Alma Mater Studiorum · Università di Bologna

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
Corso di Laurea in Matematica

MATEBOLOGNA: UNO STUDIO DI CASO IN DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Tesi di Laurea in Didattica della Matematica

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Giorgio Bolondi

Presentata da:
Emanuela Ciotti

3^a Sessione
Anno Accademico 2011/2012

Un linguaggio diverso è una diversa visione della vita.

Gustave Flaubert

A Mario Speranza,
molto più che un professore,
un esempio, una guida...

Introduzione

In un mondo che vede evolversi una percezione della scienza sempre più negativa risulta essere importante la costruzione e l'evoluzione di uno studio approfondito di quelli che sono i processi di comunicazione della scienza stessa ed in particolar modo quelli della matematica. In questo va fatta anzitutto un'analisi sulle ragioni e sullo sviluppo della matematica nell'ambito della comunicazione scientifica. Essa si articola attraverso una forte cooperazione tra emittente e ricevente; si parte quindi dal presupposto di chi trasmette la conoscenza matematica e chi ne deve fare uso a fini didattici, stabilendo un linguaggio comune, agile per entrambe le parti e coinvolgente, costruendo in questa maniera una vera e propria 'enciclopedia matematica'. Questo specifico processo costituisce uno snodo fondamentale nel prcesso dell'insegnamento-apprendimento della matematica; costruisce un ponte tra emittente e ricevente e coordina quindi il processo di divulgazione/acquisizione della conoscenza matematica.
La divulgazione è particolarmente compromessa da quelli che sono i problemi della comunicazione in ambito scientifico: la formalizzazione, l'uso improprio del linguaggio che si traduce nella difficoltà della 'traduzione delle idee', i contenuti stessi. Altro problema è la capacità di coinvolgere e mantenere l'intresse da parte del pubblico. In questo si inserisce l'esigenza di analizzare e proporre un elemento capace di suscitare un'emozione che faccia leva sul pubblico. Un elemento che renda quindi l'argomento trattato più agile ed appetibile, facilitandone sia la comprensione che la memorizzazione stessa.
Nella prima parte di questa tesi, analizzo in dettaglio la comunicazione scientifica, e - in particolare - quella matematica, analizzandone problemi, vantaggi, svantaggi e le strategie comunicative da seguire perché risulti effettivamente una buona comunicazione.
I processi che regolano la conoscenza di tutto ciò che riguarda il mondo della scienza si

presentano talvolta complessi ed evidenziano spesso una certa carenza quando si affronta nello specifico il tema della matematica. In generale si può affermare che in molti paesi in particolar modo l'Italia il processo cognitivo che regola l'insegnamento della matematica non è sufficiente per rendere tale materia appetibile e facilmente comprensibile.
Il perché di tale difficoltà si può riscontrare valutando diversi aspetti: anzitutto vale la pena porre l'accento sul cambiamento del rapporto tra scienza e società. Se si pensa solo a cento anni fa la figura dello 'scienziato' era quella di uno specialista attraverso le cui ricerche era possibile apportare delle migliorie che significassero progresso e avanzamento; la figura stessa dello 'scienziato' occupava il podio della stima da parte di tutti i settori. I progressi della sua ricerca erano attesi ed accolti dall'intera società al fine di avanzare dal punto di vista produttivo. Negli ultimi decenni però questo ruolo è andato modificandosi in concomitanza con il cambiamento di tutte le figure professionali. Le risorse e lo spazio dedicato alla ricerca scientifica sono diminuite ed in conseguenza la conoscenza dei processi che ne regolano l'apprendimento. Una conseguenza a mio avviso estremamente grave di questo è sicuramente l'attenzione alla didattica. Alcuni testi soprttutto quelli scolastici - che affrontano temi legati alla scienza e nello specifico alla matematica si presentano complessi, eccessivamente schematici e poco coinvolgenti. L'attenzione è tutta concentrata sui processi matematici e sull'esigenza di trasmettere la conoscenza delle formule mentre si interroga poco sul come cercare di 'alleggerire' una materia che di per sé sarebbe in realtà in grado di coinvolgere la mente.
Il punto su cui voglio mettere l'accento è proprio quello che riguarda l'organizzazione e la divulgazione di un modello didattico di insegnamento della matematica.
La seconda parte di questa tesi si concentra, quindi, su un modello didattico e divulgativo creato appositamente in questo contesto.
A tal fine ho valutato il patrimonio artistico di cui Bologna risulta particolarmente ricca; dentro questa dinamica la possibilità di coniugare l'arte come strumento di approccio alla conoscenza matematica oltre a quella artistica mi è sembrato particolarmente stimolante. Ho preso in ipotesi la capacità dell'arte di divenire veicolo di comunicazione della divulgazione matematica, sfruttando il patrimonio artistico di cui Bologna certamente può vantare un certo pregio. Il progetto MateBologna si inserisce in questa idea. Attraverso di esso, la collaborazione del Professor Giorgio Bolondi e l'appoggio della **Fondazione**

Marino Golinelli (A) e la coordinatrice Giorgia Bellentani, è stato presentato un esperimento didattico/divulgativo in occasione dell''Arte e Scienza', tenutasi nei giorni 27 gennaio e 3 febbraio 2013.
Il progetto MateBologna è stato strutturato su due differenti livelli che partivano dal presupposto dell'età: uno strettamente dedicato ai ragazzi tra gli 8 ed i 13 anni denominato MateBologna Junior, con una particolare attenzione al linguaggio e alla capacità di attenzone dei più piccoli; l'altro rivolto ad un pubblico adulto, quello del turismo scientifico. L'obiettivo di tale progetto è di avvicinare gli studenti e, più in generale, il grande pubblico, alla matematica, rendendola visibile, reale, interattiva, alla portata di tutti.

Indice

Elenco delle figure

Elenco delle tabelle

Capitolo 1

Comunicare la Scienza

Nella nostra società la visione della scienza sta diventando sempre più negativa e ostica e la ricerca, di conseguenza, si sta contraendo in maniera pericolosa.
Uno degli aspetti maggiormente trascurati dalle misure adottate per ovviare al sottosviluppo culturale legato alla comunicazione scientifica è legato alla valorizzazione del lavoro del ricercatore. La comunicazione scientifica segue rigide regole, molto diverse da quelle della comunicazione rivolta al grande pubblico. Il fatto è che oggi non ci si può più permettere di ignorare quello che pensa la scienza fuori dal mondo del laboratorio. Bisogna dunque introdurre il pubblico alla complessità dei processi di comunicazione della scienza.
Gli scienziati vivono circondati da due grandi pregiudizi: l'idea che chi comunichi col grande pubblico si sottragga all'attività di ricerca, e quella che il ricercatore non riesca mai a farsi comprendere appieno.
In realtà, molti ricercatori si sono sempre dedicati alla divulgazione del proprio lavoro, basti pensare a Galileo e ai suoi scritti in volgare. Chiaramente, col tempo, la disponibilità degli scienziati è cambiata. Solo alla fine del Novecento c'è stato un ritorno alla divulgazione da parte del mondo della ricerca.
Oggi sono le stesse istituzioni scientifiche che invitano i propri membri a descrivere il loro lavoro: la divulgazione sta prendendo piede, diventando quindi quasi un 'dovere'. Risulta dunque necessario per chi opera in campo scientifico avere una formazione di base in comunicazione.

La comunicazione della scienza *'viene considerata ormai una funzione strategica'*[1]: permette di guadagnare consensi, di far conoscere il proprio lavoro, di procurarsi risorse ed espandersi. Inoltre, comunicare il proprio lavoro fa sì che vengano informati delle proprie attività anche gli altri ricercatori, superando così le barriere che dividono ambiti disciplinari diversi.
Un ulteriore vantaggio della divulgazione sta nell'insegnamento. Gli studenti infatti non scelgono di voler conoscere una cosa piuttosto che un'altra: la capacità di interessarli, di mantenerne viva l'attenzione e di fargli risparmiare energie cognitive diventano quindi elementi preziosi in una lezione, rendendo così meno ostica e faticosa la comprensione della disciplina.
La divulgazione scientifica ha quindi oggi grande rilievo, dovuto in parte al paradosso in cui vive la comunitaà scientifica: la scienza è sì cultura egemone, ma è allo stesso tempo tra le meno diffuse e condivise.
Le indagini internazionali denunciano denunciano una situazione problematica: dalla conferenza di Lisbona del 2000 sono emersi dati preoccupanti circa la scarsa preparazione nelle materie scientifiche raggiunta dagli studenti che si apprestano a terminare gli studi secondari; la questione riveste naturalmente una grande importanza per la ricerche di settore, ed è argomento di studio e dibattito presso gli enti dedicati, come l'OCSE di Pisa o l'INVALSI.

La nuova necessità di comunicare al pubblico misura il successo della scienza. [1]

Comunicare con la società oggi è quindi una necessità.
Gli obiettivi da raggiungere sono:

- Ottenere *visibilità*;
- Ottenere *consenso* sociale;
- Stabilire con la società un rapporto basato sulla *fiducia*.

[1] Annamaria Testa

1.1 I rapporti tra scienza e società

Nei primi anni del XX secolo la scienza era una delle discipline di maggior prestigio. A partire dalla fine degli anni Settanta però, il termine 'scientifico' ha cominciato ad assumere un carattere negativo.
Per poter superare una tale concezione, nel 2000, il *Science Museum* ha condotto un'indagine in cui si cercava di analizzare e capire il rapporto fra scienza e società.
La società ha chiaramente bisogno della scienza per la crescita del suo benessere sociale ed economico, e la scienza vive necessariamente delle risorse che la società le mette a disposizione.
Il mondo scientifico ha reagito a questa crisi addossando le colpe alla scarsa preparazione scientifica della società. Tutte le iniziative volte a migliorare lo stato dei rapporti tra i due mondi si sono quindi indirizzate lungo questa direzione. Basti pensare al *public understanding of science*, secondo cui all'origine della controversia sta la scarsa alfabetizzazione scientifica della popolazione.
In realtà non c'è un'effettiva correlazione tra il livello di preparazione scientifica e l'atteggiamento collettivo nei confronti della scienza. È qui che entra in gioco quindi la comunicazione, in cui quello che conta non è solo il contenuto, ma hanno un peso piuttosto rilevante anche le considerazioni di natura psicologica ed emotiva.
I principali sentimenti che si riscontrano nei confronti della scienza sono fascino, diffidenza e paura. Per ovviare a questo problema, bisogna migliorare la comunicazione tra i due mondi. Per poter fare questo, servono chiari programmi di consultazione pubblica, siti web che spieghino in modo comprensibile e approfondito i risultati scientifici, ma anche mostre, laboratori, servizi utili sì ad un pubblico adulto, ma anche rivolti ai bambini delle diverse fasce d'età.
La comunicazione scientifica diventa in tal modo un processo in cui i diversi soggetti producono conoscenze.
In un tale processo, bisogna tener conto di quello che è il modello del proprio interlocutore: ciò che viene comunicato interagisce direttamente con le esperienze personali e le convinzioni di chi sta ascoltando.
La nostra mente parte da informazioni frammentarie e prive di schemi interpretativi, che ci aiutano a ricostruire una rappresentazione del mondo. L'acquisizione di un modello

scientifico avviene quindi come un processo attivo guidato dal senso comune. Per questo, lo scienziato deve tener conto che esistono rappresentazioni sociali basate su elementi e logiche diversi da quelli scientifici, in modo da riuscire a creare uno schema interpretativo che aiuti il cittadino a conoscere e capire ciò che si vuole realmente comunicare.
La comunicazione della scienza serve quindi a costruire un ponte tra le rappresentazioni mentali che l'individuo possiede e quello che deve essere acquisito, aggiornando continuamente le rappresentazioni sociali in corso.

1.2 Come comunicare al grande pubblico

Riuscire a comunicare con la società non è sicuramente una facile impresa: è estremamente diverso dal comunicare all'interno del proprio ambito professionale; richiede quindi uno studio dettagliato di regole di comunicazione, riguardanti linguaggio, sintassi, semantica e contesto.
Il problema di fondo della comunicazione col grande pubblico sta nel fatto che la scienza risulta 'difficile' e 'ostica', poiché si occupa di fenomeni lontani dall'esperienza quotidiana, risultando quindi un modo di conoscere profondamente innaturale. Nel processo di comunicazione, quindi, è fondamentale ricontestualizzare i concetti, dargli un senso, un significato riconducibile alle proprie esperienze, e soprattutto accompagnare il pubblico nella comprensione delle trappole e delle difficoltà proprie della scienza.
Per spiegare e aiutare l'interlocutore in questo processo, lo scienziato deve quindi prima individuare e capire le difficoltà a cui può andare incontro chi lo sta ascoltando, non dando nulla per scontato, e calibrare con molta attenzione livello, tempi e modo della spiegazione.
Nel processo di comunicazione scientifica, bisogna tener conto di alcuni fattori importanti, quali il linguaggio, la mappa, il significato di ciò di cui si parla, la natura innaturale della scienza e le difficoltà dell'interlocutore.
Innanzitutto, per riuscire a comunicare, il ricercatore deve saper conquistare l'**attenzione** del pubblico. Per ottenerla, dovrà cominciare trattando temi di interesse pubblico o che tocchino dei bisogni umani fondamentali. Il punto sta quindi nel partire da interessi già

presenti nella società, per poi proseguire il discorso ed entrare in merito a ciò di cui si vuole realmente parlare.
Un altro aspetto importante è quello delle **emozioni**. In un ambiente scientifico, la comunicazione è incentrata solo su fatti e risultati. Col grande pubblico, però, non è sufficiente la bontà dell'argomentazione, ma è necessario colpire emotivamente l'ascoltatore rendendo ciò di cui si sta parlando più interessante e stimolante. Comunicare la scienza diventa quindi un'attività anche persuasiva, in cui si cerca di trovare la giusta emozione su cui fare leva, stimolando la curiosità intellettuale, e lasciando trasparire la propria passione, in modo da influenzare la componente emozionale di chi ci sta ascoltando.
Una cosa importantissima è poi la struttura della narrazione. La mente umana è impostata per costruire narrazioni, dando vita ad immagini mentali che rappresentano dei preziosi riferimenti cognitivi. Comunicare la scienza al pubblico quindi vuol dire *saperla trasformare in una storia*. Il narratore deve perciò tenere conto non solo dei contenuti, ma anche della loro funzionalità e del contesto in cui sono inseriti. In un tale processo, uno dei principali obiettivi è il coinvolgimento del pubblico. Il discorso quindi non deve essere impersonale, ma deve scorrere quasi come fosse un testo 'parlato', tenendo conto del percorso immaginario e dei ritmi mentali di chi ascolta.
Per quanto riguarda il linguaggio, bisogna tener conto del fatto che, se la scienza ha dei suoi propri linguaggi specifici (matematica, terminologie specialistiche), la comunicazione richiede invece l'uso di un linguaggio condiviso. È compito del ricercatore quindi evitare termini tecnici o, quando non ne può fare a meno, spiegarne in modo chiaro ed esaustivo il significato.

Lo scienziato deve dunque adottare una valida **strategia di comunicazione**, stando attendo a non incappare in alcuni degli errori più frequenti. Tra questi:

- NON RIUSCIRE A FARSI SENTIRE: se non si riesce ad accedere ad un canale di comunicazione, o se ci si rivolge ad un pubblico sbagliato;
- NON RIUSCIRE A FARSI COMPRENDERE;
- ERRORI DI CONTENUTO;

- MANCARE L'OBIETTIVO: la scelta dell'argomento di cui deve essere funzionale all'obiettivo.

Le fasi del processo di comunicazione devono tener conto di cinque elementi essenziali: l'obiettivo, il pubblico, i vincoli, le opportunità e il messaggio.
Tenendo conto degli obiettivi da raggiungere, è necessario decidere a quali categorie di pubblico ci si vuole rivolgere, poiché ognuna di esse richiede uno specifico linguaggio. È importante quindi saper diversificare gli interventi e chiarire bene quale cambiamento si vuole ottenere dal proprio pubblico. A tal fine basta concentrarsi su un singolo fatto, spiegare un concetto, o addirittura il senso stesso della ricerca. La spiegazione scientifica diventa quindi funzionale all'obiettivo che si vuole perseguire, tenendo sempre conto degli interessi e delle aspettative di chi sta ascoltando. In questo processo, lo scienziato deve mantenere un atteggiamento disponibile ed aperto al dialogo, cercando di assumere il punto di vista del suo pubblico.
Nel valutare gli argomenti obiettivamente, dai diversi punti di vista, è importante tenere conto delle limitazioni, dei vincoli che presenta, ma anche delle potenzialità da sfruttare. Lo scienziato deve quindi far leva sul fascino e la sorpresa, toccando temi popolari, o che influiscano direttamente sulla nostra vita. È noto infatti che l'interesse per un determinato argomento aumenta quanti più sono i punti di contatto che ha con la nostra realtà. Restano quindi esclusi dalla divulgazione quei temi che risultano incomprensibili, o comunque lontani dalle nostre rappresentazioni mentali, come accade per gran parte della matematica.
Una volta chiariti l'obiettivo, il pubblico, i vincoli e le opportunità dell'argomento che si vuole divulgare, non resta che chiarire quale sia il messaggio, e quindi farlo passare. Perché sia efficace, un messaggio deve necessariamente tenere conto degli obiettivi da perseguire, dei bisogni e delle aspettative del pubblico a cui si rivolge, e deve essere breve, chiaro conciso.

1.3 Comunicare la Matematica

Nella comunicazione della matematica una delle pratiche maggiormente diffuse è la *formalizzazione*[2].
La necessità della divulgazione della matematica nasce dal fatto che nella nostra società sta venendo sempre più a mancare un'adeguata preparazione alla formazione del pensiero scientifico, ma allo stesso tempo il ruolo della matematica ha sempre maggiore influenza sullo sviluppo scientifico e tecnologico. Anche i settori un tempo più restii ai metodi matematici hanno subito un processo di matematizzazione, aprendosi al linguaggio e alla formalizzazione matematica. La matematica si sta affermando come elemento essenziale per lo sviluppo scientifico e tecnologico.
In questo contesto giocano un ruolo fondamentale le modalità con le quali la matematica viene presentata dalla comunità scientifica. È di fondamentale importanza che questa disciplina non venga *'cristallizzata come un insieme di regole astruse da imparare a memoria'*[1].
La comunicazione, per essere efficace, deve soddisfare quattro criteri:

- criterio di qualità;
- criterio di quantità;
- criterio di relazione;
- criterio di modalità.

[2]La nozione di sistema formale, in matematica, viene utilizzata per dare definizioni rigorose dei concetti. Un sistema formale è costituito da:

- un alfabeto, ovvero un insieme di simboli;
- una grammatica, che definisce quali di questi simboli rappresentano formule correttamente formate;
- gli assiomi del sistema formale;
- determinate regole di interferenza.

[3]

Chi vuole comunicare il messaggio deve prestare attenzione a dare informazioni affidabili, vere e dirette, ma che allo stesso tempo siano adeguate alla situazione e agli obiettivi che si vogliono raggiungere. In questo processo, ha un ruolo di estrema importanza il modo in cui il messaggio viene trasmesso, in primis il linguaggio che si sceglie di utilizzare, a seconda del destinatario a cui ci si rivolge e degli scopi comunicativi desiderati.
Il fulcro della divulgazione scientifica sta quindi nel 'patto comunicativo' che si instaura tacitamente tra emittente e destinatario del messaggio.
La matematica è una disciplina rigorosa. D'altra parte, il rigore matematico, e in particolare il suo linguaggio, rendono piuttosto difficile e ostica la comunicazione. È necessario distinguere, perciò, il rigore matematico dal rigore nel comunicare la matematica.
L'attività di divulgazione ha lo scopo di convincere l'interlocutore, di fare in modo che i temi affrontati e i risultati a cui si arriva gli risultino plausibili. Questi processi mentali richiedono un loro genere di rigore, che è ovviamente differente da quello matematico. D'altra parte dobbiamo anche considerare quella che è la pubblica percezione del rigore: il non matematico percepisce come rigoroso un qualcosa scritto in forma incomprensibile, ricco di simboli e difficile da capire. Purtroppo, il processo mentale che porta ad associare il rigore solo all'uso del linguaggio specifico è molto diffuso, e si ritrova spesso anche nelle aule scolastiche.
Certamente è un fatto molto importante che gli studenti sappiano usare in modo corretto il linguaggio scientifico, ma bisogna stare molto attenti a non farlo diventare un 'vuoto a perdere': la padronanza dei contenuti e dei concetti matematici deve avere sempre un ruolo prevalente.
Il linguaggio matematico è quindi uno strumento prezioso, se controllato e dominato. Diversamente, può diventare un ostacolo. In contesti di attività dirette con il pubblico, ci si trova a parlare simultaneamente a persone diverse e con distinte conoscenze in ambito scientifico, il che rende molto rischioso l'utilizzo del linguaggio specifico. In situazioni del genere, è necessario tenere presente che per riuscire a comunicare bisogna far recepire il messaggio.
Non è semplice abbandonare il formalismo matematico, dal momento che non si vuole rinunciare al ragionamento rigoroso. L'uso del linguaggio comune può creare ambiguità nel

discorso, ma allo stesso tempo arricchire il messaggio, permettendo al ‘non matematico’ di addentrarsi in ambiti altrimenti inaccessibili, attraverso le associazioni di idee. Tali associazioni permettono di costruirsi immagini mentali e, quindi, facilitano l’acquisizione di concetti astratti. Chi sta comunicando deve perciò prestare molta attenzione alle reazioni del pubblico ai diversi aspetti della comunicazione formale, per poter giudicare se effettivamente il concetto viene recepito in maniera corretta.
Altro strumento estremamente utile è il linguaggio non verbale: immagini, animazioni virtuali, brochure, siti web, app. Proprio in virtù della sua forte valenza comunicativa, è necessario anzitutto sviluppare un progetto ben articolato: scegliere bene le immagini, il modo in cui vengono utilizzate, adottare le dovute precauzioni per non creare situazioni equivoche. Chiaramente la scelta dell’uso del tipo di linguaggio e del canale di comunicazione dipendono dal contesto in cui ci si trova.
Prendiamo in considerazione, ad esempio, il processo di insegnamento-apprendimento. L’insegnante deve prendere in considerazione le rappresentazioni mentali degli studenti e padroneggiare la disciplina che intende trasmettere. D’altra parte, il compito più arduo spetta allo studente, che deve intraprendere un processo di decodificazione del messaggio, passando attraverso le fasi di costituzione del proprio dizionario e della propria enciclopedia. Il corretto iter di apprendimento deve passare attraverso la decostituzione delle misconcezioni originarie dello studente per poter giungere alla costruzione della conoscenza. [3]
Nel processo di ‘comunicazione della matematica’ bisogna analizzare il complesso rapporto tra l’esposizione della matematica come disciplina da apprendere, il suo apprendimento consapevole, la necessità di comunicarla e la lingua comune.
La complessità dell’acquisizione del discorso scientifico deriva dall’uso del linguaggio che viene richiesto, spesso in contrasto con quello che lo studente usa fuori dal contesto scolastico. Nel processo di apprendimento, lo studente deve entrare in contatto con termini nuovi e costrutti linguistici speciali.

[3] *L’analyse des problèmes de l’apprentissage des mathématiques et des obstacles auxquelles les élèves se heurtent régulièrements conduit à reconnaître [...] une loi fondamentale du fonctionnement cognitif de la pensée: il n’y a pas de noésissans sémiosis, c’est à dire sans le recours à une pluralità au moins potentielle de systèmes semiotique, recours qui implique leur coordination par le sujet lui-même* (R. Duval, 1995)

In tale contesto, si viene a creare una sorta di *paradosso del linguaggio specifico*[2]. Colui che comunica deve fare in modo che il linguaggio utilizzato non crei ostacoli cognitivi, ma allo stesso tempo deve condurre gli studenti non solo a capire ma anche ad assimilare quel linguaggio specialistico.
Di fatto, in matematica, la comunicazione non passa attraverso il linguaggio specifico, ma d'altro canto non può neanche avvenire nella lingua comune. Molto spesso, dunque, gli insegnanti utilizzano una sorta di 'lingua scolastica' (*matematichese*[2]), che possiamo definire come una sorta di dialetto matematico. Gli studenti generalmente tendono ad imitare l'insegnante, rischiando di crearsi un modello linguistico non corretto.
L'insegnante deve quindi studiare situazioni specifiche di apprendimento, in cui il coordinamento dei vari registri linguistici diventa *'la condizione per la padronanza della comprensione in quanto condizione per una differenziazione reale tra gli oggetti matematici e la loro rappresentazione'*[4].

[4] Duval, 1995

Capitolo 2

Progetto MATEBOLOGNA

Matebologna è un progetto costruito con il supporto e la collaborazione della Fondazione Marino Golinelli, di Giorgia Bellentani e del prof. Giorgio Bolondi, che si prefigge come obiettivo quello di avvicinare gli studenti e i turisti alla matematica, attraverso un percorso studiato e mirato a descrivere gli aspetti di una realtà artistica e storica, quale è la città di Bologna.
Ellissi, numeri complessi ed equazioni di terzo grado intrecciano la loro storia con la storia di Bologna. Monumenti, chiese e portici custodiscono nella loro struttura le conoscenze che, nel corso dei secoli, hanno pervaso non solo la professione, ma anche la quotidianità di coloro che li hanno commissionati, costruiti ed abitati.
Una passeggiata per il centro si trasforma, quindi, in una lettura delle forme, delle geometrie e delle storie di vita che, grazie al genio dei bolognesi del passato, sono stati incastonati nella città stessa.
Il progetto è stato svolto su due differenti livelli: uno di impronta didattica, rivolto a studenti delle scuole primaria e secondaria di primo grado, e l'altro di divulgazione scientifica, rivolto perció ad un pubblico adulto.
Abbiamo quindi sviluppato due diversi percorsi interattivi, concepiti come una visita guidata per la città, attraverso la quale si sono sviluppate diverse aree tematiche, che hanno come obiettivo quello di portare il pubblico a *fare esperienza di matematica.*
Per quanto riguarda il progetto di impronta didattica, la visita è stata studiata sia dal punto di vista concettuale sia dal punto di vista del registro linguistico. I bambini hanno

avuto l'occasione di avvicinarsi alla matematica a partire da una situazione reale, quale la splendida cornice bolognese, alla scoperta di edifici che racchiudono forme, calcoli e storie di personaggi geniali, concludendo il tutto in un laboratorio creativo di numeri e forme geometriche.
Nel percorso di divulgazione scientifica abbiamo invece cercato di attirare l'attenzione del turista su quella che è stata l'evoluzione nel corso della storia delle scoperte e dei metodi matematici, nella scena bolognese.
Partendo dal Voltone del Podestà, in Piazza Re Enzo, passando per il Palazzo del Podestà, la Basilica di San Petronio, la Biblioteca Comunale dell'Archiginnasio, la Basilica di Santo Stefano, il Portico dei Servi, siamo andati alla scoperta dei 'risvolti matematici' di monumenti, luoghi ed edifici, scoprendo quindi insieme il lato artistico della matematica, come essa possa racchiudere simboli e parlarci di storie di vita quotidiana o delle grandi scoperte della scienza.

2.1 Voltone del Podestà

Il Palazzo del Podestà venne eretto nel 1200 circa come edificio per svolgere le funzioni pubbliche, quindi come sede del Podestà e dei suoi funzionari. L'assetto attuale è molto diverso da quello originario, infatti, solo successivamente furono affiancati al Palazzo del Podestà il Palazzo Re Enzo e quello del Capitano del Popolo, divisi soltanto dal Voltone del Podestà, che corre a piano terra costituendo un crocevia coperto. Proprio sul Voltone si erige la Torre dell'Arengo. La grande campana della Torre, detta 'il campanazzo', fu collocata nel 1453 per richiamare a raccolta il popolo nei momenti di pericolo, o in occasione di eventi straordinari.
Il Voltone in passato è stato il centro più vivo della città, per la presenza del mercato, con i vari venditori e clienti, mendicanti e truffatori, e i banchi dei notai, che qui stilavano i contratti per i cittadini. Sotto i suoi archi venivano inoltre eseguite le condanne alla berlina per i bestemmiatori e le sentenze capitali per impiccagione. Nel 1525, sui pilastri che sostengono la torre, furono poste le quattro statue in terracotta dei protettori di Bologna: S. Petronio, S. Domenico, S. Francesco e S. Procolo. Allincrocio del Voltone si

verifica, poi, un curioso fenomeno: se ci si avvicina ad uno dei quattro piloni d'angolo e si parla sottovoce, è possibile farsi sentire da chi sta vicino al pilone nell'angolo opposto. Questo accade perché la volta ha una struttura ellittica, per cui le onde sonore passano da un fuoco all'altro, riflettendosi sull'arco dell'ellisse.

2.1.1 L'ellisse

L'ellisse è una *conica*.
Lo studio delle curve piane chiamate *coniche* risale all'antichitá.
Nella sua opera *Sezioni Coniche*, Apollonio definisce le coniche come le curve ottenute dall'intersezione di un cono circolare retto infinito con un piano. Le diverse inclinazioni del piano generano le diverse coniche: ellissi, parabole, iperboli.

Sia data nello spazio una circonferenza Γ di centro O, e la retta a passante per O. Sia V un punto della retta a distinto da O, e P un punto della circonferenza Γ.
Mentre P varia su Γ, la retta VP descrive nello spazio una superficie che chiamiamo **cono infinito**. Il punto V è detto *vertice* del cono, la retta a è l'*asse* del cono, le rette VP, al variare di P sulla circonferenza, sono dette *generatrici* del cono.

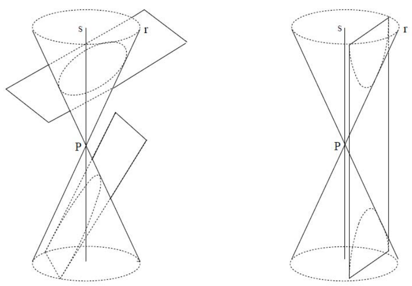


Figura 2.1: Le coniche

Indichiamo con θ l'angolo acuto formato dall'asse del cono con una generatrice.
Se intersechiamo la superficie del cono con un piano α, non passante per V, otteniamo curve diverse a seconda dell'inclinazione di α rispetto all'asse del cono. Più precisamente:

sia **n** il versore perpendicolare al piano α, e sia ϕ l'angolo acuto formato dal piano α con la retta a, cioè il complementare dell'angolo formato da **n** con la retta a.

- Se $0 \leq \phi \leq 90°$, allora la curva che si ottiene è una curva chiamata *ellisse*
- Se $\phi = 90°$, la curva è una *circonferenza*
- Se $\phi = \theta$, allora si ottiene una curva illimitata chiamata *parabola*
- Se $0 \leq \phi \leq \theta$, la curva che si ottiene è composta da due rami illimitati, ed è chiamata *iperbole*

Le coniche possono essere definite anche come luogo geometrico di punti.
Lo studio della geometria piana è lo studio delle proprietà delle figure geometriche, ciascuna delle quali è definita come un sottoinsieme del piano, o anche come un luogo, cioè l'insieme, dei punti del piano che soddisfano determinate proprietà. Più precisamente, il *luogo geometrico* è l'insieme di tutti e soli i punti che soddisfano una data proprietà.
In generale, per determinare le equazioni che individuano un luogo, si considera un generico punto $P = (x, y)$ di coordinate variabili e si impongono alle coordinate le condizioni algebriche che traducono le proprietà caratterizzanti i punti del luogo stesso.

Vediamo singolarmente le equazioni dei luoghi di punti rappresentati dalle coniche, in particolare dall'ellisse.

Definizione 2.1. Si chiama **ellisse** il luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze dai due punti fissi F e F' , detti *fuochi.*

Vi sono due tipi di costruzioni possibili: quella meccanica e quella geometrica.
Costruzione meccanica: fissiamo i due capi di un filo inestensibile in due punti F e F' di un foglio da disegno. Facendo scorrere la punta P di una matita lungo il filo ben teso, si traccia una linea curva chiusa formata da punti per i quali la somma delle distanze dai fuochi è costante.
Costruzione Geometrica: una volta fissati sul piano i due fuochi F e F', si traccia

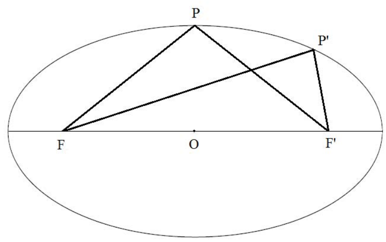


Figura 2.2: Ellisse

un segmento AA' uguale alla somma delle distanze di un punto dell'ellisse dai fuochi. Poi, scelto ad arbitrio un punto M interno al segmento AA', si tracciano due archi di circonferenza rispettivamente di centro F e raggio AM e di centro F' e raggio $A'M$. I punti P e P' in cui gli archi si intersecano appartengono all'ellisse perché

$$\overline{FP} + \overline{FP'} = \overline{FP'} + \overline{F'P'} = \overline{AA'}$$

Facendo variare M su AA' si ottengono, a coppie, tutti i punti della curva.
Per determinare l'equazione normale dell'ellisse si pongono i fuochi sull'asse x, si sceglie l'asse y perpendicolare al segmento FF' nel suo punto medio, si fissano i punti $F(c, 0)$ e $F'(-c, 0)$, e si considera un generico punto $P(x, y)$. Detta $2a$ la somma costante delle distanze di P dai fuochi, si ottiene:

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

quindi

$$a^2y^2 + (a^2 - c^2)x^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

Poiché nel triangolo PFF' risulta $\overline{PF} + \overline{PF'} > \overline{FF'}$, cioè $2a > 2c$, si può porre nell'ultima equazione trovata $b^2 = a^2 - c^2$. Dividendo poi per a^2b^2 si ottiene:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad con \quad a > b$$

che è l'equazione canonica dell'ellisse.

2.2 Palazzo d'Accursio

Il Palazzo d'Accursio è attualmente la sede del municipio di Bologna. In realtà fu costruito come casa di Accursio da Bagnolo, che era un giurista e un maestro di diritto

all'Università di Bologna. Nel 1284, Accursio vendette il Palazzo al Comune che ne fece il granaio cittadino. Ecco perché viene anche chiamato il 'Palazzo della Biada'. Nel 1336 diventò la residenza degli Anziani, la massima magistratura del Comune, e quindi la sede del governo della città. Solo molto dopo fu aggiunto l'orologio della Torre.
Nella parte alta della facciata è esposta la 'Madonna di Piazza col Bambino', realizzata in terracotta da Niccolò dallArca. Sopra il portico, una volta c'era una balconata, da cui le autorità cittadine in occasione della festa del 24 agosto, buttavano al popolo una porchetta. Sopra la balconata si trovava anche la statua dorata di Bonifacio VIII, che oggi è conservata al Museo Civico Medievale. L'altra parte del Palazzo (a sinistra del portale d'ingresso) venne ampliata alla fine del 1500 per realizzare gli appartamenti del Governatore della Città. L'aspetto del Palazzo è paragonabile a una fortezza con tanto di mura, merli e torrioni; anticamente era stato anche creato un profondo fossato con ponte levatoio.
Sulla base delle mura, una lastra di marmo riporta le antiche unità di misura che dovevano essere utilizzate dagli artigiani e dai venditori per la produzione di tegole e mattoni. La più importante era il 'piede bolognese', che misurava circa 38 cm ed era la base del sistema metrico locale. Le altre unità di misura presenti qui sulla facciata del Palazzo sono il braccio, il doppio braccio e la pertica.

Figura 2.3: Campioni di misure: Palazzo d'Accursio, Piazza Maggiore, Bologna

2.2.1 Le antiche monete e misure bolognesi

È noto che i termini relativi a monete e a misure usate nel passato sono fra i più longevi e tenaci. Il primato comunque spetta ai termini toponomastici che possono risalire

anche alla preistoria.
Noi tutti usiamo correntemente, spesso senza notarlo, molte parole che si riferiscono al denaro, citando valori monetari obsoleti, ma che tendono a resistere conservandosi abbastanza o molto a lungo, ben oltre la loro passata applicazione ufficiale. Una analoga situazione è in atto per i molti termini che derivano da misure ormai obsolete.
In questo paragrafo cercherò di raggruppare informazioni che un lettore curioso di riferimenti storici, politici, socio-economici e di costume, trova spesso sparse in maniera incoerente e casualmente nei testi diversi.
Nel corso del tempo, i vari nomi delle monete e delle misure spesso sono stati tratti da voci in precedenza usati con un significato comune, i quali, dopo aver vissuto un periodo vivace, vigoroso e rigoroso (erano valori ufficiali e in vigore), sono poi tornati ad avere soltanto un senso comune e generico, avendo perso, col tempo, quella precisione che allora era assolutamente necessaria, ma acquistando via via una nebulosa, curiosa, vaga simpatia.
Vediamo ora alcuni termini del sistema monetario in vigore nella Bologna napoleonica:

Bulgnais	Italiano	Etimologia	Senso comune
quatrén	quattrino	1/4 (un quarto)	denaro
denèr	denaro	1/10 (un decimo)	denaro
bajòc	baiocco	baio (di colore o da Baionne)	denaro
grèna	granao	grano (seme di orzo)	denaro
lira	lira	lira (libbra, bilancia, unità di peso)	denaro

Le unità di misura

Le comparazioni fra le antiche misure e le attuali sono ancora abbastanza possibili, anche se i testi e le fonti metrologiche che si possono consultare raramente concordano appieno fra di loro e quasi mai mostrano elencazioni complete e con equivalenze coerenti.

Le antiche misure bolognesi sono essenzialmente quelle che erano in vigore nello Stato Pontificio fino all'annessione del territorio bolognese al Regno d'Italia del 1860. Si dovette allora realizzare una transizione dalle misure prima in uso a Bologna, che furono ufficialmente eguagliate a quelle del sistema metrico decimale con una legge, nel luglio 1861.
Le nuove misure furono completamente applicate solo nel 1877, dopo la pubblicazione delle 'Tavole di ragguaglio dei pesi e delle misure'.

piede	*pà*	12 once	m 0,380098
braccio	*brâz*	20 once	m 0,640039
doppio braccio	*brâz dåppi*	40 once	m 1,280078
pertica	*pêrdga*	10 piedi	m 3,800983

Tabella 2.1: Lineari del campione di Piazza

2.3 Basilica di San Petronio

Nel 1387 il Consiglio dei Seicento del Comune di Bologna deliberò la costruzione di una nuova grande chiesa, dedicata al patrono della città. Iniziata nel 1390, venne terminata più di 500 anni dopo, anche se non era del tutto compiuta la facciata. È l'ultima grande opera gotica italiana, iniziata poco dopo il Duomo di Milano.
Nel 1576 venne chiamato a Bologna, per insegnare matematica e astronomia, Egnazio Danti. Appena giunto a Bologna, Danti realizzò una meridiana all'interno di San Petronio, con la quale riusciva a verificare l'epoca dell'equinozio di primavera. Danti costruì nella Basilica una linea di marmo, anche se non si preoccupò di costruirla secondo la direzione del meridiano, non la suddivise in parti, e non eseguì la misura partendo dalla perpendicolare. Questo perché ritenne sufficiente individuare il momento dei solstizi, attraverso gli estremi raggiunti dall'immagine del Sole. In altre parole, non realizzò una vera e propria meridiana, forse perché glielo impedivano le gigantesche colonne ai lati della navata principale. Nella sua 'linea meridiana', chiamiamola così, la luce del Sole passava attraverso un foro di 25 millimetri, praticato in una lastra di ferro che era collo-

cata sul fondo della navata sinistra.
Neanche un secolo dopo, a causa dei lavori di ampliamento della Basilica, però, venne demolito il muro di fondo della navata sinistra, dove si trovava l'‘occhio' della meridiana. L'intera linea venne perciò distrutta. A lungo si discusse se commissionare una nuova meridiana, ma la maggior parte delle autorità bolognesi sembrava volesse solo trasferire quella di Danti nella nuova ala della Basilica. È qui che entra in scena Giovanni Domenico Cassini, che da cinque anni insegnava astronomia a Bologna, e che pensava che se si fosse posto il foro gnomonico nella volta, si sarebbe ottenuta una nuova linea meridiana di straordinaria lunghezza, capace di fornire le altezze del Sole per tutto l'anno, anche d'inverno. La chiamò ‘il grande heliometro', cioè strumento misuratore del diametro solare. Ma questo progetto non sollevò lentusiasmo né degli studiosi né delle autorità cittadine. Anzi, fu palesemente ostacolato dal Senato, che doveva esprimere l'opinione decisiva sul progetto. Cassini però era fiducioso dell'aiuto e dell'appoggio degli astronomi dell'epoca. Grazie al marchese Cornelio Malvasia, infatti, che era uno dei bolognesi più influenti del tempo, il progetto di Cassini fu approvato.

2.3.1 La meridiana di Cassini

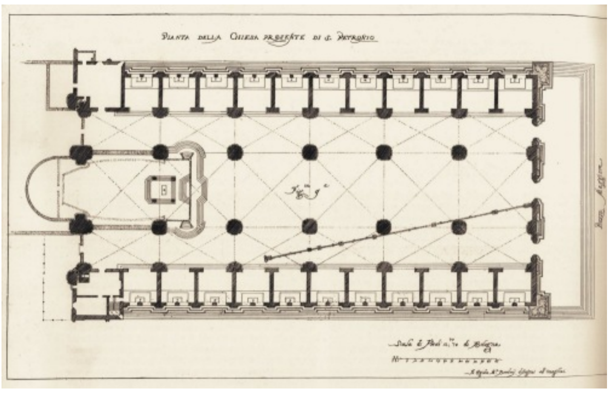


Figura 2.4: Progetto della meridiana di Cassini

La meridiana di Cassini può essere schematizzata come un cateto di un grande triangolo rettangolo in cui l'altro cateto è rappresentato dalla linea verticale idealmente tracciata dal centro del foro gnomonico al pavimento. Il piede di questa linea perpendicolare al pavimento, chiamato Punto Verticale, o Vertice, è il punto iniziale della linea meridiana. L'altezza del foro gnomonico è di 27.07 metri. La lunghezza della linea meridiana, determinata dall'altezza del Sole al solstizio invernale alla latitudine di Bologna, è di 67.72 metri. Cassini considerò come unità di misura la centesima parte dell'altezza gnomonica, chiamata Modulo [1]. Il foro gnomonico, parallelo al pavimento, è circolare, di

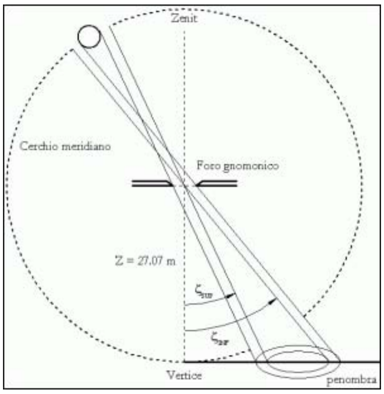


Figura 2.5: Schematizzazione: proiezione del Sole sulla meridiana

diametro pari a un millesimo dell'altezza gnomonica. I raggi solari, passando attraverso il foro, formano all'interno della Basilica un cono di luce, la cui sezione col piano del pavimento è un'immagine luminosa di forma ellittica, che rappresenta la proiezione del Sole. Gli estremi dell'asse maggiore dell'ellisse sono le proiezioni dei lembi solari: il lembo più vicino al Vertice è la proiezione del lembo superiore, quello più lontano è la proiezione del lembo inferiore. A mezzogiorno l'ellisse risulta divisa a metà dalla linea meridiana e questo è l'unico momento in cui vengono effettuate le misurazioni. Tali misure consistono nel rilevare sulla linea meridiana le distanze dal Vertice degli estremi dell'asse maggiore dell'ellisse. Queste due lunghezze vengono chiamate tangenti, perché la linea meridiana può essere considerata tangente ad un cerchio ideale, centrato sul foro gnomonico e di raggio pari alla sua altezza, che rappresenta il meridiano locale. Da queste due misure si ricava giorno per giorno l'angolo zenitale del Sole a mezzogiorno, dato da cui è possibile dedurre le coordinate del Sole sulla sfera celeste e tutti i parametri astronomici che ne

[1] L'altezza gnomonica è 100 Moduli e la lunghezza della linea meridiana circa 250 Moduli.

caratterizzano il moto e l'orbita rispetto alla Terra [2].

Le distanze zenitali e il diametro angolare del Sole

Sia L_{sup} la tangente del lembo superiore dell'immagine ellittica e L_{inf} quella del lembo inferiore. Esse sono tangenti non corrette, perché è necessario tener conto della larghezza della fascia di penombra causata dalle dimensioni del foro gnomonico; secondo la definizione data dallo stesso Cassini la fascia di penombra è l'alone luminoso di larghezza uguale al raggio del foro che circonda l'immagine del disco solare. Poiché il raggio del foro è di 0.050 Moduli, le tangenti corrette sono date da

$$L^C_{sup} = L_{sup} + 0.050$$

e

$$L^C_{inf} = L_{inf} - 0.050$$

Tali grandezze devono poi essere divise per l'altezza gnomonica, per ottenere le tangenti trigonometriche e quindi gli angoli zenitali dei lembi del Sole:

$$\xi^a_{sup} = arctan\left(\frac{L^C_{sup}}{100}\right)$$

$$\xi^a_{inf} = arctan\left(\frac{L^C_{inf}}{100}\right)$$

Per ottenere i veri angoli zenitali dei lembi solari bisogna applicare a questi valori le corrispondenti correzioni per la rifrazione e per la parallasse.
La correzione per la rifrazione da aggiungere all'angolo zenitale dipende da molteplici fattori, tra cui la temperatura, la pressione e l'umidità dell'aria, ma valori soddisfacenti si possono ottenere applicando la formula di Bennett:

$$R(\xi) = \frac{1'}{tan(90° - \xi + \frac{7.31}{90° - \xi + 4.4})}$$

[2] Tale procedimento è dettagliatamente descritto nel trattato di Eustachio Manfredi, *De Gnomone Meridiano Bononiensi*, Bologna, 1736

Per quanto riguarda la correzione per la parallasse, la quantità da sottrarre all'angolo zenitale è data da:

$$P(\xi) = +8.8'' sin(\xi)$$

I veri angoli zenitali dei lembi solari, depurati da rifrazione e parallasse, sono quindi dati da:

$$\xi_{sup} = \xi^a_{sup} + R(\xi^a_{sup}) - P(\xi^a_{sup})$$

e

$$\xi_{inf} = \xi^a_{inf} + R(\xi^a_{inf}) - P(\xi^a_{inf})$$

Dagli angoli zenitali dei lembi si deduce la distanza zenitale del centro del Sole:

$$\xi_{Sole} = \frac{\xi_{inf} + \xi_{sup}}{2},$$

mentre, il diametro angolare del Sole Φ è dato da:

$$\Phi = \xi_{inf} - \xi_{sup}.$$

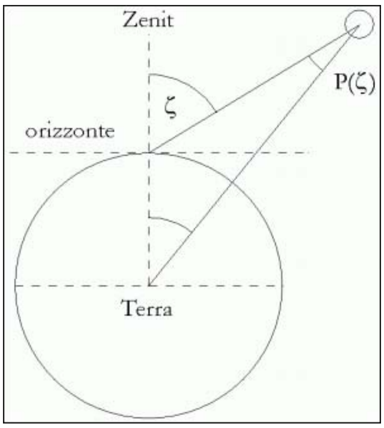


Figura 2.6: La parallasse di altezza

Cassini, per esperienza, aumentava della sessantesima parte il valore ricavato, perché tale valore risulta sottostimato, a causa della luce diffusa nella Basilica che attenua il contrasto di luminosità fra i lembi della proiezione solare e il pavimento. L'abilità di Cassini nel valutare empiricamente questo fattore correttivo è confermata dal fatto che l'errore statistico medio sui diametri solari da lui misurati in S. Petronio, rispetto ai moderni valori teorici, si aggira sui 30" in difetto, cioè circa un sessantesimo del diametro solare, il cui valore medio è 32'.

2.4 Biblioteca Comunale dell'Archiginnasio

La Biblioteca Comunale dell'Archiginnasio fu fondata nel 1801 presso il convento di San Domenico per raccogliere il patrimonio librario degli ordini religiosi soppressi da Napoleone. Nel 1838 venne trasferita nell'attuale sede, nel palazzo dell'Archiginnasio. Specializzata nel campo umanistico e nella storia della città di Bologna, conserva il manoscritto dell'opera sull'algebra di Raffaele Bombelli.

2.4.1 L'*Algebra* di Bombelli

Nel panorama della storia della matematica del '500, la figura e l'opera di Rafael Bombelli ricoprono un posto decisamente rilevante. Tra gli algebristi dell'epoca, la sua opera rappresenta una sorta di momento finale, di sintesi della trattatistica d'abaco, che portò alla nascita dell'algebra come disciplina.
Della vita di Bombelli abbiamo poche informazioni, alcune delle quali dedotte da ciò che egli stesso scrisse nella prefazione dell'edizione del 1572 alla sua opera *L'Algebra*, da cui si può pensare che avesse letto e studiato l'*Ars Magna* di Gerolamo Cardano e i lavori del Tartaglia.
Il suo capolavoro, *L'Algebra*, probabilmente fu completato prima del 1551 (Bombelli, 1966) e pubblicato in due edizioni identiche nel 1572 e nel 1579.
I libri pubblicati offrono un resoconto delle conoscenze dell'epoca (calcolo con potenze e delle equazioni). In particolare vengono esaminate le soluzioni dei vari casi delle equazioni di terzo grado, compreso il cosiddetto caso irriducibile, che nella formula di Cardano presenta la radice quadrata di un numero negativo.
Nelle ultime pagine del I libro, poi, Bombelli fa compiere all'algebra un mirabile passo avanti, diventando il 'creatore' del calcolo con i numeri complessi [3]. A tale scopo, intro-

[3] Più tardi Cartesio li chiamerà 'numeri immaginari'.

dusse le locuzioni *più di meno* e *meno di meno*, per indicare le unità $+i$ e $-i$, e stabilì le regole di calcolo per operare mediante i nuovi enti aritmetici.
A differenza di diversi autori matematici a lui contemporanei, nella pubblicazione a stampa e nei suoi manoscritti Bombelli utilizzò una sofisticata forma di notazione matematica. Introdusse, in particolare, gli esponenti per indicare le potenze dell'incognita.
L'opera costituisce il risultato più maturo dell'algebra cinquecentesca, configurandosi per oltre un secolo come il testo di algebra superiore più autorevole, anche se all'epoca non fu immediatamente accettata dalla comunità matematica. La parte finale del I libro, in particolar modo, creò non poche riserve nell'accettare i numeri complessi come quantità numeriche vere e proprie. Lo stesso Bombelli non nascose le proprie perplessità [4] a proposito delle nuove entità matematiche introdotte, nonostante la loro estrema utilià nel caso irriducibile della risoluzione delle equazioni di terzo grado.
Bortolotti afferma che Bombelli fissò la propria aritmetica su di un vero e proprio sistema di proposizioni primitive, dando così prova di straordinaria lucidità e modernità.
Attraverso lo studio dell'*Algebra* Leibniz completerà la propria formazione matematica.

[4] *..la quale parerà a molti più tosto sofistica che reale, e tale opinione ho tenuto anch'io, sin che ho trovato la sua dimostratione in linee* (Bombelli, 1572-1579, p. 133)

Figura 2.7: *L'Algebra*, di Rafael Bombelli

2.5 Basilica di Santo Stefano

La Basilica di Santo Stefano è uno dei più affascinanti edifici di culto di Bologna. Si trova nell'omonima piazza, ed è anche conosciuta come il 'complesso delle sette chiese'. È infatti formata da un sette edifici sacri, incastonati l'uno nell'altro.
La tradizione vuole che fu San Petronio stesso, allora vescovo di Bologna, a ideare la basilica, che avrebbe dovuto imitare il Santo Sepolcro di Gerusalemme, di modo che i bolognesi ed i pellegrini potessero ripercorrere le tappe del Calvario di Cristo senza dover affrontare il lungo e pericoloso viaggio fino a Gerusalemme.
La Chiesa fu edificata sopra un preesistente tempio dedicato alla dea Iside. A causa dei numerosi restauri dei primi decenni del XX secolo, oggi l'aspetto del complesso è cambiato, e le tradizionali 'Sette Chiese' si sono ridotte a quattro. Il nome di 'Sette

Chiese' non è quindi una banale enumerazione delle chiese, ma ha nel numero 7 una valenza simbolica e sacrale. La Basilica può essere comunque considerata formata da sette elementi architettonici principali: la Chiesa del Crocifisso, la Chiesa del Santo Sepolcro, la Chiesa della Trinità, la Chiesa dei SS. Vitale ed Agricola, il Cortile di Pilato, il Chiostro dei Benedettini e il Museo.
Si accede alla Basilica attraverso la Chiesa del Crocifisso, che ha origini longobarde, e conserva il Crocifisso che dà il nome alla chiesa. Nella navata sinistra si può ammirare una scultura del 1700 che raffigura il 'Compianto su Cristo morto'. Le pareti affrescate della chiesa invece, raccontano il martirio di santo Stefano. Sotto la scalinata del presbiterio si trova la cripta, divisa in cinque navate da antiche colonne tutte differenti.
Uscendo dalla Chiesa del Sepolcro, si accede al Cortile di Pilato, così chiamato per ricordare il luogo dove fu condannato Gesù. Il cortile è delimitato da due porticati in stile romanico, e al centro c'è una vasca in pietra calcarea poggiata su un piedistallo, chiamata il 'Catino di Pilato'. Sulle pareti del cortile si trovano diversi simboli disegnati con i mattoni, tra cui la corona di alloro, simbolo di Santo Stefano, e varie stelle a 5, 6 e 7 punte, inscritte dentro delle circonferenze. Curioso è il caso della stella a 7 punte. La costruibilità dei poligoni regolari è, infatti, uno dei più antichi problemi della matematica.

Figura 2.8: Il cortile di Pilato

2.5.1 Poligoni costruibili con riga e compasso

Eseguire una costruzione con riga e compasso vuol dire, in parole povere, determinare oggetti geometrici a partire da altri oggetti dati, utilizzando come unici strumenti la riga ed il compasso. Fra i vari problemi considerati dai greci ce ne sono alcuni che si distinguono per la brillantezza e l'abilità necessaria per arrivare alla soluzione e altri per la difficoltà della soluzione stessa, fino ad arrivare a quelli che hanno impegnato per secoli, se non millenni, generazioni di matematici, portando a soluzioni talvolta sorprendenti. Ricordiamo che un segmento si dice *costruibile con riga e compasso* se è possibile costruirlo con un procedimento che preveda le seguenti operazioni:

- tracciare rette da punti dati;
- tracciare circonferenze con un dato centro e passanti per un punto dato;
- intersecare tali rette;
- intersecare tali rette e tali circonferenze;
- intersecare tali circonferenze.

In particolare, con riga e compasso, è possibile costruire:

- dato un segmento AB, ed una semiretta di estremo C, un segmento CD sulla semiretta avente la stessa lunghezza di AB;
- data una retta, ed un punto esterno ad essa, una parallela passante per il punto;
- data una retta, ed un punto, una perpendicolare passante per il punto;
- dato un angolo α, ed una semiretta, un angolo sulla semiretta uguale ad α.

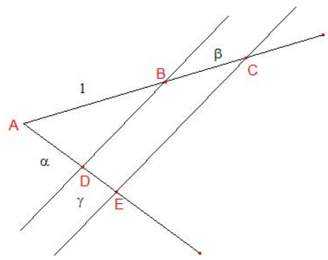
Inoltre è possibile:

- bisecare un segmento;
- bisecare un angolo.

Definizione 2.2. Si dice che un numero reale α è costruibile se è possibile costruire con riga e compasso un segmento avente lunghezza $|\alpha|$.

Proposizione 2.3. *Supponiamo che α e β siano numeri reali costruibili. Allora i numeri $\alpha+\beta$, $\alpha-\beta$, $\alpha\cdot\beta$, e $\frac{\alpha}{\beta}$ con $\beta \neq 0$ sono costruibili. In particolare, tutti i numeri razionali sono costruibili.*

Dimostrazione. Supponiamo, senza perdere in generalità, che α e β siano positivi. La somma e la differenza sono costruibili mediante il trasporto di misura. Per costruire il prodotto, costruiamo, su una semiretta di estremo A, i segmenti AB e BC di lunghezze 1 e β rispettivamente. Costruiamo quindi una semiretta di estremo A perpendicolare alla prima, e su di essa il segmento AD di lunghezza α. Tracciamo infine la retta congiungente B e D e la sua parallela passante per C. Sia E il suo punto d'intersezione con la seconda semiretta.



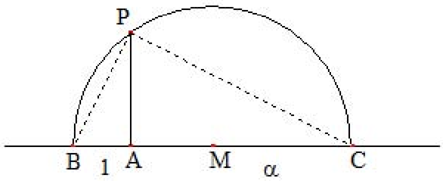
Per un noto teorema di geometria elementare, detta γ la lunghezza di DE, vale la proporzione:

$$\gamma : \alpha = \beta : 1 \quad \text{da cui} \quad \gamma = \alpha\beta$$

Analogamente si procede per costruire il quoziente. □

Proposizione 2.4. *Se il numero reale positivo α è costruibile, allora lo è anche il numero $\sqrt{\alpha}$.*

Dimostrazione. Data una retta passante per il punto A, costruiamo, sulle due semirette con origine in A, rispettivamente un punto B tale che AB abbia lunghezza 1 ed un punto C tale che AC abbia lunghezza α. Determiniamo poi il punto medio M del segmento BC e tracciamo la semicirconferenza di centro M passante per B. Tracciamo ora la perpendicolare a BC per A, e sia P un suo punto d'intersezione con la circonferenza.



Allora, per il teorema di Talete, il triangolo BPC ha un angolo retto in P. Dal secondo teorema di Euclide, poi, segue che la lunghezza di AP è $\sqrt{\alpha}$. □

Supponiamo ora di aver fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane, e che il segmento di lunghezza unitaria sia quello di estremi l'origine degli assi e il punto $(1, 0)$. Si tratta di costruire un punto che abbia distanza α dall'origine.
Il procedimento con riga e compasso prevede, in generale, di giungere a questo punto attraverso una serie di punti intermedi, ottenuti intersecando rette e circonferenze. All'inizio è possibile costruire solo le circonferenze che hanno centro nell'origine e passano per $(1, 0)$, o viceversa, e la retta congiungente i due punti. Queste circonferenze e questa retta hanno equazioni cartesiane con coefficienti tutti razionali. Il punto d'intersezione di due rette aventi equazioni a coefficienti razionali è un punto avente coordinate razionali, in quanto soluzioni di un sistema lineare 2×2 a coefficienti razionali. Le coordinate dei punti di intersezione di una retta e di una circonferenza o, equivalentemente, di due circonferenze a coefficienti in $\mathbb{Q}$ sono soluzioni di equazioni quadratiche, e quindi appartengono ad un'estensione 2-radicale di $\mathbb{Q}$. Pertanto, le coordinate dei punti costruibili con riga e compasso appartengono ad un'estensione 2-radicale di $\mathbb{Q}$. Lo stesso vale per le distanze tra due punti.
Ogni numero reale positivo costruibile appartiene quindi ad un'estensione 2-radicale di $\mathbb{Q}$. Viceversa, se supponiamo che il numero reale positivo α appartenga ad un'estensione 2-radicale di $\mathbb{Q}$, allora, in base alle Proposizioni 2.3 e 2.4, α è costruibile.
Abbiamo dunque stabilito, in pieno accordo con la Definizione 2.2, il seguente Teorema.

Teorema 2.5. *Un numero reale è costruibile se e solo se appartiene ad un'estensione 2-radicale di* $\mathbb{Q}$.

In particolare, ogni numero costruibile è algebrico.

Corollario 2.6. *Nessun numero è costruibile con riga e compasso. In particolare, non lo è* π [5].

Da questo possiamo dedurre che π è trascendente, e quindi non costruibile. Ma π è la lunghezza del lato di un quadrato avente la stessa area di una circonferenza di raggio unitario. Perciò possiamo dedurre che:

Proposizione 2.7. *Non è possibile quadrare il cerchio con riga e compasso.*

Esistono, però, anche numeri algebrici non costruibili.
Ogni estensione 2-radicale di un campo $\mathbb{F}$ ha su $\mathbb{F}$ grado pari ad una potenza di 2. Dal Teorema 2.5 discende quindi:

Corollario 2.8. *Il grado del polinomio minimo di un numero costruibile su* $\mathbb{Q}$ *è una potenza di 2.*

Dimostrazione. Se α è un numero algebrico, ed n è il grado del suo polinomio minimo su $\mathbb{Q}$, allora $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}] = n$. Se α è costruibile, per il Teorema esiste un'estensione 2-radicale L di $\mathbb{Q}$ contenente α, e quindi $\mathbb{Q}(\alpha)$. Ma allora, per il Teorema di moltiplicazione dei gradi per le estensioni successive, n divide $[L : \mathbb{Q}]$, che è una potenza di 2. $\square$

Possiamo dedurre quindi che il numero $\sqrt[3]{2}$ non è costruibile. Questa è però la lunghezza del lato di un cubo avente volume doppio rispetto a quello unitario. Da ciò:

Corollario 2.9. *Non è possibile duplicare il cubo con riga e compasso.*

Un altro importante risultato è quello dell'impossibilità di trisecare un angolo con riga e compasso.

Corollario 2.10. *Non è possibile costruire un angolo di* $20°$ *con riga e compasso.*

[5] La trascendenza di π fu provata per la prima volta da C.L.F. Lindemann (1852- 1939) nel 1882.

Dimostrazione. Costruire un angolo di ampiezza θ equivale a costruire un segmento di lunghezza $cos\theta$. In base alle identità trigonometriche, $cos3\theta = 4cos^3\theta + 3cos\theta$. Poiché $cos(60°) = \frac{1}{2}$, segue che $\frac{1}{2} = 4cos^3(20°) - 3cos(20°)$, quindi $cos(20°)$ è radice del polinomio $f(x) = x^3 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} \in \mathbb{Q}[x]$, che non ha radici razionali. È dunque il polinomio minimo di $cos(20°)$ su $\mathbb{Q}$. Dal Teorema 2.5 segue che $cos(20°)$ non è costruibile. □

Naturalmente esistono determinati angoli che si possono trisecare con riga e compasso, ad esempio, l'angolo di ampiezza 270°, poiché l'angolo di 90° è costruibile.

Corollario 2.11. *Non è possibile costruire con riga e compasso l'ennagono regolare.*

Dimostrazione. Se fosse possibile costruire con riga e compasso un ennagono regolare, allora lo sarebbe anche ogni suo angolo al centro, che ha ampiezza di 40°. Bisecando uno di questi, dunque, si otterrebbe un angolo di 20°. Ma ciò contraddice il Corollario 2.10. □

Un problema classico della costruibilità con riga e compasso è la determinazione della costruzione di un poligono regolare di n lati.
I poligoni regolari costruibili con riga e compasso sono stati classificati da Gauss. Il suo criterio è basato sui numeri primi di una particolare forma.

Definizione 2.12. Si dice *primo di Fermat*[6] ogni numero primo della forma $F_n = 2^{2^n} + 1$, ove n è un intero non negativo.

I primi di Fermat sono gli unici primi della forma $2^a + 1$

Lemma 2.13. *Sia a un intero non negativo tale che $2^a + 1$ sia primo. Allora a è una potenza di 2.*

Dimostrazione. Supponiamo, per assurdo, che a non sia una potenza di 2. Allora esiste una decomposizione $a = bc$, dove b,c sono interi, $0 < c < a$ e b è dispari. Allora $1 < 2^c + 1 < 2^a + 1$, e

$$\frac{2^a + 1}{2^c + 1} = \frac{(2^c)^b + 1}{2^c + 1} = \sum_{i=0}^{b-1} (-1)^i 2^i c$$

[6] I soli primi di Fermat noti fino ad ora sono $F_0 = 3$, $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65.537$

è un numero intero, per cui $2^c + 1$ divide $2^a + 1$. Ciò contraddice l'ipotesi. □

Allora:

Teorema 2.14 (di Gauss). *Sia $n \geq 3$. Allora il poligono regolare con n lati è costruibile se e solo se*

$$n = 2^m p_1 \dots p_r,$$

dove m è un intero non negativo, e $p_1 \dots p_r$ sono primi di Fermat a due a due distinti.

Dimostrazione. Sappiamo che le radici n-esime dell'unità corrispondono, nel piano di Gauss, ai vertici di un poligono regolare di n lati. Quindi la costruibilità del poligono equivale alla costruibilità di una radice primitiva n-esima ω dell'unità. Questo equivale a dire che $[\mathbb{Q}(\omega) : \mathbb{Q}]$ è una potenza di 2. Poichè il polinomio minimo di ω è $\Phi_n(x)$, si ha $[\mathbb{Q}(\omega) : \mathbb{Q}] = \phi(n)$. Se

$$n = q_1^{e_1} \dots q_s^{e_s}$$

è la decomposizione di n nel prodotto di fattori primi, allora

$$\phi(n) = \prod_{i=1}^{s} q_i^{e_i - 1}(q_i - 1).$$

Quindi $\phi(x)$ è una potenza di 2 se e solo se, per ogni $i = 1, \dots, s$, $q_i = 2$ o $e_i = 1$ e $q_i = 2^{n_i+1}$ □

In base al Teorema di Gauss, sono costruibili con riga e compasso i poligoni regolari aventi 3, 5, 6, 15 lati[7].

2.6 Portico dei Servi

Straordinaria cornice della Basilica di Santa Maria dei Servi, il Portico dei Servi è stato il luogo d'incontro di alcune delle più grandi 'disfide' matematiche.

[7]Gauss a 18 anni dimostrò la costruibilità, con riga e compasso, del poligono regolare di 17 lati. Dopo la sua morte a Gottinga gli fu eretta una statua avente, come base, un poligono regolare di 17 lati.

2.6.1 Le disfide matematiche

Le 'disfide matematiche' erano pubbliche gare molto in voga tra i matematici nel Cinquecento, in cui i contendenti si sfidavano reciprocamente a risolvere determinati problemi di cui dovevano conoscere la soluzione.
Ognuno dei contendenti proponeva all'avversario un numero stabilito, generalmente 30, di quesiti di vario tipo e di particolare difficoltà. Ogni 'cartello' era depositato presso un notaio o una persona influente, stampato e distribuito in Italia a molti studiosi del periodo. Lo sfidato poteva inviare anche un suo allievo a sostenere la battaglia. In ogni caso, lo sfidato, o il suo allievo, doveva risolvere i problemi in un tempo preventivamente stabilito, proponendo a sua volta all'avversario nuovi quesiti. I giudici, scelti in comune accordo, dichiaravano vincitore chi riusciva a risolvere il maggior numero di problemi.
A volte queste disfide diventavano parecchio incandescenti, sconfinando anche sul piano personale. Questo perché la posta in palio poteva essere molto alta: il vincitore guadagnava, oltre alla gloria e al prestigio, anche denaro, nuovi discepoli, cattedre e aumenti di stipendi. Il matematico che veniva sconfitto, invece, rischiava di terminare la sua carriera.
Tra le disfide matematiche più famose del tempo ci fu la gara tra Tartaglia e Antonio Maria del Fiore, avvenuta proprio sotto il Portico dei Servi.
Nel 1515 il bolognese Scipione dal Ferro scoprì la formula risolutiva dell'equazione generale di terzo grado, che rimase 'nascosta' nell'ambiente matematico bolognese per diversi anni. Era un pò come un'arma segreta da usare in caso di disfide molto difficili. Questa scoperta fu comunicata solo ad Antonio Maria del Fiore che, nel 1530, usò per sfidare Niccolò Tartaglia. Tartaglia trovò la soluzione, vincendo la prima disfida. Cardano venne a sapere della vittoria di Tartaglia, e lo invitò a casa promettendogli un lavoro nel mondo universitario. In realtà l'unica cosa che voleva era conoscere la formula segreta e, dopo varie lusinghe, promesse e minacce, riuscì a farsi confidare il segreto, giurando solennemente di non rivelarlo. Nel 1545, però, Cardano pubblicò la scoperta sul suo trattato *Ars Magna*. Arrabbiato e offeso, Tartaglia pubblicò una sua opera molto importante (*Quesiti et inventioni diverse*) in cui raccontò di molte disfide che aveva vinto e del comportamento di Cardano. In difesa del suo maestro Cardano, Ludovico Ferrari inviò una disfida a Tartaglia da Milano.

La sfida durò circa due anni, con 6 diversi cartelli e controcartelli da parte dei due matematici. Tutti questi cartelli furono poi mandati alla stampa, contribuendo così molto alla diffusione delle nuove scoperte scientifiche. La sfida terminò a Milano il 10 agosto del 1548, ma sul suo esito ci sono diverse versioni, contrastanti tra loro. Secondo Tartaglia, Ferrari si presentò con un gruppo di persone che interrompeva spesso la sua esposizione, distraendolo. Secondo Cardano, Ferrari sconfisse Tartaglia, così che quest'ultimo fu costretto a ritrattare le accuse che aveva mosso contro di lui e che avevano causato quell'ultima disfida.

2.6.2 La soluzione delle equazioni di terzo grado

Consideriamo l'equazione

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0, \quad con \quad a \neq 0$$

Operiamo un cambio di variabile $x = y - \frac{a}{3}$. In tal modo ci riportiamo ad un equazione senza il termine quadratico:

$$y^3 + py + q = 0.$$

Decidiamo, quindi, di cercare la soluzione y come somma delle radici u e v.
Sostituendo $y = u + v$ nell'equazione di partenza, otteniamo

$$(u^3 + v^3 + q) + (u + v)(3uv + p)$$

Per poter risolvere questa equazione dobbiamo imporre che $(u^3 + v^3 + q) = 0$ e $(3uv + p) = 0$, cioè:

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = -q \\ uv = -\frac{p}{3} \end{cases}$$

Eleviamo al cubo la seconda equazione:

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = -q \\ u^3v^3 = -\frac{p^3}{27} \end{cases}$$

In tal modo, conosciamo la somma e il prodotto di u^3 e v^3. Dunque:

$$u^3, v^3 = \left\{ z : z^2 + qz - \frac{p^3}{27} = 0 \right\}$$

L'equazione in z sappiamo risolverla. Dunque conosciamo anche i valori di u^3 e v^3:

$$u^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}, \qquad v^3 = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}},$$

da cui, estraendo le radici cubiche e ricordando che $y = u + v$, si ha

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Questa è la celebre formula risolutiva delle equazioni di terzo grado.

Conclusioni

Il progetto MateBologna è stato pensato e sviluppato perseguendo due finalità diverse entrambe articolate in una modalità specifica per il pubblico a cui è stata rivolta. Le due finalità erano principalmente quella didattica e quella divulgativa.
MateBologna Junior è il progetto dedicato a fini didattici. Attraverso la collaborazione di bambini rientrati nella fascia d'età tra gli otto ed i tredici anni, abbiamo visitato alcuni luoghi particolarmente suggestivi del centro di Bologna e relazionati con la storia della matematica. Questo ha permesso ai bambini di sentirsi coinvolti, curiosi e quindi motivati. La possibilità di attraversare i luoghi stessi della matematica l'ha resa meno ostica e meno distante. Il tour pensato intorno al centro ha attraversato strade, monumenti ed edifici storici della città. Nello specifico i luoghi della matematica hanno fatto emergere lo storia di essa attraverso lo studio delle coniche, quello dei poligoni costruibili con riga e compasso, dei numeri complessi e della meridiana. Al termine del percorso abbiamo poi inserito dei laboratori di cui i bambini sono stati i veri protagonisti partecipando attivamente. Grazie all'evento di *Arte e Scienza in Piazza* è stato organizzato un gioco con le unità di misura e poi un laboratorio di poligoni regolari con la tecnica origami. Il linguaggio ha occupato un ruolo fondamentale; raccontare storie, far praticare dei laboratori, fare una visita guidata e mettere a disposizione delle immagini ha fatto sì che i bambini si sentissero affascinati, che avessero modo di 'toccare e vedere la matematica' percependola come un qualcosa presente nella nostra quotidianità e non come una materia impossibile.
MateBologna Senior è stato quello dedicato ad un pubblico adulto, già attivamente interessato alla materia ed ai suoi sviluppi. Questo percorso pensato a fini divulgativi, pur attraversando gli stessi luoghi del precedente e raccontando la storia di essi, ha necessi-

tato però di un linguaggio e di una modalità differente quindi specifica per il pubblico al quale è stato pensato. Un percorso che consentisse di vedere la città di Bologna sotto un'altra ottica, uno turistico 'sui generis' in cui si potesse esplorare il centro storico della città partendo dal presupposto della scienza e più specificatamente della matematica. Il tour ha concluso il suo percorso con un questionario finale. Al pubblico adulto è stato chiesto in forma anonima di esprimere alcuni giudizi e di proporre suggerimenti che potessero arricchirne l'esperienza.

Il primo elemento importante che emerge è l'insieme di feedback positivi avuti sia dai partecipanti al Percorso Junior che quello Senior. I bambini si sono sentiti stimolati, hanno partecipato attivamente alla visita facendo delle domande e chiedendo chiarimenti laddove non avessero compreso qualcosa. Hanno giocato durante i laboratori e hanno 'plasmato' loro stessi la conoscenza della matematica applicandone alcune leggi fondamentali. Ritengo importante anche l'intesa creata con i genitori che a loro volta hanno partecipato non solo accompagnando i loro figli ma applicandosi attivamente all'interno del percorso. Per quanto riguarda il Percorso Senior ne è stata sottolineata l'originalità dell'idea; hanno apprezzato i soggetti presi in considerazione e gradito che ne fossero stati inseriti alcuni a loro sconosciuti. Come quelli della storia della meridiana o delle disfide. Durante il percorso le curiosità, gli apprezzamenti e le tante domande hanno coinvolto le persone e suggerito spunti a docenti presenti tra il pubblico. Ne è stata anche evidenziata l'importante valenza didattica.

Al termine dell'esperienza in molti hanno voluto sapere se sarebbe stato possibile ripeterla in futuro. La validità didattica del percorso Junior ne ha visto un buon laboratorio extra scolastico all'interno delle scuole, mentre la forza divulgativa del Senior ne ha evidenziato un'interessante modalità di visitare la città. Per queste ragioni la *Fondazione Marino Golinelli* ha dichiarato il suo intento di dare seguito al progetto, espandendolo attraverso l'aggiunta di luoghi, di altri laboratori e allungando così il percorso.

Questa esperienza mi ha dato modo di pensare ad ulteriori aggiunte che potessero migliorarne la qualità. Ad esempio lo sviluppo dell'aspetto comunicativo e pubblicitario del progetto. A tal fine in primis la costruzione di un sito internet veloce e gradevole, con riferimenti al progetto, al tour ed ai contenuti. In concomitanza a questo la realizzazione di materiale espositivo quale proiezioni e modelli tridimensionali. Infine la creazione

di applications per smartphone e tablet capaci di arricchire ulteriormente l'esperienza sfruttando le tecnologie a nostra disposizione, senza mai dimenticare l'importanza del viverla.
Naturalmente si tratta di un progetto incline all'espansione e allo sviluppo, per tanto le idee da me suggerite vogliono mirare a coinvolgere un pubblico sempre più esteso.
L'esperienza, la dedizione e l'attenzione dell'associazione con la quale ho realizzato questo progetto è stata parte integrante del suo successo. La possibilità di costruire un percorso didattico e divulgativo mettendo in relazione arte e scienza, mi ha coinvolto e dato una grande soddisfazione. Un progetto importante anche sotto l'aspetto della mia formazione lavorativa.

Appendice A

La Fondazione Marino Golinelli

La **Fondazione Marino Golinelli** (FMG), nata nel 1988 e riconosciuta con Decreto del Presidente della Repubblica il 2 ottobre 1989, è oggi un punto di riferimento a livello nazionale nel campo della promozione della cultura scientifica, della formazione e dell'educazione, dando vita ad iniziative e progetti innovativi e originali.
Da oltre 20 anni la FMG si propone lobiettivo di avvicinare i cittadini, e in particolare le giovani generazioni, alla scienza, all'arte e alla cultura con lo scopo di contribuire alla nascita della futura società della conoscenza.
Uno dei progetti più interessanti sviluppati negli ultimi anni è lo studio delle interconnessioni tra Arte e Scienza.
La *Fondazione Marino Golinelli* persegue da sempre la promozione di una visione unica della cultura, in cui le scienze umanistiche e le scienze hanno pari dignità, in quanto linguaggi differenti con al centro sempre l'uomo. 'Arte e scienza' sono quindi considerati due percorsi di ricerca paralleli che insieme permettono migliorare la conoscenza del mondo e dunque la propria consapevolezza di sé.
La FMG si distingue per la sua forte attenzione e propensione alle esigenze di crescita della collettività. Collabora con le principali istituzioni del territorio e con i più autore-

voli partner accademici, scientifici e culturali a livello nazionale e internazionale con un approccio di rete. Uno dei suoi primi obiettivi è dunque 'la cultura patrimonio di tutti'. Formazione, educazione e creatività sono componenti inscindibili del processo di produzione e fruizione della cultura. I giovani sono il futuro del nostro pianeta, dunque è nostro compito nutrire le loro menti attraverso la cultura. La FMG si pone quindi l'obiettivo di sviluppare un percorso che guarda al futuro con questa visione, attraverso progetti di divulgazione, di formazione e di ricerca.
Tra i più importanti progetti di divulgazione ricordiamo:

- **Scienza nella Società**: dal 2000 la FNG collabora nel settore con un convegno nazionale ('Scienze della Vita e Nuovo Umanesimo') e attraverso la costituzione di un Osservatorio Virtuale, dove scienziati e studiosi di fama internazionale si confrontano su temi inerenti le biotecnologie, le prospettive della terapia genetica, i rapporti tra clonazione e terapia, etica nell'età della tecnica.

- **Arte e Scienza in Piazza**: nel 2005 la FNG dà vita alla *Scienza in Piazza*, un progetto che ha lo scopo di avvicinare tutti i cittadini alla scienza, all'arte e alla cultura, trasformando la città e le aree urbane in un *science centre* temporaneo, attraverso quindi laboratori, mostre, incontri e dibattiti. Dal 2011 *La Scienza in Piazza* è diventata *Arte e Scienza in Piazza*, dando vita a progetti che puntano ad esplorare e capire le interconnessioni tra scienza e arte.

- **mostre e altri progetti Arte e Scienza**: nell'ambito dei progetti che esplorano le interconnessioni tra scienza e arte, la FMG progetta percorsi espositivi che affiancano opere d'arte contemporanee ispirate a temi scientifici a contenuti di laboratori di ricerca, e collabora anche con i dipartimenti educativi di *MAMbo*, *Collezione Peggy Guggenheim* e con docenti e studenti dell'*Accademia di Belle Arti* di Bologna, attraverso laboratori, momenti di riflessione, incontri e attività di sperimentazioni tra ricercatori, artisti, comunicatori della scienza e dell'arte, studenti e docenti.

Per i progetti di formazione, la FMG si avvale della collaborazione di due centri permanenti appartenenti alla Fondazione: il **Life Learning Center**, divisione di ricerca, formazione e didattica permanente sulle Scienze della vita della FMG, e lo **START - Laboratorio di Culture Creative**, uno spazio dedicato alla diffusione della cultura scientifica e artistica, con una particolare attenzione rivolta ai bambini dai 2 ai 13 anni e alle loro famiglie.

Pur essendo impegnata nel settore della formazione, la *Fondazione Marino Golinelli* porta avanti la sua missione originaria di sostegno alla ricerca scientifica. Il suo progetto principale è l'Unità Operativa di Angiologia 'Marino Golinelli', attivata nel novembre 1999 grazie ad una convenzione con l'Azienda Ospedaliera di Bologna Policlinico S. Orsola-Malpighi, con finalità sia clinico-scientifiche sia di promozione, per una migliore informazione sulle patologie trombofiliche e sulla loro prevenzione e cura.

`http://www.golinellifondazione.org`

Bibliografia

[1] G. Carrada, *Comunicare la scienza. Kit di sopravvivenza per ricercatori*, **I quaderni del MdS**, 2005

[2] B. D'Amore, *Elementi di Didattica della Matematica*, Bologna, Pitagora, 1999

[3] E. Bortolotti, *Lezioni di Geometria Analitica*, Bologna, Zanichelli, 1923

[4] F. Toscano, *La formula segreta: Tartaglia, Cardano e il duello matematico che infiammò l'Italia del Rinascimento*, Milano, Sironi, 2009

Sitografia

[1] http://www.math.unipr.it/~rivista/MARCHINI/PDF/Quadernoacolori.pdf A. Iacomella, A. Letizia, C. Marchini, *Il comunicare in Matematica*,

[2] http://www.dmi.units.it/divulgazione/matCultSoc/progetto.html ,

[3] http://it.wikipedia.org/wiki/Sistema_formale ,

[4] http://www.xlatangente.it/upload/files/Over%2025/Riflessioni/rigore_it_sito_35.pdf ,

[5] http://www.bolognawelcome.com/ ,

[6] http://www.castfvg.it/meridian/articoli/gnomonica_san_petronio.pdf ,

[7] http://www.crabnebula.it/rc/merid_cass_s_petronio.htm ,

[8] http://www.bulgnais.com/dizionario/2012%20Mon-Mis%20BoRo%20i.pdf ,

[9] http://www.crabnebula.it/rc/merid_cass_s_petronio.htm ,

[10] http://it.wikipedia.org/wiki/Rafael_Bombelli ,

[11] http://mathematica.sns.it/autori/1325/ ,

[12] http://www.dm.uniba.it/~barile/Rete2/algebra3pdf/lezione16.pdf ,

[13] http://www.golinellifondazione.org/ui_fmg/homepage.aspx ,