

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BOLOGNA**

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**Corso di laurea in Ingegneria Meccanica**

**TESI DI LAUREA TRIENNALE**

**IMPIEGO DI MATERIALI CELLULARI PER IL  
MIGLIORAMENTO DELLE PRESTAZIONI DELLA  
SLITTA PORTAMANDRINO DI UNA MACCHINA  
FRESATRICE**

Relatore:

Prof. Ing. **Giampaolo Campana**

Correlatori

Dott. Ing. **Alessandro Ascari**

Prof. Ing. **Andrea Zucchelli**

Dott Ing. **Alberto Vaccari**

Laureando: **Rodrigo Valladares Olcese**

Seconda sessione

Anno Accademico 2011-2012

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BOLOGNA**

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**Corso di laurea in Ingegneria Meccanica**

**TESI DI LAUREA TRIENNALE**

**IMPIEGO DI MATERIALI CELLULARI PER IL  
MIGLIORAMENTO DELLE PRESTAZIONI DELLA  
SLITTA PORTAMANDRINO DI UNA MACCHINA  
FRESATRICE**

Relatore:

Prof. Ing. **Giampaolo Campana**

Correlatori

Dott. Ing. **Alessandro Ascari**

Prof. Ing. **Andrea Zucchelli**

Dott Ing. **Alberto Vaccari**

Parole chiave:

**Schiume metalliche, Modale, macchina utensile**

Laureando: **Rodrigo Valladares Olcese**

Seconda sessione

Anno Accademico 2011-2012

# SOMMARIO

INTRODUZIONE.....	6
CAPITOLO 1 .....	7
La progettazione dei componenti nelle macchine utensili .....	7
1.1 La definizione di macchina utensile .....	7
1.1.1 I componenti di una macchina utensile: bancale e componenti strutturali.....	7
1.1.2 Il bancale .....	9
1.1.3 Materiali comunemente utilizzati nei bancali.....	10
1.2 Componenti strutturali di una macchina utensile: concetti e metodi per la progettazione .....	11
1.2.1 La progettazione di componenti strutturali nelle macchine eco-efficienti. ....	11
1.2.2 Modellazione FEM dei componenti strutturali.....	14
1.3 Materiali dei componenti strutturali .....	15
1.3.1 Parametri coinvolti .....	15
1.3.2 Materiali tradizionalmente utilizzati per la realizzazione dei componenti strutturali.....	16
1.3.3 Materiali innovativi per la realizzazione dei componenti strutturali.....	17
1.3.3.5 L'alluminio.....	17
1.3.3.1 Calcestruzzo polimerico.....	18
1.3.3.2 Granito.....	18
1.3.3.3 Composti rinforzati da fibre di carbonio.....	18
1.3.3.4 Materiali ibridi .....	19
CAPITOLO 2 .....	21
Le schiume solide metalliche .....	21
2.1 Generalità .....	21
2.2 Metodi produttivi di schiume solide in alluminio e altri materiali.....	25
2.2.1 Iniezione di gas in una massa fusa (soffiatura di aria).....	27
2.2.2 Particelle che rilasciano dei gas durante la decomposizione nelle fusioni ...	28
2.2.3 Particelle che rilasciano dei gas durante la decomposizione nei semisolidi.	30
2.2.4 Microfusione utilizzando un polimero come preforma. ....	32
2.2.5 Deposizione metallica per decomposizione in preforme polimeriche a celle. ....	33
2.2.6 Espansione di gas intrappolati .....	34
2.2.7 Strutture a sfere vuote .....	36
2.2.8 Co-compattazione o fusione di due materiali, uno lisciviabili .....	37
2.2.9 Solidificazione metallo-gas eutettica .....	38
2.3 Caratterizzazione della struttura .....	40
2.4 Prove meccaniche.....	42
2.4.1 Prova di compressione monoassiale .....	45
2.4.2 Prova di trazione monoassiale .....	48
2.4.3 Prova di taglio.....	49
2.4.4 Analisi vibrazionale .....	52

2.4.5	Prova di fatica .....	52
2.4.6	Prova di durezza.....	54
2.4.7	Mappatura della deformazione superficiale.....	54
2.3	Fattori di scala .....	55
CAPITOLO 3 .....		59
Cenni di analisi modale .....		59
3.1	Vibrazioni a molti gradi di liberta' .....	59
3.1.1	Vibrazione a moto libero non smorzato .....	59
3.1.2	Vibrazione a moto forzato .....	65
3.2	Analisi modale con il metodo sperimentale .....	66
3.2.1.	Generalità sulle analisi modali condotte con il metodo sperimentale .....	66
3.2.2.	Misurazione e quantificazione del evento .....	68
3.2.3	Analisi di Fourier.....	70
3.2.5	Risposta in funzione della frequenza.....	73
3.2.6	L'analisi modale sperimentale.....	75
3.3	Analisi modale con il metodo degli elementi finiti .....	77
3.3.1	Il metodo degli elementi finiti come il metodo Rayleigh-Ritz.....	78
3.3.2	Corde, aste e alberi .....	82
3.3.3	Travi sotto vibrazione flettente.....	87
3.3.4	Errori negli autovalori .....	92
3.3.5	Risposte dei sistemi in un FEM.....	93
CAPITOLO 4 .....		99
Valutazioni per il miglioramento del comportamento dinamico della slitta porta mandrino nella macchina utensile della C.B. Ferrari .....		99
4.1	Descrizione, configurazione geometrica e materiale della slitta attualmente usata .....	99
4.1.1	Componenti della slitta e metodo di produzione .....	100
4.1.2	Componenti montati sulla slitta.....	103
4.1.3	Analisi fem della slitta prodotta in c.b. ferrari.....	106
4.2	Ipotesi di configurazione costruttiva di Ing S. Poli per la slitta .....	108
4.3	Soluzioni per il miglioramento delle frequenze naturali tramite la riduzione della massa della slitta .....	112
4.3.1	Caratteristiche geometriche della slitta per le prove A e B .....	113
4.3.2	Risultati ottenuti delle prove A e B .....	115
4.4	conclusioni delle prove.....	117
CAPITOLO 5 .....		120
Nuovo progetto del componente impiegato, leghe leggere e compositi in schiuma metallica .....		120
5.1	Valutazioni preliminari dei materiali da utilizzare nella soluzione definitiva.....	120
5.2	Fattibilità tecnologica del ciclo produttivo del componente e scelta definitiva dei materiali .....	122
5.3	Analisi delle possibili soluzioni costruttive.....	126
5.3.1	Modalita' di realizzazione della slitta A.....	127
5.3.2	Modalita' di realizzazione della slitta B .....	129

5.4 Confronto delle modalita' costruttive per la slitta A e B.....	130
5.4.1. Prima prova di analisi modale .....	131
5.4.2 Seconda prova di analisi modale .....	135
5.4.3 Terza prova di analisi modale.....	138
5.4.4 Quarta prova di analisi modale.....	142
5.4.5 Conclusioni delle prove per le configurazioni A e B .....	146
5.5 Analisi degli effetti delle forze esterne alla slitta e verifica della integrita della slitta. ....	150
5.5.1 Determinazione delle forze esterne alla slitta.....	150
5.5.2 Determinazione degli sforzi e deformazioni all'interno della slitta senza considerare l'accelerazione .....	153
5.5.3 Determinazione degli sforzi e deformazioni all'interno della slitta considerando l'accelerazione.....	157
5.5.4 Conclusioni della verifica dell'effetto delle forze sulla slitta.....	160
CONCLUSIONI.....	163
APPENDICE.....	166
RINGRAZIAMENTI .....	170
BIBLIOGRAFIA.....	171

*Alla mia ragazza, famiglia e a tutti gli amici che durante  
questi anni mi hanno appoggiato*

## INTRODUZIONE

Lo scopo di questa tesi è l'analisi di un componente di una macchina utensile per il miglioramento delle sue prestazioni dinamiche attraverso la sostituzione del materiale con cui è costruito. L'oggetto è una slitta porta mandrino di una macchina utensile fresatrice a CNC della azienda CB Ferrari, attualmente realizzato in acciaio FE430. In particolare ho studiato la sostituzione del materiale base con un materiale caratterizzato da una struttura cellulare in alluminio. Ho effettuato le analisi modali con il programma di analisi degli elementi finiti di Pro Mechanica sia della slitta nel materiale attualmente utilizzato sia con quello proposto. Per la slitta del mandrino realizzata con schiuma metallica, ho ipotizzato diverse configurazioni geometriche per ottimizzare le prestazioni ovvero per l'innalzamento delle prime frequenze naturali e la fattibilità produttiva. Ho realizzato i disegni tecnici per la produzione di un prototipo di slitta porta mandrino finalizzato alla valutazione dell'effettiva validità del cambio del materiale per quanto riguarda il comportamento modale e dinamico.

I principali benefici introdotti dall'utilizzo della schiuma metallica in alluminio sono, oltre all'incremento delle frequenze proprie del componente, la riduzione della massa dello stesso. Queste due fattori potrebbero aumentare direttamente la velocità di taglio dell'utensile della fresatrice e la velocità di traslazione del mandrino con la riduzione delle inerzie. Ed indirettamente essi potrebbero innalzare anche la qualità delle lavorazioni data la riduzione delle vibrazioni, l'eliminazione degli effetti di chattering presenti ad alcune velocità e la riduzione dei consumi elettrici per la minore quantità d'energia richiesta per lo spostamento delle masse.

Il presente elaborato è il proseguimento dello studio realizzato dal Dott. Ing. Sandro Poli, nel quale egli ha effettuato una prima valutazione di massima senza vincoli nei confronti degli aspetti tecnologici-produttivi dimostrando un possibile aumento di 100% della prima frequenza propria. Sono stato motivato a scegliere questo argomento dal mio costante interesse per la progettazione meccanica in particolare per l'analisi ad elementi finiti. Ho focalizzato l'attenzione verso soluzioni concrete caratterizzate dalle migliori prestazioni possibili. Inoltre questo argomento mi ha dato la possibilità di studiare un materiale innovativo, Alporas, in un campo dove questo è ancora poco diffuso ma che potrebbe aiutare all'industria nazionale a essere leader del mercato sia per la qualità dei prodotti che per l'innovazione tecnologica che ha sempre caratterizzato i prodotti italiani.

# CAPITOLO 1

## LA PROGETTAZIONE DEI COMPONENTI NELLE MACCHINE

### UTENSILI

In questo primo capitolo sono introdotte, se pur in maniera generale le macchine utensili, la loro struttura, i principali criteri e metodi per la progettazione e i materiali sia tradizionali che innovativi con cui vengono realizzate dal momento che l'oggetto della presente tesi è la riprogettazione di un componente di una macchina fresatrice CNC in schiuma metallica in alluminio.

#### 1.1 LA DEFINIZIONE DI MACCHINA UTENSILE

Una macchina utensile è caratterizzata da un utensile di taglio per modificare, mediante la rimozione selettiva di materiale, la forma di un corpo grezzo. Questa rimozione è eseguita spostando l'utensile lungo una traiettoria complessa con sufficiente precisione e sopportando le forze innescate dal processo di rimozione di materiale.

Le macchine utensile hanno meccanismi che si muovono nello spazio con diversi gradi di libertà chiamati "assi", con spazio sufficiente per ospitare il particolare da lavorare e realizzare tutte le manovre necessarie. Le funzioni di questi meccanismi sono muovere l'utensile di taglio, il particolare da lavorare o in alcuni casi entrambi.

##### *1.1.1 I COMPONENTI DI UNA MACCHINA UTENSILE: BANCALE E COMPONENTI STRUTTURALI*

Una macchina utensile è composta da elementi meccanici, un impianto elettrico e un impianto di refrigerazione. La struttura meccanica di una macchina utensile deve sopportare il peso di tutti i componenti e allo stesso tempo anche le forze che provengono dai processi di asportazione, mantenendo una sufficiente rigidità per ottenere la precisione richiesta. Allo stesso tempo deve raggiungere un alto smorzamento e una bassa dilatazione termica. La struttura è composta principalmente dal bancale, il corpo principale e dagli elementi strutturali.



Il bancale, vedi fig. 1, costituisce il telaio e il basamento della macchina e la parte a contatto con il pavimento della officina. Può essere costruito da uno o più pezzi, solitamente è in ghisa.

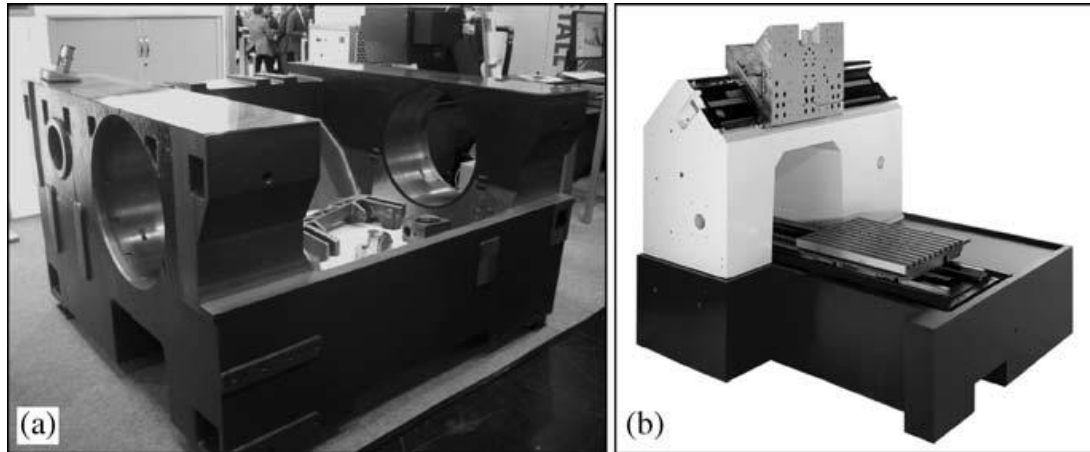


FIG. 1

A. BANCALE IN GHISA DUTTILE

B. ELEMENTI STRUTTURALI

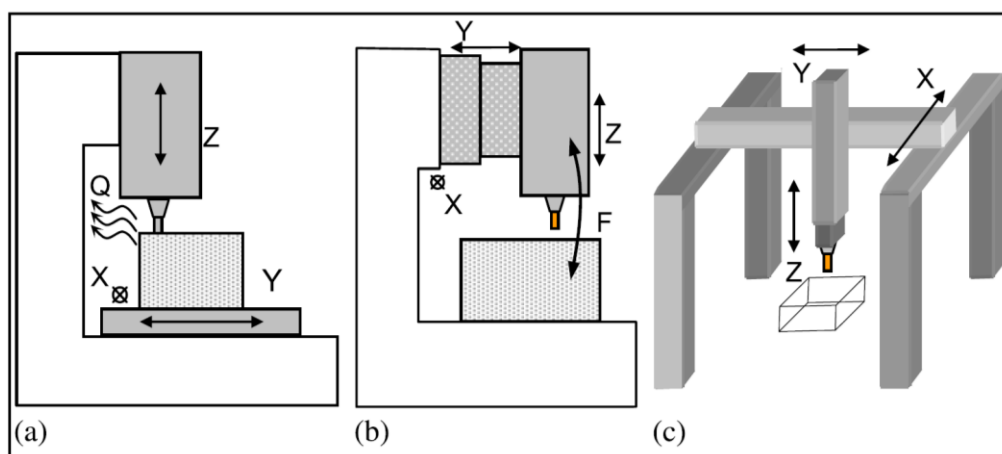
Gli elementi strutturali vedi figura 1b, è l'insieme di tutti i particolari meccanismi che collegati fra loro danno luogo a moti relativi. Le interfaccia di questi elementi devono permettere uno spostamento morbido lungo la traiettoria e allo stesso tempo devono essere molto rigidi e smorzare bene le vibrazioni lungo la componente perpendicolare.

Esistono due diverse tipologie di strutture per le macchine utensili: quelle aperte e quelle chiuse. Nelle strutture aperte le forze risultanti dei processi produttivi sono trasmesse in un solo verso al pavimento. Per questo sono strutture più deboli e di conseguenza c'è sempre un maggiore errore di spostamento nella punta dell'utensile dovuto a deformazioni causate dalle forze di taglio (torsione e flessione). Di solito sono le macchine più piccole ad avere questa configurazione, dal momento che richiedono una minore precisione. Questa tipologia di struttura mette a disposizione maggior quantitativo di spazio per il materiale grezzo e un'ottima accessibilità alla zona di lavoro da parte del operatore. Per questa tipologia di struttura ci sono due varianti, una con il mandrino che trasla solamente lungo il suo asse, vedi fig. 2a, e un'altra con il mandrino che trasla su più assi, vedi fig. 2.b. La prima tipologia, detta anche "a colonna fissa", è più rigida ma è soggetta ad un maggiore riscaldamento dovuto al processo di lavorazione. Inoltre a causa delle maggiori masse che traslano, i consumi energetici sono maggiori. La seconda

tipologia, detta a “colonna traslante” ha il vantaggio di avere masse traslanti minori e la possibilità di posizionare anche un secondo pezzo mentre il primo viene lavorato qualora le dimensioni del bancale lo permettano.

La tipologia di struttura chiusa, vedi fig. 2c, viene invece utilizzata per macchine utensili medie e grandi, per realizzare lavori più pesanti o di finitura. In alcuni casi è il ponte a traslare mentre in altri è direttamente il pezzo da lavorare che trasla. In questo tipo di struttura le forze vengono trasmesse mediante diverse vie, per cui la rigidità è maggiore e lo spostamento della punta dell’utensile è minore. Da un’altra parte a parità d’ingombro del particolare da lavorare questa tipologia di macchina ha un ingombro maggiore rispetto a quella caratterizzata dalla struttura aperta.

Nel caso di torni, le strutture sono aperte, con il bancale in orizzontale e l’utensile che si muove principalmente lungo una traiettoria orizzontale, nel caso di lavorazione di particolari più grandi, il pezzo viene montato in verticale con l’utensile che si sposta in verticale.



**FIG. 2**

*Fig. 2.a macchina utensile a struttura aperta denominata "a colonna fissa" Fig. 2.b macchina utensile a struttura aperta denominata "a colonna traslante" Fig. 2.c macchina utensile a struttura chiusa*

### 1.1.2 IL BANCALE

Le macchine utensili di grande dimensioni di solito utilizzano bancali costituiti da un unico basamento mentre le macchine medio - piccole sono caratterizzate da bancali costituiti da più pezzi. Per quanto riguarda il fissaggio del bancale al pavimento nel caso delle macchine di grandi dimensioni, il basamento viene solitamente vincolato con dei tasselli a terra in modo ridurre al minimo la trasmissione di vibrazioni dalla

macchina verso il pavimento e viceversa. In particolare questo tipo di soluzione è implementato nelle macchine ove il bancale e il mandrino sono montati direttamente per terra e non fra loro, e nelle fresatrici a braccio traslante quando il bancale è molto lungo.

Per quanto invece riguarda le macchine di media e piccola dimensione, queste sono di solito appoggiate al pavimento e provviste di blocchi isolanti. Essi minimizzano la trasmissione delle vibrazioni emesse dalla macchina stessa oltre che livellarla correttamente.

### *1.1.3 MATERIALI COMUNEMENTE UTILIZZATI NEI BANCALI*

Sia il bancale che i componenti strutturali devono essere rigidi, leggeri e facili da produrre. Sono principalmente quattro gruppi di materiali adatti ai requisiti sopra elencati: ghisa grigia, acciaio, calcestruzzo polimerico e granito.

La ghisa grigia è il materiale più diffuso grazie alla sua stabilità, facilità di colata, grande capacità di smorzamento e bassi costi di lavorazione. In alternativa è utilizzata anche la ghisa duttile (o sferoidale), quando si vuole aumentare la rigidità di alcuni componenti ad esempio le teste portapezzi.

L'acciaio è usato per realizzare telai saldati, molto utilizzati quando ci sono delle difficoltà di colata a causa delle grandi dimensioni del pezzo da realizzare, quando il costo per la produzione di uno stampo non trova giustificazione economica o quando il tempo d'approvvigionamento del pezzo è molto ridotto. Il problema principale legato all'utilizzo dei telai saldati è la mancanza di smorzamento delle vibrazioni, che talvolta può essere risolto con l'aggiunta di riempitori come la sabbia o dei polimeri. Un altro problema invece è dato dalle tensioni interne residue nelle zone di saldatura e dal comportamento non strutturalmente omogeneo dei cordoni di saldatura.

Il calcestruzzo polimerico è utilizzato per produrre i bancali di torni e fresatrici soltanto d'alcuni anni. Questo materiale ha un alto coefficiente di smorzamento ma una bassa conduttività termica. In alcuni casi questo materiale è utilizzato come rinforzo ai particolari colati in ghisa.

Il granito è un materiale impiegato da alcuni produttori di torni speciali, di rettifiche e di altre macchine di finitura ad alta precisione ad esempio nel campo della lavorazione e della rifinitura del vetro.

## 1.2 COMPONENTI STRUTTURALI DI UNA MACCHINA UTENSILE:

### CONCETTI E METODI PER LA PROGETTAZIONE

L'analisi di un componente strutturale di una macchina utensile consta di tre fasi: l'analisi della resistenza del corpo alle forze statiche, analisi delle frequenze e dei modi naturali del particolare e l'analisi del effetto dinamico dovuto ai processi di taglio.

L'analisi del comportamento strutturale del componente soggetto a cariche statiche e inerziali, è attualmente eseguita con l'ausilio del metodo degli elementi finiti (FEM). Per quanto riguarda le forze esercitate sui componenti, dovute alle forze di taglio, variabili sia in modulo che in direzione, vengono usati per l'analisi con il computer i valori massimi. Il risultato dell'analisi è una mappa della distribuzione delle tensioni e delle deformazioni, che può essere utilizzato per ottimizzazione in fase di riprogettazione del particolare. Attualmente quasi tutti i software di progettazione hanno pacchetti validi per ottenere dei risultati attendibili. Questi programmi di calcolo hanno tuttavia bisogno di dati di input quali la geometria del particolare, i vincoli esterni, le forze esterne, le proprietà dei materiali, i valori di rigidità, lo smorzamento ed effetti di contatto fra i diversi componenti. Di questi dati, le ultime tre variabili sono tuttavia difficilmente stimabili e costituiscono un punto critico del procedimento di calcolo FEM.

#### *1.2.1 LA PROGETTAZIONE DI COMPONENTI STRUTTURALI NELLE MACCHINE ECO-EFFICIENTI.*

Durante la progettazione di una macchina utensile un obiettivo è la riduzione della massa dei pezzi strutturali in movimento, mantenendo le proprietà meccaniche a livello statico e dinamico, entro i valori desiderati. Dal punto di vista del consumo energetico, quanto più leggeri sono i pezzi in movimento, maggiore è il rendimento della macchina e minore l'impatto ambientale. Per questo motivo i nuovi criteri per la progettazione passano da una strategia che premia la rigidità ad una che invece premia la leggerezza dei componenti. Tuttavia in questo secondo caso con macchine meno rigide è necessario fare molta attenzione a stabilire i parametri base di rigidità da rispettare in modo da avere un equilibrio fra eco-efficienza, produttività e precisione.

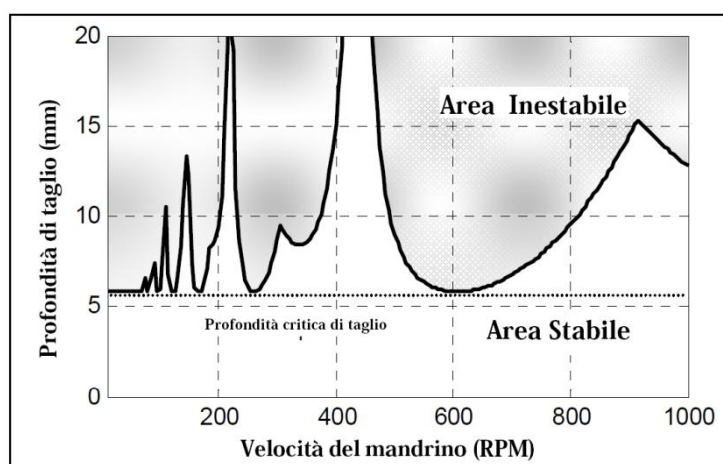
Per definire meglio i valori di riferimento di rigidezza in Tabella 1 sono indicate le forze medie associate alle operazioni di fresature dell'acciaio AISI 1045 (UNI C45). I dati mostrati sono stati rilevati da diverse macchine utilizzate in varie officine. La Tabella 1 riporta anche i valori di precisione richiesta dagli utilizzatori finali delle macchine utensili.

Processo	Forza media nel senso di avanzamento	Deformazione accettabile
Sgossatura	Utensile tradizionale	1500N
	Utensili D=100-125mm	3000N
Semifinitura	Utensile tradizionale	1000N
Finitura	Utensile tradizionale	200N

**TABELLA 1**

*Forze medie e deformazioni accettabili per diverse operazioni di fresatura*

Combinando le forze rilevate sperimentalmente ai requisiti di deformazione della punta dell'attrezzo indicate dagli utilizzatori finali, è stato stabilito che la rigidezza richiesta per la punta dell'utensile in una macchina di utilizzo generico è in media 20N/m. In aggiunta ai valori di rigidezza statica, l'aspetto più importante da prendere in considerazione quando si progettano i componenti strutturali è la rigidezza dinamica. Per definirne correttamente i valori di soglia si utilizzano i diagrammi di stabilità a lobi.

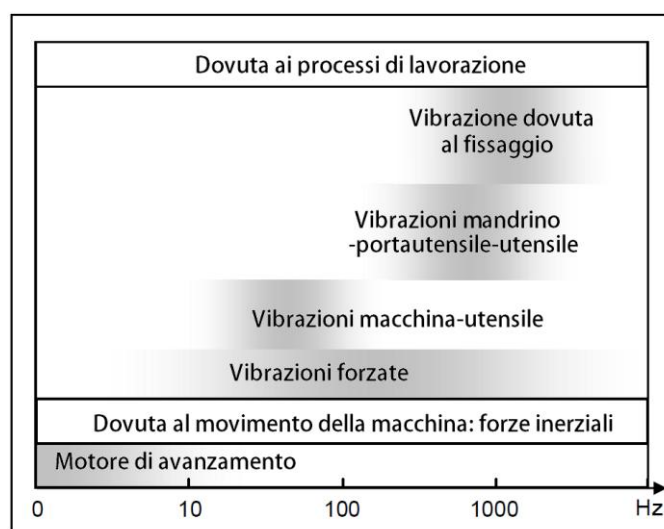


**FIG. 3**

*Esempio di diagramma a lobi*

Un diagramma di stabilità a lobi (vedi Fig. 3) è una curva disegnata in un sistema cartesiano dove la profondità di taglio è rappresentata sull'asse delle ordinate e la velocità di rotazione sull'asse delle ascisse. Le zone al di sotto della curva rappresentano i valori per cui si raggiungono le condizioni di stabilità e le zone al di

sopra, rappresentano invece i valori per cui si manifestano condizioni d'instabilità a causa delle vibrazioni autoeccitanti (chatter). I lobi di stabilità sono funzione della stabilità dinamica nella punta dell'utensile, della geometria dell'utensile, della immersione radiale dell'utensile nel materiale da lavorare e del materiale stesso. Il dato più utile che si può estrarre da questo tipo di diagramma è il valore di minima profondità di taglio critico. Questa non è altro che la profondità di taglio che qualora non venga superata, presuppone la condizione di stabilità per tutte le velocità di giro. I costruttori di macchine e coloro che le adoperano distinguono principalmente due tipi di "chatter": le vibrazioni strutturali e quelle dell'utensile. Le vibrazioni strutturali dovute alla conformazione degli elementi strutturali e la loro interazione, si trovano a basse frequenze e producono suoni a bassa frequenza. Le vibrazioni dell'utensile sono dovute ai modi naturali di vibrare dell'utensile e del mandrino, si trovano ad alte frequenze e producono suoni ad alta frequenza. Nello schema di Fig. 4 in funzione della frequenza sono rappresentati le vibrazioni "chatter" suddivise per origine.



**FIG. 4**

*Schema delle principali cause di vibrazione in una macchina fresatrice*

Si può concludere che il tipo di "chatter" che si presenta dipende della frequenza di taglio, per cui se l'utensile taglia il pezzo a bassa frequenza sono eccitati particolari strutturali se invece taglia il pezzo ad alte frequenze sono eccitati sia l'utensile che il mandrino. Una macchina eco-efficiente, leggera e allo stesso tempo produttiva e precisa deve assicurare una profondità di taglio accettabile in ogni direzione, utilizzando la minima quantità di masse mobili. Per questo i due valori di

soglia da considerare durante la progettazione di una macchina utensile sono la minima rigidità statica e la minima profondità di taglio critica.

### *1.2.2 MODELLAZIONE FEM DEI COMPONENTI STRUTTURALI*

La modellazione dei componenti meccanici di una macchina utensile con l'analisi a elementi finiti serve anche per stimare il comportamento statico e dinamico della macchina durante il suo funzionamento. L'obiettivo della modellazione FEM è stimare il reale comportamento di una struttura meccanica. Il metodo prevede la rappresentazione della struttura meccanica attraverso un insieme di elementi semplici e discreti uniti fra loro con dei nodi. Le analisi condotte sulle macchine utensili con l'ausilio del calcolo FEM di solito seguono le seguenti tre fasi:

- a) L'analisi statica delle deformazioni e degli sforzi in una struttura sotto carichi statici.
- b) L'analisi delle frequenze naturali e dei modi della struttura della macchina
- c) L'analisi della stabilità dinamica dei processi di taglio mediante l'utilizzo dei diagrammi di stabilità a lobi. In questo caso si può utilizzare un'analisi FEM per ottenere la funzione di risposta di frequenza invece ottenere i valori per via sperimentale.

Come anticipato, l'aspetto più complicato di un'analisi FEM è definire univocamente i parametri di interazione dei particolari che sono collegati non rigidamente. In questi casi è tanto difficile quanto importante definire la rigidità, lo smorzamento, i contraccolpi dei giochi e della frizione che definiscono i loro vincoli. Più del 90% dello smorzamento di una macchina utensile si concentra nei giunti bullonati e nei contatti fra le guide lineari. Tuttavia per ottenere i coefficienti di smorzamento necessari per i calcoli FEM si può usare il metodo sperimentale che misura direttamente le frequenze naturali e i modi di una macchina. Le prove sperimentali e la correzione dei modelli teorici permettono di avere a disposizione parametri affidabili e calcoli FEM attendibili. Come già anticipato nel paragrafo precedente, la rigidità statica e la profondità critica di taglio nei diagrammi a lobi offrono parametri quantitativi utili per comparare le performance di macchine di concezioni diverse e soprattutto per definire i valori di soglia che devono raggiungere le macchine eco-efficienti.

Per ottimizzare la massa totale e la rigidità di una macchina utensile, è fondamentale focalizzare l'attenzione sulla riduzione delle masse mobili e

l'ottimizzazione topologica dei componenti strutturali. A questo scopo sono stati realizzati software con algoritmi di ottimizzazione che partendo da un modello tridimensionale di una struttura "rimuovono" il materiale dai componenti delle macchine utensili fino ad individuare la corretta la rigidezza statica e dinamica. Un altro aspetto importante che viene monitorato da questi software è la fattibilità costruttiva per far sì che i particolari vengano costruiti in modo economico. In particolare per i calcoli modali con il metodo degli elementi finiti condotti in questo elaborato viene utilizzato il pacchetto Pro-mechanica di Pro-E.

### 1.3 MATERIALI DEI COMPONENTI STRUTTURALI

Quando si progettano dei componenti strutturali di una macchina utensile con l'obiettivo di avere macchine precise, produttive e eco-efficienti, la scelta dei materiali ha un ruolo fondamentale sulle proprietà finali dei componenti e delle macchine dove essi vengono montati. Le diverse strutture dei materiali hanno un effetto decisivo sulle masse mobili, sui momenti d'inerzia, sulla rigidezza statica e su quella dinamica, sulle frequenze modali e sulle proprietà termiche. Per quanto riguarda gli utensili, i materiali più utilizzati sono l'acciaio e la ghisa, entrambi dotati di un ottimo rapporto tra massa e rigidezza, e tra qualità e costo. Essi si possono sostituire, a secondo dei casi particolari, con materiali non convenzionali che riducendo il peso, aumentano la rigidezza.

#### *1.3.1 PARAMETRI COINVOLTI*

I principali parametri con cui si caratterizzano le diverse tipologie di materiali sono il modulo di Young e quello di taglio, il coefficiente di Poisson e quello di espansione termica, la densità, il calore specifico, la capacità di smorzamento  $\eta$  e la conduttività termica. In diversa misura questi parametri influiscono sul comportamento finale delle macchine utensili.

Il Modulo di Young  $E$  ad esempio è un parametro molto significativo. Alti valori del modulo di Young per un materiale implicano una elevata rigidezza sia statica che dinamica

E' simile per i Coefficiente di Poisson  $\nu$  e il modulo di taglio  $G$ : alti valori di questi due parametri influenzano positivamente la rigidezza torsionale dei materiali

Per quanto riguarda la densità  $\rho$ , valori bassi su questo parametro sono molto utili per i componenti mobili delle macchine utensili mentre valori alti di densità sono da



preferire per gli elementi strutturali fissi quali basamenti e bancali. Diverso è invece per il Coefficiente di espansione termica  $\alpha$ : valori alti su questo parametro influiscono in modo negativo sul mantenimento della precisione geometrica delle macchine. In questo caso infatti, è importante che il materiale sia caratterizzato da un coefficiente di espansione termica  $\alpha$  basso. Valori alti o bassi di calore specifico  $c$  non hanno una connotazione univocamente positiva o negativa. Infatti, alti valori per il coefficiente  $c$  fanno sì che la macchina abbia una grande stabilità termica rispetto ai cambiamenti di temperatura ambientale e allo stesso tempo implica che la macchina avrà bisogno di un periodo più lungo di tempo per raggiungere la temperatura di lavoro. E' necessario scegliere un materiale caratterizzato da un valore di calore specifico intermedio, in modo da ottenere un compromesso tra questi due effetti. Tuttavia nel caso in cui si debba progettare una macchina che deve subire grandi cambiamenti di temperatura ambientale è preferibile avere un alto valore di  $c$  a prescindere dai tempi d'accensione. E' analogo per la conduttività termica  $k$ ; valori alti o bassi non sono né positivi né negativi. Per esempio, valori alti di  $k$  fanno sì che tutti i componenti della macchina abbiano velocemente una temperatura omogenea. Questo è un effetto positivo perché la macchina arriva velocemente alla temperatura di funzionamento, ma è anche un effetto negativo perché viene trasferito calore anche verso componenti ad esempio cuscinetti, boccole e motori, che in queste condizioni si usurano più rapidamente. Solitamente si prediligono macchine utensili con materiali poco termicamente conduttivi, infatti per le eventuali aree con una maggior concentrazione di calore si possono usare isolanti termici o sistemi di raffreddamento. Per quanto riguarda la capacità di smorzamento  $\eta$ , valori alti per questo parametro possono portare un effetto positivo sulla capacità della macchina di assorbire le vibrazioni. Infatti l'aumento dei valori della capacità di smorzamento  $\eta$  porta all'ampliamento delle zone di stabilità nei diagrammi di stabilità a lobi per cui diventano ammissibili maggiori profondità di taglio a parità di velocità di taglio.

### *1.3.2 MATERIALI TRADIZIONALMENTE UTILIZZATI PER LA REALIZZAZIONE DEI COMPONENTI STRUTTURALI*

I materiali più diffusi per la realizzazione dei componenti strutturali delle macchine utensili sono senza dubbio l'acciaio e la ghisa. L'acciaio è utilizzato normalmente negli elementi saldati, la ghisa grigia o sferoidale, ottenuta da fusioni colate a terra, per il bancale o grandi componenti poco sollecitati mentre alcuni componenti come

le casse dei mandrini sono fatti di acciaio fuso. I principali vantaggi di questi materiali sono il basso costo, la buona lavorabilità e le alte tolleranze dimensionali e geometriche raggiungibili.

L'acciaio si distingue per i suoi valori di modulo elastico e per l'eccellente rapporto massa/rigidezza. La ghisa invece è molto apprezzata per il rapporto materiale/smorzamento, specialmente rispetto all'acciaio.

Lo svantaggio principale per entrambi i materiali sono gli alti valori di dilatazione termica e per l'acciaio la bassa capacità di smorzamento. La tabella 2 mostra principali valori per i parametri che descrivono le proprietà di acciaio e ghisa.

	Acciaio	Ghisa Grigia	Ghisa Sferoidale
Modulo di Young	210 Gpa	80-148 Gpa	160-180 Gpa
Densità	7850kg/m <sup>3</sup>	7100-7400kg/m <sup>3</sup>	7100-7400kg/m <sup>3</sup>
Fattore di Smorzamento	0.0001	0.0001	0.0002-0.0003
Coeff. di Espansione Termica	0,000011/K	0,0000115/K	0,0000115/K

**TABELLA 2**

Principali proprietà dei materiali ferrosi più diffusi

### *1.3.3 MATERIALI INNOVATIVI PER LA REALIZZAZIONE DEI COMPONENTI STRUTTURALI*

Nel settore delle macchine utensili per i componenti strutturali tutti i materiali diversi da acciaio o ghisa sono considerati come non tradizionali. Esempi invece di materiali considerati innovativi nel campo delle macchine utensili sono alluminio, granito e calcestruzzo polimerico, materiali rinforzati con fibre di carbonio e materiali ibridi.

#### 1.3.3.5 L'ALLUMINIO

L'utilizzo dell'alluminio come materiale per la realizzazione di componenti nelle macchine automatiche è molto diffuso grazie alla bassa densità, la buona resistenza alla corrosione e la facile lavorazione di questo materiale. L'alluminio viene sempre più utilizzato nel campo delle macchine utensili quando gli effetti dei fenomeni di fatica sono ridotti.

Inoltre l'alluminio viene utilizzato anche come materiale base per la realizzazione di materiali cellulari conosciuti come schiume metalliche d'alluminio. Le schiume

metalliche d'alluminio hanno un alto rapporto rigidità/peso per cui realizzando un componente con questo innovativo materiale pur con un sensibile aumento dello spessore del componente stesso, si riesce ad arrivare alla rigidità propria dei materiali tradizionali con una vantaggiosa riduzione del peso .

#### 1.3.3.1 CALCESTRUZZO POLIMERICO

Il calcestruzzo polimerico è una combinazione di riempitivi minerali classificati secondo la loro distribuzione dimensionale (sabbia e altre granulometrie). Sono legati insieme utilizzando una resina conglomerante. I componenti realizzati con i calcestruzzi polimerici dotati di bassa conduttività termica sono adatti per macchine di precisione. Ottima anche la capacità di smorzamento per questo materiale, sono raggiunti i valori capacità di smorzamento della ghisa. Inoltre, gli elementi realizzati con questo materiale sono resistenti agli oli, liquidi refrigeranti e altri liquidi aggressivi. Questo materiale comprende diversi tipi di composti e nuovi sono in corso di sviluppo, per l'utilizzo nelle macchine utensili.

#### 1.3.3.2 GRANITO

Analogamente al materiale precedente, anche il granito grazie alla eccellente stabilità delle sue proprietà nel tempo e della sua buona capacità di smorzamento (vedi tabella 3) è adatto a macchine molto precise come ad esempio fresatrici ad alta precisione e macchine di misura.

	Calcestruzzo Polimerico	Granite
Modulo di Young	400-500 Gpa	470 Gpa
Densità	2300-2600kg/m <sup>3</sup>	2850kg/m <sup>3</sup>
Fattore di Smorzamento	0,002-0,03	0,03
Coeff. di Espansione Termica	0,000011/K	0,0000115/K

**TABELLA 3**

*Proprietà del calcestruzzo polimerico e della granite*

#### 1.3.3.3 COMPOSTI RINFORZATI DA FIBRE DI CARBONIO

I compositi rinforzati da fibre di carbonio hanno valori molto elevati di modulo elastico e resistenza. Tuttavia, una buona diffusione di materiali compositi nelle

macchine utensili è complicato a causa di alcuni fattori limitanti quali prezzo elevato, la difficoltà d'unione e il riciclaggio. In effetti solo alcuni prototipi di macchine utensili commerciali sono stati progettati a scopo sperimentale con materiali compositi in fibra di carbonio applicate (CFC). Le principali proprietà meccaniche nella direzione delle fibre sono raccolte nella tabella 4.

	Modulo Medio	Modulo Alto	Modulo Ultra-Alto
Modulo di Young	100-180 GPa	170-200 GPa	200-370 GPa
Densità	1550-1600kg/m <sup>3</sup>	1550-1600kg/m <sup>3</sup>	1550-1600kg/m <sup>3</sup>
Fattore di Smorzamento	0,001-0,05	0,001-0,05	0,001-0,05
Coeff. di Espansione Termica	0,000012/K	0,000012/K	0,000012/K

**TABELLA 4**

*Proprietà dei materiali compositi in fibra di carbonio più diffusi.*

#### 1.3.3.4 MATERIALI IBRIDI

I componenti strutturali realizzati con materiali ibridi sono generalmente sviluppati e progettati per utilizzi specifici. Pertanto, è importante conoscere prima le funzionalità delle parti che devono essere sviluppate per trovare poi l'adeguata combinazione di materiali con cui realizzare i componenti. Solitamente si usano grandi quantità di materiali a basso costo come l'acciaio o la ghisa e solo una minima quantità di materiali costosi. Per regolare le proprietà del nuovo materiale si realizzano analisi computazionali. Nel campo dei componenti strutturali delle macchine utensili sono state sperimentate le seguenti strutture ibride strutture d'acciaio saldate con calcestruzzo polimerico e strutture d'acciaio con riempimento di schiume d'alluminio

Una macchina utensile con strutture d'acciaio saldate con calcestruzzo polimerico è stata realizzata dal costruttore spagnolo di macchine utensili Nicolas Correa. In questo caso è stata sviluppata una fresatrice a struttura aperta con dei "sandwich" d'acciaio e calcestruzzo polimerico. Dai diagrammi di stabilità a lobi si può vedere la maggior capacità di smorzamento acquisita con l'uso del materiale ibrido. Inoltre anche la conduttività termica della macchina è stata ridotta considerevolmente. In aggiunta anche se il rapporto massa rigidità del polimero è peggiore di quello dell'acciaio, è stato possibile ridurre del 20% la massa totale per mezzo di regole di ottimizzazione topologica. Dallo stesso costruttore spagnolo di macchine utensili è

stata anche sviluppata una fresatrice a struttura aperta d'acciaio e schiume d'alluminio. Questa struttura ha dimostrato una capacità di smorzamento maggiore rispetto a quelle realizzate con materiali tradizionali e leggermente minore rispetto a quella realizzata con il polimero in calcestruzzo.

## CAPITOLO 2

### LE SCHIUME SOLIDE METALLICHE

In questo secondo capitolo è approfondito il materiale denominato schiume metalliche in alluminio. In particolare sono analizzati i metodi di fabbricazione, le proprietà fisiche, le prove meccaniche che servono per caratterizzarlo e i fattori di scala utilizzati nella progettazione di componenti con questo materiale.

#### 2.1 GENERALITÀ

Le schiume metalliche di alluminio sono una classe di materiali cellulari caratterizzate da elevata rigidità combinata ad un peso specifico estremamente basso, da alta resistenza alla compressione unita ad una ottima capacità di assorbire energia. Le schiume metalliche hanno buona permeabilità ai gas ed una elevata conducibilità termica, eccellente proprietà di isolamento acustico e termico e non sono infiammabili. Grazie alla combinazione di tutte queste proprietà fisiche e meccaniche le schiume metalliche in alluminio se pur un materiale relativamente recente sono tra tutte le schiume metalliche di gran lunga le più diffuse in molti ambiti industriali.

Come evidenziato nella letteratura e nella pratica, talvolta con il termine schiume metalliche è stato identificato ogni tipo di metallo non compatto. Il termine *schiuma* nel suo significato originario fa riferimento a un materiale liquido caratterizzato dalla presenza di bolle di gas, mentre con il termine di *schiuma solida* si fa riferimento al stesso materiale una volta solidificato.

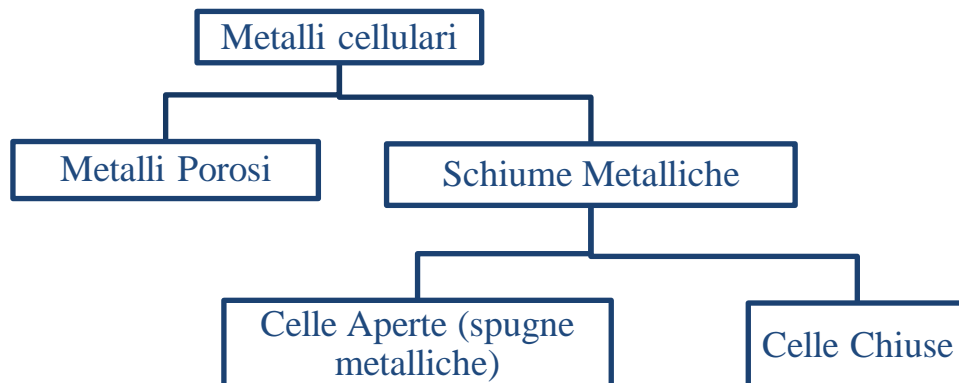


FIG. 5

Classificazione dei metalli cellulari

I *metalli cellulari* è il termine più generico per indicare quei materiali che presentano una elevata frazione in volume di vuoto e sono costituiti da una rete interconnessa di setti e membrane.

I *metalli porosi*, rappresentano una speciale sottocategoria dei materiali cellulari, questi presentano pori approssimativamente sferici ed isolati. Di solito il livello di porosità è inferiore al 70%. In generale dal punto di vista meccanico le porosità influiscono se sono presenti in misura superiore al 20%.

Le schiume metalliche costituiscono un altro sottogruppo di metalli cellulari, hanno origine da schiume metalliche liquide e per questo possiedono una ben specifica morfologia. La schiuma metallica liquida è solo una fase che avviene durante il processo di fabbricazione del materiale.

Le schiume metalliche possono avere una *struttura cellulare di tipo chiuso* (fig. 6), con forma sferica o poligonale, separate le une dalle altre da un sottile film oppure una *struttura cellulare di tipo aperta* (fig. 7), con interconnessione dei vuoti. Queste ultime vengono spesso più propriamente definite come *spugne metalliche*. Le solidificazioni direzionali possono dare luogo a celle con morfologie differenti.

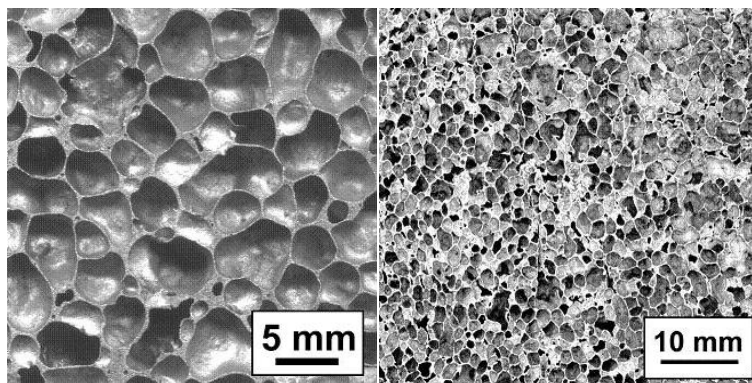


FIG. 6

*Schiuma di alluminio a celle chiuse di grandi e piccole dimensioni*

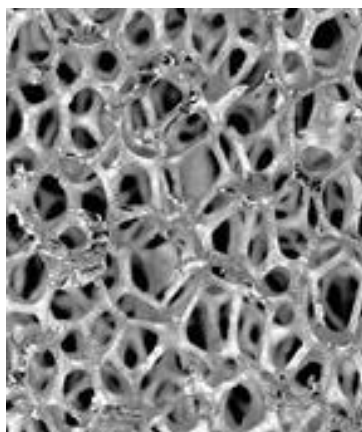


FIG. 7

*Schiuma di alluminio a celle aperte*

In generale la struttura a celle chiuse è indicata per applicazioni in cui è richiesta una più elevata resistenza meccanica ed un buon assorbimento di energia, mentre la struttura a cella aperta è utile per applicazioni dove è richiesto scambio termico.

Le proprietà fisiche e meccaniche delle schiume metalliche dipendono prevalentemente dal materiale base di partenza e dalla densità relativa (rapporto tra la densità della schiuma metallica e quella del materiale delle pareti delle celle) ma sono anche fortemente influenzate dalle caratteristiche della struttura cellulare, in particolar modo dal grado di anisotropia, da eventuali gradienti di densità e dalla presenza di difetti morfologici come cricche o fori nelle pareti delle celle, discontinuità, inclusioni (Fig. 8).

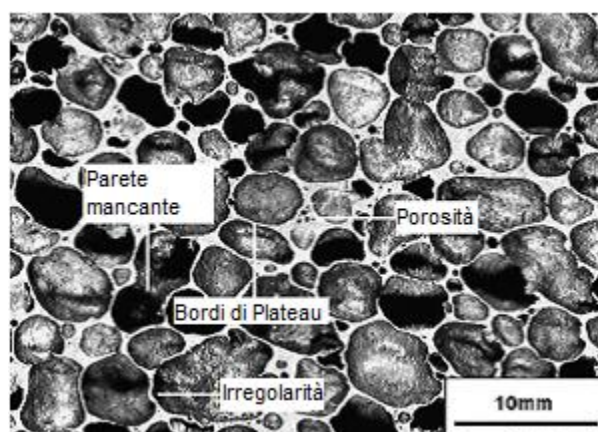


FIG. 8

*Alcuni difetti morfologici di una schiuma di alluminio ALPORAS*

La struttura delle schiume metalliche solitamente non è uniforme, in molti casi questo non costituisce una limitazione in termini di accettabile riproducibilità delle proprietà desiderate. Ad esempio una struttura cellulare anisotropa, che presenta un gradiente nella porosità, consente una distribuzione dei carichi nel materiale coerentemente con le condizioni di carico stesso evitando così di incrementare il peso e il volume complessivo. La vera sfida nella fabbricazione di questi nuovi materiali è quindi non tanto nell'uniformità della struttura quanto nella riproducibilità delle proprietà in una struttura con una non uniformità predeterminata. Questo problema della riproducibilità delle proprietà nelle schiume metalliche è particolarmente presente nella produzione delle schiume di alluminio, che sono quelle più diffuse e su cui è molto la ricerca è molto attiva.

E' importante definire in modo preciso le caratteristiche di questi materiali per evidenziare la correlazione tra le caratteristiche delle leghe base, le variabili di



processo, le proprietà microstrutturali e quelle resistenziali e funzionali. Esistono diversi modi per caratterizzare i materiali cellulari, in ogni caso però la particolare struttura delle schiume metalliche richiede l'adozione di speciali precauzioni proprio perché a causa delle caratteristiche dei materiali cellulari è difficile individuare il confine tra il materiale e la struttura stessa.

L'obiettivo di questa caratterizzazione è ottenere valori relativi alle proprietà fisiche e meccaniche del materiale cellulare oppure acquisire una caratterizzazione tecnologica di un componente nel quale è presente una schiuma metallica.

Il materiale cellulare può essere osservato da due differenti punti di vista. A livello subatomico o molecolare esso si può descrivere come una sorta di *costruzione* costituita da una moltitudine di setti, membrane o altri elementi che possiedono le proprietà meccaniche del materiale compatto. Testare un materiale cellulare equivale quindi, sotto quest'ottica, a testare ogni suo singolo componente. Da un punto di vista macroscopico invece la struttura cellulare si può considerare come un *materiale solido e continuo*, si presuppone cioè che la schiuma metallica possa essere descritta da parametri fisici e meccanici, effettivi o medi, propri di un mezzo omogeneo.

La definizione quindi dei valori dei principali parametri fisici e meccanici dei materiali cellulari è ottenuta tramite prove di laboratorio essendo problematico definirne le caratteristiche in modo svincolato dalla geometria. Inoltre i differenti processi produttivi da cui provengono le schiume metalliche: schiumatura da liquido, fusione sotto pressione, metallurgia delle polveri, ecc. influiscono profondamente sulle caratteristiche fisico meccaniche. Per questa ragione le proprietà di componenti realizzati da ugual materiale ma prodotte con tecnologie differenti non sarebbero, a rigore, comparabili. Le metodologie con cui si realizza la schiumatura, di cui se ne parlerà diffusamente nella sezione 2.2, influiscono profondamente non solo sulle proprietà ma anche sulle potenziali applicazioni dei prodotti realizzati. Ad esempio le schiume realizzate con il metodo della metallurgia delle polveri, caratterizzate solitamente da una superficie esterna compatta, possono essere efficacemente utilizzate come irrigidimento interno di fusioni e per realizzare componenti con geometria complessa. Le schiume prodotte partendo dal metallo fuso, tipicamente nella forma di grossi blocchi o pannelli, possono costituire il materiale intermedio in strutture sandwich o essere impiegate per assorbire urti.

Le metodologie d'indagine si possono distinguere in *distruttive*, se deformano o cambiano in modo irreversibile la schiuma metallica, e *non distruttive*, se, al contrario, la mantengono quasi o completamente inalterata vedi nella sezione 2.4.

## 2.2 METODI PRODUTTIVI DI SCHIUME SOLIDE IN ALLUMINIO E ALTRI MATERIALI

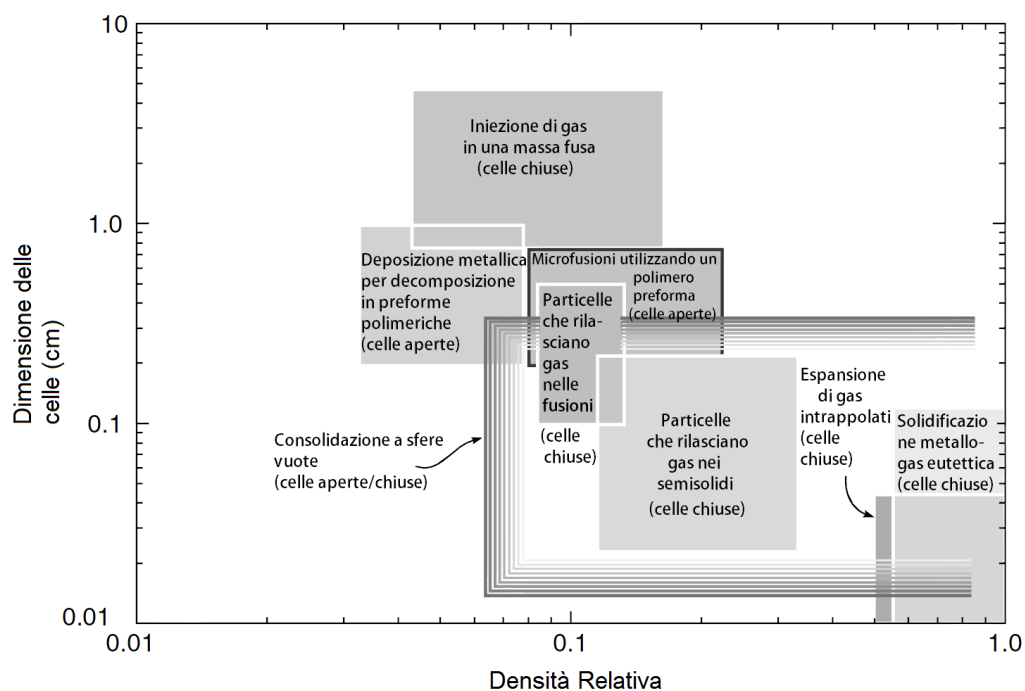
Le proprietà delle schiume metalliche e delle altre strutture metalliche cellulari dipendono dalle proprietà del metallo che le originano, dalla densità relativa e topologia cellulare (ad esempio se le celle sono aperte o chiuse, le dimensioni delle celle, ecc).. Nel seguente elenco sono richiamati tutti i principali processi con cui sono realizzate le schiume metalliche. I metalli che sono stati usati come materiale base per un determinato processo (o una loro variante) sono elencati tra parentesi

- Introduzione di bolle di gas all'interno di una lega fusa di Al-SiC o Al-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. [Al, Mg]
- Agitazione di un agente schiumogeno (tipicamente TiH<sub>2</sub>) in una lega fusa (tipicamente una lega di alluminio) controllando la pressione durante il raffreddamento. [Al]
- Consolidamento di una polvere di metallo (leghe di alluminio sono le più comuni) con un agente schiumogeno particolato (TiH<sub>2</sub>) seguita da riscaldamento allo stato liquido quando l'agente espandente rilascia idrogeno, ampliando il materiale. [Al, Zn, Fe, Pb, Au]
- Fabbricazione di uno stampo ceramico da una preforma composta da cera o polimero-schiuma, seguita da bruciatura della preforma e infiltrazione a pressione con un metallo fuso o impasto di polvere metallica che viene poi sinterizzato. [Al, Mg, Ni-Cr, acciai inox, Cu]
- Passaggio dalla fase vapore o elettrodeposizione di metallo su uno stampo di schiuma polimerica, seguita da bruciatura, lasciando i bordi delle cellule con nuclei vuoti. [Ni, Ti]
- Intrappolamento di gas inerte ad alta pressione in pori attraverso la pressurizzazione isostatica a caldo di polveri (HIP), seguita dall'espansione del gas a temperatura elevata. [Ti]

- Sinterizzazione di sfere cave, realizzate mediante un processo di atomizzazione modificato o da sfere di ossidi di metallo o idruri seguita da riduzione o deidratazione, o mediante deposizione da vapore di metallo su sfere di polimero. [Ni, Co, leghe Ni–Cr]
- Pressatura di una polvere metallica con una polvere lisciviabile, o infiltrazione a pressione di un letto di particelle lisciviabili da un metallo liquido, seguita da lisciviazione per lasciare una struttura metallo-schiuma. [Al, con sale come la polvere lisciviabile]
- Dissoluzione di gas (tipicamente idrogeno) in un metallo liquido in pressione, rilasciato in modo controllato durante la successiva solidificazione. [Cu, Ni, Al]

Solo i primi cinque di questi processi sono correntemente realizzati in modo industriale. Ogni metodo per creare un materiale poroso con una gamma limitata di densità relative e dimensioni di celle può essere realizzato con una piccola quantità di metalli.

La fig. 9 mostra i range di dimensioni delle celle e della densità relativa raggiungibili dai principali metodi produttivi di schiume metalliche.



**FIG. 9**

*Grafico che mostra i range di densità relativa e dimensione cellulare delle schiume metalliche raggiungibile dai diversi processi produttivi*

### 2.2.1 INIEZIONE DI GAS IN UNA MASSA FUSA (SOFFIATURA DI ARIA)

Il processo di produzione di una schiuma metallica dall'iniezione di un gas all'interno di una massa di metalli puri in fase liquida, non è facilmente realizzabile poiché il deflusso del metallo liquido nelle pareti delle bolle occorre di solito in modo troppo veloce da non permettere la solidificazione e quindi la formazione della schiuma. Tuttavia l'aggiunta di un 10% - 30% di particelle piccole e insolubili (o lentamente solubili) come l'ossido d'alluminio o il carburo di silicio, possono aumentare la viscosità della fusione d'alluminio, rendendo ostico il deflusso e stabilizzando la schiuma. I processi d'iniezione a gas sono tuttavia facilmente realizzabili con le leghe d'alluminio che hanno bassa densità e perché non si ossidano eccessivamente quando le fusioni sono esposte all'aria o ad altri gas che contengono ossigeno.

Esistono diversi modi con cui realizzare il processo. Uno di questi come si vede in fig. 10, prevede che nella fusione dell'alluminio puro o di una lega di alluminio venga aggiunto un altro 5-15% del peso del Alluminio di particelle ceramica stabilizzanti. Queste hanno tipicamente un diametro di circa 0.5-25  $\mu\text{m}$  e possono essere fatte di allumina, di ossido di zirconio, di carburo di silicio o di diboruro di titanio.

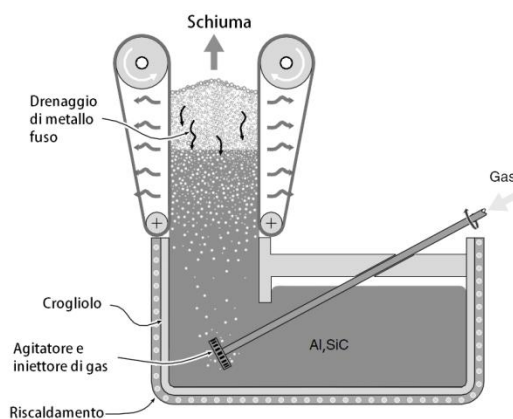


FIG. 10

*Schema del processo produttivo di una schiuma in Al con il metodo d'iniezione di gas in una massa fusa*

Diverse serie di gas possono essere utilizzate per creare le bolle all'interno dell'alluminio liquido. L'aria è comunemente la più utilizzata ma anche l'anidride carbonica, l'ossigeno, gas inerti, e anche l'acqua possono essere iniettati nell'alluminio liquido. In questo modo le bolle formate durante questo processo galleggiano fino alla superficie della fusione, una certa quantità di alluminio drena

dalle pareti e poi inizia a solidificare. Il gradiente termico all'interno della schiuma determina la durata dello stato liquido o semi-solido, e perciò la quantità di materiale che drena lungo le pareti. Quindi si può ottenere una schiuma di bassa densità relativa e a celle chiuse, controllando con attenzione il processo d'iniezione del gas e la velocità di raffreddamento della schiuma. Per quanto riguarda l'estrazione, questo viene realizzato in uno stato chiamato "schiuma d'alluminio stabile". In questo stato la schiuma si trova in uno stato solido tuttavia abbondante malleabile. Così può essere utilizzato per realizzare una iniezione a bassa pressione dentro di stampi o per creare pannelli di grandi dimensioni fino a 1 m di larghezza e 0,2 m di spessore con tecniche di laminazione. Con questi passi finali si costituiscono delle celle chiuse con diametri compresi tra 5 e 20 mm.

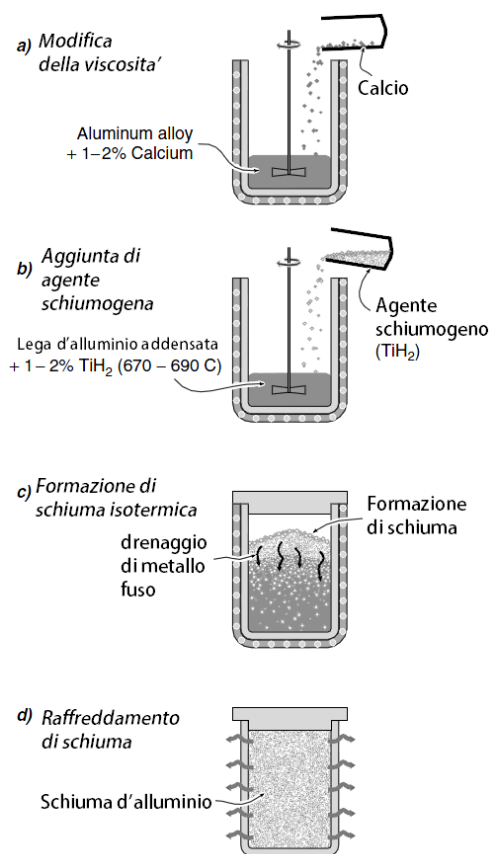
Per esempio NORSK-HYDRO e CYMAT forniscono lastre di schiuma d'alluminio utilizzando il metodo d'iniezione di gas a massa fusa (quest'ultimo con un processo sviluppato da ALCAN Canada). Questo metodo è il meno costoso da implementare, è attualmente usato solo per la produzione di schiume di alluminio e fornisce schiume d'alluminio espanso con densità relativa compresa fra 0,03 e 0,1.

### *2.2.2 PARTICELLE CHE RILASCIANO DEI GAS DURANTE LA DECOMPOSIZIONE NELLE FUSIONI*

Le leghe metalliche possono anche essere espanse mediante la miscelazione al loro interno di un agente schiumogeno che rilascia dei gas quando riscaldato. L'idruro di titanio ( $TiH_2$ ) è ampiamente usato come agente schiumogeno dato che inizia a decomporsi in Ti e  $H_2$  gassosi, una volta riscaldato oltre i  $465^\circ C$ . Con l'aggiunta di particelle d'idruro di titanio a una fusione di alluminio, si producono rapidamente grandi volumi di gas idrogeno, che producono bolle dando origine ad una schiuma a celle chiuse, se l'elevata viscosità allo stato liquido porta ad un drenaggio in pareti sufficientemente lento. La Società Shinko Wire in Giappone ha sviluppato e commercializzato una schiuma d'alluminio chiamata Alporas utilizzando la miscelazione di un agente schiumogeno nella fusione di alluminio vedi schema in (Fig. 11).

Il processo inizia con la fusione dell'alluminio e la stabilizzazione della temperatura di fusione tra  $670$  e  $690^\circ C$ . La viscosità dell'alluminio aumenta aggiungendo 1-2% di calcio, che ossida rapidamente e forma particelle finemente disperse di  $CaO$  e  $CaAl_2O_4$ . La massa fusa viene agitata e viene aggiunto 1-2% di  $TiH_2$  in forma di

particelle di diametro di circa 5-20 $\mu$ m. Non appena questi si sono dispersi nella massa fusa, il sistema di agitazione viene interrotto e viene lasciato alla schiuma di formarsi sopra la fusione. Si controlla il processo regolando la temperatura, il tempo e la sovrappressione. Ci vuole, in genere, una decina di minuti per disperdere totalmente l'idruro di titanio. Quando la formazione di schiuma è completa, la massa fusa viene raffreddata per solidificare la schiuma prima che le fughe d'idrogeno e le bolle si fondono o collassino.



**FIG. 11**

*Schema del processo che utilizza particelle che rilasciano dei gas durante la decomposizione nelle fusioni.*

La frazione di volume dell'idruro di calcio e di titanio aggiunto alla fusione, determina la densità relativa e in combinazione con le condizioni di raffreddamento, le dimensioni delle celle. Quest'ultime possono variare da 0,5 a 5 mm a secondo del contenuto TiH<sub>2</sub> e delle condizioni di formazione di schiuma e del raffreddamento. Con questo sistema possono essere fabbricati lastre di schiume metalliche con densità relativa da 0,2 fino a 0,07. La schiuma Alporas, prodotta in questo modo, ha prevalentemente celle chiuse, anche se con un successivo trattamento di laminazione è possibile causare delle rottura delle pareti delle celle per aumentare lo

smorzamento acustico. Sebbene siano utilizzate solo piccole quantità del costoso idruro di calcio e di titanio, il processo può essere più costoso del metodo d'iniezione di gas poiché è un processo a lotti e non a flusso continuo.

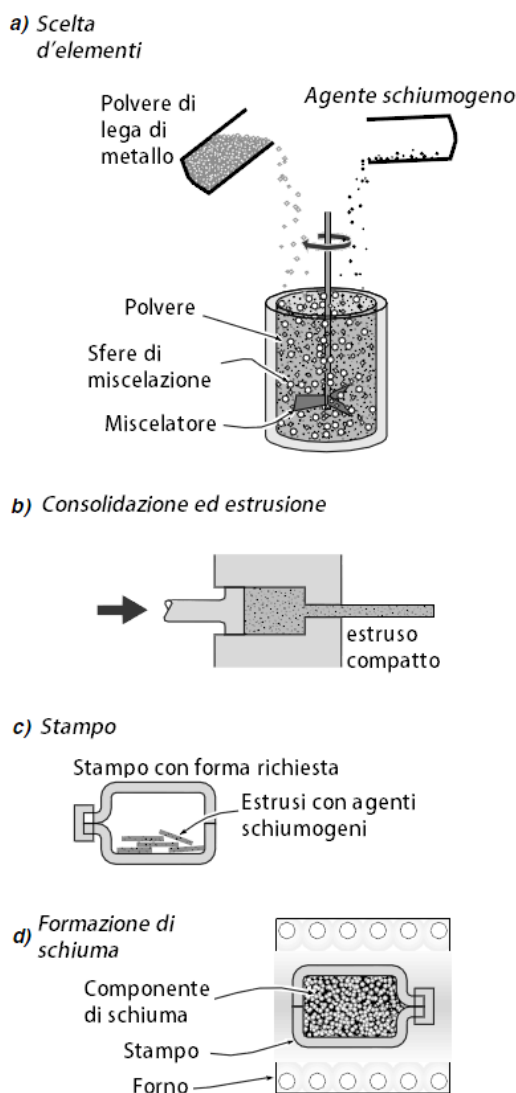
Oggi con questo metodo sono utilizzati come materiali base solo le leghe di alluminio perché l'idrogeno contenuto in fragilisce molti metalli e perché la decomposizione di  $TiH_2$  avviene troppo rapidamente in leghe con dei punti di fusione più alti. L'utilizzo d'agenti espandenti alternativi (carbonati e nitrati) con temperature più alte di decomposizione offre la prospettiva di usare questo metodo per il ferro, acciai e leghe a base di nickel.

### *2.2.3 PARTICELLE CHE RILASCIANO DEI GAS DURANTE LA DECOMPOSIZIONE NEI SEMISOLIDI*

Gli agenti schiumogeni possono essere anche introdotti nei metalli allo stato solido e consolidati miscelandoli come polveri. L'idruro di titanio, un agente schiumogeno ampiamente utilizzato, inizia a decomporsi a circa  $465^{\circ}C$ , temperatura di gran lunga inferiore al punto di fusione del alluminio puro ( $660^{\circ}C$ ) e delle sue leghe. Questo aumenta la possibilità di creare una schiuma disperdendo l'agente schiumogeno in alluminio solido usando processi della metallurgia delle polveri. Quindi aumentando la temperatura in modo da causare il rilascio di gas e fusione parziale o totale dell'agente schiumogeno si permette la crescita delle bolle. Il successivo raffreddamento poi stabilizza la schiuma. Diversi gruppi industriali, in particolare la IFAM di Brema (Germania), LKR in Randshofen (Austria) e Neuman-Alu in Marktl (Austria), utilizzano questo metodo per la produzione delle schiume metalliche.

Un diagramma schematico della sequenza di produzione è mostrato nella fig. 12. Il processo inizia combinando particelle di un agente schiumogeno (tipicamente idruro di titanio) con una polvere di lega di alluminio. Dopo che gli ingredienti siano ben amalgamati, le polveri sono compattate a freddo e quindi estruse in una barra o in una piastra. Questo materiale "preforma" è tagliato in piccoli pezzi, posto all'interno di due semi stampi, è sigillato ed è riscaldato ad una temperatura di poco superiore di quella della curva di solidus della lega. L'idruro di titanio si decompone creando vuoti con una pressione interna elevata. Questi con l'alluminio si espandono in un flusso semisolido creando una schiuma che riempie lo stampo. Il risultato del processo è un componente con la stessa forma del contenitore, con densità relativa

circa del 0,08. La schiuma che è prodotta con questo metodo è caratterizzata da celle chiuse con diametri che vanno da 1 a 5 mm.



**FIG. 12**

*Schema del processo che utilizza particelle che rilasciano dei gas durante la decomposizione nei semisolidi*

IFAM di Brema, ha sviluppato una variante del processo dotata di notevole potenziale. Si producono in questo caso dei pannelli tipo “sandwich” composti di due fogli esterni d’alluminio o acciaio legati fra loro con la schiuma metallica posta nella posizione centrale. All’inizio di questo processo produttivo si posizionano fra i fogli, la miscela di polveri compatta d’alluminio con gli agenti schiumogeni. Essi vengono pressati e poi posti in un forno per espandere il nucleo. Ad oggi sono disponibile in commercio solo schiume espanse in alluminio ma si stanno sviluppando anche schiume con altre leghe utilizzando diversi agenti schiumogeni.



#### 2.2.4 MICROFUSIONE UTILIZZANDO UN POLIMERO COME PREFORMA.

Questo metodo prevede il sistema della cera persa o microfusione. Come preforma vengono utilizzate delle schiume polimeriche di bassa densità relativa, strutture uniformi e a celle aperte. La famiglia di schiume ERG DUOCEL sono prodotti in questo modo. Il metodo è schematicamente illustrato in fig. 13.

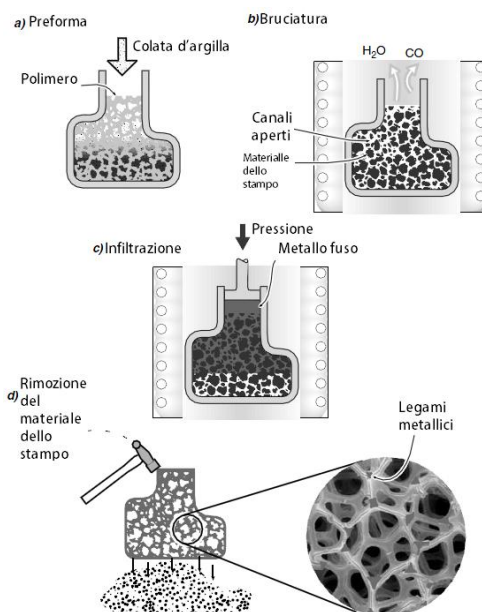


FIG. 13

*Schema del processo di microfusione utilizzando un polimero come preforma per produrre delle schiume a celle aperte*

Per primo viene scelto un modello di stampo a polimero espanso di celle aperte con le dimensioni delle celle e densità relativa richiesta. Questo può essere rivestito con una colata di argilla in polvere ceramica, essiccato ed incorporati nella sabbia. Lo stampo viene poi cotto sia per indurire il materiale di colata e per far evaporare il modello di polimero, creando l'immagine negativa della schiuma. Questo stampo viene successivamente riempito con una lega metallica e lasciata raffreddare. L'uso di una moderata pressione durante l'infiltrazione a fusione fa superare la resistenza al flusso di alcune leghe in stato liquido. Dopo la solidificazione direzionale e il raffreddamento, i materiali dello stampo vengono rimossi lasciando dietro l'equivalente di metallo della schiuma polimerica originale. Possono anche essere usati impasti di polveri metalliche al posto di metalli liquidi che successivamente sono sinterizzate. Il metodo fornisce schiume a celle aperte con dimensioni dei pori di 1-5 mm e densità relative basse come 0,05. Il processo può essere usato per produrre schiume da quasi tutti i metalli. In una variante del processo, la struttura del preforma è costituita da stampati ad iniezione di polimeri o cera. La struttura

reticolare è rivestita con un impasto di colata che viene bruciato per lasciare uno stampo che è il negativo del preforma. Il metallo è poi colato o presso fuso nello stampo con le tradizionali tecniche di microfusione.

### 2.2.5 DEPOSIZIONE METALLICA PER DECOMPOSIZIONE IN PREFORME POLIMERICHE A CELLE.

Le schiume di polimeri a celle aperte possono servire come modelli su cui depositare metalli per la decomposizione chimica dalla fase vapore (CVD), per l'evaporazione o per l'elettrodeposizione. Una diversa modalità del processo è chiamata INCO, dove il nichel viene depositato dalla decomposizione di nichel carbonile,  $\text{Ni}(\text{CO})_4$ .

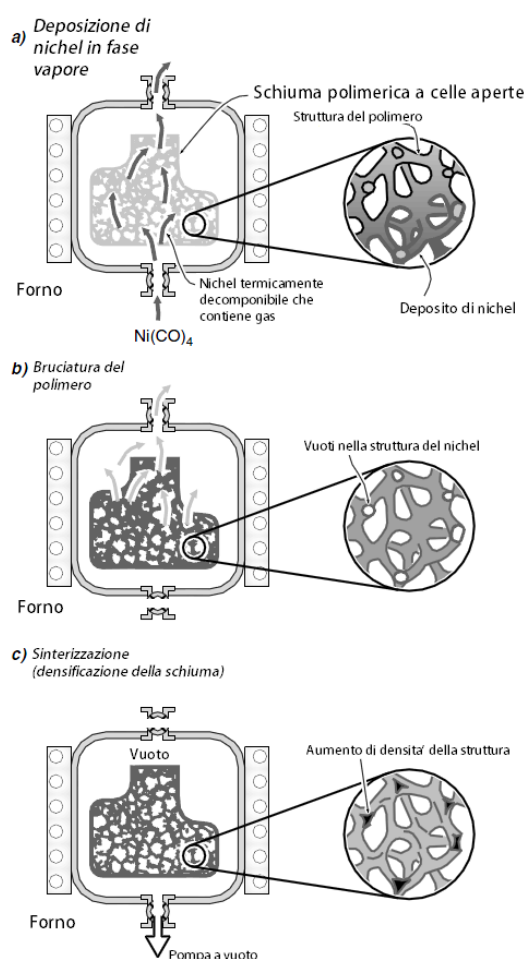


FIG. 14

Schema del processo di deposizione metallica per decomposizione in preforme polimeriche a celle

La fig. 14 illustra schematicamente il modo in cui un polimero a celle aperte viene applicato in un reattore CVD dove successivamente viene introdotto nichel carbonile. Questo gas si separa in nichel e ossido di carbonio a una temperatura di circa  $100^\circ\text{C}$  ricoprendo tutte le superfici esposte e riscaldate all'interno del reattore. Può essere

utilizzato il riscaldamento a raggi infrarossi o a radiofrequenza per far salire la temperatura della schiuma polimerica. Dopo il metallo depositato raggiunge una decina di micrometri di spessore, la schiuma polimerica ora rivestita in metallo viene rimossa dal reattore CVD e il polimero viene bruciato per riscaldamento in aria. Questo produce una struttura metallica cellulare aperta, la struttura delle celle viene poi densificata in una successiva fase di sinterizzazione.

Il gas di nichel carbonile è molto tossico e la produzione richiede costosi controlli ambientali. Alcuni paesi, come gli Stati Uniti, hanno di fatto vietato l'uso di questo gas e altri hanno fatto diventare eccessivamente costosi i processi industriali che lo utilizzano. Si possono usare anche altri metodi per rivestire le preforme ad esempio l'elettrodeposizione e la deposizione elettrochimica, ma il processo che utilizza il nickel depositato con tecnica CVD ha un consumo energetico minore. La dimensione dei pori può essere variata su un ampio intervallo e si possono ottenere delle schiume con pori aperti di diametro fra 100-300 $\mu$ m. Il processo è limitato agli elementi puri come nichel o titanio a causa della difficoltà della deposizione delle leghe con il CVD. Questo metodo produce schiume caratterizzate dalla più bassa densità relativa (0,02-0,05) attualmente disponibile.

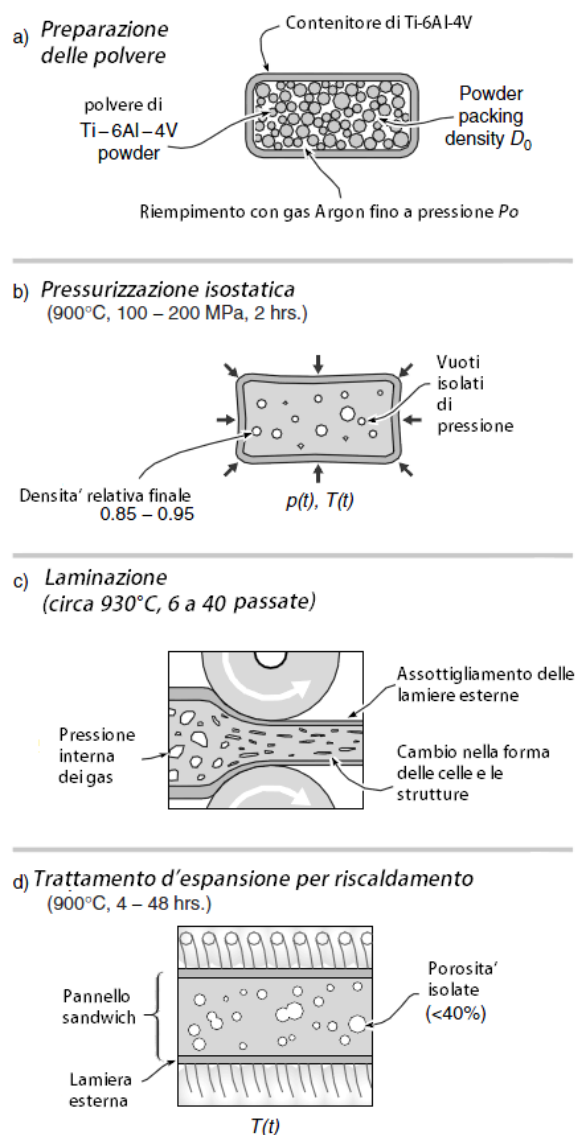
#### 2.2.6 ESPANSIONE DI GAS INTRAPPOLATI

La solubilità dei gas inerti come l'argon in metalli è molto bassa. Sono state sviluppate tecniche di metallurgia delle polveri per produrre materiali con piccoli pori sparsi che contengono dei gas inerti ad una pressione elevata. Quando questi materiali vengono successivamente riscaldati, la pressione dei pori aumenta ed questi si espandono grazie al fenomeno di creep dei metalli circondanti vedi (Fig. 15).

Questo processo è stato utilizzato da Boeing per creare dei pannelli tipo sandwich con dei nuclei a bassa densità (LDC) di  $Ti_6Al_4V$  con una porosità del materiale che arriva fino al 50%.

Nel processo la polvere di  $Ti_6Al_4V$  è sigillata in un contenitore della stessa lega. Dal contenitore viene estratto tutto l'ossigeno che potrebbe essere rimasto (che infragilisce il titanio) e poi riempito con argon da 3 a 5 atmosfere (0,3-0,5MPa). Il filtro viene poi sigillato ad alta densità relativa (0,9-0,98) secondo un processo di pressurizzazione isostatica ad alta temperatura che porta ad un aumento di otto volte la pressione del vuoto. Questa pressione è ancora troppo bassa per causare l'espansione di  $Ti_6Al_4V$  a temperatura ambiente. Il numero di pori presenti nel

campione consolidato è relativamente basso, quindi viene introdotta una fase di laminazione a 900-940° C per raffinare la struttura e creare una distribuzione più uniforme dei piccoli pori. Il risultato ottenuto è lo schiacciamento dei vuoti e l'allungamento nella direzione di laminazione. Come i vuoti si appiattiscono, le loro facce entrano in contatto, creando Corde di piccoli pori pieni di gas.



**FIG. 15**

*Schema del processo per produrre dei sandwich di lega di titanio con nuclei altamente porosi di celle chiuse mediante l'espansione di gas intrappolati.*

Fasi di laminazione in direzioni perpendicolari migliorano l'uniformità e la distribuzione dei pori pieni di gas e questo metodo è utilizzato per formare dei piatti di schiuma. La fase finale nel processo è la sequenza di espansione per riscaldamento a 900°C per 20-30 ore. L'elevata temperatura aumenta la pressione interna dei pori proporzionalmente al rapporto fra la temperatura assoluta del forno e quella dell'ambiente. La pressione è quadruplicata è quindi fra 10 e 16 MPa. Questo

aumento di pressione provoca uno scorrimento viscoso o creep e una riduzione della densità complessiva. Si ottiene un sandwich di lega di titanio caratterizzato da un nucleo con celle chiuse con dei vuoti che raggiungono il 50% del volume e con delle dimensioni fra 10 e 300  $\mu\text{m}$ . Il sistema d'espansione di gas intrappolati utilizza la maggior parte dei processi della metallurgia delle polveri ma con un costo del gas inerte minore. Da un'altra parte, i costi del processo di pressurizzazione isostatica ad alta temperatura e della laminazione multipassata e bidirezionale sono molto alti per questo è molto più costoso produrre particolari seguendo il metodo dell'espansione di gas intrappolati che con i processi della metallurgia delle polveri.

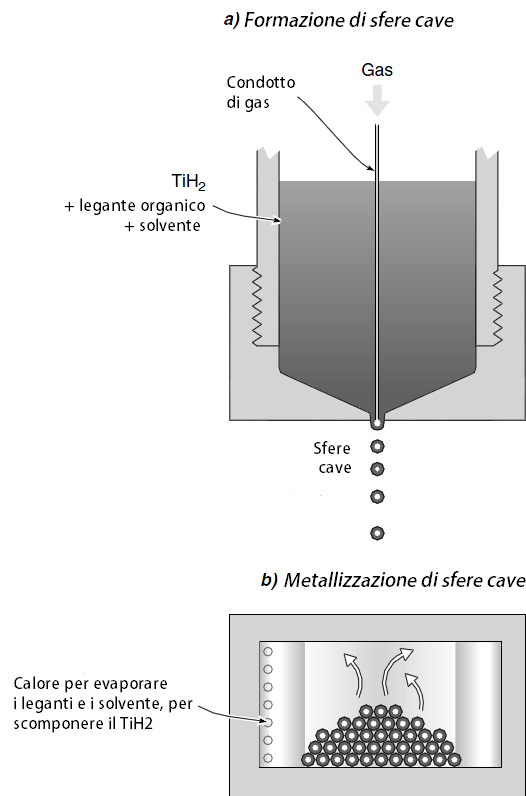
### 2.2.7 STRUTTURE A SFERE VUOTE

Ci sono diversi metodi per la sintetizzazione di sfere metalliche vuote. Uno di questi metodi sfrutta l'effetto che l'atomizzazione dei gas inerti dentro una lega spesso dà come risultato la formazione di sfere vuote di grande diametro (0,3-1 mm) al suo interno. Queste sfere rappresentano una piccola frazione (1-5%) del volume totale del corpo che le contiene, raggiungendo una densità relativa fino a 0,1. Queste bolle o sfere possono essere a posteriori riorganizzate con il metodo del galleggiamento e poi con quello della consolidazione per pressurizzazione isostatica ad alta temperatura (HIP), della sinterizzazione sotto vuoto o in fase liquida. La sinterizzazione in fase liquida può essere l'approccio migliore per alcune leghe in quanto evita le distorsioni per compressione delle pareti sottili delle sezioni cave che risultano dal processo HIP ed evita lo stazionamento per tempi prolungati necessari per ottenere i legamenti forti fra particelle per il metodo di sinterizzazione sotto vuoto ad alta temperatura. Superleghe porose di nichel e  $\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$  con densità relativa di 0,06 possono essere prodotti in laboratorio utilizzando il metodo di sinterizzazione in fase liquida. Lo sviluppo di tecniche d'atomizzazione controllata di polveri vuote può consentire la fabbricazione economica di strutture in lega a bassa densità.

In alternativa le sfere cave possono essere formate da un impasto composto da un preforma decomponibile come  $\text{TiH}_2$ , insieme con leganti e solventi organici vedi (fig. 16).

Le sfere in questo caso sono indurite durante la discesa in una torre alta di caduta, dopo che vengono raccolte le sfere, queste vengono riscaldate per scaricare i solventi e per volatilizzare il legante. Poi un trattamento termico decompone l'idruro di metallo lasciando sfere metalliche vuote. L'approccio, sviluppato alla Georgia Tech,

può essere applicato a qualsiasi materiale non è limitato solo agli idruri. Come esempio, una miscela di ossido come  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  può essere ridotto per creare un acciaio inossidabile.



**FIG. 16**

*Schema del metodo per creare sfere vuote di metallo e la loro consolidazione per creare schiume a celle aperte o chiuse.*

Nel terzo metodo sviluppato dall'azienda IFAM di Brema, sfere di polistirene sono rivestite con un impasto di metallo e sinterizzate, dando luogo a sfere metalliche cave di elevata uniformità. Il consolidamento di sfere cave forma una struttura con una miscela di celle aperte e chiuse. Il rapporto tra i due tipi di porosità e la densità relativa complessiva può essere modificato variando la densità iniziale relativa delle sfere cave e la misura della densificazione durante il consolidamento. E' possibile ottenere una densità relativa a partire da 0,05 con dimensione dei pori compresa da 100  $\mu\text{m}$  fino a qualche millimetro.

### 2.2.8 CO-COMPATTAZIONE O FUSIONE DI DUE MATERIALI, UNO LISCIVIABILI

Questo metodo consiste nella compattazione di polveri lisciviabile (ad esempio sale), a cui viene aggiunto metallo liquido che costituisce il materiale base della schiuma .

Una volta che questo si è solidificato viene immesso un solvente in grado di sciogliere le polveri vedi (Fig. 17).

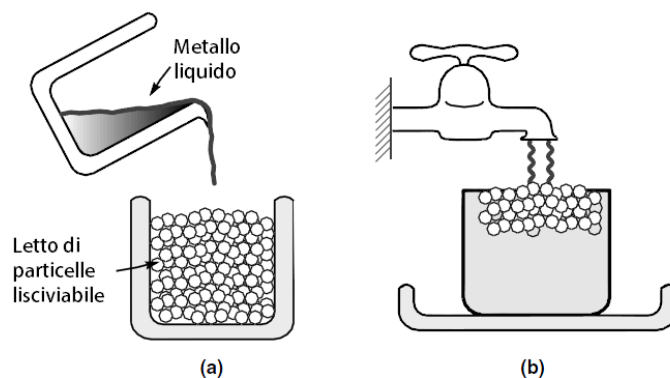


FIG. 17

Schema del metodo produttivo di co-compattazione o fusione di due materiali dove uno è lisciviabile. A) il letto di particelle lisciviabile (come il sale) è infiltrato con il metallo liquido (come Al o una delle sue leghe). B) Le particelle vengono sciolte con un diluente appropriato (come l'acqua) lasciando delle celle aperte.

Schiume con strutture uniformi a base di miscele di polvere di leghe di alluminio con cloruro di sodio sono state prodotte con successo dando luogo a sezioni di grandi dimensioni. Le forme di celle risultanti differiscono notevolmente da quelle di schiume fatte da altri metodi. In pratica il metodo è limitato a produrre materiali con densità relative tra 0,3 e 0,5. L'estensione della cella è determinata dalla dimensione delle particelle di polvere che si trova nell'intervallo tra 10 $\mu$ m a 10 mm.

In un processo alternativo ma strettamente connesso, il letto di particelle del materiale lisciviabile viene inserito nel metallo liquido sotto pressione, e lasciato raffreddare. La lisciviazione delle particelle dà di nuovo una struttura cellulare metallica di grande uniformità.

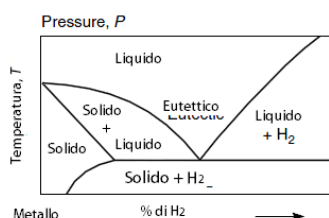
#### 2.2.9 SOLIDIFICAZIONE METALLO-GAS EUTETTICA

Numerose leghe di metallo-idrogeno mostrano nei diagrammi di stato binario una fase eutettica. Sono incluse le leghe di Al, Be, Cr, Cu, Fe, Mg, Mn e Ni. Le leghe sono fuse, saturate d'idrogeno sotto pressione, solidificate in una direzione e alla fine la pressione si riduce progressivamente. Durante la solidificazione, è formato simultaneamente grazie alla reazione eutettica il metallo solido con l'idrogeno, dando come risultato un materiale con pori pieni d'idrogeno. Questi materiali sono chiamati GASAR (o GASERITE). Un diagramma schematico è mostrato in fig. 18.

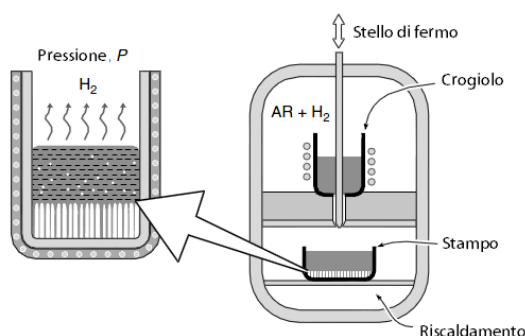
Questo metodo di produzione utilizza un forno collocato all'interno di un recipiente a pressione in un'atmosfera d'idrogeno (tipicamente 5-10 atmosfere). Esso viene

utilizzato per fondere una lega sotto la pressione appropriata. Questo metallo fuso è in seguito versato in uno stampo, dove è consentita la solidificazione eutettica direzionale. Ciò produce un oggetto che contiene un'alta percentuale di pori rispetto al volume totale (fino al 30%). La quantità di pori e l'orientamento sono funzione della chimica della lega, della pressione durante la fusione, del surriscaldamento della fusione (che influenza la solubilità dell'idrogeno nel metallo liquido), del range di temperature nel liquido durante la solidificazione e della velocità di solidificazione. Con così tante variabili di processo, il controllo e l'ottimizzazione della struttura dei pori sono difficili. Il metodo impone l'uso di certe misure di sicurezza e non è un processo produttivo a ciclo continuo, conseguentemente i materiali prodotti con questo metodo sono costosi. Quindi anche se i materiali GASAR sono stati tra i primi materiali altamente porosi ad attirare un notevole interesse, la loro produzione rimane confinata al laboratorio e non sono disponibili in commercio.

a) Fase binaria di Metallo - Idrogeno



b) Direzione di solidificazione



c) Struttura porosa finale

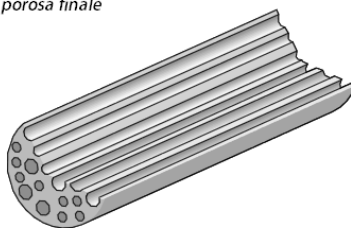


FIG. 18

Schema del metodo di solidificazione metallo-gas eutettica

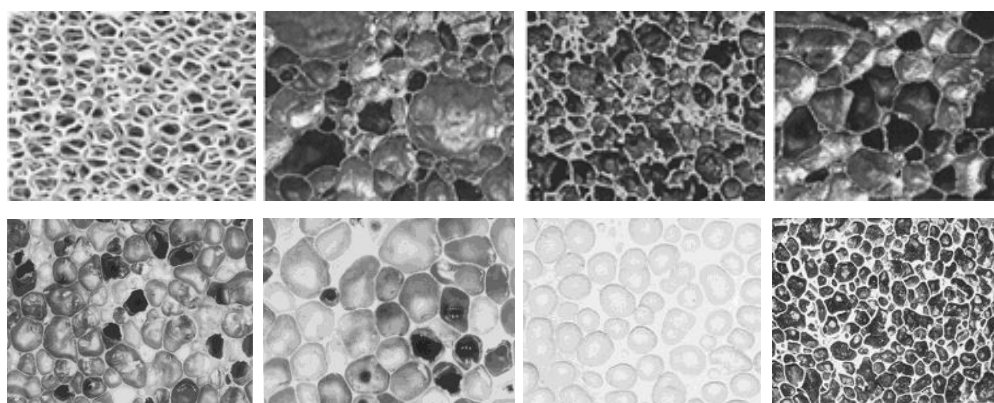


### 2.3 CARATTERIZZAZIONE DELLA STRUTTURA

La struttura di una schiuma metallica è caratterizzata dalla topologia della sua cella (celle chiuse o interconnesse), dalla densità relativa, dalla dimensione e forma delle celle e dal suo grado di anisotropia (fig. 19).

La morfologia e la microstruttura dei materiali cellulari sono determinate utilizzando: il microscopio ottico, il microscopio elettronico a scansione (SEM) o la tomografia con raggi-X (CT).

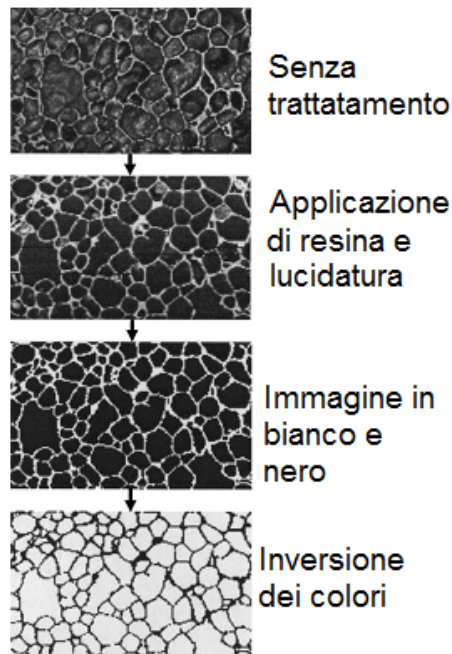
La prima fase durante l'analisi del materiale al microscopio ottico è l'utilizzo di un impregnante epossidico o simile, solitamente di colore nero o blu. Per assicurare l'adeguato riempimento delle cavità è necessario immergere il provino nel colorante e successivamente posizionarlo in una camera a vuoto. Attraverso una pressurizzazione si produce il degassaggio che costringe il polimero a entrare nelle celle. Con la lucidatura si mette in evidenza la struttura da analizzare. Nella fig. 20 si possono osservare i vari stadi della preparazione del provino e della elaborazione delle immagini.



**FIG. 19**

*Diversi esempi che mostrano il grado di anisotropia di schiume metalliche.*

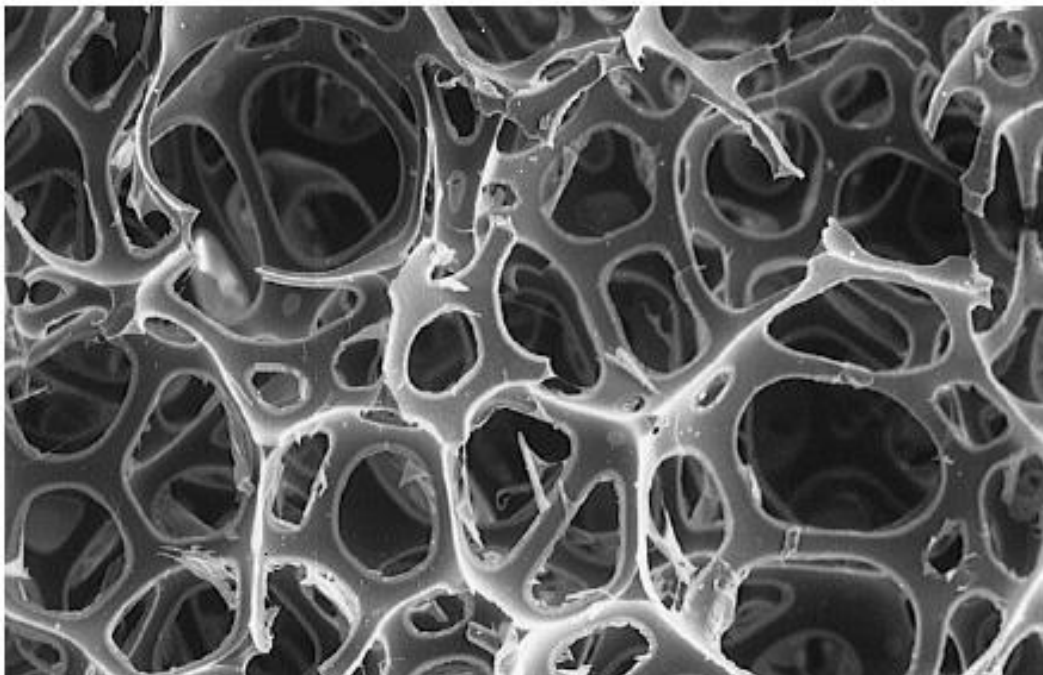
Per lo studio delle immagini ricavate con il metodo dell'analisi ottica si utilizzano programmi per l'analisi delle immagini. A volte è necessario intervenire manualmente far sì che il programma identifichi ogni singola cella e calcoli quindi correttamente la dimensione e la distribuzione. Essendo il campionamento casuale, le dimensioni delle celle misurate non sono valide senza una opportuna interpretazione. Questa prova non è di per sé distruttiva ma la preparazione dei provini, richiede fasi di taglio, impregnazione, pulitura, che rendono di fatto il campione non più utilizzabile.



**FIG. 20**

*Immagini dell'analisi ottica di una schiuma d'alluminio*

L'utilizzo del microscopio elettronico a scansione (SEM) è efficace con le schiume metalliche a celle aperte (fig. 21), mentre invece è meno utile per le strutture a celle chiuse dal momento che si ottengono spesso immagini confuse che non permettono di rilevare facilmente i parametri di forma e dimensione. In quest'ultimo caso è normalmente più utilizzata l'analisi al microscopio ottico.

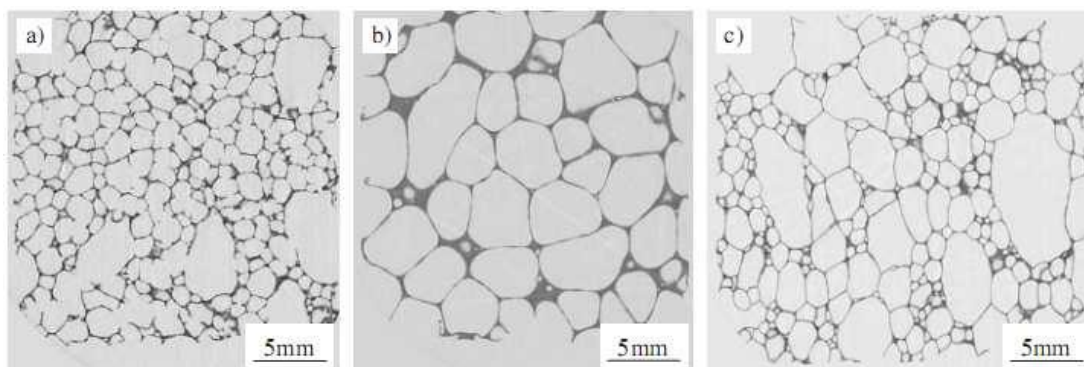


**FIG. 21**

*Esempio di micrografia SEM di una schiuma metallica a celle aperte*

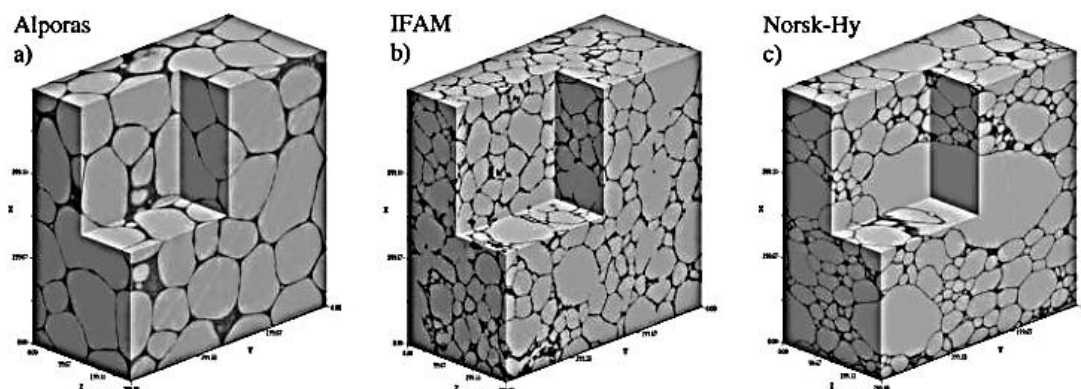
Dall'utilizzo della tomografia con raggi-X (CT) si ottengono immagini poco ingrandite di piani di sezione della schiuma metallica (fig. 22) che sono poi ricomposte per ottenere un'immagine tridimensionale (fig. 23).

Le apparecchiature raggi-X (CT) utilizzate in campo medicale hanno una risoluzione limitata a circa 7 mm, mentre quelle industriali possono invece spingersi fino a 200 $\mu$ m. Uno dei principali vantaggi di questo metodo è l'alta velocità di scatto delle immagini, che permette lo studio della deformazione progressiva delle celle di un provino sotto un carico snervante.



**FIG. 22**

*Esempi di sezioni di schiume metalliche: a) Alporas ; b) IFAM ; c) Norsk-Hydro*



**FIG. 23**

*Ricostruzione tridimensionale della struttura delle schiume*

E' semplice individuare la densità di un materiale cellulare, è possibile infatti ricavarla dal principio di Archimede, cioè misurando il galleggiamento del provino in un liquido di densità nota.

## 2.4 PROVE MECCANICHE

Per tutti i materiali utilizzati in applicazioni strutturali, è necessario realizzare delle prove meccaniche per:

- valutare nelle fasi preliminari di progettazione e analisi di fattibilità, i possibili materiali da utilizzare
- valutare analiticamente durante i calcoli di verifica il comportamento dei materiali.

I metodi di caratterizzazione sono, in linea di principio, analoghi a quelli utilizzati nel caso di materiali compatti. A volte tuttavia occorre modificare in parte le procedure e gli attrezzi per renderle adatte ai materiali cellulari data la loro particolare struttura.

La necessità di ricorrere all'approccio statistico ne è un esempio. Testando una serie di provini di una schiuma metallica di una determinata lega, tutti con la medesima densità globale, è possibile verificare che i dati ottenuti presentano una dispersione maggiore rispetto a quella usualmente riscontrata con un materiale convenzionale. La ragione è dovuta alla presenza di "parametri nascosti", quali la distribuzione di massa, l'eterogeneità della microstruttura ecc., che modificano il comportamento della schiuma rispetto a quello prevedibile in relazione alla densità globale. Per questo motivo per ottenere risultati significativi e mediare l'influenza dei parametri nascosti occorre comparare i risultati di un numero maggiore di provini rispetto a quelli necessari per i medesimi test su materiali compatti. Inoltre, essendo l'ordine di grandezza delle eterogeneità macroscopiche dell'ordine del millimetro, la dimensione stessa dei provini per schiume metalliche deve essere superiore rispetto a quelle standard.

La fase di preparazione dei provini per i test meccanica deve essere condotta in modo più accurato possibile. E' necessario usare utensili da taglio diamantati, fresatura chimica o macchine ad elettroerosione (EDM) per ridurre notevolmente il danneggiamento delle celle dei campioni dal momento che uso delle comuni lame da taglio produce solitamente una superficie più grossolana e parzialmente danneggiata. Una cattiva preparazione dei provini da testare può influire anche notevolmente sui risultati dei test meccanici. Per esempio il valore del modulo di Young e della resistenza a compressione di schiume di alluminio a cella chiusa, non variano se i provini sono preparati utilizzando utensili diamantati o EDM, mentre invece risultano inferiori, rispettivamente del 15% e 7%, se si utilizzano per il taglio normali seghe a nastro.

Le tipologie di prove sono distinte in base alla tipologia di sforzo applicato al provino, alla modalità di carico e alla variabilità del carico.

Il tipo di sforzo applicato può essere assiale, biassiale, multi assiale e idrostatico. La prova assiale è la prova standard, la più utilizzata nelle attività sperimentali sui materiali cellulari. Solo recentemente è stata parzialmente sostituita dalla prova multi assiale per cui sono usati due assi di compressione tra loro perpendicolari oppure un asse di compressione in combinazione con una sollecitazione idrostatica.

Le modalità di carico applicato sono di compressione, di trazione, di taglio, di flessione e di torsione. La prova di compressione è tra quelle più diffuse poiché richiede un semplice provino di forma cubica e non sono necessari dispositivi di fissaggio. Lo stesso test viene anche eseguito su provini detti “a osso di cane”. Per la prova di taglio occorre invece un provino costituito da una o due lastre piane di materiale cellulare applicate, mediante incollaggio, a due o tre piastre di acciaio. La prova di flessione può essere condotta appoggiando il provino su 3 o 4 punti. E' importante una attenta scelta dei supporti e delle forze che i rulli trasmettono in quanto i fattori di intaglio locali possono invalidare il test. Occorre inoltre tenere in considerazione che lo strato esterno continuo e compatto che riveste alcune tipologie di schiume metalliche può alterare significativamente i risultati della prova di flessione.

I carichi che variano nel tempo con lento incremento si possono approssimare a condizioni di carico costante. La maggior parte delle attività riportate in letteratura sono state condotte in condizioni di carico quasi statico. Alti livelli di tensione possono essere misurati con il drop-weight test, con test balistici e con la barra in pressione di Hopkinson.

Le prove di fatica sono facilmente riprodotte nelle condizioni di compressione-compressione ma vengono anche condotti test di compressione-trazione e trazione-trazione predisponendo opportuni provini e afferraggi. Se la rottura avviene durante le fasi di compressione occorre identificare il punto di rottura. In questo caso come criterio di rottura si può definire la deformazione critica oppure utilizzare il ginocchio della curva deformazione-cicli. Il creep test viene condotto sollecitando il provino con un determinato carico costante.

Per i pannelli sandwich in schiuma metallica esistono prove tecnologiche per valutare la resistenza dell'adesione tra le superfici esterne e il materiale di riempimento, come ad esempio il drum peel test (ASTM D1781). Il processo di deformazione meccanica nelle schiume metalliche viene monitorato registrando l'emissione acustica dovuta alla rottura delle membrane cellulari. Questa particolare

tecnica può essere complementare alle tradizionali misure di deformazione. Infine ci sono altre prove meccaniche che includono quella di resilienza e di durezza.

#### 2.4.1 PROVA DI COMPRESSIONE MONOASSIALE

Il rapporto tra la dimensione dei provini e quella delle celle può influire sulla misura delle caratteristiche meccaniche della schiuma. Tipicamente durante la prova di compressione monoassiale, le due superfici del provino sono in contatto con le piastre dello strumento di misura mentre quelle laterali sono libere. Le celle esterne del provino sono meno sollecitate rispetto a quelle interne e contribuiscono in minor misura alla resistenza e alla rigidità. Come conseguenza il valore del modulo di Young e del modulo di resistenza a compressione cresce all'aumentare del rapporto tra la dimensione del provino e quello delle celle. Per questo si è stabilito come regola che gli effetti di bordo diventano trascurabili se il suddetto rapporto è superiore a 7. Il provino di schiuma metallica è solitamente di forma prismatica o cilindrica con rapporto altezza-spessore superiore a 1,5. In fig. 24 si può osservare la sequenza fotografica delle fasi di una prova di compressione monoassiale su un provino in schiuma metallica a differenti livelli di deformazione, mentre in fig. 25 un provino di AFS prima e dopo la prova di compressione.

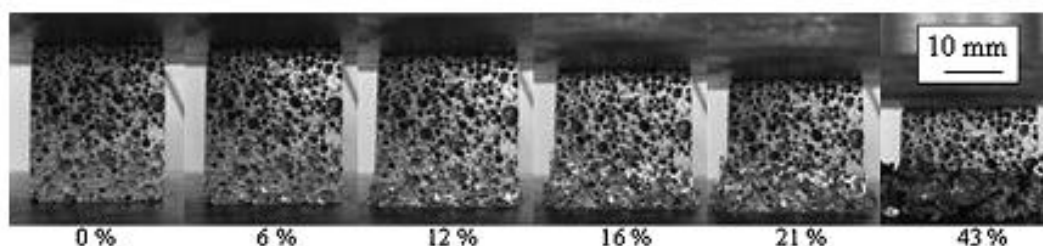


FIG. 24

*Prova di compressione monoassiale di una schiuma di Al*

In Fig. 26 viene presentata la curva tensione-deformazione di una schiuma metallica a celle chiuse Alporas, con diametro medio delle celle di circa 4,7 mm e una densità nominale di 0,26 g/cm<sup>3</sup>.



FIG. 25

*Prova di compressione monoassiale di un AFS*

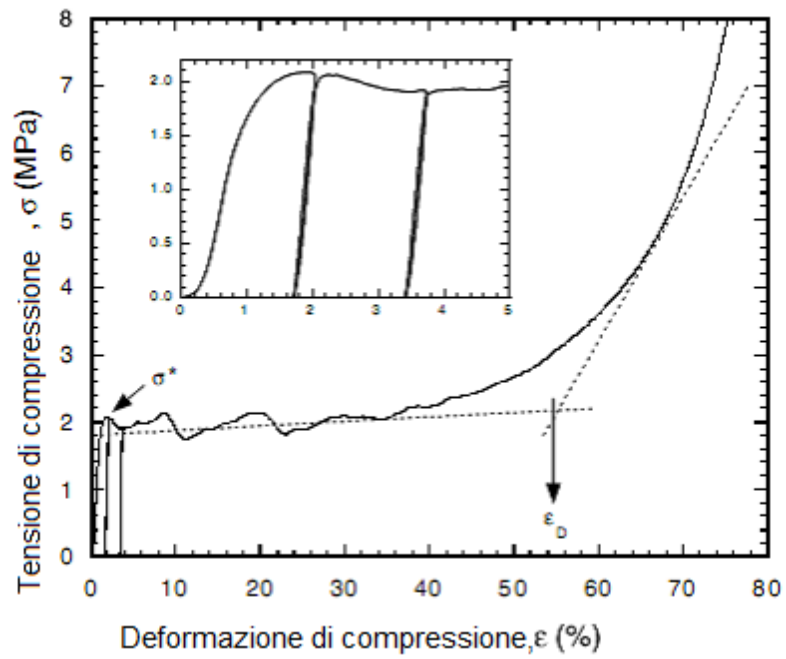


Fig. 26

*Curva tensione-deformazione per una prova di compressione eseguita su schiuma Alporas*

Nel grafico della

fig. 26 si nota in corrispondenza di bassi valori di tensione un primo comportamento elastico del materiale seguito da un'ampia zona di plateau durante il quale collassi plastici localizzati si propagano da una banda cellulare all'altra. L'inizio del collasso della prima banda può essere rilevato dal primo picco di tensione  $\sigma^*$ . Nella fase finale quando tutta la struttura cellulare è collassata e quindi comincia ad aumentare la densità del provino, si ha un rapido aumento della tensione in corrispondenza di ulteriori incrementi di deformazione.

E' possibile definire il limite elastico del materiale  $\sigma^*$  individuato dal primo picco di tensione oppure all'intersezione della curva di carico iniziale e quella corrispondente allo stress-plateau. La tensione di densificazione  $\varepsilon_b$  è individuata prolungando le tangenti alla curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  in corrispondenza della seconda e della terza fase. Nel riquadro interno alla

fig. 26 è riportato un ingrandimento della curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  nelle fasi di scarico e carico.

Nella fig. 27 viene rappresentato il grafico di un'altra prova di compressione di una schiuma Alporas dove si vede chiaramente come la pendenza della curva nel tratto iniziale di carico è inferiore a quella che si osserva nella curva della fase di scarico.

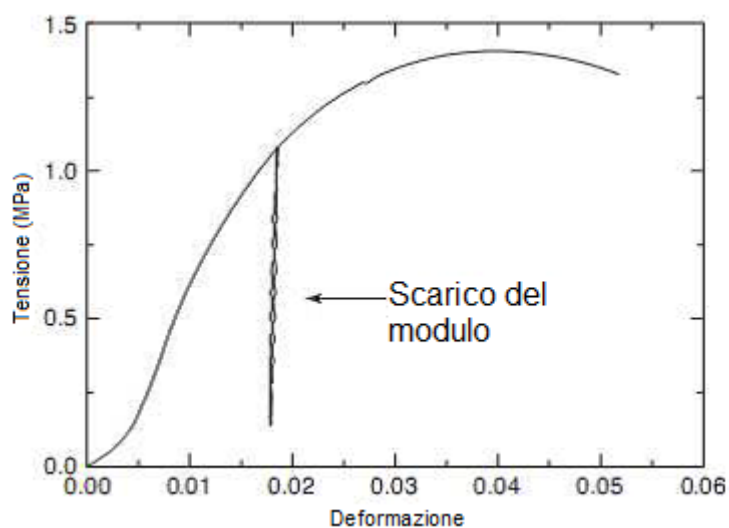


FIG. 27

*Curva tensione-deformazione di una prova di compressione eseguita su schiuma Alporas*

Le misurazioni della deformazione superficiale mostrano l'esistenza di una plasticizzazione locale del provino a tensioni ben inferiori alla tensione di snervamento della schiuma, come conseguenza la curva iniziale presenta una minore pendenza. Di conseguenza per determinare il modulo di Young si porta il provino in campo plastico (75% della resistenza a compressione), si rilascia il carico e si rileva



il modulo di Young reale dalla curva di scarico e non dal tratto iniziale di carico. Inoltre la lubrificazione delle superfici del provino in contatto con le piastre riduce l'influenza dell'attrito e produce valori della resistenza a compressione superiori di circa il 25% rispetto a quelli di un provino asciutto.

Nella fig. 28 si nota come con la prova di compressione è possibile determinare l'energia meccanica assorbita dalla schiuma per unità di volume misurando l'integrale della curva tensione-deformazione fino alla completa compattazione del materiale ( $\epsilon_D$ ). L'ampia zona di plateau, dovuta alla presenza di una deformazione plastica omogenea, mette in risalto l'attitudine dei materiali cellulari per applicazioni che prevedono l'assorbimento di energia.

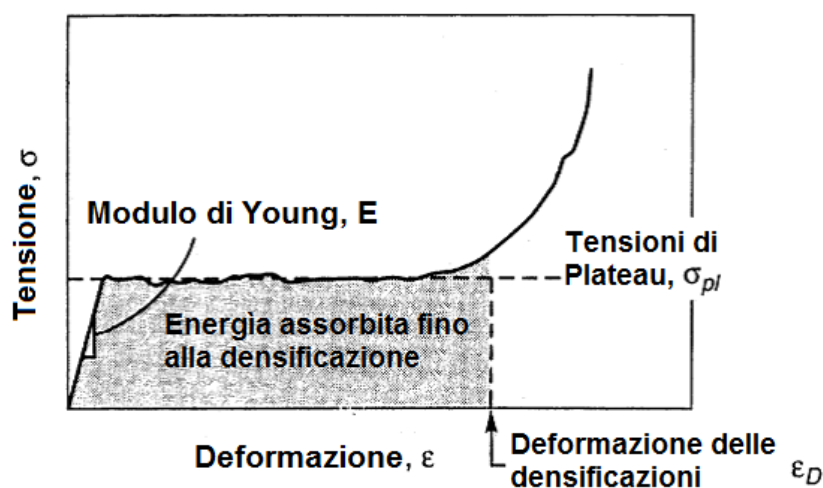


FIG. 28

*Energia assorbita da una schiuma di Al in una prova di compressione*

La densità della schiuma influenza notevolmente la capacità di assorbire energia come è evidenziato in fig. 29.

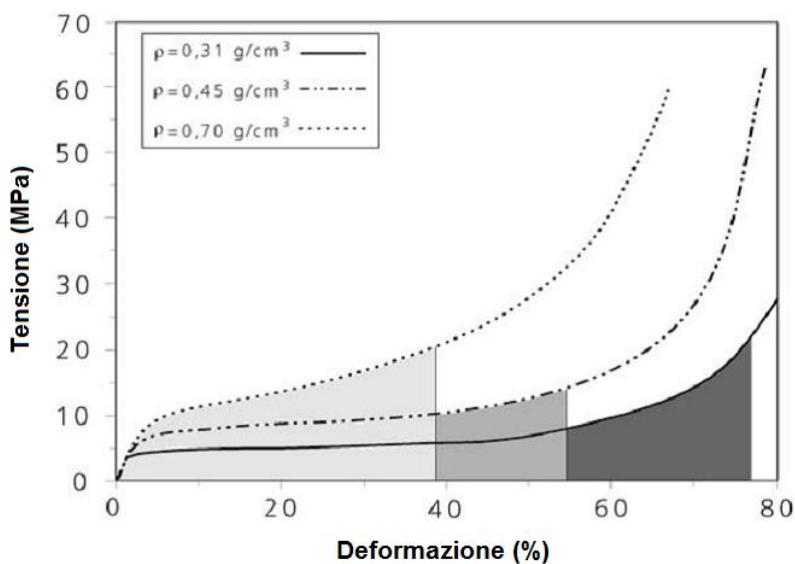


FIG. 29

#### 2.4.2 PROVA DI TRAZIONE MONOASSIALE

In generale le schiume metalliche presentano un comportamento fragile se sollecitate con carichi di trazione. La deformazione elastica è seguita da una stretta zona di deformazione plastica e conseguente la rottura istantanea del provino. Il motivo di questo tipo di rottura è il fattore d'intaglio che ha luogo nelle singole celle. Per questi motivi è opportuno prevedere durante le fasi di progettazione che i componenti realizzati in schiuma metallica non debbano sopportare sforzi di trazione.

La prova di trazione monoassiale può essere eseguita sia su provini cilindrici che a "osso di cane". Per evitare durante le prove le rotture nella parte del collo o vicino agli afferraggi dei provini si fa riferimento alla normativa ASTM E8-96. Di solito l'afferraggio del provino si esegue con delle pinze tradizionali e per aumentare l'attrito si interpone carta abrasiva. La dimensione minima del provino ovvero il diametro del cilindro o lo spessore di quello a osso di cane deve essere almeno sette volte la dimensione delle celle.

In fig. 30 si riporta una curva tensione-deformazione di una schiuma di alluminio SAF sottoposta a trazione. La deformazione alla quale iniziano a formarsi le prime cricche dipende principalmente dal tipo di lega utilizzata e dalla densità della schiuma.

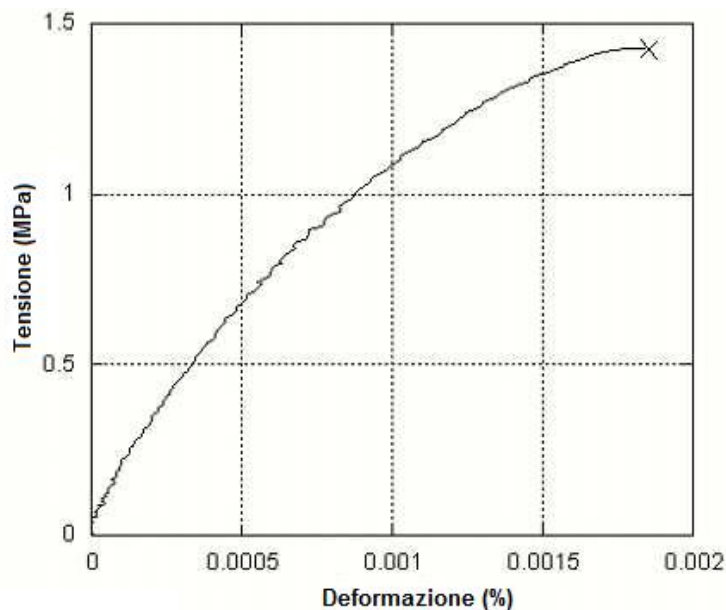


FIG. 30

Curva  $\sigma$ - $\epsilon$  di una prova di trazione monoassiale di una schiuma a celle chiuse (SAF con densità 10%).

La resistenza alla trazione è rilevata dalla tensione massima e la sua deviazione standard è compresa tra il 5% e il 15% del valore medio. La deformazione alla tensione di rottura è bassa, intorno allo 0,2 -2%. Il modulo di Young è misurato sulla curva di scarico per le motivazioni esposte nella prova di compressione monoassiale.

#### 2.4.3 PROVA DI TAGLIO

Il modulo di resistenza al taglio delle schiume metalliche è solitamente determinato attraverso una prova di torsione su provini cilindrici rastremati. La geometria dei provini deve essere conforme alla normativa ASTM E8-96 per evitare rotture nelle zone del collo e degli afferraggi. Per i motivi già esposti nella sezione 2.4 il diametro del cilindro deve essere almeno 7 volte la dimensione della cella. Il momento torcente è rilevato da una cella di carico mentre gli spostamenti sono misurati attraverso un trasduttore lineare in tensione (LVDT) poi convertiti in un angolo di rotazione. Il modulo d'elasticità tangenziale  $G$  si valuta utilizzando il diagramma  $\sigma$ - $\epsilon$  corrispondente alla zona di scarico del provino. La resistenza al taglio è quella corrispondente alla massima tensione rilevata nella prova e anche in questo caso la deviazione standard è simile a quella vista per sollecitazioni di compressione e trazione (dal 5% al 15%).

In alternativa si può ricorrere a una prova di taglio secondo la ASTM C-273 vedi (fig. 31a). La procedura prevede l'incollaggio di un provino di schiuma lungo e sottile a due piatti rigidi le cui estremità sono fissate a una macchina che eserciterà sul provino uno sforzo di trazione lungo la diagonale. Se la lunghezza del provino è molto superiore al suo spessore, questo sarà sollecitato sostanzialmente a taglio puro. Per il fissaggio sulle piastre è possibile utilizzare adesivi strutturali come il FM300 Cytec.

E' possibile per la prova di taglio anche una terza configurazione con due provini incollati a 3 piastre come in fig. 31b. Questa struttura è preferibile in quanto permette d'avere una distribuzione della tensione più uniforme. Purtroppo risulta problematico pervenire ad una rigidità delle piastre di presa sufficientemente elevata per rilevare in modo affidabile il modulo di resistenza al taglio.

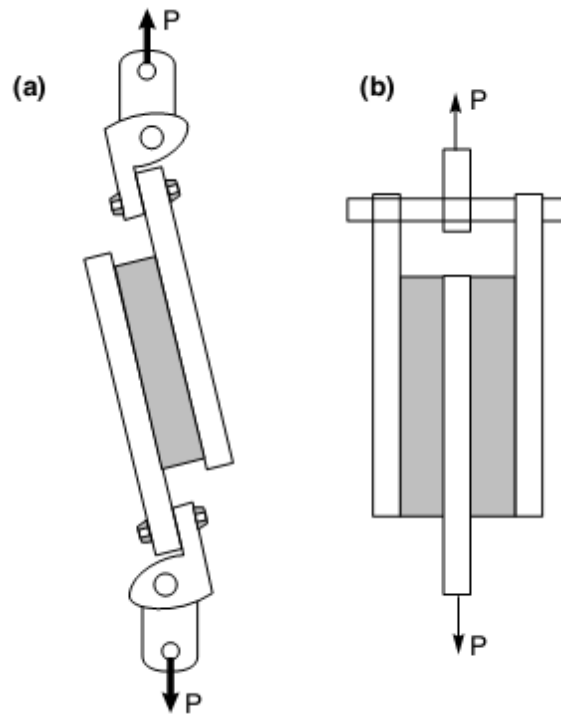


FIG. 31

Attrezzatura per prova di taglio: a) ASTM C-273; b) prova "double lap"

La fig. 32 mostra una curva tensione-deformazione rilevata durante una prova di taglio su una schiuma SAF con il 10% di densità relativa. L'andamento è paragonabile a quello visto nella prova di trazione.

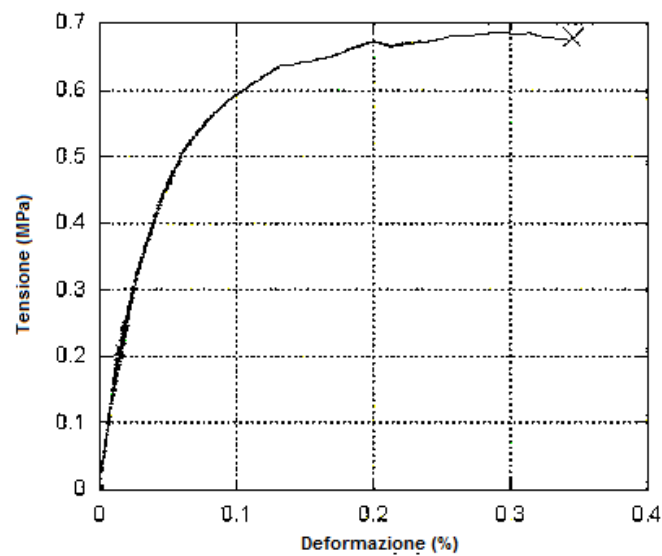


FIG. 32

Curva tensione deformazione prova di taglio schiuma SAF.

In fig. 33 è riportato un esempio di diversa configurazione per la prova di caratterizzazione di un AFS. Le superfici esterne del pannello sandwich sono

incollate a piastre d'acciaio e la sollecitazione di taglio è provocata dall'abbassamento del supporto superiore.



**FIG. 33**

*Prova di taglio di un AFS: a) provino sui supporti; b) provino fratturato.*

#### 2.4.4 ANALISI VIBRAZIONALE

Il modulo di Young e il fattore di smorzamento possono essere ricavati dall'analisi delle vibrazioni. La tecnica più semplice prevede l'utilizzo di una lunga barra di sezione rettangolare o circolare oppure una sottile lastra quadrata di materiale cellulare sottoposta a vibrazione. A questi provini sono indotte eccitazioni di tipo torsionale, longitudinale o trasversale. Per il fissaggio può essere preso dalle due estremità, mantenuto in sospensione da sottili fili o fissato direttamente ad uno shaker elettromagnetico. Registrando l'ampiezza dell'eccitazione risultante in funzione della frequenza d'eccitazione esercitata si mettono in evidenza i picchi di risonanza  $v_p$  caratteristici. Note le dimensioni del provino, la massa e le posizioni dei picchi, mediante le formule standard è possibile ricavare il modulo di Young  $E$ . Il fattore di smorzamento  $\eta$  si ricava dal rapporto  $\Delta v/v_p$ .

Misurare le proprietà dei materiali cellulari non è semplice dal momento che non sono omogenei e che l'effettiva distribuzione di massa non è nota. Il valore del modulo di Young che si ottiene con questa tecnica dipende in effetti da quest'ultima caratteristica.

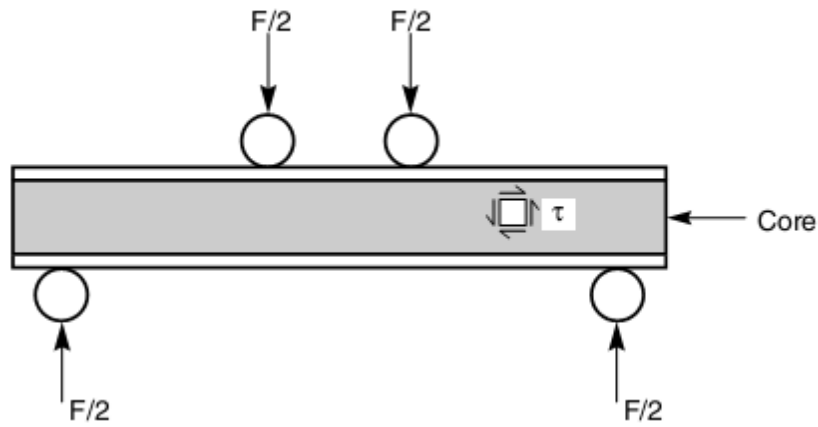
Per misurare il fattore di smorzamento occorre eliminare l'eventuale contributo dovuto alla presenza dei supporti del provino. Per esempio con le pinze di

afferraggio si introducono componenti di attrito mentre con l'utilizzo dei fili si possono avere problemi in quanto la posizione dei nodi non è nota.

#### 2.4.5 *PROVA DI FATICA*

La prova più utile è quella che permette di rilevare l'andamento tensione-numero di cicli (S-N) sotto condizioni di carico definite. Occorre molta cura per definire il limite di fatica per i provini di schiuma. Nel caso di sollecitazione di fatica a trazione-trazione e fatica a taglio, esiste un periodo in cui il provino progressivamente si allunga all'aumentare dei cicli. La tensione di rottura è di poco minore a quella data dalle sollecitazioni statiche. La durata a fatica è definita dal numero di cicli sopportati prima della rottura.

La forma del provino più indicata per prove di fatica a trazione-trazione è quella a osso di cane. In questo caso le dimensioni della sezione trasversale della parte rastremata devono essere almeno pari alla metà della sezione delle estremità afferrate dalle pinze. Per prove di fatica a taglio si possono utilizzare due configurazioni di carico una indicata in fig. 31 e l'altra in fig. 34. Quest'ultima viene chiamata "sandwich beam test" e permette la valutazione delle caratteristiche della schiuma nella sua configurazione applicativa tipica, ovvero come materiale intermedio di pannelli sandwich.



**FIG. 34**

*configurazione prova di fatica a taglio con pannello sandwich*

Per sollecitazioni di fatica a compressione-compressione invece si verifica un periodo durante il quale il provino si accorcia accumulando grandi deformazioni plastiche dell'ordine di quelle della tensione di lock-up o bloccaggio per sollecitazioni statiche.

La durata a fatica è definita dal numero di cicli prima dell'inizio delle deformazioni plastiche. Solitamente l'inizio delle deformazioni avviene in corrispondenza della tensione di snervamento nel caso in cui sia sottoposto a una compressione sempre crescente.

Anche in questo caso è opportuno prestare attenzione alla dimensione dei provini. La sezione di misura del provino deve essere almeno sette volte la dimensione della cella in ogni direzione. Provini di forma cubica sono adatti a prove di fatica compressione-compressione. Per evitare rotture in corrispondenza delle piastre di carico le superfici in contatto devono essere piane, parallele tra loro e lubrificate.

#### 2.4.6 PROVA DI DUREZZA

Per svolgere questa prova è richiesto che il penetratore, una sfera o un cilindro, abbia un diametro "D" rispetto alla dimensione della cella "d" in modo tale che  $D/d > 7$ .

Gli effetti di bordo sono evitati se lo spessore della piastra di schiuma è almeno 2 volte il diametro del penetratore e pari al diametro del penetratore se la prova è effettuata almeno ad una distanza dal bordo esterno. La schiuma ha una resistenza alla penetrazione appena superiore alla resistenza a compressione monoassiale, è molto importante l'effetto dovuto all'attrito e al lavoro di trazione sulle pareti delle celle nell'intorno del penetratore. Questo contributo diminuisce però all'aumentare del diametro del penetratore.

Al contrario di un solido completamente denso, nel quale il volume è conservato durante la deformazione plastica, le celle deformate di una schiume metalliche occupano lo spazio vuoto delle celle circostanti. E' per questo motivo che le schiume metalliche presentano una durezza pari ad almeno tre volte lo snervamento per piccole penetrazioni e cinque per quelle profonde.

#### *2.4.7 MAPPATURA DELLA DEFORMAZIONE SUPERFICIALE*

La distribuzione delle deformazioni sulla superficie delle schiume metalliche dovuta a carichi termo meccanici può essere misurata mediante la tecnica della mappatura della deformazione superficiale.

La superficie delle schiume è irregolare e le membrane cellulari si presentano come una successione di picchi e di valli. Allo scopo di misurare i movimenti delle celle dovuto a forze esterne, esistono in commercio apparecchiature e software per l'analisi degli spostamenti superficiali (SDA).

Il software esegue un'analisi comparando coppie d'immagini digitali ottenute durante le fasi di carico del provino. Le immagini vengono poi divise in sub-immagini che creano una matrice di siti di analisi lungo la superficie da mappare. I vettori dello spostamento, relativi a questi punti, sono determinati utilizzando la comparazione della Trasformata Rapida di Fourier (FFT) di coppie d'immagini consecutive.

Il metodo si basa sul riconoscimento del profilo della superficie. Le immagini possono fare riferimento direttamente alle irregolarità superficiali della schiuma oppure si possono usare film spray con emulsione di lattice bianco e nero per modificare in modo casuale l'aspetto della superficie stessa. Durante la sollecitazione il film segue la deformazione dei bordi delle celle senza sollevarsi. Il primo metodo è preferito per la semplicità e fornisce sostanzialmente lo stesso campo di deformazione, il secondo con il film di lattice è più accurato. In fig. 35 si riporta un



esempio della deformazione superficiale di una schiuma metallica. Le parti scure rappresentano le deformazioni  $\Delta\epsilon$  più elevate, la direzione di applicazione del carico è dall'alto verso il basso.

Le bande di deformazione localizzate compaiono al termine del tratto lineare ed hanno una larghezza circa pari al diametro di una cella. All'interno di ogni banda ci sono delle regioni che presentano livelli di deformazione di un ordine di grandezza superiore alla media delle deformazioni. Al di fuori delle bande le deformazioni rientrano nel campo elastico. Lo scorrimento è principalmente lungo la direzione di carico e perpendicolare ai piani delle bande. Il modo in cui gli spostamenti si concentrano mette in evidenza che la deformazione è dovuta alla rottura degli edifici cellulari.

L'analisi si conduce come anticipato applicando una trasformata rapida di Fourier a una matrice quadrata di subimmagini di 32 pixels centrata nei punti nodali distanti tra loro 8 pixels. In questo modo la deformazione di ogni unità cellulare può essere rappresentata da almeno quattro punti nodali in ogni direzione.

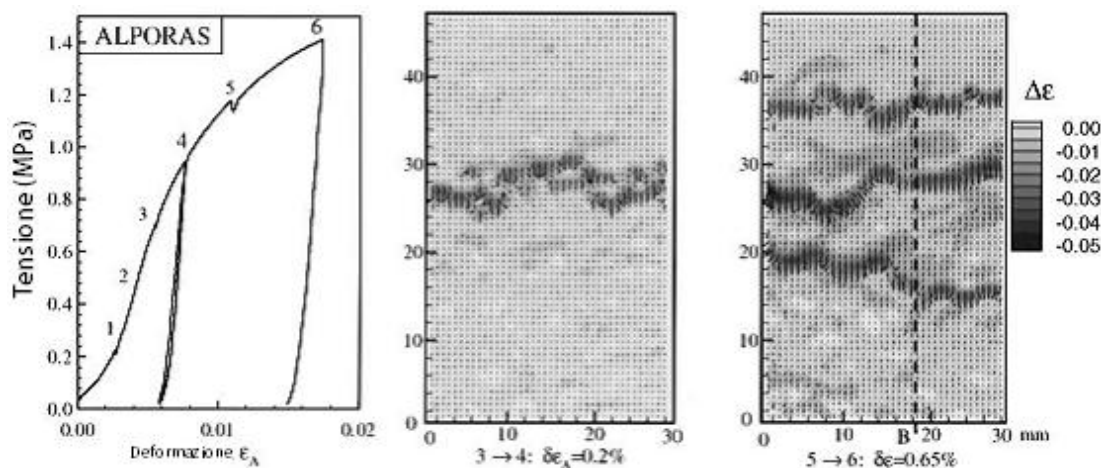


FIG. 35

*Analisi di deformazione superficiale di una schiuma metallica, distorsione incrementale a vari livelli di carico.*

### 2.3 FATTORI DI SCALA

Per correlare le proprietà delle schiume metalliche con quelle del materiale compatto dal quale provengono si possono utilizzare delle relazioni.

Dato che le proprietà del materiale base sono così note, con un certo grado di approssimazione si possono conoscere anche quelle del materiale cellulare. L'attività di caratterizzazione riassume in formulazioni matematiche il legame tra proprietà,

densità e struttura delle schiume metalliche e quelle dei materiali tradizionali. Le espressioni hanno in generale la seguente forma:

$$\frac{P^*}{P_s} = \alpha \left\{ \frac{\rho^*}{\rho_s} \right\}^n$$

dove P è la proprietà, P\* la proprietà del materiale cellulare,  $\rho^*$  la densità del materiale cellulare e  $\rho_s$  la densità del materiale compatto utilizzato per realizzare la schiuma.

Di seguito si riportano alcune delle principali relazioni di scala :

-Modulo di Young

$$E \approx \alpha_2 E_s \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^n$$

Ai fini progettuali è importante ricordare che il modulo di Young a compressione  $E_c$  è diverso da quello a trazione  $E_t$ , quest'ultimo è infatti solitamente superiore del 10%.

-Modulo di elasticità tangenziale

$$G \approx \frac{3}{8} \alpha_2 G_s \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^n \quad \nu \approx 0.3$$

dove  $n = 1,8 - 2,2$  e  $\alpha_2 = 0,1 - 4$

Questi ultimi due parametri vanno scelti in funzione della struttura della schiuma metallica, come regola pratica  $n$  è assunto circa pari a 2.

Come visto, nelle applicazioni dove sono richieste alte capacità di assorbimento di energia meccanica le schiume metalliche sono particolarmente utili. E' proprio in questi casi che i seguenti fattori di scala risultano particolarmente utili.

-Resistenza alla compressione :

$$\sigma_c = (0.1 - 1.0) \sigma_{c,s} \times \left[ 0.5 \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^{2/3} + 0.3 \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right) \right]$$

-Resistenza alla trazione:

$$\sigma_t \approx (1.1-1.4)\sigma_c$$

-Tensione di plateau:

$$\sigma_{pl} \approx (0.25 \text{ to } 0.35)\sigma_{y,s} \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^m,$$

dove m per le schiume metalliche attualmente in commercio varia tra 1,5 e 2,0. Si può assumere m=1,6 in caso di mancanza di dati.

Deformazione di densificazione

$$\varepsilon_D \approx \left( 1 - \alpha_1 \frac{\rho}{\rho_s} \right),$$

dove il valore di  $\alpha_1$  è compreso tra 1,4 e 2 . Si può assumere, come regola pratica  $\alpha_1=1,5$ .

Le relazioni di scala assumono una particolare importanza soprattutto nelle prime fasi del processo di progettazione quando occorre valutare preliminarmente, anche in modo approssimativo, le caratteristiche del particolare o della struttura.

Come si vede in tabella 5 esistono in commercio schiume metalliche con delle densità relative molto diverse e di conseguenza si proprietà fisiche differenti. Questo rappresenta uno degli aspetti più interessanti di questi materiali in quanto è possibile ottenere il profilo di proprietà più idoneo alla specifica applicazione.

<i>Proprietà, (unità), simboli</i>	<i>Cymat</i>	<i>Alulight</i>	<i>Alporas</i>	<i>ERG</i>	<i>Theo</i>
Materiale	Al—SiC	Al	Al	Al	Ni
Densità relativa (—), $\rho/\rho_s$	0.02-0.2	0.1-0.35	0.08-0.1	0.05-0.1	0.03-0.04
Struttura (—)	Celle chiuse	Celle chiuse	Celle chiuse	Celle aperte	Celle aperte
Densità (Mg/m <sup>3</sup> ), $\rho$	0.07-0.56	0.3-1.0	0,-0.25	0.16-0.25	0.26-0.37
Modulo di Young (GPa), $E$	0.02-2.0	07/01/1912	0.4-1.0	0.06-0.3	0.4-1.0
Modulo di Taglio (GPa), $G$	0.001-1.0	0.6-5.2	0.3-0.35	0.02-0.1	0.17-0.37
Modulo di comprimibilità, (GPa), $K$	0.02-3.2	1.8-13.0	0.9-1.2	0.06-0.3	0.4-1.0
Modulo di elasticità a flessione (GPa), $E_f$	0.03-3.3	1.7-12.0	0.9-1.2	0.06-0.3	0.4-1.0
Coeff. Poisson (—),	0.31-0.34	0.31-0.34	0.31-0.34	0.31-0.34	0.31-0.34
Resistenza alla compressione (MPa), $\sigma_c$	0.04-7.0	1.9-14.0	1.3-1.7	0.9-3.0	0.6-1.1
Tensione di snervamento (MPa), $R_{p0,2}$	0.04-7.0	2.0-20	1.6-1.8	0.9-2.7	0.6-1.1
Resistenza alla rottura (MPa), $R_m$	0.05-8.5	02/02/1930	1.6-1.9	1.9-3.5	1.0-2.4
Resistenza alla trazione (MPa), $\sigma_t$	0.04-7.2	09/01/1925	1.8-1.9	0.9-2.9	0.6-1.1

**TABELLA 5**

*Alcune schiume metalliche d'alluminio disponibili in commercio e le loro proprietà*

## CAPITOLO 3

### CENNI DI ANALISI MODALE

In questo capitolo si affrontano i fondamenti dello studio del fenomeno delle vibrazioni nel campo della meccanica e le modalità di calcolo per i sistemi ad uno o più gradi di libertà. L'obiettivo è definire metodi, come per esempio quello degli elementi finiti FEM, per determinare le frequenze naturali del sistema che saranno applicati nella sezione quarta e quinta al caso della slitta della fresatrice oggetto di questa tesi.

#### 3.1 VIBRAZIONI A MOLTI GRADI DI LIBERTÀ

Lo studio dell'andamento delle oscillazioni di un sistema ad un grado di libertà permette di studiare solo alcuni casi se pur importanti, invece lo studio dei moti oscillatori di sistemi a due od a più gradi di libertà permette di analizzare la maggioranza dei casi. Nella sezione 3.1.1 sono prese in considerazione, le oscillazioni a molti gradi di libertà, libere senza smorzamenti mentre nella sezione 3.1.2 vengono analizzate le vibrazioni a molti gradi di libertà a moto forzato.

##### 3.1.1 VIBRAZIONE A MOTO LIBERO NON SMORZATO

L'equazione del moto di un sistema a  $n$  gradi di libertà, in assenza di smorzamento si può scrivere:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (3.01)$$

Dove  $[M]$  è la matrice massa

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}, \quad (3.02)$$

e  $[K]$  è la matrice rigidità

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}, \quad (3.03)$$

e  $\{x\}$  è il vettore delle coordinate delle masse.

Le matrici massa e rigidezza sono di regola simmetriche dotate di elementi  $m_{ij}$  e  $k_{ij}$ .

Per esteso l'equazione del moto della massa i-esima è:

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} \ddot{x}_j + \sum_{j=1}^n k_{ij} x_j = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.04)$$

Come si può vedere dalla (3.04), gli elementi  $m_{ij}$  della matrice massa rappresentano l'azione inerziale agente sulla massa i-esima in corrispondenza di una accelerazione unitaria del punto relativo alla coordinata j-esima (essendo nulle le accelerazioni dei restanti n-1 punti). Gli elementi  $m_{ij}$  sono detti coefficienti di influenza inerziali. Gli elementi  $k_{ij}$  della matrice rigidezza rappresentano l'azione elastica agente sulla massa i-esima in corrispondenza di uno spostamento unitario del punto relativo alla coordinata j-esima (essendo nulli gli spostamenti dei restanti n-1 punti). Essi sono noti anche come coefficienti di influenza per la rigidezza. Al fine di determinare i modi propri di vibrare del sistema si impone che:

$$x_i = X_i \cos(\omega_n t + \varphi). \quad (3.05)$$

E si ottiene che:

$$-\omega_n^2 [M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (3.06)$$

Dove  $\{x\} = \{x_1, x_2 \dots x_n\}^T$  è il vettore delle ampiezze di spostamento delle masse. Si perviene ad un sistema di equazioni analogo a quello utilizzato nei casi dei sistemi a due gradi di libertà:

$$[A - \mu I]\{X\} = 0 \quad (3.07)$$

per il quale deve essere:

$$|A - \mu I| = 0 \quad (3.08)$$

avendo posto  $[A] = [M]^{-1}[K]$  (matrice dinamica).

Le radici  $\mu_i$  dell'equazione caratteristica (3.08) che sono gli autovalori e le pulsazioni naturali del sistema, sono definita dalla relazione

$$\omega_{ni}^2 = \mu_i. \quad (3.09)$$

Sostituendo  $\mu_i$  nelle equazioni (3.07) si ottengono gli autovettori, che forniscono i modi di vibrare corrispondenti alle pulsazioni trovate  $\omega_{ni}$ .

$$\{X\}_1 = \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{21} \\ \vdots \\ X_{n1} \end{bmatrix}; \{X\}_2 = \begin{bmatrix} X_{12} \\ X_{22} \\ \vdots \\ X_{n2} \end{bmatrix}; \dots \{X\}_n = \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \\ \vdots \\ X_{nn} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Si ricorda che, essendo la (3.07) un sistema di n equazioni omogenee, gli elementi degli autovettori, risultano definiti a meno di una costante arbitraria.

Può essere utile formulare le equazioni del moto delle masse del sistema in modo diverso dalle (3.01). A ciò si perviene utilizzando i coefficienti di influenza per la cedevolezza (flessibilità)  $\delta_{ij}$ . Essi vengono definiti come lo spostamento del punto i-esimo provocato da una forza unitaria applicata nel punto j-esimo. Nel caso delle oscillazioni libere di un sistema ad n gradi di libertà si devono considerare come forze applicate solo quelle inerziali e, pertanto, lo spostamento della massa i-esima vale:

$$x_i = -\sum_{j=1}^n \delta_{ij} \sum_{r=1}^n m_{jr} \ddot{x}_r \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (3.11)$$

La (3.11) può essere scritta in forma matriciale:

$$\{x\} = -[D][M]\{\ddot{x}\}. \quad (3.12)$$

La matrice:

$$[D] = \begin{bmatrix} \delta_{11}, & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1}, & \delta_{n1} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

è detta matrice cedevolezza (flessibilità).

Confrontando la (3.12) con la (3.13) scritta nel modo seguente:

$$\{x\} = -[K]^{-1}[M]\{\ddot{x}\}, \quad (3.14)$$

si riconosce che:

$$[D] = [K]^{-1}, \quad (3.15)$$

ossia che la matrice flessibilità è l'inverso della matrice rigidità.

Sostituendo le (3.05) nelle (3.12) si ottiene:

$$\{X\} = \omega^2 [D][M]\{X\}, \quad (3.16)$$

Dalla quale si perviene al sistema di equazioni:

$$[\bar{A} - \bar{\mu}I]\{X\} = 0 \quad (3.17)$$

Con  $[A] = [D][M]$  e  $\bar{\mu} = 1/\omega_{ni}^2$ . Come si vede la (3.17) è analoga alla (3.07).

Inoltre, essendo:

$$[A][\bar{A}] = [M]^{-1}[K][K]^{-1}[M] = [I], \quad (3.18)$$

si ricava:

$$[\bar{A}] = [A]^{-1}. \quad (3.19)$$

In conclusione, sia partendo dalle (3.01), sia impiegando le (3.12), il problema della determinazione delle frequenze proprie e dei modi di vibrare viene ricondotto a quello della ricerca degli autovalori e degli autovettori di una matrice ( $[A]$  o  $[\bar{A}]$ ), per il quale sono disponibili algoritmi assai efficienti.

Gli autovettori godono di una proprietà, che prende il nome di *ortogonalità*, rispetto alle matrici massa e rigidità. Considerando le equazioni del moto scritte per il modo i-esimo:

$$[K]\{X\}_i = \mu_i [M]\{X\}_i \quad (3.20)$$

E moltiplicando per il trasposto dell'autovettore j-esimo si ottiene:

$$\{X\}_j^T [K]\{X\}_i = \mu_i \{X\}_j^T [M]\{X\}_i \quad (3.21)$$

Ripetendo, ora, l'operazione e scambiando i modi i-esimo e j-esimo:

$$\{X\}_j^T [K]\{X\}_j = \mu_j \{X\}_i^T [M]\{X\}_j. \quad (3.22)$$

Poiché le matrici  $[K]$  e  $[M]$  sono simmetriche, si ha che:

$$\{X\}_j^T [K]\{X\}_j = \{X\}_i^T [K]\{X\}_j, \quad (3.23)$$

$$\{X\}_j^T [M]\{X\}_j = \{X\}_i^T [M]\{X\}_j. \quad (3.24)$$

Sottraendo la (3.22) dalla (3.21) si ottiene che:

$$0 = (\mu_i - \mu_j) \{X\}_j^T [M]\{X\}_i \quad (3.25)$$

ed essendo  $\mu_i \neq \mu_j$ , risulta che:

$$\{X\}_j^T [M]\{X\}_i = 0 \quad (3.26)$$

ed anche che



$$\{X\}_j^T [K] \{X\}_i = 0 \quad (3.27)$$

Le equazioni (3.26) e (3.27) definiscono il carattere di ortogonalità dei modi propri del vibrare. Tale proprietà è di fondamentale importanza per procedere al disaccoppiamento delle equazioni del moto del sistema.

Ponendo  $i=j$ , la (3.25) risulta soddisfatta per ogni valore finito del termine

$$\{X\}_i^T [M] \{X\}_i.$$

Chiamando massa generalizzata e rigidità generalizzata i prodotti

$$M_i = \{X\}_i^T [M] \{X\}_i$$

$$K_i = \{X\}_i^T [K] \{X\}_i.$$

Le relazioni sopra scritte consentono di adottare come criterio di normalizzazione degli autovettori la condizione:

$$M_i = \{X\}_i^T [M] \{X\}_i = 1$$

Dalla (3.22) risulta:

$$K_i = \{X\}_i^T [K] \{X\}_i = \mu_i \{X\}_i^T [M] \{X\}_i = \mu_i = \omega_{ni}^2.$$

Se raccogliendo gli  $n$  autovettori in una matrice, si ottiene la cosiddetta *matrice modale*:

$$[X]_M = \begin{bmatrix} X_{11}, & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ X_{n1}, & X_{n2} & \cdots & X_{nn} \end{bmatrix} = [\{X\}_1, \{X\}_2 \dots \{X\}_n].$$

Eseguendo, ora, il prodotto:

$$[X]_M^T [M] [X]_M = \begin{bmatrix} \{X\}_1^T [M] \{X\}_1, & \{X\}_1^T [M] \{X\}_2 & \cdots & \{X\}_1^T [M] \{X\}_n \\ \{X\}_2^T [M] \{X\}_1, & \{X\}_2^T [M] \{X\}_2 & \cdots & \{X\}_2^T [M] \{X\}_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \{X\}_n^T [M] \{X\}_1, & \{X\}_n^T [M] \{X\}_2 & \cdots & \{X\}_n^T [M] \{X\}_n \end{bmatrix}$$

Per l'ortogonalità dei modi propri, la matrice è diagonale:

$$[X]_M^T [M] [X]_M = \begin{bmatrix} M_1, & 0 & \cdots & 0 \\ 0, & M_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0, & 0 & \cdots & M_n \end{bmatrix} = [M]_P. \quad 3.28$$

Gli elementi della diagonale principale della (3.28) sono le masse generalizzate. La matrice (3.28) prende il nome di matrice massa principale. Analogamente si ha che:

$$[X]_M^T [M] [X]_M = \begin{bmatrix} K_1, & 0 & \cdots & 0 \\ 0, & K_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0, & 0 & \cdots & K_n \end{bmatrix} = [K]_P \quad 3.29$$

In questo caso gli elementi della diagonale principale sono le rigidezze generalizzate e la matrice prende il nome di matrice rigidezza principale.

Se si adotta la normalizzazione rispetto alla matrice massa, le matrici massa principale e rigidezza principale diventano, rispettivamente:

$$[M]_P = \begin{bmatrix} 1, & 0 & \cdots & 0 \\ 0, & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0, & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}, [K]_P = \begin{bmatrix} \omega_{n1}^2, & 0 & \cdots & 0 \\ 0, & \omega_{n2}^2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0, & 0 & \cdots & \omega_{nn}^2 \end{bmatrix}.$$

La matrice massa principale e la matrice rigidezza principale permettono di *disaccoppiare le equazioni del moto*. Scrivendo le equazioni del moto (3.01), premoltiplicando i termini per

$$[X]_M^T$$

e introducendo a fattore la matrice identica per

$$[X]_M [X]_M^{-1} = [I].$$

Si ottiene:

$$[X]_M^T [M] [X]_M [X]_M^{-1} \{\ddot{x}\} + [X]_M^T [K] [X]_M [X]_M^{-1} \{x\} = 0 \quad 3.30$$

ossia:

$$[M]_P \{\ddot{x}\}_P + [K]_P \{x\}_P = 0 \quad 3.31$$

avendo posto che:

$$\{x\}_P = [X]_M^{-1} \{x\}. \quad 3.32$$

Le (3.32) definiscono le *coordinate principali*. Poiché  $[M]_P$  e  $[K]_P$  sono matrici diagonali, le equazioni del moto (3.31), scritte in termini di coordinate principali, risultano disaccoppiate.

Risolto il sistema (3.31) in termini di coordinate principali, si passa da queste a quelle di origine con la trasformazione:

$$\{x\} = [X]_M \{x\}_P.$$

### 3.1.2 VIBRAZIONE A MOTO FORZATO

Le equazioni del moto di un sistema ad  $n$  gradi di libertà, con smorzamento viscoso, si possono scrivere nel modo seguente:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\}, \quad (3.33)$$

Dove  $[M]$  e  $[K]$  sono le matrici massa e rigidità,  $[C]$  è la matrice smorzamento,  $\{x\}$  è il vettore degli spostamenti ed  $\{F\}$  è il vettore delle forze applicate:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \dots \\ f_n(t) \end{Bmatrix}. \quad (3.34)$$

Introducendo nelle (3.33) le coordinate principali, definite dalle (3.32), si ottiene che:

$$[M][X]_M \{\ddot{x}\}_P + [C][X]_M \{\dot{x}\}_P + [K][X]_M \{x\}_P = \{F\}, \quad (3.35)$$

Premoltiplicando, ora, ambo i membri della (3.35) per  $[X]_M^T$ . Si ha che:

$$[X]_M^T [M] [X]_M \{\ddot{x}\}_P + [X]_M^T [C] [X]_M \{\dot{x}\}_P + [X]_M^T [K] [X]_M \{x\}_P = [X]_M^T \{F\}. \quad (3.36)$$

Con l'ipotesi che la matrice di smorzamento si possa esprimere nel modo seguente:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K], \quad (3.37)$$

Con  $\alpha$  e  $\beta$  costanti. Si parla, in tal caso, di *smorzamento proporzionale* e si può scrivere allora:

$$[X]_M^T [C] [X]_M = \alpha [X]_M^T [M] [X]_M + \beta [X]_M^T [K] [X]_M = \alpha [M]_P + \beta [K]_P = [C]_P$$

Dove  $[C]_P$  è una matrice diagonale detta matrice smorzamento principale:

$$[C]_P = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & C_n \end{bmatrix}$$

e  $C_i = [X]_i^T [C] [X]_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) sono gli smorzamenti generalizzati.

Le (3.36), pertanto, divengono:

$$[M]_P \{\ddot{x}\}_P + [C]_P \{\dot{x}\}_P + [K]_P \{x\}_P = [X]_M^T \{F\}, \quad (3.38)$$

Le (3.38) costituiscono un sistema di equazioni disaccoppiate perché le matrici  $[M]_P$ ,  $[C]_P$  e  $[K]_P$  sono diagonali.

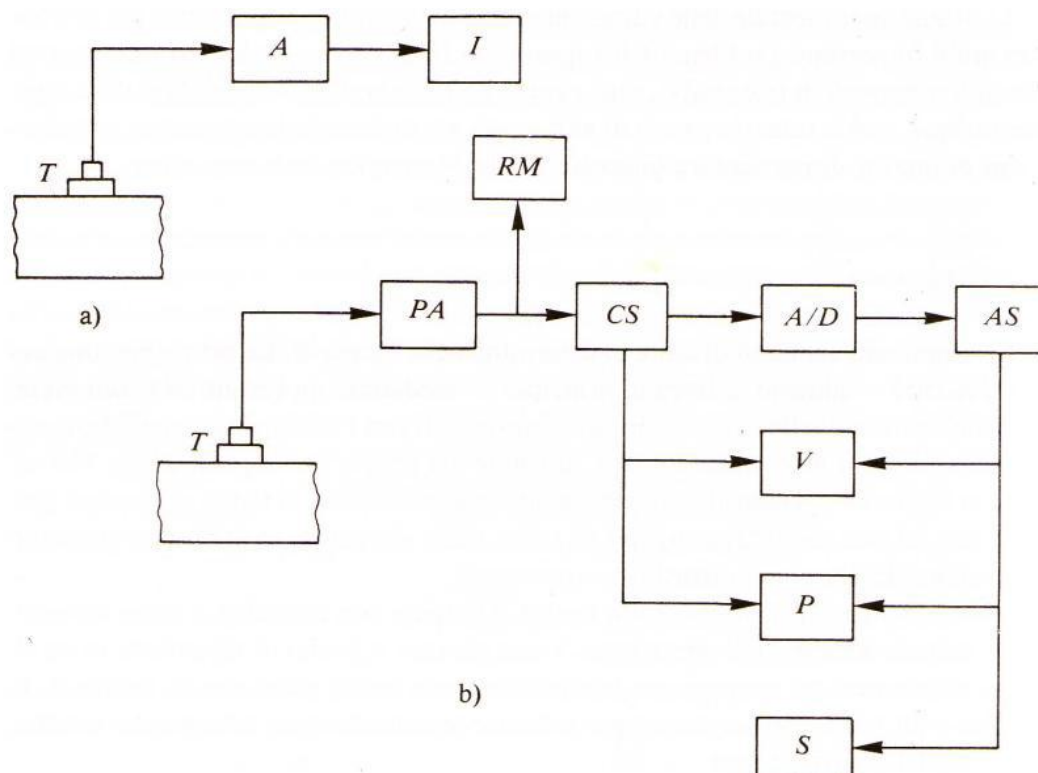


componenti del sistema, su altri sistemi o per confrontare il risultato con quello ammesso da norme di sicurezza e di igiene del lavoro.

Con la misura dell'eccitazioni sono misurate le forze o i momenti che possono costituire delle forzanti, cioè azioni che, applicate ad un sistema in grado di vibrare, lo pongono in vibrazione. Ad esempio per dimensionare le sospensioni delle macchine è necessario misurare sulle stesse le azioni eccitatrici.

Con la misura delle risposte di un sistema ad un'eccitazione nota si determina invece un modello matematico del sistema meccanico in vibrazione utile per individuare le frequenze proprie e i modi di vibrare.

Le misure di vibrazioni sono effettuate con strumenti semplici, come ad esempio i vibrometri a mano, ma di solito serve una strumentazione più complessa, che presuppone la presenza di almeno un trasduttore, un amplificatore e un indicatore vedi Fig. 36a.



**FIG. 36**

*Schema di una catena di strumenti adatti alla misura delle vibrazioni*

Il trasduttore è uno strumento sensibile allo spostamento, alla velocità o all'accelerazione, ha in uscita una tensione (o altra grandezza elettrica) proporzionale al valore istantaneo della grandezza rilevata. La grandezza elettrica in uscita dal trasduttore viene prima amplificata e poi inviata ad uno strumento che indica direttamente il valore della grandezza (spostamento, velocità o accelerazione)

rilevata dal trasduttore. La strumentazione (catena di misura) più completa è rappresentata schematicamente nella Fig. 36b. Il segnale (cioè la grandezza elettrica il cui valore è proporzionale a quello della grandezza rilevata) proveniente dal trasduttore T viene dapprima amplificato dal preamplificatore PA, e poi viene inviato ad uno strumento CS. Questo amplifica ulteriormente il segnale e compie anche altre eventuali operazioni, come ad esempio il filtraggio. Il segnale così condizionato viene inviato di solito ad un convertitore analogico/digitale (A/D) che ne esegue il campionamento, rilevandone il valore numerico a intervalli regolari di tempo. Il segnale poi giunge all'analizzatore di segnale AS, il quale può operare sul segnale con filtri, derivatori, integratori. Nel caso in cui il segnale è stato digitalizzato dal convertitore A/D, il segnale è analizzato da un computer, che lo campiona e lo tratta come un insieme di dati numerici di ingresso. Durante la misurazione sono presenti anche altri strumenti, indicati in figura con RM, V, P e S. Il registratore magnetico RM permette di conservare i dati sperimentali, ed è essenziale se il rilievo dei dati e la loro analisi avvengono in tempi o in luoghi diversi. Il visualizzatore V, che di solito è un tubo a raggi catodici, permette di osservare l'andamento del segnale o i risultati dell'analisi. Il plotter P e la stampante S servono per conservare i risultati dell'indagine.

### 3.2.2. MISURAZIONE E QUANTIFICAZIONE DEL EVENTO

Il trasduttore di gran lunga più usato è l'accelerometro piezoelettrico, rappresentato schematicamente in Fig. 37.

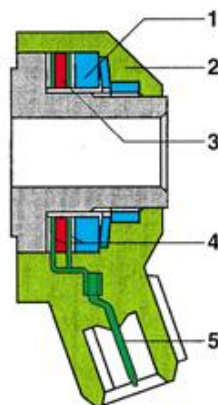


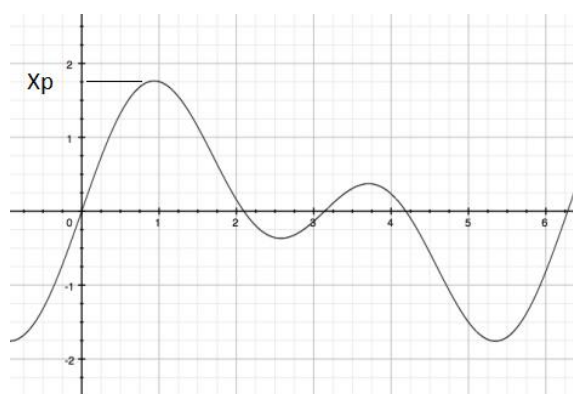
FIG. 37.

*Sezione di un accelerometro piezoelettrico, 1-massa sismica 2-rivestimento, 3-ceramica piezoelettrica, 4-contatti, 5-connettore*

Esso sfrutta la proprietà di alcuni materiali di generare una carica elettrica proporzionale alla forza a cui sono sottoposti. All'uscita dall'accelerometro è pertanto presente una carica proporzionale alla forza d'inerzia esercitata dalla massa (e, quindi, all'accelerazione della massa stessa); l'elemento piezoelettrico costituisce la sospensione della massa sismica. Grazie alla dimensione ridotta della massa sospesa e alla grande rigidità dell'elemento piezoelettrico, l'accelerometro può avere una frequenza propria molto elevata; conseguentemente il campo di impiego va da pochi Hz a molte decine di kHz. Il limite superiore nasce dalla necessità che il segnale da rilevare abbia frequenza non superiore al 30% della frequenza propria dell'accelerometro, per evitare eccessive distorsioni; invece per frequenze inferiori a 0,5Hz l'accelerometro piezoelettrico risulta di solito poco indicato.

L'andamento nel tempo del segnale rilevato dall'accelerometro che può essere integrato una o due volte per avere rispettivamente la velocità di vibrazione e lo spostamento, è a volte già di per sé sufficientemente significativo per caratterizzare il segnale stesso, cioè la vibrazione che si vuole studiare. Altre volte, invece, è necessario caratterizzare il segnale, rilevandone o elaborandone particolari valori, quali il valore massimo (o di picco) e il valore efficace.

Il *valore massimo* indicato con  $X_p$  vedi Fig. 38 è particolarmente significativo nei casi di fenomeni transitori o comunque non permanenti.



**FIG. 38**

*Grafico di una curva dove indicato con  $X_p$  il valore massimo*

Il *valore efficace*  $X$ , indicato anche come valore RMS ha l'espressione:

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) \delta t}$$

dove con  $x(t)$  si è indicato l'andamento del segnale in funzione del tempo e  $T$  è la durata del segnale stesso (o meglio, l'intervallo di tempo durante il quale è stato

acquisito). Nel caso di una grandezza sinusoidale di ampiezza  $X_0$  come rappresentato in Fig. 39 il suo valore efficace  $X$  vale:

$$X = X_0/\sqrt{2} \approx 0,707X_0$$

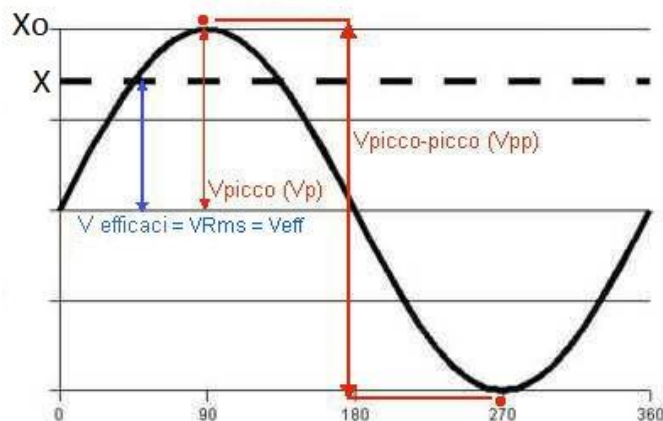


FIG. 39

Grafico di una curva dove indicato con  $X_0$  il valore massimo,  $V_{pp}$  il valore "picco-picco" e con  $V_{Rms}$  il valore effettivo

### 3.2.3 ANALISI DI FOURIER

Una funzione periodica  $x(t)$  di periodo  $T$  può essere espressa mediante il suo sviluppo in serie di Fourier, cioè si può scrivere:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (A_n e^{i2\pi f_1 t}) = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \cos(2\pi n f_1 t + \alpha_n) \quad 3.40$$

con

$$A_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-i2\pi f_1 t} dt$$

e con

$$\begin{aligned} X_0 &= A_0 ; X_n = 2|A_n| \\ \alpha_n &= \arctg\left(-\frac{\text{Im}(A_n)}{\text{Re}(A_n)}\right) \end{aligned} \quad 3.41$$

dove al posto della pulsazione  $\omega$  si è introdotta la frequenza  $f_1 = \omega/2\pi$ .

$X_0$  è il valore medio della funzione,  $X_1$  è l'ampiezza della prima armonica del suo sviluppo in serie (o armonica fondamentale di frequenza  $f_1=1/T$ ),  $X_2$  è l'ampiezza della seconda armonica (di frequenza  $2f_1$ ), e così via. Una grandezza periodica  $x(t)$  può venire pertanto rappresentata nel dominio delle frequenze mediante le ampiezze delle sue armoniche, che ne costituiscono lo spettro. Lo spettro di una funzione periodica è costituito da un certo numero (finito o infinito) di armoniche, a distanza  $f_1$  l'una dall'altra vedi Fig. 40.



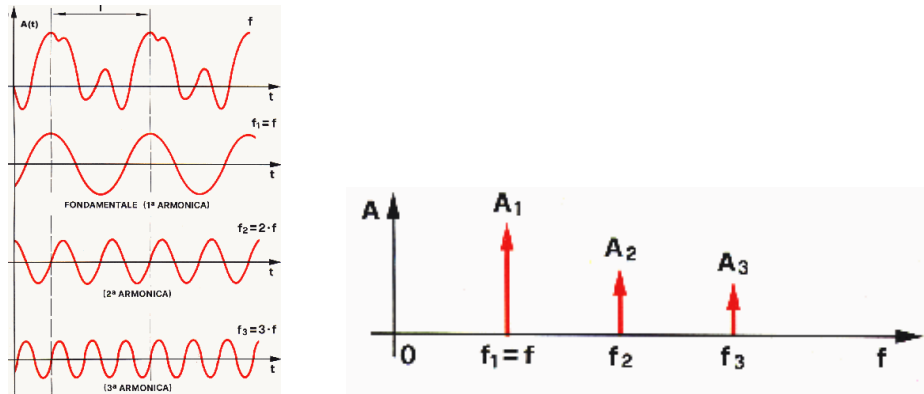


FIG. 40.

A sinistra rappresentazione nel dominio del tempo della somma delle funzioni  $f_1=f, f_2=2f$  e  $f_3=3f$ . A destra rappresentazione dell'ampiezza "a" nel dominio delle frequenze.

Un segnale rilevato in un certo intervallo di tempo  $T^*$ , necessariamente finito, può venire sviluppato in serie di Fourier se si suppone che all'esterno dell'intervallo  $T^*$  esso si ripeta uguale a se stesso, con periodicità  $T^*$ , per tutto il tempo da  $-\infty$  a  $+\infty$ . Si ottiene così per il segnale uno spettro costituito da armoniche di frequenza  $f_1, 2f_1, 3f_1$ , ecc., con  $f_1=1/T^*$ . Pertanto, se il segnale rilevato è periodico, ma il suo periodo effettivo non è  $T^*$  (né un suo sottomultiplo intero), lo spettro ottenuto, contiene delle armoniche che non sono quelle effettive. L'errore che si commette, cioè la differenza fra lo spettro ottenuto e quello effettivo, è tanto meno rilevante, quanto maggiore è il tempo  $T^*$  di acquisizione rispetto al periodo effettivo  $T$  del segnale; ciò è facilmente intuibile osservando che nello spettro che si ottiene le varie armoniche sono distanti fra loro di  $f_1=1/T^*$ . Esse sono tanto più vicine fra loro (e quindi, alle armoniche dello spettro effettivo) quanto maggiore è  $T^*$ ; si veda Fig. 41.

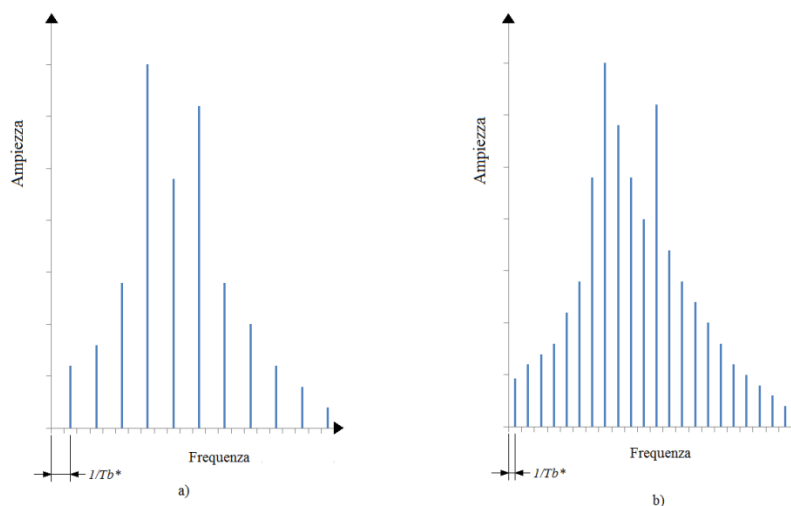


FIG. 41

Rappresentazione nel dominio delle frequenze (DFT) di un segnale sinusoidale della forma  $x(t)=X\text{sen}2\pi ft$ . a) il segnale è rilevato per  $T^*_a=5,5/f$ . b) lo stesso segnale è rilevato per  $T^*_b=10,5/f$

Una funzione generica  $x(t)$ , non periodica, non può essere sviluppata in serie di Fourier, ne caso in cui essa soddisfi la condizione

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| \delta t < \infty,$$

può essere rappresentata nel dominio delle frequenze dalla sua trasformata di Fourier  $X(f)$ , definita dalla relazione:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi f_1 t} \delta t, \quad (-\infty < f < \infty) \quad (3.42)$$

Come mostra la (3.42), la trasformata di Fourier  $X(f)$  di una funzione reale  $x(t)$  è una funzione complessa, essa può essere rappresentata mediante la parte reale e quella immaginaria, scrivendo:

$$X(f) = A(f) - iB(f),$$

con

$$\begin{aligned} A(f) &= \operatorname{Re}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos(2\pi f t) \delta t, \\ B(f) &= \operatorname{Im}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \operatorname{sen}(2\pi f t) \delta t, \end{aligned} \quad (3.43)$$

oppure mediante il modulo  $|X(f)|$  e la fase  $\varphi(f)$ , scrivendo:

$$X(f) = |X(f)| e^{-i\varphi(f)},$$

con

$$\begin{aligned} |X(f)| &= \sqrt{A^2 + B^2}, \\ \varphi(f) &= \operatorname{arctg}\left(\frac{B}{A}\right). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Il modulo della trasformata di Fourier di una funzione è lo spettro della stessa ed è in generale una funzione continua.

La trasformata di Fourier di un segnale rilevato sperimentalmente viene di regola calcolata per via numerica, operando sul segnale precedentemente digitalizzato. La funzione su cui si opera non è una funzione continua, ma un insieme discreto di dati numerici; la trasformata che si ottiene prende allora il nome di trasformata discreta di Fourier o DFT, e l'integrale che compare nella (3.42) viene sostituito da una sommatoria. Il generico termine  $k$ -esimo della trasformata discreta ha l'espressione:

$$X(kf^*) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{-i2\pi kn/N}, \quad (3.45)$$

dove  $f^* = \frac{1}{N\Delta t} = 1/T^*$ ; il suo modulo  $X(kf^*)$ , rappresenta il termine k-esimo dello spettro di  $x(t)$ .  $N$  è il numero dei valori assegnati della funzione  $x(t)$ , equidistanti fra loro e  $\Delta t$ , è il generico valore n-esimo di  $x(t)$ , cioè  $x_n = x(n\Delta t)$ .

La trasformata (3.45) è evidentemente una funzione discreta, e lo spettro della funzione discreta  $x(n\Delta t)$  è pertanto discreto, anche se spesso viene rappresentato con una linea continua che collega tutti i valori trovati.

Gli analizzatori di segnale non effettuano di solito, lo sviluppo in serie di Fourier del segnale stesso, ma ne calcolano la trasformata discreta. Per il calcolo della trasformata discreta di Fourier sono stati ideati appositi algoritmi particolarmente veloci, per cui si parla anche di trasformata rapida di Fourier o FFT e gli strumenti impiegati prendono anche il nome di analizzatori FFT

### 3.2.5 RISPOSTA IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

Per un sistema, si definisce funzione di trasferimento il rapporto fra l'uscita e la corrispondente entrata del sistema stesso. Nel caso dei sistemi vibranti, interessa conoscere il rapporto fra un fenomeno vibratorio in uscita ed uno in entrata. Dal momento che tale rapporto è funzione della frequenza, è detto anche, più propriamente, funzione risposta in frequenza (FRF) del sistema. La funzione risposta in frequenza è un tipo particolare di funzione di trasferimento. Essa è di grande interesse nell'analisi sperimentale delle vibrazioni, e trova ad esempio largo impiego nell'analisi modale.

Nella determinazione sperimentale della risposta in frequenza di una struttura, di solito l'ingresso è una forza, mentre l'uscita è la vibrazione del sistema che viene rilevata con un accelerometro, il cui segnale può essere eventualmente integrato una o due volte per ottenere la velocità o lo spostamento. Visto che l'ingresso è una forza e l'uscita un'accelerazione, la FRF ha le dimensioni dell'inverso di una massa prendendo il nome di inertanza. Se invece l'uscita è una velocità, le dimensioni della FRF sono quelle di un tempo diviso per una massa e in questo caso viene chiamato mobilità della struttura, espressa di solito in m/Ns. Se l'uscita è uno spostamento, le dimensioni della FRF sono quelle di un tempo al quadrato per l'inverso di una massa e prende il nome di cedevolezza. Tutte queste diverse possibili funzioni risposta in

frequenza forniscono sostanzialmente le stesse informazioni, e la scelta di ricavare l'una o l'altra dipende essenzialmente dalle attrezzature sperimentali disponibili.

La forza che costituisce l'ingresso del sistema può essere applicata con diverse tecniche; le più usuali prevedono una forza sinusoidale a frequenza variabile, applicata con un apposito strumento chiamato eccitatore di vibrazioni vedi fig. 42 oppure con una forza di tipo impulsivo applicata con un martello generatore di impulsi vedi fig. 43. in modo che si possa rilevare l'effettivo andamento della forza applicata.

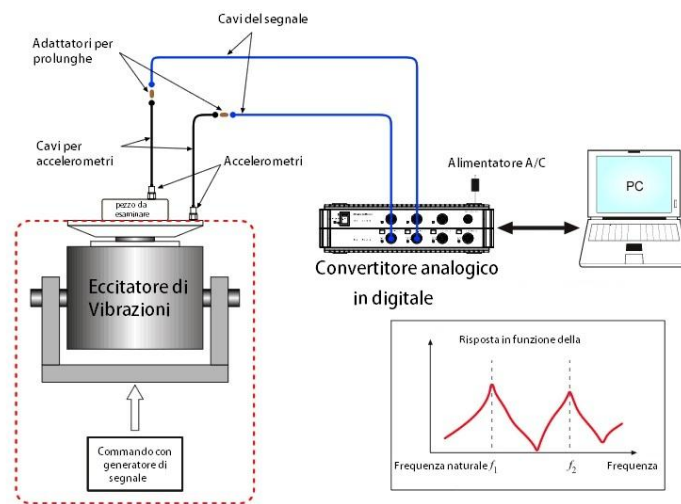


FIG. 42

*Eccitatore elettrodinamico con strumentazione per misurare la risposta in funzione della frequenza.*

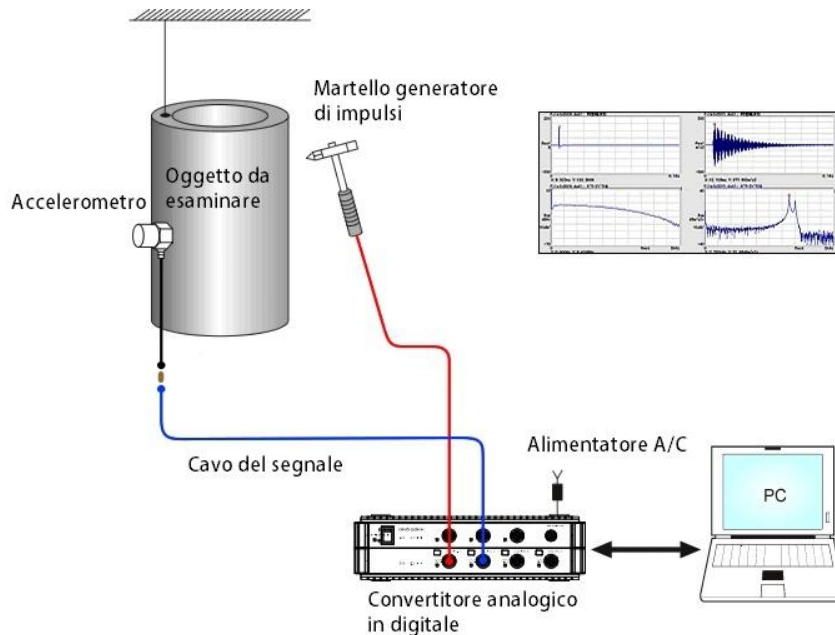


FIG. 43

*Eccitatore a martello con strumentazione per misurare la risposta in funzione della frequenza.*

La FRF è una funzione complessa, in quanto è caratterizzata da un modulo e da una fase, o anche da una parte reale e da una immaginaria. Si può trovare ad esempio una particolare FRF di un sistema vibrante lineare ad un grado di libertà. In questo caso esprimendo, in funzione della frequenza, il modulo e la fase della vibrazione in uscita si trova il rapporto con la vibrazione in entrata.

La FRF può essere rappresentata in vari modi. Molto usata è la rappresentazione con modulo e fase in due diagrammi distinti: ad ogni frequenza propria della struttura corrisponde un picco (più o meno pronunciato, a seconda del corrispondente valore del coefficiente di smorzamento) nel diagramma del modulo, e una variazione (di  $180^\circ$  se lo smorzamento è nullo) in quello della fase. Un'altra rappresentazione molto usuale è la rappresentazione nel piano delle fasi (detto anche di Nyquist o di Argand) dove modulo e fase vengono rappresentati contemporaneamente in unico diagramma polare. Il valore della frequenza corrispondente ad un generico punto del diagramma viene scritto esplicitamente vicino al punto stesso; ad ogni frequenza propria della struttura corrisponde un tratto di diagramma di forma prossima a quella di una circonferenza vedi Fig. 44.

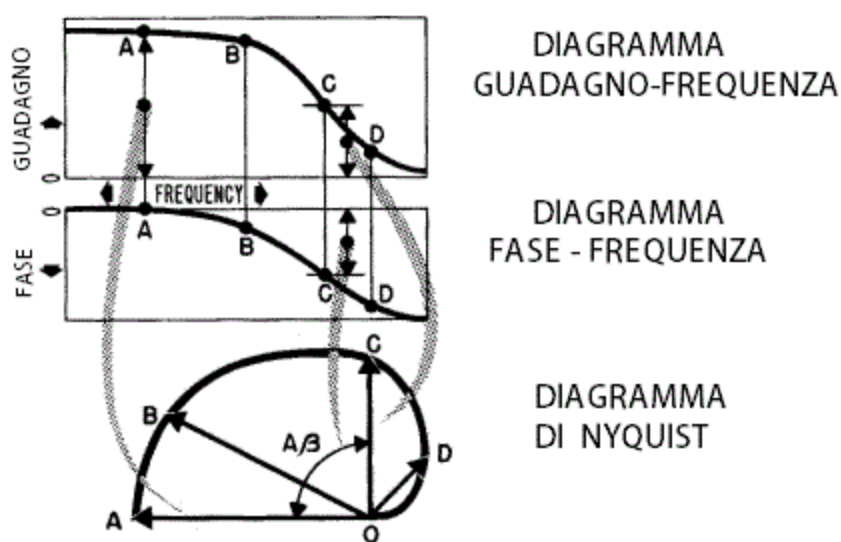


FIG. 44

*Rappresentazione nel piano complesso della risposta in frequenza e fase.*

### 3.2.6 L'ANALISI MODALE SPERIMENTALE

L'analisi modale è usata per individuare il comportamento dinamico di una struttura meccanica. Essa permette di trovare i parametri modali della struttura stessa (frequenze naturali, smorzamenti e modi propri di vibrare), assumendo come ipotesi

di comportamento la linearità del sistema e che le caratteristiche dinamiche siano costanti nel tempo. I parametri modali di una struttura possono essere determinati anche per via analitica, costruendo un modello a parametri concentrati o ad elementi finiti. Tale procedimento è però molto oneroso dal punto di vista del calcolo e risulta scarsamente preciso. Tutti questi fattori hanno indotto ad usare l'analisi modale sperimentale per la determinazione per via sperimentale dei parametri modali. L'analisi modale sperimentale costituisce un ausilio molto utile per la corretta progettazione di strutture meccaniche complesse o delicate, quali quelle degli autoveicoli, dei robot industriali, delle macchine utensili.

Per eseguire l'analisi modale di una struttura, questa deve essere eccitata, e contemporaneamente devono essere rilevati in un certo numero di punti le risposte della struttura. Per l'applicazione dell'eccitazione si possono impiegare diverse tecniche, come già accennato nel paragrafo precedente; mentre le risposte sono di regola rilevate mediante accelerometri, posizionati in punti opportunamente scelti della struttura in esame.

Analizzando le varie funzioni risposta in frequenza della struttura in corrispondenza dei punti in cui sono stati posizionati gli accelerometri, è possibile ricavare le frequenze proprie e i modi di vibrare della struttura. A volte la conoscenza di questi parametri può essere sufficiente, ad esempio, se lo scopo è quello di evitare durante l'uso della macchina la presenza di fenomeni di risonanza.

La conoscenza delle frequenze proprie fornisce utili indicazioni per spostare una determinata frequenza naturale. Ad esempio per una trave caratterizzata da una frequenza propria di tipo flessionale per cambiare il valore della frequenza di risonanza è necessario riprogettare la trave aumentandone la rigidità flessionale.

Mediante l'impiego di speciali algoritmi, è possibile definire un modello per la struttura, ricavandone i parametri modali ovvero smorzamenti, masse e rigidità. Una volta ricavati, questi parametri sono introdotti nel modello matematico per ottenere le analisi più aderenti alla realtà e affidabili.

Il modello matematico permette anche di simulare la risposta della struttura ad una generica azione forzante, sia di tipo periodico che aperiodico. Questo è utile quando l'azione forzante è difficile da riprodurre sperimentalmente, o può essere pericolosa per l'integrità della struttura.

L'analisi modale può essere applicata anche per il monitoraggio dell'integrità strutturale delle macchine nelle attività di diagnostica industriale, ad esempio nel

caso in cui un difetto (quale una parziale rottura di un elemento strutturale) provochi un'alterazione apprezzabile del comportamento vibratorio della struttura.

### 3.3 ANALISI MODALE CON IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Il metodo degli elementi finiti nella seconda metà del XX secolo ha portato un grande sviluppo nel campo dell'analisi statica e dinamica delle strutture. Il metodo, sviluppato inizialmente per l'analisi degli sforzi statici su strutture caratterizzate da sollecitazioni complesse, ha nel tempo ampliato il suo campo di applicazione. Trattandosi fondamentalmente di una tecnica di discretizzazione, che richiede la soluzione di grandi insiemi di equazioni algebriche per problemi statici e di ricerca degli autovalori nel caso di vibrazioni, si è diffusa in maniera così massiccia grazie all'enorme sviluppo dei computer.

Sebbene il metodo degli elementi finiti è stato sviluppato indipendentemente e senza riferimento a qualsiasi altro metodo, è stato di fatto riconosciuto come la variante più importante del metodo di Rayleigh-Ritz. Per distinguere tra i due, quest'ultimo viene talvolta indicato come il classico metodo di Rayleigh-Ritz. Anche se di fatto essendo il metodo degli elementi finiti molto più famoso viene spesso confuso erroneamente come il classico metodo di Rayleigh-Ritz.

Il metodo di Rayleigh-Ritz ha interesse principalmente accademico anche se ci sono alcuni vantaggi per trattare il metodo degli elementi finiti come metodo di Rayleigh-Ritz. Dal momento che la teoria di Rayleigh-Ritz ha una solida base matematica, fornisce una grande quantità di comprensione delle caratteristiche dinamiche di un modello discretizzato rispetto alle caratteristiche della struttura originale. In questo modo è possibile sviluppare una più profonda comprensione del metodo degli elementi finiti, e in particolare delle implicazioni di alcune sue applicazioni.

Il metodo di Rayleigh-Ritz e il metodo degli elementi finiti individuano soluzioni approssimate per problemi di vibrazione di sistemi distribuiti sotto forma di combinazioni lineari di funzioni di prova note moltiplicate per coefficienti individuati risolvendo i corrispondenti problemi agli autovalori.

Inoltre, le espressioni per le matrici di rigidezza e di massa che definiscono il problema agli autovalori sono le stesse sia per il metodo di Rayleigh-Ritz che per quello degli elementi finiti.

La differenza fondamentale tra i due approcci risiede nella natura delle funzioni di prova. Mentre nel classico metodo di Rayleigh-Ritz le funzioni di prova sono funzioni globali, nel senso che si estendono per l'intero dominio del sistema, per il metodo degli elementi finiti sono funzioni locali che si estendono su piccoli sottodomini del sistema, cioè su elementi finiti.

L'utilizzo di funzioni locali, chiamate funzioni di interpolazione, porta grande versatilità al metodo degli elementi finiti. Poiché gli elementi finiti sono molto piccoli, le funzioni di interpolazione sono di basso grado polinomiale, e molto spesso soddisfano i requisiti di convergenza di valori di elementi adiacenti. Inoltre, le funzioni di interpolazione sono le stesse per ogni elemento. Per quanto riguarda le matrici di rigidità e massa, viene derivata prima la matrice rigidità, poi quella di massa e solo alla fine queste sono riunite in una unica per l'intero sistema. Le matrici di rigidità e massa per la maggior parte dei componenti strutturali, sono essere facilmente reperibili e sono combinate in modo da recepire la distribuzione dei parametri arbitrari e delle condizioni di vincolo del componente della struttura.

Un altro vantaggio del metodo degli elementi finiti molto importante per componenti bidimensionali come membrane e piastre, è che gli elementi finiti è un metodo adattabile a un qualsiasi tipo di contorno irregolare, permettendo così di trovare soluzioni. Tuttavia la caratteristica più importante del metodo degli elementi finiti è che l'intero processo si adatta alle routine dei computer.

### 3.3.1 IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI COME IL METODO RAYLEIGH-RITZ

Il metodo Rayleigh-Ritz è una tecnica di discretizzazione per trovare soluzioni approssimative a problemi differenziali di autovalori dove lo spostamento  $Y(x)$  di un sistema di distribuzione elastica è espresso come una combinazione di funzioni prove note  $\varphi_x(x)$  moltiplicati per coefficienti indeterminati

$$a_j (j = 1, 2, \dots, n),$$

Per cui si ha che

$$Y(x) = \sum_{j=1}^n a_j \varphi_j(x) \quad (3.46)$$

I coefficienti  $a_1, a_2, \dots, a_n$  possono essere determinati risolvendo problemi algebrici di autovalori, ottenuti inserendo la equazione (3.46) nella forma d'energia del quoziente di Rayleigh



$$R(Y(x)) = \frac{V_{max}}{T_{rif}} \quad (3.47)$$

dove  $V_{max}$  è l'energia elastica potenziale con  $y(x,t)$  sostituita da  $Y(x)$  e dove  $T_{rif}$  è la energia cinetica con  $y(x,t)$  sostituita da  $Y(x)$ , per rendere il quoziente di Rayleigh statico.

Il problema algebrico degli autovalori rappresenta un'approssimazione al problema degli autovalori differenziale.

La difficoltà è stabilire come le soluzioni del problema algebrico degli autovalori si possono avvicinare alle soluzioni del problema differenziale agli autovalori. La modalità risiede nella natura delle funzioni di prova. La soluzione è diversa per il metodo degli elementi finiti rispetto al classico metodo di Rayleigh-Ritz, per cui è necessario usare una sola classe di funzioni utile per il metodo degli elementi finiti. Questa è la classe delle funzioni ammissibili, definite come funzioni che sono derivabili solo la metà delle volte rispetto all'ordine del problema differenziale degli autovalori e soddisfano solo le condizioni di bordo al contorno geometrico. In particolare solo le funzioni ammissibili possono soddisfare le condizioni richieste dal quoziente di Rayleigh, l'equazione (3.47).

Nel metodo classico Rayleigh-Ritz, le funzioni di prova sono spesso funzioni trigonometriche o iperboliche per cui i suoi relativi prodotti sono definiti nell'intero dominio del sistema. I coefficienti di massa e rigidità sono integrali che spesso non devono essere valutati numericamente. In molti casi, le funzioni di prova non sono facilmente reperibili e devono essere generate. Tutti questi fattori hanno ridotto l'uso del metodo di Rayleigh-Ritz che può produrre risultati estremamente precisi con solo pochi gradi di libertà. Di fatto la maggior parte delle problematiche connesse al metodo classico di Rayleigh-Ritz sono state di fatto superate con il metodo degli elementi finiti. Per questo anche se il metodo degli elementi finiti non è stato originariamente sviluppato in dipendenza dal metodo Rayleigh-Ritz, viene considerato come una versione diversa del metodo di Rayleigh-Ritz.

Quindi utilizzando questa metodo, si sviluppa una soluzione come la combinazione lineare data dall'equazione (3.46) e si determinano i coefficienti  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ; mediante la conversione del quoziente di Rayleigh stazionario (equazione 3.47). I coefficienti di massa e la rigidità sono dati dalle stesse espressioni sviluppate dal metodo di Rayleigh-Ritz. La differenza significativa tra i due metodi, come già anticipato, risiede nella natura delle funzioni prova  $\varphi_j(x)$ , e quindi dei coefficienti  $a_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ). Infatti, nel metodo degli elementi finiti le funzioni di prova, chiamate funzioni di

interpolazione, sono definite solo in piccoli sottodomini del sistema, chiamati elementi finiti. L'insieme di punti finiti è chiamato maglia o mesh. Inoltre, le funzioni di interpolazione sono di solito polinomi di grado basso, a volte il più basso grado ammissibile, e sono gli stessi per ogni elemento finito. Il calcolo dei coefficienti di massa e rigidità viene effettuato prima per ogni elemento finito separatamente, generando così le matrici massa e rigidità dell'elemento, e poi è esteso a tutto il sistema per ottenere la matrice massa e rigidità globale.

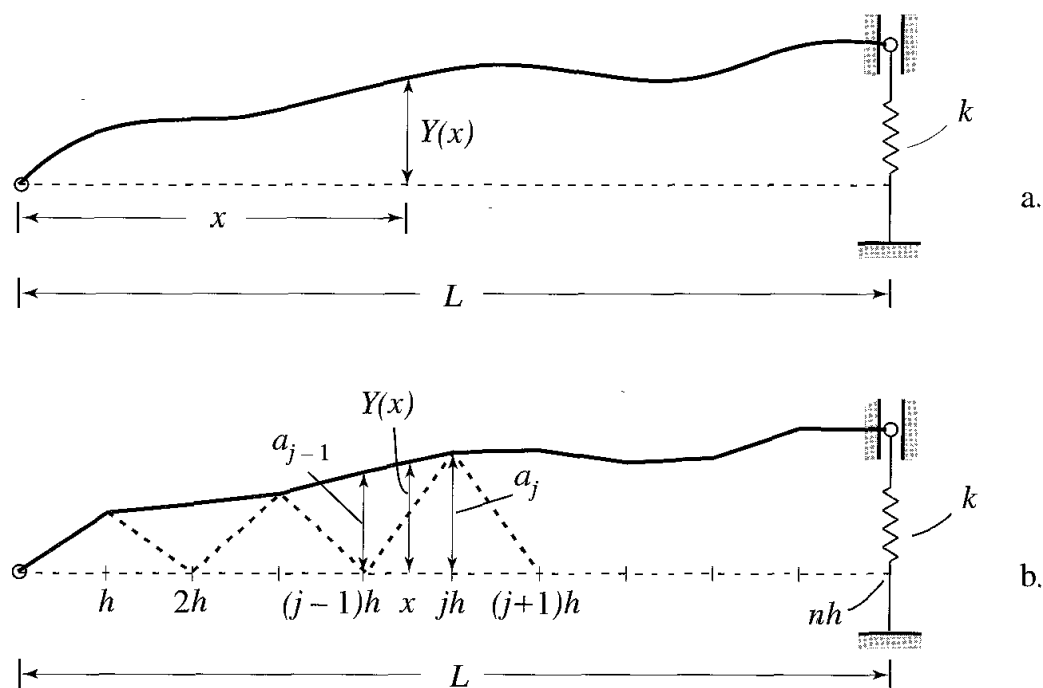


FIG. 45

*Corda in vibrazione trasversale*

Alcune delle peculiarità del metodo degli elementi finiti possono essere illustrate esaminando una Corda in vibrazione trasversale vedi Fig. 45.a. fissato a  $x=0$  e sostenuto da una molla in  $x=L$ . Essendo questo un sistema di secondo ordine,  $V_{max}$  è definito per funzioni che sono derivabili solo una volta rispetto a  $x$ . L'approssimazione di un elemento finito alla curva di spostamento può essere generata dividendo la lunghezza  $L$  in incrementi di lunghezza  $h=L/n$  e collegando gli spostamenti corrispondenti con linee rette, come indicato in Fig. 45.b. La curva di spostamento può essere descritta in forma di serie (3.46), da cui si ricava una tipica funzione prova  $\varphi_j(x)$ , nota come funzione tetto, vedi Fig. 46.

Si nota che le funzioni di prova sono lineari in  $x$ , esse rappresentano funzioni ammissibili per il sistema. In realtà, esse sono tra le funzioni di prova ammissibile

quelle con più basso grado, in quanto le funzioni di basso grado sono di sezione costante. Se non si utilizzassero le funzioni prova con più basso grado, l'aspetto del profilo di spostamento sarebbe a scala, con pendenze infinite nei punti di discontinuità, cioè nei punti di contatto fra elementi finiti adiacenti.

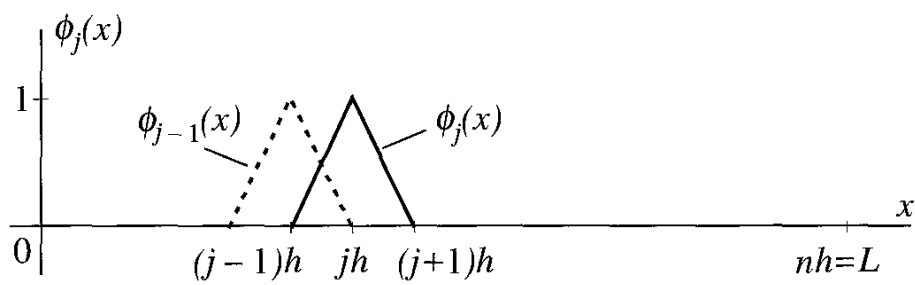


FIG. 46

Funzione prova  $\varphi_j(x)$ , nota come funzione tetto

L'ampiezza di ogni funzione prova  $\varphi_j(x)$  viene presa uguale all'unità perché tutte le funzioni di prova sono uguali, a meno della posizione, ma anche perché questa scelta rende i coefficienti  $a_j$  nell'equazione 3.46 spostamenti in  $x_j = jh$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), dando così a loro un significato fisico importante. Al contrario, nel metodo di Rayleigh-Ritz, i coefficienti sono quantità astratte, simili ai coefficienti in una serie di Fourier. Le funzioni di prova  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$  sono quasi ortogonali, dal momento  $\varphi_1(x)$  si sovrappone solo a  $\varphi_{j-1}(x)$  e  $\varphi_{j+1}(x)$ . Come risultato, indipendentemente dai parametri del sistema, le matrici di massa e la rigidità hanno elementi non nulli sulla diagonale principale e sulle diagonali adiacenti a questa immediatamente sopra e sotto.

Si osserva dalla Fig. 46 che la funzione prova  $\varphi_j(x)$  si estende su due elementi finiti,  $(j - 1) h < x < jh$  e  $jh < x < (j + 1) h$ . Nella pratica i calcoli si effettuano su un singolo elemento alla volta. Per esempio, Fig. 45b e Fig. 46, possiamo considerare lo spostamento  $Y(x)$  nell'intervallo  $(j - 1) h < x < jh$  come costituito da contributi della metà destra di  $\varphi_{j-1}(x)$  e la metà sinistra di  $\varphi_j(x)$ , come mostrato in Fig. 47. Quindi, possiamo esprimere  $Y(x)$  come combinazione lineare

$$Y(x) = a_{j-1}\varphi_{j-1}(x) + a_j\varphi_j(x), (j - 1)h < x < jh \quad (3.48)$$

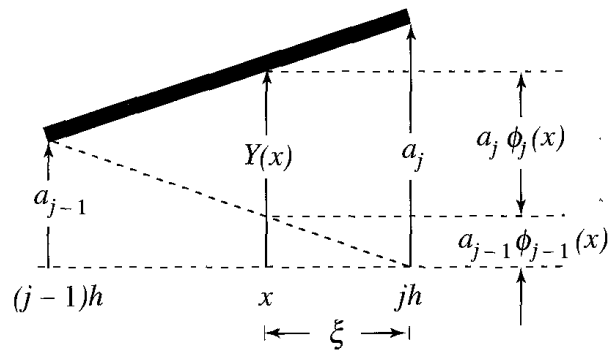


Fig. 47

Funzione prova di un singolo elemento

Nel metodo degli elementi finiti, i punti nominali  $x_j = jh$  sono riferiti come punti nodali e  $a_j$  spostamenti nodali ( $j=1,2, \dots, n$ ). La precisione dei modelli discreti derivanti dal metodo classico Rayleigh-Ritz può essere migliorata aumentando il numero di funzioni di prova nelle serie approssimative, e quindi il numero di gradi di libertà dei modelli. Invece, l'accuratezza dei modelli ad elementi finiti può essere migliorata riducendo la dimensione  $h$  degli elementi finiti in un processo chiamato raffinamento della maglia. L'accuratezza può essere anche migliorata aumentando il grado delle funzioni d'interpolazione. In entrambi i casi c'è un aumento del numero di gradi di libertà dei modelli ad elementi finiti. Secondo un altro metodo derivato dal quello classico Rayleigh-Ritz, la coordinata globale  $X$  è sostituita da una coordinata locale  $\xi$ . Questo semplifica i limiti degli integrali per la massa dell'elemento e le matrici di rigidità.

### 3.3.2 CORDE, ASTE E ALBERI

Nel caso ideale si ipotizza che una corda, aste in vibrazione longitudinale e alberi in torsione si possano rappresentare con un sistema distribuito del secondo ordine. Tenendo in considerazione le analogie sugli spostamenti e le eccitazioni degli elementi di questi tre casi, gli sviluppi in questa sezione si applicano a tutti e tre i sistemi. Per illustrare lo sviluppo delle matrici di rigidità e di massa è utilizzato uno asta in vibrazione assiale.

Utilizzando il metodo variazionale per il problema della ricerca degli autovalori, considerando la forma di energia del quoziente di Rayleigh si può scrivere la seguente formula,

$$R(U(x)) = \lambda = \omega^2 = \frac{V_{max}}{T_{ref}} \quad 3.49$$

dove, secondo le formulazioni degli elementi finiti, si esprime il potenziale massimo d'energia per lo asta fissato a  $x=0$  e vincolato con una molla a  $x=L$  nella forma di una somma degli elementi individuali

$$V_{max} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left[ \int_{(j-1)h}^{jh} EA(x) \left[ \frac{dU(x)}{dx} \right]^2 dx + \delta_{jn} k U^2(L) \right] \quad 3.50$$

allo stesso modo l'equazione d'energia cinetica di riferimento diventa

$$T_{rif} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{(j-1)h}^{jh} m(x) U^2(x) dx \quad 3.51$$

analogamente all'equazione 3.48, lo spostamento  $U(x)$  rappresenta il vettore prodotto

$$U(x) = \phi_j^T(x) \cdot \mathbf{a}_j, (j-1)h < x < jh \quad 3.52$$

dove  $\phi_j = [\phi_{j-1}(x) \quad \phi_j(x)]^T$  è un vettore di funzioni d'interpolazione e  $\mathbf{a}_j = [a_{j-1} \quad a_j]^T$  è un vettore di spostamenti nodali per un elemento  $j$ .

Dalla teoria di Rayleigh-Ritz, per il problema del secondo ordine, le funzioni ammissibili devono essere derivabili una sola volta e devono soddisfare la condizione geometrica di bordo in  $x=0$ . Di conseguenza, i requisiti minimi sono la linearità e modulo pari a zero per  $x=0$ . In Fig. 47 con  $U$  sostituendo  $Y$  mostra il tipico elemento finito  $j$  con lo spostamento  $U(x)$  che varia linearmente con  $x$  tra i punti nodali  $x=(j-1)h$  e  $x=jh$ .

La condizione al contorno in  $x=0$  è soddisfatta impostando  $a_0 = 0$ .

Sostituendo le coordinate globali  $x$  per le coordinate locali

$$\xi = (jh - x)/h \quad (3.53)$$

L'obiettivo è semplificare le derivate nelle equazioni 3.50 e 3.51. Per questo,

$$\frac{d}{dx} = \frac{d}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = -\frac{1}{h} \frac{d}{d\xi}, dx = -hd\xi \quad (3.54)$$

l'equazione 3.53 per  $x=(j-1)h$  si trasforma in  $\xi=1$  e per  $x=jh$  in  $\xi=0$ . Dopo aver scritto le funzioni d'interpolazione in termini di  $\xi$ . Facendo sempre riferimento alla Fig. 47 e utilizzando la similitudine dei triangoli, si ottiene

$$\phi_{j-1}(x) = \frac{a_{j-1} \phi_{j-1}(x)}{a_{j-1}} = \frac{jh-x}{h} \quad (3.55)$$

Per cui, sostituendo  $\phi_{j-1}(x)$  e  $\phi_j(x)$  per  $\phi_1(\xi)$  e  $\phi_2(\xi)$  rispettivamente, e introducendo l'equazione 3.53 in 3.55 possiamo scrivere

$$\phi_1(\xi) = \xi, \phi_2(\xi) = 1 - \xi \quad (3.56)$$

Queste ultime sono funzioni lineari d'interpolazione e si applicano agli elementi finiti. In questo modo lo spostamento dell'elemento  $j$ -esimo dell'equazione 3.52 si può esprimere come

$$U(\xi) = \phi^T(\xi)\mathbf{a}_j = [\xi \ 1 - \xi]\mathbf{a}_j, \quad 0 < \xi < 1 \quad (3.57)$$

quindi utilizzando l'equazione 3,54 diventa

$$\frac{dU(x)}{dx} = -\frac{1}{h} \frac{dU(\xi)}{d\xi} = -\frac{1}{h} \frac{d\phi^T(\xi)}{d\xi} \mathbf{a}_j = -\frac{1}{h} [1 \ -1] \mathbf{a}_j, \quad 0 < \xi < 1 \quad (3.58)$$

Introducendo l'equazione 3,54, 3,57 e 3,58 nelle quantità dentro ai parentesi nell'equazione 3.50 si ottiene

$$\begin{aligned} & \int_{(j-1)h}^{jh} EA(x) \left[ \frac{dU(x)}{dx} \right]^2 dx + \delta_{jn} k U^2(L) \\ &= \int_1^0 EA_j(\xi) \mathbf{a}_j^T \left( -\frac{1}{h} \right)^2 \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \frac{d\phi^T(\xi)}{d\xi} \mathbf{a}_j (-h) d\xi + \delta_{jn} k \mathbf{a}_j^T \phi(0) \phi^T(0) \mathbf{a}_j \\ &= \mathbf{a}_j^T \left( \frac{1}{h} \int_0^1 EA_j(\xi) \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix}^T d\xi + \delta_{jn} k \begin{bmatrix} 0 & \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \\ & 1 \end{bmatrix}^T \right) \mathbf{a}_j \\ &= \mathbf{a}_j^T \left( \frac{1}{h} \int_0^1 EA_j(\xi) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^T d\xi + \delta_{jn} k \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \mathbf{a}_j \\ &= \mathbf{a}_j^T K_j \mathbf{a}_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.59)$$

dove

$$K_j = \frac{1}{h} \int_0^1 EA_j(\xi) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} d\xi + \delta_{jn} k \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.60)$$

solo le matrici di elementi di rigidezza, in cui, utilizzando l'equazione (3.53),

$$EA(x) = EA[h(j - \xi)] = EA_j(\xi) \quad (3.61)$$

è la rigidezza assiale dentro al elemento  $j$ . Inoltre, le derivate dell'equazione (3.51) possono essere espresse nel seguente modo:

$$\begin{aligned} & \int_{(j-1)h}^{jh} m(x) U^2(x) dx = \int_1^0 m_j(\xi) \mathbf{a}_j^T \phi(\xi) \phi^T(\xi) \mathbf{a}_j (-h) d\xi \\ &= \mathbf{a}_j^T \left( h \int_0^1 m_j(\xi) \begin{bmatrix} \xi & \\ & 1 - \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi & \\ & 1 - \xi \end{bmatrix}^T d\xi \right) \mathbf{a}_j \\ &= \mathbf{a}_j^T \left( h \int_0^1 m_j(\xi) \begin{bmatrix} \xi^2 & \xi(1 - \xi) \\ \xi(1 - \xi) & (1 - \xi)^2 \end{bmatrix} d\xi \right) \mathbf{a}_j \\ &= \mathbf{a}_j^T M_j \mathbf{a}_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.62)$$

dove

$$M_j = h \int_0^1 m_j(\xi) \begin{bmatrix} \xi^2 & \xi(1-\xi) \\ \xi(1-\xi) & (1-\xi)^2 \end{bmatrix} d\xi, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.63)$$

solo le matrici di elementi di massa, in cui,

$$m(x) = m[h(j - \xi)] = m_j(\xi) \quad (3.64)$$

è la densità di massa dentro l'elemento  $j$ .

Si assume che le sezioni siano costanti per ogni elemento finito e di conseguenza anche la rigidità e le distribuzioni di massa. Questa approssimazione non rispetta le condizioni del metodo classico di Rayleigh-Ritz. In pratica, questo problema non è così critico, perché le considerazioni di precisione dettano l'uso di un elevato numero di elementi. In questo modo l'impiego di tante piccole sezioni costanti ma diverse fra di loro, fanno sì che la distribuzione sia accettabile. Nel caso di una rigidità assiale costante su ogni elemento,  $EA_j(\xi) = EA_j =$  costante, le matrici di rigidità degli elementi si riducono a:

$$K_j = \frac{EA_j}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \delta_{jn} k \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.65)$$

Similarmente per  $m_j(\xi) = m_j =$  costante, la matrice di elementi massa diventa

$$M_j = \frac{m_j h}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.66)$$

Usando le matrici di rigidità dell'elemento e di massa per costruire le matrici globali di rigidità e di massa, si inseriscono le eq. (3.50), (3.51), (3.62) e (3.65) nella eq. (3.49) e si scrive il quoziente di Rayleigh nella forma

$$R(\mathbf{a}) = \frac{\sum_{j=1}^n \mathbf{a}_j^T K_j \mathbf{a}_j}{\sum_{j=1}^n \mathbf{a}_j^T M_j \mathbf{a}_j} = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{K} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^T \mathbf{M} \mathbf{a}} \quad (3.67)$$

dove  $\mathbf{a} = [a_1, a_2 \dots a_n]^T$  è il vettore del sistema nodale e  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{M}$  sono le matrici di rigidità globale e di massa. La coordinata nodale  $\mathbf{a}_j$  appare due volte, una volta come la componente inferiore nel vettore dell'elemento nodale  $\mathbf{a}_j$  e una altra come la componente superiore nel vettore dell'elemento nodale  $\mathbf{a}_{j+1}$ . Quindi, nella

realizzazione delle sommatorie in Eq. (3.67), la voce in basso a destra (2,2) dell'elemento  $K_j$  della matrice e la voce in alto a sinistra (1,1) di  $K_{j+1}$  si sommano. Lo stesso avviene per le voci corrispondenti delle matrici  $M_j$  e  $M_{j+1}$ . Inoltre, poiché l'asta è fissata a  $x = 0$ ,  $a_0 = 0$  si deve barrare la prima riga e colonna nelle matrici elemento  $K_1$  e  $M_1$ . Perciò, le matrici globali rigidezza e di massa hanno la forma schematica di Fig. 48, dove i termini in grassetto rappresentano la somma della voce (2,2) di  $K_j$  e  $M_j$  e la voce (1, 1) di  $K_{j+1}$  e  $M_{j+1}$ , rispettivamente. Quindi, usando le eq. (3.65) e (3.66) in congiunzione con lo schema di Fig. 48, le matrici globali rigidezza e massa sono

$$K = \frac{E}{h} \begin{bmatrix} A_1 + A_2 & -A_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -A_2 & A_2 + A_3 & -A_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -A_3 & A_3 + A_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_{n-1} + A_n & -A_n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -A_n & A_n + kh/E \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

e

$$M = \frac{h}{6} \begin{bmatrix} 2(m_1 + m_2) & m_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ m_2 & 2(m_2 + m_3) & m_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 2(m_3 + m_4) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2(m_{n-1} + m_n) & m_n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & m_n & 2m_n \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Le matrici  $K$  e  $M$  sono definite a un mezzo-banda, perché vi è una diagonale diversa da zero sopra e sotto la diagonale principale.

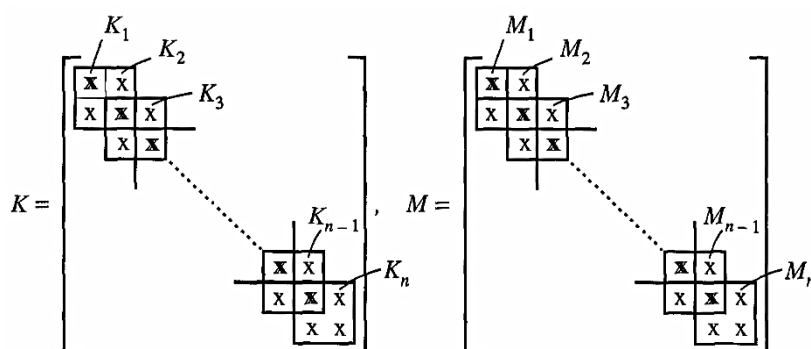


FIG. 48

Forma delle matrici globali rigidezza e di massa

Seguendo il metodo di Rayleigh-Ritz, per il problema della ricerca degli autovalori con il quoziente di Rayleigh nella forma data dall'equazione (3.67), si ottiene

$$K\mathbf{a} = \lambda M\mathbf{a}, \lambda = \omega^2 \quad (3.70)$$



La soluzione del problema dell'equazione (3,70), consiste nell'approssimazione del problema degli autovalori  $\lambda_r^{(n)}$  e di quello associato degli autovettori  $\mathbf{a}_r^{(n)}$  ( $r=1,2,\dots,n$ ).

Le frequenze naturali che approssimano le soluzioni sono  $\omega_r^{(n)} = \sqrt{\lambda_r^{(n)}}$  ( $r = 1,2, \dots, n$ ). Inoltre, i modi naturali approssimati  $U_r^{(n)}(x)$  sono ottenuti sapendo che  $U_r^{(n)}(h), U_r^{(n)}(2h), \dots, U_r^{(n)}(nh) = U_r^{(n)}(L)$  sono i componenti  $a_{1,r}^{(n)}, a_{2,r}^{(n)}, \dots, a_{n,r}^{(n)}$  del vettore modale r-esimo  $\mathbf{a}_r^{(n)}$  ( $r = 1,2, \dots, n$ ).

### 3.3.3 TRAVI SOTTO VIBRAZIONE FLETTENTE

Si può osservare che le travi in vibrazione flessionale differiscono se pur solo parzialmente dalle corde in vibrazione trasversale, aste in vibrazione longitudinale e alberi in torsione. In particolare, l'equazione differenziale del moto per le travi è di quarto ordine, a differenza di quella per corde, aste e alberi, che è del secondo ordine. La formulazione agli elementi finiti per le travi è più complessa di quella per corde, aste e alberi, perché l'energia potenziale per definire le variabili spaziali  $x$  per le travi coinvolge derivate di secondo ordine e le funzioni d'interpolazione devono essere di terzo grado. Per quanto riguarda il procedimento di discretizzazione di sistemi di quarto ordine è analogo a quello per sistemi del secondo ordine.

Come previsto metodo Mykiestad per le travi in vibrazione flessionale, è necessario considerare due spostamenti in ogni punto nodale  $X_j = jh$ , vale a dire, la traslazione  $Y_j$  e la rotazione  $\theta_j$ . Quindi, il vettore spostamento nodale avendo quattro componenti richiede funzioni cubiche di interpolazione. Dal momento che ci sono due spostamenti in ogni punto nodale, per un totale di quattro, non sono necessari nodi interni. A parte la presenza di due spostamenti in ciascun punto nodale, il processo per derivare le matrici massa e rigidità degli elementi e dell'insieme, il procedimento è analogo a quello per le corde, gli aste e alberi.

In Fig. 49 è indicata una tipica trave di  $j$  elementi finiti in vibrazione trasversale, dove  $\xi$  rappresenta la coordinata locale definita dall'eq. (3.53).

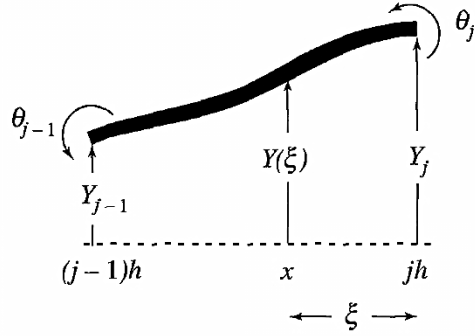


FIG. 49

Utilizzando il metodo visto nella sezione precedente, si definisce lo spostamento nel modo seguente:

$$Y(\xi) = \phi_1(\xi)Y_{j-1} + \phi_2(\xi)h\Theta_{j-1} + \phi_3(\xi)Y_j + \phi_4(\xi)h\Theta_j = \phi^T(\xi)\mathbf{a}_j \quad (3.71)$$

dove  $\phi(\xi) = [\phi_1(\xi) \ \phi_2(\xi) \ \phi_3(\xi) \ \phi_4(\xi)]^T$  è un vettore di funzioni di interpolazione e  $\mathbf{a}_j = [Y_{j-1} \ h\Theta_{j-1} \ Y_j \ h\Theta_j]^T$  è un vettore di spostamenti nodali.

Avendo moltiplicato gli spostamenti angolari  $\Theta_{j-1}$  e  $\Theta_j$  per  $h$  in modo da dare ai quattro componenti una unità di lunghezza, come risultato, tutti i quattro componenti di  $\Theta(\xi)$  sono adimensionali. Rappresentando lo spostamento per l'equazione cubica

$$Y(\xi) = c_1 + c_2\xi + c_3\xi^2 + c_4\xi^3 \quad (3.72)$$

dove  $c_i (i = 1,2,3,4)$  sono costanti da determinare. Fig. 49, si vede che lo spostamento trasversale in  $\xi=0$  è  $Y_j$  tale per cui

$$Y(0) = Y_j = c_1 \quad (3.73)$$

La rotazione  $\Theta_j$  è uguale alla derivata dello spostamento rispetto a  $x$ , per  $x=jh$  si trasforma (3.74)

$$\Theta_j = \frac{dY(x)}{dx} \Big|_{x=jh} = -\frac{1}{h} \frac{dY(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} \quad (3.74)$$

Quindi, utilizzando le equazioni (3.74) e (3.72),

$$\frac{dY(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = -h\Theta_j = c_2 \quad (3.75)$$

Per,  $\xi=1$ , si trova

$$Y(1) = Y_{j-1} = c_1 + c_2 + c_3 + c_4 \quad (3.76)$$

e

$$\left. \frac{dY(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi=1} = -h\Theta_{j-1} = c_2 + 2c_3 + 3c_4 \quad (3.77)$$

Risolvendo le equazioni (3.73), (3.75), (3.76) e (3.77), si ottiene

$$\begin{aligned} c_1 &= Y_j, \quad c_2 = -h\Theta_j, \quad c_3 = 3Y_{j-1} + h\Theta_{j-1} - 3Y_j + 2h\Theta_j, \\ c_4 &= -2Y_{j-1} - h\Theta_{j-1} + 2Y_j + 3h\Theta_j \end{aligned} \quad (3.78)$$

in modo che, inserendo le equazioni (3.78) in (3.72)

$$\begin{aligned} Y(\xi) &= Y_j - h\Theta_j\xi + (3Y_{j-1} + h\Theta_{j-1} - 3Y_j + 2h\Theta_j)\xi^2 \\ &\quad + (-2Y_{j-1} - h\Theta_{j-1} + 2Y_j + 3h\Theta_j)\xi^3 \\ &= (3\xi^2 - 2\xi^3)Y_{j-1} + (\xi^2 - \xi^3)h\Theta_{j-1} + (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3)Y_j \\ &\quad + (-\xi + 2\xi^2 - \xi^3)h\Theta_j \end{aligned} \quad (3.79)$$

Con le equazioni (3.71) e (3.79), si ottengono le seguenti funzioni d'interpolazione

$$\phi_1(\xi) = 3\xi^2 - 2\xi^3, \quad \phi_2(\xi) = \xi^2 - \xi^3, \quad \phi_3(\xi) = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \quad \phi_4(\xi) = -\xi + 2\xi^2 - \xi^3 \quad (3.80)$$

Sono chiamate le cubiche di Hermite. Successivamente, si ricavano le matrici rigidezza e massa dell'elemento. Dalla formula di massima energia potenziale ottenuta come la somma degli elementi

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{(j-1)h}^{jh} EI(x) \left[ \frac{d^2Y(x)}{dx^2} \right]^2 dx \quad (3.81)$$

e utilizzando le equazioni (3.53) e (3.54) concludiamo che

$$\frac{d^2Y(x)}{dx^2} = \frac{1}{h^2} \frac{d^2Y(\xi)}{d\xi^2} \quad (3.82)$$

e analogamente con l'equazione (3.61) possiamo scrivere

$$EI(x) = EI[h(j - \xi)] = EI_j(\xi) \quad (3.83)$$

Dopo, utilizzando l'equazione (3.54) possiamo scrivere

$$\begin{aligned} \int_{(j-1)h}^{jh} EI(x) \left[ \frac{d^2Y(x)}{dx^2} \right]^2 dx &= \int_0^1 EI_j(\xi) \left( \frac{1}{h^2} \right)^2 \left[ \frac{d^2Y(\xi)}{d\xi^2} \right]^2 (-h) d\xi \\ &= \frac{1}{h^3} \int_0^1 EI_j(\xi) \mathbf{a}_j^T \frac{d^2\phi(\xi)}{d\xi^2} \frac{d^2\phi^T(\xi)}{d\xi^2} \mathbf{a}_j d\xi \\ &= \mathbf{a}_j^T K_j \mathbf{a}_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.84)$$

Dove utilizzando l'equazione (3.80)

$$\begin{aligned}
K_j &= \frac{1}{h^3} \int_0^1 EI_j(\xi) \frac{d^2 \phi(\xi)}{d\xi^2} \frac{d^2 \phi^T(\xi)}{d\xi^2} d\xi \\
&= \frac{4}{h^3} \int_0^1 EI_j(\xi) \begin{bmatrix} 3(1-2\xi) \\ 1-3\xi \\ -3(1-2\xi) \\ 2-3\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3(1-2\xi) \\ 1-3\xi \\ -3(1-2\xi) \\ 2-3\xi \end{bmatrix}^T d\xi \\
&= \frac{4}{h^3} \int_0^1 EI_j(\xi) \begin{bmatrix} 9(1-2\xi)^2 & 3(1-2\xi)(1-3\xi) \\ 3(1-2\xi)(1-3\xi) & (1-3\xi)^2 \\ -9(1-2\xi)^2 & -3(1-3\xi)(1-2\xi) \\ 3(1-2\xi)(2-3\xi) & (1-3\xi)(2-3\xi) \\ -9(1-2\xi)^2 & 3(1-2\xi)(2-3\xi) \\ -3(1-3\xi)(1-2\xi) & (1-3\xi)(2-3\xi) \\ 9(1-2\xi)^2 & -3(1-2\xi)(2-3\xi) \\ -3(1-2\xi)(2-3\xi) & (2-3\xi)^2 \end{bmatrix} d\xi, \\
& \qquad \qquad \qquad j = 1, 2, \dots, n \tag{3.85}
\end{aligned}$$

Avendo le matrici di rigidezza degli elementi per determinare le matrici di massa degli elementi è necessario scrivere il riferimento cinetico d'energia nella forma

$$\begin{aligned}
T_{\text{ref}} &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{(j-1)h}^{jh} m(x) Y^2(x) dx = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_0^1 m_j(\xi) Y^2(\xi) (-h) d\xi \\
&= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n h \int_0^1 m_j(\xi) \mathbf{a}_j^T \phi(\xi) \phi^T(\xi) \mathbf{a}_j d\xi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \mathbf{a}_j^T M_j \mathbf{a}_j \tag{3.86}
\end{aligned}$$

dove utilizzando l'equazione (3.80) si trovano le matrici di massa degli elementi:

$$\begin{aligned}
M_j &= h \int_0^1 m_j(\xi) \begin{bmatrix} 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ \xi^2 - \xi^3 \\ 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ -\xi + 2\xi^2 - \xi^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ \xi^2 - \xi^3 \\ 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ -\xi + 2\xi^2 - \xi^3 \end{bmatrix}^T d\xi \\
&= h \int_0^1 m_j(\xi) \begin{bmatrix} \xi^4(3-2\xi)^2 & \xi^4(3-2\xi)(1-\xi) \\ \xi^4(3-2\xi)(1-\xi) & \xi^4(1-\xi)^2 \\ \xi^2(3-2\xi)(1-3\xi^2+2\xi^3) & \xi^2(1-\xi)(1-3\xi^2+2\xi^3) \\ -\xi^3(3-2\xi)(1-\xi)^2 & -\xi^3(1-\xi)^3 \\ \xi^2(3-2\xi)(1-3\xi^2+2\xi^3) & -\xi^3(3-2\xi)(1-\xi)^2 \\ \xi^2(1-\xi)(1-3\xi^2+2\xi^3) & -\xi^3(1-\xi)^3 \\ (1-3\xi^2+2\xi^3)^2 & -\xi(1-3\xi^2+2\xi^3)(1-\xi)^2 \\ -\xi(1-3\xi^2+2\xi^3)(1-\xi)^2 & \xi^2(1-\xi)^4 \end{bmatrix} d\xi, \\
& \qquad \qquad \qquad j = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

(3.87)

Per  $EI_j$  costante negli elementi, dopo l'integrazione dell'equazione (3.85) si ottengono le matrici di rigidezza degli elementi

$$K_j = \frac{EI_j n^3}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 \\ 6 & 4 & -6 & 2 \\ -12 & -6 & 12 & -6 \\ 6 & 2 & -6 & 4 \end{bmatrix}, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.88)$$

e per  $m_j$  costante negli elementi, a seguito dell'integrazione dell'equazione (3.87), si ottengono le matrici massa degli elementi

$$M_j = \frac{m_j L}{420n} \begin{bmatrix} 156 & 22 & 54 & -13 \\ 22 & 4 & 13 & -3 \\ 54 & 13 & 156 & -22 \\ -13 & -3 & -22 & 4 \end{bmatrix}, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.89)$$

Le matrici globali di rigidezza e di massa sono mostrate schematicamente in Fig. 50. E' necessario togliere le righe e colonne dalle matrici globali come le condizioni di bordo richiedono.

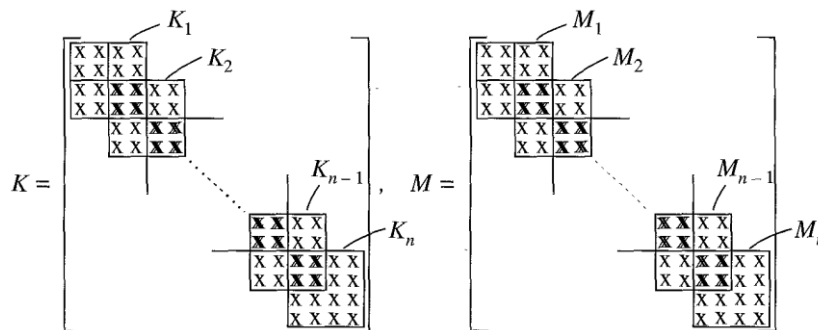


Fig. 50

Forma delle matrici globali rigidezza e di massa

Come già anticipato il metodo degli elementi finiti è stato ideato come metodo di analisi strutturale, in particolare per l'analisi delle sollecitazioni statiche di strutture complesse e per questo era prevista solo la presenza della matrice di rigidezza. Inizialmente per utilizzare il metodo degli elementi finiti nel campo delle vibrazioni, si era pensato di usare matrici a masse concentrate o incoerenti. Poi si è preferito usare come nel metodo di Rayleigh-Ritz, per la distribuzione della massa, l'approccio variazionale, le matrici di massa e di rigidità coerenti. Questo perchè nel caso di matrici a masse concentrate o incoerenti la stazionarietà del quoziente di Rayleigh non è più valida, si verificano errori e la convergenza è bassa.

### 3.3.4 ERRORI NEGLI AUTOVALORI

Come per qualsiasi processo di discretizzazione, gli autovalori e le autofunzioni calcolate mediante il metodo degli elementi finiti sono soggette ad errori. Questi errori sono difficili da stimare, in particolare se la distribuzione dei parametri di massa e rigidità non è distribuita correttamente nell'ambito di un processo variazionale. Il problema è in generale che se il metodo di Rayleigh-Ritz non è opportunamente applicato, non è possibile stimare gli errori. Infatti quando una non uniformità di massa e rigidità è approssimata mediante una distribuzione a sezioni costanti, non solo gli errori negli autovalori approssimati non possono essere stimati, ma è difficile anche prevedere se gli autovalori approssimati sono maggiori o minori di quelli reali.

Nel caso in cui la discretizzazione degli elementi finiti rispetti il procedimento individuato dal metodo di Rayleigh-Ritz questo significa che il sistema è conservativo e che i parametri di massa e rigidità sono stati considerati nel modo corretto. In questo caso è possibile fare alcune stime di errori negli autovalori e nelle autofunzioni. Infatti, può essere dimostrato che, per un  $h$  piccolo, gli errori prodotti dagli autovalori approssimati  $\lambda_r^{(n)}$  soddisfano le disuguaglianze

$$\epsilon_r^{(n)} = \lambda_r^{(n)} - \lambda_r \leq ch^{2(k-p)} (\lambda_r^{(n)})^{k/p}, \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (3.90)$$

dove  $c$  è una costante,  $k - 1$  è il grado delle funzioni di interpolazione e  $p$  è l'ordine della massima derivata spaziale nell'energia potenziale.  $h$  è inversamente proporzionale a  $n$  e le disuguaglianze (3.90) indicano che gli errori diminuiscono al crescere di  $n$ . Inoltre, la velocità alla quale gli errori diminuiscono, aumenta all'aumentare del grado delle funzioni d'interpolazione. D'altra parte, poiché gli autovalori aumentano con il numero di modi, l'errore aumenta all'aumentare del numero dei modi. Infatti, gli autovalori stimati più alti tendono a essere abbastanza imprecisi. Come indicazione di massima, meno della metà degli autovalori approssimati e calcolati mediante il metodo degli elementi finiti può essere considerato preciso. Quindi, il numero di gradi di libertà del modello discreto dovrebbe essere almeno due volte più grande del numero di autovalori precisi desiderati.

Le disuguaglianze (3.90) tendono a produrre stime molto prudenti, in quanto gli errori reali sono in genere molto più piccoli di quelli suggeriti dalle disuguaglianze.

Invece le autofunzioni approssimate non si prestano alla stessa stima significativa di errore come gli autovalori approssimati. Infatti, le stime di errore sono possibili solo in senso medio ponderato, anziché stime di errore a singoli punti dell'elemento.

La validità delle disuguaglianze (3.90) può essere estesa ai casi in cui le distribuzioni dei parametri sono state approssimate e il numero di gradi di libertà del modello a elementi finiti è sufficientemente grande per fare sì che le approssimazioni siano abbastanza vicini alle distribuzioni effettive.

Si presentano altri errori quando la matrice di massa è il risultato di un processo di concentrazioni delle masse. In questi casi la matrice di massa è definita incoerente e, poiché non è applicato correttamente il metodo di Rayleigh-Ritz, le disuguaglianze (3.90) non possono più fornire stime di errore. Infatti, gli errori risultano negativi e fanno sì che gli autovalori approssimati siano minori rispetto ai corrispondenti reali. Un'altra difficoltà può sorgere nell'utilizzo di matrici a masse concentrate per le travi a flessione. Infatti, se il modello a parametri concentrati non prevede momenti d'inerzia di massa corrispondente allo spostamento nodale angolare  $\theta_j$ , la matrice di massa è semidefinita e positiva, arrivando ad risultato non fisicamente ammissibile. La distribuzione di masse concentrate in masse discrete è un processo relativamente semplice, mentre non è immediato generare masse discrete con momenti d'inerzia di massa equivalenti.

### *3.3.5 RISPOSTE DEI SISTEMI IN UN FEM*

La risposta del sistema ottenuta usando il metodo degli elementi finiti può essere ottenuta anche usando il metodo di Rayleigh-Ritz. La risposta ottenuta utilizzando un ulteriore metodo chiamato “dei modi presunti” prevede l'uso delle equazioni di Lagrange coinvolgendo l'energia cinetica, l'energia potenziale e il lavoro virtuale delle forze non conservative. Dal momento che l'espressione dell'energia potenziale varia da sistema a sistema, è necessario studiare la risposta del sistema in base al sistema scelto.

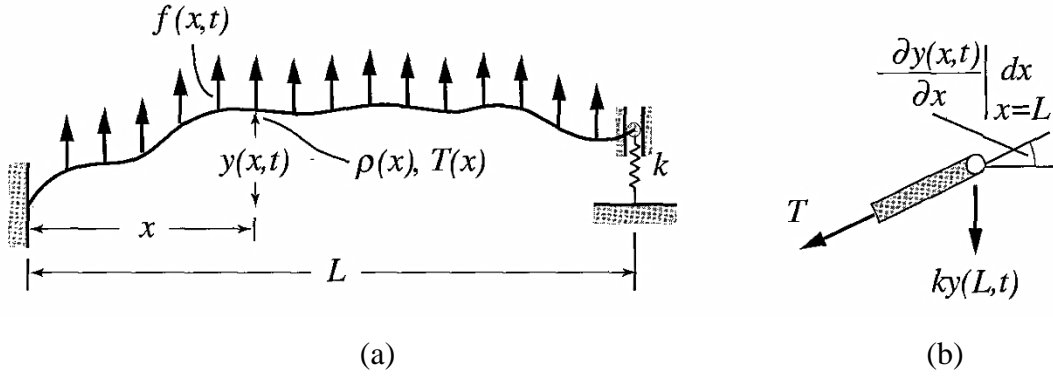


FIG. 51

Corda in vibrazione trasversale

Considerando la corda in vibrazione trasversale mostrata in Fig. 51 caratterizzata da equazione dell'energia cinetica (3.91)

$$T(t) = \frac{1}{2} \int_0^L \rho(x) \left[ \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right]^2 dx \quad (3.91)$$

e da equazione dell'energia potenziale (3.92)

$$V(t) = \frac{1}{2} \int_0^L T(x) \left[ \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right]^2 dx + \frac{1}{2} ky^2(L,t) \quad (3.92)$$

e da equazione del lavoro virtuale delle forze non consecutive (3.93)

$$\overline{\delta W}_{nc}(t) = \int_0^L f(x,t) \delta y(x,t) dx \quad (3.93)$$

in cui  $\rho(x)$  è la massa per unità di lunghezza della Corda,  $y(x,t)$  è lo spostamento trasversale,  $T(x)$  è la tensione della corda,  $k$  è la costante della molla e  $f(x,t)$  è la forza per unità di lunghezza. Per ottenere la risposta con il metodo degli elementi finiti, è necessario discretizzare le equazioni (3.91) e (3.92). Per questo si divide il dominio  $0 < x < L$  in  $n$  elementi di larghezza  $h$ . Allora, per analogia con l'equazione (3.48), si descrive lo spostamento dell'elemento  $j$  in termini di funzioni di interpolazione lineare nella forma (3.94)

$$y(x,t) = a_{j-1}(t) \phi_{j-1}(x) + a_j(t) \phi_j(x), \quad (j-1)h < x < jh \quad (3.94)$$

dove  $a_{j-1}(t)$  e  $a_j(t)$  sono spostamenti della Corda nei punti nodali rispettivamente  $x = (j-1)h$  e  $x = jh$ , e dalla equazione (3.55) si ricava le funzioni di interpolazione lineare (3.95)

$$\phi_{j-1}(x) = j - x/h, \quad \phi_j(x) = 1 - (j - x/h) \quad (3.95)$$



Lo spostamento  $y(x, t)$  sul elemento  $j$  (equazione (3.94), può essere espresso in termini di coordinate locali adimensionale  $\xi = j - x/h$  ottenendo:

$$y(x, t) = y[h(j - \xi), t] = y_j(\xi, t) = \boldsymbol{\phi}^T(\xi) \mathbf{a}_j(t) \quad (3.96)$$

in cui  $\mathbf{a}_j(t) = [a_{j-1}(t) a_j(t)]^T$  è un vettore di spostamenti nodali per l'elemento  $j$  e  $\boldsymbol{\phi}(\xi) = [\phi_1(\xi) \phi_2(\xi)]^T$  è un vettore di funzioni di interpolazione con componenti uguali per ogni elemento

$$\phi_1(\xi) = \xi, \quad \phi_2(\xi) = 1 - \xi, \quad 0 < \xi < 1 \quad (3.97)$$

L'equazione differenziale per l'energia cinetica ed energia potenziale sono rispettivamente:

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \boldsymbol{\phi}^T(\xi) \frac{d\mathbf{a}_j(t)}{dt} \quad (3.98)$$

e

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = -\frac{1}{h} \frac{\partial y_j(\xi, t)}{\partial \xi} = -\frac{1}{h} \frac{d\boldsymbol{\phi}^T(\xi)}{d\xi} \mathbf{a}_j(t) \quad (3.99)$$

La forza distribuita può essere espressa in termini di  $\xi$  sul elemento  $j$  ottenendo

$$f(x, t) = f[h(j - \xi), t] = f_j(\xi, t), \quad 0 < \xi < 1 \quad (3.100)$$

Le equazioni differenziali del moto sono paragonabili a quelle del problema agli autovalori nella sezione 3.2.1. Quindi, per analogia con l'equazioni (3.51) e (3.59), l'energia cinetica può essere scritta nella forma

$$\begin{aligned} T(t) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{(j-1)h}^{jh} \rho(x) \left[ \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right]^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \dot{\mathbf{a}}_j^T(t) \left[ h \int_0^1 \rho_j(\xi) \boldsymbol{\phi}(\xi) \boldsymbol{\phi}^T(\xi) d\xi \right] \dot{\mathbf{a}}_j(t) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \dot{\mathbf{a}}_j^T(t) M_j \dot{\mathbf{a}}_j(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{a}}^T(t) M \dot{\mathbf{a}}(t) \end{aligned} \quad (3.101)$$

dove

$$M_j = h \int_0^1 \rho_j(\xi) \boldsymbol{\phi}(\xi) \boldsymbol{\phi}^T(\xi) d\xi = h \int_0^1 \rho_j(\xi) \begin{bmatrix} \xi^2 & \xi(1-\xi) \\ \xi(1-\xi) & (1-\xi)^2 \end{bmatrix} d\xi, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.102)$$

sono le matrici degli elementi di massa, in cui  $\rho_j(\xi)$  è la densità di massa sul elemento  $j$  ed ha un'espressione analoga a quello dato dall'eq. (3.64).

Inoltre,  $\mathbf{a}(t) = [a_1(t) a_2(t) \dots a_n(t)]^T$  è il vettore spostamento nodale del sistema, in cui si ha che  $a_0(t) = 0$ , perché la Corda è fissata in  $x = 0$ . Inoltre,  $M$  è la matrice globale di massa, ed è simile nella struttura a quella della fig. 48. Per analogia con le Eq. (3.50) e (3.59), l'energia potenziale può essere scritto come

$$\begin{aligned}
 V(t) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{(j-1)h}^{jh} T(x) \left[ \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right]^2 dx + \delta_{jn} k y^2(L,t) \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \mathbf{a}_j^T(t) \left[ \frac{1}{h} \int_0^1 T_j(\xi) \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \frac{d\phi^T(\xi)}{d\xi} d\xi + \delta_{jn} k \phi(0) \phi^T(0) \right] \mathbf{a}_j(t) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \mathbf{a}_j^T(t) K_j \mathbf{a}_j(t) = \frac{1}{2} \mathbf{a}^T(t) \mathbf{K} \mathbf{a}(t)
 \end{aligned} \tag{3.103}$$

dove

$$\begin{aligned}
 K_j &= \frac{1}{h} \int_0^1 T_j(\xi) \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \frac{d\phi^T(\xi)}{d\xi} d\xi + \delta_{jn} k \phi(0) \phi^T(0) \\
 &= \frac{1}{h} \int_0^1 T_j(\xi) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} d\xi + \delta_{jn} k \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3.104}$$

sono le matrici rigidezza degli elementi, in cui  $T_j(\xi)$  è la tensione della Corda nell'elemento  $j$ , e  $K$  è la matrice di rigidezza globale con una struttura simile a quella di Fig. 48.

Per discretizzare il lavoro virtuale delle forze conservatrici si inserisce l'equazione (3.96) nell'equazione. (3.92), in considerazione dell'equazione (3.100) e si ha che

$$\begin{aligned}
 \overline{\delta W}_{nc}(t) &= \sum_{j=1}^n \int_{(j-1)h}^{jh} f(x,t) \delta y(x,t) dx = \sum_{j=1}^n \left[ h \int_0^1 f_j(\xi,t) \phi^T(\xi) d\xi \right] \delta \mathbf{a}_j(t) \\
 &= \sum_{j=1}^n \mathbf{F}_j^T(t) \delta \mathbf{a}_j(t) = \mathbf{F}^T(t) \delta \mathbf{a}(t)
 \end{aligned} \tag{3.105}$$

dove

$$\mathbf{F}_j(t) = h \int_0^1 f_j(\xi,t) \phi(\xi) d\xi = h \int_0^1 f_j(\xi,t) \begin{bmatrix} \xi \\ 1 - \xi \end{bmatrix} d\xi, \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{3.106}$$

sono le forze nodale e  $\mathbf{F}(t) = [F_1(t) F_2(t) \dots F_n(t)]^T$  è il vettore globale di forza nodale in cui è stato ommesso  $F_0(t)$  da  $\mathbf{F}(t)$  perché  $\delta_{a0}(t) = 0$ .

Quindi, l'effetto dei processi di discretizzazione dato dall'equazione (3.106) è quello di generare forze concentrate che agiscono sui punti nodali per sostituire la forza distribuita  $f(x, t)$ . Per ottenere il vettore forza globale nodale  $\mathbf{F}(t)$ , si deve aggiungere il componente inferiore  $F_j(t)$  al componente superiore  $F_{j+1}(t)$  per generare la forza nodale  $F_j(t)$

Le equazioni di moto del sistema discretizzato sono ottenute inserendo le equazioni (3.101) e (3.103) nell'equazioni di Lagrange. Dalle forme quadratiche di energia cinetica e potenziale e l'espressione di lavoro virtuale, si possono scrivere le equazioni del moto direttamente in forma matriciale

$$M\ddot{\mathbf{a}}(t) + K\mathbf{a}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.107)$$

Gli stessi sviluppi sono validi anche per gli aste in vibrazione assiale ed alberi in torsione. Con alcune modifiche, questi si applicano anche alle travi in flessione. In questo caso, le matrici di rigidezza degli elementi  $K_j$  e matrici di massa  $M_j$  sono  $4 \times 4$  e sono date rispettivamente delle equazioni (3.85) e (3.87). I vettori di spostamento degli elementi nodali hanno quattro dimensioni e hanno la forma  $\mathbf{a}_j(t) = [y_{j-1}(t) h\theta_{j-1}(t) y_j(t) h\theta_j(t)]^T$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ).

Inoltre, in analogia con l'equazione (3.106) e in combinazione con l'equazione (3.80), i vettori delle forze degli elementi nodali sono

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_j(t) &= h \int_0^1 f_j(\xi, t) \phi(\xi) d\xi \\ &= h \int_0^1 f_j(\xi, t) [3\xi^2 - \xi^3 \quad \xi^2 - \xi^3 \quad 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad -\xi + 2\xi^2 - \xi^3]^T d\xi, \\ & \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1) \quad (3.108) \end{aligned}$$

Osserviamo che il primo e terzo componente in  $F_j(t)$  rappresenta le forze, mentre il secondo e quarto rappresenta i momenti. Hanno unità di misura di forza, perché le rotazioni  $\theta_{j-1}(t)$  e  $\theta_j(t)$  nel vettore di spostamento dell'elemento modale  $\mathbf{a}_j(t)$  sono stati moltiplicati per  $h$  in modo che tutti i componenti di  $\mathbf{a}_j(t)$  hanno le stesse unità.

Le matrici globali di rigidezza e di massa hanno strutture simili a quelle mostrate in Fig. 50, la forma viene definita seconda le condizioni di bordo. Il terzo componente di  $\mathbf{F}_j(t)$  deve essere aggiunto al primo componente di  $\mathbf{F}_{j+1}(t)$  per ottenere la forza nodale  $F_j(t)$  e il quarto componente di  $\mathbf{F}_j(t)$  deve essere aggiunto il secondo componente di  $\mathbf{F}_{j+1}(t)$  per ottenere il momento nodale di  $\mathbf{M}_j(t)$ , dove si nota che  $M_j(t)$  ha effettivamente unità di forza.

## CAPITOLO 4

### VALUTAZIONI PER IL MIGLIORAMENTO DEL COMPORTAMENTO DINAMICO DELLA SLITTA PORTA MANDRINO NELLA MACCHINA UTENSILE DELLA C.B. FERRARI

In questo capitolo è descritta la slitta porta mandrino della macchina fresatrice CNC prodotta dalla azienda C.B. Ferrari ed è analizzato il comportamento modale tramite FEM del componente ora realizzato in FE430. E' presa in considerazione la soluzione costruttiva alternativa presentata nella tesi di laurea di Ing S. Poli con schiume metalliche all'interno del componente. Per la slitta è inoltre analizzata anche l'ipotesi di totale svuotamento del nucleo con guscio in FE340 e cavità interne vuote. Quindi si confrontano i risultati delle analisi FEM per le tre opzioni individuate, ovvero le frequenze ottenute per il componente realizzato con schiume metalliche, con corpo totalmente in FE430 e con guscio in FE430 e interno cavo.

#### 4.1 DESCRIZIONE, CONFIGURAZIONE GEOMETRICA E MATERIALE DELLA SLITTA ATTUALMENTE USATA

La slitta porta mandrino analizzata è un componente della macchina fresatrice CNC denominata ML45 vedi Fig. 52 prodotta dalla azienda C.B.Ferrari. La slitta codificata con il numero 5173548, realizza la traslazione lungo l'asse "Z". Su questo componente è montato un motore portamandrino che tramite un apposito utensile da taglio realizza le lavorazioni d'asportazione del materiale.

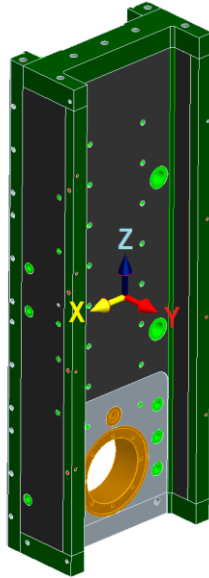


**FIG. 52**

*Macchina fresatrice CNC modello ML45 progettata e costruita dall'azienda C.B.Ferrari.*

#### 4.1.1 COMPONENTI DELLA SLITTA E METODO DI PRODUZIONE

Come già descritto la slitta attualmente in uso è realizzata in FE340 (S275). La convenzione per la direzione degli assi è la medesima scelta dalla C.B.Ferrari ed è rappresentata in Fig. 53.



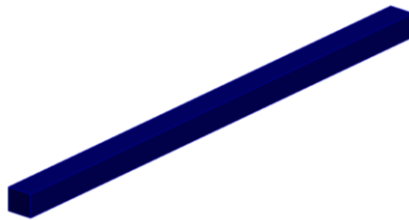
**FIG. 53**

*Rappresentazione della convenzione degli assi per la slitta*

In particolare gli elementi che compongono la slitta sono prima saldati insieme e poi lavorati da una macchina utensile dove sono eseguite operazioni di sgrossatura, foratura, filettatura e finitura

I particolari che compongono la slitta sono i seguenti:

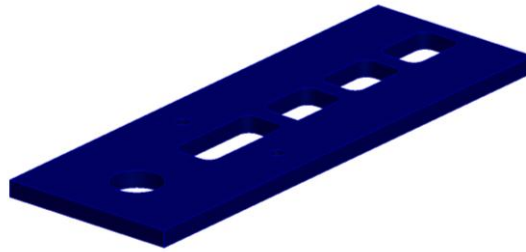
- Posizione 1: elemento rettangolare 45x40x915 mm numero pezzi 2 (vedi fig. 54);



**FIG. 54**

*Posizione 1*

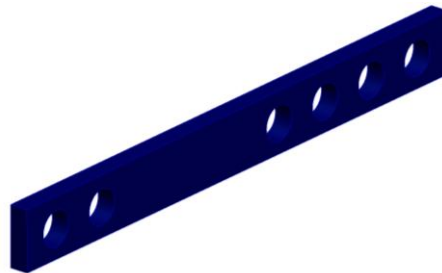
- Posizione 2: elemento rettangolare largo 320x30x915mm numero pezzi 1 (vedi Fig. 55 );



**FIG. 55**

*Posizione 2*

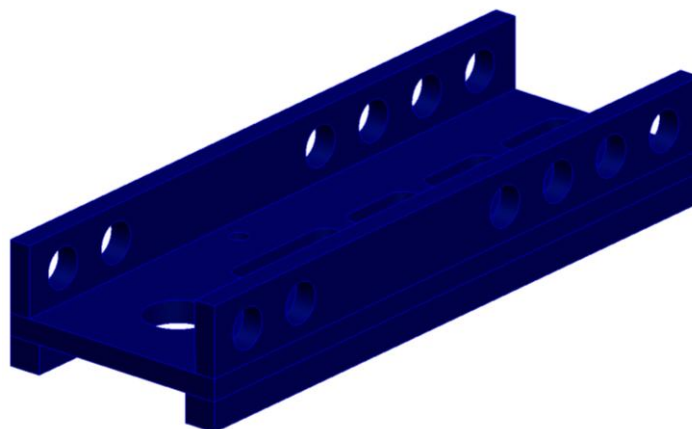
- Posizione 3: elemento rettangolare largo 96x30x915mm numero pezzi 2 (vedi Fig. 56).



**FIG. 56**

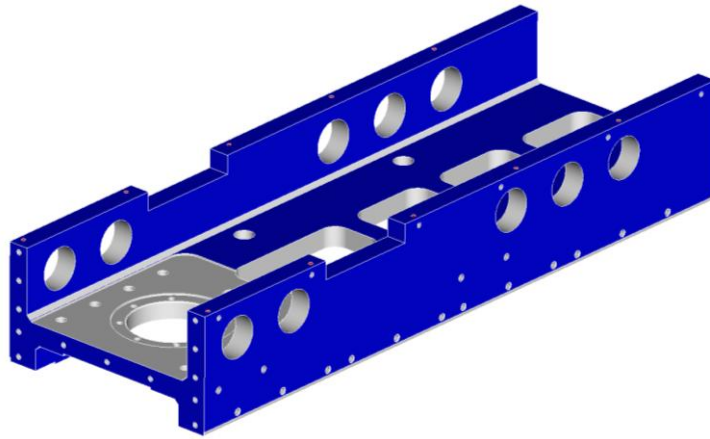
*Posizione 3*

Tutti i tre pezzi sono facilmente ricavabili da lastre dei corrispondenti spessori nominali, tagliando le sagome mediante taglio ossiacetilenico, laser oppure waterjet abrasivo e ad acqua. Dopo che i pezzi sono stati saldati con processo tipo MAG vedi Fig. 57, tutte le superfici tranne che le asole della posizione 2 e i fori sulla posizione 3 sono sottoposte ad asportazione di truciolo vedi Fig. 58.



**FIG. 57**

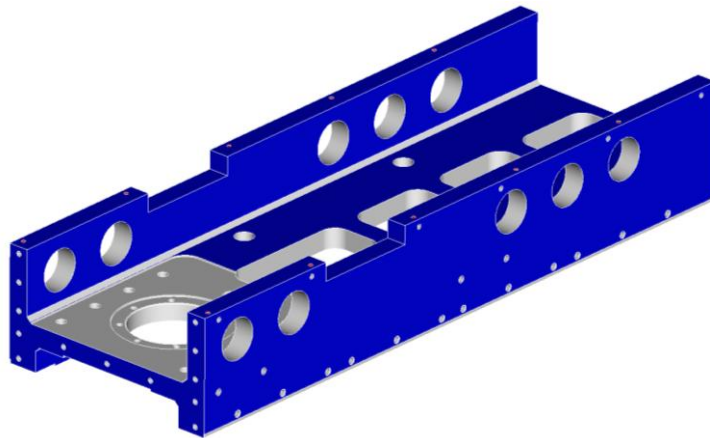
*Slitta dopo la saldatura e prima delle lavorazioni di macchine utensili*



**FIG. 58**

*Slitta dopo lavorazioni ad asportazione di materiale.*

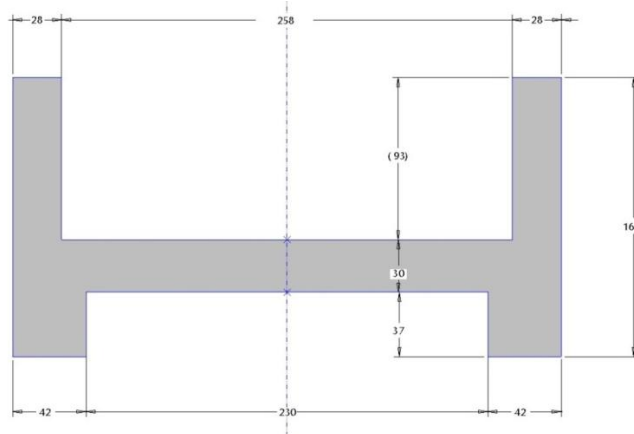
La geometria del particolare è rappresentata in Fig. 59, è realizzata tramite la saldatura di tre particolari in FE430 opportunamente lavorati fino a ottenere la configurazione richiesta.



**FIG. 59**

*La slitta realizza la traslazione lungo l'asse "Z" della fresatrice CNC modello ML45 costruita dall'azienda C.B.Ferrari*

Il peso è approssimativamente 110 kg e la sezione caratteristica rappresentata in Fig. 60 ha lunghezza totale di 905mm.



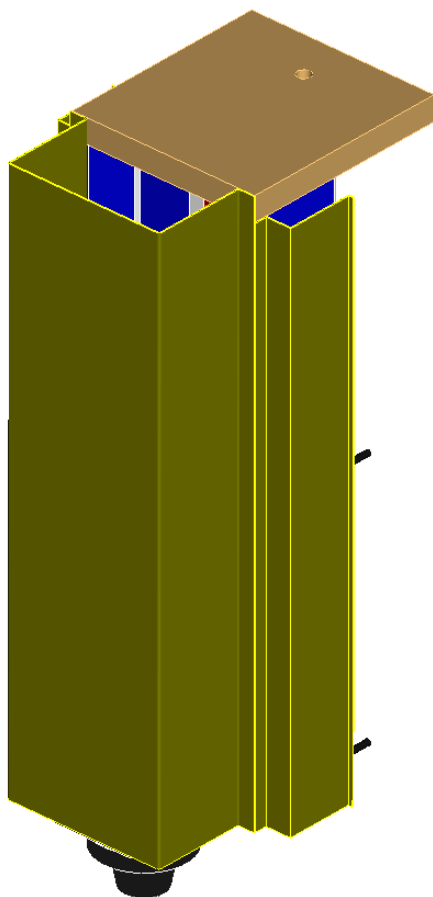
**FIG. 60**

*Ssezione della slitta della fresatrice modello ML45 costruita dall'azienda C.B.Ferrari*



La configurazione geometrica del componente ad “I” conferisce una buona resistenza alla flessione lungo i due assi X e Y, per quanto riguarda invece la resistenza alla torsione questa è ridotta.

#### 4.1.2 COMPONENTI MONTATI SULLA SLITTA



**FIG. 61**

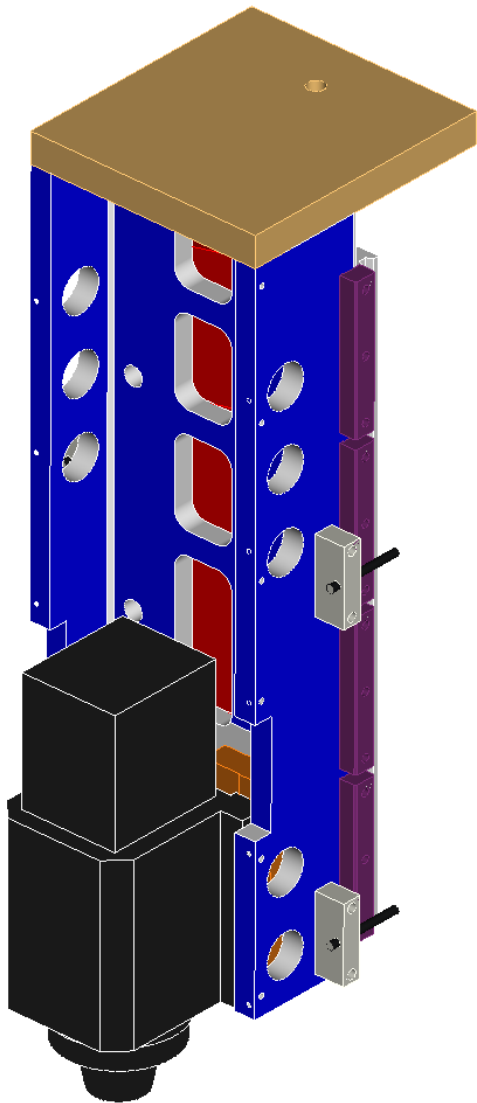
*Slitta della fresatrice ML450 costruita dall'azienda C.B.Ferrari con i carter di protezione e diversi particolari.*

Sono riportati alcuni render della slitta nella posizione di lavoro nella macchina fresatrice ML45 tralasciando solo la viteria e i particolari elettrici. Nella fig. 61 si vede la slitta nella posizione verticale di funzionamento coperta dai carter di protezione e con una piastra al di sopra che trasferisce il movimento in senso verticale (asse Z) tramite un attuatore.

Nella fig. 62 invece si riporta il motore portamandrino montato sulla slitta. I due blocchetti montati ai lati della slitta di colore grigio chiaro servono per l'attivazione del sensore di fine corsa durante la traslazione verticale della slitta e non trasmettono nessun tipo di carico particolare. La traslazione verticale è ottenuta tramite due apposite guide lineari che vengono montate nella parte posteriore

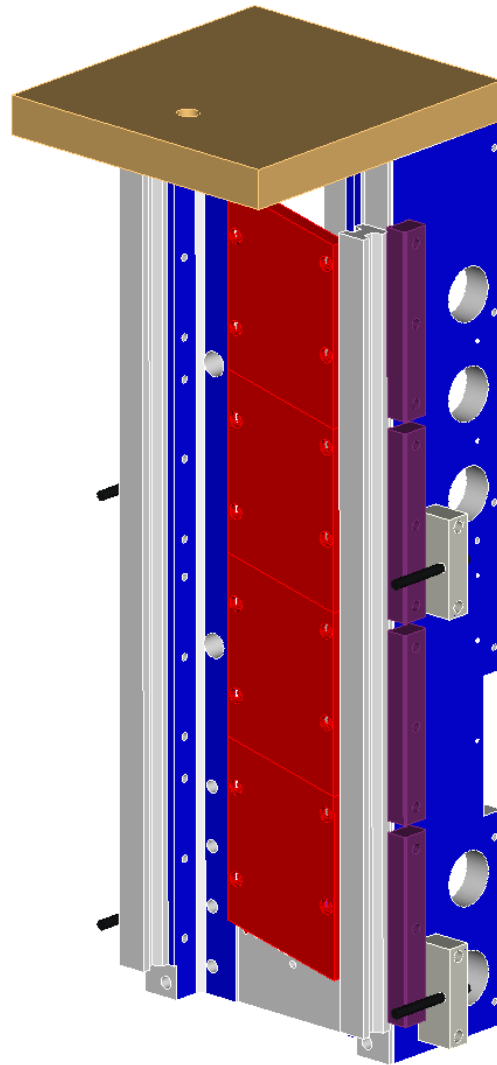
della slitta vedi

fig. 63 e sono collegate alla macchina tramite pattini. I particolari di colore viola servono a tenere in posizione le guide. Nelle fig. 64 e fig. 65 si vede una piastra arancione con un foro centrale grande che serve come collegamento fra il motore e la slitta. Per regolare la posizione angolare della piastra rispetto all'asse del foro della stessa si usano piccoli elementi tipo cunei rappresentati in ciano e verde nelle fig. 65 e fig. 66.



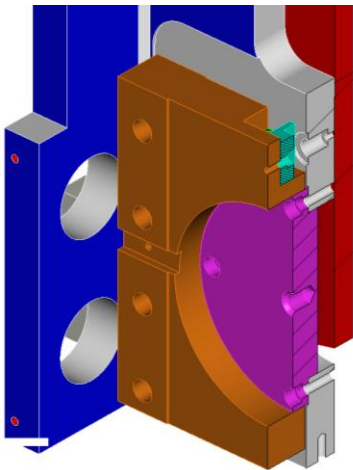
**FIG. 62**

*Rappresentazione della slitta con motore della fresatrice ML45 costruita dall'azienda C.B.Ferrari*



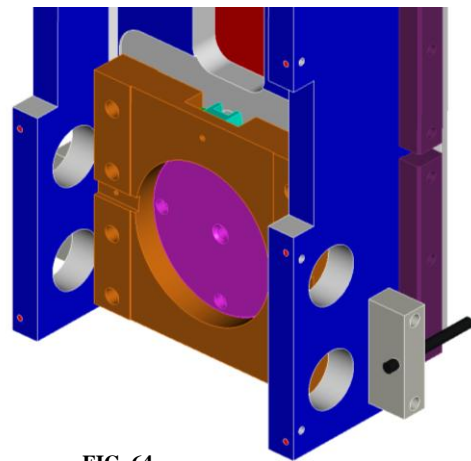
**FIG. 63**

*Vista posteriore della slitta della fresatrice ML45 costruita dall'azienda C.B.Ferrari*



**FIG. 65**

*Rappresentazione in sezione della piastra di regolazione angolare della slitta della fresatrice ML45 costruita dall'azienda C.B.Ferrari.*



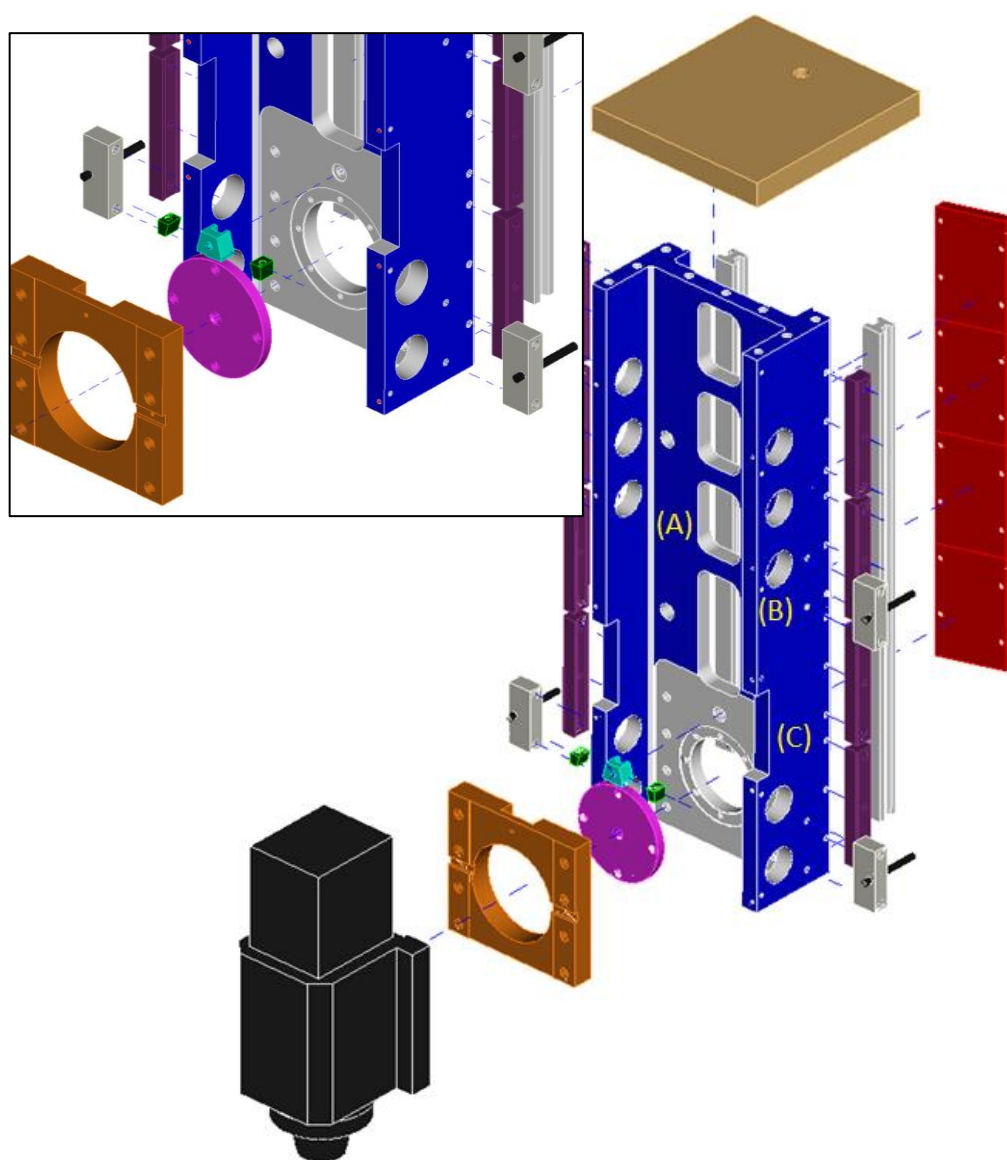
**FIG. 64**

*Rappresentazione della piastra di regolazione angolare della slitta della fresatrice ML45 costruita dall'azienda C.B.Ferrari.*

Inoltre i seguenti dettagli :

- le asole (“A” nella Fig. 66) sulla slitta servono ad alleggerire la struttura come si vede data la mancanza di indicazioni di lavorazioni, di finitura superficiale e di tolleranze geometriche particolari nei disegni costruttivi originali della C.B.Ferrari;
- i fori (“B” nella Fig. 66) servono per il passaggio dei cavi e per alleggerire la struttura;
- gli scassi laterali (“C” nella Fig. 66) come riferito dalla C.B.Ferrari sono presenti per il montaggio di particolari che interessano ad altre macchine

della slitta hanno funzione non strutturale.



**FIG. 66**

*Vista d'insieme e particolare del montaggio della slitta portamandrino della fresatrice ML45 costruita dall'azienda C.B.Ferrari*

#### 4.1.3 ANALISI FEM DELLA SLITTA PRODotta IN C.B. FERRARI

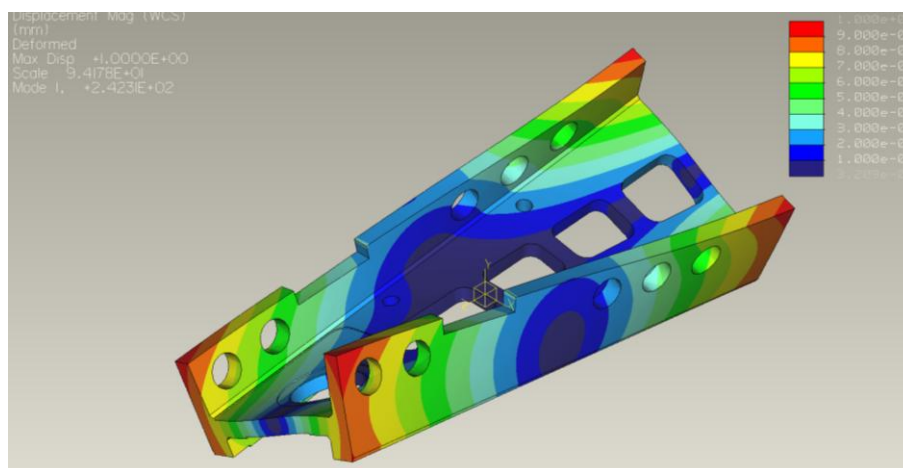
Nella Tabella 6 sono riportati i valori delle prime frequenze risultati dalle analisi modali per la slitta in FE430 . Si può osservare che i valori fluttuano fra i 272Hz e i 835Hz per le prime quattro frequenze .

	Frequenza [Hz]
<i>Prima frequenza</i>	242Hz
<i>Seconda frequenza</i>	455Hz
<i>Terza frequenza</i>	663Hz
<i>Quarta frequenza</i>	770Hz

**TABELLA 6**

*Risultati prova FEM sulla slitta in FE430 della C.B. Ferrari*

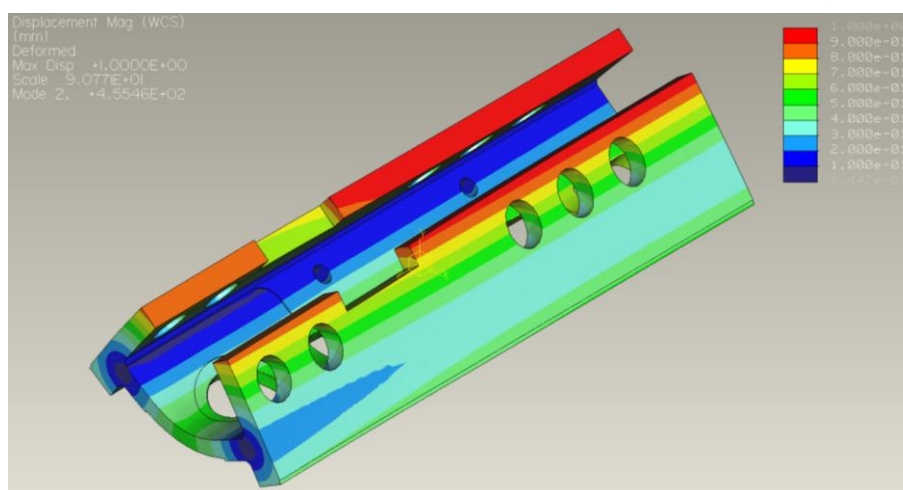
La Fig. 67 rappresenta il primo modo di vibrare della slitta, che si dimostra torsionale ed è stato calcolato un valore della frequenza è di 242Hz.



**FIG. 67**

Rappresentazione del primo modo di vibrare della slitta della C.B.Ferrari

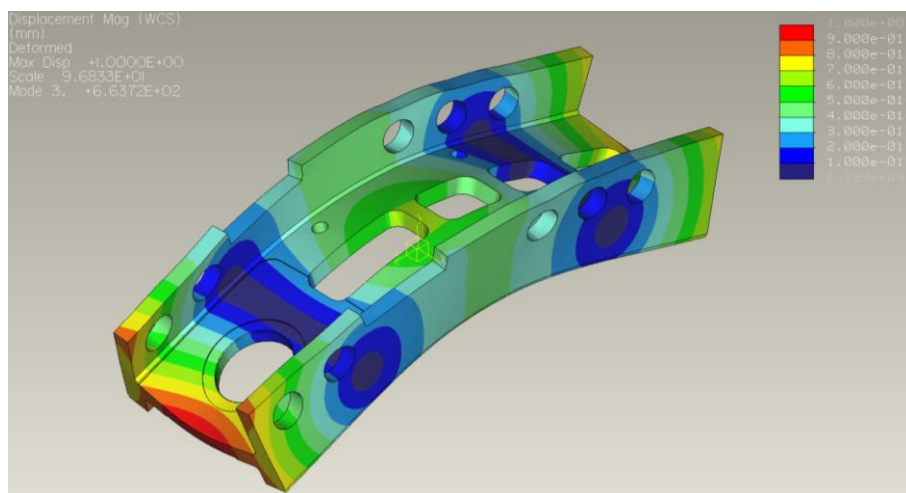
La FIGURA 2 rappresenta il primo modo di vibrare della slitta, che si dimostra flessionale ed è stato calcolato un valore della frequenza è di 455Hz.



**FIG. 68**

Rappresentazione del secondo modo di vibrare della slitta della C.B.Ferrari

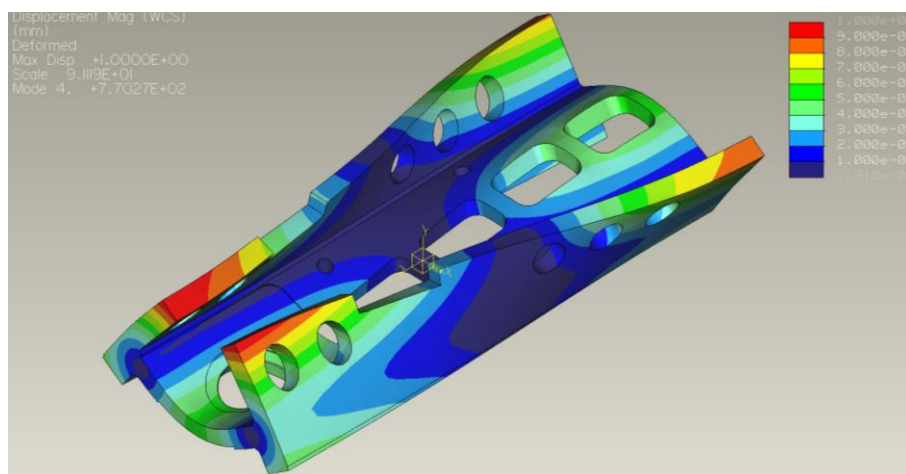
La FIGURA 3 rappresenta il primo modo di vibrare della slitta, che si dimostra flessionale ed è stato calcolato un valore della frequenza è di 663Hz.



**FIG. 69**

Rappresentazione del terzo modo di vibrare della slitta della C.B.Ferrari

La FIGURA 4 rappresenta il primo modo di vibrare della slitta, che si dimostra flesso-torsionale ed è stato calcolato un valore della frequenza è di 770Hz.



**FIG. 70**

Rappresentazione del quarto modo di vibrare della slitta della C.B.Ferrari

Dall'analisi del primo modo di vibrare si può concludere che il componente è caratterizzato da una bassa resistenza torsionale.

## 4.2 IPOTESI DI CONFIGURAZIONE COSTRUTTIVA DI ING S. POLI PER LA SLITTA

Nella tesi “Valutazione di materiali innovativi cellulari per l’ottimizzazione delle frequenze proprie nel componente slitta di una fresatrice” di Ing. S.Poli dopo aver studiato il comportamento modale della slitta in FE430, ha avanzato l’ipotesi di configurazioni costruttive per la slitta della ML45 caratterizzate da :

- corpo esterno in acciaio FE430 con anima in schiuma d’alluminio;
- tipologia di schiuma in alluminio chiamata Allulight prodotta partendo da una lega di alluminio 6061 T6 (vedi Tabella 7 per le proprietà).

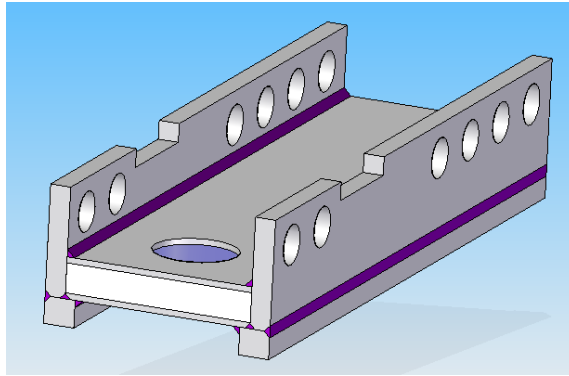
materiale	u.m	Alulight	Al 6061 T6
struttura		cella chiusa	compatto
densità	[kg/m <sup>3</sup> ]	500	2700
modulo di Young	[Mpa]	5	69
modulo di elast.tangenziale	[Mpa]	2,5	26
coeff. di Poisson		0,33	0,35
resist. compressione: $\sigma_{pl}$	[Mpa]	10	260
resist. trazione: $\sigma_{pl}$	[Mpa]	15	305
limite elastico trazione: $\sigma_y$	[Mpa]	10	275
deformazione di densif.: $\epsilon_D$		0,6	n.a.
duttilità trazione: $\epsilon_{UTS}$		0,004	0,12
resistenza a fatica	[Mpa]	6,5	95
resilienza	[kJ/m <sup>3</sup> ]	1	1,99
conducibilità termica	[W/mK]	12	167
coeff. espansione termica	[1/°C]	$23 \cdot 10^{-6}$	$23,6 \cdot 10^{-7}$
resistività elettrica	[nΩ m ]	2700	40

**TABELLA 7**

*Proprietà della schiuma in alluminio conosciuta come Allulight*

Le quattro configurazioni geometriche considerate sono le seguenti:

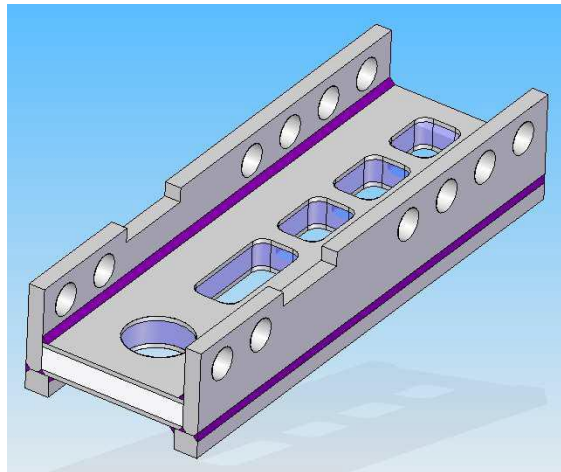
- soluzione 1A, corpo centrale con anima in schiuma d’alluminio e senza le asole d’alleggerimento centrali vedi Fig. 71;



**FIG. 71**

*Rappresentazione della soluzione 1A del ing.S.Poli*

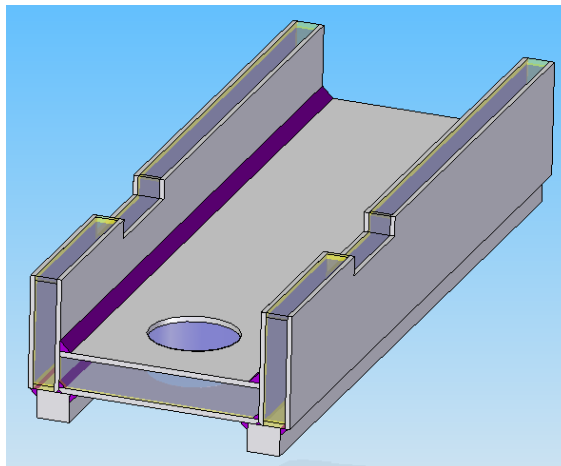
- soluzione 1B corpo centrale con anima in schiuma d'alluminio e con le asole d'alleggerimento centrali vedi Fig. 72;



**FIG. 72**

*Rappresentazione della soluzione 1B del ing.S.Poli*

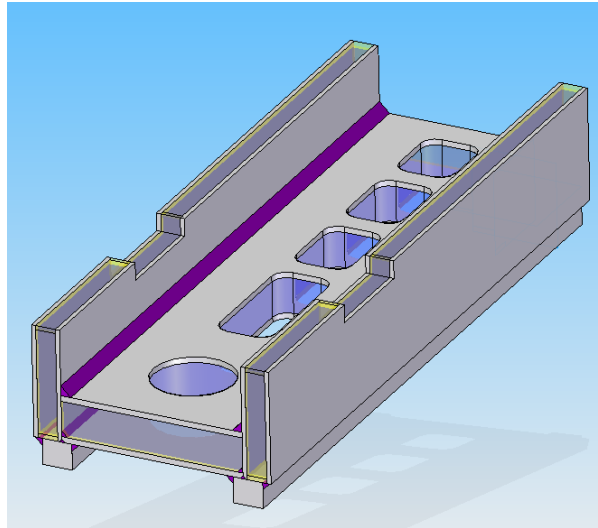
- Soluzione 2A, corpo centrale e ali fatte con anima in schiuma d'alluminio e senza le asole d'alleggerimento centrali (Fig. 73);



**FIG. 73**

*Rappresentazione della soluzione 2A del ing.S.Poli*

- Soluzione 2B, corpo centrale e ali fatte con anima in schiuma d'alluminio e con le asole d'alleggerimento centrali (Fig. 74);



**FIG. 74**

*Rappresentazione della soluzione 2B del ing.S.Poli*

Sono svolte prove comparative di analisi FEM fra le sopracitate quattro configurazioni della slitta per trovare la migliore soluzione, trascurando la presenza di materiale compatto in FE430 per realizzare i collegamenti imbullonati tra componenti della macchina e la slitta. Dalle prove svolte è risultata la configurazione 2A la migliore soluzione per tutte le frequenze proprie analizzate.

Nella Tabella 8 si riportano i valori delle prime frequenze risultati dalle analisi modali per la soluzione 2A che è la più vantaggiosa.

Prime Frequenze [Hz] trovate nelle prove della config. 2A			SS SP.SCHIUMA ANIMA		
			40	45	50
SL SP.LAM	[mm]	7	448,6	471,5	495,8
SL SP.LAM	[mm]	8	464,8	484,8	511,3
SL SP.LAM	[mm]	9	477,9	504,4	530,2
SL SP.LAM	[mm]	10	494,6	521,9	548,2

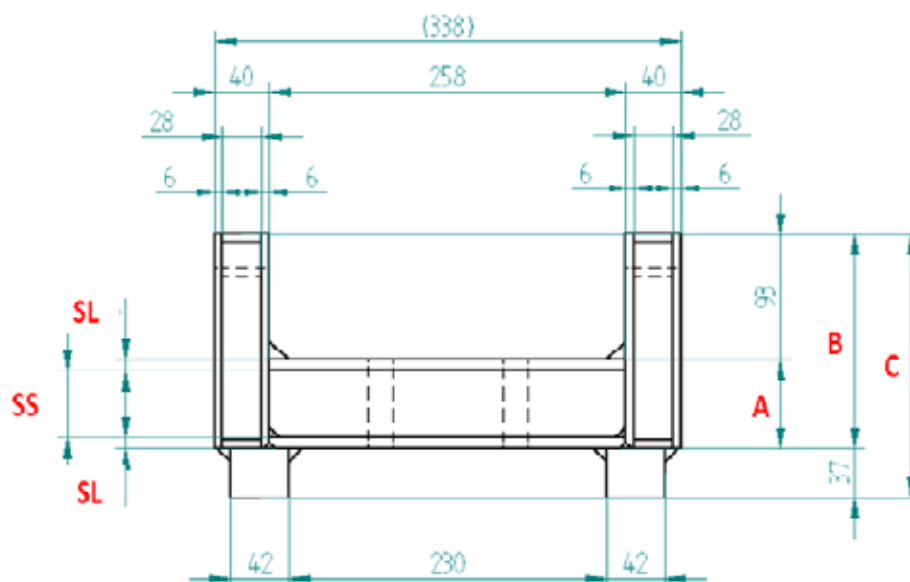
**TABELLA 8**

*Risultato delle prime frequenze trovate dagli analisi modali seguendo la configurazione 2A*

Si può osservare che i valori fluttuano fra i 448,6Hz e i 548,2Hz in funzione dello spessore della lamiera in FE430 sopra e sotto la schiuma nella parte centrale della



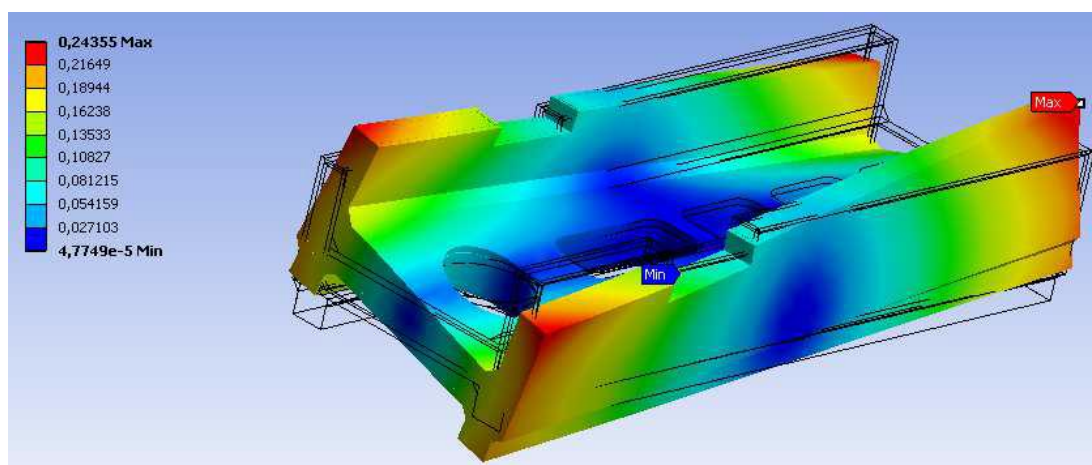
slitta (SL vedi Fig. 75 ) e dello spessore (SS vedi Fig. 75) dell'anima in schiuma metallica Allulight.



**FIG. 75**

*Sezione della slitta della soluzione 2A della tesi di Ing. S.Poli*

Nella Fig. 76 è rappresentato il primo modo di vibrare ottenuto nella analisi modale FEM della slitta nella configurazione 2A messa a punto da Ing S Poli . La prima frequenza è torsionale.



**FIG. 76**

*Primo modo vibrazionale risultato dalla prova modale FEM per la configurazione 2A*

Le conclusioni che si possono trarre dalle analisi condotte da Ing S. Poli nella tesi “Valutazione di materiali innovativi cellulari per l’ottimizzazione delle frequenze proprie nel componente slitta di una fresatrice”riguardo al miglioramento del comportamento modale della slitta coinvolgono diversi aspetti ma devono essere

collegate anche attuale configurazione della slitta. In primo luogo si nota come all'aumentare dello spessore A vedi Fig. 75 ci sia un aumento della rigidità torsionale per cui si innalza la prima frequenza naturale. Dall'altra parte l'aumento della quota A comporta un aumento di ingombro del componente all'interno della macchina e la posizione sull'asse Y dell'utensile.

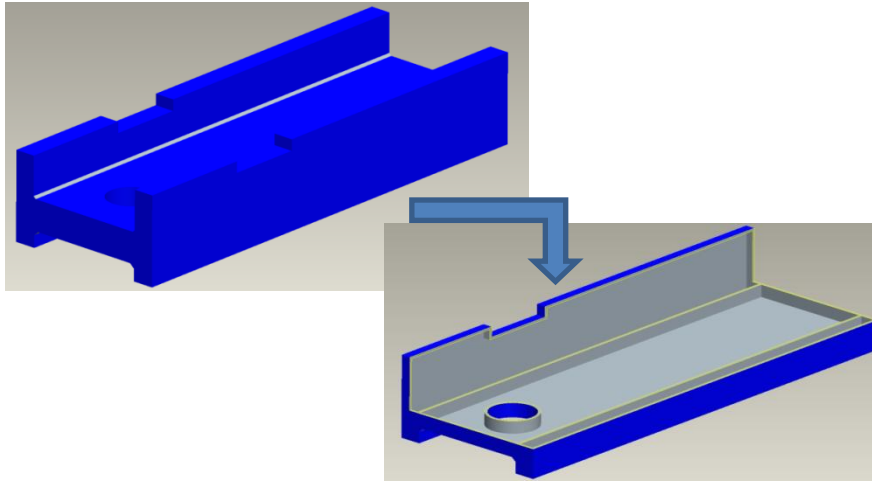
Effettivamente si riscontra vantaggio dalla sostituzione nel nucleo del FE430 con la schiuma metallica Allulight sia in termini di peso del componente che nell'apporto di rigidità. Tuttavia è necessario verificare con ulteriori analisi modali se l'apporto in rigidità della schiuma metallica sia realmente significativo. Su questo tipo di indagine è dedicata la successiva sezione 4.3.

Riguardo alla geometria del componente è importante notare che la presenza di asole di alleggerimento nell'ipotesi della slitta costituita da schiuma metallica è controproducente. Infatti le asole d'alleggerimento influiscono negativamente sulla rigidità torsionale del componente tanto da rendere inutile l'effetto positivo di riduzione della massa per cui sono state predisposte.

#### 4.3 SOLUZIONI PER IL MIGLIORAMENTO DELLE FREQUENZE NATURALI TRAMITE LA RIDUZIONE DELLA MASSA DELLA SLITTA

Allo scopo di aumentare i valori delle frequenze proprie della slitta sono analizzati i fattori che influenzano il comportamento modale. Uno di questi è la riduzione della massa del componente. In questa sezione sono analizzate soluzioni costruttive ottenute con questo procedimento. La riduzione la massa della slitta non prevede l'utilizzo di schiume metalliche ma la realizzazione della slitta come un guscio, cioè con pareti esterne sottili e un interno vuoto (vedi Fig. 77).

Le prove di analisi modale FEM sono effettuate utilizzando la geometria esterna, se pur leggermente diversa da quelle della slitta della CB Ferrari, uguale a quella della configurazione 2A del Ing. Poli che ha portato ai migliori risultati in frequenza. Sono confrontati i risultati ottenuti per verificare l'effettivo beneficio dovuto all'utilizzo della schiuma d'alluminio rispetto all'uso di materiali tradizionali e tecniche consolidate.



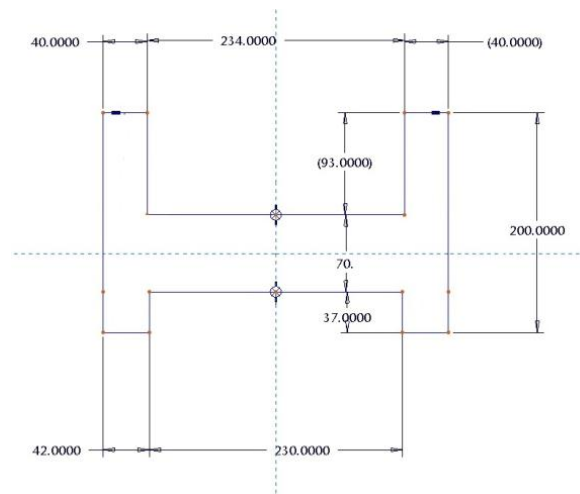
**FIG. 77**

*Configurazione della slitta caratterizzata da guscio in FE340 e interno "vuoto"*

#### 4.3.1 CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SLITTA PER LE PROVE A E B

Per quanto riguarda le caratteristiche geometriche del componente oggetto della prova A si ha che

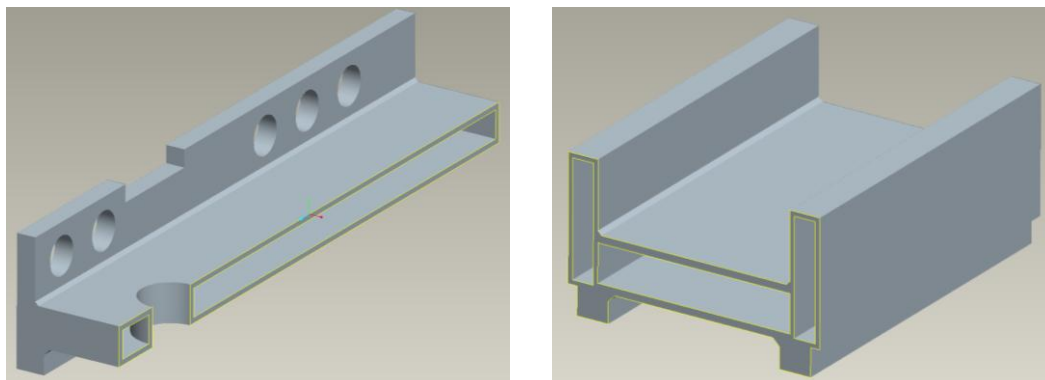
- la sezione di partenza è uguale al disegno originale della C.B. Ferrari vedi fig. 60;
- lo spessore centrale (quota "A" vedi Fig. 75) è aumentato come nelle prove di Ing S. Poli da 30mm a 70mm (vedi fig. 78) e l'altezza totale del componente passa da 160 a 200mm (vedi fig. 78);
- lo spessore delle ali laterali è aumentato da 28 a 40mm nelle prove di Ing S. Poli vedi fig. 78.



**FIG. 78**

*Sezione usata nella prova A.*

- tutte le lamiere sono di spessore di 5mm (vedi Fig. 79).

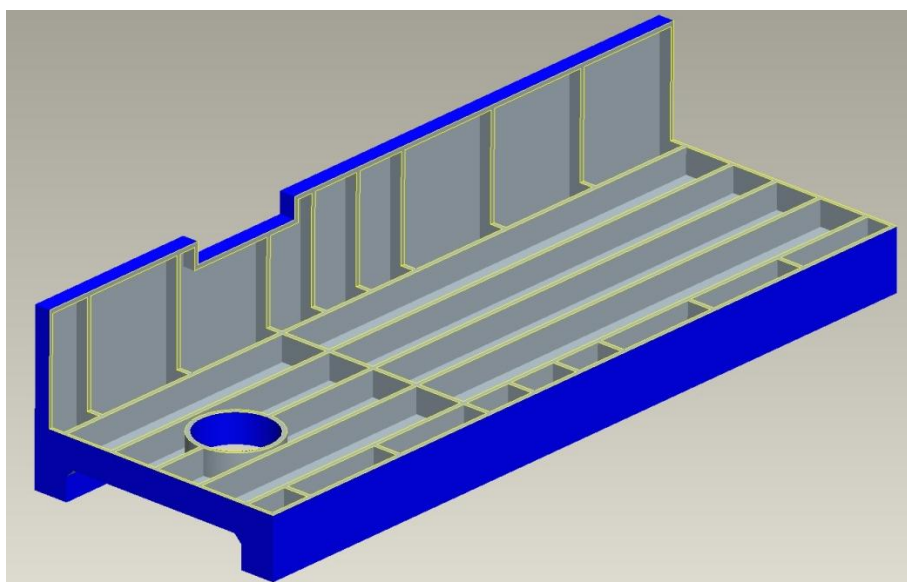


**FIG. 79**

*Rappresentazione delle viste di sezione slitta nella prova A*

Per quanto riguarda le caratteristiche geometriche del componente oggetto della prova B si ha che

- la sezione di partenza è uguale al disegno originale della C.B. Ferrari vedi fig. 60;
- lo spessore centrale (quota “A” vedi Fig. 75) è aumentato come nelle prove di Ing S. Poli da 30mm a 70mm (vedi fig. 78) e l’altezza totale del componente passa da 160 a 200mm (vedi fig. 78);
- lo spessore delle ali laterali è aumentato da 28 a 40mm nelle prove di Ing S. Poli vedi fig. 78.
- tutte le lamiere sono di spessore di 5mm (vedi Fig. 80).
- sono aggiunti spessori di rinforzo all’interno del componente vedi Fig. 80.



**FIG. 80**

*Rappresentazione in sezione della slitta con l’aggiunta di rinforzi interni della prova “B”*

#### 4.3.2 RISULTATI OTTENUTI DELLE PROVE A E B

Dalla prova "A" sono ottenuti i seguenti risultati:

- peso complessivo della slitta di **53Kg**;
- prima frequenza propria di **355Hz** vedi fig. 81;
- seconda frequenza propria di **468Hz** vedi fig. 82;
- terza frequenza propria di **488Hz** vedi fig. 83.

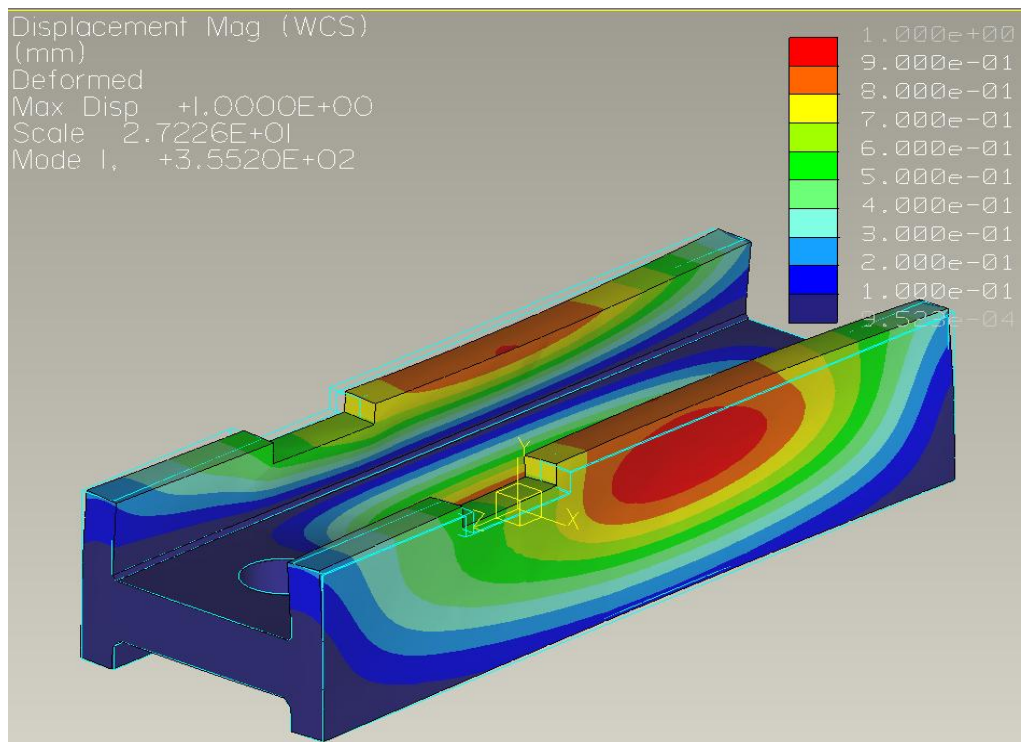


FIG. 81.

Prima frequenza propria 355 Hz ottenuta come risultato della prova "A".

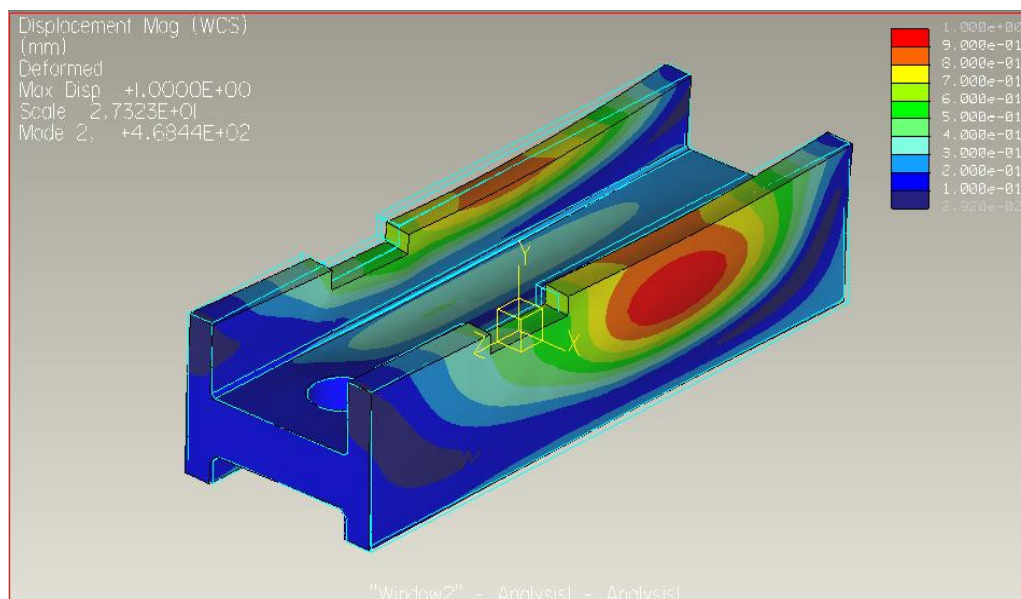


FIG. 82

Seconda frequenza propria 469 Hz ottenuta come risultato della prova "A"

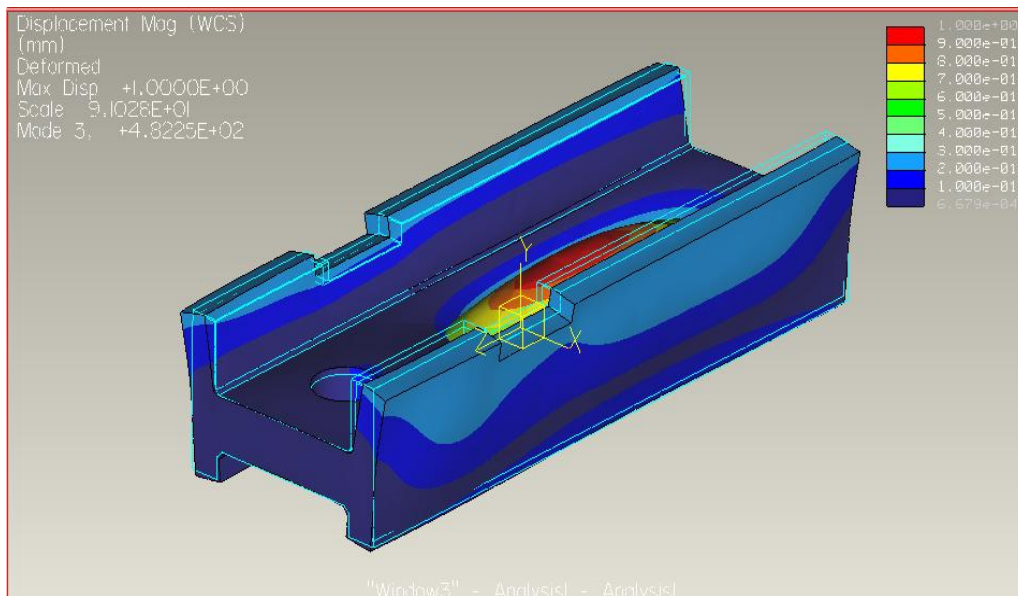


FIG. 83

Terza frequenza propria 482 Hz ottenuta come risultato della prova "A".

Dalla prova "B" si sono ottenuti i seguenti risultati:

- peso complessivo della slitta di **63Kg**;
- prima frequenza propria di **564 Hz** vedi fig. 84;
- seconda frequenza propria di **904 Hz** vedi fig. 85;
- terza frequenza propria di **995 Hz** vedi fig. 86

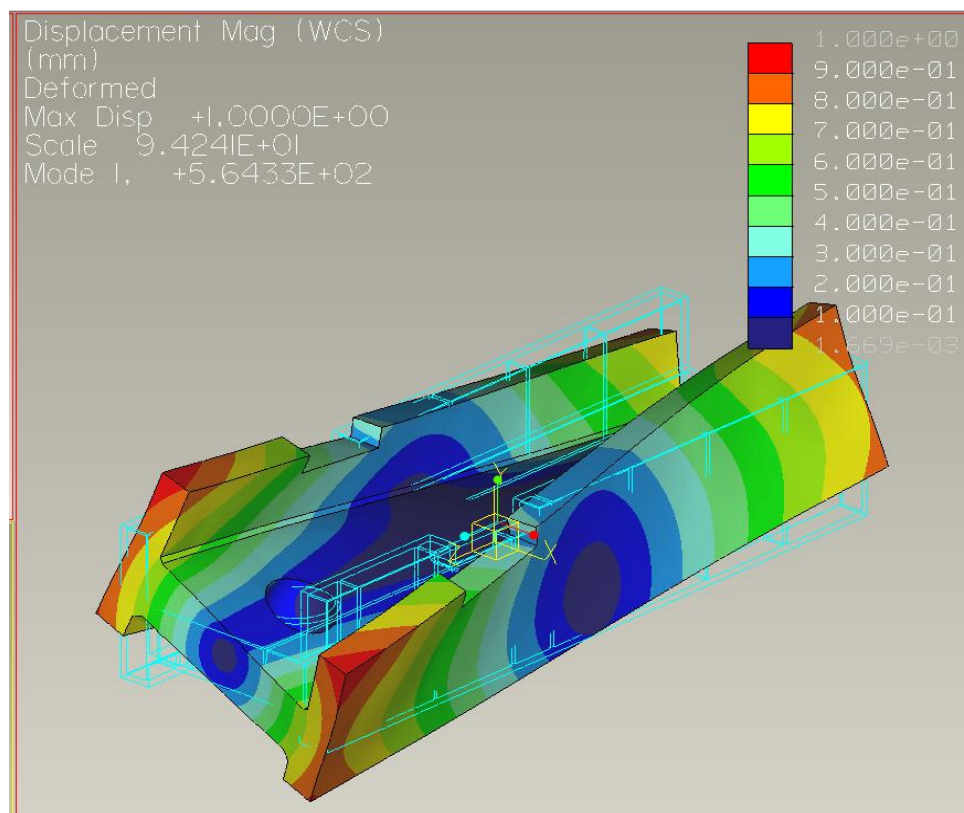
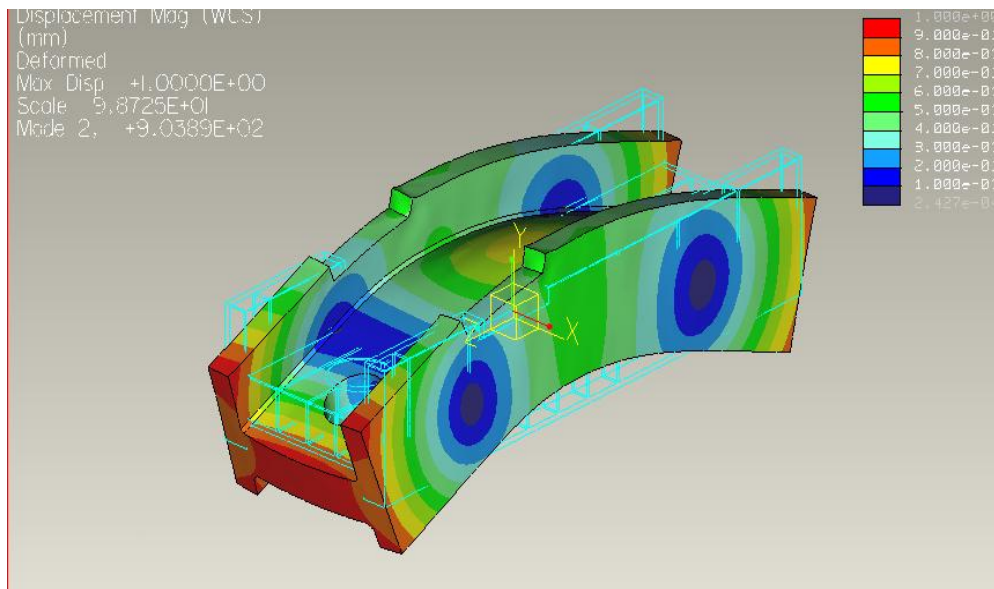


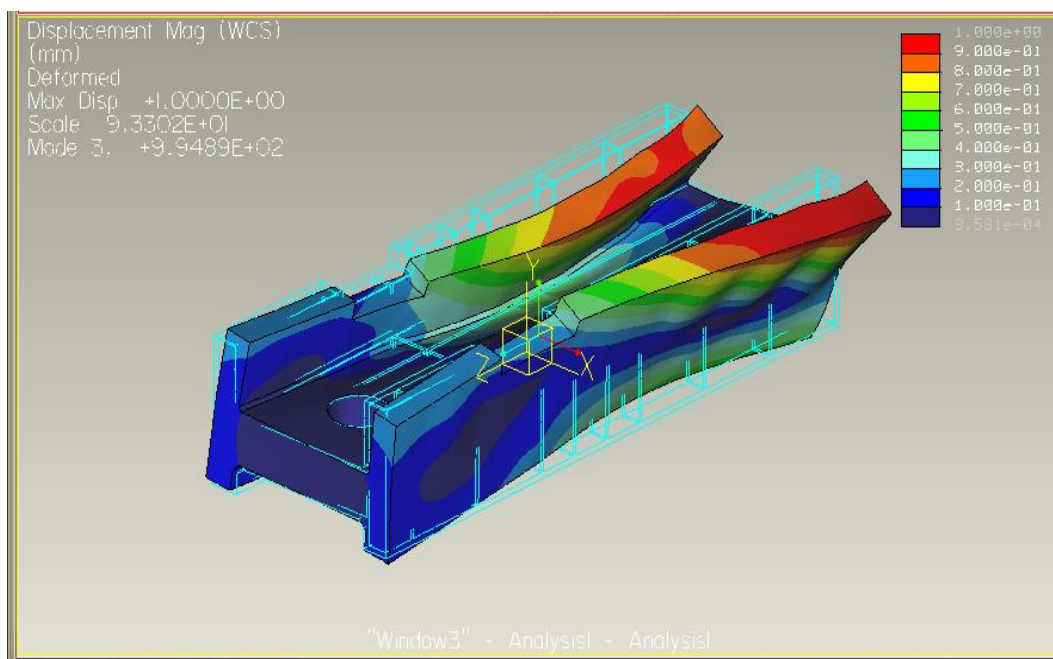
FIG. 84

Prima frequenza propria 564 Hz ottenuta come risultato della prova "B".



**FIG. 85**

*Seconda frequenza propria 904Hz ottenuta come risultato della prova prova "B".*



**FIG. 86**

*Terza frequenza propria 995 Hz ottenuta come risultato della prova "B".*

#### 4.4 CONCLUSIONI DELLE PROVE

In Tabella 9 sono riassunti i risultati ottenuti dalle prove FEM condotte finora in questa tesi di laurea e quella con migliori risultati in frequenza presente nella tesi dell'Ing S. Poli. In particolare è stata analizzata la slitta nelle seguenti diverse configurazioni:

- con guscio esterno in FE430 all'interno cava ma senza schiuma metallica (prova A);
- con guscio esterno in FE430 all'interno cava e rinforzata ma senza schiuma metallica (prova B)
- guscio del corpo centrale e ali in FE430, anima in schiuma d'alluminio senza le asole d'alleggerimento centrali (prova 2A)
- soluzione attualmente in uso dalla C.B.Ferrari;

Confronto	Frequenza [Hz]			
	PROVA A	PROVA B	Prova "2A" di Ing Poli	Slitta configurazione C.B.Ferrari
Primo modo	335	564	548	242
Secondo modo	468	904	854	455
Terzo modo	488	995	1263	663
Peso [kg]	53	63	103	110

**TABELLA 9**

*Riassunto delle prove A- B- 2A e configurazione attuale della slitta in CB Ferrari.*

Dal confronto tra le prove A- B -2A, si può osservare che quella che si avvicina di più ai risultati raggiunti dal Ing. S. Poli (2A) è la B come prima e seconda frequenza, invece dal terzo in avanti è la slitta con la schiuma d'alluminio quella con i valori più alti (vedi Tabella 9). Considerando che questa è un'analisi modale e non una prova di risposta in funzione di una frequenza (vedi sezione 3.2.5), è lecito dubitare su quale delle due configurazioni, con o senza schiuma, abbia la miglior prestazione nella prova di risposta in funzione della frequenza. Tuttavia si può ipotizzare che fra un componente "vuoto" e componente con all'interno una struttura reticolare complessa, come quella di una schiuma d'alluminio, che sia quest'ultimo il componente che smorzi le forze nel modo migliore.

L'analisi modale tramite FEM prende in considerazione una matrice di rigidità vincolata a un corpo solido con un certo tipo di distribuzione di massa uniforme (la schiuma metallica viene infatti definita come un blocco solido e unico con una densità pari a quella globale della schiuma) e quindi ha un comportamento ideale, invece la schiuma metallica nella realtà grazie alla rigidità superiore delle celle ha un comportamento migliorativo. Per cui è ragionevole supporre che i risultati delle



frequenze proprie della soluzione “ 2A” siano realmente migliorative rispetto delle prove “A” e “B” . Quindi, visto le considerazioni e non avendo valori consolidati di smorzamento e rigidità per realizzare un modello di risposta di frequenza, si decide di procedere con lo studio per la realizzazione della slitta con l’anima in schiuma d’alluminio considerando che il contributo della schiuma potrebbe migliorare il comportamento strutturale in confronto a una struttura “semplicemente alleggerita”.

## CAPITOLO 5

### NUOVO PROGETTO DEL COMPONENTE IMPIEGATO, LEGHE LEGGERE E COMPOSITI IN SCHIUMA METALLICA

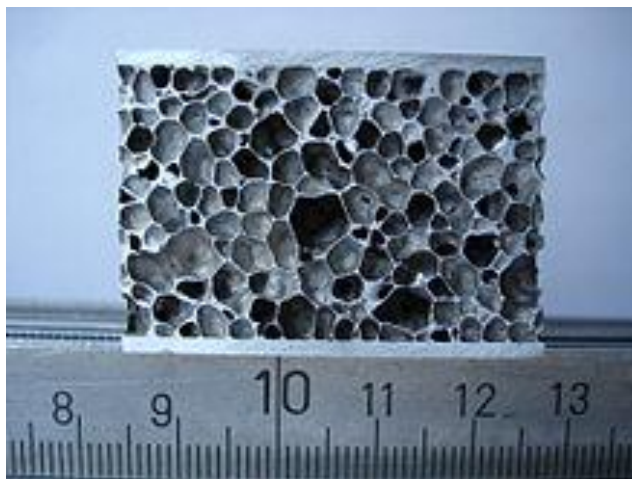
In questo capitolo sono illustrate le fasi di riprogettazione della slitta portamandrino della fresatrice ML45. Il miglioramento delle prestazioni della slitta in progetto è atteso dall'utilizzo del materiale cellulare in alluminio. Le prime fasi della riprogettazione riguardano considerazioni sulla fattibilità tecnica e sulla reperibilità reale del materiale. Da queste valutazioni emergono due diverse configurazioni costruttive differenziate tra di loro per la geometria interna. Per confrontare le configurazioni, si realizzano quattro serie di prove modali variando per ciascuna la geometria esterna della slitta. La scelta viene orientata alla soluzione che più facilmente si presta alla realizzazione di un prototipo. La soluzione individuata è infine sottoposta alla verifica d'integrità strutturale simulando il carico di lavoro a cui è sottoposta la slitta nella macchina utensile.

#### 5.1 VALUTAZIONI PRELIMINARI DEI MATERIALI DA UTILIZZARE NELLA SOLUZIONE DEFINITIVA

Durante l'iter di riprogettazione della slitta per individuare soluzioni costruttive e valutare, analiticamente o numericamente, la loro validità al fine di ottenere prestazioni incrementate il primo aspetto di cui tenere conto è il materiale da utilizzare per la parte esterna o guscio e in che modo introdurre la schiuma all'interno della slitta. Una ipotesi è produrre un corpo di alluminio o d'acciaio vuoto all'interno vedi Fig. 59 da riempire con schiuma d'alluminio stabilizzata con il metodo d'iniezione di gas in una massa fusa (vedi sezione 2.2.1). L'utilizzo tuttavia dell'acciaio per il guscio della slitta potrebbe comportare la mancanza di aderenza fra la schiuma d'alluminio e l'acciaio. Questo metodo produttivo è vantaggioso solo per una produzione ad alti numeri dal momento che comporta l'utilizzo di tecnologia e attrezzature specializzate con alti costi di produzione per unità.

Una seconda opzione è l'utilizzo di lastre commerciali o pannelli tipo "sandwich" di schiuma d'alluminio vedi Fig. 87 da utilizzare direttamente per comporre la slitta con

costi di produzione decisamente inferiori rispetto alla prima opzione e una buona disponibilità del materiale sul mercato.



**FIG. 87**

*Esempio di un pannello tipo "sandwich" composto di due strati esterni di alluminio e uno interno di schiuma d'alluminio.*

Per quanto riguarda la tipologia di schiuma da utilizzare è necessario considerare attentamente le proprietà meccaniche, le combinazioni di spessori schiuma e materiale compatto che formano i pannelli sandwich, la reperibilità del materiale in commercio, i tempi d'approvvigionamento medio e i relativi costi. In Italia sono facilmente recuperabili pannelli chiamati commercialmente:

- Alporas della GLEICH GmbH Metallplatten-Service (Germania) sotto il brevetto di Shinko Wire Co. Ltd. Giappone.
- Allulight prodotta da ECKA Granules Germany GmbH

L'Alporas è prodotta in serie, in lastre di spessore fra 6mm e 400mm con dimensioni di fogli di circa 700mm per 2400mm. Le sue celle hanno delle dimensioni medie fra  $\varnothing 4$  e  $\varnothing 6$  mm, sono costituiti da una lega di circa 99,5% di alluminio, 1,5% di calcio e 1,5% di titanio. Gli spessori delle lamiere esterne dei pannelli di schiuma Alporas sono compatibili con i requisiti di sovrametallo della slitta in studio oltre che essere facilmente reperibili.

Le caratteristiche generali di questo materiale sono la leggerezza, un alto coefficiente di rigidità specifica, l'incombustibilità e la non tossicità, l'elevata stabilità dimensionale, anche intorno al punto di fusione, buone proprietà di isolamento acustico, buona capacità di assorbimento degli urti e grande lavorabilità (taglio di sega, fresatura, foratura, piega, verniciatura, incollaggio, ecc).

Per quanto riguarda le proprietà tecniche per una schiuma metallica Alporas di densità di  $0,25\text{g/cm}^3$ :

- Densità relativa	0,093
- Modulo di Young/Elasticità	0,7GPa
- Modulo di taglio	0,3Gpa
- Sforzo massimo di taglio	1,2MPa
- Sforzo ultimo	Rm=1,6MPa
- Sforzo di snervamento	Rp0,2=1,5MPa
- Sforzo massimo a compressione	1,5MPa
- Resistenza alla flessione	2,8 MPa
- Coefficiente d'espansione termica	$23,4 \cdot 10^{-6}/\text{K}$
- Coefficiente di Poisson	0,33
- Energia specifica assorbita alla compressione (40% della compressione)	5,5kJ/kg

E' necessario tuttavia osservare che l'Alporas rispetto all'Allulight, è caratterizzata da una maggiore fragilità dovuta al 1,5% di Ca, che comporta una minor capacità di smorzare le vibrazioni. Dal confronto delle proprietà dell'Allulight con le proprietà dell'Alporas vedi la tabella 7 si vede che l'Alporas ha una resistenza alla compressione minore rispetto a quella dell'Allulight (rispettivamente 1,5MPa contro 10MPa). Per questo è opportuno verificare che alla schiuma metallica in alluminio Alporas, sotto gli effetti delle forze esterne alla slitta, siano trasmessi sforzi statici minori a 1,5MPa. Nello stesso modo è importante valutare che gli sforzi trasmessi sotto l'effetto di forze cicliche rimangano molto sotto al valore della tensione di snervamento. Per quanto riguarda invece il metodo di fissaggio della schiuma alle lamiere esterne dei pannelli sandwich nell'Alporas il fissaggio è realizzato utilizzando un incollante che ha un range di funzionamento fra 0 e  $100^\circ\text{C}$  mentre nell'Allulight i due vengono fusi durante il processo produttivo. E' necessario notare che ci potrebbero essere per questo delle difficoltà tecniche durante le fasi di saldatura dei pannelli con gli altri componenti e delle difficoltà per l'idealizzazione del comportamento del contatto fra i diversi materiali incollati.

## 5.2 FATTIBILITÀ TECNOLOGICA DEL CICLO PRODUTTIVO DEL COMPONENTE E SCELTA DEFINITIVA DEI MATERIALI

Nelle tabella 10 e tabella 11 sono indicati per i pannelli di schiuma Alporas in commercio, le combinazioni disponibili di spessori di lamiere esterne e schiume.

Tipo di Sandwich	Aluminium Foam Sandwich					
	1/8/1	1/3/1	1/18/1	1/23/1	1/28/1	3/26/1
Spessore totale [mm]	10	15	20	25	30	30
Spessore del nucleo (ALPORAS®) [mm]	8	13	18	23	28	26
Lamiere esterne	EN AW 5754 H111					
Superficie	Come da laminatoio					
Adesione (standard)	Bicomponente a sistema PUR, temperatura di funzionamento -40°C a 100°C					
Rigidezza del insieme [kNm <sup>2</sup> /m]	2.9	7.1	13.3	21.4	31.6	59.3
Modulo di Young [Gpa]	35.1	25.4	19.9	16.4	14	26.3
Densità per unità di area [kg/m <sup>2</sup> ]	8.6	9.9	11.1	12.4	13.6	18.5

**TABELLA 10**

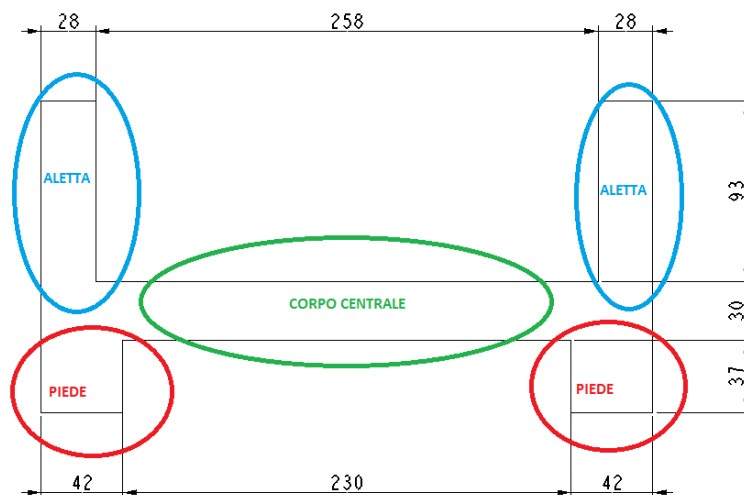
*Proprietà di pannelli tipo sandwich, costituiti da lamiere esterne di alluminio EN AW 5754 H111 e un nucleo in Alporas.*

Tipo di Sandwich	Precision Sandwich			
	5/30/5	10/50/10	15/70/15	20/100/20
Spessore totale [mm]	40	70	100	140
Spessore del nucleo (ALPORAS®) [mm]	30	50	70	100
Lamiere esterne	G.AL® C250			
Superficie	Fresata			
Adesione (standard)	Bicomponente a sistema PUR, temperatura di funzionamento -40°C a 100°C			
Rigidezza del insieme [kNm <sup>2</sup> /m]	214.4	1260.1	3793.3	10080.2
Modulo di Young [Gpa]				
Densità per unità di area [kg/m <sup>2</sup> ]	34.9	66.5	98.1	132.2

**TABELLA 11**

*Proprietà di pannelli tipo sandwich, costituiti da lamiere esterne di alluminio G.AL® C250 e un nucleo in Alporas.*

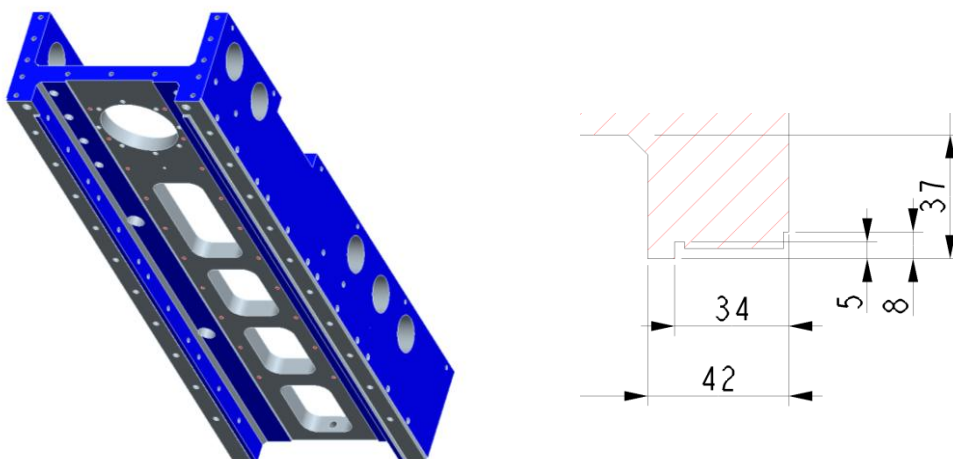
In questa sezione sono analizzate le tipologie di pannelli da impiegare per le diverse parti della slitta denominate: alette, corpo centrale, e piedi vedi Fig. 88.



**FIG. 88**

*Rappresentazione delle zone che conformano la sezione della slitta*

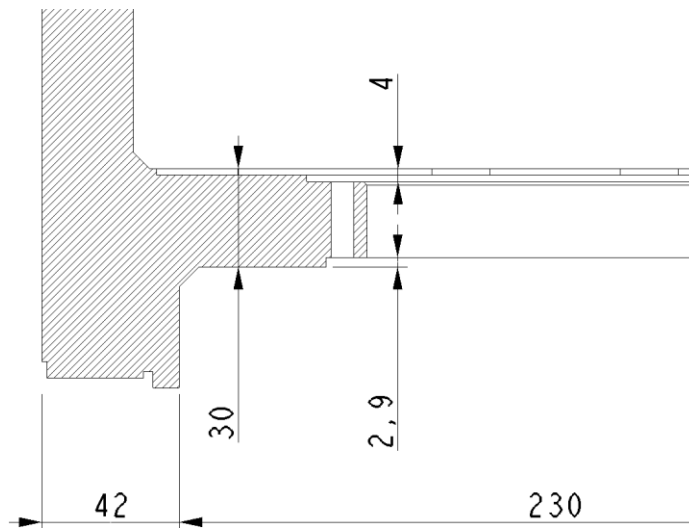
L'area dei piedi della slitta che realizza l'accoppiamento con le guide che portano la slitta lungo l'asse "Z" vedi Fig. 89, presenta tanti fori filettati su diversi piani e una sezione non regolare che richiede la presenza nel pannello sandwich di sovrametallo di oltre 6mm per raggiungere la geometria richiesta. In questo caso non è vantaggioso usare pannelli sandwich di Alporas ma materiale compatto ad esempio alluminio.



**FIG. 89**

*Rappresentazione della slitta e dettaglio della sezione dei piedi dove viene montata la guida che sostiene la slitta.*

Per quanto riguarda la zona del corpo centrale, l'altezza della sezione è di 30mm ma è necessario che si arrivi ad una quota di circa 60mm per migliorare il comportamento torsionale del componente. Inoltre è necessario che il pannello sandwich abbia un sovrametallo di circa 4mm vedi Fig. 90.



**FIG. 90**

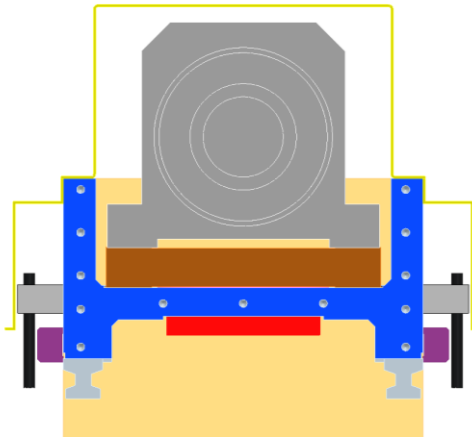
*Vista di dettaglio della sezione della slitta dove si osserva la profondità massima di sovrametallo.*

Di conseguenza per il corpo centrale risultano compatibili i seguenti pannelli:

- pannello sandwich “5/30/5”, formato da 30mm di schiuma, 5mm di lamiera superiore e 5mm di lamiera inferiore. Spessore complessivo 40mm
- pannello sandwich “10/50/10”, formato da 50mm di schiuma, 10mm di lamiera superiore e 10mm di lamiera inferiore. Spessore complessivo 70mm

E' necessario specificare che il pannello sandwich “5/30/5” è caratterizzato da poco sovrametallo e da rigidità torsionale bassa. Per questo è conveniente utilizzare il pannello “10/50/10” in modo tale che, dopo tutte le lavorazioni esso abbia uno spessore complessivo di 60mm.

Per quanto riguarda le alette si osserva che la sezione è di 30mm vedi Fig. 56, mentre dopo le lavorazioni si riduce ad uno spessore di 28mm vedi Fig. 88. E' utile portare la quota di 258mm a 255mm vedi Fig. 88 e lo spessore delle alette a 29,5mm tramite la spianatura essendoci sufficiente spazio per gli oggetti montati vedi Fig. 91.



**FIG. 91**

Vista frontale della slitta con gli elementi montati su di questo.

Di conseguenza per le alette risultano adeguati i seguenti pannelli

- pannello sandwich “1/28/1”, formato da 28mm di schiuma, 1mm di lamiera superiore e 1mm di lamiera inferiore. Spessore complessivo 30mm.
- pannello sandwich “3/26/1, formato da 26mm di schiuma, 3mm di lamiera superiore e 1mm di lamiera inferiore. Spessore complessivo 30mm.

E’ necessario specificare che usando per le alette della slitta il pannello sandwich “1/28/1” si ottiene dopo la spianatura di 0,5mm una lamiera poco rigida poiché di solo 0,5mm. Per questo è conveniente utilizzare il pannello “3/28/1” in modo di avere dopo le lavorazioni meccaniche uno spessore della lamiera di 2,5mm.

### 5.3 ANALISI DELLE POSSIBILI SOLUZIONI COSTRUTTIVE

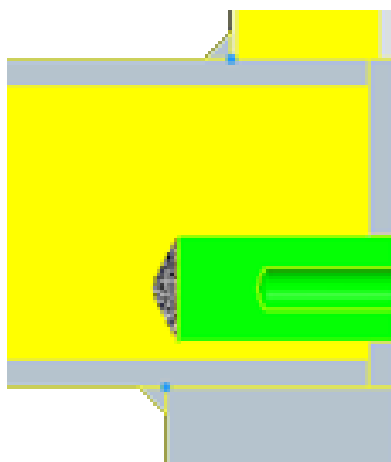
Una volta individuati i pannelli, è necessario determinare le combinazioni costruttive per la realizzazione della slitta. In generale il processo di produzione della slitta con i pannelli di schiuma Alporas prevede le seguenti fasi :

- taglio e foratura dei pannelli di schiuma di alluminio;
- taglio e prima lavorazione dei particolari in alluminio compatto;
- composizione di saldatura di tutti i particolari;
- lavorazione di spianatura finale e filettatura della slitta

In particolare sono state individuate due possibili configurazioni denominate A e B. E’ necessario tenere conto di alcune difficoltà costruttive per entrambe le configurazioni quali ad esempio il processo di saldatura di tipo MIG, la riproduzione dei fori filettati e passanti che prima erano da realizzarsi nell’acciaio e che invece ora è nella schiuma d’alluminio. Per quest’ultimo aspetto è necessario prevedere dei



cilindretti d'alluminio, denominati inserti, da inserire nella schiuma in modo da saldarli alle lamiere del pannello e poi completarli di filettatura o fori passanti. Nella vista in sezione vedi Fig. 92, il cilindretto filettato, saldato al guscio esterno di colore grigio e innestato dentro la schiuma di colore giallo è evidenziato in colore verde.

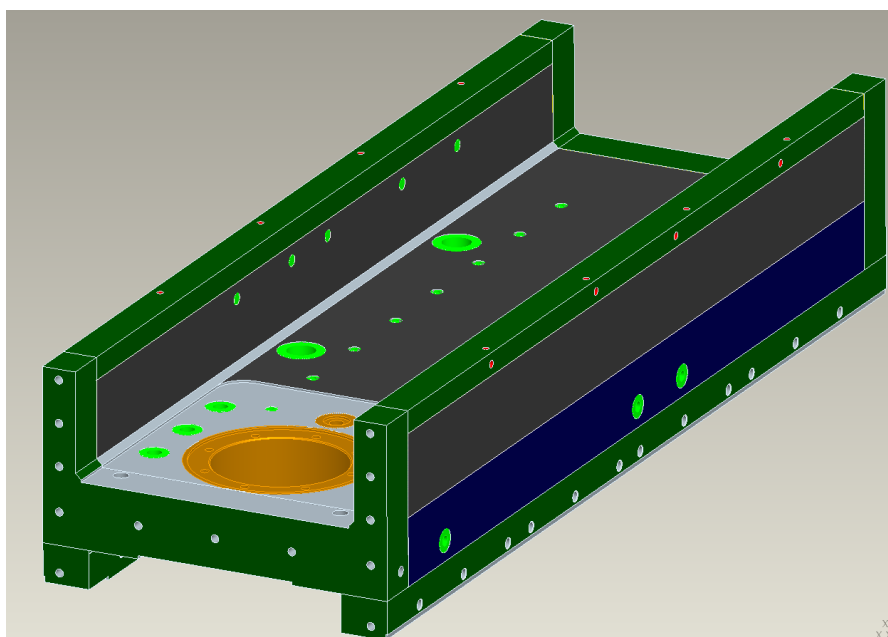


**FIG. 92**

Vista in sezione dell'inserto utilizzato per riprodurre i fori filettati

### 5.3.1 MODALITA' DI REALIZZAZIONE DELLA SLITTA A

La soluzione costruttiva denominata "A" prevede l'utilizzo di un pannello sandwich largo come tutta la sezione nel corpo centrale e il posizionamento in verticale dei restanti due pannelli in modo da formare le alette (vedi Fig. 93 e Fig. 94).

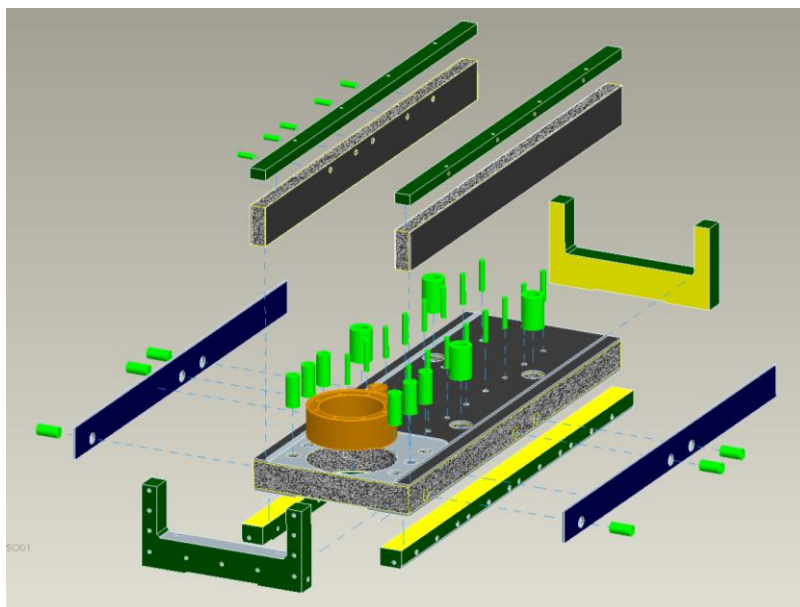


**FIG. 93**

Slitta realizzata con la configurazione A

Si può vedere con maggiore dettaglio in Fig. 94 che la parte frontale e posteriore della slitta presenta diversi fori filettati in prossimità delle due superfici esterne,

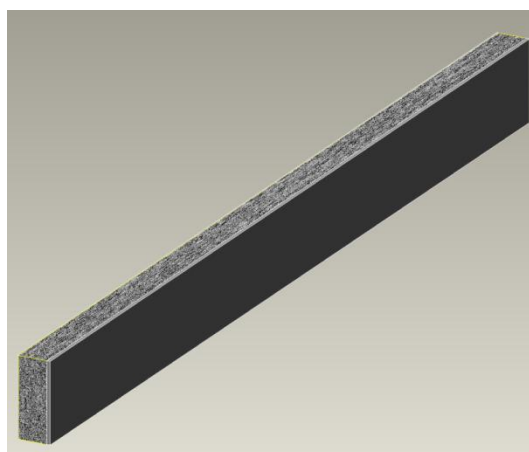
questi sono ricavati da particolari pieni in alluminio. Per quanto riguarda il particolare in colore arancione vedi Fig. 94, anch'esso è realizzato in alluminio pieno, ha un foro passante di 115mm e serve per il sistema di fissaggio del motore. Per chiudere lateralmente i pannelli di tipo sandwich del corpo centrale si utilizzano delle lamiere vedi particolari in blu in Fig. 94. Sono necessari anche inserti cilindrici a foro passante e filettati sia sul pannello centrale che quelli laterali.



**FIG. 94**

*Rappresentazione della configurazione A in vista esplosa*

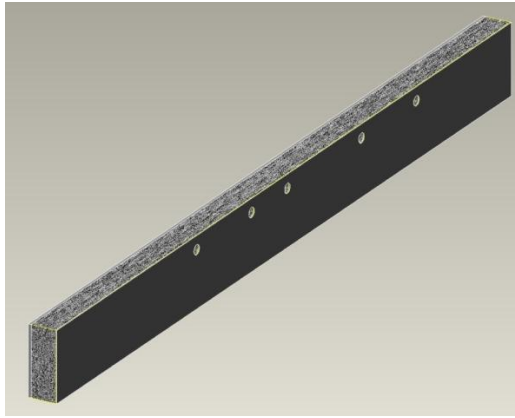
Di seguito vengono riprodotte le viste di dettaglio dei pannelli sandwich dopo il taglio e la foratura da usare nella fase di composizione in saldatura. In particolare nella Fig. 95 e Fig. 96 si vedono i pannelli che formano le alette.



**FIG. 95**

*Rappresentazione del pannello che forma una aletta della configurazione A, dopo taglio*

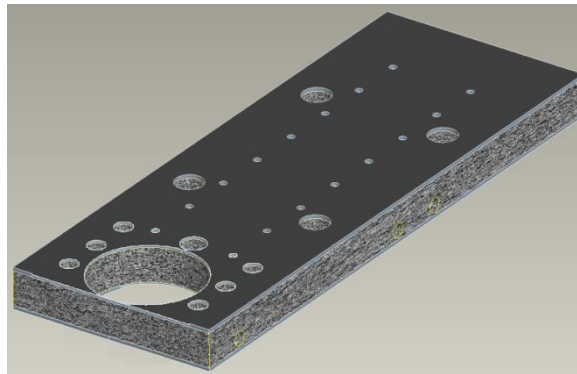
Il pannello di Fig. 96 è dotato dei fori necessari per la saldatura degli inserti prima della filettatura.



**FIG. 96**

*Rappresentazione del pannello che forma un'aletta della configurazione A, dopo il taglio e la foratura*

In Fig. 97 si vede il pannello che forma il corpo centrale dopo il taglio e la foratura.

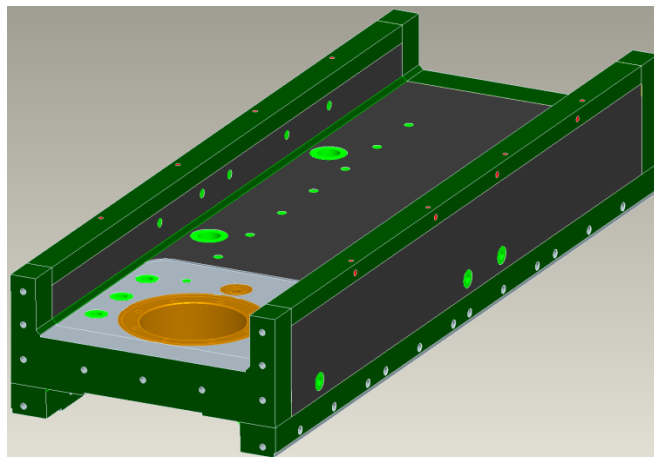


**FIG. 97**

*Rappresentazione del pannello che forma il corpo centrale della configurazione A, dopo il taglio e la foratura*

### 5.3.2 MODALITA' DI REALIZZAZIONE DELLA SLITTA B

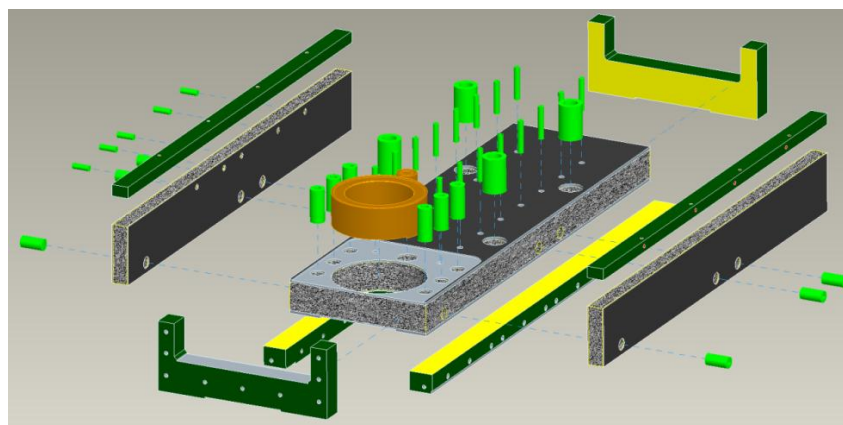
Per la modalità denominata "B" è previsto l'utilizzo di un pannello tipo sandwich nella zona del corpo centrale più stretto rispetto all'omologo della configurazione "A" e racchiuso verticalmente dai due pannelli che formano le alette (vedi Fig. 98 e Fig. 99).



**FIG. 98**

*Slitta realizzata con la configurazione B*

Si può vedere con maggiore dettaglio in Fig. 99 che anche per questa soluzione la parte frontale e posteriore della slitta presenta diversi fori filettati in prossimità delle due superfici esterne, questi sono ricavati da particolari pieni in alluminio. Per quanto riguarda il particolare in colore arancione vedi Fig. 99, anch'esso è realizzato in alluminio pieno, ha un foro passante di 115mm e serve per il sistema di fissaggio del motore. Per chiudere lateralmente i pannelli di tipo sandwich del corpo centrale si utilizzano delle lamiere vedi particolari in blu in Fig. 99. Sono necessari anche per questa soluzione inserti cilindrici a foro passante e filettati sia sul pannello centrale che su quelli laterali.

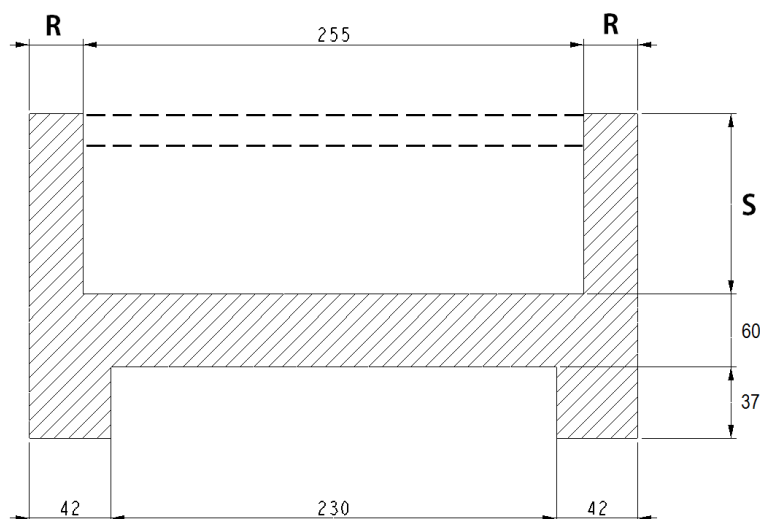


**FIG. 99**

*Rappresentazione della configurazione B in vista esplosa*

#### 5.4 CONFRONTO DELLE MODALITA' COSTRUTTIVE PER LA SLITTA A E B

Per determinare la migliore configurazione costruttiva tra quelle individuate è necessario effettuare una serie d'analisi modali ad entrambi le soluzioni variando come dalla Tabella 12 l'altezza dell'aletta (S) e lo spessore delle alette (R) indicate in Fig. 100 ed in una prova aggiungendo una piastra di rinforzo su un terzo circa della slitta vedi tratteggio in Fig. 100, per studiare il comportamento modale della slitta.



**FIG. 100**

*Rappresentazione della sezione della slitta con le quote fatte variare durante le prove modali*

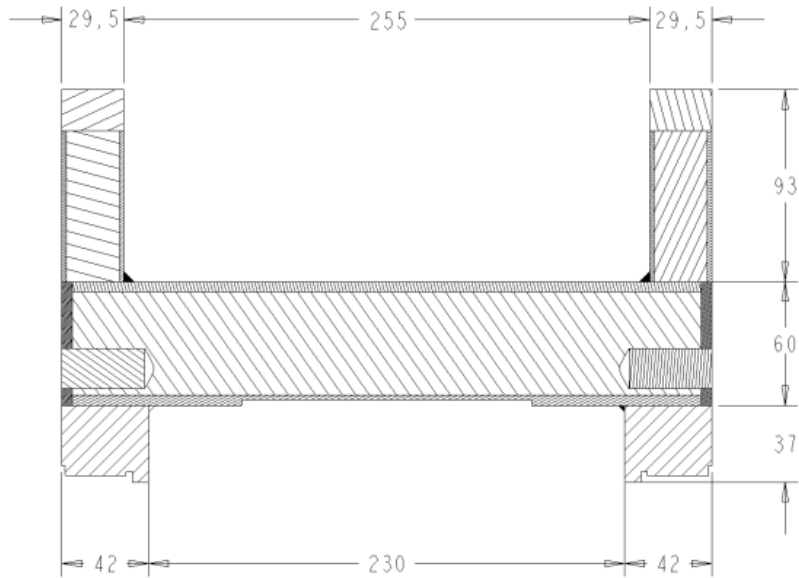
Numero PROVA Modale	Quote			Tipologia di pannello Sandwich		Rinforzo
	S Altezza alette	R Spessore alette	Altezza totale slitta	Zona Centrale	Alette	
<i>ORIGINALE</i>	93	28	160	---	---	No
PRIMA	93	29,5	190	10/50/10	3/26/1	No
SECONDA	63	29,5	160	10/50/10	3/26/1	No
TERZA	63	29,5	160	10/50/10	3/26/1	Si
QUARTA	63	39,5	160	10/50/10	5/30/5	No

**TABELLA 12**

*Riassunto dei valori usati per i parametri di quote, tipologia di pannello e rinforzo nelle prove modali*

#### 5.4.1. PRIMA PROVA DI ANALISI MODALE

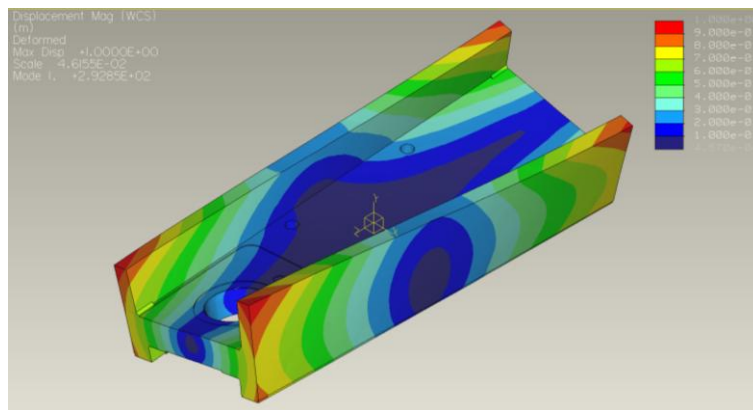
La prima prova di analisi modale è effettuata sulla slitta caratterizzata dalla sezione indicata in Fig. 101 nelle due diverse configurazioni costruttive precedentemente analizzate ovvero vedi Fig. 94 e Fig. 99. In particolare l'altezza delle alette è 93mm come quella della slitta CB Ferrari e lo spessore delle alette è 29,5mm. Si fa notare che l'altezza del zona centrale è di 60mm il doppio di quella della slitta CB Ferrari. La scelta dello spessore della zona centrale è infatti legato al sovrametallo richiesto, ai pannelli disponibili in commercio e la necessità di aumentare la rigidità torsionale.



**FIG. 101**

*Rappresentazione della sezione della slitta utilizzata per la prima serie di analisi modale*

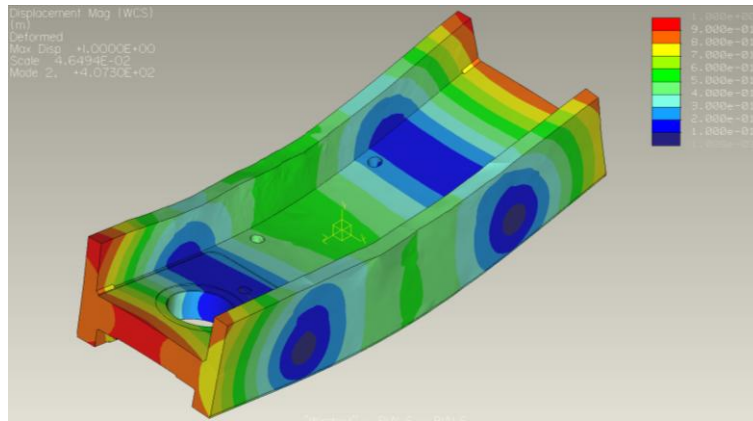
La frequenza del primo modo di vibrare della slitta nella configurazione costruttiva “A” è 293 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 102.



**FIG. 102**

*Prima forma modale della prima prova nella configurazione A a 293 Hz*

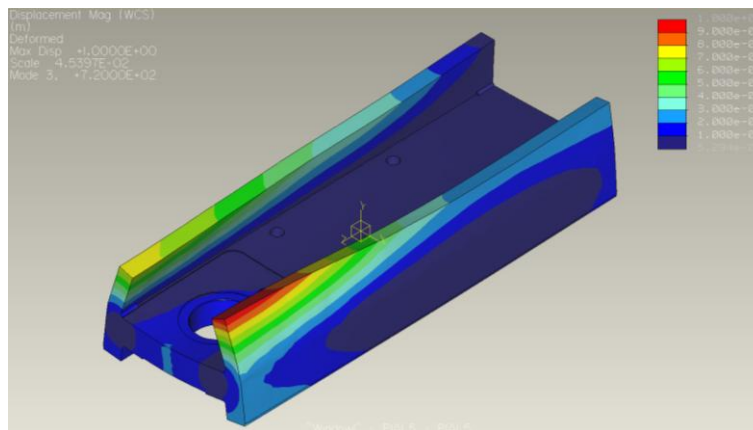
La frequenza del secondo modo di vibrare della slitta nella configurazione costruttiva “A” è 407 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 103.



**FIG. 103**

*Seconda forma modale della prima prova nella configurazione A a 407 Hz*

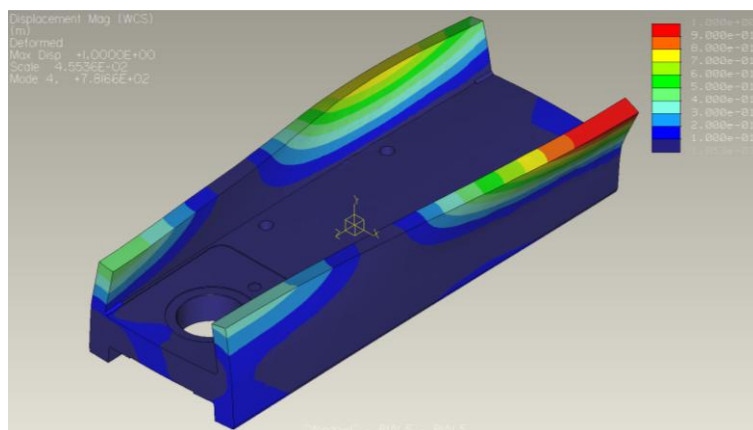
La frequenza del terzo modo di vibrare della slitta in configurazione costruttiva “A” è 720 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 104.



**FIG. 104**

*Terza forma modale della prima prova nella configurazione A a 720 Hz*

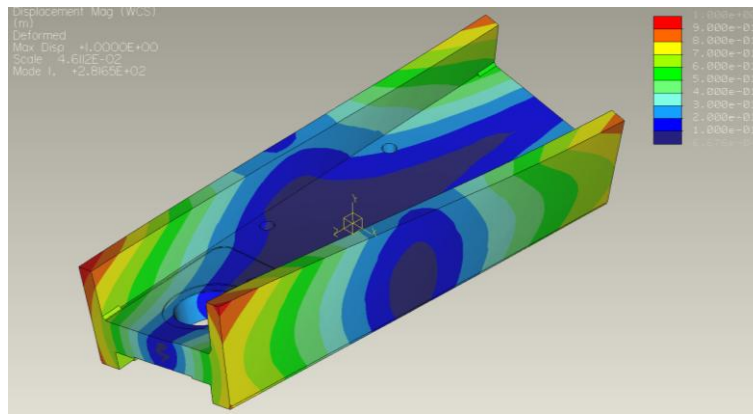
La frequenza del quarto modo di vibrare della slitta in configurazione costruttiva “A” è 782 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 105 .



**FIG. 105**

*Quarta forma modale della prima prova nella configurazione A a 782 Hz*

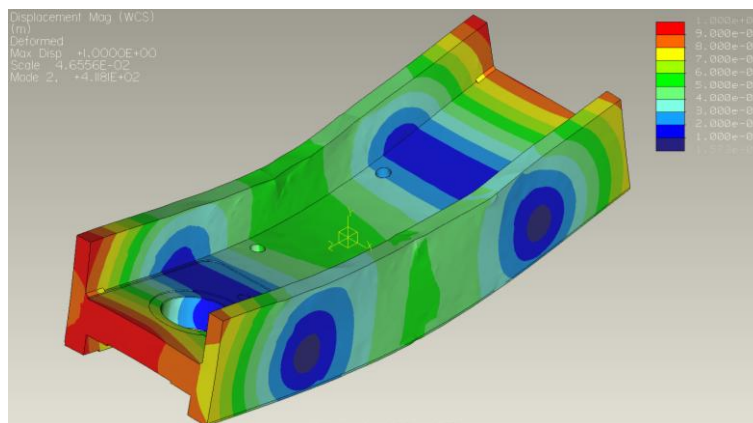
La frequenza del primo modo di vibrare della slitta nella configurazione costruttiva “B” è a 282 Hz come si vede dalla forma modale in vedi Fig. 106.



**FIG. 106**

*Prima forma modale della prima prova nella configurazione B a 282 Hz*

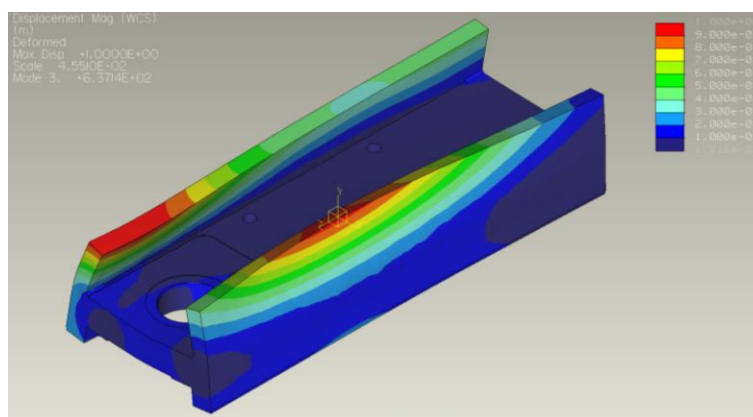
La frequenza del secondo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 412 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 107.



**FIG. 107**

*Seconda forma modale della prima prova nella configurazione B a 412Hz*

La frequenza del terzo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 637 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 108.

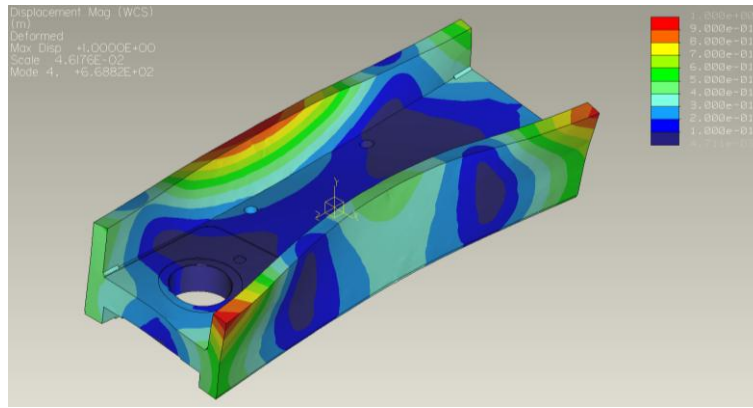


**FIG. 108**

*Terza forma modale della prima prova nella configurazione B a 637Hz*

La frequenza del quarto modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 669 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 109.



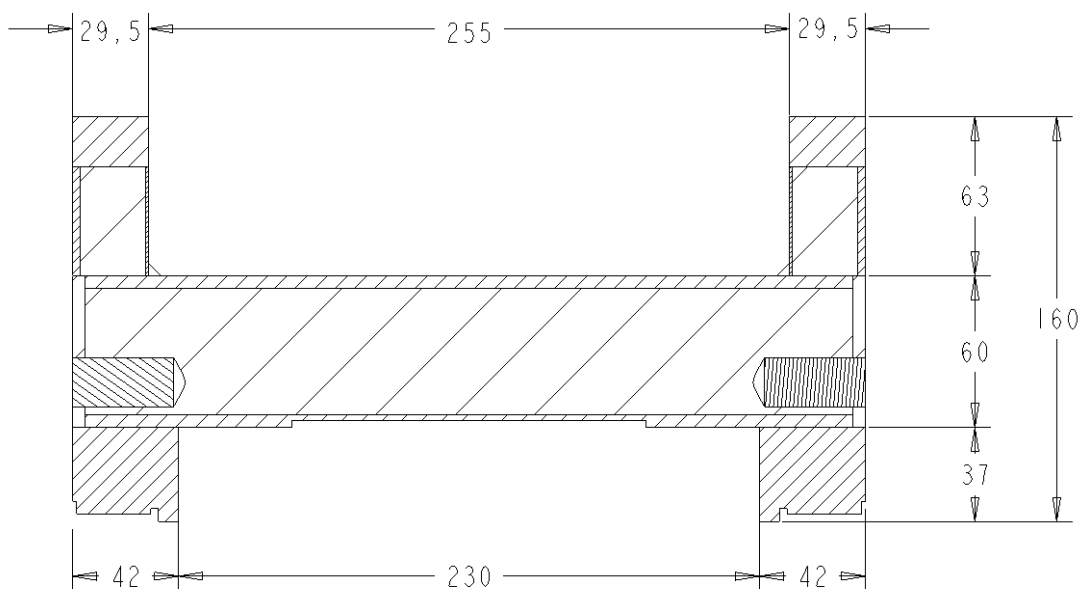


**FIG. 109**

*Quarta forma modale della prima prova nella configurazione B 669 Hz*

#### 5.4.2 SECONDA PROVA DI ANALISI MODALE

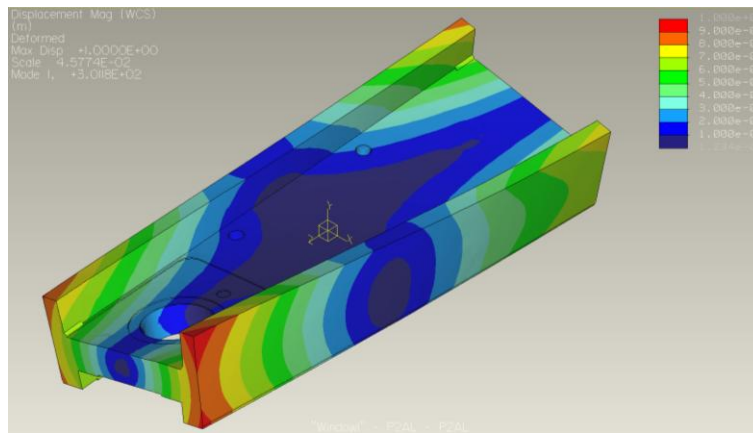
La seconda prova di analisi modale è svolta sulla slitta caratterizzata dalla sezione indicata in Fig. 110 nelle due diverse configurazioni costruttive vedi Fig. 94 e Fig. 99. In particolare per questa seconda prova la sezione è caratterizzata da altezza delle alette è 63mm e spessore delle alette è 29,5mm. L'altezza delle alette è stata ridotta per migliorare la rigidità torsionale della slitta essendo maggiori gli spostamenti nella parte superiore delle alette come si vede dalla prima prova. In questo modo l'altezza totale della slitta è di 160mm come l'originale CB Ferrari.



**FIG. 110**

*Rappresentazione della sezione della slitta utilizzata per la seconda serie di analisi modale*

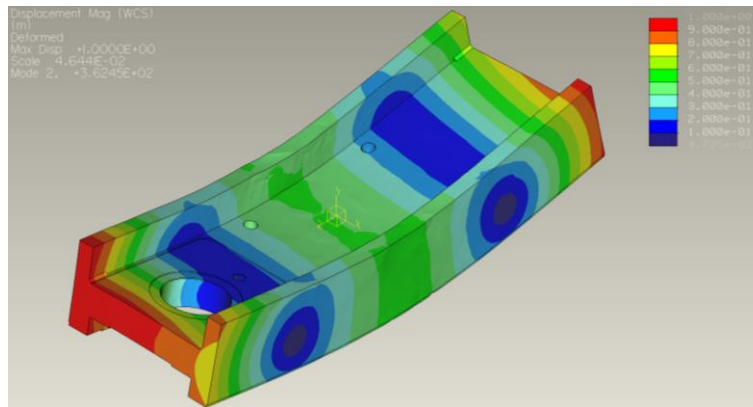
La frequenza del primo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva "A" è 301 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 111.



**FIG. 111**

*Prima forma modale della seconda prova nella configurazione A a 301 Hz*

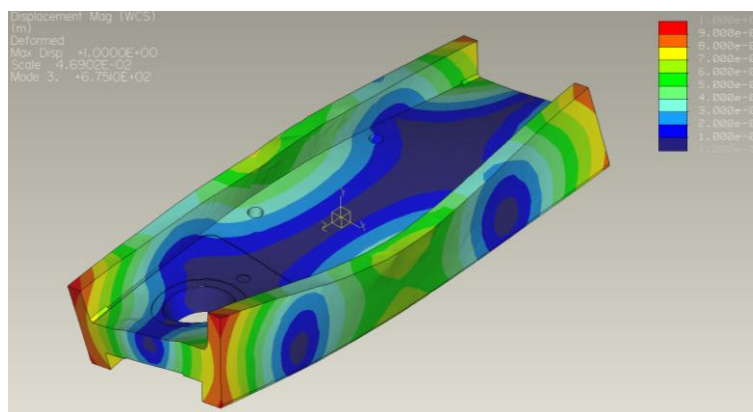
La frequenza del secondo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 362 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 112.



**FIG. 112**

*Seconda forma modale della seconda prova nella configurazione A a 362 Hz*

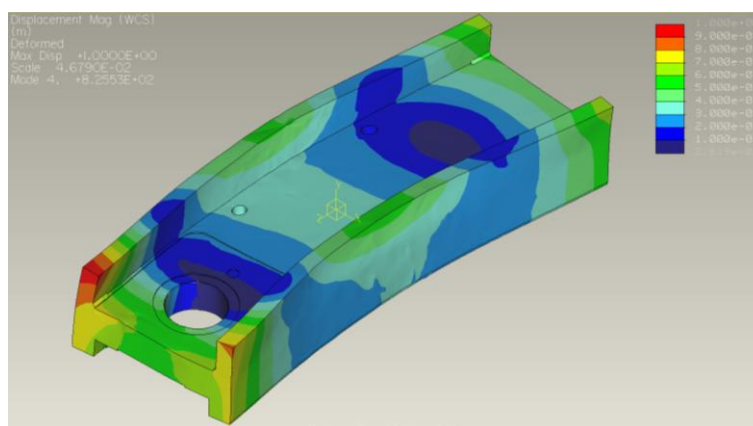
La frequenza del terzo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 675 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 113.



**FIG. 113**

*Terza forma modale della seconda prova nella configurazione A a 675 Hz*

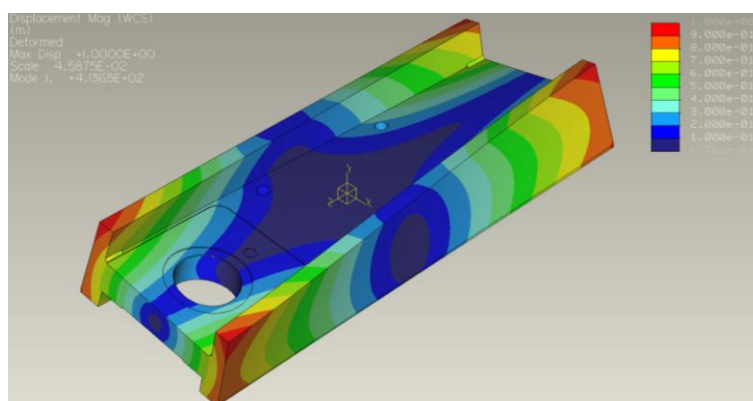
La frequenza del quarto modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 826 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 114.



**FIG. 114**

*Quarta forma modale della seconda prova nella configurazione A a 826 Hz.*

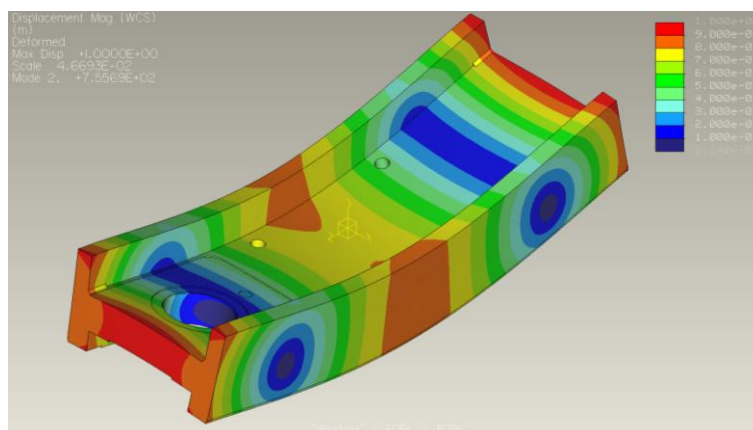
La frequenza del primo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 414 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 115.



**FIG. 115**

*Prima forma modale della seconda prova nella configurazione B a 414 Hz.*

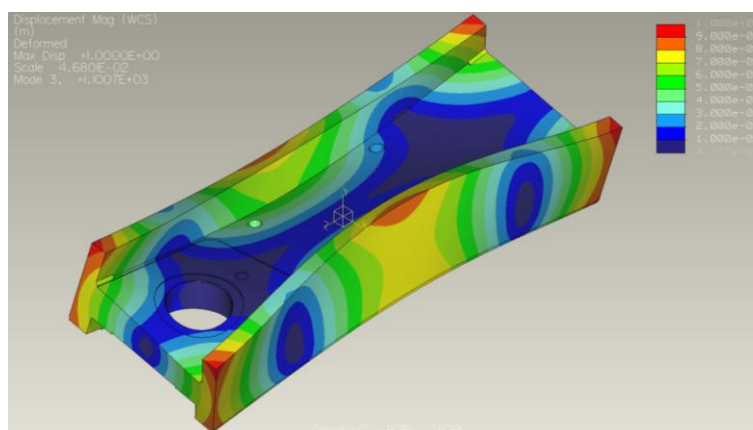
La frequenza del secondo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 756 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 116.



**Fig. 116**

*Seconda forma modale della seconda prova nella configurazione B a 756 Hz.*

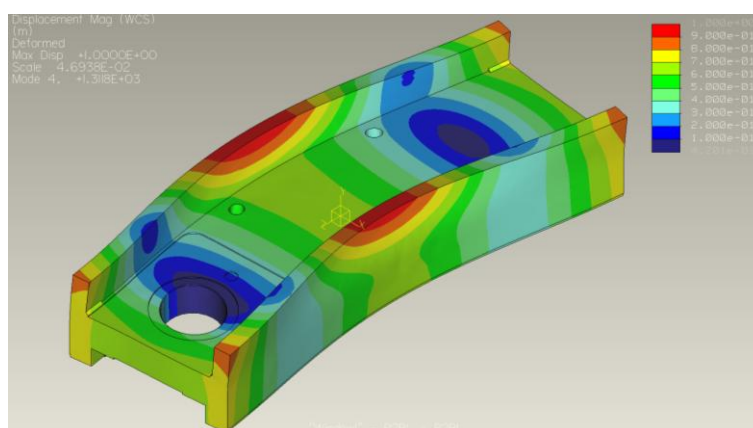
La frequenza del terzo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 1100 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 117.



**FIG. 117**

*Terza forma modale della seconda prova nella configurazione B a 1100 Hz*

La frequenza del quarto modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 1318 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 118.

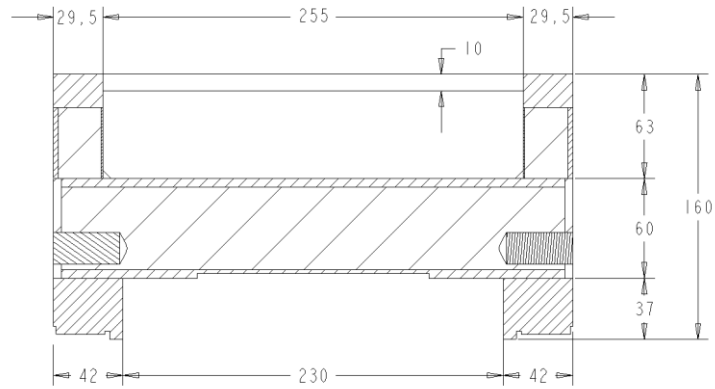


**FIG. 118**

*Quarta forma modale della seconda prova nella configurazione B a 1318 Hz*

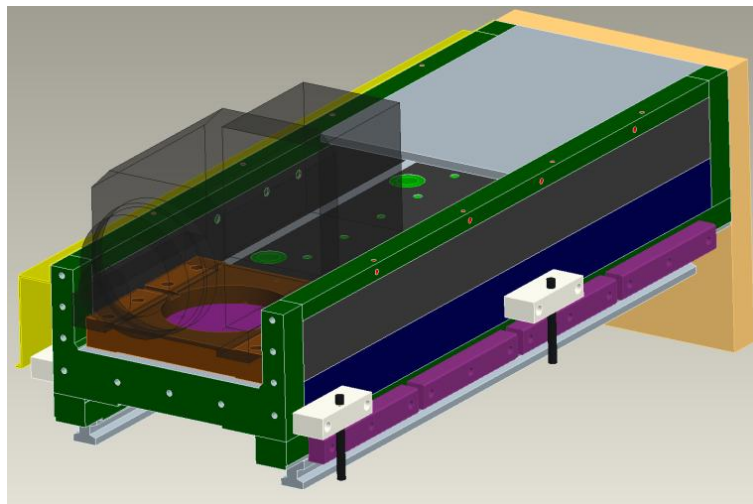
#### 5.4.3 TERZA PROVA DI ANALISI MODALE

La terza prova di analisi modale è svolta sulla slitta caratterizzata dalla sezione indicata in Fig. 119 nelle due diverse configurazioni costruttive vedi Fig. 94 e Fig. 99. In questa terza prova la sezione è uguale a quella della analisi precedente con altezza delle alette di 63mm e spessore delle alette è 29,5mm dal momento che quest'ultima ha risultati migliori della prima. Tuttavia si è aggiunto per ridurre l'effetto torsionale che caratterizza il primo modo della slitta, una lastra di spessore 10mm e lunghezza 400mm (vedi particolare di colore grigio nella Fig. 120).



**FIG. 119**

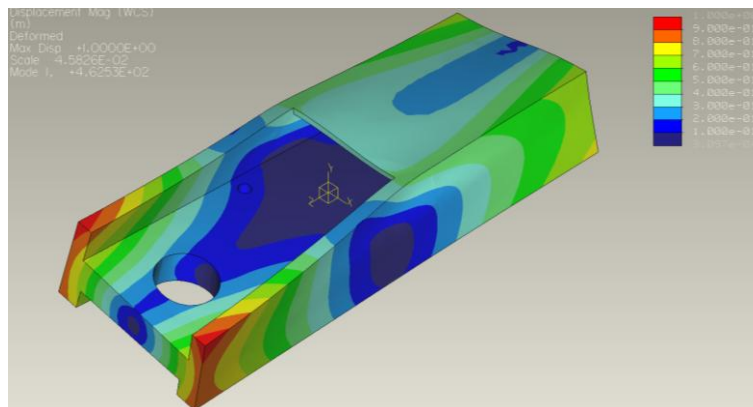
*Rappresentazione della sezione utilizzata per la serie di prove per la terza analisi*



**FIG. 120**

*Rappresentazione della slitta usata per la terza analisi modale dotata di lastra di rinforzo*

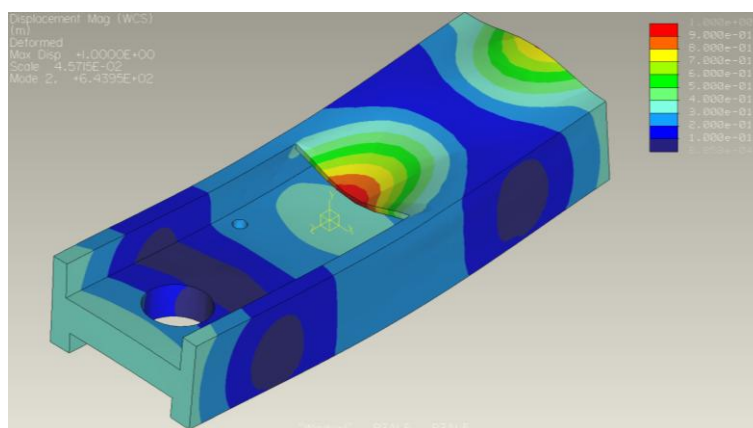
La frequenza del primo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 463 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 121.



**FIG. 121**

*Prima forma modale della terza prova nella configurazione A a 463 Hz*

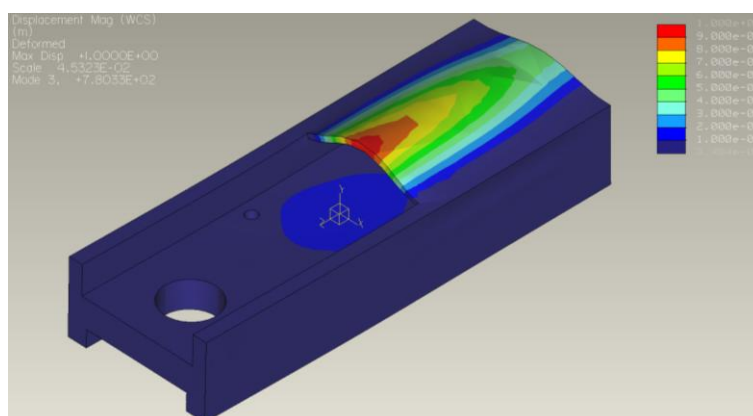
La frequenza del secondo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 644 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 122.



**FIG. 122**

*Seconda forma modale della terza prova nella configurazione A a 644 Hz*

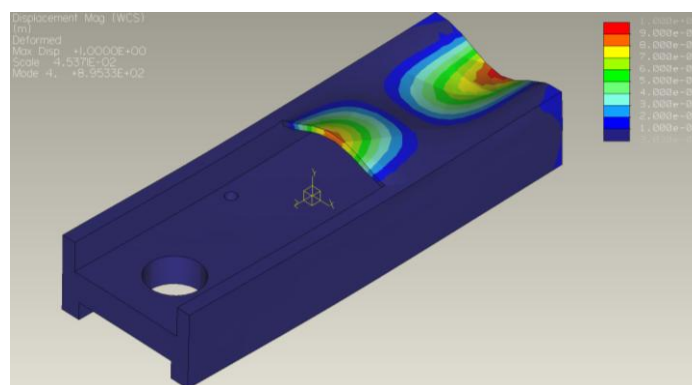
La frequenza del terzo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 780 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 123.



**FIG. 123**

*Terzo forma modale della terza prova nella configurazione A a 780 Hz*

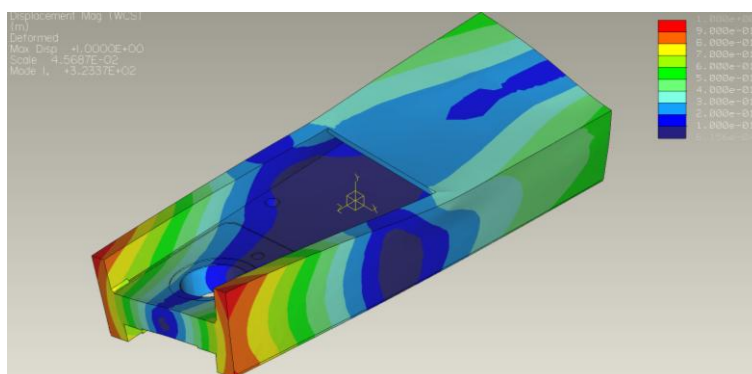
La frequenza del quarto modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 895 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 124.



**FIG. 124**

*Quarto forma modale della terza prova nella configurazione A a 895 Hz*

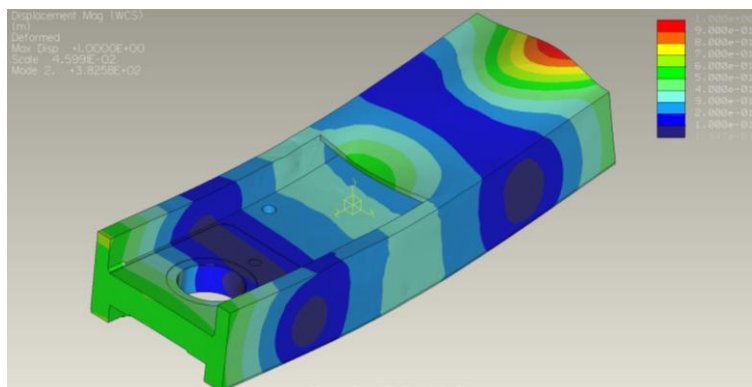
La frequenza del primo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 323 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 125.



**FIG. 125**

*Prima forma modale della terza prova nella configurazione B a 323 Hz*

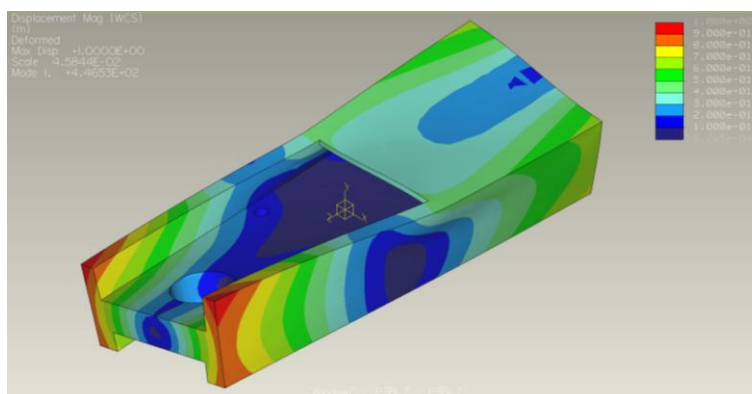
La frequenza del secondo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 383 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 126.



**FIG. 126**

*Seconda forma modale della terza prova nella configurazione B a 383 Hz*

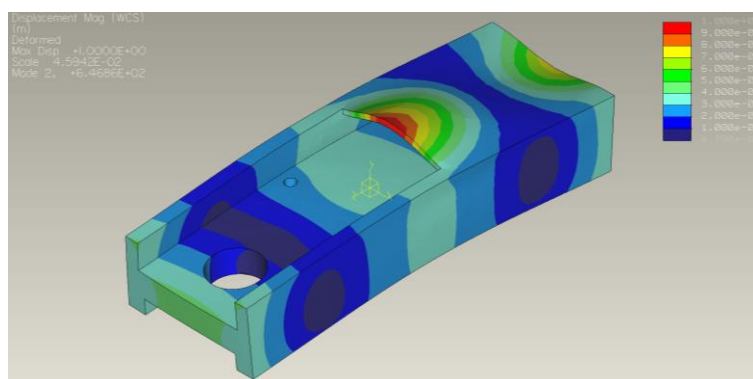
La frequenza del terzo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 447 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 127.



**FIG. 127**

*Terza forma modale della terza prova nella configurazione B a 447 Hz*

La frequenza del quarto modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 649 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 128.

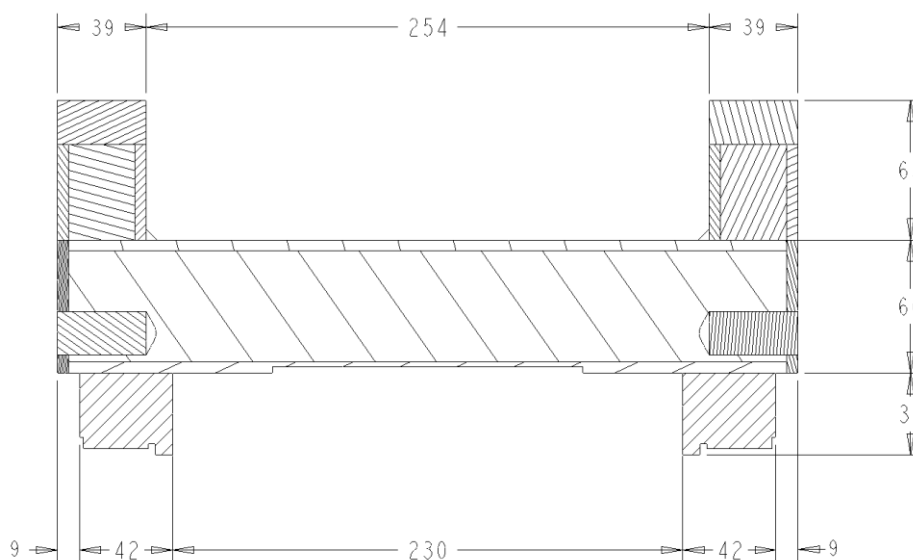


**FIG. 128**

*Quarta forma modale della terza prova nella configurazione B a 649 Hz*

#### 5.4.4 QUARTA PROVA DI ANALISI MODALE

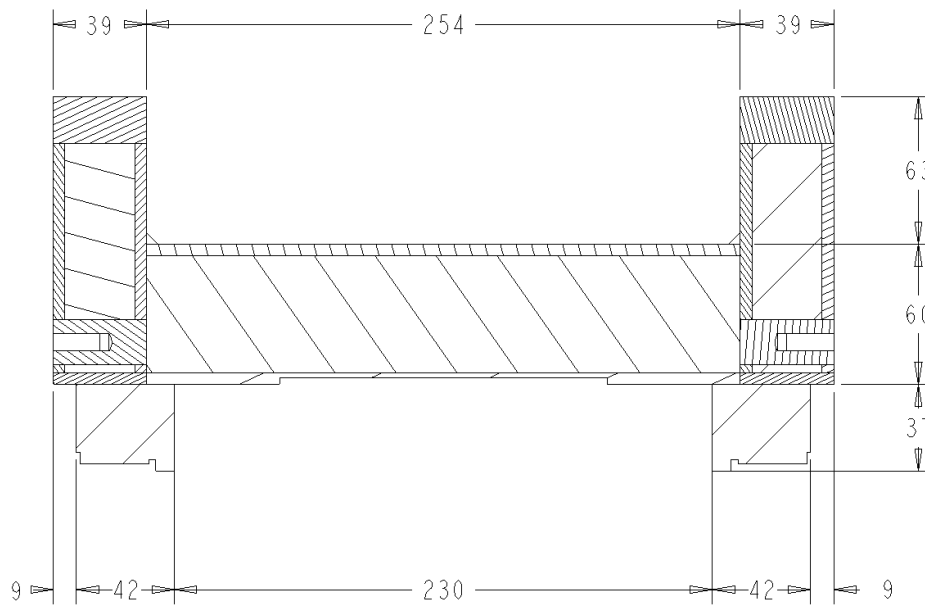
Nella quarta analisi, si utilizzano per le alette dei pannelli di schiuma di larghezza complessiva di 40mm (5/30/5) per aumentare la rigidità torsionale mentre la loro altezza è mantenuta di 63mm come nelle prove precedenti. Poiché per alloggiare il motore è necessario rispettare l’ingombro minimo fra le alette, queste dopo la spianatura sporgono di 9mm da ogni lato come si vede nella sezione della configurazione “A” e “B” vedi Fig. 129 e Fig. 130 rispettivamente.



**FIG. 129**

*Rappresentazione della sezione utilizzata per la quarta analisi nella configurazione A*

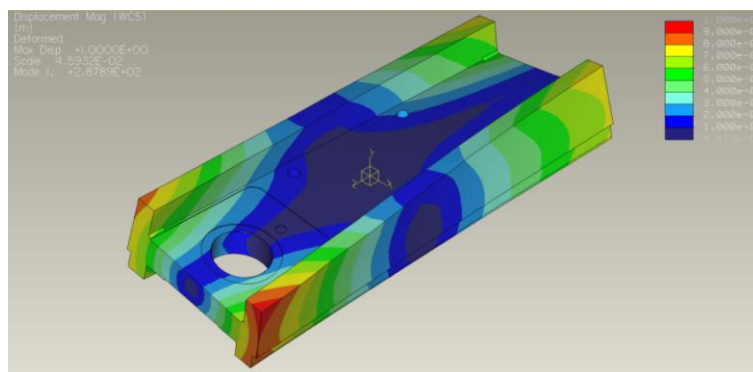




**FIG. 130**

*Rappresentazione della sezione utilizzata per la quarta analisi nella configurazione B*

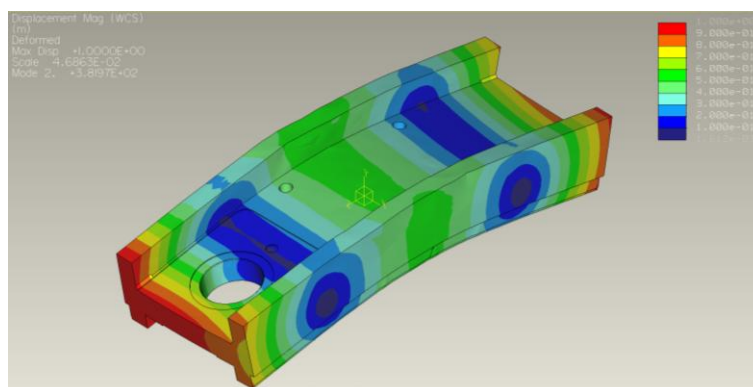
La frequenza del primo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 288 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 131.



**FIG. 131**

*Prima forma modale della quarta prova nella configurazione A a 288 Hz*

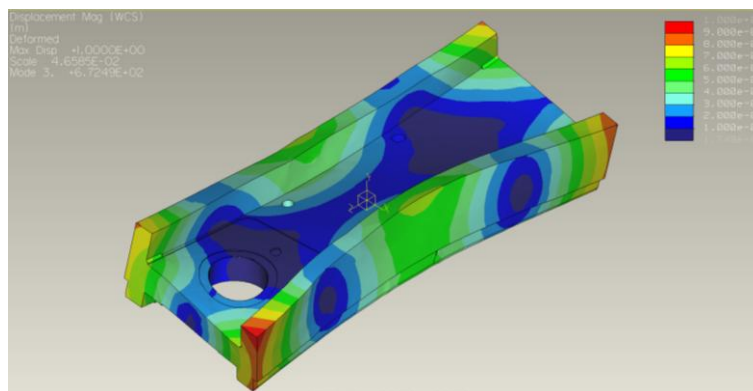
La frequenza del secondo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 382 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 132.



**FIG. 132**

*Seconda forma modale della quarta prova nella configurazione A a 382 Hz*

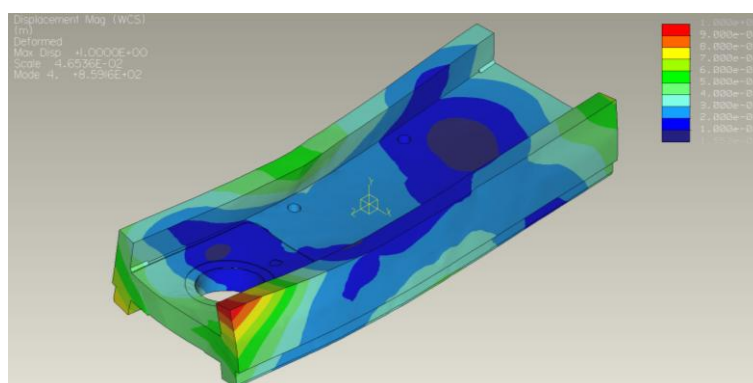
La frequenza del terzo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 673 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 133.



**FIG. 133**

*Terza forma modale della quarta prova nella configurazione A a 673 Hz*

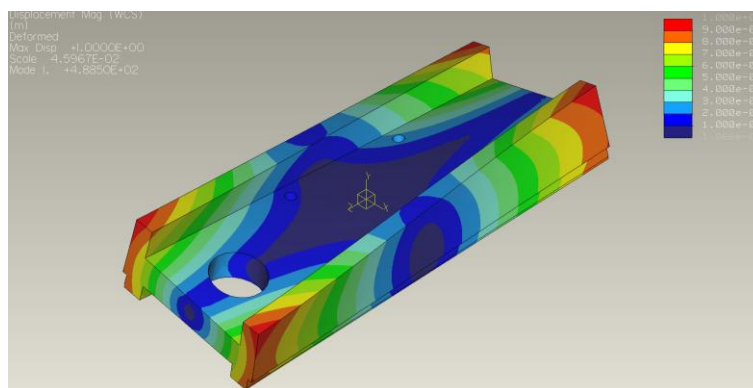
La frequenza del quarto modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “A” è 859 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 134.



**FIG. 134**

*Quarta forma modale della quarta prova nella configurazione A a 859 Hz*

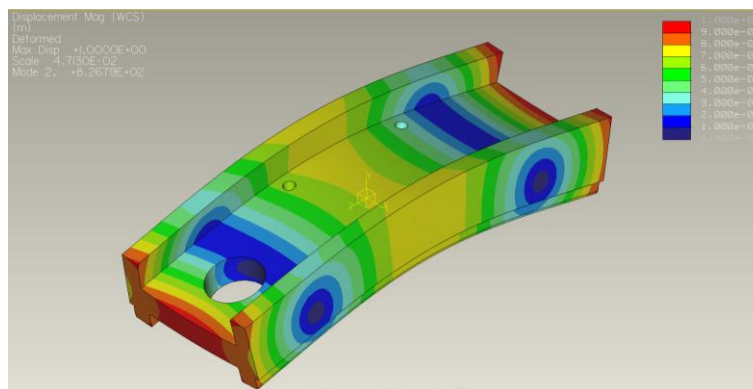
La frequenza del primo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 489 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 135.



**FIG. 135**

*Prima forma modale della quarta prova nella configurazione B a 489 Hz*

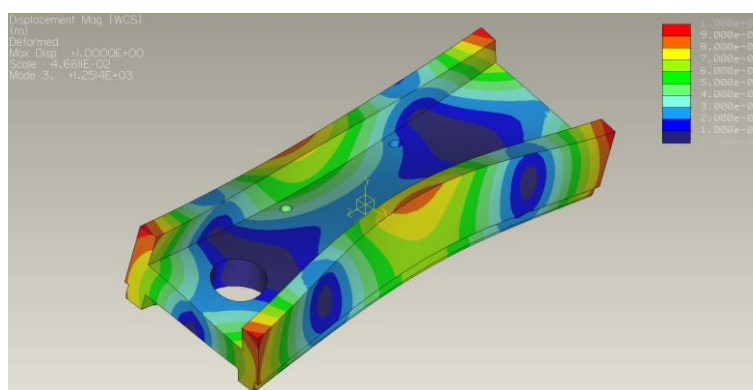
La frequenza del secondo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 827 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 136.



**FIG. 136**

*Secondo forma modale della quarta prova nella configurazione B a 827 Hz*

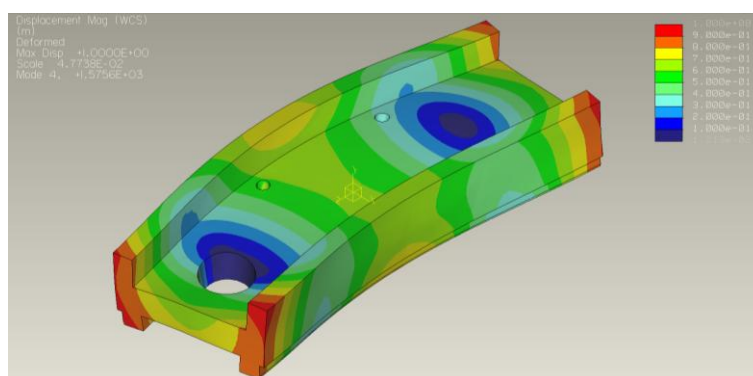
La frequenza del terzo modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 1251 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 137.



**FIG. 137**

*Terza forma modale della quarta prova nella configurazione B a 1254 Hz*

La frequenza del quarto modo di vibrare per la slitta in configurazione costruttiva “B” è 1575 Hz come si vede dalla forma modale in Fig. 138.



**FIG. 138**

*Quarta forma modale della quarta prova nella configurazione B a 1575 Hz*

#### 5.4.5 CONCLUSIONI DELLE PROVE PER LE CONFIGURAZIONI A E B

Sono riportati nelle seguenti tabelle i risultati raggruppati per prove con i corrispondenti valori della percentuale d'elementi che non hanno raggiunto la convergenza nel calcolo FEM eseguito.

	PROVA 1			
	A [Hz]	% Conv.	B [Hz]	% Conv.
1 FREQUENZA	292	4.1	281	4
2 FREQUENZA	407	3,9	412	3.9
3 FREQUENZA	720	1,9	637	3.6
4 FREQUENZA	782	4.2	669	4.0

**TABELLA 13**

*Riassunto dei risultati della prima prova d'analisi modale*

	PROVA 2			
	A [Hz]	% Conv.	B [Hz]	% Conv.
1 FREQUENZA	301	4.1	414	2.4
2 FREQUENZA	362	4.1	756	0.5
3 FREQUENZA	675	4.3	1100	1.4
4 FREQUENZA	825	4.3	1312	1.3

**TABELLA 14**

*Riassunto dei risultati della seconda prova d'analisi modale*

	PROVA 3			
	A [Hz]	% Conv.	B [Hz]	% Conv.
1 FREQUENZA	463	0,5	323	4.1
2 FREQUENZA	644	0,7	383	4.2
3 FREQUENZA	780	2.5	447	1.7
4 FREQUENZA	895	2.9	647	2.2

**TABELLA 15**

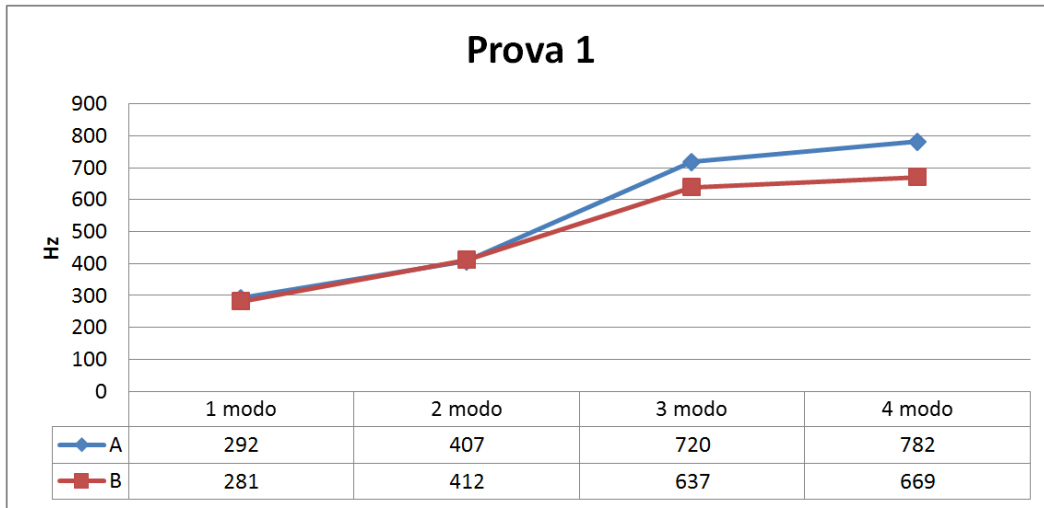
*Riassunto dei risultati della terza prova d'analisi modale*

	PROVA 4			
	A [Hz]	% Conv.	B [Hz]	% Conv.
1 FREQUENZA	287	4.2	488	2,4
2 FREQUENZA	382	4	826	0,5
3 FREQUENZA	672	4.1	1251	1,5
4 FREQUENZA	859	4.2	1575	1

**TABELLA 16**

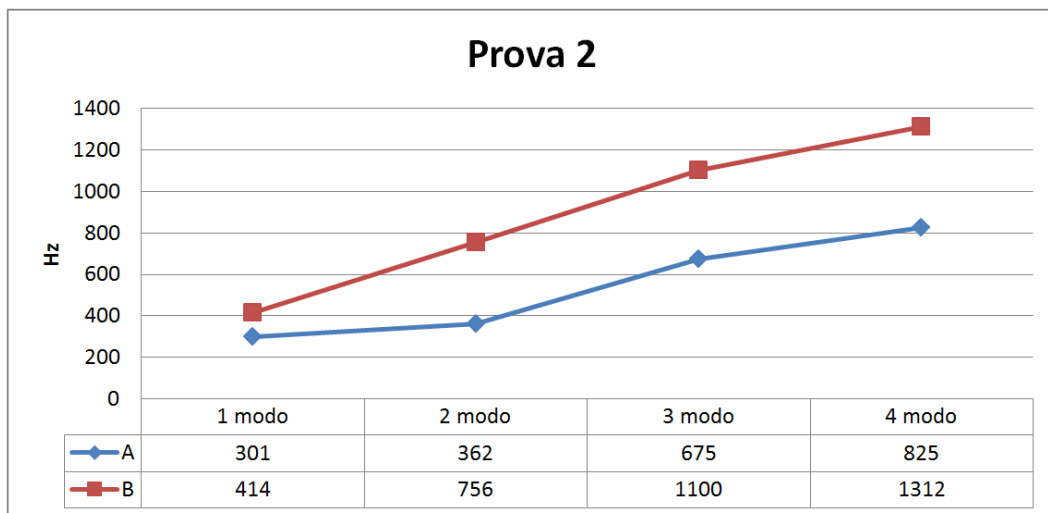
*Riassunto dei risultati della quarta prova d'analisi modale*

Di seguito sono riportate le curve comparative dell'andamento delle frequenze ottenute nelle prove svolte.



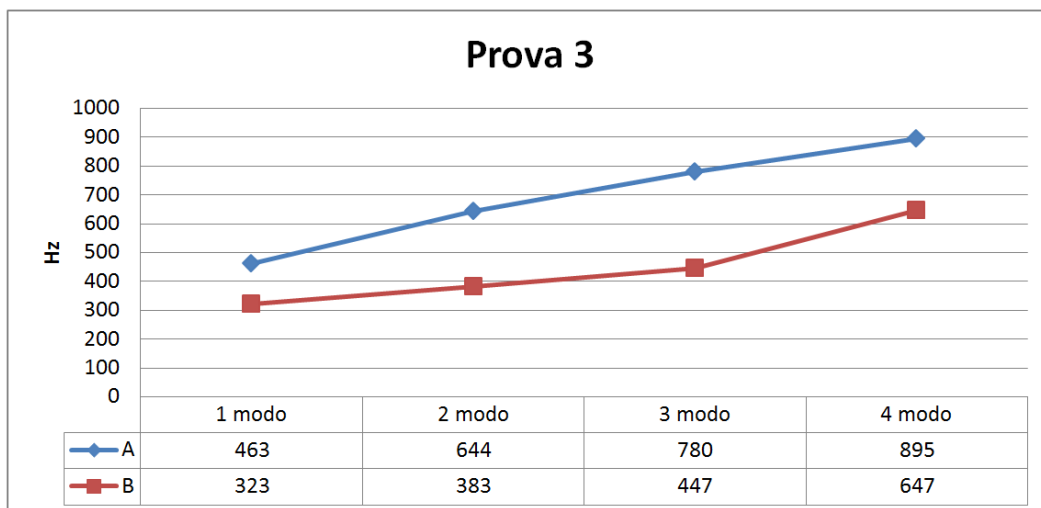
**FIG. 139**

*Curve di andamento della frequenza per la prova 1 nella configurazione A e B*



**FIG. 140**

*Curve di andamento della frequenza per la prova 2 nella configurazione A e B*



**FIG. 141**

*Curve di andamento della frequenza per la prova 3 nella configurazione A e B*

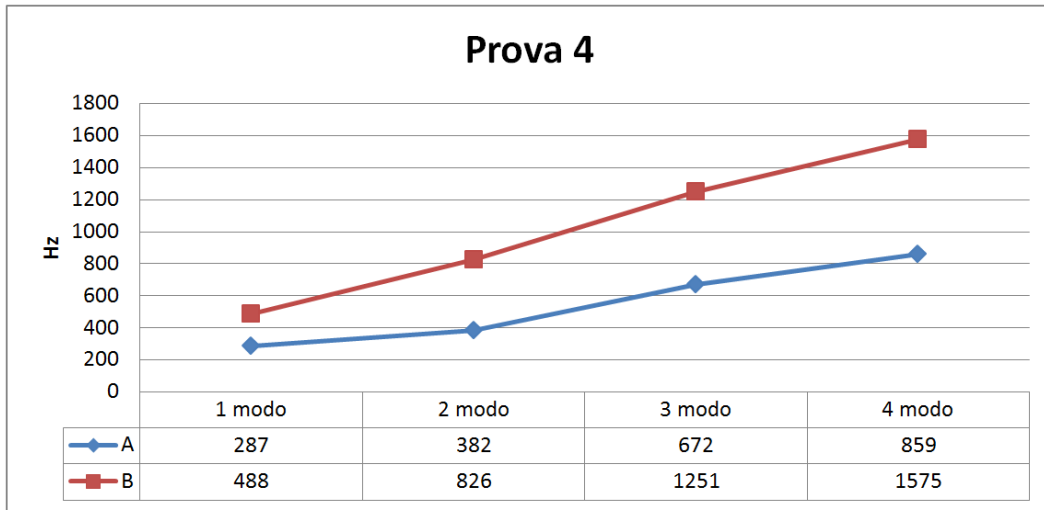


FIG. 142

Curve di andamento della frequenza per la prova 4 nella configurazione A e B

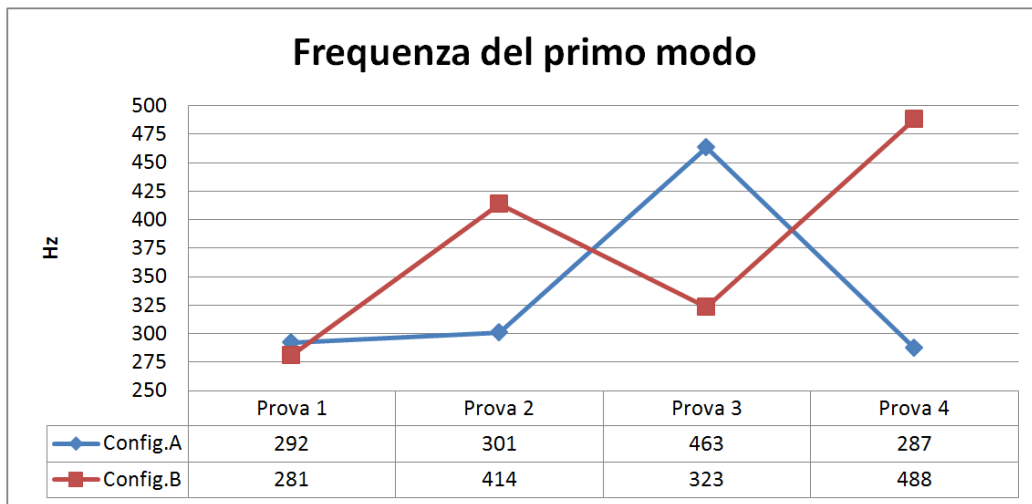


FIG. 143

Curve di andamento della frequenza del primo modo di vibrare nelle prove svolte in configurazione A e B

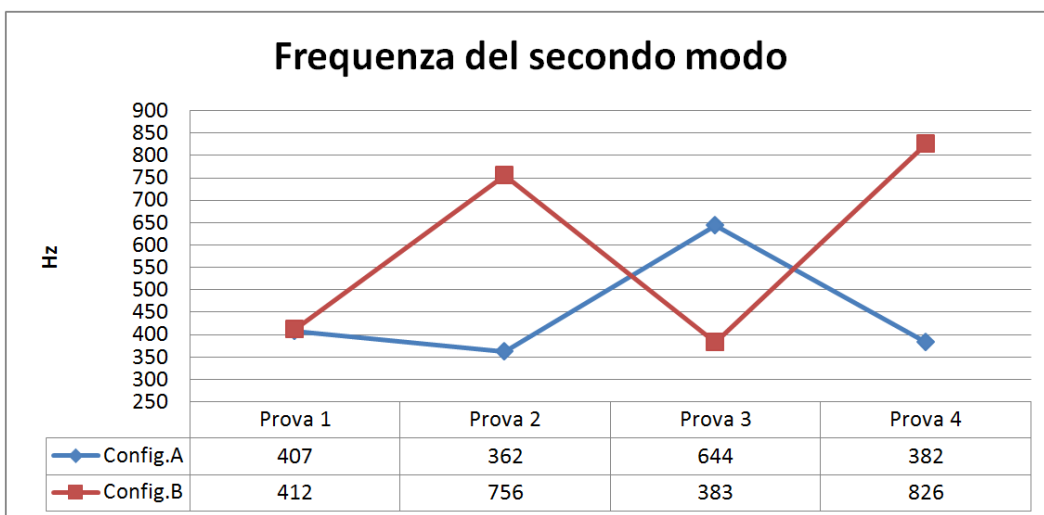


FIG. 144

Curve di andamento della frequenza del secondo modo di vibrare nelle prove svolte in configurazione A e B

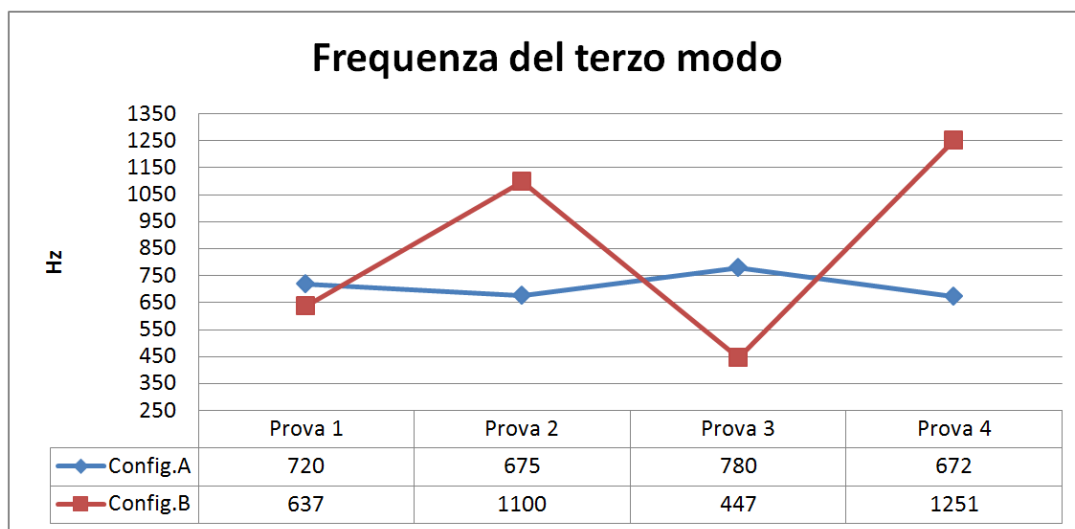


FIG. 145

*Curve di andamento della frequenza del terzo modo di vibrare nelle prove svolte in configurazione A e B*

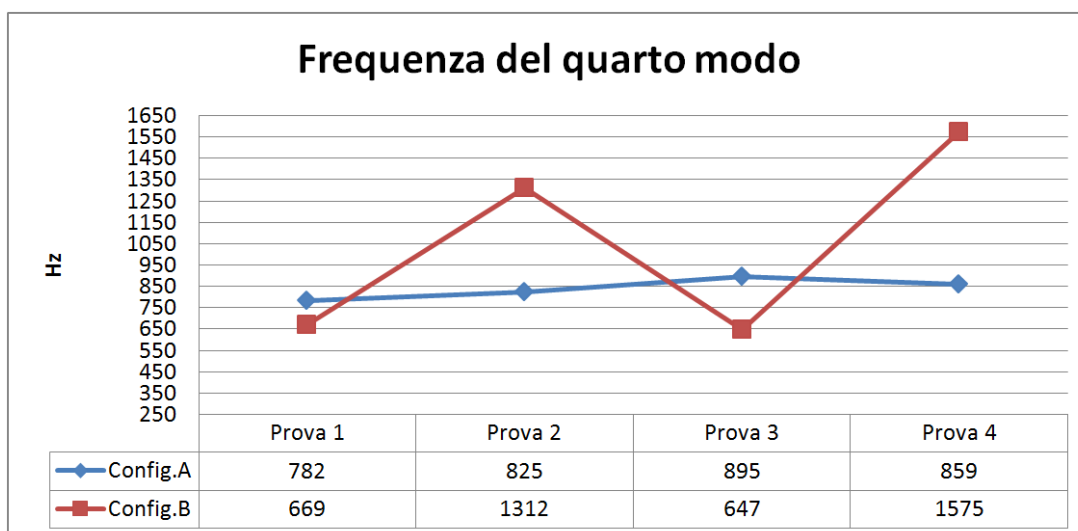


FIG. 146

*Curve di andamento della frequenza del quarto modo di vibrare nelle prove svolte in configurazione A e B*

Dai risultati si può osservare che la configurazione A è quella che procura i più alti valori di frequenza per il primo modo di vibrare nella prima e terza prova. La configurazione B procura le migliori frequenze nella seconda e quarta prova. Globalmente si può osservare che la migliore risposta in frequenza è ottenuta utilizzando la configurazione geometrica usata per la quarta prova nella configurazione B con un aumento della prima frequenza di oltre il 100% rispetto a quella ottenuta dalla slitta della CB Ferrari in uso.

Tuttavia questa configurazione geometrica che prevede per la slitta alette di 39mm di spessore aumenta la larghezza totale della slitta di 18 mm. Questo aumento di spessore è difficilmente adattabile ai restanti componenti della macchina attualmente in uso.

Per quanto riguarda invece la configurazione geometrica A usata per la terza prova si può osservare che porta un miglioramento per la prima frequenza di oltre il 90% rispetto alla slitta della C.B.Ferrari. Tuttavia l'aggiunta della piastra di rinforzo ostacola il montaggio dell'impianto elettrico dell'elettromandrino e dell'impianto d'alimentazione del liquido lubrificante.

Il risultato in frequenza ottenuto dalla seconda prova nella configurazione B comporta un miglioramento rispetto alla soluzione della C.B.Ferrari di oltre 70% e rispetto alle altre configurazioni costruttive è quella che si avvicina di più alla geometria della slitta originale della C.B.Ferrari. La somiglianza tra la configurazione B della prova 2 e quella attualmente in uso fa sì che si possa minimizzare la quantità di modifiche richieste dalla nuova soluzione ai componenti della fresatrice ML45 per il montaggio in macchina. Siccome l'uso di questa soluzione ha un minor costo per realizzare un prototipo e le relative prove in macchina, nella seguente sezione è l'integrità strutturale della configurazione B della slitta della prova 2 che viene verificata sotto l'effetto delle forze esterne a cui è sottoposta.

## 5.5 ANALISI DEGLI EFFETTI DELLE FORZE ESTERNE ALLA SLITTA E VERIFICA DELLA INTEGRITÀ DELLA SLITTA.

In questa sezione vengono analizzate le forze principali che agiscono sulla slitta durante l'usuale ciclo di lavoro. L'obiettivo è individuare le tensioni interne e le deformazioni della slitta per verificare l'integrità strutturale della nuova configurazione B della slitta sottoposta agli usuali carichi di lavoro. L'analisi è condotta inizialmente senza considerare l'effetto dell'accelerazione della slitta ma soltanto la massa della slitta e dell'elettromandrino e la coppia trasmessa dall'elettromandrino durante il funzionamento a massimo regime. In seconda analisi invece si tiene conto anche della l'accelerazione della slitta che trasla lungo l'asse Z e X.

### 5.5.1 DETERMINAZIONE DELLE FORZE ESTERNE ALLA SLITTA

Le forze esterne a cui è sottoposta la slitta dipendono dalla massa della slitta, da quella dell'elettromandrino, dal momento trasmesso dal motore e dalle accelerazioni a cui vengono sottoposti i componenti. La massa della slitta è teoricamente approssimata a 33Kg. e mentre l'elettromandrino con l'utensile e i suoi elementi di



fissaggio sono circa 50Kg. Il baricentro di quest'ultimo gruppo è stimato a 140mm della superficie della slitta vedi Fig. 147.

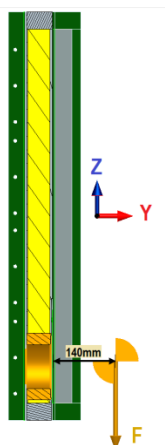


FIG. 147

*Baricentro dell'elettromandrino e punto d'applicazione della forza dovuta al suo peso.*

Dalla curva che rappresenta il rapporto fra la potenza trasmessa dal motore e i giri per minuto (vedi Fig. 148) si può determinare che il momento massimo che può trasmettere il motore è pari a 7Nm.

**40.000 RPM - ISO V30 - 11/15kW - 5/7Nm**

**Type 050452**

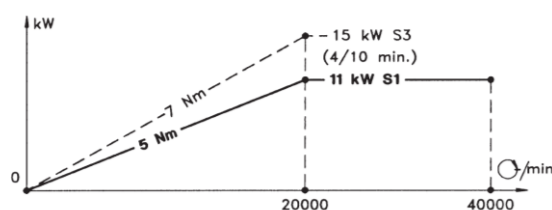
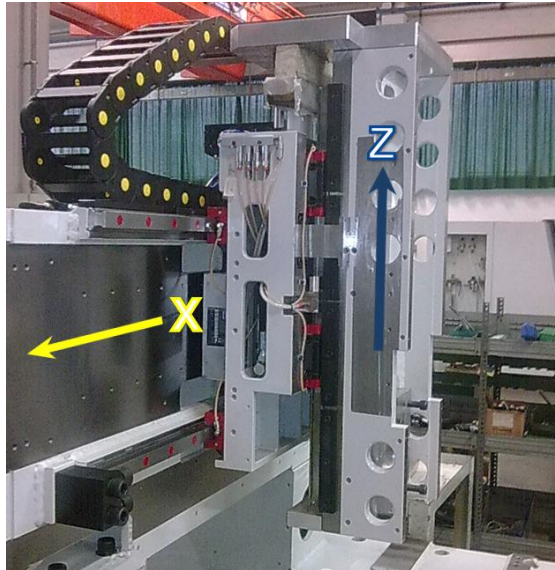


FIG. 148

*Curva del rapporto potenza giri/min (RPM) dell'elettromandrino*

In Fig. 149 è illustrato il montaggio in macchina della slitta. In particolare è concessa la traslazione solo negli assi X e Z. Lungo questi due assi la slitta è sottoposta ad accelerazioni pari a  $9,81\text{m/s}^2$  contemporaneamente in entrambi gli assi.

Di seguito sono analizzate due normali condizioni di lavoro a cui è sottoposta la slitta. La prima condizione di funzionamento della fresatrice non considera per stabilire le tensioni massime a cui è sottoposta della slitta, le accelerazioni dovute alle traslazioni mentre la seconda considera le massime accelerazioni lungo gli assi X e Z per calcolare gli sforzi massimi.



**FIG. 149**

*Foto della slitta montata in macchina e rappresentazione assi di traslazione della slitta X e Z*

Nel primo caso senza considerare le accelerazioni della slitta si presentano le seguente forze e momenti:

- una forza lungo l'asse Z di 330N dovuta alla massa della slitta;
- una forza lungo l'asse Z di 550N in corrispondenza alla superficie della slitta dovuta alla massa dell'elettromandino;
- una coppia lungo l'asse X di 70Nm in corrispondenza alla superficie della slitta dovuto alla massa dell'elettromandino;
- una coppia lungo l'asse Z di 7Nm dovuto alla coppia trasmessa dall'elettromandino.

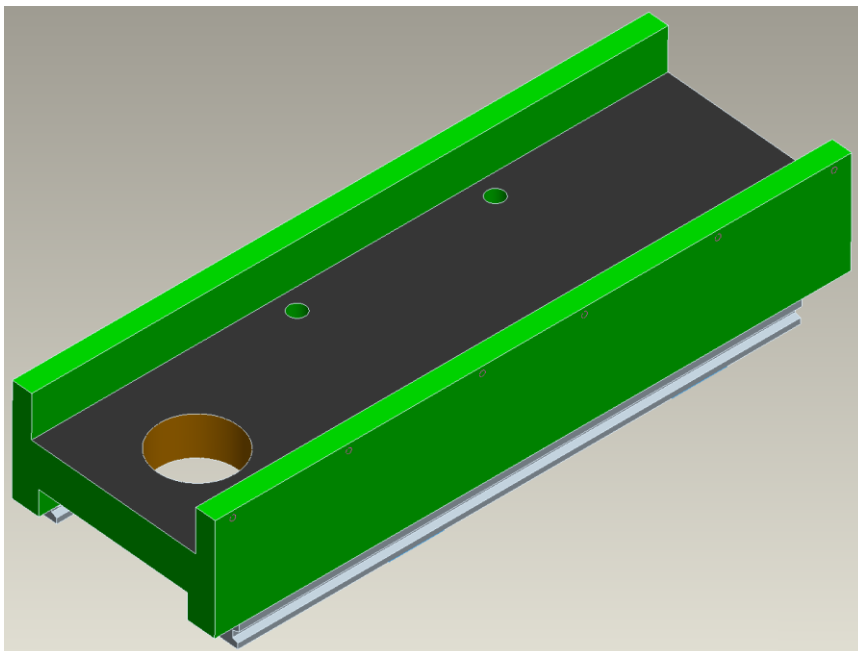
Nel secondo caso considerando l'effetto delle accelerazioni della slitta si presentano le seguente forze e momenti:

- Una forza lungo l'asse Z di 660N dovuta alla sua massa considerando un'accelerazione totale di  $19,92\text{m/s}^2$ ;
- una forza lungo l'asse X di 330N dovuta alla sua massa considerando un'accelerazione totale di  $9,81\text{m/s}^2$  ;
- una forza lungo l'asse Z di 1100N in corrispondenza alla superficie della slitta dovuto alla massa dell'elettromandino considerando un'accelerazione totale di  $19,92\text{m/s}^2$ ;

- una coppia lungo l'asse X di 140Nm in corrispondenza alla superficie della slitta dovuto al peso dell'elettromandino considerando un'accelerazione totale di  $19,92\text{m/s}^2$ ;
- una coppia lungo l'asse Z di 7Nm dovuto alla coppia trasmessa dall'elettromandino.

#### 5.5.2 DETERMINAZIONE DEGLI SFORZI E DEFORMAZIONI ALL'INTERNO DELLA SLITTA SENZA CONSIDERARE L'ACCELERAZIONE

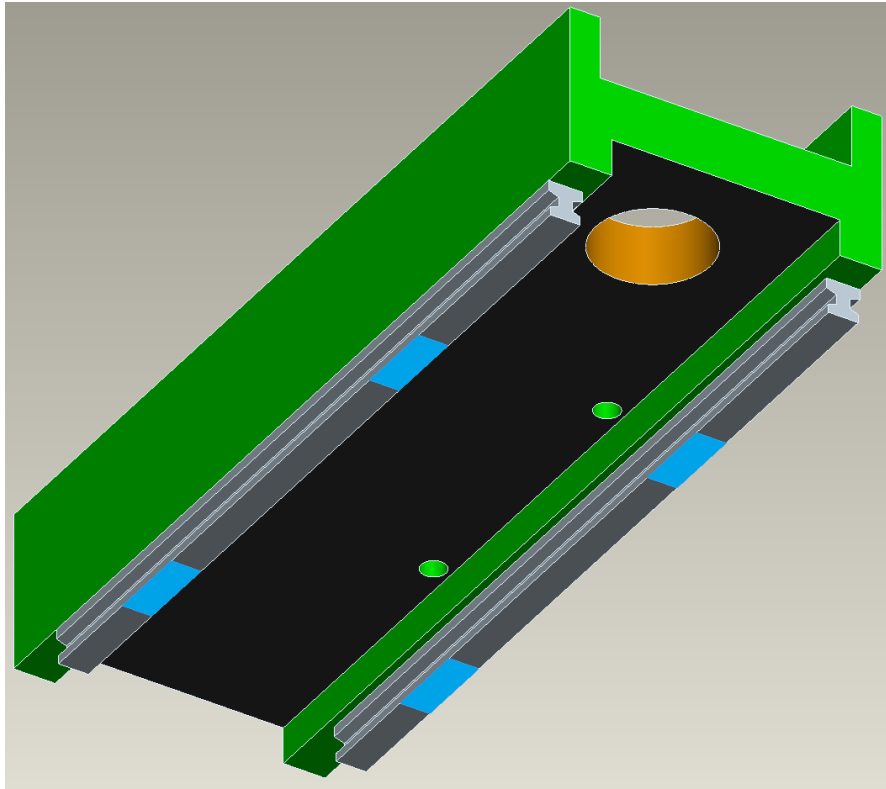
Per verificare a carico statico il comportamento strutturale della slitta si utilizza un programma ad elementi finiti e si prende in considerazione l'effetto delle guide in acciaio che sono avvitate nella slitta. Come già anticipato nelle sezioni precedenti non si prende in considerazione la presenza di fori filettati, piccoli fori passanti, piccoli smussi, piccoli raggi e sottili differenze di spessori avendo questi poca influenza sul risultato finale. La conformazione utilizzata durante le analisi è quella mostrata in Fig. 150.



**FIG. 150**

*Conformazione slitta B prova 2 utilizzata per la verifica sotto carico statico*

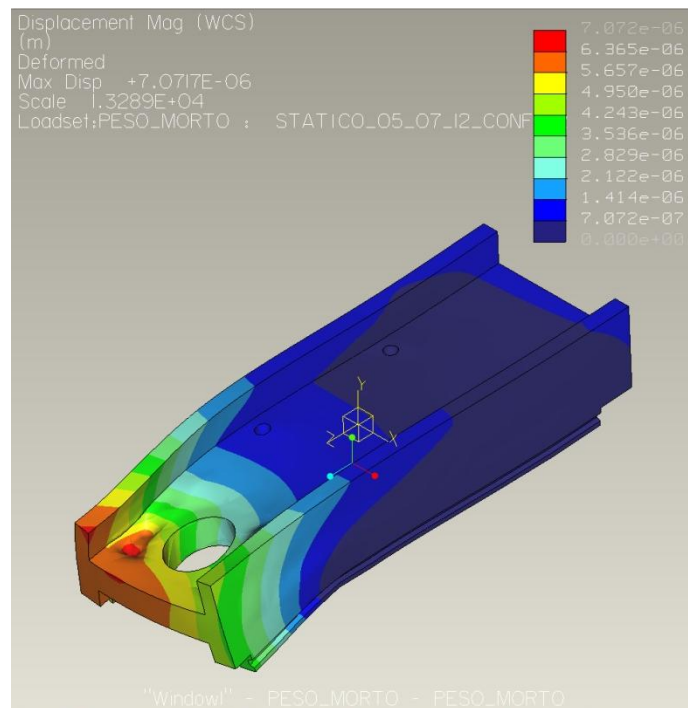
I vincoli scelti per la verifica sotto carico statico della slitta sono ad incastro nelle zone dove si trovano le guide in corrispondenza dei pattini che le sostengono vedi superfici blu in Fig. 151.



**FIG. 151**

*Configurazione della slitta per la verifica a carico statico, in blu le zone dei pattini approssimati come vincoli a incastro*

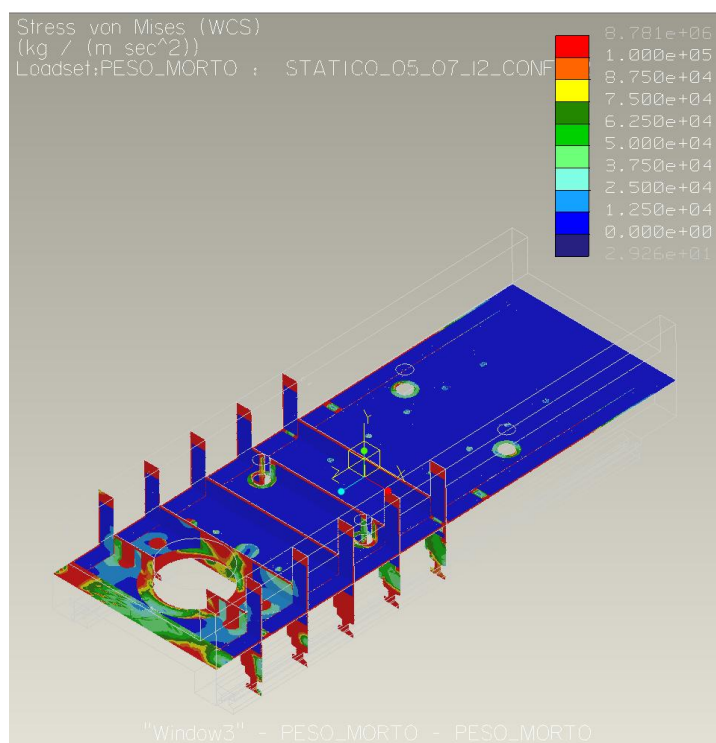
Come detto nella prima verifica si considerano solo le forze senza l'effetto dell'accelerazione della slitta. La deformazione massima ricavata è di circa 0,007mm vedi Fig. 152.



**FIG. 152**

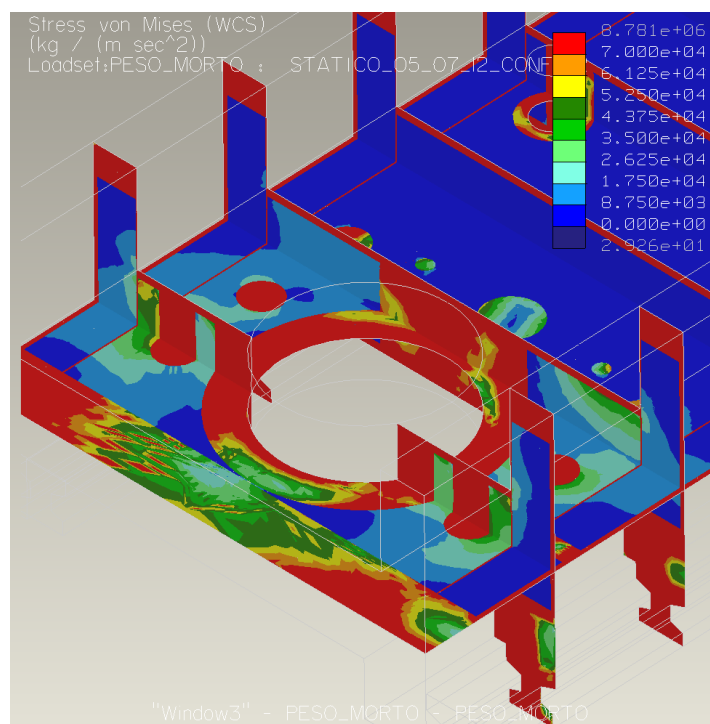
*Deformazione ottenuta dall'analisi della slitta senza considerare l'effetto dell'accelerazione della slitta.*

La tensione massima della schiuma d'alluminio ottenuta dall'analisi è circa 0,07MPa come si può osservare nelle viste di sezione rappresentate in Fig. 153 e Fig. 154.



**FIG. 153**

*Stato tensionale ottenuto dall'analisi della slitta senza considerare l'effetto dell'accelerazione della slitta.*



**FIG. 154**

*Ingrandimento dello stato tensionale ottenuto dall'analisi della slitta senza considerare l'effetto dell'accelerazione della slitta.*

La tensione massima delle lamiere d'alluminio solido sono al di sotto di 2,5MPa come si vede nella

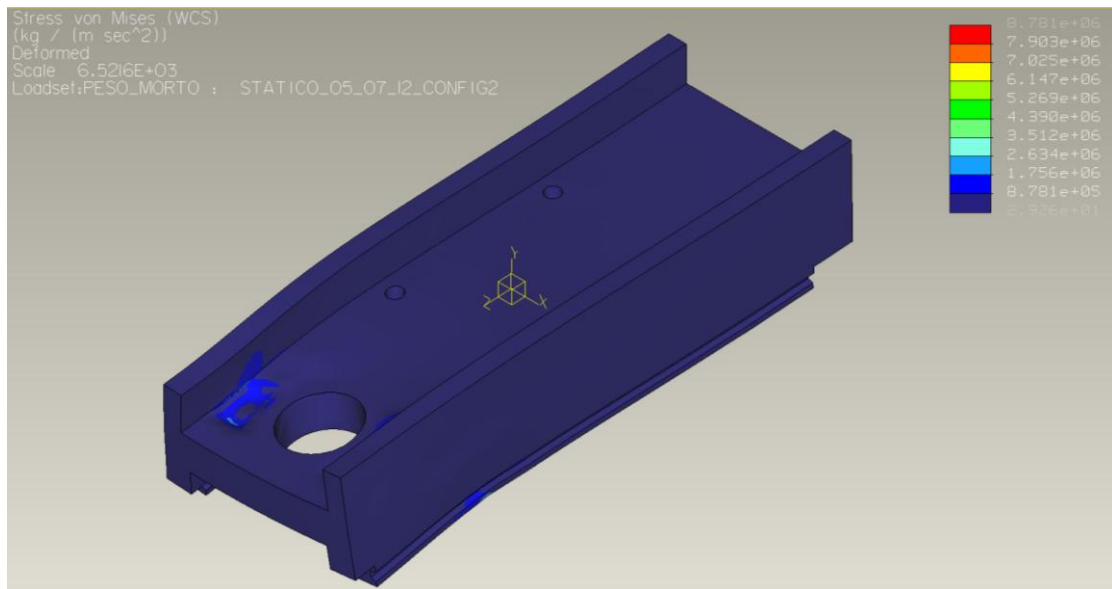


Fig. 155.

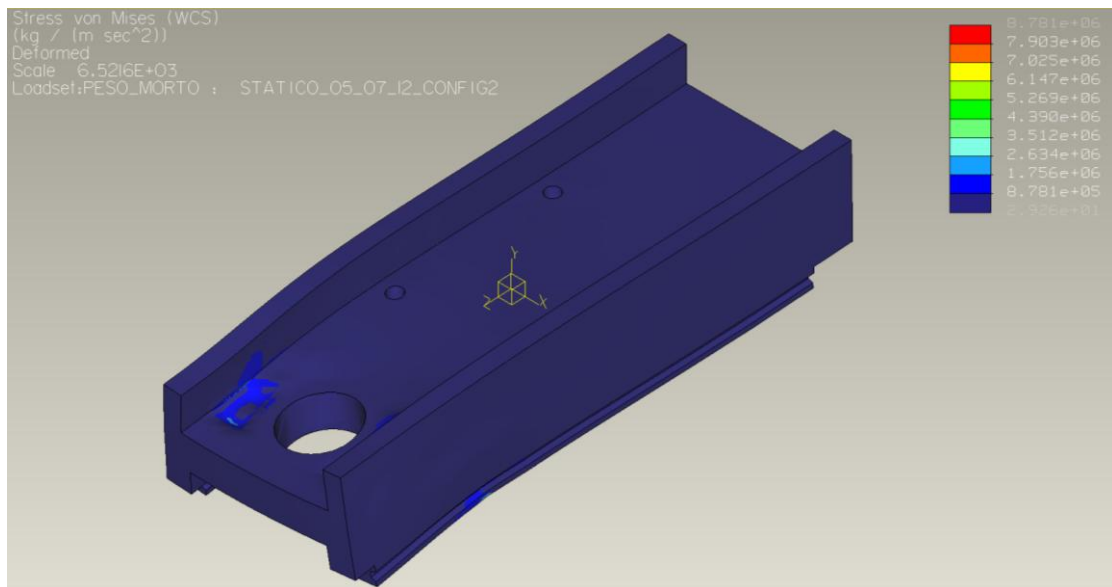
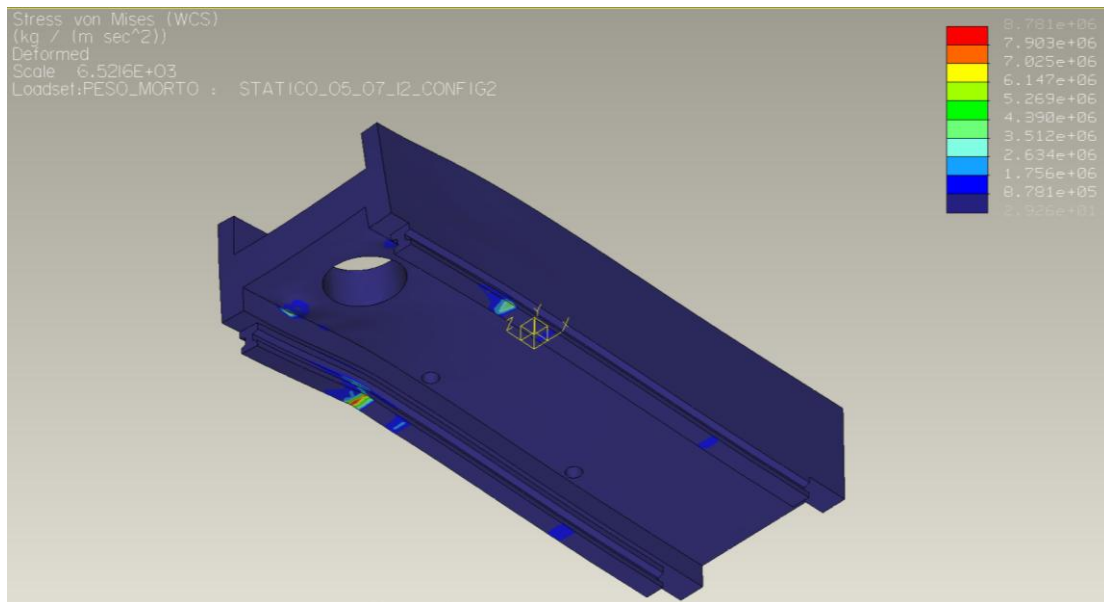


FIG. 155

*Vista superiore dello stato tensionale ottenuta dall'analisi della slitta senza considerare l'effetto dell'accelerazione della slitta*  
 Il calcolo FEM individua i valori più alti di sforzo circa 8,7MPa nell'area di fissaggio delle guide in corrispondenza dei pattini vedi Fig. 156. Questo è dovuto all'effetto di una concentrazioni di forze in un area ridotta.



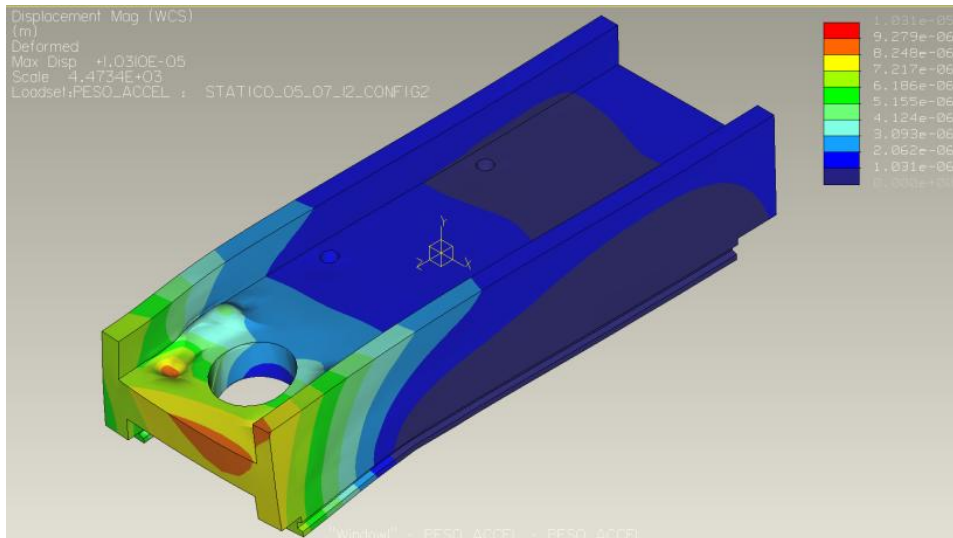
**FIG. 156**

*Vista inferiore dello stato tensionale ottenuta dall'analisi della slitta senza considerare l'effetto dell'accelerazione della slitta*

### **5.5.3 DETERMINAZIONE DEGLI SFORZI E DEFORMAZIONI ALL'INTERNO DELLA SLITTA CONSIDERANDO L'ACCELERAZIONE**

In questo paragrafo, come in quello precedente, si assumono le stesse condizioni per quanto riguarda le guide di acciaio e sulla poca influenza per il risultato finale dei fori filettati, dei piccoli fori passanti, dei piccoli smussi, dei piccoli raggi e delle minime differenze di spessori. In modo analogo alla verifica precedente l'oggetto viene vincolato a incastro nella stessa posizione vedi superfici blu in Fig. 151.

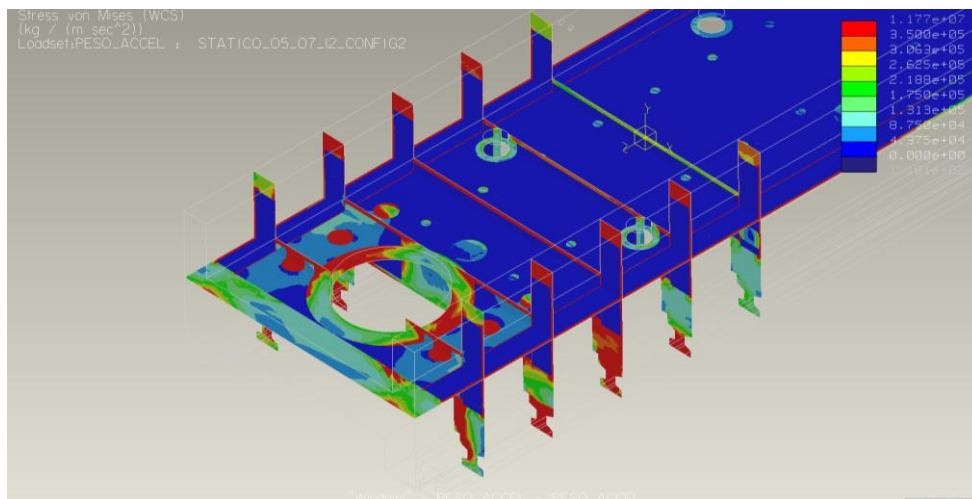
Si prendono in considerazione le forze indicate nel paragrafo 5.5.1 e considerando l'effetto dell'accelerazione sulla slitta, si ottiene che la deformazione massima della slitta è di circa 0,0131mm vedi Fig. 157.



**FIG. 157**

*Deformazione ottenuta dall'analisi della slitta considerando l'effetto dell'accelerazione*

La tensione massima della schiuma d'alluminio calcolata è circa 0,13MPa come si può osservare nelle viste di sezione rappresentate in Fig. 158.

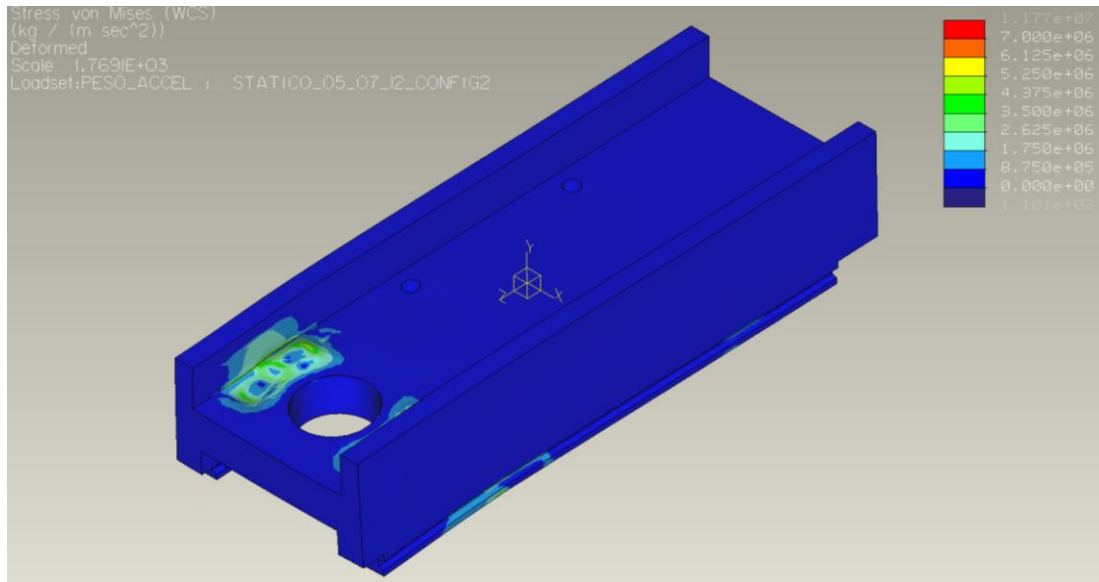


**FIG. 158**

*Vista in sezione dello stato tensionale ottenuta dall'analisi della slitta considerando l'effetto dell'accelerazione della slitta*

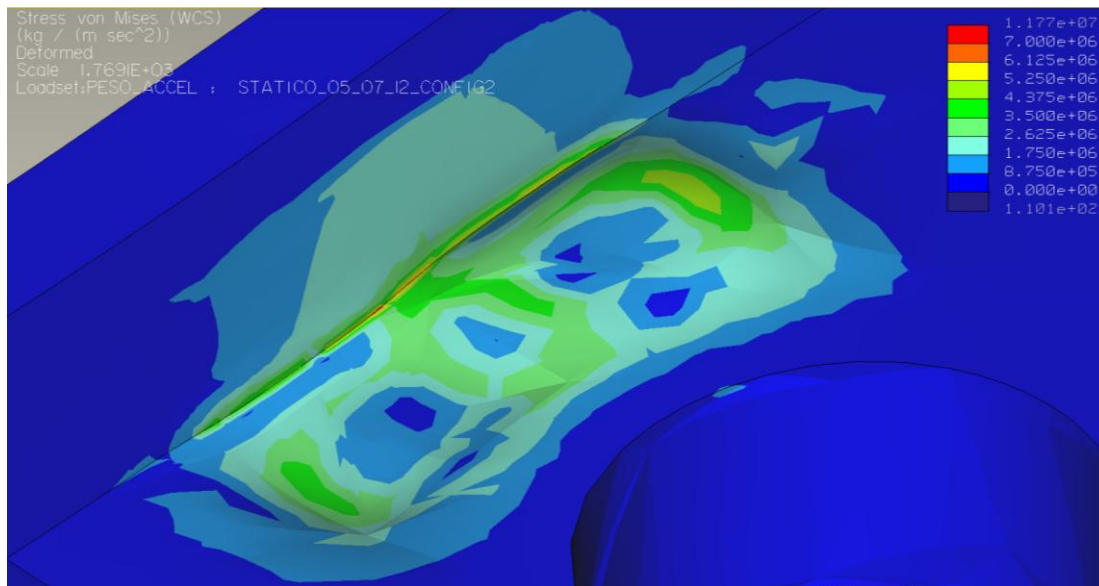
La tensione massima delle lamiere d'alluminio nella zona del fissaggio dell'elettromandrino è inferiore a 4,5MPa vedi Fig. 159 mentre nella zona di cambio sezione fra le alette e la zona centrale è inferiore a 7MPa vedi Fig. 160.





**FIG. 159**

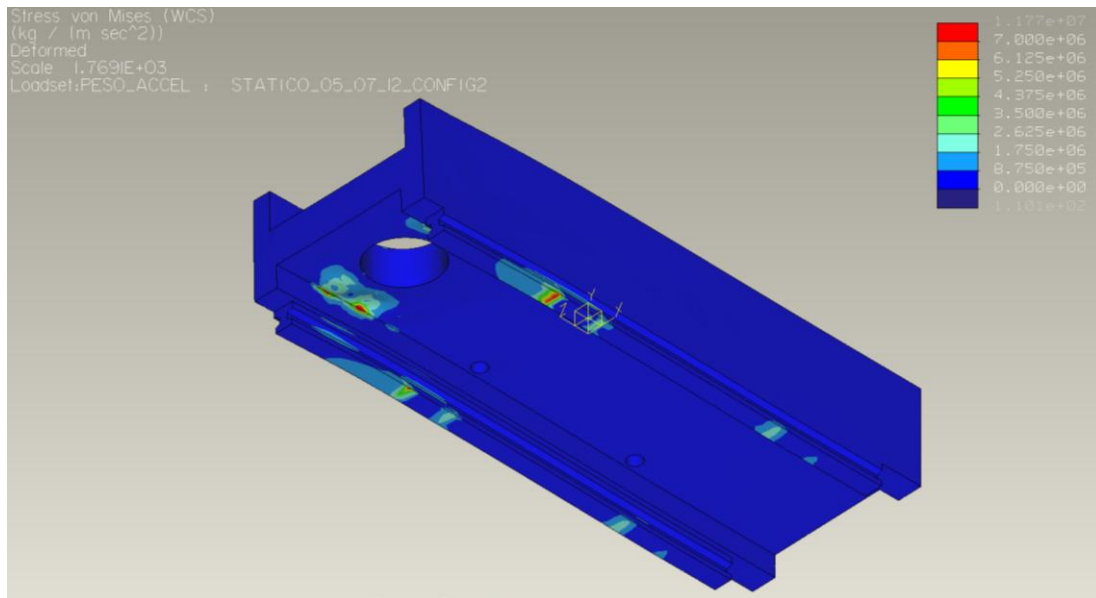
*Vista dello stato tensionale ottenuta dall'analisi della slitta considerando l'effetto dell'accelerazione*



**FIG. 160**

*Vista di dettaglio dello stato tensionale ottenuta dall'analisi della slitta considerando l'effetto dell'accelerazione*

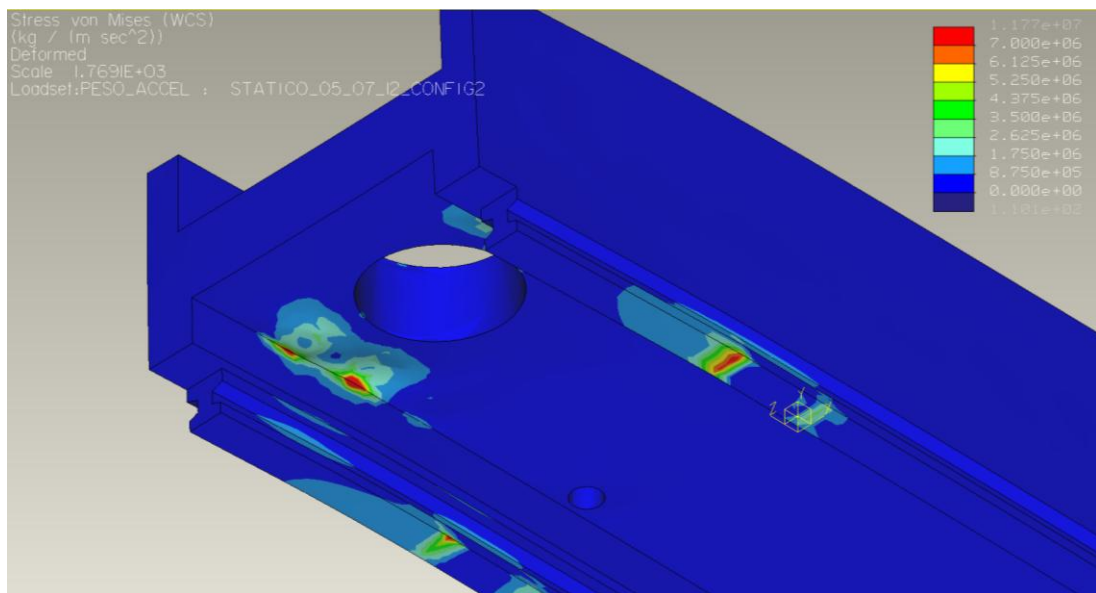
Lo sforzo massimo delle lamiere nel lato macchina, opposto alla posizione dell'elettromandrino è inferiore a 12MPa vedi Fig. 161 e Fig. 162.



**FIG. 161**

*Vista inferiore dello stato tensionale ottenuta dall'analisi della slitta considerando l'effetto dell'accelerazione*

Lo sforzo massimo delle guide in corrispondenza alla zona dei carrelli è inferiore a 11,77MPa vedi figura Fig. 162.



**FIG. 162**

*Vista inferiore di dettaglio dello stato tensionale ottenuta dall'analisi della slitta considerando l'effetto dell'accelerazione*

#### 5.5.4 CONCLUSIONI DELLA VERIFICA DELL'EFFETTO DELLE FORZE SULLA SLITTA

In fig. 163 sono presentati i risultati delle prove sperimentali su campioni di pannelli Alporas e Duocel, caricati con forze assiali in compressione e trazione.

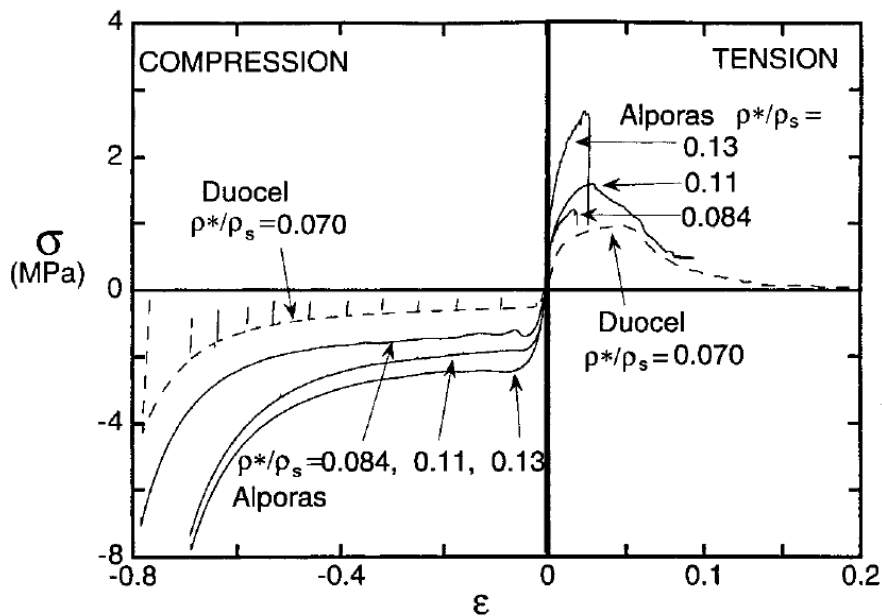


FIG. 163

Risposta di schiume Alporas e Duocel a prove di compressione e trazione. Gli assi rappresentano gli sforzi e le deformazioni. Le schiume d'Alporas analizzate sono caratterizzate da densità relativa di 0.13, 0.11, e 0.084. Interpolando i valori per una schiuma Alporas con densità di relativa di 0.09 si ottiene un valore di tensione di snervamento a trazione e compressione di circa 1.5MPa. Infatti per i pannelli di schiuma Alporas con densità relativa media di 0.093 in vendita dall'azienda produttrice GLEICH Aluminiumwerk da catalogo la tensione media di compressione e trazione è 1.5MPa.

In fig. 164 si osservano le curve di Wöhler per carichi di compressione e di trazione per una schiuma Alporas con densità relativa di 0.11.

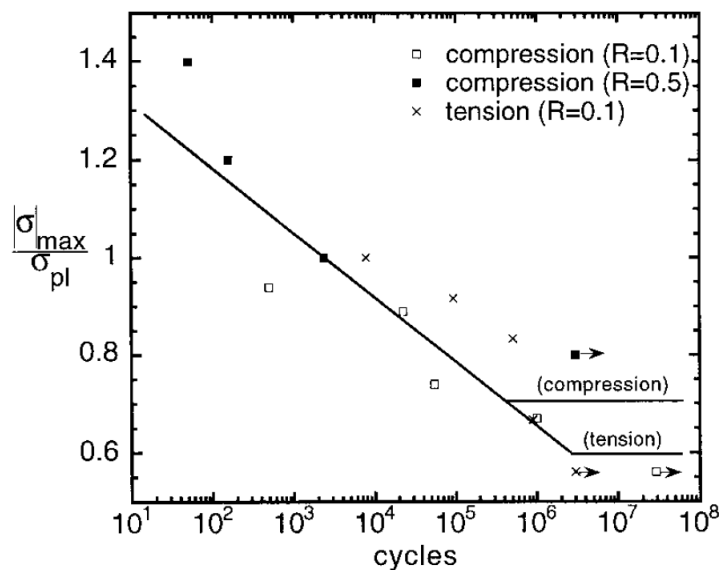


FIG. 164

Rappresentazione delle curve di fatica a compressione-compressione e trazione-trazione dove il R è il rapporto fra lo sforzo minimo e lo sforzo massimo per una schiuma Alporas con una densità relativa di 11%

Nell'asse delle ascisse con  $\frac{|\sigma|_{max}}{\sigma_{pl}}$  viene rappresentato il rapporto fra lo sforzo massimo e la tensione massima di snervamento ottenuta dalla fig. 163 . Nel caso appena analizzato il rapporto è pari a  $0.13/1.5=0.09$ .

Si può osservare che i punti utilizzati per tracciare le curve sono stati ottenuti applicando dei rapporti fra lo sforzo minimo e lo sforzo massimo (R) è uguale a 0.1 e 0.5 rispettivamente per compressione e per trazione. Nel caso analizzato il ciclo è alternato, il valore di R è uguale a  $0,07/0,13=0,54$ , quindi utilizzando il grafico in fig. 164 essendo  $\frac{|\sigma|_{max}}{\sigma_{pl}}=0.09$  si osserva che il valore dello sforzo massimo di fatica non viene superato. La configurazione B con la geometria della slitta utilizzata per realizzare la seconda prova è verificata per i carichi normali di funzionamento della fresatrice ML45.

## CONCLUSIONI

La slitta progettata dalla C.B.Ferrari costituita totalmente di Fe430 ha una massa di circa 108kg. La combinazione della geometria della slitta con l'alta densità dell'acciaio influenzano sensibilmente il comportamento modale della slitta, in particolare la prima frequenza propria si attesta sui 242Hz. Dal momento che l'elettromandrino montato sulla slitta lavora fino a 40,000 giri al minuto e la frequenza delle forze trasmesse in modo ciclico dal motore possono arrivare fino a 667Hz la slitta e l'utensile sono sottoposti a conseguenti deformazioni non accettabili. Inoltre la macchina utensile su cui viene montata la slitta è una fresatrice destinata a lavorazioni di finitura superficiale per cui viene richiesta una alta precisione e per cui i conseguenti effetti di chattering hanno gravi conseguenze. Senza trascurare gli aspetti legati alla eco-efficienza della macchina, l'utilizzo infatti, di pezzi strutturali pesanti in movimento provoca un eccessivo consumo energetico e un basso rendimento della macchina. La prima ipotesi avanzata vedi Fig. 165 per la riprogettazione della slitta è stata con guscio in acciaio e interno cavo o cavo rinforzato. L'effetto ottenuto è stato una riduzione di circa il 50% della massa e il miglioramento a livello di prima frequenza modale in media del 100%.

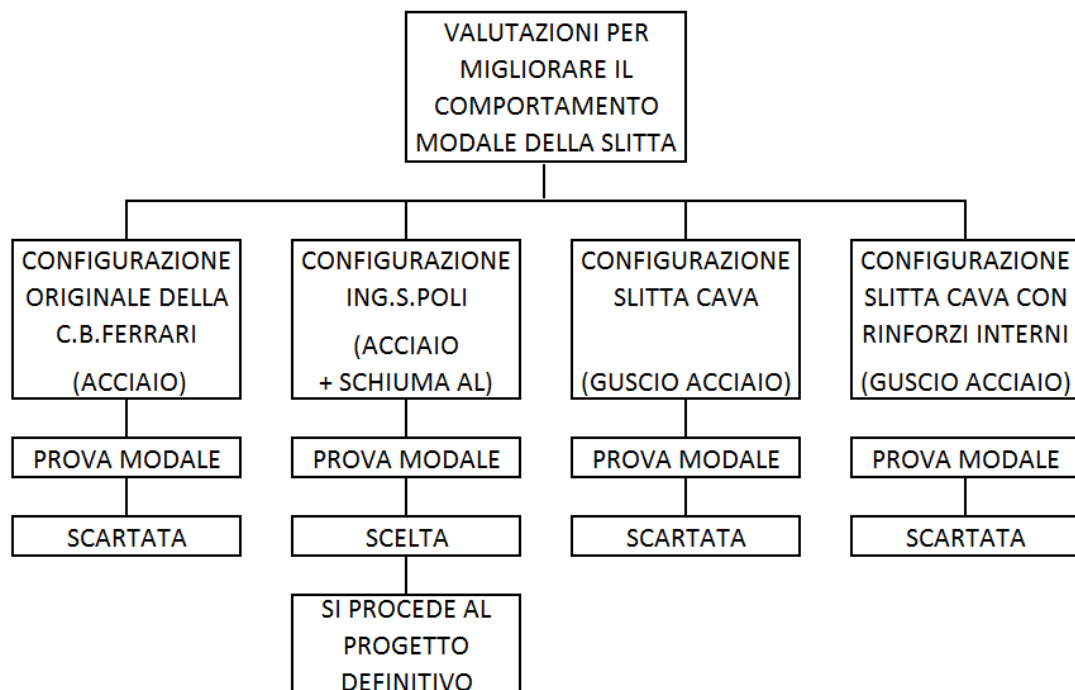
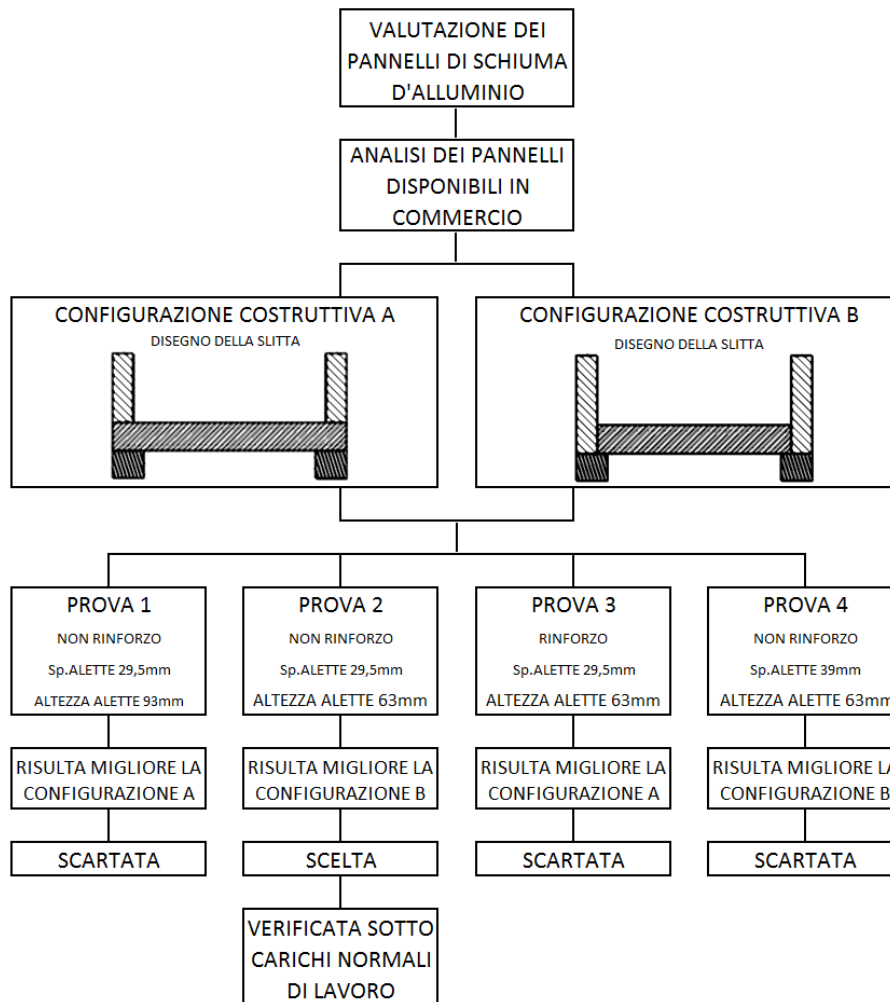


FIG. 165

Flow chart di riprogettazione della slitta

Tuttavia i risultati ottenuti sono del tutto analoghi a quelli ottenuti con una slitta con guscio in acciaio e all'interno schiuma di alluminio vedi Fig. 165. E' preferibile utilizzare quest'ultima soluzione perchè un corpo al cui interno è presente una struttura reticolare complessa è in grado di smorzare meglio le forze rispetto ad un corpo completamente cavo. La slitta è stata riprogettata utilizzando per l'interno pannelli di tipo sandwich Alporas caratterizzati da un ottimo rapporto rigidità massa e buona reperibilità sul mercato. Per quanto riguarda gli aspetti costruttivi, tra tutte le soluzioni studiate vedi Fig. 166 si è scelto di racchiudere il corpo centrale della slitta dai pannelli laterali per le alette. Le alette sono più basse e lo spessore della zona centrale maggiore rispetto a quelle della slitta della CB Ferrari per migliorare la rigidità torsionale del componente tuttavia è mantenuta l'altezza totale della slitta. Questo aspetto è importante per ridurre al minimo la quantità di modifiche da apportare alla fresatrice ML45 per il montaggio del nuovo prototipo. Il comportamento modale della slitta riprogettata migliora rispetto a quello originale del 70%, in particolare la prima frequenza propria si attesta sui 414Hz.

La slitta nel normale ciclo di lavoro è sottoposta a forze dovute al proprio peso, quello dell'elettromandrino e dei componenti di collegamento e all'accelerazione sull'asse X e Z di 1g dovuta al suo moto, che tra tutte è quella che incide in quantità maggiore. Dai calcoli di verifica statica le tensioni individuate sulle lamiere di alluminio sono, nel caso di maggiore sollecitazione, di circa 12MPa. Questi valori di tensione sono ampiamente verificati rispetto ai valori massimi ammissibili di fatica del materiale. In modo analogo si verifica che le tensioni al interno della schiuma d'alluminio in vicinanza alle zone d'attacco del elettromandrino variano fra 0,07MPa e 0,13Mpa. Dal confronto tra questi valori di tensione con le curve di fatica per il materiale si vede che la quantità di cicli di lavoro prima dello snervamento tende all'infinito. Da questi analisi si conclude che la nuova configurazione con cui è stata riprogettata la slitta porta notevoli benefici.

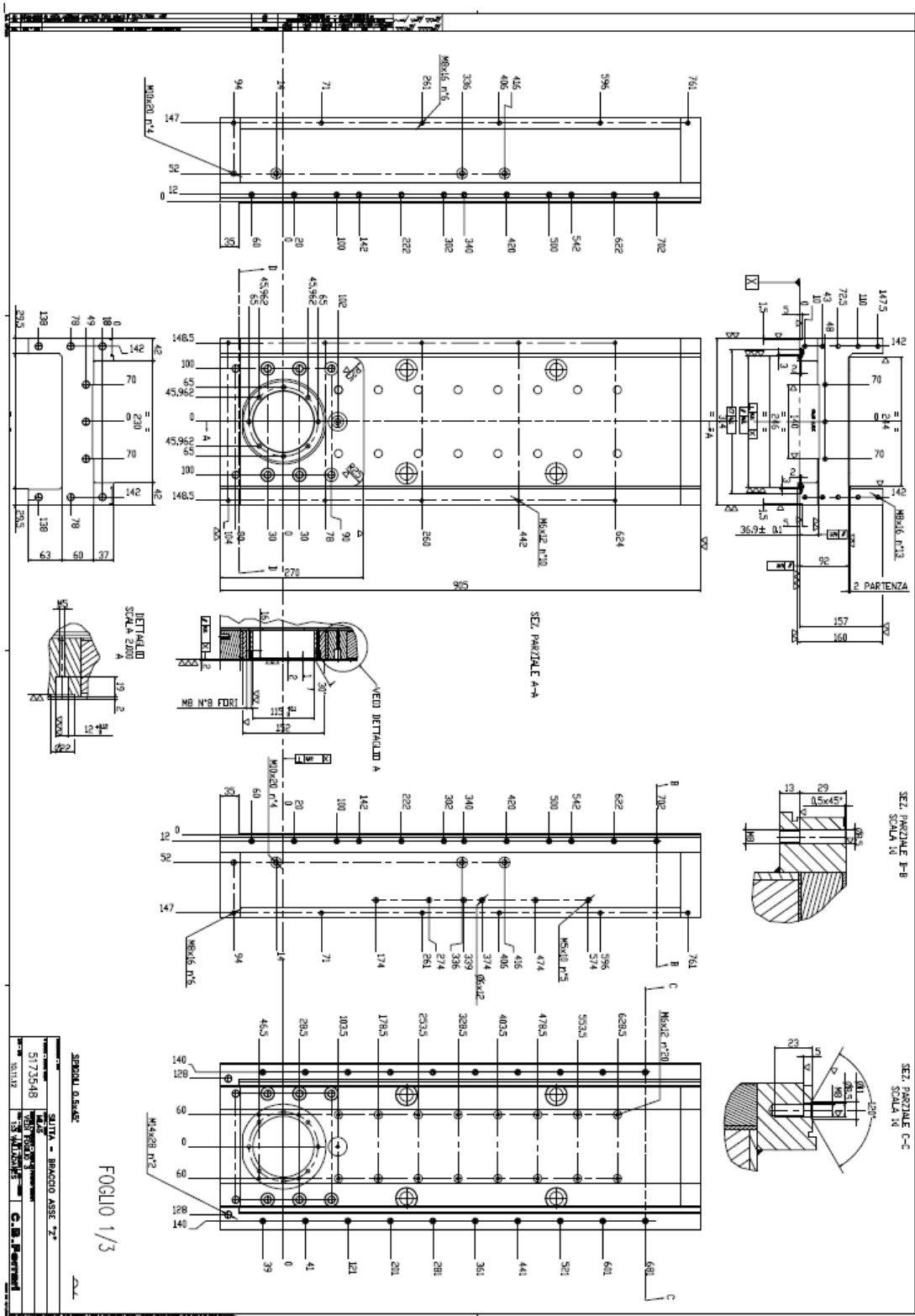


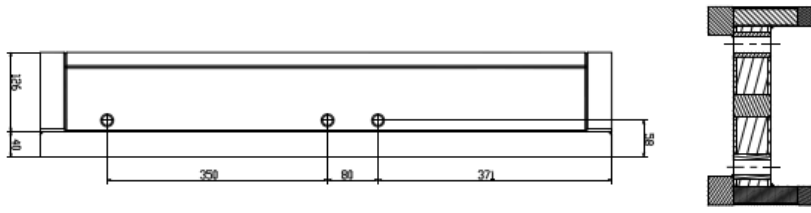
**FIG. 166**

Flow chart di riprogettazione della slitta dotata di interno in schiuma metallica

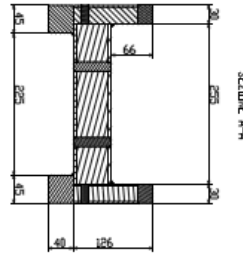
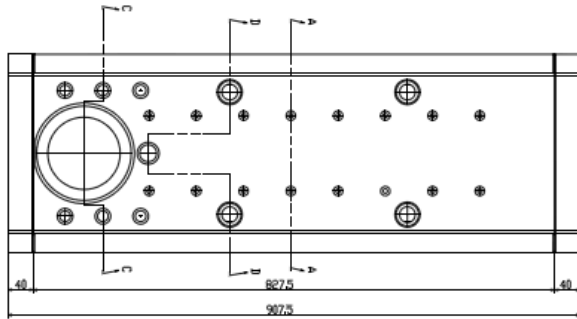
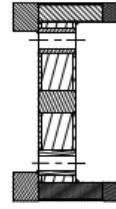
## APPENDICE



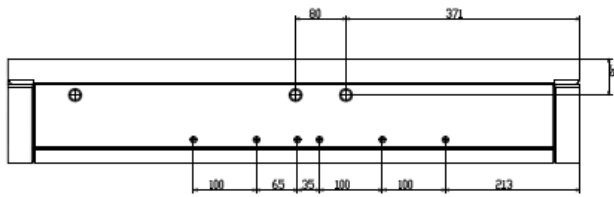




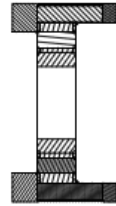
SEZIONE I-I



SEZIONE A-A

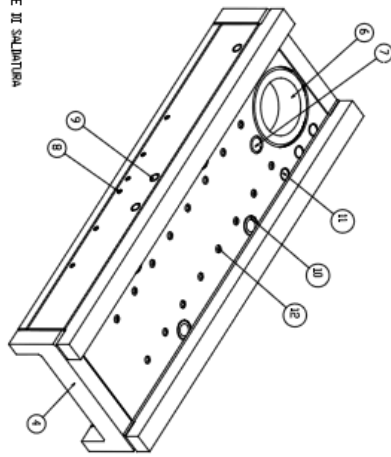


SEZIONE C-C

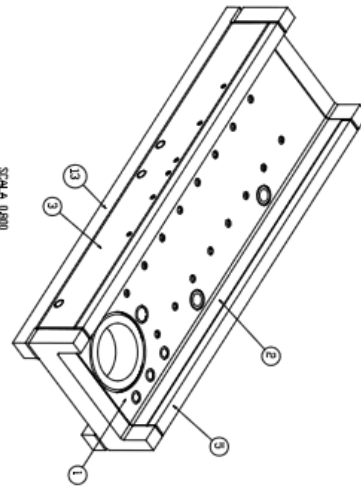


CONDIZIONE II SALVATERRA  
 SALVARE I PARTITI E  
 IL LUI SOTTO PAVI  
 E IL PAVIMENTO

SCALA 0,800

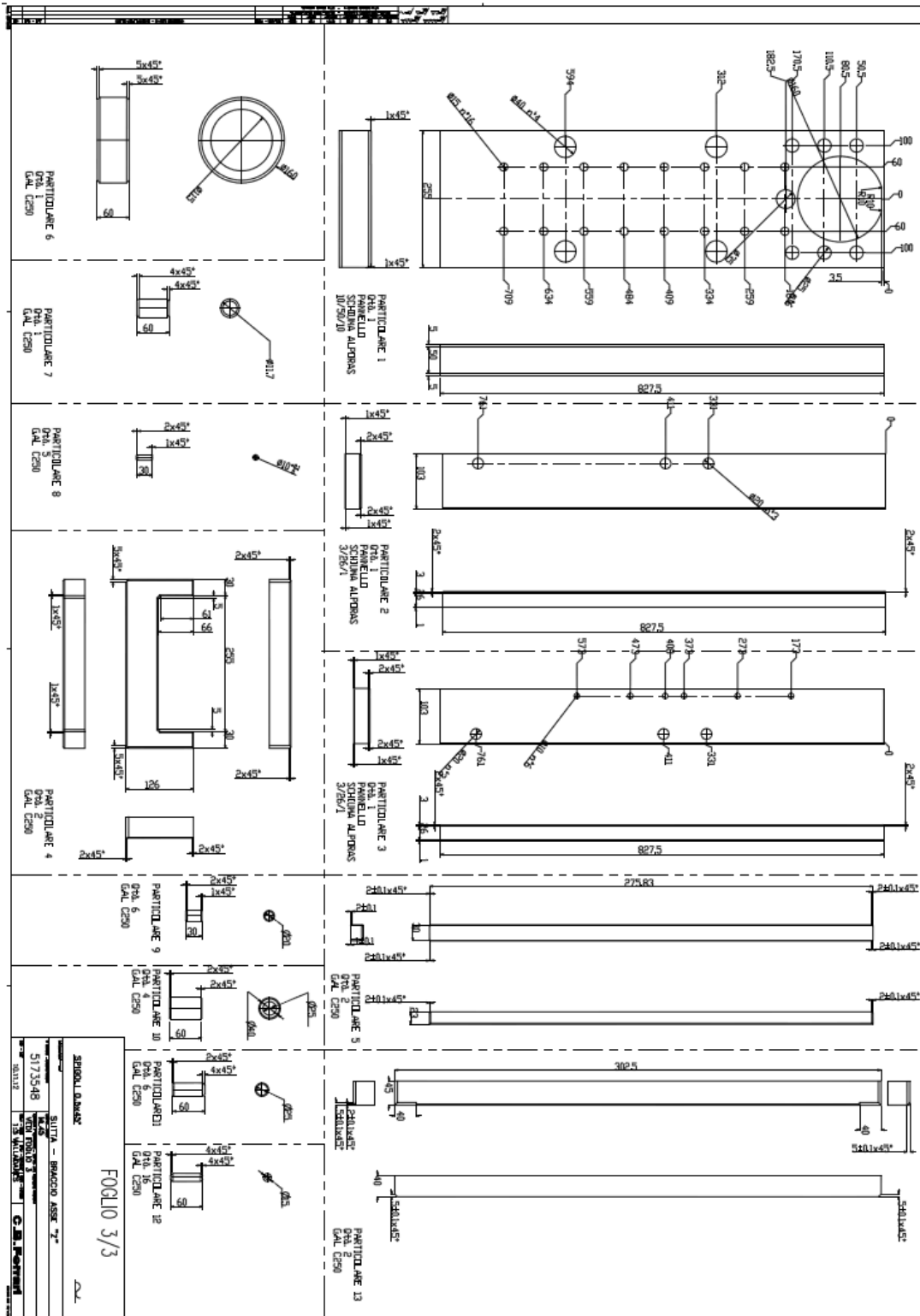


SCALA 0,800



SERIAL DRAWING	
PROGETTO	SALTA - BANCIO ASSE "A"
NUMERO	5173548
DATA	15/05/2013
SCALE	1:1
C. B. PIZZINI	

FOGLIO 2/3



## RINGRAZIAMENTI

Esprimo il mio riconoscimento al Professore Giampaolo Campana, al Dott Ing Alessandro Ascari e al Prof. Ing. Andrea Zucchelli che attraverso i Loro preziosi consigli e indicazioni hanno mi hanno seguito durante la realizzazione di questo studio e mi hanno seguito in ogni fase della redazione della tesi.

Esprimo inoltre gratitudine al Ing. Vaccari della CB Ferrari per avermi dato l'opportunità e il privilegio di svolgere uno studio su una loro macchina utensile, dandomi materiale e concedendomi parte del loro tempo.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] H. Altenbach e A. Ochsner, CELLULAR AND POROUS MATERIALS IN STRUCTURES AND PROCESSES, Udine: Springer, 2010.
- [2] A. Elmoutaouakkil, L. Salvo e E. M. G. Peix, 2D AND 3D CHARACTERIZATION OF METAL FOAMS USING X-RAY TOMOGRAPHY, ADVANCED ENGINEERING MATERIALS, 2002.
- [3] L. L. d. Lacalle e A. Lamikiz, MACHINE TOOLS FOR HIGH PERFORMANCE MACHINING, Bilbao, Spagna: Springer, 2009.
- [4] L. Meirovitch, FUNDAMENTALS OF VIBRATION, Virginia, USA: McGraw.Hill, 2001.
- [5] E.Funaioli, A.Maggiore e U.Meneghetti, MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE, Bologna, Italia: Pàtron Editore, 1993.
- [6] D.J.Ewins, MODAL TESTING: THEORY AND PRACTICE, London, England: Research Studies Press LTD., 1984.
- [7] A. Harte, N. Fleck. e M. Ashby, «FATIGUE FAILURE OF AN OPEN CELL AND A CLOSED,» *Acta mater*, Vol. %1 di %2Vol. 47, No. 8, pp. 2511-2524, 24 July 1999.
- [8] M. Ashby, A. Evans, N. Fleck, L. Gibson, J. Hutchinson e H. Wadley, METAL FOAMS: A DESIGN GUIDE, Woburn, Ma. USA: Butterworth-Heinemann, 2000.