

**ALMA Mater Studiorum
Università degli Studi di Bologna**

SCUOLA DI SCIENZE
Corso di Laurea in Astronomia

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA

**Dinamica delle Galassie Ellittiche
e
delle Galassie a Spirale**

Elaborato Finale

Candidato:
Cecilia De Fazio

Relatore:
Daniele Dallacasa

Sessione: II 2 Invernale
Anno Accademico: 2012/2013

Sommario

La tesi si propone di dare una caratterizzazione generale sulla dinamica delle galassie, in particolare, il caso ellittico e a spirale. Nel **primo capitolo** (la bibliografia utilizzata [4], [1], [3]), sono state esposte le scale delle grandezze fisiche che caratterizzano e definiscono una galassia e gli aspetti osservativi che hanno portato a distinguerne poche grossolane categorie in base a proprietà visive, mostrando importanti correlazioni con proprietà morfologiche e strutturali. Nel **secondo capitolo**, corpo principale dell'elaborato, (in riferimento a [1], [2], [6]) vengono motivate le principali ipotesi che permettono di trattare una generica galassia, assunta composta da un numero N di stelle come un fluido *non collisionale*, portando vantaggi di semplificazione del problema: si parte dall'ipotesi di approssimazione delle stelle come punti materiali, fino a trascurare la granularità del sistema, entro un tempo scala detto *tempo di rilassamento*. Segue una trattazione di estrapolazione di informazioni dalle equazioni che descrivono il moto e una breve esposizione della principale distinzione tra un fluido ordinario e un fluido non collisionale, derivante dalla stessa ipotesi di sistema non collisionale. Il **terzo capitolo** (con rispettiva bibliografia [2], [3], [5], [4], [7]) si propone di dare alcune applicazioni, alle galassie ellittiche e spirali, dei risultati "teorici" trattati nel capitolo precedente, con brevi riscontri nell'ambito osservativo. Nel caso delle galassie a spirale si accenna alla principale motivazione che ha portato all'ipotesi dell'esistenza della *materia oscura* e vengono illustrati qualitativamente, i modelli più semplici di descrizione della dinamica dei bracci. L'intera stesura dell'elaborato è stata fatta adoperando L^AT_EX.

Indice

1	Caratteristiche delle Galassie	1
1.1	Classificazione di Hubble:	1
1.2	Morfologia:	2
1.3	Emissione:	3
2	Dinamica delle Galassie	5
2.1	Cenni al problema degli N-corpi:	5
2.2	Tempo di rilassamento a due corpi:	6
2.3	Galassie come sistemi stellari non collisionali:	7
2.4	Equazioni di Jeans:	9
2.5	Teorema del Viriale:	10
3	Applicazioni:	13
3.1	Rapporto Massa-Luminosità nei sistemi Sferoidali :	13
3.2	Massa nelle Galassie a Spirale :	14
3.3	Cenni alla dinamica dei Bracci :	16
	Ringraziamenti	19
	Bibliografia	21

Capitolo 1

Caratteristiche delle Galassie

La prima caratteristica che senz'altro distingue una galassia da altre tipologie di sistemi stellari è il numero di stelle di cui è composta (N_*), che può variare da valori di circa 10^9 per galassie di piccole dimensioni, ed arrivare fino a 10^{12} per galassie più grandi. Si possono inoltre definire delle scale di grandezza sulle quantità fisiche caratteristiche di una galassia quali dimensioni lineari¹ ($1 \div 100kpc$), massa² ($10^9 \div 10^{13}M_\odot$), velocità media delle stelle ($20 \div 400Km/s$). Oggetti caratterizzati da queste scale di valori possono quindi definirsi galassie. In realtà, l'azione della forza di gravità porta ad aggregazioni di materia su ogni scala di dimensioni, sarebbe quindi riduttivo definire le galassie semplicemente composte da stelle, in quanto vi è inoltre presenza di ammassi globulari, gas, polveri, materia oscura e in alcuni casi anche buchi neri al centro delle galassie stesse che possono dare origine a fenomeni degli AGN (*Active Galactic Nuclei*), tuttavia nel campo d'indagine della dinamica stellare, questi aspetti non verranno considerati e le galassie saranno trattate come oggetti composti da un numero N_* di stelle.

Una delle proprietà più significative dell'analisi morfologica delle galassie è data dal fatto che tra tutte le possibili configurazioni che si potrebbero realizzare di questi "oggetti ad N_* " in realtà se ne osservano solo poche tipologie distinte, una delle classificazioni che meglio evidenzia le differenze morfologiche tra galassie è denotata *Classificazione di Hubble*.

1.1 Classificazione di Hubble:

Si possono distinguere, in modo grossolano, due grandi categorie di galassie: quelle di tipo *early type* (situate nella parte sinistra della Figura 1.1) composte da *galassie ellittiche* e *lenticolari* e quelle di tipo *late type* (parte destra della Figura 1.1) di cui fanno parte *galassie a spirale* e *irregolari*. La classificazione si basa su caratteristiche osservative che presentano questi oggetti, in particolare:

- **Sferoidali o ellittiche [E]:** sono sotto-classificate in funzione della loro eccentricità (apparente), o più precisamente dallo schiacciamento rispetto la forma sferica a cui è associata il valore 0, fino ad arrivare al massimo schiacciamento osservato per il valore 7.
- **Lenticolari [S0]:** sono oggetti caratterizzati da un colore rossastro tipico delle galassie ellittiche, ma presentano un disco equatoriale che le fanno assomigliare alle galassie a disco, tuttavia, vi è assenza totale di bracci.

¹ $1kpc \approx 3.1 \times 10^{21}cm$

² $1M_\odot \approx 2 \times 10^{33}g$

- **A spirale normali [S]**: composte da un nucleo (detto anche *bulge* di forma leggermente obliata posto in un disco da cui partono tangenzialmente dei bracci (possono in alcuni casi essere anche più di due). E' possibile distinguere 3 sottogruppi indicizzati da *a*, *b*, *c*, al decrescere della rilevanza del nucleo rispetto ai bracci, al crescere del grado di risoluzione visivo dei bracci. Le dimensioni e la risoluzione di quest'ultimi sono inoltre correlati all'apertura dei bracci, che aumenta a partire dal tipo primitivo (*Sa*) fino al tipo avanzato (*Sb*).
- **A spirale barrate [SB]**: sono caratterizzate da una *barra* centrale, formata da stelle e materia diffusa e da bracci a spirale che sono di forma quasi circolare. La sottoclassificazione è analoga alle galassie a spirale. Nel tipo *SBa* i bracci si distaccano dalla barra quasi perpendicolarmente, nel tipo *SBc* c'è un distacco meno netto.
- **Irregolari [Irr]** (non presente in Figura 1.1) sono divise in due sottogruppi (indici *I* e *II*): il primo presenta in abbondanza gas e polveri, il secondo contiene oggetti peculiari.



Figura 1.1: Un'illustrazione della sequenza di Hubble.

1.2 Morfologia:

L'aspetto più interessante della *classificazione di Hubble*, è che a questi prototipi puramente osservativi basati principalmente su caratteristiche visive (quali forma, ampiezza dei bracci, dimensioni, etc.) sono correlate molte proprietà della struttura interna e della composizione delle galassie, che è possibile rilevare tramite l'analisi strutturale delle galassie relativamente poco distanti (con distanze dell'ordine del $1 \div 50 Mpc$), in quanto a queste distanze possono essere risolte delle componenti degli oggetti, distintamente luminose. Ad esempio nelle galassie ellittiche non giganti o nelle galassie lenticolari è tipica l'assenza di mezzo interstellare³; al contrario le galassie a spirale ne sono particolarmente ricche nel disco equatoriale e la cui presenza conferisce l'aspetto frastagliato (dovuto alla distribuzione irregolare di nubi e gas) che caratterizza l'andamento a spirale dei bracci. La forte presenza di *regioni HII*⁴ che in generale aumenta con l'aumentare della distanza dal centro del disco, fino

³Il mezzo interstellare verrà denotato tramite l'acronimo **ISM** (*Interstellar Medium*)

⁴**regioni HII [RHII]** : regioni caratterizzate dalla forte presenza di idrogeno ionizzato, tendenzialmente in prossimità di Stelle molto calde attribuite al tipo spettrale *O* e *B* quindi di formazione recente. Le **RHII** sono infatti associate alla formazione stellare.

ad arrivare a circa metà del raggio galattico, per poi diminuire rapidamente quando ci si avvicina al bordo del disco, caratterizza fortemente i bracci delle galassie a spirale. La quantità di *ISM* aumenta procedendo da galassie a spirali di tipo *Sa* fino a *Sb*. Nelle galassie a spirale si evidenzia inoltre una forte abbondanza di *Regioni HI*⁵ molto importanti per la determinazione della curva di rotazione e della distribuzione di massa. La scarsa presenza di *ISM* nelle galassie ellittiche ha come conseguenze la quasi assenza di stelle giovani e di formazione stellare. Dallo studio della frequenza delle supernovae⁶, inoltre, emerge un collegamento tra il tipo di galassia e di supernovae: le *SNe di tipo I* sono più frequenti nelle galassie ellittiche, le *SNe di tipo II* lo sono maggiormente nelle galassie a spirale.

1.3 Emissione:

Può essere infine interessante, per completare il quadro generale di caratterizzazione delle Galassie, soffermarsi brevemente sulle principali fonti di emissione. Nella **banda radio** si possono distinguere due tipi di emissione: la riga discreta a 21cm da parte dell'idrogeno neutro, di cui si è già parlato precedentemente (interessa principalmente le galassie a spirale); l'emissione nel continuo dovuta a diffusione di e^- con ioni nucleari nel mezzo caldo ionizzato (*bremstrahlung*⁷), oppure a interazione tra e^- relativistici e campi magnetici interstellari (*Sincrotrone*⁸). E' importante inoltre, l'emissione radio delle regioni centrali, tipica di galassie ellittiche e lenticolari. Nel **millimetrico** si possono trovare transizioni di tipo molecolare che servono per tracciare le abbondanze molecolari del mezzo interstellare più freddo, principalmente composto da H_2 (idrogeno molecolare). Nell'**infrarosso** domina l'emissione di luce proveniente da giganti rosse evolute, si rileva inoltre la presenza di radiazione ottica assorbita e diffusa da parte delle polveri (fenomeno dell'estinzione). Nell'**ottico** dominano le emissioni stellari ma parte dell'emissione può provenire dalle *RHII* (molto abbondanti nel caso di galassie a spirale). Nell'**ultravioletto** si riscontra presenza di stelle giovani e calde (emissione tipica delle galassie a spirale, data la forte formazione stellare), parte del flusso proveniente da *AGN* o *Quasar* è rilevabile in questa banda. Nel contesto dei **raggi X**: in galassie ellittiche l'emissione avviene da parte di gas caldo nelle corone stellari, o nei casi d'emissione molto potente, che succede solitamente alle galassie ellittiche che fanno parte di ammassi di galassie (*cluster*) tale potenza può giustificarsi con la fuoriuscita di *ISM* a guadagno del cluster. In galassie a spirale, un'emissione "*soft*" può avvenire a causa di presenza di "*shock*" nel *ISM* oppure una forte emissione può essere interpretata come passaggio di materia verso il centro galattico con rate di qualche M_\odot .

⁵**Regioni HI [RHI]:** regioni caratterizzate dalla presenza di idrogeno neutro, rilevabili attraverso l'emissione della riga a 21cm legata alla struttura iperfine dell'idrogeno atomico.

⁶**Supernovae:**(acronimo *SN* al singolare e *SNe* al plurale) una prima classificazione è fatta in funzione della presenza (*SNe di tipo II*) o assenza (*SNe di tipo I*) della *serie di Balmer*, caratteristica dell'idrogeno, nello spettro di emissione.

⁷è un processo *termico*, cioè avviene in equilibrio termodinamico

⁸è un processo *non termico*. Può, in alcuni casi, portare ad importanti informazioni sui campi magnetici in *ISM* e ad interessanti connessioni con la natura a spirale di alcune galassie.

Capitolo 2

Dinamica delle Galassie

La dinamica stellare, si propone di dare una comprensione qualitativa sulla struttura ed evoluzione dei sistemi stellari (in generale composti da un numero di oggetti $N_* \geq 10$, nel caso di interesse, valori già citanti nel capitolo 1) e una comprensione quantitativa attraverso lo sviluppo di metodi matematici e numerici. La prima domanda lecita che ci si potrebbe porre a riguardo è il comportamento delle componenti che costituiscono tale sistema: le stelle. Ci si può chiedere, ad esempio, quale modalità di interazione le descrive, e quali ipotesi si possono fare, in modo da semplificare il problema.

A tal proposito, si riporta un esempio qualitativo: si consideri una sfera di raggio r contenente un numero N_* di stelle distribuite in modo omogeneo al suo interno. Ogni stella, si assume caratterizzata da un raggio pari a quello solare R_\odot ¹. Ci si pone il problema della validità dell'ipotesi di *collisioni geometriche* (o anche *urti da contatto*) tra le componenti del sistema. Introducendo la *sezione d'urto geometrica* $\sigma_* = 4\pi R_\odot^2$ per l'impatto tra due stelle, allora ad ogni stella risulta associato un volume efficace $V_* = \lambda\sigma_*$ che, dall'omogeneità del sistema di raggio r , è esprimibile:

$$N_*\lambda\sigma_* = \frac{4\pi}{3}r^2 \implies \frac{\lambda}{2r} = \left(\frac{r}{R_\odot}\right)^2 \frac{1}{6N_*} \quad (2.1)$$

Dall'ultima espressione della (2.1) si capisce che λ offre una stima (sull'ordine di grandezza) del percorso medio che può compiere la stella prima di avere un urto di contatto con un'altra componente del sistema, allora λ corrisponde al *libero cammino medio* associato alla stella. Sostituendo nella (2.1) i tipici valori delle galassie pari a $r \approx 10Kpc$ e $N_* \approx 10^{11}$ ottengo che $\lambda/2r \approx 3 \times 10^{10}$. Inoltre, considerando come velocità media caratteristica delle stelle $v_* \approx 100Km/s$ e l'età dell'universo $t_H \approx 1.4 \times 10^{10}yr$, ottengo $\lambda/v_*t_H \approx 4 \times 10^9$ allora si può ragionevolmente escludere la possibilità di collisioni geometriche anche su tempi scala dell'ordine dell'età dell'universo. Ci si può porre, quindi, nell'ipotesi che ciascuna stella è un *punto materiale*, la cui dinamica può essere descritta dalle *equazioni differenziali ordinarie* conosciute come *Problema degli N-corpi*.

2.1 Cenni al problema degli N-corpi:

Per un sistema costituito da N punti materiali, espresso in coordinate Cartesiane² in un arbitrario sistema di riferimento inerziale S_o considerando l' i -esima stella di

¹ $R_\odot \approx 7 \times 10^{10}cm$

²si utilizza quindi una formulazione Newtoniana.

massa m_i , posizione e velocità rispettivamente \mathbf{x}_i e \mathbf{v}_i , e U l'energia potenziale gravitazionale, si possono esprimere le equazioni del moto:³

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{v}_i \\ \dot{\mathbf{v}}_i = -\frac{1}{m_i} \nabla_i U \\ U = -\frac{G}{2} \sum_{i,j=1; j \neq i}^N \frac{m_i m_j}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|} \end{cases}$$

con $\nabla_i U := \frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}_i}$ il gradiente rispetto a \mathbf{x}_i , $G \approx 6.67 \times 10^{-8} \text{cm}^3 \text{s}^{-2} \text{g}^{-1}$ la costante di gravitazione universale e $\|\mathbf{x}_i\|$ la norma. Al sistema sono inoltre associate le condizioni iniziali: $\mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_i^0$ e $\mathbf{v}_i(0) = \mathbf{v}_i^0 \forall i = 1, \dots, N$.

Il problema degli N-corpi ha quindi $6N$ gradi di libertà.⁴ Applicando il metodo di riduzione dei GdL tramite l'utilizzo delle leggi di conservazione che introducono dei vincoli nello SdF⁵, è stato possibile risolvere il problema per $N = 2$. Tuttavia, nel caso $N \geq 3$ la soluzione del problema non può essere ridotta a $6N - 1$ integrazioni indipendenti. Quindi la soluzione analitica del problema degli N-corpi non può essere scritta, almeno nel suo caso generale, tuttavia è possibile ricavare alcune importanti informazioni e proprietà, un esempio è costituito dall'identità di Lagrange-Jacobi, per cui in un arbitrario sistema di riferimento inerziale (S_0):

$$\dot{I} = 2(2T + U) = 2(T + E) = 2(2E - U) \quad (2.2)$$

In cui si è espressa la derivata seconda del momento polare d'inezia del sistema $I = \sum_{i=1}^N m_i \|\mathbf{x}_i\|^2$, in 3 modi differenti in funzione dell'energia cinetica totale T , energia potenziale totale U ed energia meccanica totale E (usando la legge di conservazione dell'energia). La (2.2) è molto importante, perché collega informazioni sull'evoluzione della struttura del sistema (I) a grandezze dinamiche come T, U ed E. Mettendosi nel sistema baricentrico S' , è possibile ottenere delle stime di $r(t)$ e $R(t)$ che sono la minima e massima distanza tra tutte le possibili coppie di stelle (o di due punti materiali nel caso generale). Le stime si ottengono in funzione del valore istantaneo di $U(t)$ e di $I(t)$ che tramite l'utilizzo di 4 costanti (che dipendono solo dalle masse m_i) limitano inferiormente e superiormente rispettivamente $r(t)$ e $R(t)$.

Esistono altri importanti risultati, legati al problema degli N-corpi, che non verranno riportati per questioni di spazio. Tuttavia, le informazioni ricavabili da tale approccio analitico, risultano riduttive, e si allontanano da una comprensione generale del problema. Risulta quindi necessario introdurre un nuovo approccio d'indagine.

2.2 Tempo di rilassamento a due corpi:

Una delle tecniche d'indagine che ha mostrato i maggiori risultati nell'ambito della dinamica delle galassie, è data dalla sostituzione dell'approccio «discreto» che ca-

³ $\forall i = 1, \dots, N$ il sistema rappresenta l'equazione del moto della particella i-esima.

⁴gradi di libertà [GdL]: il numero di coordinate generalizzate necessarie a descrivere il moto dell'intero sistema, nel caso di interesse coincide con le dimensioni dello Spazio delle Fasi [SdF]

⁵da un punto di vista matematico ogni legge di conservazione introduce nello SdF una varietà di dimensioni $6N-1$ (univocamente determinate dalle condizioni iniziali) a cui deve appartenere il sistema per rispettare tale conservazione; introducendo più di una legge di conservazione, aumentano le varietà e il sistema deve appartenere all'intersezione di queste ultime, ciò fa ridurre il numero di GdL nello SdF. Se sono presenti $6N-1$ leggi di conservazione, la parte di SdF accessibile al moto è una varietà di dimensione 1 e coincide con la traiettoria.

ratterizza il problema degli N-corpi, con un approccio «*continuo*», ciò permette di passare da una trattazione del moto in termini di *equazioni differenziali ordinarie* ad *equazioni differenziali alle derivate parziali*. In questo passaggio, gioca un ruolo fondamentale il *tempo di rilassamento a due corpi* t_{2b} .

Non soffermandosi troppo sulla dimostrazione, si può dire che il procedimento di determinazione di t_{2b} si basa sull'esperimento ideale di lancio di una *stella di test* (di massa m_t) in un sistema costituito da un numero N_* di stelle di massa m_f dette *stelle di campo*. Ci si chiede entro quanto tempo il comportamento della stella di test all'interno del sistema discreto, è analogo al comportamento che avrebbe in un sistema composto da una distribuzione di densità, tale da fornire la stessa azione gravitazionale esercitata dagli N_* corpi. Vengono assunte alcune ipotesi, che non influenzano l'ordine di grandezza del risultato, ma che semplificano notevolmente il problema. Le principali assunzioni sono quella di un sistema *virializzato* (il significato di questo termine verrà trattato nel paragrafo (2.3)) e che gli effetti degli incontri delle traiettorie sono additivi, ciò permette di trattare il problema degli N_* corpi come N_* problemi di 2 corpi iperbolici⁶. Trascurando gli effetti mareali dovuti ad incontri ravvicinati tra le stelle, il problema si riduce a una *diffusione* tra una massa di test e una massa di campo, imponendo inoltre che la diffusione sia significativa entro una certa distanza espressa da un *parametro d'impatto* b , allora può essere trattato tramite l'*approssimazione impulsiva*. Infine si generalizza l'azione complessiva delle N_* stelle di campo su m_t tramite opportune integrazioni sulle velocità e sul parametro d'impatto (*approccio cinetico*). Nei meccanismi di determinazione della quantità t_{2b} , si può ricavare una stima asintotica per $N_* \rightarrow \infty$ di importante rilevanza che esprime una condizione sulla trascurabilità o meno della granularità del sistema:

$$t_{2b} \sim \frac{0.1 N_* t_{cross}}{\ln N_*} \quad (2.3)$$

con t_{cross} il *tempo di attraversamento*, ovvero il tempo necessario affinché la stella di test attraversi l'intero sistema. Per valori tendenzialmente piccoli di t_{2b} non si può trascurare l'aspetto granulare del mezzo in un cui viene lanciata la stella di test, il sistema si dice *collisionale*; il contrario avviene per valori molto grandi di t_{2b} , in tal caso il sistema verrà denotato come *non collisionale*. Sostituendo valori tipici di una galassia ($N_* \approx 10^{11}$ e $t_{cross} \approx 2 \times 10^8$ yr) si ottiene $t_{2b} \approx 10^{15 \div 16}$ yr di circa 5 ordini di grandezza maggiore dell'età dell'universo: con buona approssimazione, **le galassie si possono ritenere sistemi non collisionali**, ciò apre nuove porte per la ricerca di informazioni dinamiche.

2.3 Galassie come sistemi stellari non collisionali:

Da un punto di vista matematico l'ipotesi di sistema non collisionale permette di sostituire lo *SdF* Γ identificato con \mathbb{R}^{6N_*} , con lo *SdF* γ identificato con \mathbb{R}^6 , porta quindi ad una riduzione dei *GdL* associati al sistema. A tal proposito, si introducono delle funzioni che caratterizzano il sistema nella sua natura continua. Un ruolo fondamentale è dato dalla *funzione distribuzione*⁷, $f : \gamma \times I \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ con $I \subseteq \mathbb{R}$

⁶si assume il potenziale di interazione *non confinante*, in modo che la soluzione del problema dei due corpi descriva un'orbita relativa iperbolica.

⁷*funzione distribuzione*: sarà utilizzato l'acronimo **FD**

un opportuno intervallo in cui è definita la variabile *tempo*. La *FD* è una funzione non negativa definita dalla seguente proprietà:

$$\Delta M(\Delta \mathbf{x} \Delta \mathbf{v}; t) = \iint_{\Delta \mathbf{x} \Delta \mathbf{v}} f(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{v}}; t) d^3 \hat{\mathbf{x}} d^3 \hat{\mathbf{v}} \quad (2.4)$$

con ΔM la massa totale di stelle che al tempo t è contenuta nel volume $\Delta \mathbf{x} \Delta \mathbf{v} \subseteq \gamma$. In particolare ponendo $\Delta \mathbf{x} \Delta \mathbf{v} \equiv \gamma$ si ottiene:

$$\Delta M(\gamma; t) = \iint_{\gamma} f(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{v}}; t) d^3 \hat{\mathbf{x}} d^3 \hat{\mathbf{v}} = M \quad (2.5)$$

Associate alla *FD* esistono delle *funzioni momenti* sulle velocità che possono avere importanti riscontri fisici, in particolare si possono ricavare correlazioni tra quantità fisiche microscopiche e macroscopiche ovvero mediate opportunamente sui valori di velocità che caratterizzano il sistema⁸. Queste funzioni sono ottenute moltiplicando *FD* per opportune *funzioni peso* $g_k(\mathbf{v})$ (con k l'ordine associato alla funzione momento) e integrate su tutte le velocità. La più importante è il *momento di ordine 0* ($g_0(\mathbf{v}) = 1$) che coincide con la *densità volumetrica* del sistema $\rho: \mathbb{R}^3 \times I \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$:

$$\rho(\mathbf{x}; t) = \int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}; t) d^3 \hat{\mathbf{v}} \quad (2.6)$$

Alla densità è associato, attraverso l'*equazione di Poisson* $\nabla^2 \phi = 4\pi g \rho$ un *potenziale gravitazionale* (analogia dell'energia potenziale nel continuo) dato da:

$$\phi(\mathbf{x}; t) = \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho(\mathbf{x}'; t)}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|} d^3 \mathbf{x}' \quad (2.7)$$

I *momenti di ordine 1 e 2* introducono due nuove quantità fisiche macroscopiche, $\forall i = 1, 2, 3$ valgono:

$$\bar{v}_i(\mathbf{x}; t) = \frac{1}{\rho(\mathbf{x}; t)} \int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}; t) v_i d^3 \hat{\mathbf{v}} \quad (2.8)$$

$$\sigma_{ij}^2(\mathbf{x}; t) = \frac{1}{\rho(\mathbf{x}; t)} \int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}; t) (v_i - \bar{v}_i)(v_j - \bar{v}_j) d^3 \hat{\mathbf{v}} \quad (2.9)$$

dove \bar{v}_i corrisponde alla componente i -esima della velocità macroscopica, e σ_{ij}^2 corrisponde alla componente ij -esima di un tensore simmetrico⁹ del secondo ordine σ^2 detto *tensore di dispersione delle velocità*. Data la simmetria di σ^2 esisterà una matrice ortogonale di rotazione $R(\mathbf{x}; t)$ tale che σ^2 può essere espressa come una *matrice diagonale definita positiva*. In questa rappresentazione σ^2 è la matrice rappresentativa di una forma quadratica corrispondente ad un ellissoide. Allora si possono distinguere due casi a cui corrispondono due diverse tipologie di sistemi stellare, in particolare si definisce *anisotropo* un sistema la cui dispersione di velocità σ^2 , descritta quindi da un ellissoide, non ha particolari simmetrie assiali, cioè σ^2 è rappresentato da un *ellissoide triassiale*; al contrario si definisce *isotropo* un sistema in cui il tensore di dispersione è caratterizzato da una simmetria sferica, in tal caso le componenti ij -esime sono $\sigma_{ji}^2(\mathbf{x}; t) = \sigma^2(\mathbf{x}; t) \delta_{ij}$ con $\sigma^2 \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ cioè gli assi dell'ellissoide sono istantaneamente di uguale lunghezza. La dispersione di velocità

⁸da intendersi come *medie locali* in quanto hanno comunque una dipendenza posizionale e temporale

⁹ $\forall i, j = 1, 2, 3$ risulta che $\sigma_{ij}^2 = \sigma_{ji}^2$

ha importanti conseguenze nelle galassie ellittiche di cui verrà discusso più avanti.

La FD evolve secondo l'equazione non collisionale di Boltzmann¹⁰:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \langle \mathbf{v}, \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \rangle - \langle \frac{\partial \phi_T}{\partial \mathbf{x}}, \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \rangle = 0 \quad \text{per } t \ll t_{2b} \quad (CBE) \\ \phi_T = \phi + \phi_{ext} \\ \nabla^2 \phi(\mathbf{x}; t) = 4\pi G \int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}; t) d^3 \hat{\mathbf{v}} \end{array} \right.$$

con $\phi_{ext} = \phi_{ext}(\mathbf{x}; t)$ il *potenziale gravitazionale esterno* ovvero generato da una distribuzione esterna al sistema, ad esempio una distribuzione di gas o di materia oscura. Nel caso in cui $\phi_{ext} = 0$ il sistema si dice *autogravitante*. Sono inoltre assegnate le condizioni iniziali $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}; 0) = f_0(\mathbf{x}, \mathbf{v})$. Tuttavia, la risoluzione analitica nel caso generale del sistema considerato è un problema ancora irrisolto, si possono comunque estrarre informazioni attraverso il *metodo dei momenti* che porta alla costruzione della gerarchia delle equazioni di Jeans.

2.4 Equazioni di Jeans:

Sia $F : \gamma \times I \rightarrow \mathbb{R}$ una generica funzione microscopica cioè definita nello SdF , a cui è associata una funzione macroscopica $\bar{F} : \mathbb{R}^3 \times I \rightarrow \mathbb{R}$, data da:

$$\bar{F}(\mathbf{x}; t) = \frac{1}{\rho(\mathbf{x}; t)} \int_{\mathbb{R}^3} F(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}; t) f(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}; t) d^3 \hat{\mathbf{v}} \quad (2.10)$$

e ρ definita dalla (2.6), in questo contesto la \bar{F} può essere vista come un valore medio di una certa proprietà microscopica F fatta su tutte le possibili velocità delle particelle, in cui ρ assume il significato di funzione peso¹¹. Il punto di partenza della derivazione delle equazioni di Jeans è data da una semplice conseguenza della *CBE*:

$$\int_{\mathbb{R}^3} F \frac{Df}{Dt} d^3 \hat{\mathbf{v}} = 0 \quad (2.11)$$

dalla (2.11), si ricavano la **prima e seconda equazione di Jeans** rispettivamente ottenute sostituendo $F = 1$ per la prima e $F = v_i$ per la seconda:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{v}_i}{\partial x_i} = \frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \overline{v_i v_j}}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial \phi_T}{\partial x_i} \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (2.13)$$

la (2.13) può essere riscritta¹²:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = \frac{D\bar{v}_i}{Dt} = -\frac{\partial \phi_T}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho \sigma_{ij}^2}{\partial x_j} \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (2.14)$$

Si può notare che le (2.12) e (2.14) sono analoghe all'*equazione di continuità della massa* e all'*equazione di Eulero*, cioè della conservazione dell'impulso nel caso di un fluido non viscoso e incompressibile. Allora la quantità pari a $-\rho \sigma^2$ è il *tensore di stress* che descrive la variazione spaziale della pressione. Da qui si evidenzia una differenza sostanziale, con conseguenze nella termodinamica associata ai sistemi,

¹⁰in inglese *Collisionless Boltzmann Equation* da cui l'acronimo **CBE**; inoltre si introduce il concetto di *derivata materiale* $\frac{D\psi}{Dt} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + \langle \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{x}}, \mathbf{w} \rangle$ per un'arbitraria funzione scalare ψ e un opportuno campo vettoriale \mathbf{w} .

¹¹una volta introdotta la (2.6), la (2.10) è una generalizzazione delle (2.8) e (2.9).

¹²per definizione di dispersione di velocità si ha: $\sigma_{ij}^2 = \overline{v_i v_j} - \bar{v}_i \bar{v}_j$

tra un fluido dinamico ordinario e un fluido non collisionale di cui è composta una galassia: **un fluido ordinario è un sistema isotropo** mentre in generale **le galassie sono sistemi anisotropi**, caratterizzati quindi da un tensore di dispersione di velocità di natura ellissoidale. Conseguentemente, la pressione e, collegata termodinamicamente ad essa, la temperatura (T) non hanno un comportamento scalare, bensì tensoriale, in questa trattazione allora il tensore di dispersione di velocità può essere visto come una misurazione della temperatura (dove la σ^2 è grande lo è anche T e viceversa). L'anisotropia comporta che mentre in un comune fluido, ad esempio un gas perfetto, le collisioni sono molto frequenti ed ogni deviazione dall'isotropia della distribuzione dei moti quadratici delle particelle, viene cancellata su tempi scala brevissimi, nel caso di gas stellari non collisionali come le galassie, la diversa lunghezza degli assi dell'ellissoide in σ^2 , implica che in una direzione (lungo l'asse maggiore) il gas stellare è più caldo e in un'altra (lungo l'asse minore) è più freddo. Affinché, in una galassia, avvenga l'isotropizzazione delle componenti quadratiche delle velocità stellari, attraverso interazioni collisionali, è necessario attendere tempi scala paragonabili al tempo di rilassamento, quindi molto maggiore all'età dell'universo. Da qui si comprende che **l'anisotropia è una stretta conseguenza dei sistemi non collisionali**. Da un punto di vista matematico la differenza tra le (2.12) e (2.14), e le equazioni della fluidodinamica è che queste ultime sono un insieme di equazioni «chiuso», nel senso che la termodinamica introduce relazioni di chiusura che portano ad una soluzione. Nel caso delle galassie non esistono relazioni termodinamiche in numero sufficiente da portare alla chiusura, in tale senso, il sistema si dice «aperto». L'applicazione del metodo dei momenti ha permesso di migliorare la comprensione di alcune proprietà, inoltre si noti che ha ridotto la dimensionalità delle soluzioni (definite in $\mathbb{R}^3 \times I$); tuttavia il prezzo da pagare sta nel numero di equazioni richieste per la soluzione generale, infatti le equazioni di Jeans sono una gerarchia infinita in cui ogni equazione ha bisogno di quella dell'ordine successivo per essere risolta, quindi non è ancora possibile determinare la soluzione generale, ma bisogna introdurre alcune ipotesi per poter scrivere relazioni di chiusura, ad esempio specificando il tipo di isotropia di σ^2 . Fortunatamente, da un punto di vista osservativo e pratico nella maggior parte dei casi attinenti alla *dinamica delle galassie*, non si va oltre l'utilizzo dell'equazione del secondo ordine.

2.5 Teorema del Viriale:

Lo step successivo, consiste nel costruire i momenti delle equazioni di Jeans sullo *spazio delle configurazioni*, in tal modo si ottiene la *gerarchia dei viriali in forma tensoriale o in forma scalare* (se si utilizzano le traccie dei tensori), in particolare, nel caso dell'utilizzo dei momenti di ordine 1, si ottiene *il teorema del viriale*. Si possono definire alcune quantità come il *tensore d'inerzia* I_{ij} , i *tensori simmetrici di energia cinetica* totale K_{ij} , ordinata T_{ij} e di dispersione Π_{ij} , il *tensore simmetrico di autoenergia* U_{ij} e il tensore W_{ij} di componenti $\forall i, j = 1, 2, 3$ pari a:

$$I_{ij}(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho x_i x_j d^3\mathbf{x} \qquad K_{ij}(t) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \rho \overline{v_i v_j} d^3\mathbf{x} \qquad (2.15)$$

$$T_{ij}(t) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \rho \overline{v_i v_j} d^3\mathbf{x} \qquad \Pi_{ij}(t) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \rho \sigma_{ij}^2 d^3\mathbf{x} \qquad (2.16)$$

$$U_{ij}(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho x_i \frac{\partial \phi}{\partial x_j} d^3 \mathbf{x} \quad W_{ij}(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho x_i \frac{\partial \phi_{ext}}{\partial x_j} d^3 \mathbf{x} \quad (2.17)$$

Dalle (2.15/b) e (2.16) risulta $\Pi_{ij} = K_{ij} - T_{ij}$ e in generale che $W_{ij} \neq W_{ji}$. Moltiplicando ogni termine della (2.13) per la quantità x_i e successivamente integrando su tutto lo spazio delle configurazioni, è possibile ottenere tramite pochi passaggi una relazione tra i tensori appena esposti, nota come il *teorema del viriale in forma tensoriale*:

$$\frac{\ddot{I}_{ij}}{2} = 2K_{ij} + U_{ij} + \frac{1}{2} (W_{ij} + W_{ji}) \quad (2.18)$$

Dato un generico tensore A_{ij} denotiamo la traccia del tensore come $A := Tr(A_{ij})$ dalle proprietà della traccia di una matrice applicate alla (2.18), si ricava il *teorema del viriale in forma scalare*:

$$\frac{\ddot{I}}{2} = 2K + U + W \quad (2.19)$$

$$\text{con } U(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho \phi d^3 \mathbf{x} = \iint_{\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3} \frac{\rho(\mathbf{x}; t) \rho(\mathbf{x}'; t)}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|} d^3 \mathbf{x}' d^3 \mathbf{x}, \quad (2.20)$$

$$K(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho \left(\overline{v_1^2} + \overline{v_2^2} + \overline{v_3^2} \right) d^3 \mathbf{x} \quad e \quad W(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho \left\langle \mathbf{x}, \frac{\partial \phi_{ext}}{\partial \mathbf{x}} \right\rangle d^3 \mathbf{x} \quad (2.21)$$

Si può osservare che nel caso $W = 0$, quindi se vale l'autogravità, la (2.19) è molto simile alla (2.2), in tal caso il teorema del viriale può essere considerato una generalizzazione al continuo dell'identità di Lagrange-Jacobi. Nel caso in cui $W = 0$ e $\ddot{I} = 0$ il sistema si dice *virializzato* e quindi per la (2.19) vale $2K = -U$ da cui, introducendo le grandezze caratteristiche v_{vir} e r_{vir} risulta da $U \equiv -\frac{GM^2}{r_{vir}}$ e $K \equiv \frac{M}{2} v_{vir}^2$ che porta alla relazione:

$$v_{vir}^2 = \frac{GM}{r_{vir}} \quad (2.22)$$

Quindi potendo ricavare il valore di r_{vir} e v_{vir} dalle osservabili, è possibile stimare la massa del sistema.

Capitolo 3

Applicazioni:

3.1 Rapporto Massa-Luminosità nei sistemi Sferoidali :

Nella trattazione che segue, verrà utilizzata la (2.14) in coordinate cilindriche, in cui si assume inoltre che la galassia considerata sia non ruotante ($\overline{v_\theta^2} = \overline{v_\phi^2}$) e definendo $\beta(r) := 1 - \overline{v_\theta^2}/\overline{v_r^2}$ il parametro che descrive l'anisotropia della dispersione della velocità, l'equazione può essere scritta:

$$\frac{1}{\nu} \frac{d}{dr} \left(\nu \overline{v_r^2} \right) + 2 \frac{\beta \overline{v_r^2}}{r} = - \frac{d\phi}{dr} \quad (3.1)$$

le osservazioni e i modelli numerici suggeriscono l'ipotesi che $\overline{v_r^2} \geq \overline{v_\theta^2}$ a cui corrisponde la richiesta che β sia non negativo. Dalla (3.1) è facile ricavare, sostituendo $(d\phi/dt) = GM(r)/r^2$ un'espressione della massa in funzione delle quantità fisiche $\nu(r)$, $\overline{v_r^2}(r)$ e $\beta(r)$:

$$M(r) = - \frac{\overline{v_r^2} r}{G} \left(\frac{d \ln \nu}{d \ln r} + \frac{d \ln \overline{v_r^2}}{d \ln r} + 2\beta \right) \quad (3.2)$$

Assumendo ν come *densità luminosa*, le osservabili da adoperare per la risoluzione della (3.2) sono l'immagine della brillantezza superficiale $I(R)$ e la dispersione di velocità lungo la linea di vista $\sigma_p(R)$ (con R la proiezione di r lungo la perpendicolare alla linea di vista passante dal centro galattico). Non ci si può aspettare di ricavare un unico modello di massa da due osservabili tenendo conto che le incognite funzionali della (3.2) son in tutto 3. Allora è necessario fare un'assunzione sull'andamento di una delle 3 variabili, introducendo, quindi, una relazione. Si potrebbe pensare di porre $\beta = 0$, cioè la riduzione al caso di dispersione isotropica di velocità, tuttavia non ci sono buoni riscontri tra le previsioni teoriche e dati osservativi. Allora si introduce un'assunzione alternativa, in cui si suppone una proporzionalità tra massa e luminosità espressa in termini di ρ e ν quantificata attraverso una costante Υ :

$$\rho(r) = \Upsilon \nu(r) \quad (3.3)$$

la (3.3) è conosciuta come **rapporto massa-luminosità**. Prima di assumere questa relazione, bisogna chiedersi se ad essa corrispondono valori fisicamente realizzabili delle quantità $\overline{v_r^2}(r)$ e $\beta(r)$, in particolare bisogna garantire che $\beta(r) \leq 1$ e quindi $\overline{v_r^2}(r) \geq 0$. Considerando la formula di risoluzione per il passaggio dalla quantità fisica reale alla sua proiezione bidimensionale (immagine) nel caso di anisotropia ($\beta \neq 0$), dopo un po' di passaggi si ottiene:

$$I(R) \sigma_p^2(R) = 2 \int_R^\infty \left(1 - \beta \frac{R^2}{r^2} \right) \frac{\nu \overline{v_r^2} r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \quad (3.4)$$

introducendo l'equazione (3.2) per eliminare la variabile β dalla (3.4) , dopo alcuni passaggi e qualche riarrangiamento, si ottiene:

$$I \sigma_p^2 - R^2 \int_R^\infty \frac{\nu G M(r) dr}{r^2 \sqrt{r^2 - R^2}} = \int_R^\infty \left[2\nu \overline{v_r^2} + \frac{R^2 d(\nu \overline{v_r^2})}{r dr} \right] \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \quad (3.5)$$

si noti che il primo membro dipende dalle osservabili e dalla massa, quindi introdotta la (3.3), l'incognita da determinare è la quantità $\nu \overline{v_r^2}$, la(3.5) può essere risolta analiticamente, e dall'andamento di $\overline{v_r^2}$, si può fare una valutazione di $\beta(r)$. Facendola per un prototipo osservato, ad esempio la galassia E1 M87, si ottiene con il confronto dei dati osservativi, un andamento di β coerente con l'ipotesi della validità della (3.3), cioè: $0 < \beta(r) < 1 \forall r$ (vedi Figura 3.1). Il modello è allora ritenuto consistente. La determinazione della costante Υ avviene tramite l'applicazione del teorema del viriale. Assumendo la galassia di forma quasi sferica e non ruotante, risulta che $\Upsilon = -2J/\tilde{J}$ con $J = 3\pi \int_0^\infty I(R) \sigma_p^2(R) R dR$ e \tilde{J} un integrale che dipende solo da $I(R)$, quindi **la determinazione di Υ è attuabile attraverso le sole osservabili $I(R)$ e $\sigma_p^2(R)$** . Ad esempio, dalle osservazioni nella banda del visibile di M87 si ottiene un rapporto massa-luminosità $\Upsilon \simeq 9.2h M_\odot/L_\odot$ (ad una distanza presa pari a $13.2h^{-1}Mpc$ e h un fattore adimensionale legato alla determinazione della *costante di Hubble*¹).

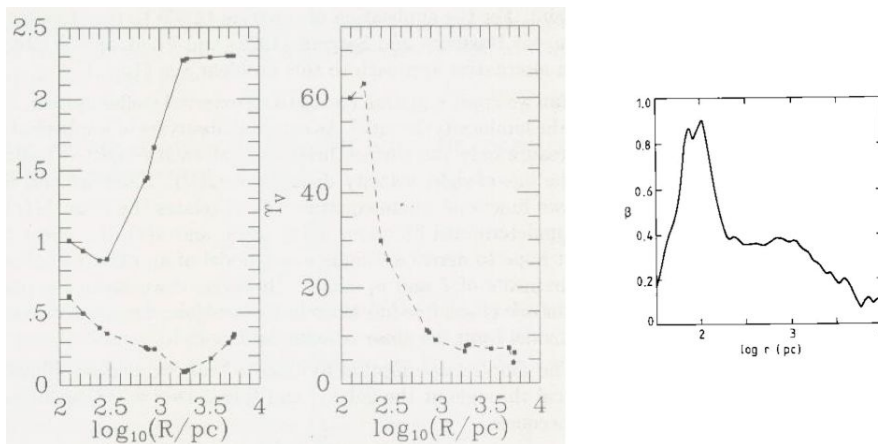


Figura 3.1: **a sinistra:** i “plots” delle quantità $|d \ln \nu / d \ln r|$ (linea continua) e $|d \ln \overline{v_r^2} \nu / d \ln r|$ (linea tratteggiata) in M87 ad una distanza di $16Mpc$, assumendo $\beta = 0$. **Al centro:** l'andamento di Υ assumendo $\beta = 0$ risulta non costante. **A destra:** la variazione radiale del parametro β se le osservazioni con cui si basano gli altri due grafici fossero interpretate in termini di Υ costante.

3.2 Massa nelle Galassie a Spirale :

Una questione ancora aperta nell'ambito delle dinamica delle galassie, è la spiegazione della “incoerenza” tra dati sperimentali e dati attesi dalla trattazione teorica, relativamente alla *curva di rotazione* delle Galassie a Spirale. L'importanza della determinazione di quest'ultima sta nel fatto che è possibile fare una stima della distribuzione della materia in funzione della distanza dal centro galattico r .

Il profilo di luce del disco di una galassia a spirale segue una legge esponenziale del tipo $I(R) = I_0 e^{-R/h_*}$ con h_* associato al passaggio alla luminosità assoluta tramite $L = 2\pi h_*^2 I_0$. Metà del valore totale di quest'ultima è contenuta nella porzione di

¹ $H_0 = 100 h km s^{-1} Mpc^{-1}$ con $h = 0.5 \div 1.0$

disco di raggio $R_e \approx 1.678 h_*$, il profilo di luminosità non si spinge troppo oltre $4 h_*$, entro questa distanza infatti è presente circa il 90% della luminosità totale. Allora nella validità di un rapporto massa-luminosità costante rispetto al raggio anche per dischi di galassie a spirale, quello che ci si aspetterebbe coerentemente al profilo di luce è che la curva di rotazione abbia un andamento crescente fino a circa $2 h_*$ per poi seguire per r molto grande, un rapido declino Kepleriano in cui $v_{rot} \sim r^{-1/2}$. Se il profilo di luminosità non fosse precisamente un andamento esponenziale o l'ipotesi di un rapporto massa-luminosità fosse in qualche modo ingiustificata, ciò che comunque ci si aspetta è che sufficientemente lontano dal centro galattico, sia presente un declino Kepleriano. Per questo, la non osservanza di tale declino nella curva di rotazione sperimentale, fatta attraverso l'utilizzo dell'analisi spettroscopica nella banda radio ed ottica e l'applicazione delle leggi dell'*effetto Doppler*, è considerata l'evidente prova dell'esistenza di un'*alone oscuro* attorno alle galassie a spirale.

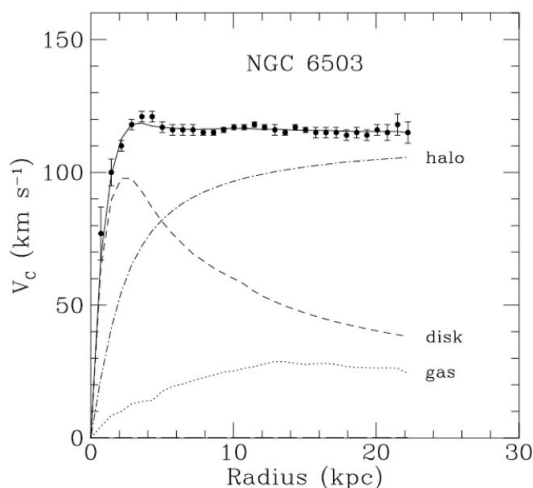


Figura 3.2: un esempio di curva di rotazione, della galassia a spirale NGC 6503, si può notare che la materia oscura si distribuisce principalmente nelle zone periferiche.

Dalla curva di rotazione è possibile stimare la distribuzione di massa dalla relazione²:

$$\frac{G M(r)}{r^2} \approx \frac{v^2(r)}{r} \implies M(r) \approx \frac{v^2(r) r}{G} \quad (3.6)$$

In questo modo tracciando la differenza tra la massa aspettata dalla luminosità e quella ricavata dalla (3.6), è possibile ricavare la distribuzione della *materia oscura* (nella Figura 3.2 sono infatti separati i contributi). Considerando solamente le regioni centrali del *bulge*, è possibile stimare la massa attraverso l'applicazione del teorema del viriale, in particolare nell'ipotesi di sistema virializzato, con un opportuno fattore di conversione delle variabili v_{vir} , r_{vir} nelle osservabili σ^2 e R si ottiene:

$$\sigma^2 = \frac{G M_{vir}}{5R} \implies M_{vir} \approx 10^6 \div 10^9 M_\odot \quad (3.7)$$

Confrontando M_{vir} con la corrispondente luminosità si ottiene un rapporto massa-luminosità molto grande $\sim 35 M_\odot/L_\odot$, che viene interpretato come un segno di una forte concentrazione di materia non luminosa, presumibilmente un *bucò nero supermassivo*, al centro delle galassie a spirale.

²l'approssimazione è dovuta alla presenza di fattori di forma

3.3 Cenni alla dinamica dei Bracci :

Si potrebbe pensare che la natura a spirale sia legata alla rotazione: cioè che per qualche motivo sconosciuto, in una situazione iniziale, la galassia a spirale abbia sviluppato un addensamento di materia radiale in una particolare direzione ed, essendo la velocità delle stelle e del *ISM* di dipendenza radiale (tanto maggiore tanto più vicini al centro galattico), ogni elementino dell'addensamento si troverebbe a viaggiare a una velocità diversa (avendo tutti differente distanza dal centro). Ciò conferirebbe una natura "spiraleggiante", tanto più accentuata man mano che passa il tempo (Figura 3.3). Tuttavia quest'ipotesi non trova risposte ad alcune domande, ad esempio: se i bracci sono costituiti dallo stesso materiale del disco, perché risultano essere particolarmente ricchi di stelle giovani rispetto ad esso? Inoltre, tale ipotesi prevede un'evoluzione troppo rapida dei bracci: dopo poche rotazioni attorno al centro galattico, essi risulterebbero così attorcigliati da essere indistinguibili e l'intera struttura scomparirebbe nel giro di un miliardo di anni.

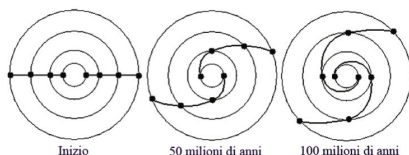


Figura 3.3: esempio illustrativo dell'origine dei bracci per rotazione.

Un modello alternativo fu proposto nel 1960 da **Lin** e **Shu** (di cui il modello prende il nome) basato sulle *onde di densità*, cioè la struttura a spirale non è composta da concentrazioni fisse di gas e stelle a causa della rotazione differenziale, bensì da onde di densità, quasi statiche che si muovono in modo indipendente rispetto al *ISM* e alle Stelle. Una volta che questi oggetti attraversano l'onda si trovano raggruppati rendendo visibile l'accumulo di densità. Tipicamente, le stelle più vicine al centro galattico tendono a muoversi con una velocità angolare $\Omega > \Omega_\rho$ dell'onda e la sopravanzano, al contrario, per le stelle periferiche ($\Omega < \Omega_\rho$), è l'onda che le raggiunge, le ingloba e poi le abbandona. Si può definire il *raggio di corotazione* R_c in cui $\Omega(R_c) = \Omega_\rho$. Internamente all'onda, il materiale rallenta e si comprime; in questo modo le grandi nubi molecolari di gas freddo subiscono delle perturbazioni che spesso portano all'avviamento di imponenti processi di formazione stellare, producendo stelle di ogni classe spettrale, su tempi scala dell'ordine di qualche centinaio di migliaia di anni. Le stelle più giovani (molto calde e luminose) scaldando il gas residuo nelle vicinanze trasformando la fredda nube molecolare (che si trovano nelle zone periferiche) in una *regione HII*. Le nubi fredde e poco emittenti, quindi, tendono a scomparire a cavallo del braccio e sono confinate solamente nella zona immediatamente precedente all'ingresso nell'onda di densità. Le stelle più grandi terminando la loro esistenza prima ancora di riuscire ad abbandonare l'onda di densità. Solo le stelle meno massicce abbandonano l'onda e vanno a popolare il disco: in questo modo si spiega la diversa distribuzione stellare. Il problema di questo modello sta nell'individuazione della perturbazione che genera le onde di densità (possibili candidati sono collassi di nuvole di gas, formazione stellare a catena nelle regioni centrali o interazione gravitazionale con altre galassie) e inoltre non è efficace nella descrizione delle galassie "*flocculent*" caratterizzate da bracci numerosi, spesso strettamente avvolti e poco definiti.

Ringraziamenti:

Ai miei genitori, che mi hanno dato la possibilità e l'appoggio morale per intraprendere una carriera di studi complessa e fin dall'infanzia mi hanno insegnato l'amore per la natura, per la famiglia e lo studio; in particolare a mia madre, Rosalba, che fin da piccola mi ha portato con lei in laboratorio o ad incontri osservativi che hanno stimolato molto la mia curiosità, e a mio padre, Giuseppe, la cui praticità mi ha sempre affascinato e si è contrapposta al mio animo teorico, da lui ho appreso l'intuito e la razionalità. A mio fratello, Gianluca, simile e dissimile allo stesso tempo, entrambi "tra le nuvole", ma in modi diversi e a volte anche antagonisti, a lui devo gran parte di quel che sono, anche la mia scelta verso una "*scienza pura*". A Raffaele, che mi ha insegnato la bellezza della semplicità e mi ha fatto capire quali sono i valori più importanti ("*L'umanità, soprattutto e al di sopra di tutto*"). Alla gerarchia infinita dei miei parenti, rispettivamente zii: Lina e Roberto, Pina e Domenico, Mario e Carla (a loro devo un grazie particolare per la loro grandissima disponibilità nell'ultimo periodo), Franco e Elisa, Salvatore e Rina; e cugini: Giulia, Marta, Mariangela, Paolo, Manuela, Ilaria, Paolo, Biagio, Thea, Barbara, Giuseppe, Giovanni; ad Antonio, che rimane sempre nel mio cuore, con bellissimi ricordi della mia infanzia, la sua pazienza ed intelligenza, a cui spesso provo ad ispirarmi. Ai miei insegnanti di matematica e scienze (A. Da ponte, M. Calfa, D. Rotella) che fin dall'elementari hanno saputo stimolare il mio amore verso la matematica e le scienze. Ai miei amici più cari: Matteo B. e Gianna P. e ai 1000/500 km d'aria che ci separano e ci uniscono; Fabio G., che mi accompagna nel bene e nel male da molti anni, alla sua forte presenza; Rossella C., la mia sorella acquisita; Isabella S., Giulia C., Marco B., Riccardo L.C., Lorenzo R. alla grande compagnia che mi han fatto, dalle caldi notti d'estate bolognese, ai viaggi, ai momenti più quotidiani; a Giulia R., anche lei uno dei grandi pilastri da anni; agli amici lametini, troppi per citarli tutti, ma in particolare a Mattia C., Angela R., Enrico M., Piergiorgio V. (a cui inoltre devo la scelta del corso di laurea in astronomia). Ai miei colleghi universitari che non ho citato finora: Lorenzo T., Davide M., Ilaria C., Carla A.. Ai professori del corso di laurea in Astronomia, in particolare a L.Ciotti e A.Guarnieri per il loro approccio didattico e gli insegnamenti conferiti, al professore D. Dallacasa per la disponibilità.

Bibliografia

- [1] “*Alcune questioni riguardanti la dinamica stellare*”, **L. Ciotti**, Zanichelli editore S.p.A., Bologna
- [2] “*Galactic Dynamics*”, **J. Binney and S. Tremaine**, First Edition, Princeton Series in Astrophysics.
- [3] “*Dynamics of Galaxies*”, **G. Bertin**, Cambridge University Press.
- [4] “*Elementi di Astronomia*”, **P. Giannone**, Pitagora Editrice Bologna.
- [5] “*Stelle, Galassie e Universo. Fondamenti di Astrofisica.*”, **A. Ferrari**, Springer.
- [6] “*Appunti di Dinamica Stellare*”, **L. Ciotti**,
[http : //urania.bo.astro.it/dottorato2008/secondociclo/SNA97-99-06.pdf](http://urania.bo.astro.it/dottorato2008/secondociclo/SNA97-99-06.pdf)
- [7] “*Capitolo 4: galassie a spirale*”, **D. Gasparri**,
[http : //www.danielegasparri.com/Italiano/libri/galassie/capitolo_galassie.pdf](http://www.danielegasparri.com/Italiano/libri/galassie/capitolo_galassie.pdf)

.