

**ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA**

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

**CORSO DI LAUREA  
IN INGEGNERIA MECCANICA  
CLASSE L-9 INGEGNERIA INDUSTRIALE  
Sede di Forlì**

**Tesi di laurea in**  
**AFFIDABILITA' E SICUREZZA DELLE COSTRUZIONI MECCANICHE**

**VALUTAZIONE SPERIMENTALE DELLA**  
**RESISTENZA A FATICA DI ELEMENTI ALBERO-MOZZO**  
**ACCOPPIATI PER INTERFERENZA**

**Candidato**  
Andrea Gasperoni

**Relatore**  
Prof. Ing. Giorgio Olmi

**Correlatori**  
Dott. Ing. Dario Croccolo  
Dott. Ing. Massimiliano De Agostinis

Anno accademico 2012/2013

Sessione I



# Indice

<b>Introduzione</b>		pag. 6
<b>Capitolo 1</b>	<b>Fondamenti sulla fatica</b>	pag. 7
1.1	Il fenomeno della fatica	pag. 7
1.2	Sollecitazioni affaticanti	pag. 8
1.3	Modalità della rottura	pag. 9
1.4	Determinazione del limite di fatica tramite curve di Wöhler	pag. 11
1.5	Fattori che influenzano la vita a fatica	pag. 12
1.6	Effetto intaglio	pag. 16
<b>Capitolo 2</b>	<b>Motivazioni e obiettivi</b>	pag. 19
<b>Capitolo 3</b>	<b>Basi teoriche del montaggio per interferenza</b>	pag. 25
3.1	Introduzione	pag. 25
3.2	Teoria dei gusci	pag. 26
3.2.1	Introduzione	pag. 26
3.2.2	Formule di Lamè	pag. 26
3.2.3	Studio del caso di un tubo a forte spessore con $\omega=0$ e una pressione interna $p$	pag. 30
3.2.4	Studio del caso di un tubo a forte spessore con $\omega=0$ e con una pressione esterna $p$	pag. 32
3.2.5	Studio del caso di un tubo a forte spessore con $Q \rightarrow 0$ , $\omega=0$ e con una pressione esterna $p$	pag. 34
3.2.6	Studio del caso di un tubo a forte spessore con $\omega=0$ , una pressione esterna $p_e$ ed una interna $p_i$	pag. 35
3.2.7	Studio del caso dell'accoppiamento albero-mozzo	pag. 36
3.3	Modello Hertziano	pag. 39

<b>Capitolo 4</b>	<b>Materiali e metodi</b>	pag. 44
4.1	Introduzione	pag. 44
4.2	Progettazione dei provini	pag. 44
4.3	Materiale	pag. 47
4.4	Prove di caratterizzazione del materiale	pag. 47
4.4.1	Misura delle dimensioni dei provini	pag. 47
4.4.2	Prove di durezza	pag. 52
4.4.3	Misura della rugosità	pag. 55
4.4.4	Prova di trazione	pag. 58
4.5	Accoppiamento dei provini albero-mozzo	pag. 59
4.6	Prove di spiantaggio	pag. 61
4.7	Misura dell'eccentricità dei provini	pag. 62
4.8	Determinazione della curva di Wöhler	pag. 65
4.8.1	Determinazione del limite di fatica	pag. 65
4.8.2	Determinazione della curva $\sigma/N$ (o tratto a vita finita)	pag. 71
<b>Capitolo 5</b>	<b>Descrizione delle prove di fatica</b>	pag. 73
<b>Capitolo 6</b>	<b>Risultati ottenuti</b>	pag. 78
6.1	Risultati delle prove di fatica sui provini per la caratterizzazione del materiale	pag. 78
6.2	Risultati delle prove di fatica sui provini albero- mozzo	pag. 80
<b>Capitolo 7</b>	<b>Discussione</b>	pag. 84
7.1	Prove di fatica su provini classici per la caratterizzazione del materiale	pag. 84
7.1.1	Determinazione del limite di fatica	pag. 84

7.1.2	Determinazione della curva di Wöhler	pag. 85
7.2	Prove di fatica su provini albero-mozzo	pag. 87
7.2.1	Determinazione del limite di fatica	pag. 87
7.2.2	Determinazione della curva di Wöhler	pag. 89
7.3	Determinazione dei coefficienti $K_f$ e $K_t$	pag. 90
7.4	Risultati delle prove di spiantaggio dei provini	pag. 90
<b>Capitolo 8</b>	<b>Conclusioni</b>	pag. 91
8.1	Conclusioni	pag. 91
8.2	Sviluppi futuri	pag. 93
	<b>Bibliografia</b>	pag. 94
	<b>Ringraziamenti</b>	pag. 95

## Introduzione

La presente tesi è stata redatta con l'obiettivo primario di esporre l'attività di sperimentazione da me stesso svolta nell'ambito del tirocinio curriculare presso il Laboratorio Hangar della II Facoltà di Ingegneria di Forlì.

L'attività di laboratorio si è basata sullo svolgimento di prove sperimentali di resistenza a fatica su accoppiamenti albero-mozzo realizzati mediante calettamento forzato con riscaldamento in forno del mozzo, con l'obiettivo di determinare l'influenza di tale tipo di accoppiamento sulla vita a fatica del componente.

Gli accoppiamenti albero – mozzo, chiamati anche collegamenti forzati, sono collegamenti fissi o semi – permanenti utilizzati per unire due organi tra loro.

Questi accoppiamenti permettono di trasmettere elevate forze tangenziali anche con interferenze non elevate, realizzando un'unione sicura, quanto quella ottenibile con linguetta o chiavetta. Inoltre l'assenza di masse esterne non genera squilibri dinamici. Come oggetto della sperimentazione è stato scelto questo tipo di accoppiamento in quanto è molto presente nell'estesissimo campo della meccanica e perché pochi studi erano stati fino ad ora effettuati su tale accoppiamento. Il lavoro di sperimentazione in laboratorio è stato preceduto da uno studio mediante modellatore FEM da parte dell'Ing. Bastoni, con il quale ho collaborato per l'esecuzione delle prove di fatica sui provini. I risultati ottenuti dallo studio per mezzo di Ansys Workbench 12.0 sono stati il punto di partenza della sperimentazione, la quale è stata effettuata con l'obiettivo di verificare la validità dei risultati ottenuti mediante modellatore. Tali risultati sono presenti nel secondo capitolo di questo elaborato.

La tesi è composta da otto capitoli: nel primo capitolo sono presenti i fondamenti sulla fatica e sui fattori che influenzano la vita a fatica dei componenti meccanici; nel secondo vengono mostrati i risultati ottenuti dallo studio mediante modellatore FEM su tali tipi di accoppiamento; il terzo mostra le basi teoriche sulle tensioni che si generano in seguito all'accoppiamento albero-mozzo, e quindi la determinazione della pressione teorica di accoppiamento; il quarto capitolo presenta i materiali ed i metodi utilizzati per la realizzazione dei provini e per verificarne le dimensioni e le reali caratteristiche meccaniche, per l'esecuzione delle prove di fatica e la determinazione delle curve di fatica; il quinto capitolo mostra la procedura utilizzata per la realizzazione delle prove di fatica su entrambi i tipi di provini; il sesto capitolo presenta tutti i dati ottenuti dalle prove di fatica; il settimo capitolo presenta i limiti di fatica e le curve di Wöhler ricavati in seguito all'elaborazione dei dati ottenuti dalle prove mentre l'ultimo capitolo, l'ottavo, presenta le conclusioni ricavate dalla sperimentazione effettuata.

# Capitolo 1

## Fondamenti sulla fatica

### 1.1- Il fenomeno della fatica

Dati statistici indicano che l'86 ÷ 90% delle rotture dei pezzi meccanici sollecitati dinamicamente, sotto l'azione di un carico ciclico, avviene per fatica. Per tale motivo di fondamentale si è rivelato negli ultimi decenni lo studio di tale fenomeno, e ancora a maggior ragione è risultato interessante studiare come tale fenomeno agisce sugli accoppiamenti albero-mozzo. Un pezzo meccanico è sollecitato a fatica quando viene sottoposto a sforzi ripetuti per un gran numero di volte secondo una legge di tipo sinusoidale. Il termine "fatica" venne coniato nel 1837 l'ingegnere tedesco Wilhelm Albert, il quale era stato chiamato a svolgere una perizia sulla rottura dell'assale di una locomotiva. Dall'analisi dei calcoli Albert capì che il dimensionamento statico dell'assale era corretto e osservando la frattura vide che era in corrispondenza di una brusca variazione di sezione (Fig. 1.1).

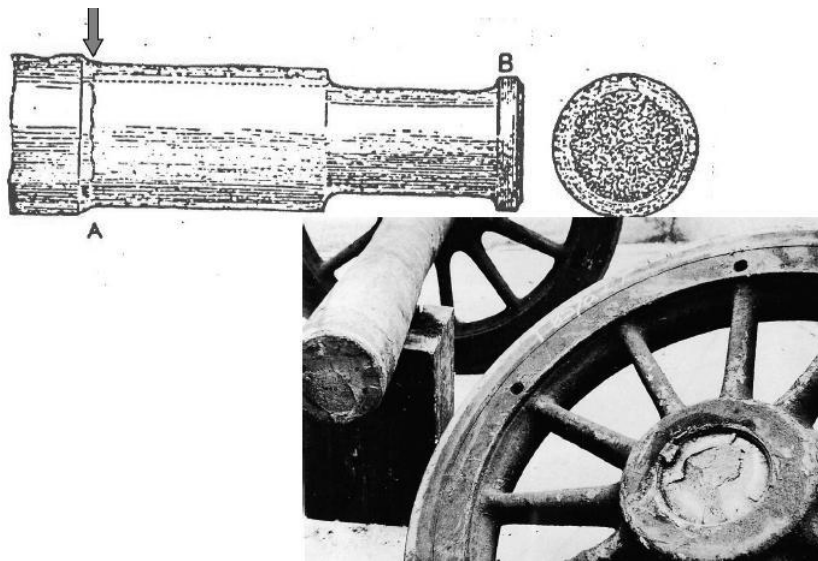


Fig. 1.1 – Incidente ferroviario di Versailles: assale della locomotiva rotto per fatica

Albert ipotizzò che il materiale si fosse rotto per l'eccessivo affaticamento a cui era stato sottoposta la struttura, da qui nacque il termine fatica. Gli studiosi moderni suggeriscono che l'uso della dicitura *frattura progressiva* sarebbe forse stato più accurato. Dopo la scoperta di Albert gli ingegneri iniziarono ad aumentare i coefficienti di sicurezza dei componenti meccanici sottoposti a carichi ciclici. Nonostante l'adozione di questa prima soluzione, le rotture a fatica si presentavano lo stesso, indice del fatto che non era stato compreso a fondo il fenomeno. Nel 1867 l'ingegnere

delle ferrovie tedesche August Wöhler presentò, all'esposizione universale di Parigi, i concetti di sollecitazione, limite di fatica e di curva sforzi-numero di cicli: concetti che ancora oggi sono ampiamente utilizzati nella progettazione dei componenti meccanici. Successivamente molti studiosi, che diventarono luminari della meccanica moderna ( tra i quali Tresca, Saint-Venant e Levy), si interessarono a tale fenomeno e svilupparono quella che oggi rimane la moderna teoria della plasticità.

## 1.2- Sollecitazioni affaticanti

Come precedentemente già accennato, le sollecitazioni che portano un componente meccanico ad una rottura per fatica sono variabili ciclicamente tra un valore massimo ed uno minimo, secondo una legge di tipo sinusoidale. Tali tipi di sollecitazioni ripetute portano il componente a rottura anche per valori di carico che si trovano significativamente al di sotto del carico di rottura ( $\sigma_u$ ) del materiale. A differenza delle sollecitazioni statiche in cui per definire il pericolo di rottura del materiale è sufficiente il valore di carico massimo a cui il materiale è sottoposto, per le sollecitazioni di tipo dinamiche oscillanti tra un valore massimo  $\sigma_{max}$  e uno minimo  $\sigma_{min}$  ( $\sigma$  in caso di tensioni assiali,  $\tau$  in caso di tensioni tangenziali ) lo stato di sollecitazione del materiale dipende da entrambe le tensioni.

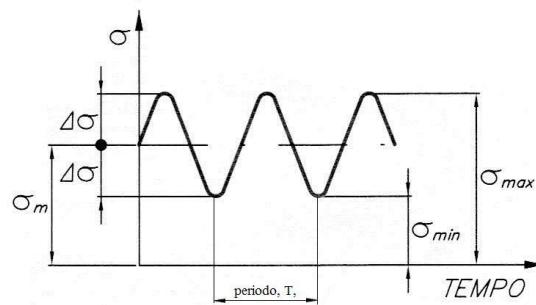


Fig. 1.2 – Sollecitazione ciclica generica

Oltre alle tensioni massima e minima, i parametri fondamentali per la descrizione del ciclo seguito dalla sollecitazione sono:

1. Tensione media  $\sigma_m = \frac{(\sigma_{max} + \sigma_{min})}{2}$  ;
2. Ampiezza di oscillazione della tensione, o tensione alterna  $\sigma_a = \frac{(\sigma_{max} - \sigma_{min})}{2}$  ;
3.  $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$  che può assumere valori tra -1 ed 1 .



### 1.3- Modalità della rottura

La fatica è un fenomeno di danneggiamento progressivo del materiale, che ha inizio dalla nucleazione di un microscopico difetto presente nel materiale, dal quale si innesca e si propaga la cricca fino al raggiungimento di una dimensione tale da compromettere la resistenza meccanica del materiale, che quindi cede di schianto anche se la tensione applicata al componente meccanico risulta, dal punto di vista statico, largamente inferiore al limite di rottura del materiale stesso. Dal punto di vista microscopico i materiali da costruzione, e specialmente i metalli, non sono mai perfettamente omogenei e isotropi. In particolare, i metalli sono aggregati di grani cristallini di diversa composizione. Oltre alla disomogeneità tra i cristallini, le cricche vengono innescate da difetti dei grani cristallini che sono quasi sempre presenti all'interno dei materiali da costruzione. I principali difetti che possono presentarsi all'interno della microstruttura del materiale sono:

4. Difetti puntuali : vacanze ( o lacune), atomi in interstizi;
5. Difetti di linea : dislocazioni;
6. Difetti di superficie : bordi di grano;
7. Difetti di volume : vuoti, micro fessure e inclusioni.

Tali difetti fanno sì che all'interno della struttura cristallina del materiale soggetto ad un carico ciclico affaticante la tensione possa non risultare equamente distribuita e che quindi, nonostante la tensione nominale applicata risulti inferiore al limite di snervamento, localmente la tensione possa risultare superiore al limite di snervamento. La rottura per fatica avviene in seguito all'accumulo di danni localizzati dovuti a deformazioni cicliche in campo plastico, solitamente dopo diverse migliaia di cicli. Le zone più critiche sono solitamente quelle soggette alla tensione più elevata, come possono essere zone di concentrazione delle tensioni (brusche variazioni di sezioni o intagli con ridotti raggi di raccordo) e la superficie esterna. Il processo che porta alla rottura per fatica è solitamente composto da tre fasi:

- 1. Innesco della cricca:** la rottura per fatica parte solitamente dalla superficie ( o da uno strato immediatamente sottostante) del componente meccanico, in quanto tale zona è solitamente quella più soggetta alla concentrazione delle tensioni. Gli inneschi possono essere di tipo macroscopici (intagli, filetti, elevata rugosità, ecc..) e microscopici (bande di scorrimento dovute al moto delle dislocazioni che generano inclusioni e porosità).
- 2. Propagazione della cricca:** in seguito ad una prima propagazione lungo i piani di massimo sforzo di taglio a 45° (fino al raggiungimento di dimensioni di pochi micron), la propagazione avviene in direzione ortogonale alla massima sollecitazione di trazione, ed avviene per stadi successivi producendo striature di fatica. Tali striature risultano registrazioni permanenti delle posizioni occupate successivamente dall'apice della cricca durante la propagazione della stessa all'interno del materiale. Ogni striatura è prodotta da un singolo ciclo di carico. A differenza delle striature di fatica, ben visibili ad occhio nudo sulla superficie di frattura sono le linee di spiaggia, le quali convergono verso il punto di innesco della cricca. Le linee di spiaggia sono presenti solitamente in componenti che

hanno subito variazioni di carico o che sono stati soggetti a tensioni con ampiezza di oscillazione variabile.

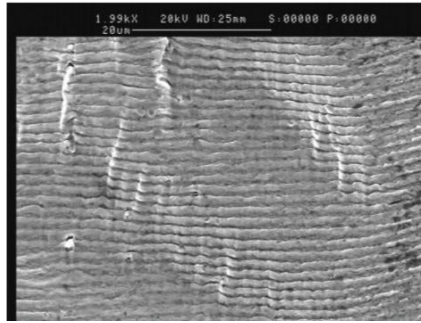


Fig. 1.3 – Striature a fatica

- Rottura finale:** rottura improvvisa del componente meccanico soggetto a fatica, e quindi molto pericolosa. La superficie in cui la rottura avviene di schianto si presenta frastagliata con angoli di scorrimento del materiale a 45°, ed è ben riconoscibile ad occhio nudo rispetto alla zona caratterizzata da linee di spiaggia.

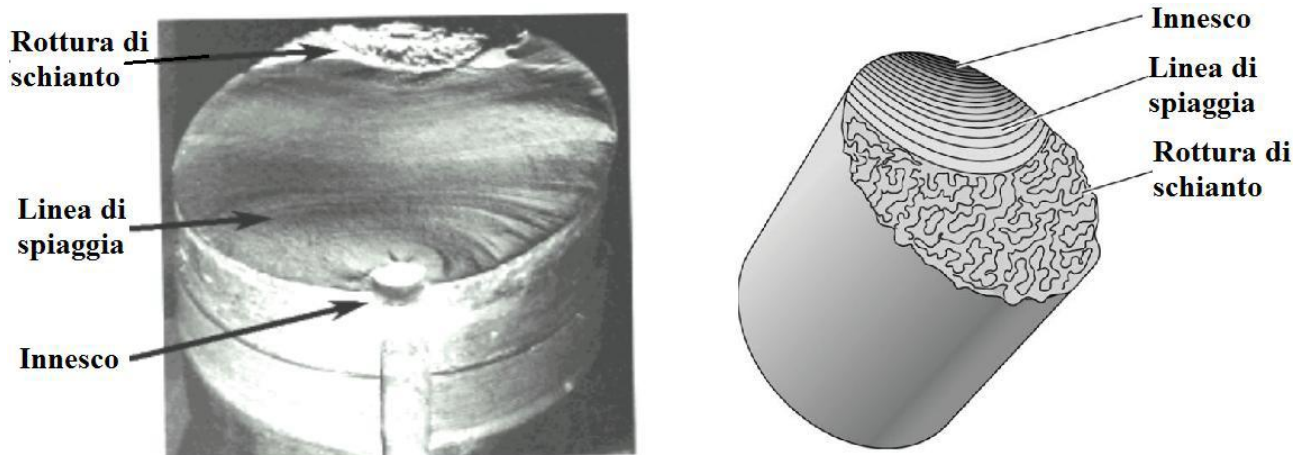


Fig. 1.4 – Morfologia della frattura per fatica

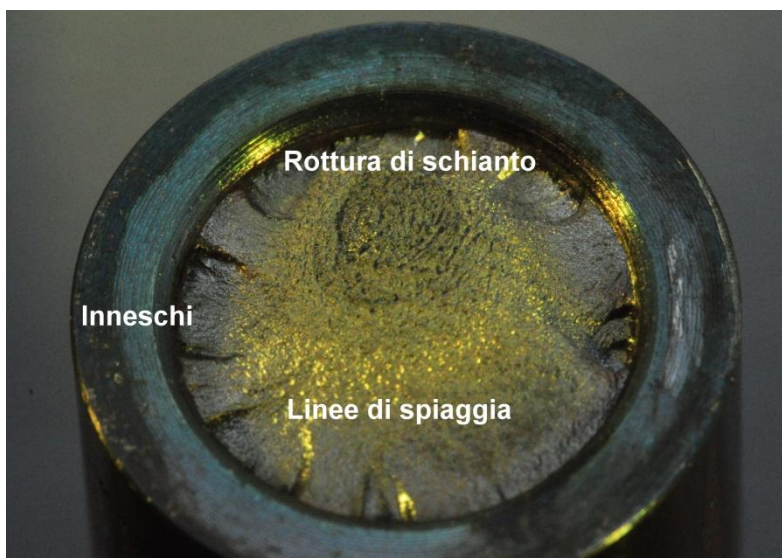


Fig. 1.5 – Superficie di rottura di un provino albero-mozzo testato in laboratorio

L'estensione della zona di propagazione ciclica della frattura, caratterizzata da linee di spiaggia, e della zona di rottura di schianto del provino è dipendente dall'ampiezza della sollecitazione applicata. Quando la tensione alterna  $\Delta\sigma$  è bassa, la rottura a fatica avverrà ad alto numero di cicli, per cui la zona di rottura di schianto sarà piccola, mentre molto estesa sarà la zona caratterizzata dalle linee di spiaggia. Quando la tensione alterna  $\Delta\sigma$  è alta invece, la rottura a fatica avverrà ad un basso numero di cicli, per cui la zona di rottura di schianto sarà estesa mentre di piccole dimensioni risulterà quella caratterizzata da linee di spiaggia.

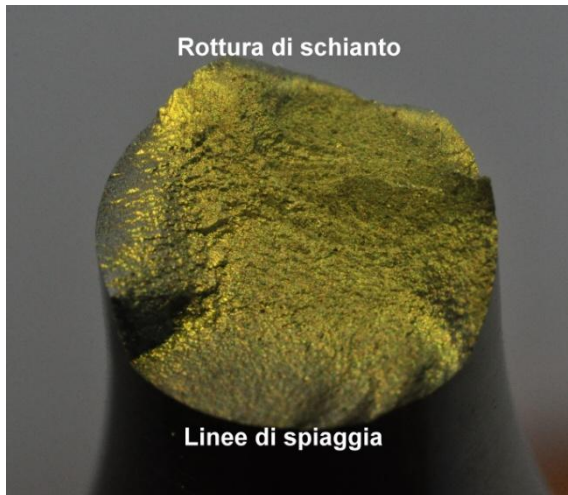


Fig. 1.6 – Frattura a basso numero di cicli

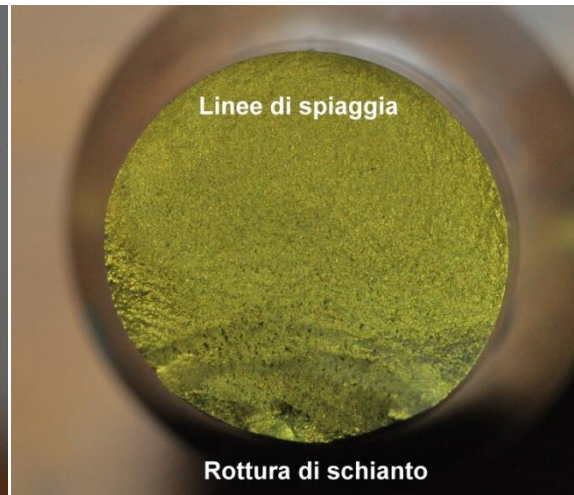


Fig. 1.7 – Frattura ad alto numero di cicli

#### 1.4- **Determinazione del limite di fatica tramite curve di Wöhler**

Per determinare la resistenza a fatica di un determinato materiale, i provini vengono testati a fatica su macchine che li sottopongono a forze variabili ciclicamente nel tempo tra un valore massimo ed un valore minimo predefiniti, e si osserva il numero di cicli necessari alla rottura del provino per ogni livello di carico. I provini utilizzati per le prove di fatica sono standardizzati dalla normativa ISO 1143:2010, in modo tale da evitare l'introduzione nei risultati di fattori legati alla geometria del componente e quindi rendere le prove di validità generale. Il nostro lavoro sperimentale è stato effettuato sulla macchina di Moore (Fig. 1.8), che sottopone i provini a flessione rotante. In tale macchina la sollecitazione è di tipo monoassiale e la tensione varia nel tempo secondo una legge sinusoidale. Caricando i vari provini con pesi via via decrescenti si otterranno vari valori riguardanti il numero di cicli che portano a rottura il provino, che teoricamente andranno da bassi valori per elevati carichi applicati a valori sempre maggiori mano a mano che il carico applicato diminuisce (fino ad arrivare a provini che, per carichi molto bassi, non vanno a rottura). Ponendo i risultati ottenuti dalle prove su un diagramma cartesiano in scala bi-logaritmica avente in ordinate la tensione applicata ( $\sigma$ ) e in ascisse il numero di cicli a cui il provino è andato a rottura ( $N$ ) si ottengono le curve di Wöhler.

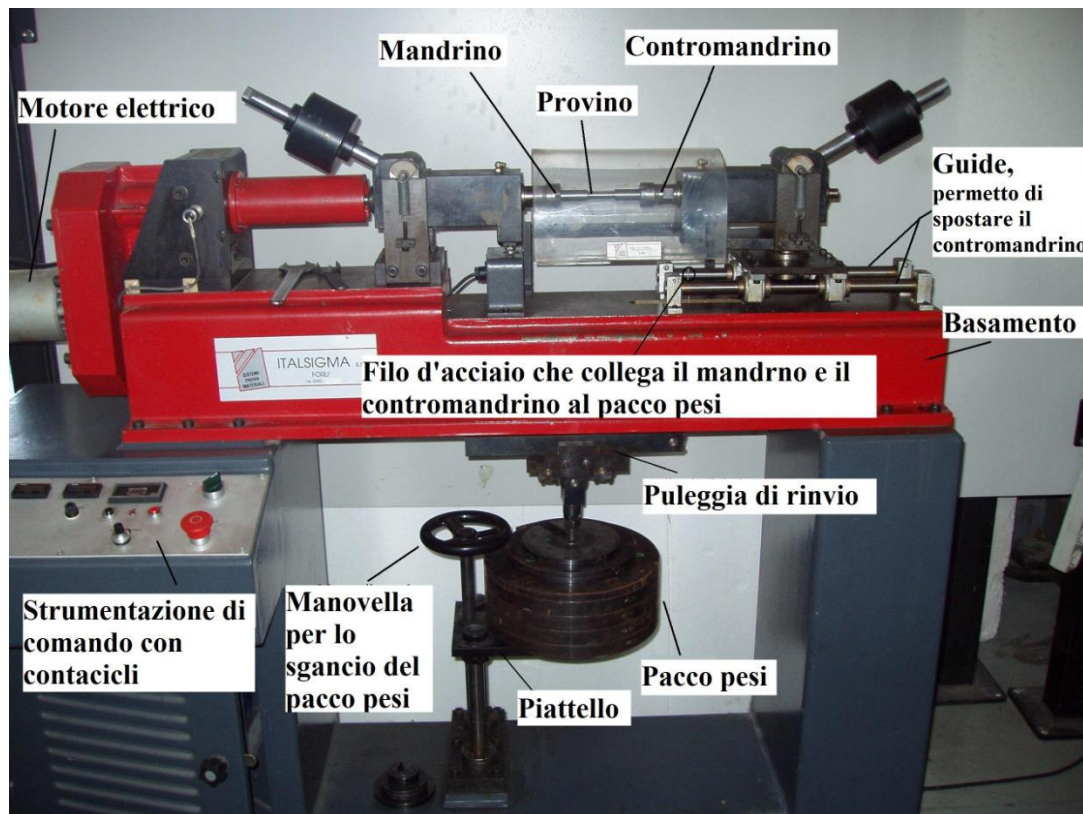


Fig.1.8- Macchina di Moore presente nel Laboratorio-Hangar della Facoltà sulla quale sono state svolte le prove di fatica

Le curve di Wöhler in scala bi-logaritmica evidenziano tre principali campi:

- Campo della resistenza quasi statica o fatica oligociclica ( $N < 10^3$ );
- Campo della resistenza a fatica a vita finita ( $10^3 < N < 10^6$ );
- Campo rettilineo parallelo all'asse delle ascisse o avente lieve pendenza ( $N > 10^6$ ). Tale variazione di pendenza viene nominata "ginocchio della curva", ma non è presente in tutti i materiali (è presente tipicamente negli acciai semplici al carbonio o legati). La sollecitazione relativa a tale zona è nominata limite di fatica ( $\sigma_n'$  o  $S_n'$ ), e rappresenta il massimo valore della tensione alterna per cui non si verifica la rottura del provino. Superato tale limite si considera che il provino abbia una vita a fatica finita.

Nei successivi capitoli sarà approfondito tale argomento e verranno mostrate le curve di Wöhler ottenute dalle prove sperimentali effettuate in laboratorio.

### 1.5- Fattori che influenzano la vita a fatica

La vita a fatica di un componente è influenzata da i seguenti fattori:

**Caratteristiche della sollecitazione:** si riferiscono alla variazione temporale della sollecitazione e all'ampiezza della tensione. Inoltre di fondamentale importanza risulta anche il tipo di tensione applicata e la frequenza con la quale viene applicata.

Infatti, prove di trazione – compressione danno limiti di fatica del 10% inferiori rispetto alla flessione rotante, questa differenza per una prova di torsione sale al 42%.

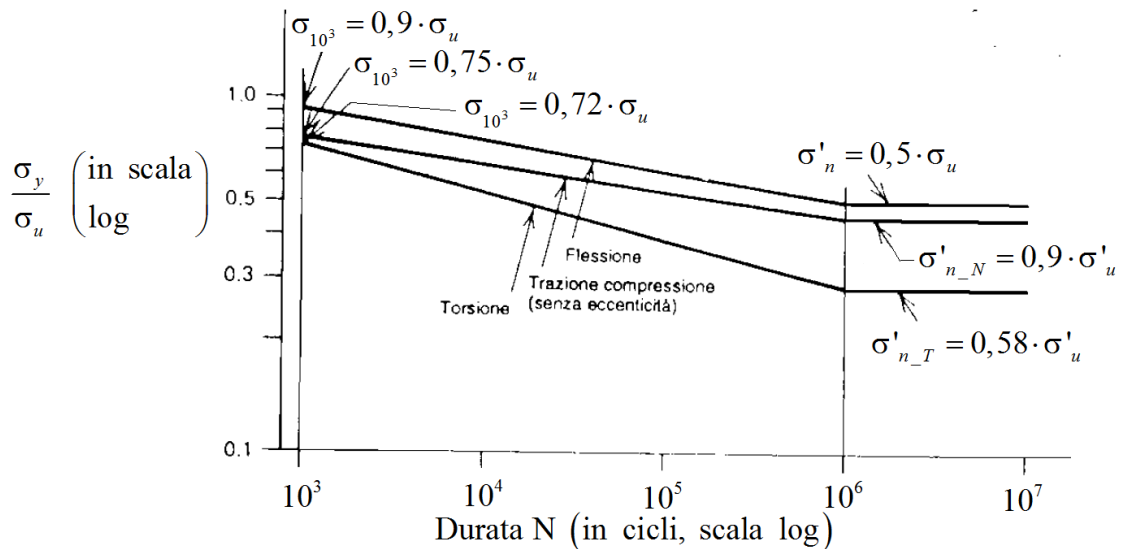


Fig. 1.9 – Curve  $\sigma$ -N generalizzate per provini lucidati

**Gradiente delle tensioni e dimensioni dell'elemento:** il gradiente delle tensioni dipende da tre principali fattori:

Tipo di sollecitazione: la zona del componente interessata dalle maggiori sollecitazioni varia al variare del tipo di sollecitazione ad esso applicata. La flessione e la torsione presentano un gradiente della tensione passando dalla pelle al cuore del materiale mentre la trazione e la compressione presentano tensioni costanti lungo tutta la sezione (a pari tensione massima il difetto trova un livello di tensione maggiore verso l'interno nel caso della trazione mentre risulta via via decrescente nel caso della flessione e della torsione).

Fattori di concentrazione delle tensioni: provocano un innalzamento della tensione agente con un elevato gradiente di sollecitazione, il quale rende meno pericoloso l'innalzamento di tensione e comporta il fatto che la diminuzione di resistenza a fatica risulta minore rispetto a quanto l'incremento di tensione farebbe ritenere.

Dimensioni dell'elemento: a parità di tensione massima i provini di grandi dimensioni sottoposti a sollecitazioni di flessione o torsione presentano gradienti di tensione inferiori rispetto a provini di piccole dimensioni e quindi resistenze a fatica inferiori. Aumentando il diametro del provino oltre i 10 mm la maggior parte dell'effetto benefico del gradiente di tensione scompare. Oltre che avere effetto sul gradiente, le dimensioni influiscono direttamente sulla resistenza a fatica per due principali motivi: *per effetto del volume*, in quanto è elevata la probabilità che un provino di grandi dimensioni presenti una quantità maggiore di difetti rispetto ad un provino di piccole dimensioni (quindi la probabilità di innesco e danneggiamento sono maggiori); *per effetto tecnologico*: le lavorazioni ed i trattamenti superficiali hanno minore influenza positiva nelle zone interne di un provino di elevate dimensioni.

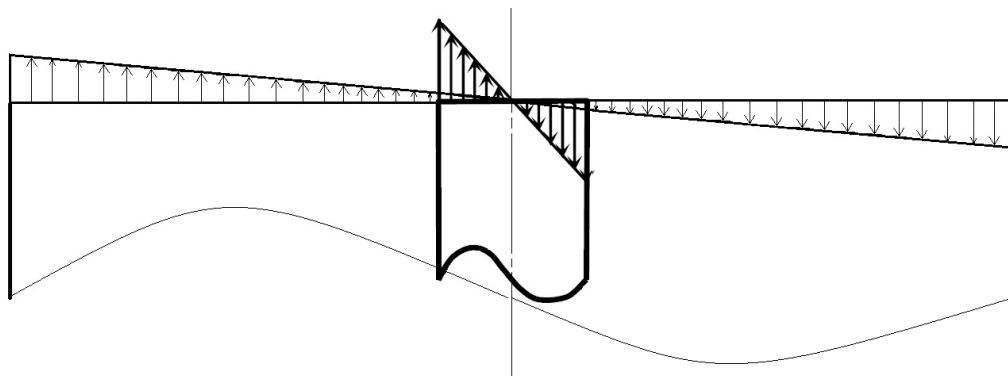


Fig. 1.10 – Effetto della dimensione sul gradiente

Nella pratica l'effetto della concentrazione delle tensioni è considerato separatamente tramite il coefficiente  $K_t$ , mentre delle dimensioni e del gradiente relativo si tiene conto tramite il coefficiente  $C_g$  (tabella 1.1).

Diametro [mm]	$C_g$
$2,8 < d < 10$	1,0
$10 \leq d < 50$	0,9
$50 \leq d < 100$	0,8
$100 \leq d < 150$	0,7
Assiale	$0,7 \div 0,9$

Tab. 1.1 – Fattori  $C_g$  per la flessione rotante, torsione e sollecitazioni assiali

Nel caso di tensioni tangenziali viene utilizzato il coefficiente  $C_L = 0.577$ . Tale coefficiente in caso di tensione normale assume il valore 1.

**Finitura superficiale (o rugosità):** a differenza dei provini per la prova di Moore, che devono essere lucidati a specchio (finitura superficiale priva di irregolarità microscopiche), le finiture superficiali realizzate sui componenti reali presentano per ragioni di costo punti microscopici di innesco della frattura più o meno pronunciati a seconda della lavorazione eseguita sulla superficie del componente. Tali inneschi possiedono una maggiore probabilità di propagarsi e di portare a rottura per fatica il componente se il materiale risulta poco duttile, ovvero se presenta un elevato limite di rottura  $\sigma_u$  (i materiali poco duttili presentano una minore capacità di rallentare il propagarsi della cricca). Nel caso della flessione tale fattore risulta ancora più importante in quanto la tensione massima è concentrata sulla superficie. L'influenza della finitura superficiale viene valutata attraverso il coefficiente  $C_s$ , deducibile dalla figura 1.11, ed è pari a 1 per un materiale lucidato ed arriva fino a 0.2 per pezzi grezzi.

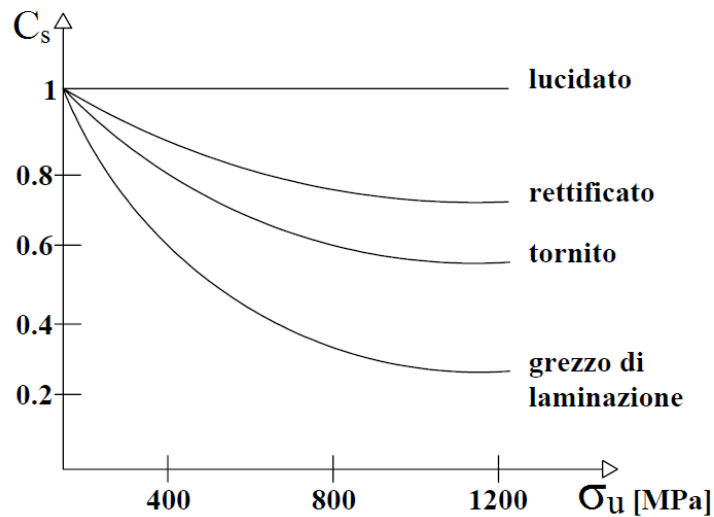


Fig 1.11- Andamento del coefficiente  $C_s$  in funzione di  $\sigma_u$

**Tensione media:** gli elementi di macchine sono raramente soggetti a tensioni completamente alternate, ma più tipicamente sono sottoposti a tensioni fluttuanti, ovvero composte dalla combinazioni di tensioni statiche e alternate. Una tensione fluttuante è definita attraverso le sue componenti media e alternata. La presenza di una tensione statica di trazione riduce l'ampiezza della tensione alternata che può essere applicata al materiale, come mostrato in figura 1.12. Il caso *a* rappresenta un ciclo di carico con limiti opposti di tensione corrispondenti al limite di fatica, la tensione media è nulla e la tensione alterna è paria a  $\sigma_n$ . Il caso *b* presenta invece una tensione media di trazione. Per aver la stessa durata a fatica la tensione alterna deve essere inferiore a  $\sigma_n$ . Procedendo da *b* a *c*, *d*, *e* ed *f*, la tensione media aumenta progressivamente; pertanto è necessario che, in corrispondenza di ciò, la tensione alterna subisca un decremento.

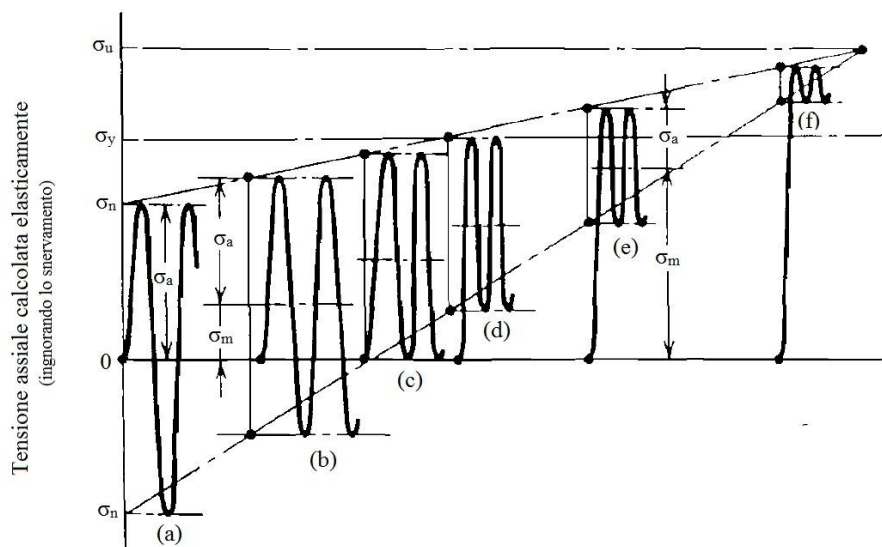


Fig.1.12- Cicli di tensione monoassiali corrispondenti allo stesso valore di durata a fatica

**Stati di tensione residua superficiale:** tensioni residue superficiali di compressione comportano un miglioramento della vita a fatica del componente, in quanto contrastano l'effetto negativo di eventuali sforzi di trazione applicati che tendono ad aprire i lembi della cricca, facilitandone la propagazione. Tali stati tensionali residui sono generati da trattamenti meccanici (rullatura e pallinatura) o termochimici superficiali (tempra superficiale e nitrurazione). La resistenza a fatica di un componente dipende dal limite di fatica e dai coefficienti precedentemente mostrati, secondo la seguente formula:

$$\sigma_n = \sigma_n' \cdot C_L \cdot C_G \cdot C_S$$

Di fondamentale importanza per la vita a fatica risulta il prossimo (ed ultimo) fattore, per il quale riservo un paragrafo a parte.

### 1.6- Effetto intaglio

A causa delle variazioni macroscopiche di forma (definite intagli) presenti in quasi tutti i componenti reali, la tensione, anche nei casi di sollecitazioni semplici, tende ad assumere valori crescenti nei pressi della zona di variazione geometrica. Di questa variazione si può tenere conto calcolando un coefficiente di concentrazione teorico delle tensioni  $K_t$  (chiamato coefficiente di forma) maggiore di 1 che mette in relazione la tensione massima presente sull'apice dell'intaglio con la tensione nominale.

Fattore di concentrazione delle tensioni ( $K_t$ ):  $K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$  (1)

È possibile ricavare tale fattore dalla geometria della discontinuità o da formule empiriche e diagrammi sperimentali. Nel caso in cui si conosca il coefficiente  $K_t$  e la tensione nominale  $\sigma_{nom}$  si può ricavare la tensione massima  $\sigma_{max}$  dall'equazione (1).

Il coefficiente  $K_t$  dipende da:

- 1- Tipo di sollecitazione (N,  $M_f$ ,  $M_t$ )
- 2- Geometria dell'intaglio (D/d, r/d)

Si può notare che il coefficiente di concentrazione teorico delle tensioni non dipende dal tipo di materiale impiegato.



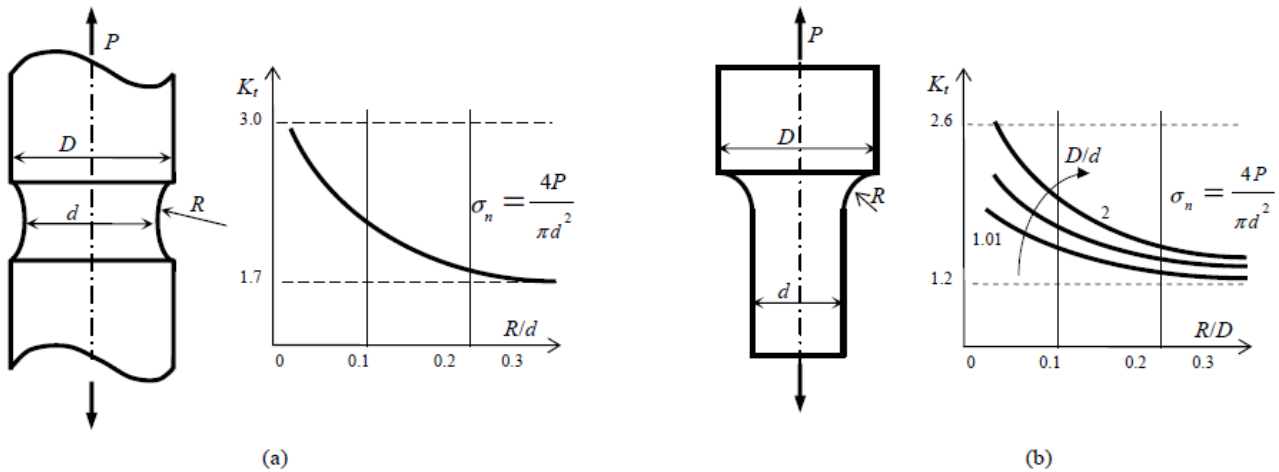


Fig 1.14- Esempio di digrammi di  $K_t$ : a) barra cilindrica con gola, b) barra cilindrica con variazione di sezione, per sollecitazioni di trazione

Definiamo ora un altro coefficiente fondamentale per la valutazione della vita a fatica di componenti che presentano intagli, ovvero il *coefficiente di concentrazione a fatica delle tensioni*  $K_f$ . Tale coefficiente è rappresentato dal rapporto tra il limite di fatica del provino senza intaglio e quello del provino con intaglio :

$$K_f = \sigma_n / \sigma_{nk}$$

$\sigma_n$  : limite di fatica del provino senza intaglio;

$\sigma_{nk}$  : limite di fatica del provino con intaglio.

Le prove pratiche dimostrano che  $K_f$  risulta, nella maggior parte dei casi pratici, minore di  $K_t$ . La giustificazione di tale affermazione risiede nel fatto che il materiale reale ha un comportamento prevalentemente duttile ovvero nel momento in cui viene superata la tensione di snervamento avviene una plasticizzazione locale con conseguente redistribuzione delle tensioni nei pressi dell'intaglio. L'intaglio provoca inoltre un innalzamento localizzato delle tensioni ad elevato gradiente, per cui la tensione scende rapidamente dalla superficie al cuore in modo benefico rallentando l'avanzamento della cricca.

Si introduce dunque un parametro  $q$  detto *sensibilità all'intaglio del materiale* che mette in relazione  $K_f$  con  $K_t$ . Tale parametro dipende dal materiale (comportamento più o meno duttile) e dalle dimensioni dell'intaglio o dal raggio di fondo intaglio che influenza in gradiente delle tensioni. Inoltre il parametro  $q$  può assumere valori compresi tra 0 e 1:

- $q = 0$  è indice di materiale insensibile all'intaglio ( $K_f = 1$ );
- $q = 1$  indica un comportamento perfettamente fragile del materiale ( $K_f = K_t$ ).

Per tensioni di tipo tangenziali  $\tau$  gli acciai sono leggermente più sensibili all'intaglio, per cui il parametro di sensibilità all'intaglio risulta maggiorato rispetto al caso di tensioni normali  $\sigma$ :

$$q_\tau = q_\sigma + 0,02.$$

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \implies K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$$

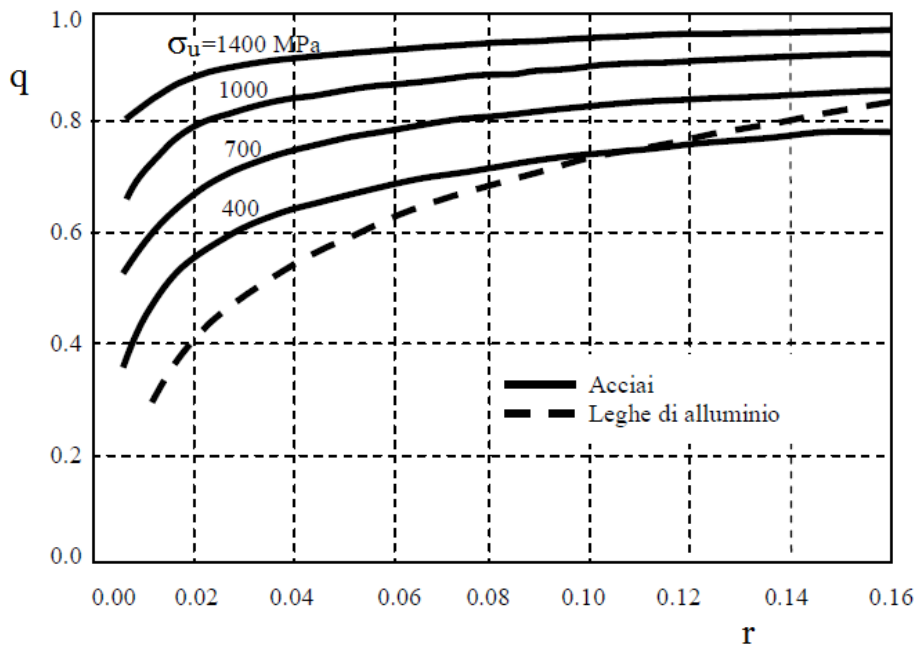


Fig. 1.15- Sensibilità all'intaglio  $q$  in funzione del raggio d'intaglio per acciai e leghe di alluminio

Il grafico soprastante rappresenta l'andamento del coefficiente  $q$  per materiali duttili al variare del raggio di raccordo dell'intaglio e del limite di rottura  $\sigma_u$ , e mostra che per elevati valori di  $r$  l'indice di sensibilità all'intaglio, specialmente per materiali ad elevata resistenza, assume valori molto prossimi all'unità. Al fine di aumentare la resistenza a fatica dei componenti intagliati si deve cercare quindi di ridurre il più possibile la sensibilità all'intaglio del materiale, con lo scopo finale di ottenere una elevata resistenza a fatica ( $\sigma_n$ ) anche in presenza di intagli ( $K_f$  il più basso possibile e  $\sigma_{nk}$  il più alto possibile). Per ottenere ciò conviene utilizzare materiali ad elevata resistenza e raggi di raccordo i più ampi possibili.

## Capitolo 2

### Motivazioni e obiettivi

La sperimentazione effettuata presso il II Laboratorio Hangar della Facoltà di Ingegneria di Forlì è stata preceduta da uno studio analitico effettuato dall'Ing. Bastoni mediante l'uso di Ansys Workbench 12.0, tramite il quale è stato costruito un modello FEM simile all'accoppiamento albero-mozzo realmente studiato, in modo da simulare il comportamento del provino albero-mozzo sottoposto a flessione alterna per individuare le variabili che possono influenzare la  $\sigma_{y\_max}$  e il  $K_t$ . In questo capitolo verranno mostrati i risultati ottenuti dalla studio analitico mediante modellatore FEM, in modo che nei capitoli successivi potremmo verificare la compatibilità con i risultati ottenuti dalla sperimentazione. Lo studio analitico è stato effettuato su modelli di accoppiamento albero-mozzo prendendo in considerazione tre valori del raggio di raccordo del mozzo ( $R=0,25$  mm,  $R=0,50$  mm e  $R=1$ mm) e tre valori di interferenza ( $I=0,005$ ,  $I=0,01$ ,  $I=0,05$ ). Siccome la sperimentazione è stata effettuata su provini con raggio di raccordo del mozzo  $R=0,5$  mm, riporterò solamente i dati ottenuti relativi a tale raggio di raccordo.

Andamento della  $\sigma_y$  sulla superficie dell'albero in corrispondenza del bordo esterno del mozzo

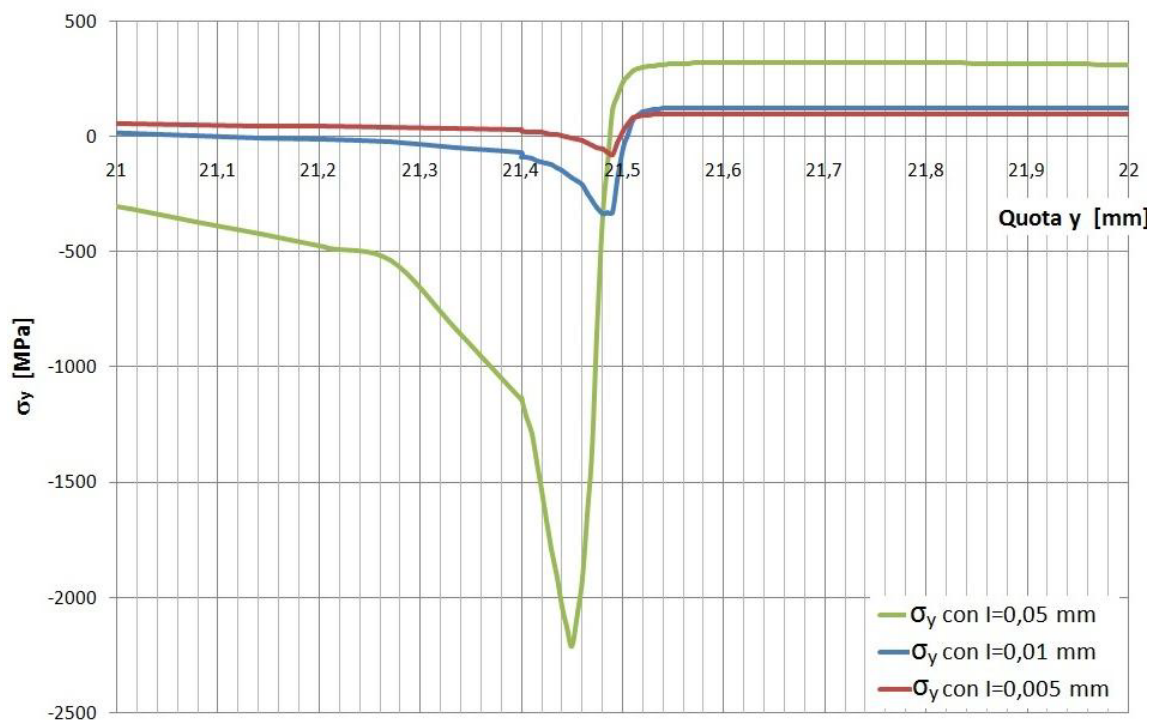


Fig. 2.1 – Andamento  $\sigma_y$  nel ramo teso con il raggio  $R=0,5$  con interferenze:  $I=0,005$  mm,  $I=0,01$ mm,  $I=0,05$ mm

Confronto tra l'andamento della  $\sigma_y$  nel ramo compresso, dal momento flettente, con quello del ramo teso

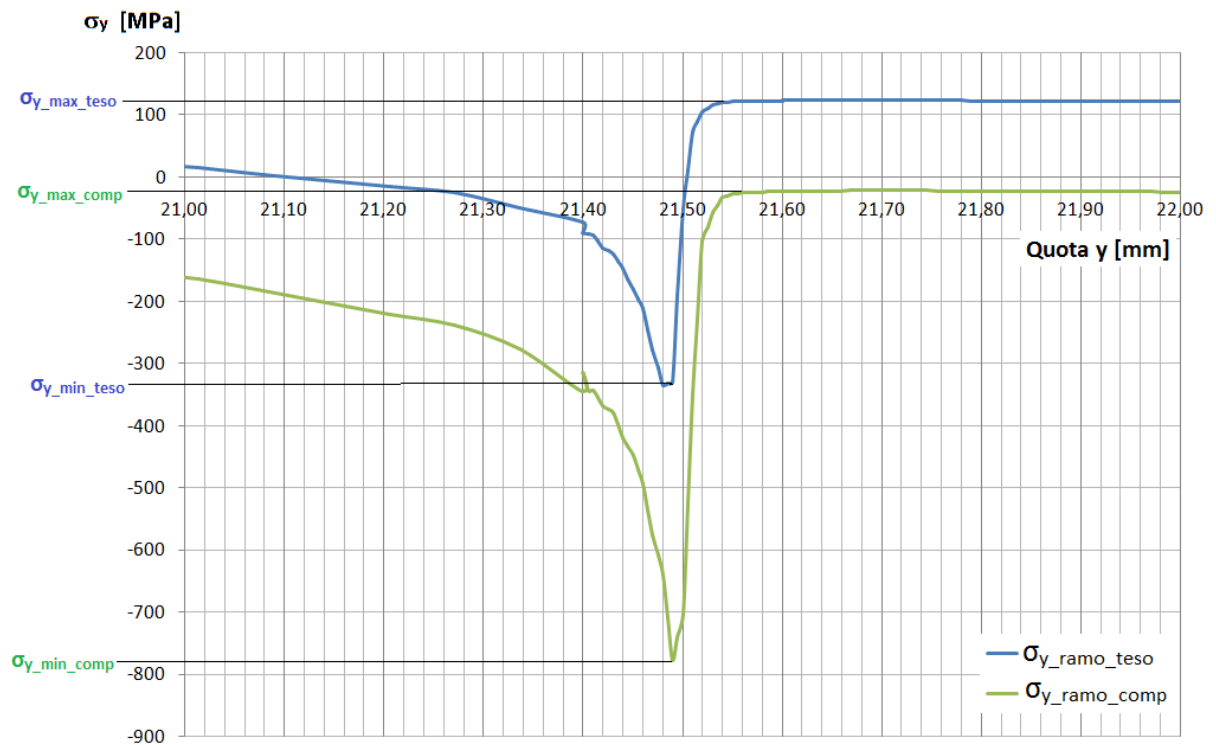


Fig. 2.2 - Confronto tra l'andamento della  $\sigma_y$  nel ramo compresso e in quello teso per il raggio  $R=0,5$  e l'interferenza  $l=0,01$  mm

Dal grafico si nota che la  $\sigma_{y\_max\_comp} < \sigma_{y\_max\_teso}$  e la  $|\sigma_{y\_min\_comp}| > |\sigma_{y\_min\_teso}|$ . Tra queste quattro tensioni in direzione y ci si soffermerà sulla  $\sigma_{y\_max\_teso}$ , la quale verrà chiamata per comodità  $\sigma_{y\_max}$ . Per quanto riguarda le due  $\sigma_{y\_min}$  non saranno considerate perché essendo di compressione, ci si aspetta che non influenzino il problema. In questa prima analisi l'obiettivo era quello di valutare come la posizione della  $\sigma_{y\_max}$  potesse essere influenzata dall'interferenza e dal raggio di raccordo. I risultati ottenuti hanno evidenziato che la posizione della  $\sigma_{y\_max}$  dipende solo dal raggio di raccordo e non dal valore di interferenza.

Raggio di raccordo [mm]	Interferenza [mm]	$\sigma_{y\_max}$ [Mpa]	Quota $\sigma_{y\_max}$ [mm]	Kt
R=0,5	l=0,005	97,63	21,668	1,28
R=0,5	l=0,01	122,73	21,668	1,61
R=0,5	l=0,05	321,29	21,668	4,22

Tab. 2,1- Risultati ottenuti dalla prima analisi dei modelli agli elementi finiti

Per quanto riguarda la pressione di accoppiamento ( $p_f$ ) seconda la teoria di Lamé si ha:

Interferenza [mm]	Pressione di accoppiamento [MPa]
$I=0,005$	50
$I=0,01$	100
$I=0,05$	503

Tab. 2.2

Andamento della deformata radiale dell'albero ( $\Delta_x$ ): è funzione del raggio di raccordo e dell'interferenza applicata

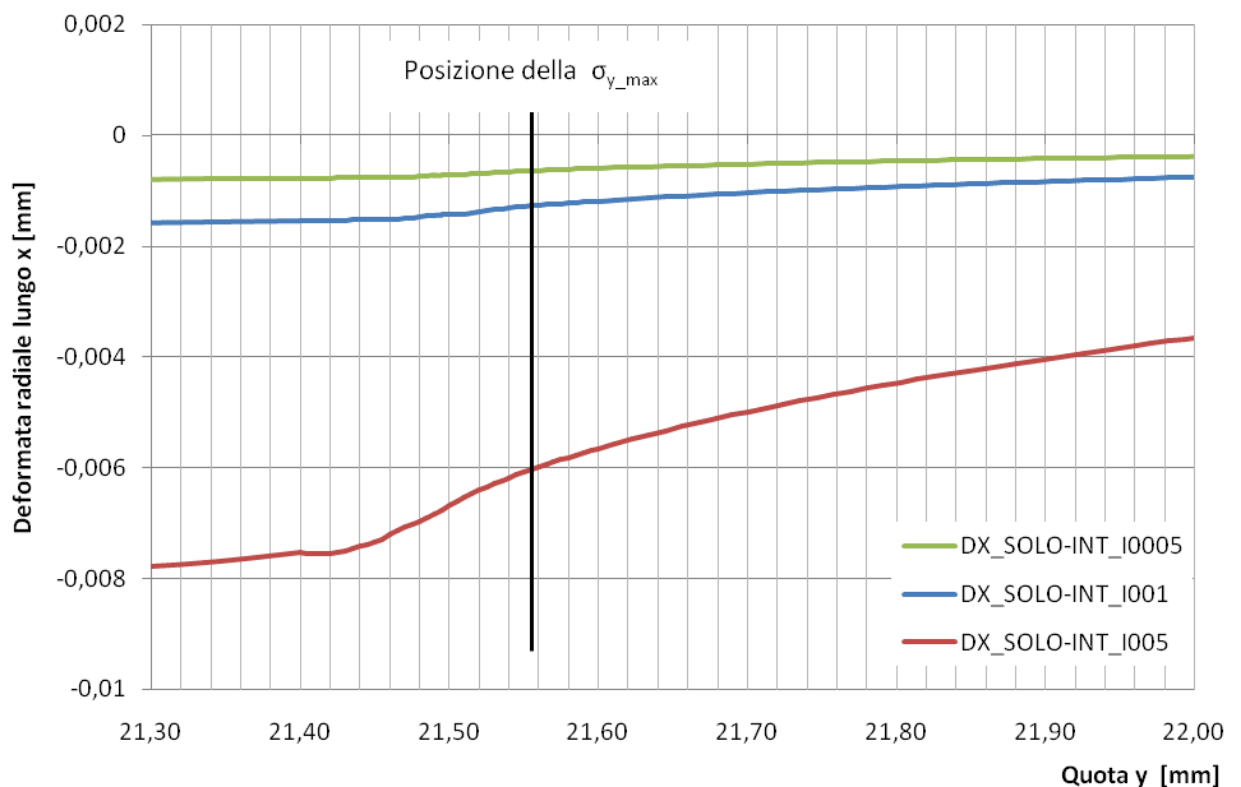


Fig. 2.3 – Andamento deformata dovuta solo alla pressione per il raggio  $R=0,5$  con interferenza radiale:  $I=0,005$   $I=0,01$  mm e  $I=0,05$  mm

Tale grafico conferma l'affermazione precedentemente effettuata, ovvero che la posizione della  $\sigma_{y\_max}$  è indipendente dal valore dell'interferenza.

#### Andamento della $\sigma_y$ all'interno della sezione dell'albero

Come è noto, sottoponendo un componente a flessione semplice le sue fibre saranno sottoposte a  $\sigma_y$ , lungo la direzione  $x$ , con andamento a "farfalla": le fibre più vicine all'asse neutro non sono

sollecitate, ma a mano a mano che ci si allontana dall'asse neutro la sollecitazione aumenta fino ad arrivare al valore massimo localizzato sulla superficie esterna. Si avranno, a seconda del verso del momento flettente applicato, alcune fibre tese ed altre compresse.

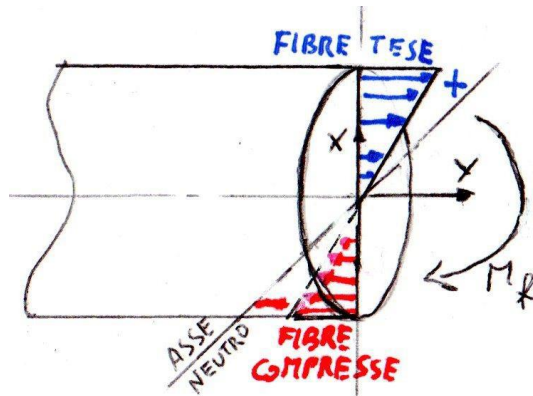


Fig. 2.4 – Andamento della  $\sigma_y$  in funzione di  $x$  in un albero soggetto a flessione semplice

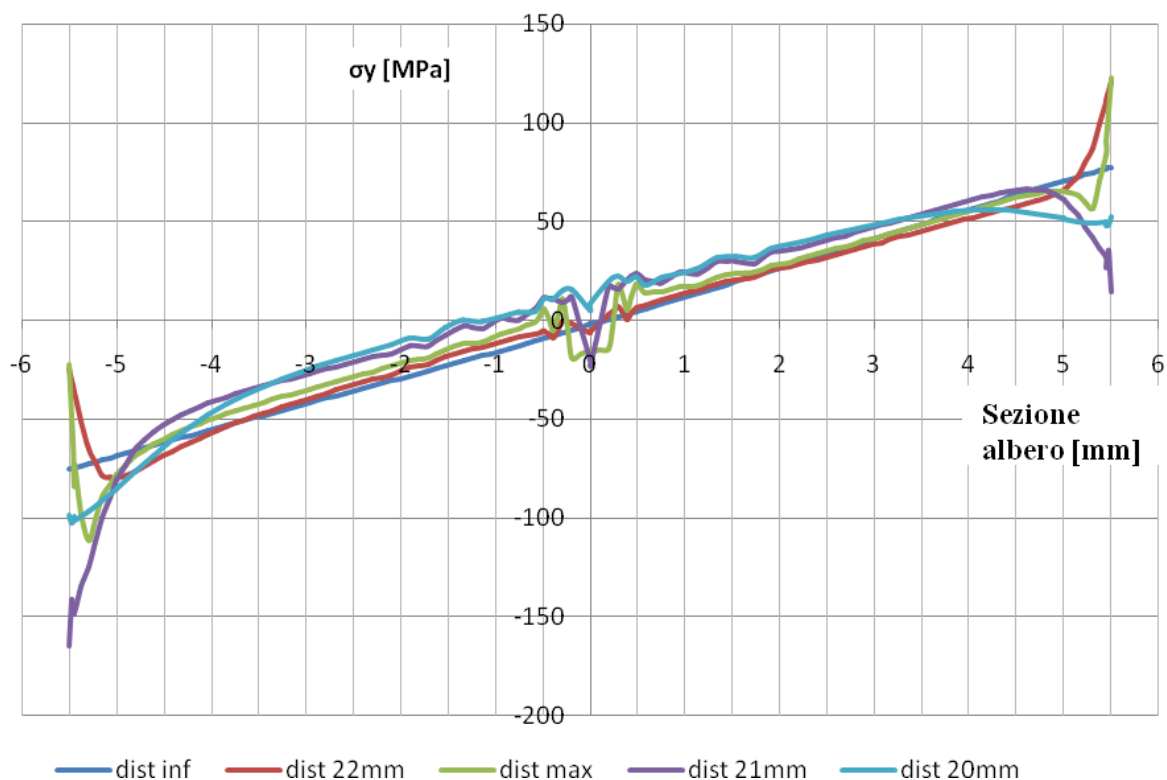


Fig. 2.5 – Andamento della  $\sigma_y$  funzione di  $x$  per un mozzo con raggio di raccordo interno di  $R=0,5$  e  $l=0,01$

Dalla figura 2.5 si osserva che a una distanza infinita (30 mm dall'origine) l'andamento della tensione lungo l'asse  $y$  è a farfalla, esso viene mantenuto fino ad una distanza di 22mm dall'origine.

A 22 mm inizia il mozzo e con esso la variazione di sezione dell'albero, essa produce i seguenti effetti sulla  $\sigma_y$ : aumento della tensione sul ramo teso e riduzione della compressione su quello compresso.

Superata la quota di 22 mm, si osserva che la tensione sulla superficie aumenta fino arrivare al culmine alla quota della  $\sigma_{y\_max}$ : qui l'effetto del picco di pressione è molto forte e riesce a sottoporre a compressione anche la zona dell'asse neutro.

Alla distanza di due volte il raggio di raccordo (nella figura 2.5 corrisponde a 21mm) la presenza del picco di pressione è ancora forte, quindi si osservano: la riduzione della trazione sul ramo teso, l'aumento della compressione sul ramo compresso e il mantenimento della sollecitazione di compressione sull'asse neutro.

Alla distanza di quattro volte il raggio di raccordo l'effetto del picco di pressione è ormai svanito e l'andamento della  $\sigma_y$  è simile al caso della distanza infinita. In tutti i quattro casi si osserva che la  $\sigma_a$  (differenza tra la tensione massima di compressione e quella in trazione) non varia, mentre la  $\sigma_y$  raggiunge un massimo. Essendo la  $\sigma_y$  pari a:  $\sigma_y = \sigma_a + \sigma_m$ , si può affermare che la presenza del picco di pressione genera una tensione media di trazione ( $\sigma_m$ ) alla presenza della  $\sigma_{y\_max}$ , solo sullo strato più superficiale. Alla distanza di 21 mm, quindi all'apice del raccordo secondo la figura 2.5, la  $\sigma_m$  cambia segno e diventa di compressione. Con l'aumento dell'interferenza aumenta anche la pressione di calettamento e il picco di pressione iniziale provoca una  $\sigma_m$  di trazione talmente elevate da sottoporre il ramo "compressivo" a trazione. Da un punto di vista della resistenza a fatica avere una  $\sigma_m$  di trazione, mantenendo costante la  $\sigma_a$ , provoca la riduzione della vita a fatica del materiale rispetto al caso con  $\sigma_m=0$ . Questo perché, come mostrato dal **diagramma di Haigh** (Fig. 2.6), la presenza di una  $\sigma_m$  riduce la  $\sigma_{a\_lim}$  e quindi la  $\sigma_a$  accettata per non incorre alla rottura per fatica.

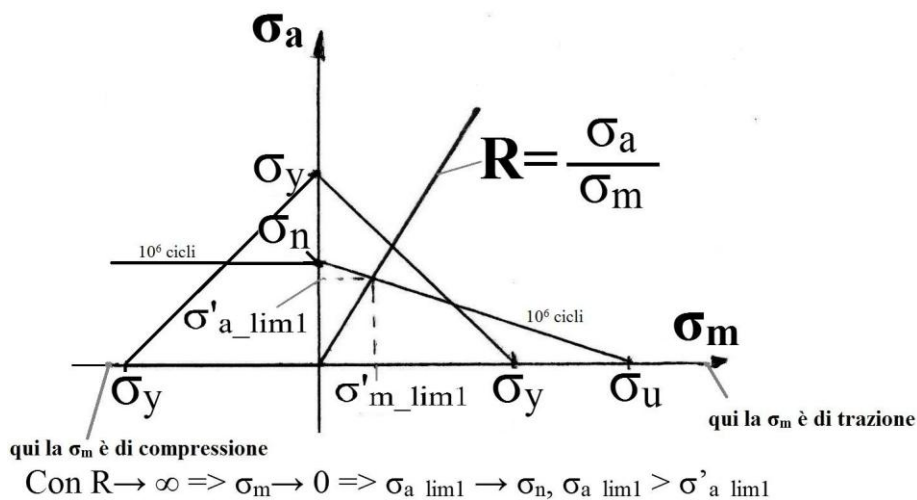


Fig.2.6 – Diagramma di Haigh

Per quanto riguarda la  $\sigma_m$  di compressione, il diagramma di Haigh mostra che la sua presenza non riduce la vita a fatica. In questo caso la rottura per fatica prima del limite di cicli a cui il diagramma si riferisce, avviene solo quando la  $\sigma_a$  è maggiore  $\sigma_n$ .

È stato inoltre effettuato uno studio sul fenomeno del fretting, ovvero dell'erosione del materiale dovuto al moto relativo tra albero e mozzo. Tramite l'equazione di Archard si è stabilito l'entità di tale fenomeno. Per valutare l'entità del movimento relativo tra albero e mozzo, si sono realizzate due differenti analisi. *Nella prima analisi* si è osservato che il movimento relativo tra albero e mozzo è nullo all'origine dell'accoppiamento e massimo alla fine della boccola, l'aumento segue un andamento lineare. *Nella seconda analisi* si è rimossa la componente del movimento relativo prodotto dall'effetto Poisson, in questo modo è stato possibile calcolare il movimento relativo ( $\Delta g$ ) prodotto dalla sola applicazione del solo momento flettente

I dati ottenuti dallo studio hanno messo in evidenza che  $W$  (peso in grammi di materiale eroso) è fortemente influenzato solo dall'interferenza. Per questo motivo si può immaginare che il fretting sia un possibile innesco a fatica solo alle alte interferenze, in quelle basse la quantità di materiale eroso è limitato e risulta più pesante la presenza del  $K_t$ . Inoltre è stato messo in evidenza che la pressione di Lamè è legata al fretting.

Per valutare l'impatto che il fretting ha avuto sui provini sottoposti in laboratorio a prova di fatica bisognerà attendere l'analisi effettuata al SEM.

L'obiettivo che ci si è posti all'inizio di questa sperimentazione è stato quindi quello di verificare la reale validità dei risultati ottenuti mediante modellatore FEM, e quindi trovare tramite le prove di fatica effettuate prima sui provini classici per la caratterizzazione del materiale e poi sui provini albero-mozzo i reali coefficienti  $K_f$  e  $K_t$  di tale accoppiamento.



## Capitolo 3

### Basi teoriche del montaggio per interferenza

#### 3.1 Introduzione

Nell'accoppiamento per interferenza di un albero all'interno di un mozzo si osserva la dilatazione del mozzo e la compressione dell'albero. A causa di ciò il mozzo sarà sottoposto a trazione radiale e l'albero a compressione radiale. Il modello che spiega questo fenomeno è la **Teoria dei Gusci**, con ausilio delle **formule di Lamé** è possibile ricavare la pressione di calettamento, chiamata anche pressione di Lamé.

La Teoria dei Gusci permette di studiare le tensioni presenti nel mozzo e nell'albero come se fossero delle figure piane, cioè con uno spessore unitario. Questa semplificazione implica che la pressione di calettamento rimanga costante lungo l'asse di simmetria, ciò rende più facile la risoluzione del problema, ma non permette di considerare i picchi di pressione presenti agli estremi dell'accoppiamento, figura 3.1.

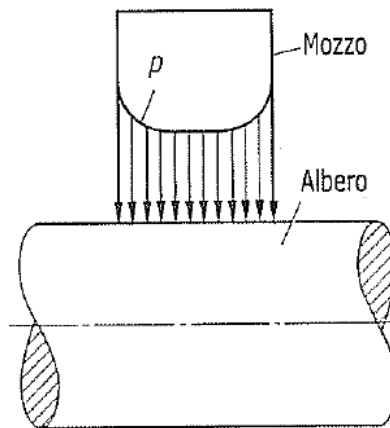


Fig. 3.1 – Distribuzione pressione di calettamento ( $p$ ) tra albero e mozzo

Questi picchi di pressione sono presenti sia nell'albero sia nel mozzo, ma solo in quest'ultimo si registrano gli sforzi maggiori. Essi nascono per l'assenza, nella circonferenza interna del mozzo, di un sufficiente raggio di raccordo, o di uno smusso. In queste zone la pressione supera di 8-10 volte la pressione calcolata per l'accoppiamento e tende all'infinito se il bordo interno del mozzo è spigolo vivo.

Servono quindi due differenti modelli per spiegare cosa accade in un accoppiamento albero-mozzo. Nella zona lontana dagli estremi, dove la pressione è costante, si utilizza il **modello del tubo a forte spessore**, proposto dalla teoria dei gusci; mentre nelle zone esterne dell'accoppiamento si impiega il modello presentato da Strozzi, che permette di prevedere il picco di pressione. Nelle pagine successive si andranno ad analizzare distintamente i due modelli.

### 3.2 Teoria dei Gusci

#### 3.2.1 Introduzione

La teoria dei gusci si applica ai corpi di geometria assial-simmetrica o a solidi di rivoluzione: alberi pieni o cavi (S), mozzi (H) e relativi accoppiamenti (S,H), tubi di forte spessore e dischi rotanti. La Teoria dei Gusci suppone che i valori di  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$  non varino lungo la direzione longitudinale (l), rendendo così le sollecitazioni biassiali: è presente una tensione in direzione radiale ( $\sigma_r$ ), una in direzione tangenziale ( $\sigma_t$ ) e quella longitudinale ( $\sigma_l$ ) è nulla.

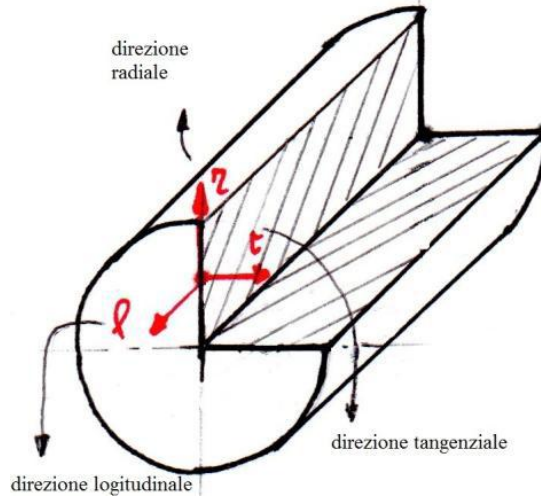


Fig. 3.2 – Sistema di riferimento

Lo stato di tensione biassiale permette di non dover studiare l'intero corpo, ma una circonferenza di spessore unitario in direzione longitudinale.

#### 3.2.2 Formule di Lamé

Per spiegare la teoria dei gusci, si prende un elementino della circonferenza con profondità unitaria ( $dl=1$ ) messo in rotazione con velocità  $\omega$ . L'elementino sarà sottoposto a una forza centrifuga che lo deformerà radialmente di "z". Le tensioni a cui è sottoposto l'elementino sono visibili in figura 3.3.

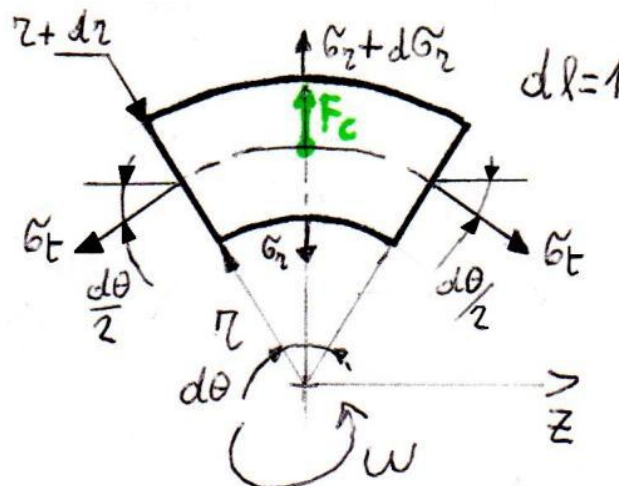


Fig. 3.3 – Elementino della corona circolare

Bilancio in direzione orizzontale delle tensioni:

$$\longrightarrow +) \sigma_t \cdot dr \cdot \cos \frac{d\theta}{2} - \sigma_t \cdot dr \cdot \cos \frac{d\theta}{2} = 0$$

Bilancio in direzione verticale delle tensioni:

$$\uparrow +) (\sigma_r + d\sigma_r) \cdot \underbrace{(r + dr) \cdot d\theta}_{\text{Area su cui agisce } \sigma_r + d\sigma_r} - \sigma_r \cdot r \cdot d\theta - 2 \cdot \sigma_t \cdot dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2} + \underbrace{\omega^2 \cdot r \cdot \rho \cdot r \cdot d\theta \cdot dr}_{F_c} = 0 \implies$$

$$\implies \cancel{\sigma_r \cdot r \cdot d\theta} + \sigma_r \cdot dr \cdot d\theta + d\sigma_r \cdot r \cdot d\theta + \underbrace{d\sigma_r \cdot dr \cdot d\theta}_{\text{infinitesimo di ordine superiore}} - \cancel{\sigma_r \cdot r \cdot d\theta} - 2 \sigma_t dr \sin \frac{d\theta}{2} +$$

$$+ \omega^2 \cdot r^2 \cdot \rho \cdot d\theta \cdot dr = 0 \implies$$

$$\implies \cancel{\sigma_r \cdot dr \cdot d\theta} + d\sigma_r \cdot r \cdot d\theta - 2 \cancel{\sigma_t dr \frac{d\theta}{2}} = - \omega^2 \cdot r^2 \cdot \rho \cdot d\theta \cdot dr \implies$$

$$\implies \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} \cdot r - \sigma_t = - \omega^2 \cdot r^2 \cdot \rho \implies d(\sigma_r \cdot r) / dr = - \sigma_t - \omega^2 \cdot r^2 \cdot \rho$$

Utilizzando la legge di Hook, è possibile esprimere le deformazioni come:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_r - \nu \cdot \sigma_t - \nu \cdot \sigma_l); \quad \varepsilon_t = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_t - \nu \cdot \sigma_r - \nu \cdot \sigma_l); \quad \varepsilon_l = \frac{1}{E} \cdot (\underbrace{\sigma_l - \nu \cdot \sigma_r - \nu \cdot \sigma_t}_{dl = l \implies \varepsilon_l = 0});$$

$\nu$  : coefficiente di Poisson.

$E$  : modulo elastico.

Dalle espressioni di  $\varepsilon_r$  e  $\varepsilon_t$  è possibile scrivere le seguenti quattro formule:

$$E \cdot \varepsilon_r = \sigma_r - \nu \cdot \sigma_t - \nu \cdot \sigma_l \quad (1);$$

$$E \cdot \varepsilon_t = \sigma_t - \nu \cdot \sigma_r - \nu \cdot \sigma_l \quad (2);$$

$$\nu \cdot E \cdot \varepsilon_r = \nu \cdot \sigma_r - \nu^2 \cdot \sigma_t - \nu^2 \cdot \sigma_l \quad (3);$$

$$\nu \cdot E \cdot \varepsilon_t = \nu \cdot \sigma_t - \nu^2 \cdot \sigma_r - \nu^2 \cdot \sigma_l \quad (4);$$

Andando a sommare la (1) con la (4) si ottiene:

$$E \cdot \varepsilon_r + \nu \cdot E \cdot \varepsilon_t = \cancel{\sigma_r - \nu \cdot \sigma_t} - \nu \cdot \sigma_l + \nu \cdot \cancel{\sigma_t - \nu^2 \cdot \sigma_r} - \nu^2 \cdot \sigma_l \implies$$

$$\implies E \cdot (\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_t) = \sigma_r \cdot (1 - \nu^2) - \nu \cdot \sigma_l \cdot (1 + \nu) \implies \sigma_r = \frac{E \cdot (\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_t)}{1 - \nu^2} - \frac{\nu \cdot \sigma_l \cdot (1 + \nu)}{(1 + \nu) + (1 - \nu)} \quad (5)$$

Ripetendo la stessa operazione con le espressioni (2) e (3):

$$E \cdot \varepsilon_t + v \cdot E \cdot \varepsilon_r = \sigma_t - v \cdot \sigma_r - v \cdot \sigma_l + v \cdot \sigma_r - v^2 \cdot \sigma_t - v^2 \cdot \sigma_l \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E \cdot (\varepsilon_t + v \cdot \varepsilon_r) = \sigma_t \cdot (1 - v^2) - v \cdot \sigma_l \cdot (1 + v) \Rightarrow \sigma_t = \frac{E \cdot (\varepsilon_t + v \cdot \varepsilon_r)}{1 - v^2} - \frac{v \cdot \sigma_l \cdot (1 + v)}{(1 - v) + (1 - v)} \quad (6)$$

L'elementino non è soggetto a nessun carico longitudinale e la  $\varepsilon_l = 0$ , ciò implica una tensione longitudinale ( $\sigma_l$ ) nulla.

Le  $\sigma_r$  e le  $\sigma_t$  sono funzioni di due variabili: per riportarle ad una sola occorre esprimere le  $\varepsilon_t$  e le  $\varepsilon_r$  in funzione della coordinata "z", scrivendo  $\varepsilon_r = dz / dr$ , questo è possibile, perché sia "z" che "r" agiscono radialmente e  $\varepsilon_t = \frac{2 \cdot \pi \cdot (r+z) - 2 \cdot \pi \cdot r}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{z}{r}$ .

Inserendo i valori di  $\varepsilon_t$  e  $\varepsilon_r$  nelle espressioni (5) e (6), si ottiene:

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - v^2} \cdot \left( \frac{z}{r} + v \frac{dz}{dr} \right) + \frac{v}{1 - v} \cdot \sigma_l \quad \text{e} \quad \sigma_r = \frac{E}{1 - v^2} \cdot \left( \frac{dz}{dr} + v \frac{z}{r} \right) + \frac{v}{1 - v} \cdot \sigma_l$$

Per inserire  $\sigma_r$  nel bilancio verticale, occorre moltiplicarla per "r" e derivare:

$$\sigma_r \cdot r = \frac{E}{1 - v^2} \cdot \left( \frac{dz}{dr} \cdot r + v \cdot z \right) + \frac{v}{1 - v} \cdot \sigma_l \cdot r \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d(\sigma_r \cdot r)}{dr} = \frac{E}{1 - v^2} \cdot \left( \frac{d^2 z}{dr^2} \cdot r + \frac{dz}{dr} + v \cdot \frac{dz}{dr} \right) + \frac{v}{1 - v} \cdot \sigma_l$$

In questo modo l'equazione di bilancio verticale diventa:

$$\frac{E}{1 - v^2} \cdot \left( \frac{d^2 z}{dr^2} \cdot r + \frac{dz}{dr} + v \cdot \frac{dz}{dr} \right) + \frac{v}{1 - v} \cdot \sigma_l - \frac{E}{(1 - v^2)} \cdot \left( \frac{z}{r} + v \frac{dz}{dr} \right) - \frac{v}{1 - v} \cdot \sigma_l = -\omega^2 \cdot r^2 \cdot \rho \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 z}{dr^2} \cdot r + \frac{dz}{dr} - \frac{z}{r} = -\frac{1 - v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \rho \quad \Rightarrow \frac{d^2 z}{dr^2} + \frac{dz}{dr} \cdot \frac{1}{r} - \frac{z}{r^2} = -\frac{1 - v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \rho \quad \Rightarrow$$

$\frac{d}{dr} \cdot \left( \frac{dz}{dr} + \frac{z}{r} \right) \Rightarrow$  Equazione di Lamè

$$\Rightarrow \frac{d}{dr} \cdot \left[ \frac{1}{r} \cdot \left( \frac{dz}{dr} + \frac{z}{r} \right) \right] = -\frac{1 - v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \rho \quad \text{integrando due volte si ricava:}$$

$$\frac{d(z \cdot r)}{dr} = \frac{1 - v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^3}{2} \cdot \rho + c_1 \cdot r \quad \Rightarrow z \cdot r = \frac{1 - v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^4}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{r^2}{2} + c_2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z = \frac{1 - v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^3}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{r}{2} + \frac{c_2}{r}$$

Trovata z è possibile andare a ricavare  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$  in funzione di r, cioè in qualsiasi punto

della circonferenza. Dividendo  $z$  per  $r$  si ottiene :  $\frac{z}{r} = \frac{1-v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^2}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{c_2}{r^2}$  (7);

mentre la derivata di  $z$  rispetto ad  $r$ :  $\frac{dz}{dr} = \frac{1-v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot r^2}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{c_2}{r^2}$  (8).

Dalle relazioni (7) e (8) si ricavano  $\sigma_t$  e  $\sigma_r$ :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1-v^2)} \cdot \left( -\frac{1-v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot r^2}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{c_2}{r^2} - v \cdot \left( \frac{1-v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^2}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{c_2}{r^2} \right) \right) + \\ &+ \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \quad \Rightarrow \quad \sigma_r = \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot r^2}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{(1-v^2)} - \frac{E}{(1-v^2)} \cdot \frac{c_2}{r^2} - v \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^2}{8} \cdot \rho - v \cdot \frac{E}{(1-v^2)} \cdot \\ &\cdot \frac{c_1}{2} - v \cdot \frac{E}{(1-v^2)} \cdot \frac{c_2}{r^2} + \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma_r &= \omega^2 \cdot \frac{r^2}{8} \cdot \rho \cdot (3+v) - \frac{E}{(1-v) \cdot (1+v)} \cdot \frac{c_2}{r^2} \cdot (1+v) + \frac{E}{(1-v) \cdot (1+v)} \cdot \frac{c_1}{2} \cdot (1-v) + \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \\ \Rightarrow \sigma_r &= \underbrace{\left( \frac{E}{1-v} \cdot \frac{c_1}{2} + \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \right)}_{\text{cost} = A} - \underbrace{\left( \frac{E}{1-v} \cdot c_2 \right)}_{\text{cost} = B'} \cdot \frac{1}{r^2} - r^2 \cdot \underbrace{\left[ \omega^2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \rho \cdot (3+v) \right]}_{\text{parametro } C'} \\ \Rightarrow \sigma_r &= A - \frac{B'}{r^2} - r^2 \cdot C' \end{aligned}$$

Ripetendo la stessa procedura con  $\sigma_t$ :

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \frac{E}{(1-v^2)} \cdot \left( -\frac{1-v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot r^2}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{c_2}{r^2} + v \cdot \left( -\frac{1-v^2}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot r^2}{8} \cdot \rho + c_1 \cdot \frac{1}{2} + \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{c_2}{r^2} \right) \right) + \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma_t &= -\omega^2 \cdot \frac{r^2}{8} \cdot \rho + \frac{E}{1-v^2} \cdot \frac{c_1}{2} + \frac{E}{1-v^2} \cdot \frac{c_2}{r^2} - v \cdot \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot r^2}{8} \cdot \rho + v \cdot \frac{E}{1-v^2} \cdot \frac{c_1}{2} - v \cdot \frac{E}{1-v^2} \cdot \\ &\frac{c_2}{r^2} + \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \\ \Rightarrow \sigma_t &= -\omega^2 \cdot \frac{r^2}{8} \cdot \rho \cdot (1+3 \cdot v) + \frac{E}{(1-v) \cdot (1+v)} \cdot \frac{c_1}{2} \cdot (1-v) + \frac{E}{(1-v) \cdot (1+v)} \cdot \frac{c_2}{r^2} \cdot (1+v) + \\ &\frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \\ \Rightarrow \sigma_t &= \underbrace{\left( \frac{E}{1-v} \cdot \frac{c_1}{2} + \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_1 \right)}_{\text{cost} = A} + \underbrace{\left( \frac{E}{1-v} \cdot c_2 \right)}_{\text{cost} = B'} \cdot \frac{1}{r^2} - r^2 \cdot \underbrace{\left[ \omega^2 \cdot \frac{(1+3 \cdot v)}{8} \cdot \rho \right]}_{\text{parametro } D'} \\ \Rightarrow \sigma_t &= A + \frac{B'}{r^2} - r^2 \cdot D' \end{aligned}$$

Definendo il rapporto adimensionale :  $Q_{H,S} = \frac{r_{S,H_i}}{r_{S,H_e}}$ , con  $r_{S,H_i}$  il raggio interno dell'albero o del mozzo e con  $r_{S,H_e}$  il raggio esterno dell'albero o del mozzo. Inoltre si definisce "Q" generico come:

$$Q = \frac{r}{r_e}$$

Noto  $Q$  si ricavano  $\sigma_t$  e  $\sigma_r$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = A - \underbrace{\frac{B'}{r_e^2}}_B \cdot \underbrace{\frac{r_e^2}{r^2}}_{1/Q^2} - r_e \cdot \underbrace{C'}_C \cdot \underbrace{\frac{r^2}{r_e^2}}_{Q^2} = A - \frac{B}{Q^2} - C \cdot Q^2 \\ \sigma_t = A + \underbrace{\frac{B'}{r_e^2}}_B \cdot \underbrace{\frac{r_e^2}{r^2}}_{1/Q^2} - r_e \cdot \underbrace{D'}_D \cdot \underbrace{\frac{r^2}{r_e^2}}_{Q^2} = A + \frac{B}{Q^2} - D \cdot Q^2 \end{array} \right. \quad (9)$$

Tali equazioni prendono il nome di **Formule di Lamè**.

### 3.2.3 Studio del caso di un tubo a forte spessore con $\omega=0$ e una pressione interna $p$

Si suppone di avere un tubo di forte spessore fermo e al suo interno vi sia un gas che imprime sulla superficie interna una pressione ( $p$ ) costante, mentre all'esterno la pressione sia nulla. Questo caso è simile a quello mozzo (H), al cui interno è montato per interferenza un albero.

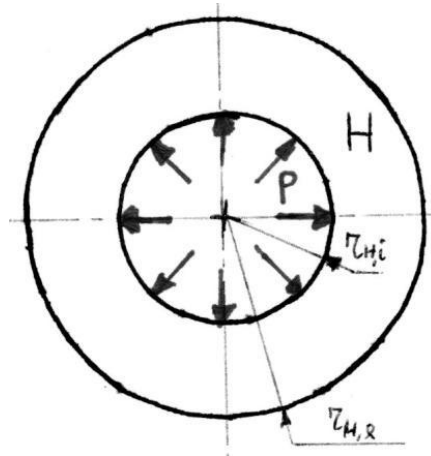


Fig. 3.4 – Tubo a forte spessore con  $\omega=0$  e una pressione interna costante

Il verso della pressione nella figura 3.4 è considerato positivo.

Dall'interpretazione delle condizioni iniziali, per  $Q=1$  (cioè  $r = r_e$ ) si ha  $\sigma_r = 0$ , essendo  $p = 0$  e per  $Q = Q_H$  (cioè  $r = r_i$ )  $\Rightarrow \frac{r_{H,i}}{r_e} = \frac{d_{H,i}}{d_{H,e}} \Rightarrow \sigma_r = -p$ ; la tensione radiale è negativa perché è in

compressione. Andando a inserire i valori dedotti dalle condizioni iniziali nel sistema (9), si possono individuare le costanti d'integrazione A e B:

$$\sigma_r = 0 = A - B \implies A = B \text{ e } \sigma_r = -p = A - \frac{B}{Q_H^2} = A \cdot \left( \frac{Q_H^2 - 1}{Q_H^2} \right) \text{ con } 0,3 < Q_H^2 < 0,6.$$

Per  $Q_H^2 > 0,6$  si ha un tubo con spessore sottile, mentre sotto a 0,3 non si può definire tubo, potendo quindi scrivere  $A = B = p \cdot \frac{Q_H^2}{1 - Q_H^2}$ .

Trovati A e B si possono dedurre  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$ :

$$\sigma_r = p \cdot \frac{Q_H^2}{1 - Q_H^2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{Q^2} \right); \quad \sigma_t = p \cdot \frac{Q_H^2}{1 - Q_H^2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{Q^2} \right).$$

Il loro andamento è iperbolico, crescente al diminuire dei raggi (Fig. 3.5).

Noti i valori estremi di  $\sigma_r$ , si passa ad osservare quelli di  $\sigma_t$ : sulla parte esterna  $\sigma_{t,e} = \frac{2 \cdot p \cdot Q_H^2}{1 - Q_H^2}$  e sulla parte interna  $\sigma_{t,i} = p \cdot \frac{1 + Q_H^2}{1 - Q_H^2}$ ; essendo  $Q_H^2 \leq 1$  si avrà  $\sigma_{t,i} > \sigma_{t,e}$ .

La differenza tra le due tensioni estreme di  $\sigma_t$  è pari a:

$\sigma_{t,i} - \sigma_{t,e} = p \cdot \frac{1 + Q_H^2}{1 - Q_H^2} - \frac{2 \cdot p \cdot Q_H^2}{1 - Q_H^2} = p$ , quindi per la  $\sigma_t$  la differenza tra la tensione interna e quella esterna è pari alla pressione p che è esercitata dall'interno. Le  $\sigma_t$  sono positive e tendono ad aprire il tubo, mentre le  $\sigma_r$  sono negative; sia per la  $\sigma_r$  sia la  $\sigma_t$  il punto di maggiore sollecitazione è in corrispondenza del raggio interno.

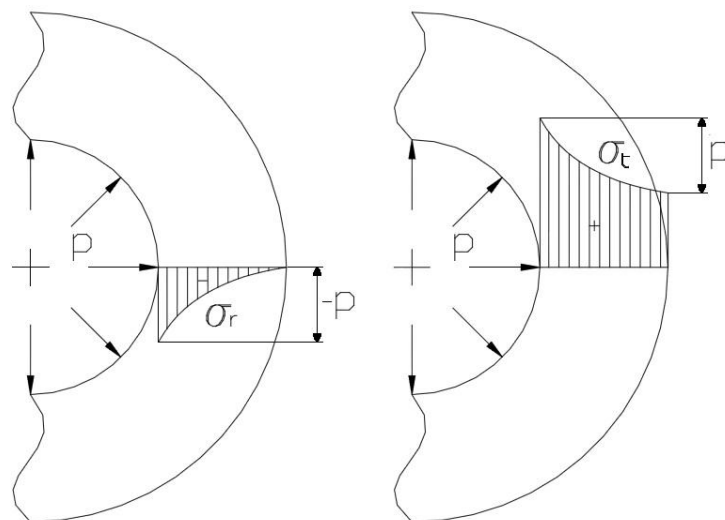


Fig. 3.5 – Andamento della  $\sigma_t$  e  $\sigma_r$  in tubo a forte spessore con  $\omega=0$  con una pressione interna p costante

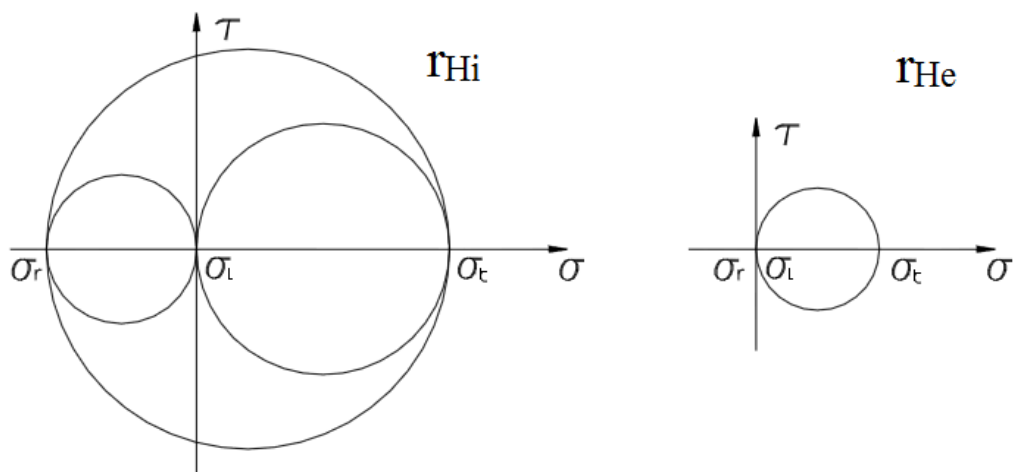


Fig. 3.6 – Cerchi di Mohr relativi al raggio esterno ed interno

### 3.2.4 Studio del caso di un tubo a forte spessore con $\omega=0$ e con una pressione esterna $p$

Si supponga di avere un tubo di forte spessore fermo e all'esterno vi sia un gas che impone una pressione ( $p$ ) costante sulla superficie esterna, mentre all'interno la pressione è nulla. Questo caso è simile a quello dell'albero ( $S$ ) montato per interferenza con un mozzo.

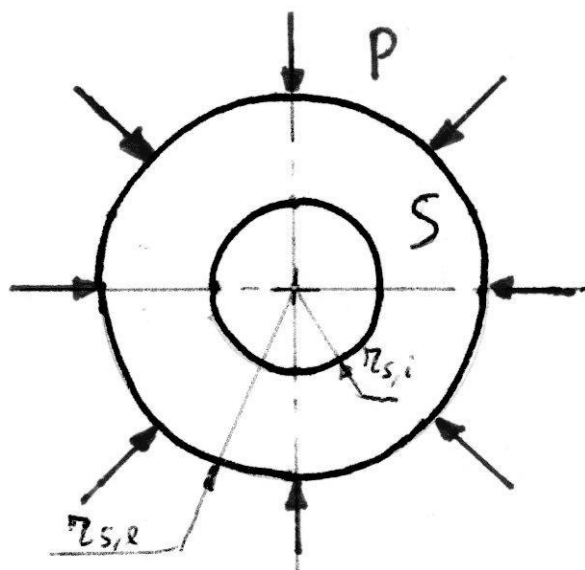


Fig. 3.7 – Tubo a forte spessore con  $\omega=0$  e una pressione esterna costante

Dall'interpretazione delle condizioni iniziali, per  $Q = 1$  (cioè  $r = r_e$ ) si ha  $\sigma_r = -p$  e per  $Q = Q_s$  (cioè  $r = r_i$ ) si ha  $\sigma_r = 0$ . Andando ad inserire i valori dedotti dalle condizioni iniziali nel sistema (9), si possono individuare le costanti d'integrazione  $A$  e  $B$ :

$$\sigma_r = -p = A - B \text{ e } \sigma_r = 0 = A - \frac{B}{Q_s^2} \Rightarrow A = \frac{B}{Q_s^2}. \text{ Da ciò si ricava che } -p = A - A \cdot Q_s^2 \Rightarrow$$



$\Rightarrow A = -\frac{p}{1-Q_S^2}$  e quindi  $B = -\frac{p}{1-Q_S^2} \cdot Q_S^2$ . I due segni negativi di A e B comportano delle  $\sigma_r$  e delle  $\sigma_t$  negative. Definiti A e B si può dedurre  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$ :

$$\begin{cases} \sigma_r = -p \cdot \frac{Q_S^2}{1-Q_S^2} \cdot \left( \frac{1}{Q_S^2} - \frac{1}{Q^2} \right) \\ \sigma_t = -p \cdot \frac{Q_S^2}{1-Q_S^2} \cdot \left( \frac{1}{Q_S^2} + \frac{1}{Q^2} \right) \end{cases}$$

Noti i valori estremi di  $\sigma_r$ , si cercano quelli di  $\sigma_t$ : sulla parte esterna  $\sigma_{t,e} = -p \cdot \frac{1+Q_S^2}{1-Q_S^2}$  e su quella interna  $\sigma_{t,i} = -\frac{2 \cdot p}{1-Q_S^2}$ . Fra le due tensioni, in valore assoluto, la maggiore è  $\sigma_{t,i}$ .

La differenza  $\sigma_{t,i} - \sigma_{t,e} = -\frac{2 \cdot p}{1-Q_S^2} - \left( -p \cdot \frac{1+Q_S^2}{1-Q_S^2} \right) = -p$  è uguale alla pressione che si esercita dall'esterno. Osservando la figura 2.8, si può notare che la  $\sigma_{r,e}$  è maggiore, in valore assoluto, della  $\sigma_{t,e}$ , in quanto la  $\sigma_{t,e} = -p \cdot \frac{1+Q_S^2}{1-Q_S^2}$ .

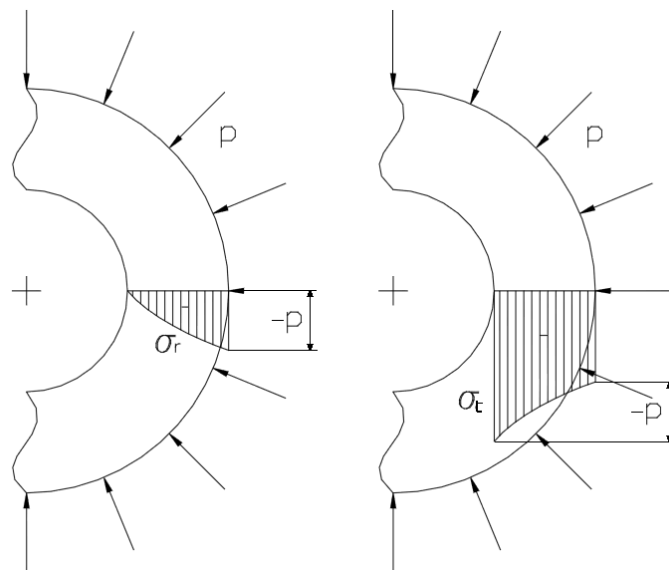


Fig. 3.8 – Andamento della  $\sigma_t$  e  $\sigma_r$  in tubo a forte spessore con  $\omega=0$  e con una pressione esterna  $p$  costante

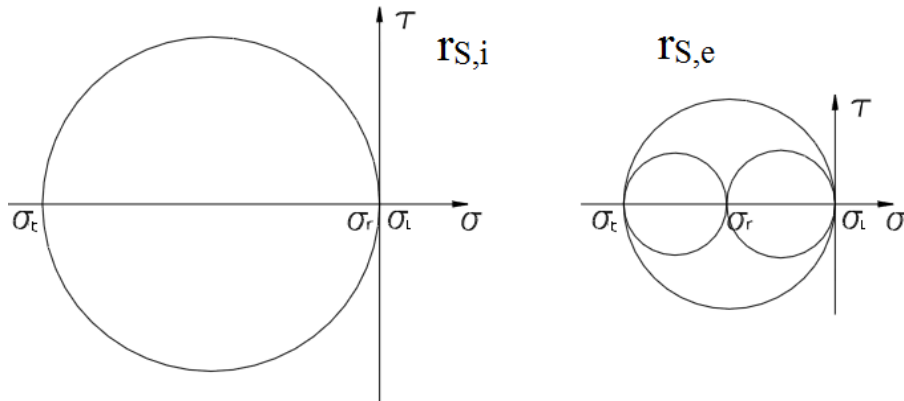


Fig. 3.9 – Cerchi di Mohr relativi al raggio esterno ed interno

### 3.2.5 Studio del caso di un tubo a forte spessore con $Q \rightarrow 0$ , $\omega=0$ e con una pressione esterna $p$

Si passi ora allo studio del caso di un tubo di forte spessore fermo avente all'esterno un gas, che genera sulla superficie esterna una pressione  $p$  e all'interno un piccolo foro di dimensioni "tendenti a zero".

Questo caso è simile a un albero pieno o con un piccolo foro ( $S$ ), montato per interferenza in un mozzo.

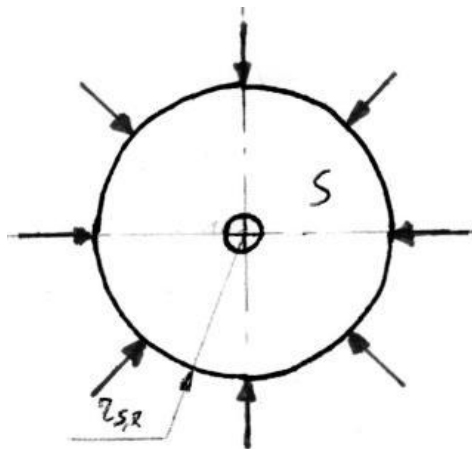


Fig. 3.10 – Tubo a forte spessore con  $\omega=0$  e una pressione esterna costante e un  $Q \rightarrow 0$

Dall'interpretazione delle condizioni iniziali, per  $Q \rightarrow 0$  si ha  $\sigma_{r,t} \rightarrow \infty$ , tranne se  $B=0$ , mentre per  $Q=1$  (cioè  $r = r_e$ )  $\Rightarrow \sigma_r = p$ . Per queste condizioni iniziali, le costanti d'integrazione  $A$  e  $B$  sono  $\sigma_r = p = A$ . Dedotti  $A$  e  $B$ , si può ricavare l'andamento delle tensioni  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$ :  $\sigma_r = p$ ;  $\sigma_t = p$ . Noti i valori di  $\sigma_r$ , si passa a quelli di  $\sigma_t$ : sulla parte interna  $\sigma_{t,i} = \frac{2 \cdot p}{1 - Q_s^2}$ , ma se il foro è molto piccolo ( $Q_s \rightarrow 0$ ),  $\sigma_{t,i} = 2 \cdot p$ .

Nel caso di cilindro pieno, la tensione radiale e quella circonferenziale sono uguali in ogni punto e hanno un modulo uguale alla pressione esterna ma di segno opposto: si ha una croce doppia di compressione. Appena si fora il cilindro, la tensione radiale deve tendere a zero nel raggio interno; il passaggio dal valore che si riduce dal raggio esterno ( $-p_e$ ) a zero è tanto più brusco quanto maggiore è lo spessore del cilindro (figura 3.11). Da un punto di vista delle tensioni, è preferibile avere in un albero un foro largo rispetto a uno piccolo.

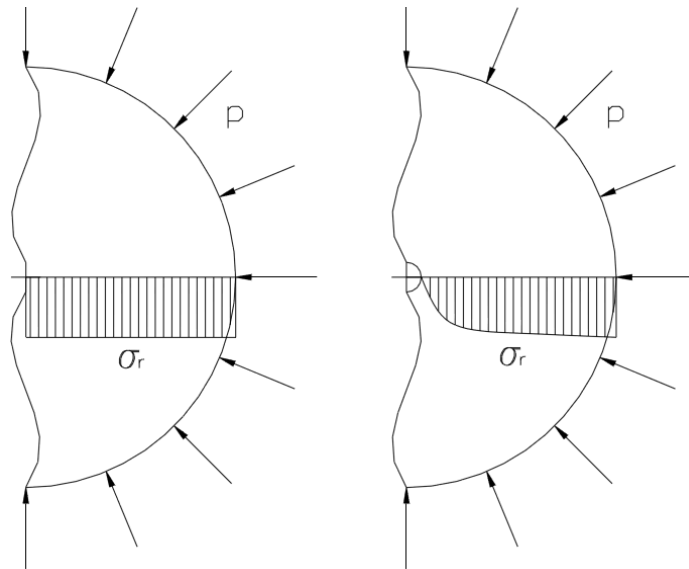


Fig. 2.11 – Andamento della  $\sigma_r$  in tubo a forte spessore con un foro interno nullo ed uno molto piccolo

### 3.2.6 Studio del caso di un tubo a forte spessore con, $\omega=0$ , una pressione esterna $p_e$ ed una interna $p_i$

Si passi ora al caso di un tubo a forte spessore fermo, soggetto a due differenti pressioni, un'esterna ( $p_e$ ) e un'altra interna ( $p_i$ ). Le due pressioni sono costanti.

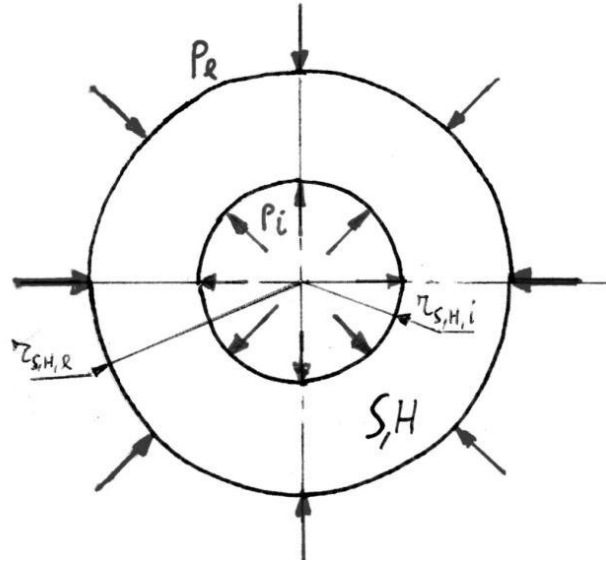


Fig. 3.12 – Tubo a forte spessore con  $\omega=0$  e una pressione esterna e d'interna distinti e costante

In questo caso le costanti d'integrazione A e B sono uguali a  $-p_i = A - \frac{B}{Q_{S,H}^2}$  e

$-p_e = A - B$  per cui  $A = B - p_e$ ; inserendo nella prima espressione il valore di A si ricava B,

$$-p_i = B - p_e - \frac{B}{Q_{S,H}^2} = -p_e + B \cdot \left( \frac{Q_{S,H}^2 - 1}{Q_{S,H}^2} \right) \Rightarrow B = (p_i - p_e) \cdot \frac{Q_{S,H}^2}{1 - Q_{S,H}^2}$$

Dedotti A e B, si può ricavare l'andamento delle tensioni  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$ :

$$\begin{cases} \sigma_r = -p_e + (p_i - p_e) \cdot \frac{Q_{S,H}^2}{1 - Q_{S,H}^2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{Q^2} \right) \\ \sigma_t = -p_e + (p_i - p_e) \cdot \frac{Q_{S,H}^2}{1 - Q_{S,H}^2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{Q^2} \right) \end{cases}$$

Nota la formula generale, si vanno a ricercare i valori estremi di  $\sigma_t$ :

$$\sigma_{t,i} = -p_e + (p_i - p_e) \cdot \frac{1 + Q_{S,H}^2}{1 - Q_{S,H}^2} \text{ e } \sigma_{t,e} = -p_e + (p_i - p_e) \cdot \frac{2 \cdot Q_{S,H}^2}{1 - Q_{S,H}^2}$$

La differenza tra i due valori è pari a:

$$\sigma_{t,i} - \sigma_{t,e} = \cancel{-p_e} + (p_i - p_e) \cdot \frac{1 + Q_{S,H}^2}{1 - Q_{S,H}^2} - \left( \cancel{-p_e} + (p_i - p_e) \cdot \frac{2 \cdot Q_{S,H}^2}{1 - Q_{S,H}^2} \right) = (p_i - p_e) \cdot$$

### 3.2.7 - Studio del caso dell'accoppiamento albero-mozzo

Le analisi dei tubi a forte spessore fin ora svolte servono per spiegare l'andamento della  $\sigma_t$  e della  $\sigma_r$  in un accoppiamento albero-mozzo.

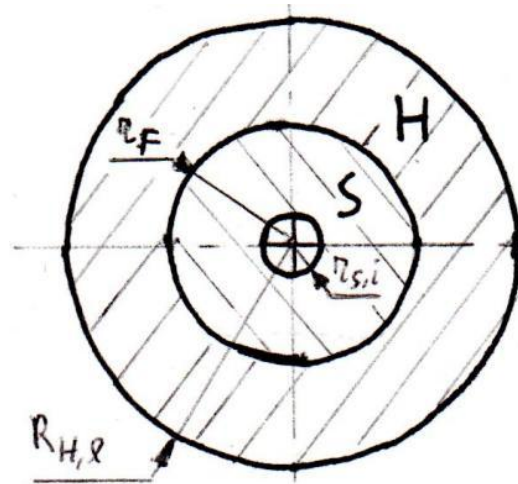


Fig. 3.13 – Accoppiamento albero-mozzo

L'accoppiamento tra albero e mozzo può avvenire o a freddo o a caldo: a caldo si riscalda il mozzo, che si dilata, o raffreddando l'albero con l'elio liquido. In entrambi i casi si permette l'entrata dell'albero senza appiattimenti e deformazioni, come avviene invece nell'accoppiamento a freddo, in cui in particolare si va a deformare il materiale meno rigido. Inoltre, il montaggio a caldo permette di mantenere la rugosità tra due superfici a contatto. Per garantire un buon accoppiamento, cioè l'assenza di gioco tra i due corpi, occorre che vi sia sempre una leggera interferenza fra albero e mozzo: il raggio esterno dell'albero deve essere maggiore di quell'interno del mozzo. La deformazione dei due raggi porta alla creazione di un terzo raggio, chiamato raggio di accoppiamento ( $r_F$ ) (Fig. 3.14). Per il sistema di coordinate adottato a inizio capitolo, la direzione radiale  $z$  è positiva quando è uscente dal cilindro. Quindi la dilatazione radiale del mozzo è positiva ed è indicata con il simbolo  $Z_{H,i}$ , mentre la contrazione dell'albero è negativa e viene indicata con il simbolo  $Z_{S,e}$ . I valori di  $Z_{H,i}$  e di  $Z_{S,e}$  sono legati al modulo elastico dei due elementi e la loro somma restituisce l'interferenza totale:  $Z_{TOT} = Z_{H,i} - Z_{S,e} = r_F - r_{H,i} - r_F + r_{S,e}$ .

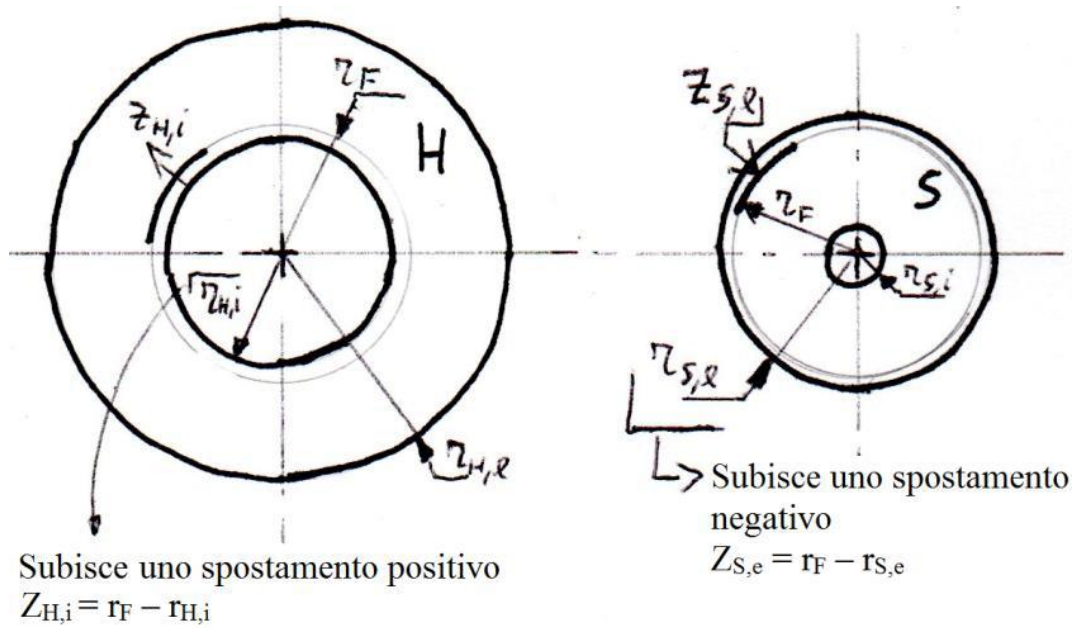


Fig. 3.14 – Accoppiamento albero-mozzo

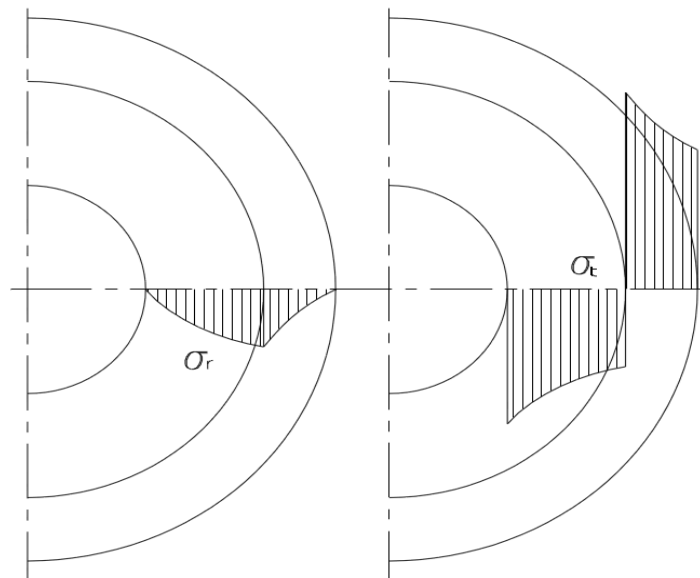


Fig. 3.15 – Andamento della  $\sigma_e$  e  $\sigma_t$  nell'accoppiamento albero-mozzo

Nota la relazione  $\frac{Z}{r} = \varepsilon_t = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_t - \nu \cdot \sigma_r) \iff Z = \frac{r}{E} \cdot (\sigma_t - \nu \cdot \sigma_r)$ , si può applicare prima al mozzo  $Z_{H,i} = \frac{r_{H,i}}{E_H} \cdot (\sigma_{t_{H,i}} - \nu_H \cdot \sigma_{r_{H,i}}) = \frac{r_{H,i}}{E_H} \cdot p \cdot \left( \frac{1+Q_H^2}{1-Q_H^2} + \nu_H \right)$  e poi all'albero  $Z_{S,e} = \frac{r_{S,e}}{E_S} \cdot (\sigma_{t_{S,e}} - \nu_S \cdot \sigma_{r_{S,e}}) = -\frac{r_{S,e}}{E_S} \cdot p \cdot \left( \frac{1+Q_S^2}{1-Q_S^2} - \nu_S \right)$ . In questo modo si deduce la dilatazione del mozzo e il restringimento dell'albero. Note  $Z_{H,i}$  e  $Z_{S,e}$  si può scrivere :

$$Z_{TOT} = \frac{r_{H,i}}{E_H} \cdot p \cdot \left( \frac{1+Q_H^2}{1-Q_H^2} + \nu_H \right) + \frac{r_{S,e}}{E_S} \cdot p \cdot \left( \frac{1+Q_S^2}{1-Q_S^2} - \nu_S \right)$$
 ; con "p" si indica la pressione di accoppiamento, che si considera uguale sia per l'albero che per il mozzo. Essendo l'interferenza dell'ordine di qualche centesimo di millimetro, possono essere considerati uguali  $r_{H,i}$  e  $r_{S,e}$ . Quindi  $r_F$  è uguale a  $\xi = p \cdot \left[ \frac{1}{E_H} \cdot \left( \frac{1+Q_H^2}{1-Q_H^2} + \nu_H \right) + \frac{1}{E_S} \cdot \left( \frac{1+Q_S^2}{1-Q_S^2} - \nu_S \right) \right]$  (10); con "ξ" si indica il rapporto  $\frac{Z_{TOT}}{r_F}$ , che è funzione di  $Q_H$ , di  $Q_S$ , del modulo di elasticità del mozzo ( $E_H$ ) e dell'albero ( $E_S$ ). Riscrivendo l'equazione (10) in funzione della pressione di accoppiamento:

$$p = \frac{\xi}{\frac{1}{E_H} \cdot \left( \frac{1+Q_H^2}{1-Q_H^2} + \nu_H \right) + \frac{1}{E_S} \cdot \left( \frac{1+Q_S^2}{1-Q_S^2} - \nu_S \right)}$$
 (11) , si trova la pressione di accoppiamento secondo la

**teoria di Lamè.**

Nota l'interferenza ( $Z_{tot}$ ), si può desumere la pressione di accoppiamento e di conseguenza la coppia massima trasmissibile o viceversa, nota la coppia, si ricava la "p" e da essa le  $Z_{H,i}$  e  $Z_{S,e}$ , necessarie per garantirla.

Se il materiale è isotropo e la  $Q_S^2 = 0$  , si ha che la formula (10) diventa :

$$p = \frac{E \cdot \xi}{\frac{1+Q_H^2}{(1-Q_H^2)} + \nu + 1} = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \xi \cdot (1 - Q_H^2).$$

Secondo la Teoria di Lamé la pressione p è costante lungo l'accoppiamento, nella realtà, invece, la pressione di calettamento non è uniforme (Fig. 3.16). Questo concetto verrà approfondito nel modello hertziano.

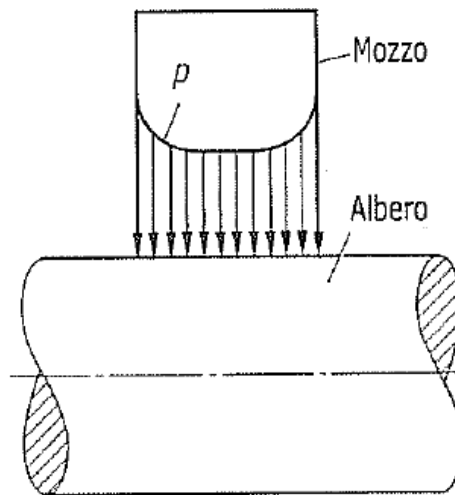


Fig. 3.16 – Distribuzione pressione di calettamento (p) tra albero e mozzo

**3.3 Modello hertziano**

Il modello hertziano proposto da Strozzi parte dell'ipotesi che sia possibile considerare il problema dell'accoppiamento forzato come un problema piano. Con questa prima approssimazione, si considerano l'albero e il mozzo come due porzioni di cilindri a contatto (figura 3.17). Il cilindro interno ha raggio uguale a quello del raccordo interno del mozzo e il cilindro esterno ha un raggio uguale a quello del raccordo dell'albero. Il raccordo sull'albero si genera per la riduzione di sezione dovuta al calettamento del mozzo.

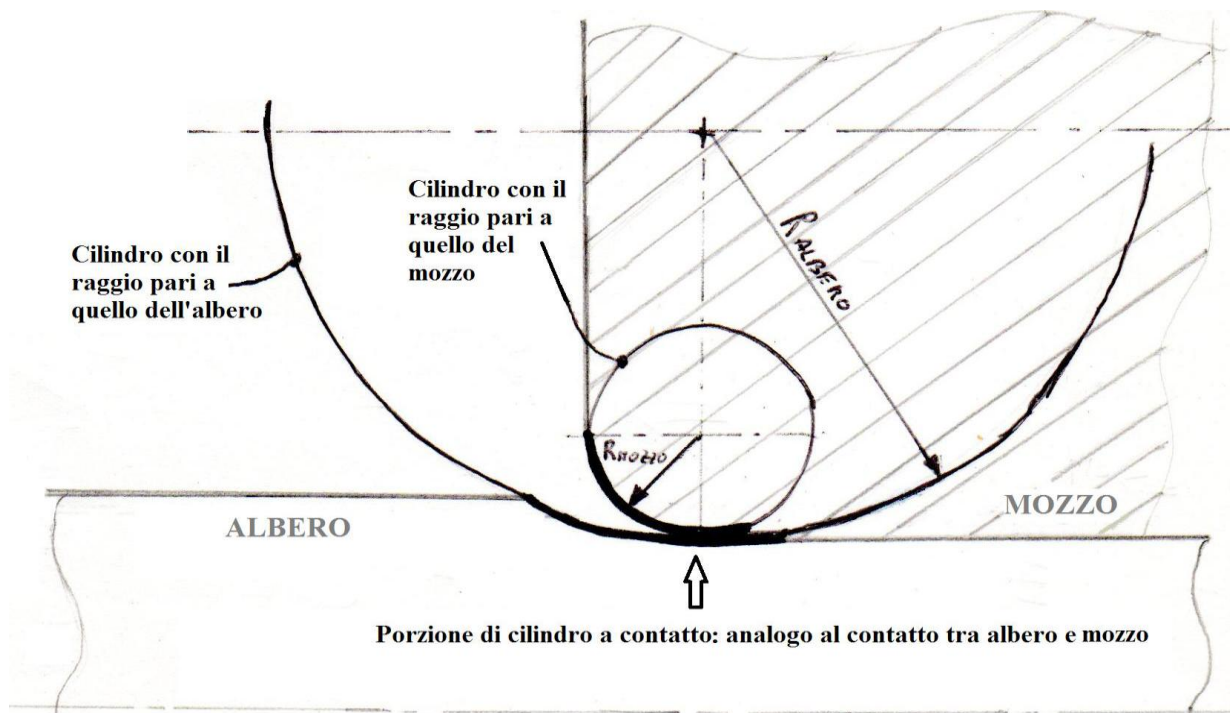


Fig. 3.17 – Schematizzazione hertziana dell'accoppiamento albero-mozzo.

Per dimostrare l'effettiva analogia con un modello hertziano, devono valere quattro condizioni:

1. corpi isotropi e omogenei;
2. le dimensioni dell'area di contatto molto piccole rispetto ai raggi di curvatura;
3. contatto in assenza di attrito;
4. contatto tra le superfici lineare elastico.

La *prima condizione* è verificata perché l'albero e il mozzo sono in acciaio. Gli acciai possono essere considerati in campo elastico, a livello macroscopico, come materiali isotropi e omogenei.

La *seconda condizione*, la più critica delle quattro, presuppone che la superficie di contatto non abbia una dimensione comparabile con quella del raggio di curvatura. Questa condizione è verificata o meno dalla disuguaglianza  $\frac{a}{r} \leq 0,1$ ; dove "a" è la semilarghezza della zona di contatto e "r" è il raggio di curvatura del raccordo interno del mozzo. Il raggio di curvatura dell'albero è molto grande, quindi la seconda condizione è sempre verificata.

La *terza condizione* prevede che le forze scambiate dalle superfici siano normali al piano di contatto, per questo motivo è richiesta l'assenza d'attrito. Il contatto acciaio su acciaio ha un basso coefficiente d'attrito,  $\cong 0,15$ , inoltre, la distribuzione di pressione in un contatto per aderenza è influenzata poco dall'attrito.

La *quarta condizione* impone che le superfici a contatto si deformino elasticamente, cioè il contatto non deformi plasticamente il materiale. Anche questa condizione, a livello macroscopico, è verificata in un accoppiamento albero-mozzo.

Se tutte queste quattro condizioni sono valide il contatto non avverrà in un punto, come nel caso di corpi perfettamente rigidi, ma in un'area di dimensione finite di semilarghezza "a", (Fig. 3.18).



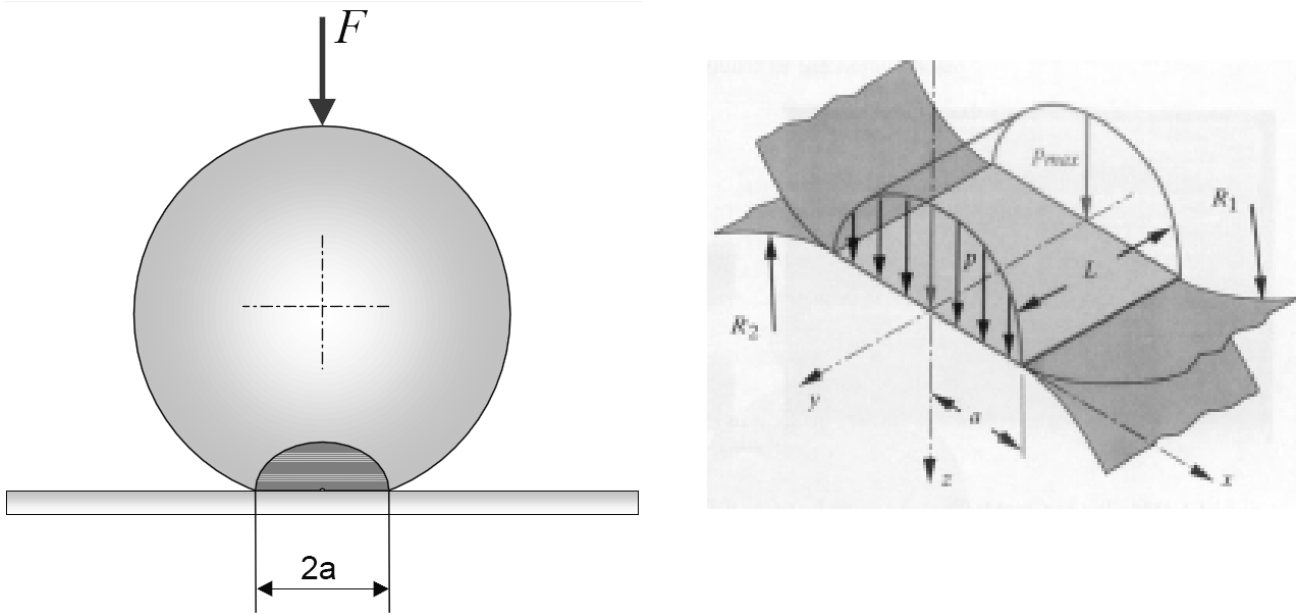


Fig. 3.18 – Contatto Hertziano dell'accoppiamento albero-mozzo

La semilarghezza "a" può essere calcolata con differenti tecniche:

- *Direttamente dalla teoria hertziana*, nell'ipotesi di contatto piano cilindro, attraverso la relazione  $a = \sqrt{\frac{4 \cdot F \cdot \rho}{\pi \cdot L \cdot \Delta}}$ ; dove "F" è forza che tiene premuto il cilindro al piano, "L" è profondità dei cilindri, "ρ" il rapporto del raggio di curvatura del cilindro e del piano ( $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ) con  $R_1 = r$  e  $R_2 \rightarrow \infty$ , Δ tiene conto della tipologia di materia a contatto ( $\frac{1}{\Delta} = \frac{1-v_1}{E_1} + \frac{1-v_2}{E_2}$ ) con  $v_1$  e  $v_2$  coefficienti di Poisson rispettivamente del cilindro e del piano e  $E_1$  e  $E_2$  i moduli di resistenza di Young dei due corpi.
- *Attraverso il modello di Winkler* dal quale si ricava la relazione  $a = \sqrt{I \cdot r}$ , questa sovrastima la semilarghezza "a" di circa 10 volte.
- *Attraverso misure in un modello agli elementi finiti.*

Nota la semilarghezza di contatto è possibile ricavarsi l'andamento della pressione fra i due corpi: avrà un andamento ellittico con un massimo pari a  $p_{max} = \sqrt{\frac{F \cdot \Delta}{\pi \cdot L \cdot \rho}}$ ; considerando il problema piano la profondità dei cilindri "L" è unitaria. La pressione massima si trova al centro dell'area di contratto (Fig. 3.19).

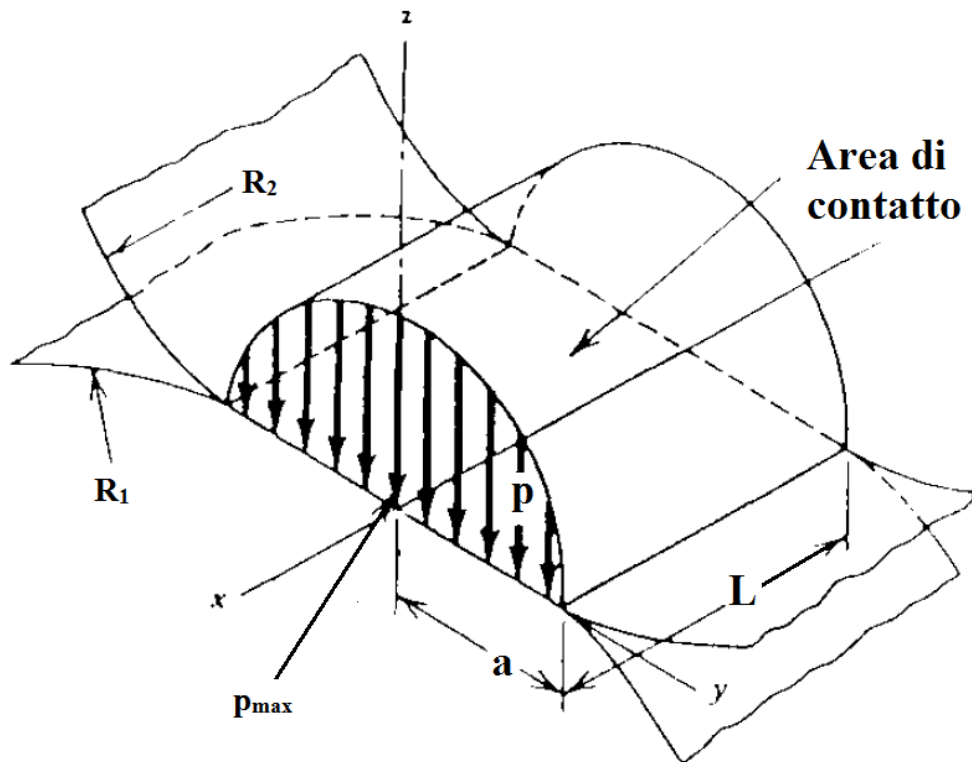


Fig. 3.19 – Area di contatto

Per quanto riguarda le tensioni si possono dedurre, una volta definito il sistema di riferimento cartesiano, l'origine nel centro dell'area di contatto, l'asse z in direzione ortogonale alla suddetta area, l'asse x in direzione longitudinale e l'asse y in quella trasversale. Con questo sistema di riferimento, le tensioni lungo gli assi x, y, z sono principali e risultano

$$\sigma_y = -p_{max} \left[ \left( 2 - \frac{1}{1 + \frac{z^2}{a^2}} \right) \cdot \sqrt{1 + \frac{z^2}{a^2}} - 2 \cdot \frac{z}{a} \right], \sigma_z = \frac{-p_{max}}{\sqrt{1 + \frac{z^2}{a^2}}} \text{ e}$$

$$\sigma_x = -2 \cdot \nu \cdot p_{max} \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{z^2}{a^2}} - \frac{z}{a} \right); \text{ con "z" si indica la variabile lungo l'asse del cilindro. La}$$

tensione tangenziale massima è nel piano z-y,  $\tau_{max} = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}$  ad una quota dalla superficie di contatto  $z = 0,7 \cdot a$  e vale  $0,3 \cdot p_{max}$ . Gli andamenti delle tensioni sono visibili nella figura 3.20.

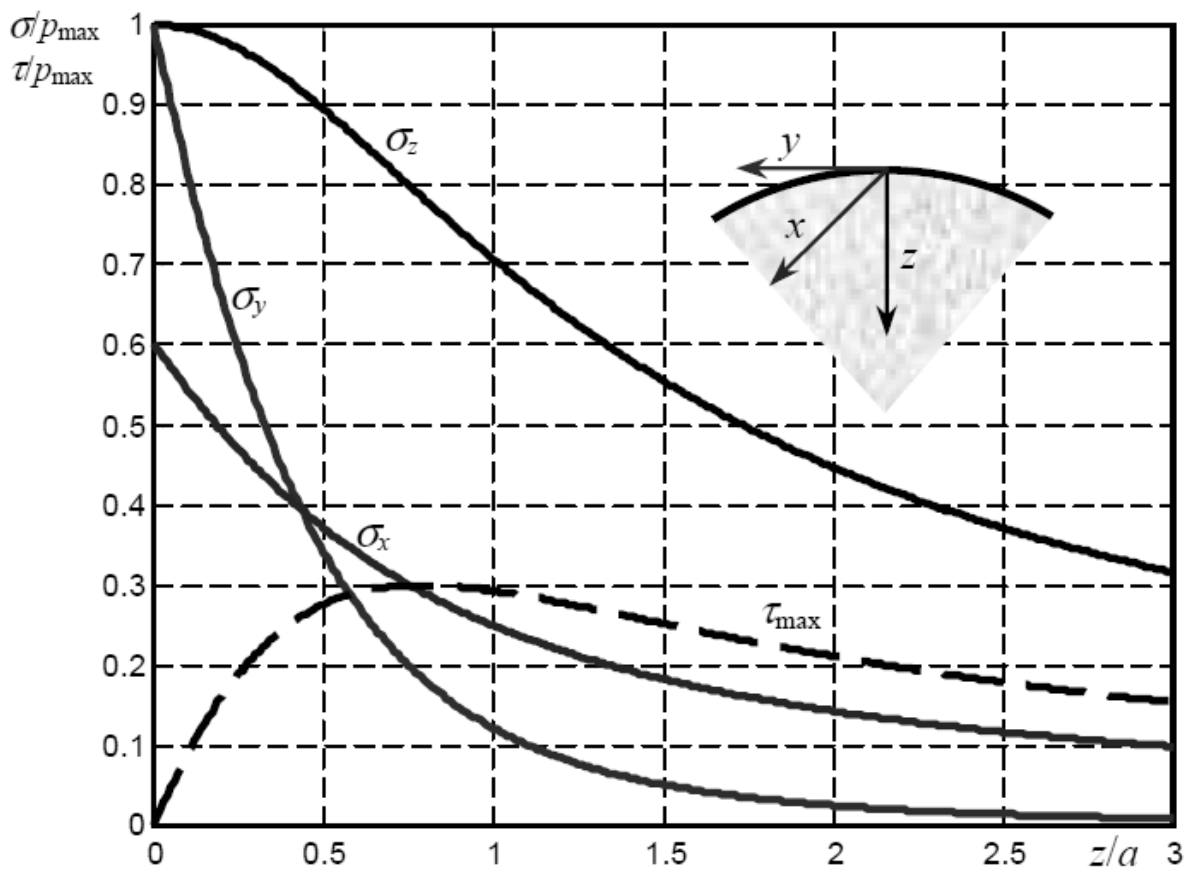


Fig. 3.20 – Tensioni hertziane al centro dell'area di contatto piano/cilindro, al variare di  $z$  per un materiale con  $\nu=0,3$

La presenza di un picco di tensione tangenziale sotto pelle fa sì che anche la tensione equivalente calcolata con il metodo di Von Mises abbia il valore massimo sotto pelle.

## Capitolo 4

### Materiali e metodi

#### 4.1 Introduzione

In questo capitolo verranno mostrati i materiali e i metodi utilizzati per lo svolgimento delle prove di fatica sui provini presso il Laboratorio Hangar della Seconda Facoltà di Ingegneria di Forlì, in particolare saranno mostrate le geometrie dei provini che la normativa ISO1143:2010 richiede per l'esecuzione di tale prova, le caratteristiche meccaniche del materiale utilizzato per la realizzazione del lotto di provini, le prove meccaniche effettuate in laboratorio per la preparazione alla prova di fatica e i metodi di costruzione della curva di Whöler.

#### 4.2 Progettazione dei provini

Per il dimensionamento del provino si è partiti dallo scegliere come diametro esterno quello massimo consentito dalla macchina di Moore presente all'interno del laboratorio, ovvero 16 mm.

Utilizzando la relazione  $Q_H = \frac{D_{H_i}}{D_{H_e}} \cong 0,7$  ci si è ricavati il diametro minimo, risultato pari ad 11 mm.

Tale diametro risulterà essere anche il diametro interno del mozzo per i provini albero-mozzo (Fig. 4.2).

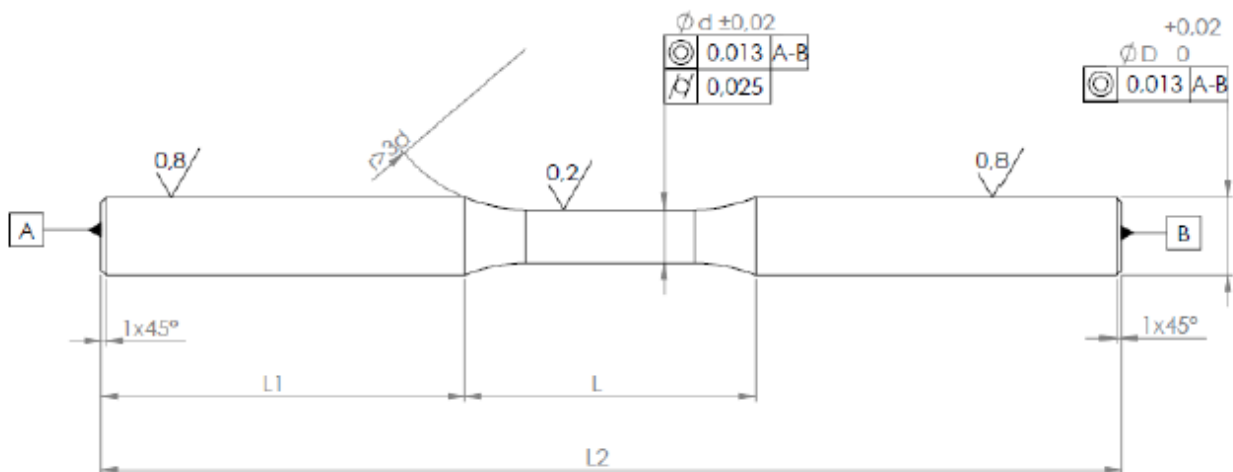


Fig. 4.1- Provino per prova a fatica caricato secondo ISO1143:2010

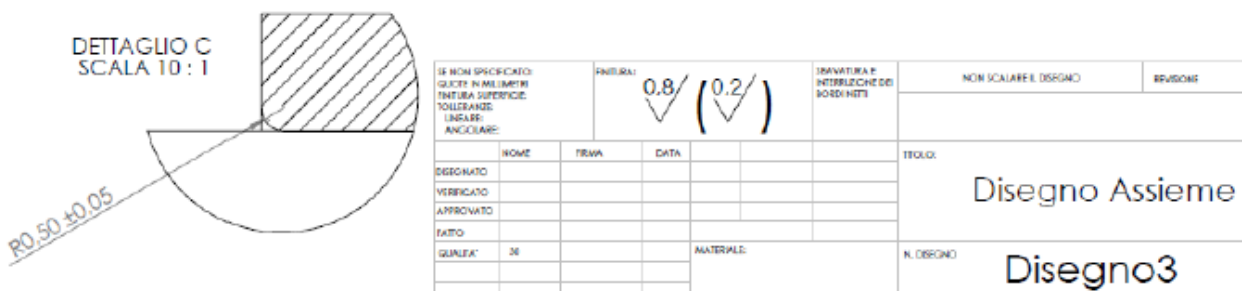
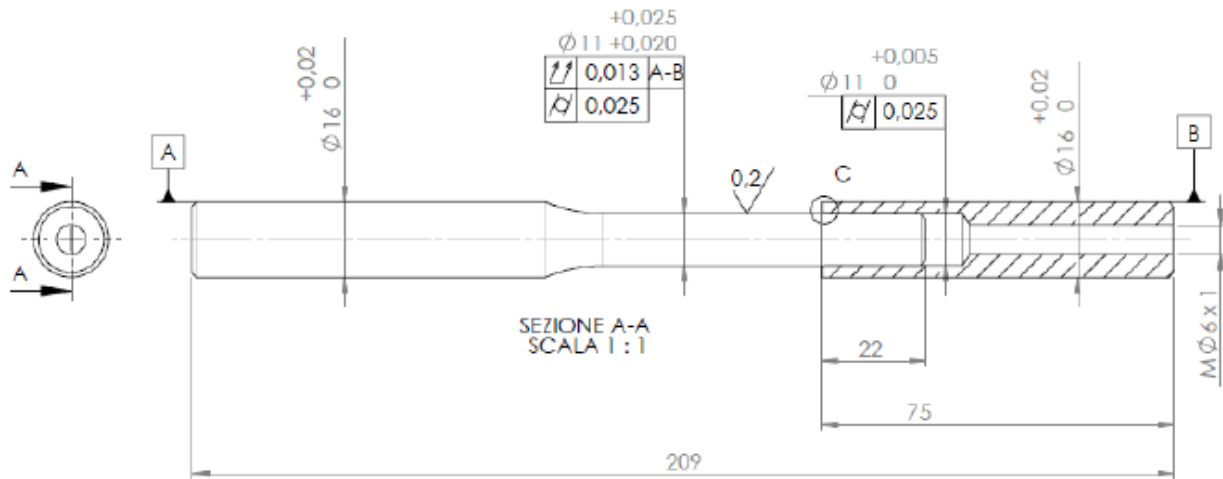
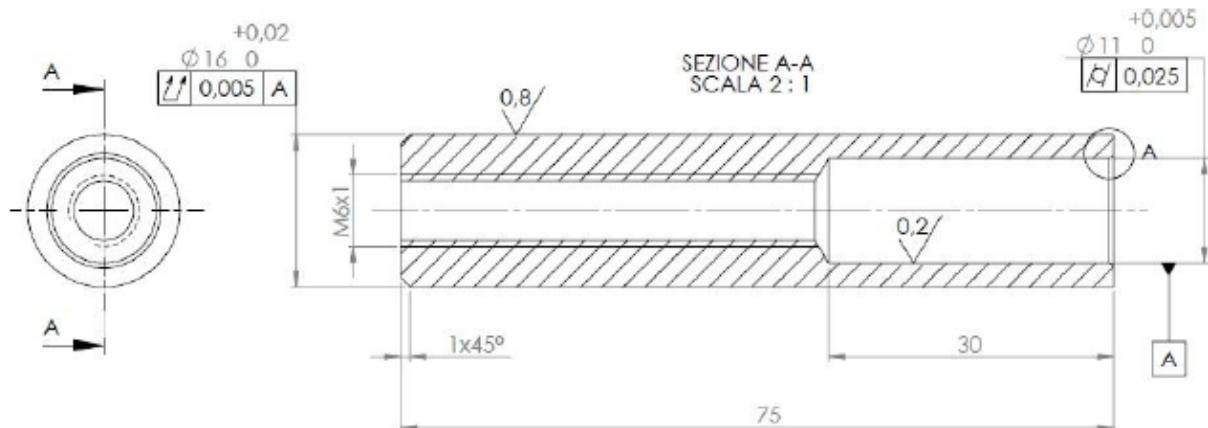


Fig. 4.2 – Provino albero - mozzo

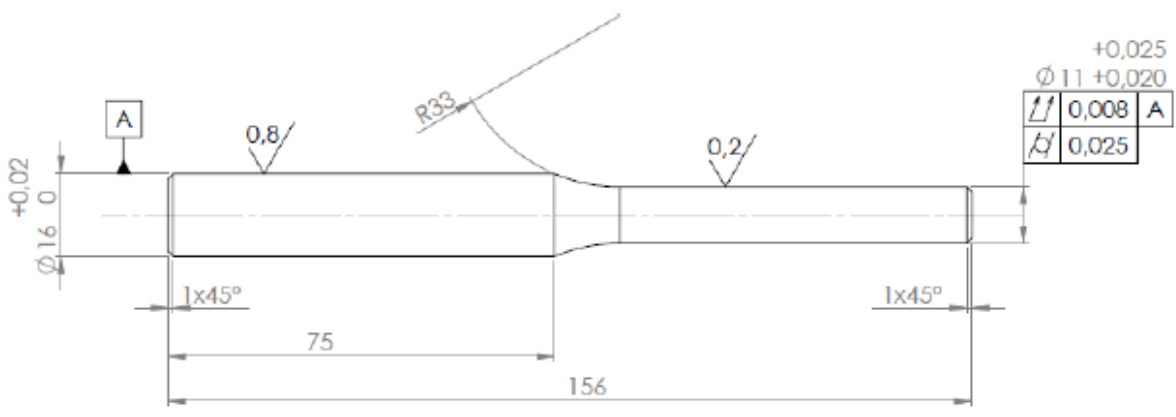
Una volta scelte la pressione di accoppiamento (di 100 MPa), la geometria del provino ed il materiale ci si è ricavati dalla formula di Lamè l'interferenza diametrale in grado di garantire il corretto accoppiamento, risultando pari a 0,02 mm. La lunghezza di accoppiamento, che teoricamente deve essere lunga almeno quanto il diametro dell'albero, è stata presa pari a 22 mm (pari a due volte il diametro) in modo da garantire una pressione costante nella zona centrale dell'accoppiamento. Il raggio interno della boccola è stato preso pari a 0,5 mm. Altre disposizioni sulle dimensioni del provino sono state prese dalla normativa ISO 1143-2010: per un provino caricato in 4 punti il raggio di raccordo dell'albero (r) deve essere di almeno 3 volte il diametro dell'albero, questo per evitare che il raccordo sia un punto d'innescio per una frattura, che falserebbe la prova. La stessa normativa ISO 1143-2010 consiglia di non utilizzare provini troppo corti in quanto la vicinanza dei raccordi e degli afferraggi falsano i risultati delle prova. Per questo motivo si è scelta la lunghezza della boccola e delle parti dell'albero dalle 2,5 alle 3,5 volte la lunghezza d'interferenza. Riporto ora i disegni costruttivi dei singoli elementi che costituiscono il provino.



Nota: utilizzare lo stesso semilavorato di partenza per tutte le parti (es. barra d=20)

SE NON SPECIFICATO: QUOTE IN MILLIMETRI FINITURA SUPERFICIE: TOLLERANZE: LINEARE: ANGOLARE:		FINITURA: 0,8/ (0,2/)		SIGNATURA E INTERROGARE DEI SCORDI INT.		REVISIONE
DESIGNATO	NOME	FIRMA	DATA			TITOLO: Boccola
VERIFICATO						
APPROVATO						
FATTO						
QUALITÀ				MATERIALE: C40 normalizzato UNI EN 10083-2	N. DISEGNO: Disegno 1	

Fig. 4.3 - Parte del provino – boccola



Nota: utilizzare lo stesso semilavorato di partenza per tutte le parti (es. barra d=20)

SE NON SPECIFICATO: QUOTE IN MILLIMETRI FINITURA SUPERFICIE: TOLLERANZE: LINEARE: ANGOLARE:		FINITURA: 0,8/ (0,2/)		SIGNATURA E INTERROGARE DEI SCORDI INT.		REVISIONE
DESIGNATO	NOME	FIRMA	DATA			TITOLO: Albero
VERIFICATO						
APPROVATO						
FATTO						
QUALITÀ				MATERIALE: C40 normalizzato UNI EN 10083-2	N. DISEGNO: Disegno 2	

Fig. 4.4 - Parte del provino – albero

### 4.3 Materiale

L'intero lotto di provini è stato realizzando utilizzando una barra di acciaio C 40 trafilato (secondo la normativa EN 10277-2). Le seguenti tabelle mostrano le caratteristiche chimiche e meccaniche presentate da tale acciaio.

	C%	Si%	Mn%	P%	S%	Cr%	Ni%	Mo%	Cr+Mo+Ni%
Da	0,37	-	0,50	-	-	-	-	-	-
A	0,44	0,40	0,80	0,045	0,045	0,40	0,40	0,10	0,63

Tab. 4.1 – Composizione chimica di un C40 trafilato

Spessore [mm]	R <sub>p0,2</sub> minimo [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	Al% Minimo
≥ 5 ≤ 10	540	da 700 a 1000	6
> 10 ≤ 16	460	da 650 a 980	7
> 16 ≤ 40	365	da 620 a 920	8
> 40 ≤ 63	330	da 590 a 840	9
> 63 ≤ 100	290	da 550 a 820	9

Tab. 4.2 – Caratteristiche meccaniche di un C40 trafilato

Per verificare che i provini fossero stati realmente costruiti con il materiale e con le geometrie richieste, sull'intero lotto di provini sono state svolte misure mediante micrometro per esterni/interni, rugosimetro e comparatore e sono state svolte una serie di prove meccaniche (non distruttive). Nel paragrafo seguente saranno mostrate tutte le prove effettuate sui provini.

### 4.4 Prove di caratterizzazione del materiale

#### 4.4.1 - Misura delle dimensioni dei provini

La prima operazione effettuata sul lotto di provini è stata il controllo dimensionale di ogni singolo provino al fine di verificare che il costruttore avesse rispettato le specifiche richieste da disegno. I provini classici per la caratterizzazione del materiale sono stati misurati mediante micrometro. La misura è stata effettuata sia nel tratto utile di diametro nominale pari a 11 mm sia nelle due estremità di diametro nominale pari a 16 mm. Per ogni tratto sono state effettuate tre misurazioni in modo da ridurre la probabilità di errore legata allo strumento di misura. Per quanto riguarda i perni e le boccole, che sono state successivamente accoppiate per formare i provini albero-mozzo, la misura è stata effettuata sul tratto utile di accoppiamento dei perni in estremità, a metà tratto (circa 10 mm dall'estremità del perno) e alla fine del tratto utile di accoppiamento (circa 20 mm dall'estremità del perno). Per le boccole è stato utilizzato un micrometro per interni e anche in

questo caso sono state effettuate 3 misurazioni, all'inizio, in mezzeria e al termine della zona di accoppiamento. Tale misura ci ha permesso di accoppiare i perni con le boccole in modo tale da ottenere il più possibile un'interferenza di 0,02 mm, corrispondente ad una pressione di accoppiamento teorica di 100 MPa. Va ricordato che la misura definitiva dei diametri esterni relativi al tratto utile dei provini è stata quella effettuata in seguito alla lavorazione di finitura superficiale eseguita al tornio mediante pasta abrasiva e polish necessaria a portare la rugosità superficiale a valori accettabili e richiesti dalla normativa ISO 1143 per la validità della prova di fatica, in quanto i provini presentavano una rugosità troppo elevata. Vengono riportate in seguito le tabelle contenenti le dimensioni dei diametri di tutti i provini classici e dei componenti che successivamente sono stati accoppiati per creare il provino albero-mozzo.

Numero provino	DIAMETRO ESTERNO tratto utile			DIAMETRO ESTERNO estremità provini			
	Misura 1 [mm]	Misura 2 [mm]	Misura 3 [mm]	Misura 1 [mm]	Misura 2 [mm]	Misura 3 [mm]	Misura 4 [mm]
C1	11.000	11.000	10.998	15.987	15.986	15.987	15.987
C2	11.001	11.001	11.002	15.988	15.986	15.988	15.987
C3	11.003	10.997	10.999	15.985	15.988	15.988	15.870
C4	10.999	11.001	11.002	16.000	16.002	15.999	16.001
C5	11.000	11.002	11.001	16.000	16.000	15.999	15.996
C6	11.005	11.004	11.004	15.986	15.985	15.987	15.987
C7	10.998	11.001	11.000	15.987	15.987	15.986	15.986
C8	11.003	11.006	11.004	15.987	15.988	15.987	15.988
C9	11.002	11.002	11.002	16.002	16.001	16.000	16.001
C10	11.004	11.001	11.003	15.988	15.988	15.986	15.989
C11	11.002	11.003	11.000	15.989	15.989	15.986	15.983
C12	11.001	11.003	11.001	16.001	16.001	16.002	16.002
C13	11.005	11.004	11.005	15.986	15.987	15.988	15.987
C14	11.002	11.003	11.003	15.988	15.988	15.988	15.986
C15	11.000	11.003	11.000	15.986	15.987	15.988	15.988
C16	10.996	11.002	11.001	15.989	15.987	15.988	15.982
C17	11.000	10.999	11.003	15.988	16.000	15.988	16.000
C18	11.000	11.000	11.002	15.988	16.000	16.002	16.001
C19	11.003	11.003	11.004	15.988	15.988	15.987	15.988

Tab. 4.3 – Diametri esterni del provino per la caratterizzazione del materiale, le misure sono state prese con un micrometro per esterni che ha una precisione di  $\pm 0,001$  mm.



<b>Numero provino</b>	<b>misura 1 [mm]</b>	<b>misura 2 [mm]</b>	<b>misura 3 [mm]</b>	<b>media [mm]</b>
S1	11.019	11.022	11.011	11.017
S2	11.013	11.021	11.026	11.020
S3	11.006	11.013	11.024	11.014
S4	11.021	11.024	11.029	11.025
S5	11.015	11.021	11.024	11.020
S6	11.006	11.015	11.021	11.014
S7	11.006	11.014	11.021	11.014
S8	11.003	11.010	11.016	11.010
S9	11.010	11.019	11.020	11.016
S10	11.004	11.011	11.019	11.011
S11	11.012	11.019	11.025	11.019
S12	11.007	11.012	11.023	11.014
S13	11.002	11.010	11.019	11.010
S14	11.003	11.008	11.019	11.010
S15	11.000	11.006	11.014	11.007
S16	11.002	11.008	11.017	11.009
S17	11.002	11.009	11.018	11.010
S18	11.007	11.018	11.025	11.017
S19	11.006	11.016	11.022	11.015
S20	11.004	11.013	11.017	11.011
S21	10.998	11.005	11.016	11.006
S22	10.996	11.007	11.014	11.006
S23	11.000	11.007	11.015	11.007
S24	11.006	11.019	11.023	11.016
S25	11.001	11.007	11.017	11.008
S26	11.000	11.007	11.014	11.007
S27	11.006	11.012	11.018	11.012
S28	11.009	11.015	11.023	11.016
S29	11.008	11.014	11.024	11.015
S30	11.005	11.018	11.020	11.014
S31	11.007	11.013	11.022	11.014
S32	11.003	11.012	11.016	0.167
S33	11.008	11.014	11.022	11.015
S34	11.007	11.017	11.024	11.016

Tab. 4.4 – Diametri esterni dell'albero, le misure sono state prese con un micrometro per esterni che ha una precisione di  $\pm 0,001$  mm

<b>Numero provino</b>	<b>misura 1 [mm]</b>	<b>misura 2 [mm]</b>	<b>misura 3 [mm]</b>	<b>media [mm]</b>
H1	11.005	11.005	11.005	11.005
H2	11.005	11.010	11.010	11.008
H3	11.005	11.000	11.005	11.003
H4	11.010	11.005	11.000	11.005
H5	11.005	11.005	11.005	11.005
H6	11.005	11.000	11.000	11.002
H7	11.005	11.010	11.010	11.008
H8	11.015	11.015	11.025	11.018
H9	11.005	11.010	11.005	11.007
H10	11.005	11.010	11.010	11.008
H11	11.005	11.010	11.005	11.007
H12	11.005	11.010	11.010	11.008
H13	11.005	11.005	11.005	11.005
H14	11.005	11.010	11.010	11.008
H15	11.005	11.010	11.010	11.008
H16	11.005	11.005	11.010	11.007
H17	11.005	11.005	11.005	11.005
H18	11.005	11.010	11.010	11.008
H19	11.010	11.015	11.015	11.013
H20	11.005	11.010	11.015	11.010
H21	11.005	11.005	11.005	11.005
H22	11.010	11.010	11.005	11.008
H23	11.005	11.010	11.010	11.008
H24	11.005	11.010	11.015	11.010
H25	11.000	11.010	11.010	11.007
H26	11.005	11.010	11.005	11.007
H27	11.005	11.010	11.005	11.007
H28	11.005	11.005	11.005	11.005
H29	11.005	11.010	11.010	11.008
H30	11.010	11.015	11.015	11.013
H31	11.025	11.025	11.025	11.025
H32	11.015	11.020	11.020	11.018
H33	ND	ND	ND	ND

Tab. 4.5 – Diametri esterni della boccola, le misure sono state prese con un micrometro per interni a tre punte che ha una precisione di  $\pm 0,003$  mm. Il provino H33 non ha misure perché è stato fresato per misurare la rugosità interna.

Mostro in fine la tabella che mostra la scelta degli accoppiamenti, effettuata in modo da avere un'interferenza che fosse il più possibile vicina a 0,02 mm.

<b>INTERFERENZA DIAMETRALE</b>			
<b>Nome coppie</b>	<b>Int. diametrale zona alb3-moz1 [mm]</b>	<b>Int. diametrale zona alb2-moz2 [mm]</b>	<b>Int. diametrale zona alb1-moz3 [mm]</b>
S4-H4	0,019	0,019	0,021
S2-H1	0,021	0,016	0,008
S9-H5	0,015	0,014	0,005
S11-H13	0,020	0,014	0,007
S24-H16	0,018	0,014	-0,004
S18-H17	0,020	0,013	0,002
S30-H21	0,015	0,013	0,000
S34-H28	0,019	0,012	0,002
S1-H25	0,011	0,012	0,009
S3-H6	0,019	0,013	0,006
S5-H9	0,019	0,011	0,010
S29-H3	0,019	0,014	0,003
S19-H11	0,017	0,006	0,001
S6-H26	0,016	0,005	0,001
S28-H2	0,018	0,005	-0,001
S7-H27	0,016	0,004	0,001
S33-H7	0,017	0,004	-0,002
S12-H10	0,018	0,002	-0,003
S31-H12	0,017	0,003	-0,003
S20-H14	0,012	0,003	-0,006
S27-H15	0,013	0,002	-0,004
S10-H18	0,014	0,001	-0,006
S32-H22	0,006	0,002	-0,002
S13-H29	0,014	0,000	-0,008
S14-H23	0,014	-0,002	-0,007
S8-H20	0,011	0,000	-0,012
S17-H24	0,013	-0,001	-0,013
S16-H19	0,007	-0,007	-0,013
S25-H30	0,007	-0,008	-0,014
S23-H8	0,000	-0,008	-0,025
S26-H32	-0,001	-0,013	-0,020
S15-H31	-0,011	-0,019	-0,025

Tab. 4.6 – Accoppiamenti albero-mozzo per garantire un'interferenza di 0,02 mm, le zone dove è stata calcolata l'interferenza sono spiegate in FIG. 4.16

#### 4.4.2 - Prove di durezza

Una volta pesati e misurati singolarmente tutti i provini, effettuando la misura dei diametri interni ed esterni mediante micrometro, si è passati alla determinazione della durezza. Mediante la relazione esistente tra durezza e carico di rottura sono state verificate le caratteristiche meccaniche. La misura della durezza è avvenuta sulla superficie di ogni provino (sia sui provini "classici" che sui perni e sulle boccole che successivamente sono andate a creare i provini albero-mozzo) e al cuore di un provino che è stato fresato in laboratorio, in modo da verificare che le caratteristiche meccaniche al cuore del materiale fossero combacianti con quelle mostrate in superficie (Fig. 4.5). Per la determinazione al cuore della durezza sono state effettuate più misure, distanziate 10 mm l'una dall'altra.

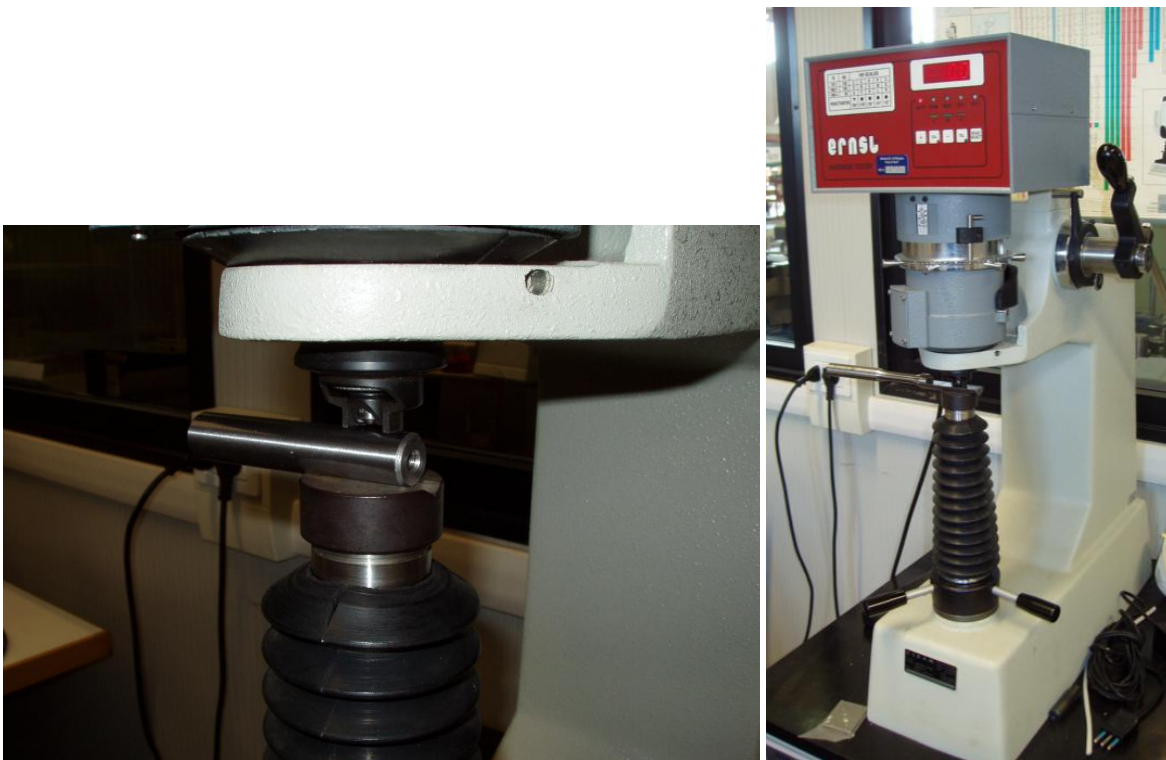


Fig. 4.5 – Prova di durezza su una boccola (sinistra) e sul provino spianato(destra)



Fig. 4.6 – Segni delle prove di durezza effettuate sul provino spianato

La durezza è stata misurata mediante una prova Rockwell C, con condizioni di prova standard su materiali ferrosi (Tab. 4.3).

Angolo di apertura del cono di diamante	Forza di precarico F0 [N]	Forza aggiuntiva F1 [N]	Tempo di applicazione del carico
120°	98 (10 kg)	1470 (150Kg)	10 s

Tab. 4.3- Condizioni di prova standard della prova di durezza Rockwell C

Le seguenti tabelle mostrano i risultati ottenuti dalle prove di durezza su tutti i provini.

Numero provino	Peso prima [g]	Durezza HRC	Durezza HB (conversione dalla durezza HRC)
C1	286,7	15,6	210
C2	286,6	16,8	216
C3	286,7	15,1	210
C4	286,8	15,7	210
C5	286,9	16,2	210
C6	286,6	15	210
C7	286,6	15,8	210
C8	286,6	15,7	210
C9	287,0	16	210
C10	286,6	15,2	210
C11	286,6	15,5	210
C12	286,9	15,5	210
C13	286,6	15,2	210
C14	286,6	16,2	210
C15	286,5	15,8	210
C16	286,5	16	210
C17	286,8	16,2	210
C18	286,9	15,4	210
C19	286,6	15,7	210
<b>Durezza HRC media</b>		15,7	

Tab. 4.4 – Durezza e pesi dei provini “classici”, la precisione della macchina per la prova di durezza è  $\pm 2$  HRC, la precisione della bilancia è  $\pm 0,1$  g.

ALBERO			MOZZO		
Numero provino	Durezza HRC	Durezza HB (conversione e dalla durezza HRC)	Numero provino	Durezza HRC	Durezza HB (conversione e dalla durezza HRC)
S1	15,5	210	H1	15,8	210
S2	15,3	210	H2	16,1	210
S3	15,8	210	H3	17	210
S4	16,4	210	H4	16,4	210
S5	16	210	H5	15,3	210
S6	15,3	210	H6	17,6	210
S7	15,1	210	H7	15,8	210
S8	15,3	210	H8	17,4	210
S9	15,1	210	H9	16,9	210
S10	16,5	216	H10	15,2	216
S11	15,7	210	H11	17,1	210
S12	16,1	210	H12	15,7	210
S13	16,5	216	H13	15,6	216
S14	16	210	H14	15,6	210
S15	15,7	210	H15	17,5	210
S16	15,9	210	H16	16,6	210
S17	16,4	210	H17	15,9	210
S18	16,1	210	H18	16,4	210
S19	16,9	216	H19	17,5	216
S20	15,4	210	H20	18	210
S21	16,1	210	H21	16,5	210
S22	16	210	H22	17	210
S23	17,3	216	H23	16,7	216
S24	16,1	210	H24	16,8	210
S25	17,5	216	H25	17,2	216
S26	17,1	216	H26	17	216
S27	14,9	205	H27	17,3	205
S28	16,5	216	H28	17,1	216
S29	16,3	210	H29	17,1	210
S30	16,5	216	H30	18	216
S31	16,1	210	H31	17,4	210
S32	16,3	210	H32	17,5	210
S33	16,5	216	H33		216
S34	16,7	216			216
<b>Durezza HRC media</b>	16,1		<b>Durezza HRC media</b>	16,7	

Tab. 4.5- Durezze dei perni e delle boccole, la precisione della prova HRC è  $\pm 2$  HRC.

#### 4.4.3 - Misura della rugosità

Per la realizzazione della prova di fatica su provini normalizzati, la normativa ISO 1143 prescrive una rugosità superficiale molto bassa nel tratto utile di rottura del provino. Per verificare che tale rugosità, richiesta al costruttore e specificata nei disegni a loro destinati per la realizzazione dei provini, fosse stata rispettata, abbiamo svolto la misura della rugosità superficiale su tutti i provini. Siccome la rugosità superficiale riscontrata non è risultata idonea con le specifiche richieste dalla normativa, i provini sono stati sottoposti ad un'ulteriore lavorazione superficiale all'interno del laboratorio. Per migliorarne la rugosità superficiale, i provini sono stati montati a sbalzo su un tornio tramite mandrino autocentrante: mentre questi ultimi giravano ad elevate velocità (circa 2000 rpm), è stata effettuata una lavorazione di pulizia superficiale mediante pasta abrasiva e polish (soluzione liquida contenente microcristalli di diamante). Grazie a tale ulteriore ciclo di lavorazione, siamo riusciti a portare la rugosità superficiale dei provini a livelli idonei ( $Ra < 0.25\mu m$ );



Fig.4.7- Misurazione della rugosità superficiale del tratto utile di un perno mediante rugosimetro

Riporto in sequenza le tabelle che mostrano le rugosità dei provini classici (C) destinati alla caratterizzazione del materiale e dei componenti (albero S e boccia H) che compongono i provini albero-mozzo.

Numero provino	RUGOSITA' PROVINI DA CARATTERIZZAZIONE Ra			
	Misura 1 [μm]	Misura 2 [μm]	Misura 3 [μm]	Media [μm]
C1	ND	ND	ND	ND
C2	0.15	0.15	0.15	0.150
C3	ND	ND	ND	ND
C4	0.13	0.08	0.1	0.103
C5	0.11	0.13	0.18	0.140
C6	0.14	0.12	0.13	0.130
C7	0.15	0.16	0.17	0.160
C8	0.14	0.13	0.14	0.137
C9	0.14	0.14	0.16	0.147
C10	0.2	0.16	0.14	0.167
C11	ND	ND	ND	ND
C12	0.16	0.18	0.18	0.173
C13	0.21	0.21	0.21	0.210
C14	0.3	0.28	0.3	0.293
C15	0.11	0.14	0.1	0.117
C16	0.12	0.14	0.13	0.130
C17	0.12	0.14	0.12	0.127
C18	0.22	0.25	0.25	0.240
C19	0.19	0.18	0.19	0.187

Tab. 4.6 – Rugosità del provino per la caratterizzazione del materiale, le misure sono state svolte sul diametro nominale di 11 mm ogni 120° con un rugosimetro che ha una precisione di  $\pm 0,1 \mu\text{m}$ .  
Le lettere ND sta per Non Disponibile

Per misurare la rugosità interna delle boccole se ne è dovuta fresare una siccome la testina del rugosimetro non entrava nel foro (Fig. 4.8).

Numero provino	RUGOSITA' BOCCOLA Ra					
	misura 1 [μm]	misura 2 [μm]	Misura 3 [μm]	Media [μm]	Dev.- standard	Raggio di raccordo [mm]
H33	0,68	0,66	0,7	0,680	0,020	0,5

Tab. 4.7 – Rugosità della superficie interna della boccola sezionata, le misure sono state prese nello stesso punto con un rugosimetro che ha una precisione di  $\pm 0,1 \mu\text{m}$ . Le lettere ND stanno per Non Disponibile



Numero provino	RUGOSITA' ALBERO Ra			
	Misura 1 [ $\mu\text{m}$ ]	Misura 2 [ $\mu\text{m}$ ]	Misura 3 [ $\mu\text{m}$ ]	Media [ $\mu\text{m}$ ]
S1	ND	ND	ND	ND
S2	0,13	0,13	0,13	0,130
S3	0,23	0,23	0,22	0,227
S4	0,26	0,23	0,3	0,263
S5	0,18	0,19	0,21	0,193
S6	0,12	0,12	0,12	0,120
S7	0,18	0,19	0,21	0,193
S8	0,25	0,26	0,24	0,250
S9	0,19	0,15	0,16	0,167
S10	0,14	0,12	0,16	0,140
S11	0,21	0,22	0,24	0,223
S12	0,15	0,15	0,16	0,153
S13	0,24	0,23	0,25	0,240
S14	0,25	0,23	0,18	0,220
S15	0,13	0,15	0,14	0,140
S16	0,25	0,27	0,26	0,260
S17	0,17	0,17	0,21	0,183
S18	0,21	0,19	0,21	0,203
S19	0,18	0,19	0,23	0,200
S20	0,18	0,16	0,15	0,163
S21	0,16	0,17	0,16	0,163
S22	0,21	0,23	0,23	0,223
S23	0,24	0,24	0,25	0,243
S24	0,12	0,15	0,13	0,133
S25	0,24	0,26	0,27	0,257
S26	0,23	0,22	0,16	0,203
S27	0,16	0,17	0,17	0,167
S28	0,22	0,25	0,23	0,233
S29	0,19	0,17	0,21	0,190
S30	0,24	0,25	0,26	0,250
S31	0,17	0,12	0,12	0,137
S32	0,21	0,15	0,14	0,167
S33	0,24	0,25	0,24	0,243
S34	0,22	0,24	0,28	0,247

Tab. 4.8 – Rugosità dell' albero, le misure sono state sul diametro nominale di 11 mm ogni 120° con un rugosimetro avente una precisione di  $\pm 0,1 \mu\text{m}$ . Le lettere ND sta per Non Disponibile



Fig. 4.8- Misura della rugosità interna della boccola fresata

#### 4.4.4 - Prova di trazione

Il materiale richiesto per la realizzazione del lotto di provini era un acciaio C 40 normalizzato. Siccome in seguito alle prove di durezza, la relazione che lega durezza e carico di rottura del materiale portava a valori del carico di rottura troppo elevati per un acciaio al carbonio normalizzato, si è deciso di sacrificare un albero del lotto per ricavarsi, tramite lavorazione alle macchine utensili, un provino adatto alla macchina per la prova di trazione presente in laboratorio in modo da determinare il reale carico di snervamento e rottura del materiale in esame. Grazie a tale prova si sono definite quindi le caratteristiche meccaniche reali del materiale con cui sono stati costruiti tutti i provini (Fig. 4.10 e Tab 4.9).

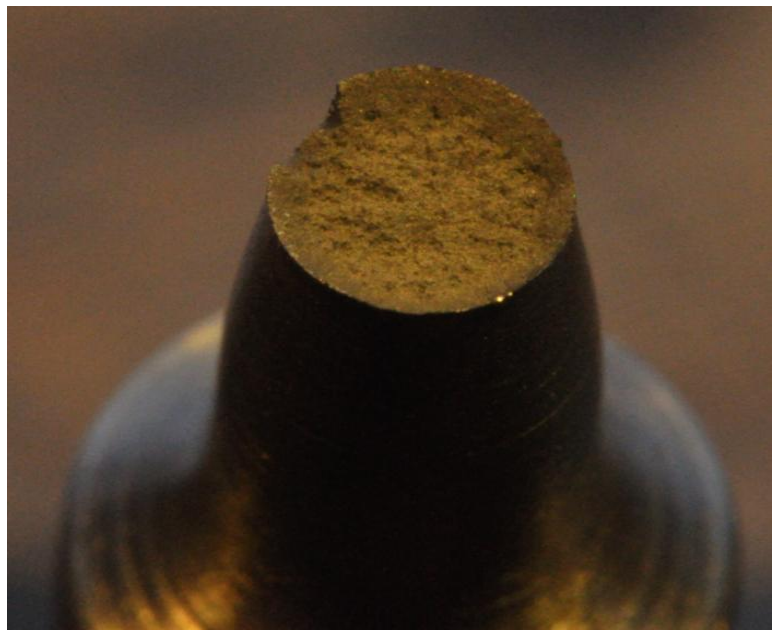
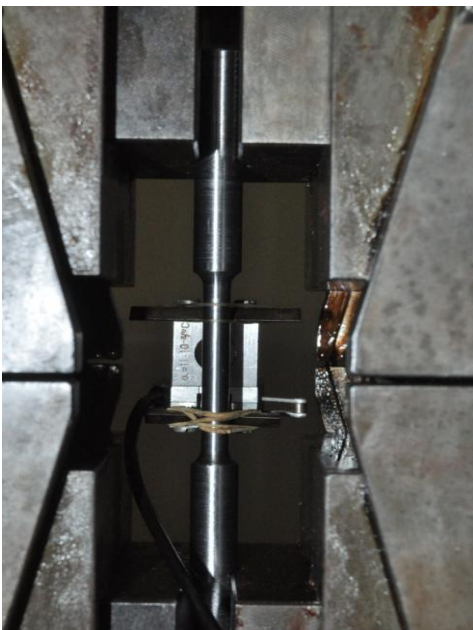


Fig.4.9- Provino montato sulla macchina di trazione e semiprovino dopo la prova

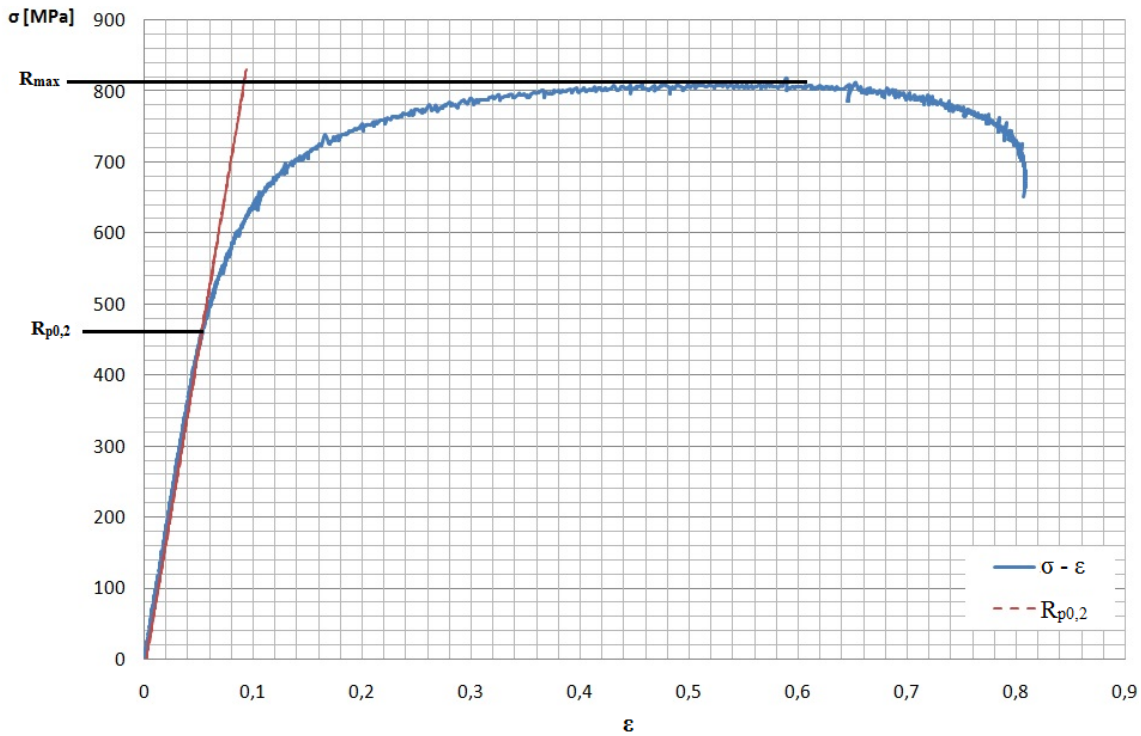


Fig. 4.10 – Diagramma  $\sigma - \epsilon$  ottenuto dalla prova di trazione

$R_{p0,2}$ minimo [MPa]	$R_{max}$ [MPa]	E [MPa]	$l_0$ [mm]	$l_u$ [mm]	$d_0$ [mm]	$d_u$ [mm]	Al%	Z%
460	820	210000	30	32,5	6,068	4,877	8,3	20

Tab.4.9- Caratteristiche meccaniche del materiale utilizzato per la realizzazione dell'intero lotto di provini

Grazie a tale prova siamo riusciti a capire che il materiale utilizzato per la costruzione dei provini non era un acciaio C 40 normalizzato ma un C 40 trafilato.

#### 4.5 –Accoppiamento dei provini albero-mozzo

Prima del montaggio si è verificato che l'interferenza fra albero e mozzo fosse nell'intorno di 0,02 mm. Con un micrometro per esterni si è misurato il diametro dell'albero e con uno per interni il foro del mozzo, riscontrando i valori riportati in figura 4.11.

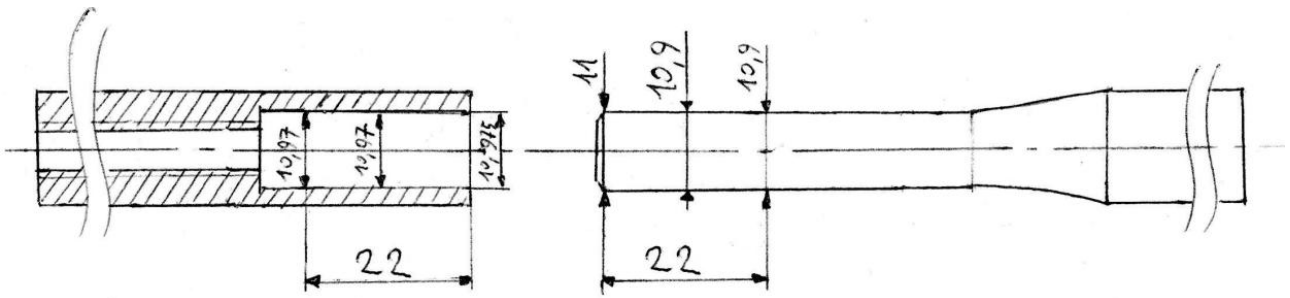


Fig. 4.11 - Dimensioni reali del provino campione prima dell'assemblaggio

I provini sono stati accoppiati come da Tab. 4.6, in modo da ottenere un'interferenza che si avvicini il più possibile a 0,02 mm.

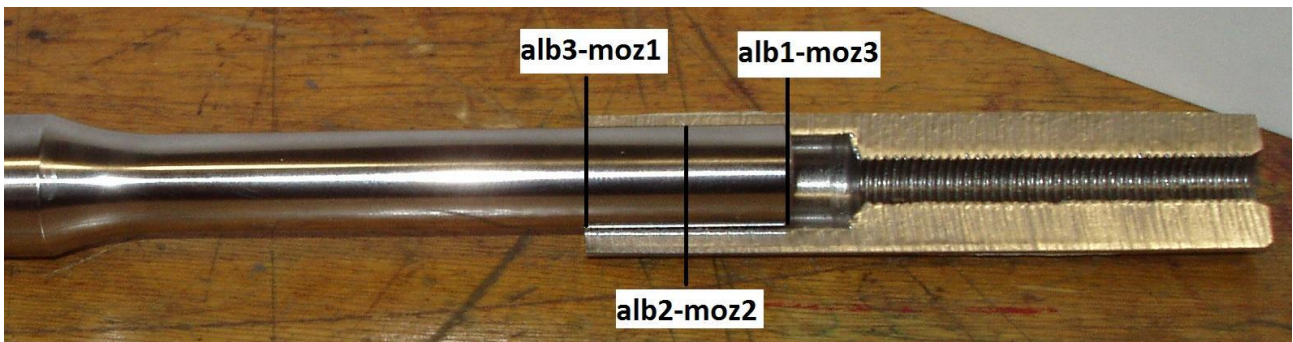


Fig. - 4.12

Il montaggio degli alberi con i mozzi è avvenuto a caldo utilizzando un forno tecnologico. I provini non sono stati montati a freddo, perché essendo gli alberi snelli, il montaggio sarebbe stato più complesso.

Per un corretto montaggio a caldo si è seguito il seguente protocollo:

**1. Sistemazione della vite di battuta:** per garantire la lunghezza di accoppiamento di 22mm, si è utilizzata una vite di battuta. Il sistema, visibile in figura 4.17, è costituito da una vite, avvitata alla boccola fino a una profondità di 53mm, e un dado che la blocca una volta raggiunta la misura.

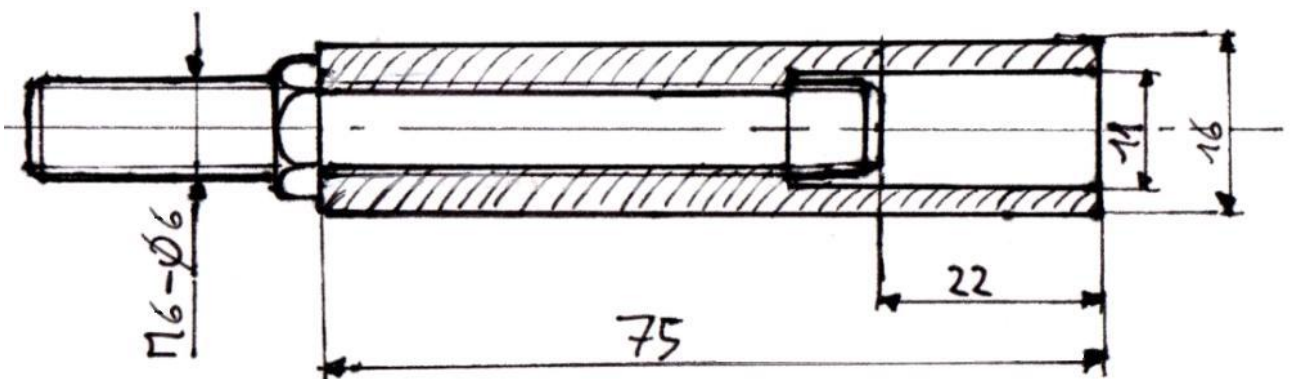


Fig. 4.13 - Sistema adottato per definire la lunghezza di accoppiamento

**2. Fissaggio dell'albero in morsa:** è importante assicurarsi che l'albero sia perfettamente verticale, per evitare problemi di piantaggio del mozzo e bassa coassialità del provino.

**3. Riscaldamento della boccia:** per garantire una dilatazione uniforme su tutta boccia è importante, mantenere il provino in forno a una temperatura di 400 °C per un tempo di 30 minuti. Con 400 °C si ha una dilatazione di 0,04 mm per facilitare le operazioni di piantaggio.

**4. Calettamento della boccia nell'albero:** in questa operazione è importante assicurare che la boccia e l'albero siano perfettamente allineati.

**5. Raffreddamento in aria:** un raffreddamento brusco, in acqua o in olio, temprerebbe il materiale, falsandone le caratteristiche.



Fig. 4.14 – Provino assemblato

#### 4.6 – Prove di spiantaggio

Come ultima operazione dell'esperimento di laboratorio è stata effettuata la prova di spiantaggio di due provini albero-mozzo. Tale prova è stata effettuata per determinare la reale pressione di contatto sulla superficie del perno in seguito al montaggio per interferenza del provino. Su tali provini è stato applicato un estensimetro. L'estensimetro è stato applicato sulla boccia in direzione tangenziale, in modo tale da poterne misurare la deformazione in seguito allo spiantaggio del perno. Misurando tramite ponte di Wheatstone la variazione di resistenza dell'estensimetro, è possibile risalire analiticamente all'entità della deformazione che l'ha causata, e quindi alla tensione ed alla reale pressione di contatto presente nell'accoppiamento dovuta al montaggio. Una fase molto delicata di tale prova si è rivelata essere quella dell'incollaggio dell'estensimetro sulla boccia del provino. L'estensimetro viene incollato alla superficie del provino mediante collanti istantanei. Tale fase del montaggio però si è rivelata complicata a causa dell'elevata curvatura della superficie sulla quale l'estensimetro è stato incollato. Una volta incollato, i terminali dell'estensimetro sono stati collegati mediante saldatura a due cavi, i quali sono stati a loro volta collegati al ponte di Wheatstone, tramite l'utilizzo di un'apposita centralina per misure estensimetriche (Modello P3500 di Vishay). A questo punto il provino è stato montato sulla macchina per la prova di trazione ed il perno è stato spiantato dalla boccia.

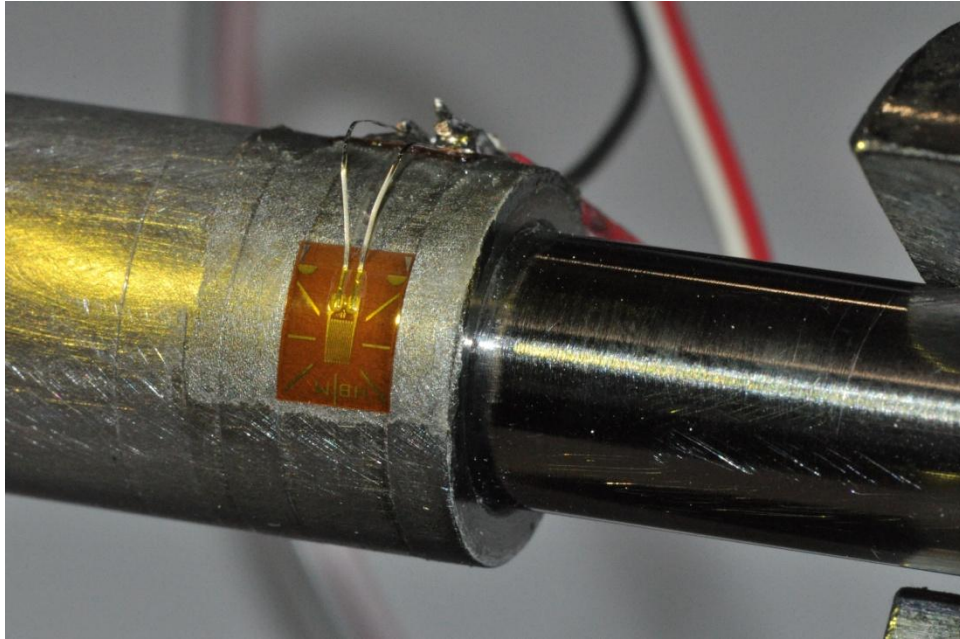


Fig. 4.15- Estensimetro applicato al mozzo del provino albero-mozzo prima dello spiantaggio

Per la determinazione della pressione di contatto dalla lettura tramite estensimetro della deformazione subita dal mozzo in seguito all'accoppiamento viene utilizzata la seguente relazione:

$$p_c = \frac{E \cdot |\varepsilon_\theta| \cdot (1 - Q_H^2)}{2 \cdot Q_H^2}$$

con  $p_c$  pressione di accoppiamento,  $E$  modulo elastico del materiale ( pari a 210 GPa per gli acciai),  $\varepsilon_\theta$  deformazione cerchiante misurata dall'estensimetro dopo lo spiantaggio e  $Q_H$  rapporto tra diametro interno (diametro d'accoppiamento) e diametro esterno del mozzo. Il valore assoluto  $|\varepsilon_\theta|$  tiene conto del fatto che la lettura dell'estensimetro è in realtà negativa (perché si parte da una condizione di materiale in tensione, alla quale si esegue l'azzeramento della lettura, e si arriva ad una condizione di materiale scarico). Noti tutti i dati si ricava la pressione di accoppiamento  $p_c$

Tale relazione rappresenta l'**equazione di Lamè** ricavata dalla teoria dei gusci, ovvero dei recipienti o dei tubi di parete spessa.

Dalla lettura della forza di spiantaggio tramite la macchina per la prova di trazione utilizzata per spiantare i provini si può risalire al coefficiente d'attrito  $\mu_A$ :

$$F_{spiant} = \mu_A \cdot p_c \cdot A$$

$F_{spiant}$  = Forza di spiantaggio (valore di picco).

$A$  = superficie periferica di accoppiamento ( $\pi \cdot$  diametro di accoppiamento  $\cdot$  lunghezza di accoppiamento).

Nota la  $F_{spiant}$  e nota la geometria dell'accoppiamento, si ricava  $\mu_A$ .

#### 4.7 – Misurazione dell'eccentricità dei provini

Prima di far partire ogni prova il provino, dopo essere stato montato sulla macchina di Moore, è stato sottoposto alla misura dell'oscillazione tramite comparatore. Grazie a tale operazione si è valutato oltre all'eccentricità del provino anche l'accuratezza con la quale è stato montato, in quanto tale macchina non dispone di morse autocentranti (Fig.4.16). La lettura dell'eccentricità complessiva è stata eseguita sulla mezzeria del tratto utile del provino.

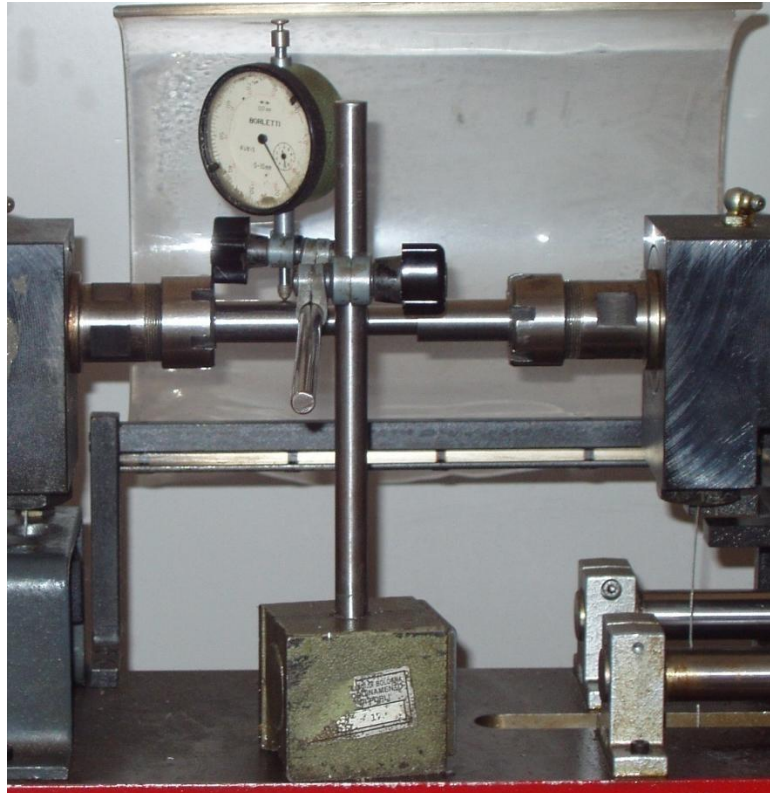


Fig. 4.16 – Misurazione dell'eccentricità di un provino albero-mozzo montato sulla macchina di Moore

Tale operazione è stata eseguita sia sui provini classici sia sui provini albero-mozzo.

Numero provino	Eccentricità [mm]
C1	ND
C2	0,020
C3	0,005
C4	0,060
C5	0,040
C6	0,050
C7	0,060
C8	0,025
C9	0,020
C10	0,060

C11	<b>0,130</b>
C12	0,060
C13	0,000
C14	0,040
C15	0,060
C16	0,060
C17	0,060
C18	0,080
C19	0,030

Tab. 4.10 – Eccentricità dei provini usati per la caratterizzazione del materiale, con il colore grigio si evidenzia il provino C11 che ha una eccentricità troppo alta e quindi è stato scartato

<b>Provino</b>	<b>Eccentricità [mm]</b>
S19-H6	0,13
S6-H10	0,15
S22-H20	0,12
S23-H28	0,09
S25-H23	0,15
S14-H15	0,08
S28-H2	0,06
S9-H12	0,07
S34-H30	0,06
S17-H17	0,04
S30-H18	0,04
S11-H32	0,04
S13-H16	0,10
S26-H25	0,11
S16-H21	0,03
S18-H4	0,03
S21-H27	0,01
S32-H26	0,05
S2-H8	0,25
233-H9	0,04
S12-H3	0,09
S24-H5	0,10
S25-H23	0,02
S23-H28	0,09
S8-H24	0,06
S27-H13	0,10
S3-H1	0,07
S15-H29	0,08
S11-H32	0,04
S14-H15	0,10
S8-H24	0,07
S16-H21	0,07

Tab. 4.11- Eccentricità provini albero-mozzo



#### 4.8 – Determinazione della curva di Wöhler

La curva di Wöhler è composta da due zone distinte, le quali si costruiscono utilizzando differenti metodi. Le due zone sono rispettivamente il tratto a vita finita (tratto pendente della curva) e la zona del limite di fatica (o “ginocchio” della curva), come ben visibile in figura 4.17.

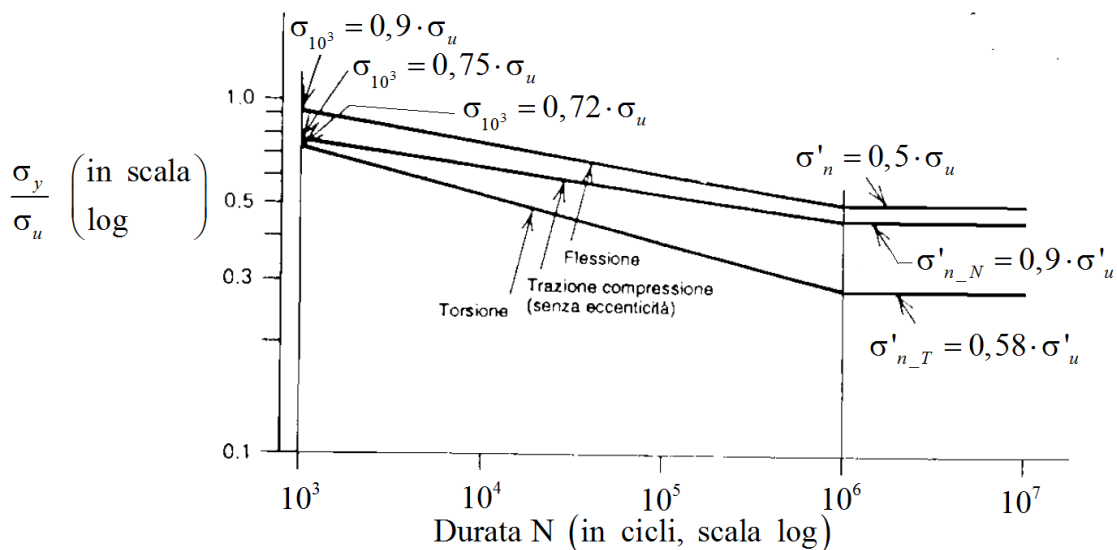


Fig. 4.17- Curva di Wöhler

##### 4.8.1 – Determinazione del limite di fatica

Per calcolare il limite a fatica dei provini per la caratterizzazione del materiale e dei provini albero-mozzo si sono utilizzati due differenti metodi, quello proposto dalla **normativa ISO 12107:2003** ed il **metodo di Dixon**. Entrambi i metodi sono basati su uno **stair-case**, ma si differenziano nel numero minimo di provini da utilizzare e nelle formule per calcolare il limite di fatica. Lo stair-case è un metodo che aiuta a stabilire il carico da applicare ad ogni prova per determinare il limite di fatica. Esso prevede di sollecitare il primo provino con un carico prefissato, pari alla metà del modulo di rottura, questo perché la flessione rotante dimezza la resistenza del materiale. Se si giunge a rottura si assegna, in una apposita tabella (Tab. 4.12), il simbolo (X). Il secondo provino verrà sollecitato con un carico diminuito della quantità “d”. La quantità “d” è pari a 2 volte la deviazione standard, nota se si conosce il limite di fatica. Se il limite di fatica è incognito la normativa ISO 12107:2003 consiglia di assumere un “d” uguale al 5% di un limite a fatica stimato. Se si giunge nuovamente a rottura (X) si procede con ulteriori diminuzioni, sempre della stessa quantità “d”, fino a quando si verifica la prima non rottura (O). Una volta verificata la prima non

rottura il carico viene aumentato della quantità “d”. Se il provino si rompe (X) si diminuisce nuovamente il carico mentre se non si rompe (O) si continua ad aumentarlo e così fino all’esaurimento dei provini o all’ottenimento di una sequenza di rotture-non rotture favorevole per la definizione del limite.

Stress $S_i$ MPa	Sequence number of specimen			
	1	5	10	15
540			X	X
520		X	O	X
500	O	X	O	X
480	O*		O	
460	O*			

X for failure  
O for non-failure  
\* not counted

Tab. 4.12 – Esempio di applicazione del metodo dello stair-case

Tab. 4.12 – Esempio di applicazione del metodo dello stair-case

Come si può osservare da tabella, le rotture e le non rotture si considerano a partire dalla non rottura che precede la prima rottura.

### Metodo Dixon

Questo metodo è basato sullo stair-case modificato, richiede 6 provini come numero minimo per ottenere il limite a fatica (*metodo di Dixon corto*), ma è valido anche fino a 10 provini (*metodo di Dixon lungo*).

Nel caso di studio il numero di provini a disposizione ha permesso di utilizzare il “metodo di Dixon lungo”.

Il metodo di Dixon lungo stima la tensione del limite di fatica attraverso l’equazione 4.1:

$$\sigma_D = \frac{\sum_i X_i}{N} + \frac{d \cdot (A+C)}{N} \quad (\text{eq. 4.1})$$

Con “N” si indica il numero di provini utilizzati, “d” è la differenza di carico che sia ha tra due livelli tensione adiacenti,  $\sum_i X_i$  è la sommatoria dei provini rotti a un dato carico moltiplicati per il suddetto carico, i parametri A e C si determinano attraverso la tabella 4.13 conoscendo il numero di provini rotti e quelli non rotti.

$n_{\circ} - n_{\times}$	A	C FOR TEST SERIES WHOSE FIRST PART IS			
		○○	○○○	○○○○	○○○○○
5	10.8	0	0	0	0
4	7.72	0	0	0	0
3	5.22	.03	.03	.03	.03
2	3.20	.10	.10	.10	.10
1	1.53	.16	.17	.17	.17
0	0	.44	.48	.48	.48
-1	-1.55	.55	.65	.65	.65
-2	-3.30	1.14	1.36	1.38	1.38
-3	-5.22	1.77	2.16	2.22	2.22
-4	-7.55	2.48	3.36	3.52	3.56
-5	-10.3	3.5	4.8	5.2	5.3
$n_{\times} - n_{\circ}$	-A	××	×××	××××	×××××
		-C FOR TEST SERIES WHOSE FIRST PART IS			

Tab. 4.13- Parametri A e C

La stima del limite a fatica rappresenta la probabilità del 50% di rottura; per esprimere la stima del limite a fatica all'interno di un intervallo occorre aggiungergli e sottrargli l'errore standard.

Scarto quadratico dei provini rotti  $S_{yx}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_x} (y_{iX} - \bar{y}_X)^2}{N_x - 1}$  (eq. 4.2)

i-esima tensione dei provino rotto  $y_{iX}$

Media delle tensioni dei provini rotti  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{N_x} y_{iX}}{N_x}$  (eq. 4.3)

Numero di provini rotti  $N_x$

Deviazione standard  $\sigma = 1,62 \cdot d \cdot \left( \frac{S_{yx}^2}{d^2} + 0,029 \right)$  (eq. 4.4)

Errore standard  $\sigma_{\bar{X}} = G \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N_x}}$  (eq. 4.5)

G

Figura 4.19

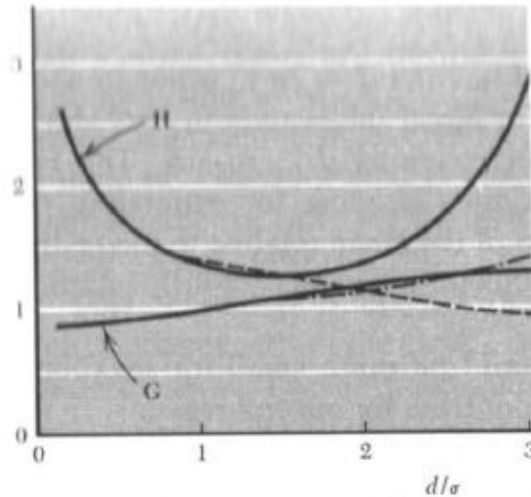


Fig. 4.19- Coefficiente G in funzione del rapporto  $d/\sigma$

Risolvendo l'equazione 4.5 si ottiene il limite minimo di fatica,  $\sigma_{D_{(10\%)}} = \sigma_D - 2 \cdot \sigma_X$  (probabilità di rottura del 10%), e il limite massimo di fatica  $\sigma_{D_{(90\%)}} = \sigma_D + 2 \cdot \sigma_X$  (probabilità di rottura del 90%). Si ottiene così un limite di fatica con una banda all'interno della quale avvengono l'80% delle rotture.

### **Metodo normativa ISO 12107:2003**

La normativa suddivide la costruzione della curva di Wöhler in due fasi separate: nella prima si determina la tensione limite di fatica mentre nella seconda si costruisce il tratto a vita finita della curva  $\sigma/N$ . Per la determinazione della tensione limite di fatica la normativa richiede un minimo di 15 provini per poter stimare il valore medio e la deviazione standard (ma ne consiglia 30 in modo da ottenere una migliore accuratezza). Per la determinazione del tratto a vita finita della curva invece la normativa richiede un minimo di 8 provini, con i quali testare almeno 4 livelli di tensione, e per ognuno testare 2 provini. Il numero di provini scelto per l'esecuzione della prova è dato dalla necessità di ottenere una data accuratezza legata ai costi di produzione di un lotto numeroso. Per individuare la probabilità di rottura con cui si stimerà la curva  $\sigma/N$  si utilizza la tabella 4.14; fissata la probabilità di rottura e il livello di confidenza desiderato, la tabella restituisce il numero minimo di provini da provare per ogni livello di tensione. Per i valori non presenti in tabella si utilizza l'equazione:  $n = \frac{\ln \alpha}{\ln(1-P)}$  (eq. 4.6). La tabella può essere utilizzata anche per determinare il livello di confidenza, nota la probabilità di rottura e il numero di provini da testare per ogni livello di tensione.

Probability of failure $P$ (%)	Confidence level, $1 - \alpha$ (%)		
	50	90	95
	Number of specimens, $n^a$		
50	1	3	4
10	7	22	28
5	13	45	58
1	69	229	298

<sup>a</sup> The values of  $n$  are rounded to the nearest whole number.

Tab. 4.14- Numero di provini minimo consigliati per avere dei risultati con un minimo valore statistico

In tale metodo le rotture vengono indicate con il termine  $f_{iX}$  e le non rotture con il termine  $f_{iO}$ .

Equazioni per la determinazione del valor medio del limite di fatica e della sua deviazione standard:

Tensione media del limite di fatica 
$$\hat{\mu}_y = S_0 + d \left( \frac{A}{C} \pm \frac{1}{2} \right) \text{ (eq. 4.7)}$$

Deviazione standard del valor medio 
$$\hat{\sigma}_y = 1,62 \cdot d(D + 0,029) \text{ (eq. 4.8)}$$

con  $A = \sum_{i=1}^l i f_i$ ,  $B = \sum_{i=1}^l i^2 f_i$ ,  $C = \sum_{i=1}^l f_i$  e  $D = \frac{BC - A^2}{C^2}$ . "S<sub>0</sub>" è carico minimo di prova e "d" è la differenza di carico tra due livelli tensione adiacenti. Nell'equazione 4.6 si somma  $\frac{1}{2}$  nel caso dei provini rotti mentre si sottrae  $\frac{1}{2}$  per quelli non rotti. Risolvendo l'equazione per i provini rotti e per quelli non rotti si ottengono i valori medi  $\hat{\mu}_{yO}$ ,  $\hat{\mu}_{yX}$  e le deviazioni standard  $\hat{\sigma}_{yO}$ ,  $\hat{\sigma}_{yX}$ . I risultati ottenuti sono ovviamente uguali.

La stima del valor medio del limite di fatica rappresenta la probabilità del 50% di rottura. Per esprimerla tramite un intervallo, è necessario calcolare il limite di fatica minimo (P=10%) e massimo (P=90%); in questo modo si determina il limite di fatica con una banda di precisione dell' 80%. La determinazione del limite di fatica massimo o minimo avviene tramite l'equazione :

$$\hat{y}_{(P,1-\alpha)} = \hat{\mu}_y \pm k_{(P,1-\alpha,v)} \cdot \hat{\sigma}_y \text{ (eq. 4.9)}$$

Il termine  $k_{(P,1-\alpha,v)} \cdot \hat{\sigma}_y$  va sottratto per la determinazione del limite minimo mentre va sommato per la determinazione del limite massimo. Il coefficiente k si ricava dalla tabella 4.15, imponendo P,  $1-\alpha$  e v. Il coefficiente "v" indica il grado di libertà e corrisponde nel tratto a vita finita al numero di provini rotti meno uno ( $v = N - 1$ ), P la probabilità percentuale e  $1-\alpha$  il livello di confidenza

Number of degrees of freedom  <i>v</i>	Probability, <i>P</i> (%)							
	10		5		1		0,1	
	Confidence level, $1 - \alpha$ (%)							
	90	95	90	95	90	95	90	95
2	4,258	6,158	5,310	7,655	7,340	10,55	9,651	13,86
3	3,187	4,163	3,957	5,145	5,437	7,042	7,128	9,215
4	2,742	3,407	3,400	4,202	4,666	5,741	6,112	7,501
5	2,494	3,006	3,091	3,707	4,242	5,062	5,556	6,612
6	2,333	2,755	2,894	3,399	3,972	4,641	5,301	6,061
7	2,219	2,582	2,755	3,188	3,783	4,353	4,955	5,686
8	2,133	2,454	2,649	3,031	3,641	4,143	4,772	5,414
9	2,065	2,355	2,568	2,911	3,532	3,981	4,629	5,203
10	2,012	2,275	2,503	2,815	3,444	3,852	4,515	5,036
11	1,966	2,210	2,448	2,736	3,370	3,747	4,420	4,900
12	1,928	2,155	2,403	2,670	3,310	3,659	4,341	4,787
13	1,895	2,108	2,363	2,614	3,257	3,585	4,274	4,690
14	1,866	2,068	2,329	2,566	3,212	3,520	4,215	4,607
15	1,842	2,032	2,299	2,523	3,172	3,463	4,164	4,534

Tab. 4.15- Tabella per la determinazione del coefficiente *k* imponendo *P*,  $1 - \alpha$  e *v*

#### 4.8.2 – Determinazione della curva $\sigma/N$ (o tratto a vita finita)

Per la determinazione di tale zona di curva, le prove di fatica saranno a vita finita, ovvero il provino dovrà andare sempre a rottura entro i  $2 \cdot 10^6$  cicli. Bisogna definire almeno 4 livelli di tensione e per ognuno di essi testare almeno 2 provini. Da queste prove si ottengono, per date tensioni, determinate vite a fatica; esse non sono tutte uguali a parità di tensione, ma hanno una distribuzione di tipo gaussiana (Fig. 4.20).

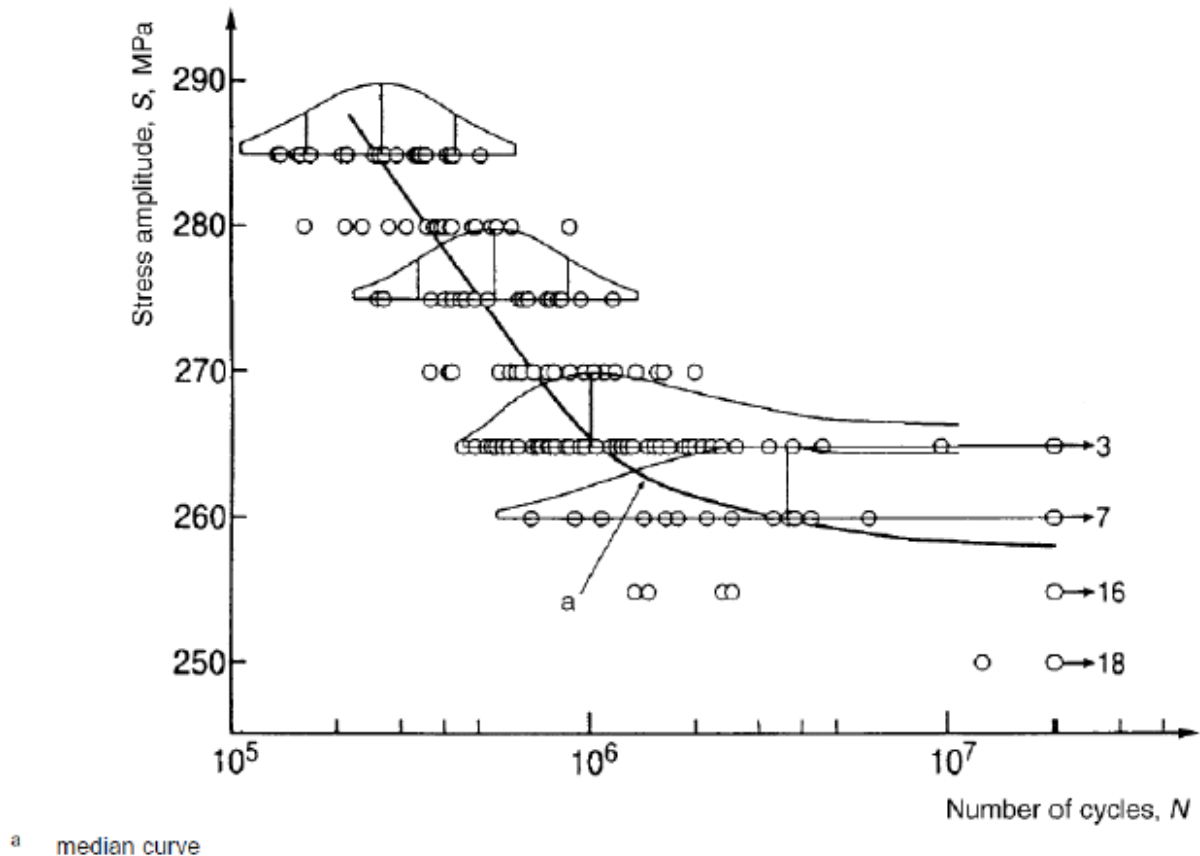


Fig. 4.20- Distribuzione gaussiana delle durate a fatica con tensione fissata

Per stimare il valor medio si utilizza la seguente equazione:  $\hat{\mu}_x = \hat{b} - \hat{a} \cdot y$  (eq. 4.10), dove  $y$  è la tensione di prova, in scala logaritmica. Per determinare la stima della probabilità media della curva  $\sigma-N$  si utilizzano le seguenti equazioni:

$$\hat{a}_x = - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{eq. 4.11})$$

$$\hat{b} = \bar{x} + \hat{a}\bar{y} \quad (\text{eq. 4.12})$$

Media della vita a fatica dei provini utilizzati,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

in scala logaritmica

Media della tensioni a cui sono stati sottoposti i provini,

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

in scala logaritmica

Deviazione standard della vita a fatica,

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [x_i - (\hat{b} - \hat{a} \cdot y_i)]^2}{n-2}} \text{ con } n-2=k \text{ (eq. 4.13)}$$

in scala logaritmica

Per il calcolo del limite minimo o massimo della curva  $\sigma$ -N si utilizza l'equazione 4.14.

$$\hat{x}_{(P,1-\alpha,\nu)} = \hat{b} - \hat{a}y \pm k_{(P,1-\alpha,\nu)} \cdot \sigma_x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})^2}} \quad (\text{eq. 4.14})$$

Siccome il numero del campione è abbastanza elevato, il termine sotto radice viene posto uguale a 1. Per determinare il limite massimo si somma la deviazione standard, mentre per quello minimo si sottrae la deviazione standard.



## Capitolo 5

### Descrizione delle prove di fatica

L'argomento principe di tale elaborato di tesi è lo svolgimento di prove di fatica su provini albero-mozzo. In questo capitolo sarà descritto il procedimento utilizzato per la realizzazione delle prove di fatica sulla macchina di Moore. Il procedimento risulta standardizzato, con operazioni che vanno ripetute in sequenza prova dopo prova. I risultati ottenuti dalle prove saranno mostrati nel capitolo successivo. Dopo aver svolto le prove di caratterizzazione del materiale elencate nel capitolo 4, sono stati testati prima tutti i provini classici per la caratterizzazione del materiale ed in seguito tutti i provini albero-mozzo. La macchina utilizzata per la prova di fatica è la macchina di Moore (Fig. 5.1). Tale macchina possiede una elevata velocità di rotazione, che può arrivare fino a 3600 rpm, con una frequenza massima di 60 Hz. Questa caratteristica permette di rendere più veloce lo svolgimento delle prove, di norma molto lunghe in quanto, soprattutto nella determinazione del limite di fatica, il provino è sottoposto a carichi molto inferiori rispetto al carico di rottura e quindi per la rottura del provino sono necessari centinaia di migliaia di cicli, fino a superare i due milioni di cicli nel caso in cui la tensione applicata non porti a rottura il provino. Nel nostro caso di studio si è deciso di non superare i 2400 rpm (40 Hz) per evitare che l'attrito con l'aria surriscaldasse eccessivamente la superficie del provino, permettendo quindi la dissipazione del calore.

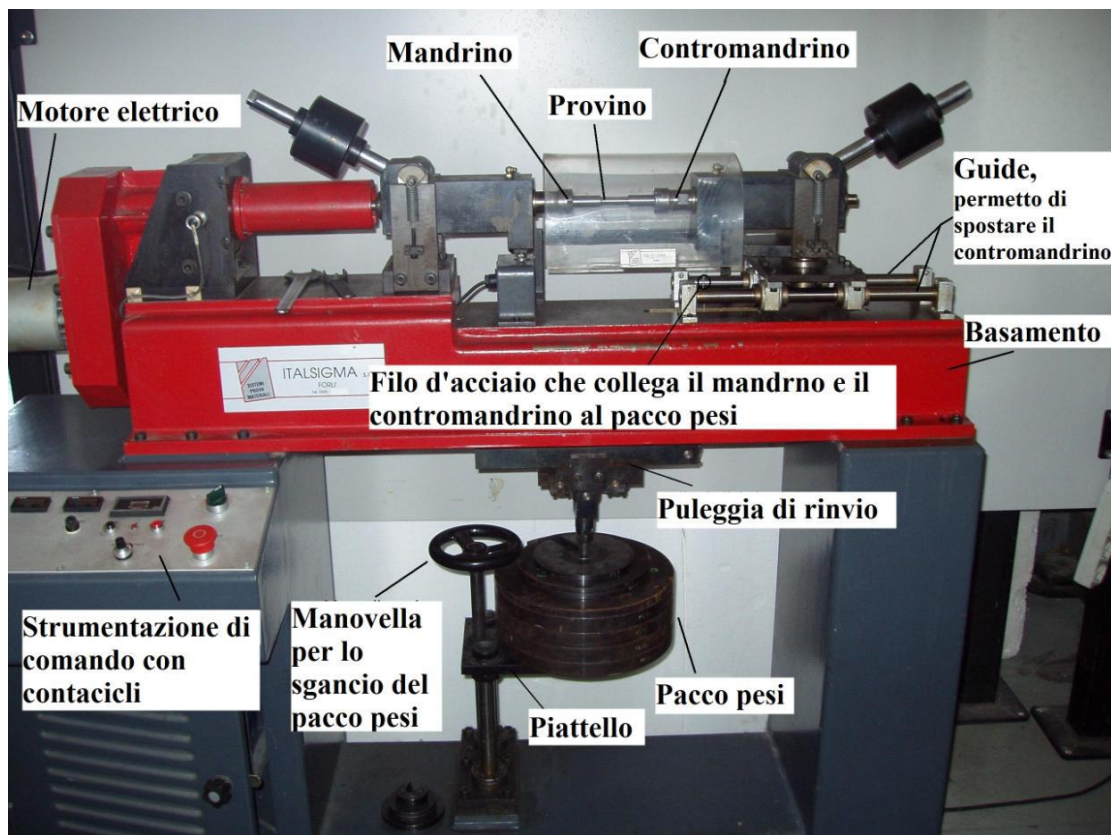


Fig. 5.1- Macchina di Moore utilizzata in laboratorio per svolgere tutte le prove di fatica

Il tipo di sollecitazione che tale macchina applica sul provino è un momento flettente che possiede andamento lineare alle estremità del provino, e che possiede valore costante nel tratto centrale utile del provino (Fig. 5.2).

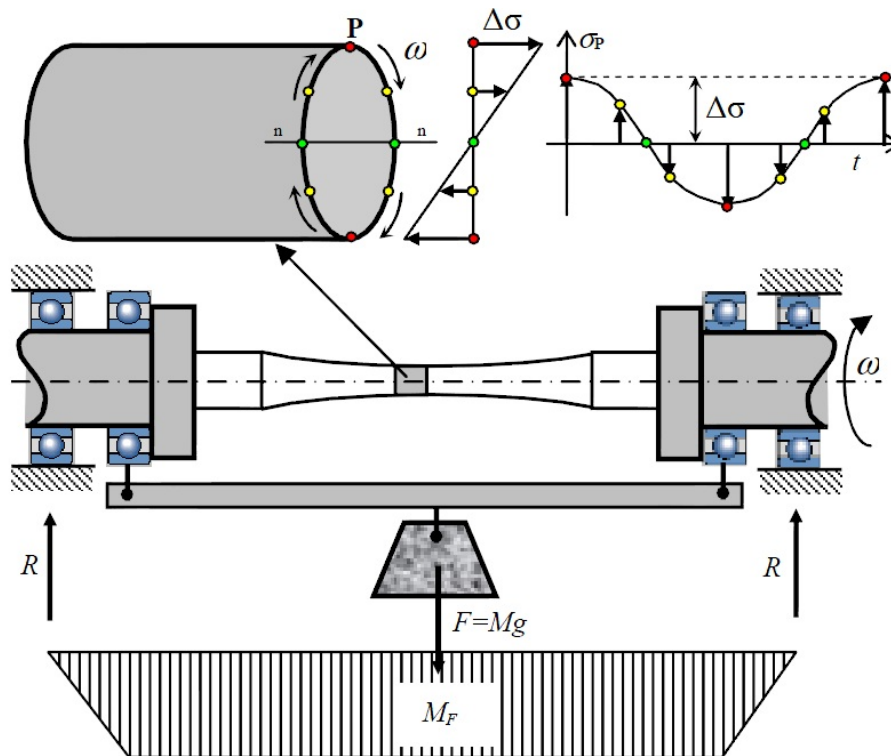


Fig. 5.2- Andamento del momento flettente applicato tramite il pacco pesi

La macchina è costituita da un mandrino fisso e da un contromandrino mobile, montato su una coppia di guide che ne permettono lo scorrimento in modo da regolarne la posizione in base alla lunghezza del provino da testare. Mandrino e contromandrino presentano alle loro estremità una ghiera filettata all'interno della quale va posizionato il provino e mediante le quali avviene il serraggio. La macchina è azionata da un motore elettrico collegato al mandrino mediante giunto elastico. Il carico viene applicato posizionando il pacco pesi su un piattello che è collegato mediante un cavo d'acciaio al mandrino e al contromandrino. Di fondamentale importanza per la corretta distribuzione del carico sul provino è il centraggio del pacco pesi rispetto al provino. Tale condizione è garantita da un sistema di rinvii composto da pulegge sulle quali si poggia il cavo d'acciaio che sorregge il pacco pesi (Fig. 5.4).

Il protocollo da seguire per una corretta esecuzione della prova di fatica su macchina di Moore è composto dalle seguenti operazioni:

- 1- **Posizionare il provino:** il provino va posizionato tra il mandrino ed il contromandrino della macchina di prova. Per questa operazione è necessario che il pacco pesi sia appoggiato sul piattello in modo che mandrino e contro mandrino risultino scarichi. Per un ottimale

centraggio del pacco pesi occorre verificare che i due fili d'acciaio siano perfettamente verticali.

- 2- **Stringere a mano le ghiere;**
- 3- **Azzerare lo speed control;**
- 4- **Accendere la macchina:** fare girare il provino per pochi secondi ad una velocità non troppo elevata (circa 500 rpm) in modo tale da consentire l'ottimale allineamento dell'asse del provino con l'asse della macchina;
- 5- **Serrare definitivamente le ghiere con la chiave;**
- 6- **Misurare mediante comparatore l'eccentricità del provino:** posizionare la punta del comparatore sulla superficie del provino montato sulla macchina di prova nella mezzeria del tratto utile (Fig. 4.16). Far partire la macchina facendo ruotare il provino a bassissima velocità. Leggere sul quadrante il valore dell'eccentricità e segnarlo in tabella (Tab. 4.10,11).
- 7- **Caricare il piattello porta-pesi con il peso stabilito per la prova;**
- 8- **Azzerare il contacikli;**
- 9- **Avviamento della prova:** deve avvenire in maniera lenta e graduale. Intanto che la velocità di rotazione viene lentamente aumentata, il piattello porta-pesi viene fatto scendere fino a quando i pesi non si sollevano da essa, andando così a caricare in maniera graduale il provino. Tra la tavola porta-pesi e l'ultimo peso va lasciato uno spazio di almeno tre centimetri per permettere al mandrino di abbassarsi e di spingere il pulsante di arresto una volta che il provino si rompe (Fig. 5.3). Se non vengono avvertiti strani rumori dovuti al movimento del provino all'interno delle ghiere, si può aumentare la velocità di rotazione del mandrino fino a raggiungere i 2400 rpm.
- 10- **Controllare che il provino non si sfilasse dalle ghiere:** soprattutto per elevati carichi, può capitare che il provino, entro le prime migliaia di cicli, possa sfilarsi dalle ghiere. E' bene quindi controllare lo svolgimento delle prime migliaia di cicli in modo da interrompere la prova e rieffettuare il serraggio del provino tra le ghiere nel caso in cui si verifici ciò.
- 11- **Leggere il numero di cicli compiuti dal provino una volta rottosi;**
- 12- **Spegnere la macchina:** serve ad evitare che, una volta scaricato il mandrino, esso si sollevi rilasciando il pulsante di switch facendo così ripartire la prova;
- 13- **Alzare il piattello porta-pesi fino a portare mandrino e contromandrino in scarico;**
- 14- **Smontare il provino testato.**
- 15- **Pesare il provino rotto:** tale operazione servirà in seguito per controllare la possibilità che la rottura sia dovuta al fretting.

NOTA: tale sequenza di operazioni è stata svolta per eseguire le prove su entrambi i tipi di provino. Per le prove sui provini albero-mozzo i provini sono stati montati tutti nello stesso modo, serrando la boccola nel mandrino e l'albero nel contromandrino.

La scelta della tensione da applicare avviene seguendo il criterio proposto dalla normativa ISO 12107:2013. Nota la tensione si risale al peso da applicare effettivamente attraverso le seguenti relazioni.

Nome	Simbolo	Valore	Unità di misura
Diametro nominale minimo	d	11	mm
Modulo di resistenza a flessione	$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$	131	mm <sup>3</sup>
Massa porta pesi	$m_{piatt}$	1,6	kg
Lunghezza mandrino	L	140	mm
Tensione di prova	$\sigma$		MPa
Momento flettente da applicare	$M_f = \sigma \cdot W_f$		N·mm
Peso da dover applicare	$P = 2 \cdot \frac{M_f}{L} \cdot 9,81 + m_{piatt}$		kg
Peso effettivo	$P_{eff}$		kg
Momento flettente effettivo	$M_{f\_eff} = \frac{(P_{eff} - m_{piatt}) \cdot L}{2 \cdot 9,81}$		N·mm
Tensione effettiva	$\sigma_{eff} = \frac{M_{f\_eff}}{W_f}$		MPa

Tab. 5.1– Equazioni risolte per determinare i pesi da caricare nota la tensione di prova



Fig. 5.3- Pulsante di interruzione prova per rottura del provino



Fig. 5.4 – Sistema di rinvii mediante pulegge che permette il centraggio del pacco pesi con il provino

## Capitolo 6

### Risultati ottenuti

Questo capitolo mostrerà i risultati ottenuti da tutte le prove di fatica realizzate sui provini per la caratterizzazione del materiale e su quelli albero-mozzo.

#### 6.1 – Risultati delle prove di fatica sui provini per la caratterizzazione del materiale

Ricavando dalla prova di trazione il carico di snervamento del C40 trafilato, si è notato che è pari alla metà del carico di rottura, ovvero  $\sigma_s = 460$  MPa. Ciò non permette di sopporre un limite a fatica di primo tentativo pari a:  $\cong 0,575 \cdot \sigma_{max}$ , perché superando lo snervamento si ha la deformazione plastica del materiale. Per tale motivo come primo carico di prova si è scelta una tensione inferiore al carico di snervamento, ovvero 405 MPa. Una volta che il provino è andato a rottura si è eseguita una seconda prova con un carico di 440 MPa. Mediante i valori delle tensioni di carico e dei relativi numeri di cicli di vita dei provini testati, è stato possibile effettuare una prima stima della curva di Wöhler, relativamente al tratto a vita finita. In tale tratto infatti, in scala bi-logaritmica, la curva è una retta di pendenza:  $c = \tan \varphi = \frac{\ln N' - \ln N''}{\ln S'' - \ln S'}$  (eq. 6.1) con  $S' < S''$  e  $N' > N''$ . Per  $S' = 405$  MPa il numero di cicli compiuti dal provino prima di rompersi è stato  $N' = 275572$  cicli, mentre per  $S'' = 440$  MPa il numero di cicli è risultato pari a  $N'' = 75777$  cicli. Inserendo tali valori nell'equazione 6.1 ci si è ricavati:  $c = 16$ . Nota la pendenza della retta è stato possibile determinare, ponendo  $N' = 2 \cdot 10^6$  cicli, un possibile carico limite a fatica:  $\sigma'_D = 357$  MPa. Stimata una prima tensione limite di fatica è stato poi applicato il metodo **stair-case**. In tabella 6.1 è riportato il diario delle prove effettuate per la determinazione dello stair-case.

PROVINO	GIRI (rpm)	CARICHI	VITA [cicli]
C8 ecc.:0.025	2400	Pesi [kg]: 9,7	3000000 (runout)
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:351	
C13 ecc.:0	2400	Pesi [kg]: 13.450	6666937 (runout)
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:370	
C14 ecc.:0.04	2400	Pesi [kg]: 17.250	686056
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:390	
C5 ecc.:0.04	2400	Pesi [kg]: 13.450	425632
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:370	

<b>C6</b> <b>ecc.:0.05</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 9.7	2634256 (runout)
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:351	
<b>C7</b> <b>ecc.:0.06</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 13.450	526964
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:370	
<b>C9</b> <b>ecc.:0.02</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 9.7	3000000 (runout)
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:351	
<b>C12</b> <b>ecc.:0.06</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 13.450	1985572
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:370	
<b>C10</b> <b>ecc.:0.06</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 9.7	10758517 (runout)
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:351	
<b>C18</b> <b>ecc.:0.08</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 13.450	787466
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:370	
<b>C16</b> <b>ecc.:0.06</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 9.7	2498958 (runout)
		(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
		Tens. [MPa]:351	

Tab. 6.1 – Diario prove per la determinazione del limite di fatica mediante il metodo stair-case

Con i provini restanti, riutilizzando anche quelli che non si sono rotti per fatica, si è determinata la durata dei provini sottoposti a carichi superiori rispetto a quello del limite a fatica. Questo accorgimento permette di realizzare più prove nel tratto a vita finita e di conseguenza avere una banda di risultati più ristretta. Vengono riportati nella tabella seguente i dati delle prove di fatica effettuate sui provini per la determinazione del tratto a vita finita della curva di Wöhler.

PROVINO	DATA e ORA	GIRI (rpm)	CARICHI	VITA [cicli]
<b>C1</b> <b>ecc.:</b>	<b>29/11/2012</b>	<b>3000</b>	Pesi [kg]: 44.250	non conclusa
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
			Tens. [MPa]: 532	
<b>C2</b> <b>ecc.:0.02</b>	<b>29/11/2012</b>	<b>3000</b>	Pesi [kg]: 44.250	16251
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
			Tens. [MPa]:532	
<b>C4</b> <b>ecc.:0.06</b>	<b>03/11/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 20	275572
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi kg 55.240 )	
			Tens. [MPa]:405	

<b>C3</b> ecc.:0.005	<b>04/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 26.750	75777
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:440	
<b>C19</b> ecc.:0.03	<b>19/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 23	149389
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:420	
<b>C15</b> ecc.:0.06	<b>20/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 32.5	30791
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:470	
<b>C9bis</b> ecc.:0.02	<b>20/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 32.5	43514
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:470	
<b>C6bis</b> ecc.:0.04	<b>20/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 26.750	42090
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:440	
<b>C8bis</b> ecc.:0.05	<b>20/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 17.250	377,941
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:390	
<b>C13bis</b> ecc.:0.06	<b>20/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 20	112144
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:405	
<b>C10bis</b> ecc.:0.02	<b>21/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 23	88042
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:420	
<b>C17</b> ecc.:0.06	<b>21/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 20	110511
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:405	
<b>C16bis</b> ecc.:0.06	<b>21/12/2012</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 17.250	320285
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:390	

Tab. 6.4- Diario delle prove effettuate per la determinazione del tratto a vita finita della curva di Wöhler dei provini per la caratterizzazione del materiale

## 6.2- Risultati delle prove di fatica sui provini albero- mozzo

Come già detto nel capitolo 4, nell'esecuzione delle prove di fatica sui provini albero-mozzo si è fatta attenzione a montare i provini sempre nello stesso modo, facendo sì che l'albero fosse stretto nel mandrino e il mozzo nel contromandrino. Come per le prove sul provino per la caratterizzazione del materiale base, anche per la sperimentazione sui provini albero-mozzo si è partiti cercando di decifrare la pendenza del tratto a vita finita della curva di Wöhler effettuando due prove con carichi superiori al limite di fatica. La prima prova è stata effettuata applicando un carico di  $S'=358$  MPa, che ha portato a rottura il provino dopo un numero di cicli pari a



$N' = 120376$ . La seconda prova è stata effettuata applicando un carico  $S'' = 261$  MPa, che ha portato a rottura il provino dopo un numero di cicli  $N'' = 310191$ . Tramite l'equazione 6.1:  $c = \tan \varphi = \frac{\ln N' - \ln N''}{\ln S'' - \ln S'}$ , ci si è ricavati la pendenza della curva S/N, relativamente al tratto a vita finita. Per tali dati si è ottenuto  $c=3$ . Nota la pendenza della retta è stato possibile determinare, ponendo  $N' = 2 \cdot 10^6$  cicli, un possibile carico limite a fatica:  $\sigma'_D = 140$  MPa. Stimato un primo valore del limite di fatica si è passati alla valutazione dello stair-case.

Diario delle prove effettuate per la determinazione dello stair-case:

PROVINO	DATA e ORA	GIRI (rpm)	CARICHI	VITA [cicli]
<b>S23H28</b>  <b>ecc.:0.09</b>	<b>14/01/2013</b>  <b>16.56</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 15.5	runout 2,379,870
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5 )	
			Tens. [MPa]:150	
<b>S25H23</b>  <b>ecc.:0.15</b>	<b>15/01/2013</b>  <b>10.00</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 19.25	runout 3,437,243
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5 )	
			Tens. [MPa]: 170	
<b>S14H15</b>  <b>ecc.: 0.08</b>	<b>16/01/2013</b>  <b>11.00</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 23.05	runout 3,321,819
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5 )	
			Tens. [MPa]: 190	
<b>S28H2</b>  <b>ecc.:0.06</b>	<b>17/01/2013</b>  <b>9.49</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 27	1,518,646
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:211	
<b>S9H12</b>  <b>ecc.:0.07</b>	<b>18/01/2013</b>  <b>10.00</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 23.05	runout 10,000,000
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:190	
<b>S34H30</b>  <b>ecc.:0.06</b>	<b>21/01/2013</b>  <b>10.00</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 27	runout 3,492,573
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:211	
<b>S17H17</b>  <b>ecc.: 0.04</b>	<b>22/01/2013</b>  <b>10.20</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 30.7	722,021
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:230	
<b>S30H18</b>  <b>ecc.: 0.04</b>	<b>23/01/2013</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 27	1,032,915
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:211	
<b>S11H32</b>  <b>ecc.: 0.04</b>	<b>24/01/2013</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 23.05	runout 4,537,359
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:190	

<b>S13H16</b> <b>ecc.: 0.10</b>	<b>25/01/2013</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 27	runout 9,087,277
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:211	
<b>S26H25</b> <b>ecc.: 0.11</b>	<b>28/01/2013</b> <b>11.45</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 30.7	546,914
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:230	
<b>S16H21</b> <b>ecc.: 0.03</b>	<b>29/01/2013</b> <b>10.40</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 27	runout 3,383,224
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:211	
<b>S18H4</b> <b>ecc.: 0.03</b>	<b>30/01/2013</b> <b>10.40</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 30.7	652,474
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:230	
<b>S8H24</b> <b>ecc.: 0.06</b>	<b>07/02/2013</b> <b>8.50</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 27	runout 3,697,827
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:211	
<b>S27H13</b> <b>ecc.: 0.10</b>	<b>08/02/2013</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 30.7	495,804
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:230	
<b>S3H1</b> <b>ecc.: 0.07</b>	<b>08/02/2013</b> <b>17.30</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 27	1,213,842
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:211	
<b>S15H29</b> <b>ecc.: 0.08</b>	<b>11/02/2013</b> <b>10.00</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 23.05	runout 3,682,837
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:190	

Tab. 6.5 – Diario delle prove effettuate per la determinazione dello stair-case

Con i provini restanti, riutilizzando anche quelli che non si sono rotti per fatica, si è determinata come per i provini classici per la caratterizzazione del materiale la durata dei provini sottoposti a carichi superiori rispetto a quello del limite di fatica.

Vengono riportati nella tabella seguente i dati delle prove di fatica effettuate sui provini per la determinazione del tratto a vita finita della curva di Wöhler.

<b>PROVINO</b>	<b>DATA e ORA</b>	<b>GIRI (rpm)</b>	<b>CARICHI</b>	<b>VITA [cicli]</b>
<b>S19H6</b> <b>ecc.:0.13</b>	<b>14/01/2013</b> <b>10.34</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 11.2	120,376
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 55.240 )	
			Tens. [MPa]:358	
<b>S6H10</b> <b>ecc.:0.15</b>	<b>14/01/2013</b> <b>12.20</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 16.4	179,459
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 31.740 )	
			Tens. [MPa]:261	
<b>S22H20</b> <b>ecc.:0.12</b>	<b>14/01/2013</b> <b>14.10</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 16.4	310,191
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 31.740)	
			Tens. [MPa]:261	

<b>S21H27</b> ecc.: 0.01	<b>31/01/2013</b> <b>10.45</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 16.4	Spiantato dopo pochi cicli
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 31.740)	
			Tens. [MPa]:261	
<b>S32H26</b> ecc.: 0.05	<b>31/01/2013</b> <b>11.00</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 36.4	234,915
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:260	
<b>S2H8</b> ecc.: 0.25	<b>31/01/2013</b> <b>12.55</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 42.1	192,046
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:290	
<b>S33H9</b> ecc.: 0.04	<b>05/02/2013</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 42.1	140,545
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:290	
<b>S12H3</b> ecc.: 0.09	<b>05/02/2013</b> <b>11.50</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 47.8	90,626
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:320	
<b>S24H5</b> ecc.: 0.10	<b>05/02/2013</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 55.4	56,676
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:360	
<b>S25H23</b> ecc.: 0.02	<b>06/02/2013</b> <b>10.30</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 47.8	168,024
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:320	
<b>S23H28</b> ecc.: 0.09	<b>06/02/2013</b> <b>11.50</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 55.4	116,590
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:360	
<b>S11H32</b> ecc.: 0.04	<b>12/02/2013</b> <b>15.15</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 36.4	252,271
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:260	
<b>S14H15</b> ecc.: 0.10	<b>12/02/2013</b> <b>17.40</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 42.1	110,954
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:290	
<b>S8H24</b> ecc.: 0.07	<b>13/02/2013</b> <b>9.20</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 47.8	195,972
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:320	
<b>S16H21</b> ecc.: 0.07	<b>13/02/2013</b> <b>11.30</b>	<b>2400</b>	Pesi [kg]: 55.4	50,420
			(+ portapesi kg 1.6 + pesi fissi 11.5)	
			Tens. [MPa]:360	

Tab. 6.8 – Diario prove effettuate sui provini albero-mozzo per determinare il tratto a vita finita della curva di Whöler

# Capitolo 7

## Discussione

### 7.1 – Prove di fatica su provini classici per la caratterizzazione del materiale

I risultati ottenuti dalle prove di fatica effettuate sul lotto di provini classici, mostrati nelle tabelle 6.1 e 6.4 hanno portato alla determinazione dei limiti di fatica secondo il metodo Dixon e secondo la normativa ISO 12107:2003 e alla creazione delle curve di Wöhler.

#### 7.1.1 – Determinazione del limite di fatica

Applicando il metodo stair-case alle prove riportate dal diario di prove (tab. 6.1) si sono ottenuti i seguenti risultati:

Tensione [MPa]	CODICE PROVINO											N° O	N° X
	C8	C13	C14	C5	C6	C7	C9	C12	C10	C18	C16		
390			X									0	1
370		O		X		X		X		X		1	4
350	O				O		O		O		O	4	0

Tab. 7.1 – Stair-case dei provini per la caratterizzazione del materiale, con X si identificano i provini rotti mentre quelli con il segno O sono i provino che non si sono rotti per fatica.

Nel metodo dello stair-case vanno escluse dal conteggio le prime caselle che hanno consecutivamente lo stesso simbolo, per questo motivo la casella C8-350 è grigia e non è considerata per determinare il limite a fatica.

Per la stima del limite di fatica si utilizzano il metodo di Dixon e quello secondo Normativa ISO 12107:2013

#### Metodo Dixon

Siccome il numero di provini utilizzati per lo stair-case è pari a 10, si utilizza il Metodo Dixon lungo. Dalla tabella 6.2 si può osservare che il numero di provini rotti coincide con il numero di provini non rotti. Ciò comporta che i parametri A e C valgano rispettivamente 0 e 0,44 (Tab. 4.13).

Il limite di fatica si ricava mediante l'equazione 4.1:

$$\sigma_D = \frac{\sum_i X_i}{N} + \frac{d \cdot (A+C)}{N} = \frac{1 \cdot 390 + 5 \cdot 370 + 4 \cdot 350}{10} + 20 \cdot \frac{0 + 0,44}{10} = 364,88 \text{ MPa}$$

L'errore standard è calcolato mediante l'equazione 4.5:

$$\sigma_{\bar{X}} = G \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N_X}} \text{ in cui } \sigma \text{ è la deviazione standard (eq. 4.4):}$$

$\sigma = 1,62 \cdot d \cdot \left( \frac{S_{yx}^2}{d^2} + 0,029 \right) = 1,62 \cdot 20 \cdot \left( \frac{80^2}{20^2} + 0,029 \right) = 7,1496$  , G è un coefficiente in funzione di rapporto  $\frac{d}{\sigma}$  e  $N_x$  è il numero di provini rotti. L'equazione 4.4 diventa quindi  $\sigma_{\bar{x}} = 1,6 \cdot \frac{7,1496}{\sqrt{5}} = 5,31$ , ottenendo un limite minimo di fatica, con probabilità di rottura del 10%, pari a :  $\sigma_{D(10\%)} = 364,88 - 2 \cdot 5,31 = 354,26 MPa$  , e un limite massimo di fatica, con probabilità di rottura del 90%, pari a  $\sigma_{D(90\%)} = 364,88 + 2 \cdot 5,31 = 375,5 MPa$  .

### Metodo secondo normativa ISO 12107:2003

Dopo aver completato lo stair-case è possibile calcolare i parametri A,B,C e D tramite le equazioni specificate nel paragrafo 4.4.8.1 (Tab. 7.2).

CASO O					CASO X				
Tensione [MPa]	<i>i</i>	<i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> · <i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> <sup>2</sup> · <i>f<sub>i</sub></i>	Tensione [MPa]	<i>i</i>	<i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> · <i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> <sup>2</sup> · <i>f<sub>i</sub></i>
390	2	0	0	0	390	1	1	1	1
370	1	1	1	1	370	0	4	0	0
350	0	4	0	0	350	-	-	-	-
<b>SOMME</b>		5	1	1	<b>SOMME</b>		5	1	1
		<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	0,16	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>D</b>

Tab. 7.2- Determinazione dei parametri A, B, C e D

Noti i parametri ci si ricava il limite di fatica  $\hat{\mu}_y$  e la sua deviazione standard  $\hat{\sigma}_y$  attraverso le equazioni 4.7 e 4.8. Per il caso dei provini rotti (X) si ottiene:  $\hat{\mu}_y = S_0 + d \cdot \left( \frac{A}{C} \pm \frac{1}{2} \right) = 350 + 20 \cdot \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) = 364 MPa$  e  $\hat{\sigma}_y = 1,62 \cdot 20 \cdot (0,16 + 0,029) = 6,1236$  . Lo stesso risultato si deve ottenere se si assume il caso dei provini non rotti (O). Per determinare il limite di fatica massimo si utilizza l'equazione 4.9:

$$\hat{y}_{(P,1-\alpha)} = \hat{\mu}_y + k_{(P,1-\alpha,\nu)} \cdot \hat{\sigma}_y \Rightarrow \hat{y}_{(90,95)} = 364 + 3,407 \cdot 6,1236 = 384,9 MPa ,$$

mentre il limite di fatica minimo risulta pari a :

$$\hat{y}_{(P,1-\alpha)} = \hat{\mu}_y - k_{(P,1-\alpha,\nu)} \cdot \hat{\sigma}_y \Rightarrow \hat{y}_{(10,95)} = 364 - 3,407 \cdot 6,1236 = 343,1 MPa .$$

### **7.1.2- Determinazione della curva di Wöhler**

Facendo riferimento ai valori, presenti in tabella 6.4, ottenuti dalle prove di fatica per la determinazione del tratto a vita finita della curva di Wöhler, si ricava la curva.

Per la determinazione del limite minimo e massimo della curva  $\sigma/N$  si utilizza l'equazione 4.14:

-limite minimo

$$\underbrace{\hat{x}_{(10,95,15)}}_{=\log_{10}(N)} = \underbrace{\hat{b} - \hat{a}y}_{=\log_{10}(\sigma)} - k_{(10,95,15)} \cdot \hat{\sigma}_x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 36,27 - 11,87 \cdot y - 2,032 \cdot 0,23$$

-limite massimo

$$\underbrace{\hat{x}_{(90,95,15)}}_{=\log_{10}(N)} = \underbrace{\hat{b} - \hat{a}y}_{=\log_{10}(\sigma)} + k_{(10,95,15)} \cdot \hat{\sigma}_x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 36,27 - 11,87 \cdot y + 2,032 \cdot 0,23$$

Il termine sotto radice, siccome il numero del campione è elevato, tende ad 1.

Il termine  $y$  rappresenta la tensione di prova in scala logaritmica.

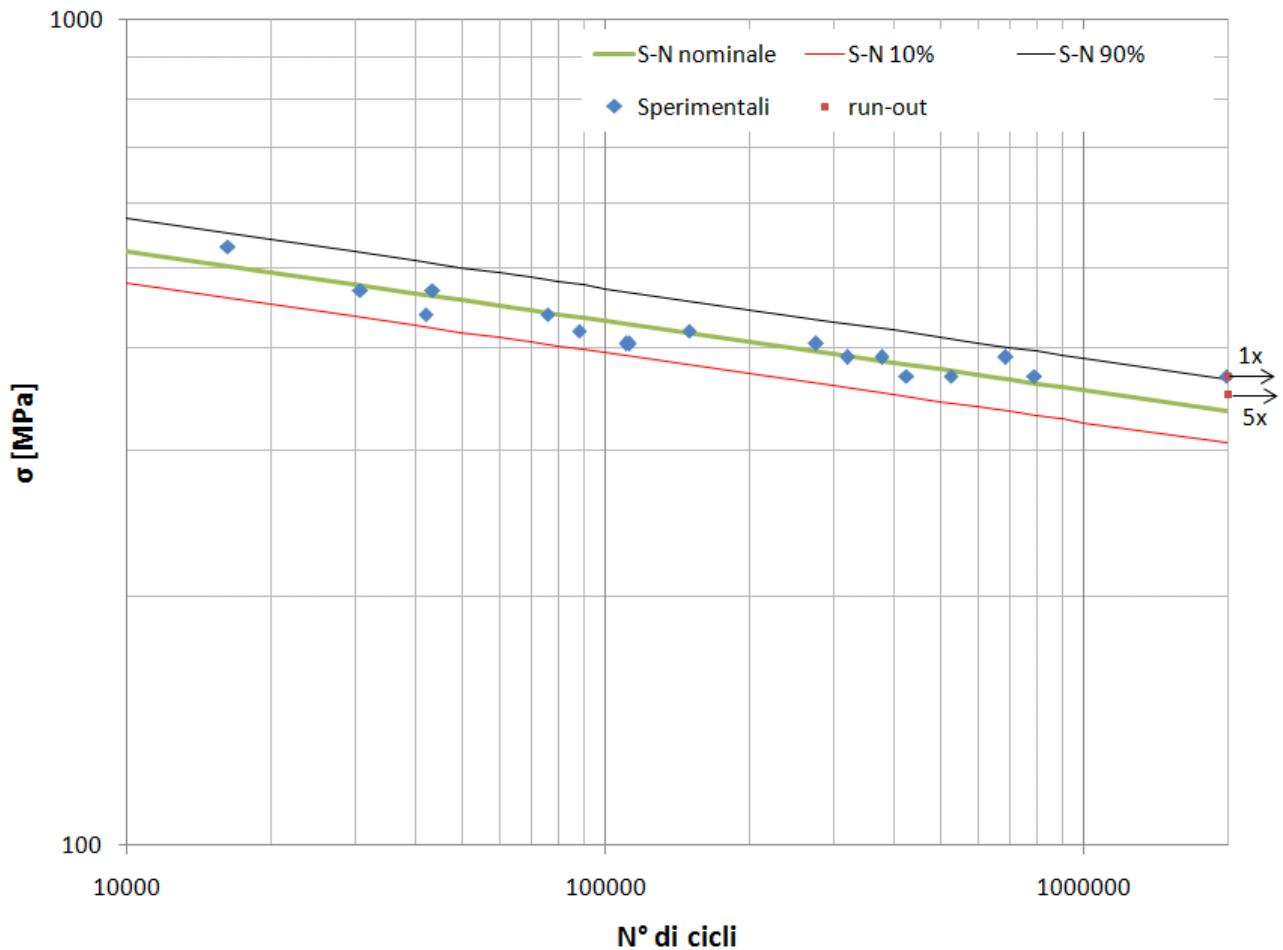


Fig. 7.1- Curva di Wöhler, con la dicitura “1x” e “5x” si indica quante volte per quel livello di tensione il provino è andato a runout

## 7.2 – Prove di fatica su provini albero-mozzo

I risultati ottenuti dalle prove di fatica effettuate sul lotto di provini albero-mozzo, mostrati nelle tabelle 6.5 e 6.8 hanno portato alla determinazione dei limiti di fatica secondo il metodo Dixon e secondo la normativa ISO 12107:2003 e alla creazione delle curve di Wöhler.

### 7.2.1 – Determinazione del limite di fatica

Applicando il metodo stair-case alle prove mostrate in tabella 6.5 si sono ottenuti i seguenti risultati:

Tensione [MPa]	CODICE PROVINI																
	S23 H28	S25 H23	S14 H15	S18 H2	S9 H12	S34 H30	S17 H17	S30 H18	S11 H32	S13 H16	S26 H25	S16 H21	S18 H4	S8 H24	S27 H13	S3 H1	S15 H29
230							X				X		X		X		
210				X		O		X		O		O		O		X	
190			O		O				O								O
170		O															
150	O																

Tensione [MPa]	n.O	n.X
230	0	4
210	4	3
190	4	0
170	0	0
150	0	0

Tab.7.3 - Stair-case dei provini albero-mozzo, con X si identificano i provini rotti mentre quelli con il segno O sono i provino che non si sono rotti per fatica.

Come per lo stair-case del precedente studio, anche in questo caso le caselle grigie non vengono considerate per la determinazione del limite di fatica. Per la stima del limite a fatica si utilizzano il metodo di Dixon e quello secondo la Normativa ISO 12107:2013.

#### Metodo Dixon

Anche in questo caso, dato che il numero di provini utilizzati per lo stair-case è maggiore di 6, si utilizza il metodo Dixon lungo. Da tabella 4.13 ci si ricava i valori dei parametri A e C. Per n.O= 8 ed n.X=7 i parametri valgono rispettivamente A=1,53 e C=0,17.

Il limite di fatica si ricava mediante l'equazione 4.1:

$$\sigma_D = \frac{\sum_i X_i}{N} + \frac{d \cdot (A+C)}{N} = \frac{4 \cdot 230 + 7 \cdot 210 + 4 \cdot 190}{15} + 20 \cdot \frac{1,53 + 0,17}{15} = 212,27 \text{ MPa}$$

L'errore standard è calcolato mediante l'equazione 4.5:

$$\sigma_{\bar{X}} = G \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N_x}}$$

in cui  $\sigma$  è la deviazione standard (eq. 4.4):

$$\sigma = 1,62 \cdot d \cdot \left( \frac{s_{yx}^2}{d^2} + 0,029 \right) = 1,62 \cdot 20 \cdot \left( \frac{114,286^2}{20^2} + 0,029 \right) = 10,1967$$

, G è un coefficiente in funzione di rapporto  $\frac{d}{\sigma}$  e  $N_x$  è il numero di provini rotti. L'equazione 4.4 diventa quindi

$$\sigma_{\bar{X}} = 1,2 \cdot \frac{10,1967}{\sqrt{7}} = 4,62$$

, ottenendo un limite minimo di fatica, con probabilità di rottura del 10%, pari a :  $\sigma_{D(10\%)} = 212,27 - 2 \cdot 4,62 = 203,03$  , e un limite massimo di fatica, con probabilità di rottura del 90%, pari a  $\sigma_{D(90\%)} = 212,27 + 2 \cdot 4,62 = 221,51 \text{ MPa}$  .

### Metodo secondo normativa ISO 12107:2003

Dopo aver completato lo stair-case è possibile calcolare i parametri A,B,C e D tramite le equazioni specificate nel paragrafo 4.3.8.1 (Tab. 7.4).

Caso O				
Tensione [MPa]	<i>i</i>	<i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> · <i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> <sup>2</sup> · <i>f<sub>i</sub></i>
230	2	0	0	0
210	1	4	4	4
190	0	4	0	0
170	---	---	---	---
150	---	---	---	---
<b>SOMME</b>		8	4	4
		<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
				<b>D</b>

Caso X				
Tensione [MPa]	<i>i</i>	<i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> · <i>f<sub>i</sub></i>	<i>i</i> <sup>2</sup> · <i>f<sub>i</sub></i>
230	1	4	4	4
210	0	3	0	0
190	---	---	---	---
170	---	---	---	---
150	---	---	---	---
<b>SOMME</b>		7	4	4
		<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
				<b>D</b>

Tab. 7.4- Determinazione dei parametri A, B, C e D

Noti i parametri ci si ricava il limite di fatica  $\hat{\mu}_y$  e la sua deviazione standard  $\hat{\sigma}_y$  tramite le equazioni 4.7 e 4.8. Per il caso dei provini rotti (X) si ottiene:  $\hat{\mu}_y = S_0 + d \left( \frac{A}{C} \pm \frac{1}{2} \right) = 190 + 20 \cdot \left( \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \right) = 211,4 \text{ MPa}$  e  $\hat{\sigma}_y = 1,62 \cdot 20 \cdot (0,2449 + 0,029) = 8,8743$  .

Per determinare il limite di fatica massimo si utilizza l'equazione 4.9:

$$\hat{y}_{(P,1-\alpha)} = \hat{\mu}_y + k_{(P,1-\alpha,\nu)} \cdot \hat{\sigma}_y \implies \hat{y}_{(90,95)} = 211,4 + 2,755 \cdot 8,8743 = 235,9 \text{ MPa} ,$$

mentre il limite di fatica minimo risulta pari a :

$$\hat{y}_{(P,1-\alpha)} = \hat{\mu}_y - k_{(P,1-\alpha,\nu)} \cdot \hat{\sigma}_y \implies \hat{y}_{(10,95)} = 211,4 - 2,755 \cdot 8,8743 = 187,0 \text{ MPa} .$$



### 7.2.2- Determinazione della curva di Wöhler

Facendo riferimento ai valori, presenti in tabella 6.8, ottenuti dalle prove di fatica per la determinazione del tratto a vita finita della curva di Wöhler, si ricava la curva.

Per la determinazione del limite minimo e massimo della curva  $\sigma/N$  si utilizza l'equazione 4.14:

-limite minimo

$$\underbrace{\hat{x}_{(10,95,15)}}_{\log_{10}(N)} = \hat{b} - \underbrace{\hat{a}y}_{=\log_{10}(\sigma)} - k_{(10,95,15)} \cdot \hat{\sigma}_x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 17,86 - 5,11 \cdot y - 1,974 \cdot 0,143$$

-limite massimo

$$\underbrace{\hat{x}_{(90,95,15)}}_{=\log_{10}(N)} = \hat{b} - \underbrace{\hat{a}y}_{=\log_{10}(\sigma)} + k_{(10,95,15)} \cdot \hat{\sigma}_x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 17,86 - 5,11 \cdot y + 1,974 \cdot 0,143$$

Il termine sotto radice, siccome il numero del campione è elevato, tende ad 1

Il termine  $y$  rappresenta la tensione di prova in scala logaritmica.

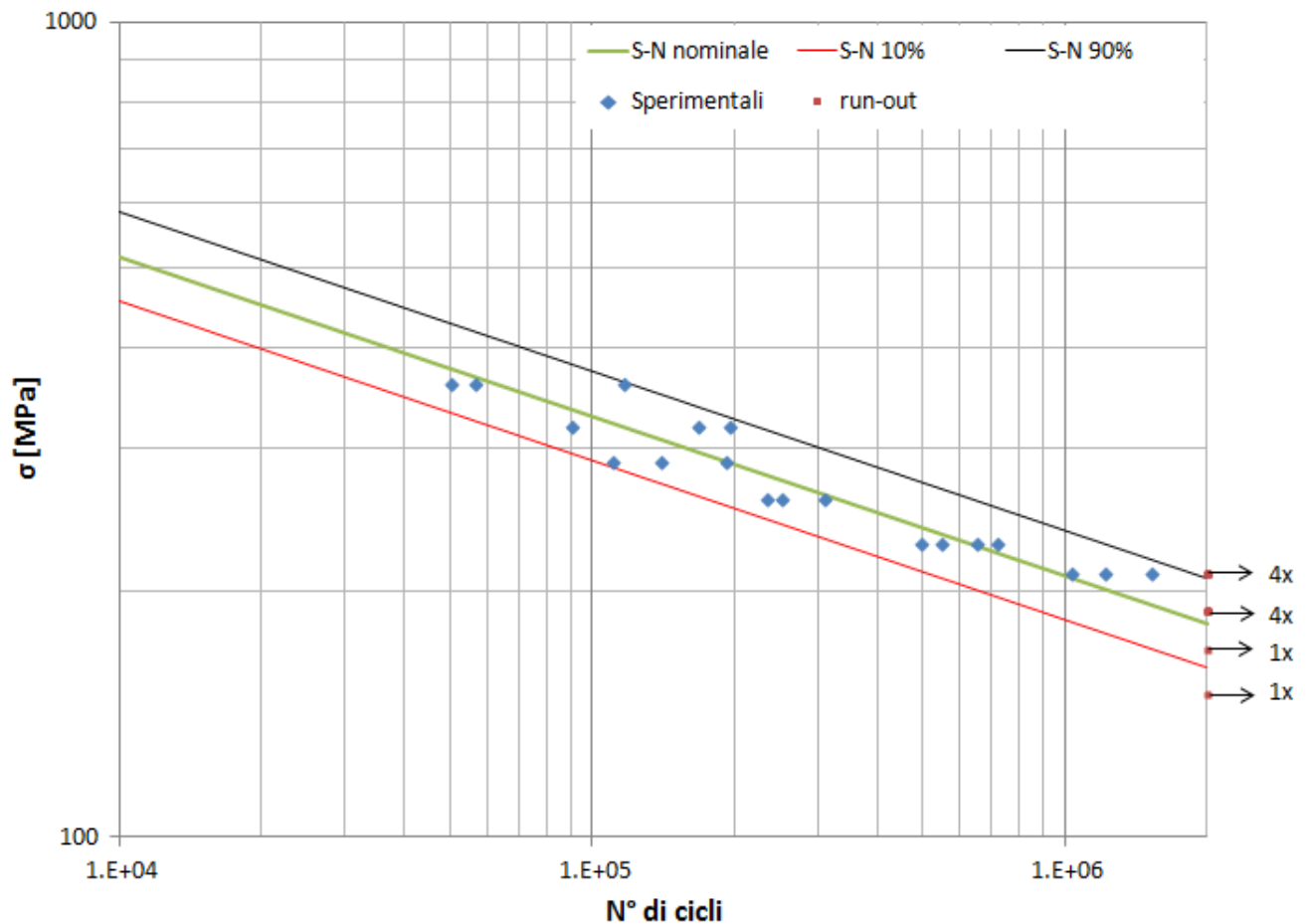


Fig. 7.2- Curva di Wöhler, con la dicitura "1x" e "5x" si indica quante volte per quel livello di tensione il provino è andato a runout

### 7.3 – Determinazione dei coefficienti $K_f$ e $K_t$

Una volta trovati i limiti di fatica relativi ai provini classici ed ai provini albero-mozzo, è stato possibile determinare il coefficiente di concentrazione a fatica delle tensioni  $K_f$  e, ipotizzando un valore plausibile del coefficiente di sensibilità all'intaglio  $q$  in base al tipo di materiale (acciaio C 40 trafilato) utilizzato per la realizzazione dei provini, ci si è ricavati tramite l'equazione  $q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \implies K_t = 1 + (K_f - 1)/q$  il coefficiente di concentrazione teorico delle tensioni  $K_t$ .

Il coefficiente di concentrazione a fatica delle tensioni  $K_f$  si ricava facendo il rapporto tra il limite di fatica medio dei provini classici e il limite di tensione medio dei provini albero mozzo:

$$K_f = \frac{\sigma_{D\_classici}}{\sigma_{D\_albero-mozzo}} = \frac{364,88 \text{ MPa}}{212,27 \text{ MPa}} = 1,719$$

Data la geometria dei provini albero-mozzo, stimare il valore del raggio di fondo intaglio per determinare il valore del coefficiente di sensibilità all'intaglio  $q$  è risultato impossibile. Per questo si è deciso di ipotizzare il valore di  $q$ , prendendo  $q = 0,85$  in quanto valore solito per il tipo di acciaio utilizzato per la costruzione dei provini. Per  $q = 0,85$  e  $S_u = 800 \text{ MPa}$  (carico di rottura ricavato da prova di trazione), ci si è ricavati dal diagramma di  $q$  il valore teorico del raggio di fondo intaglio, risultato pari a  $r = 1,7 \text{ mm}$ . Scelto il valore della sensibilità all'intaglio  $q$  è quindi possibile ricavarsi il coefficiente di concentrazione teorico delle tensioni  $K_t$  che risulta:

$$K_t = 1 + \frac{K_f - 1}{q} = 1 + \frac{0,719}{0,85} = 1,846$$

### 7.4 - Risultati delle prove di spiantaggio dei provini

Le prove di spiantaggio effettuate sui provini S9-H12 e S13-H16, secondo la modalità illustrata nel paragrafo 4.4.6, non hanno portato a risultati verosimili, probabilmente a causa dei disallineamenti presenti tra gli afferraggi e la macchina di prova.

## Capitolo 8

### Conclusioni

#### 8.1 - Conclusioni

Questo lavoro di tesi è stato basato sulla sperimentazione effettuata presso il Laboratorio Hangar della II Facoltà di Ingegneria di Forlì. Si è partiti dal mostrare i risultati ottenuti da una precedente analisi agli elementi finiti tramite modellatore FEM, svolta dall' Ing. Andrea Bastoni (con il quale ho collaborato per l'esecuzione delle prove di fatica), per arrivare poi ai numerosi dati ottenuti dalle prove di fatica svolte prima sui provini classici per la determinazione del materiale ed in seguito sui provini albero-mozzo, riuscendo così a determinare l'influenza che tale tipo di accoppiamento ha sulla vita a fatica dei componenti meccanici (determinando i coefficienti  $K_f$  e  $K_t$ ).

Dalle analisi dimensionali effettuate sui provini classici e sui componenti dei provini albero-mozzo che hanno preceduto le prove di fatica al fine di verificare la conformità dei provini con i progetti si sono ottenuti i seguenti risultati:

- 1- Il valore medio del diametro dei provini classici relativo al tratto utile, riscontrato dalla misura mediante micrometro, è risultato pari a  $d_{\text{medio}} = 11,002$  mm, con una deviazione standard media pari a 0,001 mm. Tali valori corrispondono alle richieste effettuate mediante disegni di progetto al fornitore;
- 2- Il valore medio del diametro dei provini classici relativo alle estremità, riscontrato dalla misura mediante micrometro, è risultato pari a  $D_{\text{medio}} = 15,989$  mm, con una deviazione standard media pari a 0,005 mm. Anche se tali valori non rientrano perfettamente nell'intervallo di tolleranza richieste dal disegno, ciò non comporta alcun problema in quanto la zona fondamentale del provino è quella relativa al tratto utile in cui deve avvenire la rottura;
- 3- Il valore medio della rugosità riscontrata nei provini classici, a seguito della lavorazione effettuata in laboratorio mediante pasta abrasiva e polish, è risultata pari a  $Ra_{\text{media}} = 0,163$   $\mu\text{m}$  con una deviazione standard pari a 0,014. Tali valori sono accettabili in quanto la normativa ISO 1143 richiede per tali prove di fatica una rugosità superficiale  $Ra < 0,25$   $\mu\text{m}$ .
- 4- Il valore medio del diametro degli alberi che sono stati poi accoppiati alle boccole ottenendo così i provini albero-mozzo è risultato pari a  $d_{\text{medio}} = 11,013$  mm, con una deviazione standard pari a 0,008 mm. Il valore risulta essere leggermente inferiore a quello richiesto dai disegni di progetto. Tale anomalia è dovuta alla lavorazione di finitura superficiale eseguita in laboratorio, mediante pasta abrasiva e polish, al fine di migliorare la rugosità superficiale.
- 5- Il valore medio del diametro relativo al foro delle boccole all'interno del quale sono stati accoppiati per interferenza gli alberi è risultato pari a  $D_{\text{medio}} = 11,008$  mm con una deviazione standard media pari a 0,003 mm.

- 6- Il valore medio della rugosità misurata sugli alberi è risultata pari a  $Ra_{media} = 0,198 \mu m$  con una deviazione standard pari a  $0,016 \mu m$ . Il valore medio della rugosità interna alla boccola spianata è risultata pari a  $0,68 \mu m$  con deviazione standard pari a  $0,02 \mu m$ . Il valore della rugosità media degli alberi rientra nella prescrizione presente nella normativa ISO 1143, mentre il valore della rugosità interna della boccola risulta essere superiore. Tale imprecisione di lavorazione potrebbe aver portato, in seguito agli accoppiamenti, ad una pressione di accoppiamento non perfettamente uniforme;
- 7- In seguito alle scelte effettuate per gli accoppiamenti (tab. 4.6) il valore medio dell'interferenza è risultato pari a  $I_{media} = 0,008 mm$ ;

Dall'esecuzione delle prove per la caratterizzazione del materiale sono stati ricavati i seguenti risultati:

1. I valori medi delle durezze relative ai provini classici (C), agli alberi (S) e alle boccole (H) sono:  $HRC_{C-media} = 15,7$ ;  $HRC_{S-media} = 16,1$ ;  $HRC_{H-media} = 16,7$ .
2. I valori ricavati dalla prova di trazione sono :  $\sigma_S = 460 MPa$  ;  $\sigma_R = 820 MPa$ .

Dall'esecuzione delle prove di fatica sui provini classici e sui provini albero-mozzo sono stati ricavati i dati presenti nei diari di prova (tab 6.1,6.2,6.3,6.4), mediante i quali è stato possibile ricavare i seguenti risultati:

1. Limiti di fatica relativi ai provini classici secondo il metodo Dixon:  $\sigma_D = 364,88 MPa$  (valore medio),  $\sigma_{D(10\%)} = 354,26 MPa$  (valore minimo) e  $\sigma_{D(90\%)} = 375,5 MPa$  (valore massimo);
2. Limiti di fatica relativi ai provini classici secondo normativa ISO 12107:2003:  $\hat{\mu}_y = 364 MPa$  (valore medio),  $\hat{y}_{(90,95)} = 384,9 MPa$  (valore massimo) e  $\hat{y}_{(10,95)} = 343,1 MPa$  (valore minimo);
3. Limiti di fatica relativi ai provini albero-mozzo secondo il metodo Dixon:  $\sigma_D = 212,27 MPa$  (valore medio),  $\sigma_{D(10\%)} = 203,03$  (valore minimo) e  $\sigma_{D(90\%)} = 221,51 MPa$  (valore massimo);
4. Limiti di fatica relativi ai provini albero-mozzo secondo normativa ISO 12107:2003 :  $\hat{\mu}_y = 211,4 MPa$  (valore medio),  $\hat{y}_{(10,95)} = 187,0 MPa$  (valore minimo) e  $\hat{y}_{(90,95)} = 235,9 MPa$  (valore massimo).
5. limite minimo e massimo della curva  $\sigma/N$  per provini classici :  
 $\hat{x}_{(10,95,15)} = 36,27 - 11,87 \cdot y - 2,032 \cdot 0,23$  (limite minimo) e  
 $\hat{x}_{(90,95,15)} = 36,27 - 11,87 \cdot y + 2,032 \cdot 0,23$  (limite massimo) con  $y$  tensione di prova in scala logaritmica.
6. limite minimo e massimo della curva  $\sigma/N$  per provini albero-mozzo :  $\hat{x}_{(10,95,15)} = 17,86 - 5,11 \cdot y - 1,974 \cdot 0,143$  (limite minimo) e  $\hat{x}_{(90,95,15)} = 17,86 - 5,11 \cdot y + 1,974 \cdot 0,143$  (limite massimo), con  $y$  tensione di prova in scala logaritmica.

7. Coefficienti  $K_f$  e  $K_t$  : per  $K_f = 1,719$  e  $q = 0,85$  il coefficiente di concentrazione teorico delle tensioni risulta  $K_t = 1,846$ .

## 8.2 – Sviluppi futuri

In programma come ulteriore sviluppo di tale sperimentazione vi è l'analisi presso il laboratorio SEM di Bologna, nel quale saranno esaminati al microscopio tutti i provini albero-mozzo al fine di capire se la rottura è avvenuta all'interno o all'esterno del mozzo, in modo tale da capire la causa reale della rottura. Se la rottura è legata al fenomeno del fretting dovrà essere interna al mozzo, mentre se è legata solamente al  $K_t$ , la rottura sarà esterna al mozzo. Inoltre dovrebbero essere riefettuate le prove di spiantaggio al fine di determinare la reale pressione di accoppiamento.

## Bibliografia

- 1- Lezioni di fondamenti e tecnica della progettazione meccanica, **D. Croccolo, N. Vincenzi**, ed. *Esculapio Bologna*.
- 2- Corso di tecnologia meccanica vol.1, **G. Grosso e M. Di Tella**, ed. *Progetto Ergon*.
- 3- Corso di tecnologia meccanica vol.3, **G. Grosso e M. Di Tella**, ed. *Progetto Ergon*.
- 4- Normativa **ISO1143:2010**, “Metallic materials – Rotating bar bending fatigue testing”.
- 5- Normativa **ISO 12107:2003**, “Metallic materials – Fatigue testing – Statistical and analysis of data”.
- 6- Elementi di Macchine Vol.1, **Niemann Est-Springer**.
- 7- Elaborato di tesi “Effetti di intaglio in accoppiamenti albero-mozzo per interferenza”, **Bastoni Andrea**.

## Ringraziamenti

Al termine di questo elaborato di tesi vorrei ringraziare l'Ing. Olmi, il quale mi ha fornito la possibilità di affrontare questa esperienza che ho trovato molto interessante e formativa e che si è sempre mostrato disponibile per ogni chiarimento e consultazione. Volevo inoltre ringraziare l'Ing. Massimiliano De Agostinis, l'Ing. Bastoni Andrea e l'Ing. Proli Paolo con i quali ho collaborato per l'esecuzione dell'intera sperimentazione e dai quali ho potuto apprendere, data la loro maggiore esperienza, importanti nozioni riguardanti la meccanica della frattura e la vita a fatica dei componenti meccanici.

Al termine di questo percorso di studi mi sento in dovere di ringraziare le persone che mi hanno accompagnato e sostenuto lungo questo percorso, in particolare mia mamma Paola e mio babbo Roberto che mi hanno sorretto e incoraggiato nei momenti complicati, che mi hanno concesso tale opportunità di studio e formazione e che permetteranno nei prossimi anni il proseguimento del mio piano di studi, mia sorella Alessia per l'affetto mostratomi (anche se spesso in modi un po' suoi personali), i miei compagni di corso grazie ai quali il carico di studio è risultato molto meno pesante ed in fine i miei amici, parte fondamentale della mia vita.