

Università degli Studi di Bologna - Alma mater studiorum

---

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE

TESI DI LAUREA

IN

TECNICA DELLE COSTRUZIONI LM

MODELLAZIONE DI MECCANISMI DI ROTTURA PER TAGLIO E  
SCORRIMENTO DELLE BARRE DI ARMATURA NELL'ANALISI  
NON LINEARE DELLE STRUTTURE IN C.A.

Candidato:  
BRUNO DE FAZIO

Relatore:  
CHIAR.MO PROF. CLAUDIO MAZZOTTI

Correlatore:  
DOTT. ING. NICOLA BURATTI

---

Anno Accademico 2011-2012  
sessione II



Alla mia famiglia per il loro continuo supporto. Perché bisogna sempre insistere,  
fino alla fine.



# Indice

<b>1</b>	<b>Concetti base sul degrado isteretico</b>	<b>1</b>
1.1	Modelli isteretici . . . . .	1
1.1.1	Modello elasto plastico . . . . .	2
1.1.2	Modello elastico incrudente . . . . .	3
1.1.3	Modelli con degrado della rigidezza . . . . .	3
1.1.4	Modelli con degrado della rigidezza: effetto pinching . . . . .	4
1.1.5	Modelli con degrado della resistenza . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Idealized backbone response</b>	<b>11</b>
2.1	Idealized Backbone . . . . .	12
2.1.1	Flexural yielding . . . . .	14
2.1.2	Spostamento per sopraggiunta crisi per taglio . . . . .	14
2.1.3	Spostamento per sopraggiunta crisi assiale . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Modellazione scorrimento barre</b>	<b>21</b>
3.1	Il fenomeno del bar slip . . . . .	21
3.2	Modellazione del bar slip . . . . .	23
3.2.1	Zero length section . . . . .	23
3.2.2	Bar slip: il modello a fibre . . . . .	24
3.2.3	Bar slip: il modello con molle rotazionali . . . . .	28
3.3	Rigidezza flessionale effettiva $EJ_{eff}$ . . . . .	31
3.4	Caso studio . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Modellazione della crisi per taglio</b>	<b>41</b>
4.1	Limit state failure model . . . . .	41
4.2	Uniaxial material model . . . . .	43
4.2.1	Modellare il comportamento tagliante tramite OpenSees . . . . .	45
4.2.2	Limit state uniaxial material . . . . .	47
4.2.3	Crisi per carichi assiali . . . . .	51
4.3	Elementi di lunghezza nulla . . . . .	53

4.4	Caso studio . . . . .	55
4.4.1	Influenza delle molle sul comportamento della colonna . . . . .	62
<b>5</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>65</b>
5.0.2	Sviluppi futuri . . . . .	67
	<b>Bibliografia</b>	<b>69</b>

# Elenco delle figure

1.1	Modello elasto plastico. All'atto del ricarico la curva passa per il medesimo punto in cui era avvenuto lo scarico. Non vi è degrado della rigidezza per carichi successivi. . . . .	2
1.2	Modello elastico incrudente. All'atto del ricarico la curva passa per il medesimo punto in cui era avvenuto lo scarico. Non vi è degrado della rigidezza per carichi successivi. . . . .	3
1.3	Tre esempi di modelli isteretici con degrado della rigidezza . . . . .	4
1.4	Due esempi di pinching: a) pinching moderato b) pinching elevato . . . . .	4
1.5	Due esempi di degrado della resistenza: a) dovuta all'incremento dello spostamento plastico b) dovuta alla ciclicità del carico seppur a spostamento costante. . . . .	6
1.6	Due casi in cui vi è contemporaneamente presente una diminuzione della rigidezza e della resistenza: a) degrado moderato; b) forte degrado. . . . .	7
1.7	In-cycle degradation. La perdita di resistenza avviene durante il ciclo di carico . . . . .	8
1.8	Comportamento isteretico a confronto: a)cyclic degradation; b)in-cycle strength degradation . . . . .	9
2.2	La superficie limite denotata con <i>empirical drift capacity model</i> mostra il punto in cui avviene la crisi per taglio della colonna . . . . .	17
2.3	La superficie limite <i>axial limit curve</i> . . . . .	19
2.4	Esempio di rottura per taglio di una colonna sottoposta ad azione sismica. . . . .	20
3.1	Vari esempi di rotazione rigida causati dallo scorrimento delle barre all'interfaccia tra due elementi. La rotazione rigida è indicata dalla freccia nera . . . . .	22
3.2	Risultanti delle forze agenti in un nodo per strutture soggette a forzanti sismiche . . . . .	23

3.3	Colonna (mensola) alla cui base è prevista una sezione di lunghezza zero. . . . .	24
3.4	All'acciaio della sezione di lunghezza nulla dovrà essere assegnato un preciso legame costitutivo $\sigma - s$ . . . . .	25
3.5	Legame tensione-scorrimento implementato in <i>OpenSees</i> col comando <i>uniaxialMaterial Bond_SP01</i> . . . . .	26
3.6	Influenza del parametro \$R. Maggiore è il suo valore minore è l'effetto pinching nelle analisi cicliche. . . . .	27
3.7	Legame costitutivo del calcestruzzo implementato nel comando <i>uniaxialMaterial Concrete01</i> . . . . .	28
3.8	Colonna alle cui estremità è prevista una sezione di lunghezza zero alla quale si pensa applicata una molla rotazionale che descrive il fenomeno del bar slip. . . . .	29
3.9	Scorrimento di una barra di armatura ancorata. . . . .	30
3.10	Somma dei contributi che contribuiscono allo spostamento $\Delta_y$ . . . . .	32
3.11	Configurazione della colonna . . . . .	34
3.12	Confronto dei risultati: senza tenere conto dello splip il modello risulta molto più rigido. Analisi ciclica . . . . .	38
3.13	Confronto dei risultati: senza tenere conto dello splip il modello risulta molto più rigido. Analisi non ciclica. . . . .	38
3.14	Confronto tra vari modelli di slip. Analisi ciclica . . . . .	39
3.15	Confronto tra vari modelli di slip. Analisi non ciclica. . . . .	39
4.1	La superficie limite mostra il punto in cui avviene: a) la crisi per taglio; b) la crisi assiale . . . . .	42
4.2	Esempi di legami costitutivi per elementi ad un solo grado di libertà (monodimensionali) . . . . .	43
4.3	Esempio di legame costitutivo del tipo <i>Hysteretic Uniaxial Material</i> presente di default in <i>OpenSees</i> . . . . .	44
4.4	Esempio di legame costitutivo del tipo <i>Hysteretic Uniaxial Material</i> sottoposto ad azioni cicliche. . . . .	45
4.5	La molla descrive il comportamento tagliante, l'elemento beam quello flessionale. . . . .	46
4.6	Esempio molla in serie. La molla descrive il comportamento tagliante, l'elemento beam quello flessionale. La crisi assiale si manifesta quando la resistenza della colonna a forze orizzontali è nulla. . . . .	48



4.7	Esempio modello in serie con la contemporanea presenza della shear spring e della axial spring che modella il comportamento assiale. L'elemento beam modella il comportamento flessionale. . . . .	52
4.8	Esempio di shear e axial spring a cui è associato il relativo limit state. I due nodi hanno le stesse coordinate spaziali. . . . .	54
4.9	Configurazione della colonna utilizzata per effettuare l'analisi. . . . .	55
4.10	Uso della shear e axial spring a cui è associato il relativo limit state. . . . .	56
4.11	Confronto tra i risultati sperimentali (in rosso) e la curva ricavata tramite analisi software (in blu). . . . .	60
4.12	Curve di capacità portante assiale. La crisi si manifesta nel punto in cui inizia il decadimento della capacità portante. La percentuale di armatura influenza lo spostamento in cui si verifica la crisi. . . . .	60
4.13	Curve di capacità portante. Maggiore è l'entità del carico verticale minore è lo spostamento orizzontale a cui si manifesta la crisi. . . . .	61
4.14	Rappresentazione schematica dei vari modelli utilizzati per valutare l'influenza della risposta di ciascuna molla. . . . .	62
4.15	Confronto della risposta strutturale tenendo conto degli effetti di ciascuna molla sulla colonna. In blu il refined model, in rosso il no axial spring model, in verde il no axial and shear spring model, in nero il no axial shear spring an slip model. . . . .	64

## Elenco delle tabelle

3.1	Notazione: $b=h$ =dimensioni della sezione; $\phi_{long}$ =diametro armatura; $\phi_{staffa}$ =diametro staffa; $S$ =passo staffe; $f_{ylong}$ =snervamento armatura; $f_{yt}$ =snervamento staffe (MPa); $f_c$ =resistenza del calcestruzzo (MPa) ; $P$ =carico verticale (kN). . . . .	34
3.2	Valori dello spostamento in corrispondenza dello snervamento utilizzando diverse modellazioni del bar slip. . . . .	39

- 4.1 Notazione:  $b=h$ =dimensioni della sezione;  $\phi_{long}$ =diametro armatura;  $\phi_{staffa}$ =diametro staffa;  $S$ =passo staffe;  $f_{ylong}$ =snervamento armatura;  $f_{yt}$ =snervamento staffe (MPa);  $f_c$ =resistenza del calcestruzzo (MPa);  $P$ =carico verticale (kN);  $\Delta_s$ =displacement at shear failure (mm);  $\Delta_a$ =displacement at axial failure (mm). . . . . 56
- 4.2 La tabella mostra lo spostamento  $\Delta_a$  a cui sopraggiunge la crisi assiale per diversi valori di percentuale di armatura trasversale. . . 61
- 4.3 La tabella mostra lo spostamento  $\Delta_a$  a cui sopraggiunge la crisi assiale per diversi valori del carico verticale. Maggiore è il carico minore è lo spostamento a cui si manifesta la crisi. . . . . 62

# Introduzione

I telai in cemento armato sono una delle tipologie costruttive più utilizzate nelle costruzioni civili e industriali moderne. Le costruzioni in cemento armato costruite prima dell'entrata in vigore delle moderne leggi antisismiche, vale a dire tutte le costruzioni realizzate fino (ed oltre) gli anni '90, sono state progettate primariamente per resistere ai carichi verticali ed hanno una ridotta quantità di armatura trasversale. A causa della scarsa duttilità tali strutture possono deficitare di capacità resistente orizzontale quando sono sottoposte ad azioni di tipo sismico, subendo danni significativi che possono generare il collasso. Con le recenti ricerche tese a migliorare le performance sismiche delle costruzioni, risulta necessario capire i meccanismi che causano il collasso di tali strutture quando sono sottoposte ad azioni oltre che verticali anche orizzontali. Per fare ciò risulta essenziale sviluppare modelli analitici che riescano ragionevolmente a prevedere il comportamento strutturale di elementi che si trovano in condizione di crisi per carichi orizzontali.

Lo scopo di questa tesi è quello di valutare l'efficacia di alcuni modelli proposti di recente dalla comunità scientifica, nello specifico i modelli utilizzati si trovano in (Elwood e Moehle, 2003), riguardanti modelli analitici che consentano di prevedere la crisi per taglio degli elementi strutturali seguita da una eventuale crisi della capacità portante ai carichi verticali. La perdita di capacità portante genera di fatto il collasso strutturale. Per raggiungere lo scopo la trattazione si articola come evidenziato di seguito.

**Il primo capitolo** offre una visione introduttiva dei concetti principali riguardante il degrado isteretico degli elementi strutturali e dei materiali. I concetti trattati in questo capitolo sono essenziali per la comprensione dei capitoli successivi.

**Il secondo capitolo** dopo aver spiegato gli effetti causati dalla scarsità di armatura a taglio, introduce il concetto di *idealized backbone response* spiegando in maniera dettagliata i modelli analitici introdotti da (Elwood e Moehle, 2003) per quanto riguarda lo studio della crisi per taglio e assiale delle strutture.

**Il capitolo terzo** descrive come modellare il fenomeno dello scorrimento delle barre di armatura (detto anche bar slip), ossia dello scorrimento relativo tra le barre di armatura longitudinali e calcestruzzo. Alla fine del capitolo vengono riportati casi di studio che consentono di valutare l'importanza del bar slip.

**Nel capitolo quarto** si descriverà inizialmente il concetto di superficie limite che consente di individuare i meccanismi di rottura per taglio e per crisi assiale. Successivamente tali superfici verranno implementate e verranno esposti esempi numerici di crisi per taglio e per perdita di capacità portante.

**Il capitolo quinto** conterrà le conclusioni finali sui risultati raggiunti e verranno proposti alcuni sviluppi futuri.

Tutte le modellazioni sono state effettuate tramite un software di calcolo denominato *OpenSees*, sviluppato dal *PEER Pacific Earthquake Engineering Simulation* appositamente per simulazioni di carattere sismico di sistemi strutturali.

# Capitolo 1

## Concetti base sul degrado isteretico

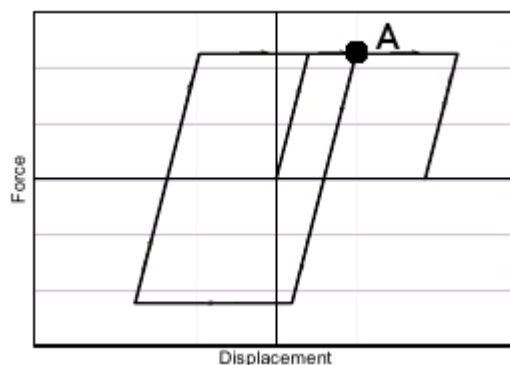
### Introduzione

In questo capitolo verranno esposti i principali tipi di modelli isteretici (non lineari) più comunemente usati in ambito sismico. Successivamente verranno esposti alcuni concetti base riguardo il degrado del comportamento degli elementi strutturali. Ripercorrere tali concetti è utile in quanto sono la base teorica necessaria per affrontare nel seguito modelli più complessi, tra cui ad esempio il modello che descrive il degrado della resistenza tagliante degli elementi strutturali.

### 1.1 Modelli isteretici

Definire il modello isteretico di un materiale significa definirne il legame costitutivo. Generalmente quando il legame è descritto a livello di materiale è prassi usare una relazione del tipo tensione-deformazione ( $\sigma - \epsilon$ ), mentre quando si fa riferimento al comportamento globale di un elemento strutturale (come ad es. di travi e pilastri) si è soliti usare modelli forza spostamento. L'utilizzo di uno dei due metodi di rappresentazione dipende ovviamente dal contesto di riferimento.

Negli anni sono stati proposti dai ricercatori vari modelli ognuno dei quali è applicabile sotto determinate ipotesi ed il cui scopo è quello di descrivere la risposta meccanica degli elementi strutturali. Esistono modelli semplici e di uso molto comune come quello elasto-plastico, e modelli più complessi che nel descrivere il comportamento meccanico degli elementi strutturali tengono conto del processo di degrado della resistenza e della rigidità che i materiali subiscono quando sono sollecitati da carichi ciclici. Vista la natura ciclica delle azioni sismiche risulta quindi naturale dover fare riferimento a questa ultima tipologia di modelli isteretici che, come mostrato da risultati sperimentali, bene si adattano a descrivere il reale

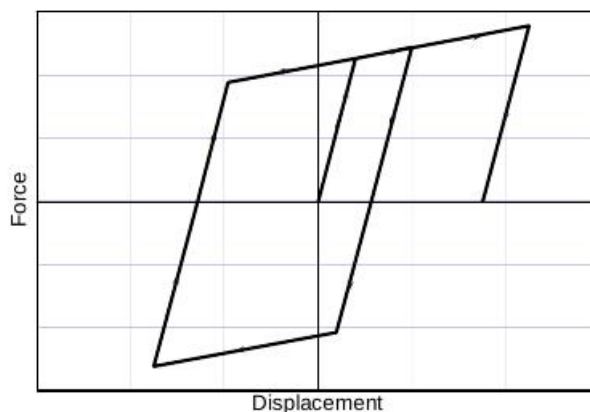


**Figura 1.1:** Modello elasto plastico. All'atto del ricarico la curva passa per il medesimo punto in cui era avvenuto lo scarico. Non vi è degrado della rigidezza per carichi successivi.

comportamento meccanico dei materiali. Ciò nonostante si ritiene utile presentare in questo paragrafo quelli che sono i modelli isteretici maggiormente utilizzati allo stato attuale in campo ingegneristico, a partire da quelli più semplici come quello elasto-plastico fino a giungere ai modelli più complicati. Ciò risulterà utile per capire successivamente il concetto di degrado per azioni taglianti (forze orizzontali) che sarà presentato invece successivamente.

### 1.1.1 Modello elasto plastico

È il più semplice modello costitutivo utilizzato in ambito sismico. Esso prevede che il materiale abbia comportamento elastico lineare fino allo snervamento (con rigidezza costante), superato il quale la rigidezza diventa nulla ed il materiale può subire deformazioni (si intende fino a rottura) senza che le azioni esterne generino alcun incremento dello stato tensionale. Come è desumibile dalla figura 1.1, all'atto del ricarico la curva passa per il medesimo punto in cui era avvenuto lo scarico (punto A) e prosegue lungo lo stesso percorso come se lo scarico non fosse mai avvenuto. Inoltre ad ogni ricarico che il materiale subisce la rigidezza resta sempre invariata come si evince dai percorsi di carico e scarico i quali restano sempre paralleli. Tali peculiarità rendono il modello elasto plastico non idoneo a cogliere la perdita delle capacità meccaniche che i materiali subiscono, come mostrato da varie prove sperimentali, quando sono sottoposti a carichi ciclici. Per questo motivo un tale comportamento isteretico non può essere adottato quando occorre modellare il comportamento non lineare delle strutture.



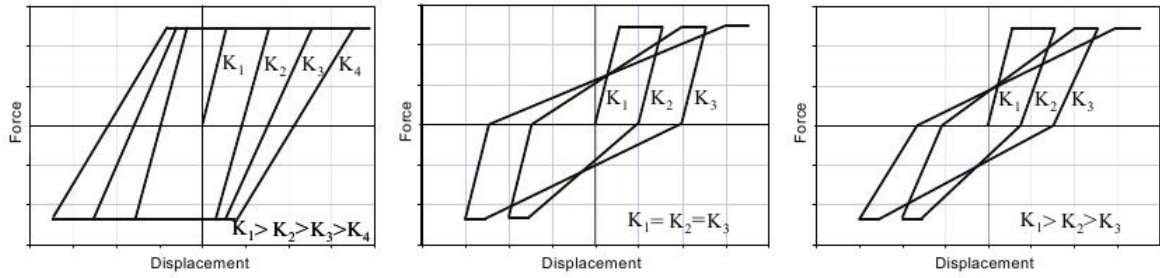
**Figura 1.2:** Modello elastico incrudente. All'atto del ricarico la curva passa per il medesimo punto in cui era avvenuto lo scarico. Non vi è degrado della rigidità per carichi successivi.

### 1.1.2 Modello elastico incrudente

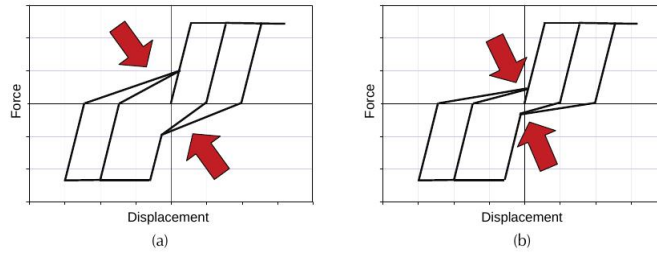
Un altro modello isteretico molto usato è quello elastico incrudente (vedi figura 1.2), molto simile a quello elasto plastico eccetto per il fatto che, dopo aver superato lo snervamento, il materiale possiede ancora una rigidità residua tale per cui un ulteriore incremento della deformazione plastica produce un aumento dello stato tensionale. Tale comportamento, tipico di materiali quali l'acciaio, è molto più realistico rispetto a quello descritto con un modello puramente elasto plastico. Infatti come ormai noto dalle evidenze sperimentali, dopo aver superato il limite elastico negli elementi in cemento armato, la formazione di cerniere plastiche comporta un aumento delle capacità meccaniche residue. Anche questo modello non coglie però la perdita di capacità resistente dovuta alla ciclicità dei carichi, venendo così a valere le stesse osservazioni fatte per il modello elasto plastico.

### 1.1.3 Modelli con degrado della rigidità

Vari elementi strutturali mostrano un notevole degrado della rigidità quando sono sottoposti ad azioni di carico e scarico ripetute nel tempo. Questo comportamento, che è molto evidente negli elementi strutturali in cemento armato, è conseguente al manifestarsi di vari fenomeni tra i quali i più usuali sono la formazione delle fessure, il cedimento totale o parziale di uno o più vincoli, o ancora l'interazione tra tensioni assiali con alti livelli di carichi taglianti. Il grado di riduzione della rigidità dipende poi da vari fattori come i materiali usati, la geometria dell'elemento, il tipo di connessione tra gli elementi, ma dipende anche dalla storia di carico a cui l'elemento strutturale è soggetto (ad es. intensità ad ogni ciclo di



**Figura 1.3:** Tre esempi di modelli isteretici con degrado della rigidità



**Figura 1.4:** Due esempi di pinching: a) pinching moderato b) pinching elevato

carico, numero di cicli, ecc).

La figura 1.3 mostra tre esempi di modelli nei quali è tenuta in conto la perdita di rigidità del materiale dovuta a carichi ciclici. Nel primo modello la rigidità all'atto del carico e dello scarico di ciascun ciclo rimane invariata, ma diminuisce con l'aumentare dello spostamento massimo raggiunto. Nel secondo caso la rigidità allo scarico si mantiene inalterata in ciascun ciclo e pari alla rigidità iniziale ( $k_1 = k_2 = k_3$ ), ma diminuisce durante la fase del ricarico in ciascun ciclo in maniera tanto più evidente quanto è maggiore lo spostamento massimo. Nel terzo caso invece la rigidità diminuisce in misura diversa sia al carico che allo scarico. In generale si può dire che la perdita di rigidità è funzione dello spostamento massimo raggiunto; quanto maggiore è lo spostamento raggiunto in un ciclo di carico, tanto maggiore sarà il degrado della rigidità allo scarico ed al ricarico.

#### 1.1.4 Modelli con degrado della rigidità: effetto pinching

Alcuni elementi strutturali possono essere soggetti al cosiddetto fenomeno del *pinching*. Gli elementi soggetti al pinching sono caratterizzati da una grande riduzione della rigidità durante la fase di ricarico, rigidità che viene successivamente (almeno in parte) riacquistata durante il ciclo di ricarico (vedi fig: 1.4).

Il fenomeno del pinching è particolarmente evidente nel cemento armato oltre che in alcuni componenti in legno, certi tipi di murature e alcune connessioni delle strutture metalliche. Nel cemento armato esso è sostanzialmente dovuto alla



formazione di fessure che si creano durante l'applicazione del carico. Parte della rigidità persa viene riacquisita quando il carico (che si ricorda essere ciclico) agisce nella direzione opposta a quella iniziale permettendo la chiusura delle fessure che si erano create precedentemente. Il richiudersi delle fessure permette all'elemento di riacquisire rigidità fino a quando non se ne formeranno delle nuove. Il processo si ripete per ogni ciclo di carico a cui è soggetta la struttura. Il grado di riduzione della rigidità dipende inoltre da vari fattori come i materiali usati, la geometria dell'elemento, il tipo di connessione tra gli elementi e la loro duttilità, ma dipende anche dalla storia di carico a cui l'elemento strutturale è soggetto (ad es. intensità ad ogni ciclo di carico, numero di cicli, ecc).

### **Considerazioni sull'uso di modelli con e senza degrado della rigidità**

I modelli che includono il degrado della rigidità rispecchiano in maniera più veritiera il reale comportamento degli elementi strutturali. Molti studi (FEMA-P440A, 2009) hanno però comparato la risposta (in termini di spostamento massimo raggiunto) di vari sistemi strutturali ottenuti utilizzando sia modelli isteretici con degrado della rigidità sia con quello elasto-plastico e elastico-incrudente (che non tengono conto della perdita di rigidità). Questi studi hanno portato a concludere che per sistemi strutturali con periodi di oscillazione medio lunghi, gli spostamenti massimi a cui essi sono soggetti sono molto simili con entrambi i tipi di modelli. Tutto ciò suggerisce che è possibile usare modelli più semplici come quello elasto-plastico o elastico-incrudente che non tengono conto del degrado della rigidità per stimare gli spostamenti laterali per strutture con un periodo di vibrazione medio lungo (sistemi con periodo fondamentale maggiore di 1s). Gli stessi studi hanno evidenziato invece come per sistemi con periodo di oscillazione minore di 1 secondo sia di fondamentale importanza usare modelli con degrado della rigidità in quanto il modello elasto plastico o elastico incrudente generano una sottostima degli spostamenti.

Si fa notare che comunque in questa tesi non verranno effettuate analisi dinamiche che tengano in conto del periodo di oscillazione delle strutture, ma verrà sempre effettuata una analisi push over con carichi applicati in maniera quasi statica proprio per evitare qualsiasi effetto dinamico.

### **1.1.5 Modelli con degrado della resistenza**

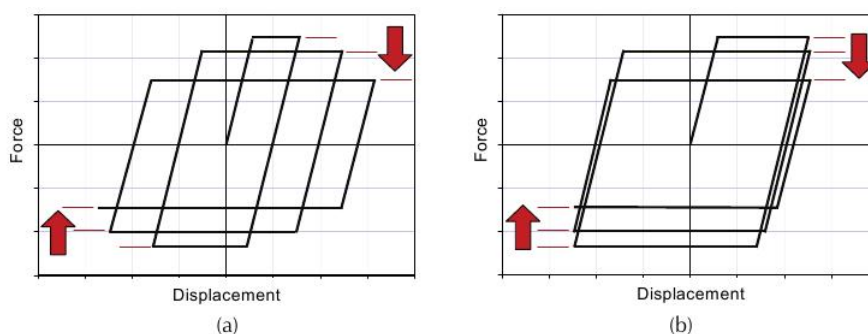
Nei paragrafi precedenti si sono illustrati vari modelli con degrado della rigidità, che mettono in luce come gli elementi strutturali sottoposti a carichi ciclici diminuiscono la loro rigidità in maniera direttamente correlata allo spostamento

massimo raggiunto in ogni ciclo di carico. Si è però sottinteso che la resistenza dell'elemento non subisca alcuna variazione a causa dei cicli di carico e scarico. In realtà oltre alla rigidezza, quando gli elementi strutturali sono sottoposti a carichi ciclici, sono soggetti anche ad una riduzione della capacità resistente massima e di conseguenza ad una riduzione della forza che conduce alla plasticizzazione.

In letteratura si distinguono sostanzialmente due comportamenti diversi che descrivono il degrado della resistenza: *cyclic strength degradation* e *in-cycle strength degradation*. Di seguito verranno mostrate le peculiarità principali di questi due tipi di comportamento.

### Cyclic strength degradation

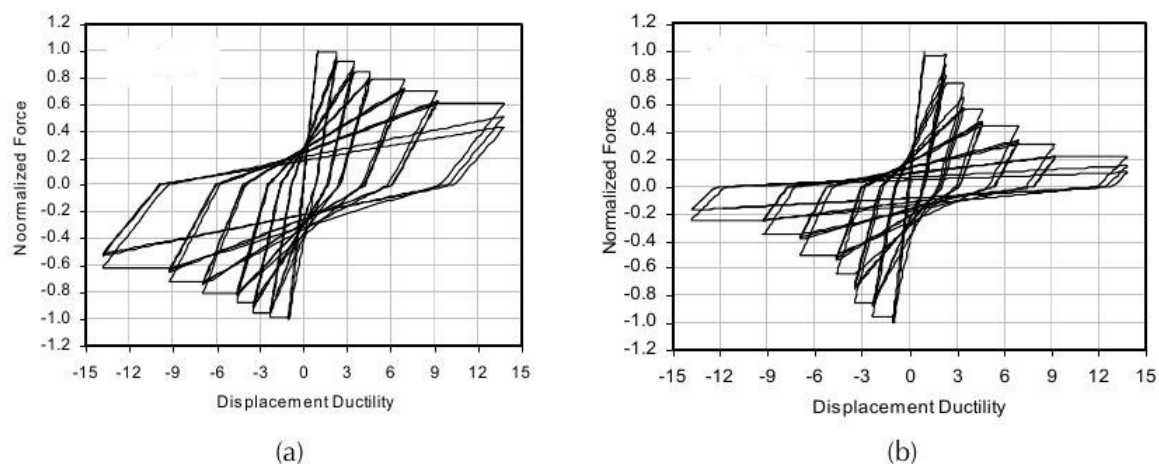
Descrive il deterioramento delle capacità meccaniche degli elementi strutturali che mostrano una riduzione della resistenza come conseguenza di carichi ciclici. La



**Figura 1.5:** Due esempi di degrado della resistenza: a) dovuta all'incremento dello spostamento plastico b) dovuta alla ciclicità del carico seppur a spostamento costante.

figura 1.5a) mostra un modello elasto plastico che subisce un degrado della resistenza. Tale degrado è causato dal continuo aumento dello spostamento massimo raggiunto ad ogni ciclo di carico successivo. Per tale ragione, in un elemento strutturale che abbia il comportamento isteretico appena descritto, il degrado della resistenza viene tipicamente definita come una funzione della duttilità. Come noto la duttilità è definita come il rapporto tra il valore di picco dello spostamento e quello alla plasticizzazione.

La figura 1.5b) mostra invece che il degrado della resistenza si manifesta anche se nei vari cicli successivi di carico e scarico si mantiene costante lo spostamento massimo raggiunto. In questo caso si è in presenza di un degrado della resistenza che non dipende più dallo spostamento massimo raggiunto, ma è diretta conseguenza del numero di cicli di carico scarico. Per modelli isteretici di questo tipo la riduzione della resistenza viene quindi tipicamente definita come una funzione dell'energia



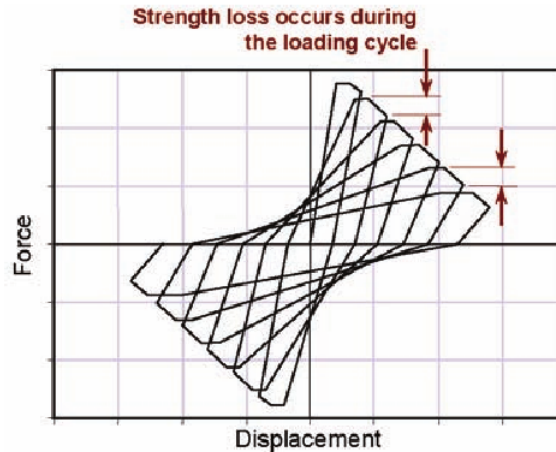
**Figura 1.6:** Due casi in cui vi è contemporaneamente presente una diminuzione della rigidità e della resistenza: a) degrado moderato; b) forte degrado.

isteretica totale che il sistema possiede. Tale energia è data dall'area sottesa da ciascun ciclo di isteresi.

Da notare che nella realtà gli elementi strutturali sono soggetti contemporaneamente ad entrambi i tipi di fenomeno rappresentati in figura 1.5, ossia la perdita di resistenza è funzione sia della duttilità che dell'energia isteretica dissipata. Inoltre questi due comportamenti combinano il loro effetto con quello dato dal degrado della rigidità (così come spiegato nel paragrafo 1.1.3 a pagina 3). Un esempio di comportamento che tiene conto di tutti questi effetti è rappresentato nei diagrammi riportati nella figura 1.6, dove sono rappresentati due casi in cui il degrado della rigidità è combinato con il degrado della resistenza. Il diagramma della figura 1.6a) mostra un caso in cui vi è un moderata perdita di resistenza e di rigidità, mentre il diagramma 1.6b) illustra un sistema in cui il degrado del materiale è molto accentuato.

### In-cycle strength degradation

Con il termine *in-cycle strength degradation* si intende una particolare tipologia di degrado della resistenza che risulta essere molto diversa dal caso della *cyclic strength degradation* di cui si è parlato in precedenza. La peculiarità del fenomeno dell' *in-cycle strength degradation* sta nel fatto che il degrado della resistenza si manifesta durante il ciclo di carico. Infatti presa a riferimento la figura 1.7, quando durante il ciclo di carico il materiale giunge a plasticizzarsi la curva non assume né un comportamento perfettamente plastico né un comportamento incrudente, ma si manifesta una riduzione della resistenza prima ancora che si inneschi lo scarico dell'elemento. Dopo lo snervamento la rigidità diventa quindi negativa pur essendo



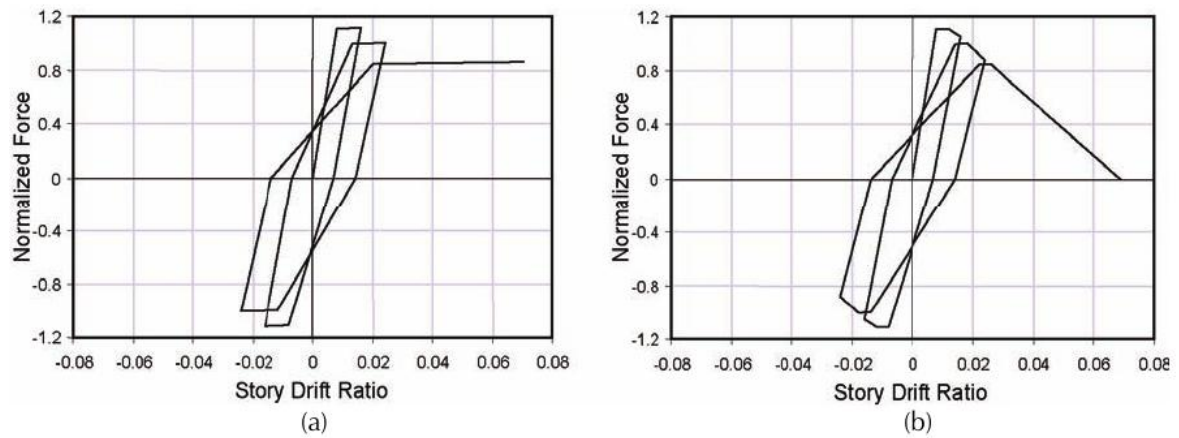
**Figura 1.7:** In-cycle degradation. La perdita di resistenza avviene durante il ciclo di carico

in uno stesso ciclo di carico.

Questa tipologia di perdita di resistenza è sostanzialmente dovuta alle combinazione di non linearità geometriche (eventuali effetti P-Delta) e di non linearità di materiale. Possono essere causa di questo tipo di degrado della resistenza la rottura del calcestruzzo, instabilità o rottura delle barre di armatura longitudinale nonché crisi per taglio. Quest'ultimo caso sarà quello di maggiore interesse in questa tesi. Si vedrà infatti nei capitoli successivi, quando verrà implementato tramite il software di calcolo il comportamento tagliante di una colonna in cemento armato, come lo sopraggiungere della rottura per taglio crei un improvviso abbattimento della resistenza alle azioni orizzontali dell'elemento strutturale.

### Differenze tra cyclic e in-cycle strength degradation

Le distinzioni tra *cyclic ed in-cycle strength degradation* è molto importante, perchè le conseguenze che essi provocano sull'elemento strutturale è molto differente. Generalmente i sistemi che subiscono un degrado di tipo cyclic risultano essere stabili, mentre nei sistemi in-cycle il degrado può portare l'elemento strutturale ad instabilizzarsi e di conseguenza a collassare. A tal proposito si osservi la figura 1.8. In essa vi sono graficati il comportamento isteretico di due sistemi strutturali il primo dei quali è soggetto al cyclic degradation mentre il secondo rappresenta in-cycle degradation. Entrambi i sistemi sono soggetti alla stessa tipologia di carico. Come si nota nel sistema a) se si impone uno spostamento laterale elevato, l'elemento risulta comunque capace di sostenere il carico senza che vi sia una perdita di resistenza mentre lo spostamento aumenta. Il sistema risulta avere un comportamento perfettamente plastico. Al contrario nel diagramma b) quando si impone un incremento dello spostamento, non appena l'elemento entra in fase



**Figura 1.8:** Comportamento isteretico a confronto: a)cyclic degradation; b)in-cycle strength degradation

plastica subisce una brusca perdita di capacità resistente che molto velocemente diventa nulla, giungendo subito a collasso. In questo senso il sistema soggetto ad in-cycle degradation risulta essere instabile. In realtà non è detto che il collasso si manifesti sempre, infatti spesso in seguito a brusche riduzioni della resistenza l'elemento strutturale mantiene comunque una certa resistenza residua. Tali casi verranno trattati quando si parlerà della crisi per taglio nei capitoli successivi.



# Capitolo 2

## Idealized backbone response

### Introduzione

Le normative antisismiche che prevedono un adeguato uso di staffe in modo da pervenire ad elevati livelli di duttilità sono entrate in vigore solo negli ultimi 10-15 anni, così risulta che la maggior parte del patrimonio strutturale esistente in cemento armato sia stato di fatto progettato secondo regole e parametri che certamente non soddisfano i moderni requisiti di progettazione antisismica. Tra i requisiti che senza ombra di dubbio le costruzioni esistenti non soddisfano uno dei più importanti è quello di una adeguata duttilità dei pilastri, dovuta ad una scarsa presenza di armatura trasversale.

Esperimenti recenti hanno dimostrato che pilastri in cemento armato che posseggono una armatura trasversale molto distanziata, o che in generale hanno una scarsa armatura trasversale, sono vulnerabili ad una crisi per taglio quando si trovano soggetti ad un evento sismico. Ad una crisi per taglio si affianca come conseguenza una riduzione della capacità portante dei carichi verticali che può comportare a seconda dei casi ad un collasso dell'elemento.

Tuttavia si è visto che gli edifici seppur progettati senza tener conto delle forze orizzontali indotte dal sisma, raramente hanno subito dei collassi totali (LeBorgne e Ghannoum, 2009). Ciò ha indotto a pensare che tali edifici posseggano una certa duttilità che consente di avere ai pilastri una capacità di deformazione orizzontale non trascurabile. Si possono così distinguere tre tipologie di pilastri presenti negli edifici in cemento armato in funzione della loro duttilità (LeBorgne e Ghannoum, 2009): a) colonne a ridotta duttilità che sono per questo soggette a crisi per taglio la quale si manifesta prima che si giunga allo snervamento delle barre longitudinali, giungendo così ad una crisi che porta facilmente al collasso della colonna; b) Colonne nelle quali seppur scarsamente armate a taglio la crisi flettente non è seguita da

una crisi per taglio; c) Colonne nelle quali la crisi per flessione precede la crisi per taglio. Questa ultima tipologia è tipica degli edifici costruiti negli anni '60-'70-'80, ossia edifici che seppur progettati per soli carichi verticali in realtà si è visto che posseggono delle importanti capacità duttili utili per prevenire il collasso.

In realtà il comportamento di quest'ultima tipologie di colonne risulta essere molto complesso e ad oggi non del tutto chiarito, così si ha la necessità di creare dei modelli che riescano a tenere in conto allo stesso tempo sia il comportamento flessionale, sia il degrado della resistenza laterale che si ha in seguito alla crisi per taglio, fino allo sopraggiungere del collasso.

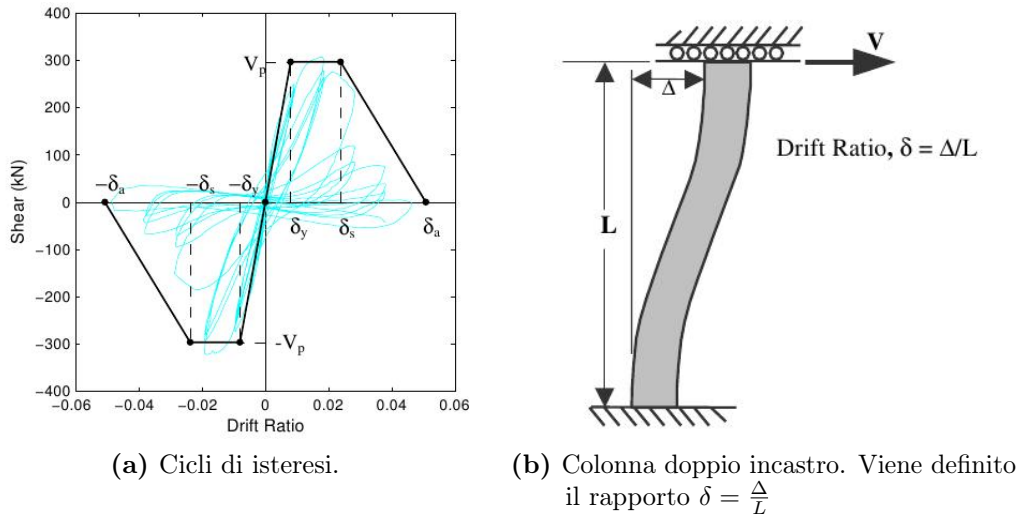
## 2.1 Idealized Backbone

Ricerche sperimentali e osservazioni di edifici sottoposti ad eventi sismici hanno dimostrato che colonne in cemento armato con scarsa (o troppo distanziata) armatura trasversale sono soggette ad una crisi per taglio durante gli eventi sismici. Oltretutto una crisi per taglio conduce ad una riduzione della capacità portante assiale che può condurre al collasso della singola colonna e di conseguenza anche di tutto l'edificio.

Prima di sopraggiungere a collasso l'elemento strutturale incontra progressivamente diverse tipologie di crisi che ne modificano il comportamento isteretico, ossia ne modificano quello che è il diagramma costitutivo. Nel percorso che porta al collasso è possibile individuare lo snervamento dell'armatura longitudinale seguito da una crisi per taglio, la quale comporta il degrado della resistenza dell'elemento alle forze orizzontali. Tale degrado della resistenza combinato con l'effetto dei carichi verticali, rende la colonna incapace di sopportare i carichi verticali generando così una crisi assiale che può portare al collasso della colonna stessa. Da notare che il comportamento appena descritto ipotizza che lo snervamento flessionale sia sempre precedente alla crisi per taglio, pur avendo le colonne una scarsa armatura trasversale.

Un tipico diagramma che rappresenta i cicli di isteresi di una colonna soggetta ad una forza tagliante (ossia a una forza orizzontale) ciclica è mostrato in figura 2.1a. Tale diagramma può essere approssimato, facendone una sorta di involuppo, attraverso una curva trilatera detta *idealized backbone* grazie alla quale è possibile mettere in evidenza i punti di crisi principali che la colonna subisce prima di arrivare a rottura. Tali punti di crisi sono: 1) lo snervamento  $(\delta_y, V_p)$  dell'armatura longitudinale, 2) la crisi per taglio  $(\delta_s, V_p)$ , 3) il punto in cui si ha la crisi assiale  $(\delta_a, 0)$ . La quantità  $V_p$  è il valore della forza tagliante esterna che crea la plasticizzazione del





**Figura 2.1:** Idealized backbone, può essere vista come una sorta di involuppo che approssima i vari cicli di isteresi.

materiale (a volte denotata con  $V_y$  per sottolineare che essa rappresenta la forza che crea lo snervamento), mentre  $\delta_y$ ,  $\delta_s$  e  $\delta_a$  rappresentano il rapporto tra lo spostamento orizzontale e l'altezza della colonna (il cosiddetto *drift ratio*, rispettivamente nel punto dello snervamento dell'armatura longitudinale, nel punto di crisi per taglio e nel punto di crisi assiale. La curva così come rappresentata nella figura 2.1a sottintende che la colonna sia doppiamente incastrata alle estremità, onde evitare qualsiasi rotazione (vedi la figura 2.1b). Nel seguito, salvo dove diversamente specificato, si farà riferimento sempre ad elementi con doppio incastro. Si noti che il tratto orizzontale della curva è del tutto casuale, di norma infatti grazie all'incrudimento dell'acciaio esso ha pendenza positiva.

Vale la pena sottolineare che la crisi per taglio di una colonna non ne determina necessariamente il collasso. Ad entrare in gioco è la presenza di carichi verticali la cui entità determina fortemente il comportamento post crisi della colonna. Alcuni ricercatori (Lynn e Moehle, 1996) hanno evidenziato come la perdita di capacità portante verticale non sopraggiunge immediatamente dopo la crisi per taglio, ma è strettamente correlata allo sforzo assiale presente, nonché alla quantità di armatura trasversale presente: maggiore risulta essere lo sforzo assiale, minore è la capacità di deformazione orizzontale dei pilastri. Inoltre si è visto che la crisi assiale avviene quando la capacità resistente a taglio è prossima allo zero.

Nel seguito si discuteranno i vari stadi di crisi che la colonna (a doppio incastro) incontra prima che sopraggiunga il collasso (snervamento, crisi per taglio, crisi assiale), mostrando le metodologie che consentono di calcolare gli spostamenti per

ciascun stato di crisi.

### 2.1.1 Flexural yielding

La curva tracciata per indicare il comportamento isteretico della colonna assume che lo snervamento (inteso come snervamento delle barre di armatura longitudinali) segua una legge del tipo elastico. Facendo questa assunzione (e riferendosi alle condizioni di doppio incastro così come mostrate nella figura 2.1b) allora è possibile calcolare il valore della forza orizzontale  $V_p$  che conduce a plasticizzazione dell'armatura longitudinale come

$$V_p = \frac{2M_p}{L} \quad (2.1)$$

dove  $M_p$  è il momento in cui si innesca la plasticizzazione dell'acciaio. Per quanto riguarda il rapporto di scorrimento  $\Delta_y/L = \delta_y$ , occorre oltre alla sola deformazione flessionale, bisogna tenere conto della deformazione tagliante e della deformazione dovuta al fenomeno dello scorrimento delle barre di armatura. In tal modo si ha

$$\Delta_y = \Delta_{flex} + \Delta_{shear} + \Delta_{slip} \quad (2.2)$$

Una trattazione più approfondita del calcolo di  $\Delta_y$  si trova nel capitolo 3 al paragrafo 3.3 a pagina 31 in relazione al concetto di rigidezza flessionale effettiva.

### 2.1.2 Spostamento per sopraggiunta crisi per taglio

Nel paragrafo precedente è stato descritto come calcolare lo spostamento orizzontale di una colonna quando si trova nel punto in cui sopraggiunge lo snervamento delle barre longitudinali di armatura. In questo paragrafo invece si mostrerà come calcolare lo spostamento  $\delta_s = \Delta_s/L$  (drift ratio), nel momento in cui sopraggiunge la crisi per taglio. La colonna a cui si fa riferimento e il modello isteretico adottato è quello rappresentato nella figura 2.1 nella pagina precedente, nella quale è possibile notare che avvenuto lo snervamento il comportamento sia di tipo plastico a fronte di un notevole aumento dello spostamento.

Esistono vari modelli che descrivono come calcolare lo spostamento nel punto in cui si ha crisi per taglio (molti dei quali sono riportati e spiegati in (Elwood e Moehle, 2003)). Sempre in (Elwood e Moehle, 2003) è stata proposta una formulazione basata su dati sperimentali utilizzando un database statistico di 50 colonne sulle quali calibrare un modello che consentisse di calcolare lo spostamento al sopraggiungere della crisi per taglio. Ovviamente il database statistico fissa il campo

di applicabilità del modello che evidentemente risulta inutilizzabile qualora lo si volesse applicare a colonne con caratteristiche diverse rispetto a quelle utilizzate nel database. Le caratteristiche principali delle 50 colonne di riferimento utilizzate per costruire il modello sono le seguenti:

- resistenza del calcestruzzo compresa tra :  $17 \leq f_c \leq 45 \quad MPa$
- snervamento nominale delle barre longitudinali:  $275 \leq f_y \leq 551 \quad MPa$
- rapporto di armatura longitudinale:  $0.1 \leq \rho_l \leq 0.08$
- rapporto di armatura trasversale:  $0.01 \leq \frac{\rho'' f_{yt}}{f_c} \leq 0.12$
- massima tensione di taglio:  $0.01 \leq \frac{\nu}{\sqrt{f_c}} \leq 0.06 \quad MPa.$

In tali requisiti si ha:

$\rho_l$  rapporto di armatura longitudinale  $\rho_l = A_l/bh$  dove  $A_l$  è l'area di armatura longitudinale, mentre  $bh$  è l'area della sezione;

$\rho''$  rapporto di armatura trasversale  $\rho'' = A_t/bs$  dove  $A_t$  è l'area di armatura trasversale,  $b$  è base della sezione,  $s$  è la spaziatura le barre di armatura trasversale (passo staffe);

$\nu$  tensione tagliante normalizzata  $\nu = V/bh$ , ossia è il rapporto tra il taglio applicato e l'area della sezione.

Effettuando delle prove di laboratorio si è visto che tali colonne sopraggiunta la crisi per taglio mostrano una notevole riduzione della capacità resistente ad azioni orizzontali. Vi è inoltre da sottolineare che le colonne usate per effettuare i test hanno in genere una bassa percentuale di armatura a taglio (se confrontata con la percentuale prescritta dalle moderne normative antisismica). Questa scelta, non è casuale, ma ha lo specifico intento di riuscire a descrivere i comportamento a taglio tipico delle strutture in cemento armato sorte tra gli anni 1960-1980. Durante tale periodo infatti le costruzioni sono state progettate tendendo conto delle sole azioni verticali, trascurando del tutto le azioni orizzontali che si generano in caso di evento sismico.

Tenendo conto dei risultati sperimentali delle colonne presenti nel database è stata fornita la seguente formula per il calcolo dello spostamento di una colonna che si trova in condizione di crisi per taglio (*drift at shear failure*):

$$\frac{\Delta_s}{L} = \delta_s = \frac{1}{30} + 5\rho'' - \frac{4\nu}{1000\sqrt{f'_c}} \geq 0.01 \quad psi \ units \quad (2.3)$$

Sperimentalmente si è visto però che la presenza di carico assiale (e la sua entità) modifica fortemente la risposta del sistema strutturale, mentre in tale formula non è

presente alcun parametro che consenta di tenere in conto il carico assiale che grava sulla colonna. Per tale motivo è stata proposta ed utilizzata la seguente relazione:

La relazione per calcolare lo spostamento nel punto di crisi per taglio è:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_s}{L} = \delta_s &= \frac{3}{100} + 4\rho'' - \frac{\nu}{40\sqrt{f'_c}} - \frac{P}{40A_g f'_c} \geq 0.01 \quad MPa \text{ units} \\ \frac{\Delta_s}{L} = \delta_s &= \frac{3}{100} + 4\rho'' - \frac{\nu}{500\sqrt{f'_c}} - \frac{P}{40A_g f'_c} \geq 0.01 \quad psi \text{ units} \end{aligned} \quad (2.4)$$

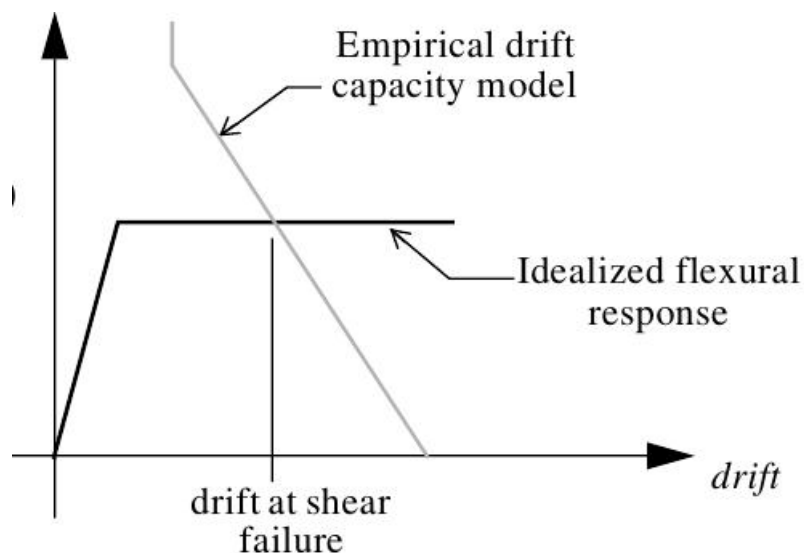
Le due equazioni evidentemente calibrate affinché si adattino ai risultati sperimentali richiedono, l'immissione dei dati in *MPa* o *psi* a seconda dei casi. Ovviamente verrà sempre presa in riferimento la formulazione che prevede l'uso dei *MPa*. L'equazione 2.4 mostra quelli che sono i parametri fondamentali che governano il fenomeno della crisi per taglio. Essi sono:

- $\delta_s = \Delta/L$  è lo spostamento adimensionale della colonna;
- $\rho''$  è il rapporto di armatura trasversale;
- $\nu = V_p/bh$  è la tensione nominale a tagliante e può essere calcolato utilizzando la forza  $V_p$  che crea plasticizzazione (vedi figura 2.1a a pagina 13 ed il paragrafo 2.1.1);
- $f'_c$  resistenza a compressione del calcestruzzo ;
- $P$  è il carico assiale che grava sulla colonna;
- $A_g$  è la sezione complessiva della colonna ( $bh$ ).

Tra questi parametri risulta di grande importanza il rapporto di armatura trasversale  $\rho''$ . Si vedrà più avanti infatti come la presenza di armatura trasversale governi il comportamento post crisi per taglio, mostrando come una minore presenza di staffe riduca notevolmente lo shear drift che la colonna può subire. Questo comportamento deriva dal fatto che una sezione con scarsa armatura trasversale possiede una ridotta duttilità e di conseguenza non consente ai materiali una sufficiente escursione in campo plastico. Anche per quanto riguarda il carico assiale  $P$ , una sua variazione modifica significativamente il comportamento dell'elemento. In genere un aumento del carico assiale ha come conseguenza un minore valore dello spostamento orizzontale che la colonna può subire.

### Rappresentazione grafica dell'equazione 2.4

Per capire il significato dell'equazione 2.4 può essere utile osservare il grafico forza spostamento riportato nella figura 2.2. Una colonna sottoposta ad un carico



**Figura 2.2:** La superficie limite denotata con *empirical drift capacity model* mostra il punto in cui avviene la crisi per taglio della colonna

orizzontale crescente manifesta inizialmente il tipico comportamento flessionale che di norma è lecito assumere come elastico perfettamente plastico (o inelastico) e successivamente, quando la colonna giunge ad un certo valore di spostamento, si innesca la crisi per taglio. Il valore di tale spostamento che può essere calcolato con la formula 2.4, risulta essere un valore limite oltre il quale la colonna perde il comportamento tipicamente flessionale e ulteriori incrementi di spostamento determinano una rapida diminuzione della capacità resistente. Per tale motivo la formula 2.4 può essere vista come una superficie limite che consente di identificare lo spostamento della colonna quando questa raggiunge la crisi per taglio. Osservando il grafico forza-spostamento rappresentato nella figura 2.2 si osserva che avvenuto lo snervamento dell'armatura longitudinale, la crisi per taglio si ha quando la curva che descrive il comportamento flessionale della colonna (*idealized flexural response*) interseca con la superficie limite (*empirical drift capacity model*) individuata dalla relazione 2.4. Nel capitolo 4 verrà mostrato come implementare tramite *OpenSees* il modello appena descritto.

### 2.1.3 Spostamento per sopraggiunta crisi assiale

Con crisi assiale si intende il punto in cui la colonna di fatto giunge a collasso o in generale non è più in grado di sopportare carichi assiali. Se si guarda la curva che idealizza il comportamento isteretico della colonna in figura 2.1a a pagina 13 si nota come in seguito al manifestarsi della crisi per taglio, la capacità di resistere alle azioni orizzontali diminuisce sempre di più all'aumentare dello spostamento

orizzontale fino a raggiunge il valore  $\delta_a$ . Questo fenomeno introduce il concetto del degrado della capacità di resistere ad azioni taglianti che si manifesta in seguito alla crisi per taglio.

Studi sperimentali (Yoshimura e Yamanaka, 2000) hanno dimostrato che una colonna perde la propria capacità a sopportare azioni verticali quando la resistenza alle azioni orizzontali diventa prossima allo zero. Ad avere un ruolo preponderante in questo fenomeno è l'intensità del carico verticale che agisce sulla colonna. In generale maggiore è il carico assiale minore è lo spostamento orizzontale  $\delta_a$  a cui si manifesta la crisi assiale. Inoltre anche l'armatura trasversale riveste un ruolo importante, infatti si è visto che il valore dello spostamento  $\delta_a$  risulta essere tanto più modesto quanto la staffatura tende ad essere distanziata (comportamento questo atteso, in quanto come noto una scarsa staffatura diminuisce la duttilità della colonna e di conseguenza la capacità di deformarsi).

Nel seguito si mostreranno brevemente i risultati dello *shear fiction model* così come ricavati in (Elwood e Moehle, 2003), utile per calcolare il drift ratio  $\delta_a$  quando sopraggiunge la crisi per carico assiale <sup>1</sup>. Così come per lo shea failure, che il modello elaborato per calcolare la crisi assiale è stato calcolato basandosi dati sperimentali. La formula proposta per calcolare lo spostamento (adimensionalizzato lungo l'altezza della colonna)  $\delta_a$  è la seguente:

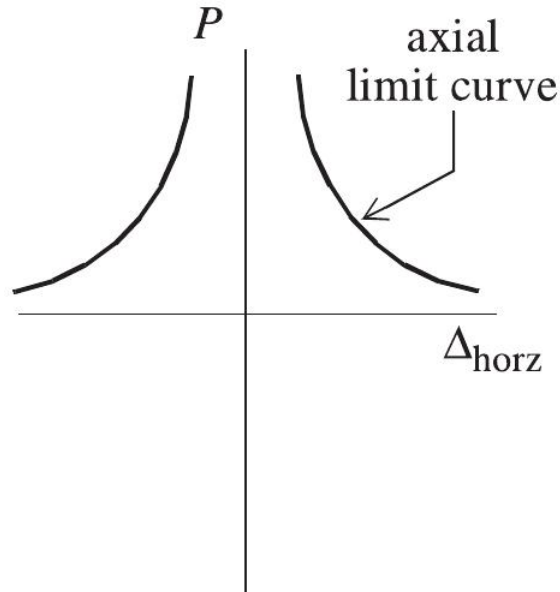
$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{L} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta + P \left( \frac{s}{A_{st} f_{yt} d_c \tan \theta} \right)} \frac{4}{100} \quad (2.5)$$

dove

- $\theta$  è l'inclinazione della superficie lungo la quale si sviluppa la crisi (presa pari a  $65^\circ$ );
- $P$  è il carico assiale;
- $A_{st}$  area armatura trasversale;
- $s$  distanza dell'armatura trasversale (passo staffe);
- $f_{yt}$  tensione di snervamento dell'armatura trasversale;
- $d_c$  larghezza della colonna nella stessa direzione in cui agisce la forza di taglio, depurata del copriferro.

---

<sup>1</sup>In letteratura sono presenti diversi modelli, si rimanda a Elwood e Moehle, 2003 al capitolo 3 per una visione più dettagliata.



**Figura 2.3:** La superficie limite *axial limit curve*

L'equazione rappresenta 2.5 una curva limite. Per un determinato valore di carico tale superficie consente di trovare lo spostamento a cui si innesca la crisi assiale. Come si nota nella figura 2.3, all'aumentare del carico verticale diminuisce sensibilmente lo spostamento laterale che la colonna può subire. Nel capitolo 4 verrà mostrato come implementare tramite *OpenSees* il modello appena descritto.

### Alcune precisazioni

La formulazione della 2.5 si basa sullo *shear friction model*. Tale modello assume che una colonna nella quale si è manifestata la crisi per taglio, riesce a sopportare ancora dei carichi verticali grazie al meccanismo di attrito (friction) che si sviluppa lungo la superficie di rottura (figura 2.4). L'attrito che si sviluppa sulla superficie di rottura nasce grazie alla presenza di armatura longitudinale che riesce a creare uno stato di tensione ortogonale alla superficie di rottura che consente di conseguenza un ingranamento del calcestruzzo grazie al quale è ancora possibile sopportare carichi verticali. Per gli sviluppi analitici completi si faccia riferimento a (Elwood e Moehle, 2003 al capitolo 3).



**Figura 2.4:** Esempio di rottura per taglio di una colonna sottoposta ad azione sismica.



# Capitolo 3

## Modellazione dello scorrimento delle barre di armatura

### 3.1 Il fenomeno del bar slip

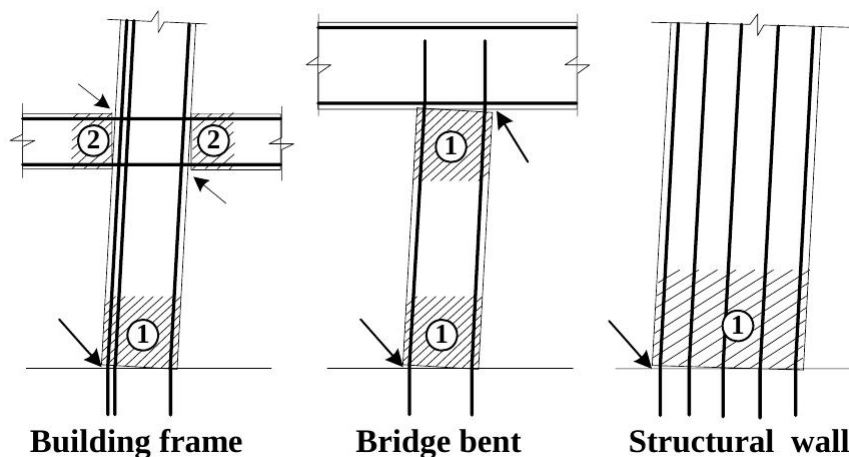
Le barre di armatura longitudinale poste alle estremità di una colonna che risultano tese durante il processo deformativo, a causa dell'effetto Poisson subiscono una strizione del diametro. Ciò produce una progressiva perdita di aderenza tra l'armatura longitudinale ed il calcestruzzo generando uno slittamento mutuo tra i due materiali. Per questo motivo tale fenomeno è detto *bar slip* (scorrimento delle barre), ed esso può essere tale da influire fortemente sullo spostamento laterale che la colonna subisce. L'effetto del bar slip produce infatti una rotazione rigida delle estremità incastrate della colonna, che può essere responsabile fino ad un 40% dello spostamento (laterale) totale massimo dell'elemento (LeBorgne e Ghannoum, 2009). Ignorare questo fenomeno nelle analisi (lineari o non lineari) può comportare una sovrastima della rigidità della struttura e di conseguenza comporta una sottostima della deformazione flessionale. Dunque per strutture soggette a carichi sismici è necessario che la modellazione tenga conto che lo spostamento orizzontale globale di una colonna è formato da due termini <sup>1</sup>:

- deformazione flessionale dovuta al comportamento non lineare dei materiali;
- rotazione rigida alle estremità del pilastro causata dal fenomeno dello scorrimento delle barre.

Dunque il fenomeno del bar slip va ad alterare la risposta flessionale dell'elemento strutturale aumentandone la sua flessibilità, ossia ne riduce la rigidità.

---

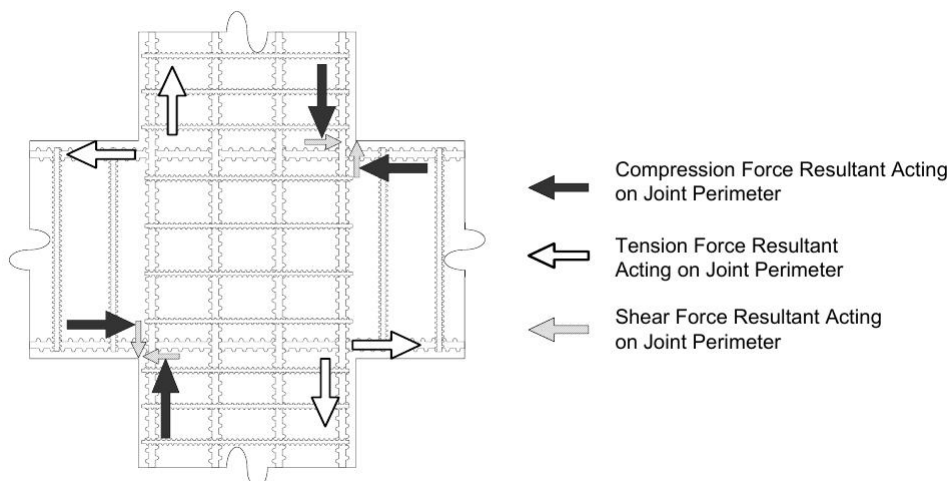
<sup>1</sup>Qui viene volutamente trascurata la deformabilità a taglio che a rigore è sempre presente, e che comunque contribuisce anch'essa alla deformazione totale della colonna.



**Figura 3.1:** Vari esempi di rotazione rigida causati dallo scorrimento delle barre all'interfaccia tra due elementi. La rotazione rigida è indicata dalla freccia nera

Occorre precisare che lo scorrimento delle barre appena definito è concettualmente diverso da quello che si manifesta quando le barre hanno una lunghezza di ancoraggio insufficiente. In quest'ultimo caso infatti ancoraggio esiguo può causare lo sfilamento della barra di armatura, mentre nel caso trattato in questa tesi si presuppone invece che l'ancoraggio sia più che idoneo a scongiurare lo sfilamento. Avviene così che lo slip si manifesta all'interfaccia tra due elementi (esempio sulla superficie di contatto fondazione-pilastro), dove la strizione delle barre tese crea lo scorrimento dell'armatura ed una conseguente rotazione rigida che genera una fessura netta nel calcestruzzo. L'immagine 3.1 mostra alcuni esempi di rotazione rigida.

Un accorgimento necessario riguarda la connessione trave-pilastro. Sotto azioni sismiche infatti ciascuna barra di armatura passante attraverso il nodo risulta contemporaneamente tesa in un estremo e compressa nell'altro (vedi figura 3.2). Questa condizione, combinata con gli effetti della ciclicità del carico fa diminuire ulteriormente l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo incrementando ulteriormente il fenomeno dello slip. Si può concludere che lo slip nel caso di nodi interni sia più problematico e molto più dipendente da alcuni parametri come la resistenza del calcestruzzo, la lunghezza di ancoraggio ecc. rispetto a quello che avviene ad esempio all'interfaccia fondazione-pilastro. In quest'ultimo caso infatti, spesso l'armatura è progettata in modo da avere una elevata lunghezza di ancoraggio (spesso con ganci a  $90^\circ$ ) e quindi, a differenza di quello che avviene nei nodi trave-pilastro nei quali l'armatura si è detta essere contemporaneamente tesa in un estremo e compressa nell'altro, l'armatura longitudinale nel caso di connessione fondazione-pilastro risulta essere tesa solo ad un estremo. Ciò porta alla concludere che lo slip che si



**Figura 3.2:** Risultanti delle forze agenti in un nodo per strutture soggette a forzanti sismiche

manifesta all'interfaccia fondazione-pilastro sia diverso da quello che si manifesta nei nodi dei telai (Zhao e Sritharan, 2007).<sup>2</sup>

## 3.2 Modellazione del bar slip

Per modellare analiticamente lo scorrimento delle barre possono essere seguite varie strade. Quelle trattate in questa tesi sono due: 1) modello a fibre, 2) modello con molle rotazionali poste alle estremità della colonna. Entrambi i modelli fanno uso del concetto di *zero length section*, ossia sezioni di lunghezza zero poste alle estremità dei pilastri alle quali assegnare il comportamento isteretico che governa lo scorrimento delle barre.

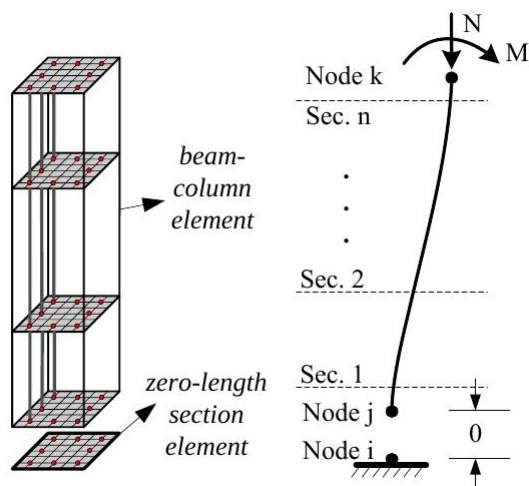
Nel seguito dapprima verranno descritte le sezioni di lunghezza zero, successivamente verranno presentati il modello a fibre e il modello con molle rotazionali.

### 3.2.1 Zero length section

Un elemento di lunghezza zero è utilizzato per effettuare una discretizzazione a fibre di una sezione trasversale appartenente ad un elemento strutturale. In *OpenSees* il comando utilizzato per creare tale tipo di sezione è *element zeroLengthSection* (da non confondere con *element zeroLength*). La sintassi esatta del comando in questione è:

```
element zeroLengthSection $eleTag $iNode $jNode $secTag
```

<sup>2</sup>Documentazione approfondita riguardante lo slip nei nodi può essere trovata in (Lowes *et al.*, 2003).



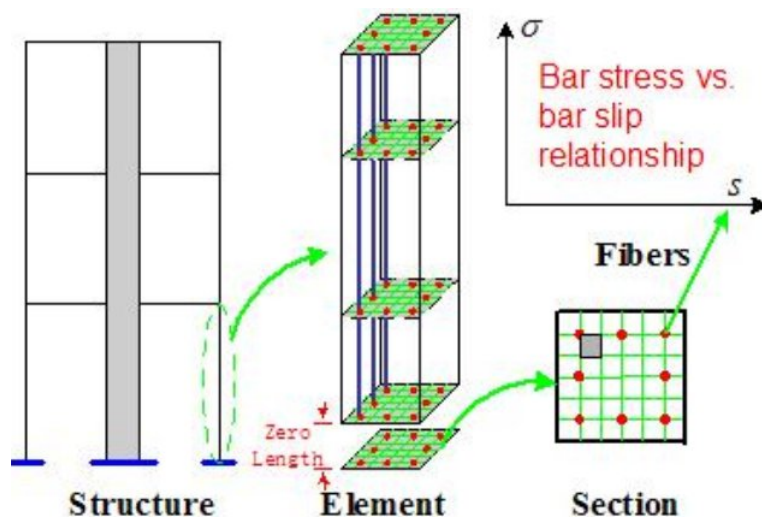
**Figura 3.3:** Colonna (mensola) alla cui base è prevista una sezione di lunghezza zero.

Per il significato dei vari parametri si rimanda direttamente al wiki on-line di *OpenSees* (Mazzoni e McKenna, 2006). In una analisi della sezione, il comando in questione calcola la deformazione della sezione a partire da un assegnato legame momento curvatura assumendo che la sezione rimanga piana durante il processo deformativo. Per utilizzare un *elementzeroLengthSection* in *OpenSees* è richiesto la presenza di due nodi posti nello stesso punto dello spazio, cioè la distanza tra il nodo  $i$  e  $j$ . Come già detto in precedenza le sezioni di lunghezza zero sono comuni sia per la modellazione a fibre sia per per la modellazione che fa uso della molla rotazionale. Come si diversificano queste due formulazioni è oggetto dei prossimi due paragrafi.

### 3.2.2 Bar slip: il modello a fibre

Per capire gli elementi di lunghezza nulla si osservi la figura 3.3. Tra il nodo  $i$  e il nodo  $j$  vi è un elemento di lunghezza zero il quale avrà una discretizzazione a fibre. Tale discretizzazione generalmente non varia da quella usata per il resto della colonna, tuttavia è possibile assegnarne una diversa. Inoltre se si effettua una analisi senza tenere conto della deformabilità tagliante, occorre vincolare il grado di libertà traslazionale (orizzontale nel caso della figure 3.3) del nodo  $j$  onde evitare che si verifichi uno spostamento rigido della colonna. Ciò è dovuto al fatto che gli elementi di lunghezza zero implementati in *OpenSees* non hanno alcuna resistenza a taglio<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Si vedrà più avanti che per descrivere il comportamento a taglio sarà necessario utilizzare una molla a taglio detta *shear spring* che sarà in grado di tenere in conto della deformabilità tagliante dell'elemento



**Figura 3.4:** All'acciaio della sezione di lunghezza nulla dovrà essere assegnato un preciso legame costitutivo  $\sigma - s$ .

### Il legame costitutivo da assegnare all'acciaio

Stabilito che per modellare il bar slip vi è bisogno di una sezione di lunghezza nulla avente una discretizzazione a fibra, quello che resta da fare è assegnare alle fibre di acciaio un preciso legame costitutivo. La figura 3.4 riassume il processo logico per cui dalla struttura nel suo complesso si passa alla modellazione di un suo elemento strutturale assegnando all'acciaio della sezione di lunghezza nulla un certo legame costitutivo. Tale legame sarà diverso da quello assegnato all'acciaio nel resto della colonna proprio perchè il legame costitutivo nella sezione di lunghezza nulla dovrà tenere in conto del fenomeno dello scorrimento, il quale ovviamente non si manifesta in tutta la colonna.

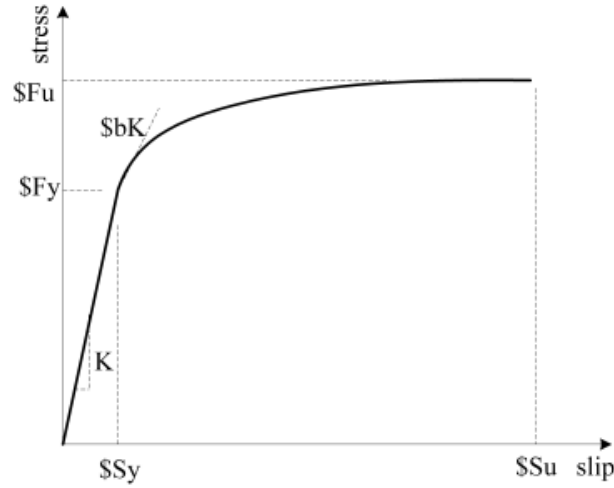
Il legame costitutivo qui di seguito presentato, è trattato dettagliatamente in (Zhao e Sritharan, 2007) a cui si rimanda per ogni ulteriore approfondimento<sup>4</sup>. Tale legame si trova già implementato in *OpenSees* e viene richiamato con il comando

```
uniaxialMaterial Bond_SP01 $matTag $Fy $Sy $Fu $Su $b $R.
```

Esso prevede un comportamento dell'acciaio lineare nella tratto pre-snervamento e curvilineo nel tratto post-snervamento come mostrato nella figura 3.5.

Prima di tutto vi è da notare che tale legame non è nella forma tensione-deformazione ( $\sigma - \epsilon$ ) bensì tensione-scorrimento ( $\sigma - s$ ) dove lo scorrimento non è una quantità adimensionale ma una lunghezza. Lo scorrimento al quale si verifica

<sup>4</sup>Si consiglia anche il sito internet [Bond-slip Model to Capture Strain Penetration Effects in OpenSees](#)



**Figura 3.5:** Legame tensione-scorrimento implementato in *OpenSees* col comando *uniaxialMaterial Bond\_SP01*.

lo snervamento è dato dalla formula:

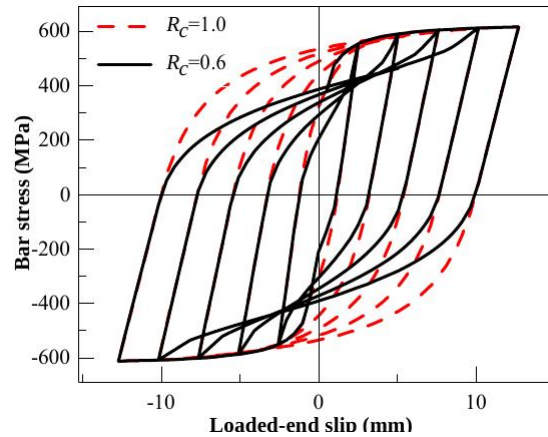
$$s_y = 2.54 \left( \frac{\phi_{long}}{8437} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} (2\alpha + 1) \right)^{\frac{1}{\alpha}} + 0.34 \quad (MPa; mm) \quad (3.1)$$

Tutte le quantità vanno intese in *MPa* e *mm*. In tale formula, evidentemente di origine sperimentale, si ha:

- $\phi_{long}$  diametro delle barre di armatura;
- $f_y$  tensione di snervamento dell'acciaio longitudinale;
- $f'_c$  tensione di rottura del calcestruzzo (non confinato);
- $\alpha$  parametro il cui valore può essere preso pari a 0.4

Per quanto riguarda  $s_u$ , inteso come lo scorrimento raggiunto quando una barra di armatura giunge a rottura, la mancanza di un adeguato numero di dati sperimentali comporta l'impossibilità di definire una formulazione che ne consenti il calcolo. Tuttavia dati in letteratura (Zhao e Sritharan, 2007) indicano che il valore dello scorrimento ultimo può essere preso pari a  $s_u = 30 \sim 40s_y$ . Il parametro  $R$ , da inserire nel comando di *OpenSees*, invece esprime il fattore di pinching nelle analisi cicliche. Il wiki di *OpenSees* suggerisce di utilizzare un valore nel range di valori compresi tra  $0.6 \sim 1.0$ . Il modo in cui il parametro  $R$  modifica la risposta dell'acciaio risulta facilmente comprensibile osservando la figura 3.6. Maggiore è il valore del parametro  $R$  minore sarà l'effetto pinching per analisi cicliche.

Il parametro  $b$  assume valori compresi tra  $0.3 \sim 0.5$  ed il suo significato è quello di descrivere il valore della pendenza della curva nel tratto subito successivo



**Figura 3.6:** Influenza del parametro  $R_c$ . Maggiore è il suo valore minore è l'effetto pinching nelle analisi cicliche.

allo snervamento. Da prove effettuate si è visto come comunque il suo valore di fatto non ha quasi rilevanza nella risposta generale del materiale.

### Il legame costitutivo da assegnare al calcestruzzo

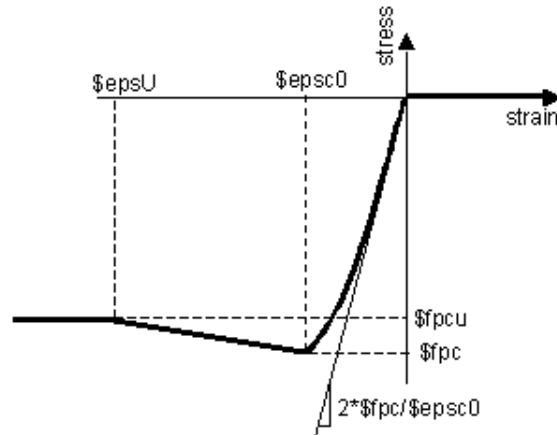
Oltre che all'acciaio, nella sezione di lunghezza nulla, anche al calcestruzzo va assegnato un legame costitutivo. Come già osservato in 3.2.1 a pagina 23 il comando *element zeroLengthSection* impone che la sezione rimanga piana durante il processo defomativo. Ciò causa con un valore delle deformazioni delle fibre esterne della sezione molto grandi, il valore risulta essere di gran lunga superiore rispetto a quelle ammissibili per il calcestruzzo confinato. In tale scenario quando si avvia l'analisi con *OpenSees* il grande valore delle deformazioni genera una rottura precoce del materiale e di conseguenza può capitare che il software non giunga a convergenza. Da ciò si capisce che assumere l'ipotesi di sezioni piane è sbagliato proprio a causa della presenza dello scorrimento delle barre di armature.

Per ovviare a questa situazione, una strada seguita (**zhao**) è quella di pensare il calcestruzzo avente un comportamento plastico la cui resistenza a rottura risulta essere circa l'80% della resistenza del calcestruzzo confinato. I casi di studio eseguiti mostrano che i risultati dipendono in maniera marginale dal valore della deformazione in cui si innesca il comportamento plastico.

In *OpenSees* il modo più semplice per definire il legame costitutivo del calcestruzzo è usare il *Concrete01* la cui sintassi è:

```
uniaxialMaterial Concrete01 $matTag $fpc $epsc0 $fpcu $epsU
```

Il significato dei parametri utilizzati nel comando risulta evidente osservando la figura 3.7. Si fa notare che in tale comando i valori di resistenza e deformazione



**Figura 3.7:** Legame costitutivo del calcestruzzo implementato nel comando *uniaxialMaterial Concrete01*.

devono essere negativi. Si badi inoltre che il legame assegnato al calcestruzzo nella sezione dove si verifica lo scorrimento delle barre è diverso dal quello assegnato al resto della colonna.

### 3.2.3 Bar slip: il modello con molle rotazionali

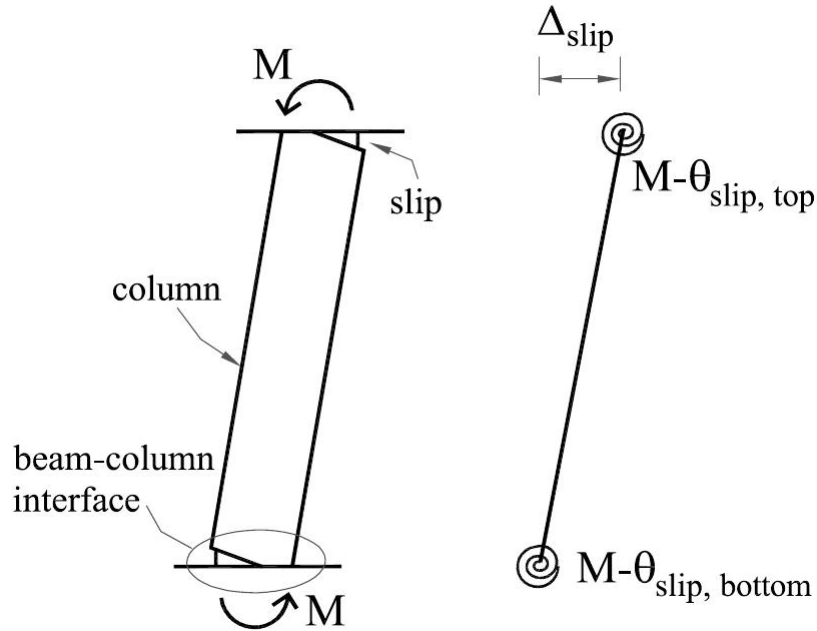
Oltre al modello descritto in 3.2.2 a pagina 24 il fenomeno dello scorrimento delle barre di armatura può essere modellato localmente mediante l'uso di molle rotazionali (si veda la fig 3.8).

L'idea di base è che alle estremità incastrate della colonna sia presente un elemento di lunghezza nulla, al quale viene assegnato un legame costitutivo del tipo Momento-Rotazione ( $M - \theta$ ) che tenga conto dello slip. In questo caso l'elemento di lunghezza nulla è del tipo *element zeroLength* il quale, pur somigliando molto all'elemento di lunghezza nulla descritto in precedenza nel paragrafo 3.2.1 a pagina 23, differisce da quest'ultimo perchè esso non richiede la creazione di una sezione a fibre. Il comando presente in *OpenSees* con la sua sintassi completa da utilizzare è:

```
element zeroLength $eleTag $iNode $jNode -mat $matTag1 -dir $dir1.
```

In tale comando il parametro  $\$matTag1$  richiama il legame costitutivo da assegnare alla molla rotazionale, mentre il parametro  $\$dir1$  esprime la direzione lungo la quale il legame costitutivo agisce. Le direzioni possibili sono comprese tra 1 e 6 che rispettivamente indicano gli assi locali dell'elemento  $x, y, z, Rx, Ry, Rz$ . Nel caso in





**Figura 3.8:** Colonna alle cui estremità è prevista una sezione di lunghezza zero alla quale si pensa applicata una molla rotazionale che descrive il fenomeno del bar slip.

esame la direzione da scegliere è la 6, in quanto nella relazione  $M - \theta$  la rotazione è attorno all'asse locale  $z^5$ .

### Il legame costitutivo da assegnare all'acciaio

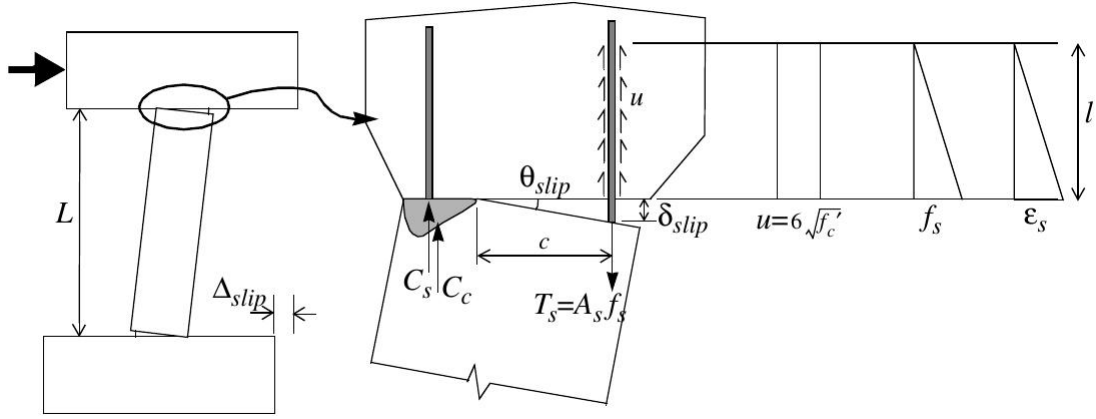
Il legame costitutivo più semplice è quello lineare. Ovviamente alla molla può essere assegnato un legame non lineare, tuttavia in questa tesi seguendo la trattazione di Elwood e Moehle, 2003 si esamina il caso di molla lineare.

In tal caso il legame costitutivo è definito mediante la rigidezza della molla che può essere ricavata con la formula seguente:

$$K_{slip} = \frac{8uEJ_{eff}}{\phi_{long}f_y} \quad (3.2)$$

dove  $\phi_{long}$  è il diametro delle barre di armatura longitudinale,  $f_y$  è il valore di snervamento dell'armatura longitudinale,  $u$  è il valore della tensione che si crea all'interfaccia tra le barre di armature ed il calcestruzzo che può essere assunta pari a  $0.5\sqrt{f'_c}$ . La quantità  $EJ_{eff}$  è la rigidezza effettiva dell'elemento, essa verrà discussa nel paragrafo 3.3.

<sup>5</sup>Per una spiegazione completa dei parametri che compaiono nel comando *element zeroLength* si veda Mazzoni e McKenna, 2006.



**Figura 3.9:** Scorrimento di una barra di armatura ancorata.

Per giungere a tale formulazione si faccia riferimento alla figura 3.9. Il momento agente sulla colonna genera sulla barra di armatura una forza  $T_s$  la quale risulta equilibrata dalla tensione di adesione tra acciaio e calcestruzzo  $u$ . Per ragioni di equilibrio (supponedo che la barra si trovi in condizione snervata) si ha:

$$A_s f_y = \pi \phi_{long} l u \quad (3.3)$$

dove  $A_s$  e  $f_y$  sono l'area e lo snervamento dell'acciaio,  $\phi_{long}$  il diametro dell'armatura,  $l$  è la lunghezza lungo la quale si sviluppa la tensione di adesione. Il valore di  $\delta_{slip}$  può essere calcolato integrando il diagramma della deformazione  $\epsilon$ :

$$\delta_{slip} = 0.5 \epsilon_y l \quad (3.4)$$

Ricavando il valore di  $l$  dalla 3.3 e sostituendolo nella 3.4 si ottiene:

$$\delta_{slip} = \frac{\epsilon_y \phi_{long} f_y}{8u} \quad (3.5)$$

In quest'ultima equazione si è tenuto conto che  $A_s / \phi_{long} = \phi_{long} / 4$ . La rotazione  $\theta_{slip}$  è data dal rapporto  $\delta_{slip} / c$ , dove  $c$  è la distanza della barra dall'asse neutro della sezione. In tal modo usando la 3.5 e riconoscendo che  $\epsilon_y / c = \chi$  è la curvatura della sezione, la rotazione  $\theta_{slip}$  può essere espressa nel modo seguente:

$$\theta_{slip} = \frac{\phi_{long} f_y \chi}{8u} \quad (3.6)$$

Dalla 3.6 ponendo  $\theta_{slip} = 1$  si ricava la 3.2, che esprime il valore della rigidezza della molla rotazionale. A questo punto utilizzando la 3.6 è possibile ricavare il valore dello spostamento orizzontale alla sommità della colonna dovuto allo scorrimento

dell'armatura, dato da:

$$\Delta_{slip} = L\theta_{slip} = L \frac{\phi_{long} f_y \chi}{8u} \quad (3.7)$$

La quantità  $\chi$  rappresenta la curvatura. Per essere calcolata è necessario costruire il diagramma momento curvatura di una sezione.

**Alcune precisazioni.** Il metodo appena esposto per trovare il valore di  $K_{slip}$  è evidentemente affetto da errori. Basti pensare alla varie supposizioni che vi sono alla base. Primo tra tutti il valore della tensione  $u$  che si sviluppa tra acciaio e calcestruzzo è supposta costante con valore pari a  $u = 6\sqrt{f'_c}$  ( $f'_c$  resistenza a compressione del calcestruzzo non confinato in *(psi)*). Ragionando in *MPa* la relazione diventa  $u = 0.6 \sim 0.8\sqrt{f'_c}$ . Approfondimenti su questo aspetto si possono trovare in (Sezen e Moehle, 2003).

Si è inoltre supposto che l'armatura abbia un comportamento lineare, assunzione questa accettabile solo nella condizione pre-snervamento. Dopo lo snervamento ovviamente essa si plasticizza e dunque la formula 3.2 non è più valida.

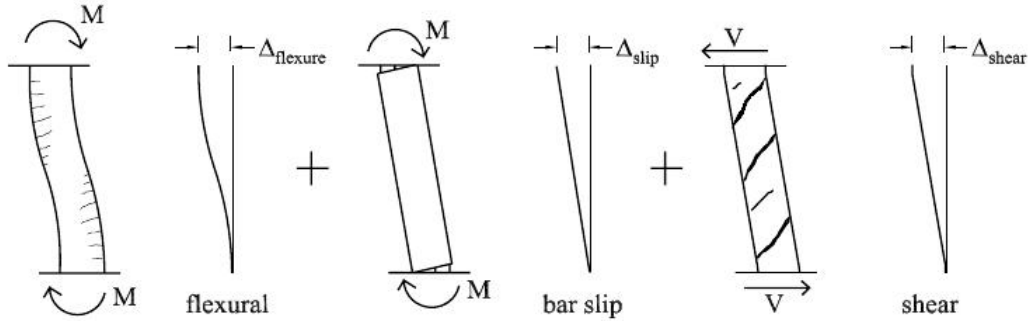
Altre formulazioni possono essere trovate su LeBorgne e Ghannoum, 2009.

### 3.3 Rigidezza flessionale effettiva $EJ_{eff}$

Come si è detto la formula 3.2 è valida a rigore solo nel campo pre snervamento dell'acciaio. In essa compare il termine  $EJ_{eff}$  che rappresenta la rigidezza effettiva. Facendo riferimento ad una colonna doppiamente incastrata alla cui sommità è applicata una forza trasversale, per calcolare  $EJ_{eff}$  è necessario considerare che nel momento in cui le barre di armatura si snervano lo spostamento laterale subito dalla colonna è dato dalla somma di tre quantità:

$$\Delta_y = \Delta_{flex} + \Delta_{shear} + \Delta_{slip} \quad (3.8)$$

Lo spostamento allo snervamento prevede tre contributi, un contributo propriamente flessionale  $\Delta_{flex}$ , un contributo dovuto alla deformabilità per taglio della colonna  $\Delta_{shear}$ , e un contributo dovuto al fenomeno dello *bar slip*  $\Delta_{slip}$ . La figura 3.10 nella pagina successiva sintetizza visivamente quanto appena esposto I tre termini  $\Delta_{flex}$   $\Delta_{shear}$   $\Delta_{slip}$  possono essere calcolati nel modo seguente.



**Figura 3.10:** Somma dei contributi che contribuiscono allo spostamento  $\Delta_y$

### Contributo flessionale $\Delta_{flex}$

Pensando la colonna come incastrata alle estremità, essa ha una rigidezza allo spostamento orizzontale pari a  $K_{flex} = \frac{12EJ}{L^3}$  e di conseguenza il suo spostamento allo snervamento è semplicemente dato da

$$\Delta_{flex} = \frac{V_y L^3}{12EJ} = \frac{M_y L^2}{12EJ} \quad (3.9)$$

dove  $V_y$  è la forza esterna che provoca lo snervamento. Gli altri simboli sono certamente noti.

### Contributo tagliante $\Delta_{shear}$

Lo spostamento dovuto alla deformabilità tagliante risulta essere:

$$\Delta_{shear} = \frac{2M_y}{A_{eff}G} \quad (3.10)$$

dove si è tenuto conto del fattore di taglio che per sezioni rettangolari è pari a 5/6. In realtà per elementi snelli la deformabilità tagliante è trascurabile quindi il suo contributo è molto piccolo rispetto a quella flessionale. <sup>6</sup>

### Contributo dello bar slip $\Delta_{slip}$

Per quanto riguarda il contributo dovuto allo slip si è già visto che si ha:

$$\Delta_{slip} = L \frac{\phi_{long} f_y \chi_y}{8u} \quad (3.11)$$

Valori di  $M_y$  e  $\chi_y$  che compaiono nelle tre equazioni precedenti sono da calcolarsi mediante il diagramma momento curvatura di una qualsiasi sezione “standard” della

<sup>6</sup>Da notare che lo spostamento dovuto alla deformabilità tagliante non deve essere confuso con lo spostamento raggiunto il quale si genera la crisi per taglio dell'elemento.

colonna. Per il suo calcolo si può assumere il mantenimento delle sezioni piane e una variazione lineare della curvatura.

Il valore della rigidezza effettiva (per una colonna doppio incastro) è data dalla formula seguente:

$$EJ_{eff} = \frac{M_y L^2}{6\Delta_y} \quad (3.12)$$

dove  $\Delta_y$  è dato dalla somma dei tre contributi  $\Delta_y = \Delta_{flex} + \Delta_{shear} + \Delta_{slip}$

Vista la complessità nell'effettuare tali calcoli, alcuni ricercatori hanno suggerito delle formule che consentono di esprimere  $EJ_{eff}$  come una frazione della rigidezza  $EJ$  della sezione. A tal proposito si ha (Elwood e Eberhard, 2006) hanno suggerito i seguenti valori:

$$\begin{aligned} EJ_{eff} &= 0.2EJ_g \quad \text{se} \quad 0.2 \geq \frac{P}{A_g f_c} \\ EJ_{eff} &= EJ_g \left( \frac{5}{3} \frac{P}{A_g f_c} - \frac{40}{30} \right) \quad \text{se} \quad 0.2 \leq \frac{P}{A_g f_c} \leq 0.5 \\ EJ_{eff} &= 0.7EJ_g \quad \text{se} \quad 0.5 \leq \frac{P}{A_g f_c} \end{aligned} \quad (3.13)$$

dove  $A_g$  è l'area complessiva della sezione (lato per lato),  $f_c$  è la resistenza del calcestruzzo,  $I_g$  è il momento di inerzia della sezione ( $bh^3/12$ ).

Altre precisazioni al riguardo si trovano in asce/sei 41 concrete provision.

### 3.4 Caso studio

Per applicare i concetti esposti precedentemente, sono state effettuate una serie di analisi numeriche che consentono di mettere in risalto il fenomeno dello slip. Si vedrà infatti che non considerare questo fenomeno, induce degli errori elevati per quanto riguarda la rigidezza dell'elemento strutturale. L'analisi numerica è stata condotta su una colonna di tipo mensola, in tal modo lo slip si manifesta solo all'incastro. Sulla colonna oggetto di studio sono stati effettuati test di laboratorio con i quali è stato costruito il diagramma forza spostamento che ne descrive il comportamento isteretico. I test effettuati sulla colonna si possono trovare in Saatcioglu e Ozcebe, 1989, altrimenti sul database online del *peer* (Database, 2003).

La figura 3.11 mostra i dati principali sulla configurazione della colonna, mentre le grandezze meccaniche sono riportate nella tabella 3.1

La colonna sottoposta ad un carico verticale costante manifesta un tipo di rottura flessionale e gli spostamenti sono stati imposti in maniera quasi statica onde

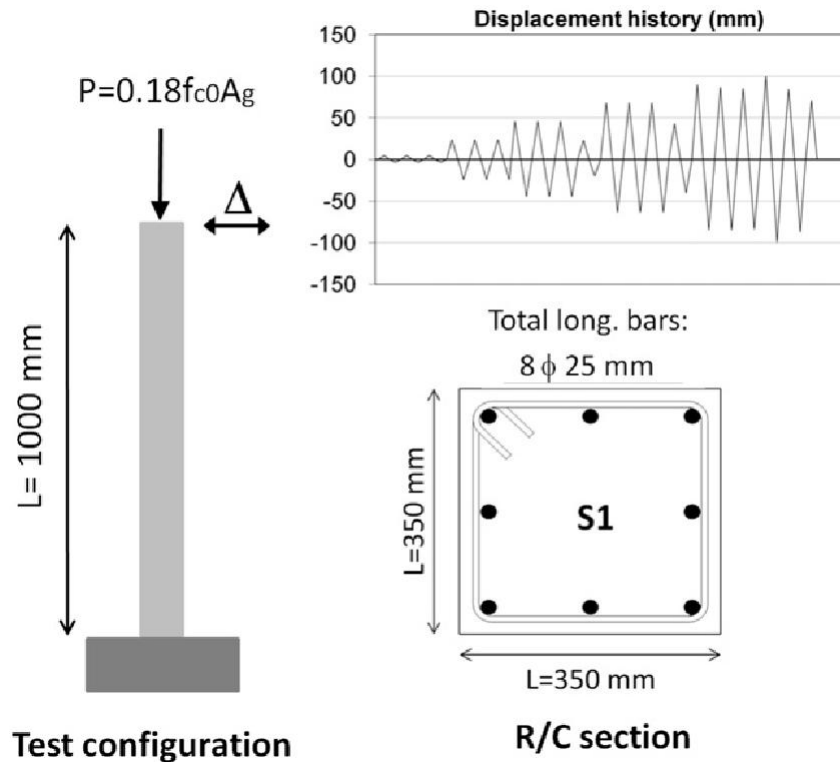


Figura 3.11: Configurazione della colonna

b	h	$\phi_{long}$	$\phi_{staffa}$	S	$f_{ylong}$	$f_{yt}$	$f_c$	P
350	350	25	6.4	65	437	425	37.3	600

**Tabella 3.1:** Notazione: b=h=dimensioni della sezione;  $\phi_{long}$ =diametro armatura;  $\phi_{staffa}$ =diametro staffa; S=passo staffe;  $f_{ylong}$ =snervamento armatura;  $f_{yt}$ =snervamento staffe (MPa);  $f_c$ =resistenza del calcestruzzo (MPa); P=carico verticale (kN).

evitare lo sviluppo di forze di inerzia. L'analisi effettuata è stata implementata applicando alla colonna la medesima storia di spostamenti applicati durante i test sperimentali. La colonna è stata modellata in *OpenSees* tramite il comando *element dispBeamColumn* il cui codice completo è riportato di seguito:

```
element dispBeamColumn $eleTag $iNode $jNode $numIntgrPts $secTag $transfTag
```

In tale comando i parametri hanno il seguente significato:

- \$eleTag è il tag univoco che identifica l'elemento;
- \$iNode \$jNode sono i nodi estremi dell'elemento;
- \$numIntgrPts numero dei punti di integrazione lungo la colonna;
- \$secTag tag che identifica la sezione da assegnare alla colonna;
- \$transfTag identifica il sistema di trasformazione delle coordinate.

Gli elementi del tipo appena citato sono a plasticità diffusa, ossia l'intera colonna è pensata come non lineare. La non linearità si considera distribuita lungo la colonna dipende dal numero di punti di integrazione considerati nell'analisi. Per quanto concerne il parametro \$numIntgrPts la letteratura viene indicato che un valore pari a 5 risulta sufficiente per molte tipologie di analisi. Spesso però per evitare effetti di localizzazione nell'analisi, si preferisce usare il comando *element beamWithHinges* il quale crea un elemento nel quale la non linearità è concentrata agli estremi mentre il resto della colonna risulta lineare.

Per quanto riguarda l'acciaio nella colonna è stato utilizzato lo *uniaxialMaterial Steel02* il cui comando completo è il seguente:

```
uniaxialMaterial Steel02 $matTag $Fy $E $b $R0 $cR1 $cR2
```

- dove \$matTag è il tag univoco che identifica il materiale;
- \$Fy è la tensione di snervamento dell'acciaio;
- \$E è il modulo elastico dell'acciaio;
- \$R0 \$cR1 \$cR2, sono parametri sperimentali il cui valore consigliato in base a prove effettuate risulta essere rispettivamente 10, 0.925, 0.15 (si veda la spiegazione in Mazzoni e McKenna, 2006).

In *OpenSees* esistono altri comandi che consentono di modellare il comportamento non lineare dell'acciaio, uno di questi è il comando *uniaxialMaterial Steel01* che assegna un comportamento elastico inelastico all'acciaio. Si sconsiglia però l'utilizzo di quest'ultimo in quanto per azioni cicliche non è in grado di cogliere il degrado della rigidità, riproducendo nei vari cicli di carico e scarico sempre lo stesso valore di rigidità.

Per quanto riguarda il calcestruzzo esso è stato modellato attraverso il comando

```
uniaxialMaterial Concrete01 $matTag $fpc $epsc0 $fpcu $epsU
```

già discusso nella sezione 3.2.2 a pagina 27

### Risultati numerici

Di seguito si riportano i risultati ottenuti dalle analisi effettuate. Le analisi sono state effettuate tenendo conto di due modellazioni dello slip, quella che prevede l'uso di una sezione a fibre e quella che prevede l'uso di una molla rotazionale. Entrambe le modellazioni richiedono l'uso di sezioni di lunghezza zero. Si ricorda che per tenere in conto dello slip, è necessario svincolare il grado di libertà rotazionale dell'elemento di lunghezza zero come si può vedere nello stralcio di codice seguente:

```
# Fix supports at base of column
#      Tag      DX      DY      RZ
fix    1        1        1        1
fix    2        1        1        0
```

L'elemento di lunghezza zero è posto alla base della colonna e i suoi estremi sono il nodo 1 e il nodo 2. A seconda del modello che si adotta per descrivere lo slip l'elemento di lunghezza zero è implementato col comando

```
#
#      tag      ndI      ndJ      secID
element zeroLengthSection 1 1 2 2
```

se viene utilizzato il modello con sezione a fibra, mentre se si usa il modello con molla rotazionale il comando da usare è il seguente:

```
#
#      $eleTag $iNode $jNode -mat $matTag -dir $dir
#element zeroLength 7 1 2 -mat 8 -dir 6
```

Si noti che i codici riportati fanno riferimento al file utilizzato per eseguire l'analisi, quindi i valori dei parametri sono riferiti alla analisi effettuata.

Prima di evidenziare i risultati con i due modelli di slip è utile riferirsi alla figura 3.12.

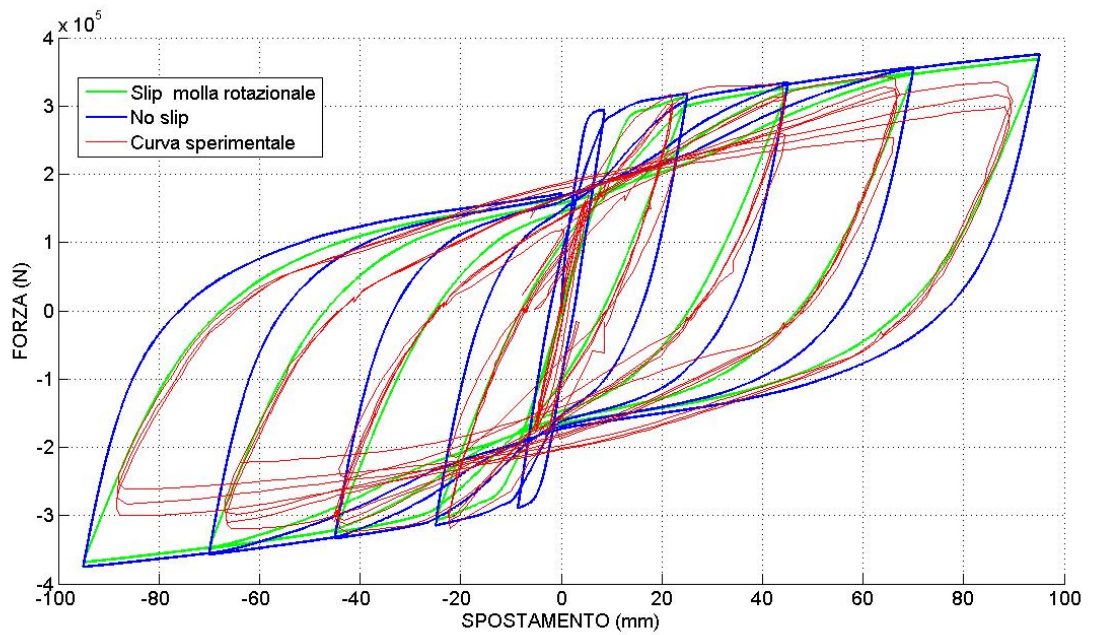


In essa è contenuto un confronto tra la curva sperimentale, una analisi effettuata senza tenere conto dello slip e una analisi che tiene conto dello slip (nella fattispecie è stata usata una molla rotazionale). Le curve si riferiscono al comportamento forza spostamento, entrambi riferiti all'estremo libero della colonna. Come è possibile notare, il fenomeno dello slip influisce sostanzialmente nella risposta iniziale della colonna, ossia quella in cui l'elemento si trova nella condizione elastica. Se non si tiene conto dello slip, infatti la colonna risulta nel tratto elastico iniziale, molto più rigida (la curva risulta più ripida) rispetto ai dati forniti sperimentalmente. Avvenuto lo snervamento anche il modello che non tiene conto dello slip riesce ad approssimare bene la curva sperimentale. Tutto ciò suggerisce che tenere conto dello slip è necessario in modo da non correre il rischio di sovrastimare la rigidità dell'elemento strutturale in fase elastica. Conclusioni analoghe si traggono osservando la figura 3.13 dove, per semplicità è stata effettuata una analisi non ciclica in modo da rendere più chiaro il diagramma.

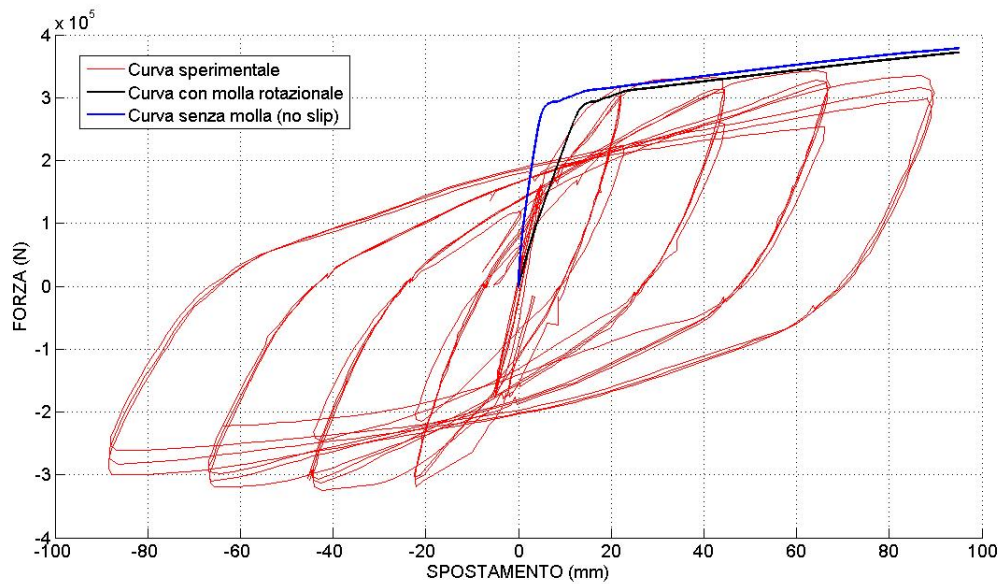
Nella figura 3.14 sono rappresentati i risultati delle analisi cicliche che tengono conto dei due modelli di slip, unitamente alla curva sperimentale. Innanzitutto si nota che la curva che modella lo slip mediante una molla rotazionale risulta meno rigida rispetto al modello con sezione a fibre. Quest'ultimo infatti, dai risultati ottenuti, risulta più rigido nel tratto elastico iniziale. Una causa di ciò potrebbe essere la difficoltà insita nel modellare il comportamento dei materiali nella sezione di lunghezza nulla. Come è stato evidenziato nel paragrafo 3.2.2 a pagina 27 le sezioni (a fibre) di lunghezza nulla si deformano rispettando le ipotesi di mantenimento delle sezioni piane. Ciò produrrebbe un elevato valore delle dormazioni. Per ovviare a tale problema, secondo quanto suggerito in Zhao e Sritharan, 2007 al calcestruzzo si assegna un comportamento quasi plastico, mantenendo il suo valore di resistenza a rottura pari a circa l'80% del valore di resistenza massimo. Un Tale valore di resistenza a rottura (che è di fatto un valore di "comodo") potrebbe produrre un aumento di rigidità globale della sezione, mitigando di fatto l'effetto di riduzione della rigidità causato dallo scorrimento della barre di armatura.

La figura 3.15 mostra la stessa analisi ma con incrementi di spostamento solo positivi. In tale figura è anche presente il caso che non tiene conto dello scorrimento delle barre di armatura. Come si vede il modello senza slip risulta essere il più rigido. Nella tabella 3.2 sono riportati i valori di spostamento allo snervamento per i vari modelli. Se si decidesse di trascurare lo slip, allo snervamento lo spostamento orizzontale della colonna sarebbe molto sottostimato e di conseguenza il modello sarebbe molto più rigido.

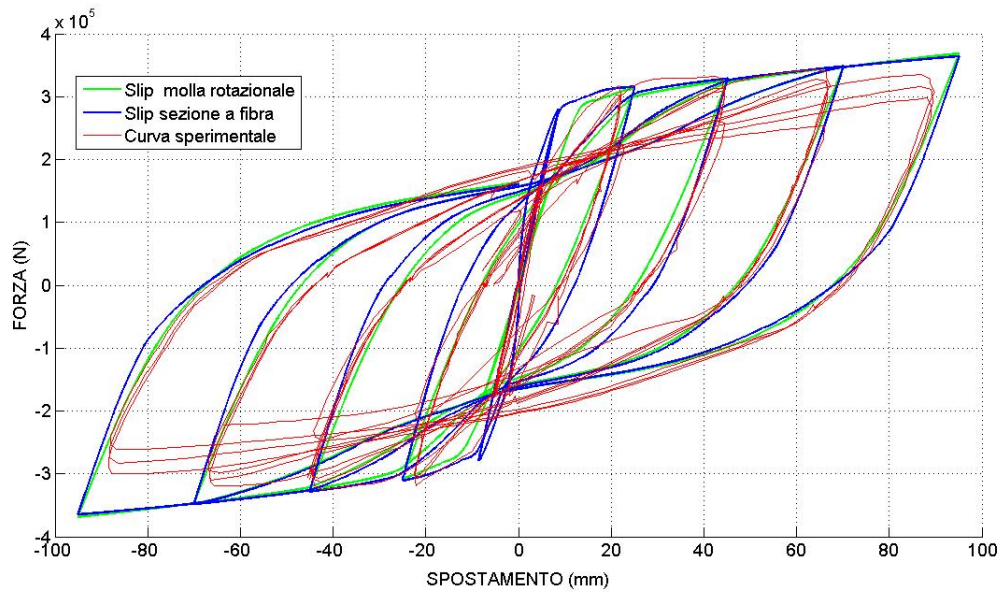
Osservando le curve appena descritte si può notare che per grandi valori dello



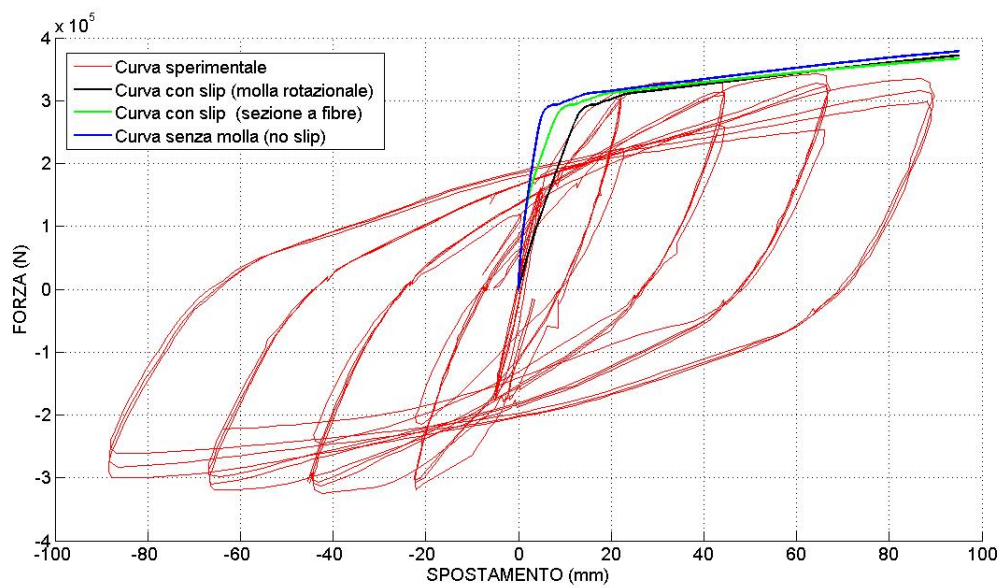
**Figura 3.12:** Confronto dei risultati: senza tenere conto dello slip il modello risulta molto più rigido. Analisi ciclica



**Figura 3.13:** Confronto dei risultati: senza tenere conto dello slip il modello risulta molto più rigido. Analisi non ciclica.



**Figura 3.14:** Confronto tra vari modelli di slip. Analisi ciclica



**Figura 3.15:** Confronto tra vari modelli di slip. Analisi non ciclica.

Modello	$\Delta_y$ (mm)
Sperimentale	14.8
Senza slip	6.1
A fibre	9.6
Molla rotazionale	14.2

**Tabella 3.2:** Valori dello spostamento in corrispondenza dello snervamento utilizzando diverse modellazioni del bar slip.

spostamento tutti i modelli sovrastimano la resistenza laterale della colonna. Questo è dovuto al fatto che quando sottoposti a carichi ciclici, gli elementi strutturali degradano la capacità resistente (oltre al degrado della rigidità). I modelli isteretici utilizzati in questa analisi non prevedono un degrado della resistenza per fenomeni di fatica e dunque, per spostamenti elevati, non colgono la diminuzione della resistenza dell'elemento. Si vuole rendere noto che *OpenSees* permette di assegnare il degrado per fatica all'acciaio tramite il comando *uniaxialMaterial ReinforcingSteel*, che però non è stato utilizzato in questa tesi.

# Capitolo 4

## Modellazione della crisi per taglio

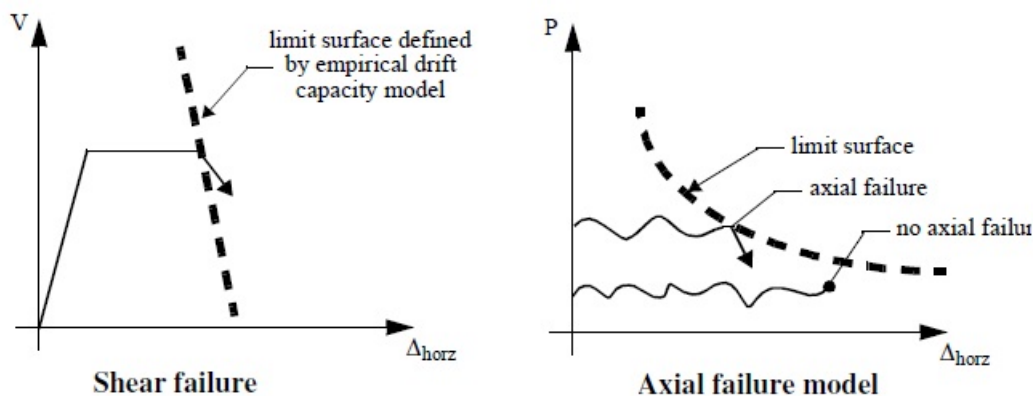
### Introduzione

Nel capitolo 2 si è visto come sia possibile descrivere il comportamento isteretico di una colonna sottoposta ad azioni cicliche orizzontali attraverso una curva trilatera denominata *idealized backbone response*. Grazie a tale curva è stato possibile mettere in evidenza le varie fasi principali di crisi successive a cui la colonna va incontro prima che sopraggiunga il collasso. Tali stadi di crisi sono tre: 1) snervamento dell'armatura longitudinale, 2) crisi per taglio, 3) crisi della capacità portante assiale. Si sono viste inoltre le modalità con cui calcolare gli spostamenti della colonna e soprattutto si è visto come calcolare la superficie limite che consente di ricavare il valore dello spostamento nel punto in cui si ha la crisi per taglio. Inoltre si è messo in evidenza come la resistenza laterale decada velocemente in funzione dello spostamento laterale una volta che sia avvenuta la crisi per taglio.

Nel prosieguo di questo capitolo si descriverà come implementare attraverso il software *OpenSees* il modello descritto in 2.1.2 che permetterà di cogliere la crisi per taglio di un elemento strutturale (di seguito se non diversamente specificato si farà sempre riferimento ad una colonna in calcestruzzo armato). Nella prima parte del capitolo si metteranno in evidenza vari aspetti del software *OpenSees*, la cui conoscenza è necessaria, successivamente attraverso una analisi parametrica si mostreranno gli aspetti più rilevanti delle strutture soggette a forze orizzontali.

### 4.1 Limit state failure model

È ormai noto che sopraggiunta la crisi per taglio la resistenza laterale delle colonne incomincia a degradare proporzionalmente allo spostamento laterale che essa subisce, ossia vi è una perdita di capacità resistente che è funzione dello spostamento

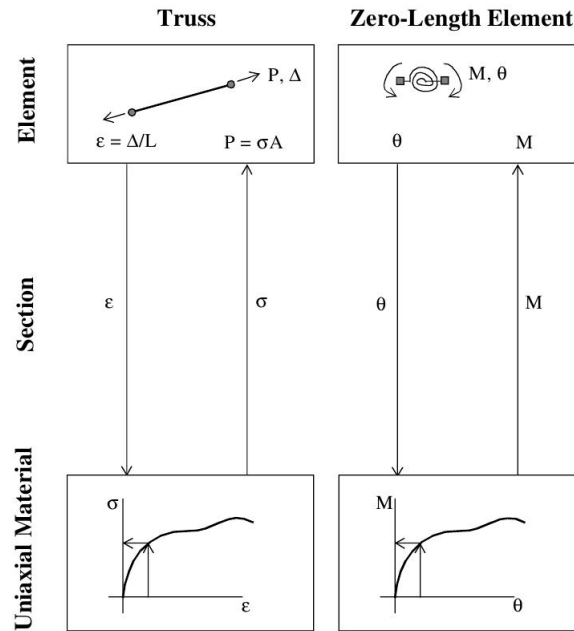


**Figura 4.1:** La superficie limite mostra il punto in cui avviene: a) la crisi per taglio; b) la crisi assiale

laterale della colonna stessa. Come mostrato nella figura 4.1, il punto che individua la crisi per taglio è determinato dall'intersezione della curva carico spostamento con la superficie limite così come definita nel paragrafo 2.1.2 a pagina 14.

Allo stesso modo, tenendo conto che la crisi assiale dipende da vari fattori tra i quali lo sforzo normale di compressione, la quantità di armatura a taglio nonché dallo spostamento orizzontale della colonna, è possibile definire una superficie limite, *limit surface*, che determina la crisi assiale in accordo con lo *shear friction model* spiegato in 2.1.3 a pagina 17 e come mostrato nella figura 4.1. In accordo con lo *shear friction model*, colonne soggette a carichi assiali di modesta entità raramente subiscono una crisi assiale. Infatti come mostrato nella figura 4.1b) per bassi carichi verticali è presumibile che non venga raggiunta la superficie limite alla quale si innesca la crisi.

Entrambe le tipologie di crisi pur essendo fenomeni diversi sono concettualmente simili quando si tratta di creare un modello che riesca a descriverle. Infatti in entrambi i casi una volta che la curva forza-spostamento interseca una superficie limite si innesca la crisi, la quale comporta un cambiamento del comportamento isteretico. Ed è proprio questa variazione del comportamento che è quello che si vuole riuscire a cogliere costruendo un modello analitico apposito. Per costruire tale modello verrà utilizzato il software OpenSees creato appositamente per lo studio di simulazioni degli effetti sismici. Dapprima però si ritiene utile spiegare il concetto di *uniaxial material model* così come inteso nel software OpenSees, e successivamente facendo uso delle nozioni appena introdotte verrà definito un modello di colonna che colga il degrado della resistenza.

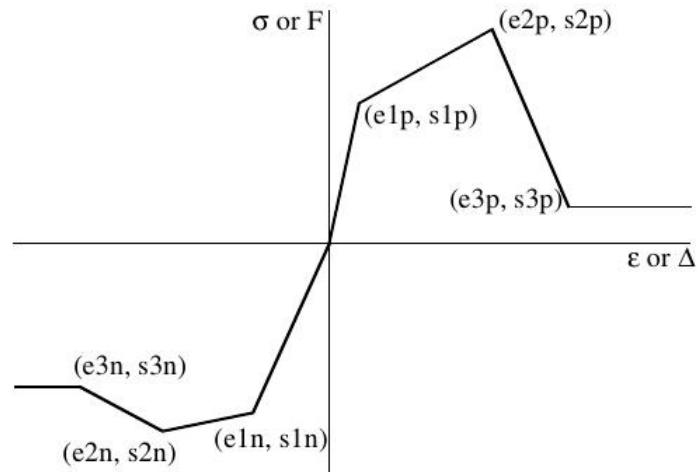


**Figura 4.2:** Esempi di legami costitutivi per elementi ad un solo grado di libertà (monodimensionali)

## 4.2 Uniaxial material model. Definire il legame costitutivo in OpenSees

Definire un *uniaxial material model* in OpenSees vuol dire definire una legge costitutiva per un materiale. Il termine *uniaxial* sott'intende che di un materiale viene definita una certa grandezza (ad esempio il momento) in funzione di un'altra (ad esempio la curvatura). Tipici esempi di *uniaxial material model* sono i diagrammi momento-curvatura ( $M - \chi$ ), forza-spostamento ( $F - \Delta$ ), tensione-deformazione ( $\sigma - \epsilon$ ) ecc. A seconda dell'elemento strutturale di cui si vuole definire il comportamento è possibile avere più uno o più legami costitutivi. La figura 4.2 descrive alcuni casi tipici di materiali "uniassiali" nel senso che per descriverli meccanicamente è sufficiente esprimere il loro comportamento tramite una molla unidirezionale alla quale viene assegnato un certo legame costitutivo  $\sigma - \epsilon$ , mentre una molla rotazionale viene definita con un legame  $M - \theta$ . Elementi più complessi con più gradi di libertà (ad esempio pilastri presso inflessi) hanno bisogno evidentemente di due legami costitutivi, uno che tenga conto della flessione (tipicamente un legame  $M - \chi$ ) ed uno che tenga conto del comportamento assiale (tipicamente un legame sforzo normale-deformazione  $N - \epsilon$ ). Si ricorda che in questo capitolo il proposito è quello di descrivere il comportamento tagliante di una colonna, quindi non verrà prese in considerazione il comportamento flessionale.

Per implementare il comportamento tagliante *OpenSees* mette a disposizione



**Figura 4.3:** Esempio di legame costitutivo del tipo *Hysteretic Uniaxial Material* presente di default in OpenSees

di default una curva trilineare chiamata *Hysteretic Uniaxial Material*, la quale si inserisce nella classe delle curve uniaxiali (*uniaxial material model*) descritte in precedenza. Un esempio di *Hysteretic Uniaxial Material* è riportato nella figura 4.3. Tale curva richiede di essere modificata attraverso dei parametri che consentono di agire su vari aspetti quali ad esempio il degrado della rigidità, l'effetto pinching ed altri.

In *OpenSees* il comando seguente

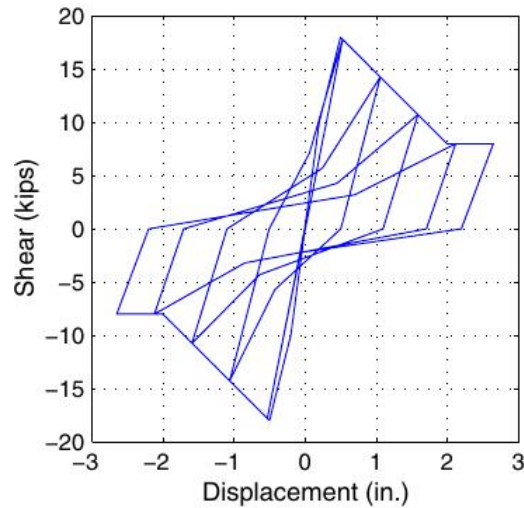
```
uniaxialMaterial Hysteretic $matTag $s1p $e1p $s2p $e2p <$s3p $e3p>
$s1n $e1n $s2n $e2n <$s3n $e3n> $pinchX $pinchY $damage1 $damage2
<$beta>
```

consente di costruire il comportamento isteretico di un materiale bi/trilineare. Nel comando i parametri modificabili<sup>1</sup> hanno il seguente significato:

- `$matTag` è il tag univoco da assegnare alla curva;
- `$s1p $e1p $s2p $e2p <$s3p $e3p> $s1n $e1n $s2n $e2n <$s3n $e3n>` rappresentano i punti principali che definiscono la curva;
- `$pinchX $pinchY` consentono di definire i parametri che governano il fenomeno del pinching (si veda 1.1.4 a pagina 4);

<sup>1</sup>in *OpenSees* I parametri modificabili dall'utente sono sempre quelli preceduti dal simbolo \$. Quelli racchiusi tra i simboli < > sono invece parametri opzionali.





**Figura 4.4:** Esempio di legame costitutivo del tipo *Hysteretic Uniaxial Material* sottoposto ad azioni cicliche.

- $\$damage1$  tiene conto del danno dovuto alla duttilità;
- $\$damage2$  tiene conto del danno dovuto alla dissipazione di energia<sup>2</sup>.

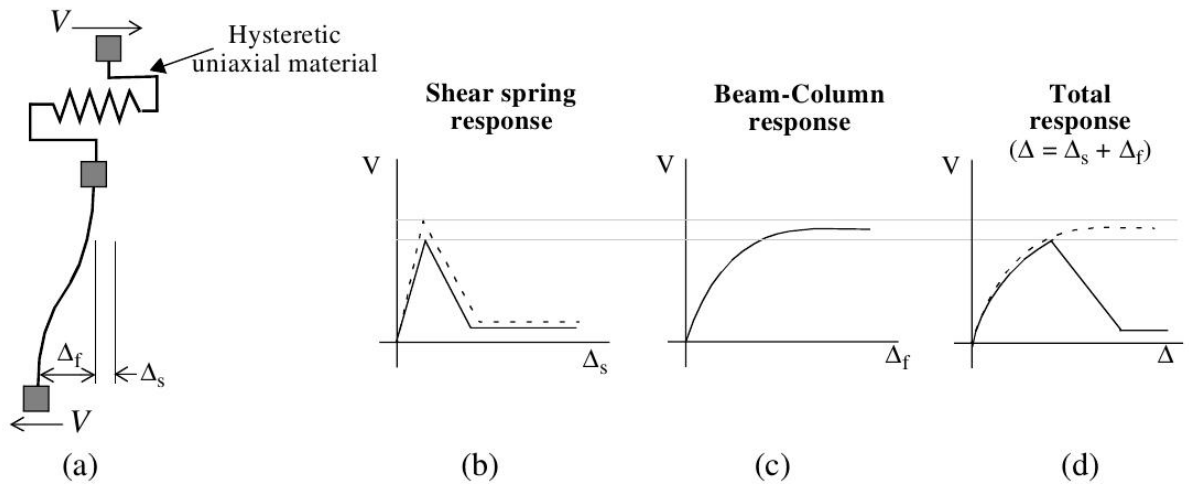
I valori dei punti che descrivono la parte negativa della curva devono essere inseriti col segno meno. Da notare che se  $\$s3p > \$s2p$  allora oltre il punto  $\$s3p$  la pendenza è la stessa di quella definita della retta passante per i punti  $\$s3p$   $\$s2p$ . Se invece  $\$s3p < \$s2p$  oltre il punto  $\$s3p$  la curva assume pendenza nulla ossia diventa orizzontale (è il caso rappresentato in figura 4.3).

La figura 4.4 riporta un esempio di *Hysteretic Uniaxial Material* sottoposto ad azioni di carattere ciclico.

### 4.2.1 Modellare il comportamento tagliante tramite OpenSees

Dopo aver introdotto il concetto di *hysteretic uniaxial material* il passo successivo è quello di capire come questo possa essere usato per assegnare il comportamento tagliante alla colonna. Un primo problema da risolvere è che in *OpenSees* gli elementi preposti a cogliere la deformabilità flessionale (tipicamente elementi che fanno uso di modelli a fibre), non sono in grado di cogliere la deformabilità tagliante dei materiali. Per risolvere tale problema alcuni ricercatori (Elwood e Moehle, 2003, e Elwood, 2004) hanno proposto di utilizzare un elemento che fosse in grado di tenere in conto della deformabilità tagliante della colonna. Per fare ciò si prenda

<sup>2</sup>I concetti di degrado dovuti alla duttilità e alla dissipazione dell'energia sono stati trattati in 1.1.5 a pagina 5.



**Figura 4.5:** La molla descrive il comportamento tagliante, l'elemento beam quello flessionale.

come esempio la figura 4.5. In essa si pensa che la colonna e la molla siano due elementi in serie. L'elemento colonna (beam-column element) è in grado di cogliere la risposta flessionale (fig. 4.5c), mentre si pensa che la molla sia l'elemento preposto a cogliere il comportamento tagliante della colonna. Per tale motivo la molla viene dato il nome di *shear spring*. Dunque alla *shear spring* è necessario associare un legame costitutivo rappresentato, dal punto di vista qualitativo, nella figura 4.5b). Tale legame è pensato in modo che raggiunta la resistenza massima del materiali, la crisi per taglio innesca una repentina perdita di capacità resistente. tale comportamento è può essere implementato nella molla a taglio facendo uso del concetto già visto di hysteretic uniaxial Material.

La figura 4.5d), mostra invece come il comportamento globale sia dato dalla somma di quello flessionale e quello tagliante. Ovviamente il comportamento tagliante e quello flessionale si manifestano contemporaneamente, e quindi il valore dello spostamento  $\Delta$  a cui si manifesta la crisi per taglio va determinato basandosi sul comportamento globale della colonna (fig. 4.5d).

**Osservazione** Vi è da precisare che come spiegato in 2.1.1 a pagina 14 nel comportamento flessionale è necessario tenere in conto il fenomeno del *bar slip* in quanto nello spostamento globale, la quotaparte dovuta al *bar slip* è tutt'altro che trascurabile potendo arrivare in alcuni casi anche al 40% (LeBorgne e Ghannoum, 2009) dello spostamento totale. In questo caso esso è stato volutamente tralasciato, ma a rigore esso deve essere tenuto in conto. Al problema dello slip è dedicato interamente il 3.

### 4.2.2 Limit state uniaxial material

Il modello in serie così ottenuto non è però ancora sufficiente per descrivere il degrado della molla a taglio in seguito alla avvenuta crisi per taglio. Infatti sebbene il comando di opensees *uniaxialMaterial Hysteretic*, consente di assegnare un legame alla molla, esso non è in grado di valutare il punto in cui avviene la crisi per taglio, e di conseguenza non può descrivere il ramo negativo del legame costitutivo (figura 4.5b). In altri termini risulta necessario poter assegnare alla molla un comportamento tagliante che riesca a valutare la crisi per taglio in seguito al quale il comportamento isteretico cambia radicalmente.

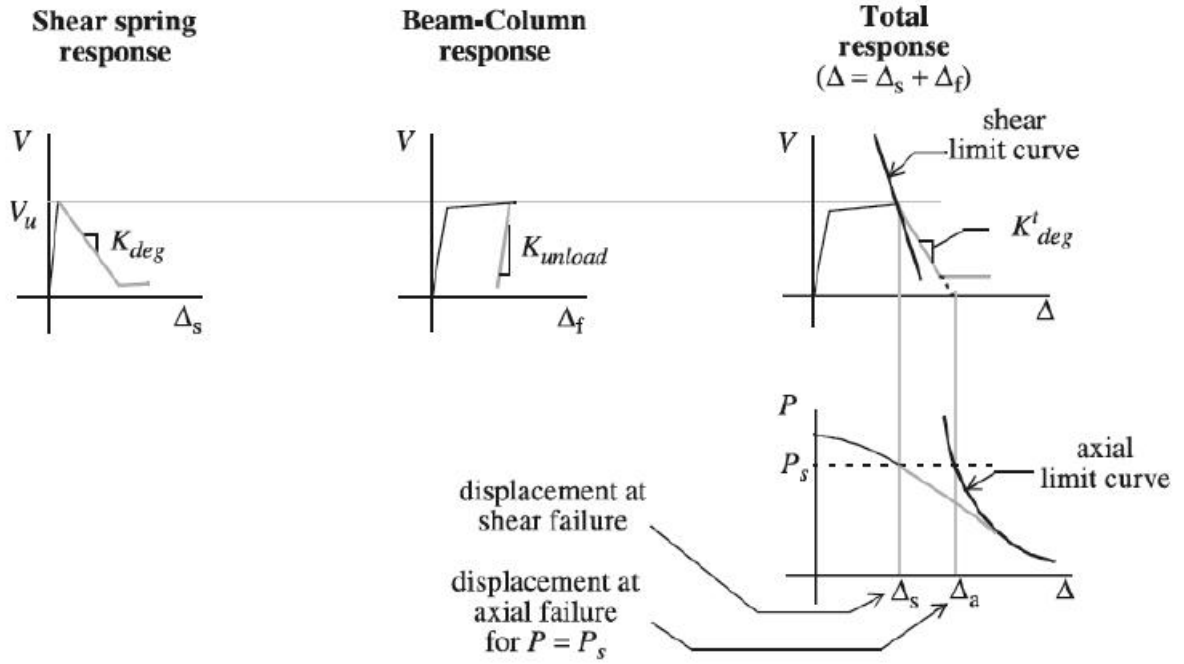
Ricordando quanto discusso nel paragrafo 2.1.2 quando il il legame costitutivo incontra la curva limite (shear limit curve) si ha la crisi per taglio della colonna figura 4.6. Avvenuta la crisi all'aumentare dello spostamento diminuisce la capacità resistente in maniera approssimativamente lineare. Ipotizzando che la crisi per taglio sia successiva a quella flessionale allora in accordo con quanto detto in 2.1.2 lo spostamento è dato da

$$\delta_s = \frac{3}{100} + 4\rho'' - \frac{\nu}{40\sqrt{f'_c}} - \frac{P}{40A_g f'_c} \geq 0.01 \quad (MPa) \quad (4.1)$$

dove i parametri che entrano in gioco sono:

- $\delta_s = \Delta/L$  è lo spostamento adimensionale lungo l'altezza della colonna;
- $\rho''$  è il rapporto di armatura trasversale;
- $\nu = V_p/bd$  è la tensione nominale a tagliante e può essere calcolato utilizzando (in MPa) la forza  $V_p$  che crea plasticizzazione (vedi figura 2.1a a pagina 13);
- $f'_c$  resistenza a compressione del calcestruzzo (in MPa);
- $P$  è il carico assiale che grava sulla colonna;
- $A_g$  è la sezione complessiva della colonna.

Quando la curva interseca la superficie limite essa varia bruscamente la sua pendenza in modo tale da cogliere il fenomeno del degrado assumendo una pendenza negativa  $K_{deg}^t$ . Qualsiasi ulteriore incremento di spostamento laterale comporta una diminuzione della resistenza tagliante, e di conseguenza vi è anche uno scarico flessionale denotato con  $K_{unload}$ . Tenendo conto di quanto detto e sapendo che la crisi per carichi assiali tende a manifestarsi quando la resistenza tagliante tende ad essere nulla, allora il valore  $K_{deg}^t$  può essere ricavata dalla formula (si veda Elwood,



**Figura 4.6:** Esempio molla in serie. La molla descrive il comportamento tagliante, l'elemento beam quello flessionale. La crisi assiale si manifesta quando la resistenza della colonna a forze orizzontali è nulla.

2004)

$$K_{deg}^t = \frac{V_u}{\Delta_a - \Delta_s} \quad (4.2)$$

$K_{deg}^t$  è la pendenza della retta che esprime il degrado tenendo conto del comportamento globale della colonna (flessionale e tagliante),  $V_u$  è la forza tagliante ultima che innesca la crisi per taglio,  $\Delta_a$  è lo spostamento che della colonna nel momento in cui sopraggiunge la crisi per carichi assiali, mentre  $\Delta_s$  è lo spostamento nel momento in cui avviene la crisi per taglio. Essendo la colonna e la molla un modello in serie allora è possibile ricavare il valore di  $K_{deg}$  nel modo seguente:

$$K_{deg} = \left( \frac{1}{K_{deg}^t} - \frac{1}{K_{unload}^t} \right)^{-1} \quad (4.3)$$

$K_{deg}$  è la pendenza della retta che esprime il degrado della sola molla a taglio. Notare che in questa trattazione del problema (sviluppata in Elwood, 2004) il valore di  $K_{unload}$  deve essere conosciuto a priori.

### Metodo alternativo per il calcolo del degrado della resistenza

Per calcolare il valore di  $K_{deg}$  esiste un approccio diverso (sviluppato in LeBorgne e Ghannoum, 2009) che non necessita di conoscere a priori il valore di  $K_{unload}$ .

Secondo tale approccio il valore  $K_{deg}$  è dato dalla seguente formula:

$$K_{deg} = \frac{V_u - V_r}{\Delta_s - \Delta_r} \quad (4.4)$$

$K_{deg}$  è la pendenza della retta che esprime il degrado della sola molla a taglio,  $V_u$  è la forza tagliante ultima che innesca la crisi per taglio,  $\Delta_s$  è lo spostamento nel momento in cui avviene la crisi per taglio,  $V_r$  esprime il valore residuo di resistenza al taglio che come indicato in (3) il suo valore è pari a circa il 15% di  $V_u$ ,  $\Delta_r$  è lo spostamento che si ha in corrispondenza di  $V_r$ . Visto che la crisi per carichi assiale sopraggiunge quando la resistenza a taglio tende a zero, la quantità  $\Delta_r$  può essere, in sostanza, considerata come lo spostamento in cui si avviene la crisi assiale. Si calcolare  $\Delta_r$  con la formula:

$$\frac{\Delta_r}{h} = 0.17 - 0.15 \frac{P}{A_g f'_c} \quad (4.5)$$

dove  $P$  è il carico assiale agente sulla colonna,  $A_g$  gross cross sectional area,  $f'_c$  è la resistenza a compressione del calcestruzzo,  $h$  è l'altezza della sezione della colonna. Da notare come  $\Delta_r$  tende a zero quando il carico assiale  $P$  cresce, questo sta a confermare l'evidenza sperimentale secondo cui maggiore è il carico assiale che grava sulla colonna minore è lo spostamento laterale che essa può subire in seguito alla crisi.

La differenza sostanziale tra la 4.3 e la 4.4 è che in quest'ultima non vi è la necessità di conoscere a priori il valore di  $K_{unload}$ .

Tuttavia in questa tesi verrà utilizzato il modello di Elwood, 2004, tralasciando il modello di LeBorgne e Ghannoum, 2009.

### **Comandi per implemetare il modello di Elwood, 2004 in opensees**

Il modello per descrivere lo shear failure appena presentato può essere implementato in *OpenSees* facendo uso del *Limit State uniaxial material*. Questo è stato sviluppato a partire dal *hysteretic material*. Le quantità da inserire per definire il limit state sono i seguenti:

- tutti gli input richiesti dal comando *uniaxialMaterial Hysteretic*;
- un tag che consenta di identificare univocamente l'elemento beam-column al quale è associata la molla a taglio;
- parametri per la determinazione della superficie limite ed il punto di crisi per taglio;

- pendenza del tratto che descrive il degrado della molla a taglio,
- eventuale reistenza residua.

Nello specifico per definire la molla a taglio in *OpenSees* è necessario far uso contemporaneo dei seguenti due comandi:

```
uniaxialMaterial LimitState $matTag $s1p $e1p $s2p $e2p $s3p $e3p
  $s1n $e1n $s2n $e2n $s3n $e3n $pinchX $pinchY
  $damage1 $damage2 $beta $curveTag $curveType.

limitCurve Shear $curveTag $eleTag $rho $fc $b $h $d $Fsw $Kdeg
  $Fres $defType $forType <$ndI $ndJ $dof $perpDirn $delta>
```

Il primo comando è sintatticamente uguale a quello usato per definire l'*uniaxialMaterial Hysteretic* (vedi 4.2 a pagina 44), fatto salvo che per la presenza del parametro *\$curveTag* il quale richiama il secondo dei due comandi *limitCurve Shear*. La *limitCurve Shear* di fatto serve a descrivere la curva limite. Per una descrizione dettagliata dei parametri che compaiono nei comandi si rimanda al Mazzoni e McKenna, 2006.

Occorre fare qualche precisazione. I valori dei parametri *\$s1p \$e1p \$s2p \$e2p \$s3p \$e3p \$s1n \$e1n \$s2n \$e2n \$s3n \$e3n* sono i punti che definiscono il legame costitutivo della molla prima che si inneschi la crisi. Per tale motivo è consigliato che tali punti giacciono su una stessa retta, ipotizzando così che il legame prima della crisi sia lineare.

Il parametro *\$Kdeg* esprime la pendenza del tratto discendente della curva dopo la crisi. Esso può essere inserito sia con valore negativo che positivo assumendo di conseguenza i seguenti due significati:

- se *\$Kdeg > 0* esprime la rigidezza allo scarico dell'elemento beam column. In altri termini *\$Kdeg* coincide con  $K_{unload}$  (vedi figura 4.6b);
- se *\$Kdeg < 0* esprime la pendenza del terzo ramo della curva 4.6c). Ossia esprime la rigidezza  $K_{deg}^t$ .

Da un punto di vista pratico risulta più semplice calcolare  $K_{unload}$  che non  $K_{deg}^t$ . Infatti presa una colonna che sia doppiamente incastrata, supponendo che allo scarico essa si comporti in maniera elastica lineare (come prima dello snervamento), allora è possibile calcolare

$$K_{unload} = \frac{12EJ_{eff}}{L^3} \quad (4.6)$$

mentre se la colonna fosse una semplice mensola si avrebbe  $K_{unload} = \frac{3EJ_{eff}}{L^3}$ . La quantità  $EJ_{eff}$  è la rigidezza flessionale effettiva di cui si è discusso in 3.3 a pagina 31, e che come ordine di grandezza è pari a  $0.2 \sim 0.7EJ_g$ .

### 4.2.3 Modellare la crisi per carichi assiali tramite OpenSees

All'inizio di questo capitolo al paragrafo 4.1 si è discusso di come il problema della crisi per taglio e della crisi assiale, pur essendo fenomeni totalmente diversi, possono essere trattati in maniera simile facendo uso del concetto di *limit surface*, ossia una superficie limite raggiunta si innesca la crisi. Anche nel caso di crisi assiale, così come per il taglio, è possibile usare il concetto di limit state material dove la curva limite è definita grazie allo shear friction model (discusso in 2.1.2 a pagina 14) tramite l'equazione 2.5 di seguito riscritta per comodità:

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{L} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta + P \left( \frac{s}{A_{st} f_{yt} d_c \tan \theta} \right)} \frac{4}{100} \quad (4.7)$$

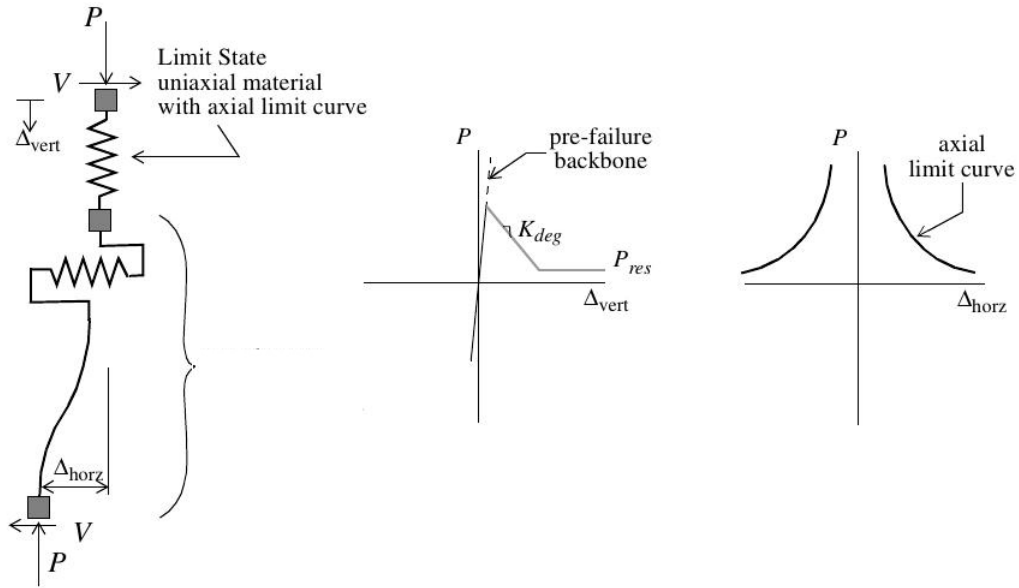
dove

- $\theta$  è l'inclinazione della superficie lungo la quale si sviluppa la crisi (presa pari a  $65^\circ$ );
- $P$  è il carico assiale;
- $A_{st}$  area armatura trasversale;
- $s$  distanza dell'armatura trasversale (passo staffe);
- $f_{yt}$  tensione di snervamento dell'armatura trasversale;
- $d_c$  larghezza della colonna nella stessa direzione in cui agisce la forza di taglio, depurata del copriferro.

Ovviamente la 4.7 assume che la crisi per taglio si sia già manifestata. L'idea di base è quella di usare una molla assiale, *axial spring*, alla quale assegnare il comportamento isteretico della colonna (figura 4.7). Si ricorda che seppur la crisi assiale sopraggiunga quando la capacità resistente della molla a taglio è prossima allo zero, ciò non implica che essa comporti un collasso improvviso della colonna. Con la crisi assiale infatti la colonna subisce un degrado della capacità portante a carichi verticali, degrado che aumenta maggiormente con l'aumentare dello spostamento orizzontale della colonna (drift). Tale comportamento è visibile nel diagramma  $P - \Delta_{horz}$  dove raggiunta la limit curve un aumento di  $\Delta_{horz}$  determina una progressiva riduzione del carico  $P$ .

#### Comandi per implementare il modello di axial spring in opensees

Nello specifico per definire il comportamento assiale della molla in *OpenSees* è necessario far uso contemporaneo dei seguenti due comandi:



**Figura 4.7:** Esempio modello in serie con la contemporanea presenza della shear spring e della axial spring che modella il comportamento assiale. L'elemento beam modella il comportamento flessionale.

```
uniaxialMaterial LimitState $matTag $s1p $e1p $s2p $e2p $s3p $e3p
  $s1n $e1n $s2n $e2n $s3n $e3n $pinchX $pinchY
  $damage1 $damage2 $beta $curveTag $curveType.
```

```
limitCurve Axial $curveTag $eleTag $Fsw $Kdeg $Fres $defType
  $forType <$ndI $ndJ $dof $perpDirn $delta>
```

Nel primo comando i valori dei parametri  $s1p$   $e1p$   $s2p$   $e2p$   $s3p$   $e3p$   $s1n$   $e1n$   $s2n$   $e2n$   $s3n$   $e3n$  sono i punti che definiscono il legame costitutivo della molla prima che si inneschi la crisi. Per tale motivo è consigliato che tali punti giacciono su una stessa retta, ipotizzando così che il legame prima della crisi sia lineare. Si presti attenzione al parametro  $curveType$  il quale serve ad indicare qual è il tipo di curva limite associata al  $LimitState$ . Essendo in questo caso una curva limite assiale a  $curveType$  dovrà essere assegnato il valore 1<sup>3</sup>. In generale il valori che il parametro  $curveType$  accetta sono i seguenti:

- $curveType=0$ , quando non è associata alcuna curva limite. In questo caso il comando *uniaxialMaterial LimitState* coincide con il comando *uniaxialMaterial Hysteretic*;
- $curveType=1$ , quando la curva limite associata è del tipo assiale;

<sup>3</sup>nel caso di *limitCurve Shear* al parametro  $curveType$  occorre assegnare il valore 2



- $\$curveType > 1$ , ossia assegnare un qualsiasi numero diverso da zero e da uno per qualunque altro tipo di curva associata. In questo caso ricade anche il la curva limite a taglio *limitCurve Shear*, e per questo motivo è stato suggerito di usare il valore 2.

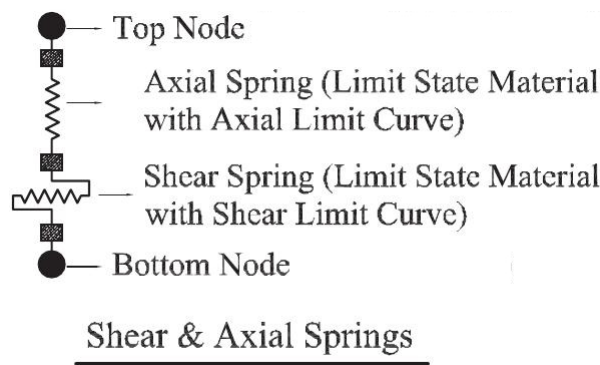
Bisogna tenere presente che utilizzare una molla unitamente ad un elemento beam-column crea un modello in serie. Se l'elemento beam column utilizzato include in maniera nativa la deformabilità assiale, succede che la presenza della molla (anch'essa deformabile assialmente) genera una flessibilità aggiuntiva al modello. In altri termini la colonna risulta assialmente meno rigida di quanto in realtà non sia. Per ovviare a tale problema è sufficiente assegnare alla molla prima della crisi un elevato valore di rigidezza che la trasformi di fatto in un elemento rigido (vedi la curva 'pre failure backbone' indicata in 4.7). In questo modo ci si assicura che la molla non introduca alcuna flessibilità. Dal punto di vista operativo è sufficiente assegnare alla molla una rigidezza che sia (almeno) 100 volte più grande della reale rigidezza assiale della colonna. Al contrario invece qualora per modellare la beam column si usasse un elemento che non tiene conto della deformabilità assiale (ossia si fa uso di un elemento assialmente rigido), alla molla assiale nel tratto pre crisi può essere assegnato il valore della rigidezza (reale) assiale della colonna. Dopo che la crisi si sia manifestata, il comportamento isteretico assegnato viene ridefinito in modo da tenere in conto del degrado  $K_{deg}$  e della resistenza residua  $P_{res}$ . Si noti che il diagramma  $P - \Delta_{horz}$  nella figura 4.7 la axial limit curve risulta definita per soli valori positivi del carico verticale, ossia per carichi di compressione. Infatti lo shear friction model utilizzato per ricavare la formula 4.7 descrive solo una crisi per compressione e quindi non può essere utilizzato qualora gli elementi siano tesi.

### 4.3 Elementi di lunghezza nulla

Definiti i legami costitutivi delle molle, occorre che questi vengano assegnati ad un elemento. *OpenSees* implementa elementi di lunghezza ai quali assegnare un ben determinato comportamento isteretico. Nel software sono presenti diversi tipi di elementi di lunghezza nulla, ognuno con specifici campi di applicabilità. Nel caso delle molle a cui si è fatto riferimento nei paragrafi 4.2.1 (shear spring) e 4.2.3 (axial spring), l'elemento di lunghezza nulla da utilizzare è implementato attraverso il comando

```
element zeroLength $eleTag $iNode $jNode -mat $matTag
-dir $dir
```

dove i parametri hanno il seguente significato:



**Figura 4.8:** Esempio di shear e axial spring a cui è associato il relativo limit state. I due nodi hanno le stesse coordinate spaziali.

- $\$eleTag$  identifica univocamente l'elemento creato;
- $\$iNode$   $\$jNode$  sono i nodi estremi che identificano l'elemento;
- $\$matTag$  è il legame costitutivo da assegnare all'elemento;
- $\$dir$  è la direzione lungo la quale il legame agisce.

La particolarità degli elementi di lunghezza sta nel fatto che i nodi estremi  $\$iNode$   $\$jNode$  hanno la stessa posizione, ossia  $\$iNode$   $\$jNode$  hanno le stesse coordinate spaziali (vedi la figura 4.8). Per quanto riguarda i legami costitutivi da assegnare all'elemento possono essere più di uno. Nel caso in esame, se l'elemento rappresenta la molla a taglio allora il parametro  $\$matTag$  deve essere lo stesso  $\$matTag$  utilizzato nel comando *uniaxialMaterial LimitState*. In tal modo alla molla viene assegnato il limit state creato in precedenza.

Il parametro  $\$dir$  indica la direzione lungo la quale il legame agisce. Esso può assumere i valori 1, 2, 3, per indicare le direzioni (globali) X Y Z, mentre 4, 5, 6, indicano le rotazioni attorno all'asse X Y Z rispettivamente. Definire la direzione è necessario in virtù del fatto che i legami costitutivi presenti in openses sono del tipo *uniaxialMaterial*, dove con “uniaxial” si intende che essi agiscono solo lungo una direzione.

Si vuole infine far notare di non confondere il comando *element zeroLength* qui presentato, con il comando *element zeroLengthSection*. Quest'ultimo infatti seppur molto simile al primo, non è idoneo allo scopo di creare un elemento molla. Esso è invece usato nel paragrafo 3.2.1 dove è trattato il fenomeno dello slip.

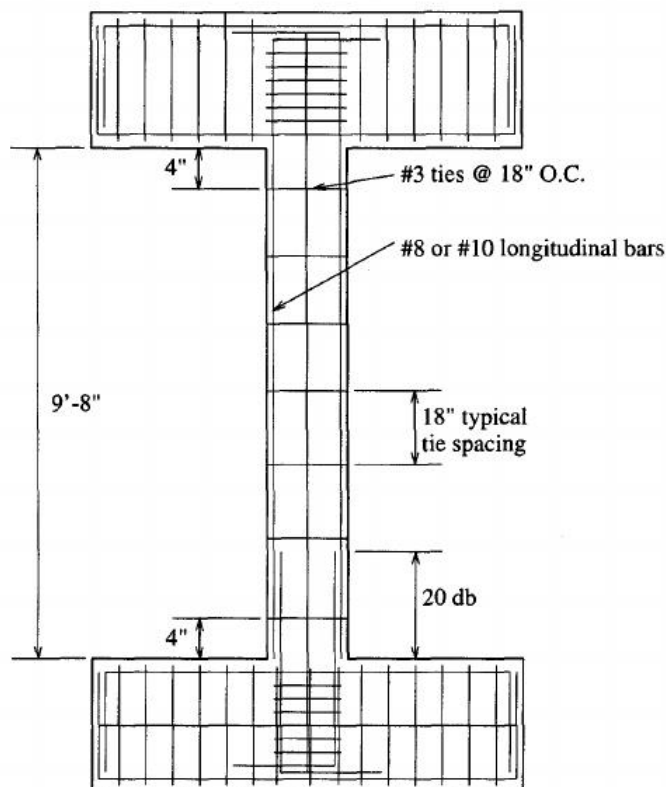


Figura 4.9: Configurazione della colonna utilizzata per effettuare l'analisi.

## 4.4 Caso studio

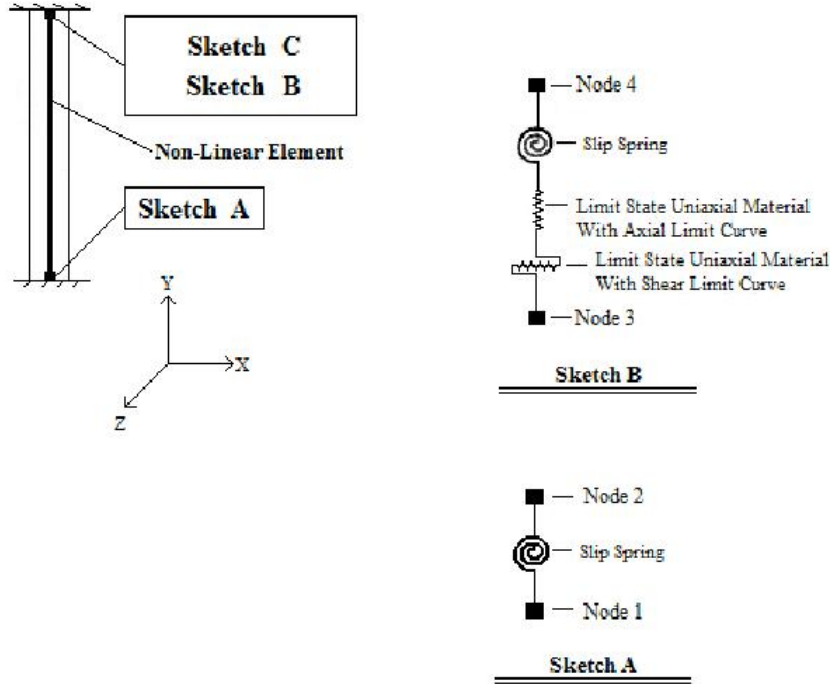
In questa sezione si mostreranno analisi numeriche effettuate tenendo in conto quanto esposto nel capitolo 3 per quanto riguarda lo slip e in questo capitolo per quanto riguarda la crisi per taglio e assiale degli elementi strutturali. Verranno evidenziate parti di codice utilizzate in opensees per costruire i vari modelli cercando contestualmente di spiegare vari aspetti riguardanti l'uso del software stesso. Saranno inoltre presenti e commentati i risultati ottenuti dalle analisi. Il fine delle analisi numeriche effettuate in questa tesi è quello di costruire un modello analitico che tenga conto dei vari stati di crisi di un elemento strutturale.

Tutte le analisi qui riportate si riferiscono al caso di singole colonne doppiamente incastrate. Di tali colonne sono disponibili le prove sperimentali sul sito online (Database, 2003).

La colonna sulla quale verrà eseguita l'analisi si riferisce agli esperimenti fatti in Lynn e Moehle, 1996 identificata con la sigla 3CLH18. La configurazione della colonna è riportata in figura 4.14. La tabella 4.1 contiene i valori costruttivi relativi della colonna, nonché i valori di spostamento a cui si verifica la crisi per taglio  $\Delta_s$  e assiale  $\Delta_a$ . Tali valori verranno poi confrontati con i risultati delle analisi

b	h	$\phi_{long}$	$\phi_{staffa}$	S	$f_{ylong}$	$f_{yt}$	$f_c$	P	$\Delta_s$	$\Delta_a$
457.2	457.2	31.8	8	457.2	331	400	26.9	603	30.48	60.96

**Tabella 4.1:** Notazione:  $b=h$ =dimensioni della sezione;  $\phi_{long}$ =diametro armatura;  $\phi_{staffa}$ =diametro staffa;  $S$ =passo staffe;  $f_{ylong}$ =snervamento armatura;  $f_{yt}$ =snervamento staffe (MPa);  $f_c$ =resistenza del calcestruzzo (MPa);  $P$ =carico verticale (kN);  $\Delta_s$ =displacement at shear failure (mm);  $\Delta_a$ =displacement at axial failure (mm).



**Figura 4.10:** Uso della shear e axial spring a cui è associato il relativo limit state.

numeriche.

La figura 4.10 mostra in maniera schematica i punti in cui si sono inserite le molle. Essendo la colonna doppiamente occorre quindi utilizzare due molle rotazionali (una ad ogni estremo incastrato della colonna) in modo da tener conto dello slip, di una molla assiale e una tagliante (associate ai rispettivi limit state) per tener conto della crisi per taglio e assiale. In questo modo si otterranno due elementi di lunghezza zero, il primo avente come estremi i nodi 1 e 2, il secondo avente come estremi i nodi 3 e 4. Per quanto riguarda la molla a taglio, in figura 4.10 essa è stata posta in sommità ma si sarebbe potuta inserire anche alla base della colonna. La stessa osservazione può essere fatta per la molla assiale.

In definitiva nel codice implementato gli elementi di lunghezza nulla assumono la seguente forma:

```

element zeroLength 2 1 2 -mat 5 -dir 6;#molla
    rotazionale base
element zeroLength 3 3 4 -mat 5 -dir 6;#molla
    rotazionale sommit
element zeroLength 4 1 2 -mat $S_matTag -dir 1 ;#molla
    a taglio
element zeroLength 5 1 2 -mat $A_matTag -dir 2 ;#molla
    assiale

```

Le molle rotazionali hanno direzione 6 ossia rotazione attorno all'asse Z globale (uscende dal piano), mentre la colonna a taglio ha direzione 1 che coincide con l'asse globale X, e la molla assiale ha direzione 2 coincidente con l'asse globale Y (verticale). Si noti che per cogliere la presenza delle molle occorre svincolare i gradi di libertà a cui esse si riferiscono. Ad esempio per cogliere la presenza di una molla rotazionale occorre svincolare il grado di libertà a cui essa è associata. Nel caso in esame si avrà la seguente condizione:

```

# Fix supports at base of column
#      Tag      DX      DY      RZ
fix    1        1        1        1
fix    2        0        0        0
fix    3        0        0        0
fix    4        0        0        1
equalDOF 4 3 1 2

```

dove il nodo 1 è totalmente incastrato. Del nodo 4 si vincola solo la rotazione essendo un incastro scorrevole. Per aumentare la stabilità del modello sono stati aggiunti dei gradi di vincolo interno, mediante il comando *equalDOF 4 3 1 2* che nella forma in cui è stato scritto impone che il nodo 3 (slave node) sia rigidamente vincolato al nodo 4 (master node) nelle direzioni 1 e 2.

### Considerazioni sui legami costitutivi da assegnare alle molle

Per quanto riguarda il legame costitutivo da assegnare alla molla rotazionale, essa è pensata come un elemento elastico lineare modellata attraverso il comando *uniaxialMaterial Elastic*. La rigidezza da assegnare al tale molla è data dalla formula 3.2 a pagina 29 qui di seguito riscritta per comodità:

$$K_{slip} = \frac{8uEJ_{eff}}{\phi_{long}f_y}. \quad (4.8)$$

Si ricordi che il valore della rigidità effettiva deve essere calcolata seguendo quanto riportato nel paragrafo 3.3 a pagina 31.

Nel comando per implementare il legame costitutivo della molla a taglio, ricordando quanto detto in 4.2.3, occorre che i punti che della pre-failure backbone siano allineati. Per far ciò è sufficiente seguire i seguenti passi:

1. si calcola il modulo di elasticità tangenziale  $G$ ,
2. si calcola la quantità

$$RigidSlope = \frac{GA_{eff}}{L} \quad (4.9)$$

dove  $A_{eff}$  è l'area che tiene conto del fattore di taglio,  $L$  è la lunghezza della colonna;

3. si scelgono coordinate di ciascun punto della pre-failure backbone, coppie di valori del tipo  $(V; V/RigidSlope)$ , dove  $V$  sono valori della resistenza tagliante.

Anche per i punti pre-failure della molla assiale vanno fatte considerazioni analoghe, solo che bisogna ricordare che la molla deve essere molto rigida onde evitare di aumentare la flessibilità del modello. Nel caso della molla in esame, si procede nel modo seguente:

1. si calcola la quantità  $AxialSlope = 100EA/L$  dove  $E$  è il modulo del calcestruzzo,  $A$  la superficie della sezione,  $L$  la lunghezza della colonna;
2. si scelgono per ciascun punto della pre-failure backbone, coppie di valori del tipo  $P; P/AxialSlope$ , dove  $P$  sono valori di carico verticale.

### Considerazioni sull'elemento beam

Fino ad ora si è solo discusso delle molle poste in sommità e alla base della colonna. Per cogliere il comportamento flessionale deve essere inserito tra i nodi 3 e 4 un elemento discretizzato a fibre. Nel caso qui trattato si è utilizzato un elemento del tipo *element dispBeamColumn*. Il legame costitutivo assegnato è implementato in *OpenSees* con il nome *uniaxialMaterial ConfinedConcrete01* per il quale si rimanda ad Mazzoni e McKenna, 2006 per una sua spiegazione completa dei suoi parametri. Tale comando costruisce un legame costitutivo del calcestruzzo basato sul modello proposto in Braga *et al.*, 2006. In tale modello il calcestruzzo si considera non avere nessuna resistenza a trazione, e quando sottoposto a carichi ciclici il degrado è assunto lineare. Il modello presentato in Braga *et al.*, 2006 ed implementato nel comando *uniaxialMaterial ConfinedConcrete01*, riesce a tenere conto degli effetti del confinamento del calcestruzzo per differenti tipi di staffature. In questo modo non

risulta necessario calcolare a priori la capacità resistente del calcestruzzo confinato potendo così utilizzare il valore di resistenza del calcestruzzo non confinato.

Alla colonna in oggetto è stata applicata una prova a controllo di spostamenti ciclica ed il comportamento isteretico che ne è risultato è visibile nella figura 4.11. Nella stessa figura, in blu, è rappresentata la curva di push over ricavata tramite l'analisi. La curva di push over è stata calcolata applicando i modelli sviluppati da [Elwood, 2004] e che sono stati descritti nei paragrafi precedenti. In particolare le formule

$$\delta_s = \frac{3}{100} + 4\rho'' - \frac{\nu}{40\sqrt{f'_c}} - \frac{P}{40A_g f'_c} \geq 0.01 \quad MPa \text{ units} \quad (4.10)$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{L} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta + P \left( \frac{s}{A_{st} f_{yt} d_c \tan \theta} \right)} \frac{4}{100} \quad (4.11)$$

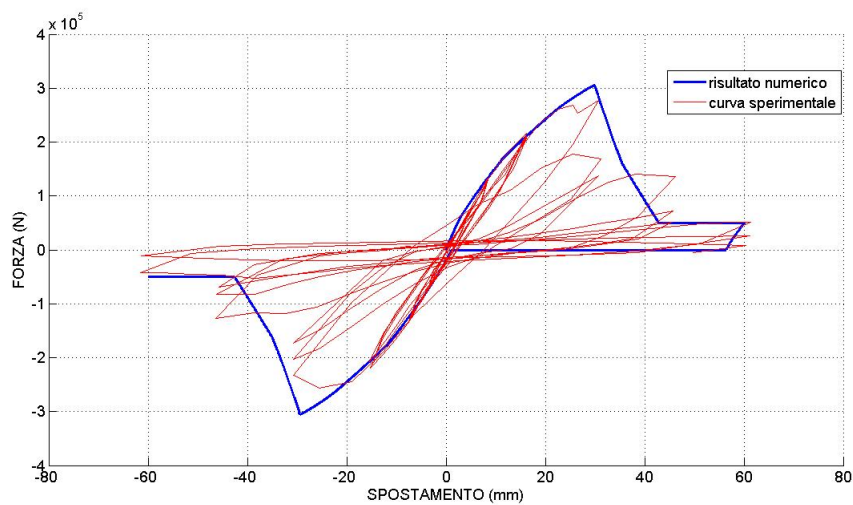
consentono di ricavare manualmente i valori di spostamento in cui si verificano la crisi per taglio prima e assiale poi. Applicando tali formule si ricavano risultati del tutto simili a quelli ricavati tramite l'analisi numerica effettuata tramite software. I valori ricavati sono:  $\Delta_s = 29.94mm$ ,  $\Delta_a = 62.64$ . Nella tabella seguente si confrontano tali valori con quelli calcolati sperimentalmente.

	$\Delta_s$ (mm)	$\Delta_a$ (mm)
dati sperimentali	30.48	60.96
dati analitici	29.94	62.64

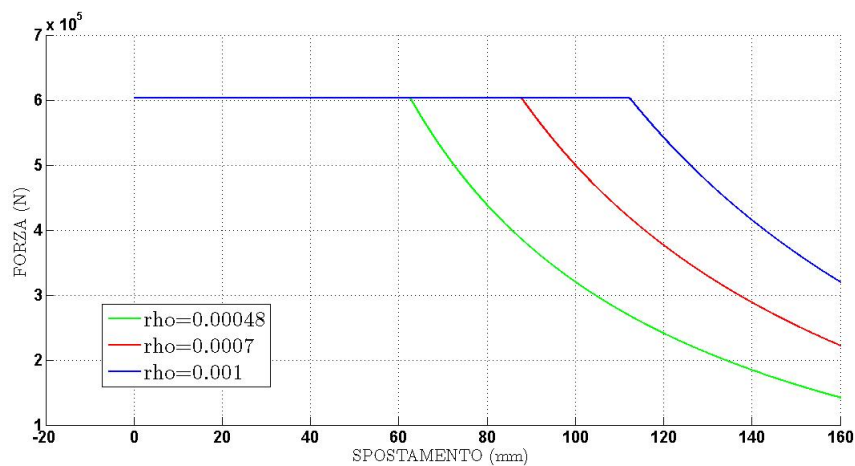
Si evince come i valori siano del tutto paragonabili.

**Considerazioni sulla presenza di armatura trasversale** Una breve analisi parametrica risulta utile per capire l'importanza dell'armatura trasversale. Nella figura 4.12 è mostrato un confronto su come varia la risposta della colonna qualora si adottassero diverse percentuali di armatura trasversale  $\rho$ . Inoltre le curve graficate in 4.12 possono essere considerate come curve che esprimono la capacità portante dell'elemento strutturale. Infatti prima che si manifesti la crisi le curve hanno un tratto orizzontale, rispondente al fatto che la colonna riesce a sopportare totalmente il carico verticale. Innescata la crisi si denota un brusco decadimento del carico che la colonna riesce a sostenere. Ulteriori aumenti dello spostamento producono una diminuzione della capacità portante della colonna.

Sono state presi in considerazione tre valori di  $\rho$ , con i quali si è visto che percentuali di armatura maggiori aumentano lo spostamento in cui si manifesta la crisi assiale.

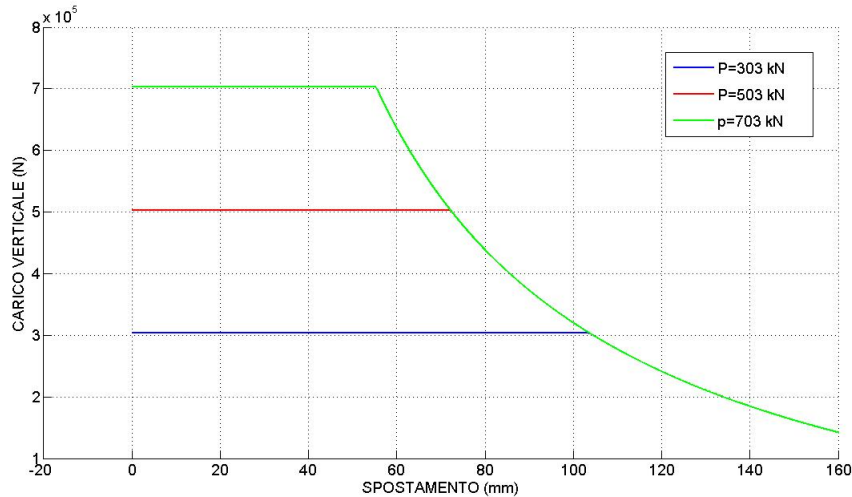


**Figura 4.11:** Confronto tra i risultati sperimentali (in rosso) e la curva ricavata tramite analisi software (in blu).



**Figura 4.12:** Curve di capacità portante assiale. La crisi si manifesta nel punto in cui inizia il decadimento della capacità portante. La percentuale di armatura influenza lo spostamento in cui si verifica la crisi.





**Figura 4.13:** Curve di capacità portante. Maggiore è l'entità del carico verticale minore è lo spostamento orizzontale a cui si manifesta la crisi.

% armatura trasversale	$\Delta_a$ (mm)
0.00048	62
0.0007	89.7
0.001	113.2

**Tabella 4.2:** La tabella mostra lo spostamento  $\Delta_a$  a cui sopraggiunge la crisi assiale per diversi valori di percentuale di armatura trasversale.

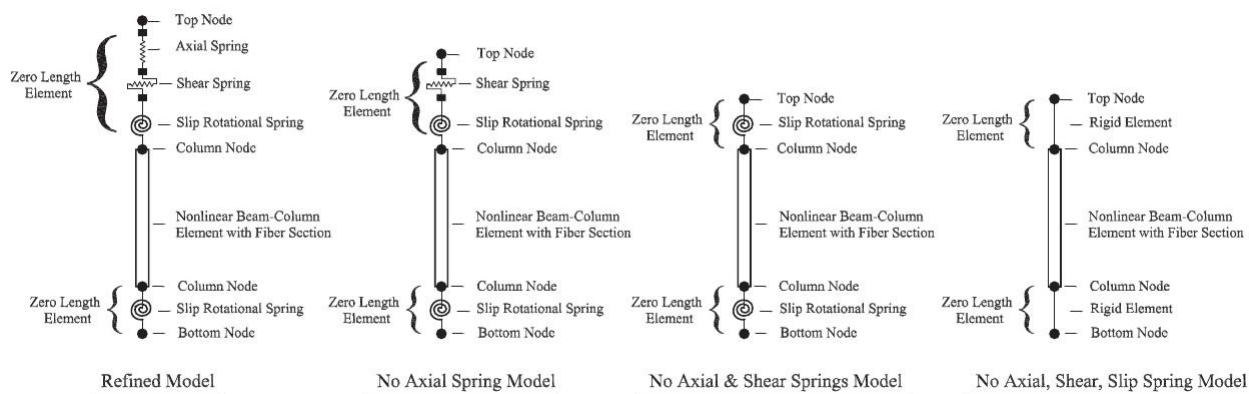
Il primo caso  $\rho = 0.00048$ , restituisce il valore di spostamento in cui si verifica la crisi assiale pari a  $\Delta = 62\text{mm}$  corrisponde al caso per cui si hanno i risultati sperimentali. Dal grafico 4.12 si vede che valori maggiori di armatura trasversale fanno aumentare di molto il punto in cui si manifesta la crisi assiale.

**Considerazioni sull'entità dello sforzo normale** Alcune considerazioni possono essere fatte sul valore del carico verticale gravante sulla colonna. Il carico verticale influenza la risposta dell'elemento strutturale incidendo fortemente sul punto in cui si manifesta la crisi assiale. Nella figura 4.13 sono rappresentati tre esempi di curve di capacità portanti. Minore è il carico verticale applicato maggiore risulta lo spostamento che la colonna può raggiungere prima che sopraggiunga la crisi. Ciò è totalmente in accordo con quanto descritto in 4.1 a pagina 41 a proposito del limit state failure model.

Si sottolinea come il sopraggiungere della crisi assiale non comporta un improvviso collasso della colonna, ma un progressivo degrado della capacità portante. Si noti inoltre come il carico verticale faccia variare il punto di crisi, ma in ogni caso la

Carico verticale (N)	$\Delta_a$ (mm)
303000	57.2
503000	71.3
703000	103.8

**Tabella 4.3:** La tabella mostra lo spostamento  $\Delta_a$  a cui sopraggiunge la crisi assiale per diversi valori del carico verticale. Maggiore è il carico minore è lo spostamento a cui si manifesta la crisi.



**Figura 4.14:** Rappresentazione schematica dei vari modelli utilizzati per valutare l'influenza della risposta di ciascuna molla.

curva di degrado è comune a tutti e tre i casi. La tabella 4.3 sintetizza i risultati ottenuti nella figura 4.13.

#### 4.4.1 Influenza delle molle sul comportamento della colonna

Per capire l'influenza che ciascun tipo di molla ha nel modello sono state condotte varie analisi numeriche, eliminando in ciascuna analisi una tipologia di molla. Come mostrato in figura 4.15 al modello completo (refined model) sono state eliminate progressivamente dapprima la molla assiale, poi la molla a taglio ed infine le molle rotazionali che descrivono il bar slip. Per quanto riguarda l'elemento beam-column in ogni analisi è stato sempre usato l'elemento di tipo non lineare del tipo *element dispBeamColumn* già presentato nel paragrafo precedente. La colonna utilizzata per fare le analisi è quella presentata nel paragrafo 4.4.

La figura 4.15 sono rappresentati i risultati ottenuti. I diagrammi sono del tipo forza spostamento e rappresentano la capacità resistente della colonna ad azione orizzontali.

Preso a riferimento il modello completo (diagramma blu), esso è l'unico che riesce a cogliere il degrado della resistenza laterale in seguito alla rottura per taglio; questo

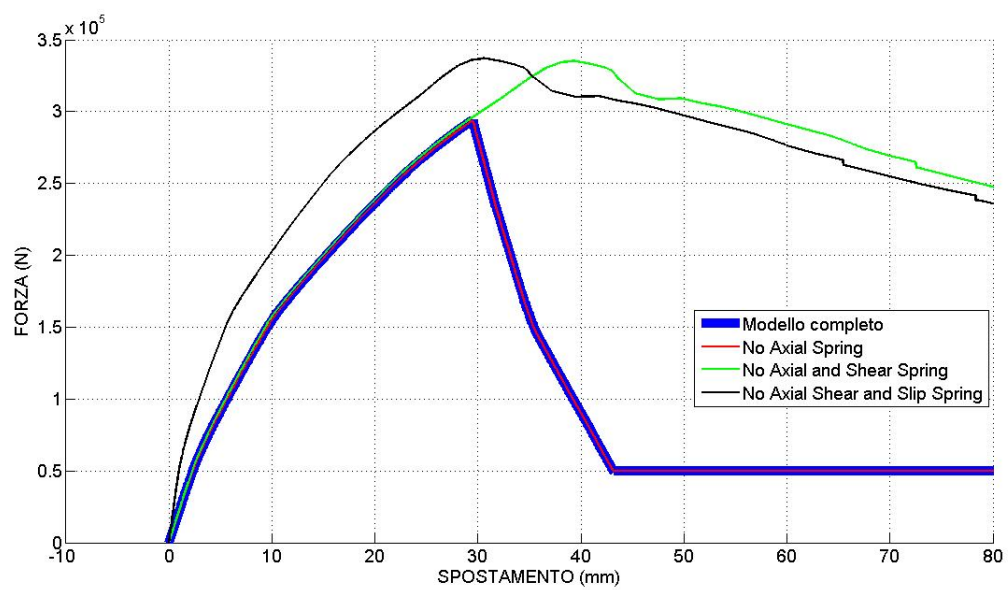
è l'unico modello che riesce a cogliere anche il degrado della capacità portante dei carichi verticali.

La seconda analisi è stata effettuata eliminando la presenza della molla assiale. In questo caso la risposta della colonna è perfettamente sovrapponibile con quella del modello completo. Questo avviene perché la molla assiale influenza soltanto il comportamento lungo la verticale della colonna, mentre non incide minimamente sulla risposta laterale della colonna e della molla a taglio.

In verde è stato diagrammato il comportamento della colonna qualora oltre alla molla assiale viene eliminata anche la molla a taglio. Il tratto iniziale della curva coincide con quello dei due casi precedenti, in quanto in tale tratto la risposta dell'elemento è sostanzialmente governata dal comportamento flessionale attribuito alla colonna. Per valori di spostamento che superano quello in cui si avrebbe la crisi per taglio, si nota che il modello non coglie il degrado della resistenza laterale. In realtà il modello mostra un certo degrado ma questo è insito nel legame costitutivo assegnato all'elemento beam-column. Il comportamento isteretico assegnato alla colonna è del tipo *uniaxialMaterial ConfinedConcrete01* basato sul modello di (Braga *et al.*, 2006). In tale modello è previsto che il calcestruzzo raggiunga la sua capacità resistente massima degradi in maniera lineare fino a rottura.

Per ultimo eliminando anche le molle rotazionali il modello non riesce a cogliere nessun tipo di degrado della resistenza, anzi fornisce una risposta flessionale molto più rigida rispetto a quella del modello completo. Ad esempio preso il valore della forza massima raggiunta nel modello completo pari a  $293.8kN$ , il valore di spostamento corrispondente è di  $29.5mm$ . Preso lo stesso valore di forza nel modello senza molle rotazionali, lo spostamento risulta essere di  $21.2mm$ . In termini percentuali lo spostamento del modello completo risulta essere il 40% più grande dello spostamento dato dal modello senza molle rotazionali.

Da quanto mostrato pare chiaro l'importanza delle varie molle utilizzate. Se non interessa il comportamento di crisi assiale può essere sufficiente utilizzare il modello senza la molla assiale, in quanto come si è visto la risposta forza-spostamento non ne risulta minimamente influenzata. L'uso delle molle rotazionali che tengano conto dello scorrimento delle barre di armature invece è necessario. Infatti se non tenute in conto infatti, lo spostamento in fase elastica risulta sottostimato e di conseguenza la colonna risulta più rigida.



**Figura 4.15:** Confronto della risposta strutturale tenendo conto degli effetti di ciascuna molla sulla colonna. In blu il refined model, in rosso il no axial spring model, in verde il no axial and shear spring model, in nero il no axial shear spring an slip model.

# Capitolo 5

## Conclusioni e sviluppi futuri

In questa tesi sono stati descritti due modelli analitici proposti in Elwood e Moehle, 2003 tesi a prevedere la crisi di elementi strutturali (nella fattispecie colonne) quando sono sottoposte a carichi orizzontali quali sono ad esempio i carichi sismici. Lo studio qui presentato fa esplicitamente riferimento a colonne con una ridotta quantità di armatura trasversale che le rende poco duttili e quindi soggette ad una rottura per taglio. Quando una colonna è sottoposta a forzanti orizzontali, prima che sopraggiunga il collasso si manifestano, nell'ordine, tre stadi di crisi:

- snervamento delle barre di armatura longitudinali;
- crisi per taglio;
- crisi per perdita di capacità portante.

Anche se non vero in maniera assoluta, e seppur trovandosi in presenza di colonne debolmente armate a taglio, il modello di Elwood e Moehle, 2003 prevede che la crisi flessionale sia sempre precedente a quella per taglio. In questa tesi sono stati studiati i tre stadi di crisi appena detti e di seguito velocemente commentati.

Per quanto riguarda la crisi per snervamento delle barre di armatura si è visto che lo spostamento trasversale  $\Delta_y$  che una colonna subisce quando sopraggiunge lo snervamento è dato dalla somma di tre contributi:

$$\Delta_y = \Delta_{flex} + \Delta_{shear} + \Delta_{slip} \quad (5.1)$$

ossia una componente flessionale, una tagliante, ed una dovuta al fenomeno di scorrimento delle barre di armatura detto *bar slip*. Mentre la deformazione tagliante può essere ritenuta trascurabile quando in presenza di elementi snelli, la deformazione dovuta allo scorrimento delle barre riveste un ruolo centrale vista l'entità dello spostamento che essa produce. Per questo motivo si sono affrontati dei casi studio

tesi a mettere in evidenza che modellare una colonna trascurando lo scorrimento dell'armatura renderebbe la colonna stessa molto più rigida di quando non sia realmente. Lo studio dello scorrimento delle barre è stato effettuato seguendo due modellazioni diverse, la prima prevede l'uso di una sezione a fibre di lunghezza nulla, mentre la seconda prevede l'uso di una molla rotazionale elastico alla quale è assegnata una certa rigidità.

Per quanto riguarda la crisi per taglio e per perdita di capacità portante le formulazioni analitiche alle quali si è fatto riferimento sono le seguenti:

$$\delta_s = \frac{3}{100} + 4\rho'' - \frac{\nu}{40\sqrt{f'_c}} - \frac{P}{40A_g f'_c} \geq 0.01 \quad (MPa) \quad (5.2)$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{L} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta + P \left( \frac{s}{A_{st} f_{yt} d_c \tan \theta} \right)} \frac{4}{100} \quad (5.3)$$

Entrambe queste formulazioni descrivono una superficie limite. Quando il materiale raggiunge tale superficie si innesca la crisi, in seguito alla quale si ha un brusco cambiamento delle capacità isteretiche della colonna. La crisi infatti determina un forte degrado della capacità resistente a taglio e della capacità portante per carichi verticali. I due modelli di crisi appena citati sono stati applicati ad un caso di studio di una colonna, per la quale si è messa in evidenza come cambia la risposta isteretica al variare della quantità di armatura trasversale.

### *OpenSees*

Tutte le implementazioni e casi di studio sono stati effettuati utilizzando il software *OpenSees* (the Open System for Earthquake Engineering Simulation), software creato per la simulazione sismica delle strutture. Esso si basa sul linguaggio di programmazione TCL, al quale sono state aggiunte una serie di librerie che consentono lo studio dinamico di elementi strutturali. Ad oggi non esiste alcuna interfaccia grafica per interagire col software, i comandi devono essere inseriti tramite una shell o inseriti in un file di testo che sarà poi processato dal programma. Un buon punto di partenza per lo studio dei comandi base del linguaggio TCL può essere questo *TCL Tutorial* (in inglese), mentre in italiano sono stati utili gli appunti Bonifatti, 2005. Si evidenzia come comunque l'uso del linguaggio TCL non sia strettamente necessario per l'uso di *OpenSees*, ma comunque molto utile in alcuni contesti come ad esempio l'uso di cicli for ecc.

## 5.0.2 Sviluppi futuri

Lo scenario che si prospetta per l'uso dei modelli riportati in questa tesi è molto ampio. Tra la principali si prospetta l'uso dei modelli applicati a interi telai in cemento armato, onde prevederne la risposta sotto azioni sismica. Inoltre, visto che il modello è orientato alla descrizione della crisi per taglio, si prevede possa essere interessante la sua applicazioni in telai tamponati, dove la presenza di tamponatura può creare forze concentrate alle estremità dei pilastri che potrebbero condurre ad una rottura per taglio.





# Bibliografia

Bonifatti, Antonio

2005 *Appunti di TCL*, <http://ninuzzo.freehostia.com/ant/it/tcl/index.html>. (Citato a p. 66.)

Braga, F., R. Gigliotti e M. Laterza

2006 «Analytical stress-strain relationship for concrete confined by steel stirrups and or FRP jackets», *Journal of Structural Engineering ASCE*, 132(9), 1402-1416.. (Citato alle p. 58, 63.)

Database, Peer

2003 *The Structural Performance Database*, <http://nisee.berkeley.edu/spd/search.html>. (Citato alle p. 33, 55.)

Elwood, K. J.

2004 «Modeling failures in existing reinforced concrete columns», *NRC 2004 Canada*. (Citato alle p. 45, 47-49, 59.)

Elwood, K. J. e M.O. Eberhard

2006 «Effective Stiffness of Reinforced Concrete Columns», *Research Digest No. 2006-1 A publication of the Pacific Earthquake Engineering Research Center*. (Citato a p. 33.)

Elwood, K. J. e J. P. Moehle

2003 «Shake Table Tests and Analytical Studies on the Gravity Load Collapse of Reinforced Concrete Frames», *Pacific Earthquake Engineering Research Center University of California, Berkeley*. (Citato alle p. xi, 14, 18, 19, 29, 45, 65.)

FEMA-P440A

2009 *Effects of Strength and Stiffness Degradation on Seismic Response*, FEMA-Federal emergency management agency. (Citato a p. 5.)

LeBorgne, M. R. e W. M. Ghannoum

- 2009 «Local deformation measures for RC column shear failures leading to collapse», *ATC SEI 2009 Conference on improving the seismic performance of existing building..* (Citato alle p. 11, 21, 31, 46, 48, 49.)

Lowes, Laura N., Nilanjan Mitra e Altoontash Arash

- 2003 «A Beam Column Joint Model for Simulating the Earthquake Response of Reinforced Concrete Frames.», *Pacific Earthquake Engineering Research Center University of California, Berkeley.* (Citato a p. 23.)

Lynn, A. C. e J.P. Moehle

- 1996 «Seismic evaluation of existing reinforced concrete building columns», *earthquake spectra.* (Citato alle p. 13, 55.)

Mazzoni, S. e F. McKenna

- 2006 *Opensees Command Language Manual*, [http://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Main\\_Page](http://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Main_Page). (Citato alle p. 24, 29, 35, 50, 58.)

Saatcioglu, Murat e Guney Ozcebe

- 1989 «Response of Reinforced Concrete Columns to Simulated Seismic Loading,» *American Concrete Institute, ACI Structural Journal, January - February, 1989, pp. 3-12.* (Citato a p. 33.)

Sezen, H.v. e J.P. Moehle

- 2003 «Bond slip behavior of reinforced concrete member», *NRC 2009 Canada.* (Citato a p. 31.)

TCL

- TCL Tutorial*, <http://www.tcl.tk/man/tcl8.5/tutorial/tcltutorial.html>. (Citato a p. 66.)

Yavari, S., K.J. Elwood e Chiun lin Wu

- 2008 «Collapse of a nonductile concrete frame: Evaluation of analytical models.», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics Earthquake Engng Struct. Dyn. 2009; pag 38:225-241.*

Yoshimura, M. e N. Yamanaka

- 2000 «Ultimate Limit State of RC Columns», *PEER Pacific Earthquake Engineering Research Center University of California, PEER Report 2000-10, 313-326 Berkeley.* (Citato a p. 18.)

Zhao, J. e S. Sritharan

- 2007 «Modeling of strain penetration effects in fiber-based analysis of reinforced concrete structures», *ACI Structural Journal*, 104(2), pp. 133-141., [https://pantherfile.uwm.edu/jzhao/www/Bond\\_SP01\\_pages/Bond\\_index.html](https://pantherfile.uwm.edu/jzhao/www/Bond_SP01_pages/Bond_index.html). (Citato alle p. 23, 25, 26, 37.)