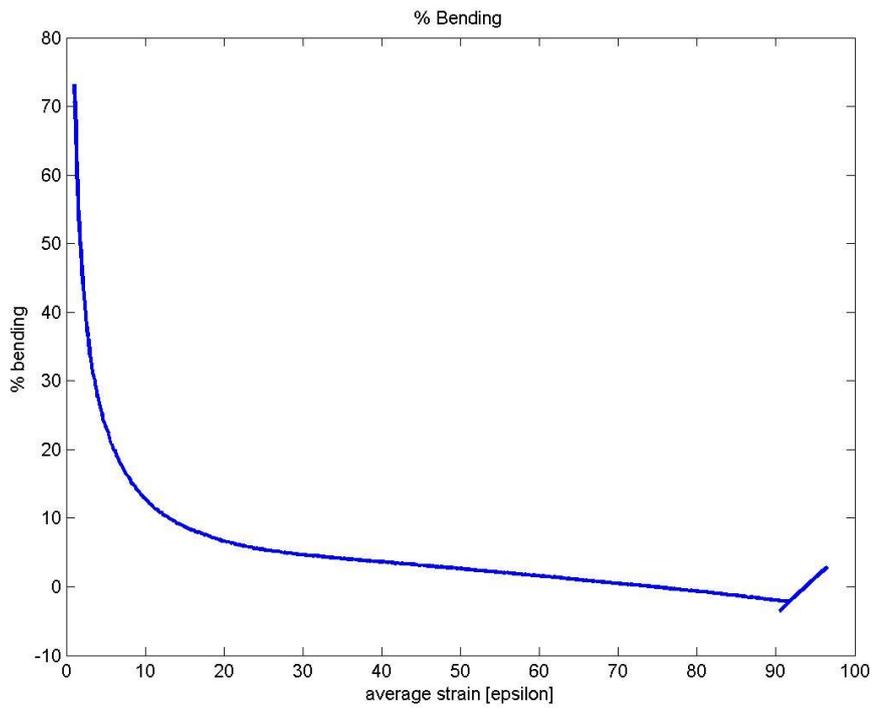


fig. D 71

Provino F2

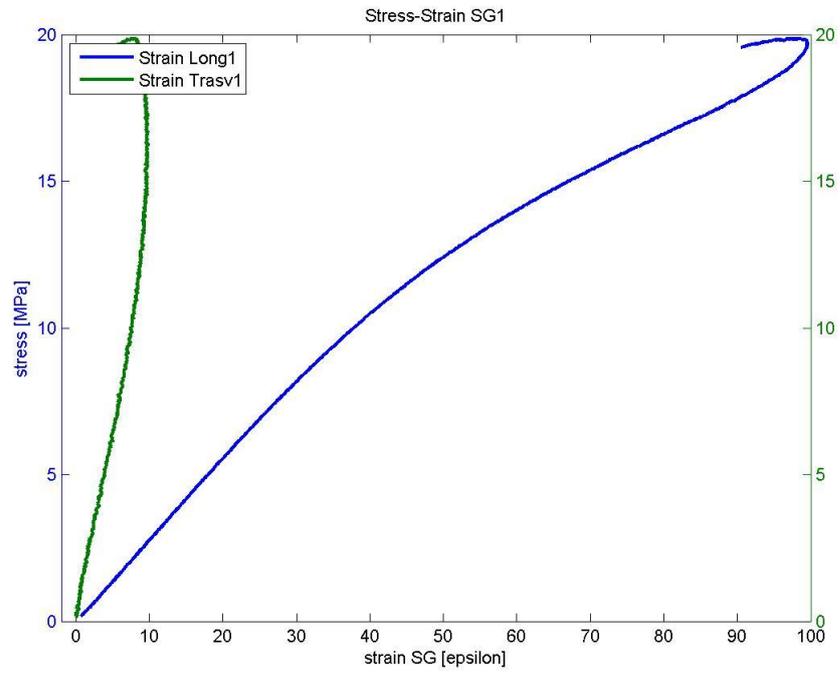


fig. D 72

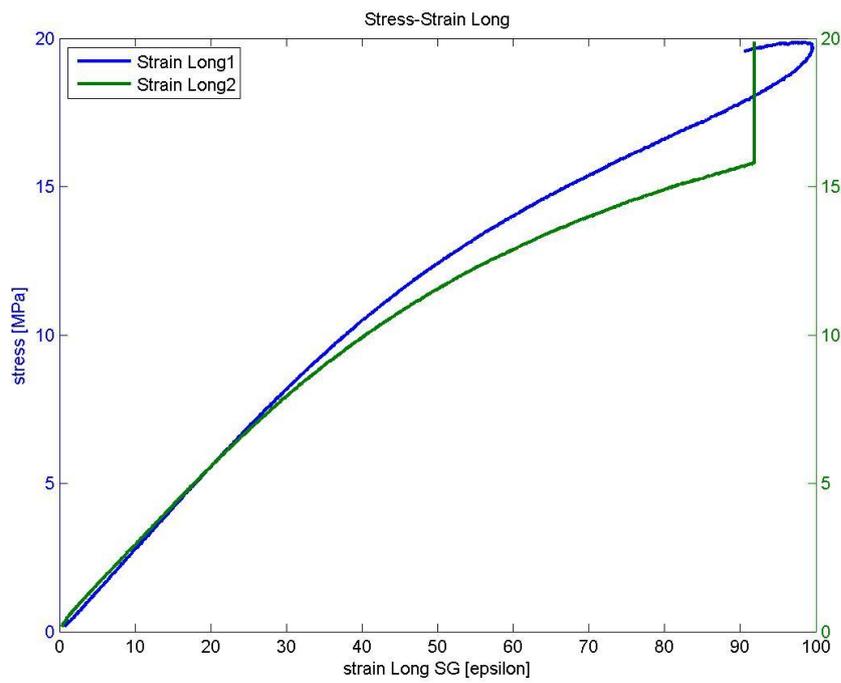


fig. D 73

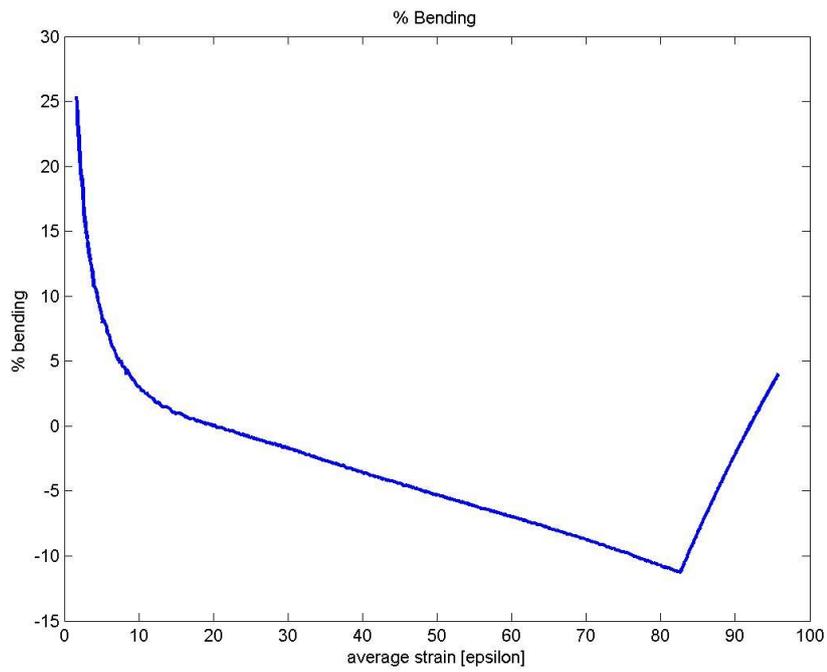


fig. D 74

Provino F3

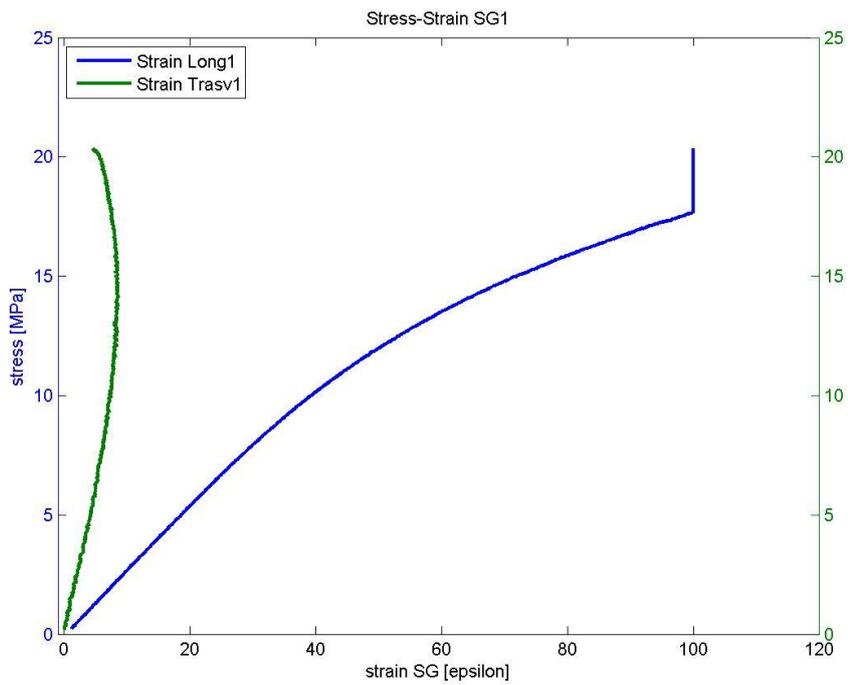


fig. D 75

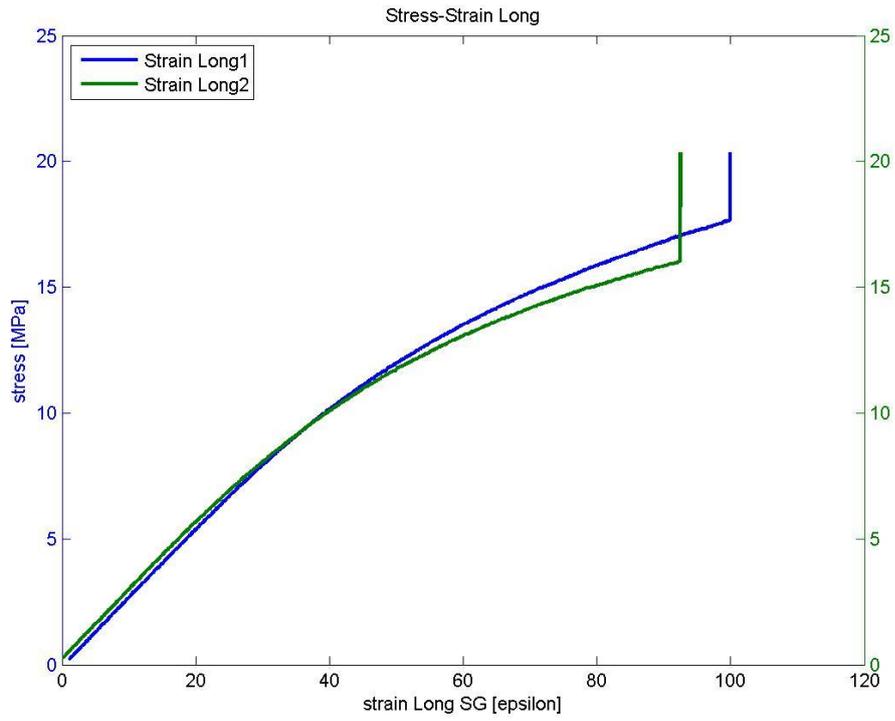


fig. D 76

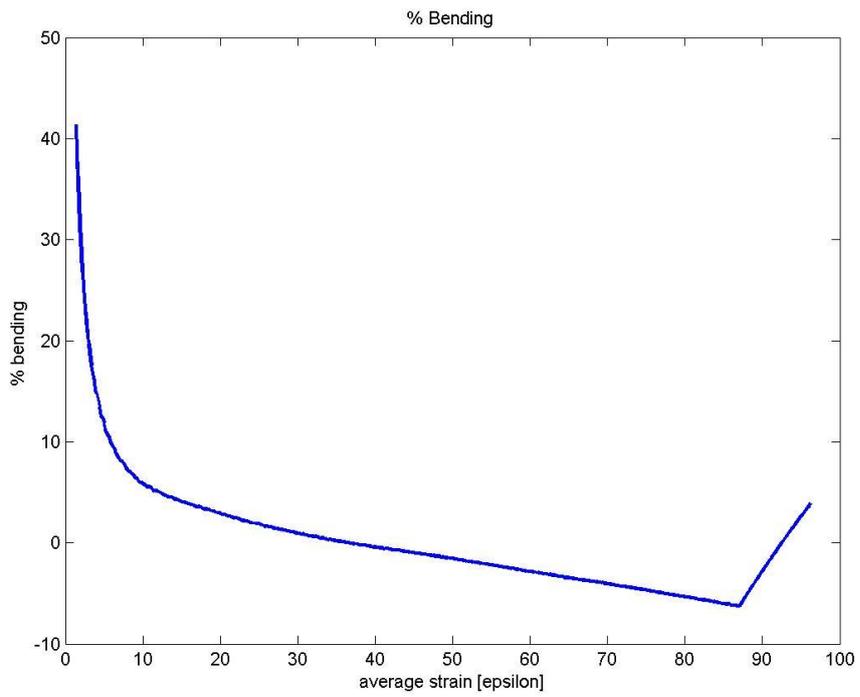


fig. D 77

Provino F4

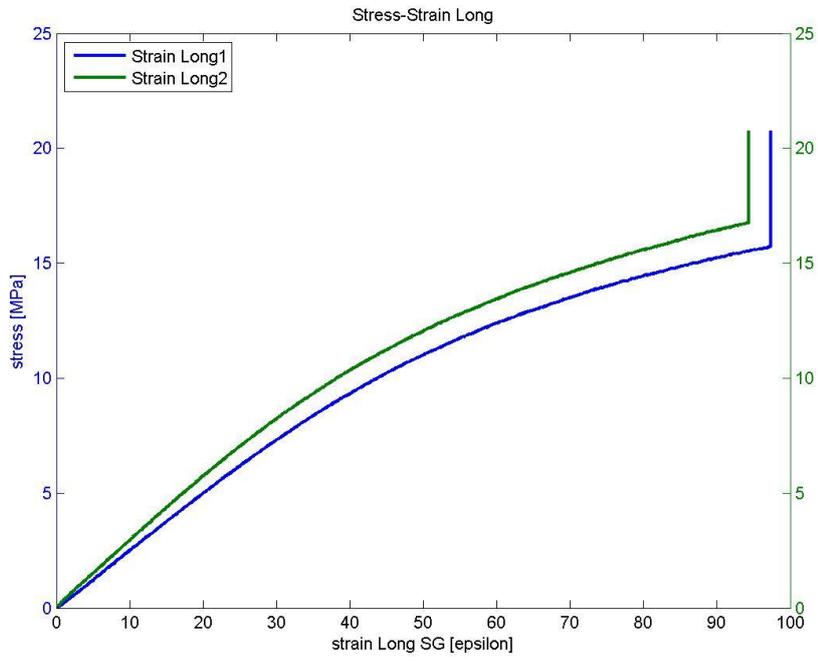


fig. D 78

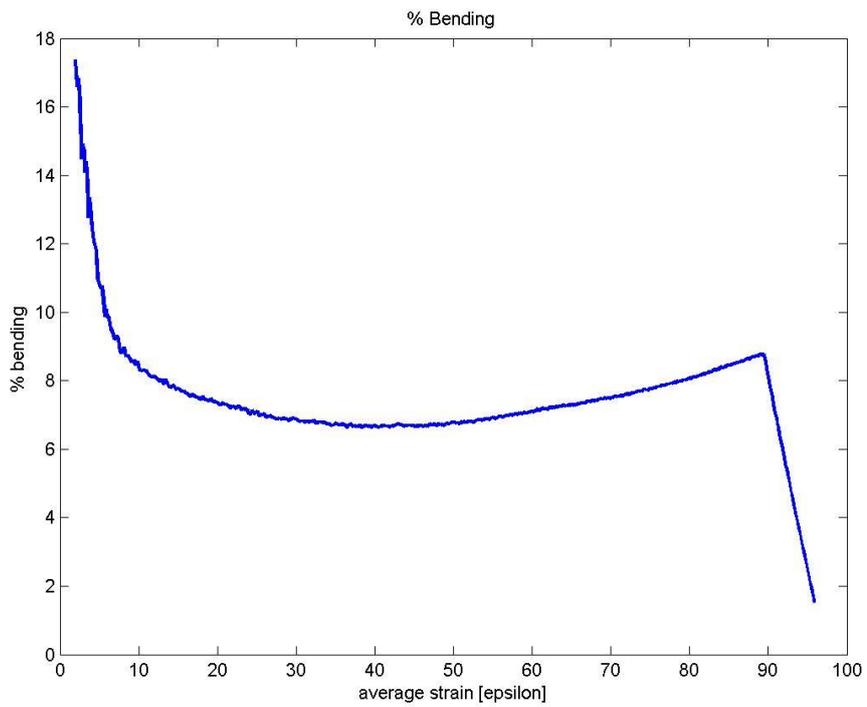


fig. D 79

Provino F5

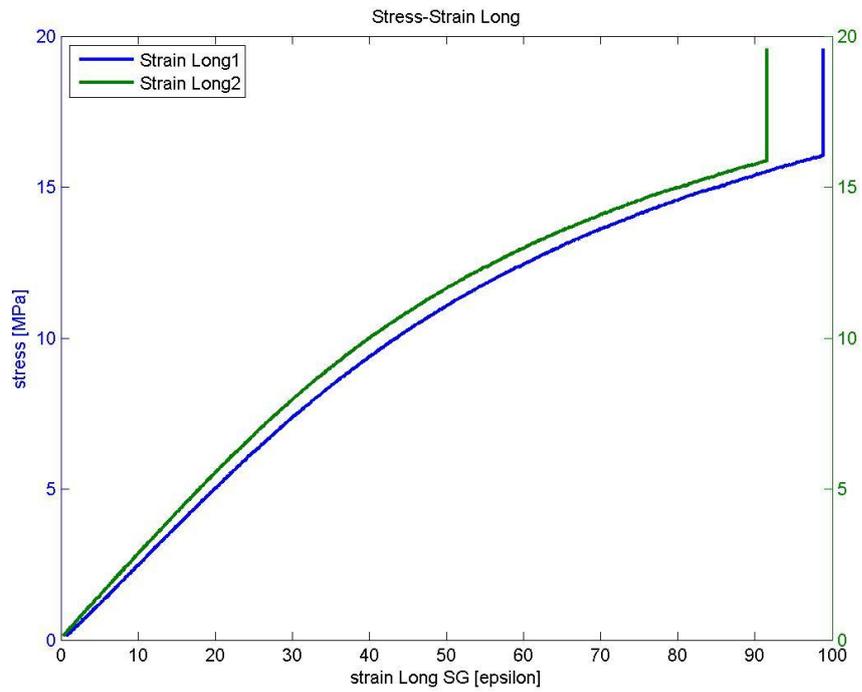


fig. D 80

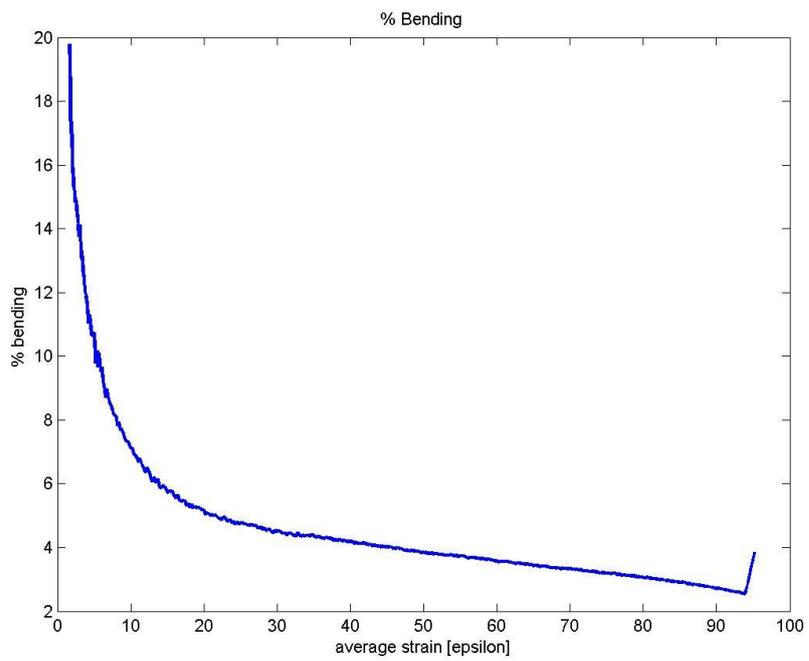


fig. D 81

Appendice E

Micrografie

Provino A3

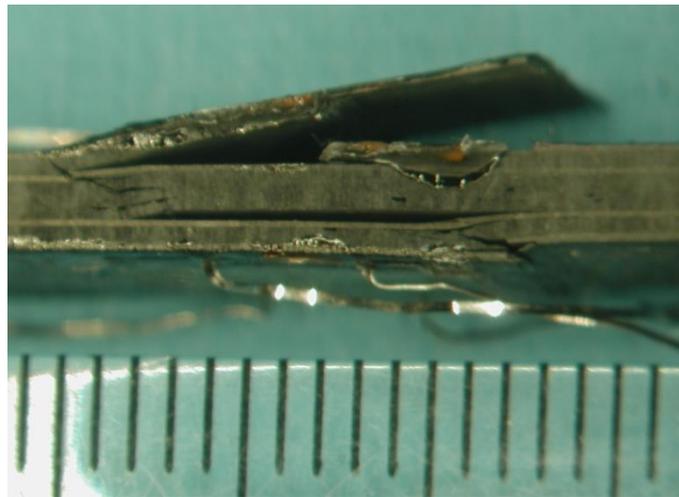


fig. E 1

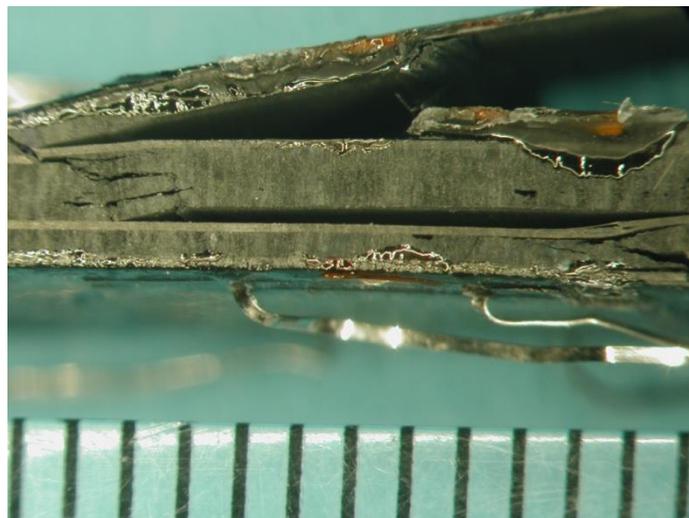


fig. E 2

Provino B4

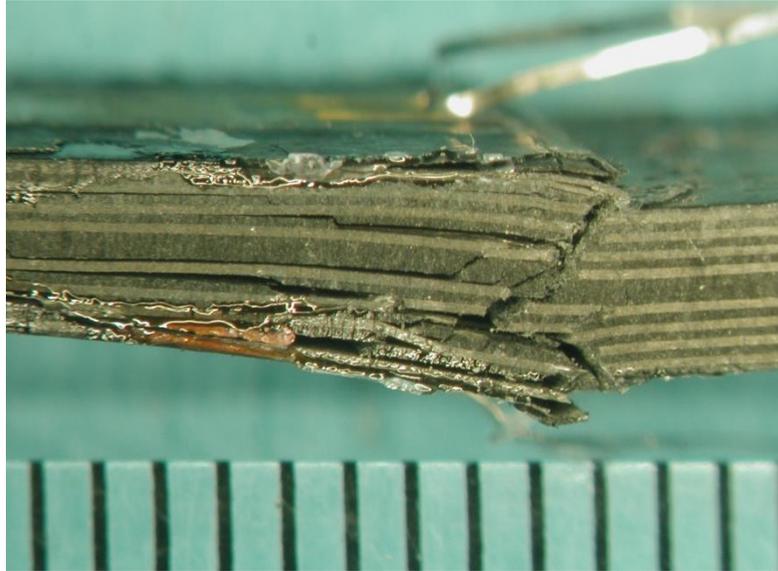


fig. E 3



fig. E 4

Provino B11

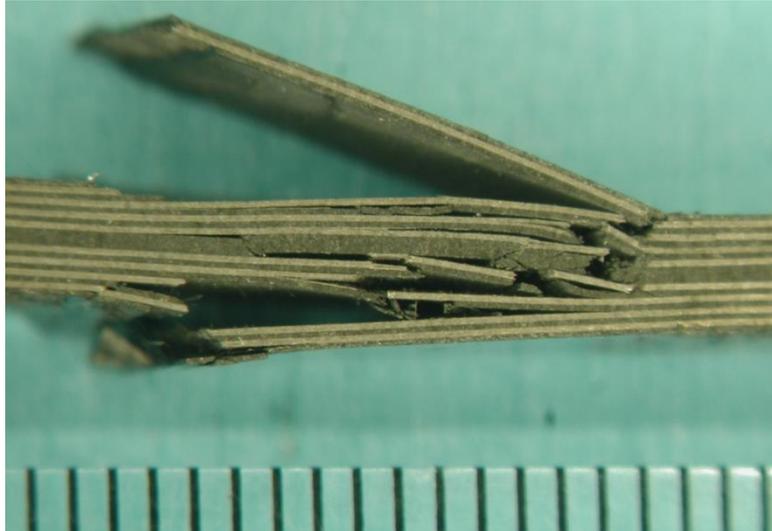


fig. E 5



fig. E 6

Provino C12

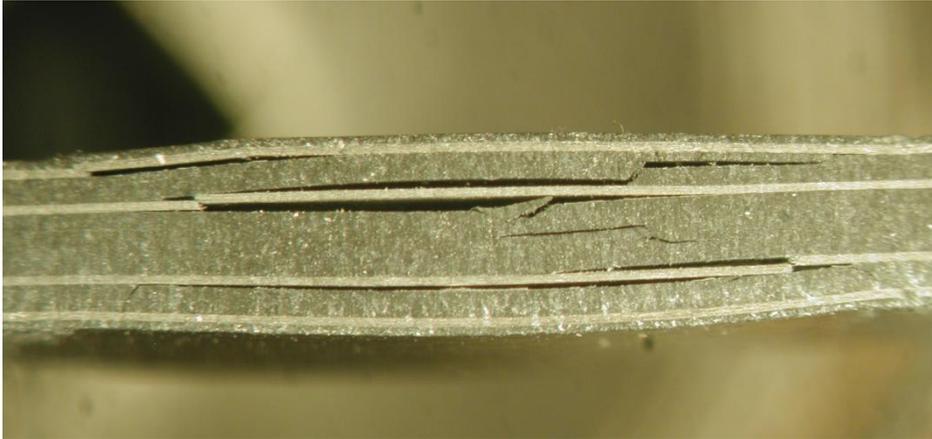


fig. E 7

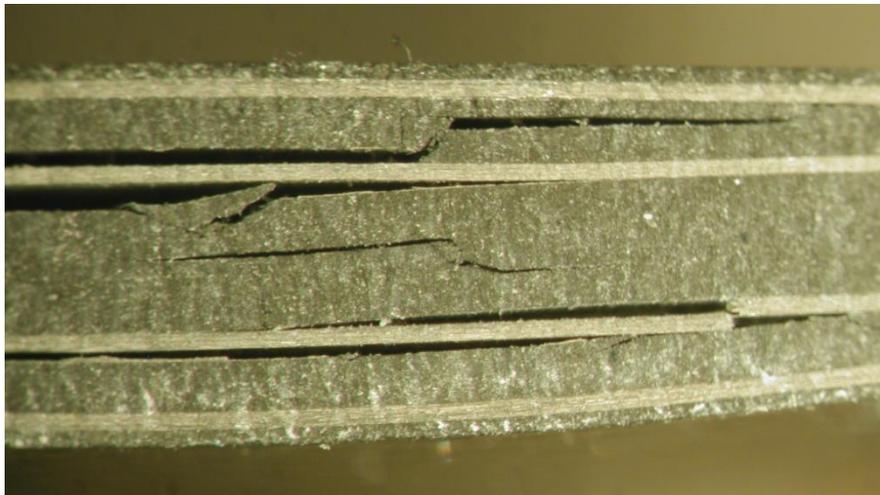


fig. E 8

Provino D2 – unico provino incorso in instabilità flessionale

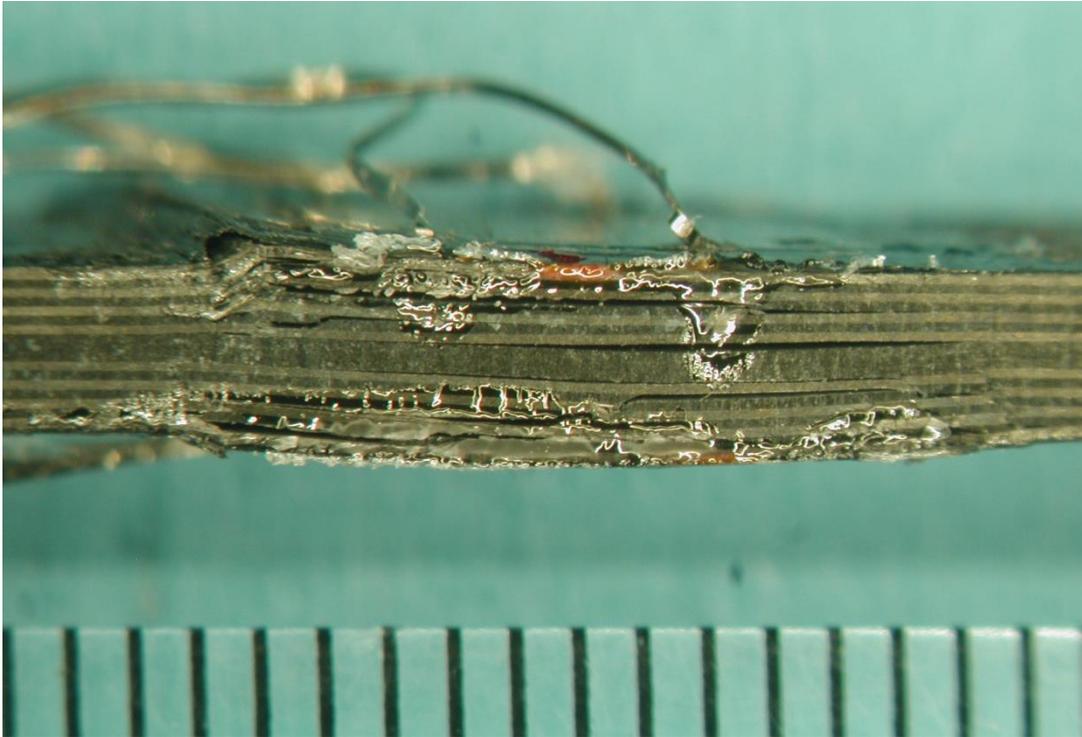


fig. E 9

Provino D5

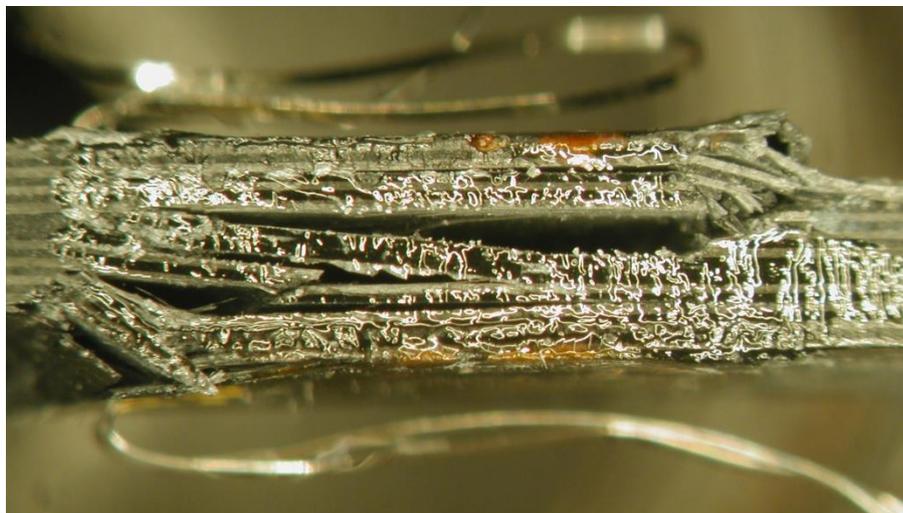


fig. E 10

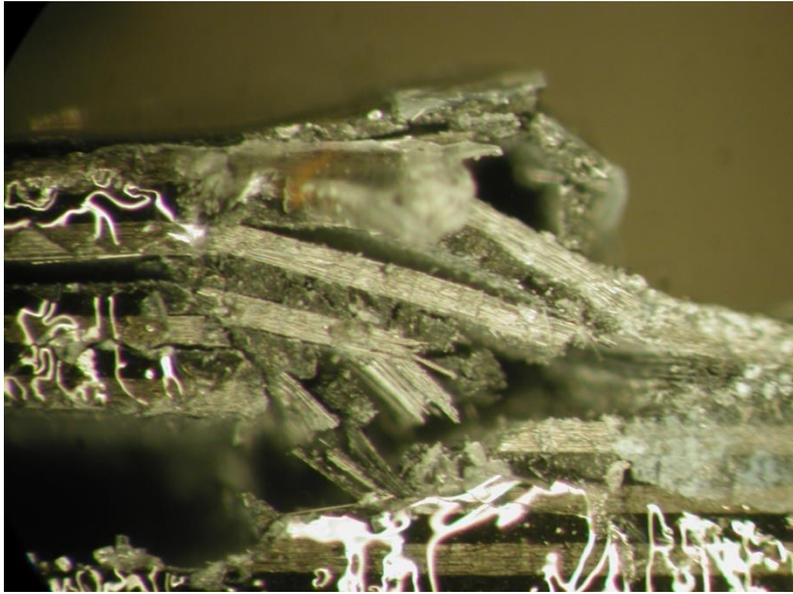


fig. E 11

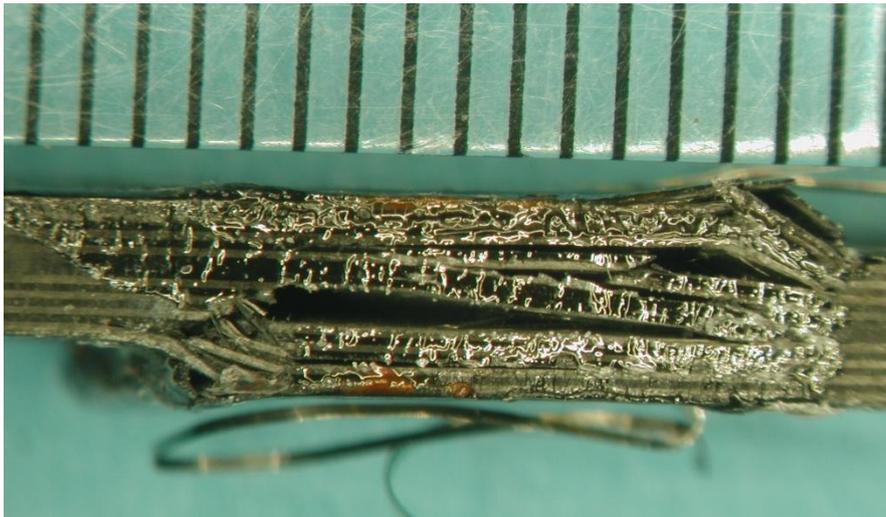


fig. E 12

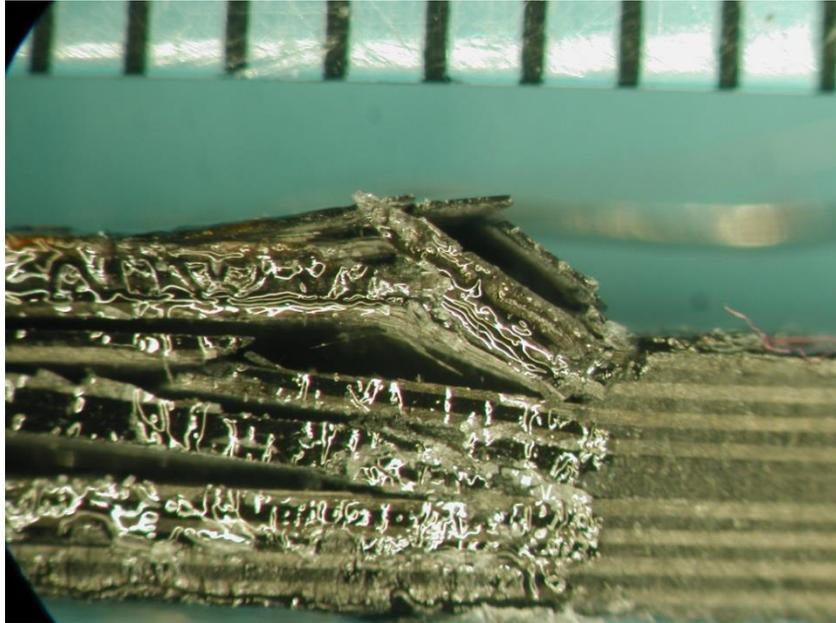


fig. E 13

Provino E13

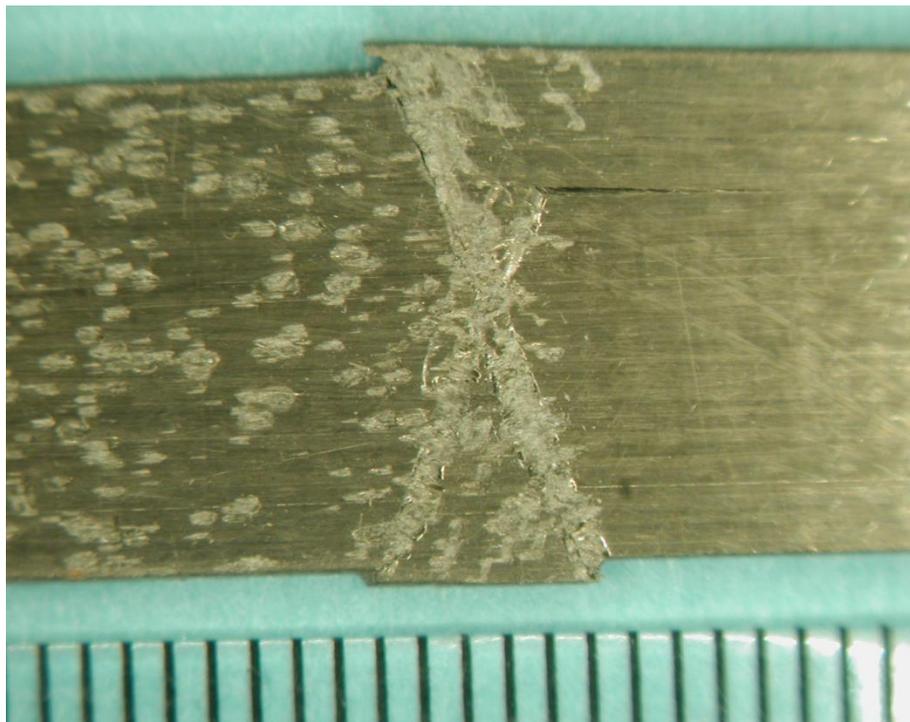


fig. E 14

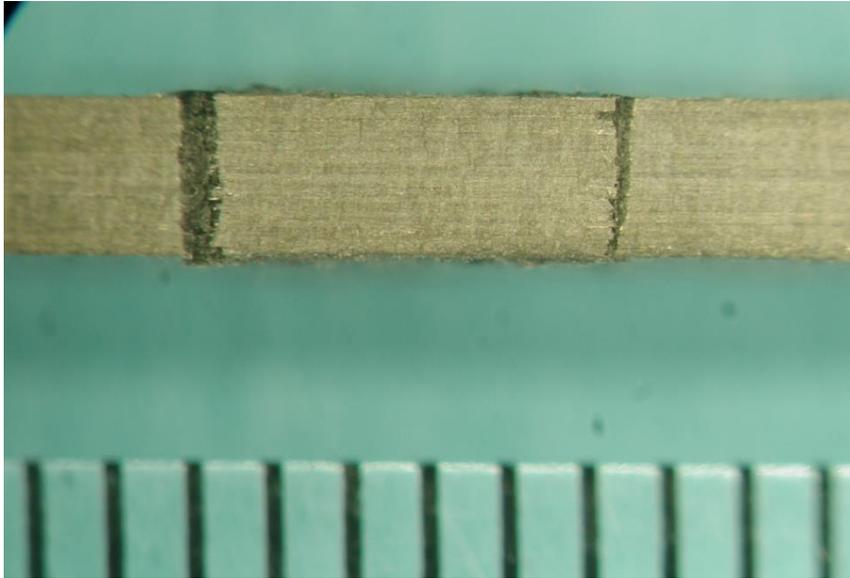


fig. E 15

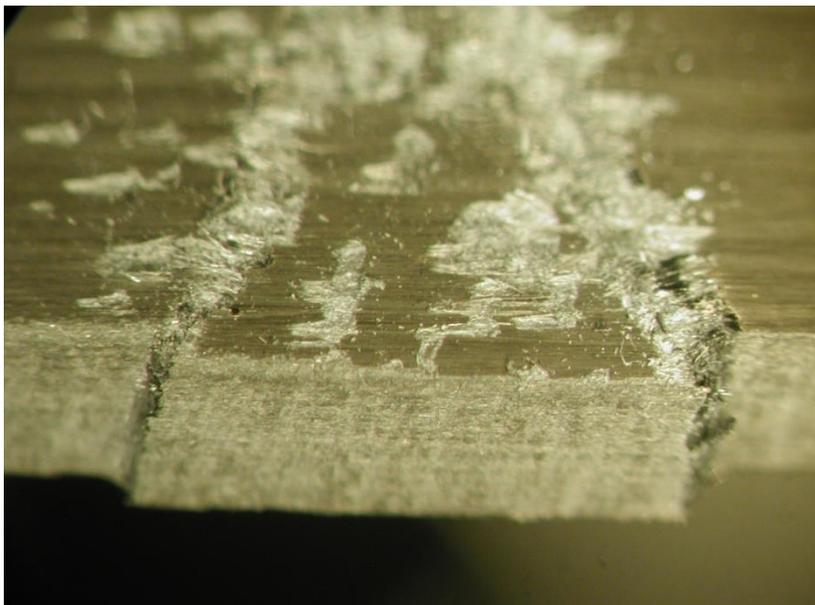


fig. E 16

Provino F11

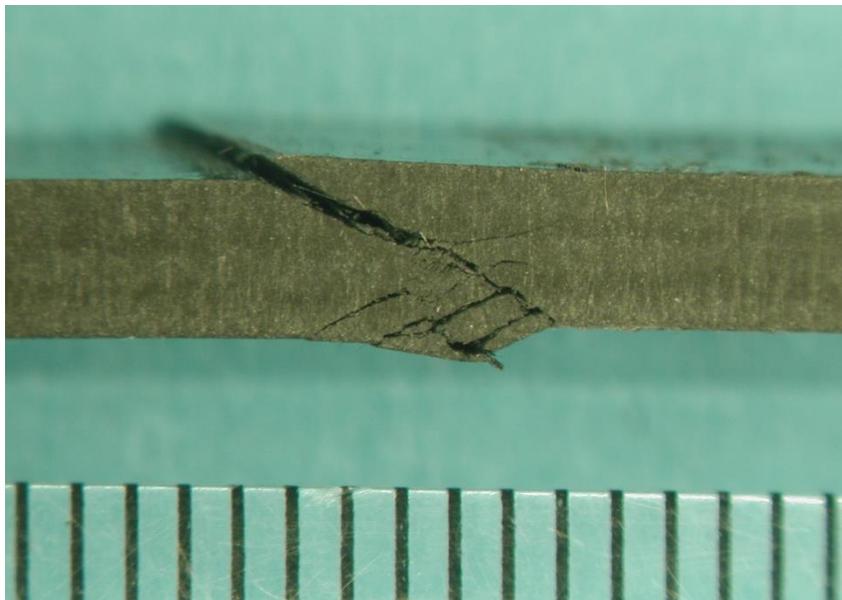


fig. E 17



fig. E 18

Appendice F

Script

Elaborazione

```
clear all
close all
clc

%Dati provino
k=input('Serie di appartenenza del provino da elaborare:
        1=A;2=B;3=C;4=D;5=E;6=F \n');

if k==1
    run proviniA %per caricare dati dallo script in cui sono
                contenute le dimensioni di ogni provino
elseif k==2
    run proviniB
elseif k==3
    run proviniC
elseif k==4
    run proviniD
elseif k==5
    run proviniE
elseif k==6
    run proviniF
else
    disp('Nessun provino corrispondente')
    break
end

% Dimensioni provino
n=input('Numero del provino di cui si vogliono elaborare i dati\n');
lunghezza=lunghezza_prov(n);
larghezza=larghezza_prov(n);
spessore=spessore_prov(n);
peso=peso_prov(n);

sezione=larghezza*spessore;
volume=larghezza*spessore*lunghezza;
densita=peso/volume*1e6;
fprintf('Dati relativi al provino in esame: \nLunghezza= %4.2f mm
        \nLarghezza= %4.2f mm \nSpessore= %4.2f mm \nSezione= %4.2f
        mm^2\nDensità= %4.2f kg/m^3 \n',
        lunghezza, larghezza, spessore, sezione, densita)
```

```

%strumentazione
disp('Strumentazione del provino')
disp('1=non strumentato')
disp('2=solo estensimetri longitudinali in configurazione back-to-
back')
disp('3=un estensimetro longitudinale ed una rodsetta in
configurazione back-to-back')
scelta=input('Tipo strumentazione=');

% Dati Calibrazione
SG_long_1=2492.869541;
SG_long_2=2500.013048;
SG_trasv_1=2491.384716;

uiloadd
pause

% DATI DEL FILE.DAT
%differenziazione in base al tipo di acquisizione preprogrammata
m=length(data(1,:));
if m==5
    carico=data(:,1)-data(1,1);
    corsa=data(:,2);
    sg_long_1=data(:,3);
    sg_trasv_1=data(:,4);
    sg_long_2=data(:,5);
elseif m==4
    carico=data(:,1)-data(1,1);
    corsa=data(:,2);
    sg_long_1=data(:,3);
    sg_long_2=data(:,4);
    sg_trasv_1=0*sg_long_1;
elseif m==7
    carico=data(:,1)-data(1,1);
    tempo=data(:,2)-data(1,2);
    corsa=data(:,3);
    sg_long_1=data(:,4);
    sg_trasv_1=data(:,5);
    sg_long_2=data(:,6);
    sg_trasv_2=data(:,7);
end

if scelta==1 %no strumentazione

% elaborazione
stress=carico/sezione;

massimo_carico_rottura=min(carico);
dd_c=[0; diff(carico)];
cc1=find(dd_c==max(abs(dd_c)));

```

```

if ccl==1
    carico_ultimo=carico(find(dd_c==max(abs(dd_c))));
else
    carico_ultimo=carico(find(dd_c==max(abs(dd_c)))-1);
end

if massimo_carico_rottura>=carico_ultimo
    ultimo_carico=massimo_carico_rottura;
else
    ultimo_carico=carico_ultimo;
end

laminata_compressive_strength=min(stress);
fprintf('\nmassimo carico a rottura= %4.2f [N],\nlaminata
compressive strength= %4.2f [MPa] \n\n',...
        massimo_carico_rottura,laminata_compressive_strength)

elseif scelta==2 %due estensimetri longitudinali
    k_sg_long1=2.04;
    k_sg_long2=2.04;

% elaborazione
stress=carico/sezione;
strain_long_1=(sg_long_1-sg_long_1(1))*SG_long_1*2/k_sg_long1*1e-6;
strain_long_2=(sg_long_2-sg_long_2(1))*SG_long_2*2/k_sg_long2*1e-6;

average_strain=(strain_long_1+strain_long_2)/2;
bending=(strain_long_1-
          strain_long_2)./(strain_long_1+strain_long_2)*100;

massimo_carico_rottura=min(carico);
dd_c=[0; diff(carico)];
ccl=find(dd_c==max(abs(dd_c)));
if ccl==1
    carico_ultimo=carico(find(dd_c==max(abs(dd_c))));
else
    carico_ultimo=carico(find(dd_c==max(abs(dd_c)))-1);
end

if massimo_carico_rottura>=carico_ultimo
    ultimo_carico=massimo_carico_rottura;
else
    ultimo_carico=carico_ultimo;
end

laminata_compressive_strength=min(stress);
fprintf('\nmassimo carico = %4.2f [N],\nlaminata compressive
strength= %4.2f [MPa] \n\n',...
        massimo_carico_rottura,laminata_compressive_strength)

```

```

% nella normativa viene richiesto un range tra 1000 e 3000
% micro-epsilon, ma si deve osservare nei grafici se questo range è
% adatto al provino in esame.

d_carico_filt=medfilt1([0; diff(carico)],10);
p_carico_ini=find(d_carico_filt<=-2.5, 1 );
p_carico_finale=find(carico==ultimo_carico);
carico_ini=carico(p_carico_ini);

Bending_filt=medfilt1(bending(p_carico_ini:p_carico_finale),20);
stress_bending_iniziale=find([0;diff(Bending_filt)]==min([0;
diff(Bending_filt)]))+p_carico_ini;

k=figure;
[ax,h3,h4]=plotyy(strain_long_1(p_carico_ini:p_carico_finale),
    stress(p_carico_ini:p_carico_finale),
    strain_long_2(p_carico_ini:p_carico_finale),
    stress(p_carico_ini:p_carico_finale));
set(h3,'LineWidth',2);
set(h4,'LineWidth',2);
title('Stress-Strain Long')
ylabel('stress [MPa]')
xlabel('strain Long SG [epsilon]')
legend('Strain Long1','Strain Long2','Location','NorthWest')
saveas(k,'Stress-Strain_L','jpg')

y=figure;
plot(average_strain(stress_bending_iniziale:p_carico_finale),
    bending(stress_bending_iniziale:p_carico_finale),
    'LineWidth',2);
title('% Bending ')
xlabel('average strain [epsilon]')
ylabel('% bending ')
saveas(y,'Bending','jpg')

%Introduzione intervallo di calcolo
disp('Osservare in quale tratto del grafico la funzione è circa
    rettilinea e,');
disp('considerando che la normativa prescrive un range da 1000 a
    3000 microepsilon,');
disp('scegliere un intervallo di deformazione per cui andare a
    ricavare i dati cercati');

lim_inf_mepsilon=input('limite inferiore=');
lim_sup=-lim_inf_mepsilon*1e-6;
lim_sup_mepsilon=input('limite superiore=');
lim_inf=-lim_sup_mepsilon*1e-6;

% calcolo con regressione lineare
b=corsa(carico==massimo_carico_rottura);

```

```

if length(b)>1
    bb=b(end);
else
    bb=b;
end

A=find(strain_long_1>lim_inf & strain_long_1<lim_sup & corsa>bb);
B=diff(A)-1;
pos=(find(abs(B>0)));
L1=length(B)/2;

if pos>L1
    A(pos:end)=[];
    strain_long1_intervallo=strain_long_1(A);
else
    A(1:pos)=[];
    strain_long1_intervallo=strain_long_1(A);
end

stress_long1_intervallo=stress(A);

coeff_E1=polyfit(strain_long1_intervallo, stress_long1_intervallo,1);
E1=coeff_E1(1)/1000;

C=find(strain_long_2>lim_inf & strain_long_2<lim_sup & corsa>bb);
D=diff(C)-1;
pos2=find(abs(D>0));
L2=length(D)/2;

if pos2>L2
    C(pos:end)=[];
    strain_long2_intervallo=strain_long_2(C);
else
    C(1:pos)=[];
    strain_long2_intervallo=strain_long_2(C);
end

stress_long2_intervallo=stress(C);

coeff_E2=polyfit(strain_long2_intervallo, stress_long2_intervallo,1);
E2=coeff_E2(1)/1000;

%calcolo con metodo della corda (richiesto dalla normativa)
dy_E1=abs(stress_long1_intervallo(end)-stress_long1_intervallo(1));
dx_E1=abs(strain_long1_intervallo(end)-strain_long1_intervallo(1));
E1=dy_E1/dx_E1*1e-3;

dy_E2=abs(stress_long2_intervallo(end)-stress_long2_intervallo(1));
dx_E2=abs(strain_long2_intervallo(end)-strain_long2_intervallo(1));
E2=dy_E2/dx_E2*1e-3;

```

```

fprintf('\nE_Long1_RegressioneLineare= %4.2f [GPa],\nE_Long1_Corda=
      %4.2f [GPa] \n\n',E1,Ec1)
fprintf('E_Long2_RegressioneLineare= %4.2f [GPa],\nE_Long2_Corda=
      %4.2f [GPa] \n\n',E2,Ec2)

% variazione percentuale del modulo di Young
media_c=(Ec1+Ec2)/2;
Delta_E_corda=max(Ec1,Ec2)/media_c*100;

media_reg=(E1+E2)/2;
Delta_E_reg=max(E1,E2)/media_reg*100;

%bending
mid=(lim_inf+lim_sup)/2;
dist_m=abs(average_strain-mid);
bending_fail=bending(p_carico_finale);

if bending_fail==bending(find(carico==massimo_carico_rottura)-1)
    bending_failure='-';
    bending_medio=bending(dist_m==min(dist_m));
    disp('Bending non riscontrabile a rottura per saturazione ')
    fprintf('Bending percentuale metà intervallo di deformazione=
          %4.2f %%\n\n', bending_medio)
else
    bending_medio=bending(dist_m==min(dist_m));
    bending_failure=bending(p_carico_finale);
    fprintf('Bending percentuale a rottura= %4.2f %%,\nBending
          percentuale metà intervallo di deformazione= %4.2f
          %%\n\n', bending_failure, bending_medio)
end

elseif scelta==3 %estensimetro longitudinale + rosetta
    k_sg_trasv1=2.04;
    k_sg_long1=2;
    k_sg_long2=2.04;

% elaborazione
stress=carico/sezione;
strain_long_1=(sg_long_1-sg_long_1(1))*SG_long_1*2/k_sg_long1*1e-6;
strain_trasv_1=(sg_trasv_1-
                sg_trasv_1(1))*SG_trasv_1*2/k_sg_trasv1*1e-6;
strain_long_2=(sg_long_2-sg_long_2(1))*SG_long_2*2/k_sg_long2*1e-6;

average_strain=(strain_long_1+strain_long_2)/2;
bending=(strain_long_1-
          strain_long_2)./(strain_long_1+strain_long_2)*100;

```

```

% risultati
massimo_carico_rottura=min(carico);
dd_c=[0; diff(carico)];
ccl=find(dd_c==max(abs(dd_c)));
if ccl==1
    carico_ultimo=carico(find(dd_c==max(abs(dd_c))));
else
    carico_ultimo=carico(find(dd_c==max(abs(dd_c)))-1);
end

if massimo_carico_rottura>=carico_ultimo
    ultimo_carico=massimo_carico_rottura;
else
    ultimo_carico=carico_ultimo;
end

laminate_compressive_strength=min(stress);
fprintf('\nmassimo carico a rottura= %4.2f [N],\nlaminate
        compressive strength= %4.2f [MPa] \n\n',...
        massimo_carico_rottura,laminate_compressive_strength)

% nella normativa viene richiesto un range tra 1000 e 3000
% micro-epsilon, ma si deve osservare nei grafici se questo range è
% adatto al provino in esame....

d_carico_filt=medfilt1([0; diff(carico)],10);
p_carico_ini=find(d_carico_filt<-2.5, 1 );
p_carico_finale=find(carico==ultimo_carico);
carico_ini=carico(p_carico_ini);

Bending_filt=medfilt1(bending(p_carico_ini:p_carico_finale),20);
stress_bending_iniziale=find([0;diff(Bending_filt)]==min([0;
        diff(Bending_filt)]))+p_carico_ini;

h=figure;
[~,h1,h2]=plotyy(strain_long_1(p_carico_ini:p_carico_finale),
        stress(p_carico_ini:p_carico_finale),
        strain_trasv_1(p_carico_ini:p_carico_finale),
        stress(p_carico_ini:p_carico_finale));
set(h1,'LineWidth',2);
set(h2,'LineWidth',2);
title('Stress-Strain SG1')
xlabel('strain SG [epsilon]')
ylabel('stress [MPa]')
legend('Strain Long1','Strain Trasv1','Location','NorthWest')
saveas(h,'Stress-Strain1','jpg')

k=figure;
[ax,h3,h4]=plotyy(strain_long_1(p_carico_ini:p_carico_finale),
        stress(p_carico_ini:p_carico_finale),
        strain_long_2(p_carico_ini:p_carico_finale),
        stress(p_carico_ini:p_carico_finale));
set(h3,'LineWidth',2);
set(h4,'LineWidth',2);

```

```

title('Stress-Strain Long')
ylabel('stress [MPa]')
xlabel('strain Long SG [epsilon]')
legend('Strain Long1','Strain Long2','Location','NorthWest')
saveas(k,'Stress-Strain_L','jpg')

y=figure;
plot(average_strain(stress_bending_iniziale:p_carico_finale),
      bending(stress_bending_iniziale:p_carico_finale),
      'LineWidth',2);
title('% Bending ')
xlabel('average strain [epsilon]')
ylabel('% bending ')
saveas(y,'Bending','jpg')

disp('Osservare in quale tratto del grafico la funzione è circa
      rettilinea e,');
disp('considerando che la normativa prescrive un range da 1000 a
      3000 microepsilon,');
disp('scegliere un intervallo di deformazione per cui andare a
      ricavare i dati cercati');

lim_inf_mepsilon=input('limite inferiore=');
lim_sup=-lim_inf_mepsilon*1e-6;
lim_sup_mepsilon=input('limite superiore=');
lim_inf=-lim_sup_mepsilon*1e-6;

% calcolo con regressione lineare
b=corsa(carico==massimo_carico_rottura);

if length(b)>1
    bb=b(end);
else
    bb=b;
end

A=find(strain_long_1>lim_inf & strain_long_1<lim_sup & corsa>bb);
B=diff(A)-1;
pos=(find(abs(B)>0));
L1=length(B)/2;

if pos>L1
    A(pos:end)=[];
    strain_long1_intervallo=strain_long_1(A);
else
    A(1:pos)=[];
    strain_long1_intervallo=strain_long_1(A);
end

stress_long1_intervallo=stress(A);

coeff_E1=polyfit(strain_long1_intervallo,stress_long1_intervallo,1);

```

```

E1=coeff_E1(1)/1000;

C=find(strain_long_2>lim_inf & strain_long_2<lim_sup & corsa>bb);
D=diff(C)-1;
pos2=find(abs(D>0));
L2=length(D)/2;

if pos2>L2
    C(pos2:end)=[];
    strain_long2_intervallo=strain_long_2(C);
else
    C(1:pos2)=[];
    strain_long2_intervallo=strain_long_2(C);
end

stress_long2_intervallo=stress(C);

coeff_E2=polyfit(strain_long2_intervallo, stress_long2_intervallo,1);
E2=coeff_E2(1)/1000;

E=find(strain_long_1>lim_inf & strain_long_1<lim_sup & corsa>bb);
F=diff(E)-1;
pos3=find(abs(F>0));
L3=length(F)/2;

if pos3>L3
    E(pos3:end)=[];
    strain_trasv1_intervallo=strain_trasv_1(E);
else
    E(1:pos3)=[];
    strain_trasv1_intervallo=strain_trasv_1(E);
end

stress_trasv1_intervallo=stress(E);

coeff_T1=polyfit(strain_trasv1_intervallo, stress_trasv1_intervallo,1);
E_T1=coeff_T1(1)/1000;

Poisson_reg=-E1/E_T1;

%calcolo con metodo della corda (richiesto dalla normativa)
dy_E1=abs(stress_long1_intervallo(end)-
    stress_long1_intervallo(1));
dx_E1=abs(strain_long1_intervallo(end)-
    strain_long1_intervallo(1));
Ec1=dy_E1/dx_E1*1e-3;

dy_E2=abs(stress_long2_intervallo(end)-
    stress_long2_intervallo(1));
dx_E2=abs(strain_long2_intervallo(end)-
    strain_long2_intervallo(1));
Ec2=dy_E2/dx_E2*1e-3;

```

```

dy_ET1=stress_trasvl_intervallo(end)-stress_trasvl_intervallo(1);
dx_ET1=strain_trasvl_intervallo(end)-strain_trasvl_intervallo(1);
EcT1=dy_ET1/dx_ET1*1e-3;

Poisson_c=-Ec1/EcT1;

fprintf('\nE_Long1_RegressioneLineare= %4.2f [GPa],
        \nE_Long1_Corda= %4.2f [GPa] \n\n',E1,Ec1)
fprintf('E_Long2_RegressioneLineare= %4.2f [GPa],\nE_Long2_Corda=
        %4.2f [GPa] \n\n',E2,Ec2)
fprintf('E_Trasvl_RegressioneLineare= %4.2f [GPa],
        \nE_Trasvl_Corda= %4.2f [GPa] \n\n',E_T1,EcT1)
fprintf('Modulo Poisson RegressioneLineare= %4.3f,\nModulo Poisson
        metodo corda= %4.3f \n\n',Poisson_reg,Poisson_c)

%bending
mid=(lim_inf+lim_sup)/2;
dist_m=abs(average_strain-mid);
bending_fail=bending(p_carico_finale);

if bending_fail==bending(find(carico==massimo_carico_rottura)-1)
    bending_failure='-';
    bending_medio=bending(dist_m==min(dist_m));
    disp('Bending non riscontrabile a rottura per saturazione')
    fprintf('Bending percentuale metà intervallo di deformazione=
            %4.2f %%\n\n', bending_medio)
else
    bending_medio=bending(dist_m==min(dist_m));
    bending_failure=bending(p_carico_finale);
    fprintf('Bending percentuale a rottura= %4.2f %%,\nBending
            percentuale metà intervallo di deformazione= %4.2f
            %%\n\n', bending_failure, bending_medio)
end

else
    disp('errore: non esiste tale configurazione di strumentazione')
    break
end

```

Calcolo Back-Out Factor per Cross-Ply

```

% Calcolo BackOut Factor per CrossPly
close all
clear all
clc

Ex=input('modulo Ex in GPa \nEx=');
disp(' ')
Ey=input('modulo in GPa \nEy=');
disp(' ')

```

```

NUxy=input('modulo poisson \nNUxy=');
disp(' ')

V0=input('frazione volumetrica delle lamine poste a 0° \nVo=');
disp(' ')

BF_num=(Ex*(V0*Ey+(1-V0)*Ex)-(NUxy*Ey)^2);
BF_den=((V0*Ex+(1-V0)*Ey)*(V0*Ey+(1-V0)*Ex)-(NUxy*Ey)^2);

BF_cp=BF_num/BF_den;

fprintf('Il Back-Out Factor per il materiale Cross-Ply analizzato,
        \ncon frazione volumetrica di lamine poste a 0° pari a
        %4.2f, \n', V0);
fprintf('è ... %4.2f \n',BF_cp);

```

Calcolo Back-Out Factor per Angle-Ply

```

%Calcolo BF per Angle-Ply
close all
clear all
clc

Ex=input('modulo Ex in GPa \nEx=');
disp(' ')
Ey=input('modulo in GPa \nEy=');
disp(' ')
NUxy=input('modulo poisson \nNUxy=');
disp(' ')
NUyx=Ey/Ex*NUxy;
Gxy=input('modulo a taglio in GPa \nGxy=');

N=input('\nnumero lamine totali laminato N=');
n=input('numero lamine a 0° n=');
p=input('numero lamine a 90° p=');
q=input('numero lamine a +45° q=');
k=input('numero lamine a -45° k=');
disp(' ')

num1=n*Ey+p*Ex+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy+2*Gxy*(1-NUxy*NUyx));
den11=(n*Ex+p*Ey+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy+2*Gxy*(1-
NUxy*NUyx)))*(n*Ey+p*Ex+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy+2*Gxy*(1-
NUxy*NUyx)));
den12=((n+p)*Ey*NUxy+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy-2*Gxy*(1-
NUxy*NUyx)))^2;

BF1=Ex*(num1/(den11-den12));

```

```

num2=(n+p)*Ey*NUxy+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy-2*Gxy*(1-NUxy*NUyx));
den21=(n*Ex+p*Ey+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy+2*Gxy*(1-
NUxy*NUyx)))*(n*Ey+p*Ex+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy+2*Gxy*(1-
NUxy*NUyx)));
den22=((n+p)*Ey*NUxy+((q+k)/4)*(Ex+Ey+2*Ey*NUxy-2*Gxy*(1-
NUxy*NUyx)))^2;

BF2=Ey*NUxy*(num2/(den21-den22));

BF=(BF1-BF2)*N;

fprintf('il Back-Out Factor è.... BF= %4.4f \n', BF)

```

Indice delle figure

fig. 1: Tipica realizzazione di adobe	1
fig. 2: Arco mongolo	1
fig. 3: Alcuni tipi di tessuti	6
fig. 4: Relazione tra le classi di materiali ingegneristici	7
fig. 5: Whiskers visti al microscopio	11
fig. 6: Flakes visti al microscopio	11
fig. 7: Tipica struttura di un composito 'sandwich'	12
fig. 8: Modulo elastico e resistenza delle fibre in funzione della massima temperatura di trattamento.....	15
fig. 9: Curve sforzo deformazione di alcune fibre di rinforzo	19
fig. 10: Chevrolet Corvette del 1953	25
fig. 11: Citroen DS19 del 1955	26
fig. 12: Scena gara F1.....	27
fig. 13: Schema Celanese Test Fixture	30
fig. 14: Schema IITRI Test Fixture	32
fig. 15: IITRI Test Fixture	32
fig. 16: Schema Sandwich-beam Compression Test Fixture	33
fig. 17: Sandwich-beam Compression Test Fixture	34
fig. 18: ASTM D695 modificata Test Fixture	36
fig. 19: CLC Test Fixture	38
fig. 20: Schema CLC Test Fixture	38
fig. 21: MLC Test Fixture	40
fig. 22: Schema e dimensioni provini normativa ASTM.....	46
fig. 23: Piano di taglio provini	48
fig. 24: Esempio di lamina e provini dopo la fase di taglio	49
fig. 25: Macchina di prova universale MTS	54
fig. 26: Attrezzatura di acquisizione dati	55
fig. 27: Curva di calibrazione SG Long1	55

fig. 28: Curva di calibrazione SG Trasv1	56
fig. 29: Attrezzatura CLC con provino montato	57
fig. 30: Saldatura collegamenti estensimetri	57
fig. 31: Collegamento ad estensimetro dummy	58
fig. 32: Particolare della rottura del provino ancora montato nell'attrezzatura non scaricata	59
fig. 33: Tipologia rotture considerate adeguate dalla normativa ASTM ...	62
fig. 34: Interfaccia programma relativo alla campagna sperimentale descritta	72
fig. 35: Interfaccia programma generico.....	73
fig. 36: Interfaccia programma STR.....	75
fig.A 1: Schema di un materiale composito fibroso Errore. Il segnalibro non è definito.	
fig.A 2: Schema di materiale composito fibroso sottoposto a carico in direzione del rinforzo Errore. Il segnalibro non è definito.	
fig.A 3: Sistema di riferimento lamina e sistema di riferimento laminato	82
fig.A 4: Sistema di riferimento spessore in un laminato.....	86
fig.A 5: Schema flussi di taglio	86
fig.A 6: Schema flussi di momento.....	87
fig. C 1: Esempio di estensimetro longitudinale	120
fig. C 2: Esempi di estensimetro multidirezionale	120
fig. C 3: Schema circuito di misura estensimetrica.....	122
fig. D 1: Stress-Strain SG1 provino A1	123
fig. D 2: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino A1.....	124
fig. D 3: % Bending provino A1	124
fig. D 4: Stress-Strain SG1 provino A2	125
fig. D 5: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino A2.....	125
fig. D 6: % Bending provino A2.....	126

fig. D 7: Stress-Strain SG1 provino A3	126
fig. D 8: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino A3	127
fig. D 9: % Bending provino A3	127
fig. D 10: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino A4	128
fig. D 11: % Bending provino A4	128
fig. D 12: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino A5.....	129
fig. D 13: % Bending provino A5	129
fig. D 14: Stress-Strain SG1 provino B1	130
fig. D 15: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino B1.....	130
fig. D 16: % Bending provino B1	131
fig. D 17: Stress-Strain SG1 provino B2	131
fig. D 18: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino B2.....	132
fig. D 19: % Bending provino B2	132
fig. D 20: Stress-Strain SG1 provino B3	133
fig. D 21: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino B3.....	133
fig. D 22: % Bending provino B3	134
fig. D 23: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino B4.....	134
fig. D 24: % Bending provino B4	135
fig. D 25: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino B5.....	135
fig. D 26: % Bending provino B5	136
fig. D 27: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino C1.....	136
fig. D 28: % Bending provino C1.....	137
fig. D 29: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino C2.....	137
fig. D 30: % Bending provino C2.....	138
fig. D 31: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino C3.....	138
fig. D 32: % Bending provino C3.....	139
fig. D 33: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino C4.....	139
fig. D 34: % Bending provino C4.....	140
fig. D 35: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino C5.....	140
fig. D 36: % Bending provino C5.....	141
fig. D 37: Stress-Strain SG1 provino C6	141
fig. D 38: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino C6.....	142

fig. D 39: % Bending provino C6.....	142
fig. D 40: Stress-Strain SG1 provino C7	143
fig. D 41: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino C7	143
fig. D 42: % Bending provino C7.....	144
fig. D 43: Stress-Strain SG1 provino D1.....	144
fig. D 44: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino D1	145
fig. D 45: % Bending provino D1	145
fig. D 46: Stress-Strain SG1 provino D2.....	146
fig. D 47: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino D2	146
fig. D 48: % Bending provino D2	147
fig. D 49: Stress-Strain SG1 provino D3.....	147
fig. D 50: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino D3	148
fig. D 51: % Bending provino D3	148
fig. D 52: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino D4	149
fig. D 53: % Bending provino D4	149
fig. D 54: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino D5	150
fig. D 55: % Bending provino D5	150
fig. D 56: Stress-Strain SG1 provino E1	151
fig. D 57: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino E1.....	151
fig. D 58: % Bending provino E1.....	152
fig. D 59: Stress-Strain SG1 provino E2	152
fig. D 60: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino E2	153
fig. D 61: % Bending provino E2.....	153
fig. D 62: Stress-Strain SG1 provino E3	154
fig. D 63: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino E3	154
fig. D 64: % Bending provino E3.....	155
fig. D 65: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino E4	155
fig. D 66: % Bending provino E4.....	156
fig. D 67: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino E5	156
fig. D 68: % Bending provino E5.....	157
fig. D 69: Stress-Strain SG1 provino F1.....	157
fig. D 70: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino F1	158

fig. D 71: % Bending provino F1.....	158
fig. D 72: Stress-Strain SG1 provino F2	159
fig. D 73: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino F2.....	159
fig. D 74: % Bending provino F2.....	160
fig. D 75: Stress-Strain SG1 provino F3	160
fig. D 76: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino F3.....	161
fig. D 77: % Bending provino F3.....	161
fig. D 78: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino F4.....	162
fig. D 79: % Bending provino F4.....	162
fig. D 80: Stress-Strain longitudinale SG1 e SG2 provino F5.....	163
fig. D 81: % Bending provino F5.....	163

Tabella 1: Caratteristiche fibre ex PAN in funzione della temperatura di carbonizzazione/grafitizzazione	14
Tabella 2: Confronto proprietà di alcune fibre di rinforzo	19
Tabella 3: Esempio laminazione	47
Tabella 4: Esempio laminazione	47
Tabella 5: Elenco laminazioni dei materiali impiegati nella campagna sperimentale	49
Tabella 6: Dimensioni medie provini Materiale A.....	50
Tabella 7: Dimensioni medie provini Materiale B	50
Tabella 8: Dimensioni medie provini Materiale C	50
Tabella 9: Dimensioni medie provini Materiale D.....	51
Tabella 10: Dimensioni medie provini Materiale E	51
Tabella 11: Dimensioni medie provini Materiale F	51
Tabella 12: Risultati elaborazione Materiale A	63
Tabella 13: Risultati elaborazione Materiale B	63
Tabella 14: Risultati elaborazione Materiale C	64
Tabella 15: Risultati elaborazione Materiale D	64
Tabella 16: Risultati elaborazione Materiale E.....	65
Tabella 17: Risultati elaborazione Materiale F.....	65

Tabella 18: Back-Out Factor ricavati per i materiali A,B,C,D.....	66
Tabella 19: Compressive Strength Materiale A e B	67
Tabella 20: Compressive Strength Materiale C e D	68
Tabella 21: Confronto con dati ufficiali del fornitore	68
Tabella 22: Confronto con dati ufficiali del fornitore	69
Tabella 23: Dimensioni provini Materiale A.....	108
Tabella 24: Dimensioni provini Materiale B.....	110
Tabella 25: Dimensioni provini Materiale C.....	112
Tabella 26: Dimensioni provini Materiale D.....	114
Tabella 27: Dimensioni provini Materiale E	116
Tabella 28: Dimensioni provini Materiale F	118

Bibliografia

- [1] Robert M.Jones, *Mechanics of composite materials*, Second Edition, Springer, 1999.
- [2] Gianni Caligiana, Francesco Cesari, *I materiali compositi*, Pitagora Editrice Bologna, 2002.
- [3] Mikell P. Groover, *Foundamentals of modern manufacturing*, John Wiley & Sons inc., 2007.
- [4] C. D. Warren, *Present and Future Automotive Composite Materials Research Efforts at DOE*, OAK Ridge National Laboratory, 1999.
- [5] Daniel Gay, Suong V.Hoa, Stephen W.Tsai, *Composite Material, design and applications*, CRC PRESS, 2003.
- [6] G. Sala, L. Di Landro, A. Airoidi, P. Bettini, *Tecnologie delle Costruzioni Aeronautiche*, Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano.
- [7]<http://www.f1passion.it/2012/01/f1-pat-symonds-ci-spiega-gli-scarichi-in-f1/>
- [8] DOT/FAA/CT-93/17 II, Test *Methods for Composites a Status report*, Volume II. Compression Test Methods, 1993.
- [9] ASTM D3410/D3410M-03 Standard Test Method for Compressive Properties of Polymer Matrix Composite Materials with Unsupported Gage Section by Shear Loading.
- [10] B.Harris, *Engeneering Composite Materials*, The Institute of materials, London 1999.

- [11] P. M. Wegner and D. F. Adams, *'Verification of the Combined Load Compression (CLC) Test Method'*, DOT/FAA/AR-00/26, August 2000
- [12] Andrew E. Pearson, *'Capabilities of compression test method for evaluating unidirectional carbon fiber reinforced composites'*, San Jose State University, 1990.
- [13] ASTM D5467 / D5467M - 97(2010) : Standard Test Method for Compressive Properties of Unidirectional Polymer Matrix Composites Using a Sandwich Beam.
- [14] ASTM D695 – 10: Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics.
- [15] Donald F. Adams, Leif A. Carlsson, R.Byron Pipes, *'Experimental Characterization of Advanced Composite Materials'*, third edition, CRC PRESS 2003.
- [16] ASTM D6641 / D6641M – 09: Standard Test Method for Compressive Properties of Polymer Matrix Composite Materials Using a Combined Loading Compression (CLC) Test Fixture.
- [17] J. I. Bech, S. Goutianos, T. L. Andersen, R. K. Torekov and P. Brøndsted, *'A New Static and Fatigue Compression Test Method for Composites'*.
- [18] ASTM D 5687/D5687M – 95 (Reapproved 2007), Standard Guide for Preparation of Flat Composite Panels with Processing Guidelines for Specimen Preparation.
- [19] F.D. Adams, *'Current compression test method'*, High Performance composites, maggio 2005.
- [20] F.D.Adams, J.E.Welsh, *'Testing of angle-ply laminates to obtain unidirectional composite compression strengths'*, Composite Materials Research Group, University of Wyoming, Laramie, USA 1996

- [21] F.D.Adams, *'Testing cross-ply vs. unidirectional composites'*, High Performance Composites, marzo 2006
- [22] MIL-HDBK-17-1F – Composite Materials Handbook, Volume 1, Polymer Matrix Composites Guidelines for Characterization of Structural Materials, 2002.
- [23] J.S.Welsh, D.F.Adams, *'Testing of angle-ply laminates to obtain unidirectional composite compression strengths'*, Composite Materials Research Group, University of Wyoming, 1996.
- [24] Vincenzo Dal Re, *'Lezioni del corso di Diagnostica Strutturale'*, Università di Bologna, 2010.
- [25] E. Bonusi, *'Estensimetri ed estensimetria'*, Università di Brescia, 2013.
- [26] ASTM D3878 – 07 (2013): Standard Terminology for Composite Materials.

