

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

D.I.C.A.M.

Dipartimento di Ingegneria Civile, Chimica, Ambientale e dei Materiali

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

**TESI DI LAUREA**

In

Progetti Di Strutture M

**Performance Based Earthquake Engineering:  
il metodo PEER. Applicazione su un caso di studio.**

CANDIDATO:

IVAN RAFFAELLI

RELATORE:

Chiar.mo Prof. MARCO SAVOIA

CORRELATORE:

Prof. Ing. NICOLA BURATTI

Anno Accademico 2012/13

Sessione II



*Alla mia famiglia*



# Indice

<b>Capitolo 1 Introduzione.....</b>	<b>1</b>
<b>Capitolo 2 Loss Estimation .....</b>	<b>7</b>
2.1 Metodo di Czarnecki (1973).....	8
2.2 Scholl e Kutsu (1982).....	10
2.3 Gunturi e Shah (1993).....	11
2.4 Singhal e Kiremidjian (1996).....	12
2.5 Porter e Kiremidjian (2001).....	13
<b>Capitolo 3 Il metodo PEER.....</b>	<b>15</b>
3.1 Analisi di pericolosità ( <i>Hazard analysis</i> ).....	17
3.2 Analisi strutturale ( <i>Structural Analysis</i> ).....	22
3.2.1 Regressione da una nuvola di dati ( <i>Regress on a cloud</i> ).....	23
3.2.2 Scalare gli accelerogrammi ad un prestabilito valore di IM, quindi ricavare una distribuzione parametrica della risposta.....	26
3.2.3 Calibrare una distribuzione di capacità ai risultati delle IDA.....	29
3.3 Analisi di danno ( <i>Damage Analysis</i> ).....	31
3.4 Analisi delle perdite ( <i>Loss Analysis</i> ).....	33
<b>Capitolo 4 Applicazione su un caso di studio.....</b>	<b>39</b>
4.1 Analisi di pericolosità ( <i>Hazard Analysis</i> ).....	39
4.2 Analisi strutturale ( <i>Structural Analysis</i> ).....	46
4.2.1 Definizione del set di accelerogrammi.....	48
4.2.2 Risultati dell'analisi strutturale.....	50
4.3 Analisi di danno ( <i>Damage Analysis</i> ).....	57
4.4 Analisi delle perdite ( <i>Loss Analysis</i> ).....	59
4.4.1 Analisi di collasso ( <i>Collapse Analysis</i> ).....	60
4.5 Analisi di sensitività.....	64
4.5.1 Curva di pericolosità.....	65
4.5.2 Analisi strutturale.....	66
4.5.3 Analisi di danno.....	68
4.5.4 Analisi delle perdite.....	71
<b>Capitolo 5 Conclusioni e futuri sviluppi.....</b>	<b>77</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>81</b>



# Capitolo 1

---

## Introduzione

Il presente elaborato vuole essere un approfondimento in merito all'Ingegneria Sismica, con particolare riferimento al cosiddetto *performance-based earthquake design*, ossia il progetto sismico basato sulla *performance*.

Com'è noto, quando si abbandonano i problemi di statica per approdare a quelli di natura dinamica – qual è il sisma – le normali verifiche di resistenza, pur necessarie, sono insufficienti alla descrizione completa ed esaustiva dell'evento in questione.

L'approccio *performance-based* (in seguito, PBEE) ha per oggetto la stima della performance attesa di un edificio soggetto all'evento sismico, che si traduce poi nel progetto di dettaglio della parte strutturale e di quella non strutturale finalizzato al raggiungimento della performance prestabilita.

Tuttavia, nonostante notevoli miglioramenti in materia di normativa antisismica, che si riflettono in una migliore performance degli edifici di nuova costruzione in confronto a quelli più datati, permangono alcune mancanze. Ad esempio, nella pratica progettuale corrente la performance dell'edificio non è quantificata esplicitamente: posto che la salvaguardia della vita deve essere al primo posto tra gli obiettivi di progetto, nella normativa vigente non c'è indicazione alcuna riguardo il contenimento delle perdite economiche causate dal sisma, e lo stesso può dirsi della probabilità che la struttura mantenga la sua funzionalità dopo il terremoto.

Le ripercussioni economiche dei terremoti non possono essere infatti sottovalutate, come dimostrano i recenti terremoti de L'Aquila (M. 6.3, 2009) e dell'Emilia (M. 6, 2012).



**Figura 1.1. Quello che resta del Palazzo del Governo a L'Aquila dopo il terremoto** **Figura 1.2. Il campanile di Finale Emilia, prima e dopo la prima scossa (fonte web)**

In Abruzzo, ad evento concluso il bilancio definitivo è stato di 308 vittime, 1500 feriti ed oltre 10 miliardi di euro di danni stimati, mentre per ciò che riguarda l'Emilia la Protezione Civile ha valutato in 11.5 miliardi di euro i danni nella sola Emilia Romagna (soprattutto nel modenese e nel ferrarese), in 980 milioni quelli subiti dalla provincia di Mantova e in 51 milioni quelli della provincia di Rovigo. A questi vanno sommati 700 milioni spesi dalla Protezione civile per la prima emergenza (670 in Emilia-Romagna, 37



in Lombardia e 1,6 in Veneto). Simili scenari non sono nuovi nemmeno in America, basti pensare al sisma di Northridge del 1994 (circa 20\$ miliardi di danni), o a quello di Loma Pietra del 1989 (11\$ miliardi).

Questi disastri spinsero tecnici e professionisti d'oltreoceano a produrre documenti preliminari (Vision 2000, FEMA 273 e FEMA 356) nel tentativo di fornire delle linee guida su come raggiungere differenti livelli prestazionali che aiutassero progettisti e proprietari nelle scelte progettuali. Come si mostrerà nel seguito, i livelli prestazionali definiti in questi documenti sono piuttosto qualitativi, e come tali si prestavano al giudizio soggettivo.

In Vision 2000 (*Structural Engineers Association of California, SEAOC 1995*) sono definiti quattro livelli di rischio, con associate probabilità di superamento: *frequente*, con probabilità di superamento del 50% in 30 anni, *occasionale* (50% di eccedenza in 50 anni), *raro* (10% in 50 anni) e *molto raro* (10% in 100 anni). In base ai danni strutturali e non strutturali, alle conseguenze per gli utenti e tenendo conto dell'eventuale interruzione d'uso sono poi definiti quattro livelli prestazionali per la struttura: *pienamente operativa*, *operativa*, *salvaguardia della vita* e *collasso imminente*. Queste relazioni sono riassunte in Figura 1, dove la linea diagonale rappresenta gli obiettivi prestazionali che devono essere raggiunti in funzione della tipologia dell'edificio.

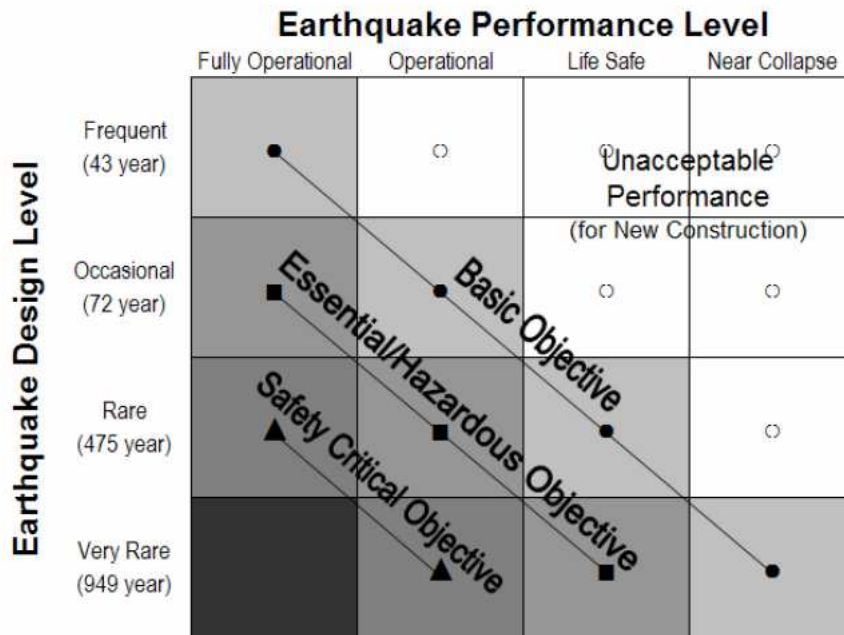


Figura 1.3. Prescrizioni sugli obiettivi prestazionali degli edifici (Vision 2000, SEAOC 1995)

Queste linee guida furono poi migliorate e sviluppate in dettaglio dalla FEMA (*Federal Emergency Management Agency*), che nel 1997 pubblicò due documenti: FEMA 273, *NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings*, e relative istruzioni (FEMA 274). I livelli prestazionali descritti in questi documenti trovano sostanziale riscontro in Italia nell'Ordinanza 3431 del 2005.

Il passo successivo fu la pubblicazione di quello che fino ad allora era il più ampio e dettagliato vademecum in materia di PBEE: *Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings* (FEMA 356, 2000). Nelle FEMA 356, i livelli prestazionali sono definiti con riferimento allo stato di danno della parte strutturale e di quella non strutturale dell'edificio, descritti in maniera qualitativa. Analoghi livelli prestazionali si ritrovano in Italia nella descrizione degli stati limite nei confronti delle azioni sismiche, come riportati nelle vigenti *Norme Tecniche per le Costruzioni* (NTC 2008).

Damage Control and Building Performance Levels				
	Target Building Performance Levels			
	Collapse Prevention Level (5-E)	Life Safety Level (3-C)	Immediate Occupancy Level (1-B)	Operational Level (1-A)
Overall Damage	Severe	Moderate	Light	Very Light
General	Little residual stiffness and strength, but load-bearing columns and walls function. Large permanent drifts. Some exits blocked. Infills and unbraced parapets failed or at incipient failure. Building is near collapse.	Some residual strength and stiffness left in all stories. Gravity-load-bearing elements function. No out-of-plane failure of walls or tipping parapets. Some permanent drift. Damage to partitions. Building may be beyond economical repair.	No permanent drift. Structure substantially retains original strength and stiffness. Minor cracking of facades, partitions, and ceilings as well as structural elements. Elevators can be restarted. Fire protection operable.	No permanent drift. Structure substantially retains original strength and stiffness. Minor cracking of facades, partitions, and ceilings as well as structural elements. All systems important to normal operation are functional.
Nonstructural components	Extensive damage.	Falling hazards mitigated but many architectural, mechanical, and electrical systems are damaged.	Equipment and contents are generally secure, but may not operate due to mechanical failure or lack of utilities.	Negligible damage occurs. Power and other utilities are available, possibly from standby sources.

Figura 1.4. Livelli prestazionali per gli edifici secondo FEMA 356, 2000

### 3.2.1 STATI LIMITE E RELATIVE PROBABILITÀ DI SUPERAMENTO

Nei confronti delle azioni sismiche gli stati limite, sia di esercizio che ultimi, sono individuati riferendosi alle prestazioni della costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e gli impianti.

Gli stati limite di esercizio sono:

- **Stato Limite di Operatività (SLO):** a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali, le apparecchiature rilevanti alla sua funzione, non deve subire danni ed interruzioni d'uso significativi;
- **Stato Limite di Danno (SLD):** a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali, le apparecchiature rilevanti alla sua funzione, subisce danni tali da non mettere a rischio gli utenti e da non compromettere significativamente la capacità di resistenza e di rigidità nei confronti delle azioni verticali ed orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile pur nell'interruzione d'uso di parte delle apparecchiature.

Gli stati limite ultimi sono:

- **Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV):** a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidità nei confronti delle azioni orizzontali; la costruzione conserva invece una parte della resistenza e rigidità per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali;
- **Stato Limite di prevenzione del Collasso (SLC):** a seguito del terremoto la costruzione subisce gravi rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e danni molto gravi dei componenti strutturali; la costruzione conserva ancora un margine di sicurezza per azioni verticali ed un esiguo margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni orizzontali.

Figura 1.5. Livelli prestazionali secondo le NTC 2008

Come si era già anticipato, sia le prescrizioni della normativa americana che quelle della norma italiana in materia di PBEE sono difficilmente correlabili con quantità di maggior interesse per l'utente per i processi decisionali, come la stima delle perdite – non solo economiche – causate dal sisma. Negli ultimi anni, le ricerche hanno fatto enormi passi avanti in questa direzione; in particolare, il *Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) Center* ha messo a punto un modello probabilistico in grado di esprimere la *performance* di un edificio tramite una stima delle perdite (*loss estimation*) causate dall'evento sismico, quali ad esempio i costi di ricostruzione, l'interruzione di servizio post-terremoto e il numero di vittime causate dal sisma (anche dette *3Ds* in letteratura – *dollars, deaths, downtime*).

Questo modello, e la sua applicazione su un edificio esistente, saranno l'oggetto di studio di questa tesi.

# Capitolo 2

## Loss Estimation

Di seguito si illustreranno sinteticamente i principali contributi allo sviluppo di metodologie in grado di stimare quantitativamente la *performance* di un edificio soggetto ad azione sismica – ovvero di assegnare ad una data intensità sismica una stima delle perdite sostenute dall'edificio. Questo capitolo è stato scritto facendo riferimento al testo *Earthquake Engineering Handbook*, CRC Press 2003. A prescindere dal metodo utilizzato, il risultato dell'analisi viene sintetizzato graficamente da alcune curve, dette *loss functions*.

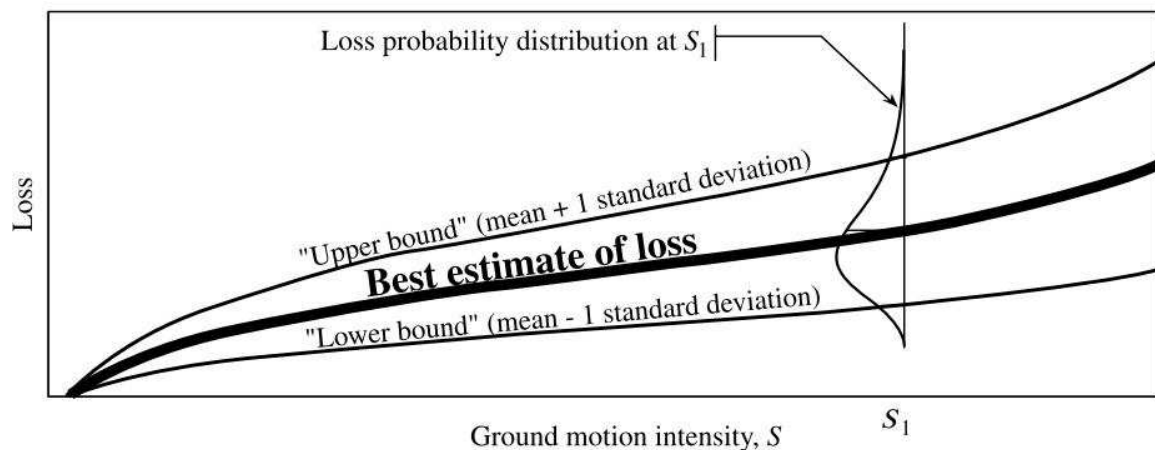


Figura 2.1. Un esempio di *loss function* (*Earthquake Engineering Handbook*, CRC Press 2003)

Queste possono essere ottenute principalmente in tre modi:

- per via statistica;
- servendosi del consulto di esperti e tecnici di settore;
- per via analitica.

L'approccio statistico è un metodo empirico, poiché fa uso dei dati storici relativi ad eventi sismici passati. I dati vengono analizzati, suddivisi in

gruppi omogenei, e per mezzo di una regressione lineare si cerca una relazione *loss-intensity* che minimizzi l'errore quadratico medio.

Un'altra via può essere quella di servirsi di un pool di esperti, facendo uso del metodo Delphi.

Il metodo analitico fa uso invece di una procedura ormai standardizzata, che in genere si compone di tre step: analisi strutturale, analisi del danno, stima delle perdite. Il metodo ora descritto è riassunto nello schema di Figura 2.2. Esso è sostanzialmente analogo a quello messo a punto dal PEER Center agli inizi degli anni 2000, che verrà illustrato in seguito – dopo aver presentato alcuni modelli di stima cronologicamente antecedenti.

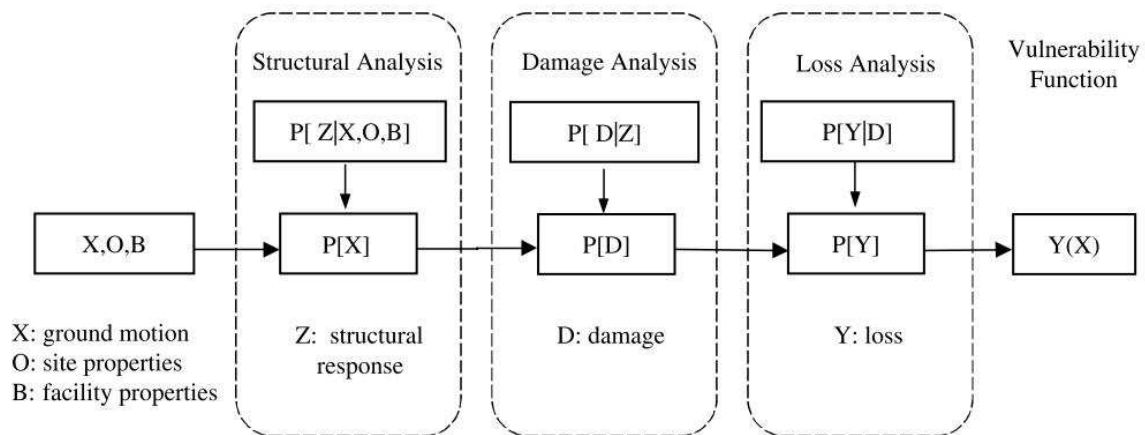


Figura 2.2. Metodo analitico per la creazione di *vulnerability function* (*Earthquake Engineering Handbook*, CRC Press 2003)

## 2.1 Metodo di Czarnecki (1973)

Uno dei primi metodi analitici fu quello messo a punto da Czarnecki nel 1973. Le ipotesi alla base del modello erano:

- viene computato solo il danno strutturale dei pilastri;
- travi infinitamente rigide;
- legame costitutivo elastico tra sforzi e deformazioni.

La stima delle perdite viene effettuata nel modo seguente.

- Per ogni pilastro si computa l'area  $A_T$ , porzione anelastica dell'area sottesa dalla curva  $\sigma-\varepsilon$  fino al punto di rottura;
- Tramite l'analisi strutturale si determina, per ogni piano, lo spostamento massimo di interpiano. Si calcola poi la massima

deformazione, dovuta alle sollecitazioni flessionali, alle estremità dei pilastri (identiche, nell'ipotesi di travi infinitamente rigide);

- Note le deformazioni calcolate al punto precedente, sfruttando il legame costitutivo di ciascun pilastro si computa l'area  $A_X$ , porzione anelastica dell'area sottesa dalla curva  $\sigma$ - $\varepsilon$ ;
- Ad ogni piano, per ogni pilastro si calcola il rapporto  $A_X/A_T$ . I costi di ricostruzione ( $D$ ) per riparare i danni strutturali vengono stimati come frazione dei costi di costruzione nel modo seguente:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \frac{A_{Xi,j}}{A_{Ti,j}}$$

dove  $n$  è il numero di piani dell'edificio,  $k$  il numero dei pilastri al piano  $i$ -esimo, e  $A_{Xi,j}$ ,  $A_{Ti,j}$  si riferiscono rispettivamente alle aree  $A_X$ ,  $A_T$  relative al pilastro  $j$ -esimo del piano  $i$ -esimo. I costi relativi ad altri elementi, anche non strutturali come vetrate e muri di tamponamento, sono stimati utilizzando opportune *vulnerability functions* sviluppate dallo stesso Czarnecki. Queste ricevono in input lo spostamento massimo di interpiano e restituiscono in output il costo di riparazione rapportato ai costi di costruzione del singolo elemento.

Il costo totale  $D_{TOT}$ , dovuto ai danni sostenuti dall'intero edificio, viene quindi calcolato come la somma ponderata dei suddetti contributi, ciascuno moltiplicato per un fattore  $V_c$  che tiene conto del contributo del singolo componente al costo totale:

$$D_{TOT} = \sum_{c=1}^4 V_c D_c$$

Ripetendo il procedimento con diversi input sismici, e graficando il costo  $D_{TOT}$  in funzione dell'intensità del terremoto, si ottiene quindi la curva di vulnerabilità cercata.

## 2.2 Scholl e Kutsu (1982)

Negli anni '80 gli studi di Scholl e Kutsu, ricercatori della *John A. Blume Associates*, contribuirono notevolmente allo sviluppo del metodo empirico e di quello analitico per la stima delle perdite connesse al sisma.

Parte delle ricerche condotte da Scholl erano rivolte allo sviluppo di cosiddette curve di danno (*damage functions*) relative alle diverse parti di un edificio, sulla base di dati sperimentali. Il frutto di queste ricerche fu la messa a punto di un modello probabilistico capace di stimare il danno subito da ciascun componente, e per valutarne l'affidabilità venne applicato su tre edifici – due hotel e la sede della *Bank of California* – che avevano subito danni notevoli nel terremoto di San Fernando del 1971. Per calibrare la relazione danno-intensità sismica, si valutò la risposta strutturale utilizzando solo analisi elastiche opportunamente combinate con l'analisi con spettro di risposta. Il danno veniva misurato tramite un fattore di danno (*damage factor*), ossia il rapporto tra i costi di riparazione dovuti al sisma e il valore totale dell'edificio.

Il metodo proposto da Scholl necessitava delle curve di danno (anche dette *fragility functions*) di ciascun componente dell'edificio per stimare il danno totale. In concomitanza con queste ricerche Kutsu ed altri raccolsero e catalogarono dati sperimentali relativi a palazzi multipiano per implementarli nel modello di Scholl. I ricercatori consolidarono i dati sperimentali per le componenti più comuni degli edifici multipiano, e determinarono statisticamente gli indici di tendenza centrale e di dispersione associati alla probabilità di superamento di particolari livelli di danno per ciascun componente. Tra gli altri, furono oggetto di studio i seguenti: elementi strutturali in calcestruzzo rinforzato (travi, pilastri, pareti a taglio), telai d'acciaio, muri di mattone, pannelli di cartongesso, vetrate. Basandosi sui costi di costruzione del tempo, si determinò poi statisticamente il costo di ciascun componente, e quindi il fattore di danno, combinando questa informazione con le curve di danno. Queste relazioni vennero poi riutilizzate da Scholl per sviluppare il legame danno-intensità sismica dei tre edifici menzionati in precedenza, usando rudimentali analisi elastiche per approssimare la risposta strutturale. Per questo motivo i



risultati ottenuti mancano di accuratezza, perché questo tipo di analisi non riescono a cogliere gli effetti dei modi superiori e il danno conseguente allo sconfinamento della struttura in campo plastico.

### 2.3 Gunturi e Shah (1993)

Un modello per stimare le perdite economiche di un edificio a partire dalla sua risposta strutturale ad un particolare evento sismico (*scenario-based loss estimation*) fu sviluppato da Gunturi e Shah nel 1993. I danni alle varie parti dell'edificio, suddivise in elementi strutturali e non strutturali, venivano calcolati in base ad alcuni parametri – uno per piano – ricavati da un'analisi *time-history* non lineare eseguita scalando l'accelerogramma a valori di *PGA* pari a 0.4g, 0.5g e 0.6g. I parametri di risposta venivano poi correlati ai livelli di danno per ogni componente, e le perdite totali sono ottenute sommando le perdite relative a ciascun piano. Il danno strutturale veniva computato utilizzando come indice di danno l'indice energetico introdotto da Park e Ang nel 1985 ( $PADI = \frac{\delta_{dem} - \delta_y}{\delta_{sup} - \delta_y} + \beta \frac{E_h}{\delta_{sup} - \delta_y}$ ), mentre per gli elementi non strutturali si utilizzarono lo spostamento di interpiano e l'accelerazione di picco di piano. Furono ipotizzate diverse strategie per legare questi indici di danno alle perdite economiche, compreso un modello probabilistico basato sui dati disponibili allora, mentre sui casi di studio si applicò una mappatura fondata sul giudizio di un pool di esperti. Il modello fu testato su alcuni edifici con struttura a telai in calcestruzzo rinforzato, tuttavia nonostante lo studio permise di analizzare la variazione delle perdite in funzione dei diversi input sismici, non si forniva indicazione alcuna sul periodo di ritorno di questi eventi sismici.

## 2.4 Singhal e Kiremidjian (1996)

Il legame tra le perdite economiche sostenute dagli edifici e la variabilità degli input sismici in ingresso fu approfondito dagli studi di Singhal e Kiremidjian nel 1996. Le relazioni danno-sisma in ingresso vennero sviluppate sottoponendo la struttura di riferimento ad una *suite* di accelerogrammi simulati, ricavando la risposta in maniera probabilistica tramite una simulazione Monte Carlo. Furono messi a punto due tipi di legame danno-sisma, le curve di fragilità (*fragility functions*) per il singolo edificio e le matrici di probabilità del danno (*damage probability matrices, DPMs*). Ciascun legame era in grado di predire la probabilità di superamento di determinati livelli di danno. Questi erano definiti per mezzo di intervalli relativi ad alcuni indici di danno che quantificavano le perdite sostenute dall'edificio come il rapporto tra i costi di ricostruzione e il valore totale dello stesso. Per ciò che riguarda le funzioni di fragilità, il sisma in ingresso era definito tramite la media quadratica (RMS) dell'accelerazione e l'accelerazione spettrale riferita ad un determinato periodo ( $S_{a,T}$ ). Il parametro utilizzato nelle matrici DPM era invece l'intensità misurata tramite la Scala Mercalli (MMI). Una volta generati gli accelerogrammi artificiali tramite processi Gaussiani stazionari e modelli regressivi a media mobile (ARMA), la risposta strutturale veniva valutata eseguendo analisi non lineari con il software DRAIN-2DX. Tramite l'indice energetico di Park e Ang questa veniva poi correlata al livello di danno e alla probabilità ad esso associata. Furono messe a punto curve di fragilità e matrici di danno per strutture a telai in calcestruzzo rinforzato, suddivise in base all'altezza: basse (fino a 3 piani), medie (4-7 piani), alte (8 o più). Tuttavia, in queste curve era considerato solo il danno strutturale, nessuna menzione era fatta riguardo agli elementi non strutturali.

## 2.5 Porter e Kiremidjian (2001)

Nel 2001 Porter e Kiremidjian misero a punto un approccio totalmente probabilistico denominato *assembly-based vulnerability* (ABV). In questa procedura l'algoritmo di Monte Carlo era utilizzato per stimare la curva di vulnerabilità (*vulnerability function*) dell'edificio oggetto di studio, ovvero il legame tra l'intensità dell'evento sismico e le perdite sostenute dall'edificio. Gli accelerogrammi in ingresso vennero generati artificialmente col modello ARMA, in numero sufficiente per eseguire le analisi strutturali. Queste erano analisi dinamiche, lineari oppure non lineari, a seconda del parametro di interesse rappresentativo della risposta strutturale. Inoltre, i due ricercatori svolsero analisi di sensitività per indagare l'influenza dei dati di input sulla variabilità dell'output – la stima delle perdite: l'incertezza riguardante l'intensità del sisma risultò essere la più rilevante.

Nel metodo proposto non viene però computata esplicitamente la probabilità di collasso dell'edificio.

Di questo si occuparono in seguito Aslani e Miranda (2005), come parte integrante delle ricerche condotte dal PEER Center nel tentativo di sviluppare metodologie che fossero spendibili nella pratica progettuale del *performance-based design*. Il modello sviluppato dal PEER è illustrato nel prossimo capitolo.



# Capitolo 3

---

## Il metodo PEER

Il PEER (*Pacific Earthquake Engineering Research*) Center è uno dei tre centri di ricerca federali per l'ingegneria sismica degli Stati Uniti, con sede presso l'Università della California, Berkeley. Obiettivo del PEER, lo sviluppo di un metodo spendibile nell'ambito del PBEE (*Performance Based Earthquake Engineering*) che sostituisse i modelli di prima generazione. L'approccio proposto dal PEER fornisce in output misure quantitative della performance dell'edificio, ed in particolare una stima delle perdite causate dall'evento sismico, quali ad esempio i costi di ricostruzione, l'interruzione di servizio post-terremoto e il numero di vittime causate dal sisma (“*dollars, deaths, downtime*”). Dato l'edificio oggetto di studio, a ciascuna di queste misure viene assegnata una probabilità di superamento riferita a determinati livelli di danno, così da creare una funzione di probabilità della *performance* in un assegnato intervallo temporale. Queste curve possono poi essere utilizzate da proprietari e progettisti per compiere scelte progettuali più consapevoli. Il metodo PEER è illustrato in Figura 3.1.

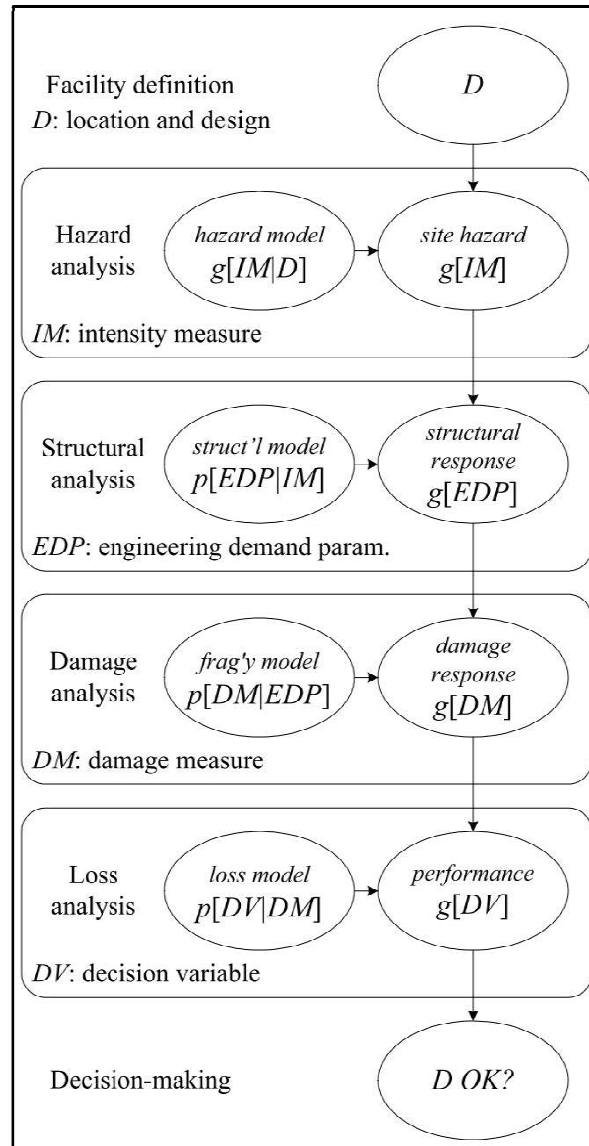


Figura 3.1. Il metodo analitico sviluppato dal PEER Center (*An Overview of PEER's Performance-Based Earthquake Engineering Methodology*, Keith A. Porter)

Esso si compone di quattro step: analisi di pericolosità (*hazard analysis*), analisi strutturale (*structural analysis*), analisi di danno (*damage analysis*), analisi delle perdite (*loss analysis*). La struttura matematica del metodo PEER è la seguente:

$$\lambda[DV|D] = \iiint p[DV|DM, D] p[DM|EDP, D] p[EDP|IM, D] \lambda[IM|D] dIM dEDP dDM$$

Dove  $p[X|Y]$  indica la probabilità condizionata di  $X$  dato  $Y$ , mentre  $\lambda[X|Y]$  è il valor medio di  $X$  dato  $Y$ .  $IM$  (*intensity measure*) è una misura dell'intensità dello scuotimento, ad esempio l'accelerazione spettrale corrispondente al periodo fondamentale  $S_a(T_1)$ ,  $EDP$  (*engineering demand*

*parameters*) è un vettore di parametri rappresentativi della risposta strutturale come, ad esempio, gli spostamenti d'interpiano e le rotazioni nodali, *DM* (*damage measure*) è la misura del danno sostenuto dall'edificio mentre *DV* (*decision variables*) rappresenta l'output del procedimento (“*dollars, deaths, downtime*”) in base al quale compiere le scelte progettuali.

Si illustrano ora i quattro step del metodo PEER.

### 3.1 Analisi di pericolosità (*Hazard analysis*)

Questo capitolo è stato scritto facendo riferimento al testo *Seismic Design of Buildings to Eurocode 8*, Edited by Ahmed Y. Elghazouli. Il primo step del procedimento è l'analisi di pericolosità, che valuta la pericolosità sismica di un particolare sito, considerando le zone sismogenetiche (faglie, aree etc.) e la loro sismicità, l'attenuazione dello scuotimento e le

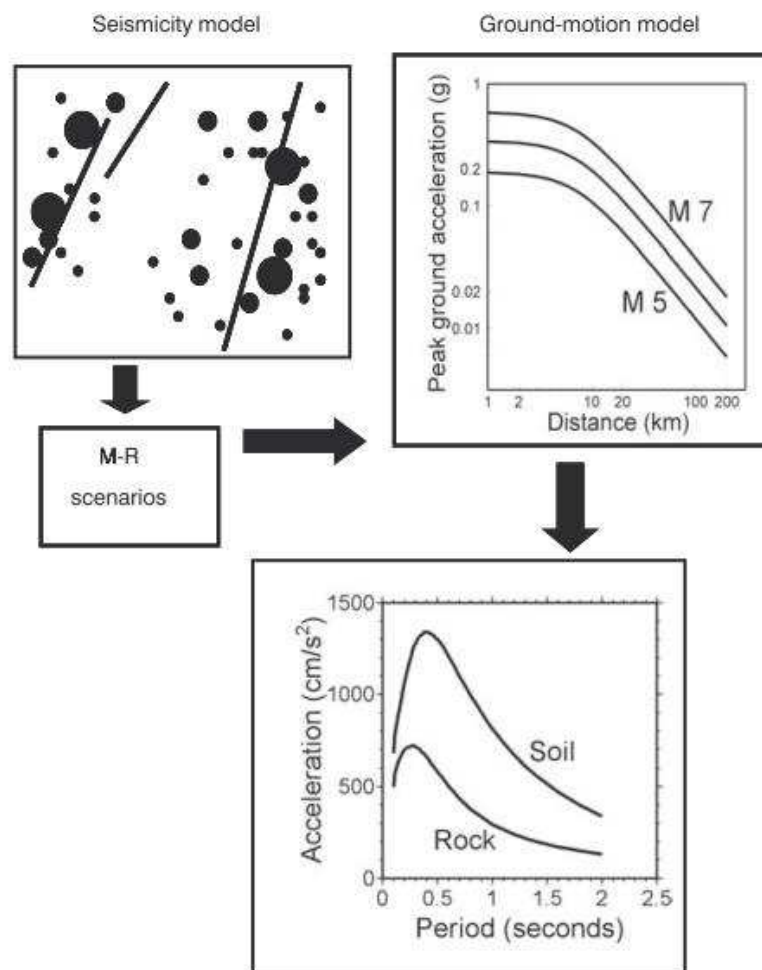


Figura 3.2. Schema riassuntivo dell'analisi di pericolosità (*Seismic Design of Buildings to Eurocode 8*, Edited by Ahmed Y. Elghazouli)

caratteristiche geotecniche del terreno. Per valutare il periodo di ritorno di eventi sismici con intensità  $IM$  maggiore di un certo valore  $im$  viene effettuata un'analisi probabilistica di pericolosità (*PSHA, Probabilistic Seismic Hazard Analysis*): questa richiede l'utilizzo di modelli della sismicità e modelli di attenuazione dello scuotimento, che simulino la diffusione delle onde sismiche attraverso il terreno. Graficamente i passaggi necessari sono riassunti nella Figura 3.2: il modello di sismicità (*seismicity model*) definisce gli scenari sismici di magnitudo  $M$  ad una distanza  $R$  dal sito di interesse caratterizzandone anche la frequenza media annuale, mentre la relazione d'attenuazione predice i parametri d'intensità dello scuotimento per la suddetta combinazione  $M$ - $R$ . Queste informazioni sono poi opportunamente combinate per ricavare un modello di stima dei livelli di pericolosità attesi per il sito di interesse – ad esempio tramite lo spettro di risposta in accelerazione, come in figura.

Il modello di sismicità specifica la distribuzione spaziale di futuri eventi sismici attraverso la definizione delle sorgenti sismiche in attività. Poiché non sempre è possibile definire con esattezza le faglie attive, si definiscono piuttosto delle zone sismogenetiche, ossia delle zone in cui si assume che i terremoti siano uniformi per tipo e meccanismo, e gli eventi sismici siano ovunque equiprobabili. Definite le zone sismogenetiche, occorre poi mettere a punto dei modelli per la distribuzione temporale degli eventi sismici, anche detti “di ricorrenza”, utili per definire il tasso di occorrenza di terremoti con magnitudo maggiore o uguale a un valore prestabilito. Il modello più diffuso è quello di Gutenberg-Richter (1965):

$$\log N = A - bM$$

dove  $N$  è il numero di eventi sismici di magnitudo maggiore o uguale a  $M$  per unità di tempo e di area, e  $b$  ed  $A$  sono le costanti sismiche relative ad ogni zona. I valori di  $b$  oscillano mediamente attorno al valore unitario. La funzione deve essere troncata ad un valore limite, detto  $M_{max}$ , valore massimo della magnitudo stimata in una certa zona.



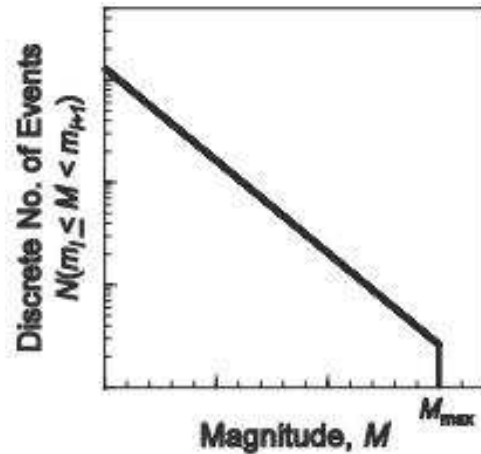


Figura 3.3. Relazione di Gutenberg-Richter (R-G, 1965) (*Seismic Design of Buildings to Eurocode 8*, Edited by Ahmed Y. Elghazouli)

Le relazioni d'attenuazione sono relazioni empiriche tra l'intensità dello scuotimento osservato in sito e un set di variabili indipendenti, come la magnitudo, la distanza dall'epicentro, la natura geologica del terreno. Gli studi condotti finora si sono focalizzati sui valori di picco di velocità e accelerazione (PGA e PGV), e sulla costruzione dello spettro di risposta elastico in accelerazione con uno smorzamento del 5%. Indipendentemente dal parametro considerato, le relazioni d'attenuazione sviluppano relazioni di questo tipo:

$$\log y = \mu(M, R, \theta) + \varepsilon\sigma_T$$

dove  $y$  è una misura dell'intensità dello scuotimento sismico.  $\mu(M, R, \theta)$  rappresenta il valore medio di tale parametro ed è una funzione di magnitudo ( $M$ ), distanza ( $R$ ) ed altri eventuali parametri, quali le caratteristiche del terreno ed il meccanismo di faglia, che sono racchiusi nel vettore  $\theta$ .  $\varepsilon\sigma_T$  è un termine di errore, nel quale  $\varepsilon$  rappresenta una variabile aleatoria con distribuzione normale standard e  $\sigma_T$  la sua deviazione standard.

Formalmente, l'analisi PSHA può essere quindi espressa come segue:

$$\lambda_{IM}(im) = \sum_i \left\{ \iiint I[IM > im | m, r, \varepsilon] v_i f_{M,R,E}(m, r, \varepsilon) dm dr d\varepsilon \right\}$$

dove le lettere maiuscole rappresentano variabili aleatorie ( $IM$  il parametro scelto per rappresentare l'intensità dello scuotimento,  $M$  la magnitudo,  $R$  la distanza tra il sito e la sorgente sismica,  $E$  la epsilon), mentre le lettere minuscole rappresentano i possibili valori assunti dalle variabili aleatorie.  $\nu_i$  rappresenta il tasso totale di ricorrenza di un evento sismico di magnitudo maggiore di un valore minimo prestabilito per la sorgente  $i$ -esima.  $f_{M,R,E}(m,r,\varepsilon)$  rappresenta la funzione di probabilità di magnitudo, distanza ed epsilon, mentre l'indicatore  $I[IM > im|m,r,\varepsilon]$  vale 1 se  $IM > im$  e zero altrimenti. Infine,  $\lambda_{IM}(im)$  rappresenta l'output dell'analisi di pericolosità, ossia la frequenza media con cui l'intensità sismica supererà determinati livelli nell'arco temporale di un anno. Tramite la distribuzione poissoniana è inoltre possibile ricavare la frequenza con cui un determinato livello di intensità sismica verrà superato  $n$  volte in un anno:

$$p_n = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

Utilizzando il teorema della probabilità composta possiamo decomporre la funzione  $\nu_i f_{M,R,E}(m,r,\varepsilon)$ , per analizzarla in dettaglio:

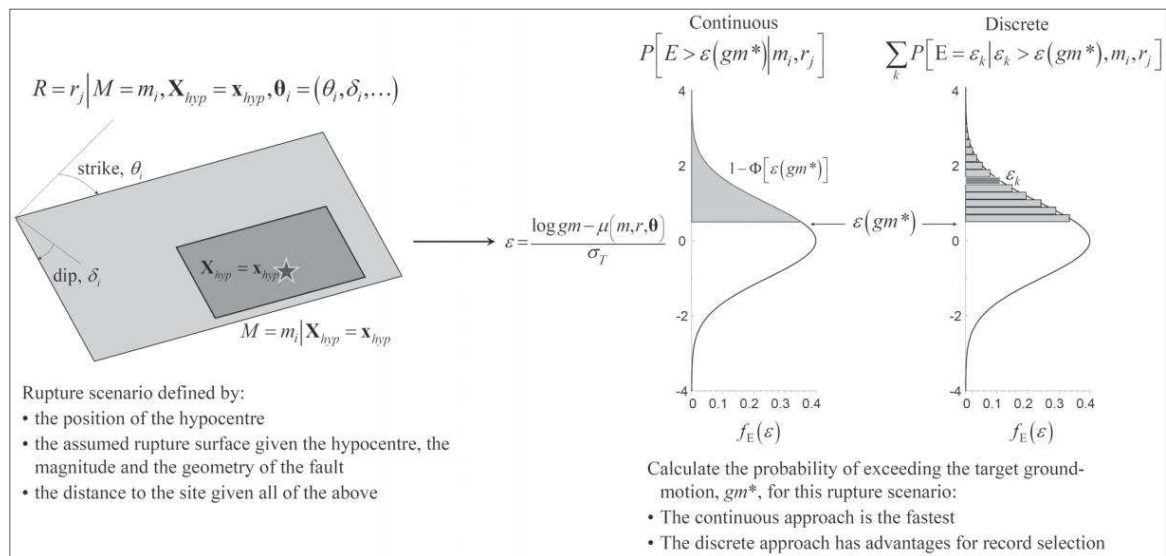
$$\begin{aligned} & \nu_i f_{M,R,E}(m,r,\varepsilon) \\ &= \nu_i f_M(m|x_{hyp}) f_{X_{hyp}}(x_{hyp}) f_R(r|m, x_{hyp}, \theta_i) f_E(\varepsilon) \end{aligned}$$

quante volte l'anno si generano terremoti di qualsiasi livello dalla sorgente $i$ ?	quante volte l'anno si generano terremoti di magnitudo $M = m$ dalla sorgente $i$ con ipocentro $x_{hyp}$ ?	quando accade questo evento sismico, che tipo di frattura produce?	che probabilità hanno i possibili $IM$ ?
---	---	--	--

- $f_{X_{hyp}}(x_{hyp})$ , la funzione di probabilità di un evento sismico con ipocentro  $x_{hyp}$ , dove  $x_{hyp}$  (latitudine, longitudine, profondità) rappresenta un punto qualsiasi entro la sorgente  $i$ -esima
- $f_M(m|x_{hyp})$ , la probabilità condizionata della magnitudo, data la posizione dell'ipocentro. In molte analisi di pericolosità questo termine non viene implicitamente considerato, assumendo piuttosto che il terremoto sia equiprobabile ovunque entro una zona sismica, e

che possa avere magnitudo qualsiasi. In questo caso, la funzione di probabilità della magnitudo non è quindi condizionata dalla posizione dell'ipocentro, ossia  $f_M(m)$ .

- $f_R(r|m, x_{hyp}, \theta_i)$ , la probabilità condizionata della distanza data la superficie di rottura del terremoto. Questa dipende dall'ipocentro, dalla magnitudo, e da altri parametri racchiusi in  $\theta_i$ .
- $f_E(\varepsilon)$ , la funzione di probabilità della epsilon, ossia la pdf della distribuzione normale standard.



**Figura 3.4.** Schema riassuntivo dell'analisi PSHA (*Seismic Design of Buildings to Eurocode 8*, Edited by Ahmed Y. Elghazouli)

Discretizzando il dominio di integrazione è poi possibile determinare il contributo di ciascun parametro alla pericolosità totale. Il processo dell'analisi PSHA è mostrato in Figura 3.4. Ripetendo questo procedimento per una serie di scenari sismici, e calcolando il tasso di eccedenza di ciascuno si ottiene la curva di pericolosità  $\lambda(IM)$  (*hazard curve*) cercata, che esprime il tasso annuale di superamento di diversi valori del parametro di intensità dello scuotimento considerato.

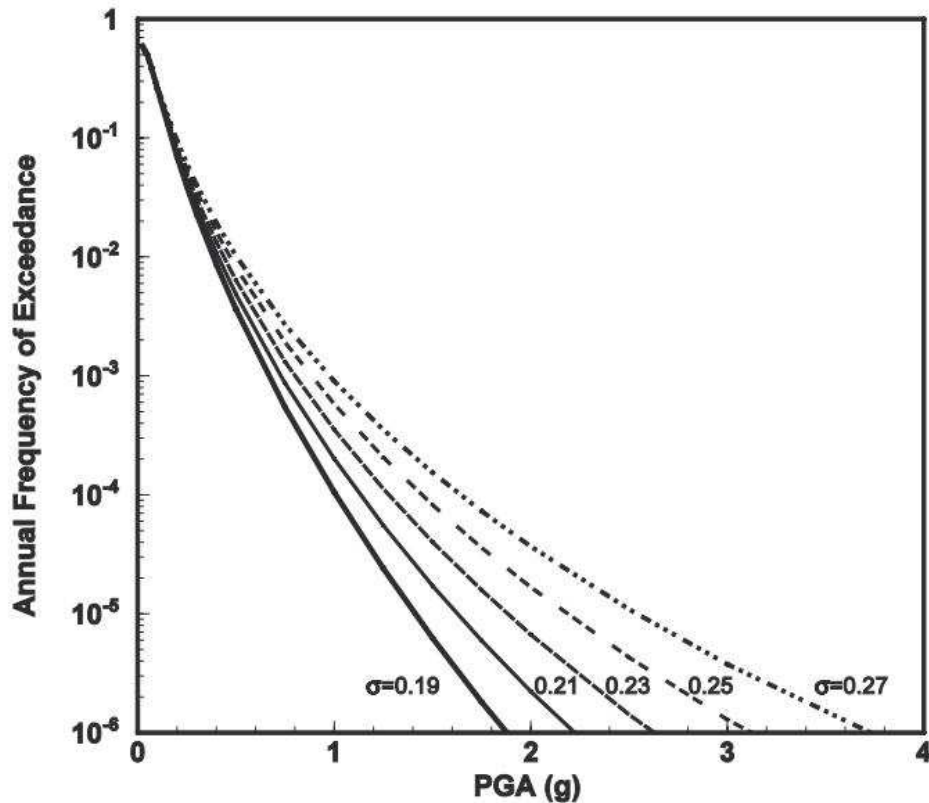


Figura 3.5. Alcuni esempi di *hazard curve* (*Seismic Design of Buildings to Eurocode 8*, Edited by Ahmed Y. Elghazouli)

Come si è detto, l'intensità sismica percepita in sito viene espressa nel modello tramite il parametro IM, i più diffusi sono l'accelerazione di picco del suolo (*PGA*) e l'accelerazione spettrale corrispondente al periodo fondamentale della struttura ( $S_a(T_1)$ ).

### 3.2 Analisi strutturale (*Structural Analysis*)

Questo capitolo è stato scritto facendo riferimento al testo *Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, Baker 2005. Il secondo step è quello più familiare all'ingegnere strutturista, perché consiste nella creazione di un modello dell'edificio oggetto di studio in modo da valutarne la risposta strutturale ad un assegnato evento sismico di intensità *IM*, riassunta in un vettore di parametri rappresentativi (*EDP*). Questi possono essere i più vari: le sollecitazioni interne, lo spostamento massimo d'interpiano, la massima rotazione plastica etc. È importante che il modello riesca a cogliere la risposta strutturale ad eventi sismici di bassa e alta intensità, perché ogni terremoto contribuisce al totale delle perdite.

Vediamo ora più in dettaglio quali sono le possibili alternative per ottenere la funzione di ripartizione complementare  $G_{EDP|IM}$ , la quale può essere poi combinata con la curva di pericolosità per ricavare il tasso di eccedenza annuale medio del parametro EDP, secondo l'equazione:

$$\lambda_{EDP}(y) = \int_{IM} G_{EDP|IM}(y|im) \left| \frac{d\lambda_{IM}(im)}{dim} \right| dim$$

Per stimare le proprietà di una variabile aleatoria (in questo caso, di EDP, data l'intensità IM) partendo da un numero finito di osservazioni bisogna fare ricorso agli strumenti dell'inferenza statistica. In particolare, possiamo distinguere tra due procedimenti generali: quello parametrico, dove si ipotizza che la variabile EDP abbia una certa distribuzione di probabilità (ad esempio, lognormale o normale), definita da pochi parametri, che saranno quindi oggetto di stima, e quello non parametrico, dove al contrario non si fanno ipotesi riguardo la distribuzione di probabilità dei dati raccolti.

### 3.2.1 Regressione da una nuvola di dati (*Regress on a cloud*)

In questo metodo, la struttura è soggetta ad una serie di accelerogrammi di assegnata intensità IM. Questi possono essere in seguito scalati uniformemente, qualora gli accelerogrammi originali non siano forti abbastanza da indurre il livello di risposta strutturale di nostro interesse. I risultati delle analisi dinamiche non lineari, plottati sul piano *IM-EDP*, formano spesso una nuvola (*cloud*), come in Figura 3.6: per mezzo di una regressione è possibile computare il valore medio e la deviazione standard del parametro EDP, data l'intensità IM. Una regressione lineare tra i logaritmi delle due variabili spesso fornisce una buona stima del valor medio di  $\ln EDP$ , in accordo con:

$$\ln EDP = a + b \ln IM + e$$

dove  $a$  e  $b$  sono coefficienti costanti ricavabili tramite regressione, ed  $e$  è una variabile aleatoria a media nulla rappresentante la dispersione. Così, il valor medio di  $\ln EDP$ , data un'intensità  $IM$  pari ad  $im$  vale:

$$E[\ln EDP|IM=im] = \hat{a} + \hat{b} \ln im$$

dove  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$  sono le stime dei coefficienti  $a$  e  $b$  ottenuti dalla regressione. Se si assume che la variabile  $e$  abbia varianza costante per ogni valore di  $IM$  (ipotesi ragionevole se il range dei valori  $IM$  è piccolo), allora possiamo scrivere:

$$\widehat{Var}[e] = \sqrt{\frac{\sum_i^n (\ln edp_i - (\hat{a} + \hat{b} \ln im_i))^2}{n-2}}$$

dove  $edp_i$  e  $im_i$  sono i valori di  $EDP$  e  $IM$  per l'accelerogramma  $i$ -esimo, ed  $n$  è il numero degli accelerogrammi. Se ora si assume che  $\ln EDP|IM$  abbia distribuzione Gaussiana, possiamo scrivere la funzione di ripartizione  $G_{EDP|IM}(y|im)$  come segue:

$$G_{EDP|IM}(y|im) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln y - (\hat{a} + \hat{b} \ln im)}{\widehat{Var}[e]}\right)$$

dove  $\Phi(\cdot)$  rappresenta la funzione di ripartizione di una variabile normale standard.

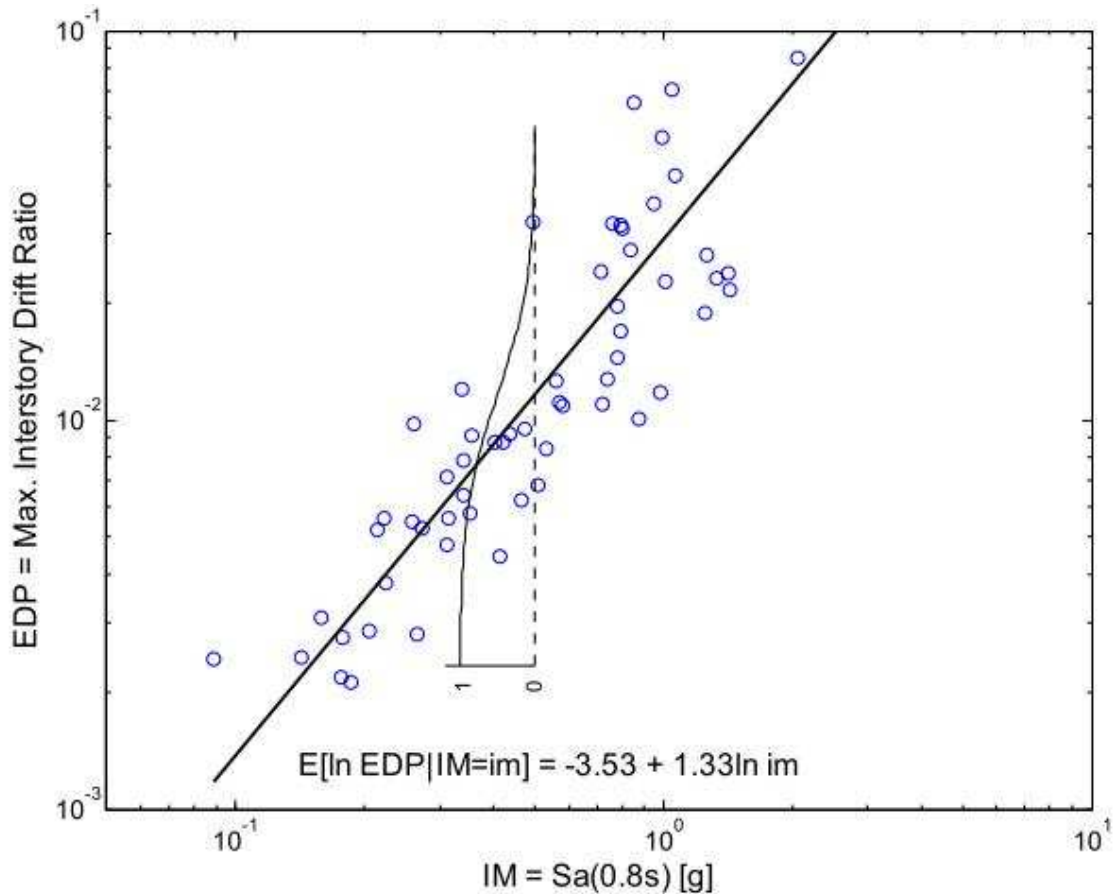


Figura 3.6. Un cloud di dati  $EDP|IM$ , e la funzione di ripartizione complementare di EDP, data  $Sa(T_1)=0.5g$  (*Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, Baker 2005)

Questo metodo presenta alcune restrizioni, in particolare richiede un legame lineare tra i logaritmi del parametro EDP e dell'intensità IM, con varianza costante: a volte, queste ipotesi possono essere accettabili solo su piccoli intervalli di IM, ma hanno il vantaggio di ridurre notevolmente il costo computazionale, perché pochi sono i parametri che devono essere ricavati. Inoltre, come si è mostrato, questo metodo consente una soluzione in forma chiusa. Se non si ritengono valide in toto queste ipotesi, e non è richiesta una soluzione in forma chiusa, esse possono essere abbandonate. Ad esempio, se la varianza non è costante, essa può essere stimata a parte, utilizzando la regressione lineare. Un legame lineare potrebbe non essere indicato per coprire tutto il range dei valori di IM, in tal caso si potrebbe applicare la regressione lineare solo in quegli intervalli dove lo si ritiene opportuno, o dove si pensa che possa dare stime cautelative. Infine, nel metodo ora presentato non si tiene in debito conto il fatto che un accelerogramma possa causare il collasso strutturale: questa eventualità può

essere incorporata aggiungendo una funzione supplementare della probabilità di collasso. Svolgendo una regressione solo su quegli accelerogrammi che non portano al collasso strutturale, si moltiplica infine la funzione di ripartizione così ottenuta per la probabilità di non collasso precedentemente stimata.

### **3.2.2 Scalare gli accelerogrammi ad un prestabilito valore di IM, quindi ricavare una distribuzione parametrica della risposta**

Se si è interessati a stimare la distribuzione del parametro EDP ad un specifico livello di intensità  $IM=im$ , un'altra possibilità consiste nello scalare tutti gli accelerogrammi in modo che ciascuno abbia intensità pari ad  $im$ . I risultati delle analisi dinamiche non lineari eseguite per ciascun accelerogramma, plottati in un grafico EDP-IM, assomigliano ad una striscia (*stripe*) – come in Figura 3.7. Per ricavare una distribuzione da questi dati, è possibile ricavarne la media e la deviazione standard, ed usare questi valori per calibrare la funzione di ripartizione. Ad esempio, assegnando una CCDF del tipo

$$G_{EDP|IM}(y|im) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln y - \hat{\mu}}{\hat{\beta}}\right)$$

dove  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\beta}$  sono, rispettivamente, media e deviazione standard della *stripe* corrispondente ad  $IM=im$ , è possibile assegnare una distribuzione gaussiana alla variabile  $\ln EDP$ .



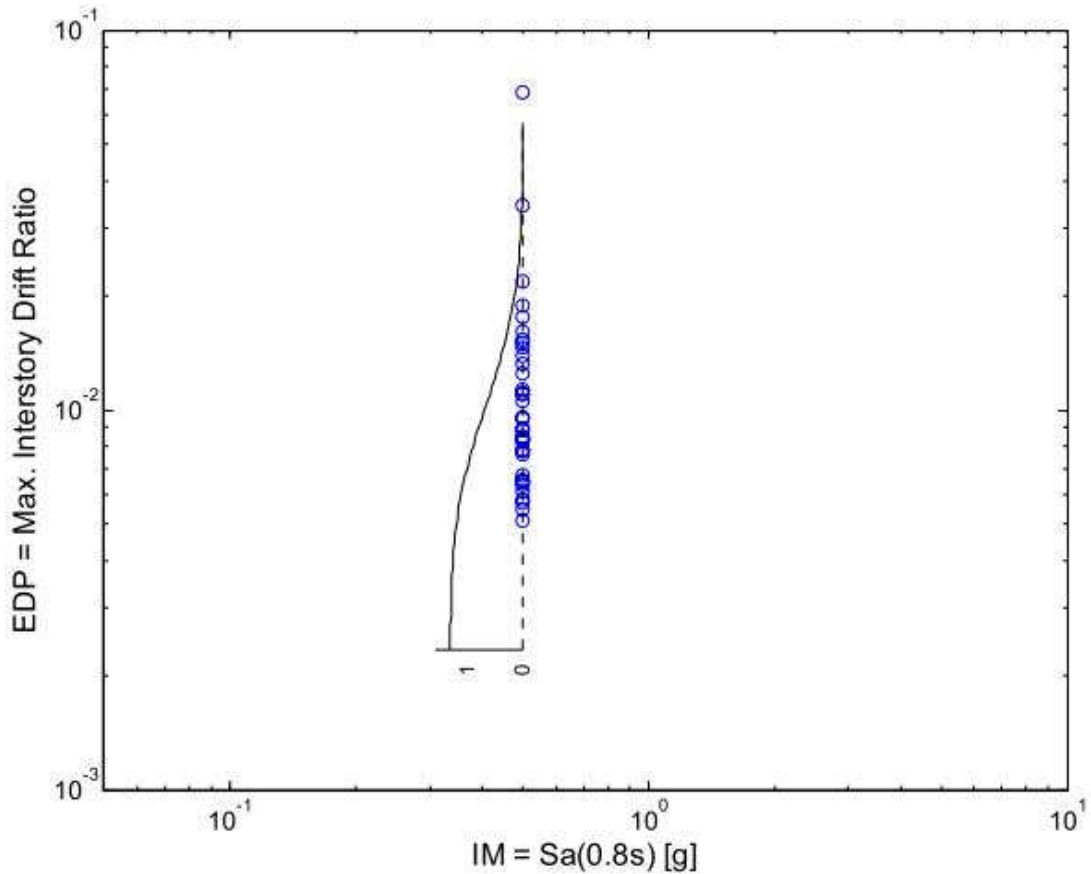


Figura 3.7. Una striscia di dati e la corrispondente funzione di ripartizione complementare ricavata da una distribuzione parametrica (*Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, Baker 2005)

Se invece interessa stimare la distribuzione del parametro EDP in corrispondenza di un certo intervallo di intensità IM, è sufficiente ripetere la procedura appena descritta per ogni valore di  $IM=im$  (*Multiple Stripres Analysis*), come mostrato in Figura 3.8. Con l'analisi MSA è facile tenere in conto del collasso provocato da alcuni accelerogrammi: dapprima si stima la probabilità di collasso come la frazione degli accelerogrammi di ciascuna striscia che causano il collasso strutturale, poi calibrando una distribuzione parametrica, spesso del tipo lognormale, ai rimanenti. In questo modo, la distribuzione di ripartizione risulta:

$$G_{EDP|IM}(y|im) = 1 - P(NC|IM = im)\Phi\left(\frac{\ln y - \hat{\mu}}{\hat{\beta}}\right)$$

dove  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\beta}$  sono, rispettivamente, media e deviazione standard delle risposte strutturali che non portano a collasso, e  $P(NC|IM = im)$  è la

frazione di accelerogrammi che non portano al collasso strutturale per la striscia relativa ad  $IM=im$ .

Quando si vuole stimare la probabilità di collasso a più livelli di IM, questa può essere calcolata per ogni striscia, oppure si può calibrare una funzione parametrica su un certo intervallo di interesse.

Tuttavia, se interessa la risposta strutturale ad un solo livello  $IM=im$  (“Qual è la probabilità di superamento del livello  $y$  per il parametro EDP in corrispondenza di un’intensità IM pari ad un valore con probabilità di superamento del 10% in 50 anni?”), si può utilizzare con profitto il metodo appena descritto. Uno svantaggio è rappresentato dal fatto che potenzialmente potrebbero essere richieste più analisi rispetto al metodo “cloud”, se occorre indagare la risposta strutturale a diversi valori di intensità IM.

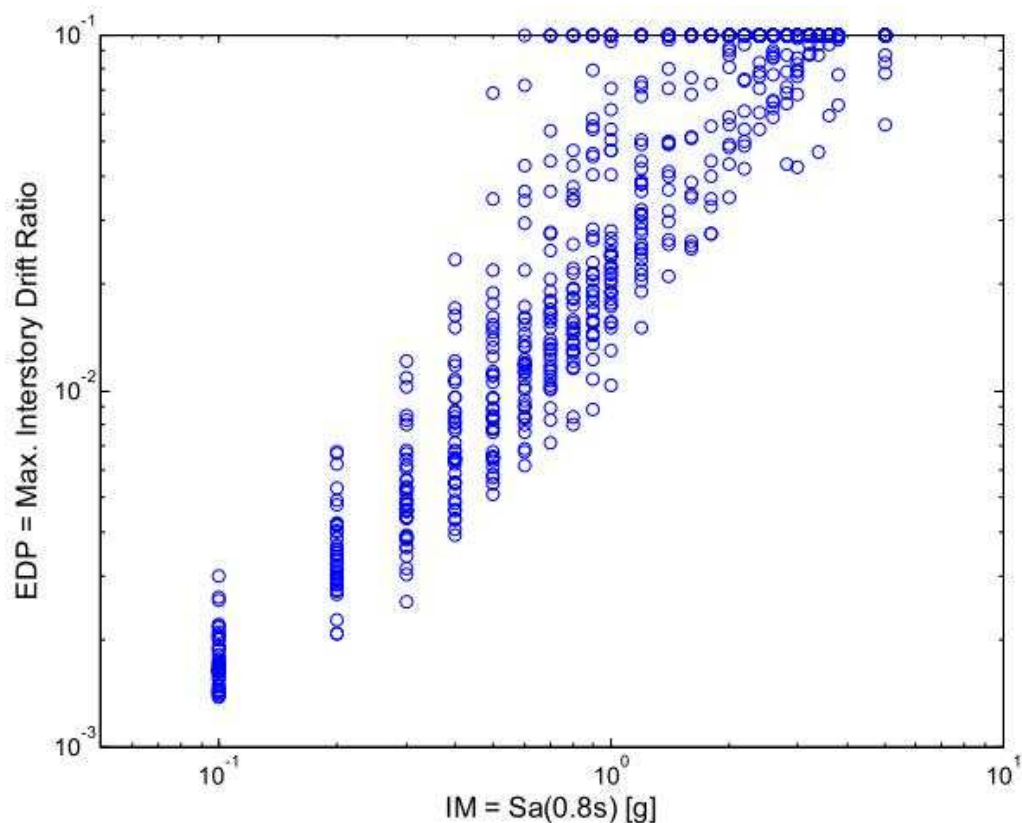


Figura 3.8. Strisce di dati (multiple stripes) utilizzate per stimare la distribuzione di EDP in corrispondenza a diversi valori di IM (*Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, Baker 2005)

### 3.2.3 Calibrare una distribuzione di capacità ai risultati delle IDA

A differenza dei metodi precedenti, con questo approccio la distribuzione  $EDP|IM$  non viene stimata direttamente: si utilizzano infatti i risultati delle analisi IDA per determinare la distribuzione dei valori dell'intensità IM che causano il raggiungimento di un certo valore per il parametro EDP. Anziché ricavare la funzione

$$G_{EDP|IM}(y|im) = P(EDP > y|IM = im),$$

con questo metodo si ricava invece la funzione

$$F_{IM_{cap}|EDP}(im|y) = P(IM_{cap} < im|EDP = y),$$

dove  $IM_{cap}$  è una variabile aleatoria che rappresenta la distribuzione dei valori IM che comportano il raggiungimento di un livello  $y$  per il parametro EDP (ossia, la *capacità* della struttura di resistere ad un determinato livello del parametro EDP, espressa in funzione dell'intensità del terremoto). Il termine  $F_{IM_{cap}|EDP}(im|y)$  è la probabilità che l'intensità del sisma sia minore di  $im$ , una volta assodato che il sisma ha comportato un valore di EDP pari ad  $y$ . La curva di pericolosità della risposta strutturale può essere così calcolata:

$$\lambda_{EDP}(y) = \int_{IM} F_{IM_{cap}|EDP}(im|y) \left| \frac{d\lambda_{IM}(im)}{dim} \right| dim.$$

Un esempio è riportato in Figura 3.9, per un valore di EDP pari a 0.01. Si noti che con questo metodo non è necessario trattare separatamente gli accelerogrammi che portano al collasso strutturale.

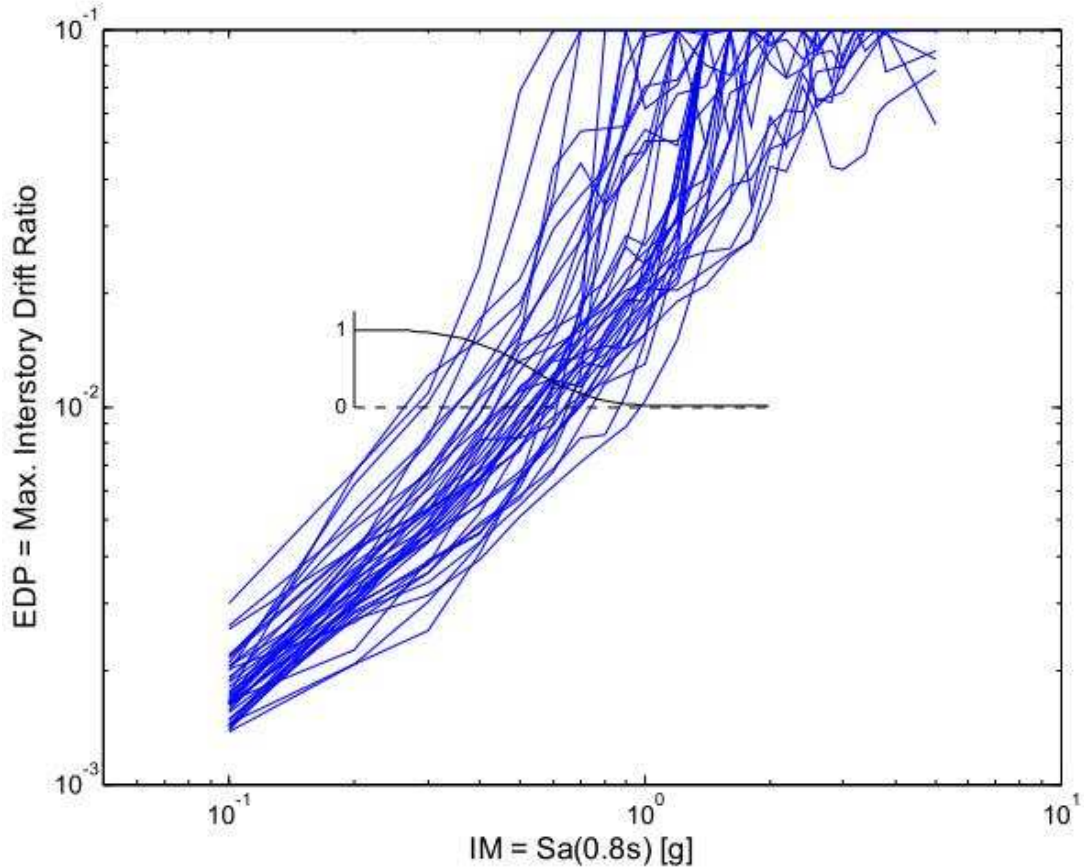


Figura 3.9. Curve IDA, e una stima (lognormale) della CDF della capacità strutturale  $IM_{cap}$ , dato  $EDP=0.01$  (*Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, Baker 2005)

Questo metodo richiede un dispendio computazionale maggiore del metodo “*cloud*”, anche se è sicuramente più accurato. Inoltre, non sempre c’è una corrispondenza biunivoca tra il parametro EDP e l’intensità IM (le curve IDA non sono infatti monotonicamente crescenti in alcuni intervalli di IM). Il rimedio più ovvio in questi casi è fissare  $IM_{cap}$  pari al più piccolo valore di IM tale che  $EDP=y$ .

Si riporta di seguito (Cfr. *Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, Baker 2005), in Figura 3.10, il grafico riassuntivo delle curve di pericolosità del parametro EDP (*EDP hazard curves*), ottenute con i tre metodi esposti: *cloud*, *MSA*, *IM capacity*. Come si può osservare, i tre metodi forniscono risultati abbastanza simili, anche in ragione delle molte analisi strutturali effettuate (circa un migliaio).

Si può quindi affermare che, dato un ampio numero di dati per la stima (cioè svolgendo numerose analisi strutturali), assumendo una distribuzione

lognormale della risposta strutturale, e data la monotonicità delle curve IDA, i tre metodi convergono verso risultati tra loro confrontabili.

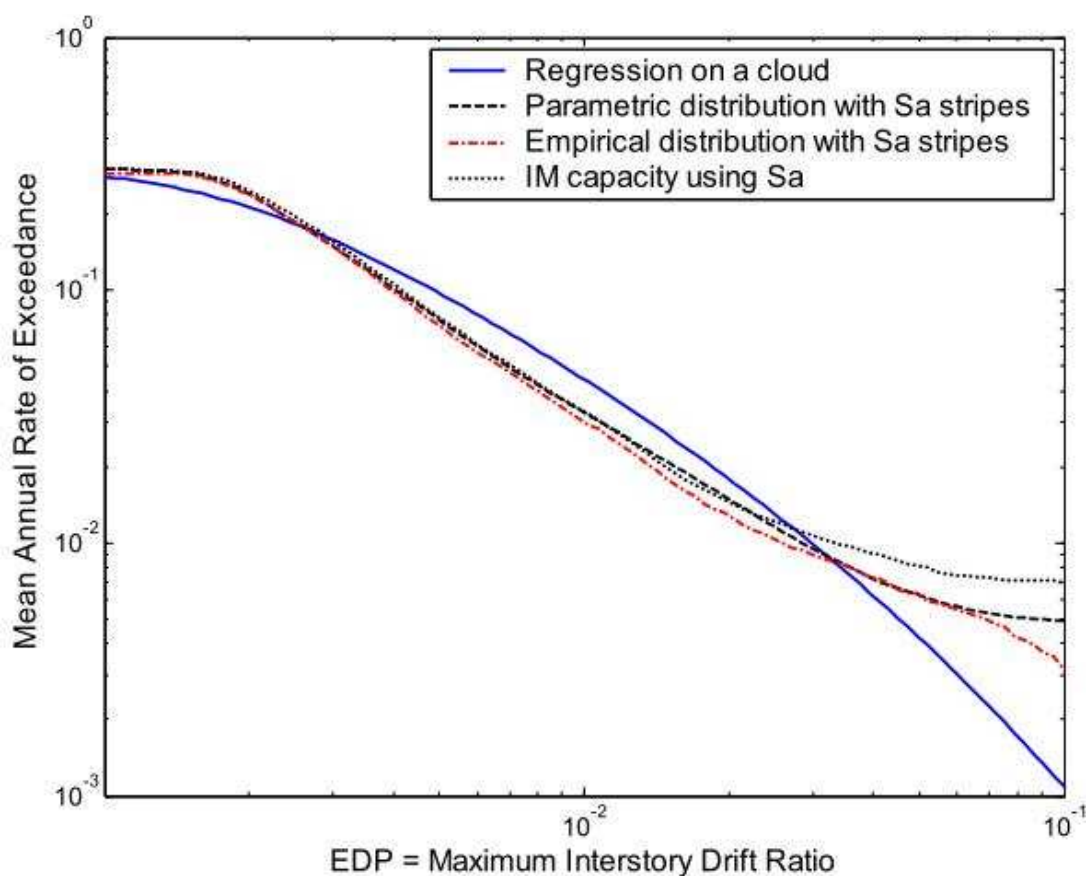


Figura 3.10. Confronto delle curve di pericolosità del parametro EDP ottenute con i tre metodi fin qui descritti (*Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, Baker 2005)

Per facilitare la creazione del modello strutturale, nel 2006 il PEER Center ha messo a punto il software open-source *OpenSees*, che contiene una vasta gamma di elementi finiti, materiali e sezioni tipo.

### 3.3 Analisi di danno (*Damage Analysis*)

Questo capitolo è stato scritto facendo riferimento ai testi *An Overview of PEER's Performance-Based Earthquake Engineering Methodology*, Keith A. Porter, *An ounce of prevention: probabilistic loss estimation for performance-based earthquake engineering*, J. Mitrani-Reiser 2007. I parametri così raccolti (*EDP*) al termine dell'analisi strutturale rappresentano l'input del terzo step, l'analisi di danno. Qui, tramite funzioni di fragilità (*fragility functions*) del tutto simili a quelle descritte in precedenza, viene stimata la probabilità corrispondente

al raggiungimento di determinati livelli di danno, ciascuno descritto per mezzo di un'opportuna misura di danno ( $DM$ ). I livelli di danno sono descritti in maniera dettagliata, e ciascuno viene computato con riferimento alla situazione pre-sisma, cioè quella non danneggiata. Le stime di danno vengono quindi raccolte anch'esse in un vettore probabilistico, che sarà l'input del successivo step. Di seguito si riportano alcuni esempi.

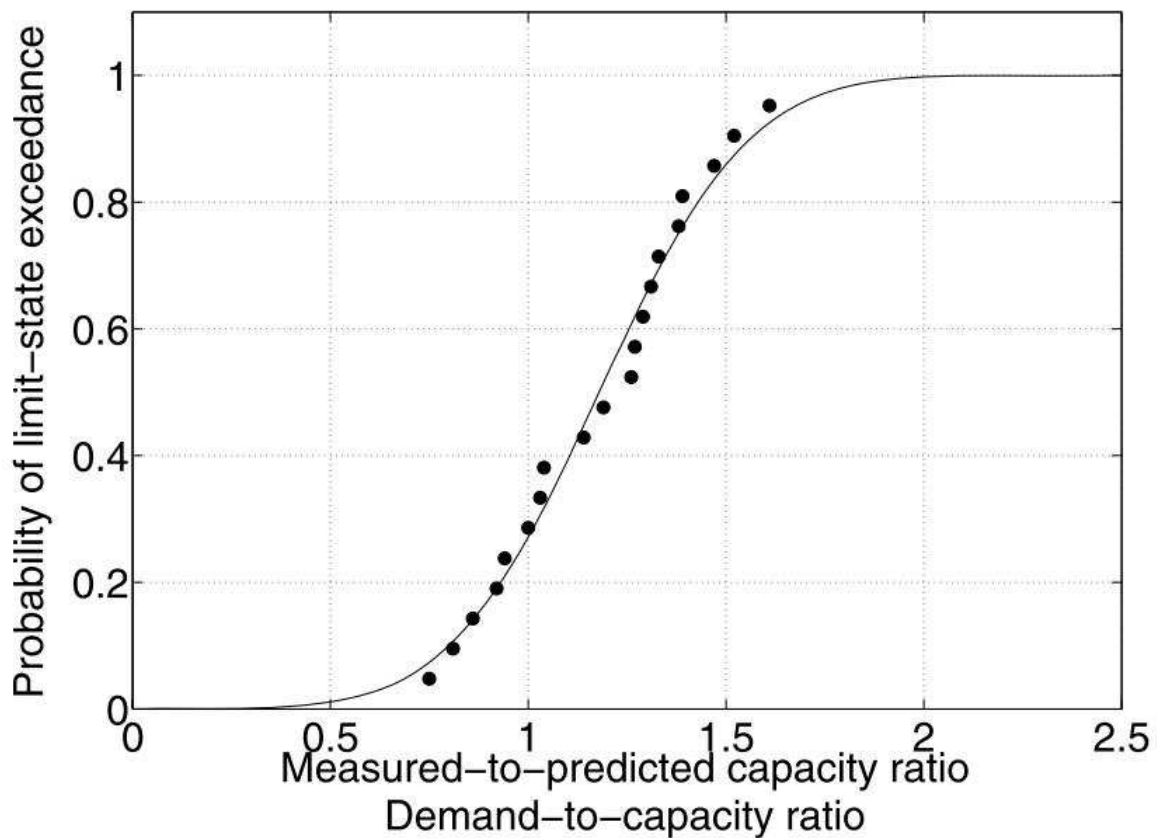


Figura 3.3. Curva di fragilità utilizzata per valutare il collasso flessionale di una pila da ponte, dove EDP è lo spostamento massimo in sommità (Cfr. *Performance Based Earthquake Engineering: Application to an Actual Bridge-Foundation-Ground System*, Joel P. Conte, Yuyi Zhang)

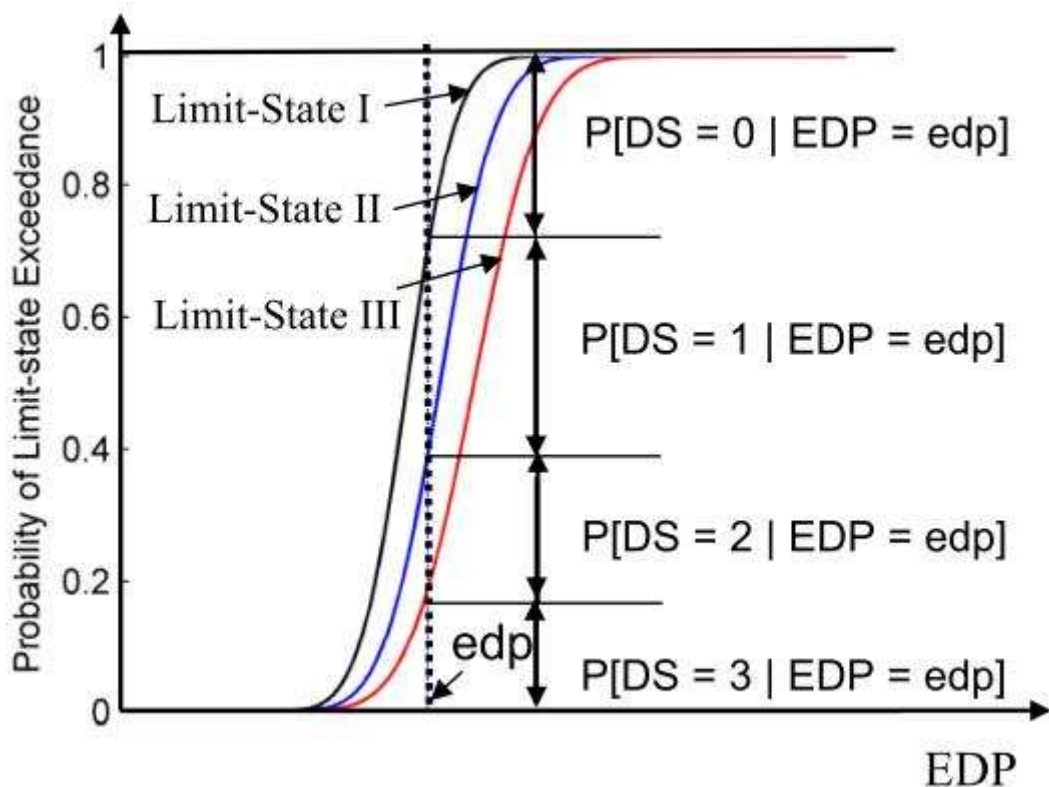


Figura 3.4. Un altro esempio di curva di fragilità (Cfr. *Probabilistic Performance-Based Optimum Seismic Design of (Bridge) Structures*, Joel P. Conte, Yuyi Zhang)

### 3.4 Analisi delle perdite (*Loss Analysis*)

Questo capitolo è stato scritto facendo riferimento ai testi *An ounce of prevention: probabilistic loss estimation for performance-based earthquake engineering*, J. Mitrani-Reiser 2007, *Enhanced Loss Estimation for Buildings with Explicit Incorporation of Residual Deformation Demands*, E. Miranda M. Ramirez 2012. L'ultimo step prevede la stima probabilistica della performance, parametrizzata tramite opportune variabili dette "di decisione" (*DV*), note che siano le misure di danno e lo stato di fatto dell'edificio oggetto di studio ( $p[DV|DM,D]$ ). Come si è detto in precedenza, la stima della performance dell'edificio viene effettuata secondo criteri di maggior interesse per l'utente, perché quantitativi ("*dollars, deaths, downtime*").

In particolare, secondo l'approccio sviluppato da Miranda (2005) e Mitrani-Reiser (2007), la stima delle perdite dovute ad un terremoto di intensità *IM*



–  $E[L_T | IM]$  – viene computata sommando le perdite connesse a due eventi mutualmente esclusivi, ed esaustivi, ossia:

- l'edificio non crolla, e il danno viene riparato ( $NC \cap R$ );
- l'edificio crolla, e viene ricostruito ( $C$ )

Formalmente:

$$E[L_T | IM] = E[L_T | NC \cap R, IM] P(NC \cap R | IM) + E[L_T | C] P(C | IM)$$

Dove  $P(C | IM)$  e  $P(NC \cap R | IM)$  sono rispettivamente le probabilità di collasso e di non collasso, data l'intensità del sisma  $IM$ . Tuttavia è bene considerare che se le deformazioni residue post-terremoto sono notevoli, come mostrato in Figura 3.13, potrebbe rendersi necessaria la demolizione dell'edificio – nonostante esso non sia crollato.

Se da un lato infatti la duttilità consente di minimizzare la probabilità di collasso, dall'altro essa si traduce in ampie escursioni in campo plastico, con annessi spostamenti residui: comportamento ottimale dal punto di vista della *performance* strutturale, molto meno se si valuta la stessa *performance* con il metro della *loss analysis*.



**Figura 3.5** Esempi di edifici con importanti deformazioni residue, che andranno demoliti (*Enhanced Loss Estimation for Buildings with Explicit Incorporation of Residual Deformation Demands*, E. Miranda M. Ramirez 2012)

Quest'evenienza comporta l'aggiunta di un terzo termine nella precedente equazione, come suggerito dai ricercatori Miranda e Ramirez (*World Conference in Earthquake Engineering, WCEE 2012*), ossia:



$$E[L_T|IM] = E[L_T|NC \cap R, IM] P(NC \cap R/IM) + E[L_T|NC \cap D, IM] P(NC \cap D/IM) + E[L_T|C] P(C/IM)$$

dove  $E[L_T|NC \cap D, IM]$  è appunto la stima delle perdite sostenute dall'edificio nel caso in cui non sia crollato ma necessiti di demolizione, opportunamente pesata dalla probabilità associata a quest'ipotesi –  $P(NC \cap D/IM)$ . La suddetta equazione può essere ulteriormente manipolata con semplici passaggi, tenendo conto del fatto che gli eventi “demolizione” e “riparazione” sono mutualmente esclusivi, posto che l'edificio non sia crollato. Si ottiene quindi:

$$E[L_T|IM] = E[L_T|NC \cap R, IM] \{1 - P(D/NC, IM)\} \{1 - P(C/IM)\} + E[L_T|NC \cap D, IM] P(D/NC, IM) \{1 - P(C/IM)\} + E[L_T|C] P(C/IM)$$

Come si può notare, tutti i termini sono influenzati dalla probabilità di collasso, che come si è visto può essere ricavata dall'analisi strutturale per mezzo di un'analisi incrementale dinamica (IDA).

Ignorare le conseguenze finanziarie dovute ad eccessivi spostamenti residui può portare a sottostimare notevolmente le perdite connesse al terremoto, specialmente se si considerano gli edifici di ultima generazione. Miranda e Ramirez sviscerarono quest'aspetto confrontando i risultati relativi ad analisi di *loss* su edifici “duttili” e non, qui riportati per completezza.

Come si nota nella tabella riassuntiva di Figura 3.14, gli edifici di ultima generazione mostrano un incremento sostanziale delle perdite stimate, quando si considerano gli effetti di eccessivi spostamenti residui nell'ambito di una valutazione economica della *performance*.

Building	Expected Loss at design level EQ				Disaggregation		
	$E[L_T   NC \cap NR]$	$E[L_T   NC \cap ND]$	$E[L_T   C]$	$E[L_T   IM]$	$E[L_T   NC \cap NR]$	$E[L_T   NC \cap ND]$	$E[L_T   C]$
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1) / (4)	(2) / (4)	(3) / (4)
4-story Ductile	25%	15%	3%	42%	58%	36%	6%
12-story Ductile	15%	13%	6%	34%	44%	38%	18%
4-story Non-ductile	12%	12%	51%	74%	16%	16%	68%
12-story Non-ductile	4%	12%	65%	81%	5%	15%	80%

Figura 3.6 Tabella riassuntiva delle analisi di loss svolte da Ramirez e Miranda. Le perdite sono espresse in percentuale rispetto al valore dell'edificio (*Enhanced Loss Estimation for Buildings with Explicit Incorporation of Residual Deformation Demands*, E. Miranda M. Ramirez 2012)

In Figura 3.15 sono invece messi a confronto i risultati delle analisi di loss sugli stessi edifici, qualora si considerino o meno le perdite dovute alla demolizione, per diversi livelli d'intensità sismica.

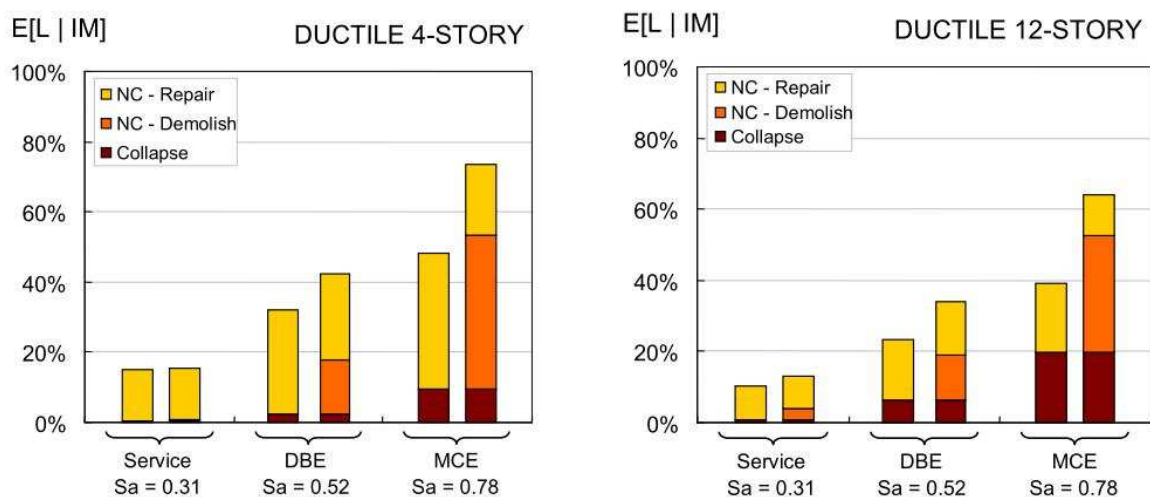


Figura 3.7 Schema riassuntivo dei risultati dell'analisi di loss per differenti livelli di intensità sismica (*Enhanced Loss Estimation for Buildings with Explicit Incorporation of Residual Deformation Demands*, E. Miranda M. Ramirez 2012)

Al livello “di servizio” (probabilità di superamento del 50% in 50 anni) le perdite relative alla demolizione non sono significative rispetto al totale, mentre non sono affatto trascurabili per DBE (*Design Basis Earthquake*) e MCE (*Maximum Credible Earthquake*, con probabilità di superamento del 2% in 50 anni): a quest'ultimo livello infatti le perdite connesse alla demolizione rappresentano il 60% del totale, mentre quelle dovute al collasso strutturale si attestano attorno al 27%.

Queste stime possono essere poi utilizzate nella gestione del rischio sismico (*seismic risk management*), o per valutare quale sia la migliore scelta di progetto in termini di *performance* per la ristrutturazione di un edificio.



# Capitolo 4

---

## Applicazione su un caso di studio

Dopo aver presentato i quattro step che compongono il metodo messo a punto dal PEER Center, si tenterà ora di applicare il suddetto metodo di analisi ad un caso di studio. Questo è costituito da un telaio piano in calcestruzzo armato di quattro piani, a tre campate, sito a Milazzo (Messina). La struttura in oggetto è classificabile come non antisismica, progettata secondo il D.M. 14 febbraio 1992. Dalle analisi dinamiche svolte il periodo proprio risulta pari a 0,691s.

### 4.1 Analisi di pericolosità (*Hazard Analysis*)

Nello svolgere l'analisi di pericolosità si è fatto riferimento alle mappe interattive di pericolosità sismica messe a punto dall'INGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia), consultabili all'indirizzo <http://esse1.mi.ingv.it>. Dopo aver centrato la mappa sul comune di Milazzo, si è scelto come parametro dello scuotimento – coerentemente con gli step successivi dell'analisi – lo spettro di risposta elastico in accelerazione in funzione del periodo proprio, pari a 0,691s. Quindi, ricordando che vale:

$$P = 1 - e^{-\lambda t}$$

dove  $P$  è la probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $t$ , si è ricavata la frequenza media annuale di superamento  $\lambda$  corrispondente a ciascuna probabilità. Associando ad ogni  $\lambda$  l'accelerazione spettrale fornita dalla mappa si è costruita la curva di pericolosità per il sito di interesse. Di seguito alcune immagini esemplificative.

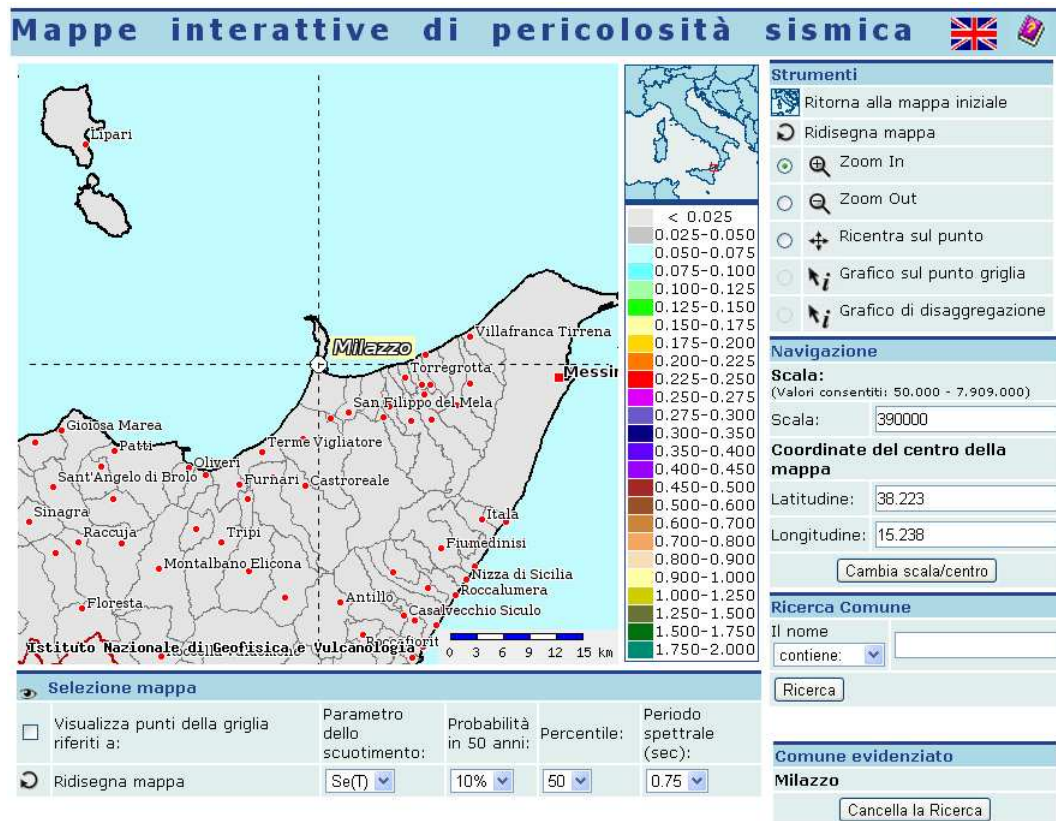


Figura 4.1. La mappa di pericolosità viene centrata su Milazzo

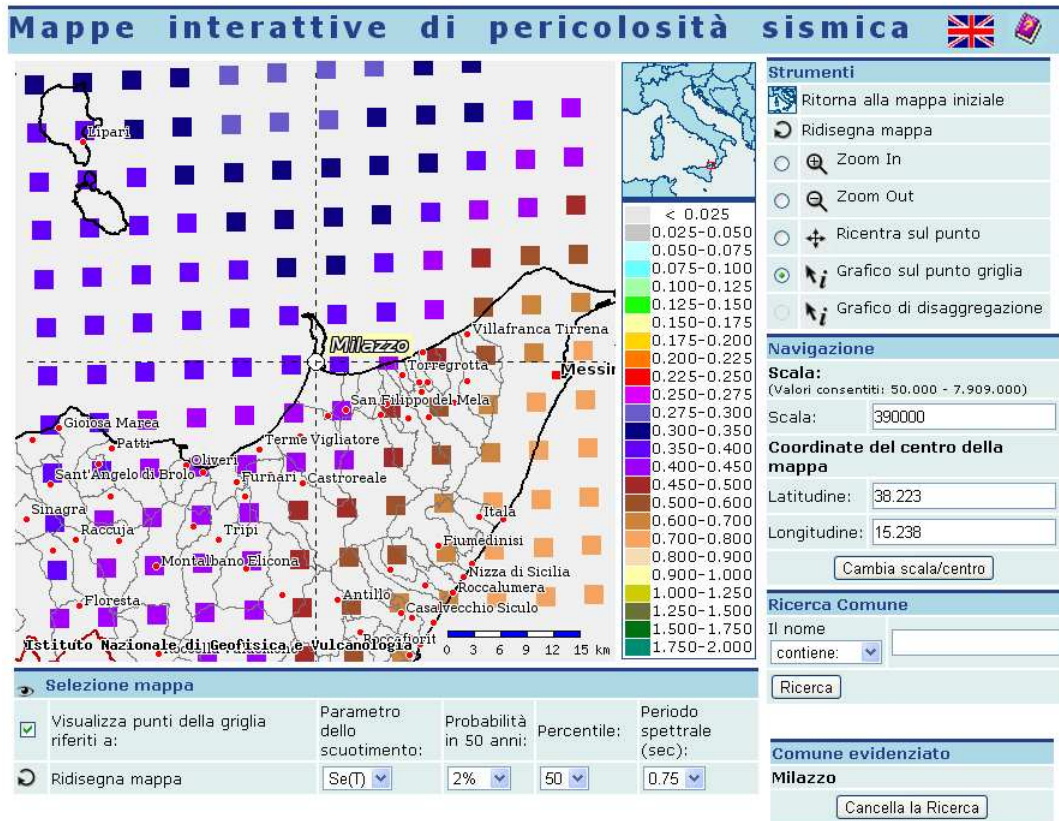


Figura 4.2. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 2% in 50 anni

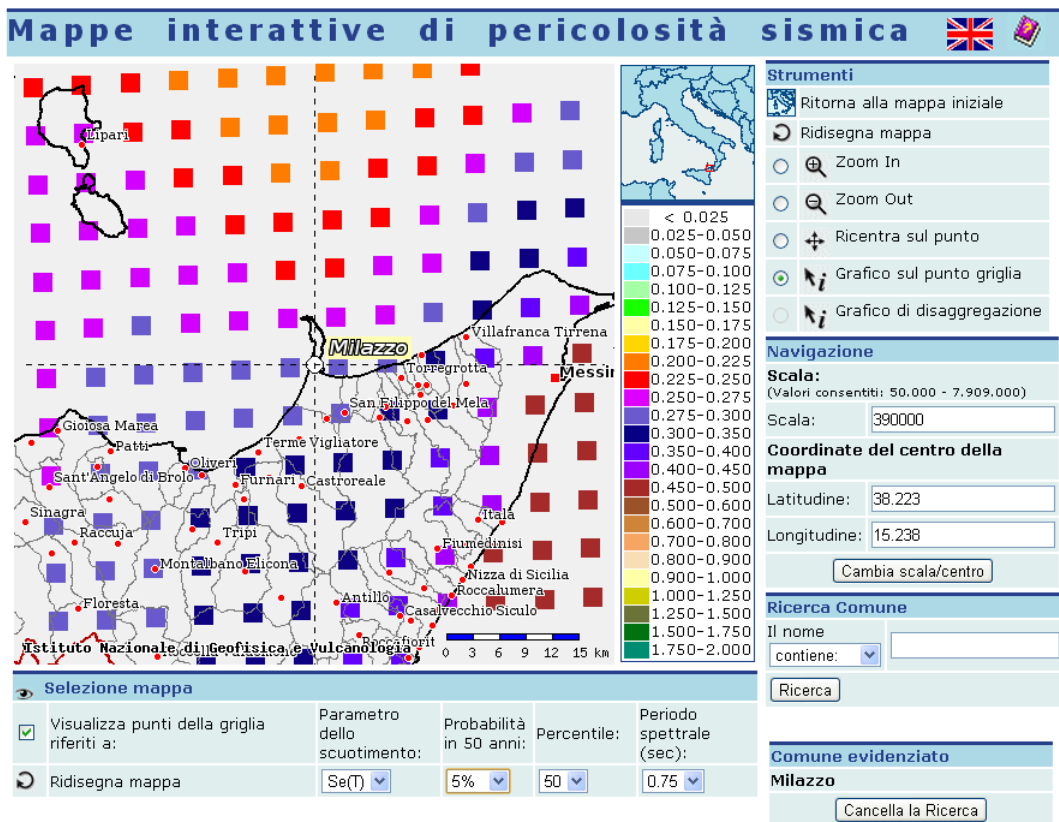


Figura 4.3. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 5% in 50 anni



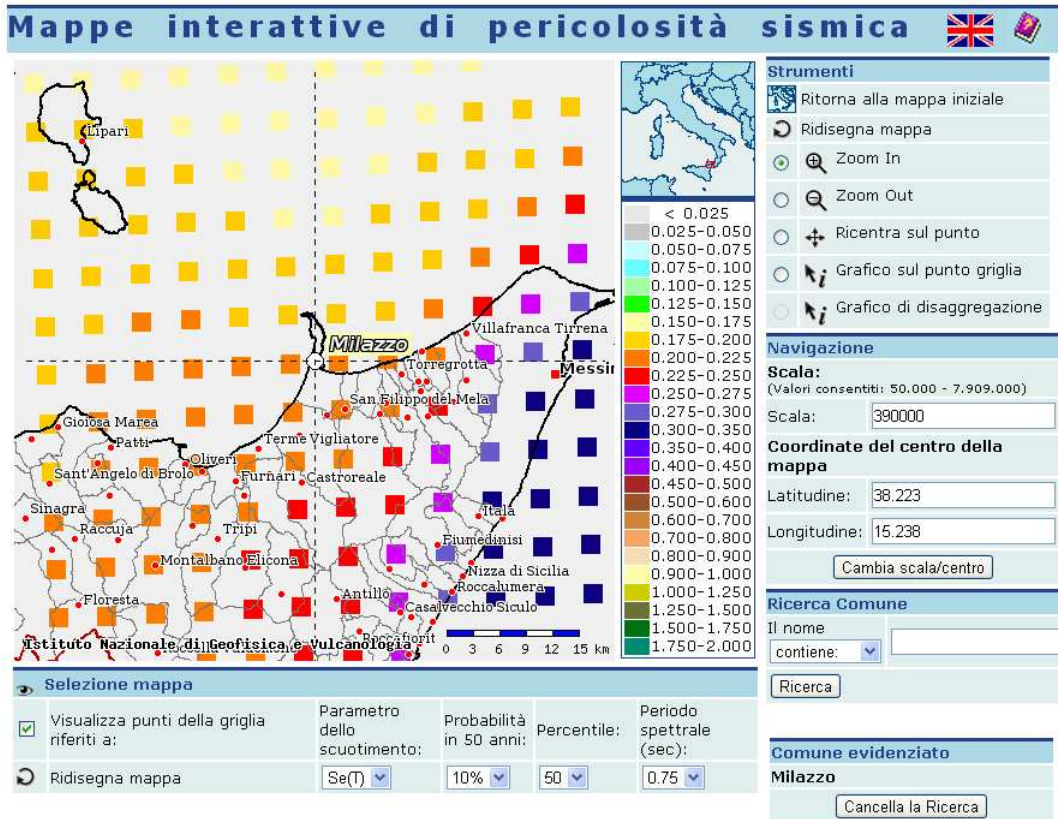


Figura 4.4. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 10% in 50 anni

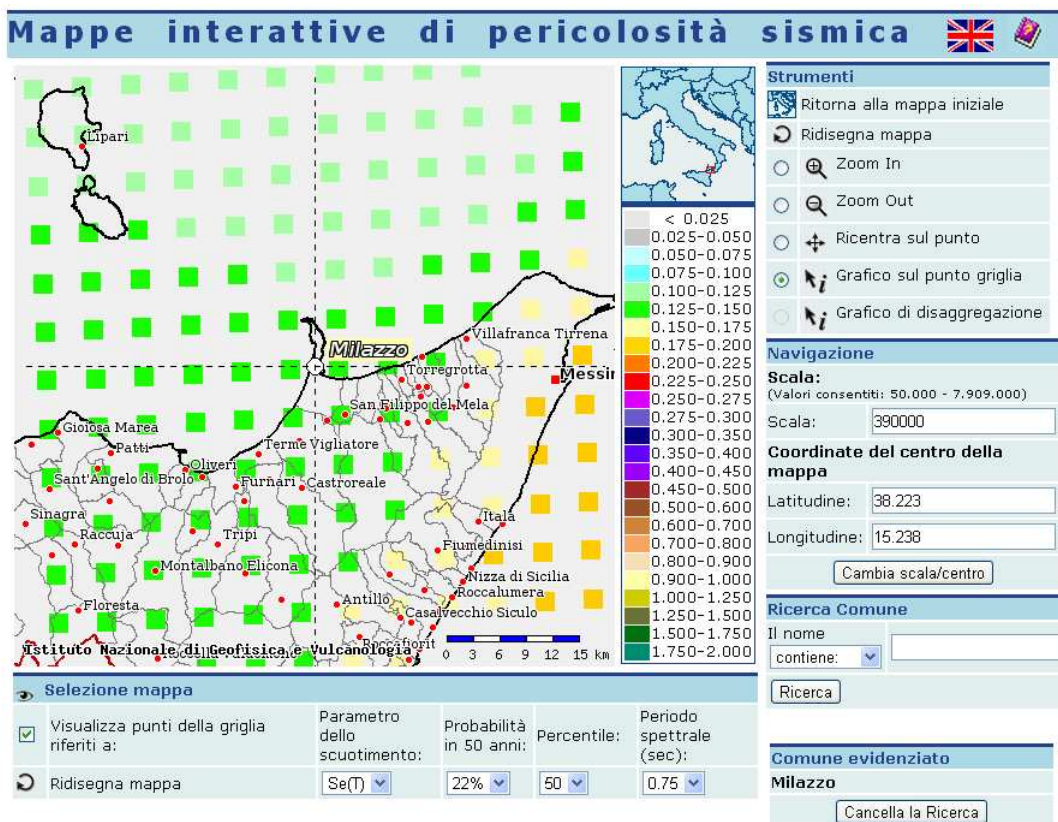


Figura 4.5. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 22% in 50 anni



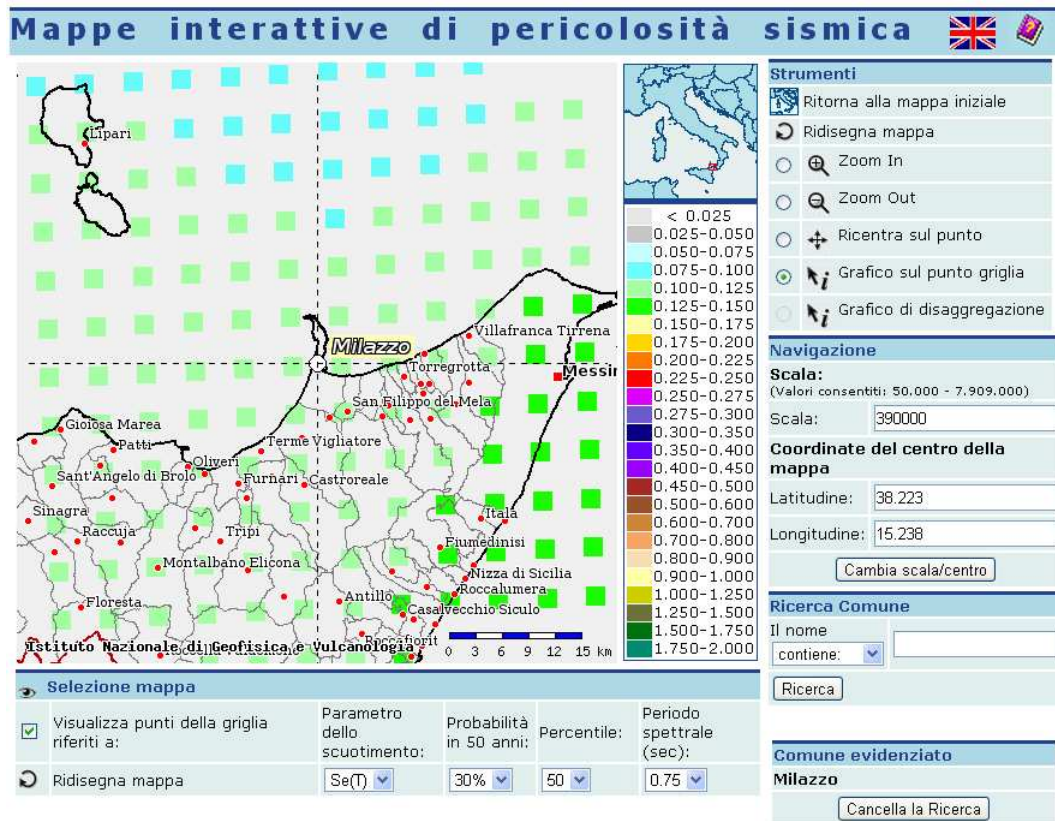


Figura 4.6. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 30% in 50 anni

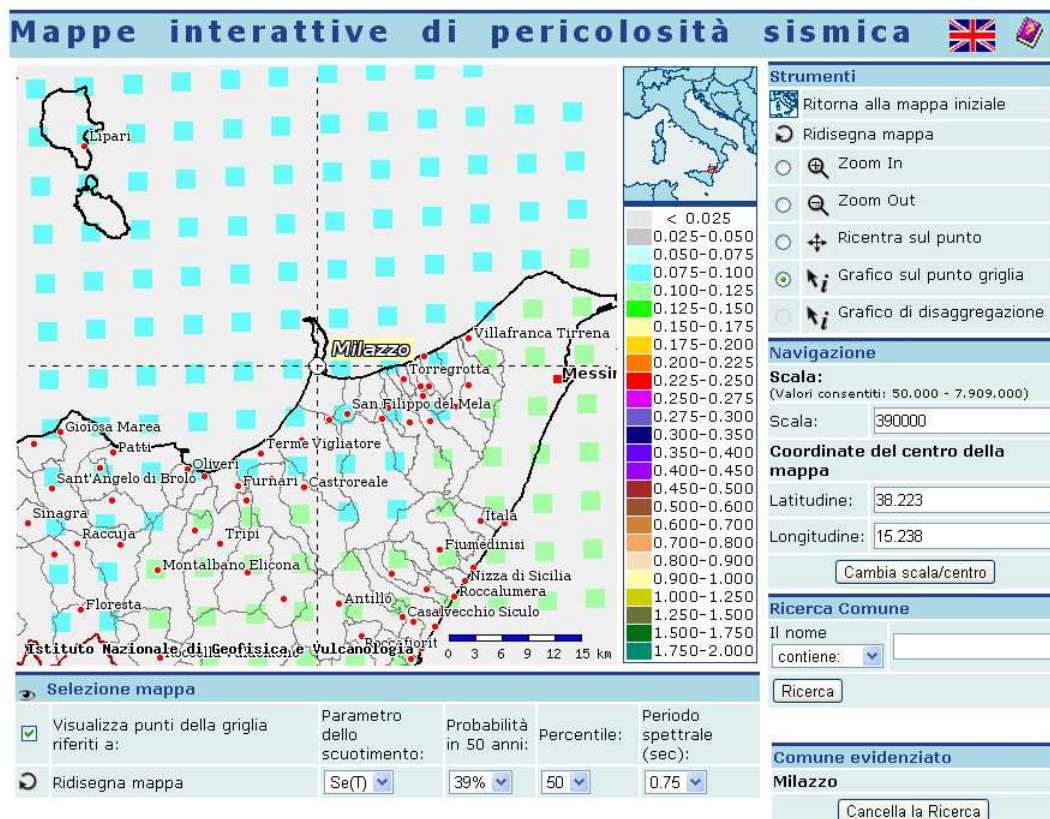


Figura 4.7. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 39% in 50 anni

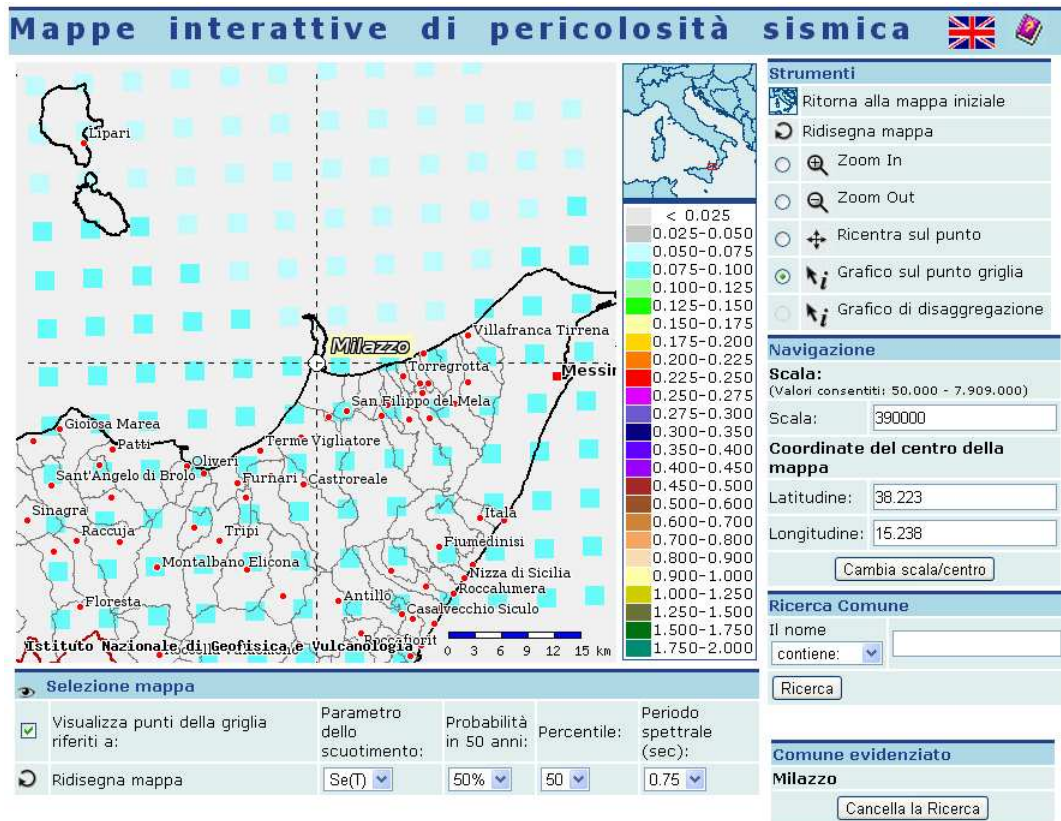


Figura 4.8. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 50% in 50 anni

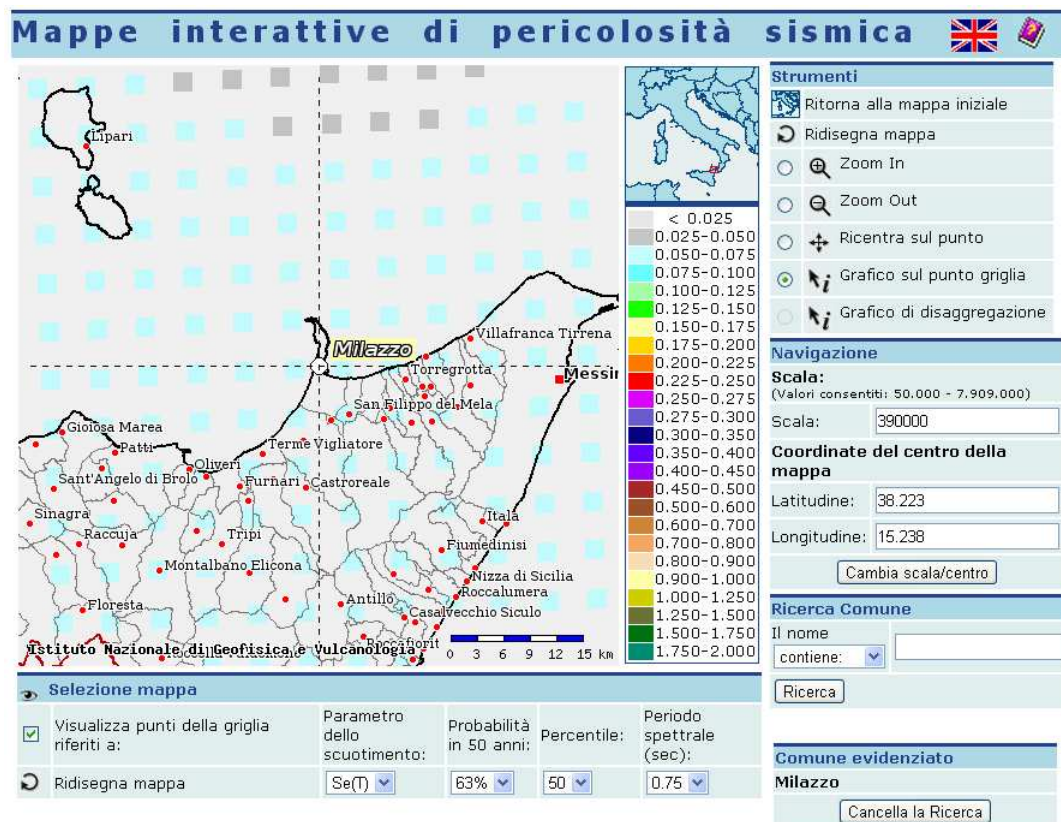


Figura 4.9. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento del 63% in 50 anni



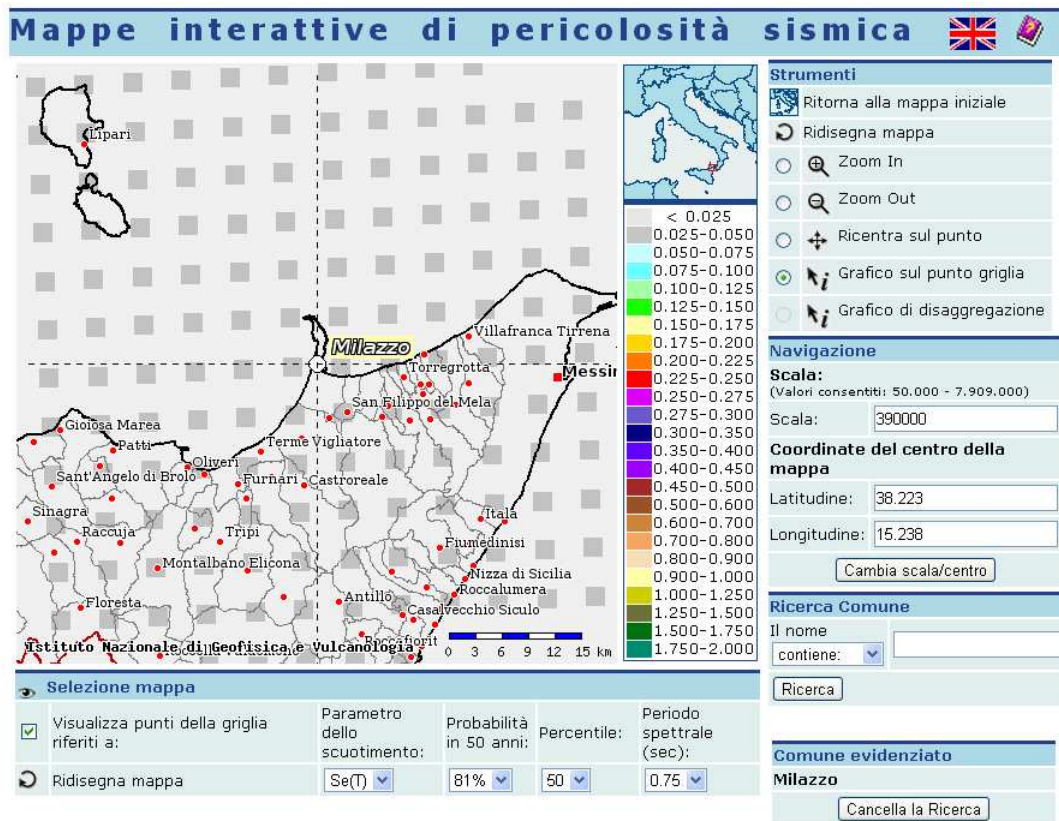


Figura 4.10. Mappa di pericolosità sismica corrispondente ad una probabilità di superamento dell'81% in 50 anni

Com'era logico attendersi, al crescere della probabilità di superamento diminuiscono le ordinate dello spettro elastico in accelerazione fornite dalle mappe. In Figura 4.11 si riporta la curva di pericolosità ottenuta graficando i dati raccolti.

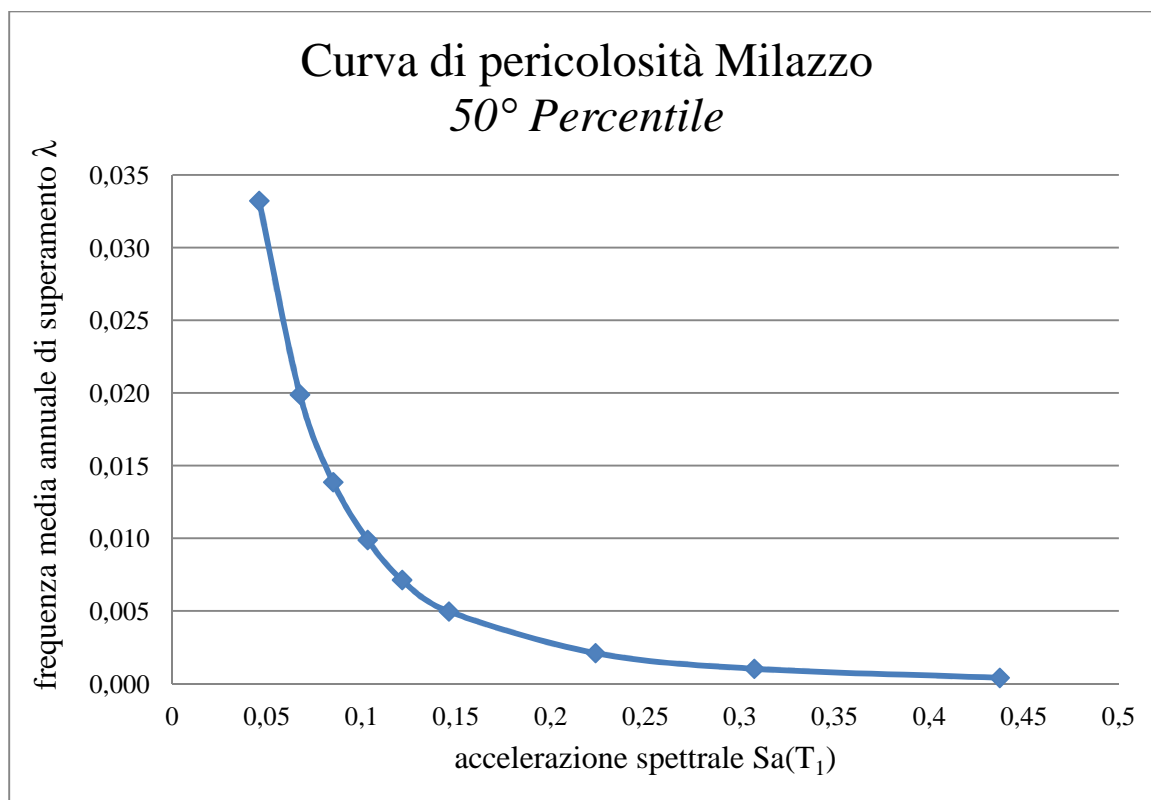


Figura 4.11. Curva di pericolosità per il sito d'interesse (Milazzo)

## 4.2 Analisi strutturale (*Structural Analysis*)

Una volta ricavata la curva di pericolosità, si passa all'analisi strutturale, con l'obiettivo di ricavare una correlazione tra l'intensità dello scuotimento in sito ed un parametro significativo della risposta strutturale, in questo caso il massimo spostamento d'interpiano della struttura oggetto di studio. La geometria e il dettaglio delle armature sono illustrati, rispettivamente, in Figura 4.12 ed in Tabella 4.1. Le analisi svolte tengono in conto le nonlinearità geometriche e di materiale. Gli elementi strutturali sono modellati usando elementi finiti con cerniere plastiche, così come definiti da Scott e Fenves (2006); tali elementi limitano il comportamento non lineare alla sola zona delle cerniere plastiche, di lunghezza definita, per evitare perdite di oggettività. In tal modo si evitano i problemi di localizzazione che gli elementi con plasticità distribuita possono manifestare quando le sezioni trasversali sono soggette a *softening*. Maggiori dettagli nell'articolo *Non-stationary artificial accelerograms for*

nonlinear analysis of R.C. frame structures, Buratti N., Savoia M., 14  
ECEE Ohrid 2010.

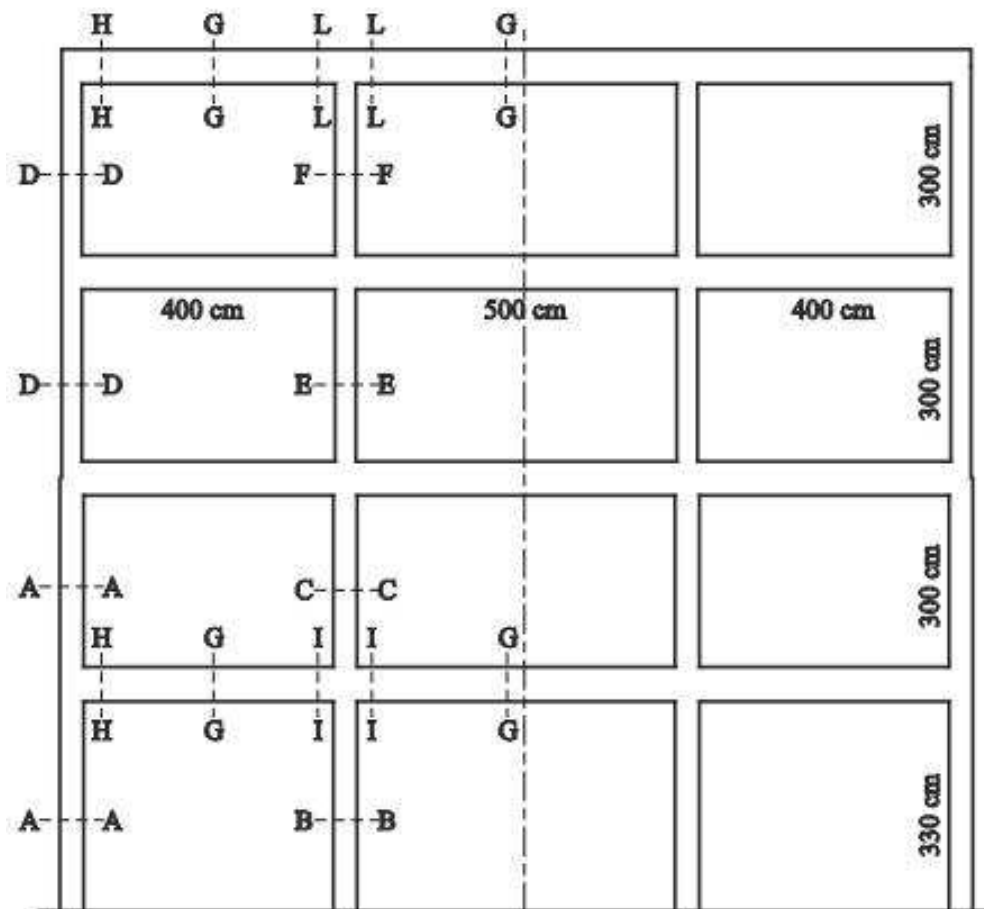


Figura 4.12. La struttura oggetto di studio

Sezione	b	h	As	As'
A-A	35	35	3 $\phi$ 20	3 $\phi$ 20
B-B	35	35	4 $\phi$ 24	4 $\phi$ 24
C-C	35	35	3 $\phi$ 24	3 $\phi$ 24
D-D	30	30	4 $\phi$ 20	4 $\phi$ 20
E-E	30	30	3 $\phi$ 24	3 $\phi$ 24
F-F	30	30	3 $\phi$ 20	3 $\phi$ 20
G-G	30	50	2 $\phi$ 14	2 $\phi$ 14
H-H	30	50	2 $\phi$ 14	2 $\phi$ 14+2 $\phi$ 20
I-I	30	50	2 $\phi$ 14	2 $\phi$ 14+3 $\phi$ 20
L-L	30	50	2 $\phi$ 14	2 $\phi$ 14+2 $\phi$ 20

Tabella 4.1. Dettaglio delle armature

#### 4.2.1 Definizione del set di accelerogrammi

Per svolgere le analisi dinamiche non lineari, è necessario scegliere un set di accelerogrammi cui sottoporre la struttura. Questi vanno selezionati opportunamente, in maniera tale da poter indagare il comportamento elastico e quello anelastico del telaio. Inoltre, come si è mostrato in precedenza, anche magnitudo e distanza dall'epicentro risultano essere parametri significativi ai fini del buon esito dell'analisi. Sono stati quindi scelti quaranta accelerogrammi, tenendo conto dei seguenti criteri (cfr. Buratti N. and Tavano M. (2013), *Dynamic buckling and seismic fragility of anchored steel tanks by the added mass method*, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*): magnitudo momento,  $M_w$ , variabile tra 6,0 e 8,0; distanza di Joyner-Boore (distanza tra sito e proiezione in superficie della faglia),  $R_{JB}$ , variabile tra 0 e 30 km; evento non impulsivo; massimo periodo utilizzabile pari a 3,0s; si considera una sola componente per accelerogramma. La distribuzione spaziale degli accelerogrammi selezionati è mostrata in Figura 4.13. Di seguito l'elenco degli accelerogrammi utilizzati per l'analisi, estratti dal database NGA (*Next Generation of Ground-Motion Attenuation Models*) del PEER Center:

Evento sismico	Anno	Stazione	Comp.	$M_w$	$R_{JB}$
Northridge-01	1994	Tarzana - Cedar Hill A	N-S	6,69	0,37
Landers	1992	Coolwater	N-S	7,28	19,74
Chi-Chi, Taiwan-03	1999	TCU122	N-S	6,20	18,10
Chi-Chi, Taiwan	1999	CHY006	E-W	7,62	9,77
Kocaeli, Turkey	1999	Izmit	E-W	7,51	3,62
Northridge-01	1994	Glendale - Las Palmas	E-W	6,69	21,64
Hector Mine	1999	Hector	N-S	7,13	10,35
Northridge-01	1994	Castaic - Old Ridge Route	N-S	6,69	20,10
Northridge-01	1994	Topanga - Fire Sta	E-W	6,69	10,31
Chi-Chi, Taiwan	1999	CHY046	E-W	7,62	24,11

<b>Evento sismico</b>	<b>Anno</b>	<b>Stazione</b>	<b>Comp.</b>	<b><math>M_w</math></b>	<b><math>R_{JB}</math></b>
Northridge-01	1994	Pacoima Kagel Canyon	N-S	6,69	5,26
Imperial Valley-06	1979	Brawley Airport	N-S	6,53	8,54
Chi-Chi, Taiwan	1999	CHY074	N-S	7,62	0,70
Victoria, Mexico	1980	Chihuahua	N-S	6,33	18,53
Chi-Chi, Taiwan	1999	CHY034	E-W	7,62	14,82
Mammoth Lakes-01	1980	Convict Creek	E-W	6,06	1,10
Loma Prieta	1989	Gilroy Array #2	E-W	6,93	10,38
Loma Prieta	1989	Corralitos	N-S	6,93	0,15
Chi-Chi, Taiwan	1999	TCU076	E-W	7,62	2,76
Loma Prieta	1989	UCSC	E-W	6,93	12,15
Kobe, Japan	1995	Nishi-Akashi	E-W	6,90	7,08
Kobe, Japan	1995	Kakogawa	E-W	6,90	22,50
Gazli, USSR	1976	Karakyr	N-S	6,80	3,92
Loma Prieta	1989	Gilroy Array #1	E-W	6,93	8,84
Tabas, Iran	1978	Tabas	N-S	7,35	1,79
Loma Prieta	1989	Capitola	N-S	6,93	8,65
Imperial Valley-06	1979	Bonds Corner	E-W	6,53	0,47
Kobe, Japan	1995	Takarazuka	E-W	6,90	0,00
Chi-Chi, Taiwan-03	1999	TCU129	E-W	6,20	10,95
San Fernando	1971	Pacoima Dam (upper left abut)	N-S	6,61	0,00
Nahanni, Canada	1985	Site 1	E-W	6,76	2,48
Duzce, Turkey	1999	Lamont 375	N-S	7,14	3,93
N. Palm Springs	1986	North Palm Springs	E-W	6,06	0,00
Kobe, Japan	1995	KJMA	N-S	6,90	0,94
Victoria, Mexico	1980	Cerro Prieto	N-S	6,33	13,80

Evento sismico	Anno	Stazione	Comp.	$M_w$	$R_{JB}$
N. Palm Springs	1986	Whitewater Trout Farm	E-W	6,06	0,00
Imperial Valley-06	1979	El Centro Array #8	N-S	6,53	3,86
Coalinga-01	1983	Pleasant Valley P.P. - yard	N-S	6,36	7,69
Cape Mendocino	1992	Rio Dell Overpass - FF	E-W	7,01	7,88
Imperial Valley-06	1979	El Centro Array #5	N-S	6,53	1,76

Tabella 4.2. Set di accelerogrammi scelto per l'analisi, tratto dal database NGA

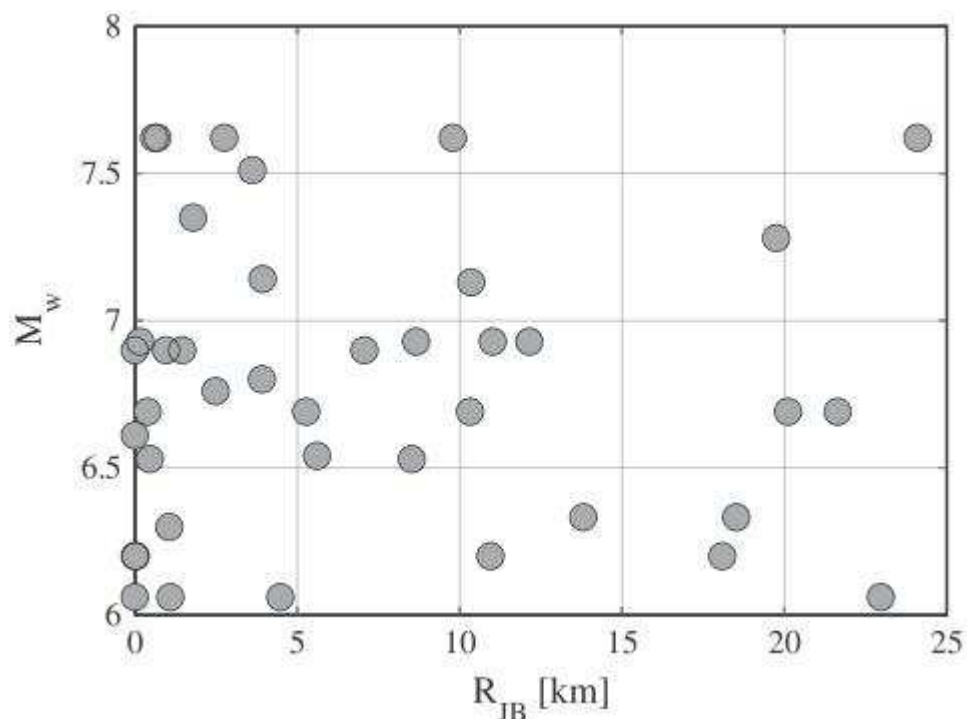


Figura 4.13. Distribuzione di magnitudo e distanza dei 40 accelerogrammi utilizzati per l'analisi

#### 4.2.2 Risultati dell'analisi strutturale

Una volta scelti gli accelerogrammi, si passa all'analisi vera e propria. Per fare questo ci si serve del software FEM *OpenSees*, programma *open-source* messo a punto dal PEER Center nel 2006.

Come parametro rappresentativo della risposta (EDP) si è scelto il massimo spostamento d'interpiano del primo piano, mentre per il parametro IM si sono scelte strade alternative, così da poter valutare come cambia l'accuratezza della regressione dal *cloud* di dati. In particolare,



l'accelerazione spettrale corrispondente al periodo proprio ( $Sa(T_1)$ ) e l'indice  $I_{NP}$

$$I_{NP} = Sa(T_1) \left[ \frac{Sa_{avg}(T_1, \dots, T_N)}{Sa(T_1)} \right]^\alpha$$

sono i parametri scelti come rappresentativi dell'intensità sismica in sito.

Di seguito si riportano i risultati ottenuti.

<b>IM = Sa(T<sub>1</sub>)</b> <b>[g]</b>		<b>EDP = MIDR</b> <b>[-]</b>
77_H1_PUL164	0,74556	0,03780
126_H1_GAZ000	1,13703	0,02007
143_H1_TAB-LN	1,32677	0,04412
160_H2_H-BCR230	0,93596	0,00991
161_H1_H-BRA225	0,12882	0,00568
180_H1_H-E05140	0,53593	0,01109
183_H1_H-E08140	0,6715	0,01401
230_H2_I-CVK180	0,31855	0,00393
265_H1_CPE045	0,63279	0,01583
266_H1_CHI102	0,41848	0,00621
368_H1_H-PVY045	1,10844	0,01764
495_H2_S1280	0,63677	0,00893
529_H2_NPS300	0,43966	0,00838
540_H2_WWT270	0,41947	0,00609
752_H1_CAP000	0,96883	0,01804
753_H1_CLS000	1,00497	0,01099
765_H2_G01090	0,29694	0,00663
766_H2_G02090	0,48159	0,01944

<b>IM = Sa(T<sub>1</sub>)</b> <b>[g]</b>		<b>EDP = MIDR</b> <b>[-]</b>
809_H2_UC2090	0,17338	0,00665
829_H2_RIO360	0,59586	0,01073
848_H1_CLW-LN	0,43987	0,00492
963_H1_ORR090	0,79368	0,01621
974_H2_GLP267	0,13816	0,00188
1052_H1_PKC090	0,71557	0,01212
1087_H1_TAR090	1,86035	0,02846
1089_H2_5081-270	0,10558	0,00231
1106_H1_KJM000	2,04956	0,02457
1107_H2_KAK090	0,3258	0,01065
1111_H2_NIS090	1,11578	0,00596
1119_H2_TAZ090	1,09388	0,02900
1165_H2_IZT090	0,3295	0,00582
1182_H2_CHY006-W	1,13035	0,01071
1201_H2_CHY034-W (T = 0,695 s)	1,05327	0,01062
1208_H2_CHY046-N	0,45309	0,01071
1227_H1_CHY074-E	0,42676	0,01013
1511_H2_TCU076-N	0,53293	0,01463
1617_H1_375-N	0,25865	0,00639
1787_H1_HEC000	0,31013	0,01119
2655_H1_TCU122-N	0,21366	0,00357
2658_H2_TCU129-E	0,43743	0,03780

Tabella 4.3. Risultati dell'analisi utilizzando IM = Sa(T<sub>1</sub>)

In Figura 4.14 si mostra il *cloud* ottenuto dall'analisi: come si era mostrato in precedenza, per mezzo di una regressione è possibile computare il valor medio e la deviazione standard del parametro EDP, data l'intensità IM.

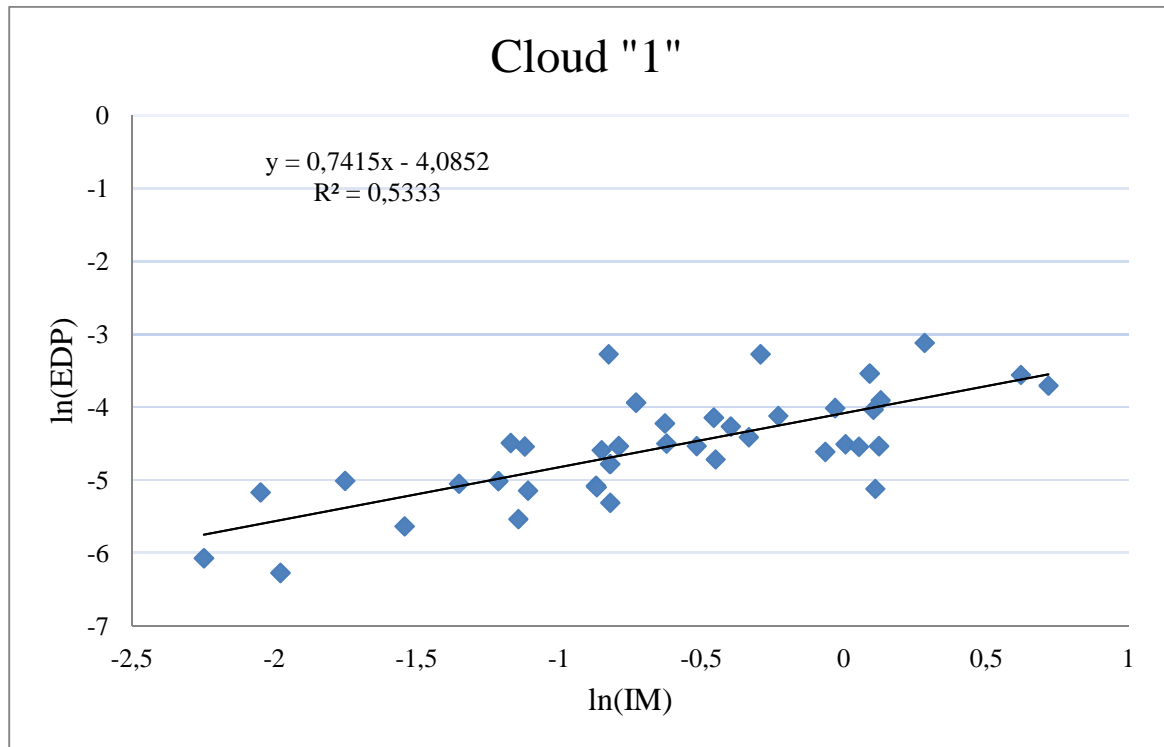


Figura 4.14. Cloud "1", ottenuto ponendo  $IM = Sa(T_1)$

Una regressione lineare tra i logaritmi naturali delle due variabili spesso fornisce una buona stima del valor medio di  $\ln EDP$ . Si ha quindi:

$$\ln EDP = -4,0852 + 0,7415 \ln IM + 0,4999$$

dove il termine 0,4999 rappresenta l'errore a posteriori sulle ordinate, ossia un termine di dispersione a media nulla con distribuzione normale. Il coefficiente di determinazione  $R^2$  è pari a 0,5333, quindi la retta interpolante non spiega perfettamente i dati. Come si mostrerà di seguito, risultati migliori si ottengono utilizzando quale parametro IM l'indice  $I_{NP}$ .

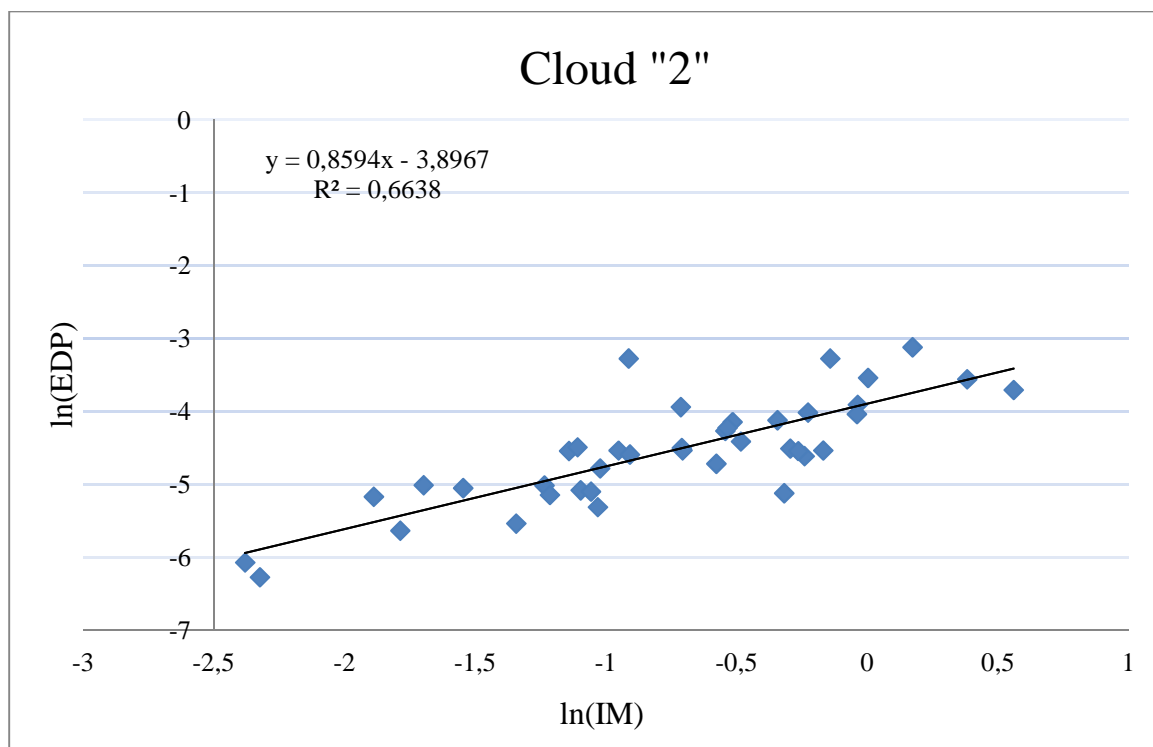
	<b>IM = <math>I_{NP}</math></b> <b>[g]</b>	<b>EDP = MIDR</b> <b>[-]</b>
77_H1_PUL164	0,867101	0,03780
126_H1_GAZ000	0,963426	0,02007

<b>IM = <math>I_{NP}</math></b> <b>[g]</b>		<b>EDP = MIDR</b> <b>[-]</b>
143_H1_TAB-LN	1,187942	0,04412
160_H2_H-BCR230	0,786146	0,00991
161_H1_H-BRA225	0,151267	0,00568
180_H1_H-E05140	0,491349	0,01109
183_H1_H-E08140	0,580528	0,01401
230_H2_I-CVK180	0,260862	0,00393
265_H1_CPE045	0,597	0,01583
266_H1_CHI102	0,33373	0,00621
368_H1_H-PVY045	0,960614	0,01764
495_H2_S1280	0,560931	0,00893
529_H2_NPS300	0,359653	0,00838
540_H2_WWT270	0,347233	0,00609
752_H1_CAP000	0,796497	0,01804
753_H1_CLS000	0,744334	0,01099
765_H2_G01090	0,290627	0,00663
766_H2_G02090	0,489603	0,01944
809_H2_UC2090	0,18305	0,00665
829_H2_RIO360	0,492956	0,01073
848_H1_CLW-LN	0,35643	0,00492
963_H1_ORR090	0,708874	0,01621
974_H2_GLP267	0,09785	0,00188
1052_H1_PKC090	0,616116	0,01212
1087_H1_TAR090	1,464351	0,02846

<b>IM = <math>I_{Np}</math></b> <b>[g]</b>		<b>EDP = MIDR</b> <b>[-]</b>
1089_H2_5081-270	0,092468	0,00231
1106_H1_KJM000	1,749543	0,02457
1107_H2_KAK090	0,319224	0,01065
1111_H2_NIS090	0,72705	0,00596
1119_H2_TAZ090	1,002239	0,02900
1165_H2_IZT090	0,296741	0,00582
1182_H2_CHY006-W	0,844443	0,01071
1201_H2_CHY034-W (T = 0,695 s)	0,767487	0,01062
1208_H2_CHY046-N	0,385814	0,01071
1227_H1_CHY074-E	0,403051	0,01013
1511_H2_TCU076-N	0,585343	0,01463
1617_H1_375-N	0,21297	0,00639
1787_H1_HEC000	0,329847	0,01119
2655_H1_TCU122-N	0,167395	0,00357
2658_H2_TCU129-E	0,401105	0,03780

**Tabella 4.4. Risultati dell'analisi utilizzando  $IM = I_{Np}$**

In Figura 4.15 si mostra il *cloud* ottenuto dall'analisi: di nuovo, per mezzo di una regressione è possibile computare il valor medio e la deviazione standard del parametro EDP, data l'intensità IM.



**Figura 4.15.** Cloud "2", ottenuto ponendo  $IM = I_{NP}$

Una regressione lineare tra i logaritmi naturali delle due variabili spesso fornisce una buona stima del valor medio di lnEDP. Si ha quindi:

$$\ln EDP = -3,8967 + 0,8594 \ln IM + 0,424365$$

dove il termine 0,424365 rappresenta l'errore a posteriori sulle ordinate, ossia un termine di dispersione a media nulla con distribuzione normale. Il coefficiente di determinazione  $R^2$  è questa volta pari a 0,6638, quindi la retta interpolante spiega meglio i dati rispetto a quella del primo *cloud*. Tuttavia, poiché dell'indice  $I_{NP}$  non si hanno informazioni riguardo la curva di pericolosità, non è possibile procedere oltre nell'analisi. Negli step successivi si terrà conto unicamente dei risultati ottenuti utilizzando quale parametro IM l'accelerazione spettrale corrispondente al periodo proprio della struttura  $Sa(T_1)$ . In Figura 4.16 si mostra infine la distribuzione del parametro EDP in funzione dell'indice IM: infatti, fissato il valore di quest'ultimo, viene rappresentata la funzione di probabilità del parametro rappresentativo della risposta strutturale. Come si è detto in precedenza, questa è una distribuzione normale, con media variabile con IM, e deviazione standard pari a 0,4999 – come risulta dalla regressione lineare.

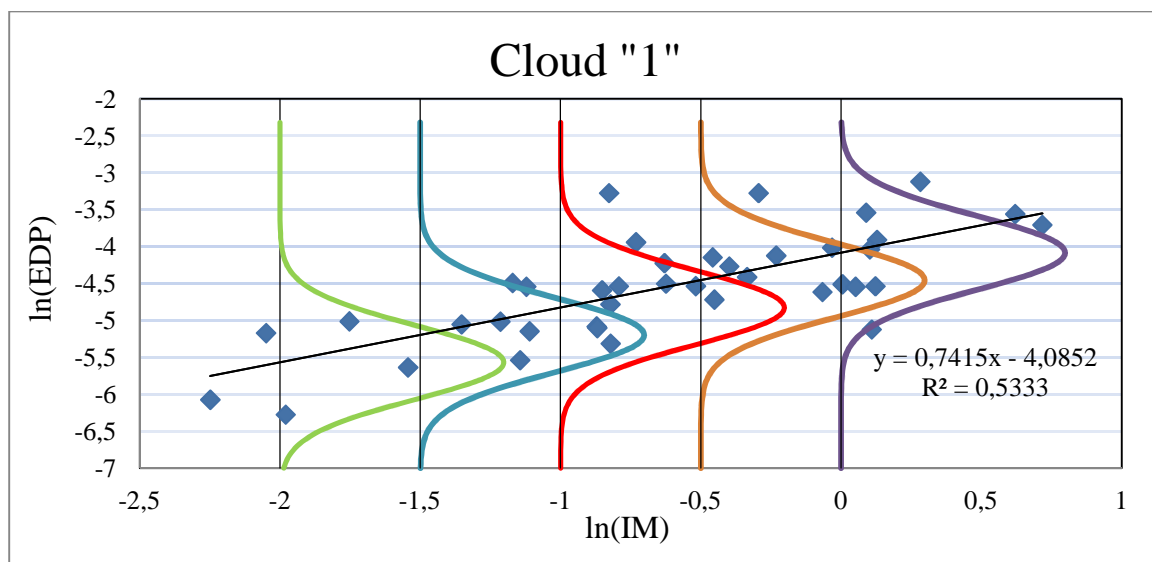


Figura 4.16. Funzioni di probabilità  $f(\text{EDP}|\text{IM})$ , ossia la distribuzione del parametro EDP, noto che sia IM

### 4.3 Analisi di danno (*Damage Analysis*)

Terminata l'analisi strutturale si passa allo step successivo, quello dell'analisi di danno. Obiettivo di tale analisi è stimare il livello di danno dell'edificio in funzione della risposta strutturale. Per fare ciò è necessario introdurre delle curve, dette funzioni di fragilità, che come si è visto rappresentano la probabilità di superamento di un determinato livello di danno per differenti valori del parametro EDP, in questo caso quindi del massimo spostamento d'interpiano. Dette funzioni sono qui ricavate unicamente per la parte strutturale dell'edificio, poiché non si hanno sufficienti informazioni riguardo le componenti non strutturali. I livelli di danno considerati sono tre: danno *lieve*, *moderato*, *severo*. Si assume inoltre che la probabilità di ciascun livello di danno condizionata dal valore dello spostamento d'interpiano abbia distribuzione lognormale. Nella tabella che segue si riportano mediana e deviazione standard – quest'ultima relativa alla distribuzione normale associata – per ogni livello di danno, così come riportati dal bollettino *fib* numero 68 (*Probabilistic performance-based seismic design*, Luglio 2012).

Componente	Livello di danno	EDP	Mediana	Deviazione Standard
Strutturale	Lieve	max ( $\Delta/h$ )	0,005	0,30
	Moderato	max ( $\Delta/h$ )	0,010	0,30
	Severo	max ( $\Delta/h$ )	0,015	0,30

In Figura 4.17 si riportano le funzioni di fragilità relative ai tre livelli di danno sopra definiti.

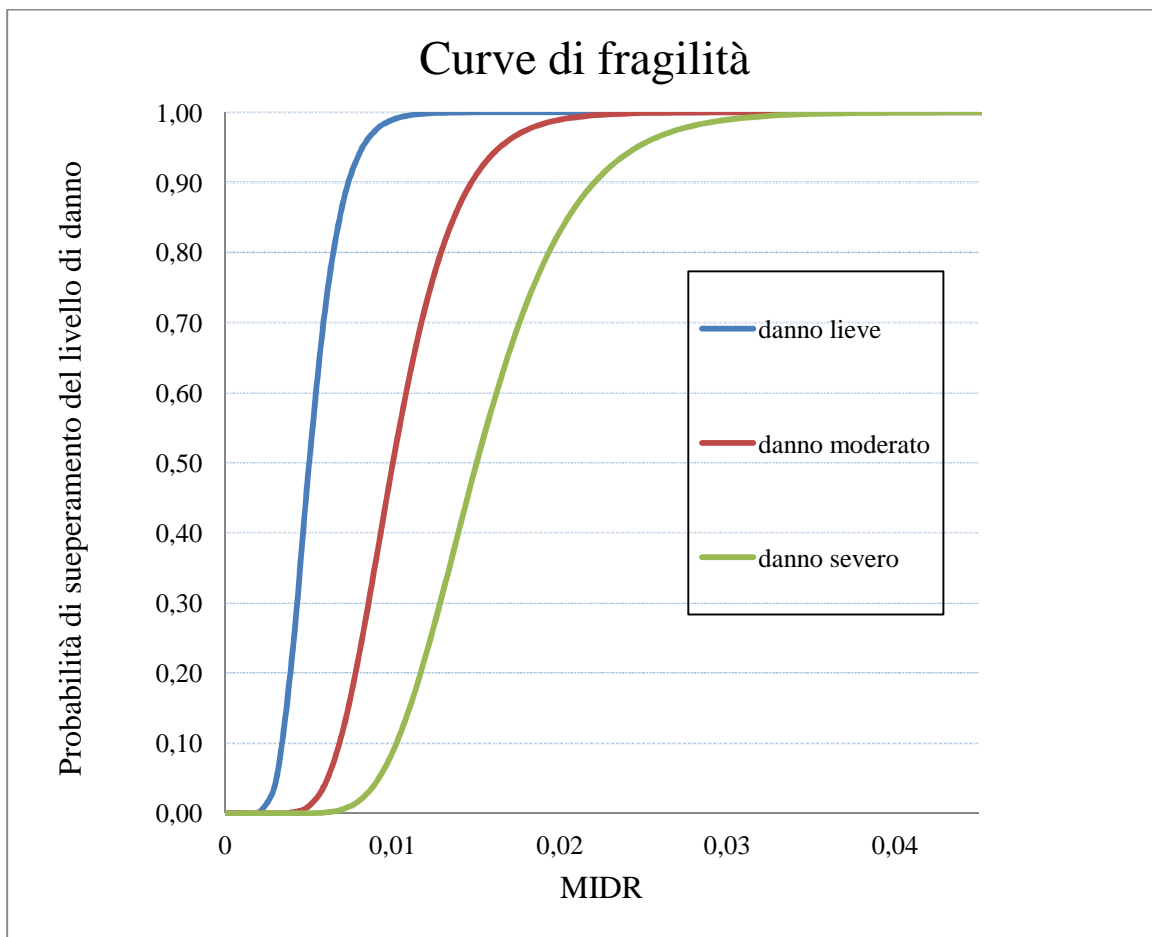


Figura 4.17. Curve di fragilità per il caso di studio



#### 4.4 Analisi delle perdite (*Loss Analysis*)

L'analisi di *loss* è l'ultimo step del metodo messo a punto dal PEER Center. Le informazioni relative al danno patito dall'edificio vengono ora convertite in variabili di decisione (*decision variables*). Come si è visto in fase di presentazione del metodo, queste variabili sono spesso riportate in letteratura con la formula *3Ds* (*dollars, deaths, downtime*). In questa sede ci si limita a considerare unicamente le perdite economiche, assumendo che esse abbiano distribuzione lognormale per ogni livello di danno. I valori medi delle perdite economiche connesse ai livelli di danno lieve, moderato, severo sono assunti pari a € 200.000, € 600.000, € 1.200.000, rispettivamente. Tali valori corrispondono al 5%, 15%, 30% del valore totale dell'edificio, stimato € 4.000.000. Si assume inoltre che la deviazione standard sia pari a 0,4 per ogni livello di danno. Come per le curve di fragilità, nella scelta di tali parametri si è fatto riferimento al bollettino *fib* numero 68 (*Probabilistic performance-based seismic design*, Luglio 2012). In Figura 4.18 si mostrano le funzioni di *loss* risultanti.

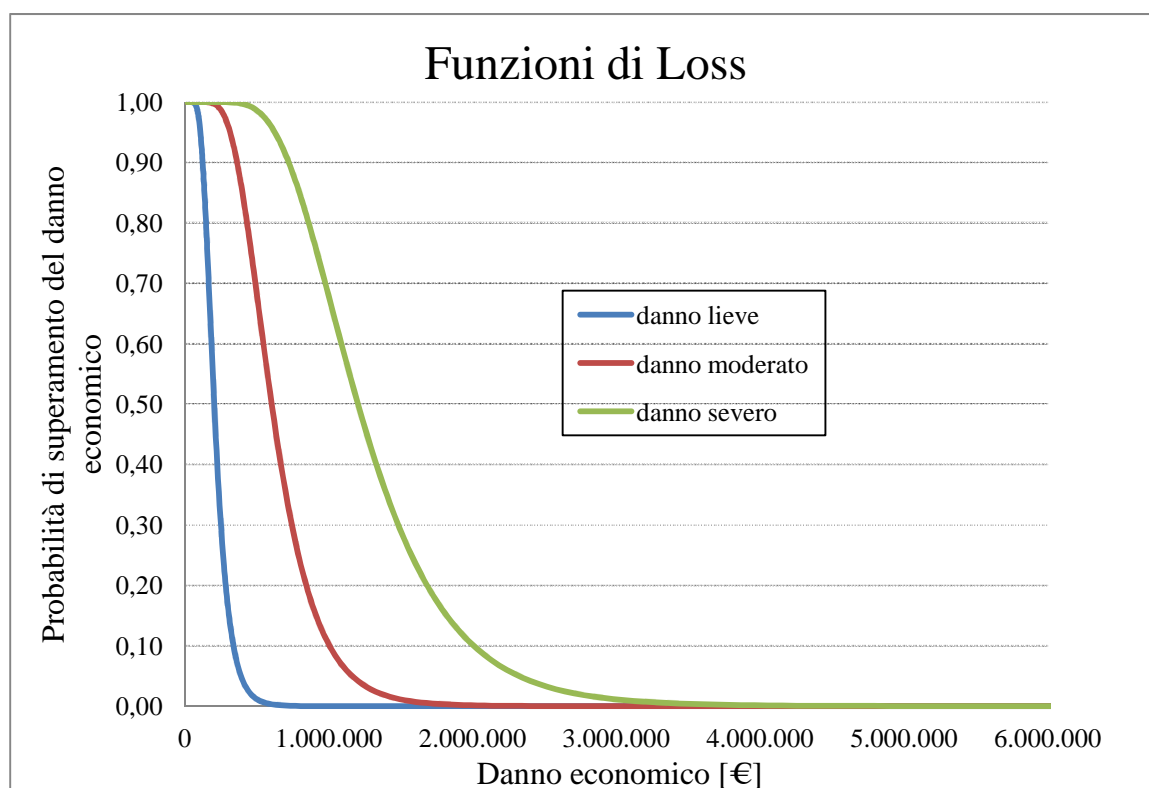


Figura 4.18. Funzioni di *loss* relative al danno strutturale,  $P(DV|DM)$

#### 4.4.1 Analisi di collasso (*Collapse Analysis*)

Per determinare la curva di loss è necessario conoscere la probabilità di superamento del danno economico in caso di collasso globale della struttura,  $P(DV|C)$ , e la probabilità associata a tale evento,  $P(C|IM)$ . Si assume che la probabilità del danno economico abbia distribuzione lognormale con mediana pari a € 4.000.000, che corrisponde al valore totale dell'edificio, e deviazione standard pari a 0,4. In Figura 4.19 si mostra la funzione di *loss* risultante, insieme a quelle relative ai vari livelli di danno già mostrate in precedenza.

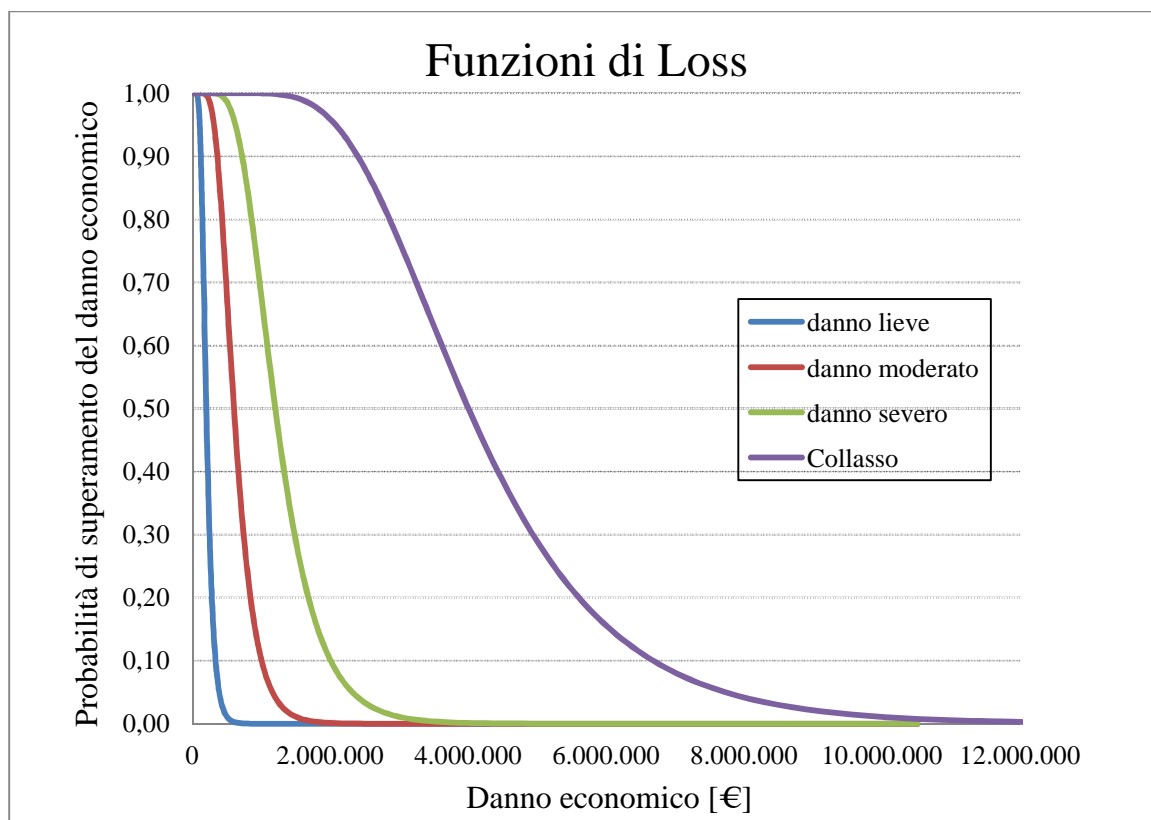


Figura 4.19. Funzioni di *loss* relative al collasso strutturale,  $P(DV|C)$ , ed ai vari livelli di danno strutturale,  $P(DV|DM)$

La probabilità associata al collasso globale viene calcolata utilizzando i risultati dell'analisi strutturale, in particolare le curve di probabilità dell'indice MIDR in corrispondenza di ogni valore del parametro IM. Detta probabilità risulta pari all'area sottesa dalle funzioni densità di probabilità per valori dell'indice MIDR superiori al valore della mediana associato al

collasso globale, posto pari a 0,018. In Figura 4.20 si riportano le probabilità di collasso e di non collasso ottenute.

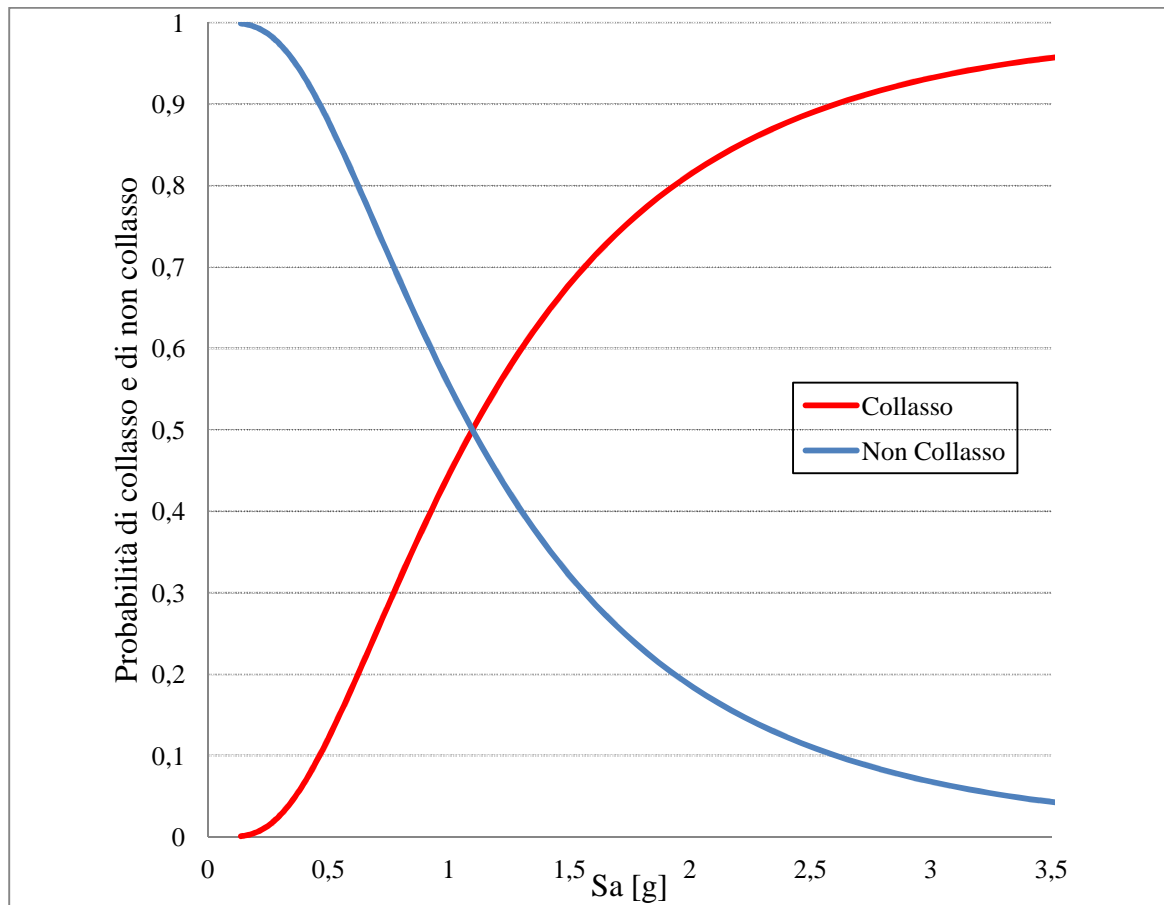


Figura 4.20. Probabilità di collasso,  $P(C|IM)$ , e di non collasso,  $P(NC|IM)$ , espresse in funzione del parametro  $IM$

Per ricavare la curva di loss, che rappresenta il punto d'arrivo dell'analisi, occorre effettuare una convoluzione dei risultati sin qui ottenuti negli step intermedi, come suggerisce l'integrale riportato di seguito:

$$p[DV|D] = \iiint p[DV|DM, D]p[DM|EDP, D]p[EDP|IM, D]p[IM|D]dIMdEDPdDM$$

Dove  $p[X|Y]$  indica la probabilità condizionata di  $X$  dato  $Y$ : come si è visto, il termine  $p[IM|D]$  rappresenta la curva di pericolosità,  $p[EDP|IM, D]$  la sintesi dell'analisi strutturale,  $p[DM|EDP, D]$  le curve di fragilità e  $p[DV|DM, D]$  le funzioni di loss. Ognuna di queste probabilità risulta condizionata dal termine  $D$ , che rappresenta l'edificio oggetto di studio. Nella fattispecie si è provveduto a discretizzare gli integrali passando alle sommatorie, secondo la formulazione seguente:

$$P[DV_n|EDP_i] = \sum_k P[DV_n|DM_k]p(DM_k|EDP_i)$$

$$P[DV_n|NC,IM_m] = \sum_i P[DV_n|EDP_i]p(EDP_i|IM_m)$$

$$P[DV_n|IM_m] = P[DV_n|NC,IM_m]P(NC|IM_m) + P[DV_n|C]P(C|IM_m)$$

$$P[DV_n] = \sum_m P[DV_n|IM_m]p(IM_m)$$

In particolare,  $P[DV_n|DM_k]$  è la probabilità di superamento dell' $n$ -esimo valore della variabile di decisione DV in corrispondenza del  $k$ -esimo livello di danno (valore ricavabile dalle funzioni di *loss* in Figura 4.19),  $p(DM_k|EDP_i)$  è la probabilità che si verifichi il  $k$ -esimo livello di danno quando la struttura è soggetta all' $i$ -esimo valore di EDP (ricavabile dalle funzioni di fragilità in Figura 4.17),  $p(EDP_i|IM_m)$  è la probabilità che si verifichi l' $i$ -esimo valore del parametro EDP dato l' $m$ -esimo valore del parametro IM (ricavabile dall'analisi strutturale) e  $p(IM_m)$  è la probabilità che il parametro IM assuma l' $m$ -esimo valore (ricavabile dall'analisi di pericolosità).  $P(C|IM_m)$  e  $P(NC|IM_m)$  sono le probabilità di avere o meno il collasso dell'edificio in corrispondenza dell' $m$ -esimo valore di IM, mentre  $P[DV_n|C]$  e  $P[DV_n|NC]$  sono le probabilità di superamento dell' $n$ -esimo valore della variabile decisionale DV quando si verifichi o meno il collasso globale dell'edificio.

Per ciò che riguarda  $p(DM_k|EDP_i)$  e  $P(C|IM_m)$  si è proceduto nel modo seguente: la probabilità da assegnare ad ogni livello di danno, fissato il parametro EDP, è stata calcolata come la differenza tra le ordinate delle cumulate corrispondenti a ciascun livello di danno (Figura 4.21), mentre la probabilità di collasso corrispondente ad un determinato valore dello scuotimento IM viene qui calcolata come mostrato in Figura 4.22; fissato il valore del parametro EDP corrispondente al collasso strutturale – preso in prima battuta pari a 0,018 – si calcola la probabilità di collasso come l'area sottesa dalla distribuzione lognormale, ove risulta  $EDP > EDP_{\text{collasso}}$ . La probabilità di non collasso  $P(NC|IM_m)$  è ovviamente il complemento a uno della probabilità di collasso.

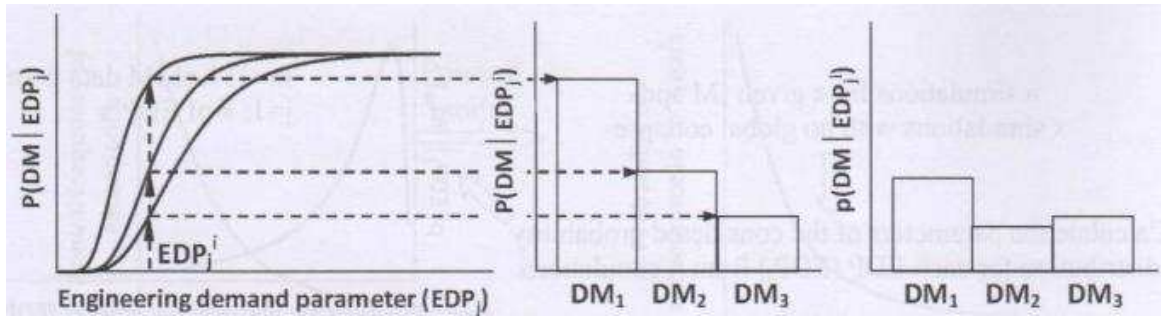


Figura 4.21 Calcolo della probabilità  $p(DM_k | EDP_i)$  da assegnare a ciascun livello di danno

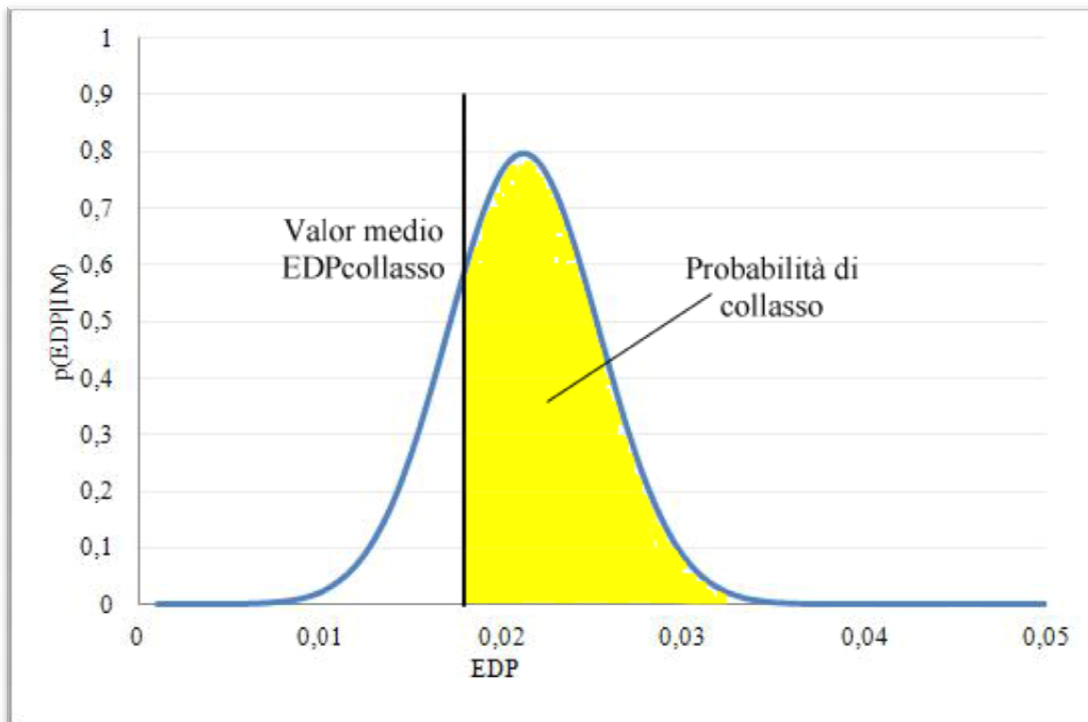


Figura 4.22 Probabilità di collasso  $P(C|IM)$ , ricavata dalla distribuzione  $p(EDP|IM)$  calcolata nell'analisi strutturale

In Figura 4.23 si riporta la curva di *loss* ricavata dall'analisi.

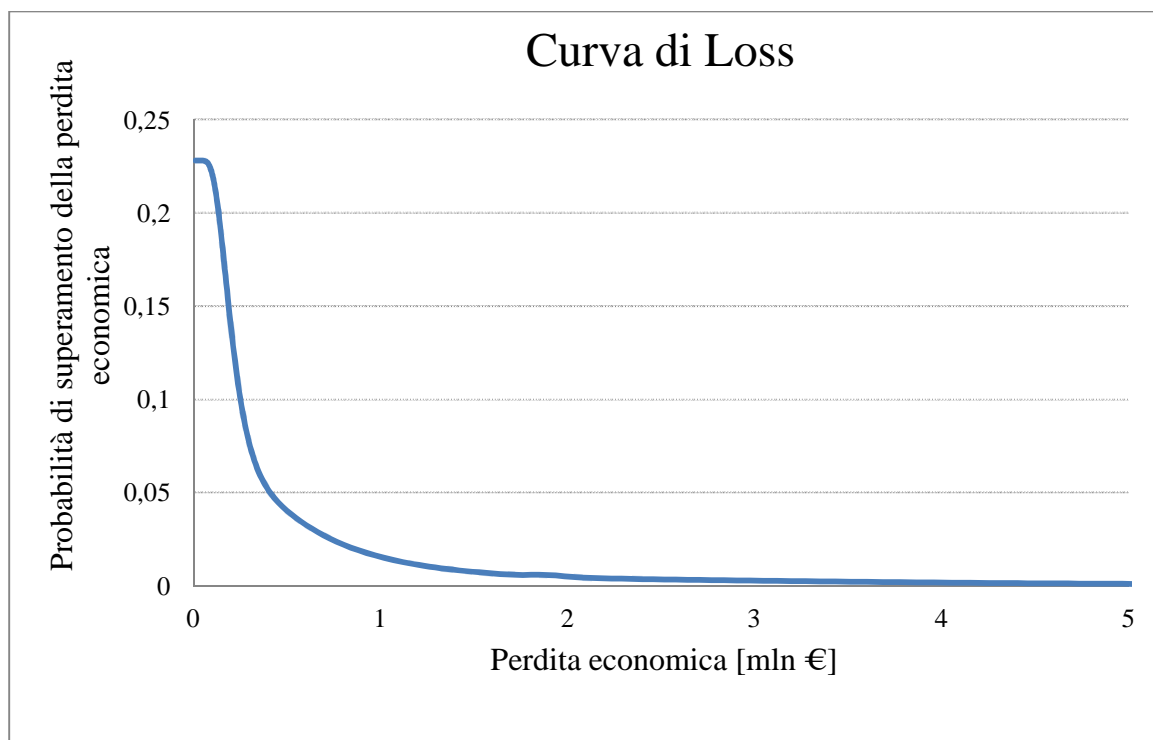


Figura 4.23. Curva di *loss* per l'edificio oggetto di studio

#### 4.5 Analisi di sensitività

Terminata l'analisi di *loss* per il caso di studio, risulta interessante svolgere un'analisi di sensitività, con l'obiettivo di valutare quali sono i parametri dell'analisi che più influenzano il risultato finale. In particolare, ci si è soffermati sui seguenti aspetti dell'analisi:

- analisi di pericolosità: come cambia la curva di *loss* al variare della curva di pericolosità?
- analisi strutturale: come cambia la curva di *loss* al variare dei parametri della regressione lineare?
- analisi di danno: come cambia la curva di *loss* al variare delle funzioni di fragilità?
- infine, come cambia la curva di *loss* al variare delle funzioni di *loss*, e del valore della deformazione ultima corrispondente al collasso?

Di seguito si cercherà di dare risposta a questi quesiti.

#### 4.5.1 Curva di pericolosità

Nell'applicare il metodo P.E.E.R. sul caso di studio, per ricavare la curva di pericolosità si è fatto riferimento al 50° percentile, ossia al valor medio dello spettro di risposta elastico in accelerazione. Per indagare l'influenza della curva di pericolosità sull'analisi di *loss* si è quindi ripercorso il procedimento utilizzando il 16° e l'84° percentile. Nelle figure che seguono si mostrano i risultati ottenuti.

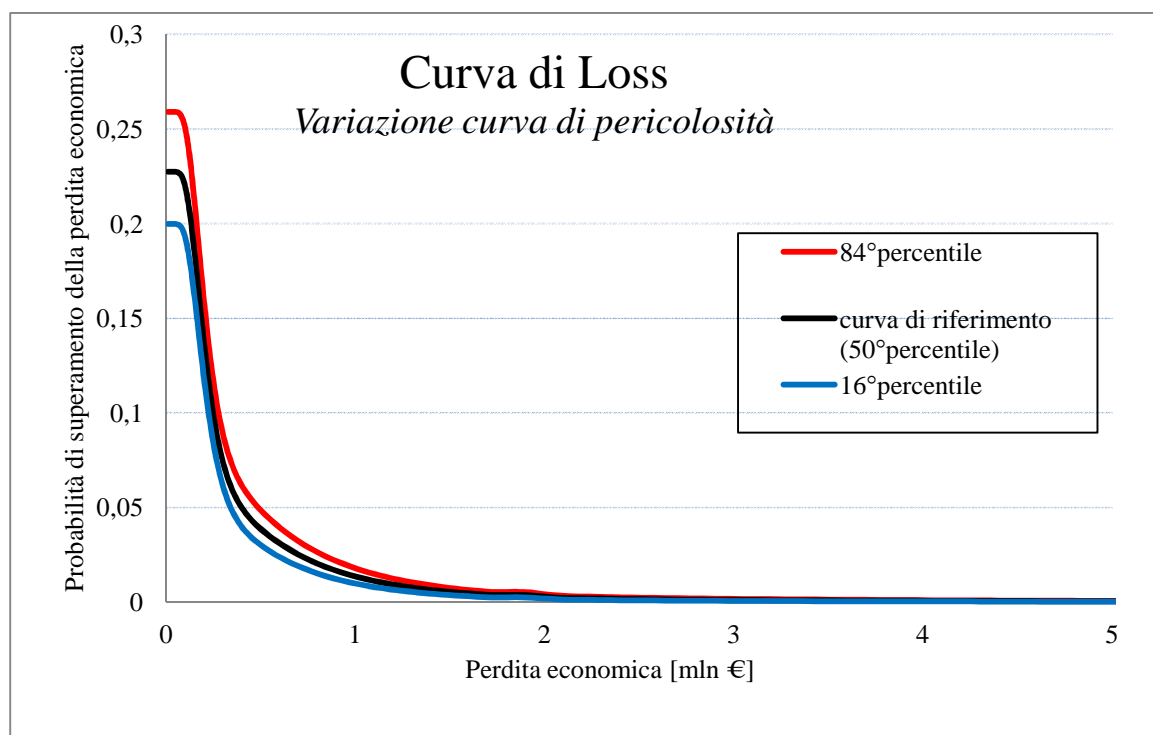


Figura 4.24. Curve di *loss* relative a differenti curve di pericolosità

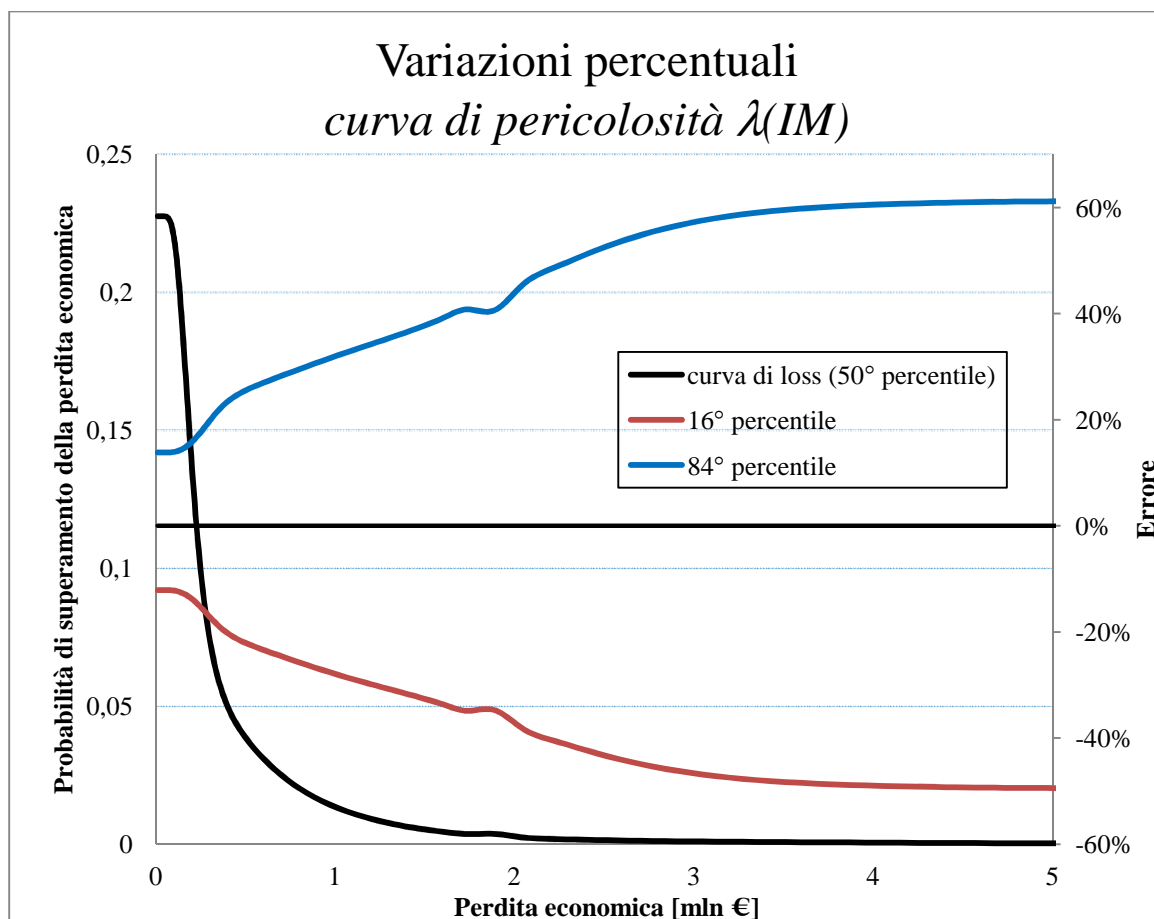


Figura 4.25. Variazioni percentuali rispetto alla curva di *loss* relativa al 50° percentile dello spettro di risposta

Com'era lecito attendersi, i grafici mostrano che le probabilità di superamento corrispondenti ad una determinata perdita economica variano in maniera proporzionale al crescere o diminuire delle ordinate dello spettro di risposta utilizzato per l'analisi. In particolare, la forbice varia dal  $\pm 10\%$  in corrispondenza dell'origine fino al plateau del  $\pm 50\%$  in prossimità del valore totale dell'edificio.

#### 4.5.2 Analisi strutturale

Nel paragrafo relativo all'analisi strutturale si è visto che una buona stima del valor medio di  $\ln EDP$  può essere data dalla relazione:

$$\ln EDP = -4,0852 + 0,7415 \ln IM + 0,4999$$

dove il termine 0,4999 rappresenta l'errore a posteriori sulle ordinate, ossia un termine di dispersione a media nulla con distribuzione normale. Si noti che anche l'intercetta ed il coefficiente angolare sono qui riportati come valori medi, ma anch'essi sono variabili aleatorie con deviazione standard



pari a 0,105938 e 0,112519, rispettivamente. Si è quindi ripercorso il procedimento facendo variare uno alla volta questi parametri, secondo questo schema:

- $EDP_{A+}$ :  $\ln EDP = -4,0852 + \mathbf{0,105938} + 0,7415 \ln IM + 0,4999$
- $EDP_{A-}$ :  $\ln EDP = -4,0852 - \mathbf{0,105938} + 0,7415 \ln IM + 0,4999$
- $EDP_{B+}$ :  $\ln EDP = -4,0852 + (0,7415 + \mathbf{0,112519}) \ln IM + 0,4999$
- $EDP_{B-}$ :  $\ln EDP = -4,0852 + (0,7415 - \mathbf{0,112519}) \ln IM + 0,4999$
- $EDP_{1,2\sigma}$ :  $\ln EDP = -4,0852 + \ln IM + 0,4999 \cdot \mathbf{1,2}$
- $EDP_{0,8\sigma}$ :  $\ln EDP = -4,0852 + \ln IM + 0,4999 \cdot \mathbf{0,8}$

Nelle figure che seguono si mostrano i risultati ottenuti.

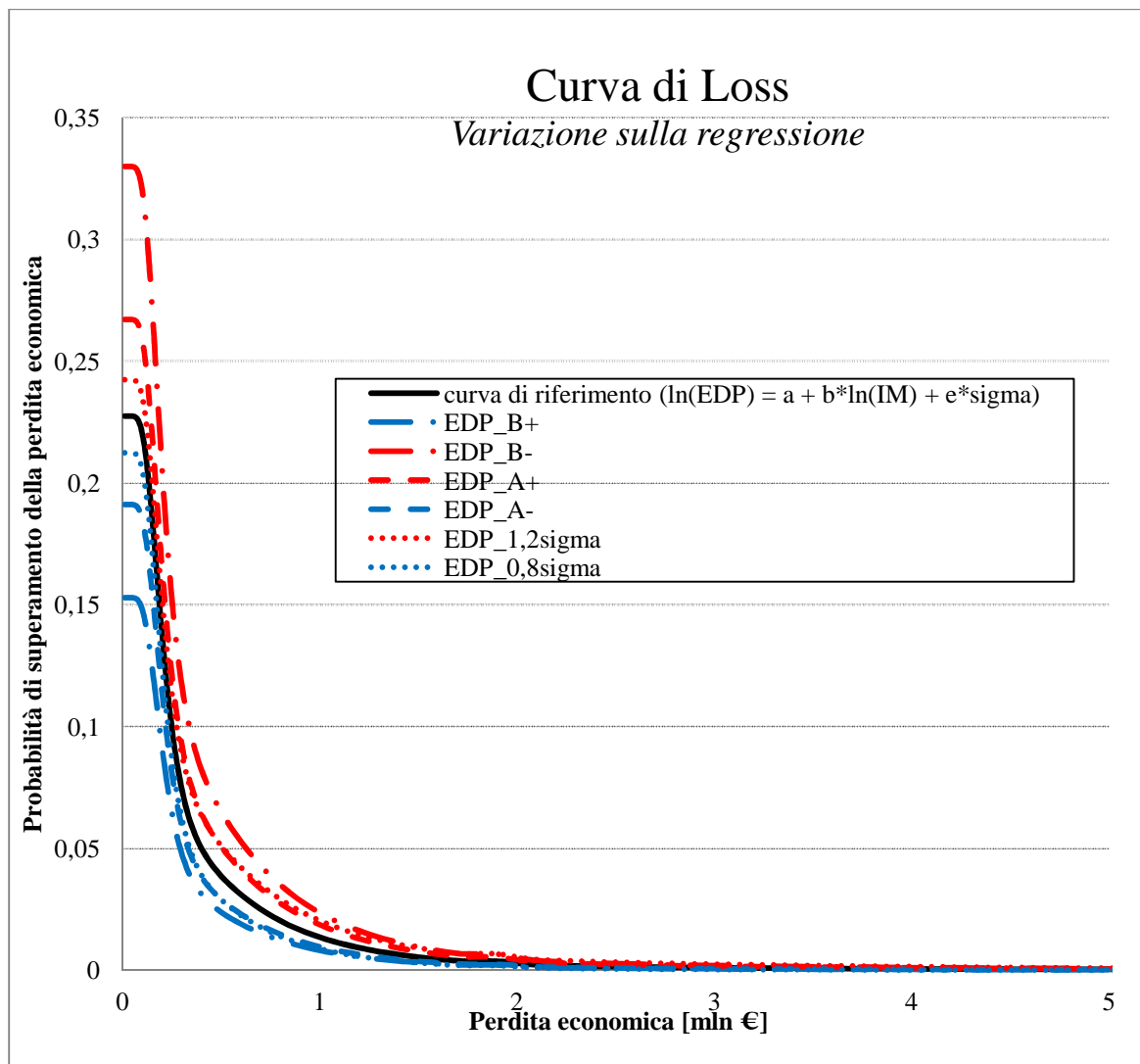


Figura 4.26. Curve di loss relative a differenti regressioni EDP(IM)

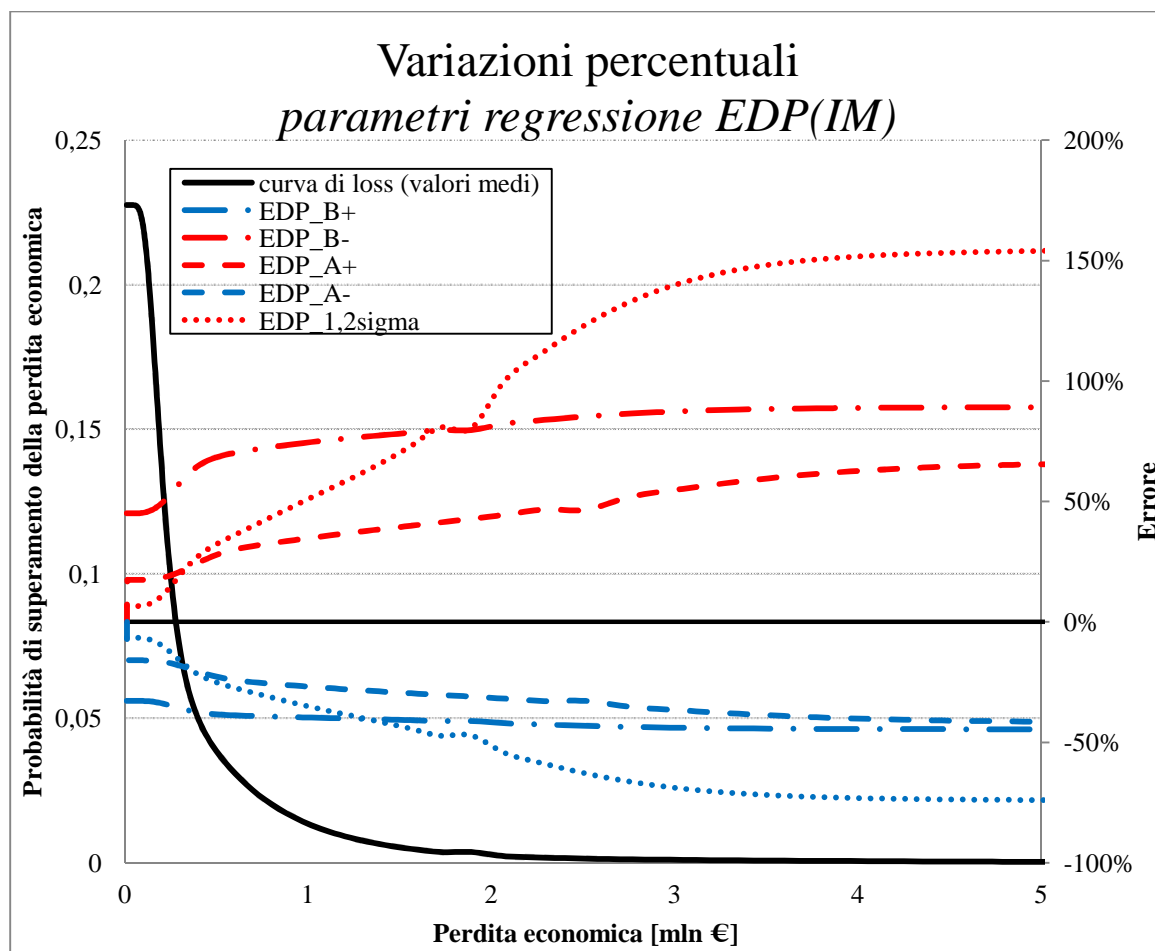


Figura 4.27. Variazioni percentuali rispetto alla curva di *loss* relativa ai valori medi della regressione EDP(IM)

Si può notare che la variazione della deviazione standard del 20% comporta un aumento del 150% della probabilità di superamento in prossimità del valore totale dell'edificio. Minori sono le variazioni legate al coefficiente angolare ed all'intercetta, anche se non del tutto trascurabili.

#### 4.5.3 Analisi di danno

Anche per ciò che riguarda l'analisi di danno è possibile valutare l'influenza delle funzioni di fragilità sulla curva di loss. In particolare, si è ripercorso il procedimento facendo variare del 20% media e deviazione standard delle distribuzioni di probabilità  $P(DM|EDP)$ . Nelle figure che seguono si mostrano i risultati ottenuti.

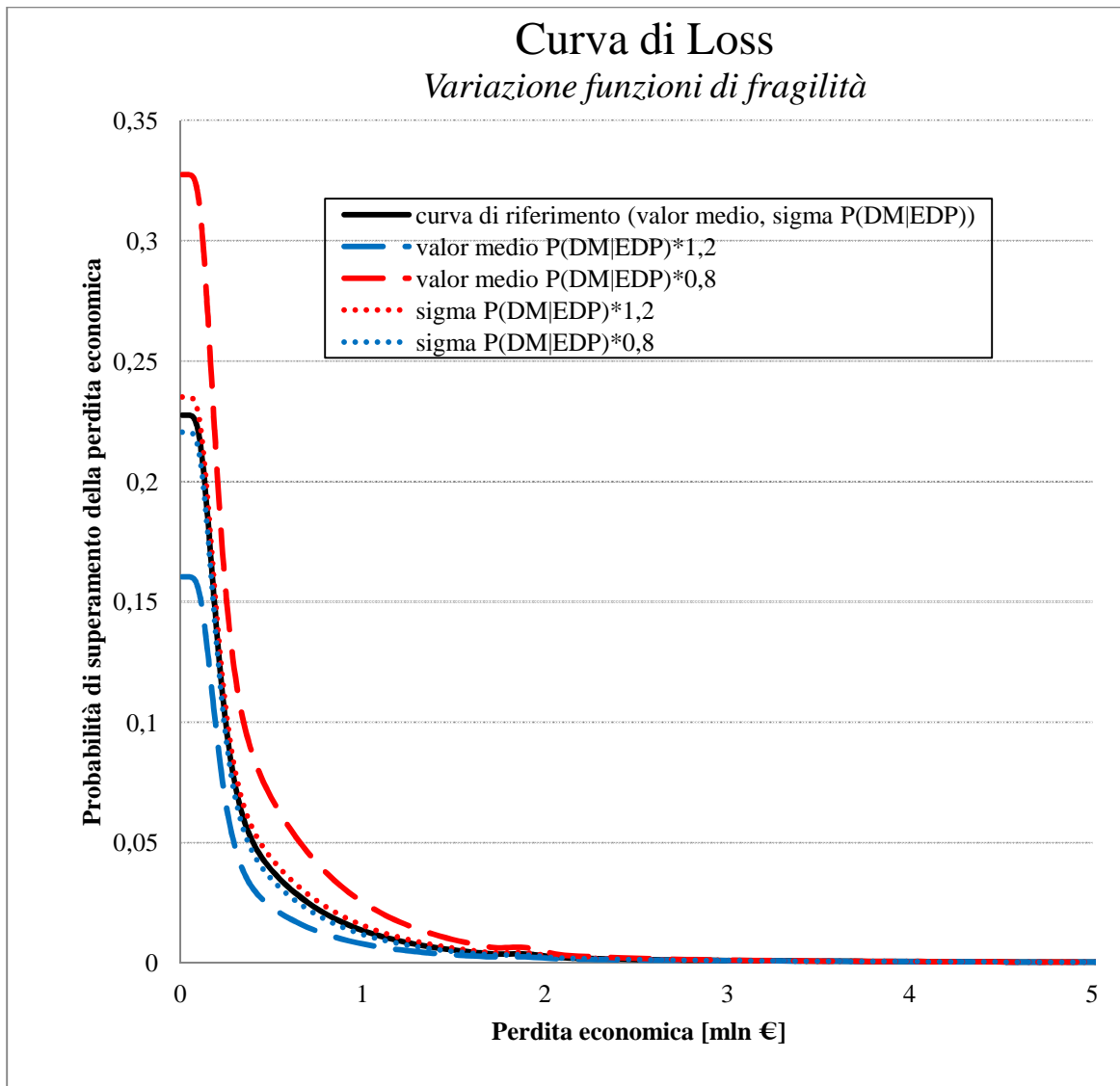


Figura 4.28. Curve di *loss* relative a diverse funzioni di fragilità

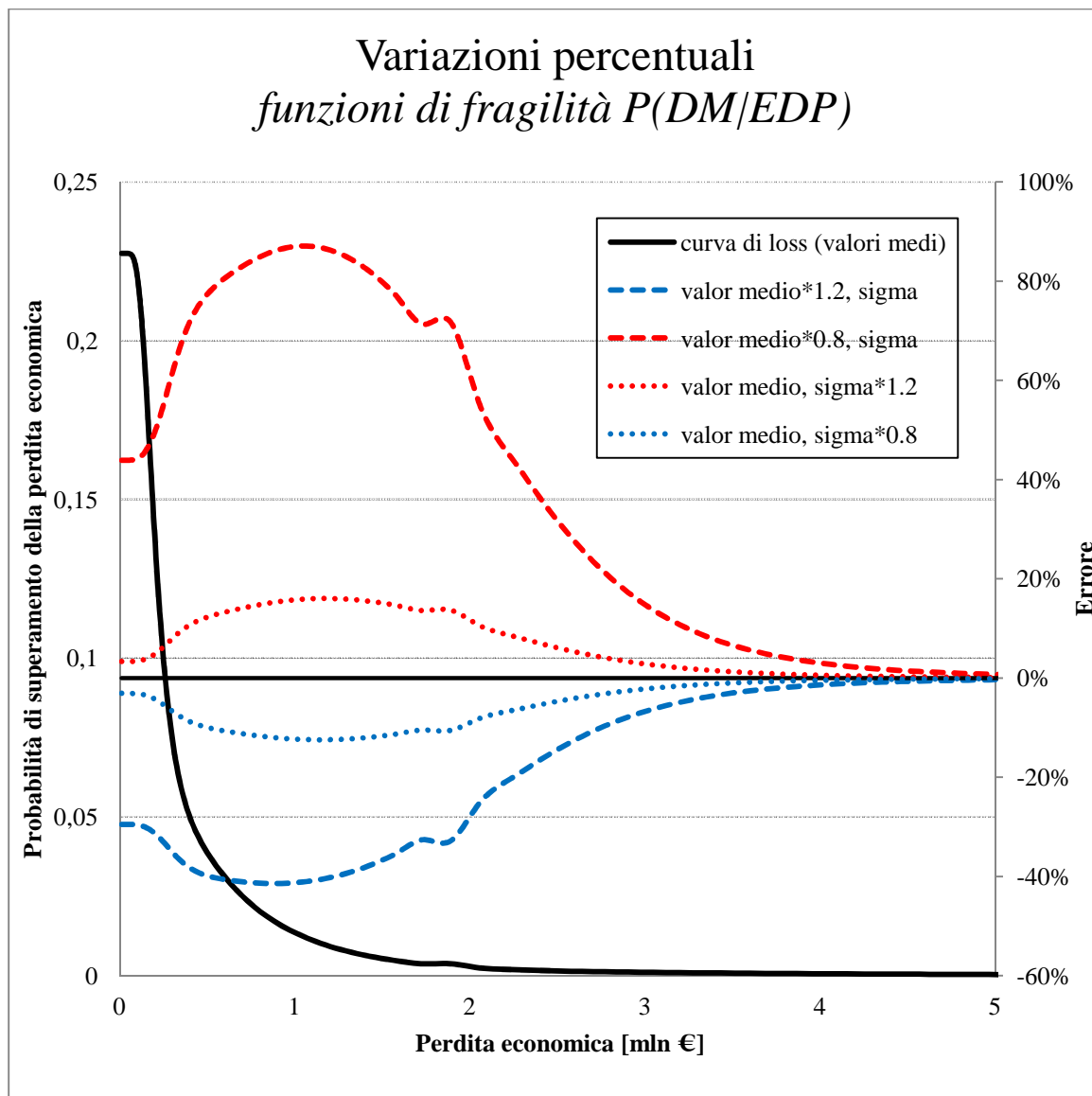


Figura 4.29. Variazioni percentuali rispetto alla curva di *loss* relativa ai valori medi della funzione  $P(DM|EDP)$

Le Figure 4.28 e 4.29 mostrano che una variazione del valor medio delle funzioni di fragilità pesa molto di più sul risultato finale rispetto ad una variazione della deviazione standard. Abbassare del 20% la soglia della deformazione limite dei livelli di danno comporta un aumento della probabilità di superamento della perdita economica – cosa in sé del tutto logica – fino all’80%. Si noti tuttavia che tali variazioni sono influenti quando subentra il collasso globale, ossia per valori della perdita economica pari o superiori al costo totale dell’edificio.

#### 4.5.4 Analisi delle perdite

Da ultimo si è scelto di imporre una variazione del 30% a media e deviazione standard delle funzioni  $P(DV|DM)$  per valutare l'influenza di tali funzioni sul risultato dell'analisi. Si sono inoltre scelti valori alternativi della deformazione ultima corrispondente al collasso globale, così da valutarne l'incidenza sulla curva di *loss*. Nelle figure che seguono si mostrano i risultati ottenuti.

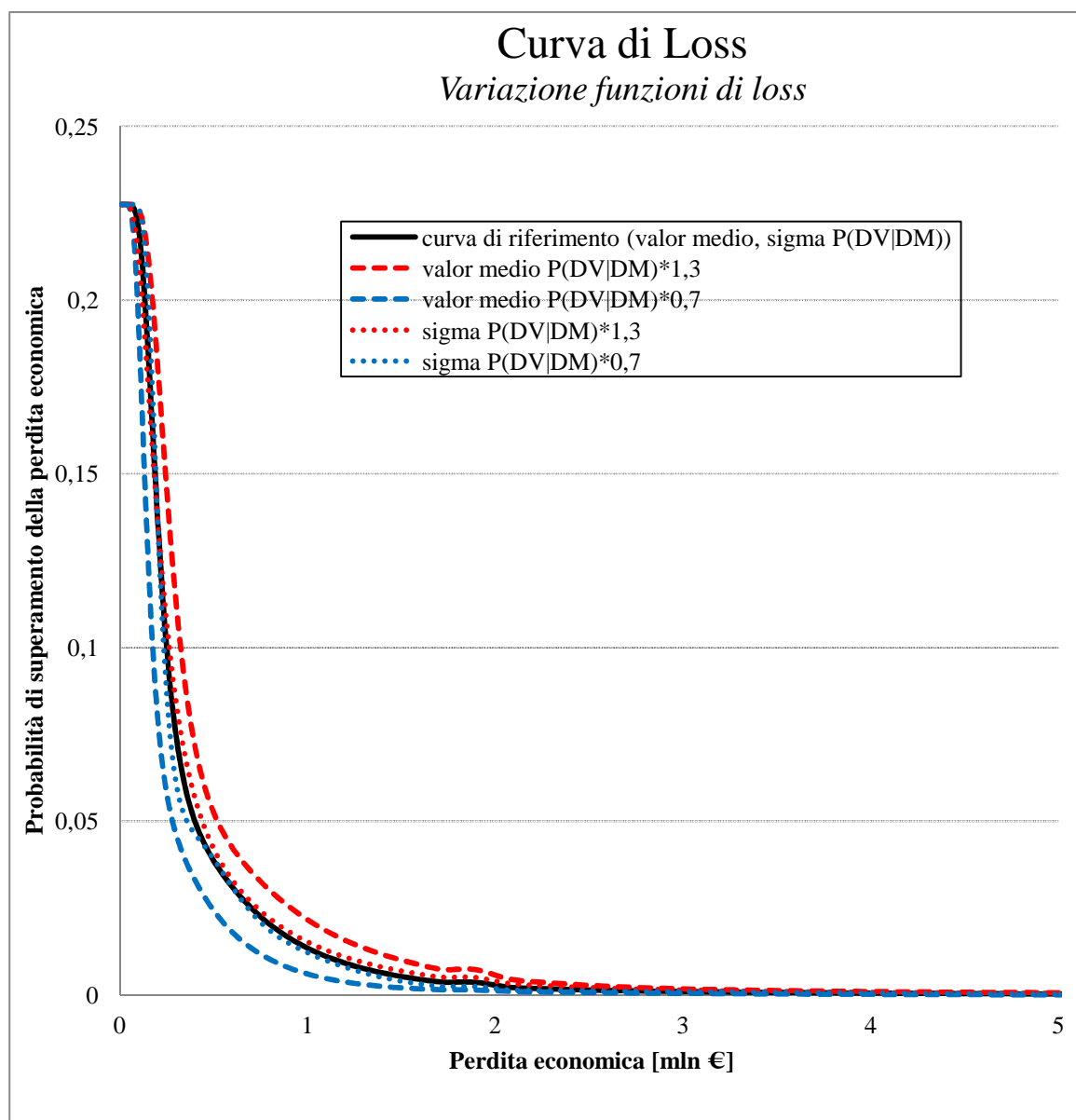


Figura 4.30. Curve di loss relative a diverse funzioni di *loss*

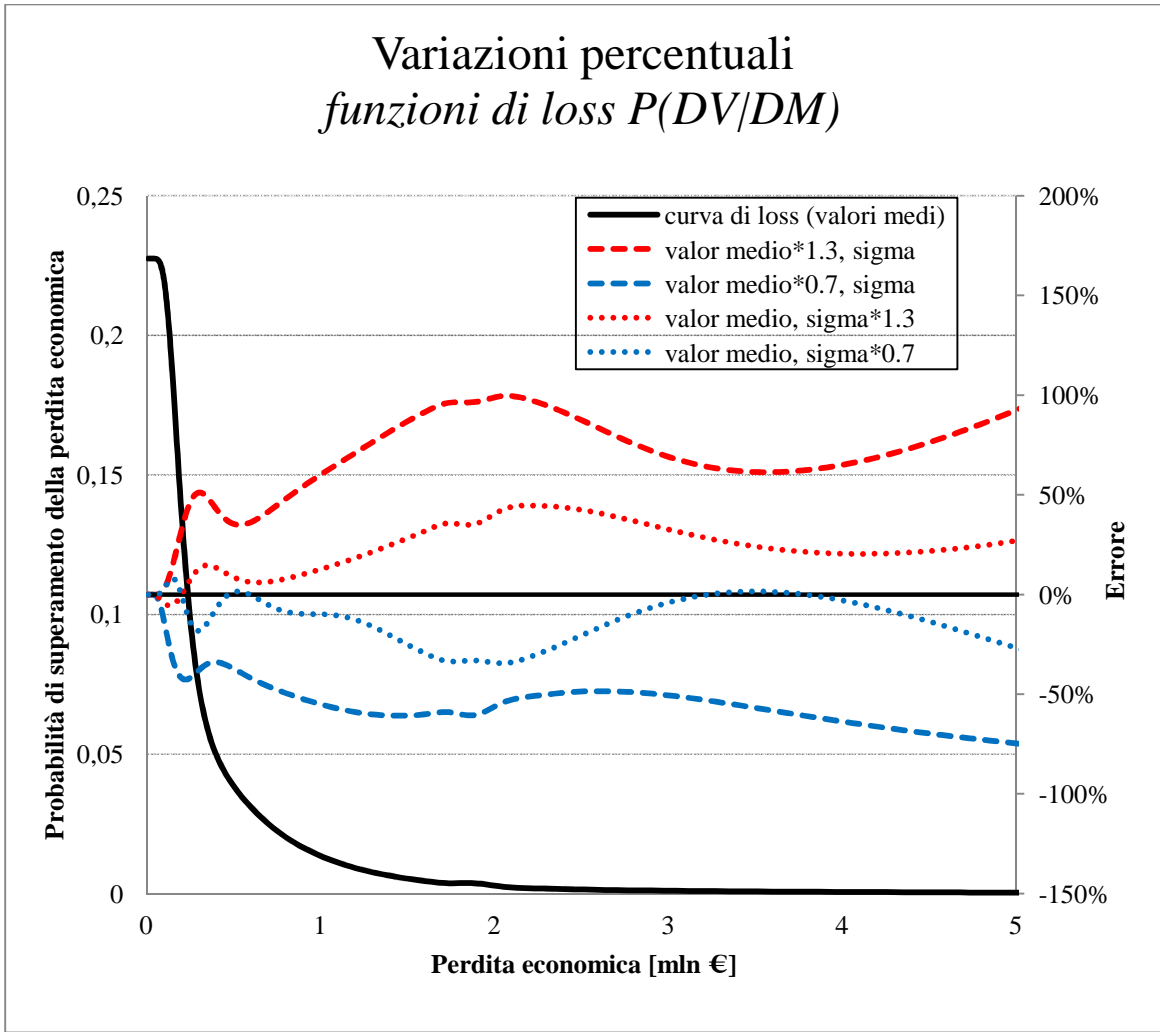


Figura 4.31. Variazioni percentuali rispetto alla curva di *loss* relativa ai valori medi della funzione  $P(DV|DM)$

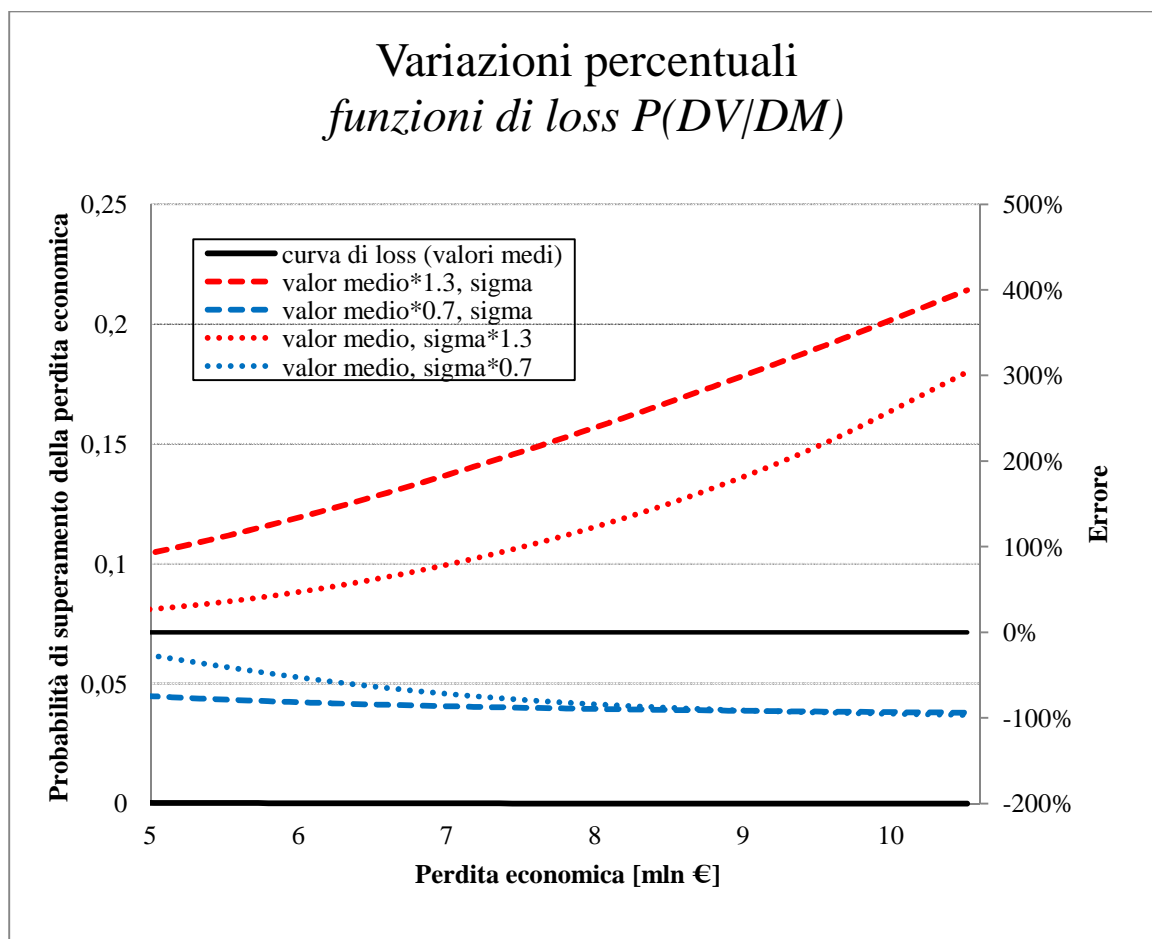


Figura 4.32. Variazioni percentuali rispetto alla curva di *loss* relativa ai valori medi della funzione  $P(DV|DM)$

Le Figure 4.30, 4.31 e 4.32 mostrano che una variazione del valor medio delle funzioni di *loss* pesa molto di più sul risultato finale rispetto ad una variazione della deviazione standard. In particolare, aumentare del 30% il valor medio della funzione  $P(DV|DM)$  può comportare un aumento fino a quattro volte della probabilità di superamento. Si noti tuttavia che tale situazione si verifica per casi in cui la funzione  $P(DV|DM)$  “media” assume valori inferiori all’1%, quindi abbastanza improbabili.

Si riportano infine i risultati ottenuti facendo variare la deformazione ultima a collasso.

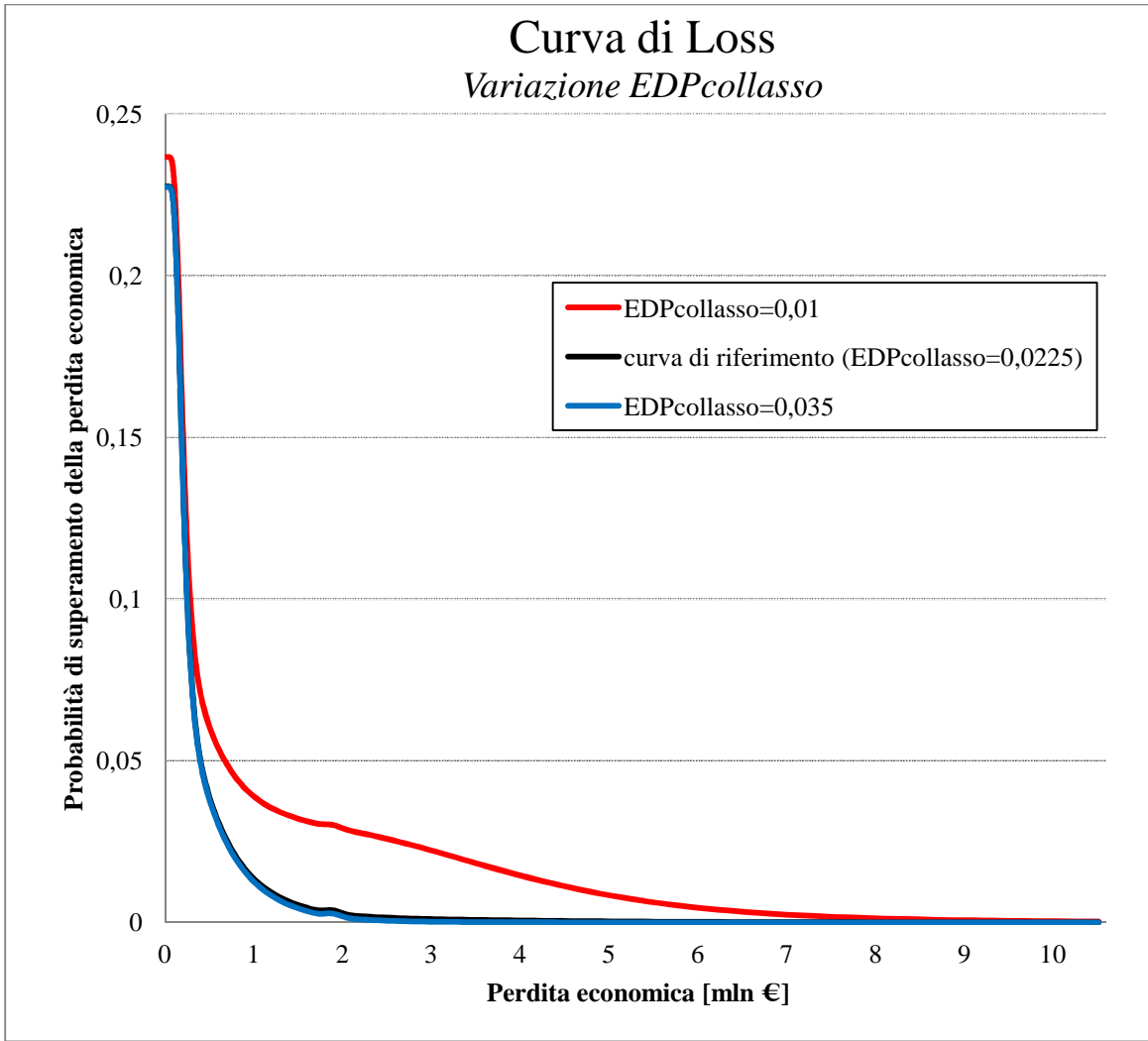


Figura 4.33. Curve di loss relative a diverse funzioni di loss



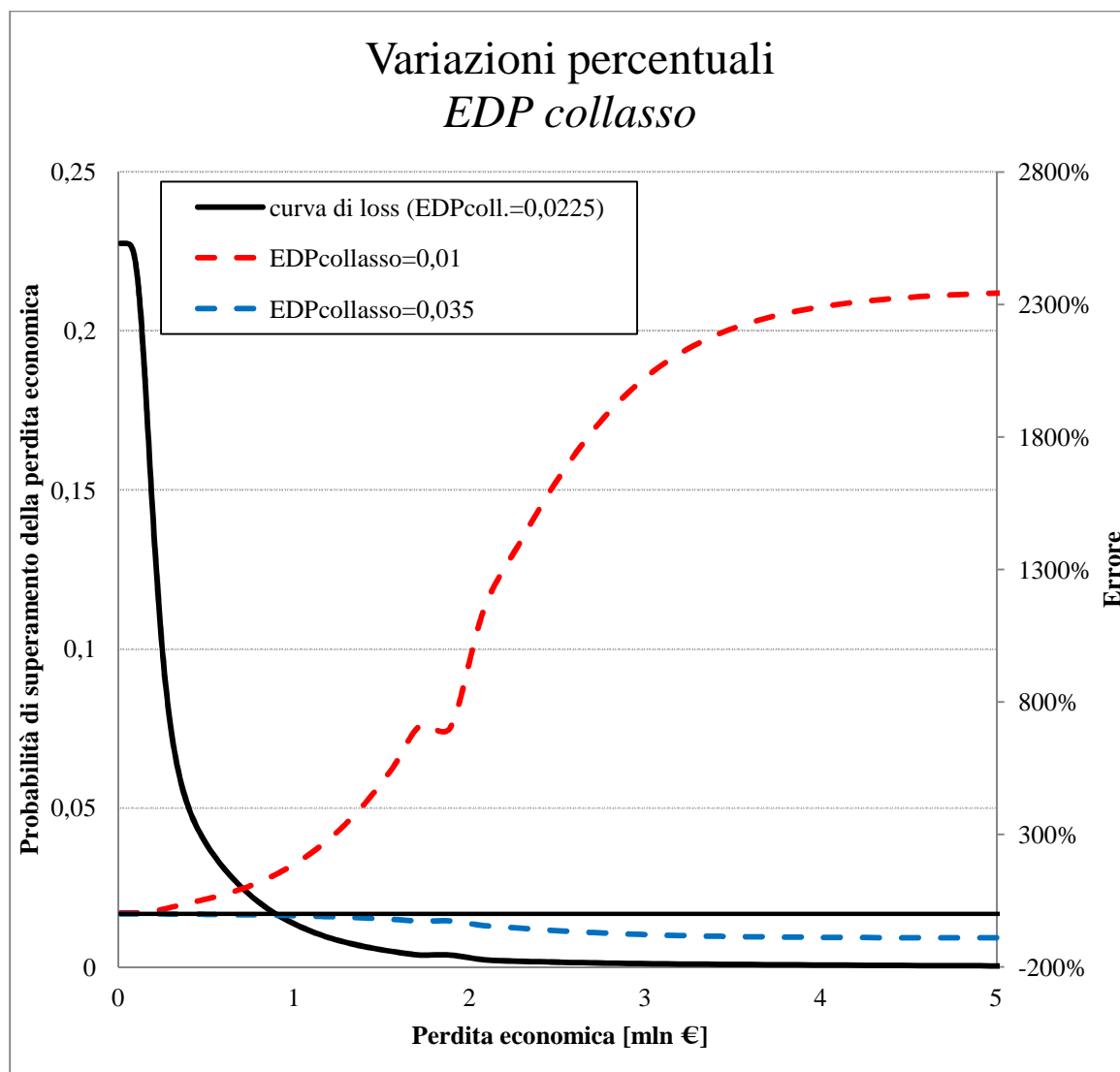


Figura 4.34. Variazioni percentuali rispetto alla curva di *loss* relativa ad una deformazione ultima a collasso pari a 0,0225

Le Figure 4.33 e 4.34 mostrano che una variazione del valore della deformazione ultima a collasso comporta notevoli variazioni sul risultato finale. Com'è lecito attendersi, più bassa è la soglia, tanto maggiore sarà la probabilità di superamento associata ad una certa perdita economica. In particolare, diminuire di circa la metà il valore della deformazione ultima comporta un aumento fino a venti volte della probabilità di superamento. Ne risulta quindi che occorre prestare molta attenzione nella definizione di tale parametro.



# Capitolo 5

---

## Conclusioni e futuri sviluppi

Nel presente elaborato si è cercato di approfondire il tema del *performance-based earthquake design*, con particolare riferimento al metodo messo a punto dal *Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) Center* nei primi anni 2000. Questo consiste in quattro step, l'analisi di pericolosità, l'analisi strutturale, l'analisi di danno e l'analisi di *loss*. Uno dei principali vantaggi del metodo è che i quattro moduli sono totalmente indipendenti tra loro, e ciascuno di essi può essere affrontato in maniera indipendente – come spesso avviene, di fatto, nella realtà accademica o scientifica. La convoluzione dei risultati intermedi permette di raggiungere la sintesi finale, rappresentata dalla curva di *loss*. Questa è il vero punto di forza del metodo, perché come si è detto consente di valutare la *performance* dell'edificio oggetto di studio non in termini *qualitativi*, bensì *quantitativi* – e quindi meglio spendibili anche per i non addetti ai lavori. A titolo esemplificativo si è quindi applicato il metodo PEER ad un caso di studio, consistente in un telaio piano in calcestruzzo armato costruito secondo norme precedenti le NTC 2008, quindi meno stringenti in materia antisismica. Stante la semplicità del caso di studio, è tuttavia possibile trarre alcune conclusioni – senza perdere di generalità. Come ha messo in luce l'analisi di sensitività, l'output dell'analisi di *loss* può variare, con differenze a volte significative, in funzione dei parametri rappresentativi dei diversi step. La curva di pericolosità, e l'IM scelto per rappresentare lo scuotimento del terreno in sito, sono sicuramente aspetti importanti del

metodo e meritevoli della massima attenzione. Non meno importante risulta essere la relazione EDP(IM), che rappresenta la sintesi dell'analisi strutturale. Si è visto infatti che piccole variazioni nei parametri della regressione comportano variazioni non trascurabili nella curva di *loss*. Grande importanza verrà data anche al modello utilizzato per l'analisi, in modo da poter cogliere al meglio il comportamento in campo anelastico, quello che più influenza le perdite – economiche e non – in caso di collasso globale. Le funzioni di fragilità rivestono un ruolo di primaria importanza nell'analisi di danno, e per casi più complicati di quello oggetto di studio può risultare non cautelativo affidarsi unicamente alla letteratura scientifica per la loro messa a punto. Bisogna inoltre considerare che per il caso di studio di questa tesi non era presente, trattandosi di telaio semplice in c.a., la parte non strutturale. Quando tuttavia si vuole valutare la *performance* di un edificio in termini quantitativi come, ad esempio, le perdite economiche connesse ad un evento sismico, la parte non strutturale può essere addirittura più rilevante di quella strutturale. Si pensi ad esempio ad un ospedale, o ad un laboratorio di ricerca, dove spesso trovano posto macchinari del valore di migliaia di euro. Casi come questi necessitano di funzioni di fragilità ad hoc, che vanno ponderate con cautela. Discorsi simili possono essere fatti anche per le funzioni di *loss*, anche se in questo caso studi di settore e valore di mercato possono venire in aiuto del progettista. Risulta invece molto importante la scelta del valore da assegnare alla deformazione ultima corrispondente al collasso globale, perché come si è visto variazioni anche minime di questo parametro possono comportare grandi variazioni sul risultato dell'analisi. Variazioni che poi andranno a gravare, non verrà mai dimenticato, sull'utilizzatore del bene, nel caso in cui – ad esempio – le curve di *loss* venissero utilizzate per stipulare polizze assicurative anti sisma. Nello svolgere l'analisi di *loss* sul caso di studio si è concentrata l'attenzione unicamente sull'aspetto economico, ma è bene tenere sempre presente – specialmente nella redazione della funzione di *loss* corrispondente al collasso,  $P(DV|C)$  – che 'dentro' queste curve dovrebbe venire conteggiata in via indiretta anche la vita umana. Quest'aspetto del problema sfocia in quesiti di natura etica che

esulano dallo scopo di questa tesi, ma che non vanno però dimenticati allorquando ci si appresta a svolgere questo tipo di analisi.

Tutto ciò premesso e considerato, l'autore ritiene che l'implementazione di metodologie di analisi basate sulla *performance* nella pratica progettuale possa solo portare beneficio, specialmente in caso di ristrutturazione di edifici esistenti, dove la scelta di una tipologia d'intervento piuttosto che un'altra può essere fatta con profitto servendosi delle curve di *loss*. Tali curve possono poi trovare applicazione anche in campo assicurativo, per compiere scelte più consapevoli nella stipula di una polizza anti sisma. Come riportato nell'introduzione, fu proprio questa necessità che nell'America degli anni '80 e '90 diede impulso alla ricerca, all'indomani di eventi sismici dagli esiti catastrofici.



# Bibliografia

---

Baker J. W. (2005), *Vector-valued ground motion intensity measures for probabilistic seismic demand analysis*, PhD Dissertation, Stanford University, CA

Baker J. W. and Cornell C. A. (2008), *Uncertainty propagation in probabilistic seismic loss estimation*, *Structural Safety*, Vol. 30, 236–252

Buratti N. and Savoia M. (2010), *Non-stationary artificial accelerograms for nonlinear analysis of R.C. frame structures*, 14 ECEE August 30-September 3, 2010, Ohrid

Buratti N. (2012), *A comparison of the performances of various ground-motion intensity measures*, 15 WCEE Lisbona 2012

Buratti N. and Tavano M. (2013), *Dynamic buckling and seismic fragility of anchored steel tanks by the added mass method*, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*

Calvi G. M. (2012), *Alternative Choices and Criteria for Seismic Strengthening*, 15 WCEE Lisbona 2012

Chen W. F. and Scawthorn C., Edited by (2003), *Earthquake Engineering Handbook*, CRC Press

Conte J. P. and Li Y. (2011), *Probabilistic Performance-Based Optimum Seismic Design of (Bridge) Structures*, University of California, San Diego. Report di progetto di ricerca consultabile al link: [http://peer.berkeley.edu/transportation/wp-content/uploads/2011/05/Conte-Li-SDOF\\_PBEE\\_2011-05-02.pdf](http://peer.berkeley.edu/transportation/wp-content/uploads/2011/05/Conte-Li-SDOF_PBEE_2011-05-02.pdf)

Cornell C. A., Jalayer F., Hamburger R. O., and Foutch D. A. (2002), *Probabilistic Basis for 2000 SAC Federal Emergency Management Agency Steel Moment Frame Guidelines*, *Journal Of Structural Engineering*, Vol. 128, No. 4, 526–533

Elghazouli A. Y., Edited by (2008), *Seismic Design of Buildings to Eurocode 8*, Spon Press

*fib Bulletin 68: Probabilistic performance-based seismic design*, Luglio 2012

Jalayer F. (2003), *Direct probabilistic seismic analysis: implementing non-linear dynamic assessments*, PhD Dissertation, Stanford University, CA

Miranda E. and Ramirez C. M. (2012), *Enhanced Loss Estimation for Buildings with Explicit Incorporation of Residual Deformation Demands*, 15 WCEE Lisbona 2012

Mitrani-Reiser J. (2007), *An Ounce Of Prevention: Probabilistic Loss Estimation For Performance-Based Earthquake Engineering*, PhD Dissertation, California Institute Of Technology, CA

Porter K. A. (2003), *An Overview of PEER's Performance-Based Earthquake Engineering Methodology*, Ninth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP9) July 6-9, 2003, San Francisco

Scott M. H., Fenves G. L. (2006). *Plastic hinge integration methods for force-based beam-column elements*, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 132, No. 2

Shah H. C., EERI Committee on Seismic Risk (1984), *Glossary of Terms for Probabilistic Seismic-Risk and Hazard analysis*, *Earthquake Spectra*, Vol. 1, No. 1, 33-40

Vamvatsikos D. and Cornell C. A. (2002), *Incremental dynamic analysis*, *Earthquake Engineering And Structural Dynamics*, Vol 31, 491–514

Vamvatsikos D. and Cornell C. A. (2004), *Applied Incremental Dynamic Analysis*, *Earthquake Spectra*, Vol. 20, No. 2, 523–553