

ALMA Mater Studiorum  
Università degli Studi di Bologna

---

---

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Processi di scattering in astrofisica

Elaborato Finale

Candidato:  
Alice Zandegiacomo Cella

Relatore:  
Daniele Dallacasa



---

---

Sessione II° 1 Seduta Autunnale  
Anno Accademico 2012/2013

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>1 Lo Scattering</b>	<b>3</b>
1.1 Scattering Thomson . . . . .	3
1.2 Scattering Compton . . . . .	5
1.3 Scattering Compton inverso . . . . .	6
1.4 Comptonizzazione . . . . .	9
<b>2 Effetti astrofisici dovuti allo scattering</b>	<b>11</b>
2.1 Synchrotron self-Compton (SSC) e catastrofe Compton . . . . .	11
2.2 Effetto Sunyaev- Zeldovich termico . . . . .	12
2.3 Scattering dovuto alla polvere . . . . .	15

# Introduzione

Lo scattering è un processo fisico non termico dovuto all'interazione tra radiazione e particelle. Grazie a questo fenomeno sono stati ottenuti risultati estremamente importanti, non solo in astrofisica. Un celebre esempio è l'esperimento di Rutherford del 1909, che permise la scoperta della struttura atomica. Il Fisico, studiando la deflessione delle particelle  $\alpha$  sparate contro una lamina d'oro, concluse che gli atomi erano costituiti da un nucleo centrale delle dimensioni dell'ordine di  $1fm (= 10^{-15} m)$  circondato da elettroni che gli ruotano attorno, governati dalle leggi dell'elettrostatica coulombiana. Questo scattering viene appunto detto di Rutherford.

Tipi di scattering più rilevanti a livello astrofisico sono quelli dovuti all'interazione con particelle libere, solitamente elettroni, che vengono suddivisi in base all'energia del fotone incidente. Considerando l'elettrone fermo, per fotoni incidenti a basse energie, ovvero quando possono essere approssimati come un continuo di onde elettromagnetiche, lo scattering si riduce al caso classico dello *scattering Thomson*. Questo tipo di scattering viene chiamato anche coerente o elastico, non viene infatti modificata la frequenza dell'onda elettromagnetica incidente. In molti casi però, la variazione di frequenza dovuta alla collisione non è trascurabile, si parla dunque di *Scattering Compton*. Questo fenomeno fu osservato per la prima volta da Arthur Compton nel 1922, il quale sparò di un fascio collimato di fotoni (raggi X con  $\lambda = 0,0709 \text{ nm}$ ) su un bersaglio di grafite e notò che, oltre all'emissione di fotoni della stessa  $\lambda$ , vi erano anche raggi X di lunghezza d'onda maggiore. Ciò non era spiegabile con la teoria classica dell'elettromagnetismo, egli utilizzò quindi la teoria quantistica della luce di Einstein, pensando ai fotoni come a particelle che, seppur prive di massa, fossero dotate di quantità di moto. Questo risultato avvalorò la teoria della natura corpuscolare della luce e accese il dibattito sul dualismo onda-corpuscolo.

Ci sono casi in cui sono gli elettroni ultra-relativistici a diffondere i fotoni, cedendo dunque energia; questo processo è chiamato *Compton inverso*. In astrofisica questi processi non presentano una separazione netta, ad esempio, in presenza di sorgenti compatte è possibile avere ripetute collisioni fra elettroni e fotoni, ciò comporta una continua evoluzione delle relative distribuzioni energetiche. Lo studio della variazione dello spettro dei fotoni in caso di scattering multiplo con gli elettroni caldi (ma non relativistici) all'equilibrio termico viene chiamato *comptonizzazione*.

Esempi di Comptonizzazione rilevanti sono il *Synchrotron Self Compton* e l'*effetto Sunyaev Zeldovich*, essi infatti permettono di ottenere numerose informazioni sia sulle caratteristiche fisiche della materia celeste, sia sulla formazione e l'evoluzione dell'universo nel suo insieme.

# Capitolo 1

## Lo Scattering

### 1.1 Scattering Thomson

Lo scattering Thomson si ha quando il fotone incidente su un elettrone, assunto fermo, è poco energetico, ovvero per:  $h\nu \ll m_e c^2 = 511 \text{ keV}$  (dove  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$  è la costante di Planck,  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  è la massa a riposo dell'elettrone,  $c = 299,792 \text{ km s}^{-1}$  e  $\nu$  è la frequenza della radiazione). L'analisi dello scattering Thomson per un fascio di onde elettromagnetiche parallele e non polarizzate, incidenti su un elettrone stazionario è completamente classica. Per un fascio che si propaga lungo  $\mathbf{z}$ , l'angolo di scattering  $\alpha$  giace sul piano  $\mathbf{x} - \mathbf{z}$  e l'elettrone risentirà delle componenti del campo elettrico  $E_x = E_{x0} \exp(i\omega t)$  e  $E_y = E_{y0} \exp(i\omega t)$ , dove  $E_0$  è l'ampiezza ed  $\omega$  la pulsazione. Ciò causa l'oscillazione dell'elettrone, l'accelerazione in queste direzioni è:  $\ddot{r}_x = eE_x/m_e$  e  $\ddot{r}_y = eE_y/m_e$ , da cui si può ricavare l'ampiezza dell'oscillazione del dipolo (figura 1.1). Considerando la media temporale di  $E_x^2$ ,  $\bar{E}_x^2 = E_{x0}^2/2$  e sommando i contributi della componente  $E_x^2$  di tutte le onde, l'energia incidente sull'elettrone per unità di area è data dal vettore di Poynting:  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B} = c\epsilon_0 E_{x0}^2 \hat{i}_z$ , dove  $\epsilon_0 = 8.85 \text{ Fm}^{-1}$  è la permeabilità magnetica del vuoto. Per la radiazione non polarizzata  $S_x = S_y$  ed  $S = S_x + S_y$ . L'intensità totale lungo la direzione  $\alpha$  dovuta alla componente  $\mathbf{x}$ , poichè la radiazione si è supposta incoerente, è data dalla somma della media temporale di tutte le onde. La componente  $E_y^2$  causa un'accelerazione dell'elettrone lungo la componente  $\mathbf{y}$ . Sommando le intensità delle due componenti indipendenti, per la formula di Larmor, si ottiene la radiazione totale diffusa nell'angolo solido  $d\Omega$ :

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)d\Omega = \frac{e^4}{16\pi^2 m_e^2 \epsilon_0^2 c^4} (1 + \cos^2\alpha) \frac{S}{2} d\Omega \quad (1.1)$$

E' possibile esprimere l'energia diffusa in funzione della sezione d'urto differenziale  $d\sigma_T$  (*sezione d'urto Thomson*) nella direzione  $\alpha$ . Essa è data dal rapporto tra energia irradiata per unità di angolo solido e unità di tempo rispetto all'energia incidente per unità di tempo e area ( $\mathbf{S}$ ), che risulta quindi:

$$d\sigma_T = \frac{e^4}{16\pi^2 m_e^2 \epsilon_0^2 c^4} \frac{1 + \cos^2\alpha}{2} d\Omega = \frac{3\sigma_T}{16\pi} (1 + \cos^2\alpha) d\Omega \quad (1.2)$$

Esprimendo  $\sigma_T$  in termini del raggio elettronico classico  $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$  ed integrando sull'angolo solido si ottiene la sezione d'urto totale:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = \frac{e^4}{6\pi \epsilon_0^2 m_e^2 c^4} = 6.653 \times 10^{-29} \text{ m}^2 \quad (1.3)$$

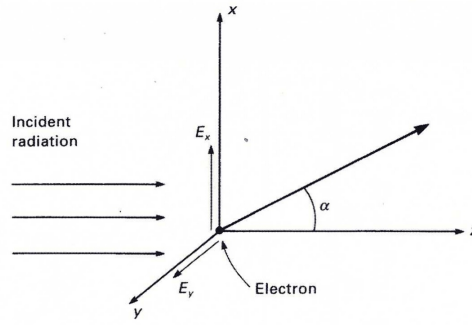


Figura 1.1: Scattering Thomson

Questa è la sezione d'urto totale per lo scattering dovuto ad onde elettromagnetiche incidenti su un elettrone fermo libero. Scrivendo la formula della radiazione diffusa in termini di densità di energia della radiazione  $u_{rad}$ :  $u_{rad} = \sum_i u_i = \sum_i S_i/c$  da cui:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = \sigma_{TC} u_{rad} \quad (1.4)$$

si può notare che la sezione d'urto risulta la stessa anche nel caso in cui la radiazione incidente sia totalmente o parzialmente polarizzata. La radiazione diffusa può risultare polarizzata indipendentemente dalla polarizzazione del fascio incidente: il vettore del campo magnetico del fascio incidente giace sul piano  $\mathbf{x}-\mathbf{y}$ , quando l'elettrone è osservato dal piano  $\mathbf{x}-\mathbf{y}$  la radiazione è totalmente polarizzata, osservando invece dall'asse  $\mathbf{z}$  la radiazione risulta non polarizzata.

## Profondità ottica Thomson

Lo scattering Thomson è uno dei più importanti processi che impediscono la fuga dei fotoni ed è la causa principale di opacità per quanto riguarda il background nelle microonde. Se il numero di fotoni con frequenza  $\nu$  è  $N_{ph}$ , il tasso a cui è diffusa l'energia da un singolo elettrone è dato da:  $-d(N_{ph}h\nu)/dt = \sigma_{TC}N_{ph}h\nu$ . I fotoni uscenti non hanno subito variazioni di energia, quindi, considerando  $N_e$  elettroni per unità di volume, la densità numerica dei fotoni decresce esponenzialmente con la distanza.

$$N_{ph} = N_{ph0} \exp\left(-\int \sigma_T N_e dx\right) = N_{ph0} e^{-\tau_T} \quad (1.5)$$

Dove è stata definita la profondità ottica del mezzo dovuto allo scattering Thomson:

$$\tau_T = \int \sigma_T N_e dx$$

Nel processo appena descritto i fotoni sono diffusi in tutte le direzioni; un'altra importante quantità che ne consegue è il libero cammino medio dei fotoni attraverso un gas di elettroni, che è inversamente proporzionale alla sezione d'urto Thomson e al numero di elettroni liberi presenti.

## 1.2 Scattering Compton

Lo scattering Compton si ha quando il fotone incidente ha un'energia paragonabile a quella a riposo dell'elettrone ( $h\nu \sim m_e c^2$ ), che implica che i fotoni siano  $\gamma$  o X. In questo caso il fotone trasferisce parte del suo impulso all'elettrone, accelerandolo, ed a fine processo avrà una lunghezza d'onda maggiore, come si vede in figura 1.2. I quadri-momento iniziale e finale del fotone e dell'elettrone sono :

$$\begin{aligned} \text{elettrone} \quad \vec{P}_e &= [\gamma m_e c, 0] & \vec{P}'_e &= [\gamma' m_e c, \gamma' m_e \vec{v}'] \\ \text{fotone} \quad \vec{P}_\gamma &= \left[ \frac{h\nu}{c}, \frac{h\nu}{c} \hat{i}_k \right] & \vec{P}'_\gamma &= \left[ \frac{h\nu'}{c}, \frac{h\nu'}{c} \hat{i}_{k'} \right] \end{aligned}$$

Dalla conservazione del momento e dell'energia  $\vec{P}_e + \vec{P}_\gamma = \vec{P}'_e + \vec{P}'_\gamma$ , che riarrangiata ed elevata al quadrato diventa:  $|\vec{P}'_e|^2 = |\vec{P}_e + \vec{P}_\gamma - \vec{P}'_\gamma|^2$ , si ottiene l'energia del fotone dopo l'urto ( $\varepsilon' = h\nu'/c$ ):

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{\varepsilon}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1.6)$$

dove  $\theta$  indica l'angolo di scattering. Scritta in termini di lunghezza d'onda diventa:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta) \quad (1.7)$$

in cui  $\lambda_c \equiv \frac{h}{m_e c} = 0.02426 \text{ \AA}$  è chiamata *lunghezza d'onda Compton* per gli elettroni. Se l'angolo  $\theta$  è 0 o se  $\lambda \gg \lambda_c$ , si ricade nello scattering elastico: il fotone non perde energia. In tutti gli altri casi il fotone perde energia, si parla dunque di redshift. Questa trattazione è valida fino a quando la collisione non è relativistica, ovvero finché il centro di massa del sistema si muove con velocità  $\beta = v/c = h\nu/(m_e c^2 + h\nu) \ll 1$ . Quando  $h\nu \sim m_e c^2$ , gli effetti quantistici non sono più trascurabili, essi appaiono principalmente nella cinematica del processo (dal momento che i fotoni possiedono un momento  $h\nu/c$  oltre ad un'energia  $h\nu$ ) e nell'alterazione della sezione d'urto.

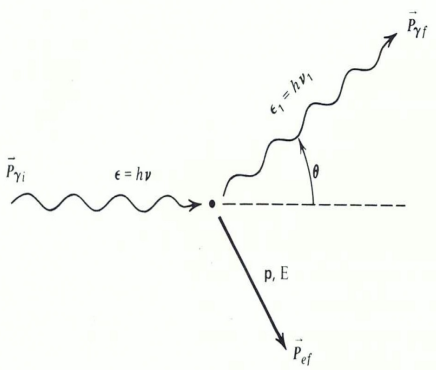


Figura 1.2:

Figura 1.2: scattering Compton in cui l'elettrone è assunto inizialmente fermo. Figura 1.3: sezione d'urto di Klein-Nishina.

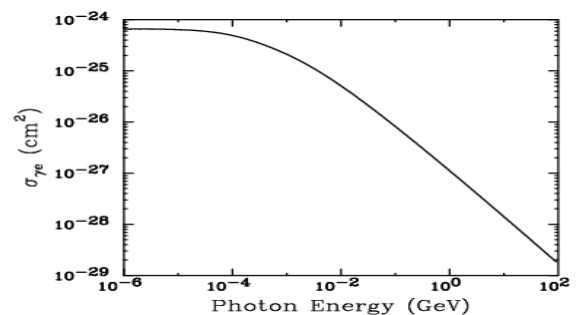


Figura 1.3:

## Sezione d'urto di Klein-Nishina

La sezione d'urto che considera gli effetti relativistici, per radiazione non polarizzata, è data dalla formula di Klein-Nishina:

$$\sigma_{K-N} = \sigma_T \frac{3}{4} \left\{ \frac{1+x}{x^3} \left[ \frac{2x(1+x)}{1+2x} - \ln(1+2x) \right] + \frac{1}{2x} \ln(1+2x) - \frac{1+3x}{(1+2x)^2} \right\} \quad (1.8)$$

dove  $x = h\nu/m_e c^2$ . Si può notare che per  $x \ll 1$ , ovvero per basse energie del fotone incidente, la sezione d'urto  $\sigma_{K-N}$  si riduce alla sezione d'urto classica di Thomson  $\sigma_T$ . Nel limite ultra relativistico ( $\gamma \gg 1$ ) si ha  $\sigma_{K-N} = \frac{3}{8} \sigma_T \frac{1}{x} \left( \ln 2x + \frac{1}{2} \right)$ , che dunque dipende dall'inverso dell'energia del fotone incidente e implica che la sezione d'urto possa diventare notevolmente inferiore a quella classica. Ciò fa sì che l'effetto Compton sia meno efficiente a energie elevate. Si può notare che lo scattering dovuto ai nuclei può essere trascurato dal momento che causano uno scattering molto inferiore agli elettroni, proporzionale a  $(m_e/m_N)^2$ .

## 1.3 Scattering Compton inverso

Lo scattering Compton inverso (IC) si verifica quando elettroni relativistici collidono con fotoni meno energetici, cedendo parte della loro energia. Per studiare questo processo è utile usare due sistemi riferimento: il sistema  $S$  del laboratorio e il sistema di riferimento  $S'$  dell'elettrone a riposo, come mostrato in figura 1.4.

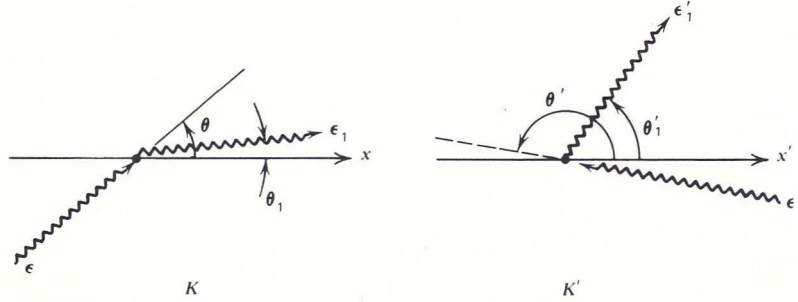


Figura 1.4: Geometria dello scattering nel sistema di riferimento del laboratorio ( $K$ ) e nel sistema di riferimento dell'elettrone ( $K'$ )

Se l'energia del fotone incidente nel sistema  $S$  è  $\epsilon = h\nu$  e l'angolo con cui il fotone incide sull'elettrone è  $\theta$ , per la formula dello spostamento Doppler relativistico valgono:

$$\epsilon' = \gamma\epsilon(1 - \beta \cos \theta) \quad \epsilon_1 = \epsilon'_1 \gamma(1 + \beta \cos \theta'_1) \quad (1.9)$$

dove  $\theta'$  è l'angolo di scattering nel sistema  $S'$ . Assumendo che in  $S'$  si abbia:  $\epsilon' \ll m_e c^2$ , è possibile trattare lo scattering come diffusione Thomson. Dall'equazione 1.6 si ottiene che:

$$\epsilon'_1 \approx \epsilon' \left[ 1 - \frac{\epsilon'}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta) \right] \quad (1.10)$$

Dove si è posto  $\cos \Theta = \cos \theta'_1 \cos \theta' + \sin \theta'_1 \sin \theta' \cos(\phi' - \phi'_1)$  indicando con  $\phi'$  e  $\phi'_1$  gli angoli azimutali del fotone scatterato e incidente nel sistema di riferimento a riposo. Dalle equazioni 1.9 e 1.10, si può vedere che il guadagno energetico del fotone nel sistema  $S$  è  $\sim \gamma^2$  volte maggiore di quella dei fotoni incidenti. Si può inoltre notare che se la collisione è frontale, ovvero  $\theta = \pi$  ( $\theta'_1 = 0$ ), si ha il massimo guadagno energetico:  $\varepsilon'_{max} = 4\gamma^2\varepsilon$ , mentre il minimo guadagno che il fotone può avere è:  $\varepsilon'_{min} = \varepsilon/(4\gamma^2)$  che avviene quando  $\theta = 0$  (ovvero  $\theta'_1 = \pi$ ). Questo processo converte dunque un fotone a bassa energia in uno ad alta energia. Se l'energia del fotone incidente è alta (N.B un fotone con energia di 100 keV ha ancora sezione d'urto Thomson) gli effetti quantistici non sono trascurabili, essi causano una riduzione dell'efficienza del processo, riducendo la sezione d'urto quindi la probabilità che esso avvenga.

E' stato analizzato, fino ad ora, l'aumento energetico di un fotone che interagisce per IC con un elettrone relativistico, è utile adesso studiare gli effetti che questo processo causa ad un insieme di fotoni, quindi al suo spettro. Utilizzando i risultati precedentemente ottenuti per il singolo evento di IC, si assume ora che la distribuzione dei fotoni incidenti e degli elettroni relativistici nel sistema  $S$  sia isotropa. Considerando un elettrone con velocità  $v = \beta c$  attraverso un mare di fotoni nel sistema  $S$ , il flusso di fotoni incidenti sull'elettrone è  $N_{ph}c$  (fotoni  $m^{-2}s^{-1}$ ), mentre la densità di energia di radiazione diventa  $u_{ph} = N_{ph}\varepsilon_{ph}$ . Nel sistema  $S'$  la densità di energia risulta aumentata di un fattore  $[\gamma(1 - \beta \cos \theta)]^2$  rispetto a quella misurata dall'osservatore in quiete. Un fattore  $\gamma(1 - \beta \cos \theta)$  deriva dall'effetto Doppler, che aumenta l'energia dei singoli fotoni, l'altro fattore deriva dalla contrazione relativistica delle lunghezze, per cui il volume si contrae nella direzione del moto e quindi in  $S'$  aumenta il numero dei fotoni per unità di volume. Poichè si è supposta una distribuzione isotropa delle particelle interagenti, è possibile ottenere la densità di energia di radiazione nel sistema  $S'$  facendo la media su tutti gli angoli. Si ottiene quindi:  $u'_{ph} = u_{ph}\gamma^2\left(1 + \frac{1}{3}\beta^2\right)$ . Calcolando poi l'ampiezza  $E'$  del campo elettrico, cui l'elettrone è soggetto in  $S'$ , è possibile ottenere la luminosità del Compton inverso, che è un invariante relativistico:  $L_{IC} = L'_{IC} = 2c\sigma_T \frac{\langle E'^2 \rangle}{8\pi}$ . L'energia persa dall'elettrone per unità di tempo si ricava sottraendo alla luminosità (potenza irradiata: equazione 1.4) l'energia che i fotoni possedevano prima dell'interazione. Si ottiene:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_{IC} = \frac{4}{3}\sigma_T c \beta^2 \gamma^2 u_{ph} \quad (1.11)$$

che rappresenta il tasso di perdita di energia dell'elettrone a causa dell'inverse Compton. Moltiplicando la 1.11 per  $N_e$ , si ha la perdita energetica totale della popolazione di elettroni relativistici nell'unità di volume. Sotto le condizioni di distribuzione isotropa e  $\varepsilon \ll m_e c^2$  è possibile sostituire il valore di  $\sigma_T$  ottenendo:  $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)[W] = -2.66 \times 10^{-20} \beta^2 \gamma^2 u_{ph} [J/m^3]$ .

Si può notare una notevole somiglianza fra la formula 1.11 e quella che descrive la perdita di energia degli elettroni ultrarelativistici dovuta a radiazione di sincrotrone (a causa quindi della presenza di un campo magnetico). Essa infatti risulta:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_{sync} = \frac{4}{3}\sigma_T c \beta^2 \gamma^2 u_{ph} = \frac{4}{3}\sigma_T \gamma^2 c \frac{H^2}{8\pi} \quad (1.12)$$

Dal rapporto tra le equazioni 1.12 e 1.11 si trova che le perdite energetiche per Compton inverso sono più importanti di quelle per sincrotrone quando  $u_{ph} > H^2/8\pi$ , quindi per oggetti molto compatti e luminosi. Note le due luminosità e  $u_{ph}$  è possibile quindi



ottenere una misura del campo magnetico presente nella sorgente. Si può inoltre notare che tasso di perdita di energia dipende dalla presenza del campo elettrico, indipendentemente dalla sua origine, infatti per il sincrotrone il campo elettrico è prodotto dal moto dell'elettrone nel campo magnetico ( $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ), mentre per l'inverso Compton dovuto alle onde elettromagnetiche incidenti. Poichè le formule analitiche che descrivono le perdite radiative dei due processi sono simili, gli spettri di radiazione avranno le stesse caratteristiche. Lo spettro di radiazione del Compton inverso sarà dunque descritto da una distribuzione a legge di potenza delle energie degli elettroni. L'indice spettrale della radiazione diffusa è  $\alpha = (\delta - 1)/2$ , dove  $\delta$  è l'indice spettrale dello spettro dell'elettrone. In termini della densità di flusso del fotone, l'indice spettrale sarà una funzione della frequenza e risulterà più ripido:  $\alpha_{ph} = (\delta + 1)/2$ .

Lo spettro della radiazione diffusa può essere trovato, in maniera esatta, eseguendo due trasformazioni di Lorentz successive. Questo calcolo non è banale, il risultato è stato ricavato da Blumenthal e Gould (1970). Essi hanno considerato un campo di radiazione isotropo nel sistema del laboratorio, inoltre il fascio è stato assunto monocromatico con frequenza  $\nu_0$ , l'emissività spettrale  $I(\nu)$  è risultata:

$$I(\nu)d\nu = \frac{3\sigma_{TC} N_{ph0}}{16\gamma^4} \frac{N_{ph0}}{\nu_0^2} \nu \left[ 2\nu \ln \left( \frac{\nu}{4\gamma^2\nu_0} \right) + \nu + 4\gamma^2\nu_0 - \frac{\nu^2}{2\gamma^2\nu_0} \right] d\nu \quad (1.13)$$

dove  $N_{ph0}$  è la densità numerica dei fotoni incidenti. A basse frequenze il termine tra le parentesi quadre è costante, quindi lo spettro diventa  $I(\nu) \propto \nu$  con un cut-off coincidente all'energia massima acquisibile. In generale si può concludere che la frequenza dei fotoni diffusa da elettroni ultra relativistici è  $\nu \sim \gamma^2\nu_0$ , il che ha importanti conseguenze per l'astrofisica delle alte energie; ad esempio, se un elettrone con  $\gamma = 1000$  diffonde un fotone radio ( $\nu_0 = 10^9$  Hz), produrrà una radiazione UV ( $\nu = 10^{15}$  Hz) .

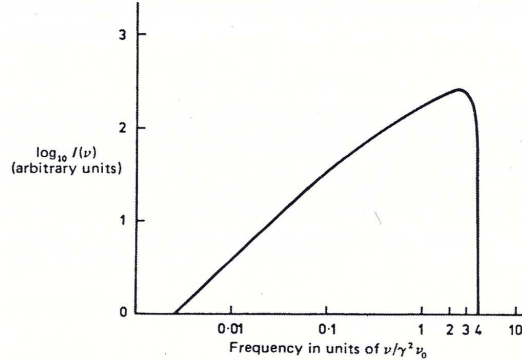


Figura 1.5: Spettro di emissione dello scattering Compton inverso,  $\nu_0$  rappresenta la frequenza della radiazione non diffusa

Un semplice calcolo permette inoltre di stimare la vita media degli elettroni che perdono energia a causa di radiazione di sincrotrone e IC. Sommando le equazioni 1.12 e 1.11, che rappresentano le rispettive luminosità ed integrando si ottiene:

$$t^* = \frac{645}{H^2 + 8\pi u_{ph}} \frac{1}{\varepsilon} \quad (1.14)$$

Uno dei casi più significativi è dato dall'interazione con la radiazione cosmica di fondo a  $\sim 3$  K: la densità di energia dei fotoni  $u_{ph} \sim 0.25 eV cm^{-3}$  è confrontabile con la

densità di energia di un campo magnetico di  $B \sim 3 \times 10^{-6}$  Gauss, valore tipico per le radiogalassie. A causa della CMBR (cosmic microwave background radiation) gli elettroni relativistici avranno sempre vita media finita, che per  $B = 0$  vale:

$t^* = 10^9/(\varepsilon/[Gev])$  anni, per questo motivo le radiosorgenti osservate sono sempre giovani rispetto all'età dell'universo.

## 1.4 Comptonizzazione

Fino ad ora sono stati trattati i due casi limite del processo dell'interazione fra fotoni e elettroni ma, in generale, i processi di Compton e Compton inverso sono presenti contemporaneamente. Se gli elettroni sono all'equilibrio termico e non relativistici (devono avere energie cinetiche inferiori alla loro energia a riposo  $m_e c^2$ ) e se l'evoluzione dello spettro dei fotoni è dominata dallo scattering Compton, si parla di Comptonizzazione. Considerando una nuvola di fotoni che incontra una regione dove sono presenti elettroni liberi, affinché lo spettro sia modificato per effetto Compton o IC, il plasma deve essere abbastanza rarefatto in modo che altri processi concorrenziali, come la Bremsstrahlung o il sincrotrone, possano essere trascurati. Assumendo che  $h\nu \ll m_e c^2$  e che la distribuzione sia isotropa, l'energia che i fotoni perdono per processo Compton collidendo con gli elettroni, mediata su tutti gli angoli, è dell'ordine di:

$$\left\langle \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right\rangle_{ph,C} \approx -\frac{h\nu}{m_e c^2} \quad (1.15)$$

La perdita energetica degli elettroni è dovuta al Compton inverso; poichè gli elettroni hanno una distribuzione termica delle velocità ( $(3/2)kT_e \approx (1/2)m_e \langle v^2 \rangle$  dove  $k = 1.38 \times 10^{-23} JK^{-1}$  è la costante di Boltzmann) essa risulta:

$$\left\langle \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right\rangle_{e,IC} \approx -\frac{4kT}{m_e c^2} \quad (1.16)$$

In media quindi, l'energia scambiata fra fotoni ed elettroni risulta:

$$\left\langle \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right\rangle_{ph} \approx -\frac{h\nu}{m_e c^2} + \frac{4kT}{m_e c^2} \quad (1.17)$$

Si possono distinguere tre casi: se  $h\nu = 4kT_e$  non c'è trasferimento netto di energia, se  $h\nu < 4kT_e$  i fotoni hanno un guadagno di energia, se infine  $h\nu > 4kT_e$  sono gli elettroni a diventare più energetici.

Considerando il secondo caso, ovvero il caso dell'effetto Sunyaev-Zeldovich trattato nel capitolo 2, il guadagno di energia dei fotoni in ogni collisione è  $4kT_e/m_e c^2$ .

Per calcolare la variazione energetica totale è necessario conoscere alcune caratteristiche del mezzo in modo da poter stimare la media degli urti che causano, appunto, una modifica dello spettro. Se si suppone che il mezzo attraverso cui passano i fotoni abbia diametro  $L$ , densità numerica degli elettroni liberi nel mezzo  $N_e$  e il fattore di Lorentz per gli elettroni  $\gamma$ , il libero cammino medio del fotone sarà  $\lambda = 1/N_e \sigma_T$ . Utilizzando la 1.5 si ottiene che  $\tau_e = N_e \sigma_T L$ . Se  $\tau_e \ll 1$  la media numerica di fotoni diffusi sarà  $N = \tau_e$ , mentre se  $\tau_e \gg 1$  i fotoni faranno un cammino random nel mezzo e il numero totale di scattering diventa:  $N \approx (L/\lambda)^2 \approx \tau_e^2$ ; quest'ultima è una condizione necessaria per avere un'alterazione significativa dell'energia.

L'aumento di energia totale dipende dalla distribuzione energetica degli elettroni, un caso tipico è dato da gas ionizzato in cui gli elettroni hanno una distribuzione termica caratterizzata da una temperatura  $T < m_e c^2/k \sim 6 \times 10^9 K$ . Il  $\Delta\varepsilon$  sarà dato dall'energia guadagnata nel singolo evento per il numero di eventi nell'unità di tempo ( $\langle \frac{\Delta h\nu}{h\nu} \rangle = \frac{4kT}{m_e c^2} N$ ); integrando per separazione delle variabili, si ottiene l'espressione del parametro Compton  $y$ :

$$y = \frac{kT_e}{m_e c^2} N \quad \text{dove } N = \max(\tau, \tau^2) \quad (1.18)$$

che indica l'efficienza di trasferimento di energia dal plasma termico ai fotoni. Esso infatti può essere scritto come:  $y = (\Delta\varepsilon/\varepsilon) \cdot N$ . Dall'equazione 1.17 e dalla definizione di  $y$  si può notare che, affinché lo spettro dei fotoni risulti modificato, si deve avere  $y > 1/4$  ( $\varepsilon_f > \varepsilon_i$ ). Se  $y \ll 1$ , che corrisponde ad un regime otticamente sottile, lo spettro sarà leggermente modificato, mentre se  $y \gg 1$  si avrà  $\tau_e > 1$  e lo spettro risulterà fortemente modificato.

Il processo terminerà quando si arriva alla condizione di equilibrio termico. Nel caso in cui la profondità ottica della nube è  $\tau_T \gg 1$  si ottiene che l'opacità dipende dalla frequenza iniziale del fotone, oltre che dalle quantità relative agli elettroni:

$$\tau_e = \left( \frac{m_e c^2}{4kT_e} \ln \frac{4kT_e}{h\nu_0} \right)^{0.5} \quad (1.19)$$

Se il parametro Compton del mezzo è  $\gg 1$  i fotoni, che hanno spin intero, all'equilibrio termico seguiranno la distribuzione di Bose-Einstein, ovvero:

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT} + \mu\right) - 1} d\nu \quad (1.20)$$

dove  $\mu$  è il potenziale chimico, esso è pari a 0 per lo spettro di Planck, in questo caso il numero e la densità di energia dei fotoni sono univocamente definite dal parametro  $T$ . Se la densità numerica dei fotoni e la densità di energia irradiata non combaciano il potenziale chimico assumerà un valore finito. La forma di questi spettri è illustrata in figura 1.6. Si può notare che ad alte energie  $h\nu \gg \mu kT$  le distribuzioni sono simili a quella di Wien, ma con un'intensità ridotta di un fattore  $e^{-\mu}$ . Ad energie  $h\nu \ll \mu kT$  si ha che  $I_\nu \propto \nu^3$ .

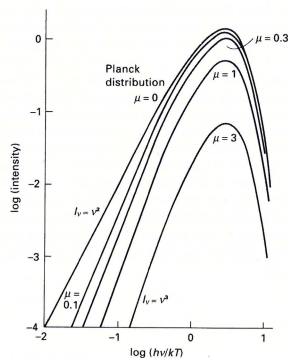


Figura 1.6: Intensità dello spettro della distribuzione di Bose-Einstein per differenti valori del potenziale chimico  $\mu$

# Capitolo 2

## Effetti astrofisici dovuti allo scattering

### 2.1 Synchrotron self-Compton (SSC) e catastrofe Compton

Viene chiamato Synchrotron Self Compton il processo in cui la radiazione di sincrotrone prodotta dagli elettroni relativistici viene diffusa per Compton Inverso dagli stessi. Perchè ciò avvenga deve dunque esserci un campo magnetico, inoltre si avrà scattering IC solo se la densità di energia irradiata dai fotoni per sincrotrone è sufficientemente intensa. Il rapporto  $\eta$  indica il tasso di perdita di energia di un elettrone ultra relativistico a causa del sincrotrone e dell'IC; utilizzando le formule 1.11 e 1.12, esso risulta:

$$\eta = \frac{(d\varepsilon/dt)_{IC}}{(d\varepsilon/dt)_{syn}} = \frac{L_{IC}}{L_{syn}} = \frac{u_{ph}}{B^2/2\mu_0} \quad (2.1)$$

Dove  $B^2/2\mu_0 = u_{mag}$  e  $\mu_0$  è la permeabilità magnetica del vuoto.

Si parla di *catastrofe Compton* si ha quando  $\eta > 1$ . In questo caso i fotoni a bassa energia prodotti dalla radiazione di sincrotrone vengono scatterati ad energie corrispondenti ai raggi X per SSC. Se la densità di energia dei raggi X è maggiore di quella dei fotoni radio, gli elettroni perderanno ancora maggiori quantità di energia diffondendo i fotoni da X a  $\gamma$ . Questo processo andrà avanti e la radiosorgente avrà grandi emissioni nelle bande X e  $\gamma$ .

La densità di energia della radiazione in una radiosorgente che emette per SSC è stimata, mentre il flusso di densità di una tale sorgente è:  $S_\nu = 2kT_b\Omega/\lambda^2$ , dove  $\Omega$  è l'angolo solido sotteso dalla sorgente. Per una sorgente con autoassorbimento la temperatura degli elettroni corrisponde a quella di brillantezza ( $T_e = T_b$ ), dunque si ottiene che:

$$\eta = \frac{u_{ph}}{B^2/2\mu_0} = \frac{\frac{2kT_b\nu}{\lambda^2 c}}{\frac{B^2}{2\mu_0}} = \left( \frac{81e^2\mu_0 k^5}{\pi^2 m_e^6 c^{11}} \right) \nu T_b^5 \quad (2.2)$$

Dove:  $\gamma m_e c^2 = 3kT_b$ ,  $eB/2\pi m_e \sim \nu/\gamma^2$  e  $u_{ph} \sim L_\nu\nu/4\pi r^2 c$ . Come si può notare, il tasso di perdita di energia dipende fortemente dalla temperatura di brillantezza della radiosorgente. Sostituendo i valori delle costanti si ottiene che la  $T_b$  critica, per cui  $\eta = 1$ , è:

$$T_b = T_e = 10^{12} \nu_9^{-1/5} \quad [K] \quad (2.3)$$

dove  $\nu_9$  è la frequenza a cui la temperatura è misurata in GHz. Nessuna radiosorgente può avere una temperatura di brillantezza maggiore di  $T_b \sim 10^{12}$  K senza subire

una perdita catastrofica di energia per IC, se si ha emissione incoerente di sincrotrone. Le sorgenti più compatte studiate dal VLBI alla lunghezza d'onda di un centimetro hanno solitamente temperature di brillantezza di circa  $10^{11}$  K.

La catastrofe Compton è stata rilevante nello studio dei flussi radio variabili in tempi scala di ore o giorni provenienti dai nuclei di galassie attive (AGN). Questa rapida variazione temporale implica infatti ridotte dimensioni della radiogalassia, la temperatura di antenna stimata risulta di  $10^{13-14}$  K, ben oltre il limite della catastrofe Compton. Questa discrepanza è stata risolta notando che l'intensità specifica misurata è traslata ad intensità maggiori per effetto Doppler. Lo studio del processo SSC fornisce importanti informazioni sia a livello galattico, sia a livello extragalattico.

Un notevole esempio di SSC è dato dalla radiogalassia più potente nel cielo dell'emisfero boreale: Cygnus A. E' stato notato infatti (Harris et al.1994) che le zone con emissioni di fotoni X sono compatte e coincidenti con gli hotspots radio. Dallo spettro di emissione osservato è stato concluso che l'emissione X non è dovuta a uno spettro di sincrotrone ad altissime energie, ma piuttosto a radiazione di SSC dovuta a elettroni relativistici. La combinazione di emissività SSC e sincrotrone ha permesso di ricavare la densità di energia totale delle particelle relativistiche e la densità di energia nel campo magnetico indipendentemente dall'ipotesi di energia minima. Si è calcolato un campo magnetico di  $\sim 200\mu G$  per le regioni degli hotspot, vicino al valore minimo di energia. La concordanza tra i campi di SSC e di energia minima supporta l'interpretazione di emissione di SSC per gli hotspots di raggi X e suggerisce che le condizioni nei punti caldi siano vicine all'equipartizione. Infine, la rilevazione delle emissioni SSC dagli hotspot in Cygnus A fornisce prove indipendenti per una popolazione di elettroni relativistici, confermando così l'ipotesi originale che l'emissione radio è radiazione di sincrotrone (V. Sklovskij 1963), conclusione precedentemente basata esclusivamente sulle alte polarizzazioni e sullo spettro non-termico a legge di potenza osservato in radio. Il SSC è la causa dei raggi  $\gamma$  ultra-energetici osservati negli AGN più attivi.

## 2.2 Effetto Sunyaev- Zeldovich termico

L'effetto S-Z è un esempio di comptonizzazione che causa uno shift dello spettro di corpo nero della radiazione cosmica di fondo ad energie lievemente maggiori. Può essere termico, dovuto al moto termico (maxwelliano) di una popolazione di elettroni caldi; cinetico, causato dalla componente radiale del moto peculiare dell'ammasso di galassie rispetto alla radiazione primordiale; di polarizzazione (ancora non rilevato). Qui verrà analizzato l'effetto SZ termico; un valido esempio è dato dal gas caldo delle nubi intergalattiche (IC), il quale contiene elettroni che diffondono i fotoni a bassissima energia (2.73 K) della radiazione cosmica di fondo (CMBR) producendone un'alterazione dello spettro di corpo nero (anisotropie secondarie). In una nube tipica, gli elettroni hanno energie cinetiche di  $kT_e \sim 5$  keV ( $T_e \sim 10^7 - 10^8$  K) dal momento che emettono fotoni X per bremsstrahlung, sono quindi molto più energetici dei fotoni della CMB ( $\sim 10^{-3}$  eV).

Questo fenomeno fu calcolato per la prima volta da Sunyaev e Zeldovich nel 1972 nel limite non relativistico, basato sulla soluzione dell'equazione di Kompaneets:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left( n + n^2 + \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right] \quad (2.4)$$

Dove  $x_e = h\nu/kT_e$  e  $y$  è il parametro Compton. Questa equazione viene scritta in funzione del numero di occupazione  $n(\nu)$  dei fotoni nello spazio delle fasi e descrive come lo spettro della radiazione evolva verso la distribuzione di Bose-Einstein (per processi di diffusione). Nel limite di  $x_e$  piccoli, che è appropriato per lo studio dell'effetto S-Z della CMBR, il termine  $\partial n/\partial y \gg n, n^2$  fa sì che la 2.4 si possa scrivere come:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left( x_e^4 \frac{\partial n}{\partial x_e} \right) \quad (2.5)$$

All'equilibrio termico  $n = (e^{x_e} - 1)^{-1}$  e la soluzione dell'equazione differenziale è proprio la distribuzione di Bose-Einstein. Imponendo dunque l'equilibrio termico (caso in cui lo spettro iniziale sia di corpo nero) e  $y \equiv \Delta\nu/\nu \ll 1$  (dove  $\Delta\nu/\nu$  è lo spostamento frazionario verso destra) si può studiare la variazione dello spettro nella regione di Rayleigh-Jeans ( $h\nu \ll kT_r$ ). L'intensità specifica di corpo nero ( $W m^{-2} Hz^{-1} sr^{-1}$ ) in questa regione è approssimata ad una legge di potenza con una pendenza logaritmica di 2:  $I = CT_r\nu^2$ , dove  $C$  è una costante e  $T_r$  è la temperatura della CMB. Il numero di fotoni in una data porzione di spettro si deve conservare, dal momento che la distribuzione della CMB è isotropa, i fotoni cambieranno unicamente la loro energia. Comparando ad una frequenza fissata lo spettro nella direzione di una nube con uno alla stessa frequenza in una direzione dove non sono presenti elettroni liberi relativistici, si nota che, nella regione di RJ, l'intensità dello spettro traslato è inferiore rispetto a quello non traslato. Si ottiene che il decremento frazionario dell'intensità  $I$  è:

$$\frac{\Delta I}{I} = -2y \quad (2.6)$$

Da cui si vede che grado di distorsione è determinato dal parametro Compton:  $y = \int (kT_e/m_e c^2) \sigma_T N_e dl$ , mentre il fattore 2 deriva dalla pendenza logaritmica  $\alpha = 2$  dello spettro inalterato. Nelle regioni in cui lo spettro segue la distribuzione di R-J si può esprimere il decremento di temperatura della radiazione  $\Delta T_r$  (*temperatura d'antenna*) in termini della temperatura degli elettroni nel plasma ( $T_e$ ):

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta T_r}{T_r} \approx -2 \frac{kT_e}{mc^2} \tau \quad (2.7)$$

in cui si è utilizzata la profondità ottica  $\tau = \sigma_T \int_0^L N_e dx$ . La temperatura di brillantezza finale risulta dunque diminuita di un fattore  $e^{-2y}$ . Una nube tipica ha una densità media degli elettroni di  $\sim 2500 m^{-3}$ , un raggio del core  $R_c \approx 10^{22} m$  e l'energia cinetica dei fotoni è  $kT_e \approx 5 keV$ . Una tipica profondità ottica è dunque  $\tau \approx 0.005$ , dove si è integrato su un diametro della nube lungo la linea di vista pari a 3 volte  $R_c$ . Il decremento della temperatura di antenna risulta  $\Delta I/I \sim 10^{-4}$ . Questa forma di distorsione è stata trovata in 15 Ammassi Abell.

Come si può notare nella figura 2.1, ad una particolare frequenza  $T'_r = T_r$ , il segno della distorsione cambia (il decremento di temperatura diventa un incremento); nel limite di  $y \ll 1$ , questa frequenza caratteristica è data dalla relazione:  $\nu_c = (3.83T_0/h)$ , che per  $T_0 = 2.73 K$  risulta  $\nu_c \simeq 220 GHz$ . Nella regione di Wien la variazione di temperatura è:

$$\left( \frac{\Delta T_r}{T_r} \right)_W = y(x \exp(2y) - 2) \quad (2.8)$$

In questo processo, l'energia totale nello spettro di radiazione aumenta dal momento che i fotoni guadagnano energia dagli elettroni relativistici. Questo aumento di energia

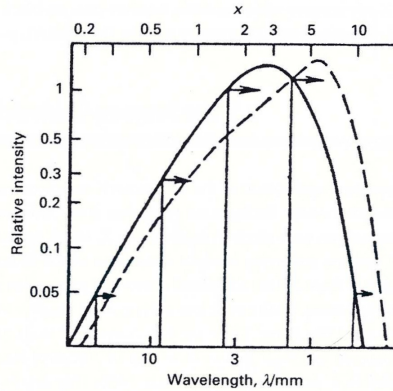


Figura 2.1: Linea continua: spettro CMB, non distorto. Linea tratteggiata spettro della CMB distorto dall'effetto SZ. La distorsione SZE indicata è per un nube fittizia 1000 volte più massiccia di un tipico ammasso di galassie massicce. Il SZE provoca una diminuzione dell'intensità CMB a frequenze di circa 218 GHz ( $\lambda = 1,4$  mm) ed un incremento a frequenze più elevate (regione di Wien).

nella radiazione di fondo per  $y$  piccoli risulta essere:  $\varepsilon = \varepsilon_0 \exp(4y)$ . Il risultato è che la radiazione di fondo risulterà più calda di quella prevista.

La combinazione dell'effetto SZ e della Bremsstrahlung termica osservate negli ammassi di galassie, permette di calcolare le dimensioni e la distanza di una nube intergalattica indipendentemente dalla conoscenza del redshift dell'ammasso. Se anche quest'ultimo è noto, è possibile avere misure indipendenti della velocità di recessione della galassia (o delle nubi intergalattiche) e della distanza  $r$  dall'osservatore, si può quindi stimare il valore della costante di Hubble. L'effetto SZ determina le quantità  $N_e, T_e, L$  dove  $L$  è la dimensione de volume del gas caldo; l'emissione di Bremsstrahlung permette invece di determinare le quantità:  $L^3, N_e^2 T^{1/2}$ . La temperatura  $T$  può essere stimata dalla forma dello spettro di bremmsstrahlung, quindi  $N_e$  può essere eliminata, consentendo una stima di  $L$ . Misurando la dimensione angolare  $\theta$  del volume emittente, può essere calcolata la distanza ( $D = L/\theta$ ). Una volta noto il redshift, si può calcolare la velocità di recessione  $v$  ( $z = v/c$ ) e dunque costante di Hubble  $H_0 = v/r$  [ $s^{-1}$ ].

Il valore di questo parametro cosmologico è fondamentale per la descrizione dell'evoluzione dell'universo e determina, in parte, se ci sarà una continua espansione o se collasserà. Generalmente le nubi non hanno una distribuzione di densità elettronica e di temperatura costante, queste quantità variano con la distanza dal centro della nube. Per ottenere un valore di  $H_0$  da una data nube, è necessario, in realtà, effettuare dettagliate misure sia in onde radio sia in raggi X in funzione della posizione angolare e della temperatura. Un valore di  $H_0$  è stato ottenuto dal Chandra Observatory studiando 38 nubi per redshift  $z \approx 0.9$ ; esso è risultato  $H_0 = 23.6 \pm 3.5 \text{ km s}^{-1} \text{ MLY}^{-1}$ , il che è consistente con il valore ottenuto dal Hubble Key Project ( $H_0 = 22.1 \pm 2.5 \text{ km s}^{-1} \text{ MLY}^{-1}$ ). Gli studi dell'effetto Sunyaev-Zeldovich negli ammassi di galassie stanno diventando un aspetto importante della ricerca cosmologica.

## 2.3 Scattering dovuto alla polvere

La polvere interstellare è formata da sottili fiocchi molto appiattiti di grafite e/o silicati, spesso ricoperti di ghiaccio. Questi grani solidi hanno dimensioni che vanno da  $5 \times 10^{-4} \mu m$  fino a  $0,5 \mu m$  e costituiscono circa l'1% della massa del mezzo interstellare. La presenza di grani di polvere nel mezzo interstellare si deduce osservativamente dagli effetti che causano alla luce stellare che li attraversa:

- estinzione totale o selettiva (solo di qualche lunghezza d'onda) della luce stellare che passa attraverso regioni con polvere, dovuta a una combinazione di assorbimento e scattering
- Luce stellare riflessa dalla polvere (Nebulose di Riflessione) che si trova dietro le stelle luminose (solitamente di classe O o B)
- Polarizzazione della radiazione mediante scattering, o a causa del passaggio attraverso regioni con grani di polvere macroscopici, non sferici e allineati (presenza di un campo magnetico)

La profondità ottica dovuta alla polvere è il prodotto della densità di colonna dei grani e della sezione d'urto dell'assorbimento:  $\tau_\lambda = N_d \sigma_{gr} Q_{ext}$ , dove  $N_d$  è la densità di colonna dei grani lungo la linea di vista,  $\sigma_d$  è la sezione d'urto geometrica del grano di polvere e  $Q_{ext}$  è l'efficienza di estinzione adimensionale. Per ricavare la curva di estinzione interstellare  $A_\lambda = -2.5 \log(I/I_0) = 1.086 N_d Q_{ext} \sigma_d$  è necessario conoscere la distribuzione delle dimensioni dei grani lungo la linea di vista e le proprietà ottiche degli stessi. Le informazioni relative a quest'ultime sono contenute nel termine  $Q_{ext}$ , che è una funzione della lunghezza d'onda, della dimensione dei grani e dell'indice di rifrazione complesso  $\mu$ . La parte reale di  $\mu$  è l'indice di rifrazione  $n$  utilizzato nell'ottica classica, mentre la parte immaginaria rappresenta l'assorbimento.

In generale  $Q_{ext}$  può essere diviso in due termini: uno di scattering, che deflette la radiazione, e uno di assorbimento, che converte la radiazione in energia interna causando un riscaldamento. Si può dunque scrivere:

$$Q_{ext} = Q_{scat} + Q_{abs} \quad (2.9)$$

dove la parte di scattering viene comunemente espressa in termini dell'albedo del grano  $\omega$ :

$$\omega = \frac{Q_{scat}}{Q_{ext}} \quad (2.10)$$

Nel caso ideale in cui il grano provochi solo scattering, si avrebbe  $\omega = 1$ , mentre per un grano che causi?? puro assorbimento si avrebbe  $\omega = 0$ . Per particelle avvolte da strati di ghiaccio  $Q_{scat} \gg Q_{abs}$ , anche se  $Q_{abs} \neq 0$ . Ciò implica che, nonostante il forte potere diffusivo, i grani si riscaldano generando emissione termica. E' possibile studiare il fenomeno di scattering in base alla lunghezza d'onda della radiazione incidente rispetto al raggio  $a$  del grano, assunto sferico.

Nel limite di  $\lambda \gg a$ , si ha lo scattering classico di Rayleigh<sup>1</sup>. Nel caso semplificato

---

<sup>1</sup>scattering elastico (o diffusione) di un'onda luminosa provocato da particelle piccole rispetto alla lunghezza d'onda dell'onda stessa



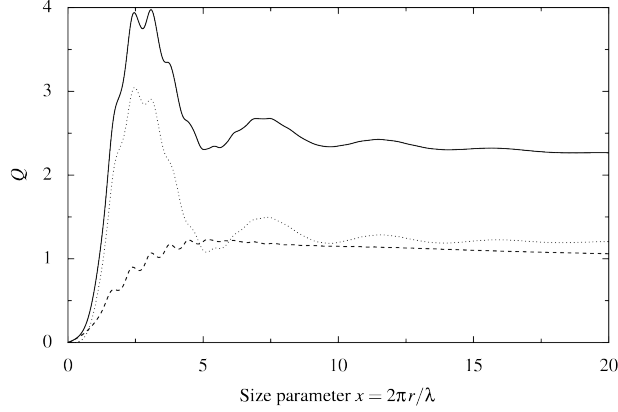


Figura 2.2: la linea continua rappresenta  $Q_{ext}$ , la linea punteggiata rappresenta  $Q_{scat}$  la linea tratteggiata rappresenta  $Q_{abs}$ .  $Q_{ext}$  aumenta in maniera monotona con  $x$  per  $0 < x < 4$ , in questo dominio l'estinzione è dominata dallo scattering dopo di che l'andamento di  $Q_{scat}$  e  $Q_{abs}$  sono simili

di sfere dielettriche che non assorbono è possibile scrivere  $Q_{scat}$  e  $Q_{abs}$  in funzione di  $x = (2\pi a)/\lambda$  e  $\mu$ :

$$Q_{scat} \approx \frac{8}{3}x^4 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \quad Q_{abs} \approx 4x \operatorname{Im} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)$$

La quantità  $(m^2 - 1)/(m^2 + 2)$  per  $Q_{scat} \gg Q_{abs}$  è solo debolmente dipendente da  $\lambda$ , in questo caso si ha:

$$Q_{scat} \propto \lambda^{-4} \quad e \quad Q_{abs} \propto \lambda^{-1} \quad (2.11)$$

Infatti  $Q_{ext} \propto \lambda^{-1}$  è approssimativamente ciò che si osserva alla base della curva di estinzione nelle bande che vanno dall'UV al NIR dello spettro.

Nel limite  $a \gg \lambda$  lo scattering che descrive il processo è quello di Mie <sup>2</sup>. Ponendosi nuovamente nel caso di scattering puro si ricava che  $Q_{ext}$  ha un andamento oscillatorio dipendente da  $x$ . Il massimo di  $Q_{ext}$  si ha approssimativamente quando l'onda elettromagnetica rifratta due volte, passando attraverso il grano, interferisce costruttivamente con la luce diffratta attorno alla particella. Una curva classica di scattering di Mie, per una determinata dimensione del grano, mostra un forte aumento a grandi lunghezze d'onda (piccole  $x$ ), per poi appiattirsi a lunghezze d'onda più piccole. La curva di estinzione interstellare osservata è, però, larga, ciò fa supporre che ci sia una distribuzione di dimensioni delle particelle, inoltre il relativo appiattimento a piccole lunghezze d'onda suggerisce che vi siano più grani piccoli rispetto a quelli grandi nell'ISM.

Lo scattering causa inoltre la polarizzazione della luce; ciò si verifica ad esempio nelle nebulose a riflessione. Il singolo scattering della radiazione proveniente dalla stella ed incide sulla nube induce una polarizzazione perpendicolare alla proiezione della linea di vista tra la sorgente e la nube di scattering. La polarizzazione dipende dall'albedo, quindi dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente.

<sup>2</sup>Lo scattering Mie è una soluzione completa e matematicamente rigorosa del problema dello scattering di un'onda elettromagnetica su di una sfera o su di un cilindro. Esso è valido per centri diffusori di ogni dimensione e, nel limite in cui questi siano molto più piccoli della lunghezza d'onda incidente, si riottiene lo Scattering di Rayleigh

# Bibliografia

- [1] Malcom S.Longair  
*High Energy Astrophysics*
- [2] Hale Bradt  
*Astrophysics Processes (The Physics of Astronomical Phenomena)*
- [3] George B.Rybicki, Alan P.Lightman  
*Radiative Processes in Astrophysics*
- [4] D.Dallacasa e C.Gruppioni  
*Dispense di processi di radiazione e MHD*  
Articoli:
- [5] C.L. Carilli and P.D. Barthel  
*CYGNUS A*
- [6] O.Tsang - J. G. Kirkpatrik  
*The inverse Compton catastrophe and high brightness temperature radio sources*
- [7] Y. Rephaeli, S. Sadeh and M. Shimon  
*The Sunyaev-Zeldovich Effect*
- [8] P.Platania, Tesi di Dottorato di Ricerca in Fisica, Astrofisica e Fisica Applicata  
*Distorsione Compton della radiazione cosmica di fondo da plasma protogalattico e intergalattico*