#### FACOLTA' DI INGEGNERIA

#### CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE

#### DISTART

Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del Rilevamento e del Territorio

#### **TESI DI LAUREA**

in GEOTECNICA APPLICATA LS

# MODELLAZIONE NUMERICA AGLI ELEMENTI FINITI DEL COMPORTAMENTO DI FONDAZIONI SUPERFICIALI

CANDIDATO MARCO CAMERANI RELATORE: Chiar.mo Prof.Ing. GUIDO GOTTARDI

CORRELATORE: Dott.Ing. LAURA GOVONI

Anno Accademico 2008-2009 Sessione II

#### **INDICE**

#### INTRODUZIONE

#### CAPITOLO 1: LE FONDAZIONI 3

1

- 1.1 Introduzione 3
- 1.2 Le fondazioni superficiali 4
- 1.3 La capacità portante 6

1.3.1 Il metodo di Terzaghi 9

1.4 I cedimenti 11

#### CAPITOLO 2: IL TERRENO 17

2.1 Lo stato tensionale geostatico 17
2.2 Storia dello stato tensionale 18
2.3 Le caratteristiche meccaniche dei terreni 20
2.4 Il modello di Mohr-Coulomb 22
2.5 Resistenza al taglio dei terreni a grana grossa 23
2.5.1 La dilatanza 25

2.6 Resistenza al taglio dei terreni a grana fine 33

#### CAPITOLO 3: I METODI DI CALCOLO NUMERICO 37

- 3.1 Il metodo delle differenze finite 37
- 3.2 Il metodo degli elementi finiti 38
  - 3.2.1 Campo di spostamento 38
  - 3.2.2 Modello di spostamento 41
  - 3.2.3 Fasi successive dell' approccio agli spostamenti 42
  - 3.2.4 Il programma di calcolo numerico ABAQUS 6.7 43

- 3.3 Il metodo delle caratteristiche 46
  - 3.3.1 Visualizzazione di campi di tensione usando direzioni caratteristiche 47

## CAPITOLO 4: MODELLAZIONE NUMERICA DEL COMPORTAMENTO DI FONDAZIONI SU CUI AGISCE CARICO VERTICALE CENTRATO 51

4.1 Il modello fisico con ABAQUS 51

4.1.2 La modellazione geometrica 51

4.1.2 Il modello costitutivo e le proprietà dei materiali 54

4.1.3 Le condizioni al contorno e iniziali 59

4.1.4 L' interfaccia terreno-fondazione 60

4.2 Il modello di carico 62

4.2.1 L' analisi geostatica 62

4.2.2 L' analisi statica 63

4.2.3 La non-linearità geometrica 66

4.3 Il software ABC 68

4.4 I modelli oggetto di studio 74

4.4.1 Il comportamento a rottura 74

4.4.2 Il modello sperimentale 77

4.4.3 Confronto fra risultati sperimentali e modelli numerici 80

4.4.3.1 Fondazioni superficiali 80

4.4.3.2 Fondazioni approfondite 92

#### CAPITOLO 5: SWIPE TESTS 103

- 5.1 I diagrammi di interazione 103
- 5.2 Il modello utilizzato 105
- 5.3 La risposta del modello 106

## CAPITOLO 6: CONCLUSIONI 111

## **BIBLIOGRAFIA** 115

## **INTRODUZIONE**

La scelta dell' analisi agli elementi finiti per lo studio e la modellazione delle fondazioni superficiali rappresenta un vantaggio specie da un punto di vista economico. Con i metodi numerici si vogliono pertanto riprodurre quei modelli e conseguentemente quei risultati che si sono ottenuti mediante i test in laboratorio.

Nel caso di fondazioni superficiali, siano esse poggianti su terreni coesivi o sabbiosi, risulta di fondamentale importanza la scelta di un adeguato modello geometrico e geotecnico al fine di simulare nel modo più corretto possibile il comportamento del terreno.

Nel seguente lavoro verranno presentate diverse modellazioni di fondazioni superficiali variando le caratteristiche del terreno (densità, coesione, modulo elastico, coefficiente di Poisson, angolo d' attrito, angolo di dilatanza), l' approfondimento della fondazione e proponendo analisi in piccoli e grandi spostamenti. Pertanto, dopo un richiamo alle fondazioni superficiali e alle caratteristiche geotecniche dei terreni con relative teorie di calcolo classiche utilizzate, verrà descritto in dettaglio il codice di calcolo agli elementi finiti ABAQUS 6.7. Tale metodo di calcolo sarà dunque utilizzato per simulare il comportamento di diversi tipi di terreni sottoposti a carichi verticali centrati. In particolare verranno visualizzati i risultati alla luce dei grafici carico-cedimenti verificandone l' attendibilità con i dati sperimentali ottenuti in laboratorio.

Il passo successivo è consistito nello studio dei diagrammi di interazione attraverso la rappresentazione delle superfici di snervamento nello spazio delle componenti di carico. Ciò è stato reso possibile mediante la tecnica dello swipe test.

1

# **CAPITOLO 1**

## **LE FONDAZIONI**

## **1.1 Introduzione**

Si intende per fondazione l' elemento strutturale che trasferisce i carichi (pesi permanenti, carichi accidentali etc..) dalla struttura in elevazione al terreno. E' implicito dunque che la fondazione è parte di un complesso strutturale sempre composto da tre elementi caratteristici e precisamente:

- 1. La struttura in elevazione,
- 2. La fondazione propriamente detta,
- 3. Il terreno.

La fondazione, per rispondere in maniera corretta alla sua funzione, deve essere dimensionata in modo da ottenere un adeguato margine di sicurezza rispetto alla rottura per carico limite del terreno e da contenere gli spostamenti assoluti e differenziali entro valori compatibili. Inoltre la fondazione deve, per quanto possibile, rispondere a criteri di economicità ed essere realizzata in modo agevole e sicuro.

Seguendo il meccanismo di trasferimento del carico si denominano fondazioni superficiali quelle per le quali il carico è interamente trasmesso al terreno con la pressione agente sul piano d'appoggio, trascurando il contributo dell' attrito laterale; si denominano fondazioni profonde quelle per le quali il carico viene trasmesso al terreno sia con la pressione sul piano d'appoggio che per attrito lungo il fusto.

Una suddivisione fra i vari tipi di fondazione è basata sul rapporto D/B, dove D è la distanza fra la base di appoggio della fondazione e la superficie del terreno e B è la larghezza della base di fondazione; si potrebbe così far riferimento a fondazione diretta (fondazione su plinto, trave continua, platea) per D/B<4, a fondazione semi-profonda per 4<D/B<10 (pozzi e cassoni) e a fondazione profonda per D/B>10 (pali).

## 1.2 Le fondazioni superficiali

Le principali strutture di fondazioni superficiali si dividono in:

- 1. Plinti
- 2. Travi rovesce
- 3. Platee

I plinti vengono utilizzati quando il carico trasmesso dal pilastro deve essere direttamente trasferito al terreno, con contatto diretto. Le dimensioni in pianta del plinto vengono determinate secondo criteri di stabilità e di limitazione dei cedimenti. Per conoscere lo stato di sollecitazione indotto nel plinto dai carichi trasmessi dal pilastro e dalle reazioni distribuite del terreno che equilibrano i carichi stessi, è necessario poter valutare per le varie situazioni di carico le distribuzioni delle reazioni del terreno.

Le travi rovesce di fondazione invece si utilizzano quando le dimensioni dei plinti diventano eccessive e comunque confrontabili con l' interasse dei pilastri, oppure per aumentare la superficie di contatto con il terreno allo scopo di accrescere la portanza delle fondazioni e di ridurre i cedimenti. Le travi continue di fondazione hanno di solito forma di T. La larghezza della suola è determinata essenzialmente in relazione alle caratteristiche di portanza del terreno, mentre l' altezza e la larghezza dell' anima della trave vengono fissate in relazione alle caratteristiche di sollecitazione (momento flettente e taglio).

Le platee continue di fondazione permettono di ottenere la massima ripartizione dei carichi alla base di un fabbricato in quanto si estendono su un' area praticamente uguale a quella coperta dalle strutture, di conseguenza si ricorre alle platee quando si è in presenza di terreni aventi scarse capacità portanti. Va comunque tenuto presente che se gli strati compressibili sono a discreta profondità (e non a diretto contatto con la fondazione), l' utilizzo di una platea, in sostituzione ad esempio di una fondazione a travi rovesce, non porta apprezzabili benefici per quanto concerne i cedimenti. Si impiegano platee generali anche se si è in presenza di forti sottopressioni. Occorre poi sempre effettuare la verifica al galleggiamento considerando quindi i carichi minimi (di solito il solo peso proprio delle strutture) e massimo il livello della falda. La distribuzione delle pressioni di contatto fondazione-terreno dipende, oltre che dalla distribuzione dei carichi, dalla natura del terreno e dalla rigidezza del complesso fondazione-struttura. Se l'insieme fondazione-struttura è molto rigido le pressioni di contatto per un terreno incoerente sono abbastanza uniformi; mentre per un terreno coesivo, di solito, le pressioni di contatto sono maggiori ai bordi che al centro.

#### 1.3 La capacità portante

Nella progettazione della fondazione un primo calcolo è costituito dalla verifica di stabilità del complesso terreno-fondazione, cioè si procede alla determinazione del carico di rottura, o capacità portante; questo valore è rappresentato dal carico massimo per il quale si entra in una fase plastica nella quale il cedimento è accompagnato da una rottura, per taglio del terreno, considerato come materiale rigido plastico. Il carico di rottura non è una caratteristica intrinseca del terreno, ma è funzione delle sue caratteristiche meccaniche, della profondità del piano di fondazione, della forma e delle dimensioni della superficie di carico, della situazione della falda e delle tensioni iniziali nel terreno di fondazione.

Dall' osservazione sperimentale del comportamento di fondazioni sottoposte a carichi crescenti risulta chiaramente che la rottura avviene per taglio nel terreno sottostante.

Si possono considerare tre modi principali di rottura del terreno caricato con un elemento rigido orizzontale.

Un primo modo, detto di rottura generale (figura 1.1**a**) nel quale si formano superfici di scorrimento ben definite che partono dallo spigolo della fondazione e raggiungono la superficie del terreno. Nel diagramma carico-cedimenti la rottura è chiaramente individuata.

Vi è poi il modo di rottura per punzonamento nel quale, al crescere dei carichi applicati, si ha un movimento verticale della fondazione con compressione del terreno sottostante e formazione nel terreno lungo il perimetro della fondazione (figura 1.1c) di piani di taglio verticali ; nel diagramma carico-cedimenti si hanno incrementi di carichi e cedimenti con andamento irregolare.

Infine vi è il modo di rottura locale per taglio (figura 1.1b) nel quale si hanno superfici di scorrimento che sono ben definite solo vicino alla fondazione e poi si perdono nell' ammasso. Continuando a caricare la fondazione, solo dopo spostamenti verticali molto rilevanti, le superfici di scorrimento appaiono in superficie. Anche qui, nel diagramma carico-cedimento, si ha un andamento irregolare.



Fig.1.1-meccanismi di rottura

Il tipo di rottura che si può sviluppare dipende da molti fattori; in linea di massima sembra che dipenda dalla compressibilità relativa del terreno in relazione alle condizioni geometriche e di carico.

Si ha così rottura generale, con fondazioni poste in superficie o a piccola profondità su sabbia densa, o con fondazioni poste in superficie su argilla, sotto condizioni di carico non drenate.

Si ha invece rottura per punzona mento con fondazione posta in superficie su sabbia sciolta, con fondazione posta su sabbia densa ad una certa profondità e con fondazione posta su argilla, ma applicando lentamente i carichi.

La rottura locale, che corrisponde ad un comportamento intermedio tra gli altri due, può verificarsi per situazioni medie per densità del terreno e per posizione della fondazione.

Le teorie, alle quali generalmente si ricorre nel calcolo della capacità portante di una fondazione superficiale, possono essere suddivise nei tre gruppi del metodo dell' analisi dell' equilibrio plastico, del metodo delle linee caratteristiche e del metodo dell' equilibrio limite globale. Questi metodi fanno riferimento all' ipotesi di terreno rigido-plastico e considerano la stabilità del complesso terreno-fondazione in corrispondenza al modo di rottura generale prima visto.

La maggior parte di questi metodi ipotizzano il terreno isotropo e omogeneo.

L' ipotesi di terreno omogeneo, per l' analisi della capacità portante con argille in assenza di drenaggio, significa ipotizzare  $c_u$  costante per tutta la zona di rottura, mentre, per l' analisi della capacità portante in presenza di drenaggio, significa che vengono assunti costanti, per tutta la zona di rottura, il peso di volume effettivo  $\gamma'$  e i parametri  $\phi'$  e c' della resistenza al taglio in termini di tensioni effettive.

#### 1.3.1 Il metodo di Terzaghi

Non si hanno soluzioni generali esatte che diano la capacità portante per il caso della fondazione diretta continua con un sovraccarico  $p_0$  ai lati e con terreno dotato di  $\gamma$ , c' e  $\phi$ '.

Una soluzione pratica per quanto approssimata del problema è quella proposta dal Terzaghi nel 1943, soluzione che riguarda il caso di fondazione continua con carico applicato centrato e con piano di fondazione e con piano campagna orizzontali.

Questa soluzione adopera il metodo dell' equilibrio limite e consiste sostanzialmente nell' individuare per tentativi la superficie di scorrimento più critica, nell' ipotizzare una certa distribuzione di tensioni lungo tale superficie e quindi nel risolvere il problema con l' equazione di equilibrio globale del terreno considerato come corpo rigido all' interno della superficie di scorrimento.

Se la base della fondazione è ruvida, l' attrito e l' adesione fra terreno e base di fondazione impediscono l' espansione laterale; perciò il terreno entro la regione CBA rimane in uno stato elastico, agisce come se fosse una parte della fondazione e penetra nel terreno sottostante come un cuneo. Terzaghi considera che le due facce del cuneo formino l' angolo  $\varphi$  con l' orizzontale e che la resistenza offerta dal peso del terreno  $\chi$ , dal sovraccarico q e dalla coesione c possano essere valutate separatamente l' una dall' altra.

Egli prende in considerazione il fatto che il cuneo CBA non può penetrare nel terreno finchè la pressione sui suoi lati inclinati non è uguale alla spinta passiva sviluppata nel terreno adiacente e quindi calcola il carico critico sulla base dell' equilibrio statico del cuneo CBA. Alla rottura la pressione su ognuna delle due superfici CB e AB

9

è uguale alla risultante della spinta passiva  $P_p$  e della forza di coesione  $c \cdot \overline{AB}$  (figura 1.2).



Fig. 1.2-schema di Terzaghi

Di conseguenza la capacità portante unitaria si valuta con la seguente formula:

$$q_f = cN_c + q_0N_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$$

Il termine  $cN_c$  esprime il contributo della coesione che agisce lungo la superficie di rottura; il termine  $q_0N_q$  rappresenta l' effetto stabilizzante del terreno ai lati della fondazione; il termine  $1/2\gamma BN_\gamma$  rappresenta il contributo della resistenza di attrito dovuta al peso proprio del terreno all' interno della superficie di scorrimento. Nella relazione sopraindicata i fattori N<sub>c</sub>, N<sub>q</sub> e N<sub>y</sub> sono adimensionali.

L' espressione più generale per il calcolo della capacità portante e che riguarda pressoché tutte le diverse situazioni delle fondazioni è quella di Brinch-Hansen che è ottenuta dalla sovrapposizione di soluzioni relative a casi particolari.

$$q_f = c' N_c s_c d_c i_c b_c g_c + q_0 N_q s_q d_q i_q b_q g_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma s_\gamma i_\gamma b_\gamma g_\gamma$$

Nella quale:

 $N_{c}$ ,  $N_{q}$ ,  $N_{Y}$  = fattori di capacità portante, dipendenti dall' angolo di resistenza al taglio  $\phi$ ';

 $s_c$ ,  $s_q$ ,  $s_y$  = fattori di forma della fondazione;

 $i_c$ ,  $i_q$ ,  $i_y$  = fattori correttivi che tengono conto dell' inclinazione del carico;

 $b_c$ ,  $b_q$ ,  $b_y$  = fattori correttivi che tengono conto dell' inclinazione della base della fondazione;

 $g_{c}, g_{q}, g_{y}$  = fattori correttivi che tengono conto dell' inclinazione del piano campagna;

 $d_c$ ,  $d_q$ ,  $d_y$  = fattori dipendenti dalla profondità del piano di posa.

### 1.4 I cedimenti

Il termine cedimento indica l'abbassamento verticale del piano di posa della fondazione di una struttura a causa della deformazione del terreno sottostante.

Il calcolo dei cedimenti con i metodi classici della geotecnica si sviluppa in varie fasi che si possono così riassumere: in prima fase si determina sulla base delle indagini eseguite, il profilo geotecnico del terreno. In seconda fase si calcolano gli incrementi di tensione verticale nel terreno di fondazione, incrementi determinati dai carichi agenti sul piano di fondazione. In terza fase, sulla base dei risultati della indagine geotecnica, si scelgono le caratteristiche tensionideformazioni-tempo rappresentative dei vari strati di terreno interessati dalle variazioni di tensioni verticali e si calcolano le tensioni verticali litostatiche. In quarta fase, sulla base delle scelte e delle determinazioni precedentemente eseguite, si calcolano le deformazioni dei vari strati di terreno e in una quinta fase, che interessa i terreni coesivi a bassa permeabilità, si valuta l' andamento nel tempo dei cedimenti.

Quando si hanno incrementi delle tensioni verticali, si hanno anche deformazioni verticali che assumono valori significativi in relazione al tipo di terreno e alle esigenze dell' opera che si vuole costruire.

In genere si hanno valori significativi del cedimento, per il campo di tensioni più frequentemente trasmesse al terreno, quando si interessano strati di argilla normalmente consolidata o leggermente sovraconsolidata, mentre quando si interessano strati di argilla fortemente sovra consolidata, o di sabbia e di ghiaia, si hanno cedimenti limitati.

Considerato il cedimento legato agli strati di argilla satura, normalmente consolidata o leggermente sovra consolidata, si vede che il processo di deformazione può essere schematizzato come segue.

- a) Durante la fase di carico si formano delle sovrappressioni  $\Delta u$  nell' acqua del terreno argilloso, ma data la bassa permeabilità di questo terreno e la velocità con cui è stato applicato il carico, si ha una deformazione in condizioni non drenate dello strato di argilla e quindi a volume pressoché costante (v = 0,5) ed il cedimento corrispondente è detto cedimento immediato S<sub>i</sub>.
- b) Per effetto delle sovrappressioni neutrali provocate dal carico applicato inizia il processo di uscita dell' acqua dal terreno

argilloso e il trasferimento del carico dall' acqua allo scheletro solido del terreno, cioè la pressione neutrale diminuisce e la pressione effettiva aumenta e contemporaneamente lo spessore dello strato argilloso diminuisce, dando luogo ad un cedimento di consolidazione  $S_c$ .

c) Esaurite le sovrappressioni neutrali si hanno ancora deformazioni molto lente, in condizioni drenate, dovuti a fenomeni di creep, cioè di riaggiustamento dello scheletro solido sotto carico costante, e il cedimento corrispondente S<sub>s</sub> è detto secondario.

Quindi il cedimento totale a tempo infinito è dato da:

$$S_t = S_i + S_c + S_s$$

La valutazione del cedimento di consolidazione viene generalmente eseguita col metodo proposto da Terzaghi per strati, di limitato spessore di argilla normalmente consolidata, compresi tra strati di sabbia.

Per procedere al calcolo si devono determinare i profili della pressione verticale effettiva  $\sigma'_{v0}$  e della pressione di consolidazione; poi si devono suddividere gli strati argillosi in strati di modesto spessore e determinare gli incrementi netti di tensione verticale  $\Delta \sigma_z$  al centro di ogni strato.

Si esegue quindi il calcolo nell' ipotesi che le deformazioni del terreno avvengano solo in direzione verticale senza espansioni o contrazioni orizzontali.

Per il calcolo si può pertanto utilizzare la relazione:

$$S = H_0 \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0}$$

dove  $e_0$  è l'indice dei vuoti corrispondente a  $\sigma'_{v0}$ ,  $e_1$  corrisponde a  $\sigma'_{v0}$ + $\Delta \sigma_z$  e H<sub>0</sub> è lo spessore dello strato. Si possono anche utilizzare i valori del coefficiente di compressibilità di volume m<sub>v</sub> con la relazione:

$$S = H_0 \Delta \sigma_z m_v = H_0 \frac{\Delta \sigma_z}{M}$$

E' inoltre possibile calcolare i cedimenti con la relazione:

$$S = H_0 \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\sigma_{v0} + \Delta \sigma_z}{\sigma_{v0}}$$

utilizzando l' indice di compressione  $C_c$  rappresentativo della compressibilità per incrementi di pressione che interessano pressioni superiori alla pressione di consolidazione.

Dopo aver eseguito il calcolo, è necessario stabilire se i valori dei cedimenti assoluti e differenziali siano accettabili per le fondazioni e le strutture.

I cedimenti differenziali, che si creano fra punti di una fondazione deformabile, possono derivare prevalentemente dalle diverse caratteristiche del terreno di fondazione, sia come spessore e distribuzione degli strati sia come diversa compressibilità in uno stesso strato, dalle variazioni di carico nell' area interessata e dal modo in cui si distribuiscono le tensioni nel terreno sotto un' area caricata uniformemente. Il calcolo dei cedimenti differenziali, secondo il metodo classico, non è perseguibile per via numerica; si preferisce ricorrere alle correlazioni di tipo empirico che mettono in relazione il massimo cedimento differenziale prevedibile in una struttura, con il massimo cedimento assoluto della stessa struttura. In pratica vengono poste delle limitazioni ai parametri  $\Delta w/L$ , ove L è la distanza tra i punti nei quali si verifica il cedimento differenziale:

- Fabbricati in muratura o costituiti da travi parete  $\rightarrow 0,5\% 0,1\%$
- Telai in cemento armato  $\rightarrow 2\%$  3‰
- Telai in acciaio con unioni flessibili  $\rightarrow 5\%$

# **CAPITOLO 2**

## **IL TERRENO**

## 2.1 Lo stato tensionale geostatico

Lo stato tensionale esistente in un punto del terreno dipende dal peso proprio del terreno, dalla sua storia tensionale, dalle condizioni di falda, e dai carichi esterni ad esso applicati.

Un caso semplice e frequente è quello di terreno delimitato da una superficie orizzontale e con caratteristiche uniformi in direzione orizzontale. In questa situazione i piani verticali e orizzontali sono piani principali e quindi su questi piani non si hanno tensioni tangenziali.

La tensione verticale totale alla profondità z è data, nel caso di terreno omogeneo con peso di volume y, dalla relazione:

$$\sigma_{v0} = \gamma z$$

e nel caso di terreno stratificato da:

$$\sigma_{v0} = \sum \gamma_i z_i$$

La tensione verticale citostatica efficace  $\sigma'_{v0}$ , conoscendo le condizioni di falda e quindi il valore della pressione dell' acqua  $u_0$ , è data da:

$$\sigma_{\nu 0}^{'}=\sigma_{\nu 0}-u_{0}$$

La determinazione dei valori della tensione orizzontale  $\sigma'_{h0}$ , costituisce un problema complicato, poiché il suo valore dipende dalla storia tensionale del deposito, cioè dal susseguirsi delle tensioni come entità e durata fino allo stato attuale.

In genere la tensione orizzontale effettiva viene espressa in funzione di quella verticale come:

$$\sigma_{h}' = K\sigma_{v}'$$

Il valore di K dipende principalmente dalle deformazioni orizzontali avvenute e dal grado di sovra consolidazione.

Il rapporto esistente tra la tensione orizzontale efficace  $\sigma'_{h0}$  e quella verticale efficace  $\sigma'_{v0}$  in una situazione di condizioni litostatiche è data da:

$$\sigma_{h0}' = K_0 \sigma_{\nu 0}'$$

con  $K_0$  denominato coefficiente di spinta a riposo e avente valore compreso tra 0,4 e 0,6.

## 2.2 Storia dello stato tensionale

Un' argilla di recente deposizione, che sotto l' effetto del proprio peso ha raggiunto una situazione di equilibrio senza aver subito ancora deformazioni differite nel tempo, è indicata come normalconsolidata. Durante la consolidazione, il terreno sotto il peso degli strati sovrastanti è assoggettato ad una compressione assiale senza deformazioni laterali.

In queste condizioni il coefficiente di spinta a riposo  $K_0(NC)$  dipende solo dalla natura del terreno, e può essere determinato mediante formule empiriche.

Per molti terreni naturali normalmente consolidati viene utilizzata la formula di Jaky:

$$K_0 = 1 - \sin \Phi$$

che dà valori abbastanza corrispondenti a quelli che si ottengono nelle prove di laboratorio.

Molti depositi di argilla, dopo le fasi di sedimentazione e consolidazione hanno subito una fase di erosione con conseguente scarico tensionale: in questi casi la massima tensione effettiva  $\sigma'_p$  sopportata durante la storia geologica risulta superiore a quella attuale  $\sigma'_{v0}$ .

L' argilla, per questo effetto di precompressione, viene detta sovra consolidata e ha una struttura caratterizzata da una maggiore resistenza al taglio e da una minore compressibilità.

I depositi che durante la loro storia sono stati assoggettati a tensioni  $\sigma'_p$  superiori alla tensione attuale  $\sigma'_{v0}$  sono definiti sovraconsolidati e l' entità del fenomeno di sovra consolidazione è usualmente individuato dal parametro:

$$OCR = \frac{\sigma_{p}'}{\sigma_{v0}'}$$

denominato grado di sovra consolidazione.

La tensione  $\sigma'_{v0}$  si calcola come già è stato detto, mentre la pressione di consolidazione  $\sigma'_p$  è determinata sperimentalmente per mezzo di prove di laboratorio.

Il grado di sovra consolidazione conseguente a fenomeni di erosione è massimo vicino alla superficie e tende all' unità con l' aumentare della profondità, poiché la diminuzione di pressione conseguente all' erosione è costante, mentre la pressione effettiva aumenta con la profondità.

Quando il terreno passa da uno strato normalconsolidato a uno sovraconsolidato, il coefficiente di spinta a riposo  $K_0$  aumenta e può essere valutato mediante relazioni empiriche:

$$K_0(OC) = K_0(NC)OCR^{\alpha}$$

viene usato un valore di  $\alpha$ =0,5.

## 2.3 Le caratteristiche meccaniche dei terreni

Il comportamento meccanico dei terreni è principalmente regolato dal modulo elastico E e dal coefficiente di Poisson v.

Con riferimento alle prove triassiali si può rappresentare la compressibilità a mezzo del modulo tangente, che indica la pendenza di una linea retta tangente ad un particolare punto della curva sforzideformazioni, o mediante il modulo secante che indica la pendenza della retta che collega due punti della curva sforzi-deformazioni. Così si considera il modulo tangente iniziale riferito come tangente alla curva per l'origine o il modulo secante corrispondente alla retta passante per l'origine e per il punto corrispondente allo sforzo devia torico pari al 50% di quello a rottura.

Il modulo di Poisson è un coefficiente fisico che misura, in presenza di una sollecitazione monodirezionale longitudinale, il grado in cui il campione di materiale si restringe o si dilata trasversalmente. È definito come:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{tras\nu}}{\varepsilon_{long}}$$

dove

v è il modulo di Poisson,

 $\varepsilon_{\rm trasv}$ è la deformazione trasversale,

 $\varepsilon_{\text{long}}$  è la deformazione longitudinale.

Il modulo di Poisson è un coefficiente adimensionale, con l'attenzione di osservare che tale relazione vale solo in uno stato di sollecitazione monodirezionale.

Il modulo di Poisson è correlato al modulo di elasticità ed al modulo di taglio dalla seguente relazione:

$$\nu=\frac{E}{2G}-1.$$

## 2.4 Il modello di Mohr-Coulomb

Il criterio di rottura di Mohr-Coulomb viene largamente usato per le applicazioni geotecniche.

Il criterio di Mohr-Coulomb stabilisce che la rottura è controllata dal massimo sforzo di taglio e che questo a sua volta dipende dallo sforzo normale. Ciò può essere rappresentato plottando i circoli di Mohr per stati tensionali corrispondenti alla rottura in termini di tensione principale massima e minima.

Questa situazione di rottura è rappresentata nel piano  $\tau$ - $\sigma$  da una retta i cui punti indicano stati tensionali a rottura:

$$\tau = c - \sigma \tan \phi$$

dove  $\tau$  è lo sforzo di taglio,  $\sigma$  lo sforzo normale (negativo se di compressione), c è la coesione del terreno, e  $\phi$  è l'angolo d'attrito. I punti al di sotto della retta rappresentano situazione di parziale sicurezza rispetto alla rottura e quelli al di sopra situazioni irrealizzabili (figura 2.1).



Fig. 2.1-criterio di rottura di Mohr-Coulomb

# 2.5 Resistenza al taglio dei terreni a grana grossa

Il comportamento meccanico dei terreni è funzione del grado di addensamento. Durante la fase di rottura, i singoli grani di un campione di sabbia sciolta si spostano dalla loro configurazione iniziale per raggiungere un assetto più denso e più stabile. L' indice dei vuoti iniziale si riduce progressivamente col procedere delle deformazioni fino ad un valore critico  $e_{crit}$  corrispondente ad uno stato ultimo raggiunto il quale il materiale può continuare a deformarsi senza variazioni di volume e resistenza (stato critico). La curva sforzi-deformazioni è di tipo incrudente.

Nel caso di una sabbia densa, le deformazioni avvengono con un aumento di volume. La resistenza è maggiore di quella di una sabbia sciolta e la curva sforzi-deformazioni è di tipo rammollente. Una volta superato il valore di picco si ha una graduale perdita di resistenza, imputabile ad una diminuzione del grado di mutuo incastro delle particelle per effetto della dilatazione verificatasi, fino al raggiungimento di un valore ultimo (stato critico) che si mantiene costante con le deformazioni. Lo stato ultimo (stato critico) raggiunto dalla sabbia è indipendente dal valore di densità relativa iniziale ed il valore di resistenza finale è unico (figure 2.2, 2.3).



Talvolta, ciò non viene confermato dalle prove di laboratorio a causa principalmente di difficoltà inerenti alla determinazione dei vari parametri a grandi deformazioni. A causa delle condizioni non più uniformi prodotte dalla rottura del provino (rottura che può verificarsi in genere con scorrimento lungo un piano ben definito nel caso di sabbie dense e con uno spanciamento nel caso di sabbie sciolte) tali determinazioni risultano poco attendibili nelle prove triassiali, mentre l' apparecchio di taglio diretto si presta meglio per lo studio del comportamento a grandi deformazioni. In virtù del comportamento rammollente o dilatante di una sabbia densa si possono distinguere una resistenza di picco ed una resistenza critica a volume costante. Vale la pena sottolineare che quando viene raggiunta la condizione di stato critico, le deformazioni del provino avvengono in condizioni stazionarie, senza scambio di volume e di stato tensionale.

#### 2.5.1 La dilatanza

Dal modello elaborato da Taylor nel 1948 per spiegare il fenomeno della dilatanza si evince che la resistenza al taglio dipende dall' attrito interno fra i grani, che si mobilita nel corso di movimenti relativi tra le particelle e dal loro grado di mutuo incastro (figura 2.4).



Fig. 2.4-movimenti relativi tra particelle

Considerando una prova di taglio diretto:

$$T \cdot dx - N \cdot dy = \mu \cdot N \cdot dx \rightarrow \frac{T}{N} = \mu + \frac{dy}{dx}$$

Il primo membro  $T \cdot dx - N \cdot dy$  rappresenta il lavoro esterno, mentre il secondo membro  $\mu \cdot N \cdot dx$  indica il lavoro interno, con  $\mu$ coefficiente d'attrito. Il termine  $\frac{dy}{dx}$  rappresenta invece la dilatanza. In assenza di dilatanza (punto B  $\Longrightarrow \frac{dy}{dx} = 0 \Longrightarrow$  volume costante):

$$\frac{T}{N} = \mu = \tan \phi_{cv}'$$

In condizioni di picco (punto A  $\Longrightarrow \frac{dy}{dx} = max$ ):

$$\left(\frac{T}{N}\right)_{max} = \mu + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{max} = \tan\phi'_{cv} + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{max}$$

Analoghe considerazioni possono essere fatte considerando una prova triassiale:

$$p' = \frac{\sigma'_{a} + 2\sigma'_{r}}{3}$$
 tensione media  

$$q = \sigma'_{a} - \sigma'_{r}$$
 tensione deviatorica  

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{a} + 2\varepsilon_{r}$$
 deformazione volumetrica  

$$\varepsilon_{s} = \frac{2}{3}(\varepsilon_{a} - \varepsilon_{r})$$
 deformazione distorsionale

$$q \cdot d\varepsilon_s + p' \cdot d\varepsilon_v = M \cdot p' \cdot d\varepsilon_s$$

$$\frac{q}{p'} = M - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_s}$$

La costante M ha il significato di un coefficiente d' attrito che esprime il valore ultimo (di stato critico) del rapporto  $\frac{q}{p'}$  quando si annullano le variazioni di volume, ed è legata a  $\phi'_{cv}$  nel caso di prova di compressione dalla relazione:

$$M = \frac{6 \cdot \sin \phi_{cv}}{3 - \sin \phi_{cv}}$$

Le relazioni ottenute esprimendo un bilancio energetico nel caso della prova di taglio diretto e nel caso della prova triassiale sono equivalenti alla relazione ottenuta da Rowe (1962) partendo dall' esame delle condizioni di equilibrio di un insieme di particelle:

$$\left(\frac{\sigma_{1}^{'}}{\sigma_{3}^{'}}\right) = \frac{1 + \sin\phi_{cv}^{'}}{1 - \sin\phi_{cv}^{'}} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon_{v}}{d\varepsilon_{1}}\right)$$

Questa relazione esprime in modo sintetico tutta la teoria della dilatanza.

Quanto esposto permette di analizzare il comportamento rammollente di una sabbia densa mediante considerazioni energetiche.

Un classico esempio analogico può chiarire come mai un campione di sabbia, compresso su tutte le facce, tenda ad aumentare di volume, evidenziando come ciò sia dovuto all' effetto combinato della porosità del campione e dell' incompressibilità dei grani. Si consideri un parallelepipedo di legno diviso in due da una superficie cilindrica ondulata la cui sezione retta è mostrata in figura 2.5.



Fig. 2.5- sezione retta della superficie cilindrica

Il blocco rappresenta due parti di un campione di sabbia in contatto fra loro lungo la superficie ondulata dei granelli. Per semplicità si è assunto che la porosità iniziale fosse nulla.

Sotto l' azione della forza orizzontale X, la parte superiore tende a muoversi, ma, data la rigidezza dei blocchi, solo il tipo di movimento illustrato è possibile, con la creazione di vuoti all' interno del "campione" ed un aumento globale del volume, malgrado il campione sia sottoposto solo a forze di compressione (figura 2.6).



Fig. 2.6-scorrimento della parte superiore

Data la forma dell' atto di moto, al momento dello scorrimento, il contatto tra la parte superiore ed inferiore del blocco avverrà solo sulle facce inclinate verso destra. Su ciascuna di tali n facce agirà una forza verticale Y/n ed una normale X/n.

Perchè avvenga scorrimento è necessario che venga raggiunta la resistenza limite ad attrito lungo la superficie di scorrimento:

$$T = N \tan \phi_u$$

 $(\phi_u = angolo di attrito fra le due superfici in movimento).$ 

La risultante R delle due azioni tangenziale e normale è anche la risultante delle due forze verticale ed orizzontale per cui:

$$X = Y \tan(\phi_u + \Psi)$$

 $(\Psi = \text{inclinatione della faccia rispetto all' orizzontale})$ 

 $\phi_u$  può essere considerato una proprietà mineralogica, mentre  $\Psi$  (angolo di dilatanza) è una proprietà geometrica legata al grado di interlocking e quindi alla densità del campione (figura 2.7).



Fig. 2.7-angolo di dilatanza

L' angolo d' attrito non rispecchia soltanto l' attrito interno fra i grani (risulta più appropriata la definizione di angolo di resistenza al taglio). Infatti, la resistenza al taglio dipende, a parità di altri fattori, dall' attrito interno fra i grani, che si mobilita nel corso di movimenti relativi tra le particelle e dal loro grado di mutuo incastro, crescente all' aumentare della densità relativa (figura 2.8).


Fig. 2.8-dipendenza dell' attrito dalla densità relativa

La dilatanza (e di conseguenza l'angolo di resistenza al taglio) cresce con la densità relativa, ma diminuisce all'aumentare della tensione efficace normale sul piano di rottura.

Nel 1986, Bolton ha proposto la seguente relazione che permette di tenere conto dell' influenza della densità relativa  $D_R$  e della tensione efficace media a rottura p'<sub>f</sub>:

$$\phi_{p}^{'}-\phi_{cv}^{'}=m\cdot DI$$

Ove DI è un indice di dilatanza espresso dalla seguente relazione empirica:

$$DI = D_R \cdot \left(10 - \log p_f'\right) - 1$$

Con  $D_R$  espressa in frazione dell' unità e p'<sub>f</sub> in kPa. Il valore di m dipende dalle condizioni di deformazione e risulta pari a 3 nel caso assialsimmetrico e pari a 5 nel caso piano (figura 2.9).



Fig. 2.9-dipendenza di  $D_R$  da p'<sub>f</sub>

Vale la pena sottolineare che la dipendenza dell' angolo di resistenza al taglio dal livello tensionale ha una sua particolare rilevanza nella scelta dei parametri nelle verifiche di stabilità. Se a bassi livelli di confinamento l' angolo di resistenza al taglio può assumere valori elevati, ad alti livelli (per esempio alla base di un palo) il valore di picco non può essere molto diverso dal valore dell' angolo d' attrito a volume costante  $\phi'_{cv}$ .

Esistono altri fattori oltre alla densità relativa iniziale ed alla tensione di confinamento che, seppur in maniera minore, influiscono sulla resistenza di un terreno sabbioso quali l'anisotropia, l'OCR e la composizione.

### 2.6 Resistenza al taglio dei terreni a grana fine

I fattori che influenzano maggiormente il comportamento meccanico di un terreno a grana fine sono il grado di sovra consolidazione OCR e le condizioni di drenaggio.

Le argille normalconsolidate (o leggermente OC: OCR<2) sottoposte a prove consolidate drenate presentano curve sforzi-deformazioni di tipo incrudente; mentre le argille sovra consolidate manifestano un comportamento rammollente. Lo stato ultimo che viene raggiunto è indipendente dal valore di OCR (figura 2.10).



Fig. 2.10-curva sforzi-deformazioni

Il criterio di Mohr-Coulomb per un terreno a grana fine normalconsolidato si riduce a:

$$au_R = \sigma_n^{'} \cdot tan \phi^{'}$$

Mentre per un terreno a grana fine sovra consolidato il contributo di natura coesiva non è nullo:

$$au_{R} = c' + \sigma_{n}' \cdot tan \phi'$$

In condizioni non drenate la resistenza di un terreno a grana fine può essere espressa mediante il criterio di Tresca (figura 2.11):



$$\tau_f = c_u$$

In corrispondenza dello stato critico (per spostamenti relativi dell' ordine dei 10 mm o deformazioni di taglio dell' ordine del 10%) i movimenti delle particelle che ricadono nella zona di taglio sono essenzialmente turbolenti e comportano sia nel caso dell' argilla sia nel caso della sabbia rotazioni e scorrimenti fra le particelle (figura 2.12).



Fig. 2.12-movimenti particelle

In corrispondenza di spostamenti relativi più elevati le deformazioni tendono a localizzarsi in zone di intense deformazioni distorsionali ed il valore di tensione tangenziale che l'argilla può sostenere diminuisce. Il valore minimo della tensione tangenziale che l'argilla può sopportare si ottiene per grandi spostamenti relativi e viene detta "resistenza residua" (figura 2.13).



Fig. 2.13-resistenza residua

La resistenza residua è associata allo scorrimento laminare delle particelle argillose, di forma appiattita, che al progredire della deformazione si allineano parallelamente alla direzione dello scorrimento. Per i terreni come le sabbie le cui particelle sono di forma arrotondata, la condizione di flusso laminare non può realizzarsi e la resistenza residua coincide con quella critica.

In condizioni residue un' argilla rammollente, presenta: c' = 0 e  $\phi'_R < \phi'_{cr} < \phi'_p$ ; in stato critico: c' = 0 e  $\phi'_{cr} < \phi'_p$  in condizioni di picco  $c' \neq 0$  e  $\phi' = \phi'_p$ .

Dall' analisi di un elevato numero di argille si è potuto rilevare che la caduta di resistenza cresce con il grado di sovra consolidazione, con il contenuto di argilla e con l' indice di plasticità e che l' angolo  $\phi'_R$  per un argilla OC è inferiore che per un argilla NC. Esso dipende principalmente dalla natura mineralogica del materiale.

# **CAPITOLO 3**

## I METODI DI CALCOLO NUMERICO

### 3.1 Il metodo delle differenze finite

Il metodo delle differenze finite è un metodo generale per la soluzione di equazioni differenziali in via approssimata. L' approssimazione consiste nell' assimilare la derivata di una funzione al suo rapporto incrementale:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \cong \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Se  $\Delta x$  è piccolo e f varia con regolarità, l'errore che si commette è trascurabile, soprattutto in un ottica ingegneristica.

Il metodo delle differenze finite consiste dunque in una discretizzazione delle equazioni differenziali. Secondo questo metodo si sostituisce all' operatore derivata (cioè al limite del rapporto incrementale) il rapporto incrementale stesso. Tanto più fine è la discretizzazione operata, tanto più vicino sarà il risultato ottenuto alla soluzione "vera" (se esiste e se è unica, ciò non è sempre garantibile quando si ha a che fare con materiali descritti da leggi complesse).

### 3.2 Il metodo degli elementi finiti

Mentre il metodo delle differenze finite parte dal continuo, scrive le equazioni governanti imponendo leggi di conservazione e di comportamento, e poi discretezza le equazioni ottenute trasformando delle equazioni differenziali in equazioni algebriche, il metodo degli elementi finiti parte discretizzando il continuo, attribuendo ad esso solo un numero finito di gradi di libertà (di spostamento, per esempio) e soltanto in un secondo tempo impone le leggi di conservazione e comportamento. Le equazioni algebriche che regolano il problema emergono così "naturalmente" in seguito alla discretizzazione iniziale. Ebbene, il metodo degli elementi finiti si configura come una tecnica numerica atta a fornire una soluzione approssimata di un problema descritto, in generale, da equazioni alle derivate parziali. L' idea di base del metodo degli elementi finiti è applicabile a tutte le equazioni dell' ingegneria. Essa consiste nel risolvere problemi continui in modo approssimato, trasformando il problema differenziale in un problema algebrico. Pertanto, il metodo degli elementi finiti consente di schematizzare il comportamento di un sistema continuo ad infiniti gradi di libertà, mediante un insieme discreto di elementi, ciascuno caratterizzato da un numero limitato di parametri.

### 3.2.1 Campo di spostamento

Per illustrare l'idea fondamentale del metodo, si consideri la superficie della funzione u(x,y) in figura 3.1, che rappresenta la soluzione incognita di un problema differenziale del secondo ordine.

Detta funzione abbia come dominio di definizione il rettangolo dei vertici OABC. Il dominio può essere idealmente suddiviso in regioni più piccole, di forma triangolare o rettangolare, denominate elementi finiti. I vertici degli elementi prendono il nome di nodi.



**Fig. 3.1**-Approximazione della funzione u(x,y)

Nel caso di suddivisione dell' elemento in N elementi triangolari, su ogni elemento e si può rappresentare la funzione u(x,y) mediante un polinomio lineare in x e y:

$$u^e(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$$

Avente tre termini, quanti sono i nodi del triangolo. Se il dominio OABC viene suddiviso in elementi rettangolari, il polinomio approssimante la funzione incognita deve avere tanti termini quanti sono i nodi del rettangolo

$$u^{e}(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x y$$

Facendo riferimento ad una discretizzazione del dominio in elementi triangolari, i valori  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  della funzione u(x,y) in corrispondenza dei nodi 1,2,3, rispettivamente, del generico elemento finito, rappresentano i parametri nodali.

I valori  $u_i$  dei parametri, in corrispondenza di tutti i nodi degli elementi triangolari in cui viene discretizzato il dominio, costituiscono le incognite del problema.

In linea di principio, la forma degli elementi deve essere semplice, allo scopo di approssimare agevolmente domini irregolari. Per questo gli elementi impiegati hanno forma triangolare o quadrangolare. Inoltre gli elementi in discorso consentono l' uso di funzioni interpolanti semplici.

Tutto il complesso degli elementi del dominio viene definito mesh, i cui nodi rappresentano i punti nodali degli elementi. Una mesh è regolare quando il dominio risulta discrtetizzato in elementi finiti uguali.

La suddivisione del solido in elementi finiti rappresenta l' operazione più delicata del metodo. In base all' esperienza, si può affermare che i risultati più accurati sono forniti dalle discretizzazioni in elementi di forma regolare. Nelle zone in cui si ha una concentrazione di sforzi, è necessario disporre di un numero maggiore di nodi rispetto al resto.

#### 3.2.2 Modello di spostamento

Una volta discretizzata la struttura, occorre definire il comportamento di ogni singolo elemento. In tal modo è possibile determinare le proprietà dello schema discreto con cui si approssima il problema originario.

In via preliminare, si richiede l'assunzione di un modello di spostamento per l'elemento finito isolato, che può essere monodimensionale, piano, oppure tridimensionale.

Il problema principale nell' analisi per elementi finiti, è quello di definire lo spostamento di un punto dell' elemento in funzione degli spostamenti nodali, assunti come parametri incogniti del problema.

Nel caso di elemento finito bidimensionale, isolato dal contesto della struttura, le componenti u e v di spostamento del punto di coordinate x e y si possono approssimare mediante funzioni polinomiali u\*(x,y),  $v^*(x,y)$  del tipo:

$$u(x, y) \approx u^*(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \cdots$$
$$v(x, y) \approx v^*(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \cdots$$

I coefficienti  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ , per i=1,2,... sono costanti da determinare in funzione delle componenti di spostamento nodali, quando il numero dei termini dei polinomi approssimati uguaglia il numero degli spostamenti nodali dell' elemento. Per l' elemento finito triangolare e

per quello rettangolare, i coefficienti  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ , per i=1,2,... dei polinomi approssimati sono ricavati in funzione dei valori che gli spostamenti locali assumono in corrispondenza degli n nodi dell' elemento.

In generale, qualunque sia l' elemento finito monodimensionale e piano, oppure tridimensionale, la relazione che consente di esprimere le componenti di spostamento di un punto dell' elemento in funzione degli spostamenti ai nodi dell' elemento stesso, ammette la rappresentazione:

$$\bar{u} = \tilde{N}^T \bar{q}$$

con  $\tilde{N}^T$  matrice delle funzioni di forma,  $\bar{q}$  vettore degli spostamenti nodali, e  $\bar{u}$  vettore che raccoglie le componenti di spostamento nel punto (x,y,z) dell' elemento.

Le funzioni di forma  $N_i$  si ricavano imponendo al modello lineare di spostamento di assumere i valori  $u_i$ ,  $v_i$  in corrispondenza delle coordinate  $x_i$ ,  $y_i$  del triangolo.

### 3.2.3 Fasi successive dell' approccio agli spostamenti

Quando è definito il comportamento di ogni elemento, si può caratterizzare quello dell' intera struttura.

Mediante l'operazione di assemblaggio viene ricostruita la continuità della struttura. Gli elementi in cui la struttura era stata decomposta mediante l'operazione di discretizzazione, vengono collegati in corrispondenza dei nodi. L'assemblaggio degli elementi avviene

imponendo l' equilibrio in ogni nodo, tra le forze applicate al nodo dagli elementi che lo condividono ed il carico esterno eventualmente concentrato.

La matrice di rigidezza di un elemento, ad esempio, viene trasformata in una matrice espansa avente le dimensioni della matrice di rigidezza del sistema. La somma diretta delle matrici espanse di tutti gli elementi fornisce la matrice di rigidezza del sistema.

### 3.2.4 Il programma di calcolo numerico ABAQUS 6.7

ABAQUS 6.7 è un potente software d'ingegneria, basato sul metodo degli elementi finiti, che può risolvere problemi e calcoli che variano dalle più semplici analisi lineari alle più vaste simulazioni non lineari. ABAQUS 6.7 contiene un' estesa libreria di elementi con i quali è possibile modellare virtualmente qualsiasi geometria.

La libreria presente consente di modellare ogni materiale, caratterizzando ogni tipo di comportamento, per esempio metalli, plastiche, gomme, terreni, rocce, calcestruzzi normali o rinforzati, etc. Nella modellazione si riesce a definire ogni regione con qualsiasi tipo di materiale.

ABAQUS 6.7 permette di studiare problemi non solo di interesse strutturale (sforzi-deformazioni), ma è anche in grado di simulare svariate problematiche come la trasmissione del calore, le analisi termo-elettriche, acustiche ed idrauliche come il moto dell' acqua attraverso il terreno. Nell' interfaccia grafica, in cui viene modellato attraverso i dati di input l' elemento da studiare, la parte più significativa è rappresentata dal modello ad albero (figura 3.2).



Fig. 3.2-modello ad albero

Il modello ad albero fornisce una descrizione visuale della gerarchia delle voci da utilizzare per inserire i dati di input. La posizione e le voci del modello ad albero riflettono l'ordine col quale si andrà poi a procedere nella modellazione. Si distinguono principalmente i seguenti moduli:

- *Part*: permette di creare la geometria dell' elemento andandolo a disegnare su un' apposita griglia di rappresentazione.
- *Material*: consente di inserire le caratteristiche fisiche e meccaniche dei materiali utilizzati.
- *Section*: viene definita la sezione dell' elemento con le relative caratteristiche geometriche.
- *Assembly*: tale modulo permette di assemblare le varie parti del modello facendo quindi riferimento ad un unico sistema di riferimento globale.
- *Step*: vengono configurati i relativi steps di analisi e le corrispondenti risposte richieste.
- *Interaction*: in tale modulo si specificano le interazioni e le caratteristiche termiche e meccaniche fra le diverse parti del modello (ad esempio il contatto fra due superfici).
- *Load* e *BCs*: vengono definiti i carichi e le condizioni al contorno agenti sul modello; inoltre è necessario specificare gli steps in cui essi sono attivi.
- *Mesh*: permette di generare la mesh di elementi finiti sull' assemblaggio creato.
- *Job*: una volta finiti tutti i processi che riguardano la definizione dei dati di input, si sottopone il modello ad analisi.

Il modulo di visualizzazione infine fornisce un' interfaccia grafica nella quale si osservano i risultati ottenuti dall' analisi agli elementi finiti. È possibile infatti visualizzare la deformata del modello, gli stati tensionali e deformativi agenti in ogni direzione del sistema di riferimento, gli spostamenti e le forze nodali di ogni punto dell' elemento considerato in ogni istante dello step di analisi.

Tali risultati si possono quindi combinare in grafici cartesiani al fine di trarre le relative conclusioni sulla modellazione presa in esame.

## 3.3 Il metodo delle caratteristiche

Il comportamento di fondazioni superficiali è stato studiato sia attraverso il metodo degli elementi finiti che mediante il metodo delle caratteristiche facendo uso del software ABC.

Il metodo delle caratteristiche è basato sul presupposto che in una massa di terreno in incipiente stato di collasso devono essere soddisfatti criteri di rottura e condizioni di equilibrio. La combinazione delle relazioni che esprimono tali condizioni si traduce in un sistema di equazioni (di equilibrio plastico) la cui risoluzione permette di determinare il carico di collasso. In generale per tale motivo valgono le seguenti considerazioni:

- le condizioni di rottura e di equilibrio sono soddisfatte per i punti all' interno della superficie di scorrimento, e perciò l' analisi tensionale è limitata solo alla regione in equilibrio plastico;
- solo se si prova che è possibile associare a tale distribuzione tensionale una in equilibrio con essa che riguardi la restante massa del terreno, la soluzione può essere considerata staticamente corretta, ma non ancora esatta perché non sono

state prese in esame le condizioni di congruenza delle deformazioni;

• pertanto, se staticamente corretta, la soluzione ottenuta, in accordo con il metodo statico dell' analisi limite, va considerata un limite inferiore della soluzione esatta.

# 3.3.1 Visualizzazione di campi di tensione usando direzioni caratteristiche

L' obiettivo di un' analisi del limite inferiore è dimostrare l' esistenza di un possibile stato tensionale equilibrato, in cui la combinazione di taglio e tensioni normali non si muove mai fuori dal limite prescritto dal criterio di rottura per il terreno. Il campo delle tensioni nel terreno intorno ad un muro di sostegno o ad una fondazione superficiale può essere consolidato da zone nelle quali la direzione della tensione principale rimane costante (divisa zona attiva e passiva) e zone a ventaglio entro le quali avviene una omogenea e continua rotazione della direzione della tensione principale.

Le diverse zone di tensione possono essere rappresentate visibilmente per mezzo delle direzioni dei piani su cui il terreno è a rottura, che è il piano su cui lo stato tensionale tocca l' inviluppo di rottura. Queste sono conosciute come direzioni caratteristiche. La direzione del piano su cui la tensione di taglio è positiva (antioraria) è chiamata  $\alpha$ caratteristica, e la direzione del piano su cui la tensione di taglio è negativa (oraria) è chiamata  $\beta$ -caratteristica.

Il cerchio di Mohr della tensione efficace per un' analisi usando il criterio di rottura con il massimo rapporto tra le tensioni  $(\tau/\sigma')max = tan \phi'$  (figura 3.3a) mostra che l'  $\alpha$ -caratteristica, nella quale la tensione di taglio è positiva, è a un angolo  $(45^\circ + \phi'/2)$ antiorario dal piano sul quale agisce la maggiore tensione principale efficace. La  $\beta$ -caratteristica, nella quale la tensione di taglio è negativa, è a un angolo  $(45^\circ + \phi'/2)$  orario dal piano sul quale agisce la maggiore tensione principale efficace. In una zona attiva uniforme, il piano sul quale agisce la maggiore tensione principale efficace è orizzontale, così che le direzioni caratteristiche sono a  $\pm(45^\circ + \phi'/2)$ dall' orizzontale (figura 3.3b). In una zona passiva uniforme, il piano sul quale agisce la maggiore principale efficace è verticale, così che le direzioni caratteristiche sono a  $\pm(45^\circ + \phi'/2)$  dalla verticale, o a  $\pm(45^\circ - \phi'/2)$  dall' orizzontale (figura 3.3c).



Characteristic directions for a  $(\tau/\sigma')_{max} = \tan \phi'$  analysis. (a) Mohr circle of effective stress; (b) active zone; (c) passive zone.

Fig. 3.3-direzioni caratteristiche con  $(\tau/\sigma')max = tan\phi'$ 

In un' analisi, usando il criterio di rottura con massima tensione  $\tau_{max} = \tau_u$ , i piani caratteristici sono quelli su cui lo stato tensionale  $\tau = \pm \tau_u$ . Il cerchio di Mohr della tensione totale (figura 3.4a) mostra

che l'  $\alpha$ -caratteristica, nella quale la tensione di taglio è positiva, è ad un angolo di 45° antiorario dal piano su cui agisce la maggiore tensione principale totale. La  $\beta$ -caratteristica, nella quale la tensione di taglio è negativa, è a un angolo di 45° orario dal piano su cui agisce la maggiore tensione principale totale. In zone uniformi attive e passive, le direzioni caratteristiche sono a ±45° dall' orizzontale (figura 3.4b,c). L'  $\alpha$ -caratteristica è a 45° antiorario dall' orizzontale in una zona attiva, e a 45° orario dall' orizzontale in una zona passiva.



Characteristic directions for a  $\tau_{max} = \tau_u$  analysis. (a) Mohr circle of total stress; (b) active zone; (c) passive zone.

Fig. 3.4-direzioni caratteristiche con  $\tau_{max} = \tau_u$ 

I confini che separano differenti zone in un meccanismo ci nematicamente ammissibile di limite superiore analizzato sono spesso chiamati slip line o velocity discontinuities. Essi sono analoghi alle stress discontinuities (lungo le quali lo stato di tensione cambia mentre ci muoviamo da una zona in un' altra) usate nell' analisi del limite inferiore. In generale, se le soluzioni di limite inferiore e superiore ottenute per un particolare problema sono le stesse, le stress discontinuities nel primo saranno coincidenti con le velocity discontinuities nel secondo. Inoltre, le stress discontinuities nella soluzione di limite inferiore corrisponderà con la tensione  $\alpha$  e  $\beta$ -caratteristica descritte in precedenza.

# **CAPITOLO 4**

# MODELLAZIONE NUMERICA DEL COMPORTAMENTO DI FONDAZIONI SU CUI AGISCE CARICO VERTICALE CENTRATO

### 4.1 Il modello fisico con ABAQUS

Al fine di costruire un modello per fare una simulazione con ABAQUS devono venire specificate quattro componenti fondamentali del problema:

- La modellazione geometrica della fondazione e del terreno,
- Il modello costitutivo con le relative proprietà dei materiali,
- Le condizioni al contorno e iniziali,
- l'interfaccia terreno-fondazione.

### 4.1.1 La modellazione geometrica

Per costruire il modello geometrico si opera con il comando *part* e si vanno ad inserire nella relativa finestra di dialogo la dimensione spaziale (2D) e il tipo di comportamento che si vuole adottare (rigido per la fondazione e deformabile per il terreno, figura 4.1).

| Create Part           | X              |  |  |  |  |  |
|-----------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Name: Part-1          |                |  |  |  |  |  |
| Modeling Space        |                |  |  |  |  |  |
| 🔘 3D 💿 2D Planar      | Axisymmetric   |  |  |  |  |  |
| Туре                  | Options        |  |  |  |  |  |
| Deformable            |                |  |  |  |  |  |
| Discrete rigid        | None available |  |  |  |  |  |
| Analytical rigid      |                |  |  |  |  |  |
| Base Feature          |                |  |  |  |  |  |
| Wire                  |                |  |  |  |  |  |
| Point                 |                |  |  |  |  |  |
|                       |                |  |  |  |  |  |
|                       |                |  |  |  |  |  |
|                       |                |  |  |  |  |  |
| Approximate size: 200 |                |  |  |  |  |  |
| Continue              | Cancel         |  |  |  |  |  |

Fig. 4.1-Create part

Successivamente con i relativi comandi di disegno si rappresenta il modello nella schermata di visualizzazione, si assemblano le due parti assegnando un unico sistema di riferimento e si dispone la *mesh* considerando i singoli elementi in stato piano di deformazione (*plane strain*) *CPE8R* (*quadratic reduced-integration elements*)(figura 4.2).

| Element Type  | telligiterent center/center and man-ce Present E        | X |
|---|---|---|
| Element Library   | - Family  |   |
| Standard  | Heat Transfer   | * |
|   | Piezoelectric   |   |
| Geometric Order   | Plane Strain  |   |
| 🔘 Linear 🔘 Quadratic  | Plane Stress  | - |
| Element Controls<br>Hybrid formulation<br>Reduced integration<br>CPE8R: An 8-node biqua | dratic plane strain quadrilateral, reduced integration. |   |



Fig. 4.2-mesh del modello assemblato

Per tutti i modelli che saranno di seguito descritti sono state considerate fondazioni infinitamente rigide larghe 5 e 3 metri e uno strato di terreno deformabile profondo 25 metri e largo 55.

Si noti come la *mesh* sotto la fondazione sia stata particolarmente raffittita al fine di ottenere risultati più accurati in corrispondenza di stati deformativi e tensionali più elevati.

### 4.1.2 Il modello costitutivo e le proprietà dei materiali

Il comando *material* del grafico ad albero permette di fornire al terreno le proprie caratteristiche geotecniche. In particolare vengono inseriti i parametri generali come la densità in unità di massa su volume  $\rho$ , le caratteristiche del comportamento elastico come il modulo di Young E e il coefficiente di Poisson v, ed il modello plastico adottato come quello di Mohr-Coulomb nel quale si inseriscono parametri fissi quali l' angolo d' attrito  $\phi$  e l' angolo di dilatanza  $\Psi$  mentre nella parte di incrudimento (Hardening) si specificano le deformazioni  $\varepsilon_{pl}$  e la coesione c iniziale (figura 4.3).

| Edit N         | laterial   |   | X            |
|----------------|--|---|--------------|
| Name: N        | Material-1   |   |              |
| Descripti      | on:  |   |              |
| Materia        | al Behaviors   |   |              |
| Density        | 1  |   |              |
| Elastic        |  |   |              |
| Mohr C         | Coulomb Plastici   | ty  |              |
| <u>G</u> enera | al <u>M</u> echanica   | <u>T</u> hermal <u>O</u> ther             | Delete       |
| Elastic        |  |   |              |
| Type:          | Isotropic<br>temperature-de<br>er of field variab<br>i time scale (for<br>compression<br>tension | ves: 0 ▲<br>//scoelasticity): Long-term v | ✓ Suboptions |
| Data           | N 1  |   |              |
|                | Young's<br>Modulus   | Poisson's<br>Ratio                        |              |
| 1              | 5000   | 0.49                                      |              |
|                |  |   |              |

Fig. 4.3-scheda dei dati del materiale

La forma più semplice di elasticità lineare è il caso isotropo, per cui la relazione sforzi-deformazioni è data da:

| 1 | $(\varepsilon_{11})$ |          | [ 1/E ]  | $-\nu/E$ | $-\nu/E$ | 0   | 0   | 0 J           | $(\sigma_{11})$ |
|---|----------------------|----------|----------|----------|----------|-----|-----|---------------|-----------------|
|   | $\varepsilon_{22}$   |          | $-\nu/E$ | 1/E      | $-\nu/E$ | 0   | 0   | 0             | $\sigma_{22}$   |
| J | $\varepsilon_{33}$   |          | $-\nu/E$ | $-\nu/E$ | 1/E      | 0   | 0   | 0             | σ <sub>33</sub> |
| ١ | $\gamma_{12}$        | $\int =$ | 0        | 0        | 0        | 1/G | 0   | 0             | $\sigma_{12}$   |
|   | $\gamma_{13}$        |          | 0        | 0        | 0        | 0   | 1/G | 0             | $\sigma_{13}$   |
|   | $\gamma_{23}$        |          | Lο       | 0        | 0        | 0   | 0   | $1/G \rfloor$ | $(\sigma_{23})$ |

Il modulo di taglio G può essere espresso in termini di E e v come G = E/2(1 + v).

Il criterio di stabilità richiede che E>0, G>0 e -1 < v < 0,5. Valori del coefficiente di Poisson vicino a 0,5 indicano un comportamento quasi incompressibile del materiale.

La formulazione di plasticità in ABAQUS consiste in una funzione di snervamento e in una legge di flusso plastico. La funzione di snervamento, relazione che individua in modo quantitativo la soglia tensionale raggiunta la quale non si hanno più solo deformazioni elastiche, ma anche deformazioni plastiche, è:

$$F = R_{mc}q - p\tan\phi - c = 0$$

con

$$p = -\frac{1}{3}traccia(\boldsymbol{\sigma})$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{S}:\boldsymbol{S})}$$

S è lo sforzo deviatorico definito come

$$S = \sigma + pI$$

$$R_{mc}(\Theta,\phi) = \frac{1}{\sqrt{3}\cos\phi}\sin\left(\Theta + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{3}\cos\left(\Theta + \frac{\pi}{3}\right)\tan\phi$$

dove  $\Theta$  è l' angolo polare deviatorico dato da:

con  

$$cos(3\Theta) = \left(\frac{r}{q}\right)^{3}$$
con  

$$r = \left(\frac{9}{2}\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}: \boldsymbol{S}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

L' angolo d' attrito del terreno  $\phi$  controlla la forma della superficie di snervamento nel piano deviatorico come mostrato in figura 4.4.



Fig. 4.4-superficie di snervamento di Mohr-Coulomb nei piani meridiano e deviatorico

L' angolo d' attrito può variare fra 0° e 90°. Nel primo caso il modello di Mohr-Coulomb si riduce al modello di Tresca con una sezione deviatorica perfettamente esagonale, mentre nel secondo caso limite si perviene al modello di Rankine avente sezione deviatorica triangolare. La legge di flusso è espressa dalla relazione:

$$d\varepsilon^{pl} = \frac{d\bar{\varepsilon}^{pl}}{g} \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

con g che può essere scritto come

$$g = \frac{1}{c}\boldsymbol{\sigma}: \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

e G è il potenziale plastico definito dalla funzione:

$$G = \sqrt{(\epsilon c_0 \tan \phi)^2 + (R_{mw} q)^2} - p \tan \psi$$

dove  $\epsilon$  è un parametro che definisce l' incremento per cui la funzione si avvicina all' asintoto (il potenziale plastico tende ad una retta quando l' eccentricità tende a zero). Il potenziale plastico che è continuo e regolare nel piano meridiano assicura che la direzione del flusso venga definito singolarmente in questo piano. Una famiglia di funzioni iperboliche nel piano meridiano è mostrata in figura 4.5.



Fig. 4.5-famiglia di potenziali plastici nel piano meridiano

In una rappresentazione geometrica ciò equivale a supporre che  $d\varepsilon^{pl}$ sia ortogonale alla superficie individuata dalla funzione G nello spazio delle tensioni. Tale legge di normalità costituisce il criterio di flusso e permette di stabilire il rapporto esistente tra le componenti della deformazione plastica. Nel caso più generale la funzione potenziale G e la funzione snervamento F sono due funzioni separate e il criterio di flusso è definito non associato. Se coincidono si parla di flusso associato ( $d\varepsilon^{pl}$  è ortogonale alla superficie di snervamento) e ciò avviene in generale quando  $\psi = \phi$ .

### 4.1.3 Le condizioni al contorno e iniziali

Una volta definite la geometria del modello e le proprietà dei materiali si vanno ad inserire le condizioni al contorno ed iniziali.

Per quel che riguardano le condizioni al contorno l' idea di base è che la porzione di terreno presa in esame abbia la parte inferiore incastrata ad uno strato roccioso (*bedrock*), mentre i due lati esterni possono compiere solo spostamenti verticali. Per fare ciò si utilizza il comando *BCs* dallo step iniziale e si vanno a selezionare le parti del terreno da vincolare (figura 4.6).



Fig. 4.6-condizioni al contorno

Le condizioni iniziali, invece, si definiscono andando a specificare nel listato del programma la dipendenza delle tensioni litostatiche dalla profondità. Infatti quando gli sforzi geostatici vengono prescritti per un particolare elemento (*set*) ovvero il terreno, si assume che le tensioni varino linearmente con la coordinata y avente direzione verticale. In particolare bisogna specificare due coppie di valori di tensione e profondità da dare al terreno.

Inoltre è necessario fornire il valore del coefficiente di spinta a riposo per valutare le componenti di tensione orizzontale.

Le condizioni iniziali così specificate dovrebbero pertanto risultare in equilibrio con il carico applicato (peso gravitazionale del terreno) e con le condizioni al contorno. Si digitano quindi i seguenti comandi:

\*INITIAL CONDITIONS, TYPE=STRESS, GEOSTATIC

Nella riga immediatamente successiva si inseriscono il nome del set selezionato, le prime due coppie di valori di tensione a profondità nulla e massima, e infine il coefficiente di spinta a riposo.

### 4.1.4 L' Interfaccia terreno-fondazione

Le caratteristiche meccaniche di interfaccia terreno-fondazione sono molto importanti perché influenzano in maniera significativa la risposta del modello a seconda che si consideri un contatto liscio piuttosto che ruvido o che si permetta o meno la separazione delle due parti.

L' interazione fra le due superfici è costituita da due componenti: tangenziale e normale. Quando le superfici sono in contatto si trasmettono sia taglio che forze perpendicolari attraverso la loro interfaccia. Pertanto è necessario prendere in considerazione le forze di attrito che siano in grado di opporsi allo scorrimento relativo delle superfici. Il classico modello d' attrito di Coulomb è usato per descrivere il comportamento di tale fenomeno:

$$\tau_{crit} = \mu p$$

dove  $\mu$  è il coefficiente d'attrito e p la pressione di contatto fra le due superfici.

Per introdurre tali proprietà in ABAQUS con il comando *interactions* si selezionano le due parti di terreno e fondazione in contatto tra loro e nella corrispondente scheda dei dati si specificano le proprietà tangenziali e normali prese in esame (figura 4.7).



Fig. 4.7-caratteristiche di interfaccia terreno-fondazione

# 4.2 Il modello di carico

Dopo aver creato il modello fisico con ABAQUS, prima di procedere all' analisi, si devono definire i carichi in gioco alla luce dei risultati che si vogliono ottenere.

Lo scopo principale di questo studio è quello di ottenere il carico limite della fondazione proponendo indagini in controllo di spostamento, ovvero imponendo alla base di appoggio un cedimento sufficientemente elevato.

Oltre allo step iniziale, nel quale come visto in precedenza si specificano le condizioni al contorno e le caratteristiche di interfaccia, si effettuano altre due analisi:

- analisi geostatica
- analisi statica

### 4.2.1 L' analisi geostatica

Con questo tipo di analisi si verifica che le pressioni geostatiche risultino in equilibrio con i carichi applicati e con le condizioni al contorno, pertanto è solitamente il primo step da usare nelle analisi geotecniche e può essere lineare o non lineare.

In questo step viene applicato il peso gravitazionale del terreno, cosicchè sotto un carico geostatico si indaga la configurazione di equilibrio del terreno indisturbato. Al fine di impostare il problema da uno stato di equilibrio, nel quale siano inclusi sia le componenti verticali che orizzontali, è importante stabilire le condizioni iniziali correttamente. In ABAQUS per definire il carico geostatico si utilizza il comando steps e si individua la corrispondente analisi *geostatic*. Successivamente si sceglie il carico gravitazionale (*gravity*), si seleziona l' intero terreno e si va a specificare nell' apposita finestra dei dati la direzione e il valore della costante gravitazionale  $(10^{m}/_{s^2})$ (figura 4.8).



Fig. 4.8-peso gravitazionale del terreno

Per calcolare il peso specifico del terreno ABAQUS combina la costante gravitazionale con il valore della densità del materiale precedentemente indicata.

### 4.2.2 L' analisi statica

Durante questa analisi viene applicato alla base di appoggio un cedimento nell' unità di tempo che è il periodo durante il quale avviene lo spostamento della fondazione. Gli incrementi temporali che si vanno a specificare nello step *Static general* sono semplicemente frazioni del tempo totale preso in esame.

ABAQUS utilizza il metodo di Newton per risolvere le equazioni di equilibrio non lineari, infatti questa tecnica permette di aumentare il tasso di convergenza alla soluzione.

Si ammetta che dopo un'interazione i, si ottenga una approssimazione alla soluzione  $u_i^M$ , sia  $c_{i+1}^M$  la differenza tra la soluzione esatta e quella trovata,ovvero l'equazione di equilibrio sia:

$$F^N\big(u_i^M+c_{i+1}^M\big)=0$$

dove  $F^{N}$  è l' n-esima componente della forza.

Sviluppando la parte sinistra dell'equazione in serie di Taylor si ha:

$$F^{N}(u_{i}^{M}) + \frac{\partial F^{N}}{\partial u^{P}}(u_{i}^{M})c_{i+1}^{P} + \frac{\partial^{2}F^{N}}{\partial u^{P}\partial u^{Q}}(u_{i}^{M})c_{i+1}^{P}c_{i+1}^{Q} + \dots = 0$$

Se  $u_i^M$ è una approssimazione vicina alla soluzione, allora  $c_{i+1}^M$  sarà piccola e tutti i termini a parte i primi due dell'equazione sopra potranno essere trascurati. Si formerà un sistema lineare di equazioni:

$$K_i^{NP} c_{i+1}^P = -F_i^N$$
$$K_i^{NP} = \frac{\partial F^N}{\partial u^P} (u_i^M) \text{ matricie Jacobiana}$$

quindi:

$$F_i^N = F^N(u_i^M)$$

la prossima approssimazione alla soluzione sarà:

$$u_{i+1}^M = u_i^M + c_{i+1}^M$$

continuando l'iterazione.

La convergenza del metodo di Newton è giusta quando tutte le quantità  $F_i^N$  e tutte le entità  $c_{i+1}^N$  sono sufficientemente piccole.

Il metodo di Newton non è implementato nella maggioranza dei software di calcolo agli elementi finiti, apparentemente per due ragioni:

- 1 Difficoltà di costruzione della matrice Jacobiana
- 2 Costo computazionale molto elevato in quanto la matrice Jacobiana va formata e risolta ad ogni iterazione.

La maggioranza dei programmi sfruttano un metodo di Newton modificato, dove lo Jacobiano è calcolato soltanto occasionalmente. Gli incrementi devono essere presi piccoli per assicurare una corretta modellazione degli effetti dipendenti dal tempo. In particolare la scelta degli incrementi condiziona l' efficienza computazionale: se sono troppo grandi saranno richieste più iterazioni. Inoltre il metodo di Newton ha un raggio di convergenza finito, pertanto un incremento troppo grande può far cadere l' analisi poichè lo stato iniziale è troppo lontano dallo stato di equilibrio cercato, ovvero è fuori dal raggio di convergenza.

Talvolta è preferibile stabilire che gli incrementi vengano scelti automaticamente dal programma per favorire una corretta efficienza computazionale. Per impostare questo tipo di modello di carico si crea uno step successivo a quello geostatico e si imposta un' analisi statica (static, general) nella quale si va a selezionare il punto centrale della base d' appoggio della fondazione (*RP*) e si specifica il cedimento che si vuole ottenere nell' apposita scheda dei dati (figura 4.9).



Fig. 4.9-cedimento della fondazione

### 4.2.3 La non-linearità geometrica

In ABAQUS è possibile definire un analisi sia in piccoli che in grandi spostamenti. Nelle analisi in piccoli spostamenti viene ignorata la non linearità geometrica pertanto le relazioni cinematiche vengono linearizzate e il modello viene studiato nella configurazione originale usando le coordinate nodali prima dell' applicazione del carico.
Nell' analisi in grandi spostamenti invece gli elementi vengono calcolati nella configurazione conseguente all' applicazione del carico usando la posizione dei nodi corrispondente. Gli elementi allora, all' aumentare delle deformazioni, risultano distorti dalla loro forma originale, pertanto ABAQUS ridurrà gli incrementi di tempo prima di fare ulteriori tentativi nella ricerca della soluzione.

Per ogni step bisogna specificare se si vuole un' analisi in piccoli o in grandi spostamenti andando a spuntare la voce relativa alla non linearità geometrica (*Nlgeom*) (figura 4.10).

| Edit Step   |                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|-----------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Name: Step-2  |                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Type: Static, General   |                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Basic Incrementation Other  |                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Description:  |                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Time period: 1  |                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| NIgeom:<br>On of large displacements and affects subsequent steps.) |                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Automatic stabilization:  | None                              |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 🔲 Include adiabatic hea   | Include adiabatic heating effects |  |  |  |  |  |  |  |  |

Fig. 4.10-nonlinearità geometrica

# 4.3 Il software ABC

ABC è un programma per computer che utilizza il metodo delle caratteristiche per risolvere il problema geotecnico di calcolo della capacità portante di fondazioni in condizioni di stato piano di deformazioni (PS,strip) e in condizioni di assial simmetria (AX, circular), sottoposta a carico verticale centrato, nel breve e lungo termine. La figura 4.11 seguente mostra la terminologia usata.



Fig. 4.11-definizione del problema

Terreno

- Il terreno è assunto come un materiale rigido-perfettamente plastico con comportamento a rottura di Mohr-Coulomb; inoltre è assunto essere isotropo e di estensione semi-infinita.
- La coesione c può variare linearmente con la profondità  $(c = c_0 + kz).$
- L' angolo d' attrito  $\phi$  e il peso specifico y sono prese come costanti.

Fondazione

- Possono essere eseguite analisi in stato piano di deformazione (fondazione nastriforme) e di simmetria assiale (fondazione circolare).
- L' interfaccia terreno-fondazione può essere modificata come liscia o ruvida.
- Un uniforme pressione di sovraccarico q può essere applicata al terreno adiacente alla fondazione.

La figura 4.12 mostra la finestra iniziale nella quale vengono inseriti i dati del terreno e della fondazione.

| ABC - No Title   |   |  |                      |
|--|---|--|----------------------|
| SoilDota<br>c0 kPe<br>k kPa/m<br>¢ deg<br>y kN/m3                      | Footing Data<br>C Strip<br>C Circular<br>C Circular<br>C Rough<br>g Fra | Solution Specification       Auto Excess     Type     Image: Dive set of the set | dži (si ci 📄<br>Bias |
| Bearing Capacity<br>gu (previous 2)<br>gu (previous 1)<br>gu (current) | kPa C Force<br>kPa C Average<br>kPa                                     | Micclose       Trial Mesh     ×       6     dep  | Clear<br>Exit        |
|  | -   |  |                      |

Fig. 4.12-finestra di inserimento dati

Condizioni al contorno

Superficie del terreno: il terreno adiacente alla fondazione è soggetto ad un sovraccarico uniforme q, ed è in uno stato di rottura passiva. I valori di σ e θ sulla superficie del terreno sono quindi:

$$heta_{passiva} = \pi/2$$
 $\sigma_{passiva} = (q + c_0 \cos \phi)/1 - \sin \phi$ 

La prima di queste equazioni può essere ottenuta dalla relativa costruzione del cerchio di Mohr, notando che  $c = c_0$  visto che z = 0, e che la minore tensione principale  $\sigma_3$  è verticale e uguale a q. Le  $\alpha$  e  $\beta$ -caratteristiche sono inclinate a ± $\epsilon$  dall' orizzontale. La seconda di queste tensioni semplicemente dichiara che la maggiore tensione principale  $\sigma_1$  è orizzontale (figura 4.13).



Fig. 4.13-circolo di Mohr per la superficie del terreno

• Parte inferiore della fondazione: il terreno direttamente sotto la fondazione è (per ipotesi) in uno stato di rottura attiva. L'

orientamento  $\theta$  della maggiore tensione principale dipende dalla scabrosità della parte sottostante alla fondazione. Se è liscia (figura 4.14a), la maggiore tensione principale è verticale:

$$\theta_{footing} = 0$$

Se è ruvida (figura 4.14b) allora il criterio di Mohr-Coulomb è soddisfatto sul piano dell' interfaccia, perciò:

$$\theta_{\text{footing}} = -\pi/4 - \phi/2$$



Fig. 4.14-circoli di mohr per la parte inferiore del fondazione: (a)liscia (b)ruvida

Nel caso di interfaccia liscia la tensione di taglio è zero, e le  $\alpha$  e  $\beta$ -caratteristiche sono inclinate di  $\pm \epsilon$  dalla verticale. Nel caso ruvido la fondazione esercite verso l' interno tensioni di taglio nel terreno, con le  $\beta$ -caratteristiche tangenti all' interfaccia.

## Soluzione

- Viene costruita una maglia o "rete" di caratteristiche.
- Una sequenza di calcoli sempre più accurati, ognuno dei quali riguardante una maglia finissima, può essere usata per ottenere una soluzione convergente.
- Una varietà di automatizzate strategie, comprendendo una rete di adattamento, mantengono la precisione e l' efficienza del metodo quando si risolvono problemi difficili.

Risultati

- La capacità portante è riportata come forza Q<sub>u</sub> e pressione media q<sub>u</sub>.
- La maglia di caratteristiche può essere usata per mostrare le trazioni sulla fondazione, e/o le tensioni principali nel terreno.

Lo stato tensionale bidimensionale in un punto (x,z) può essere completamente specificato in termini di due variabili ausiliarie, cioè la tensione  $\sigma$  e l' angolo  $\theta$  della maggiore tensione principale, infatti la funzione

$$R(x, z, \sigma, \theta) = c \cdot \cos \phi + \sigma \cdot \sin \phi$$

definisce il raggio del cerchio di Mohr di tensione (e così la resistenza del terreno). I segni convenzionali usati per x, z,  $\sigma$ ,  $\theta$  sono indicati in figura 4.15, dove è mostrato anche il criterio di snervamento utilizzato da ABC.



Fig. 4.15-notazioni dei segni

La notazione  $\varepsilon = \pi/4 - \phi/2$  denota l' angolo tra la direzione della maggiore tensione principale  $\sigma_1$  e le direzioni caratteristiche di  $\alpha$  e  $\beta$ . Per definizione un terreno di Mohr-Coulomb è isotropo, perché ad un dato punto (x,z) la resistenza non dipende dall' orientamento delle direzioni principali. Se i parametri di resistenza c e  $\phi$  sono costanti, il terreno è descritto come omogeneo; se c e/o  $\phi$  variano con la posizione, il terreno è non omogeneo (però ancora isotropo come definito sopra). Tecniche standard possono essere usate per mostrare che questo sistema di equazioni è iperbolico, e perciò ci sono due distinte direzioni caratteristiche, qui dette  $\alpha$  e  $\beta$ , lungo le quali le equazioni differenziali si riducono a equazioni ordinarie.

# 4.4 I modelli oggetto di studio

Lo studio si è focalizzato principalmente su due aspetti:

- analisi in piccoli spostamenti per indagare il comportamento a rottura;
- analisi in grandi spostamenti allo scopo di riuscire a fittare il più possibile la curva carico-cedimenti ottenuta dalle prove in laboratorio su fondazioni circolari.

## 4.4.1 Il comportamento a rottura

Il carico di collasso è stato studiato per fondazioni nastriformi poggianti su terreno coesivo, ovvero avente angolo d' attrito interno nullo e criterio di rottura di Tresca. E' stata eseguita un' analisi in piccoli spostamenti su un terreno aventi le caratteristiche geotecniche mostrate in tabella 4.1.

| Prova | γ'         | Е     | ν    | ø | Ψ   | с     | В   | d/B | W   |  |  |
|-------|------------|-------|------|---|-----|-------|-----|-----|-----|--|--|
|       | $(kN/m^3)$ | (kPa) |      |   |     | (kPa) | (m) |     | (m) |  |  |
| Cs1   | 6          | 5000  | 0.49 | 0 | 0.1 | 5     | 5   | 0   | 1   |  |  |
|       |            |       |      |   |     |       |     |     |     |  |  |

```
Tab. 4.1-Cs1
```

L' analisi svolta permette di visualizzare diversi risultati. Infatti dopo il primo step di carico nel quale è stato inserito il gradiente geostatico prima della condizione di disturbo, è possibile osservare la distribuzione delle tensioni verticali che variano appunto con la profondità (figura 4.16).



Fig. 4.16-tensioni verticali prima dell' applicazione del disturbo

Si può poi notare la forma e l'andamento della zona plastica all' aumentare dell'abbassamento imposto (figura 4.17a, 4.17b):



Fig. 4.17a-plasticità in stadio iniziale



Fig. 4.17b-plasticità in stadio finale

La curva carico-cedimenti conseguente a questo tipo di prova presenta una prima parte in cui all'aumentare del cedimento corrisponde un aumento del carico quindi si raggiunge un "plateau": il cedimento continua ad aumentare in assenza di incrementi di carico. Il terreno è giunto a rottura (figura 4.18). La qualità del grafico e dei risultati ottenuti trovano conferma dall' andamento della retta ottenuta mediante il software ABC il quale mostra un carico a rottura pari a 26 kPa, mentre mediante ABAQUS il "plateau" si stabilizza a 28 kPa corrispondenti ad un primo cedimento di 12.5 centimetri.



Fig. 4.18-CS1

## 4.4.2 Il modello sperimentale

I dati sperimentali presentati in questa tesi fanno riferimento ad un programma di prove in centrifuga svolte su fondazioni circolari appoggiate e con tre gradi di approfondimento pari a d/D=0, 0.5, 1. Il principio utilizzato dalla centrifuga a tamburo è molto semplice. Un modello di terreno posto in centrifuga è accelerato in modo tale che lo stato tensionale cresca sotto la superficie con un gradiente legato alla densità del terreno e all' intensità del campo di accelerazione.

$$\sigma'_{v} = \gamma \cdot z$$
  
 $\gamma = \rho \cdot a = \rho \cdot N \cdot g$ 

Dove  $\rho$  è la densità del campione, g è la gravità e N è un moltiplicatore che nelle prove è assunto pari a 100. In sostanza attraverso N si aumenta g e di conseguenza  $\gamma$  e quindi  $\sigma_v$ ', riconducendo lo stato tensionale del modello in scala ad uno più realistico. Quindi il punto di forza della modellazione in centrifuga risiede nella capacità di riprodurre con buona approssimazione un modello di piccola scala lo stato tensionale del prototipo senza i tempi e i costi della modellazione a scala reale. L' impiego di tali centrifughe geotecniche è largamente diffuso per l' analisi di problemi di capacità portante di fondazioni su sabbia.

La centrifuga a tamburo è rappresentata in figura 4.19.



Fig. 4.19-centrifuga a tamburo

Questa centrifuga a tamburo ha pianta circolare di 1.2 metri di diametro. Al centro sono alloggiati l' attuatore in cui è posizionata la strumentazione atta a testare un campione fino a 300 mm di altezza, 200mm di profondità e 3000x300 mm<sup>2</sup> di superficie complessiva. Due bracci concentrici permettono la rotazione indipendente della strumentazione e del campione. Un grande vantaggio di questo tipo di centrifuga risiede nella vasta area di materiale uniforme testabile,

combinata con la possibilità di controllare "in volo" il braccio di carico dal campione di terreno.

L'attuatore di carico della centrifuga utilizzata ha tre gradi di libertà: verticale, orizzontale e radiale. Il modello di fondazione è avvitato rigidamente ad un braccio di carico incastrato all'attuatore e può essere spostato ortogonalmente e parallelamente alla superficie del provino. I carichi sono misurati durante la prova da un set di strain gauges disposti lungo il braccio di carico, mentre gli spostamenti sono ricavati a partire dalla misura delle rotazioni tramite raggi laser e semplici considerazioni sulla geometria del braccio di carico (figura 4.20).



Fig. 4.20-apparato di carico

I modelli di fondazione usati per queste prove sono due, fondazioni superficiali ed approfondite. Le prove di carico sono state condotte su un piatto circolare di 50 mm corrispondente a 100g ad un prototipo di fondazione di 5 metri, e su un piatto circolare di 30 mm corrispondente a 100g ad un prototipo di fondazione di 3 metri. Si è utilizzata quindi una sabbia silicea superfine di tipo commerciale. I dati sono illustrati nella tabella 4.2.

| Peso dell' unità di volume della fase solida: G <sub>s</sub>          | 2.65               | -                 |
|---|--------------------|-------------------|
| Granulometria: $d_{50}$ , $d_{10}$ , $d_{20}$                         | 0.19, 0.099, 0.135 | mm                |
| Peso unità di volume terreno secco: $\gamma_{dmin}$ , $\gamma_{dmax}$ | 1516.7, 1829.6     | kg/m <sup>3</sup> |
| Angolo di attrito interno \ophi' <sub>crit</sub>                      | 30-32              | gradi             |

Tab. 4.2-dati del campione di sabbia

# 4.4.3 Confronto fra risultati sperimentali e modelli numerici

## 4.4.3.1 Fondazioni superficiali

## LGS03

La prima prova LGS03 svolta in laboratorio riguarda una fondazione circolare del diametro di 5 metri e  $\gamma'=10$  kN/m<sup>3</sup>. Successivamente è stato costruito e calibrato il modello con il programma ABC grazie al quale si è disegnata la retta che potesse fittare al meglio i risultati sperimentali. La retta così trovata corrisponde ad un angolo d' attrito interno del terreno pari a 32,5°. In figura 4.21 è rappresentata la curva carico-cedimenti e la retta trovata con ABC.



Fig. 4.21-LGS03

Mediante il software ABAQUS 6.7 si è cercato di riprodurre, facendo analisi in grandi spostamenti, la suddetta curva sperimentale però adottando una fondazione nastriforme e terreno in stato piano di deformazione. Questa importante differenza dalla fondazione circolare implica lo studio e il confronto fra i diversi parametri del terreno al fine di rappresentare una curva carico-cedimenti che più si avvicini a quella sperimentale. I dati presi in esame sono indicati in tabella 4.3.

| Prova | γ'         | Е     | ν   | φ  | Ψ  | c     | В   | d/B | W   |
|-------|------------|-------|-----|----|----|-------|-----|-----|-----|
|       | $(kN/m^3)$ | (kPa) |     |    |    | (kPa) | (m) |     | (m) |
| SS1   | 10         | 40000 | 0.3 | 31 | 27 | 1     | 5   | 0   | 0.5 |
| SS2   | 10         | 40000 | 0.3 | 31 | 8  | 1     | 5   | 0   | 0.5 |
| SS3   | 10         | 30000 | 0.3 | 30 | 7  | 1     | 5   | 0   | 0.5 |
| SS4   | 10         | 30000 | 0.3 | 32 | 8  | 1     | 5   | 0   | 0.5 |

Tab 4.3-dati di SS1,SS2,SS3,SS4

Per poter confrontare la curva carico-cedimenti della fondazione circolare con quella della fondazione nastriforme si è deciso di adimensonalizzare l' abbassamento in rapporto al diametro della fondazione; inoltre al posto dei carichi si sono indicate le pressioni agenti sull' area.



• SS1 (figura 4.22)

Fig. 4.22-SS1

Si può osservare come, a cedimento completato di 0.5 m, con questo tipo di prova si sia giunti ad un valore di carico di 727 kPa molto vicino a quello ottenuto dai risultati sperimentali (715 kPa). Nonostante ciò non ci si può ritenere soddisfatti di questa simulazione perché la curva, durante la fase di cedimento, assume valori di carico molto superiori a quelli della prova sperimentale. Infatti raggiunge il valore massimo già per un cedimento di 0.25 m. Questo fatto è dovuto principalmente all' elevato valore dell' angolo di dilatanza (27°).

#### • SS2

Rispetto alla curva precedente allora si è preso un angolo di dilatanza decisamente inferiore (8°), ma lasciando inalterate le altre proprietà meccaniche. I risultati sono rappresentati in figura 4.23.



Fig. 4.23-SS2

Si nota che l' andamento di questa curva rispetta meglio i risultati sperimentali anche se il valore finale del carico è 647 kPa ovvero inferiore del 10 %.

• SS3

In questa prova, rispetto alle due precedenti, è stato diminuito il modulo elastico (30000 kPa), l' angolo d' attrito (30°) e si è abbassato ulteriormente l' angolo di dilatanza (7°) (figura 4.24).



Fig. 4.24-SS3

Come si può vedere dalla figura, per un tratto significativo la curva modellata tramite ABAQUS ricalca quasi perfettamente la curva sperimentale, infatti a 0.25 m di cedimento corrispondono 440 kPa di carico, mentre sono 420 kPa per la fondazione circolare con uno scarto del 4% appena. Nel tratto finale però la curva modellata si abbassa bruscamente per raggiungere, a cedimento completato, il carico di 573 kPa, valore inferiore del 25%.

• SS4

Per cercare di raggiungere risultati migliori si è infine deciso di aumentare nuovamente l' angolo d' attrito fino a 32° mantenendo il modulo elastico a 30000 kPa. Si veda la figura 4.25.



Fig. 4.25-SS4

Quest' ultima modellazione riesce a cogliere nel modo più equilibrato possibile il comportamento della fondazione circolare. Le due curve infatti, all' aumentare del cedimento, risultano sempre molto vicine e simili in ogni valore di carico raggiunto. Inoltre a 0.5 m corrisponde un carico di 707 kPa, valore inferiore del solo 1% rispetto ai risultati sperimentali.

Le figure 4.26a,b e 4.27a,b mostrano rispettivamente l'andamento delle tensioni verticali e la forma della superficie di plasticizzazione nello stadio iniziale e finale della prova SS4.



Fig. 4.26a-tensioni verticali in stadio iniziale



Fig. 4.26b-tensioni verticali in stadio finale



Fig. 4.27a-plasticizzazione in stadio iniziale



Fig. 4.27b-plasticizzazione in fase finale

## LGS04

La prova LGS04 riguarda invece una fondazione circolare sempre con  $\gamma$ '=10 kN/m<sup>3</sup> ma con diametro D=3 m. In figura 4.28 è illustrata la curva carico-cedimenti e la retta ottenuta tramite ABC che meglio simula il comportamento del modello sperimentale. Tale retta corrisponde ad un angolo d' attrito pari a 33°.



Fig. 4.28-LGS04

In tabella 4.4 sono indicati i dati delle modellazioni numeriche eseguite mediante ABAQUS.

| Prova | γ'         | Е     | ν   | φ  | Ψ  | c     | В   | d/B | W   |
|-------|------------|-------|-----|----|----|-------|-----|-----|-----|
|       | $(kN/m^3)$ | (kPa) |     |    |    | (kPa) | (m) |     | (m) |
| SS5   | 10         | 30000 | 0.3 | 32 | 15 | 1     | 3   | 0   | 0.3 |
| SS6   | 10         | 30000 | 0.3 | 30 | 10 | 1     | 3   | 0   | 0.3 |
| SS7   | 10         | 20000 | 0.3 | 30 | 10 | 1     | 3   | 0   | 0.3 |
| SS8   | 10         | 15000 | 0.3 | 30 | 12 | 1     | 3   | 0   | 0.3 |

Tab. 4.4-dati di SS5, SS6, SS7, SS8

• SS5



La figura 4.29 mostra i risultati relativi a questa modellazione.

Fig. 4.29-SS5

I risultati di questa prova sono decisamente insoddisfacenti. Il grafico della curva modellata numericamente si mantiene sempre abbondantemente al di sopra della curva sperimentale, e in particolare al cedimento di 0.15 m (tratto centrale) corrisponde un carico di 457 kPa, valore superiore di oltre il 100% rispetto a quello ottenuto in laboratorio (222 kPa).

• SS6

Per cercare di ottenere risultati migliori si è allora deciso di calare l' angolo d' attrito (30°) e l' angolo di dilatanza (10°). La curva SS6 è mostrata in figura 4.30.



Fig. 4.30-SS6

Si nota che l' andamento della curva è migliore della precedente ma i risultati non sono ancora buoni. Infatti al termine del cedimento di 0.3m la curva SS6 raggiunge il valore di 366 kPa mantenendosi su valori inferiori del 6% rispetto alla curva LGS04 (387 kPa). Però nel tratto centrale la curva modellata in ABAQUS presenta ancora valori di carico troppo elevati (341 kPa), ovvero superiori del 53% rispetto ai risultati sperimentali.

## • SS7

In questa prova si è abbassato il modulo elastico del terreno fino a 20000 kPa lasciando invariate le altre proprietà meccaniche. La curva SS7 è mostrata in figura 4.31.



Fig. 4.31-SS7

I risultati sono stati ulteriormente migliorati: a cedimento completato le due curve sono quasi coincidenti mentre nel tratto centrale la curva modellata assume ancora valori più elevati della curva sperimentale (305 kPa) con una differenza del 37%.

• SS8

Si è ulteriormente ridotto il modulo elastico (15000 kpa) e si è assunto un angolo di dilatanza di 12°. Si veda figura 4.32.



Fig. 4.32-SS8

Il risultato ottenuto ora è decisamente soddisfacente. A cedimento completato la curva SS8 raggiunge il carico di 377 kpa, valore inferiore di appena il 3% rispetto alla curva LGS04. Anche nel tratto centrale le due curve si sono ulteriormente avvicinate: carico di 260 kpa per la curva modellata e di 222 Kpa per quella sperimentale; la differenza infatti è del 17%.

### 4.4.3.2 Fondazioni approfondite

Si sono poi studiate le fondazioni aventi un rapporto approfondimento iniziale-diametro della fondazione (d/D) diverso da zero. Tali fondazioni approfondite, prese in esame in laboratorio, presentano una profondità iniziale pari a 0.5D (LGB02) e 1D (LGB03).

## **LGB02**

La prova LGB02 è stata eseguita con una fondazione di diametro pari a 5 metri, utilizzando un  $\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3$ . Anche per questa prova, tramite ABC, si è cercata la retta che meglio fittasse la curva caricocedimenti trovata sperimentalmente. Si è ottenuto così un angolo d' attrito interno pari a 30.5° (figura 4.33).



Fig. 4.33-LGB02

Successivamente, per riuscire a trovare la curva carico-cedimenti di una fondazione nastriforme che più si avvicinasse ai valori ottenuti sperimentalmente, si è fatta una nuova modellazione di fondazioni approfondite tramite ABAQUS. I dati dei modelli presi in esame sono indicati in tabella 4.5.

| Prova | γ'         | E     | ν   | ø  | Ψ  | c     | В   | d/B | W    |
|-------|------------|-------|-----|----|----|-------|-----|-----|------|
|       | $(kN/m^3)$ | (kPa) |     |    |    | (kPa) | (m) |     | (m)  |
| SB1   | 10         | 40000 | 0.3 | 31 | 27 | 1     | 5   | 0.5 | 0.75 |
| SB2   | 10         | 40000 | 0.3 | 31 | 7  | 1     | 5   | 0.5 | 0.75 |
| SB3   | 10         | 40000 | 0.3 | 31 | 20 | 1     | 5   | 0.5 | 0.75 |
| SB4   | 10         | 40000 | 0.3 | 32 | 20 | 1     | 5   | 0.5 | 0.75 |

Tab 4.5-dati di SB1,SB2,SB3,SB4

#### • SB1

La curva carico-cedimenti di questa prova è illustrata in figura 4.34.



Fig. 4.34-SB1

Questa curva mostra che nella parte iniziale della fase di carico vengono sostanzialmente ottenuti valori simili a quelli della curva sperimentale. A 0.25 m di profondità corrispondono 1000 kpa di carico per la modellazione numerica e 930 kPa per i risultati ottenuti in centrifuga, con una differenza del 7%. Tale margine di errore è decisamente superiore nel tratto finale della curva e raggiunge lo scarto del 30% a cedimento completato (2160 kPa per la fondazione circolare e 1660 kPa per quella nastriforme modellata).

• SB2

Si è cercato allora di migliorare l' andamento della curva calando l' angolo di dilatanza fino a 7° (figura 4.35).



Fig. 4.35-SB2

Come si può notare dal grafico, i risultati di questa modellazione sono ancora meno soddisfacenti. La curva della fondazione nastriforme si mantiene infatti sempre su valori decisamente inferiori rispetto a quella sperimentale, e a cedimento completato corrisponde un valore di carico pari a 1424 kPa, ovvero inferiore del 52%. • SB3

In questa prova è stato assunto un angolo di dilatanza intermedio ai valori considerati nelle due precedenti modellazioni. La curva è rappresentata in figura 4.36.



Fig. 4.36-SB3

La curva della fondazione modellata, fino al cedimento di 0.5 m, ricalca quasi perfettamente l' andamento della curva sperimentale. Poi l' incremento di carico tende a calare per arrestarsi, a cedimento completato, a 1730 kPa: valore inferiore del 25%.

• SB4

La principale caratteristica di questa prova rispetto alle tre precedenti riguarda l' aumento dell' angolo d' attrito fino a 32° (figura 4.37).



Fig. 4.37-SB4

I risultati di questa modellazione sono decisamente buoni. Non solo viene ricalcata quasi perfettamente la curva sperimentale nella parte iniziale e centrale della fase di cedimento, ma anche il tratto finale (1964 kPa) corrispondente all' abbassamento di 0.75 m, si discosta di solo il 7% dal valore di carico della fondazione circolare.

Le figure 4.38a,b e 4.39a,b mostrano l'andamento delle tensioni verticali e la forma della superficie di plasticizzazione nello stadio iniziale e finale della prova SB4.



Fig. 4.38a-tensioni verticali in stadio iniziale



Fig. 4.38b-tensioni verticali in stadio finale



Fig. 4.39a-plasticizzazione in stadio iniziale



Fig. 4.39b-plasticizzazione in stadio finale

## LGB03

Nella prova LGB03 svolta in laboratorio, si è utilizzato un diametro D=3 metri e un  $\gamma$ '=10 kN/m<sup>3</sup>. Il grado di approfondimento d/D=1. La figura 4.40 mostra la curva carico-cedimenti di tale prova e la retta ottenuta tramite ABC corrispondente ad un angolo d' attrito di 35°.



Fig. 4.40-LGB03

Le caratteristiche del terreno e della fondazione presa in esame per la modellazione in ABAQUS sono specificati in tabella 4.6.

| Prova | γ'         | E     | ν   | φ  | Ψ  | с     | В   | d/B | W    |
|-------|------------|-------|-----|----|----|-------|-----|-----|------|
|       | $(kN/m^3)$ | (kPa) |     |    |    | (kPa) | (m) |     | (m)  |
| SB5   | 10         | 40000 | 0.3 | 31 | 15 | 1     | 3   | 1   | 0.45 |
| SB6   | 10         | 40000 | 0.3 | 32 | 20 | 1     | 3   | 1   | 0.45 |
| SB7   | 10         | 40000 | 0.3 | 33 | 15 | 1     | 3   | 1   | 0.45 |

Tab. 4.6-dati di SB5, SB6, SB7

#### • SB5

Si veda figura 4.41 per il confronto con la curva sperimentale.



Fig. 4.41-SB5

Si nota che fino al cedimento di 0.3 metri le due curve restano sempre molto vicine, poi tendono a divergere e la differenza fra i due valori di carico a cedimento completato è del 28%, ovvero 1950 kPa per la fondazione circolare e 1517 kPa per quella nastriforme modellata numericamente.

## • SB6

Per ottenere risultati migliori si è aumentato l' angolo di dilatanza (27°) e l'angolo d' attrito(32°)(figura 4.42).



Fig. 4.42-SB6

Il carico della curva SB6, a cedimento di 0.45 metri, è 1767 kPa. La differenza si è ridotta al 10%.

• SB7

Questa prova è principalmente caratterizzata da un ulteriore aumento di un grado dell' angolo d' attrito (33°) (figura 4.43).



Fig. 4.43-SB7

I risultati ottenuti con questa modellazione sono decisamente buoni, le due curve quasi coincidono dall' inizio alla fine del cedimento. La differenza di carico a 0.45 metri, dove la curva modellata con ABAQUS raggiunge 1864 kPa, è infatti solo del 4%.
# **CAPITOLO 5**

#### **SWIPE TESTS**

Con il termine "swipe tests" si fa riferimento a prove che permettono la determinazione della forma della superficie di snervamento del terreno ad una determinata profondità. Permettono, cioè, di individuare, nello spazio astratto degli stati di tensione, il luogo geometrico degli stati tensionali che producono solo deformazioni elastiche.

#### 5.1 I diagrammi di interazione

Comprendere e prevedere la risposta complessiva di una fondazione superficiale soggetta a condizioni generali di carico riveste un ruolo di grande interesse in ingegneria geotecnica. La necessità di superare i limiti anche solo dei metodi tradizionali di calcolo della capacità portante basati sulla nota formula di Brinch-Hansen ha condotto all' idea che una soluzione più vicina al comportamento reale delle fondazioni poteva essere ricercata facendo uso del concetto di diagrammi di interazione, nei quali le variabili generalizzate di tensione e deformazione sono rappresentate (figura 5.1) dalle componenti di carico (V, M/D, H) e di spostamento (w,D $\theta$ , u) di una fondazione circolare di diametro D.



Fig. 5.1-convenzioni sui segni

I diagrammi di interazione diventano così parte di una più ampia famiglia di superfici di snervamento nello spazio delle componenti di carico ed il modello completo risultante consente di prevedere lo spostamento della fondazione conseguente ad ogni percorso di carico applicato.

Per generare un intera curva molto prossima a quella di snervamento con una singola prova a controllo di spostamento si ricorre alla tecnica dello swipe testing. Uno swipe test consiste in una prova su modello in cui la piastra di fondazione è inizialmente fatta penetrare solo verticalmente nel terreno fino a raggiungere un prefissato valore di approfondimento, corrispondente al carico verticale V<sub>0</sub>. Quindi, gli spostamenti verticali vengono bloccati (w = costante) e la fondazione viene spostata solo lateralmente ( $\Delta$ u) ovvero per sola rotazione ( $\Delta$ B $\theta$ ) ovvero ancora tramite una loro combinazione. In tale seconda fase della prova, il percorso di carico seguito dalla fondazione dovrebbe tracciare una curva prossima a quella di snervamento.

La tecnica dello swipe testing può essere agevolmente estesa al caso di fondazioni soggette a pura rotazione o ad ogni combinazione di spostamenti orizzontali e rotazioni, purchè applicate a spostamento

104

verticale costante. Con relativamente pochi swipe tests, è pertanto possibile tracciare altrettante curve appartenenti alla superficie di snervamento complessiva nello spazio delle componenti di carico e valutare la sua evoluzione al crescere dell' incrudimento del sistema (figura 5.2).



Fig. 5.2-Tracciamento della superficie di plasticizzazione in 3D mediante swipe tests

#### 5.2 Il modello utilizzato

Lo studio della superficie di snervamento del terreno ad una fissata profondità permette l'utilizzo del modello già descritto ed utilizzato nei casi di fondazione soggetta a carichi verticali.

Per creare degli swipe tests mediante il software ABAQUS si deve aggiungere un ulteriore step di analisi, nel quale si impone una certa rotazione in radianti attorno al reference point (*RP*) della fondazione.

Si sono presi in esame i due migliori modelli di fondazioni superficiali e approfondite, con B=5 metri, che meglio hanno fittato la curva carico-cedimenti dei risultati sperimentali. Quindi si è imposta una rotazione di 0.2 radianti pari a 11,46° (tabella 5.1).

| Prova  | γ'         | Е     | ν   | ø  | Ψ  | В   | d/B | W <sub>0</sub> | UR3   |
|--------|------------|-------|-----|----|----|-----|-----|----------------|-------|
|        | $(kN/m^3)$ | (kPa) |     |    |    | (m) |     | (m)            | (rad) |
| Swipe1 | 10         | 30000 | 0.3 | 32 | 8  | 5   | 0   | 0.38           | 0.2   |
| Swipe2 | 10         | 40000 | 0.3 | 32 | 20 | 5   | 0.5 | 0.63           | 0.2   |

Tab. 6.1-Dati di Swipe1, Swipe2

#### 5.3 La risposta del modello

La risposta del modello sottoposto a swipe tests può essere verificato in un grafico adimensionalizzato, nel quale in ascissa compare il rapporto V/V<sub>0</sub> e in ordinata M/BV<sub>0</sub>. La superficie di snervamento data dagli swipe tests è stata rappresentata in un grafico bidimensionale perché si è considerata solo una rotazione della fondazione ma non la traslazione (figure 5.3, 5.4).

• Swipe1



Fig. 5.3-swipe1

• Swipe2



Fig. 5.4-swipe2

La diminuzione di carico verticale V a fronte di un incremento di momento ribaltante (M/B) descrive, nello spazio dei carichi, una curva essenzialmente parabolica. I risultati nel piano  $M/BV_0-V/V_0$  sono rappresentati da una parabola che individua i valori che provocano il collasso della fondazione: tale parabola termina con il raggiungimento dello stato critico, caratterizzato dall'assenza di resistenza con il procedere delle deformazioni.

Le figure 5.5a, 5.5b mostrano l' andamento dei vettori spostamento in prossimità della fondazione.



Fig. 5.5a-vettori spostamento swipe1



Fig. 5.5b-vettori spostamento swipe2

## CAPITOLO 6

### CONCLUSIONI

Questa tesi si è occupata dello studio, mediante il software agli elementi finiti ABAQUS 6.7, del comportamento di fondazioni superficiali ed approfondite. In particolare, dopo una prima descrizione delle fondazioni e del terreno con annesse teorie classiche di calcolo utilizzate, si sono prese in esame delle modellazioni di fondazioni nastriformi poggianti su terreni coesivi e sabbiosi. I risultati ottenuti sono stati confrontati col programma ABC, software che utilizza il metodo delle caratteristiche per risolvere problemi di capacità portante.

Il primo obiettivo di questo lavoro è stato quello di verificare il carico di collasso di fondazioni nastriformi soggette a carico verticale centrato su terreno coesivo e avente criterio di rottura di Tresca. L' analisi è stata condotta in piccoli spostamenti e i risultati ottenuti sono stati confrontati col programma ABC. La differenza fra i due valori di carico ultimo ottenuti è solo del 7%.

Successivamente sono state svolte analisi in grandi spostamenti su terreni sabbiosi per cercare di riprodurre il comportamento della curva carico-cedimenti ottenuta da prove sperimentali in centrifuga. Le prove che si sono svolte in laboratorio hanno indagato il comportamento di modelli in scala di fondazioni circolari sottoposte a carico verticale centrato; quindi, per riprodurre tramite ABAQUS il comportamento della curva carico-cedimenti su fondazioni

111

nastriformi, si sono dovute cambiare alcune caratteristiche geotecniche del terreno quali il modulo elastico E, l' angolo d' attrito  $\phi$  e l' angolo di dilatanza  $\psi$ . In tutti i modelli si è considerato un criterio di rottura di Mohr-Coulomb e terreno con comportamento elastico-perfettamente plastico. In particolare sono state prese in esame fondazioni larghe 5 e 3 metri e grado di approfondimento w/B=0, 0.5, 1. I modelli che meglio hanno fittato le curve ottenute sperimentalmente sono stati riportati nel grafico seguente (figura 6.1) su piano adimensionale w/D, 2V/(A $\gamma$ 'D) per poter essere confrontati.



Fig. 6.1

Nelle rette trovate tramite ABC si sono stimati gli angoli di attrito per ciascuno dei tre gradi di approfondimento. In particolare in riferimento alle fondazioni superficiali si è stimato un angolo d' attrito pari a 32.5°, mentre per le fondazioni approfondite pari a 33°. Infatti come si nota le pendenze delle tre rette sono pressoché identiche e i valori sono in accordo con quelli dei modelli analizzati tramite ABAQUS. Risulta di importanza fondamentale sottolineare come le

analisi svolte tramite ABAQUS si siano arrestate al grado di cedimento prefissato w/B=0.1 per le fondazioni superficiali e w/B=0.15 per le fondazioni approfondite. Infatti, assumendo valori di w più elevati, la curva carico-cedimenti del modello agli elementi finiti diverge sempre più dalla curva dei risultati sperimentali. Alla luce di ciò si può dedurre che il modello di Mohr-Coulomb non è particolarmente adatto per analisi in grandi spostamenti, ma sarebbe necessaria la scelta di un altro e più adeguato modello costitutivo.

Lo studio si è spinto anche alla determinazione della forma della superficie di snervamento ad una determinata profondità utilizzando degli SWIPE TESTS. Mediante l'applicazione di uno spostamento verticale seguito da una rotazione a farfalla si individua, nel piano bidimensionale, il luogo geometrico degli stati tensionali limite. I punti interni alla curva, appartenenti allo spazio astratto delle tensioni, rappresentano stati tensionali che producono solo deformazioni elastiche. Gli andamenti parabolici ottenuti nei piani  $M/BV_0 e V/V_0$  presentano le caratteristiche che sono state ottenute nei test di laboratorio. Dal confronto fra i dati sperimentali e quelli numerici emerge quindi una molto buona e confrontante corrispondenza.

### **BIBLIOGRAFIA**

- Colombo P., Colleselli F., *Elementi di Geotecnica, Zanichelli*, Bologna, 1996.
- [2] Nova R., Fondamenti di meccanica delle terre, McGraw-Hill, Milano, 2002.
- [3] Govoni L., Gourvenec S. e Cassidy M., Drum centrifuge model tests of circular footings on silica sand, Geotechnical Group Research Report GEO: 05356, University of Western Australia, Perth, Perth, WA, 2005.
- [4] Gottardi G., Recenti sviluppi nella modellazione del comportamento di fondazioni superficiali, DISTART-Università di Bologna.
- [5] Martin C.M., User guide for ABC, version 1.0, University of Oxford 2004.
- [6] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., Abaqus Analysis User's Manual: vol.1-5, ABAQUS Inc. Or DS, 2007.
- [7] Viola E., Fondamenti di Analisi Matriciale delle Strutture, ed. Pitagora, Bologna, 1996.