

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

SCUOLA DI SCIENZE  
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

**CAMBIAMENTI CLIMATICI E  
PROSPETTIVA EPISTEMOLOGICA  
DELLA COMPLESSITÀ:  
RISULTATI DI UNA  
SPERIMENTAZIONE DIDATTICA**

Tesi di Laurea in Laboratorio di Didattica della Fisica I

**Relatore:**  
Chiar.mo Prof.  
LIBERO VERARDI

**Presentata da:**  
SARA BARUZZI

**Correlatori:**  
Prof.ssa BARBARA PECORI  
PhD GIULIA TASQUIER

**Prima Sessione  
2012/2013**

*A tutti quei sorrisi.*



*La Scienza è molto più un modo di pensare,  
che un corpo di conoscenze.*

Carl Sagan



# Introduzione

L'educazione scientifica è ritenuta sempre più importante per sviluppare, specialmente nei giovani, consapevolezza, sensibilità, capacità e conoscenze utili nello sviluppo di una cittadinanza attiva. Educare alle scienze non serve solo a rispondere alle richieste di una forza lavoro scientificamente qualificato ma anche a perseguire obiettivi sociali, relativi a una nuova generazione di cittadini che siano alfabetizzati scientificamente, e quindi meglio preparati per muoversi in un mondo che è sempre più influenzato dalla scienza e dalla tecnologia. In linea con Horizon 2020<sup>1</sup>, è fondamentale che anche l'Italia, come altri paesi europei, promuova e sostenga la ricerca in Didattica delle Scienze e della Matematica al fine di migliorare l'educazione scientifica e trasformare la scuola in un luogo privilegiato di educazione alla cittadinanza scientifica. Il gruppo di ricerca in Didattica della Fisica di Bologna da diversi anni progetta e realizza interventi con studenti di scuola secondaria superiore per affrontare grandi temi attuali, come i cambiamenti climatici. Uno dei problemi di tipo didattico più delicati riguarda il *se e come* la prospettiva epistemologica della complessità, fondamentale per lo studio del clima, può essere introdotta già a livello di scuola secondaria superiore e quali concetti/strumenti di fisica e di matematica sono necessari per coglierne le caratteristiche principali.

Il lavoro di tesi è stato progettato e realizzato per dare un contributo originale a questo problema di ricerca. Nello specifico, il lavoro ha riguardato: (i) un'analisi di testi circa la prospettiva epistemologica della complessità al

---

<sup>1</sup>Programma di ricerca e innovazione dell'Unione Europea.

fine di individuare concetti e parole chiave fondamentali per caratterizzare il passaggio da una visione deterministica classica alla nuova prospettiva; (ii) la progettazione di strumenti di raccolta dati (questionari e interviste) sulle reazioni di studenti di scuola secondaria superiore, nell'ambito di una sperimentazione del percorso didattico sui cambiamenti climatici elaborato dal gruppo di Didattica della Fisica Bologna; (iii) l'analisi dei dati raccolti e l'individuazione degli aspetti particolarmente problematici per la comprensione della prospettiva della complessità; (iv) la progettazione di attività di laboratorio di matematica mirate ad affrontare e risolvere problemi di tipo disciplinare e concettuale emersi nella sperimentazione.

La tesi si articola in quattro capitoli.

Nel Capitolo 1 sono presentati i principali risultati dell'analisi della letteratura sulla prospettiva della complessità, illustrando quali concetti si ritengono fondamentali per lo studio del clima e argomentando perché e quali modelli matematici risultano strumenti essenziali per la modellizzazione di dinamiche complesse. Sono quindi descritte brevemente le due principali modellizzazioni matematiche usate in campo climatologico. Infine sono considerate le nuove Indicazioni Nazionali per la Scuola Superiore riformata e l'indagine OCSE-PISA riguardo al tema della modellizzazione.

Nel Capitolo 2 è descritta la sperimentazione del percorso sui cambiamenti climatici all'interno della quale si colloca il lavoro di tesi. Nel capitolo, particolare attenzione è posta alla descrizione di come, nel percorso, è stata trattata la prospettiva epistemologica della complessità, facendo riferimento alla modellizzazione matematica dei sistemi complessi.

Nel Capitolo 3 sono riportati i risultati dell'analisi dei dati raccolti nella sperimentazione circa le reazioni degli studenti al tema dei sistemi complessi.

Nel Capitolo 4 sono presentate e discusse attività di laboratorio realizzate per questo lavoro di tesi al fine di rispondere alle esigenze manifestate dagli studenti e tenendo conto delle considerazioni sui fondamenti disciplinari nello studio dei sistemi complessi.

Nelle conclusioni sono riportate alcune considerazioni, riprendendo la doman-

da di ricerca iniziale e prospettando sviluppi futuri di ricerca. Completano il lavoro una serie di appendici che riportano documenti e materiali didattici citati nel testo.





# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>i</b>
<b>1 Stato dell'arte e problema di ricerca</b>	<b>1</b>
1.1 Esempi di modelli matematici elaborati per lo studio del clima	5
1.1.1 Modelli climatici di tipo dinamico (dynamics-based)	5
1.1.2 Modelli climatici basati sui dati (data-based)	7
1.2 Riflessioni epistemologiche	9
<b>2 Descrizione della sperimentazione</b>	<b>13</b>
2.1 Il contesto e il percorso della sperimentazione	13
2.2 Sintesi della lezione "Sistemi complessi e modellizzazione"	20
<b>3 Analisi di dati e risultati relativi alla complessità</b>	<b>27</b>
3.1 Le reazioni degli studenti: un quadro complessivo	27
3.2 Gli studenti e la complessità: analisi delle interviste	32
<b>4 Una proposta di attività di laboratorio sulla complessità</b>	<b>45</b>
4.1 Modellizzazione matematica di feedback	46
4.2 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione lineare	47
4.3 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione non lineare, la parabola logistica	52
4.4 Dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali della parabola logistica	57
4.5 Il modello di segregazione di Schelling	61

---

4.6	Considerazioni didattiche . . . . .	68
	<b>Conclusioni</b>	<b>73</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>75</b>
	<b>Appendici</b>	<b>79</b>
<b>A</b>	<b>Protocollo di intervista</b>	<b>81</b>
<b>B</b>	<b>Interviste individuali (estratti sulla complessità)</b>	<b>83</b>
B.1	Intervista a S6 . . . . .	83
B.2	Intervista a S13 . . . . .	89
B.3	Intervista a S16 . . . . .	95
B.4	Intervista a S25 . . . . .	103
B.5	Intervista a S26 . . . . .	110
<b>C</b>	<b>Tracce per le guide all'utilizzo delle simulazioni</b>	<b>115</b>
C.1	Modellizzazione matematica di feedback . . . . .	115
C.2	Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione lineare . . . . .	118
C.3	Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione non lineare, la parabola logistica . . . . .	120
C.4	Dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali della parabola logistica . . . . .	122
C.5	Il modello di segregazione di Schelling. . . . .	124
<b>D</b>	<b>Codici MATLAB delle simulazioni</b>	<b>125</b>
D.1	Modellizzazione matematica di feedback . . . . .	125
D.2	Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione lineare . . . . .	127
D.3	Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione non lineare, la parabola logistica . . . . .	129
D.4	Dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali della parabola logistica . . . . .	131

# Capitolo 1

## Stato dell'arte e problema di ricerca

Nel pensiero occidentale contemporaneo ha assunto un ruolo molto importante la nozione di complessità<sup>1</sup>. Che l'universo sia complesso non è di certo una scoperta del '900, ma tale complessità veniva in passato concepita come un problema da risolvere, spiegare, “dominare” razionalmente mediante l'applicazione del metodo scientifico e la scoperta di leggi. La scienza moderna infatti nasce sull'ideale cartesiano della distinzione tra ciò che è essenziale, primario, generale, che costituisce l'oggetto della scienza stessa, e ciò che è singolare, secondario, locale, che non solo è considerato come superfluo, ma anche come “rumore” da neutralizzare il più possibile ai fini del raggiungimento della conoscenza scientifica oggettiva. L'edificio del sapere viene fondato a partire dall'individuazione di un punto archimedeo e mediante un meccanismo cumulativo e di progressivo miglioramento delle conoscenze. Ciò che conta è il raggiungimento del *luogo fondamentale di osservazione* da cui osservare e descrivere la realtà. La svolta più interessante che propone il pensiero complesso è proprio il progressivo sgretolarsi di quest'ideale. Piuttosto che cercare ad ogni costo di uscire da una condizione

---

<sup>1</sup>Le considerazioni che seguono sono basate su articoli di A. Pasini ([12], [13], [14], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23])

di finitezza e provvisorietà, si riconosce che il nostro conoscere non può che rappresentare tale condizione. Quest'atto di riconoscimento non è tuttavia una resa, un ridimensionamento dell'aspirazione umana al sapere, ma anzi offre una maggiore conoscenza della conoscenza stessa, intendendo il "limite" come vincolo sulla base del quale viene costruito il campo delle possibilità che ci vengono offerte. La complessità non è cioè una formula per riassumere i limiti dell'uomo, ma un invito ad una sua maggiore responsabilizzazione, all'acquisizione di un approccio capace di dialogare con tutti gli aspetti del reale. In questo contesto emerge il valore della strategia:

*“La strategia è un modo per avanzare nel labirinto della complessità, senza tentare di espellere l'incertezza e l'indeterminazione. Si rimane aperti a dialogare con il reale, poiché in qualsiasi momento può presentarsi il non previsto, ciò che non cade nel quadro di concettualizzazione dell'osservatore. In base a quest'ottica, allora, la scienza può essere considerata una strategia globale di conoscenza, di cui fanno parte i suoi tagli epistemologici, metodi e tecniche, modelli e sistemi di elaborazione di dati.*

*Lo studio del clima e dei suoi cambiamenti rappresenta un esempio emblematico della sfida intellettuale che oggi viene posta dai sistemi complessi e i modelli matematici rappresentano gli strumenti ideali per coglierne il comportamento.” (Pasini et al., 2005)*

Il fatto che il sistema clima<sup>2</sup> sia complesso, non permette una sua ricostruzione modellistica univoca. Nessuno possiede un modello perfetto e probabilmente non modello siffatto non comparirà mai. La perfezione non è un concetto tipico della scienza: la migliore approssimazione disponibile è un concetto molto più appropriato.

Nell'ambito climatico è importante valutare quali forzanti esterne (cioè con-

---

<sup>2</sup>Per clima si intende l'insieme delle condizioni fisico-meteorologiche che caratterizzano mediamente una determinata zona del globo per un certo periodo di tempo, che, come specificato dall'Organizzazione meteorologica mondiale, è almeno di trent'anni (Pasini, 2003). Per questa sua definizione i modelli climatici sono di natura diversa rispetto ai modelli meteorologici.

dizioni esterne al sistema che forzano il clima a cambiare) fanno variare il comportamento del sistema clima, e l'hanno fatto cambiare nella realtà climatica recente o remota. Fare ciò ha indubbiamente un valore, purchè si tenga conto che il sistema non è lineare. In laboratorio è spesso possibile isolare singoli elementi del sistema e studiare specifici fenomeni o processi separandoli dal contesto ambientale. Ad esempio, si può studiare il comportamento termodinamico dell'aria come gas reale, cioè includendo la presenza dell'acqua con i suoi passaggi di stato. In tal modo, si possono identificare le leggi di base per questi fenomeni o processi. Tuttavia, ciò che nel laboratorio reale non si può fare è ricostruire la complessità dell'atmosfera o del più vasto sistema climatico. Si ricorre allora ai modelli matematici da risolvere al computer come ad un "laboratorio virtuale". Da quanto appena riportato, è naturale che l'attuale situazione teorica di questi modelli climatici non possa soddisfare chi, come i fisici teorici e i matematici, è abituato ad ottenere una descrizione teorico-formale univoca di un sistema, sia pure complesso. Inoltre, l'attuale modo di operare nel settore di alcuni modelli lascia spazio a chi considera opinabili i risultati di tali modelli, in quanto opinabili le scelte di semplificazione modellistica e di bilanciamento.

Il comportamento del clima viene influenzato dall'esterno da diverse forzanti: queste e i loro cambiamenti possono essere naturali, come le variazioni nella radiazione solare incidente sulla Terra o nelle quantità di polveri emesse dalle eruzioni vulcaniche; altre volte sono tipicamente di origine antropica, come le variazioni nelle concentrazioni di gas ad effetto serra in atmosfera dovute alle emissioni antropogeniche, i cambiamenti nella presenza di inquinanti (come i solfati) che inducono raffreddamento, anzichè riscaldamento, il tasso di deforestazione o i cambiamenti nell'uso del suolo. Il sistema clima risponde a queste variazioni nelle forzanti con cambiamenti nel suo comportamento finale. Se il problema di definire il valore futuro delle forzanti naturali rientra nell'ambito delle scienze della natura, quello di stabilire l'andamento delle forzanti antropogeniche ricade essenzialmente nell'ambito delle scienze dell'uomo, in cui la nostra conoscenza è generalmente caratterizzata da una

maggiore incertezza. L'andamento dell'economia globalizzata (un sistema molto complesso) e le scelte politiche potranno far verificare nella realtà solo uno tra i tanti scenari socioeconomici e di forzanti antropogeniche che oggi riusciamo a intravedere, e in questo momento è anche difficile dare delle probabilità di accadimento dei vari scenari. In questa situazione, quindi, vengono in aiuto i modelli matematici, che permettono di valutare diversi scenari di forzanti di origine umana. Non si tratta quindi di una "previsione" climatica univoca, bensì di un insieme di situazioni climatiche future, che si definiscono "proiezioni". I modelli matematici nello studio del clima permettono di legare il futuro climatico alle nostre azioni e danno all'uomo la possibilità di modificare queste ultime per evitare cambiamenti climatici troppo drastici, i quali possono avere impatti pericolosi e insostenibili sui territori, sugli ecosistemi, sulle società umane.

I modelli matematici nella modellizzazione dei fenomeni climatici devono quindi tener conto dei seguenti elementi:

- l'impossibilità di avere un laboratorio reale nel quale ricostruire la complessità del più vasto sistema climatico, e quindi il ricorrere ad un "laboratorio virtuale";
- il sistema clima è un sistema complesso, ovvero un sistema in cui sono presenti di feedback e nel quale non vale il principio di sovrapposizione;
- la presenza di forzanti esterne che fanno variare il comportamento del sistema clima, e il problema di definire il loro valore futuro;
- la presenza non solo di forzanti esterne naturali, ma anche di forzanti esterne antropogeniche, il cui problema di definirne il valore futuro è generalizzato da una maggiore incertezza;
- il sistema clima è forzato e dissipativo, e, a parità di forzanti esterne, ha una sua peculiare dinamica di variabilità interna: il problema dei cambiamenti climatici è quindi capire come cambiano i valori dei parametri climatici fondamentali e questa variabilità al cambiare del valore

delle forzanti, sia naturali che antropogeniche. È importante quindi la possibilità di effettuare esperimenti di “spegnimento” di alcune forzanti per capire quali siano quelle che hanno forzato di più la situazione climatica considerata;

- nello studio dei fenomeni climatici è molto difficile capire quando una relazione trovata valida su un campione di dati sia valida anche su un altro campione della stessa popolazione;
- i modelli climatici sono utilizzati per fornire grandezze statistiche (medie, tendenze, variabilità): quando ci si propone di ricostruire o prevedere il clima si è meno esigenti di quando si vuole ricostruire o prevedere il tempo meteorologico<sup>3</sup>;
- l'unico modo per capire se il modello rappresenta in maniera corretta la dinamica climatica è quella di verificare se riesce a costruire il clima che ha caratterizzato la realtà del passato. Se la ricostruzione climatica risulta accurata, si può confidare nel fatto che le interazioni e i processi che intercorrono tra le varie componenti del sistema clima siano colte correttamente dal modello. La bontà dei modelli va quindi valutata proprio nella loro capacità di ricostruire l'andamento climatico reale, passato e attuale.

## **1.1 Esempi di modelli matematici elaborati per lo studio del clima**

I modelli matematici usati nello studio del clima si distinguono principalmente in due tipologie: i modelli di tipo dinamico (dynamics-based) e modelli basati sui dati (data-based). Queste due tipologie di modelli sono descritte nei prossimi paragrafi.

---

<sup>3</sup>Il tempo meteorologico è lo stato dell'atmosfera in un dato luogo e in un dato momento, mentre il clima è la descrizione statistica in termini di media e variabilità del tempo meteorologico.



### 1.1.1 Modelli climatici di tipo dinamico (dynamics-based)

Nella prassi scientifica, i modelli risultano spesso uno strumento pragmatico ed euristico per studiare un fenomeno particolare, un “abbozzo” di teoria che precede la formulazione di una teoria più completa e dal dominio più vasto. Nello studio del clima, invece, i modelli sono costituiti da “pezzi” di teoria, precedentemente formulati per spiegare risultati sperimentali. Allora, la prassi della simulazione della realtà in un calcolatore mediante modelli matematici è proprio quella di ricomporre virtualmente il sistema dai singoli “pezzi” di realtà studiati separatamente in laboratorio, facendoli interagire l'uno con l'altro (eventualmente considerando feedback), partendo dai “pezzi” di teoria che li descrivono (le singole equazioni validate nell'attività di laboratorio). Ovviamente le variabili presenti in questi modelli hanno un corrispettivo nelle grandezze reali misurabili nel sistema, con cui sono in corrispondenza biunivoca. Ecco perchè, quando il modello “corre” nel calcolatore, si parla di simulazione del comportamento del sistema reale.

Un esempio di modello dynamics-based è il modello di Lorenz. Esso venne scoperto da Edward N. Lorenz, nel 1963, e fu il primo esempio di un sistema di equazioni differenziali in grado di generare un comportamento complesso. Semplificando le equazioni del moto alle derivate parziali che descrivono il movimento termico di convezione di un fluido, Lorenz ottenne un sistema di tre equazioni differenziali del primo ordine:

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = -\sigma X + \sigma Y \\ \frac{\partial Y}{\partial t} = rX - XZ - Y \\ \frac{\partial Z}{\partial t} = XY - bZ \end{cases}$$

dove  $\sigma$ ,  $r$  e  $b$  sono parametri idrodinamici che possono assumere solo valori positivi. Se riportiamo i valori di queste variabili in un sistema di assi cartesiani al passare del tempo, si può vedere che la traiettoria ricopre solo una porzione dello spazio tridimensionale: è il cosiddetto attrattore di Lorenz, la cui forma ricorda proprio le ali di una farfalla (Figura 1.1).



Figura 1.1: Sezione bidimensionale dell'attrattore di Lorentz: essa ricopre solo una porzione dello spazio. La sua forma ricorda proprio le ali di una farfalla.

Lo stato del sistema ad un certo istante è rappresentato da un punto: l'evoluzione di questo stato è dato dalla traiettoria che questo punto segue al passare del tempo. Da un punto di vista "meteorologico" vorremmo prevedere le posizioni successive di questo punto con una certa precisione. L'incertezza nei valori iniziali viene identificata in Figura 1.1 dal cerchietto da cui partono le traiettorie. Vi sono situazioni in cui è possibile prevedere il futuro con pochissima incertezza, perché tutti i punti all'interno del cerchietto seguono traiettorie vicine; in altre situazioni la previsione è più critica, perché una piccola incertezza iniziale porta ad evoluzioni finali anche completamente diverse. Ci sono dunque situazioni iniziali che permettono una previsione piuttosto lunga e altre che non la consentono. In questo modello da cosa è determinato il clima? Non contano le singole traiettorie, ma conta la statistica dei punti sull'attrattore, che si ottiene facendo girare il modello per molto tempo. Quindi, se prevedere il punto di arrivo di una singola traiettoria (cioè il tempo meteorologico futuro) dopo un certo periodo di tempo non

è possibile, prevedere il clima che cambia sotto la spinta di forzanti esterne invece lo è. In questo secondo caso la singola traiettoria non è importante: dunque il fatto che non si sappiano fare previsioni del tempo oltre un certo intervallo temporale non inficia la proiezione climatica. Ciò che serve è sapere come queste traiettorie si distribuiscano statisticamente in un lungo periodo di tempo e questo può essere fatto facendo “correre” il modello nel calcolatore molto a lungo sotto la spinta di determinate forzanti esterne.

### 1.1.2 Modelli climatici basati sui dati (data-based)

Fino ad ora si è discusso dell'approccio dinamico allo studio del sistema clima e delle simulazioni effettuate mediante modelli matematici elaborati seguendo una strategia ben precisa. Questa strategia prevede la scomposizione del sistema stesso in parecchi sottosistemi (di cui si possiede una conoscenza teorica), lo sviluppo di sistemi di equazioni che ne descrivano il comportamento singolo e di reciproca interazione e infine la loro ricomposizione nel mondo virtuale del calcolatore, con un'analisi dettagliata dei feedback che si ritengono più importanti. Ma in un sistema complesso come il clima, caratterizzato da innumerevoli cicli di retroazione, è veramente questa la strategia più adatta a rappresentarne il comportamento finale? O, quanto meno, esistono strategie alternative che ci possano far studiare il sistema da un altro punto di vista?

La spinta a scomporre il sistema clima in sottosistemi interagenti nasce all'interno di una tendenza generalizzata della scienza moderna a cercare di ricondurre comportamenti complessi ad elementi, fenomeni e processi fondamentali studiabili in laboratorio in base a competenze specialistiche. Tuttavia, i limiti di questo approccio, appena riscontrati nella ricostruzione formale di un sistema con molti feedback, inducono a cercare un diverso punto di vista teorico da cui guardare al comportamento climatico.

Il clima è un sistema termodinamico dissipativo. Esistono influenze esterne al sistema che ne forzano il comportamento e, allo stesso tempo, esistono variabili caratteristiche del clima che, pur dopo numerosi cicli di feedback,

rispondono tuttavia a tali forzanti in maniera sensibile e valutabile quantitativamente anche a prescindere dal funzionamento specifico della macchina climatica. È possibile allora elaborare un modello che colga le risposte finali del sistema clima al variare di certe forzanti esterne, anche senza entrare nei dettagli della struttura interna del sistema stesso? In sostanza, è proprio necessaria la descrizione dettagliata e dinamica dell'interazione tra i vari sottosistemi? Piuttosto che affidarsi a modelli basati sulla dinamica, è pensabile fondarsi su analisi che utilizzino i dati delle forzanti e del comportamento finale del sistema clima per cercare di modellizzare le complesse relazioni esistenti tra queste stesse variabili, cioè tra cause prime ed effetti finali? La risposta è affermativa: oggi si può avvalere di potenti metodi di analisi non lineare per l'elaborazione di modelli basati sui dati. Il comportamento del clima viene influenzato dall'esterno da diverse forzanti: queste e i loro cambiamenti possono essere naturali, come le variazioni nella radiazione solare incidente sulla Terra o nelle quantità di polveri emesse dalle eruzioni vulcaniche; altre volte sono tipicamente di origine antropica, come le variazioni nelle concentrazioni di gas ad effetto serra in atmosfera dovute alle emissioni antropogeniche, i cambiamenti nella presenza di inquinanti (come i solfati) che inducono raffreddamento, anziché riscaldamento, il tasso di deforestazione o i cambiamenti nell'uso del suolo. Il sistema clima risponde a queste variazioni nelle forzanti con cambiamenti nel suo comportamento finale. Sostanzialmente quindi i modelli basati sulla dinamica aprono la scatola, ne descrivono dettagliatamente il funzionamento a partire dalle conoscenze specifiche maturate nei singoli ambiti disciplinari; quelli basati sui dati si limitano a descriverla attraverso relazioni (anche complesse) che legano le forzanti al comportamento finale del sistema, in modo tale che quest'ultimo venga simulato correttamente (Figura 1.2). Tuttavia, è facile rendersi conto di come, in un sistema altamente non lineare come il clima, i risultati di questo modello siano molto poveri. Sono note, inoltre, le difficoltà di giungere a relazioni di senso fisico compiuto con regressioni non lineari di tipo polinomiale, magari di grado elevato. Infine è molto difficile capire quan-

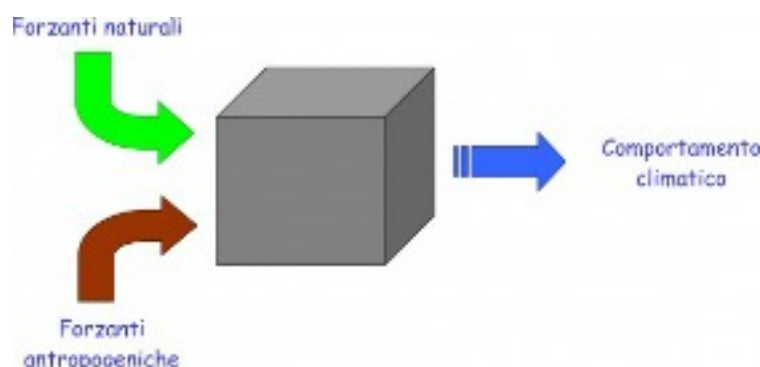


Figura 1.2: Il sistema climatico (la scatola) risponde alle sollecitazioni delle forzanti esterne con un certo comportamento finale.

do una relazione trovata valida su un campione di dati sia valida anche su un altro campione della stessa popolazione. Ebbene, la nascita dei modelli a rete neurale ha fornito algoritmi efficaci per il problema della regressione multipla non lineare in sistemi complessi, riuscendo spesso a fornire relazioni fisicamente consistenti che tra l'altro, pur partendo da dati parziali, risultano di validità generale.

È interessante osservare come i modelli dynamics-based seguono una linea riduzionista del sistema climatico, ovvero scomponendolo in “particelle elementari” e analizzando le loro interazioni, mentre i modelli data-based seguono più una linea olistica, in cui i fenomeni sembrano nascere solo all'interno di sistemi e non possono essere spiegati esclusivamente come interazione lineare delle singole parti del sistema.

## 1.2 Riflessioni epistemologiche

Lo studio e l'interpretazione di questi modelli complessi pone lo scienziato di fronte ad una sfida intellettuale di alto livello in cui si richiede un cambiamento paradigmatico. L'incontro-scontro con la complessità infatti porta necessariamente ad un mutamento nella propria visione della natura e nelle strategie da utilizzare per studiare e comprendere il comportamento

dei fenomeni indagati. Il pensiero complesso ha maturato storicamente una propria identità attraverso la retroazione degli esiti della scienza contemporanea sull'epistemologia.

Molti dei concetti chiave della scienza moderna, come l'ideale di conoscenza oggettiva, i modelli deterministici, la possibilità di uno sviluppo lineare e cumulativo della conoscenza, vengono posti in discussione. Così come viene fortemente indebolita la priorità epistemologica di alcune categorie che avevano fondato l'approccio della scienza moderna, come l'ordine e la regolarità. Vi è quindi un cambiamento radicale di prospettiva che va da un paradigma descrittivo, che risponde ad una modellizzazione classica, ad un paradigma interpretativo che corrisponde ad una modellizzazione complessa. In questo passaggio cambiano le parole e le categorie di riferimento. Le parole chiave della complessità diventano dunque concetti come: *proprietà emergente*; *relazione circolare (retroazione o feedback)* che lega le grandezze in gioco e *causalità non lineare*; *molteplicità*; *irriducibilità*; *imprevedibilità* e *auto-organizzazione*.

Innanzitutto è necessario chiarire l'origine e il significato della parola complessità. Il termine "complesso" significa "intrecciare": ciò che è complesso non può venire ricondotto alla somma degli elementi che lo costituiscono senza perdere qualcosa di essenziale, senza perdere appunto l'intreccio. Al contrario, il termine "complicato" significa "piegare", quindi ciò che è complicato può essere spiegato e reso semplice. Poi è necessario mettere in evidenza che in un sistema complesso (come il sistema clima) sono presenti diversi livelli di strutture, con leggi diverse che regolano la forma e l'evoluzione delle strutture esistenti ai diversi livelli. A ciascuno di tali livelli si osservano fenomeni che non esistono (e non possono essere rivelati) a livello inferiore. Questa proprietà è chiamata "comportamento emergente", nel senso che a partire dalle interazioni tra i singoli componenti del sistema emerge un comportamento globale non previsto dallo studio delle singole parti, che si perde quando il sistema viene suddiviso, analizzato mediante l'approccio riduzionista ("il tutto non si riduce alla somma delle sue parti", Christian Von Ehrenfest). L'auto-

organizzazione di un sistema complesso è una struttura spazio-temporale che emerge spontaneamente dall'evoluzione del sistema stesso come funzione della sua dinamica, dando luogo a delle strutture globali. Appare evidente come i modelli matematici per lo studio del clima non si possano concentrare tanto sui "mattoni costituenti" del sistema, quanto piuttosto sulle connessioni, sui principi di relazione e organizzazione fra le parti, come per esempio processi di feedback (positivi o negativi), cioè anelli di retroazione in cui l'effetto agisce sulla causa prima (amplificandola o inibendola). Tali connessioni innescano reazioni circolari, introducendo quindi una causalità non lineare. Il fatto che in un sistema composto da diverse parti interagenti che contribuiscono alla funzione di base, la rimozione di una qualunque delle parti causi la cessazione del funzionamento del sistema, introduce la caratteristica di irriducibilità del sistema stesso.

Una peculiarità di un sistema complesso è senz'altro la dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali: l'evoluzione da condizioni iniziali molto simili può differire rapidamente in modo esponenziale divenendo imprevedibile e assumendo quindi la forma di una sequenza di eventi casuali. Ad essa possiamo collegare l'imprevedibilità del sistema, cioè il fatto che non sia possibile prevedere in anticipo l'andamento del sistema su tempi lunghi a partire da assegnate condizioni al contorno. È importante osservare che nell'evoluzione del sistema clima è presente una complessità regolare: in tal caso si parla di caos deterministico. H. Poincaré descrisse il fenomeno del caos deterministico come segue:

*“Una causa molto piccola, che ci sfugge, determina un effetto considerevole che non possiamo non vedere, e allora diciamo che questo effetto è dovuto al caso. Se conoscessimo esattamente le leggi della natura e la situazione dell'universo nell'istante iniziale, potremmo predire con la medesima precisione la situazione dell'universo in un istante successivo. Ma quando anche le leggi naturali non avessero più segreti per noi, potremmo conoscere la situazione iniziale solo in modo approssimativo. Se questa approssimazione ci permettesse di prevedere la situazione successiva con la*

*stessa approssimazione, questo ci basterebbe per poter dire che il fenomeno è stato previsto, che è governato da leggi: ma non è sempre così e può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali generino differenze grandissime nei fenomeni finali; un piccolo errore nelle prime produrrebbe un errore enorme negli ultimi. La predizione diventa allora impossibile e ci troviamo di fronte al fenomeno fortuito.” (Poincaré, 1903).*

Come già detto, il comportamento dei singoli elementi di un sistema complesso e dei suoi sottosistemi (nel nostro caso il sistema clima e il suo sottosistema atmosfera) sono certamente analizzabili in laboratorio isolando i singoli pezzi, ma quando si passa dall'analisi del comportamento dei singoli “pezzi” al comportamento dell'atmosfera o del clima nella loro interezza, il laboratorio non basta più. Tutto è così collegato con tutto (e a grande scala), che non è possibile semplificare il sistema manipolando a piacimento la realtà, come di solito si fa nei laboratori: occorrerebbe una Terra gemella su cui fare esperimenti. Ci si scontra quindi con l'impossibilità di avere un laboratorio reale nel quale ricostruire la complessità del più vasto sistema climatico, e si deve ricorrere così ad un “laboratorio virtuale”. Oltre alle parole e ai concetti della complessità, è importante sottolineare come questo rappresenti un passaggio fondamentale nel cambiamento di paradigma dai modelli lineari a quelli complessi.

L'introduzione di queste parole, di questi concetti e di questi vincoli apre verso riflessioni nuove sul campo di possibilità che la scienza può esplorare. La complessità non è quindi una formula per riassumere ed evidenziare i limiti dell'uomo, ma un invito all'acquisizione di un approccio capace di dialogare con tutti gli aspetti del reale, compresi quelli che sono meno addomesticabili. Una scienza vista in questa prospettiva è sicuramente più isomorfa alle dinamiche dell'apprendimento sia individuali sia degli ambienti e dei con testi stessi d'apprendimento, che sono tutt'altro che lineari.

Ma come si può adattare/tradurre un problema epistemologico di una tale portata in un contesto didattico? Sicuramente l'importanza di una trattazione delle scienze e della matematica attraverso una rivalorizzazione della



modellizzazione è un'esigenza messa in evidenza in questi anni da più parti. Ad esempio G. Israel, docente di matematica all'Università La Sapienza di Roma, sottolinea in un suo libro a carattere divulgativo (1988) il contributo culturale dello studio dei modelli matematici. La modellizzazione matematica contemporanea è infatti un campo della scienza che comprende buona parte delle applicazioni della matematica allo studio dei fenomeni naturali. In questo libro l'autore vuole dare un'idea dei problemi e dei metodi della modellistica matematica, contribuendo, oltre che alla divulgazione scientifica, a dissipare l'idea che la scienza è "puro sapere tecnico" e non fa parte della cultura.

Così come anche nelle nuove Indicazioni Nazionali per la Scuola Superiore riformata, emanate nell'anno 2010, viene riconosciuta l'importanza dell'uso dei "modelli" e della "modellizzazione". Ad esempio tra gli obiettivi specifici del secondo biennio di Liceo compaiono:

- 5) *il concetto di modello matematico e un'idea chiara della differenza tra la visione della matematizzazione caratteristica della fisica classica (corrispondenza univoca tra matematica e natura) e quello della modellistica (possibilità di rappresentare la stessa classe di fenomeni mediante differenti approcci);*  
6) *costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo;*

L'indagine OCSE-PISA<sup>4</sup> concentra il suo interesse sull'abilità dei giovani di utilizzare la propria conoscenza e destrezza nell'affrontare le sfide della vita reale. Definisce la competenza matematica come la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica ha nel mondo, per trarre giudizi ben fondati e utilizzare la matematica in modi che soddisfino le esigenze della vita di quell'individuo nelle vesti di cittadino attivo, partecipe

---

<sup>4</sup>PISA (Programme for International Student Assessment) è un'indagine internazionale promossa dall'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE) per accertare con periodicità triennale i risultati dei sistemi scolastici in un quadro comparato.

e riflessivo. Questo orientamento riflette un mutamento negli obiettivi degli stessi programmi di studio, che sono sempre più interessati a ciò che gli studenti sono in grado di fare, piuttosto che al loro padroneggiare determinati contenuti curricolari. È presente quindi un invito a partire, nell'insegnamento, da situazioni reali, per arrivare a modellarle interagendo con gli studenti, introducendo così in modo "naturale" i concetti, le definizioni e le proprietà matematiche.

Le osservazioni fatte impongono alla ricerca in Didattica delle Scienze e della Matematica di affrontare problemi tutt'altro che banali:

*è possibile guidare studenti di scuola secondaria superiore a cogliere la prospettiva della complessità da un punto di vista epistemologico? Quali aspetti/parole chiave del nuovo paradigma sono importanti per metterne in evidenza le sue specificità rispetto ad un paradigma deterministico classico? E ancora, quali concetti/strumenti di tipo disciplinare, di fisica e di matematica, sono fondamentali per dare sostanza e concretezza a tale prospettiva? Quali difficoltà gli studenti possono incontrare?*

Il presente lavoro di tesi intende fornire un primo contributo a queste domande.



## Capitolo 2

# Descrizione della sperimentazione

In questo capitolo verrà inizialmente descritta la sperimentazione del percorso sui cambiamenti climatici, all'interno del quale si è collocato il lavoro di tesi. Seguirà una descrizione più dettagliata della parte di percorso dedicata alla complessità, cioè la più rilevante alla luce della domanda di ricerca che caratterizza questo progetto di tesi.

### 2.1 Il contesto e il percorso della sperimentazione

Negli ultimi dieci anni l'Unione Europea ha suggerito una serie di riforme innovative per l'insegnamento/apprendimento delle scienze, incorporando i problemi ambientali nei curricula scientifici, rispondendo all'esigenza di rendere la scuola un luogo di educazione alla cittadinanza. Come riportano Tasquier et. al (2013), nella letteratura di ricerca esistono diverse proposte che si occupano di come trattare i temi ambientali nell'insegnamento/apprendimento delle scienze, proposte provenienti da settori diversi fra cui la didattica delle discipline scientifiche (i.e. Besson et al., 2010) e le Scienze comportamentali (i.e. Lorenzoni et al., 2007). Il primo settore si occupa di

studiare le difficoltà concettuali nell'apprendimento della conoscenza scientifica, mentre il secondo si occupa di studiare le barriere socio-psicologiche che ostacolano cambiamenti di tipo comportamentale.

Da un'analisi delle principali ricerche in Didattica della Fisica emerge in maniera significativa che alcuni concetti di fisica di base, necessari per la comprensione dei fenomeni legati al clima, vengono trattati in maniera superficiale sia dai libri di testo che dagli insegnanti, e che l'organizzazione tradizionale dei contenuti scientifici in teorie (come ad esempio termodinamica e ottica) crea barriere nella comprensione di concetti cruciali (ad esempio il concetto di trasparenza) per l'interpretazione/comprendimento di temi, come l'effetto serra, che sono temi tipicamente intra-disciplinari. Inoltre, l'insegnamento della fisica spesso diffonde un'immagine di scienza come portatrice di certezze e verità assolute in cui non hanno legittimità né riflessioni personali né un confronto fra punti di vista diversi (la controversia) in cui non si tiene conto dei nuovi paradigmi epistemologici imposti dalla fisica della complessità nel XX secolo.

Parallelamente, il settore delle Scienze comportamentali ha indagato sul problema del perché le persone rifiutino di farsi coinvolgere nel problema dei cambiamenti climatici. La ricerca ha evidenziato tre principali barriere emotive/psicologiche e culturali che ostacolano un coinvolgimento personale:

- a) *non individuale ma collettivo*: l'incomprensione di alcune dinamiche climatiche di base fa sì che il problema climatico venga percepito come qualcosa che riguarda un livello globale e non individuale. L'individuo non coglie quindi il proprio ruolo di "agente causale" nell'interazione tra uomo e natura;
- b) *troppo grande o troppo piccolo*: opposte percezioni dei rischi legati ai cambiamenti climatici provocano reazioni di "negazione" del problema: o si considera il problema troppo grande, e l'individuo sente quindi di non poter far nulla e si disinteressa, o si considera il problema troppo piccolo, e l'individuo sente quindi di poterlo trascurare (creazione di un alibi). L'incertezza che caratterizza alcuni aspetti del dibattito

scientifico, spesso utilizzata per argomentare tesi contrapposte, produce disorientamento;

- c) *troppo lontano*: non è chiaro agli individui quali rischi corrano a breve termine e quali a lungo termine.

Lo scopo del progetto nel quale è inserita la sperimentazione didattica sui cambiamenti climatici è affrontare la trattazione dei temi ambientali, all'interno di una ricerca più ampia di Didattica della Fisica ed Educazione alla Cittadinanza Scientifica. L'obiettivo principale del progetto è quello di proporre e progettare degli esperimenti didattici sul tema dei cambiamenti climatici in cui gli studenti sono coinvolti in attività di apprendimento basate su una specifica "ricostruzione educativa" della conoscenza dei contenuti (Kattmann et al., 1996). In particolare, la ricostruzione è stata progettata per favorire, allo stesso tempo, sia una comprensione profonda dei contenuti scientifici che lo sviluppo di un pensiero critico sugli aspetti comportamentali legati a questi temi. Un ulteriore obiettivo è quello di studiare se e come la complessità di problemi di portata globale può essere gestita da studenti della scuola secondaria, e anche trasformata in una risorsa produttiva per il riconoscimento della scienza come patrimonio culturale della società. Il percorso concettuale è stato elaborato nell'ambito di un'equipe che prevedeva la compresenza di diverse competenze. Il gruppo includeva: Rolando Rizzi, Professore di Fisica dell'Atmosfera, Università di Bologna; Barbara Pecori, Professoressa di Didattica della Fisica, Università di Bologna; Olivia Levrini, Ricercatrice in Didattica della Fisica, Università di Bologna; Giulia Tasquier, PhD in Storia e Didattica della Matematica, della Fisica e della Chimica, Università di Palermo; Paola Fantini, Docente di Matematica e Fisica presso il Liceo Scientifico Einstein di Rimini e PhD in "Antropologia ed Epistemologia della complessità", Università di Palermo; Francesca Pongiglione, Post-Doc in Filosofia, Università di Bologna.

Il percorso concettuale è stato sperimentato per la prima volta in uno studio pilota realizzato all'interno del Piano Nazionale Lauree Scientifiche (PLS) nell'anno accademico 2011-2012 (Febbraio-Marzo 2012); questo corso era ri-

volto a studenti degli ultimi due anni della scuola secondaria superiore. Il percorso è stato rivisto ed è stato sperimentato nell'anno scolastico 2012-2013 (Febbraio 2013) sempre all'interno del PLS per studenti delle classi quarte e quinte superiore, presso il Liceo Classico Galvani di Bologna e il Liceo Scientifico Einstein di Rimini. Il percorso è stato poi rielaborato per essere sperimentato all'interno di un vero e proprio contesto di classe. La sperimentazione in questione è stata condotta con una classe terza del Liceo Scientifico dell'Istituto Salesiano di Bologna composta da 28 studenti (7 femmine e 21 maschi) all'interno di un progetto più ampio, *Progetto EAR (Energia-Ambiente-Risorse)*, nell'anno scolastico 2012-2013 (Gennaio-Febbraio 2013). In questo caso la sperimentazione rispondeva ad una richiesta esplicita della scuola, in quanto la classe terza aveva intrapreso un percorso di approfondimento che verte sulle tematiche cruciali del rapporto tra l'uomo e l'ambiente, e nel quale sono stati affrontati gli aspetti tecnici, economico-sociali, storici e filosofici legati al tema dell'energia. Il gruppo di ricerca in Didattica della Fisica di Bologna ha accettato la sfida, con l'obiettivo di controllare se i materiali progettati potevano essere adatti anche a studenti di classe terza. A differenza degli altri percorsi appartenenti al *Progetto EAR*, il percorso sui cambiamenti climatici non era a carattere divulgativo e richiedeva un impegno ed uno studio specifico, sia da parte degli studenti sia da parte del docente scolastico. Si è quindi posta l'attenzione sui concetti che non possono essere considerati banali, stringendo una stretta collaborazione con l'insegnante che a scuola riprendeva gli argomenti affrontati via via nei vari incontri. Infatti il percorso concettuale è stato pensato per favorire al contempo:

- (a) la comprensione dei contenuti di fisica, e in particolare dei concetti di fisica di base, coinvolti nell'argomento (dimensione disciplinare);
- (b) una certa sensibilità verso un discorso epistemologico dove (i) ci sia spazio per analizzare il tema del dibattito e della controversia scientifica e dove (ii) il gioco della modellizzazione del riscaldamento globale, inquadrato nella prospettiva della complessità, sia mirato a promuovere

un cambiamento epistemologico “dalla scienza degli orologi alla scienza delle nuvole” (N.Wiener) (dimensione epistemologica);

- (c) lo sviluppo di un pensiero critico circa la relazione Uomo-Natura-Società che metta gli studenti in grado di poter prendere decisioni consapevoli (dimensione sociale).

Durante la sperimentazione sono stati raccolti dati mediante diversi strumenti al fine di poter studiare le reazioni degli studenti nelle tre dimensioni di interesse (Tasquier, 2013). In particolare sono stati utilizzati un questionario pre-sperimentazione ed uno post-sperimentazione che includevano sia domande a scelta multipla sia domande a risposta aperta, formulate a partire da indagini tipiche delle scienze comportamentali; un questionario intermedio con domande specifiche sulla modellizzazione e la relazione realtà-modello-esperimento; le audio-registrazioni di tutti gli incontri (incluse le discussioni fra gli studenti durante i lavori di gruppo nelle attività sperimentali); un compito in classe costituito sia da domande a risposta chiusa che da domande a risposta aperta preparato dall'insegnante ed utilizzato come prova di valutazione finale sui contenuti sviluppati durante il percorso; interviste semi-strutturate condotte a fine sperimentazione su un campione di 5 studenti<sup>1</sup>. La sperimentazione è durata 15 ore e si è svolta in 5 incontri pomeridiani. Durante la realizzazione del percorso il filo portante è stato l'idea di modello e il gioco della modellizzazione. In particolare una delle scelte chiave è stata quella di introdurre gli studenti ad una prospettiva di modellizzazione della complessità, ma poiché si trattava di una classe terza, tale introduzione è stata realizzata senza insistere troppo sugli aspetti formali, comunque presenti.

Il corso è stato così articolato<sup>2</sup>:

---

<sup>1</sup>A causa delle limitazioni di tempo imposte dalla scuola, si è scelto un campione ristretto ma tale che potesse rappresentare personalità diverse e studenti che avevano partecipato con diverse modalità al lavoro di classe.

<sup>2</sup>Fra la terza e la quarta lezione vi è stata inoltre una conferenza di chimica sull'uso dell'energia e sugli aspetti di interazione radiazione-materia da un punto di vista chimi-



- un incontro introduttivo focalizzato sulla ricerca legata alle scienze del clima e su temi oggetto di controversia scientifica (Rizzi, 2011);
- due incontri di laboratorio su esperimenti di interazione radiazione-materia e sulla costruzione di un modello di serra;
- un incontro focalizzato sulla prospettiva epistemologica della complessità (sistemi complessi in matematica e fisica);
- un incontro sugli scenari politici economici con una panoramica sui principali trattati internazionali sul clima e un'analisi del report dell'IPCC (2007) sulle emissioni di gas serra e sul ruolo dell'individuo (Tasquier, 2013)<sup>3</sup>.

Nei box seguenti è riportata la descrizione del percorso lezione per lezione (Tasquier, 2013).

---

co, tenuta dalla Professoressa Venturi dell'Università di Bologna. La conferenza rientrava all'interno del *Progetto EAR* e non era programmata nel percorso concettuale sui cambiamenti climatici. I contenuti sono stati comunque coordinati con quelli del percorso concettuale.

<sup>3</sup>Gli incontri sono stati tenuti rispettivamente da: Professore Rizzi, PhD Tasquier, Professoressa Fantini, Post-Doc Francesca Pongilione.

**(1) Il riscaldamento globale: la ricerca scientifica e i nuovi termini della controversia scientifica.**

L'obiettivo dell'incontro era introdurre gli studenti alla climatologia e sottolineare ciò che è condiviso dalla comunità scientifica e ciò che è dibattuto. In particolare per ciò che riguarda i punti condivisi, è stato sottolineato che il riscaldamento del sistema climatico è inequivocabile e che questo è causato con buona confidenza [90%, secondo il Report IPCC] da un aumento di gas serra di origine antropogenica. Per quel che riguarda gli aspetti oggetto di discussione, si è posto l'accento sul fatto che l'origine di molte controversie sia dovuta alla difficoltà intrinseca di produrre modelli capaci di tenere in conto l'enorme numero di variabili che entrano in gioco nei fenomeni climatici. Un punto cruciale dell'incontro è stata l'introduzione del concetto di meccanismo di feedback, come nuovo modo di ragionare rispetto alla fisica classica tipico dei sistemi complessi, come il sistema climatico.

**(2) Esperimenti di interazione radiazione-materia.**

L'incontro è stato progettato come sessione di laboratorio caratterizzata dalla scelta metodologica di realizzare attività volte a innescare un'interazione fra pari, incoraggiando gli studenti a giocare con le loro idee e fornendo esempi di come passare dai modelli agli esperimenti e viceversa. Sono stati proposti alcuni esperimenti atti ad esplorare gli effetti dell'interazione tra radiazione e materia. Nell'incontro sono stati condotti alcuni esperimenti in cui si esponevano dei cilindri di alluminio, con stessa capacità termica ma di colore differente (nero opaco, bianco opaco, alluminio lucido) a diverse sorgenti di radiazione caratterizzate da spettri differenti (es.: lampadina ad incandescenza, lampadina a fluorescenza, lampadina infrarossa). Ogni gruppo di lavoro possedeva una coppia diversa di cilindri e una diversa sorgente. L'esperimento consisteva nell'acquisire dati on-line sull'andamento della temperatura dei cilindri in funzione del tempo, sia durante il processo di riscaldamento (a lampadina accesa) fino al raggiungimento di una temperatura di equilibrio sia, successivamente, durante il processo di raffreddamento (dopo aver spento la lampadina). L'obiettivo dell'incontro era rivedere e costruire quei concetti di fisica di base necessari per spiegare l'effetto serra. In particolare, i concetti di assorbanza ( $a$ ), riflettanza ( $r$ ), trasmittanza ( $t$ ) e le leggi di Stefan-Boltzmann e di Kirchhoff sono stati analizzati in dettaglio con una strategia Inquiry-Based. Nel trattare questi concetti, si è sottolineato che: i)  $a(\lambda)$ ,  $r(\lambda)$ ,  $t(\lambda)$  sono proprietà che descrivono l'interazione tra materia e radiazione, cioè che dipendono sia dagli oggetti che dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente; ii) tutti i corpi emettono energia in relazione alla loro temperatura; che iii) in condizioni stazionarie c'è un equilibrio tra l'energia in entrata e quella in uscita; e che iv) il concetto di emittanza è un concetto fondamentale per interpretare l'equilibrio e le situazioni di bilancio energetico.

**(3) Esperimenti sulla costruzione di un modello serra.**

Nel secondo incontro sperimentale sono stati condotti esperimenti per costruire un modello di "scatola serra". Ogni gruppo di lavoro aveva a disposizione una scatola con una piastra nera di alluminio alla base (che simulava la Terra), un coperchio (che simulava l'atmosfera) ed una lampadina (che simulava il Sole). Come in precedenza, ciascun gruppo utilizzava lampadine con spettri differenti. L'esperimento consisteva nell'acquisire dati on-line sull'andamento della temperatura della piastra di alluminio nero prima esposta in maniera diretta alla radiazione della lampadina e poi esposta con il coperchio di plastica a copertura della scatola. L'obiettivo dell'incontro era guidare gli studenti verso la costruzione di un modello di "serra" in grado di spiegare come e perché la presenza dell'atmosfera e un cambiamento nella composizione atmosferica producano un cambiamento del valore della temperatura alla superficie terrestre. Per raggiungere l'obiettivo si è scelto un modello semplice che però permettesse di esplicitare e discutere con gli studenti le caratteristiche e le specificità del modello scelto e del processo di modellizzazione su cui si basava. In particolare, sulla base dei concetti già introdotti di assorbanza, riflettanza e trasmittanza, gli studenti sono stati guidati a cogliere in che senso la Terra potesse essere modellizzata come un corpo nero ( $a=1$  per ogni lunghezza d'onda della radiazione incidente) mentre l'atmosfera, semplificata come uno strato uniforme e omogeneo (metaforicamente immaginato come un foglio di plastica), potesse essere modellizzata come un corpo trasparente, nero o grigio a seconda della radiazione incidente. Si è inoltre discusso esplicitamente quanto il modello si basasse sulla scelta di assumere, per la radiazione di entrata, una radiazione media nelle onde corte (0.3-4 micron) e, per la radiazione in uscita, una radiazione media nelle onde lunghe (4-50 micron). Nonostante le drastiche semplificazioni su cui si basa il modello, esso è apparso particolarmente adatto per fare entrare gli studenti in un ragionamento in termini di bilancio energetico e per costruire con loro la relazione formale tra assorbanza dell'atmosfera e la temperatura della superficie terrestre. La significatività e la forza del modello stanno anche nel fatto che esso sottolinea in maniera esplicita ed intuitiva che, se l'assorbanza dell'atmosfera (per la radiazione di onda lunga) aumenta, la temperatura della superficie terrestre e dell'atmosfera aumentano anch'esse al fine di mantenere l'equilibrio con la radiazione entrante. Questa relazione tra l'assorbanza e la temperatura ha diverse implicazioni; l'assorbanza può essere interpretata come un ponte tra le cause antropiche (ad esempio gas serra) e la spiegazione fisica del riscaldamento globale; la relazione permette di esemplificare, per mezzo di fenomeni fisici come lo scioglimento dei ghiacci, il concetto di feedback.

**(4) Sistemi complessi e modellizzazione.**

L'obiettivo dell'incontro era introdurre alcuni concetti tipici del paradigma della complessità e, quindi, affinare il discorso epistemologico per affrontare, da una nuova prospettiva, il ruolo dell'individuo come agente causale. In particolare, la nozione di feedback è stata rianalizzata per sottolineare la distinzione epistemologica tra causalità lineare e circolare e per mettere in evidenza che causalità circolare, significa che: i) le cause e gli effetti non possono essere chiaramente distinti e che ii) piccoli cambiamenti, nello spazio e nel tempo, sono in grado di produrre grandi cambiamenti. Inoltre, i concetti di evoluzione temporale, auto-organizzazione e molteplicità sono stati introdotti per discutere la nozione di potere predittivo dei modelli. Come ultimo punto, modelli complessi non fisici, come il modello della segregazione sociale di Schelling, sono stati illustrati per analizzare la relazione tra un sistema e le sue sotto-parti e per sottolineare, ancora una volta, che piccoli cambiamenti nelle azioni individuali possono produrre cambiamenti sociali di grande portata.

**(5) Scenari politici ed economici: panorama sui trattati del clima e delle proposte di taglio alle emissioni.**

L'obiettivo dell'incontro era duplice: da un lato, si è cercato di far comprendere agli studenti il ruolo degli accordi internazionali sul clima e sugli attuali sviluppi verso un trattato globale sui massimali di emissioni; dall'altro, si è cercato di far capire agli studenti che non solo i politici hanno il potere di influenzare la situazione, ma anche i cittadini che, con il loro comportamento e abitudini, hanno la capacità di contribuire in modo significativo alla mitigazione dei cambiamenti climatici. Per rispondere a queste necessità l'incontro era diviso in due parti: nella prima parte si è fornito un quadro sugli scenari politici ed economici legati ai cambiamenti climatici attraverso una overview dei principali incontri, protocolli, trattati e report internazionali; nella seconda parte sono stati analizzati e discussi alcuni dati tratti dai report IPCC sulle principali sorgenti di emissioni di gas serra e sul ruolo antropico (ad esempio la nozione di impronta ecologia, idrica, carbonica e i dettagli sul consumo energetico degli elettrodomestici alle famiglie).

## 2.2 Sintesi della lezione “Sistemi complessi e modellizzazione”

Al tema della complessità è stato dedicato il quarto incontro, tenuto dalla Professoressa Fantini, che descriviamo ora più nel dettaglio, in quanto ha rappresentato una guida per la proposta di attività di laboratorio sulla complessità<sup>4</sup> elaborata nell’ambito di questa tesi. A livello metodologico si è scelto di presentare fin dall’inizio una panoramica generale degli argomenti che si andranno ad affrontare attraverso alcuni estratti di articoli divulgativi (Pasini, 2007 e 2008); tali temi non sono stati introdotti in maniera lineare, ma attraverso un discorso ricorsivo. Queste strategie corrispondono a scelte metodologiche mirate a rendere affrontabili gli argomenti da parte degli studenti, alla luce delle difficoltà nel cogliere il passaggio di prospettiva note in letteratura ed evidenziate nell’analisi riportata nel capitolo *Analisi di dati e risultati relativi alla complessità*.

Gli estratti sui quali si basa l’introduzione alla lezione sono riportati in Figura 2.1 (in rosso sono evidenziati i concetti che verranno affrontati). Il discorso si collega al filo generale del progetto, la modellizzazione di un fenomeno, cioè alla necessità di individuare un “costrutto teorico” che permette di tradurre le domande iniziali relative al fenomeno in domande relative al modello; operando sul modello, le risposte vengono poi tradotte in risposte attinenti alla situazione reale. La lezione si propone di introdurre gli studenti al passaggio dalla fisica classica (la *fisica degli orologi*) alla fisica dei sistemi complessi (la *fisica delle nuvole*) ponendo l’attenzione sul legame modello-realtà-esperimento, facendo riferimento agli incontri precedenti dedicati all’attività sperimentale. Per sottolineare la distinzione tra le due prospettive viene proposta la distinzione etimologica tra il termine “complicato” e “complesso”, utilizzata. Grazie al confronto tra le scienze sperimentali e le scienze sociali, si introduce il concetto di auto-organizzazione dei sistemi complessi, mettendo in evidenza come il tema della complessità introduca un cambia-

---

<sup>4</sup>Capitolo *Una proposta di attività di laboratorio sulla complessità*.

[...] l'atmosfera non è altro che un sottosistema del sistema climatico. In entrambi i sistemi, i rapporti causa-effetto sono generalmente **non lineari** ed **esistono numerose catene circolari** in cui l'ultimo effetto della catena retroagisce sulla causa prima da cui è partito il *loop*, amplificandola ulteriormente (*feedback positivo*) o smorzandola (*feedback negativo*). **In laboratorio è spesso possibile isolare singoli elementi del sistema e studiare specifici fenomeni** o processi separandoli dal contesto ambientale. Ad esempio, si può studiare il comportamento termodinamico dell'aria come gas reale, cioè includendo la presenza dell'acqua con i suoi passaggi di stato. In tal modo, si possono identificare le leggi di base per questi fenomeni o processi. Tuttavia, ciò che **nel laboratorio reale non si può fare è ricostruire la complessità dell'atmosfera o del più vasto sistema climatico**. Si ricorre allora ai **modelli matematici** da risolvere al computer come ad un "laboratorio virtuale.

[...] **la prassi della simulazione** della realtà in un computer mediante modelli matematici è proprio **quella di ricomporre virtualmente il sistema dai singoli "pezzi"** di realtà **studiati separatamente in laboratorio**, facendoli interagire l'uno con l'altro (eventualmente considerando *feedback*), partendo dai "pezzi" di teoria che li descrivono (le singole equazioni validate nell'attività di laboratorio). Ovviamente le variabili presenti in questi modelli hanno un corrispettivo nelle grandezze reali misurabili nel sistema, con cui sono in corrispondenza biunivoca. Ecco perché, quando il modello "corre" nel computer, si parla di *simulazione* del comportamento del sistema reale [...]"

Figura 2.1: Slide proiettata durante la lezione: sintesi dei contenuti della lezione.

mento di prospettiva nello studio dei fenomeni naturali avvicinando tra loro campi di ricerca fino a pochi anni fa ritenuti molto più distanti dal punto di vista metodologico. Per capire come nasce l'auto-organizzazione dei sistemi complessi si introduce il concetto di circolarità non lineare (riprendendo e amplificando il concetto di feedback), attraverso esempi tratti dalle scienze biologiche che si prestano a modellizzazioni matematiche. Viene illustrato il diverso comportamento della funzione che descrive l'evoluzione del sistema considerato a seconda del parametro caratteristico sia per il caso della legge di evoluzione lineare (Figura 2.2) che per quello di evoluzione non lineare (Figura 2.3). Il discorso va quindi in direzione della individuazione di regolarità nei sistemi complessi, regolarità che portano all'auto-organizzazione, come mostrano gli esempi della farfalla di Lorenz e delle celle di Benard. I concetti affrontati vengono sintetizzati in una slide finale che riporta quelle

**Problema:** studiare l'evoluzione dei pesci in uno stagno.

Facciamo l'ipotesi che non ci siano problemi di cibo e tra i pesci regni una perfetta armonia; è ragionevole pensare che la popolazione di pesci dipenda ogni anno dal numero di pesci dell'anno precedente. Supponiamo che ogni anno muoia (per cause naturali) una frazione  $m$  di pesci e ne nasca una frazione  $n$ .

↓

Nota il numero di pesci in un dato anno (al tempo  $t$ ) sarà noto il numero di pesci l'anno successivo (al tempo  $t+1$ )

$$N(t+1) = N(t) + nN(t) - mN(t) = (1+n-m)N(t)$$

$n-m$  rappresenta il tasso netto di crescita della popolazione.  
Legge di evoluzione lineare del tipo  $x(t+1) = a x(t)$  (funzione lineare  $f(x)=a x$ )

Iterando:  
 $x_1 = a x_0$   
 $x_2 = a x_1 = a (a x_0) = a^2 x_0$   
 $x_3 = a x_2 = a (a^2 x_0) = a^3 x_0$   
 ...  
 $x_n = a x_{n-1} = a^n x_0$

Questa è una progressione geometrica di valore iniziale  $x_0$  e ragione  $a$ . A seconda del valore di  $a$ :

**$0 < a < 1$**   
la successione converge in modo monotono al punto fisso  $x^* = 0$  (attrattivo)

**$-1 < a < 0$**   
la successione converge oscillando al punto fisso  $x^* = 0$

**$a < -1$**   
la successione diverge oscillando

**$a > 1$**   
la successione diverge in modo monotono

I valori particolari  $a = 1$  e  $a = -1$  sono detti di *biforcazione*.

Figura 2.2: Slide proiettata durante la lezione: dinamica delle popolazioni, legge di evoluzione lineare.

che sono state definite “*le parole della complessità*” (Figura 2.4). Il discorso torna cioè a riprendere i concetti anticipati all’inizio una volta che questi sono stati via via affrontati nella lezione. Infine la presentazione si conclude con la spiegazione del significato del quadro che è stato scelto come immagine di apertura della lezione (Figura 2.5): partendo dallo sguardo del visitato-

**Complessifichiamo il modello:** *Popolazione che vive in un ambiente limitato.*

Facciamo l'ipotesi che il tasso di mortalità  $m$  non sia costante, ma aumenti al crescere della numerosità della popolazione ad esempio  $m = sN(t)$ , termine di mortalità per sovrappollamento (carenza di cibo, ecc....).

Con questa ipotesi la legge di evoluzione diventa non lineare:

$$N(t+1) = (1+n)N(t) - sN(t)^2$$

Legge di evoluzione non lineare del tipo  $x(t+1) = ax(t)[1-x(t)]$ .  
Questa funzione di secondo grado è una parabola  $f(x) = ax - ax^2$ .

*A seconda del valore del parametro  $a$  si ottengono previsioni completamente diverse:*

**$0 < a < 1$**

Qualunque sia il punto scelto sull'asse  $x$  come condizione iniziale si va inevitabilmente verso il punto  $0$  (completa estinzione – più morti che nascite).

**$1 < a < 3$**

Qualunque sia il punto scelto sull'asse  $x$  come condizione iniziale si va inevitabilmente verso un punto  $x^*$  che è un particolare punto fisso (punto fisso stabile) che *attrae* i valori iterati di  $f(x)$ .  $x^*$  è *un attrattore*.

**$3 < a < 3.449$**

Qualunque sia il punto scelto sull'asse  $x$  come condizione iniziale dopo una serie di zig-zag ci si assesta su una condizione stazionaria cioè si oscilla tra due valori  $x_1^*$  e  $x_2^*$ .  $x^*$  diventa un punto fisso instabile e si ha una oscillazione (detta ciclo-2) tra la coppia di valore  $x_1^*$  e  $x_2^*$  che sono detti attrattori di periodo 2. Il ciclo è stabile.

**$3.449 < a < 3.5$**

Qualunque sia il punto scelto sull'asse  $x$  come condizione iniziale dopo una serie di zig-zag ci si assesta su una condizione stazionaria cioè si oscilla tra quattro valori di  $x$  detti attrattori di ciclo 4;  $x_1^*$  e  $x_2^*$  diventano instabili e ciascuno genera i propri cicli 2 locali (qualunque sia il numero dei pesci in partenza, a regime il numero dei pesci vede un'alternanza di quattro valori. Ogni quattro anni nello stagno vi è lo stesso numero di pesci)

Aumentando un po' il valore di  $a$ , a regime, il numero di pesci oscilla tra otto valori, aumentando ancora un po' il valore di  $a$  il numero di pesci oscilla tra 16 valori e così via fino ad un  $a$  valore di  $a$  pari a **3.5699**. La popolazione di pesci che fino a questo valore di  $a$  si era periodicamente presentata uguale a se stessa, ora si comporta in modo caotico. La situazione nello stagno sarà ogni anno diversa e *imprevedibile*.

Figura 2.3: Slide proiettata durante la lezione: dinamica delle popolazioni, legge di evoluzione non lineare.

re ritratto mentre osserva il paesaggio in un quadro appeso nella galleria, il percorso dello sguardo prosegue passando impercettibilmente dal dipinto al paesaggio reale ritrovandosi, dopo un percorso circolare, a osservare la nuca del visitatore attraverso la vetrata della galleria, in una successione di ricorsi





Figura 2.4: Slide proiettata durante la lezione: le “*le parole della complessità*”.

potenzialmente infinita.

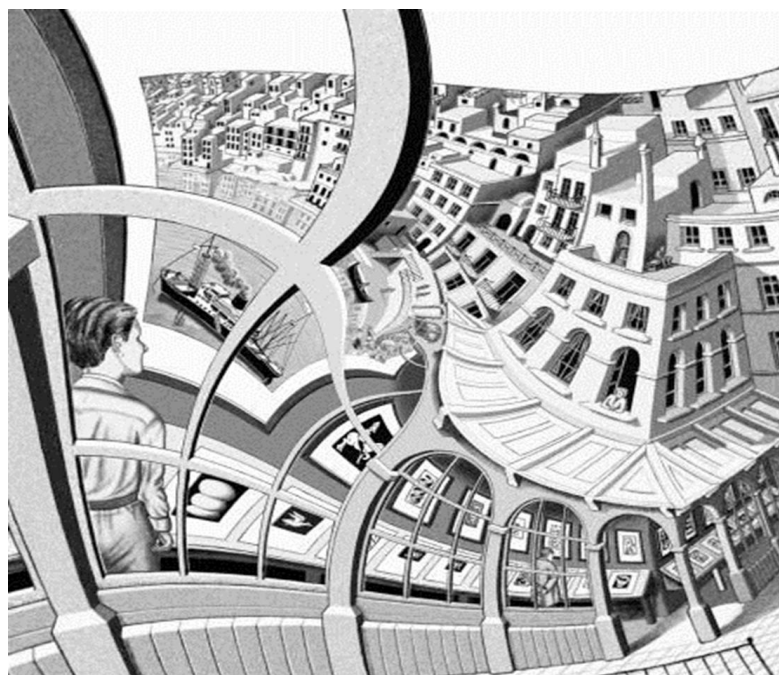


Figura 2.5: Escher - *Galleria di stampe* di Maurits Cornelis Escher, 1956.

## Capitolo 3

# Analisi di dati e risultati relativi alla complessità

Le domande portanti che hanno guidato nella selezione e nell'analisi dei dati per il seguente lavoro di tesi sono state:

*Come hanno reagito gli studenti ai materiali proposti sui sistemi complessi e sulla loro modellizzazione matematica? I materiali si sono rivelati efficaci per fornire nuove conoscenze e nuove consapevolezze in relazione all'argomento trattato?*

L'analisi dei dati è presentata in un primo paragrafo dedicato ad un quadro complessivo delle reazioni degli studenti al percorso didattico e un secondo paragrafo nel quale vengono analizzate le risposte degli studenti all'intervista finale per quanto riguarda il tema della complessità.

### **3.1 Le reazioni degli studenti: un quadro complessivo**

Di fronte alla mole di dati disponibili sono state effettuate scelte metodologiche guidate in particolare dalla letteratura internazionale disponibile

sull'analisi di dati qualitativi (Anfara et al., 2002). Le scelte sono state effettuate dal gruppo di ricerca<sup>1</sup> nel suo complesso attraverso un processo detto di “triangolazione”, mediante il quale le scelte di ciascun ricercatore relative all'analisi dei dati sono state confrontate con quelle degli altri al fine di effettuare una scelta il più possibile condivisa e oggettivamente motivata.

La prima considerazione è stata quella della opportunità di collocare le reazioni al tema della complessità all'interno di un quadro generale di risposte alle diverse sollecitazioni; di conseguenza è stato scelto di analizzare i dati in due fasi: la prima allo scopo di ricostruire un quadro generale delle reazioni degli studenti, la seconda al fine di investigare in profondità le loro reazioni alla proposta sui temi della complessità. Per la costruzione di un quadro complessivo delle reazioni degli studenti, su proposta di Sara Baruzzi, è stata presa in considerazione il quesito Q10 del questionario post-sperimentazione<sup>2</sup> (Tasquier, 2013), il quale chiedeva:

*Quali aspetti/temi/problemi trattati durante le lezioni hai trovato più o meno interessanti? Quali più o meno difficili? Quali hai capito meglio o peggio? Quali hai trovato più o meno utili?*

Le risposte degli studenti sono state sintetizzate come in Figura 3.1 e i dati hanno messo in evidenza che proprio i due argomenti relativi alla complessità (“L’idea di feedback” e “Il passaggio dai modelli classici ai modelli complessi”) presentavano anomalie rispetto al resto delle risposte degli studenti.

---

<sup>1</sup>Il gruppo era formato da: O. Levrini, G. Tasquier, S. Baruzzi.

<sup>2</sup>I dati analizzati in questo paragrafo riguardano 27 studenti, e non 28, in quanto uno studente non ha avuto la possibilità di essere presente a scuola e compilare il questionario post-sperimentazione.

Tema	Interessante	Non interessante	Utile	Superfluo	Facile	Difficile	Capito meglio	Capito peggio
Spiegazione dell'effetto serra in termini di bilancio energetico	22	4	22	3	8	18	15	7
Concetti di Assorbanza – Riflettanza – Trasmittanza	18	9	19	8	15	10	21	4
Concetto di emissività	12	10	18	5	11	14	11	9
Legame fra l'assorbanza dell'atmosfera e l'aumento di temperatura	23	4	24	3	6	19	16	8
I modelli utilizzati per spiegare l'effetto serra	20	7	23	3	15	11	18	4
Gli esperimenti su interazione radiazione-materia (cilindri)	15	10	18	6	10	13	12	7
Gli esperimenti sull'effetto serra (scatola serra)	20	6	20	4	14	7	17	2
L'idea di feedback	12	11	13	10	7	14	10	9
Il passaggio dai modelli classici ai modelli complessi	14	10	16	7	9	12	14	6
Gli scenari politici ed economici	20	7	22	5	19	5	20	4
Riflessioni sull'idea di modello in fisica	16	8	20	3	7	20	16	5
Riflessioni sul passaggio dal laboratorio reale a quello virtuale	18	6	19	5	16	9	15	5
Riflessioni sulla relazione modello-realtà-esperimento	19	6	21	4	9	12	15	5

Figura 3.1: Distribuzione delle risposte degli studenti al quesito Q10.

Si è cercato allora di rendere ben evidente queste peculiarità scegliendo una opportuna rappresentazione grafica dell'insieme dei dati attraverso un grafico di Kiviat nel quale le differenti reazioni degli studenti ai due argomenti sulla complessità sono evidenziate dalla mancanza di "picchi", presenti invece in corrispondenza di tutti gli altri argomenti (vedi Figura 3.2).

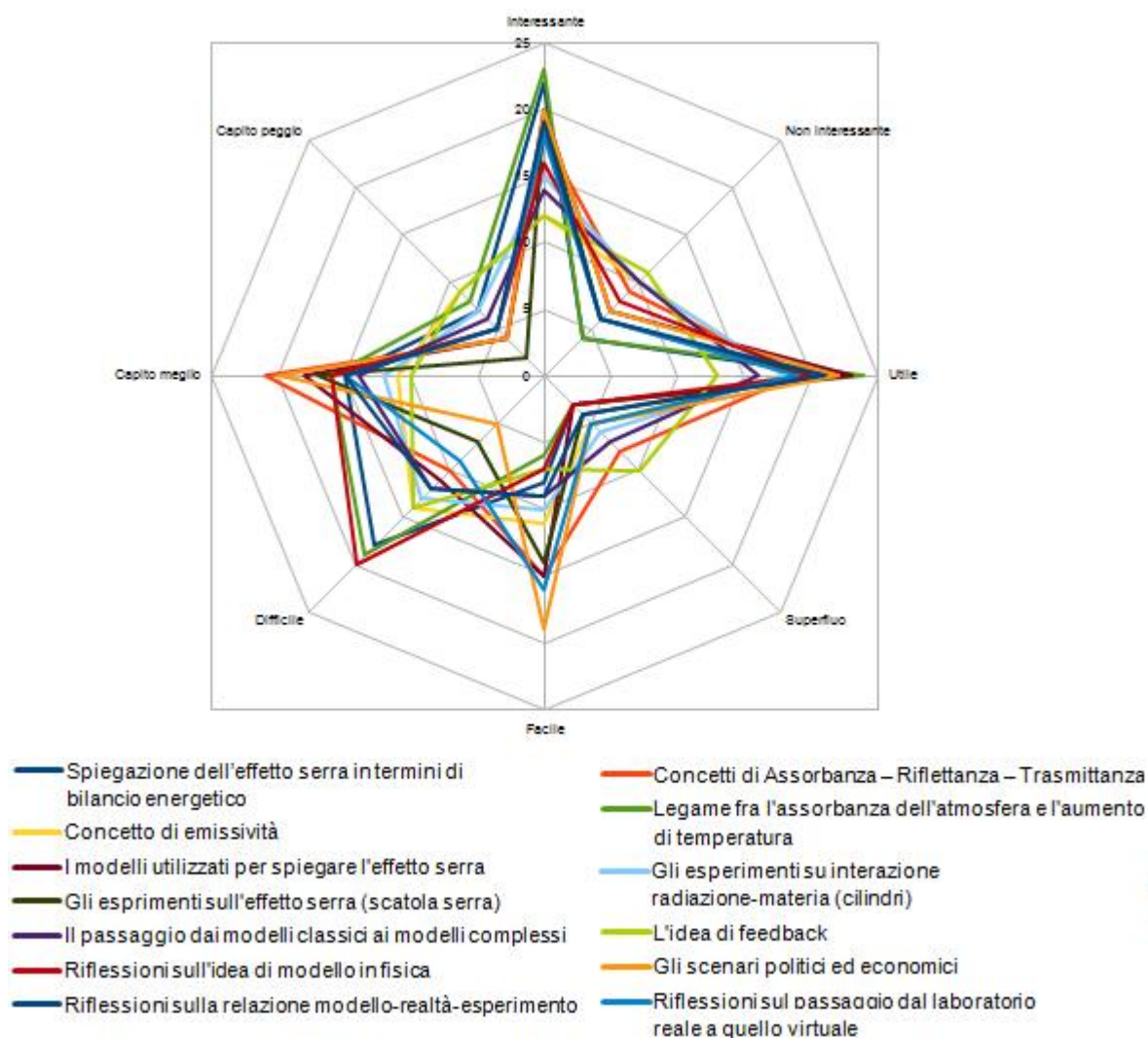


Figura 3.2: Grafico di Kiviat sulla relazione reazioni-temi ottenuto dalle risposte degli studenti.

I risultati di questa analisi sono stati confrontati anche con i risultati di una prova di verifica predisposta dall'insegnante a fine percorso, risultati che hanno mostrato un rendimento medio della classe di livello più che soddisfacente. Per interpretare questo risultato è stata formulata l'ipotesi che le difficoltà degli studenti sul tema della complessità risiedessero nel concetto di modellizzazione in generale, come già emerso nello studio pilota. Questa ipotesi è stata controllata con il complesso delle risposte al questionario post-sperimentazione (Figura 3.3) che mostra come il quesito che maggiormente ha ottenuto risposte bianche è stato proprio il quesito Q8, il quale trattava il tema generale delle modellizzazioni<sup>3</sup>.

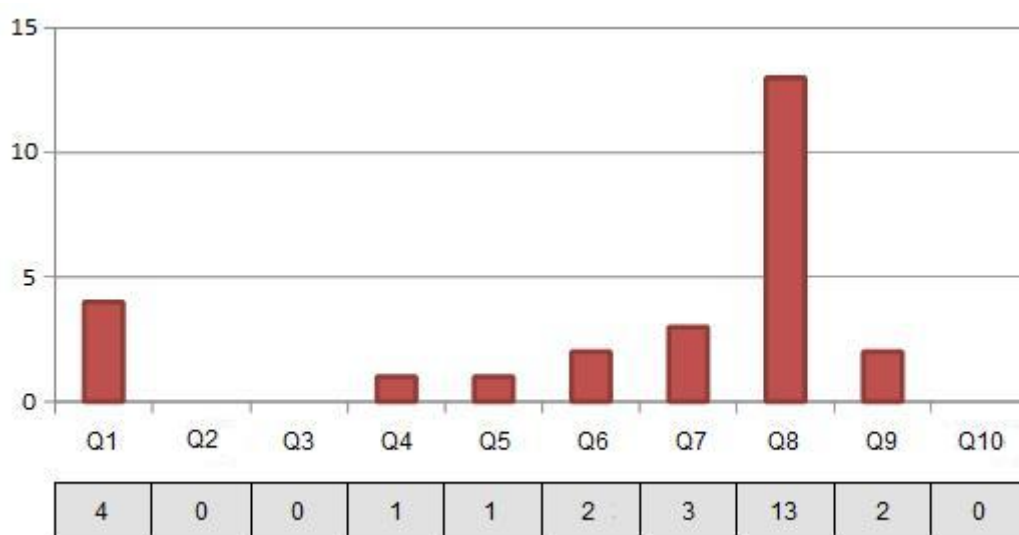


Figura 3.3: Distribuzione delle risposte bianche alle domande del questionario post-sperimentazione.

<sup>3</sup>Il quesito Q8 domandava: *Durante il discorso sulla modellizzazione si è sviluppato a partire da modelli molto semplici, come quello planetario Terra-Sole, per poi prendere in considerazione via via modelli più complessi. Ti chiediamo di ripensare a quanto fatto cercando di sottolineare gli aspetti che, per te, sono stati importanti per sviluppare la tua riflessione sull'idea di modello in fisica (se ci sono stati).*

## 3.2 Gli studenti e la complessità: analisi delle interviste

Per analizzare più in profondità le reazioni degli studenti sul tema della complessità è stato necessario selezionare quali dati utilizzare in prima battuta per formulare ipotesi interpretative e quali considerare invece più adatti a funzionare da controllo e da raffinamento delle ipotesi formulate (Grounded theory, Glaser et al., 1967). Le interviste e i relativi transcript sono stati valutati dal gruppo come la fonte più ricca di informazioni sui singoli studenti intervistati e quindi quella più promettente per una formulazione di ipotesi interpretative. I dati provenienti dai questionari sono invece stati utilizzati solo successivamente a fini di controllo.

In riferimento ai sistemi complessi e alla loro modellizzazione matematica, il protocollo di intervista comprendeva le seguenti domande:

(i) *Quale è stata la tua reazione alla lezione dedicata alla complessità e ai modelli matematici complessi? Cosa ti è “rimasto” di questa lezione?*

(ii) *L'incontro è stato pensato per mettere in evidenza il passaggio dai modelli classici ai modelli complessi.*

(a) *Guardando questa immagine, cosa ti evoca, cosa ti ricordi, cosa ti fa venire in mente?*

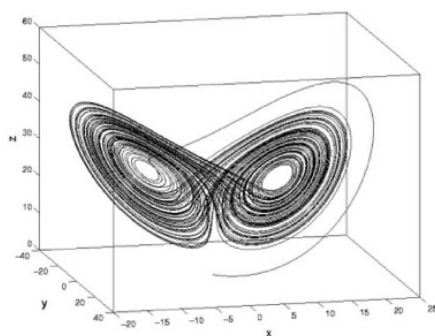


Figura 3.4: La farfalla di Lorenz.

(b) Guardando questa slide, quali sono state le parole per te maggiormente significative/evocative per cogliere che c'è stato un cambiamento di prospettiva nella fisica? [e/o] Quali sono state le cose che invece non hai capito? Quali i dubbi che ti sono rimasti? [e/o] Cosa pensi ti sarebbe servito per capire meglio questo passaggio?



Figura 3.5: Slide relativa alle “parole della complessità” proiettata durante la lezione.

Da una prima analisi delle interviste<sup>4</sup>, attraverso il confronto fra le considerazioni dei diversi ricercatori, la caratteristica emergente più rilevante è risultata la presenza di due tipologie di reazione degli studenti all'intervista nel suo complesso. Alcuni, anche di fronte a domande non banali, come quelle sulla complessità, hanno interagito positivamente con l'intervistatore, altri hanno mostrato invece un certo imbarazzo. Ciò è apparso in modo molto evidente anche dal “ritmo” e dai tempi delle interviste: alcuni studenti “interloquivano” con l'intervistatore con interventi articolati, altri solo con pochissime parole che di fatto rilanciavano la dinamica dell'intervista sull'intervistatore. Per mostrare le differenze di reazione sono state costruite la Figura 3.6 e la Tabella 3.1. Non è stato possibile analizzare separatamente

<sup>4</sup>Vedi *Appendice B*



le risposte a ciascuna delle due domande presenti nel protocollo di intervista, perché gli studenti non hanno risposto in maniera distinta, ma hanno ripreso o anticipato elementi di una domanda per rispondere all'altra e viceversa.

Figura 3.6: Grafico dei tempi delle cinque interviste relativo alle domande sulla complessità presenti nel protocollo di intervista.

	$T_{Stu}$	$T_{Int}$	$T_{Sil}$	$T_{Totale}$	% $T_{Stu}$	% $T_{Int}$	% $T_{Sil}$
S6	266 s	344 s	15 s	625 s	$\cong 42\%$	$\cong 55\%$	$\cong 3\%$
S13	218 s	475 s	59 s	752 s	$\cong 29\%$	$\cong 63\%$	$\cong 8\%$
S16	381 s	220 s	105 s	706 s	$\cong 54\%$	$\cong 31\%$	$\cong 15\%$
S25	370 s	200 s	19 s	589 s	$\cong 62\%$	$\cong 33\%$	$\cong 5\%$
S26	136 s	131 s	29 s	296 s	$\cong 46\%$	$\cong 44\%$	$\cong 10\%$

Tabella 3.1: Tempi delle interviste suddiviso tra i turni dello studente ( $T_{Stu}$ ), dell'intervistatore ( $T_{Int}$ ) e del silenzio ( $T_{Sil}$ ).

Dal confronto dei risultati si confermano due comportamenti differenti: in un caso il discorso viene principalmente sostenuto dall'intervistatore (S6 e S13), nell'altro invece lo studente interagisce con l'intervistatore secondo una dinamica più o meno articolata (S16, S25, S26). Emergono quindi due tipi di reazioni: la prima evidenzia un senso di disorientamento dello studente e/o uno scarso interesse a mettersi in gioco durante l'intervista, mentre la seconda è caratterizzata da un atteggiamento di disponibilità alla costruzione di un proprio pensiero attraverso l'interazione con l'intervistatore.

Per quanto riguarda il primo gruppo di studenti ci si è limitati a formulare ipotesi sulle possibili cause della mancata interazione. Nello specifico, lo studente S6 conferma di rifiutare il passaggio dai sistemi classici ai sistemi complessi già manifestato nel questionario post sperimentazione<sup>5</sup>, affermando che la lezione sulla complessità “*non sembrava così collegata all'idea di modello*”. Egli mantiene per tutto il percorso un atteggiamento molto vago, dando la sensazione di aver colto la presenza di concetti impegnativi dal punto di vista concettuale ma di non riuscire o essere disponibile ad approfondirli. Al quesito Q7 del questionario post-sperimentazione, che chiedeva una rianalisi della relazione modello-realtà-esperimento, egli ha specificato

<sup>5</sup>S6 nel quesito Q10 del questionario post-sperimentazione precisa: “*Pongo una critica sull'esposizione, ma anche sull'argomento secondo me noioso e inutile, del passaggio dai modelli classici ai modelli complessi. Questo argomento secondo me non era da trattare.*”.

che per lui quella relazione “è rimasta un po’ vaga.”, ed inoltre non ha risposto al quesito Q8. Lo studente S13 non mostra un vero e proprio rifiuto al tema dei sistemi complessi. Evidenzia piuttosto una non accettazione delle strategie di insegnamento che questa sperimentazione prevedeva. Questo suo atteggiamento si riscontra più volte nel corso dell’intervista. In relazione ai sistemi complessi, dai suoi interventi si capisce che fa fatica ad accettarne il carattere insieme deterministico e imprevedibile. È importante notare che sia lo studente S6 che lo studente S13 hanno ottenuto un voto sufficiente nella prova scritta effettuata in classe (Tasquier, 2013). In particolare, lo studente S13 è stato l’unico ad ottenere il massimo dei voti. Alla luce di questo risultato e delle osservazioni precedenti, possiamo spiegare la reazione all’intervista, e più in generale alla proposta didattica, come il segnale di una insicurezza dovuta alla diversa metodologia didattica proposta nella sperimentazione, rispetto a quella usuale dell’insegnante, che non sembra garantire allo studente risultati all’altezza delle sue aspettative. Come afferma Brousseau (D’Amore, 1999), “in una situazione d’insegnamento, preparata e realizzata da un insegnante, l’allievo ha generalmente compito di risolvere il problema che gli è presentato, ma l’accesso a questo compito si fa attraverso un’interpretazione delle domande poste, delle informazioni fornite, degli obblighi imposti che sono costanti del modo di insegnare del maestro. Queste abitudini (specifiche) del maestro attese dallo studente e i comportamenti dell’allievo attesi dal docente costituiscono il contratto didattico”. Quando si parla del contratto didattico, si deve parlare di una situazione di classe e di un particolare argomento oggetto del contratto, quindi un’interazione tra allievo insegnante e oggetto del sapere. Quando un ricercatore fa ricerca in aula, di fatto si ha una sostanziale modifica di tutto l’apparato, producendo rotture di alcune clausole del contratto didattico, che possono essere in qualche misura rifiutate da alcuni studenti, anche fra i più bravi.

Per quanto riguarda i tre studenti che interagiscono significativamente durante l’intervista, ci si è posti la domanda se fosse possibile identificare peculiarità individuali nell’atteggiamento di ciascuno. Alla ricerca di informazioni

in questa direzione sono apparse interessanti in particolare le diverse risposte date alla domanda sulle parole della complessità. Indizi interessanti sono apparsi il tipo e il numero di parole scelte dai tre studenti:

- S16 e S26 scelgono una sola parola ciascuno, rispettivamente *imprevedibilità* e *irriducibilità*;
- S25 non effettua una scelta, prendendo in considerazione tutte le parole proposte.

Queste scelte non sono apparse casuali e si è deciso quindi di cercare di interpretarle alla luce di una ricostruzione complessiva della “storia” di ciascuno studente, basata su tutte le informazioni disponibili (case study). Sono stati così formulati, ancora attraverso un processo di triangolazione, i tre profili riportati nei riquadri corrispondenti, nei quali si è cercata intenzionalmente una caratterizzazione forte, enfatizzando gli elementi individuali di ciascuno studente.

**Uno studente *politically correct* (S16).**

Lo studente S16 manifesta la necessità di avere informazioni corrette sul tema dei cambiamenti climatici al fine di non essere plagiato dalle informazioni che vengono fornite dai mezzi di comunicazione a cui attribuisce la scarsa attendibilità e quindi essere in grado di prendere una sua posizione rispetto al problema.

All'inizio del percorso ha evidenziato in diverse occasioni una mancanza di interesse al tema dei cambiamenti climatici, giustificando questo tipo di diffidenza soprattutto sulla base degli allarmismi che caratterizzano il modo con cui questo tema viene spesso trattato, i quali non gli permettevano di avere una garanzia sull'effettiva esistenza del problema del riscaldamento globale. La sua posizione evolve anche grazie alla lezione sulla complessità, in particolar modo grazie all'aver affrontato il carattere insieme deterministico e imprevedibile della modellizzazione dei sistemi complessi. In particolare il modello di Schelling è stato un elemento che ha portato all'attivazione della dimensione sociale inizialmente in lui assente.

Nella parte di intervista relativa alla complessità, lo studente sviluppa il proprio pensiero intorno alla parola 'imprevedibilità', effettuando una gerarchia delle parole: la più importante è 'imprevedibilità' perché con questa si possono studiare i fenomeni in scala globale. L'importanza del passaggio globale-locale nei rapporti causali assume una grande importanza all'interno di tutto il suo percorso, passaggio che trova approfondimenti proprio nella lezione delle complessità. Il fatto che egli scelga questa parola come chiave di lettura dimostra come sia diversa la prospettiva dalla quale ora osserva il problema, in quanto la parola *imprevedibilità* è la parola principale di cui si può fare abuso nella comunicazione di massa. Lo studente dimostra un'appropriazione del linguaggio, non solo non associando questa parola al suo senso comune, ma dandole un respiro ben più ampio contestualizzandola nei sistemi complessi. Egli manifesta il bisogno di entrare nel significato di che cosa vuol dire prevedere nella scienza in modo da capire quanta retorica ci può essere, quanto di vero e quanto di falso, nella comunicazione scientifica. Il percorso proposto gli ha permesso non solo di mettere in rilievo che cosa è condiviso dalla comunità scientifica, fornendo anche esempi di problemi aperti in modo da mettere a fuoco il perché vi siano tuttora controversie tra gli scienziati, ma anche di affrontare un percorso basato proprio sulla correttezza delle informazioni, soprattutto da punto di vista fisico. In questo modo lo studente ha acquisito quella fiducia nelle informazioni fornite che gli ha permesso la costruzione progressiva di un quadro complessivo coerente e maturo.

**Uno studente *esteta* (S25).**

Appassionato di musica, studente di Conservatorio di violino e pianoforte complementare, amante della matematica, egli evidenzia un importante interesse intellettuale per la dimensione “estetica” della proposta didattica.

Le esperienze di laboratorio gli hanno dimostrato che, nonostante la difficoltà dell’argomento, aveva tutti gli strumenti per affrontare il percorso, ma il suo atteggiamento nei confronti della sperimentazione è cambiato solamente quando lo si è posto davanti alla sfida della lezione sulla complessità. Questo approccio al tema è stato lo stimolo necessario per entrare in una diversa dinamica della sperimentazione, dinamica che ha portato lo studente a interagire positivamente con l’insegnante e i problemi proposti. Nel corso dell’intervista lo studente afferma che la lezione sulla complessità è stata una lezione difficile, ma sia il modo in cui è stata introdotta che il modo con cui è stata svolta hanno rappresentato per lui elementi chiave di apprendimento. In particolare, l’aver effettuato una selezione di pochi concetti ed averli ripetuti più volte, in modo diverso, ha permesso di analizzarli da molteplici punti di vista e poter così osservare una coerenza generale. Per tutti questi fattori lo studente S25 ha interagito in modo molto dinamico con la lezione. Contrariamente a quanto avviene per gli studenti S16 e S26, lo studente S25 non effettua una scelta tra le parole della complessità che vengono proposte. Egli evidenzia la necessità di rileggere ogni parola con i suoi parametri, cercando spunti, ma senza elaborare a fondo implicazioni e correlazioni. Si evidenzia quindi come lo studente sia affascinato da ciò che le parole possono evocare, raccogliendo stimoli, ma senza una rielaborazione che possa dare un ordine ai concetti per raggiungere una maturazione. Il suo interesse per la dimensione del fascino intellettuale si riscontra anche in una personale rilettura delle parole della complessità: egli paragona infatti la relazione circolare ad un “*movimento*”. Inoltre, lo studente nel corso dell’intervista commenta diversi elementi che toccano corde di tipo estetico: in primo luogo il quadro “*Galleria di stampe*” di Maurits Cornelis Escher, immagine che ha fatto da sfondo alla lezione della complessità, rileggendolo in termini di globale-locale. Inoltre commenta l’immagine di una nuvola che era stata utilizzata per introdurre gli studenti alla *fisica delle nuvole*, rileggendola attraverso una personale elaborazione di alcuni concetti portanti dei sistemi complessi. In questi due casi, contrariamente a quanto è osservato precedentemente, lo studente entra nell’analisi in profondità, non limitandosi ad un fascino che le parole possono evocare.

**Una studentessa *problem-solver* (S26).**

La studentessa S26 esprime fin da subito la necessità di affrontare agli argomenti in modo pratico e concreto. Sottolinea lungo tutto il percorso l'esigenza, e l'utilità, del "fare le cose", del toccarle con mano, senza entrare nell'esplorazione teorica del problema. È evidente quindi che la studentessa si avvicina inizialmente alla sperimentazione volendo trovare una soluzione del problema dei cambiamenti climatici, in una prospettiva tipica della fisica classica.

Nel corso dell'intervista riconosce che la mancanza di attività di laboratorio ha rappresentato per lui un ostacolo al tema della complessità. In particolare, mostra di rendersi conto ora che il problema dei cambiamenti climatici non può essere affrontato nella prospettiva dei sistemi classici, e ciò gli crea difficoltà. Queste emergono dall'utilizzo ambiguo delle parole "complesso" e "complicato" che lo studente manifesta durante tutto il corso dell'intervista: è questo l'aspetto della complessità che la studentessa cerca di cogliere. Egli prova ad affrontare questo suo conflitto, al fine raggiungere una maturazione di prospettiva, ma è evidente come si trovi ancora dentro questo processo di maturazione.

Per S26 la parola maggiormente evocativa è *irriducibilità*. La parola della complessità che la studentessa sceglie dimostra come si trovi in questa fase di analisi, rielaborazione e costruzione di prospettiva, in quanto sembra cogliere la linea di demarcazione tra il concetto di complicato ed il concetto di complesso. La studentessa lascia intendere un significato del termine ben contestualizzato all'interno dei sistemi complessi: ciò che è complesso non può venire ricondotto alla somma degli elementi che lo costituiscono senza perdere qualcosa di essenziale. Questo aspetto rinforza ulteriormente quanto osservato precedentemente, ovvero la presenza di un cambiamento di prospettiva che S26 dimostra di aver colto ma che è in conflitto con il suo modo di affrontare i problemi. Tale conflitto viene però gestito positivamente durante l'intervista. Per questo studente, infine, anche il cambiamento del rapporto individuo-soluzione ha assunto un ruolo importante nel definire il passaggio di prospettiva dai modelli classici ai modelli complessi: da una relazione inizialmente molto pragmatica ad una situazione in cui non era più applicabile un approccio pratico e concreto alla soluzione.

Dai tre profili elaborati emergono chiaramente risposte differenti al tema della complessità, reazioni che mostrano correlazioni fra elementi appartenenti a diverse dimensioni (sociale, estetica, pratica) e che sono coerenti con le esigenze cognitive dei singoli studenti. Emerge dunque come ognuno di essi possa trovare lungo la sperimentazione sollecitazioni differenti per sviluppare



una rielaborazione personale dell'argomento.

Particolarmente interessante appare la figura dello studente S16, caratterizzata da un cambiamento dell'atteggiamento nei confronti del problema grazie alla costruzione di un quadro complessivo coerente e maturo. Quest'ultimo non solo evidenzia come lo studente abbia sviluppato un percorso personale all'interno della sperimentazione, ma permette di attivare una dimensione sociale inizialmente in lui assente. In questo suo percorso personale ogni concetto è strettamente correlato agli altri; non è quindi possibile isolare i diversi temi oggetto della sperimentazione. Nel suo caso focalizzare l'analisi dell'intervista solamente sulla parte relativa alla complessità risulterebbe quindi riduttivo. Pertanto è stato ritenuto necessario analizzare anche le reazioni alla prima domanda dell'intervista<sup>6</sup>. Il confronto fra i tempi ed i turni degli interventi dei cinque studenti relativamente a questa domanda è riportato in Figura 3.7 e Tabella 3.2. Dal confronto dei risultati emerge non solo una notevole differenza nei tempi d'intervista tra lo studente S16 e gli altri, ma si osserva anche un livello di interazione con l'intervistatore ancora superiore a quello registrato per le domande già analizzate (Figura 3.6). Osservando il "ritmo" ed i tempi dei turni dell'intervista di S16, è evidente come in questo caso l'intervista sia veramente un dialogo interattivo<sup>7</sup>. Nel corso di tutta l'intervista emerge la grande importanza attribuita al passaggio globale-locale nei rapporti causali; con il termine "globale-locale" si intende il bisogno di avere una visione globale del problema per andare a capire il significato dell'azione locale. Questa esigenza emerge sia per quanto riguarda lo studio dei fenomeni fisici che per lo studio della società.

---

<sup>6</sup>La prima domanda del protocollo di intervista chiedeva: "*Pensando al percorso fatto, potresti farci un elenco di momenti/contesti per te più importanti per capire/cambiare il tuo punto di vista/ ... ? (Fra le cose affrontate, quali aspetti hai trovato più o meno interessanti? Quali più o meno difficili?)*", vedi *Appendice A*.

<sup>7</sup>Vedi *Appendice B.3*.

Figura 3.7: Grafico dei tempi delle cinque interviste relativo alla domanda iniziale del protocollo di intervista.

	$T_{Stu}$	$T_{Int}$	$T_{Sil}$	$T_{Totale}$	% $T_{Stu}$	% $T_{Int}$	% $T_{Sil}$
S6	64 s	22 s	1 s	87 s	$\cong 74\%$	$\cong 25\%$	$\cong 1\%$
S13	60 s	51 s	10 s	121 s	$\cong 50\%$	$\cong 42\%$	$\cong 8\%$
S16	269 s	74 s	44 s	387 s	$\cong 70\%$	$\cong 19\%$	$\cong 11\%$
S25	221 s	31 s	6 s	258 s	$\cong 86\%$	$\cong 12\%$	$\cong 2\%$
S26	70 s	24 s	3 s	97 s	$\cong 72\%$	$\cong 25\%$	$\cong 3\%$

Tabella 3.2: Tempi delle interviste suddiviso tra i turni dello studente ( $T_{Stu}$ ), dell'intervistatore ( $T_{Int}$ ) e del silenzio ( $T_{Sil}$ ).

Egli ricostruisce ed elabora le informazioni acquisite lungo una sua linea di coerenza, parallelamente allo svolgersi del percorso: un'importante riscontro si trova nell'ultima fase della sperimentazione in cui lo studente apre la dimensione sociale del problema dei cambiamenti climatici. Lo studente S16 focalizza dunque l'attenzione sull'atteggiamento dell'individuo nei confronti del problema. Come riportato nel profilo, prima della sperimentazione la dimensione sociale non era attiva nello studente S16. L'aver seguito un percorso che rispondesse alle sue necessità (correttezza delle informazioni) ha permesso una rilettura del problema rispetto ad una ricaduta sociale. Trattare specifici concetti ed effettuare determinate esperienze, sia dal punto di vista disciplinare che epistemologico, gli ha dato possibilità di ridare credibilità al problema e di far nascere in lui un interesse sociale. La correttezza delle informazioni, quindi, non solo ha innescato meccanismi che hanno permesso il passaggio dai sistemi classici ai sistemi complessi, ma ha evidenziato come un certo tipo di conoscenze possa avviare processi di interesse verso altri argomenti. Infine lo studente evidenzia l'importanza che per lui ha assunto la metodologia di insegnamento prevista in questa sperimentazione. Egli afferma che in questo percorso ha avuto l'occasione di chiarire alcuni aspetti che *“non sapeva di non sapere”*.

Si evidenzia dunque in S16 una coerenza ed una “qualità” del discorso epistemologico che va ben oltre le aspettative dei ricercatori e che permette di

affermare che per alcuni studenti, come S16, la sfida cognitiva del passaggio dai modelli classici ai modelli complessi può rappresentare la chiave per attivare anche una dimensione sociale. D'altronde, il fatto che questo studente abbia sviluppato un percorso personale che ha portato alla costruzione di un quadro complessivo coerente e maturo, suggerisce che la sfida sulla complessità è un obiettivo raggiungibile anche per studenti di una classe terza di scuola secondaria superiore.



## Capitolo 4

# Una proposta di attività di laboratorio sulla complessità

La proposta di attività di laboratorio sviluppata in questo lavoro di tesi si propone di rispondere alle esigenze manifestate dagli studenti, tenendo conto delle considerazioni sui fondamenti disciplinari nello studio dei sistemi complessi e prendendo spunto dalla lezione sulla complessità proposta nel corso della sperimentazione del percorso didattico. Dall'analisi dei dati effettuata<sup>1</sup>, è emersa l'indicazione della necessità di progettare un approfondimento sul tema dei sistemi complessi. Le reazioni riscontrate negli studenti hanno dimostrato che ha senso pensare ad un percorso che entri maggiormente nel tema della complessità, e che sarebbe opportuno analizzare i sistemi complessi attraverso fasi analoghe a quelle con cui è stato affrontato il tema del riscaldamento globale: dal generale allo specifico, per poi tornare nuovamente ad una visione complessiva. In questo modo gli studenti hanno la possibilità di rielaborare le informazioni sotto molteplici punti di osservazione, e quindi cogliere i concetti che caratterizzano i sistemi complessi e la loro modellizzazione in modo più approfondito. Il passaggio generale-specifico-generale sembra infatti stimolare l'alunno a sviluppare un atteggiamento riflessivo che lo porta ad arrivare ad un "dialogo interno" con se stesso, il quale lo guida in

---

<sup>1</sup>Vedi *Analisi di dati e risultati relativi alla complessità*.

modo consapevole nell'affrontare l'argomento. Questa necessità emerge dai commenti che gli studenti riportano nelle interviste alla domanda su eventuali suggerimenti per future sperimentazioni<sup>2</sup>. In particolare anche S6, unico caso di atteggiamento di rifiuto evidenziato dall'analisi dei dati, si esprime favorevolmente nei confronti della fase laboratoriale.

Per quanto riguarda la scelta dei contenuti disciplinari da affrontare è stato scelto di trattare gli stessi modelli presentati nella lezione relativa alla complessità<sup>3</sup>, seguendo la stessa logica con cui i sistemi complessi sono stati introdotti e trattati.

Alla luce di tali considerazioni, è stata sviluppata una proposta articolata in un percorso guidato di laboratorio di matematica basata sull'utilizzo dei programmi di simulazione MATLAB e NetLogo. Nei paragrafi seguenti, per ogni attività che prevede l'utilizzo di MATLAB, viene presentato il relativo diagramma di flusso che illustra la logica con cui è stato implementato ogni singolo algoritmo mentre in *Appendice D* è riportato il codice corrispondente.

## 4.1 Modellizzazione matematica di feedback

Come prima attività di questa fase laboratoriale viene presentato un algoritmo per esplorare il concetto di feedback. I feedback sono rappresentati formalmente da iterazioni; un algoritmo iterativo è costituito da una sequenza di istruzioni che viene ripetuta fino al verificarsi di particolari condizioni specificate. La funzione qui iterata è la legge di evoluzione lineare,  $x(t+1) = ax(t)$ : essa verrà iterata fino a quando non sarà superato il numero di iterazioni richiesto dall'utente (vedi Figura 4.1). In questa prima fase gli studenti sono guidati a verificare, a parità di dati d'ingresso, la congruità degli output ottenuti dal programma con i risultati ottenuti dal calcolo manuale dell'iterazione della funzione<sup>4</sup>, identificando l'istruzione presente nel

---

<sup>2</sup>Vedi *Appendice B*.

<sup>3</sup>Vedi *Analisi di dati e risultati relativi alla complessità*, paragrafo 2.

<sup>4</sup>Vedi *Appendice C.1*.

diagramma di flusso che corrisponde al feedback.

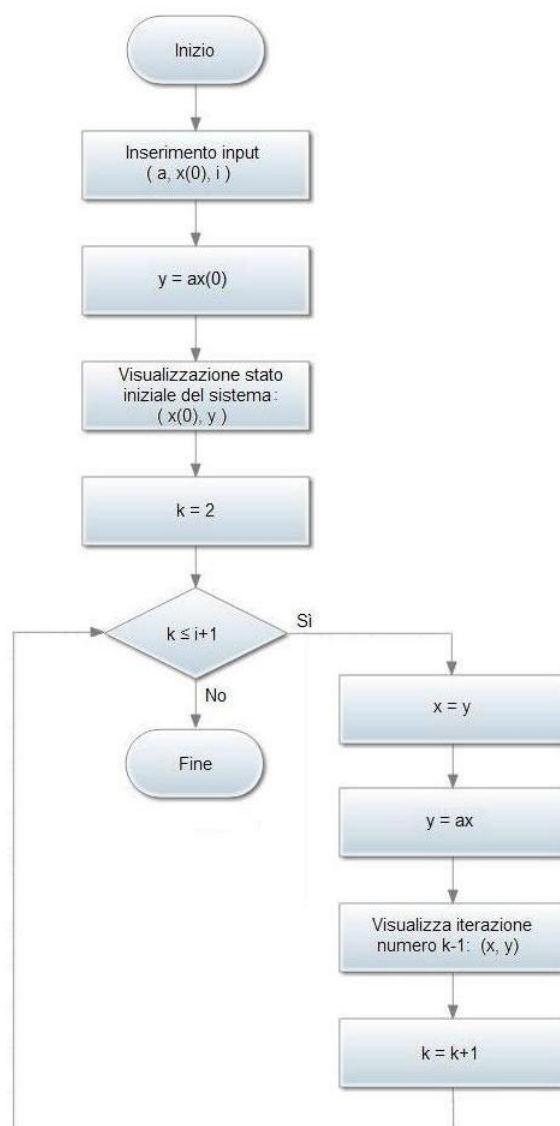


Figura 4.1: Diagramma di flusso dell'algorithm con cui è stato implementato il programma. I dati di input richiesti dal programma sono il parametro di controllo  $a$ , la condizione iniziale  $x(0)$  e il numero  $i$  di iterazioni che si desidera.



```
Inserire il parametro di controllo: a = 5
Inserire la condizione iniziale: x(0) = 3
Inserire il numero di iterazioni: i = 7

Stato iniziale del sistema: x = 3, y = 15
Iterazione 1 : x = 15, y = 75
Iterazione 2 : x = 75, y = 375
Iterazione 3 : x = 375, y = 1875
Iterazione 4 : x = 1875, y = 9375
Iterazione 5 : x = 9375, y = 46875
Iterazione 6 : x = 46875, y = 234375
Iterazione 7 : x = 234375, y = 1171875
```

Figura 4.2: Esempio di output. Input:  $a = 5$ ,  $x(0) = 3$ ,  $i = 7$ .

## 4.2 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione lineare

La legge di evoluzione considerata nell'attività precedente è una progressione geometrica di valore iniziale  $x(0)$  e ragione  $a$  che, a seconda del valore quest'ultimo parametro, presenta comportamenti diversi. Per lo studio di tali comportamenti è stato quindi implementato per la stessa funzione un secondo algoritmo (Figura 4.3) che permette di visualizzare, iterazione dopo iterazione, l'evoluzione della funzione. Questa attività è un'occasione per gli studenti per focalizzare l'attenzione sulla dipendenza del comportamento della funzione dal parametro di controllo  $a$  e riconoscere che l'andamento della funzione è prevedibile in base al valore del parametro<sup>5</sup>. I dati di input richiesti dal programma sono il parametro di controllo  $a$ , la condizione iniziale  $x(0)$  e il numero  $i$  di iterazioni che si desidera.

---

<sup>5</sup>vedi *Appendice C.2*.

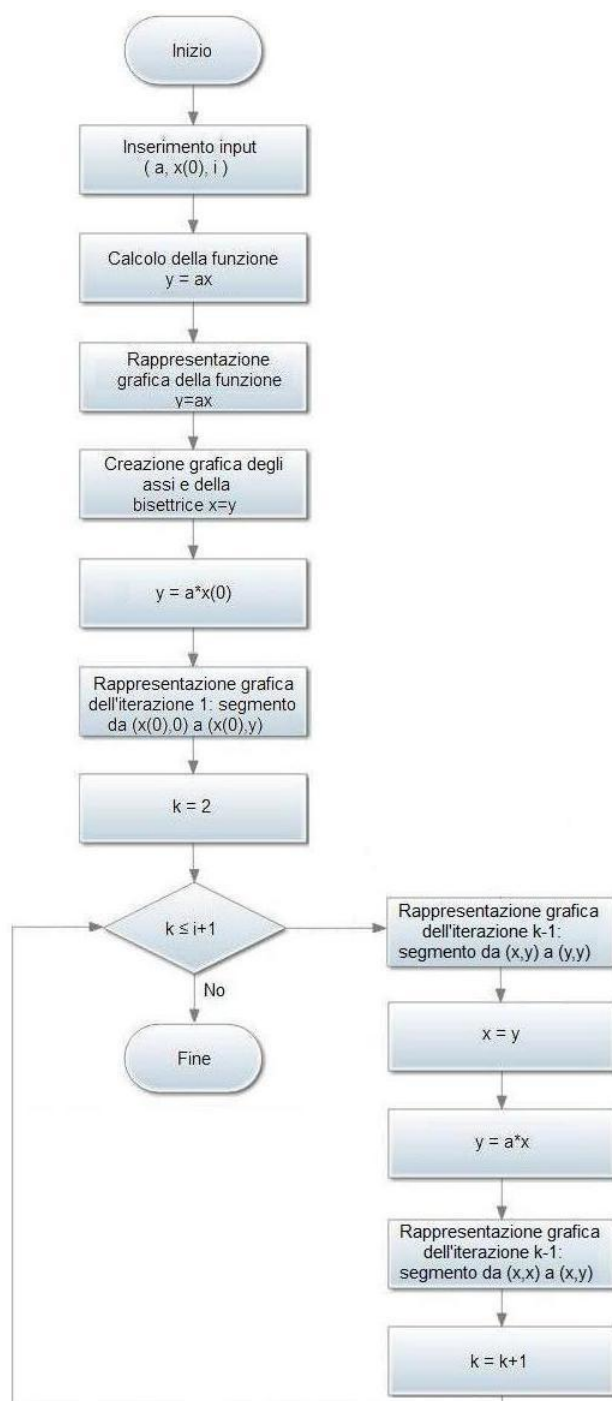


Figura 4.3: Diagramma di flusso dell'algorithm per la modellizzazione della dinamica delle popolazioni (legge lineare).

Si osserva come l'algoritmo implementato per la attività 4.1 si ritrova all'interno di questo secondo codice, sostanzialmente invariato. Qui è stata aggiunta una parte grafica per permettere allo studente di visualizzare geometricamente il comportamento della funzione, osservando la sua evoluzione grazie alle iterazioni individuate dalle linee blu (vedi Figure 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7.). Tramite le funzioni *zoom* e *pan* è possibile concentrare l'attenzione sulle aree del grafico di maggior interesse, come ad esempio quelle in cui le linee blu rappresentanti l'evoluzione del sistema si fanno via via più fitte ( $-1 < a < 0$ ,  $0 < a < 1$ ) oppure divergono ( $a < -1$ ,  $a > 1$ ). Le Figure 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 riportano le quattro possibili tipologie di output corrispondenti ai diversi intervalli di variabilità del parametro  $a$ .

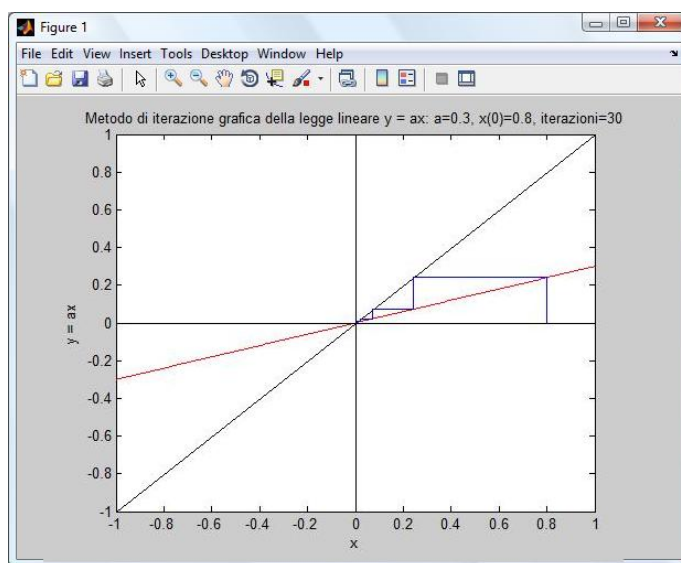


Figura 4.4: Input:  $a = 0.3$ ,  $x(0) = 0.8$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $0 < a < 1$ ) la funzione converge in modo monotono al punto fisso 0.

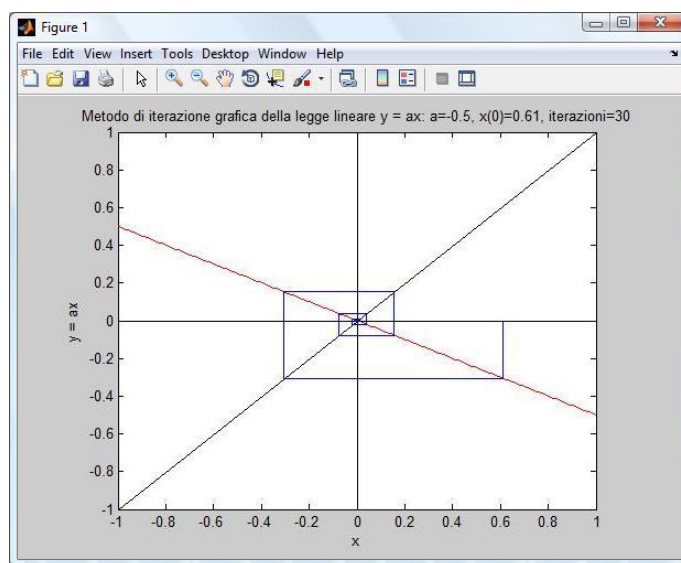


Figura 4.5: Input:  $a = -0.5$ ,  $x(0) = 0.61$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $-1 < a < 0$ ) la funzione converge oscillando al punto fisso 0.

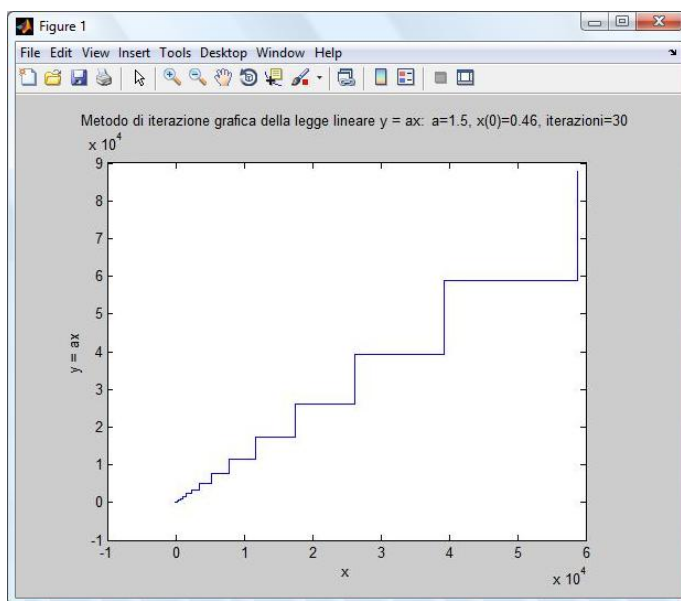


Figura 4.6: Input:  $a = 1.5$ ,  $x(0) = 0.46$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $a > 1$ ) la funzione diverge in modo monotono.

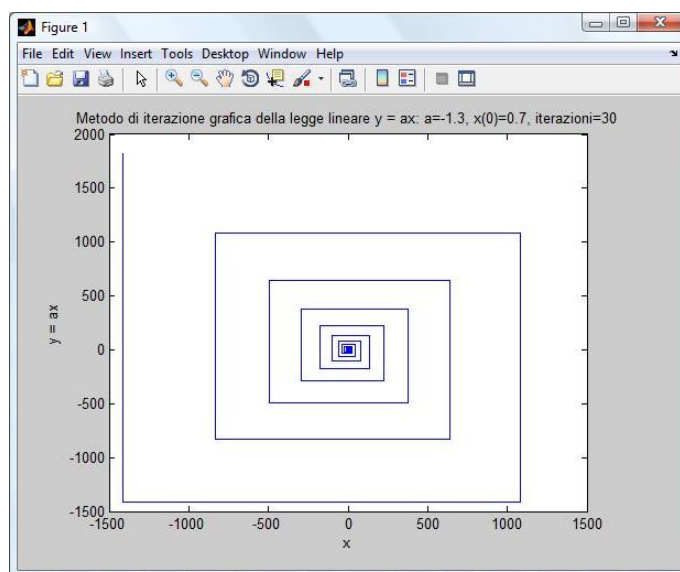


Figura 4.7: Input:  $a = -1.3$ ,  $x(0) = 0.7$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $a < -1$ ) la funzione diverge oscillando.

### 4.3 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione non lineare, la parabola logistica

Complessificando il modello matematico della dinamica delle popolazioni, mediante l'ipotesi che il tasso di mortalità della popolazione non sia costante ma aumenti al crescere della numerosità della popolazione, si ottiene una legge di evoluzione non più lineare. La parabola logistica, di equazione  $x(t+1) = ax(t)(1-x(t))$ , ha un comportamento diverso rispetto alla funzione analizzata precedentemente: al superamento del valore 3.5699 del parametro  $a$  essa presenta un andamento caotico. Per lo studio della parabola logistica è stato implementato un terzo algoritmo (vedi Figura 4.8) allo scopo di evidenziare la sostanziale differenza tra il comportamento predittivo di un sistema lineare e quello caotico di un sistema non lineare, fermo restando la dipendenza dal parametro  $a$ <sup>6</sup>.

<sup>6</sup>Vedi *Appendice C.3*.

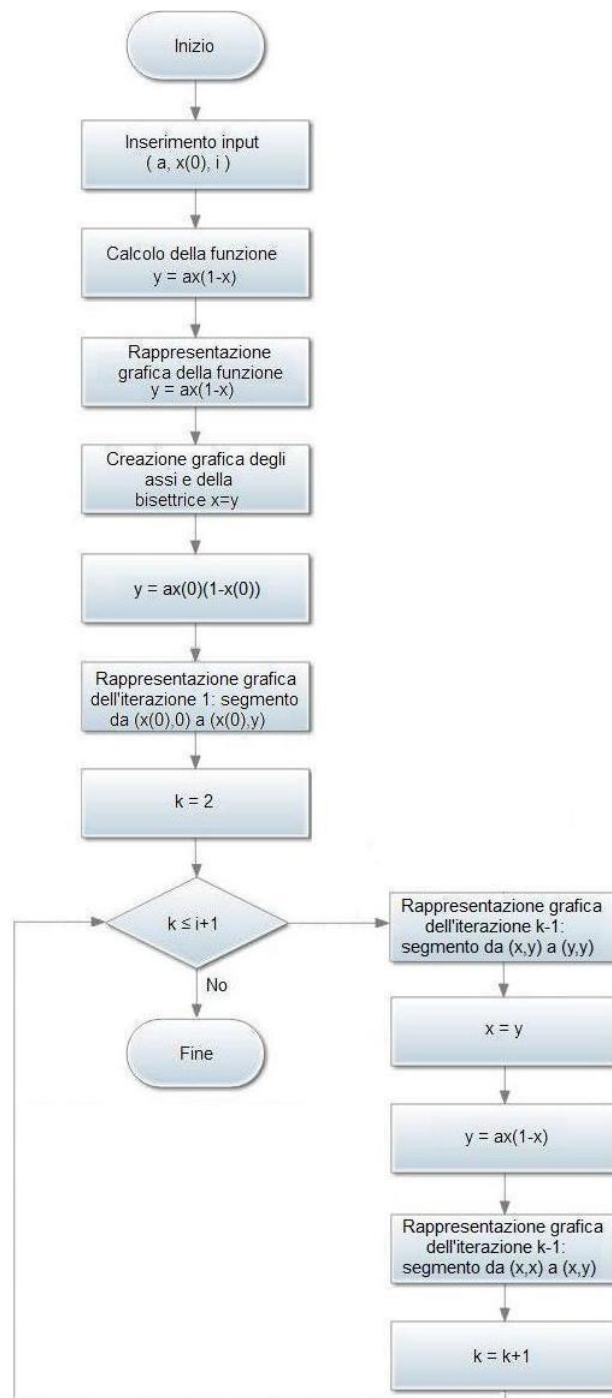


Figura 4.8: Diagramma di flusso dell'algorithm di modellizzazione della legge di evoluzione non lineare.

I dati di input richiesti dal programma sono il parametro di controllo  $a$ , la condizione iniziale  $x(0)$  e il numero  $i$  di iterazioni che si desidera. Le Figure 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 riportano alcuni esempi di output al variare dell'intervallo del parametro  $a$ . Si può notare che in Figura 4.9 e 4.10 la parabola logistica converge verso un punto fisso, in Figura 4.11 e 4.12 oscilla tra un numero finito di attrattori mentre in Figura 4.13 non si individuano né punti fissi né attrattori, ma si ha un comportamento imprevedibile.

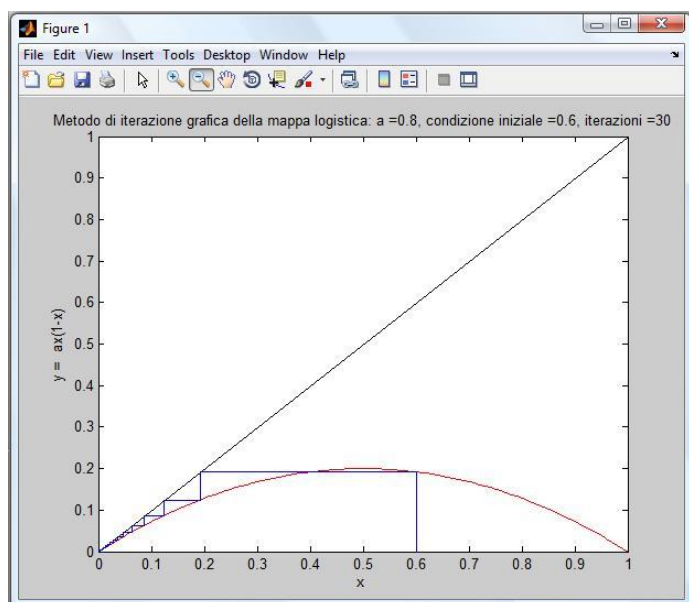


Figura 4.9: Input:  $a = 0.8$ ,  $x(0) = 0.6$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $0 < a < 1$ ) la funzione converge in modo monotono al punto fisso 0.

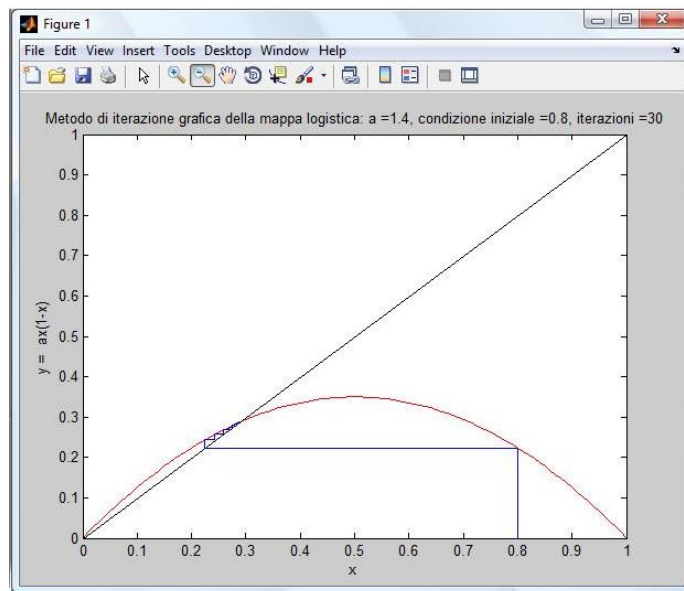


Figura 4.10: Input:  $a = 1.4$ ,  $x(0) = 0.8$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $1 < a < 3$ ) la funzione converge oscillando ad un punto fisso.

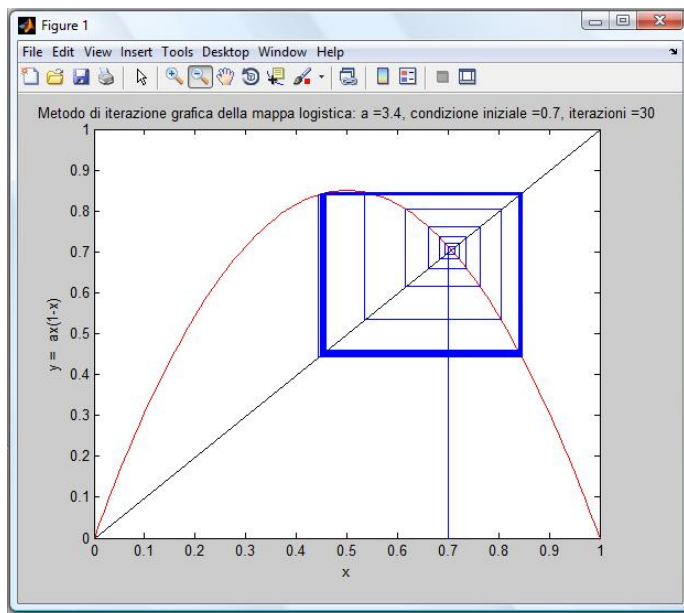


Figura 4.11: Input:  $a = 3.4$ ,  $x(0) = 0.7$ ,  $i = 30$ . In questo ( $3 < a < 3.449$ ) caso la funzione oscilla tra due attrattori.



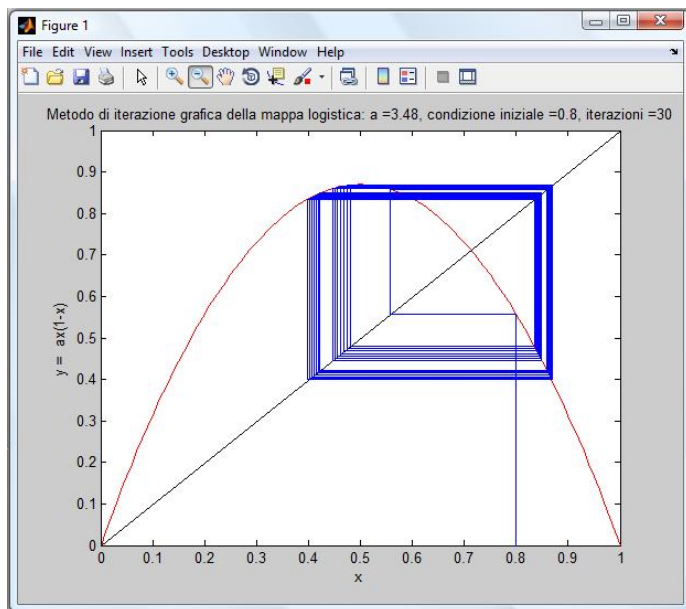


Figura 4.12: Input:  $a = 3.48$ ,  $x(0) = 0.8$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $3.449 < a < 3.5$ ) la funzione oscilla tra quattro attrattori.

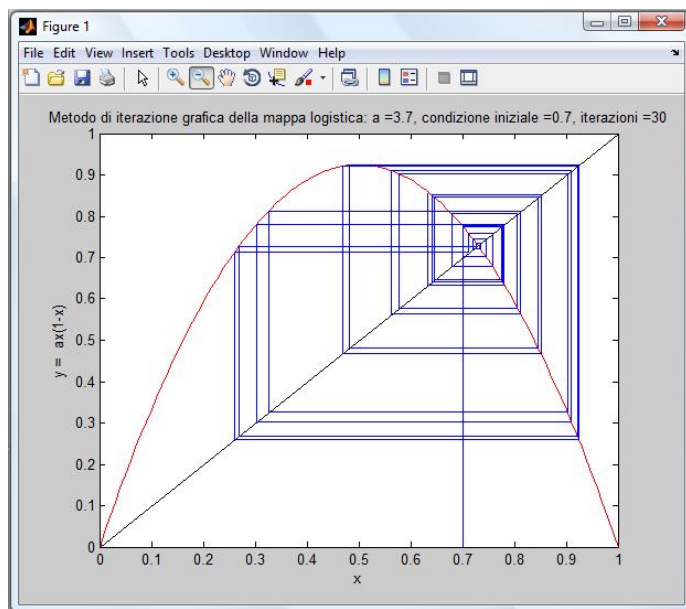


Figura 4.13: Input:  $a = 3.7$ ,  $x(0) = 0.7$ ,  $i = 30$ . In questo caso ( $a > 3.5699$ ) si ha una situazione di caos.

## 4.4 Dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali della parabola logistica

L'evoluzione di un sistema complesso non è determinabile conoscendo semplicemente le equazioni e le condizioni iniziali: è sufficiente una piccola perturbazione delle condizioni iniziali per ottenere configurazioni completamente diverse. Il carattere insieme deterministico e imprevedibile dei sistemi complessi trova spiegazione nell'impossibilità di trascurare anche le più piccole variazioni delle condizioni iniziali. Al fine di focalizzare l'attenzione sulla dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali è stata progettata una quarta attività. Il seguente algoritmo (Vedi Figura 4.14) rappresenta un'occasione per focalizzare l'attenzione sul caso particolare della parabola logistica osservato precedentemente per  $a > 3.5699^7$ . Esso visualizza, iterazione dopo iterazione, l'evoluzione della parabola logistica calcolata partendo da tre diverse condizioni iniziali. L'algoritmo è stato progettato in modo tale da poter evidenziare l'effetto delle condizioni iniziali sulla parabola logistica a seconda del numero di iterazione, come mostrato nelle figure (4.15, 4.16, 4.17, 4.18). I dati di input richiesti dal programma sono il parametro di controllo  $a$ , la prima condizione iniziale  $x1(0)$ , la seconda condizione iniziale  $x2(0)$ , la terza condizione iniziale  $x3(0)$  e il numero  $i$  di iterazioni che si desidera. Le Figure 4.15, 4.16, 4.17, 4.18 riportano un esempio di output.

---

<sup>7</sup>Vedi *Appendice C.4*.

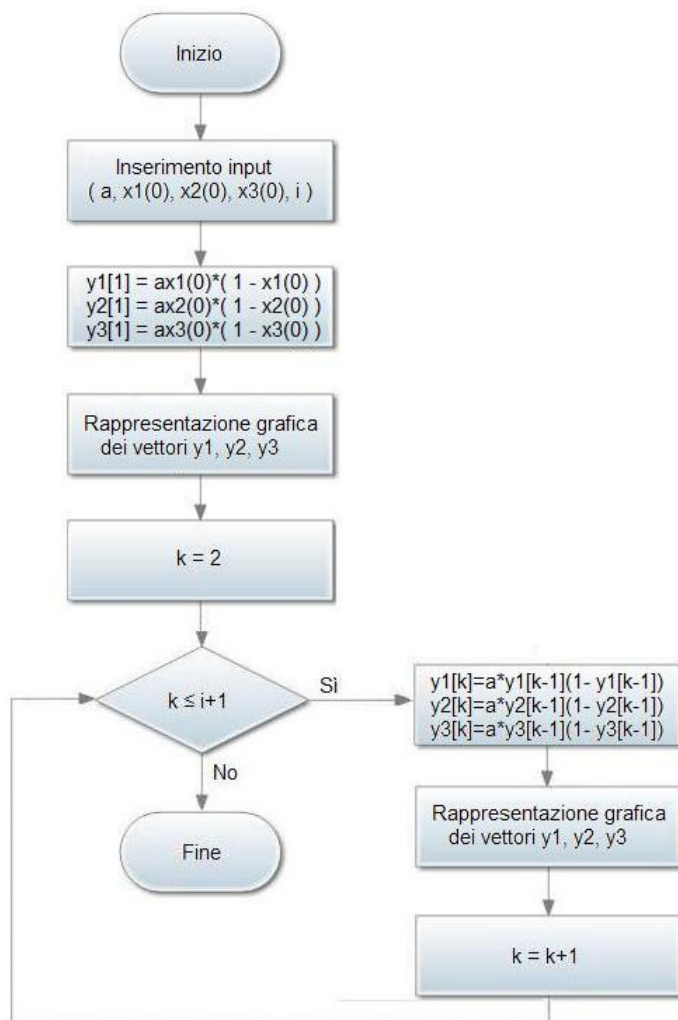


Figura 4.14: Diagramma di flusso dell'algorithmo della modellizzazione per studiare la dipendenza della parabola logistica dalle condizioni iniziali.

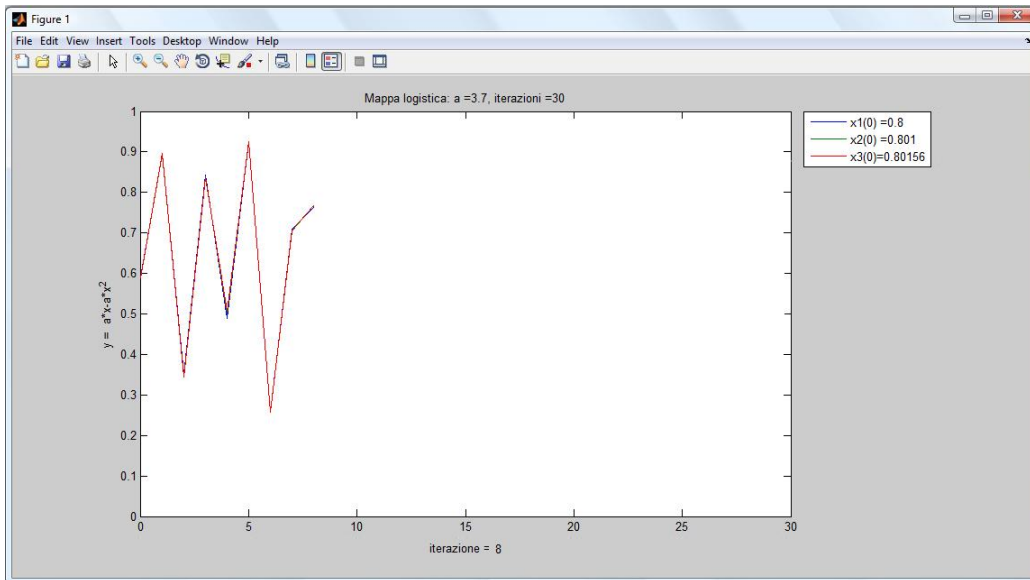


Figura 4.15: Input:  $a = 3.7$ ,  $x_1(0) = 0.8$ ,  $x_2(0) = 0.801$ ,  $x_3(0) = 0.80156$ ,  $i = 30$ . Output del programma all'iterazione numero 8.

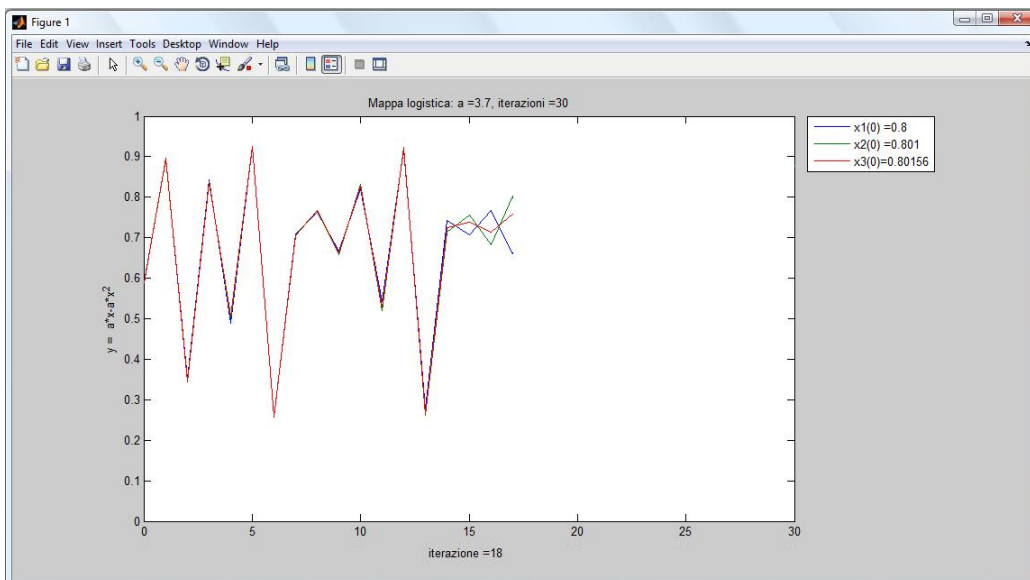


Figura 4.16: Input:  $a = 3.7$ ,  $x_1(0) = 0.8$ ,  $x_2(0) = 0.801$ ,  $x_3(0) = 0.80156$ ,  $i = 30$ . Output del programma all'iterazione numero 18.

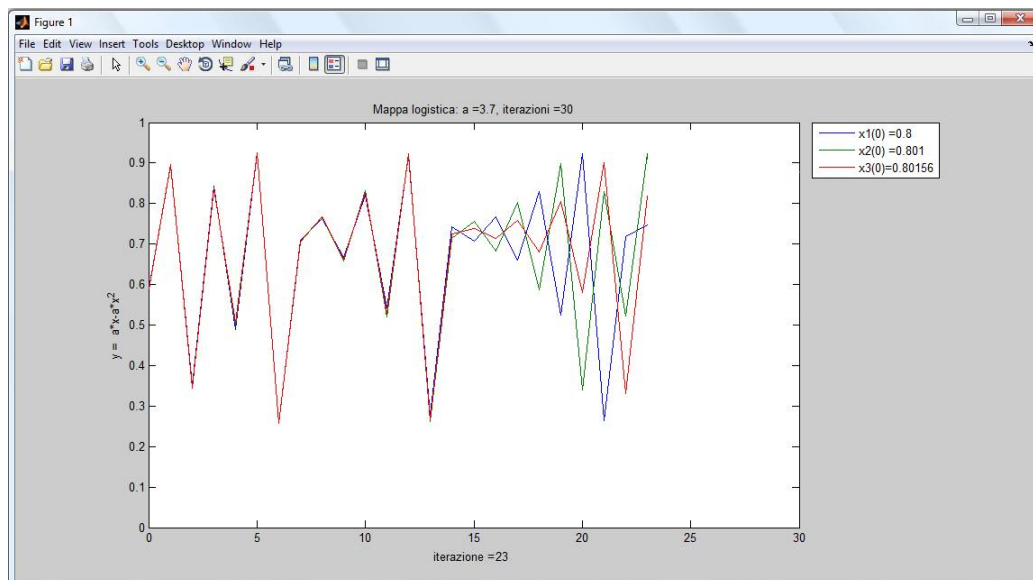


Figura 4.17: Input:  $a = 3.7$ ,  $x_1(0) = 0.8$ ,  $x_2(0) = 0.801$ ,  $x_3(0) = 0.80156$ ,  $i = 30$ . Output del programma all'iterazione numero 23.

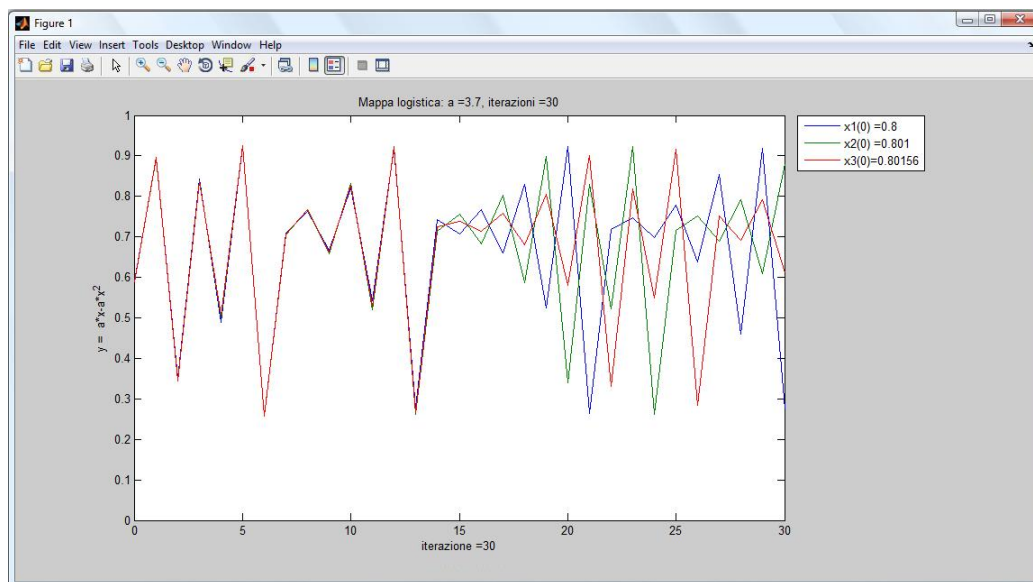


Figura 4.18: Input:  $a = 3.7$ ,  $x_1(0) = 0.8$ ,  $x_2(0) = 0.801$ ,  $x_3(0) = 0.80156$ ,  $i = 30$ . Output finale del programma.

## 4.5 Il modello di segregazione di Schelling

La prospettiva della complessità non si limita ad essere applicata in campo scientifico. Da qualche decennio, ad esempio, sono in corso studi sulla società e sull'economia come sistemi complessi. Gli strumenti metodologici per l'analisi della complessità sociale, principalmente basati su componenti computazionali, offrono nuove possibilità per l'attuale e futuro sviluppo della scienza sociale. La seguente attività offre agli studenti la possibilità di osservare come il sistema società sia anch'esso caratterizzato da una *dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali*, in quanto la struttura delle interazioni può innescare comportamenti globali qualitativamente differenti rispetto alla natura delle assunzioni dei singoli. Nell'esempio analizzato a lezione si è visto come piccole preferenze individuali per quanto riguarda l'etnia del vicino possono portare a significative segregazioni globali, questo stesso esempio è riportato come attività di laboratorio<sup>8</sup>.

NetLogo permette di inserire diversi parametri della simulazione (vedi Figura 4.19), in particolare il numero di persone che si vogliono considerare (*number*) e la preferenza che ognuna di queste effettua in relazione all'etnia dei suoi vicini (*%-similar-wanted*). Il programma inoltre permette di visualizzare nel corso della simulazione la percentuale di popolazione che ha vicini della sua stessa etnia (*Percent Similar*) e la percentuale di popolazione a cui non viene soddisfatta la richiesta iniziale (*Percent Unhappy*).

In una prima fase si definiscono delle variabili globali, che permettono di monitorare, per ogni turno, sia la percentuale di vicini dello stessa etnia rispetto a ogni individuo che la percentuale di tutti gli individui che è infelice (cioè la sua percentuale di similarità richiesta è al di sotto di quella impostata). In particolare, quest'ultima (percentuale infelicità) è determinata dalla prima (percentuale di similarità). Queste variabili sono molto importanti, perché determinano in che modo si comporterà ogni singolo individuo nel turno in corso. Nella seconda fase si descrive lo stato di ogni individuo: ognuno, per

---

<sup>8</sup>Vedi *Appendice C.5*.

ogni turno, potrà essere soddisfatto o insoddisfatto. Questo verrà determinato dal numero di vicini della sua stessa etnia espresso come percentuale rispetto al numero totale dei vicini. La terza fase è il cuore del modello. All'interno di questa fase viene chiesto ad ogni individuo se è felice. Se è soddisfatto non accade nulla: il modello ha raggiunto una situazione di equilibrio. Se invece è insoddisfatto gli si richiede di trovare una nuova posizione. Per ogni individuo insoddisfatto il programma sceglie casualmente un movimento (di 360° intorno a sé e di massimo 10 caselle di distanza) e lo sposta nella nuova posizione. Se questa è occupata, tale riposizionamento si ripete finché l'individuo non occupa una posizione libera. Questo accade per ogni individuo insoddisfatto, fino ad esaurimento. Si noti come esso possa muoversi verso una posizione nella quale non necessariamente si venga a trovare in uno stato di soddisfazione. Questo fa sì che al turno successivo egli si ritrovi a ripetere la procedura, ammesso che la situazione intorno ad esso non cambi in modo tale da soddisfare le sue condizioni. Infine si aggiorna lo status dell'individuo in questione. Nella quarta fase, si computa il numero di individui simili e dissimili nelle vicinanze e si assegna un valore percentuale di similarità ai singoli. In base a questo valore, ogni individuo risulterà essere soddisfatto o insoddisfatto. Successivamente si aggiornano i valori *percent-similar* e *percent-unhappy* in base ai dati disponibili. È importante osservare come si ripeta la terza fase che rappresenta appunto il cuore del modello finché non si raggiunge un equilibrio, momento in cui, se si verifica, il modello mostrerà la formazione di gruppi segregati. Questi saranno più grandi al variare della similarità richiesta (raggiungendo un limite che varia in base al numero di individui e del parametro *percent-similar*).

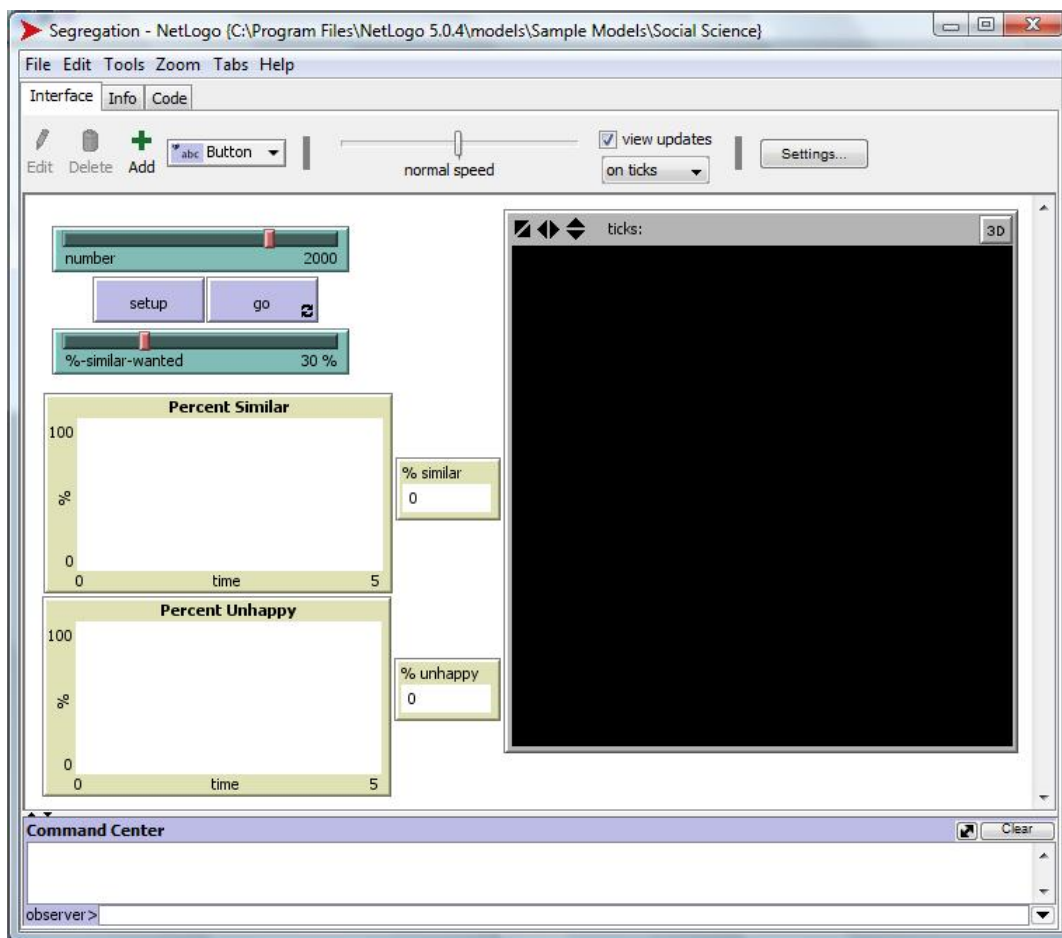


Figura 4.19: Finestra di impostazione e simulazione del programma NetLogo.



Le Figure 4.20, 4.21, 4.22, 4.23 riportano alcuni esempi di output:

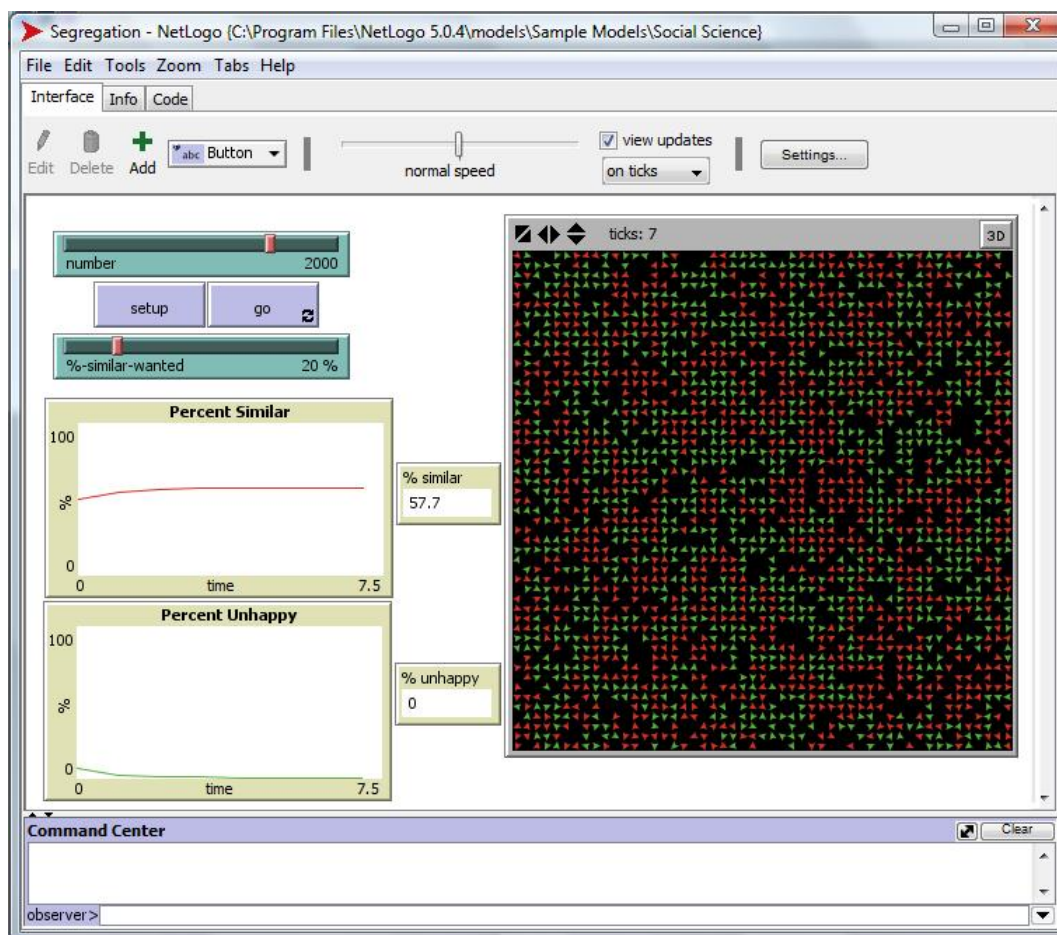


Figura 4.20: Parametri:  $number = 2000$ ,  $\%similar-wanted = 20\%$ . In questo caso in cui ogni si ottiene una configurazione in cui gli individuo ha (in media) il 53,7% dei vicini appartenente alla sua stessa etnia.

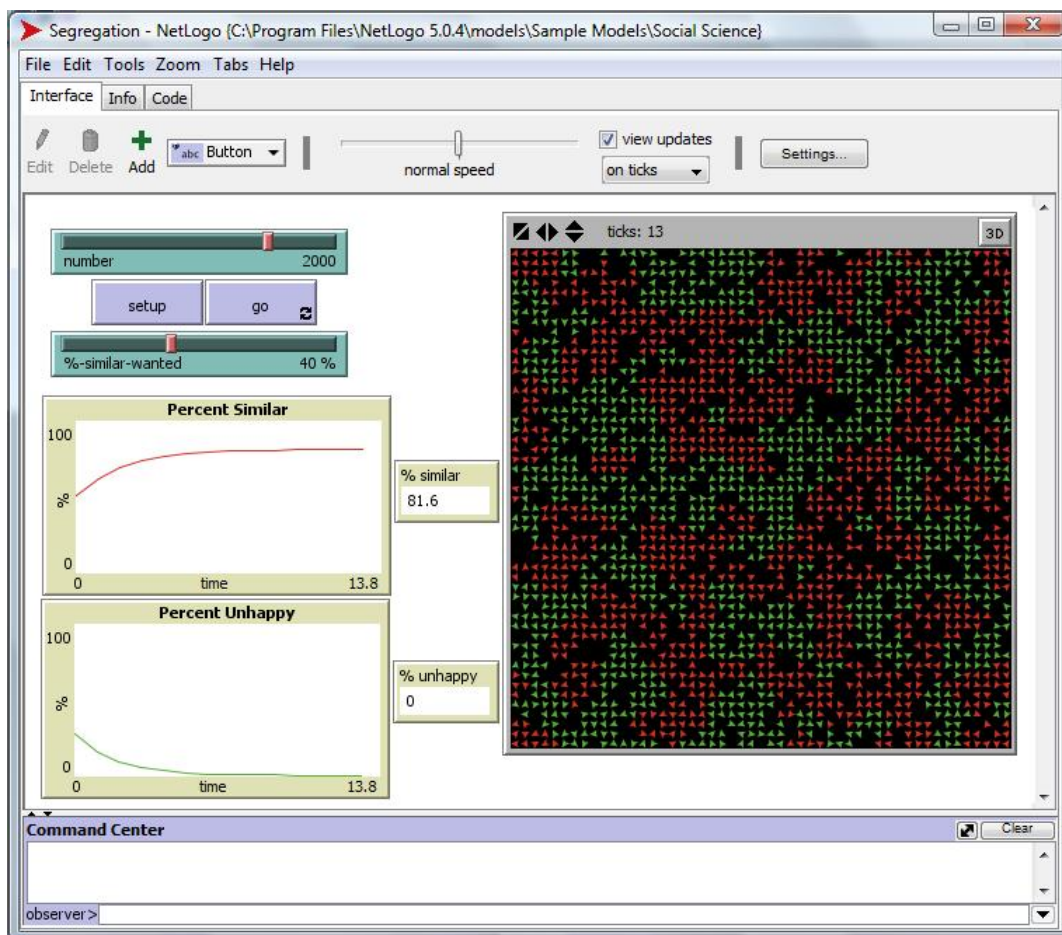


Figura 4.21: Parametri:  $number = 2000$ ,  $\% \text{-similar-wanted} = 40\%$ . In questo caso in cui ogni si ottiene una configurazione in cui gli individuo ha (in media) l'80,9% dei vicini appartenente alla sua stessa etnia.

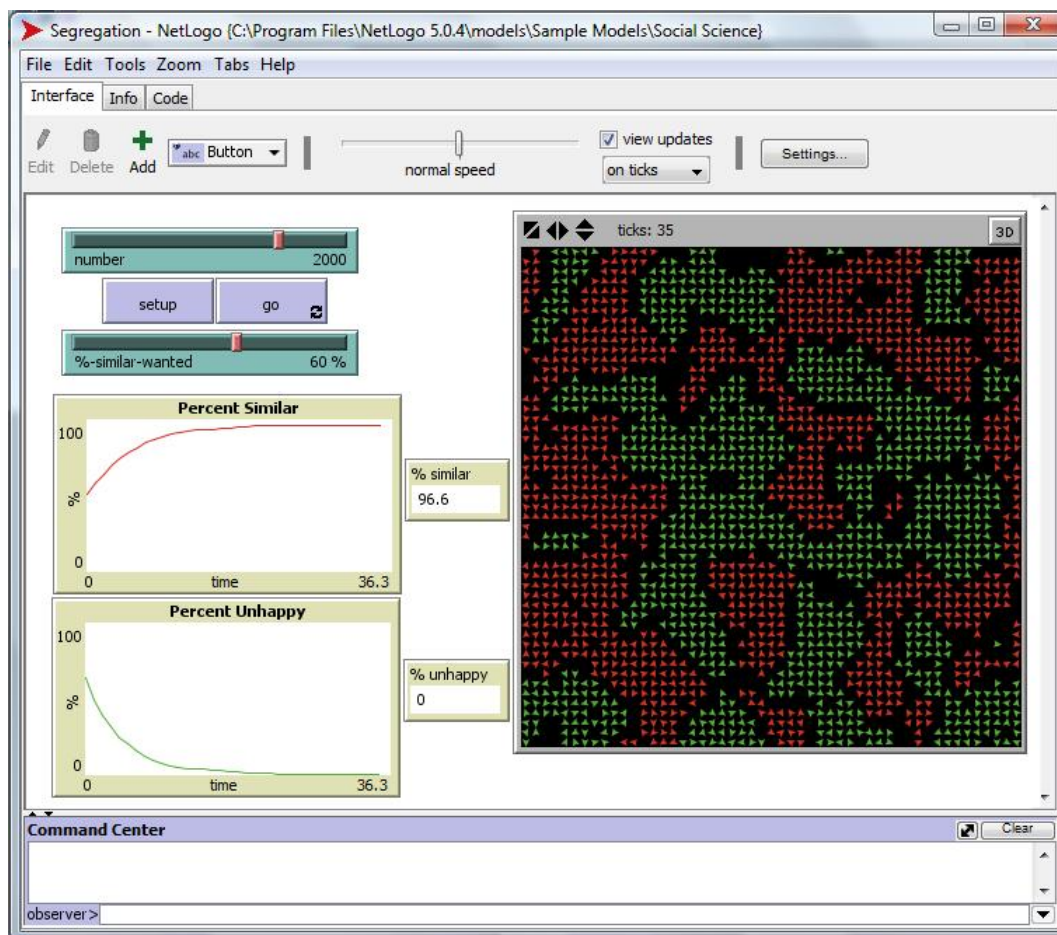


Figura 4.22: Parametri:  $number = 2000$ ,  $\% \text{-similar-wanted} = 60\%$ . In questo caso in cui ogni si ottiene una configurazione in cui gli individuo ha (in media) l'80,9% dei vicini appartenente alla sua stessa etnia

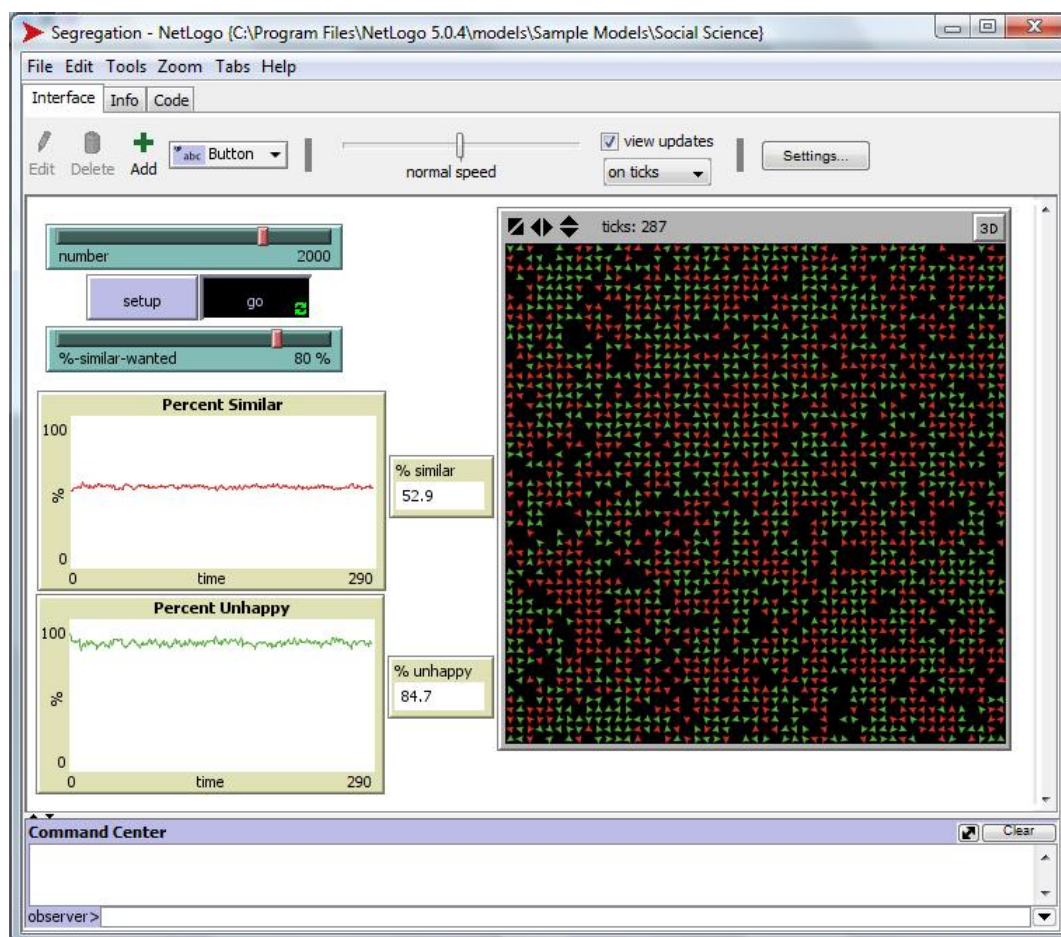


Figura 4.23: Parametri:  $number = 2000$ ,  $\%similar-wanted = 80\%$ . In questo caso si evidenzia una situazione di caos in quanto non è possibile raggiungere una configurazione del sistema che soddisfi richiesta iniziale. La figura mostra la configurazione raggiunta dal sistema al tempo  $t = 290$  s.

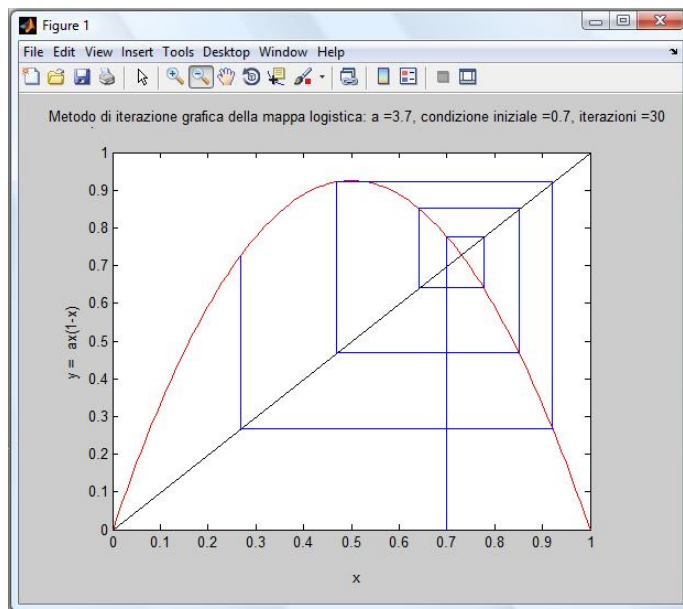
## 4.6 Considerazioni didattiche

Per la realizzazione delle simulazioni è stato scelto MATLAB poiché è un linguaggio di alto livello e un ambiente interattivo per il calcolo numerico, l'analisi e la visualizzazione dei dati e la programmazione. Consente di analizzare dati, sviluppare algoritmi e creare modelli e applicazioni. Il linguaggio, gli strumenti e le funzioni matematiche incorporate consentono di esplorare diversi approcci e di raggiungere una soluzione più velocemente rispetto all'uso di fogli di calcolo o di linguaggi di programmazione tradizionali, quali C/C++ o Java. MATLAB consente di rappresentare graficamente funzioni e dati memorizzati in matrici e permette di creare grafici multipli all'interno di una stessa finestra, consentendone un confronto più facile. Inoltre consente di visualizzare passo-passo la costruzione grafica di una funzione, o degli output finali, grazie al comando `pause(n)` (sospende l'esecuzione per  $n$  secondi prima di continuare). Molto utile ai fini delle attività presentate risulta essere la funzione *zoom in* presente nella finestra di output. Grazie ad essa è possibile ingrandire un'area del grafico portando il puntatore del mouse su essa e cliccando con il tasto sinistro; per effettuare uno zoom a ritroso si deve selezionare la funzione *zoom out*. Inoltre anche la funzione *pan* risulta molto utile, in quanto permette di far scorrere la finestra nella quale viene visualizzato il grafico. L'utilizzo di queste funzioni permette di concentrare l'attenzione sulle aree del grafico di maggior interesse, come ad esempio quelle in cui le linee blu rappresentanti l'evoluzione del sistema si fanno via via più fitte. La piattaforma di programmazione Netlogo, un linguaggio ad agenti, si presta invece particolarmente bene per la modellizzazione nel campo delle scienze biologiche e delle scienze sociali. All'interno di NetLogo è possibile riprodurre molte delle caratteristiche di un sistema complesso, studiare la sua evoluzione nel tempo e visualizzarla in tempo reale all'interno di un laboratorio virtuale 2D o 3D. È possibile, inoltre, in tempo reale, interagire con il sistema attraverso pulsanti per modificare i parametri di controllo e visualizzare variabili, grafici e istogrammi relativi alla simulazione.

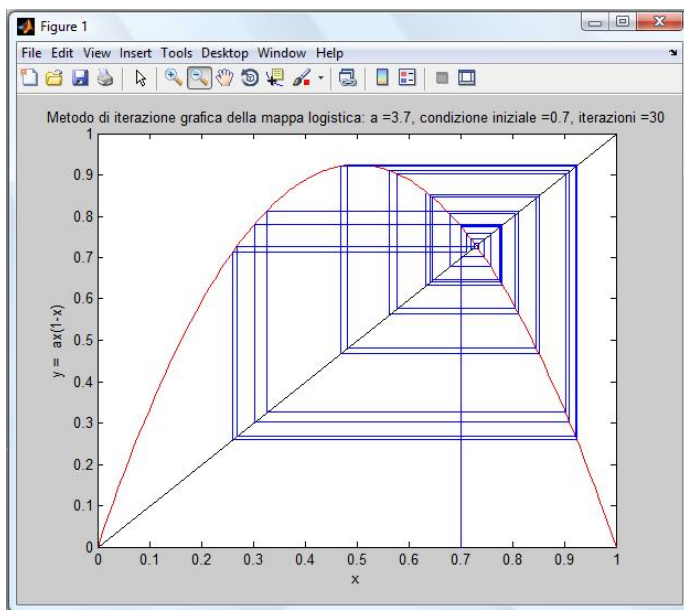
Per ognuna delle cinque attività è stata elaborata una traccia per la stesura

di una “guida per lo studente” con l’obiettivo di offrire le indicazioni che consentano di impadronirsi dell’algoritmo utilizzato e/o delle caratteristiche di ciascun modello, a seconda dello scopo di ciascuna attività. Nella guida è previsto che venga presentato, nei casi di algoritmi realizzati con MATLAB, anche il diagramma di flusso corrispondente. Esso consente di descrivere in modo schematico sia le operazioni da compiere che la sequenza nella quale devono essere compiute rappresentate da frecce di collegamento. La presenza di tali diagrammi fa sì che la proposta presentata possa essere allargata a qualsiasi classe di scuola secondaria superiore (terza, quarta o quinta), indipendentemente dalle loro conoscenze dell’ambiente MATLAB. Affinchè lo studente si impadronisca dell’algoritmo e della sua descrizione grazie al diagramma di flusso, nel caso più semplice (paragrafo 4.1) si propone di effettuare il confronto avviene fra una simulazione in ambiente MATLAB e una simulazione manuale. La struttura delle guide cerca di favorire l’esplorazione dei modelli da parte degli studenti, evitando di vincolarne il lavoro. Lo schema generale su cui si basano le guide è quello di un confronto graduale di output per valori differenti del parametro di controllo. Ad esempio, un caso particolarmente interessante è quello della parabola logistica: si può osservare come l’evoluzione del sistema considerato in Figura 4.24 possa inizialmente sembrare la stessa rappresentata in Figura 4.25, mentre in realtà si ottengono configurazioni finali completamente diverse. Infine si è scelto di fare sempre riferimento al contenuto affrontato a lezione, in modo tale che sia possibile richiedere agli studenti previsioni sull’evoluzione dei diversi modelli, sulla base di quanto già visto da un punto di vista teorico.

Riguardo alla gestione delle attività, è essenziale che il lavoro in classe, affrontato in gruppi o singolarmente, preveda al termine una discussione, ed una successiva riflessione, guidate dal relatore/insegnante. È importante infatti ricordare che il linguaggio sociale esterno che si realizza quando l’alunno interagisce con i suoi compagni, che lo portano a riflettere ed autoregolare il proprio comportamento, viene progressivamente trasferito al controllo interno. Il processo di interiorizzazione è, cioè, stimolato dalla possibilità di riflettere

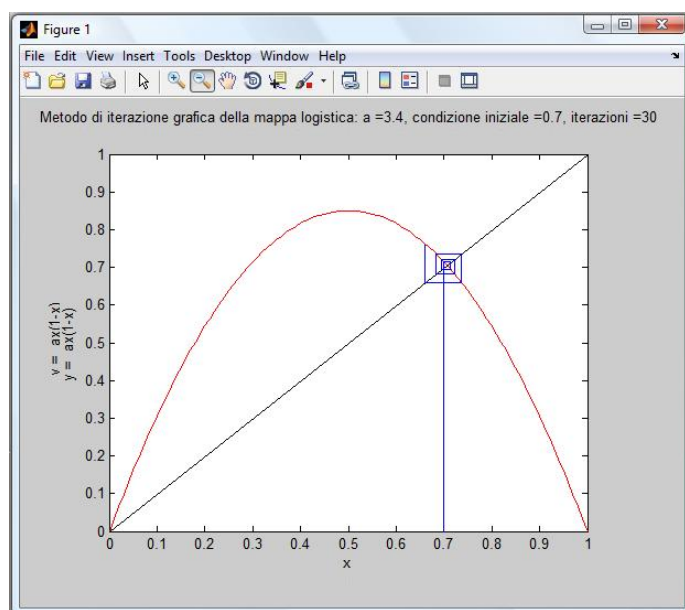


(a)

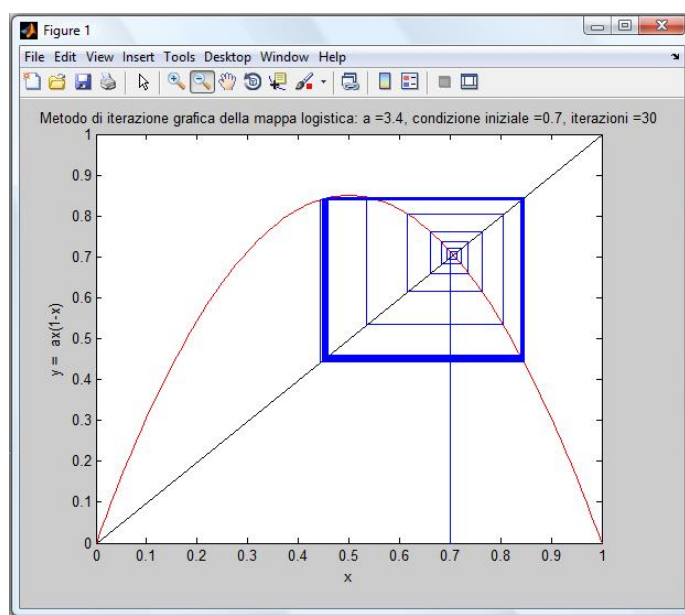


(b)

Figura 4.24: Input:  $a = 3.4$ ,  $x(0) = 0.7$ ,  $i=30$ . Output del programma all'iterazione numero 6 (a) e all'iterazione numero 30 (b).



(a)



(b)

Figura 4.25: Input:  $a = 3.7$ ,  $x(0) = 0.7$ ,  $i=30$ . Output del programma all'iterazione numero 6 (a) e all'iterazione numero 30 (b).



su quanto si sta facendo, di confrontarsi con gli altri, di chiarire meglio le proprie posizioni difendendole dalle obiezioni degli altri, di spiegare in modo che gli altri capiscano quello che si vuole dire. L'apprendimento consiste quindi anche nel prendere consapevolezza dei processi socializzati esternamente e nel trasferirli interiorizzandoli gradualmente, facendoli diventare propri processi autonomi (Dixon-Krauss, 2000). Nella gestione delle attività specifiche sulla complessità risulta quindi importante realizzare un contesto che permetta un processo di co-costruzione sociale e l'innesto di iterazioni peer-to-peer. La riflessione metacognitiva è infatti fortemente promossa dallo scambio, dalla discussione e dal confronto con l'altro. In questo scambio il soggetto è sollecitato a mantenere un ruolo attivo in modo da giungere autonomamente alla risposta più adeguata acquisendo nel contempo abilità di autoregolazione e riflessione metacognitiva.

# Conclusioni

Da più parti si auspica un rinnovamento di tipo curriculare per introdurre a livello di scuola secondaria superiore temi di carattere ambientale, al fine di rendere la scuola un luogo attivo di educazione alla cittadinanza scientifica (Horizon 2020, 2011; Nuove Indicazioni Nazionali per la Scuola Superiore riformata, 2010). Ciò rappresenta una sfida per la ricerca in Didattica delle Scienze e della Matematica perchè non si tratta soltanto di “aggiungere” informazioni ma, come nel caso dei cambiamenti climatici, di educare gli studenti ad un cambiamento culturale di tipo epistemologico rispetto alla fisica classica e alla modellizzazione solitamente affrontata nei libri di testo. Poter seguire il dibattito sui cambiamenti climatici significa infatti possedere strumenti epistemologici raffinati per mettere in discussione un’immagine tradizionale e stereotipata di scienza, ancora molto diffusa a scuola e nella società, basata sulla convinzione di una scienza in grado di fare previsioni certe a partire da modelli deterministici e, quindi, molto lontana da quella prospettiva epistemologica della complessità in cui opera la scienza del clima (Pasini, 2003).

Il lavoro di tesi si è svolto nell’ambito della sperimentazione di un percorso didattico sui cambiamenti climatici, collaborando alla progettazione di strumenti di indagine e, in particolare, all’analisi dei dati raccolti. I risultati ottenuti hanno permesso di controllare la validità dell’ipotesi, alla base del percorso, che l’introduzione del paradigma della complessità a livello di scuola secondaria superiore è un obiettivo perseguibile e di individuare quali strategie e metodologie didattiche possono facilitare e sostenere il cambia-

mento di paradigma. La sperimentazione analizzata nella tesi si riferisce a un contesto scolastico particolare che ha permesso molta libertà di azione ma, nello stesso tempo, ha reso l'obiettivo ancora più difficile da raggiungere. La sperimentazione infatti è stata progettata e realizzata nell'ambito di un progetto seguito dalla scuola e su richiesta dell'insegnante, ma si è trattato di lavorare con studenti di classe terza che avevano ancora conoscenze poco strutturate di termodinamica, solo qualche nozione di ottica e di elettromagnetismo e strumenti matematici ancora deboli. Il percorso sui cambiamenti climatici era stato progettato per studenti di classe quarta o di classe quinta, come anche suggerito dalle indicazioni ministeriali di scienze. Per realizzarlo in un contesto di classe terza, lo si è dovuto adattare per riprendere in modo più sostanziale i concetti di termodinamica implicati e dando molta enfasi al significato dei processi di modellizzazione.

L'analisi dei dati raccolti è stata effettuata secondo una metodologia consolidata di analisi di dati qualitativi (Anfara et al., 2002), caratterizzata in particolare dalla "triangolazione" delle considerazioni e interpretazioni fornite da diversi ricercatori e dalla scelta di separare i dati sui quali formulare ipotesi interpretative da quelli da utilizzare come controllo delle ipotesi formulate. L'applicazione di tale metodologia in questo lavoro di tesi ha permesso di raggiungere risultati interessanti per quanto riguarda sia l'introduzione del paradigma della complessità sia la proposta didattica nel suo complesso:

- il percorso sui cambiamenti climatici oggetto della sperimentazione ha retto bene in confronto con la classe, nonostante non fosse stato inizialmente pensato per una classe terza;
- è emersa con chiarezza la qualità del discorso epistemologico di uno degli studenti intervistati, a conferma del fatto che il percorso didattico può essere sperimentato con successo in una classe terza;
- il tema della complessità, così come presentato nella lezione ad esso dedicata, pur avendo creato delle difficoltà negli studenti, sembra la-

sciare spazio a diverse interpretazioni personali, favorendo quindi il coinvolgimento di studenti con diverse preferenze cognitive e culturali.

Per superare le difficoltà manifestate dagli studenti sembra opportuno che anche il tema della complessità sia affrontato non solo da un punto di vista teorico ma anche attraverso attività di laboratorio, per dare una risposta concreta al problema di quali concetti e strumenti disciplinari possono essere introdotti per esemplificare la prospettiva epistemologica della complessità. In questo lavoro di tesi sono state formulate proposte di attività di laboratorio che, seguendo passo passo l'introduzione alla prospettiva della complessità, possano permettere agli studenti di operare in prima persona con i più semplici elementi che caratterizzano la modellizzazione dei sistemi complessi. Come sempre, nella ricerca in Didattica, la messa a punto di materiali e strategie è un processo iterativo e un futuro passo dovrebbe essere la riproposizione di tale percorso in altre classi per valutare l'impatto e l'efficacia nelle nuove attività progettate.



# Bibliografia

- [1] Anfara, V. A., Brown, K. M., & Mangione, T. L. (2002), *Qualitative analysis on stage: Making the research process more public*, Educational Researcher, 31(7), 28-38
- [2] Caponi, B., Falco, G., Focchiatti R., Cornoldi, C., Lucangeli, D. (2006), *Didattica metacognitiva della matematica. Nuove prospettive e strumenti.*, Edizioni Erickson
- [3] Douglas, R. (1982) “Attrattori strani: enti tra ordine e caos”, *Le Scienze*, n. 162, 1982
- [4] D’Amore, B. (1999), *Elementi di Didattica della Matematica*, Pitagora Editrice Bologna
- [5] Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (1967), *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*, Chicago: Aldine
- [6] Horizon 2020, (2011): [http : //ec.europa.eu/research/horizon2020/index\\_en.cfm](http://ec.europa.eu/research/horizon2020/index_en.cfm)
- [7] IPCC Intergovernmental Panel on Climate Change, (2007), Fourth Assessment Report (AR4): <http://www.ipcc.ch/index.htm>
- [8] Indagine OCSE-PISA, (2009): [http : //www.indire.it/piano\\_informazione\\_matur\\_inalsi/content/index.php?action = read\\_ind](http://www.indire.it/piano_informazione_matur_inalsi/content/index.php?action=read_ind)

- [9] Indicazioni Nazionali per la Scuola Superiore, (2010): [http :  
//nuovilicei.indire.it/content/index.php?action = lettura&id\\_m =  
7782&id\\_nt = 10497](http://nuovilicei.indire.it/content/index.php?action=lettura&id_m=7782&id_nt=10497)
- [10] Israel, G. (1988), *Modelli matematici*, Edtori Riuniti
- [11] Kahan, D. M., Peters, E., Wittlin, M., Slovic, P., Ouellette, L. L., Braman, D., Mandel, G., (2012) “The Polarizing Impact of Science Literacy and Numeracy on Perceived Climate Change Risks”, *Nature Climate Change*, pp 732-735
- [12] Pasini, A., (2003) *I cambiamenti climatici. Meteorologia e clima simulato*, Mondadori Bruno, p.272
- [13] Pasini, A. (2007), “Modelli matematici nello studio del clima”, *Lettera matematica PRISTEM 64*, Editore Centro PRISTEM
- [14] Pasini, A. (2008), “Modelli matematici nello studio del clima”, *Lettera matematica PRISTEM 65*, Editore Centro PRISTEM
- [15] Pasini, A., (2012) “Conoscenza o appartenenza: cosa influenza le nostre opinioni sul clima?”, *Il Kyoto fisso di Antonello Paisini*, Le Scienze Blog: <http://pasini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2012/07/27/conoscenza-o-appartenenza-cosa-influenza-le-nostre-opinioni-sul-clima/>
- [16] Pasini, A., (2012) “Disinformazione scientifica: come sfatare i falsi miti”, *Il Kyoto fisso di Antonello Paisini*, Le Scienze Blog: <http://pasini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2012/11/26/disinformazione-scientifica-come-sfatare-i-falsi-miti/>
- [17] Pasini, A., (2012) “E se non aprissimo la scatola del clima?”, *Il Kyoto fisso di Antonello Paisini*, Le Scienze Blog: <http://pasini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2012/09/07/e-se-non-aprissimo-la-scatola-del-clima/>

- [18] Pasini, A., (2012) “Come si studiano le cause del cambiamento climatico recente?”, *Il Kyoto fisso di Antonello Paisini*, Le Scienze Blog: <http://pasini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2012/08/29/come-si-studiano-le-cause-del-cambiamento-climatico-recente/>
- [19] Pasini, A., (2012) “L’effetto farfalla ed il clima”, *Il Kyoto fisso di Antonello Paisini*, Le Scienze Blog: <http://pasini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2012/07/12/leffetto-farfalla-e-il-clima/>
- [20] Pasini, A., (2012) “Da un laboratorio reale ad un laboratorio virtuale”, *Il Kyoto fisso di Antonello Paisini*, Le Scienze Blog: <http://pasini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2012/06/28/da-un-laboratorio-reale-a-un-laboratorio-virtuale/>
- [21] Pasini, A., (2012) “Il clima come sistema complesso”, *Il Kyoto fisso di Antonello Paisini*, Le Scienze Blog: <http://pasini-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2012/06/14/il-clima-come-sistema-complesso/>
- [22] Pasini, A., Fiorani, L. (2010), *Il pianeta che scotta. Capire il dibattito sui cambiamenti climatici*, Città Nuova Editrice
- [23] Pasini, A., Mazzocchi, F. (2005), “Operare nella complessità. Strategie modellistiche nello studio del clima.”, *Nuova Civiltà delle macchine*, vol. 91, Anno XXIII, numero 4/2005, Nuova ERI
- [24] Rizzi, R. (2011), *Atmospheric Physics. Material from lectures*, A.A. 2010-2011
- [25] Tasquier, G. (2013), *Cambiamenti climatici e insegnamento/apprendimento della fisica: una proposta didattica*, Giornale di Fisica, in corso di stampa



- [26] Tasquier, G. (2013), Esira Conference 2–7 Settembre 2013, Nicosia, Cipro, *A multidisciplinary approach to climate change: description and analysis of a teaching proposer*, poster accettato
- [27] Tasquier, G., Pongiglione, F., Levrini, O. (2013), “Climate change: an educational proposal integrating the physical and social sciences. Procedia Social and Behavioral Sciences”, 5th World Conference on Educational Sciences, accettato per la pubblicazione

# Appendici



# Appendice A

## Protocollo di intervista

Pensando al percorso fatto, potresti farci un elenco di momenti/contesti per te più importanti per capire/cambiare il tuo punto di vista/ ... ?

(Fra le cose affrontate, quali aspetti hai trovato più o meno interessanti? Quali più o meno difficili?)

### **I modelli in fisica**

1. Nel questionario hai usato queste parole per descrivere che cosa è un modello in fisica, secondo te. Puoi dirci qualcosa di più? Ti vengono in mente altri casi che possono esemplificare l'idea di modello qui espressa?

### **I modelli nel percorso**

Queste immagini (immagine sull'effetto serra prese da pannelli divulgativi e slide modelli usati a lezione) parlano di effetto serra in modo divulgativo, ma le abbiamo scelte perché sono criticabili sul piano scientifico. Alla luce delle cose viste in queste lezioni/attività e dell'idea ti sei fatto del fenomeno dell'effetto serra (del riscaldamento globale e dei cambiamenti climatici), come commenteresti/analizzeresti/criticheresti questa immagine e queste didascalie?

1. Che differenza ci vedi con una spiegazione per bilancio energetico?  
[approfondimento in caso di necessità]

### **Modelli matematici e complessità**

1. Quale è stata la tua reazione alla lezione dedicata alla complessità e ai modelli matematici complessi? Cosa ti è “rimasto” di questa lezione?
2. L’incontro è stato pensato per mettere in evidenza il passaggio dai modelli classici ai modelli complessi.
  - a. Guardando questa immagine (farfalla di Lorentz), cosa ti evoca, cosa ti ricordi, cosa ti fa venire in mente?
  - b. Guardando questa slide (parole della complessità) ... Quali sono state le parole per te maggiormente significative/evocative per cogliere che c’è stato un cambiamento di prospettiva nella fisica? [e/o] Quali sono state le cose che invece non hai capito? Quali i dubbi che ti sono rimasti? [e/o] Cosa pensi ti sarebbe servito per capire meglio questo passaggio?

Che cosa ha significato per te questa esperienza? Hai suggerimenti da darci per migliorarla?

# Appendice B

## Interviste individuali (estratti sulla complessità)

### B.1 Intervista a S6

*I - “[...] Pensando un po’ al percorso fatto, ci potresti dire quali sono stati per te quei momenti, quei contesti che sono stati importanti per capire, per cambiare il tuo punto di vista?”*

*S6 - “Sicuramente gli esperimenti hanno contribuito molto devo dire, perché la prima lezione che abbiamo fatto in modo molto teorico è, cioè, è stata interessante però già lì era, già un po’... era già faticoso. Poi lì quando abbiamo fatto, cominciato a fare gli esperimenti e capire l’idea di modello, la cosa si è semplificata, soprattutto, facendo anche le differenze fra il tipo di radiazione solare, eccetera. Secondo me gli esperimenti hanno contribuit... sono il punto principale.”*

*I - “Sono stati un momento importante per te, per capire?”*

*S6 - “Sì.”*

*I - “E quali sono state le cose che hai trovato un po’ più difficili?”*

*S6 - “La lezione che secondo me mi ha dato più fatica, ho fatto più fatica, è stata quella sul... La penultima.”*

*I - “Quella sulla complessità.”*

S6 - *“Esatto. Quella proprio, perché...”*

I - *“Poi ci entriamo lì, infatti...”*

S6 - *“Sì.”*

I - *“No, no, vai, vai.”*

S6 - *“Io lì ho avuto molta, molta, ho fatto molta fatica perché a me piacciono più gli argomenti pratici, anche, anche teorici, scientifici, però quello... Non non ero, non mi sembrava così collegato sinceramente all'idea di modello, eccetera. Cioè, non, non, ... Ho fatto fatica perché non sono riuscito a trovare un collegamento. Ecco, questo.”*

[...]

I - *“Pensando proprio alla lezione della compl... Sulla complessità, questa lezione, ci piacerebbe sapere qual è stata la tua reazione a questa lezione dedicata proprio ai model... Alla complessità, ai modelli matematici complessi e cosa ti è rimasto un po' di questa lezione.”*

S6 - *“Più che altro mi ha fatto solo confusione secondo me, perché proprio, come ripeto, non riuscivo a trovare un... è partita, la professoressa è partita dall'idea di modello e poi non, non... E poi mi sono perso, perché ha cominciato a parlare di altre cose che secondo me con la questione del modello, anche poi quest'immagine...”*

I - *“Eh, lo so, le commentiamo.”*

S6 - *“L'idea di modello non, non centrava molto secondo me. Ho visto che dall'altra parte della classe che era troppo teorica come, come cosa secondo me.”*

I - *“Allora, guardando un po' questi... Quest'immagini insomma. Questo incontro sulla complessità era stato pensato proprio per mettere in evidenza in passaggio dai modelli classici ai modelli complessi.”*

S6 - *“Ah sì, sì... Eh, infatti quel passaggio però non l'ho trovato.”*

I - *“Ok, ecco... Allora, intanto, ci interesserebbe... Ecco ci interessa sapere un po', guardando a quest'immagini che sono state, sono queste qui, l'attrattore, la farfalla di Lorenz, intanto cosa ti evoca, ti ricordi cosa ti fa venire in mente provando a ragionare. Tu hai già detto 'in realtà ho fatto*

*fatica a vedere questo passaggio'. E poi anche guardando a queste parole che sono le parole legate alla complessità, quali sono state maggiormente evocative per poter cogliere questo cambiamento di prospettiva, dai modelli classici ai modelli complessi, se ci sono state, e invece cosa non hai capito, quali son stati i dubbi che ti sono rimasti. Se ci puoi entrare un pochino più dentro."*

*S6 - "Sinceramente proprio su questo grafico... Sì, la parola chiave è irregolarità secondo me, però se... Proprio secondo me facevo proprio fatica a collegare il grafico con modello semplice e modello complesso. Secondo me questo qui è il passaggio dal modello classico, sì... Dal modello classico al modello di adesso, però non riuscivo a trovare... Perch... Non capivo perché abbiamo questo 'infinito', ecco."*

*I - "Beh, quello è un disegno che... Un attrattore, no... Tu hai uno spazio entro cui si colloca il tuo punto. Tu non sai quale sarà il punto preciso, no, di arrivo, però tu sai che sarà confinato dentro questo spazio qui, questa figura, e quindi non puoi andare a vedere, a prevedere esattamente quale sarà il punto preciso, e lì c'è un'irregolarità, ma quest'irregolarità è un'irregolarità confinata, quindi tu hai una regolarità globale complessiva, no. Quella famosa nuvola per cui noi non riusciamo andarlo a prevedere il comportamento interno, no, di un sistema caotico, di un sistema che è caotico, però abbiamo una bella conformazione che ci dà una regolarità macroscopica globale."*

*S6 - "E invece su questi termini, cioè la..."*

*I - "E ci dice anche, ad esempio qui, che se noi abbiamo due punti all'interno di un regime caotico, noi è impossibile fare una predizione a lungo termine di un punto, perché magari due punti che quasi si toccano su quest'attrattore strano, alla fine, alla fine del loro percorso potrebbero finire in due punti che sono completamente opposti, e quindi noi abbiamo una dipendenza sensibile da quelle che sono le condizioni iniziali, cioè piccole variazioni del sistema iniziale ci possono dare delle grandi conseguenze, delle grandi variazioni sul sistema finale. Perciò mentre nella fisica*



*classica, come tu dicevi prima parlando anche dei moti, se io ho la posizione e la velocità di un punto, di un oggetto, posso prevedere dove sarà dopo un certo tempo  $dt$ , in una situazione... E questo è un modello classico, no... In una situazione di questo tipo, dove ho a che fare con modelli complessi, di cui un esempio è il clima, non posso avere una prevedibilità, ho un'imprevedibilità e ho però ho una regolarità complessiva generale."*

*S6 - "Beh... Poi su questi termini può ripetere la domanda?"*

*I - "Ecco, quali sono state per te, fra queste che sono le parole della complessità, quelle che sono state evocative per farti cogliere..."*

*S6 - "Cioè quelle che mi indicano la complessità proprio?"*

*I - "Esatto, e il passaggio, il cambiamento di prospettiva dalla fisica... Dai modelli classici ai modelli complessi e invece dove ti sono rimaste dei dubbi, insomma..."*

*S6 - "Allora, sicuramente molteplicità, ovviamente perché se aumenta i fattori il modello diventa più complesso, e quello che mi ha dato un po' più difficoltà è stato la... Dov'è... La relazione circolare, quindi la casualità non lineare. Cioè non riesco, non riesco a collegarlo all'idea di complessità."*

*I - "Non riesci a collegarlo all'idea di complessità. I feedback..."*

*S6 - "Mm... Sì..."*

*I - "Cosa ti dicono? Cos'è un feedback?"*

*S6 - "Mmm..."*

*I - "In un modello classico io ho una causa e poi..."*

*S6 - "Il suo effetto..."*

*I - "Un effetto. Quindi una causa ed un effetto in maniera lineare e prevedibile, insomma. In un modello... In una causalità di tipo non lineare, come quella che può essere appunto quella che riguarda il sistema clima, prendiamo un esempio che abbiamo fatto, io ho una causa che ha degli effetti che possono andare ad incrementare la causa o decrementare, cioè mi vanno a variare la causa iniziale. Se variano la causa iniziale, variano di conseguenza anche quegli effetti che vanno di nuovo a variare di nuovo la causa iniziale, quindi ho una circolarità, non ho più una linearità."*

S6 - *“Ah, ok.”*

I - *“Ad esempio, aumenta la temperatura, si sciolgono i ghiacci. Se si sciolgono i ghiacci che cosa succede?”*

S6 - *“Se si sciolgono i ghiacci significa che ho meno riflettanza, cioè le radiazioni solari rimango...”*

I - *“Bravo.”*

S6 - *“Vengono più assorbite e vengono meno riflesses.”*

I - *“E quindi, se ho un’assorbanza maggiore, questa è legata all’aumento di...”*

S6 - *“Alla temperatura.”*

I - *“E quindi mi è andata ad incrementare la causa prima.”*

S6 - *“Ah.”*

I - *“E quindi questi sono feedback...”*

S6 - *“Ah... Ah, ci hanno fatto un esempio sui ghiacci, sì.”*

I - *“Quindi quello è un feedback positivo, ad esempio, quindi ho una causalità di tipo circolare. perciò dentro un sistema complesso come il clima dove io ho tanti sottosistemi che interagiscono fra di loro, ho tutt... Tanti effetti di feedback che mi rendono questo sistema come... Me lo restituiscono non come la somma delle singole parti, perché ognuno ha degli effetti sull’altro.”*

S6 - *“Esatto, sì. Questo invece, sul fatto dei ghiacci, quello lì sì, l’ho capito perfettamente. Tutto una causa effetto che, per questo che alla fine bisogna tenere in conto di un sacco di di... Di fattori, perché alla fine quando cambia qualcosa si va a modificare tutto il sistema.”*

I - *Esatto.*

S6 - *“Questo è il problema.”*

I - *“Cosa pensi ti sarebbe servito per poter capire meglio questa... Collegare meglio?”*

S6 - *“La complessità?”*

I - *“Sì.”*

S6 - *“Beh, nell’esempio quello dei ghiacci sicuramente se io aumento la*

*complessità, la molteplicità dei miei fattori che tengo, che tengo in considerazione, ovviamente il mio modello mi dà un'idea più chiara ma anche degli eff... Il feedback, degli effetti che avrò più avanti. Quindi mi dà una previsione più accurata del modello. Quindi io saprò più avanti la terra che cosa farà per la cau... Per lo scioglimento dei ghiacci.”*

*I - “Ok, a livello proprio pratico, come sugg... Cioè, ci sono di suggerimenti che vorresti darci magari?”*

*S6 - “Bah, gli esperimenti andavano bene, sicuramente. Bah, no io avevo solo anche scritto una critica, nel senso, perché io non avevo fatto... Ho fatto fatica sulla lezione della complessità, ecco, solo quello. Però per il resto, anche, dato che all'inizio le formule, infatti nella prima lezione siamo rimasti un po' così, metterle in atto... Se non facevamo l'esperimenti secondo me era molto più difficile da capire.”*

*I - “Quindi quelli vi sono... Ok.”*

*S6 - “Sì. Sicuramente se vengono anche un po' più accurati, eccetera, secondo me dopo viene bene.”*

*[...]*

*I - “Che cosa ha significato per te quest'esperienza, questo percorso scelto per voi dal vostro Prof?”*

*S6 - “Che mi sembra sicuramente da fare, soprattutto per la condizione in cui ci troviamo, e bisogna essere consapevoli di quel che succede. Quindi più siamo consapevoli della gravità della situazione, più prendiamo le precauzioni per evitare che la cosa si complichì. Cioè è proprio una, è un argomento che non è così vago, cioè proprio ci serve, soprattutto adesso con le problematiche che ci troviamo di fronte. Quindi per questo che a me il progetto EAR mi piace molto, perché proprio fa vedere i problemi che abbiamo adesso nella realtà, quindi. L'effetto serra è uno di quelli più centrali, quindi... Secondo me andava... Abbiamo fatto bene ad approfondirlo così.”*

## B.2 Intervista a S13

I - “ [...] Ripensando un pò a tutto il percorso fatto, ci potresti dire quali sono stati quei momenti o quei contesti che per te sono stati importanti per capire, per poter cambiare il tuo punto di vista?”

S13 - “Su che aspetto, visto che ce n'erano tre fondamentali?”

I - “Beh, ripens... Ecco, ripensando a tutto, tu ci fai un elenco e ci dici quali sono stati tutti i momenti per te, quei passaggi, quelle situazioni, quei contesti importanti sia per capire che per poter cambiare la tua prospettiva, il tuo punto di vista.”

S13 - “Sicuramente il primo incontro con il Professor Rizzi, il... Tutto il discorso su l'assorbanza, la trasmittanza e tutte le formule a esse connesso e l'atmosfera, cioè come funziona l'atmosfera. Poi, beh, il concetto di modello, e... E nell'aspetto socioeconomico quali sono le conseguenze di... Cioè dei cambiamenti climatici.”

I - “Ok, e quin... Invece quali sono state le cose che hai trovato particolarmente interessanti?”

S13 - “Sì, il primo incontro, cioè era molto interessante, e anche quello sulla chimica, sulla radiazione chimica... E sì, e l'ultimo che abbiamo fatto.”

I - “Ok. Cos'hai trovato più difficile in questo percorso?”

S13 - “Quello sulla complessità era un attimo...”

I - “È stato duro?”

S13 - “Sì.”

I - “Eh, c'erano... Non era... Insomma, c'erano delle cose... Poi ci entriamo eh, perché devo chiedervi insomma una serie di cose rispetto a questa.”

[...]

I - “Ti vorremmo chiedere qual è stata la tua reazione alla lezione dedicata alla complessità e ai modelli matematici complessi, insomma. Qual è stata la tua reazione e cosa ti è rimasto di questa lezione.”

S13 - *“Eh, non ci ho proprio capito tutto, tutto, tutto. Più che altro non capisco il nesso che c'è fra il modello, quello che abbiamo fatto in laboratorio, e la complessità.”*

I - *“Ok, questa è... Ti è rimasta questa sensazione qui, di non aver capito bene il legame fra...”*

S13 - *“Sì, perché abbiamo fatto questo, cioè questa lezione, diciamo.”*

I - *“Ok. Diciamo così, che l'incontro che noi avevamo pensato sulla complessità era proprio stato pensato per mettere in evidenza il passaggio dai modelli classici ai modelli complessi, nel senso che voi fino adesso, insomma facendo anche la meccanica, i moti, così, avete studiato dei modelli classici che avevano determinate caratteristiche. Quando si passa ad altri tipi di sistema, come il sistema clima, si passa ad una modellizzazione di tipo complesso che ha delle caratteristiche completamente diverse, no? Quindi questa lezione serviva per analizzare, per entrare un po' nel vivo di questo passaggio. Allora io adesso ti vorrei far vedere un paio di slide che sono state fatte durante la lezione, e mi piacerebbe chiederti questo: intanto, prima di tutto, guardando questa, questa farfalla di Lorenz, quindi una delle immagini abbastanza evocative della complessità, volevamo chiederti appunto cosa ti evoca e cosa ti fa venire in mente. Qui, appunto puoi anche leggere...”*

S13 - *“Sì, sì, sì... In che senso la sensazione che mi dà? Non ho capito questo.”*

I - *“No, diciamo che la lezione sulla complessità è servita per mettere in luce questo passaggio dai modelli classici ai modelli complessi, e una delle cose che abbiamo visto è stato quest'attrattore di Lorenz, no, questa farfalla di Lorenz, che ci dice che il comportamento è contemporaneamente sia irregolare che confinato, cioè il fatto che noi non possiamo stabilire il punto preciso di dove sarà, no, alla fine del percorso un punto, ma...”*

S13 - *“Ma sappiamo che entro certi...”*

I - *“Ma sappiamo che sarà confinato dentro un certo spazio, quindi vediamo questa complessità regolare, questa regolarità complessiva, e inoltre vediamo*

*che c'è una dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali, nel senso che se noi variamo di poco le condizioni iniziali, possiamo anche avere che due punti inizialmente erano molto vicini poi, alla fine del loro percorso, sono finiti in posti totalmente diversi. Quindi, queste sono cose diverse, molto diverse, rispetto ai sistemi classici, dove io se so la posizione e la velocità di un punto, posso sapere esattamente dove questo di troverà dopo un certo intervallo di tempo, ad esempio. Ecco, cosa ti evoca, cosa ti ricorda, cosa ti fa venire in mente dei discorsi fatti?” S13 - “Boh, non so, non... Io non... Cioè, va bene, è una... Esistono fattori che non possiamo calcolare con precisione... Cioè, che però non capisco cosa centri con il cambiamento climatico... Io, cioè...”*

*I - “E, il sistema clima è un sistema di che tipo?”*

*S13 - “Ok, complesso, che ha tante variabili... Ok, però...”*

*I - “No, ma adesso non mi devi dire cosa centra. Ti sto chiedendo un collegamento rispetto proprio a questa lezione: tu cosa ti ricordi? Cosa sono state le cose che ti hanno colpito di più? Anche, ad esempio, guardiamo anche quest'altra slide, no. Qui ci sono le parole della complessità. La Professoressa Fantini alla fine ci ha fatto proprio un riassunto, no, dove ci sono queste parole: la molteplicità, l'irriducibilità, la relazione circolare, quindi feedback, l'imprevedibilità, l'auto-organizzazione. Ecco, quali sono state per te le parole maggiormente significative o evocative per cogliere...”*

*S13 - “Per cogliere il concetto?”*

*I - “Eh, esatto. Oppure anche quali sono invece le cose che tu non hai capito e tutti i dubbi che ti sono rimasti. Ecco, quindi dicci un pò...” S13 - “Allora... auto-organizzazione e imprevedibilità ...E relazione circolare.”*

*I - “Ok. Cosa? Mettimi un soggetto... Sono state quelli che ti hanno aiutato o quelle che...?”*

*S13 - “Sì, quelle che ho capito, diciamo...”*

*I - “Ah, ok.”*

*S13 - “Che sì, che mi hanno aiutato a capire il fenomeno.”*

*I - “Ok, ci puoi dire in che senso?”*

S13 - *“Cioè, sono poi le parole chiave del fenomeno, in quanto... Cioè... L'auto-organizzazione in quanto si diciamo si organizza da sola, imprevedibilità in quanto non sappiamo dove possa essere il punto preciso, e relazione circolare è il concetto di feedback.”*

I - *“Ok. Ti è servito questo concetto? Ti ha aiutato?”*

S13 - *“Cioè... sì.”*

I - *“In che senso?”*

S13 - *“Cioè, ho capito che per trovare, per sapere anche solo... Concettualmente dove si trova questo punto devo fare iterare più volte quello che ho alla partenza.”*

I - *“E...?”*

S13 - *“E che arrivati ad un certo punto non si può più. Io ho capito questo.”*

I - *“Il concetto di feedback ci dice che nei sistemi complessi c'è una relazione causale di tipo diversa, no? Mentre in un sistema classico io ho una causalità lineare, cioè ad una causa corrisponde esattamente un effetto, il feedback ci dice invece che cambia il tipo di causalità, quindi la relazione causa effetto diventa di tipo circolare. Ti ricordi che avevamo visto quell'immagine di dove c'era...”*

S13 - *“La parabola...”*

I - *“Sì, esatto, la parabola logistica da un punto di vista matematico. Ma se vogliamo vedere il collegamento da con, te dici, il sistema clima, no, quindi quello che poi abbiamo fatto in laboratorio, in cui noi non abbiamo fatto prove di simulazione di sistemi complessi, cioè... Non ci siamo messi nel laboratorio virtuale. Però abbiamo visto che se ad esempio aumento la temperatura, ci sono, quindi questa è una causa...”*

S13 - *“Ci sono più effetti...”*

I - *“Ci sono più effetti, ad esempio un effetto è lo scioglimento dei ghiacci. E se si sciolgono i ghiacci che succede? Ti ricordi questo?”*

S13 - *“Diminuisce l'albedo...”*

I - *“L'albedo.”*

S13 - *“E quindi aumenta ancora di più...”*

I - *“La temperatura, e quindi vedi che c'è una circolarità che va ad aumentare la causa prima. Ovviamente poi se si sciolgono i ghiacci aumenta anche il vapore acqueo, ed il vapore acqueo è un gas serra, e quindi anche questo mi va ad aumentare la causa prima, ok? Quindi ci sono tutta una serie di effetti che per una causalità che è diversa, di tipo circolare, questi effetti di feedback vanno ad incrementare, o a decrementare, perché possono essere positivi o negativi, quella che è la causa prima. Quindi non ho più una linearità, ma ho una circolarità. Quindi questo qui è un principio più generale che riguarda i sistemi complessi, se voglio andare ad esempio nel sistema clima questo può essere un esempio.”*

S13 - *“Sì, però qui ci dice che non possiamo sapere gli effetti, oppure,... Con precisione, mentre noi sappiamo cosa succede se aumenta la temperatura.”*

I - *“Cosa succede?”*

S13 - *“Eh, si sciolgono i ghiacci, e tutto il resto. Però noi sappiamo cosa succede. Qui invece te lo dice in modo... Cioè...”*

I - *“Cioè, quello è uno dei possibili effetti. Però se ti ricordi anche l'aumento dell'evaporazione, quindi del vapore acqueo in atmosfera, ti ricordi che avevamo quel feedback della nuvolosità che era un feedback incerto, per cui non potevo dire se era positivo o negativo. Ti ricordi perché? perché certi tipi di nuvole...”*

S13 - *“Riflettono...”*

I - *“Potevano aumentare l'assorbanza, e certe altre invece la riflettanza. Perciò magari noi rispetto ad una piccola variazione delle condizioni iniziali possiamo avere degli effetti molto diversi alla fine che sono imprevedibili. Magari abbiamo una regolarità complessiva, però non riuscivamo a prevedere con precisione quello che succederà, quindi... Questo ce lo diceva anche il Professore Rizzi nella prima lezione, noi abbiamo dei modelli che sono dei buoni modelli, però se vi ricordate lui ci aveva fatto anche vedere un grafico in cui era stato fatto un modello di previsione dell'andamento*



*dello scioglimento dei ghiacci che poi invece, rispetto a quello che era stato l'osservazione nella realtà, era cambiato, era cambiato... Erano calati più velocemente. Quindi delle piccole variazioni che possono essere...*

*Aumentata in maniera imprevista per questioni di circolarità, l'assorbimento dell'atmosfera, ho avuto un effetto, no, che... Quindi la relazione è per il tipo di modello matematico che ci sta dietro, anche il tipo proprio di modello fisico e modello matematico. Comunque dicevi che è stata difficile per te insomma questa lezione. Ecco, quali sono state le difficoltà più grosse che hai avuto?"*

*S13 - "Tutte."*

*I - "Eh no, non dirci tutte, entra un po' nel dettaglio, dai."*

*S13 - "Cioè, più o meno in linea generale ho capito. Però, cioè, boh."*

*[...]*

*I - "Ti volevamo chiedere che cosa ha significato per te quest'esperienza di questo percorso fatto... Insomma, extra-scolastico scelto dal vostro professore, e che suggerimenti hai da darci per poterlo migliorare."*

*S13 - "In che senso, che significato ha avuto, cioè?"*

*I - "Beh, cosa ha significato per te quest'esperienza."*

*S13 - "Mi è sembrato importante in quanto mi ha aiutato a capire cose che non sapevo."*

*I - "Ok. E ci vuoi dare qualche suggerimento per poter migliorare?"*

*S13 - "No no..."*

*I - "No, dai, invece è importante. Ad esempio, anche prima insomma ci hanno detto che approfondire la lezione sulla complessità magari dividendola in due parti potrebbe essere una cosa... Cioè.. Se tu ha qualche suggerimento."*

*S13 - "No, non sono in grado di dare, non sono... Cioè non saprei proprio cosa cambiare."*

### B.3 Intervista a S16

I - “[...] Pensando proprio al percorso fatto dall’inizio, potresti farci un elenco di quelli che sono stati per te dei momenti, dei contesti, dei passaggi importanti per poter capire o per poter cambiare magari il tuo punto di vista rispetto a certe cose?”

S16 - “Per esempio, l’ultima lezione, quella del discorso, quando è venuta la dottoressa che non mi ricordo come si chiama...”

I - “Francesca Pungiglione.”

S16 - “Che ci ha parlato dell’aspetto economico e di come sia possibile cambiare il nostro stile di vita, ma di non intaccare l’economia globale, diciamo. Ehm, che con piccole variazioni fatte da ognuno di noi è possibile migliorare... Migliorare le condizioni dell’ambiente e di... Cercare di preservarlo il più possibile, insomma.”

I - “Ti ha fatto cambiare un po’...?”

S16 - “Sì, mi ha fatto pensare più che altro. perché prima ero dell’idea che erano necessari questi cambiamenti, ma che richiedessero molti sforzi economici e fossero... Avessero grandi conseguenze, mentre adesso so che non è così.”

I - “Quindi hai dato, hai riva... Per te è stata importante la rivalorizzazione del ruolo dell’individuo?”

S16 - “Sì, anche.”

I - “Ed è stato un po’ una cosa che hai seguito in tutte le lezioni?”

S16 - “Sì, ma sopr... Diciamo di sì, ma soprattutto nell’ultima, dove magari mi sono state chiarite alcune cose che sapevo di... Non sapevo di non sapere.”

I - “Ok.”

S16 - “Questo insomma.”

I - “Ok, allora...”

S16 - “Poi anche il fatto...”

I - “Sì.”

S16 - “Quando siamo stati in laboratorio, quando c’è stato spiegato i

*principi di assorbanza, trasmittanza, riflettanza, queste cose qua... Con il fatto che io pensavo... Non pensavo neanche che esistessero, diciamo. E, sapendo così, so che magari anche scaldando una cosa creo tutti degli effetti secondari, tutti dei feedback, che mi vanno a variare magari le cose intorno, oppure che quello che faccio diciamo, anche magari scaldare una piccola cosa, monti conseguenze nell'ambiente intorno a me."*

*I - "Certo, quindi anche la nozione di feedback, la lezione della complessità, ti ha ... ?"*

*S16 - Si, mi ha aiutato. Diciamo che prima in materia sapevo poco, perché non è mai st... Questo all'inizio non era un argomento che magari mi interessava particolarmente."*

*I - "Proprio quello dei cambiamenti climatici in generale?"*

*S16 - "Si."*

*I - "Ah, ok."*

*S16 - "Anche quello sul fatto magari dell'ambiente. Però andando avanti con questi incontri, con... avendo sempre più informazioni, sono riuscito a capire che invece questi sono argomenti importanti e che devono essere seguiti, innanzitutto, e... Invece sono interessanti."*

*I - "Ah, quindi, ecco, queste è una cosa interessante che adesso usciamo sempre dai protocolli... Quando tu hai iniziato questo percorso non ti interessava particolarmente l'argomento?"*

*S16 - " No. no. perché dicevo... Credevo che ci fossero solo dei gran allarmismi e nient'altro, invece con... Appunto, Studiando anche nella... Con il primo incontro che abbiamo avuto con voi, con il, col..."*

*I - "Il Professor Rizzi."*

*S16 - " Docente universitario."*

*I - "Si si."*

*S16 - "Sono... Ho capito che magari lo scioglimento dei ghiacciai, magari l'innalzamento anche di un solo grado della temperatura media, può provocare grandi conseguenze. Ed il fatto che queste cose qua vanno valutate in periodi molto... Molto dilatati, mentre prima magari ero convinto che la*

*variazione da anno in anno bastasse per capire queste cose qua, invece ci vuole... Ci vogliono dei dati che si basano su anni e anni di esperienza.”*

*I - “E sei preoccupato adesso, o... Invece la maggiore consapevolezza ti direbbe più... com'è il tuo...?”*

*S16 - “No, sono più preoccupato, perché anche venerdì scorso abbiamo parlato di tutti, tutti i protocolli, tutti... Tutte le cose che sono state fatte per, diciamo... Per migliorare la situazione odierna, ma, diciamo che con, magari, un piccolo contributo di ognuno che adesso, o tramite i media o tramite magari le scuole, penso che la cosa cambierà, e non sono molto preoccupato, perché so che cambierà questa cosa. perché se invece si continua su questa strada, dopo sarà... Saranno più difficili da portare i cambiamenti e le conseguenze diciamo saranno peggiori.”*

*I - “Ok, quindi per te capire... Questo entrare a fondo in questo genere di temi, ti ha aiutato ad interessartene e a sentirti coinvolto?”*

*S16 - “Sì, perché magari prima ero anche ignorante in materia, sapevo delle cose che magari non erano vere o erano sbagliate. Questo mi ha aiutato e... Anche la concezione dell'argomento in sé e di quello che mi sta attorno è cambiato, molto. Magari sapendo che, vedendo anche, che ne so... Io che prendo l'autobus tutti i giorni, vedendo quello che esce dal tubo di scarico, magari ti fa capire che è... E' una situazione che deve essere cambiata. Mentre prima magari dicevo: ‘Sì, va beh, fa solo della puzza’, adesso capisco che inquina, che poi... Che gli autobus magari sono in tutto il mondo sono milioni e milioni, che l'inquinamento di questi autobus va a provocare l'innalzamento delle temperature, che di conseguenza crea tutti questi... Questi...”*

*I - “Aumenti...”*

*S16 - “Questi difficoltà, tutte queste cose insomma.”*

*[...]*

*I - “Ci piaceva un po', così, sapere qual è stata la tua reazione alla lezione dedicata alla complessità e ai modelli matematici complessi. E cosa ti è un po' rimasto. Insomma, era una lezione particolare, anche particolarmente*

*difficile, insomma, non è banale per niente. Così, come è stata un po' la tua reazione."*

*S16 - "Sono arrivato alla conclusione che... Fino ad un certo punto vi possono, possono valere delle leggi, ma superato questo punto vi è il caos. Avevamo fatto l'esempio con, con il computer dove avevamo rappresentato una comunità di persone, due diverse comunità di persone che... E ciascuna comunità di queste persone voleva vivere vicino, vicino al..."*

*I - "Poteva manifestare delle preferenze."*

*S16 - "Esatto."*

*I - "Che potevano essere due rossi come me e uno verde."*

*S16 - "Esatto."*

*I - "O tre rossi eccetera."*

*S16 - "Si è arrivato alla conclusione che se queste preferenze sono, diciamo, sono troppe, e... Si va a creare una situazione di caos. E mi ha colpito il fatto che alla fine dei conti, se vi sono molte preferenze, nessuno è contento. Questa cosa qua mi ha colpito molto, perché mi ha fatto capire che non tutti possiamo avere ciò che vogliamo, per questo mi ha colpito molto questa lezione qua."*

*I - "Ok. Ecco, proprio in questa lezione, diciamo che era stata pensata proprio con l'idea di mettere in evidenza il passaggio dai modelli classici, quindi quelli della fisica classica come la meccanica, ai modelli complessi, come il sistema clima, come la società, no, di cui tu hai fatto un esempio. Ecco, guardando queste immagini qui, qui abbiamo la farfalla di Lorenz, questa... Proprio tu hai proprio parlato prima di questo, no, questa frase che ci dice: "Del regime caotico è del tutto impossibile una predizione a lungo termine del percorso di un punto. Due punti che quasi si toccano su un'attrattore strano dopo poche interazioni sono finiti in posti totalmente diversi, e questo è detto dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali". E poi qui abbiamo queste parole, no, che sono un po' le parole... Le parole chiave della complessità che sono, queste sono slide che ci ha fatto vedere la Professoressa Fantini. Ecco, quello che ti volevo chiedere intanto è cosa ti*

*fa venire in mente questa, quest'immagine che abbiamo preso dalle... Dalle slide e quali sono state per te le parole maggiormente significative ed evocative per cogliere che c'è stato un cambiamento di prospettiva nei modelli... Nei modelli, insomma."*

*S16 - "Il fatto che noi possiamo sapere dove... Nella farfalla di Lorenz, no, noi possiamo sapere dove è una cosa in una determinata regione, ma non quando. Per esempio noi sappiamo che tipo un punto... Siamo certi che si trova in questa, nella regione determinata dalla farfalla, ma non possiamo determinare e... Dove esattamente e in quale momento."*

*I - "Esatto. Ecco, e qui c'è un cambio di prospettiva molto grosso rispetto ai modelli classici, dove noi invece possiamo prevedere con esattezza, no...? Se io ho la posizione e la velocità iniziale di un punto, posso sapere..."*

*S16 - "Posso determinare dove sarà un determinato... Dopo un determinato periodo di tempo, mentre qua no. Qua è proprio, cioè è proprio impossibile, e se, se provassi a determinare dov'è questo punto andrei a... Andrei a variare questo, il comportamento di questo punto che dopo non si troverebbe più in questo... Solo in questa determinata regione."*

*I - "Ok. Quindi io posso determinare non dove si trova il punto ma il fatto che c'è una regolarità complessiva, quindi, uno spazio definito..."*

*S16 - "Sì, cioè, io so dove si muove questo punto ma non posso sapere dove è questo punto."*

*I - "Ok, e questa quindi è una cosa che ti ha fatto insomma capire, ti ha dato un po' l'idea del cambiamento da...?"*

*S16 - "Sì, perché, forse mi ha fatto anche... capire meno alcuni concetti, cioè..."*

*I - "Ecco, spiega meglio, che mi interessa."*

*S16 - "perché io prima ero convinto che magari, anche studiando a scuola, che se io so le condizioni iniziali di un punto, magari dopo un determinato periodo di tempo posso sapere dove si trova, mentre in queste cose qua no. Io posso sapere tutte le condizioni che voglio, ma alla fine io so soltanto che si muove in una determinata regione, ma non so dov'è esattamente quando,*

*quando, quando mi serve. E' questo che magari in certi casi mi ha creato più confusione, perché... Mentre prima ero convinto su una cosa sulla quale ero certo, ero convinto che esistesse solo quella, con... In questo caso qua mi si è ribaltata completamente la situazione e sono rimasto un po' spiazzato."*

*I - "E che effetto ti fa? Sei ancora spiazzato?"*

*S16 - "..."*

*I - "Un po'?"*

*S16 - "Cioè..."*

*I - "No, non sono cose banali, eh? Sono cose importanti queste."*

*S16 - "Mi fa capire che... che non si possono sapere determinate cose."*

*I - "In un determinato tipo di sistemi, ovviamente."*

*S16 - "Sì, no, ovviamente non i tutti i casi, ma in determinati..."*

*I - "Nei sistemi complessi."*

*S16 - "Che io magari con la scienza delle nuvole, si chiama così no?"*

*I - "Sì."*

*S16 - "Con la fisica delle nuvole io posso... Vado a studiare dei complessi, come che si chiamano? Dei..."*

*I - "Delle regolarità macroscopiche globali'."*

*S16 - "Sì, delle situazioni globali, diciamo macroscopiche... Non posso sapere esattamente cosa, cosa comportano e cosa vanno a creare delle situazioni in una determinata scala globale e molto grande, mentre..."*

*Mentre sarebbe molto utile diciamo sapere questa cosa qua rispetto magari alle decisioni, alle azioni che ognuno di noi compie."*

*I - "Ok, direi che adesso, ultime cose poi ti lascio andare. Rispetto alle parole proprio della complessità, quali sono state per te fra queste quelle maggiormente significative che ti hanno fatto cogliere questo cambiamento di prospettiva, insomma, o quali ti sono rimaste oscure, ecco."*

*S16 - "Sicuramente, 'imprevedibilità', perché come abbiamo detto fino..."*

*Fino adesso, non possiamo sapere dove, è impreved... Cioè noi non possiamo sapere dov'è questa cosa qua, quello che noi stiamo cercando, e... Mentre*

*diciamo tutte le altre parole che ci sono qua, penso che servano a spiegare questo concetto, ma diciamo che quella più importante credo sia imprevedibilità proprio perché con questa parola io vado a spiegare cosa comporta studiare fenomeni in scala globale.”*

*[...]*

*I - “Cosa... Se cosa ci puoi dire che cosa ha significato per te quest’esperienza e se hai dei suggerimenti da darci per poterla migliorare, insomma.”*

*S16 - “Intanto come ho detto prima quest’esperienza mi ha aiutato perché innanzi tutto sull’effetto serra e sull’ambiente prima ero molto... non sapevo molte cose, mentre ora ne so molte di più e so cose che... vere, mentre prima magari mi basavo su, su dicenze o su... su delle voci che erano sbagliate. Infatti mentre magari eravamo in laboratorio, mentre facevamo degli esperimenti, guardando i risultati ottenuti attraverso i calcoli ero sempre meravigliato diciamo proprio perché tutte le volte venivano o cambiavano le conoscenze che avevo, oppure venivano proprio smontate quelle che avevo in precedenza, per questo è stato interessante diciamo, proprio perché mi ha aiutato sotto questo lato qua.”*

*I - “Hai qualche suggerimento da darci?”*

*S16 - “Forse... il concetto di complessità, diciamo che è stato un po’ difficile all’inizio.”*

*I - “E’ stato difficile?”*

*S16 - “Sì, rispetto alle altre un po’ di più.”*

*I - “perché cosa.. vi mancava un po’ la base matematica?”*

*S16 - “Anche. Sì, perché noi eravamo, essendo abituati alla fisica classica, in due ore c’è stato detto che esiste anche un’altra fisica, che in questa fisica delle nuvole appunto, non... non ci sono, non valgono le stesse regole e concetti che valgono per la fisica classica, quindi magari mi ha un po’ spiazzato e...”*

*I - “Quindi per il futuro tu gli dedicheresti più tempo?”*



*S16 - “Sì esatto, magari invece che solo una lezione, magari... due lezioni, oppure una lezione però che in precedenza ci sia una piccola base.’*

*’ I - “Un lavoro magari fatto in classe?”*

*S16 - “Sì, esatto, con il professore.”*

*I - “Va bene.”*

## B.4 Intervista a S25

I - “ [...] Pensando proprio a tutto l'intero percorso, se ci puoi un po' dire, fare un elenco di quelli che sono stati i momenti, i contesti, le situazioni che per te sono state più importanti per capire o per cambiare il tuo punto di vista?”

S25 - “Allora, la prima lezione, quella con il Professore.”

I - “Professor Rizzi.”

S25 - “Quella è stata un po' tosta, diciamo così, perché... Cioè, siamo arrivati lì sapendo poco, poco o niente, e... Non so... Metterci lì delle formule assorbanza, riflettanza, trasmittanza, è un po'... Però, sì, alla fine le abbiamo riprese in classe, quindi siamo arrivati al secondo incontro già un po' più preparati. Quella lezione lì non mi è servita a molto, cioè è stato più utile rivederlo in classe, ragionarci bene su ogni singolo fattore che determinasse poi un... Non so... Il riscaldamento globale alla fine. Poi man mano con gli incontri... Dunque secondo me i modelli farli in fase, cioè man mano sempre più complessi, è stato utile perché in questo modo abbiamo anche capito come potevano cambiare i risultati a seconda di quanti fattori mettevamo in ... Non so... Nel modello proprio, cioè, complicando un modello, poi, era ovvio che i risultati erano più attendibili. Dunque, quelli più utili, sì, i modelli, poi, dopo, non so... Abbiamo fatto il primo con il professore, poi dopo gli altri due gli esperimenti con i modelli, quindi la spiegazione di quello che stavamo per fare, poi c'è stato quello in classe con...”

I - “Con la Professoressa Fantini.”

S25 - “Sì.”

I - “Che tu ti sei particolarmente illuminato lì...”

S25 - “Sì, sì, lì...”

I - “Dopo ce lo racconti meglio, però dicci qualcosa anche adesso...”

S25 - “L'argomento era...?”

I - “La lezione sulla complessità.”

S25 - “Sì, sì... Eh, sì, quella era stata particolar... Cioè più che altro la

*vedevo lì, era come se mi volesse sfidare, in qualche modo voleva, cercava sempre lo sguardo di tutti, no, per vedere un po' se... Allora ho colto la sfida, ho detto "Va bene, proviamo a capirci qualcosa", poi man mano mi ha interessato anche, perché era bello scoprire come passare da un modello di laboratorio ad un modello virtuale, immaginarci come potrebbero andare, se tutto va come noi ci immaginiamo, le cose. come potrebbero andare le cose nello spazio o comunque in un luogo a noi interessato. Cioè, è bello sapere, poter prevedere alcune cose. Si quella lezione lì è stata particolarmente interessante, perché poi dopo lei... Più che altro ha ribadito sempre gli stessi concetti per assicurarsi che comunque, cioè, una classe così non sai, ci sono magari persone che possono apprendere tutto facilmente, altre invece che sono disattente la prima, la seconda, la terza volta, magari alla quarta volta lo capiscono. Però si è stato valido. Si potevano secondo me dire più cose, cioè, approfondire un po' di più.*

*" I - "Ok."*

*S25 - "Su quella roba lì. Però non so se è perché io sono stato più attento e quindi ho capito e ero in grado di approfondire poi... Non so."*

*I - "Quindi ci avresti dedicato ancora qualcos'altro?"*

*S25 - "Sì, secondo me sì, perché comunque l'argomento non è male. Non penso che a nessuno faccia... Non possa piacere il fatto di sapere qualcos'altro e poter prevedere qualcosa. È una cosa che di solito affascina."*

*[...]*

*I - "Volevamo chiederti appunto qual è stata la tua reazione alla lezione sulla complessità, che era un po' quello che ci hai detto prima, insomma, e..."*

*S25 - "Quella sì, è stata interessante perché comunque, sì... Cioè, all'inizio pensavo fosse la solita lezione, perché dall'esperienza avuta prima con il Prof all'inizio, ho detto "Sarà un altro pomeriggio noioso, spero che arrivi in fretta l'1.30 così andiamo tutti a casa". Boh, forse... Non so cosa mi ha attirato sinceramente, perché comunque da come è partita all'inizio... Cioè all'inizio poteva cercare di invogliare di più, diciamo, perché comunque*

*l'argomento man mano si è andato a sviluppare, quindi ok ci sta, però magari invogliare di più gli studenti visto che è pomeriggio per tutti, non tutti hanno voglia di ascoltare, quindi se si riesce a prendere un po' di più l'attenzione all'inizio, magari dopo si riesce avere anche un margine di attenzione maggiore, perché cioè, è evidente che non tutti... Però sì, cioè, nel complesso, dopo l'inizio che è stato un po' così, dopo... Comunque erano così che avevamo già detto quelle dell'inizio, quindi è stato un po' riprenderle, riassicurarsi... E poi è partito con l'argomento vero e proprio e là, sì, dopo è stato interessante."*

*I - "Ecco, proprio ripensando a quest'incontro che era stato pensato proprio per mettere in evidenza il passaggio dai modelli di tipo classico ai modelli di tipo complesso che sono due modi completamente diversi. Volevo chiederti due cose: intanto guardando a quest'immagine, no, che è la farfalla di Lorenz, l'attrattore di Lorenz, che è stata usata durante le lezioni, cosa ti evoca, cosa ti ricorda, insomma cosa ti fa venire in mente?"*

*S25 - "Che noi non possiamo prevedere dove un punto si troverà, ma possiamo dire con certezza che sicuramente sarà entro questa farfalla di Lorenz. perché... perché, cioè, abbiamo notato anche come degli esperimenti, come... Si ricorre sempre agli esperimenti per far capire che si creano tanti cerchi, che sarebbero proprio in rappresentazione macroscopiche delle... Delle farfalle di Lorenz, dove tutti i punti roteano casualmente, ma nella loro casualità sappiamo che vanno a finire lì per forza."*

*I - "Dentro quello spazio."*

*S25 - "Sì, dentro quello spazio già prefissato."*

*I - "Quindi diciamo che c'è una irregolarità ma confinata."*

*S25 - "Sì, sì..."*

*I - "Con una sorta di regolarità globale, invece..."*

*S25 - "E ha fatto poi l'esempio dello stato che ognuno... Ci può essere quello che si comporta male, ma nel complesso lo stato va avanti... Cioè non è un fatto determinante, perché l'organizzazione rimane la stessa. Sì, cioè, quest'argomento..."*

I - *“Ecco, guardando invece alla slide, questa slide qui dove ci sono le parole della complessità, no, questa è la slide finale, no, una delle slide finali dove si sono riassunte un po’ tutte le parole che riguardano la complessità.*

*Riguardandola puoi dirci quali sono state per te le parole più significative, più evocative per cogliere questo passaggio, questa differenza fra... Questo cambiamento di prospettiva dai modelli classici ai modelli complessi? Invece c’è qualcosa che non hai capito e se ti sono rimasti dei dubbi.”*

S25 - *“Relazione circolare, sicuramente perché comunque...”*

I - *“Capita?”*

S25 - *“Sì... perché è un movimento... Poi l’auto-organizzazione diciamo secondo me... Il fatto determinante, cioè ogni punto, non so come le aveva definite lei... Un punto materiale, come aveva detto? Ogni...”*

I - *“Cosa volevi dire? Dimmi...”*

S25 - *“Cioè, ogni singolo... Ehm...”*

I - *“Sottosistema?”*

S25 - *“Non so... lei aveva detto: ‘Un punto lo possiamo trovare...’. Non so come abbia detto esattamente.”*

I - *“No, aspetta... Forse... Cioè, se noi abbiamo un...”*

S25 - *“Noi sappiamo che il prossimo punto...”*

I - *“Può essere all’interno di...”*

S25 - *“Ah, è un punto?”*

I - *“Sì, sì. Un punto, un punto.”*

S25 - *“Ma punto in che senso che...?”*

I - *“Se noi abbiamo, ad esempio, due punti molto vicini nelle condizioni iniziali, poi possiamo ritrovarci in una situazione in cui invece, alla fine di tutto il percorso, questi si trovino in posto totalmente diversi. E questa è la dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali.”*

S25 - *“Ah ok. perché ogni punto si muove...”*

I - *“Secondo un proprio moto, e poi una piccola variazione nelle condizioni iniziali può darci invece risultati...”*

S25 - *“Dei cambiamenti...”*

I - "Era questo, no, quello che...?"

S25 - "Sì, sì. Quindi auto-organizzazione... Imprevedibilità, ovviamente, perché sono, è imprevedibile dove ci sarà... Dove saranno i due punti alla fine... Poi irriducibilità... Non so, non si possono definire, quindi non sappiamo... Non so..."

" I - "Che c'è una complessità che noi non possiamo ridurre a qualcosa di più, di più semplice."

S25 - "Ah, sì, perché è inspiegabile... E'... Non si può..."

I - "E' inspiegabile, non è complicato, quindi posso spiegarlo, ma arrivo... È complesso, allora non riesco a ridurlo, perché altrimenti perderei tutto quanto."

S25 - "Se non non sarebbe più un sistema complesso... Molteplicità, perché sono un sacco, non so..."

I - "Gestione delle variabili."

S25 - "Sì... Che non ho capito qua di cose non ce ne sono tante, perché secondo me è stata parecchio chiara, visto che la cosa non era difficilissima, era, era poche cose dette un sacco di volte, quindi sono entrate per forza. Ehm... Sì, anche, mi è piaciuta la scelta del quadro. Io non avrei dato quella, quell'interpretazione, perché all'inizio io avrei detto: 'Se guardiamo una cosa da vicino, cioè, sul... Quando guardavamo la figura, erano tutti, storte le figure... Invece in lontananza erano tutte messe bene, aggiustate, ordinate, non avresti mai detto che quella, lo stesso soggetto ripreso in primo piano fosse uguale anche in secondo piano'. Io avrei dato quest'interpretazione. Cioè, guardando i punti da vicino, cioè guardando i punti singolarmente, non si può notare quell'ordine... L'ordine che c'è. però guardandolo in secondo piano, quindi l'insieme di tutti i punti, si nota l'ordine complessivo."

I - "Beh, bello, mi sembra una bella interpretazione anche riletta alla luce della complessità. il fatto che la composizione... Come la nuvola, no, come quella foto della nuvola in cui io in realtà a livello micro ho..."

S25 - "Sì, anche lì quando ha detto la nuvola io non ho capito niente, poi

*alla fine ho legato il tutto, e ho detto: 'Ah, la nuvola, sì, è composta da tante particelle che ...'. Sì, comunque io il quadro avrei dato quell'interpretazione."*

*I - "Beh, mi sembra molto..."*

*A - "Boh, a me è venuta così, l'ho guardato e ho detto..."*

*I - "Bello!"*

*S25 - "Questo... La volevo dire, poi lei ha dato la parola ad un altro..."*

*I - "Beh, adesso gliela facciamo sentire."*

*[...]*

*I - "Che cosa ha significato per te fare quest'esperienza di questo percorso?"*

*S25 - "Beh all'inizio ero un pò incredulo sinceramente, perché dire 'Mah, ci hanno dato i questionari cosa vogliono, vogliono sottoporci a studi...'. Però dopo man mano mi diventava sempre più interessante... Mi è dispiaciuto venerdì scorso non riuscire a venire, ma non dipendeva da me visto che mio padre..."*

*I - "Eh, c'era la neve."*

*S25 - "No, è mio padre che ha detto: 'Io non ti accompagno all'autobus perché ho paura di uscire con questo tempo', e quindi io o andavo a piedi oppure non andavo, quindi non sono andato. comunque sì, sarei venuto volentieri, quindi... Mi aveva preso abbastanza questa cosa."*

*I - "Hai dei suggerimenti da darci per poter migliorare?"*

*S25 - "Allora, il primo incontro, magari fare un incontro in più, non so come siete organizzati voi, però un incontro in più dove man mano... Si riassume in breve quello che si andrà a fare. Davvero, cioè, magari c'era la voglia di scoprire cosa andiamo a fare la prossima volta, cosa farò... Se la prima lezione ok, tutti tranquilli, noi siamo partiti subito... La lezione... E io non ho legato tutto... Magari prima andrebbe fatto un'introduzione dove esponi tutto lentamente e come potrebbe essere, come ha fatto la Professoressa l'ultimo mio incontro... Calma, pochi argomenti detti tante volte con parole diverse, ma mano uno li capisce. la cosa potrebbe esserei*

*modelli queste cose qui, poi man mano però si lo svolgimento è buono  
insomma.”*

*I - “Ok.”*



## B.5 Intervista a S26

I - “[...] Pensando al percorso fatto, puoi farci un elenco di quelli che sono stati i momenti e i contesti che per te sono stati importanti per capire o anche per cambiare il tuo punto di vista?”

S26 - “Allora, sicuramente l’esperienza in laboratorio sono state chiare ed esplicite. Comunque facendole, le cose, si capisce molto meglio che ascoltando solamente. Quindi sì, quando abbiamo fatto le due lezioni di laboratorio, anche se a una di quelle sono mancata, quella del laboratorio virtuale credo...”

I - “È, quella nella... Quella dove abbiamo fatto la scatola serra o quella dei cilindri?”

S26 - “Quella della scatola serra, quella dei cilindri c’ero. E comunque cioè, abbiamo capito... Io, almeno io, ho capito meglio la questione sul, del modello e di tutto, facendolo... Cioè vedendolo e realizzandolo. Anche con il questionario che ci avevate dato, comunque sì, cioè, era molto più chiaro l’esperimento, diciamo, che anche la parte... Cioè la lezione ascoltata.”

I - “Ok. E invece quali sono stati magari i momenti, le cose un po’ più difficili?”

S26 - “Allora, le cose più difficili. Allora la prima lezione che abbiamo fatto non era stata particolarmente complicata, sono state più complicate... E’ stata più complicata la penultima, quella che parlava del...”

I - “Della complessità.”

S26 - “Esatto, quella è stata abbastanza complicata, sì. Sì, no, il resto le altre sono... Erano abbastanza semplici. cioè non erano semplicissime, però comunque si riusciva a capire abbastanza.”

[...]

I - “Allora adesso entriamo un po’ invece nei... In quei modelli matematici legati alla lezione della complessità. Qual è stata la tua reazione rispetto a questa lezione dedicata alla complessità?”

S26 - *“Beh, devo dire che... allora, la lezione in base alla complessità è stata abbastanza tosta. cioè, io devo dire la verità, non ho capito molto di quello che è stato detto perché, cioè... Erano degli argomenti abbastanza complicati, diciamo. C’era la differenza tra la complessi... Cioè, la differenza tra complesso e complessità, tra una cosa complessa...”*

I - *“Complicato.”*

S26 - *“Eh, complesso e complicato, però si non è che è stata molto chiara. cioè è stata... A spiegarlo è stata chiara, però erano troppo difficili gli argomenti, diciamo.”*

I - *“Ecco, entriamo un pò dentro questa lezione. quest’incontro era stato pensato per mettere in evidenza il passaggio fra modelli classici e i modelli complessi, no, che sono due modelli che hanno impostazioni diverse e prospettive diverse. Queste sono immagini che sono state fatte vedere durante la lezione...”*

S26 - *“Sì, trovate nel power point.*

I - *“Esatto. Questo qui è la farfalla di Lorenz, l’attrattore di Lorenz. Ecco, cosa ti evoca, cosa ti ricorda, cosa ti fa venire in mente rivedere questa...?”*

S26 - *“Mi ricorda i dati messi nel computer... che, praticamente, la farfalla di chi? Di...”*

I - *“Lorenz.”*

S26 - *“Ok. Praticamente questo scienziato aveva raccolto dei dati e li aveva messi nel computer. Però all’inizio li aveva messi tutti in sequenza, ed era venuto fuori un grafico. Ment... Poi gli si era spento il computer e gli ha dovuti reinserire, però non li ha reinseriti tutti, li ha reinseriti da metà in poi, e il disegno che gli veniva fuori era totalmente diverso. E... Quindi... Quindi... Avevamo detto che...”*

I - *“Questa piccola varia... Lui aveva messo tre cifre significative invece che...”*

S26 - *“Esatto, invece che due.”*

I - *“Invece che sei, quindi cambiando leggermente...”*

S26 - *“Leggermente, anche cambiando un piccolo parametro alla fine si*

*possono raggiungere degli errori più grandi diciamo.”*

*I - “Sì possono raggiungere...”*

*S26 - “Sì, esatto, cioè risultati diversi.”*

*I - “Prevedere scenari diversi. E in questa slide qua ci sono invece quelle che sono le parole un po' legate alla complessità, no, vedi... Ti ricordi, questa è stata una delle ultime dove abbiamo messo tutte le parole che erano state dette legate alla complessità. Volevo sapere quali sono state per te le parole maggiormente significative ed evocative per capire questo passaggio da modelli classici a modelli complessi, e invece i dubbi che ti sono rimasti, le cose che non hai capito.”*

*S26 - “Allora... Irriducibilità è stato forse quello che ho capito un po' di più. Se almeno forse è come la penso. Gli altri...”*

*I - “Beh, dimmi un pò come la pensi?”*

*S26 - “Irriducibilità nel senso che non si può ridurre a un parametro, cioè, non si può ridurre, cioè, non si può, tipo... Come avevamo visto nel computer non si può assot... Non mi viene... Arrotondare o...”*

*I - “Quindi c'è un limite alla semplificazione?”*

*S26 - “Esatto, esatto.”*

*I - “Oltre al quale io perdo proprio il sistema.”*

*S26 - “Esatto. Invece gli altri, boh, gli altri non so...”*

*I - “Ti sono risultati più...?”*

*S26 - “Esatto, mi sono risultati più complessi, più complicati.”*

*I - “Dipende, eh... Adesso dobbiamo stare attenti a usare... Ti è rimasta impressa questa cosa, eh?”*

*S26 - “Sì, questa cosa abbastanza.”*

*I - “Ok, cosa pensi... Pensando, ecco, a questa lezione anche, cosa pensi ti sia servito per capire meglio?”*

*S26 - “Magari più esempi, oppure... Sì, più esempi, perché comunque c'erano molte parti scritte anche nella slide, e magari con qualche esempio in più si poteva capire forse meglio.”*

*I - “Quindi magari fare una lezione di laboratorio di matematica.”*

S26 - *“Esatto, esatto.”*

I - *“Potrebbe aiutare. Anche l’inter... Ho visto che l’interazione al computer quella ti ha...”*

S26 - *“Sì, abbastanza, anche perché io pensavo di fare dopo l’universi... Cioè dopo il liceo, di fare ingegneria informatica, quindi a me piace comunque lavorare al computer tutte queste cose. Quindi sì, cioè, io personalmente sono attratta da...”*

I - *“Da questo tipo di cose.”*

S26 - *“Esatto.”*

[...]

I - *“Cos’ha significato per te quest’esperienza di questo progetto, di questo percorso?”*

S26 - *“Devo dire che è stato molto interessante, anche perché ho aperto... Cioè ho chiarito dei dubbi, o delle cose che prima erano abbastanza incerti. Anche... Sì, l’effetto serra, poi abbiamo... Soprattutto sull’effetto serra e su... Cioè, che di questi argomenti di solito, cioè, non si affrontano del tutto a scuola. Sì, è stato utile perché comunque ci servono, ci serviranno anche andare avanti negli anni.”*

I - *“Ok, hai dei suggerimenti da darci per poter migliorare?”*

S26 - *“Il mio suggerimento, cioè, è quello magari di avere un po’ più lezioni di laboratorio e magari meno, cioè, parte teorica, però su cer..., Su ce... Parte teorica che poi però si sviluppa in laboratorio, cioè...”*

I - *“Va bene.”*



# Appendice C

## Tracce per le guide all'utilizzo delle simulazioni

### C.1 Modellizzazione matematica di feedback

- (a) Con l'ausilio del diagramma di flusso<sup>1</sup>, simula manualmente il comportamento della funzione  $y=ax$  avendo come input i seguenti valori:  $a=2$ ,  $x(0)=4$ ,  $i=3$ .

Inizio

$y = ax(0) = \dots$

Configurazione iniziale del sistema:  $(x(0), y) = \dots$

$k = 2$

$x = \dots$

$y = \dots$

Quindi all'iterazione  $k-1 = \dots$  si ha  $(x,y) = \dots$

$k = k+1 = \dots$

La condizione  $k \leq i+1$  è ... perché  $k = \dots$  e  $i+1 = \dots$

$x = \dots$

$y = \dots$

---

<sup>1</sup>Vedi Figura 4.1.

Quindi all'iterazione  $k-1 = \dots$  si ha  $(x,y) = \dots$

$k = k+1 = \dots$

La condizione  $k \leq i+1$  è ... perché  $k = \dots$  e  $i+1 = \dots$

$x = \dots$

$y = \dots$

Quindi all'iterazione  $k-1 = \dots$  si ha  $(x,y) = \dots$

$k = k+1 = \dots$

La condizione  $k \leq i+1$  è ... perché  $k = \dots$  e  $i+1 = \dots$

Fine

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=2$ ,  $x(0)=4$ ,  $i=3$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì
- No: riporta il primo valore della coppia  $(x,y)$  per il quale hai ottenuto risultati diversi: ...  
Ripercorrendo la simulazione precedente prova ad individuare il possibile problema: ...

(b) Con l'ausilio del diagramma di flusso<sup>2</sup> e del punto (a), simula manualmente il comportamento della funzione  $y = ax$  avendo come input i seguenti valori:  $a=3$ ,  $x(0)=5$ ,  $i=4$ .

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=3$ ,  $x(0)=5$ ,  $i=4$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì
- No: riporta il primo valore della coppia  $(x,y)$  per il quale hai ottenuto risultati diversi: ...

---

<sup>2</sup>Vedi figura 4.1.

Ripercorrendo la simulazione precedente prova ad individuare il possibile problema: ...

- (c) Osservando il diagramma di flusso<sup>3</sup>, e in base alle attività precedenti, sapresti individuare quale istruzione rappresenta il concetto di feedback? Motiva la risposta.

...

L'istruzione  $y = ax$  cosa rappresenta? Motiva la risposta.

...

L'algoritmo utilizzato prevedeva un valore iniziale di  $k$  pari a 2, dal quale conseguiva un controllo sulla condizione  $k \leq i + 1$  al fine di effettuare i iterazioni. Se avessimo considerato  $k=1$ , quale sarebbe la condizione da controllare? Motiva la risposta.

...

Se avessimo considerato  $k=5$ , quale sarebbe la condizione da controllare? Motiva la risposta.

...

Per ottenere i diversi valori  $(x,y)$  della funzione  $y = ax$ , si è utilizzato una serie di istruzioni che viene ripetuta finché la condizione di controllo non risulta più essere soddisfatta (tale struttura viene definita "ciclo"). Individua nel diagramma di flusso questa serie di istruzioni, riportando eventuali commenti.

...

---

<sup>3</sup>Vedi Figura 4.1



## C.2 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione lineare

- (a) Individua nel diagramma di flusso<sup>4</sup> la serie di istruzioni che in questo caso viene iterata. Noti una somiglianza con il ciclo analizzato nell'algoritmo dell'attività precedente? Cosa invece si differenzia da quest'ultimo?

...

- (b) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del grafico ottenuto dalla funzione  $y = ax$  inserendo come input i valori:  $a=0.73$ ,  $x(0)=0.5$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

... Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=0.73$ ,  $x(0)=0.5$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì

- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

- (c) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del grafico ottenuto dalla funzione  $y = ax$  inserendo come input i valori:  $a=-0.3$ ,  $x(0)=0.863$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=-0.3$ ,  $x(0)=0.863$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì

- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

---

<sup>4</sup>Vedi Figura 4.3

- (d) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del grafico ottenuto dalla funzione  $y = ax$  inserendo come input i valori:  $a=1.6$ ,  $x(0)=0.35$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=1.6$ ,  $x(0)=0.35$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì
- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

- (e) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del grafico ottenuto dalla funzione  $y = ax$  inserendo come input i valori:  $a=-1.25$ ,  $x(0)=0.5184$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=-1.25$ ,  $x(0)=0.5184$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì
- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

- (f) Dalle simulazioni effettuate si può osservare come il comportamento della funzione  $y = ax$  dipenda dal parametro ... . A seconda del suo valore, è possibile determinare quale sarà il comportamento della funzione. In particolare:

- se... allora: ...
- se... allora: ...
- se... allora: ...
- se... allora: ...

### C.3 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione non lineare, la parabola logistica

- (a) Individua nel diagramma di flusso<sup>5</sup> la serie di istruzioni che in questo caso viene iterata. Cosa osservi tra questo ciclo di istruzioni ed il ciclo di istruzioni iterate nell'algoritmo precedente? Quale istruzione rappresenta il concetto di feedback? Motiva la risposta.

...

- (b) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del comportamento della funzione  $y = ax(1-x)$  inserendo come input i valori:  $a=0.6$ ,  $x(0)=0.613$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=0.6$ ,  $x(0)=0.613$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì
- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

- (c) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del comportamento della funzione  $y = ax(1-x)$  inserendo come input i valori:  $a=1.4$ ,  $x(0)=0.8571$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=1.4$ ,  $x(0)=0.8571$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì
- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

---

<sup>5</sup>Vedi Figura 4.8

- (d) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del comportamento della funzione  $y = ax(1-x)$  inserendo come input i valori:  $a=3.26$ ,  $x(0)=0.47$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=3.26$ ,  $x(0)=0.47$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì

- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

- (e) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del comportamento della funzione  $y = ax(1-x)$  inserendo come input i valori:  $a=3.9$ ,  $x(0)=0.9654$ ,  $i=30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=3.9$ ,  $x(0)=0.9654$ ,  $i=30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì

- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

- (f) Dalle simulazioni effettuate si può osservare come il comportamento della funzione  $y = ax$  dipenda dal parametro ... . A seconda del suo valore, è possibile determinare quale sarà il comportamento della funzione? Motiva la risposta.

...

## C.4 Dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali della parabola logistica

- (a) Individua nel diagramma di flusso<sup>6</sup> la serie di istruzioni che in questo caso viene iterata. Cosa osservi tra questo ciclo di istruzioni ed i cicli di istruzioni iterate negli algoritmi precedenti? Quale/i istruzione/i rappresenta/rappresentano il concetto di feedback? Motiva le risposte.

...

- (b) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del comportamento della funzione  $y = ax(1-x)$  inserendo come input i valori:  $a=3.21$ ,  $x_1(0)=0.5$ ,  $x_2(0)=0.506$ ,  $x_3(0)=0.5605$ ,  $i = 30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=3.21$ ,  $x_1(0)=0.5$ ,  $x_2(0)=0.506$ ,  $x_3(0)=0.5605$ ,  $i = 30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì

- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

- (c) Considerando quanto osservato dalle slide, prova a dare una previsione del comportamento della funzione  $y = ax(1-x)$  inserendo come input i valori:  $a=3.9$ ,  $x_1(0)=0.5$ ,  $x_2(0)=0.506$ ,  $x_3(0)=0.5605$ ,  $i = 30$ . Motiva la risposta.

...

Simula ora a computer il comportamento della funzione  $y = ax$ , inserendo come input i valori:  $a=3.9$ ,  $x_1(0)=0.5$ ,  $x_2(0)=0.506$ ,  $x_3(0)=0.5605$ ,  $i = 30$ . Hai ottenuto gli stessi risultati?

- Sì

---

<sup>6</sup>Vedi Figura 4.14

- No: in base alle motivazioni date in precedenza prova ad individuare il possibile problema: ...

(d) Dalla simulazione precedente è possibile osservare tre diverse evoluzioni della parabola logistica: nelle prime iterazioni i rispettivi grafici assumono un andamento simile, ma da una certa iterazione in poi si differenziano. Come si può giustificare questo comportamento? Motiva la risposta.

...

## C.5 Il modello di segregazione di Schelling.

- (a) Imposta il parametro  $number=2000$  ed il parametro  $\%similar-wanted=15\%$ .  
Prima di avviare la simulazione, pensi che in questo caso si otterrà una configurazione caratterizzata da ghetti? Motiva la risposta.  
...
- (b) Imposta il parametro  $number=3000$  ed il parametro  $\%similar-wanted=50\%$ .  
Prima di avviare la simulazione, pensi che in questo caso si otterrà una configurazione caratterizzata da ghetti? Motiva la risposta.  
...
- (c) Imposta il parametro  $number=2000$  ed il parametro  $\%similar-wanted=85\%$ .  
Prima di avviare la simulazione, pensi che in questo caso si otterrà una configurazione caratterizzata da ghetti? Motiva la risposta.  
...
- (d) Imposta il parametro  $number=2000$  ed il parametro  $\%similar-wanted=15\%$ .  
Prima di avviare la simulazione, pensi che in questo caso si otterrà una configurazione caratterizzata da ghetti? Motiva la risposta.  
...
- (e) Dalle simulazioni dei punti precedenti è possibile, in determinate condizioni, osservare un comportamento caotico del sistema società. Rifletti sul ruolo che possono avere i singoli cittadini riguardo ai cambiamenti climatici.

# Appendice D

## Codici MATLAB delle simulazioni

### D.1 Modellizzazione matematica di feedback

```
% Implementazione algoritmo per comprendere il significato
% formale-matematico di iterazione

% Inserimento input
a=input('Inserire il parametro di controllo: a = ');
x0=input('Inserire la condizione iniziale: x(0) = ');
i=input('Inserire il numero di iterazioni: i = ');

% Calcolo stato iniziale del sistema
x=x0;
y=a*x;

% Visualizzazione stato iniziale del sistema
fprintf('\nStato iniziale del sistema: x = %d, y = %d \n' ,
        x, y)

% Iterazione della funzione y=ax
```



```
for k=2:1:(i+1)
    x=y;
    y=a*x;
    fprintf('Iterazione %i : x = %d, y = %d \n' , k-1,
           x, y)
end
```

## D.2 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione lineare

```
% Implementazione del metodo grafico di iterazione della
% funzione lineare y=ax

% Inserimento input
a=input('Inserire il parametro di controllo: a = ');
x0=input('Inserire la condizione iniziale: x(0) = ');
i=input('Inserire il numero di iterazioni: i = ');

% Calcolo della funzione lineare y=ax
x=[-1:0.01:1];
for k=1:length(x)
    y(k)=a*x(k);
end

% Rappresentazione grafica della funzione lineare y = ax
plot(x,y,'red')
title(strcat('Metodo di iterazione grafica della legge
    lineare y = ax: a=', num2str(a), ', x(0)=', num2str(x0
    ), ', iterazioni=', num2str(i)));
xlabel([' x '])
ylabel([' y = ax '])
hold on

% Creazione grafica degli assi e della bisettrice y=x
plot([-1 1], [0 0], 'black')
plot([0 0], [-1 1], 'black')
plot([-1 1],[-1 1], 'black')
hold on

% Calcolo stato iniziale del sistema
```

```
x=x0;
y=a*x;

% Rappresentazione grafica dell'iterazione 1:
% segmento da (x(0),0) a (x(0),y)
plot([x x],[0 y],'blue')
hold on
pause(0.2);

% Iterazione della funzione y=ax
for k=2:1:(i+1)

    % Rappresentazione grafica dell'iterazione k-1:
    % segmento da (x,y) a (y,y)
    plot([x y],[y y],'blue')
    hold on
    pause(0.2);

    x=y;
    y=a*x;

    % Rappresentazione grafica dell'iterazione k-1:
    % segmento da (x,x) a (x,y)
    plot([x x],[x y],'blue')
    hold on
    pause(0.2);

end
```

### D.3 Dinamica delle popolazioni: legge di evoluzione non lineare, la parabola logistica

```
% Implementazione del metodo grafico di iterazione della
% parabola logistica  $y=ax(1-x)$ 

% Inserimento input
a=input('Inserire il parametro di controllo: a = ');
x0=input('Inserire la condizione iniziale: x(0) = ');
i=input('Inserire il numero di iterazioni: i = ');

% Calcolo della parabola logistica  $y=ax(1-x)$ 
x=[0:0.01:1];
for k=1:1:length(x)
    y(k)=a*x(k)*(1-x(k));
end

% Rappresentazione grafica della parabola logistica
%  $y=ax(1-x)$ 
plot(x,y,'red');
xlabel([' x ']);
ylabel('y = ax(1-x)');
title(strcat('Metodo di iterazione grafica della mappa
    logistica: a = ', num2str(a), ', condizione iniziale =
    ', num2str(x0), ', iterazioni = ', num2str(i)));
hold on;

% Creazione grafica della bisettrice  $y=x$ 
plot([0 1],[0 1],'black');
hold on;

% Calcolo stato iniziale del sistema
x=x0;
```

```
y=a*x*(1-x);

% Rappresentazione grafica dell'iterazione 1:
% segmento da (x(0),0) a (x(0),y)
plot([x x],[0 y], 'blue') ;
hold on;
pause(0.2);

% Iterazione della funzione y=ax(1-x)
x=x0;
for k=2:1:(i+1)

    % Rappresentazione grafica dell'iterazione k-1:
    % segmento da (x,y) a (y,y)
    plot([x y],[y y], 'blue');
    hold on
        pause(0.2);

    x=y;
    y=a*x*(1-x);

    % Rappresentazione grafica dell'iterazione 1:
    % segmento da (x,x) a (x,y)
    plot([x x],[x y], 'blue');
    hold on;
    pause(0.2);

end
```

## D.4 Dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali della parabola logistica

```
% Implementazione algoritmo per confronto evoluzione
% parabola logistica fra diverse condizioni iniziali

% Inserimento input
a=input('Inserire parametro di controllo: a = ');
x1=input('Inserire la prima condizione iniziale: x1(0) = ');
    ;
x2=input('Inserire la seconda condizione iniziale: x2(0) = ');
    ;
x3=input('Inserire la terza condizione iniziale: x3(0) = ');
    ;
i=input('Inserire il numero di iterazioni: i = ');

% Calcolo stato iniziale delle tre parabole logistiche
it(1)=0;
y1(1)=a*x1*(1-x1);
y2(1)=a*x2*(1-x2);
y3(1)=a*x3*(1-x3);

% Rappresentazione grafica dello stato iniziale delle tre
% parabole logistiche
plot(it ,y1,it ,y2,it ,y3);
axis([0 i 0 1]);
title(strcat('Mappa logistica: a = ',num2str(a), ', ',
    'iterazioni = ', num2str(i)));
xlabel('Stato iniziale del sistema');
ylabel('y = ax(1-x)');
legend(strcat('x1(0) = ',num2str(x1)),strcat('x2(0) = ',
    num2str(x2)), strcat('x3(0) = ',num2str(x3)),-1);
pause(0.2);
```

```
% Iterazione delle tre parabole logistiche
for k=2:1:(i+1)

    % Calcolo dello stato (k-1)-esimo delle tre parabole
    % logistiche
    it(k)=it(k-1)+1;
    y1(k)=a*y1(k-1)*(1-y1(k-1));
    y2(k)=a*y2(k-1)*(1-y2(k-1));
    y3(k)=a*y3(k-1)*(1-y3(k-1));

    % Rappresentazione grafica delle tre parabole
    % logistiche
    plot(it ,y1 ,it ,y2 ,it ,y3);
    axis([0 i 0 1]);
    title(strcat('Mappa logistica: a = ',num2str(a), ',
                iterazioni = ', num2str(i)));
    xlabel(['iterazione =', num2str(k-1)]);
    ylabel('y = a*x-a*x^2');
    legend(strcat('x1(0) = ',num2str(x1)),strcat('x2(0)
                = ',num2str(x2)), strcat('x3(0)= ',num2str(
                x3)),-1);
    pause(0.2);
end
```

# Ringraziamenti

In primo luogo vorrei ringraziare il Professore Libero Verardi, la Professoressa Barbara Pecori, la Professoressa Olivia Levrini e la PhD Giulia Tasquier per la grande disponibilità e cortesia dimostratemi, e per tutto l'aiuto fornito durante la realizzazione della seguente tesi. Aver avuto l'occasione di poter partecipare ad un progetto così ampio e nel quale proporre un piccolo contributo futuro ha rappresentato per me il primo importante risultato dopo anni di studio.

Un sentito ringraziamento ai miei genitori, Patrizia e Ivan, che, con il loro incrollabile sostegno morale ed economico, mi hanno permesso di raggiungere il seguente traguardo, nonostante le “cadute” di questo ultimo periodo. Un ringraziamento anche a mia sorella Ambra che mi ha sempre sostenuta e incoraggiata: non credo esista sorella migliore di te. Nei ringraziamenti della mia prima tesi ti auguravo buona fortuna per il nuovo capitolo della tua vita, ma per una serie di motivazioni abbiamo ancora un po' di tempo da condividere insieme, quindi te lo (ri)augurerò al momento opportuno. Sono certa però che questo tuo progetto verrà realizzato nel migliore dei modi.

In questi ultimi mesi mi sono resa conto di aver la fortuna di essere circondata da bellissime persone. Stare qui ad elencarle tutte, ringraziandole una ad una, non avrebbe senso: credo che ognuna di esse capisca che mi sto riferendo a lei. Una tisana calda per riscaldarsi nelle fredde giornate, una risata in palestra, una canzone alla radio che evoca un ricordo, una serata passata a ballare, un



sorriso davanti ad alcune foto, una parola di conforto seduti in macchina, una partita a carte seduti al bar, un “martedì sera” in centro, una pasta integrale ai frutti di bosco per iniziare bene la giornata, una battuta fatta al lavoro della quale poterne ridere insieme. Sono tutte piccole cose, ma ognuna di queste è stata per me importante per arrivare fin qui, a scrivere queste parole. Ed è per questo vi devo ringraziare.

Un pensiero va anche a tutti i pelosetti che ho conosciuto presso il Canile Comunale di Cesena, dove svolgo volontariato: chi ha avuto la fortuna di trovare casa ed essere felice, chi una famiglia non l’ha mai trovata, passando l’intera vita dentro un box, e chi aspetta ancora la sua occasione. Siete sempre stati dei buon ascoltatori, in cambio chiedete soltanto qualche coccola. Qui ho avuto la fortuna di incontrare la Lilli e Bobo, che sono sempre stati due pilastri delle mie giornate, fisicamente e non, e che ogni giorno mi continuano a regalare un motivo per sorridere. Ed ora si è aggiunta anche la Lisa: sono certa che sarà un’ottima sorella per Bobo.

Le ultime parole le vorrei dedicare a me stessa, pensando a tutti i sacrifici e a tutte le rinunce fatte per arrivare a questa pagina, a tutte le giornate passate con un obiettivo in testa, alla costanza e alla determinazione che sono sempre riuscita a dimostrare. Sembrava così lontano questo giorno, ed invece eccoci qua. Ce l’hai fatta: brava Sara!