

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÁ DI BOLOGNA
SECONDA FACOLTÁ DI INGEGNERIA
CON SEDE A CESENA

CORSO DI LAUREA
IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Classe LM-20

Sede di Forlí

TESI DI LAUREA IN
Sistemi di Propulsione Avanzati LM:
**Modello di calcolo per la valutazione delle
prestazioni propulsive di un motore ibrido**

CANDIDATO
Domenico Fedele

RELATORE

Prof. Fabrizio Ponti

CORRELATORE

Ing. Adriano Annovazzi

CORRELATORE

Ing. Roberto Bertacin

Anno Accademico 2011/2012
Sessione II

Sommario

Questo lavoro di tesi, svolto presso AVIO S.P.A, sede di Colleferro (RM), divisione spazio, si inserisce all'interno del progetto Theseus, che ha come scopo finale lo sviluppo di un dimostratore di un motore ibrido a combustibile solido e ossidante gassoso. In particolare, in questo momento é richiesto un codice di calcolo, preciso ma allo stesso tempo abbastanza contenuto nei tempi di calcolo, che permetta l'analisi e le previsioni della balistica interna di tale motore ibrido. Il codice di calcolo si basa su una versione già esistente per i motori a solido (*CUBIC*) scritto in ambiente FORTRAN, ed é stato riadattato ai motori ibridi. In particolare é stata scritta una routine per il calcolo della velocità di combustione che tiene conto di diversi fattori, tra cui blowing e il fenomeno di entrainment presente in superficie. Sempre per quanto riguarda la velocità di combustione, nel suo calcolo si tiene conto dell'impingement dell'iniettore sul grano e del valore locale (per quanto riguarda la temperatura di fiamma) dell' O/F .

Inoltre é stato anche modellato il comportamento termodinamico delle eventuali protezioni termiche presenti internamente al motore, considerando tutti i fenomeni di pirolisi e ablazione che caratterizzano tali materiali.

Infine il modello completo é stato testato e validato grazie al fatto che si disponeva di alcuni tiri al banco di un motore ibrido, effettuati presso il dipartimento di Ingegneria Aerospaziale dell'Università di Napoli FedericoII.

Un sentito ringraziamento vá al Prof. Fabrizio Ponti, per avermi sempre fornito i suoi utilissimi consigli necessari allo sviluppo di questa tesi. Un ringraziamento particolare va specialmente all'Ing. Adriano Annovazzi, che con infinita pazienza e spirito di sopportazione, mi ha aiutato e consigliato in qualunque momento e condizione, insieme a tutto il personale di AVIO e all'Ing. Roberto Bertacin. Infine un grazie speciale alla mia famiglia per avermi permesso tutto questo, aiutandomi e supportandomi in ogni mia scelta. Non meno importanti i miei amici e compagni di questi anni di studio, per avermi fatto passare bellissimi momenti e vivere esperienze ed emozioni indimenticabili: In particolare Alberto, Matteo, Gloria, Julia, Maria Garcia, Sneha, Shiyang, Azzurra, Giovanni, Borja, Michael, Pelmo, Box e tutti gli altri, troppi (per fortuna) da nominare!

Domenico Fedele

Indice

Elenco dei simboli	xiv
1 Introduzione	1
1.1 Obiettivi	1
1.2 Motori ibridi	2
1.3 Caratteristiche	4
1.4 Cenni storici	7
1.4.1 Fase Pionieristica, dal 1933 al 1950	7
1.4.2 Fase di ricerca, dal 1951 al 1971	8
1.4.3 Fase di sviluppo, dal 1979 ad oggi	8
2 Fisica del sistema	13
2.1 Formulazione del modello $1D$ stazionario	14
2.2 Formulazione del modello $0D$ non stazionario	21
2.3 Formulazione del modello $1D$ quasi stazionario	24
2.4 Integrazione del modello $0D$ con il modello $1D$	27
3 Velocità di combustione	29
3.1 Zona della fiamma	29
3.2 Modelli per la velocità di combustione	32
3.2.1 Modelli classici	32
3.2.2 Modelli completi	35

4	Confronto con i risultati sperimentali	45
4.1	Descrizione dei dati sperimentali	45
4.2	Taratura e verifica del modello numerico	48
4.2.1	Test N° 10	48
4.2.2	Test N° 11	54
4.2.3	Test N° 2	59
4.3	Conclusioni	64
5	Protezioni termiche	67
5.1	Introduzione sulle protezioni termiche	67
5.2	Mesh della geometria	69
5.3	Modelli per le protezioni termiche	74
5.3.1	Modello semplificato	74
5.3.2	Modifica del modello iniziale	78
5.3.3	Condizioni al contorno	82
5.4	Modello numerico	85
5.5	Modello per la variazione dei parametri	86
5.6	Validazione del modello	89
5.7	Analisi dei risultati	92
5.7.1	Flusso termico costante	92
5.7.2	Temperatura dei gas esterna fissata	98
6	Modello di balistica completo	101
6.1	Modifiche apportate al modello iniziale	101
6.1.1	Coefficiente funzione del diametro idraulico	101
6.1.2	Calcolo del flusso termico convettivo	103
6.1.3	impingement dell'iniettore	103
6.2	Confronto con i risultati sperimentali	104
6.3	Discussione dei risultati	126
6.3.1	Aumento della velocità di combustione nella fase di spegnimento	126
6.3.2	Entrainment sull'HTPB	131
6.3.3	Valutazioni sulle protezioni termiche	138

INDICE

v

6.3.4	Discontinuit� nella curva delle perdite di calore	143
7	Conclusioni e sviluppi futuri	147
	Bibliografia	151

Elenco delle figure

1.1	Banco di prova e motore, disponibile presso l'Università di Napoli	2
1.2	Schema generale di un motore ibrido	3
1.3	Schema generale dei due motori [19]	3
1.4	Diversi provini di HTPB	4
1.5	Impulso specifico al variare del rapporto di miscela per diverse combinazioni HTPB/ossidante [1]	6
1.6	Razzo GIRD-09	7
1.7	Razzo Dopplin	9
1.8	Motore sviluppato dalla NASA nel progetto HPDP	10
1.9	Configurazione interna del motore sviluppato dalla NASA nel progetto HPDP [1]	10
1.10	Motore Hyperion 1A	11
2.1	Volume di controllo di lunghezza dx	16
2.2	Volume di controllo zero-dimensionale	21
2.3	Decomposizione del nodo di calcolo per il modello $1D$	26
3.1	Andamento dello strato limite fluidodinamico, termodinamico e di concentrazione	30
3.2	Modello semplificato della fiamma	32
3.3	Generico andamento della velocità di combustione in funzione del flusso di massa	33

3.4	Flussi termici agenti sul grano di combustibile	34
3.5	Schematizzazione del fenomeno dell'entrainment	35
3.6	Movimento delle onde [6]	35
3.7	Velocità di entrainment funzione delle caratteristiche chimiche del materiale [7]	36
3.8	Effetto della temperatura e velocità di combustione su h [5]	38
3.9	Effetto del rapporto Q_r/Q_c su h [5]	39
3.10	Effetto del numero di Reynolds sul fattore di amplificazione delle onde	40
3.11	Modello di combustione in presenza di entrainment	41
3.12	Velocità di combustione per Ossigeno e HTPB	42
3.13	Velocità di vaporizzazione ed entrainment per Ossigeno e HTPB	43
4.1	Differenti tipologie di iniettori [8]	46
4.2	Nodi effetti da impingement funzione di θ	47
4.3	Andamento del rapporto O/F nel tempo	49
4.4	Andamento della pressione numerica e sperimentale nel tempo (test 10)	50
4.5	Velocità della fiamma funzione del tempo (test 10)	51
4.6	Velocità di combustione funzione dello spazio e del tempo (test 10)	52
4.7	Temperatura funzione dello spazio e del tempo (test 10)	53
4.8	Area di porta prima e post tiro (test 10)	53
4.9	Rapporto O/F funzione del tempo (test 11)	54
4.10	Pressione funzione del tempo (test 11)	55
4.11	Velocità di combustione funzione del tempo e dello spazio (test 11)	56
4.12	Area di porta prima e post tiro (test 11)	57
4.13	Temperatura del flusso funzione del tempo e dello spazio (test 11)	57
4.14	Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (test 11)	58
4.15	Rapporto O/F funzione del tempo (test 2)	59

4.16	Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (test 2)	60
4.17	Pressione del tempo (test 2)	61
4.18	Andamento delle portate di ossidante e accenditore nel tempo (test 2)	62
4.19	Area di porta prima e post tiro (test 2)	62
4.20	Velocità di combustione funzione del tempo e dello spazio (test 2)	63
4.21	Temperatura del flusso funzione del tempo e dello spazio (test 2)	63
5.1	Discretizzazione della protezione termica in nodi	69
5.2	Lunghezza dei nodi per i diversi tipi di mesh	71
5.3	Diversi tipi di mesh	72
5.4	Le diverse zone presenti internamente al materiale	78
5.5	Sistema di riferimento per la protezione termica	79
5.6	Andamento della densità e della sua derivata funzione della temperatura e del flusso termico incidente	82
5.7	Generico andamento della densità in funzione della temperatura [11]	83
5.8	Flussi termici agenti sulla superficie	84
5.9	Generico andamento del c_p e k internamente al materiale [11]	87
5.10	Andamento del coefficiente correttivo funzione del flusso termico incidente	92
5.11	Velocità di ablazione con flusso termico fissato	93
5.12	Velocità di ablazione confrontata con il MAR	94
5.13	Transitorio di riscaldamento della gomma	95
5.14	Temperatura dei primi due nodi	95
5.15	Profilo interno di temperatura e densità	96
5.16	Profilo interno di ρ , c_p e k	97
5.17	Andamento di ρ , c_p e k sul primo nodo	97
5.18	Andamento della velocità di ablazione per $T_{gas} = 3200 K$	99

5.19	Andamento della temperatura nei primi due nodi per $T_{gas} = 3200 K$	99
6.1	Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (Test 10)	106
6.2	Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (Test 11)	106
6.3	Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo [24]	107
6.4	Scostamento tra le curve di pressione nella fase stazionaria per il Test 10	112
6.5	Scostamento tra le curve di pressione nella fase stazionaria per il Test 11	113
6.6	Pressione funzione del tempo	114
6.7	Diametro iniziale e finale	115
6.8	Velocità di combustione funzione del tempo e della coordinata assiale x	116
6.9	Temperatura funzione del tempo e della coordinata assiale x	117
6.10	Valore di O/F del motore e perdite di calore in camera di combustione funzione del tempo	118
6.11	Confronto del flusso di massa tra il Test 10 e 11	119
6.12	Portate e velocità di combustione funzione del tempo	120
6.13	Temperatura superficiale delle protezioni termiche in pre e post camera	121
6.14	Velocità di combustione funzione del diametro idraulico in due diverse sezioni del motore	123
6.15	Diametro interno funzione della coordinata assiale x	124
6.16	Confronto della velocità di combustione tra il Test 10 e 11	124
6.17	Confronto della temperatura interna tra il Test 10 e 11	125
6.18	Andamento della temperatura di fiamma tra GOX e $HTPB$ funzione dell' O/F	127
6.19	Andamento del peso molecolare e γ funzione dell' O/F	128
6.20	Andamento del flusso termico convettivo e radiativo funzione dell' O/F	129

6.21	Andamento del coefficiente di scambio termico convettivo funzione dell' O/F	129
6.22	Andamento della velocità di combustione funzione dell' O/F in diverse sezioni del motore	130
6.23	Andamento della velocità di combustione lungo l'asse del motore per diversi valori di O/F	130
6.24	Entalpia di vaporizzazione funzione del tempo e della distanza assiale (Test 11)	132
6.25	Scostamento percentuale dell'entalpia di vaporizzazione dal suo valore a regime (Test 11) per i 3 nodi presi in esame . . .	133
6.26	Entalpia di vaporizzazione funzione del tempo e della distanza assiale (Test 10)	134
6.27	Scostamento percentuale dell'entalpia di vaporizzazione dal suo valore a regime (Test 10) per i 3 nodi presi in esame . . .	135
6.28	Altezza dello strato liquido in superficie funzione del tempo (Test 10)	135
6.29	Velocità di entrainment funzione del tempo (Test 10)	136
6.30	Altezza dello strato liquido in superficie funzione del tempo (Test 11)	136
6.31	Velocità di entrainment funzione del tempo (Test 11)	137
6.32	Andamento della velocità di ablazione delle PT per i due test	140
6.33	Andamento della velocità di ablazione per il Test 11 con la nuova mesh	141
6.34	Profilo termico delle protezioni termiche, a diversi istanti temporali, per i due test	142
6.35	Nuova mesh interna	144
6.36	Andamento delle perdite di calore e dell' O/F con la nuova mesh	145
6.37	Andamento della pressione con la nuova mesh	146

Elenco delle tabelle

1.1	Confronto dei costi tra motori ibridi e solidi	5
2.1	Legame tra le 4 variabili dipendenti ed indipendenti	20
2.2	Parametri scambiati tra il modello mono e zero-dimensionale .	28
3.1	Parametri adimensionali nei vari strati limite	31
4.1	Tempistiche e portate degli accenditori	61
4.2	Confronto di alcuni valori tra i risultati sperimentali e numerici	64
6.1	Parametri riassuntivi Test 10	108
6.2	Parametri riassuntivi Test 11	109
6.3	Scostamento delle curva di pressione	110
6.4	Massa consumata di protezione termica	138

Elenco dei simboli

a	Velocità del suono	$[m/s]$
A	Area di porta	$[m^2]$
B_i	Frequency factor	$[1/s]$
Bi	Numero di Biot	$[-]$
C_f	Coefficiente di attrito locale $C_f = \frac{2\tau_s}{\rho u^2}$	$[-]$
C_{h0}	Numero di Stanton	$[-]$
C_h	Numero di Stanton corretto del Blowing	$[-]$
C_m	Coefficiente di scambio di massa	$[-]$
C_v	Coefficiente correttivo per la velocità di ablazione	$[-]$
c_p	Calore specifico a pressione costante	$[J/(kgK)]$
D	Coefficiente di diffusione di massa	$[m^2/s]$
D_h	Diametro idraulico	$[m]$
f	Friction factor $f = -\frac{2D_h dp/dx}{\rho u_m^2}$	$[-]$
E	Energia di attivazione	$[J/mol]$
Fo	Numero di Fourier	$[-]$

G	Flusso di massa	$[kg/(m^2s)]$
h	Entalpia	$[J/Kg]$
h_{conv}	Coefficiente di scambio termico convettivo	$[W/(m^2K)]$
k	Conducibilità termica	$[W/(mK)]$
Le	Numero di Lewins	$[-]$
M	Numero di Mach	$[-]$
\dot{m}	Portata massica	$[kg/s]$
N_u	Numero di Nusselt	$[-]$
N_{tot}	Numero di nodi della mesh	$[-]$
p	Pressione	$[N/m^2]$
Pr	Numero di Prandtl	$[-]$
Q	Flusso termico	$[W]$
R	Costante universale dei gas	$[J/(molK)]$
Re	Numero di Reynolds	$[-]$
\dot{s}	Velocità di ablazione della PT	$[m/s]$
S	Spessore del Char	$[m]$
t	Tempo	$[s]$

T	Temperatura	[K]
u	Velocità dei gas	[m/s]
ΔH^0	Entalpia di formazione	[J/kg]
α	Diffusività termica	[m ² /s]
Γ	Parametro per determinare la densità della PT	[–]
γ	$\frac{c_p}{c_v}$	[–]
ε	Emissività	[–]
μ	Viscosità	[Ns/m ²]
φ	Parametri correttivo pr il blowing	[–]
η	Parametro per il MAR	[1/s]
ξ	Parametro per il MAR	[m ² /W]
ρ	Densità	[kg/m ³]
σ	Costante di Boltzman	[W/(m ² K ⁴)]
τ	Sforzi di taglio	[N/m ²]
ψ	Parametro per la legge di Arrhenius	[–]

Pedici

<i>ablaz</i>	Ablazione
<i>acce</i>	Accenditore
<i>blow</i>	Blowing
<i>c</i>	Char
<i>cond</i>	Conduzione
<i>conv</i>	Convezione
<i>f</i>	Fuel
<i>g</i>	Gas di pirolisi
<i>i</i>	<i>i</i> –esimo nodo o specie
<i>ira</i>	Irraggiamento
<i>k</i>	<i>k</i> –esima iterazione
<i>l</i>	Fase liquida
<i>m</i>	Medio
<i>OX</i>	Ossigeno
<i>PT</i>	Protezione termica
<i>r</i>	Residuo
<i>sup</i>	Parete

u	Uscita
v	Fase di vapore
w	Vergine
0	Totale
∞	Flusso libero

Capitolo **1**

Introduzione

1.1 Obiettivi

Questo lavoro di tesi, svolto presso *AVIO-BPD, Divisione Spazio* nella sede di Colleferro, si prefigge lo scopo di scrivere un codice di calcolo, in ambiente FORTRAN, capace di simulare, in maniera veloce, senza però perdere di precisione, le grandezze termo-fluidodinamiche interne al motore ibrido, quali la pressione, le temperature, le portate, la spinta etc. . . Nella realtà i processi fisici di combustione che si manifestano in questo tipo di motore sono molto complessi e vanno al di là di un semplice lavoro di tesi. Per soddisfare comunque gli obiettivi prefissati, in questo tipo di lavoro sono state introdotte delle ipotesi semplificative e, dove possibile, giustificate sia sulla base di lavori provenienti dalla letteratura internazionale che sulla base di risultati sperimentali disponibili. A causa dell'elevata difficoltà nel modellare con precisione i modelli fisici, verranno fatte alcune ipotesi, tutte comunque più o meno verificate da dati sperimentali. Proprio su questi ultimi, disponendo di due test a fuoco al banco statico realizzati presso l'Università di Napoli (Fig. 1.1), è stata fatta la taratura del modello.



(a) Banco statico



(b) Motore



(c) Motore acceso

Figura 1.1: Banco di prova e motore, disponibile presso l'Università di Napoli

1.2 Motori ibridi

I motori ibridi, contrariamente agli endoreattori a propellente solido o liquido, utilizzano l'ossidante ed il combustibile in due stati diversi. Essi, infatti, possono essere divisi in due grandi famiglie

1. Ibridi *classici*: in questo caso l'ossidante é in fase liquida mentre il combustibile é in fase solida;
2. Ibridi *inversi*: in questo caso l'ossidante é in fase solida mentre il combustibile é in fase liquida.

Di seguito faremo sempre riferimento ad un motore ibrido classico, a meno che diversamente specificato. In un motore di questo tipo l'ossidante é immagazzinato in un serbatoio, come nei razzi a propellente liquido, ed é separato

dal combustibile che invece alloggia in camera di combustione in modo analogo ai motori a solido (Fig. 1.2). Poiché l'ossidante ed il combustibile sono

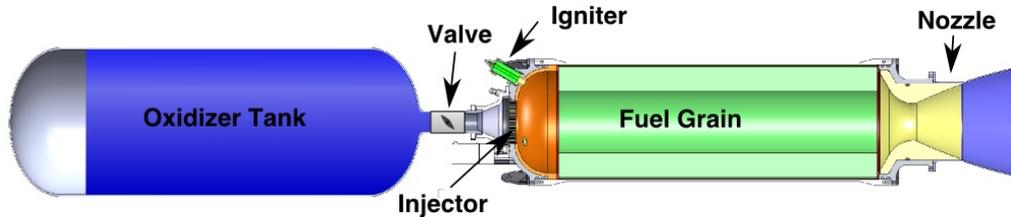


Figura 1.2: Schema generale di un motore ibrido

separati e contenuti in serbatoi differenti, l'endoreattore é intrinsecamente piú sicuro rispetto ai motori a solido, nei quali il tutto é miscelato in un'unica carica. É inoltre piú affidabile poiché i grani di combustibile sono inerti e, di conseguenza, eventuali cricche o imperfezioni di lavorazione non comportano alcun rischio durante la combustione. Una maggiore affidabilitá é assicurata anche rispetto ai razzi a bipropellente liquidi a paragone dei quali gli ibridi necessitano di un solo sistema di alimentazione riducendo, in tal modo, la probabilitá di avarie. I propulsori a propellente ibrido sono dei motori auto sostenuti, quindi, una volta avviata, la combustione si mantiene semplicemente continuando a iniettare in camera di combustione la corretta portata di ossidante. Se la portata di ossidante viene interrotta il motore si spegne. Nel corso di questa tesi sono stati presi in esami due diversi motori, uno da $\approx 200\text{ N}$ di spinta e l'altro da $\approx 1\text{ kN}$ (Fig. 1.3). In entrambi i

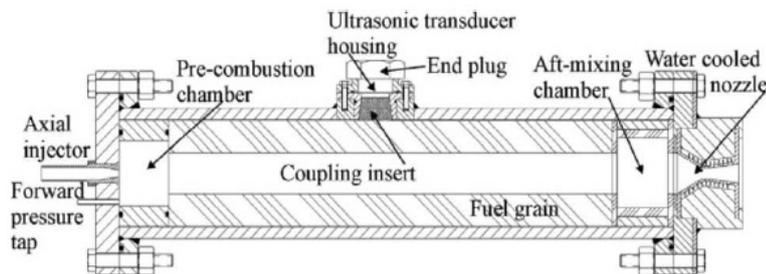


Figura 1.3: Schema generale dei due motori [19]

casi l'ossidante é ossigeno liquido, mentre il combustibile é il classico HTPB (Hydroxyl-Terminated-PolyButadiene) senza additivi (Fig. 1.4)



(a)

(b)



(c)

Figura 1.4: Diversi provini di HTPB

1.3 Caratteristiche

I propulsori ibridi, come già illustrato precedentemente, hanno caratteristiche intermedie tra quelli solidi e quelli a liquido. I maggiori vantaggi, rispetto ai propulsori a solido o liquidi sono (Cf [2])

1. Maggiore sicurezza:

- Vengono utilizzati solo materiali inerti;
 - Impossibile avere accensioni accidentali prima dell'iniezione dell'ossidante;
 - In caso di malfunzionamento si può spegnere il tutto interrompendo l'ingresso di ossidante in camera di combustione;
2. Ampio range di utilizzo:
 - Spinta modulabile;
 - Possibilità di accensioni e spegnimenti multipli;
 3. Affidabilità di funzionamento (dovuta alla semplicità costruttiva);
 4. Versatilità nella scelta della coppia combustibile/comburente;
 5. Costi contenuti, sia di progetto che di esercizio (Tab. 1.1, Prezzi da Pratt Hobbies, NowHybrids, and Magnum Rockets al 11/30/2001);
 6. Basso impatto ambientale (con gli opportuni propellenti).

	Motor	Hardware	Reloads	NOX	Costo per volo
Ibridi	RATT H70	\$ 60	\$ 30	\$ 3	\$ 32
	RATT K240	\$ 250	\$ 100	\$ 21	\$ 124
	Hypertek M1000	\$ 450	2 incl.	\$ 70	\$ 260
	Hypertek J250	\$ 150	3 incl.	\$ 16	\$ 55
Solidi	Aerotech H180	\$ 62	\$ 48	—	\$ 37
	Aerotech J350	\$ 50	\$ 130	—	\$ 60
	Aerotech K550	\$ 120	\$ 270	—	\$ 130
	Aerotech M1419	\$ 380	\$ 800	—	\$ 589

Tabella 1.1: Confronto dei costi tra motori ibridi e solidi

Al contrario però, essi presentano anche alcuni svantaggi, quali:

1. Bassa velocità di combustione, ed inoltre essa risulta essere poco sensibile alle condizioni operative del motore (come vedremo in seguito, essa è strettamente legata al flusso di massa locale);

2. Difficoltà di operare su grandi scale;
3. Bassa efficienza di combustione ($\approx 95\%$);
4. Variazione del rapporto di miscela O/F durante il funzionamento e lungo l'asse motore con conseguente variazione dell'impulso specifico Isp Fig.1.5.

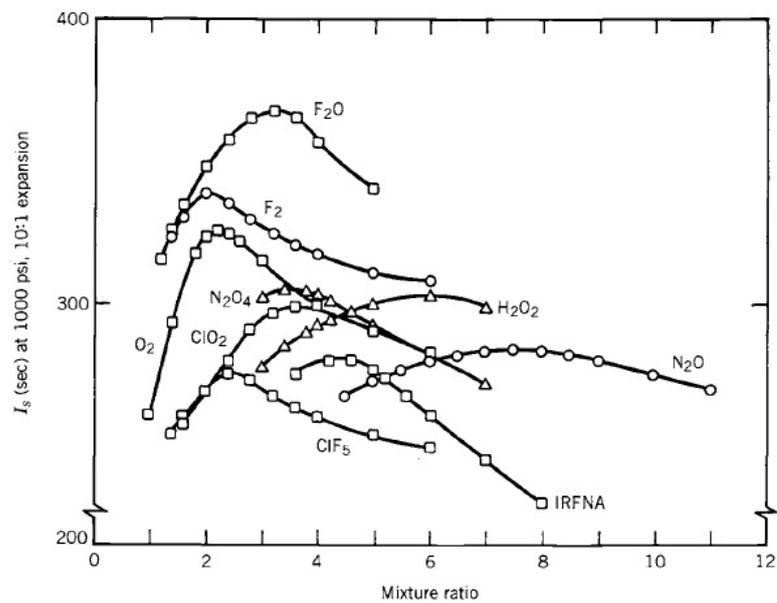


Figura 1.5: Impulso specifico al variare del rapporto di miscela per diverse combinazioni HTPB/ossidante [1]

1.4 Cenni storici

La storia della propulsione ibrida può essere divisa in tre macro fasi, che vanno dal 1933 ad oggi (Cf. [16]).

1.4.1 Fase Pionieristica, dal 1933 al 1950

Il primo motore ibrido fu lanciato il 18 Agosto del 1933. Esso era il razzo Russo *GIRD-09* (Fig. 1.6) sviluppato da Sergei Korolev e Mikhail Ti-

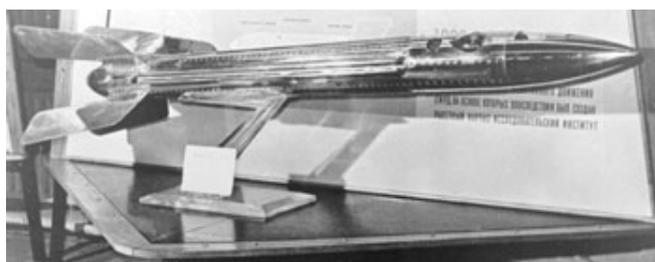


Figura 1.6: Razzo GIRD-09

khonravov. Questo motore utilizzava del combustibile gelatinoso con additivi metallici e dell'Ossigeno liquido come ossidante. In questo modo il combustibile semi-solido eliminava la necessità di aggiungere delle protezioni termiche per proteggere il case esterno e l'ossigeno in pressione eliminava la necessità di installare pompe per l'estrazione. Questo motore era capace di generare $500 N$ di spinta e raggiungere una quota di $1500 m$. In Germania, pochi anni dopo (dal 1937 al 1939) I.G. Farben provò un motore utilizzando carbone e *NOX* gassoso che generava ben $10 kN$ di spinta per $120 s$. Il primo ibrido di concezione Americana venne testato tra il 1938 e il 1941 dalla Californian Rocket Society, anche in questo caso usando carbone e Ossigeno gassoso. Infine, nel 1947, la Pacific Rocket Society provò un motore a legno e ossigeno liquido.

1.4.2 Fase di ricerca, dal 1951 al 1971

General Electric fu la prima industria Americana commerciale a testare, tra il 1951 e il 1956, questi tipi di motori. Venne usato polietilene e perossido di idrogeno come ossidante al 90%. Il primo razzo ibrido ipergolico (ad iniezione spontanea) fu tirato nel Giugno del 1951 dalla "the Rocket Missile Research Society" a Watsonville, CA usando una miscela di acidi come ossidante e asfalto/ $KClO_3$ come combustibile. Qualche anno dopo, nel 1956, l'agenzia nazionale Francese per la ricerca aerospaziale (ONERA), entrò anche lei nel mondo della ricerca sui motori ibridi. Il primo volo fu condotto il 25 Aprile del 1964, con un motore che generava una spinta di 10 kN . Dopo questo primo test altri voli vennero eseguiti, e nel 1967 raggiunsero i 100 km di altezza. Sempre in questi anni l'Americana Rocketdyne iniziò i test con plexiglas e ossigeno, mentre la United Technologies Corp. (UTC), nel 1961, iniziò e portò a termine la ricerca su un motore da 18.4 tonnellate e nel 1970 creò un motore da 50 kN di spinta. Anche la Svezia, nel suo piccolo iniziò la ricerca sui motori ibridi (dal 1965 al 1971), con il volo di un razzo da 20 kg di payload fino ad una quota di 80 km .

1.4.3 Fase di sviluppo, dal 1979 ad oggi

In questo periodo James C. Bennett, uno dei principali ricercatori e sviluppatori dei motori ibridi, in cooperazione con la Space Enterprise Consultants nel 1980, e Arc Technologies, Inc., in seguito conosciuta come Starstruck, Inc. Starstruck condussero, il 3 Agosto del 1984, il lancio nel missile Dolphin (Fig. 1.7). Esso generava una spinta di 175 kN ed usava HTPB come combustibile e Ossigeno liquido come ossidante. Questo lancio portò a due primati:

1. Fu il primo lancio di un motore sviluppato da un'azienda privata;
2. Fu il primo motore ibrido di grandi dimensioni ad essere lanciato con successo.

Nel 1985, Mr. Bennett co-fondatore dell'American Rocket Company (AM-ROC), che testava motori fino a 324 kN di spinta, lanciò senza successo, per



Figura 1.7: Razzo Doplhin

cause mai determinate, il razzo SET-1. Nel 1995 la AMROC fallí, ma la SpaceDev, nel 1999, acquistó i diritti sulla conoscenza dei motori ibridi e continuó il lavoro di ricerca iniziato. Nel 1995 anche la NASA entró nel mondo degli ibridi, e insieme alla DARPA diedero inizio al programma Hybrid Propulsion Demonstration Program (HPDP). Questo programma portó allo sviluppo di un motore da 1112055 N di spinta (Fig. 1.8 e Fig. 1.9) Sempre sotto il programma HPDP, nel 1996 e 1997 la Environmental Aeroscience Corporation (eAc), lanció, per quattro volte il Hyperion 1A (Fig. 1.10), un motore da 6 pollici di diametro, raggiungendo i 120000 ft di altezza e bruciando N_2O e HTPB. Questo fu ufficialmente il primo lancio da parte della NASA. In cooperazione con Cesaroni Technology Incorporated (CTI), svilupparono il Hyperion 1C, un motore da 112500 N di spinta, che fu testato nel Febbraio del 2001. Questo raggiunse la quota di 250000 ft . Ora é in programma l'Hyperion 2, che secondo la NASA sará un motore da 12 pollici di diametro, da 890 kN di spinta, capace di volare fino a 500000 ft a Mach 5



Figura 1.8: Motore sviluppato dalla NASA nel progetto HPDP

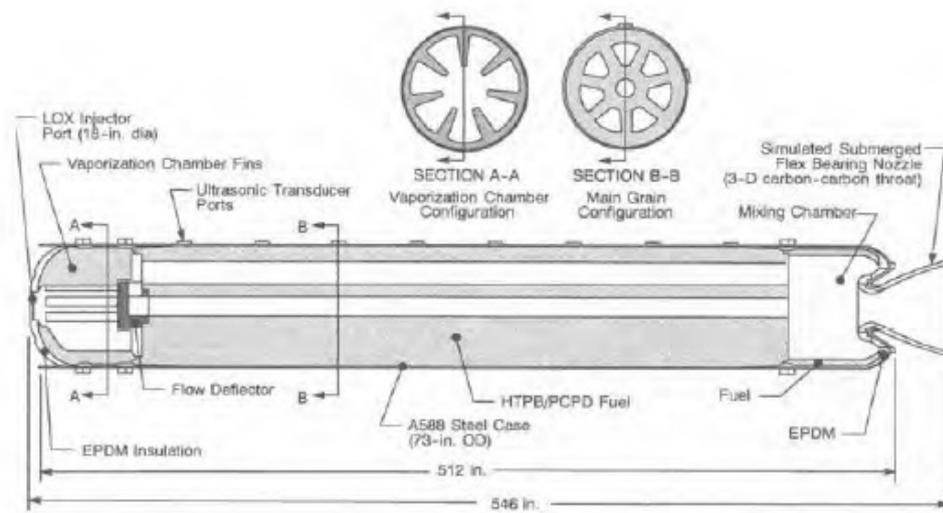


Figura 1.9: Configurazione interna del motore sviluppato dalla NASA nel progetto HPDP [1]



Figura 1.10: Motore Hyperion 1A

Capitolo 2

Fisica del sistema

Per poter studiare la balistica interna del motore, e quindi per poter valutare tutte le grandezze di interesse, bisognerebbe risolvere il set di equazioni di Navier-Stokes in $3D$ con adduzione di massa ed energia e variazione di quantità di moto. Questo, però, comporterebbe un onere computazionale elevatissimo, aspetto tutt'altro che desiderabile per cui, non solo l'aspetto legato alla precisione della soluzione é importante, ma anche i tempi di progettazione che equivalgono al costo finale del prodotto. Il progettista di oggi deve essere consapevole che dovrà porsi in una condizione di equilibrio fra esigenze contrapposte di tipo tecnico-conoscitivo e di carattere economico-commerciale. Inoltre bisogna considerare che i dati da cui si parte per valutare la prestazione propulsiva sono soggetti ad incertezza, perché provengono in parte da misure dirette, come la massa di propellente caricato e la sua velocità di combustione e in parte da dati provenienti dall'esperienza passata, come fattori di scala ed efficienza; ma anche le misure sperimentali effettuate su un motore in prova (pressione, spinta) sono affette da imprecisione; quindi ogni studio teorico deve essere spinto ad un limite tale da rendere efficace il confronto rimanendo nella realtà misurabile dei fenomeni fisici trattati. I modelli non stazionari e non zero-dimensional sono dunque caratterizzati da una scarsa efficienza temporale rispetto a quelli quasi stazionari, in quanto appunto, hanno la necessità di integrare le equazioni sia in spazio che in tempo.

Ad oggi, per lo studio delle proprietà interne al motore, esistono diversi codici commerciali, con possibilità di fare analisi stazionarie e non. Questi però hanno il grosso svantaggio di non poter simulare la variazione del diametro interno a causa della regressione della superficie, e ciò non permette di fare un'analisi o previsione di un tiro. Per questo motivo presso AVIO-BPD è stato sviluppato un codice, in ambiente FORTRAN, capace di modellare tale effetto. Questo codice usa un'idea decisamente innovativa, e unisce i risultati di un modello $0D$ non stazionario con quelli provenienti da un modello $1D$ stazionario.

2.1 Formulazione del modello $1D$ stazionario

La formulazione del problema in esame, parte dal flusso monodimensionale generalizzato e prevede:

1. Variazione area;
2. Attrito alla parete;
3. Resistenza indotta dalla presenza di corpi immersi nel flusso;
4. Scambio di calore con l'ambiente;
5. Presenza di reazioni chimiche nel flusso;
6. Cambiamento di fase (es. Evaporazione o condensazione dei liquidi);
7. Adduzione di massa e miscelamento con il flusso principale;
8. Variazione del peso molecolare, peso specifico dovuto alla combustione e adduzione di massa.

Le ipotesi necessarie sono:

1. Flusso mono-dimensionale stazionario;
2. Le variazioni delle proprietà lungo le linee di flusso sono continue;

3. Le variazioni delle proprietà del gas sono funzione solo della temperatura e della composizione della miscela;
4. I gas seguono la legge dei gas perfetti.

Vengono di seguito introdotte alcune equazioni fondamentali per la scrittura delle equazioni di bilancio, e per ulteriori dettagli si rimanda a [3].

1. Equazione di stato dei gas:

$$P = \rho \frac{R}{M_{mol}} T \quad (2.1)$$

Essa può essere riscritta in forma logaritmica, e risulterà più comoda per ricavare la forma differenziale

$$\log P = \log \rho + \log R - \log M_{mol} + \log T \Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dM_{mol}}{M_{mol}} + \frac{dT}{T} \quad (2.2)$$

2. Velocità del suono:

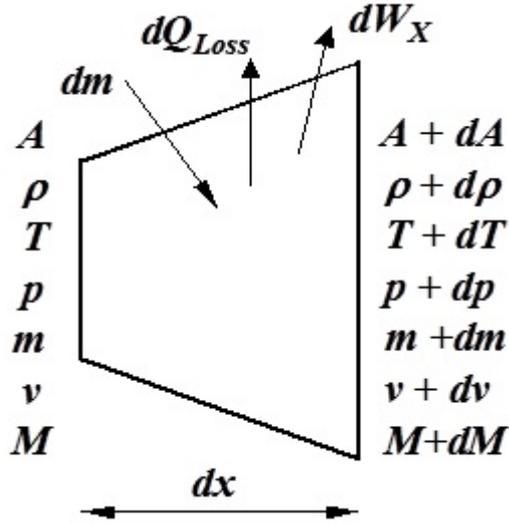
$$c^2 = \frac{\gamma RT}{M_{mol}} \Rightarrow \frac{dc}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dT}{T} - \frac{dM_{mol}}{M_{mol}} \right) \quad (2.3)$$

3. Numero di Mach:

$$M^2 = \frac{V^2}{c^2} = \frac{V^2 M_{mol}}{\gamma RT} \Rightarrow \frac{dM^2}{M^2} = \frac{dV^2}{V^2} + \frac{dM_{mol}}{M_{mol}} - \frac{d\gamma}{\gamma} - \frac{dT}{T} \quad (2.4)$$

Ora si possono scrivere le equazioni di bilancio considerando un tratto del volume di controllo di lunghezza infinitesima dx e per il quale si evidenziano (Fig. 2.1) tutte le variazioni delle grandezze principali prese in considerazione; si tenga presente che con dm si rappresenta l'apporto di massa comprensivo di propellente (e suoi componenti principali) e protezione termica, compresi i gas provenienti nella fase iniziale dall'accenditore:

- Equazione di continuità: Si ipotizza che le componenti di velocità della massa addotta al flusso siano sufficientemente piccole da essere

Figura 2.1: Volume di controllo di lunghezza dx

trascurabili

$$\dot{m} = \rho AV \Rightarrow \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} \quad (2.5)$$

Nel caso sia presente una fase liquida in evaporazione vale che $d\dot{m} = d\dot{m}_g + d\dot{m}_l$ con $d\dot{m}_l$ negativo se in fase di condensazione.

- Equazione dell'energia: I flussi di entalpia sono supposti funzione degli scambi di massa attraverso le pareti del volume di controllo, mentre le variazioni di temperatura lungo le linee di flusso dipendono dagli scambi di energia termica con l'ambiente. In assenza di forze di volume, forze gravitazionali trascurabili, vale:

$$\begin{aligned} \dot{m} (dQ - dW_x) &= [\dot{m}(h + dh) + h_{gT}d\dot{m}_g + h_v d\dot{m}_l] - \\ &[\dot{m}h + h_g d\dot{m}_g + h_l d\dot{m}_l] + [(\dot{m} + d\dot{m}_g + d\dot{m}_l) \left(\frac{V^2}{2} + d\left(\frac{V^2}{2}\right) \right)] - \\ &\left[\dot{m} \frac{V^2}{2} + \frac{V_g^2}{2} d\dot{m}_g + \frac{V_l^2}{2} d\dot{m}_l \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

dove

- dQ é l'energia termica scambiata per convezione, conduzione ed irraggiamento;
- dW_x é il lavoro delle forze di attrito dovuto alle pareti ed ai corpi immersi nel flusso;
- h_{gT} é l'entalpia dei gas addotti che si trovano ad una temperatura T ;
- h_g é l'entalpia dei gas che si trovano alla temperatura del flusso;
- h é l'entalpia della massa entrante alla temperatura T ;
- h_l é l'entalpia posseduta dalla massa liquida entrante nel volume di controllo;
- h_v é l'entalpia posseduta dalla massa liquida una volta che ha vaporizzato.

Riarrangiando l'equazione 2.6, trascurando i termini del secondo ordine (per esempio $d\dot{m}_g \frac{1}{2} dV^2$) e tenendo conto del fatto che la variazione di entalpia interna al flusso é dovuta alla presenza di reazioni chimiche, abbiamo che

$$dh = -dh_{pr} + c_p dT$$

$$dQ - dW_x = dh + d\left(\frac{V^2}{2}\right) + \left[h_{gT} - h_g + \frac{V^2 - V_l^2}{2}\right] \frac{d\dot{m}_g}{\dot{m}} +$$

$$\left[h_v - h_l + \frac{V^2 - V_l^2}{2}\right] \frac{d\dot{m}_l}{\dot{m}}$$
(2.7)

introducendo inoltre

$$dH = -dh_{pr} + \left[\bar{c}_p (T - T_{0g}) + \frac{V^2}{2}\right] \frac{d\dot{m}_g}{\dot{m}} + \left[h_v - h_l + \frac{V^2 - V_l^2}{2}\right] \frac{d\dot{m}_l}{\dot{m}}$$
(2.8)

otteniamo

$$dQ - dW_x + dH = c_p dT + \frac{1}{2} dV^2$$
(2.9)

In definitiva dividendo ambi i membri per $c_p T$, moltiplicando e divi-

dendo il membro di sinistra per V^2 e ricordando inoltre che:

$$\begin{cases} c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \\ a^2 = \gamma RT \end{cases} \quad (2.10)$$

otteniamo che:

$$\frac{dQ - dW_x + dH}{c_p T} = \frac{dT}{T} + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \frac{dV^2}{V^2} \quad (2.11)$$

- Equazione della quantità di moto: Si considera il bilancio di quantità di moto in direzione del flusso, assumendo che la massa addotta si trovi alla stessa pressione della superficie di controllo e che la variazione di area sia sufficientemente piccola da poter considerare il flusso monodimensionale. Vale:

$$\begin{aligned} pA + pdA - (p + dP)(A + dA) - \tau_w dA_w - dX = \\ (\dot{m} + d\dot{m}_g + d\dot{m}_l)(V + dV) - V_g d\dot{m}_g - V_l d\dot{m}_l - \dot{m}V \end{aligned} \quad (2.12)$$

dove

- τ_w é lo sforzo di attrito alla parete;
- dA_w é la superficie bagnata dal flusso;
- V_g, V_l sono le componenti di velocità parallele al flusso rispettivamente del gas e della fase liquida in evaporazione;
- dX é la somma delle forze esterne dovute a corpi immersi nel flusso.

Sostituendo inoltre

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_w = f\rho\frac{V^2}{2} \\ dA_w = d\frac{dx}{D_h} \\ y_g = \frac{V_g}{v} \quad y_l = \frac{V_l}{V} \\ y\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = y_g\frac{d\dot{m}_g}{\dot{m}} + y_l\frac{d\dot{m}_l}{\dot{m}} \end{array} \right. \quad (2.13)$$

si ottiene:

$$\frac{dp}{p} + \frac{\gamma M^2}{2} \frac{dV^2}{V^2} + \frac{\gamma M^2}{2} \left(4f \frac{dx}{D_h} + \frac{2dX}{\gamma P A M^2} \right) + \gamma M^2 (1 - \gamma) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = 0 \quad (2.14)$$

Le equazioni su riportate, possono essere sintetizzate in un'unica tabella (Tab. 2.1) che racchiude tutti i termini che compaiono in esse. In queste equazioni infatti, si possono osservare le 4 variabili indipendenti e le 4 variabili dipendenti (Mach, temperatura, pressione e densità). Per calcolare i valori di M , T , ρ e p , occorre quindi risolvere le equazioni in forma differenziale, problema che verrà esposto nei paragrafi successivi e sarà anche descritto come le equazioni qui presentate saranno utilizzate per ogni nodo di calcolo in cui è stato discretizzato il canale.

	$\frac{dA}{A}$	$\frac{dn}{n}$	$\frac{dT_0}{T_0}$	$4f \frac{dx}{D_n} + \frac{2dX}{\gamma p_2 M^2} - 2g \frac{dn}{n}$
$\frac{dM^2}{M^2}$	$-\frac{2}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$	$\frac{2(1+\gamma M^2)}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$	$-\frac{(1+\gamma M^2)}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$	$\frac{\gamma M^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$
$\frac{dT}{T}$	$\frac{(\gamma-1)M^2}{1-M^2}$	$-\frac{(\gamma-1)M^2(1+\gamma M^2)}{1-M^2}$	$-\frac{(1-\gamma M^2)}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$	$\frac{\gamma(\gamma-1)M^4}{2(1-M^2)}$
$\frac{dp}{p}$	$\frac{\gamma M^2}{1-M^2}$	$-\frac{2\gamma M^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$	$-\frac{\gamma M^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$	$-\frac{\gamma M^2}{2(1-M^2)} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$
$\frac{dp}{\rho}$	$\frac{M^2}{1-M^2}$	$-\frac{(\gamma-1)M^2}{1-M^2}$	$-\frac{1}{1-M^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$	$-\frac{\gamma M^2}{2(1-M^2)}$

Tabella 2.1: Legame tra le 4 variabili dipendenti ed indipendenti

2.2 Formulazione del modello 0D non stazionario

Consideriamo il seguente volume di controllo (Fig. 2.2) e ad esso, appli-

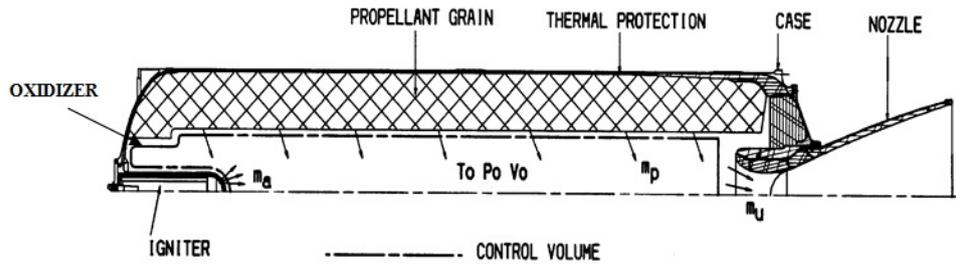


Figura 2.2: Volume di controllo zero-dimensionale

chiamo le seguenti ipotesi:

1. I gas presenti all'interno del volume seguono la legge dei gas perfetti;
2. Le pareti del volume di controllo, a contatto con il propellente, sono considerate adiabatiche;
3. L'interfaccia tra il case esterno e la protezione termica, è considerata adiabatica;
4. L'involucro esterno può deformarsi;
5. La portata prodotta dall'accenditore, e quella dell'ossidante entrante in camera di combustione, sono note a priori. Esse entrano nel volume di controllo e non dipendono dai fenomeni interni alla camera stessa;
6. Le proprietà (γ , M_{mol} etc) possono variare con la pressione ed il rapporto di miscela O/F ;
7. Le grandezze termodinamiche (T_0 , p_0 , ρ_0) sono funzione del tempo;
8. Il fluido è supposto non viscoso;

9. Il calore specifico a pressione costante del flusso lato ugello é una media pesata dei vari c_p lungo l'asse del motore.

Le equazioni fondamentali di conservazione che descrivono l'evoluzione temporale delle grandezze in esame sono:

• **Equazione di continuit :**

$$\dot{m} = \frac{dM}{dt} = \frac{d\rho V_0}{dt} = \dot{m}_{acce} + \dot{m}_p + \dot{m}_{PT} - \dot{m}_u \quad (2.15)$$

• **Equazione dell'energia:**

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d(\rho V_0 u)}{dt} = \sum_i \dot{m}_i (h_i + e_{c,i}) + \frac{dW}{dt} + \frac{dQ}{dt} \quad (2.16)$$

Supponendo che:

1. Non ci sia produzione di calore all'interno del volume di controllo, il che significa supporre che le reazioni di combustione vadano a completamento in una zona molto ristretta a ridosso del propellente solido e comunque all'esterno del volume di controllo;
2. Il flusso sia ampiamente subsonico, rendendo trascurabili i termini di energia cinetica legati alla velocit  dei gas in camera di combustione e della massa addotta dal propellente che sta bruciando.

L'equazione diventa:

$$\frac{d(\rho V_0 c_v T)}{dt} = \sum_i \dot{m}_i c_{p,i} T_i + \frac{dW}{dt} - Q_{loss} \quad (2.17)$$

Dove

- Q_{loss} é il calore perso dal flusso attraverso le protezioni termiche. Il calcolo di questo parametro sar  accuratamente descritto nel capitolo 5;

– $\frac{dW}{dt}$ é il lavoro di deformazione delle pareti sottoposte alla pressione agente in camera di combustione dato da:

$$\frac{dW}{dt} = p\nu_s S_i = p \frac{1}{k} S_i \frac{dp}{dt} \quad (2.18)$$

- **Equazione della quantità di moto:** In base all'ipotesi 6 l'equazione della quantità di moto risulta essere identicamente nulla.

- **Legge dei gas perfetti:**

$$p = \rho \frac{R}{M_{mol}} T = \rho \mathcal{R} T \quad (2.19)$$

dove le grandezze che vi compaiono sono quelle uniformi della camera.

- **Variazione del volume interno:** Legato sia alla regressione del grano che si consuma durante la combustione che alla deformazione della struttura a causa delle pressioni in gioco.

$$\frac{dV_0}{dt} = S_c r_b + S_i \nu_s = S_c r_b + \frac{1}{k} S_i \frac{dp}{dt} \quad (2.20)$$

- **Velocità di combustione del propellente:**

$$\frac{dw}{dt} = r_b \quad (2.21)$$

Infine prima di presentare il set di equazioni completo é possibile fare l'ultima ulteriore ipotesi semplificativa; infatti si suppone che il coefficiente di rigidità delle pareti k sia molto elevato, tanto da poter assumere che $\frac{1}{k} \approx 0$. Si ottiene pertanto il sistema di equazioni del sotto-modello zero-dimensionale

non stazionario:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{\dot{m}_{acce} \left[\frac{V_{acce}^2}{2} + c_{p,acce} T_{acce} \right] + \dot{m}_p c_{p,p} T_p + \dot{m}_{PT} c_{p,PT} T_{PT} - \dot{m}_u c_{p,u} T_u - \frac{c_v}{\mathcal{R}} p S_c r_b - Q_{loss}}{\frac{c_v}{\mathcal{R}} V_0} \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{1}{\rho V_0 \mathcal{R}} \left[V_0 \frac{dp}{dt} + p S_c r_b - \frac{p}{\rho} (\dot{m}_{acce} + \dot{m}_p + \dot{m}_{PT} - \dot{m}_u) \right] \\ \frac{dV_0}{dt} &= S_c r_b \end{aligned} \tag{2.22}$$

Il set di equazioni 2.22, insieme all'eq. 2.21, vengono risolte contemporaneamente utilizzando il metodo di *Runge-Kutta* del 4° ordine.

2.3 Formulazione del modello 1D quasi stazionario

Come detto in precedenza, il modello zero-dimensionale non stazionario viene associato ad un modello mono-dimensionale quasi stazionario. Questo porta ad avere un codice abbastanza veloce e preciso nel calcolo, caratteristiche principali di questo codice. Per poter conoscere i valori di tutte le grandezze termo-fluidodinamiche, bisogna risolvere le equazioni introdotte nel paragrafo precedente; questo però conduce a due principali problemi:

1. Bisogna trovare un metodo numerico adeguato per la soluzione delle equazioni;
2. Discontinuitá delle grandezze lungo il canale.

Per quanto riguarda il primo punto é noto come un metodo numerico sia sempre affetto da problemi di stabilitá e convergenza della soluzione. Per quel che ci interessa però, esso é strettamente vincolato alla sempre incombente questione dei tempi di calcolo, la cui ottimizzazione spesso non va di pari passo con l'accuratezza della soluzione. Nel secondo punto invece é sintetizzato il problema delle discontinuitá geometriche lungo il canale che si ripercuote in una discontinuitá di alcuni parametri (si pensi ad esempio alle zone d'estremitá dei segmenti di un grano propellente dove la derivata $\frac{dA}{dx}$ puó tendere

all'infinito e quindi occorre localmente usare una diversa soluzione). Dunque, cercando di risolvere e in un certo senso di bypassare tali problematiche si é pensato di usare una soluzione diversa: infatti osservando le equazioni del modello mono-dimensionale raccolte nella Tab. 2.1, si possono distinguere 4 variabili indipendenti e 4 variabili dipendenti (M , T , ρ , p). Supponendo di isolare ciascuno dei 4 effetti, é possibile risolvere analiticamente le equazioni differenziali, sommando linearmente i contributi di tutti e 4 i fenomeni. Per esempio, ipotizzando che nel nodo di calcolo ci sia solo variazione di area e adduzione di massa, si ha che :

$$M_{out} = M_{in} + \Delta M|_{\Delta A} + M|_{\Delta \dot{m}}$$

E' proprio su questa notevole proprietá che si basa la risoluzione del flusso lungo il canale qui utilizzata. Ogni equazione differenziale, ha quattro termini influenti che possono essere ridotti a tre se si fa l'ipotesi di flusso non viscoso e conseguente forze di attrito identicamente nulle. Questa ipotesi risulta particolarmente valida dal momento che sia i gas entranti in camera che l'ossidante stesso, agiscono come un lubrificante nei confronti del flusso principale e quindi quest'ultimo puó essere assunto come non viscoso senza che il problema perda di validitá e accuratezza. Risolvendo ciascuna equazione differenziale considerando una sola variabile alla volta, si ottengono delle relazioni, che considerando esclusivamente il fenomeno a cui si riferiscono, e che quindi rappresentano delle soluzioni analitiche:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\left[\frac{2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}{\gamma + 1} \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (2.23)$$

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} = \frac{M \sqrt{2(\gamma + 1) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}}{1 + \gamma M^2} \quad (2.24)$$

Le equazioni di cui sopra, ci dicono quanto vale il numero di Mach a causa di una variazione di area, oppure ad una variazione di portata massica (in quanto si ha che $M|_{A^*} = 1$ ed inoltre \dot{m}^* é fissata in condizioni di ugello

sonico). Inoltre si ricava anche la variazione di Mach dovuta alla variazione della temperatura totale:

$$\frac{T_0}{T^*} = \frac{\gamma + 1}{2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)} \quad (2.25)$$

Questi fenomeni, in realtà, sono accoppiati tra di loro. Per cui, per avere una soluzione il piú possibile vicina a quella esatta, i vari fenomeni vengono combinati linearmente tra di loro. In Fig. 2.3 é rappresentato il singolo nodo

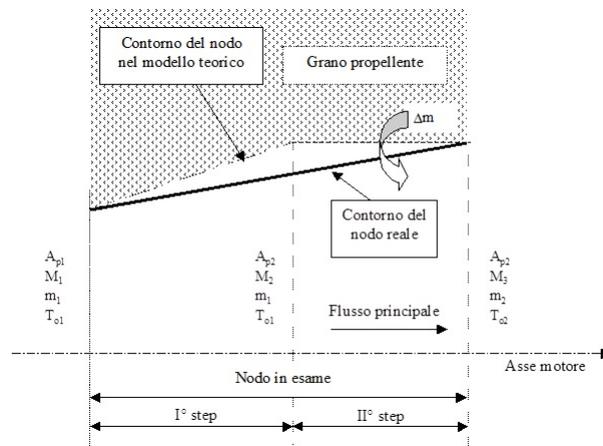


Figura 2.3: Decomposizione del nodo di calcolo per il modello 1D

di calcolo, in cui la soluzione é ottenuta mediante due passi consecutivi, supponendo di conoscere i valori di ingresso (A_{p1} , M_1 , \dot{m}_1 , $T_{0,1}$), che sono l'output del nodo precedente. Lo schema della soluzione é il seguente:

1. Si calcola la variazione di Mach, pressione e temperatura dovuti alla sola variazione di area, non considerando l'effetto dovuto all'adduzione di massa;
2. Si calcola la massa entrante nel nodo come $d\dot{m}_i = \rho r_{b,i} S_{c,i}$;
3. Si ricalcolano le grandezze termo-fluidodinamiche che diverranno input per il nodo successivo;
4. Si ripete la procedura su tutti i nodi interno con un passo temporale pari a quello utilizzato per il modello non stazionario.

Come valore iniziale di pressione per il primo nodo, si prende proprio il valore di pressione output del modello non stazionario. Successivamente, la media pesata delle pressioni lungo il canale, dovrà coincidere con il valore fornito dal modello zero-dimensionale. C'è quindi un loop di iterazioni che fa variare il valore di pressione del primo nodo.

2.4 Integrazione del modello 0D con il modello 1D

Abbiamo detto come ad ogni passo temporale di calcolo, venga richiamato il solutore fluidodinamico per il calcolo delle grandezze lungo il canale, usate per l'integrazione temporale nello step successivo: il controllo fatto mediante processo iterativo è operato sulla pressione baricentrica uniforme, fornita dal modello 0D, alla quale, quella ottenuta con un processo iterativo di media della pressione sui nodi di calcolo, deve convergere. I parametri di interfaccia che, opportunamente mediati, devono essere forniti dal solutore stazionario a quello non stazionario sono riportati in Tab. 2.2: dove:

- r_{bi} è la velocità di combustione dell' i –esimo nodo;
- S_{Ci} è la superficie di combustione dell' i –esimo nodo;
- c_{pu} è il calore specifico lato ugello;
- T_{pr} è la temperatura di fiamma;
- P_{0N} è la pressione totale lato ugello;
- V_i è il volume dell' i –esimo nodo;
- $i = 1, 2, \dots, N_{NODI}$.

Modello 1D quasi stazionario	Modello 0D non stazionario
$\frac{dw_i}{dt} = r_{b,i}$	$\frac{dw}{dt} = r_b = \frac{\sum_i S_i r_{b,i}}{\sum_i S_i}$
p_i, V_i	$p = \frac{\sum_i V_i p_i}{\sum_i V_i}$
$S_{c,i}$	$\dot{m}_p = \sum_i \dot{m}_{p,i} = \rho_f \sum_i r_{b,i} S_{c,i}$
$S_{PT,i}$	$\dot{m}_{PT} = \rho_{PT} \sum_i S_{PT,i} R R_{PT,i}$
p_{0N}	$\dot{m}_u = \frac{p_{0N} A_t}{c^*}$
$c_{p,i}$	$c_{p,u} = c_{p, nozzle}, \quad c_{v, medio} = \frac{c_{p, medio}}{\gamma_{medio}}$
$T_{fl,i}, T_{0,i}$	$T_{PR} = \frac{\sum_i \dot{m}_{PR,i} T_{fl,i}}{\sum_i \dot{m}_{PR,i}}$
$Q_{rad,i}, Q_{conv,i}$	$Q_{loss} = \sum_i (Q_{rad,i} + Q_{conv,i})$
V_i	$V(t) = \int_0^t S_c r_b d\tau + V_0$

Tabella 2.2: Parametri scambiati tra il modello mono e zero-dimensionale

Velocità di combustione

3.1 Zona della fiamma

Quando si vogliono simulare le prestazioni, in termini di pressione e spinta, di un motore, indipendentemente dal fatto che esso sia solido o liquido, la velocità di combustione gioca un ruolo fondamentale. Nel classici motori a solido esiste una legge consolidata, nota come legge di *Vieille* che permette, nota la pressione in camera di combustione, di calcolare il valore della velocità di combustione. Essa, nella sua formulazione più semplice è espressa come

$$r = ap^n \quad (3.1)$$

dove a ed n sono due coefficienti che vanno determinati in modo sperimentale. In un motore ibrido al contrario, a causa di una differente interazione tra ossidante liquido o gassoso, e grano combustibile, l'eq. 3.1 non è più valida. Infatti nei motori ibridi vengono a crearsi tre tipi di strati limite

1. Strato limite fluidodinamico: In questa regione la velocità del gas cresce monotonamente da un valore nullo sulla parete al valore della velocità del flusso esterno. Per definizione lo strato limite fluidodinamico finisce nel punto dove abbiamo che:

$$u = 0.99u_\infty$$

ed ha un'altezza pari a δ ;

2. Strato limite termico: In questa regione la temperatura parte da un valore T_{sup} alla parete, aumenta fino a raggiungere la temperatura di fiamma, per poi portarsi anche lei al valore della temperatura del flusso esterno. Per definizione lo strato limite termico finisce nel punto dove abbiamo che

$$\theta = \frac{T_{sup} - T}{T_{sup} - T_{\infty}} = 0.99$$

con un'altezza pari a δ_t ;

3. Strato limite di concentrazione: In prossimità della parete si avrà solo la presenza del combustibile, che diminuisce al crescere della distanza dal grano, viceversa avremo un'abbondanza di ossidante all'inizio dello strato limite, che va diminuendo avvicinandosi alla parete.

Questi fenomeni sono schematizzati in Fig. 3.1. Sperimentalmente si vede

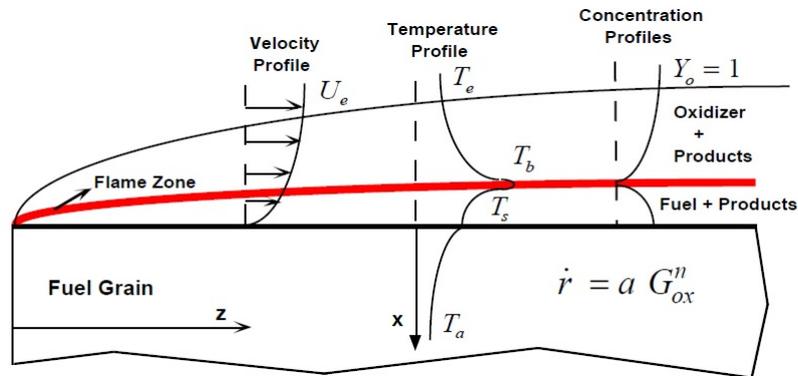


Figura 3.1: Andamento dello strato limite fluidodinamico, termodinamico e di concentrazione

che il rapporto fra lo strato limite fluidodinamico e termico è legato al numero di Prandtl secondo la relazione $\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^n$, per cui nel nostro caso possiamo fare l'approssimazione di avere $Pr \approx 1 \Rightarrow \delta = \delta_t$. Altri parametri importanti negli strati limite e similitudini tra loro, sono riportati in Tab. 3.1. Gli effetti di questi tre fattori, per il calcolo della velocità di combustione, non possono

Flusso	Scambio termico	Scambio di massa
$u^* = f(x^*, y^*, Re, \frac{dp}{dx^*})$	$T^* = f(x^*, y^*, Re, Pr, \frac{dp}{dx^*})$	$C_a^* = f(x^*, y^*, Re, Sc, \frac{dp}{dx^*})$
$C_f = \frac{2}{Re} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \Big _{y^*=0}$	$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \Big _{y^*=0}$	$Sh = \frac{h_m L}{D_{AB}} = \frac{\partial C_a^*}{\partial y^*} \Big _{y^*=0}$
$C_f = \frac{2}{Re} f(x^*, Re)$	$Nu = f(x^*, Re, Pr)$	$Sh = f(x^*, Re, Sc)$
	$\bar{Nu} = f(Re, Pr)$	$\bar{Sh} = f(Re, Sc)$

Tabella 3.1: Parametri adimensionali nei vari strati limite

essere trascurati. Come appena detto, la fiamma si crea internamente allo strato limite fluidodinamico, e generalmente si posiziona ad un'altezza dalla superficie del grano pari a $\approx 20\%$ del suo spessore. In modo piú preciso essa si trova in una posizione tale che il rapporto tra ossidante e combustibile é pari a quello stechiometrico. Utilizzando per esempio l'ossigeno come ossidante e HTPB come combustibile, si trova che il rapporto stechiometrico é pari a $\frac{\dot{m}_O}{\dot{m}_{HTPB}} = 2.7$. La fiamma che viene a crearsi é macroscopicamente di tipo diffusivo ed é controllata dalle leggi della fluidodinamica piuttosto che della cinetica chimica. Il processo di combustione ibrida é sostenuta dal ritorno di energia termica, per convezione e radiazione, proveniente dalla fiamma diffusiva sopra la superficie del grano solido. Tale ritorno energetico permette la gassificazione di massa fresca di combustibile e quindi il sostentamento della fiamma, assieme alla continua e contemporanea iniezione di liquido ossidante (Fig. 3.2). Un'altro fenomeno importante che si manifesta nella combustione dei motori ibridi é il cosí detto *blowing*. A causa delle reazioni che avvengono internamente al grano di combustibile (esso passa da materiale vergine, a liquido e poi vaporizza), vengono a crearsi dei gas che traspirano dalla superficie, andando a creare una specie di film protettivo che "isola"

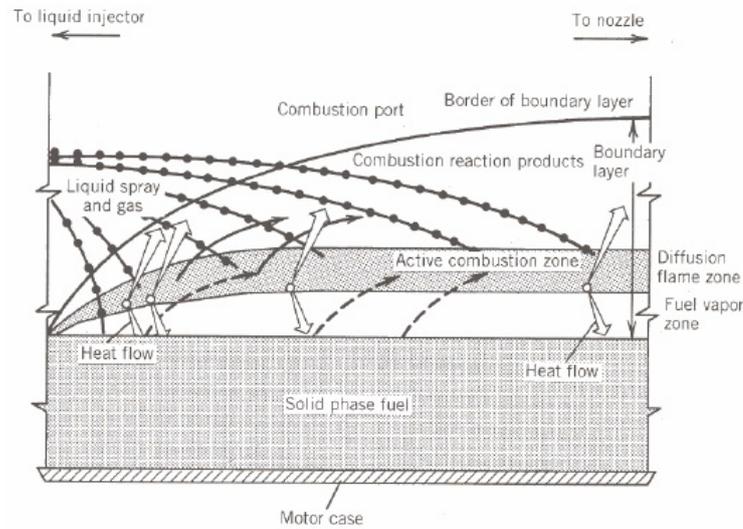


Figura 3.2: Modello semplificato della fiamma

la superficie dal flusso termico incidente, con conseguente diminuzione della velocità di combustione, che come è noto, nei motori ibridi è già abbastanza bassa.

3.2 Modelli per la velocità di combustione

3.2.1 Modelli classici

Ad oggi, la relazione maggiormente usata per il calcolo della velocità di combustione per un motore ibrido, è quella formulata da Marxman e Wooldrige, ed essa viene espressa nel seguente modo, in funzione della distanza assiale x dal bordo del combustibile e dal flusso di massa totale G :

$$r = ax^m G^n \quad (3.2)$$

Le costanti a , m ed n vengono calcolate sperimentalmente. Spesso però risulta complicato conoscere il flusso di massa locale, per cui integrando sulla lunghezza del grano e dividendo per la stessa, si ottiene una velocità di

combustione media, del tipo

$$r = aL_p^m G^n \quad (3.3)$$

dove L_p é la lunghezza del grano. Si é inoltre visto che la velocità di combustione, non é sensibilmente influenzata dalla pressione interna del motore p_c . Questo é vero fintanto che il valore del flusso di massa rimane sotto un certo valore (Fig. 3.3). A seguito di ciò, a volte in letteratura é possibile trovare

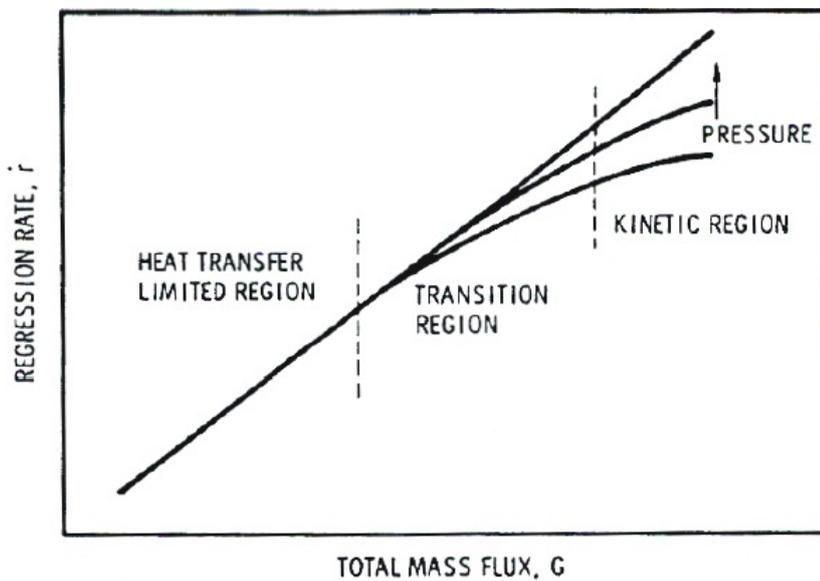


Figura 3.3: Generico andamento della velocità di combustione in funzione del flusso di massa

formulazioni, per la velocità di combustione, del tipo:

$$r = a_0 G_{OX}^n p_c^l \quad (3.4)$$

dove a_0 , n ed l vengono calcolati sperimentalmente, ed in generale:

$$\begin{cases} n \in [0.4 \ 0.8] \\ l \in [0 \ 0.25] \end{cases}$$

Un approccio piú rigoroso per il calcolo della velocità di combustione, si basa su un bilancio energetico sulla superficie del grano (Cf. [27]). Com'è possibile vedere da Fig. 3.4 su di esso agiscono i seguenti flussi termici

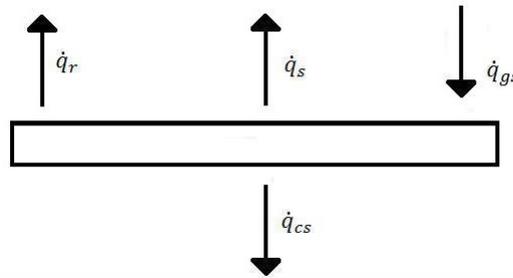


Figura 3.4: Flussi termici agenti sul grano di combustibile

1. q_{cs} : Flusso termico conduttivo;
2. q_r : Flusso termico radiativo;
3. q_s : Flusso termico convettivo di gassificazione;
4. q_{gs} : Flusso termico convettivo .

Trascurando il flusso termico per irraggiamento abbiamo che

$$\rho_f r h_f = k_g \Delta T \quad (3.5)$$

dove ρ_f è la densità del combustibile, h_f è l'entalpia di gassificazione del combustibile stesso, k_g è la conducibilità termica del gas ed infine $\Delta T = (T_g - T_{sup})$. Introducendo il numero di Stanton, ed utilizzando l'analogia di Reynolds (lecita in quanto $Pr \approx Sc \approx 1$) otteniamo, dopo una serie di passaggi matematici, che

$$r = Pr^{-2/3} \frac{C_f}{2} \frac{\Delta h}{h_f} \frac{\rho_e}{\rho_f} u_e \quad (3.6)$$

3.2.2 Modelli completi

I modelli fin qui presentati sono stati ricavati sotto alcune approssimazioni, ed inoltre non tengono conto della formazione di uno strato liquido in superficie e del fatto che c'è una traspirazione dei gas sulla superficie del combustibile. La formazione di uno strato liquido in superficie, il così detto *entrainment*, è un fenomeno molto complesso. Su questo strato, a causa del flusso esterno ed al soffiamento interno dei gas, vengono a crearsi dei fenomeni di instabilità del liquido stesso in superficie, che portano al distacco di alcune goccioline che entreranno nel flusso libero (Fig. 3.5 e Fig. 3.6).



Figura 3.5: Schematizzazione del fenomeno dell'entrainment



Figura 3.6: Movimento delle onde [6]

Non tutti i combustibili hanno la possibilità di formare questo strato liqui-

do, e la loro composizione chimica gioca un ruolo fondamentale. L'HTPB

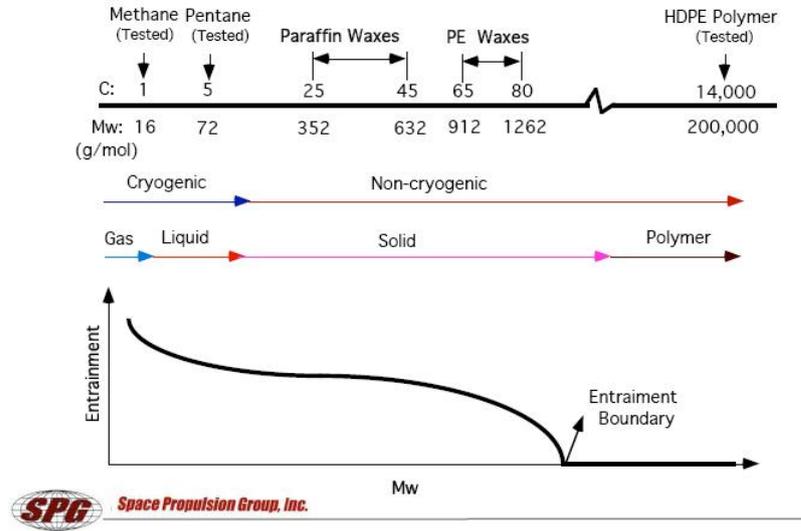


Figura 3.7: Velocità di entrainment funzione delle caratteristiche chimiche del materiale [7]

presenta un peso molecolare di $\approx 2800 \text{ g/mol}$, per cui è capace di generare questo fenomeno, anche se guardando la Fig. 3.7, risultato di studi presso la Space Propulsion Group, Inc., si vede come esso non sia così importante come nei materiali criogenici. Uno dei parametri fondamentali per lo studio di questo fenomeno, e quindi per capire come la velocità di combustione ne è influenzata, è proprio l'altezza dello strato liquido. M. A. Karabeyoglu et al. [5], giunsero ad una formulazione semplificata per la determinazione di tale valore, ed in particolare

$$h = -\delta_l \ln \psi \quad (3.7)$$

dove $\delta_l = \frac{k_l \rho_s}{r \rho_l}$ è un parametro caratteristico. ψ al contrario dipende maggiormente dalle caratteristiche termodinamiche e radiative del combustibile, ed inoltre dalla natura dello scambio termico agente in superficie. Esso è soluzione della seguente equazione non lineare:

$$\psi = \frac{h_m(R_l - 1) + h_v \frac{Q_r}{Q_c} \psi^{R_l}}{h_e(R_l - 1) + h_v \frac{Q_r}{Q_c}} \quad (3.8)$$

e a loro volta abbiamo che

$$\begin{cases} h_m = L_m + c_s(T_m - T_a) \\ h_e = h_m + c_l(T_v - T_m) \\ h_v = \frac{Q_r + Q_c}{\rho_s r} = h_e + L_v \frac{r_v}{r} \end{cases}$$

T_a , T_m e T_v sono rispettivamente la temperatura iniziale, di liquefazione e vaporizzazione del propellente. c_s e c_l sono invece i calori specifici del materiale in fase solida e liquida, mentre L_m e L_v sono il calore latente di fusione e di vaporizzazione. L'ultimo parametro che rimane da definire è R_l . Esso è pari a $R_l = \delta_l \varepsilon_l$, dove ε_l è il coefficiente di assorbimento. Una soluzione analitica delle eq. 3.7 e 3.8, sotto queste ipotesi non è possibile, per cui bisogna studiare i due casi estremi

1. $R_l \gg 1$. In questo caso l'assorbimento del materiale è molto alto, e tutto il flusso termico per irraggiamento incidente sulla superficie, viene assorbito. In questo modo, lo spessore dello strato liquido viene espresso come

$$h = \delta_l \ln \left[1 + c_l \frac{T_v - T_m}{h_m} \right] \quad (3.9)$$

Questo può essere il caso dove i propellenti hanno una forte presenza di materiali assorbenti quali carbone nero.

2. $R_l \ll 1$. Al contrario, in questo caso l'assorbimento è molto basso. Di conseguenza l'altezza dello strato liquido sarà più bassa, e contrariamente al caso precedente, l'altezza è funzione del rapporto tra il flusso termico radiativo e convettivo.

$$h = \delta_l \ln \left[1 + \frac{c_l(T_v - T_m)}{h_m - h_v \frac{Q_r}{Q_r + Q_c}} \right] \quad (3.10)$$

Ricordando l'espressione δ_l , si nota come l'altezza dello strato liquido è funzione di r , ed in particolare $h \propto 1/r$. È interessante notare come, la temperatura iniziale del combustibile, la velocità di combustione e il rapporto

tra flusso termico radiativo e convettivo influenzi tale spessore (Fig. 3.8 e Fig. 3.9). Una volta noto lo spessore dello strato liquido, bisogna cercare di

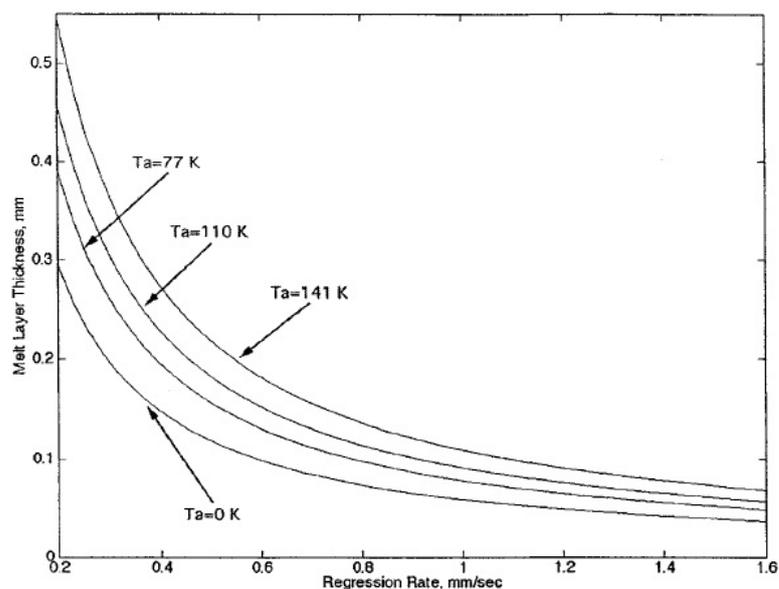


Figura 3.8: Effetto della temperatura e velocità di combustione su h [5]

capire quali sono le condizioni necessarie per instabilizzarlo in modo che le goccioline possano finire nel flusso libero. Uno dei parametri più importanti è sicuramente il numero di Reynolds. Sperimentalmente si è visto che anche per bassi valori del numero di Reynolds, c'è la possibilità che questo fenomeno si generi. In generale sono state formulate le seguenti affermazioni [5]:

- Anche per spessori minimi di film liquido esiste un ampio intervallo di numeri d'onda per i quali si creano instabilità dipendenti da un'ampia gamma di parametri;
- All'aumentare del numero di Reynolds aumenta proporzionalmente al flusso di massa locale il fattore di amplificazione di tali onde (Fig. 3.10);
- La tensione superficiale e la viscosità del liquido hanno effetti stabilizzanti sul film.

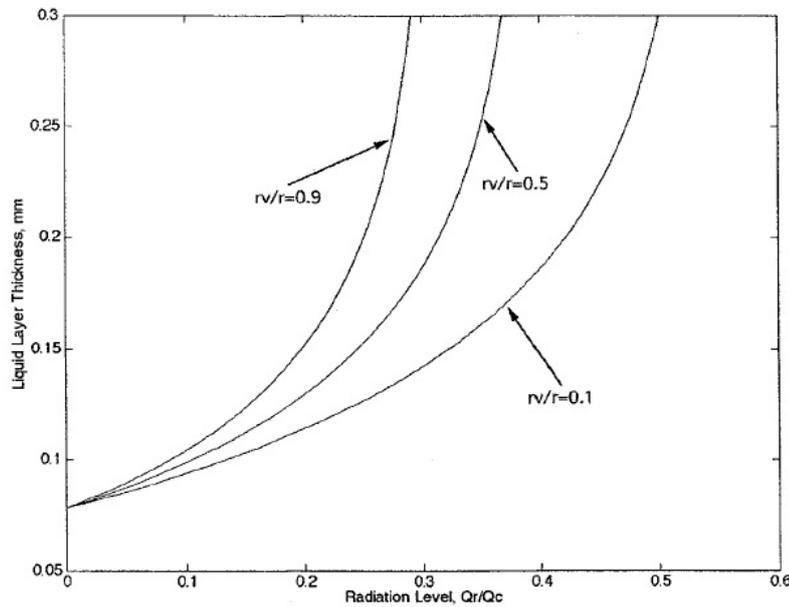


Figura 3.9: Effetto del rapporto Q_r/Q_c su h [5]

La formazione di questo strato liquido sulla superficie del grano, e l'introduzione di goccioline in fase liquida di combustibile, richiedono tre sostanziali modifiche nella teoria classica della combustione in un motore ibrido:

1. Il calore effettivo di gassificazione si riduce, in quanto solo una parte di questo effettivamente evapora, il resto liquefa (quindi solo calore di liquefazione). Questo comporta una modifica nel parametro di blowing, che può essere espresso come funzione di $\Delta h/h_v$;
2. Il rapporto tra il numero di Stanton con e senza blowing C_h/C_{h0} , che sostanzialmente controlla lo scambio termico convettivo sulla superficie, viene anch'esso alterato, a causa della presenza di un flusso bifase. Trascurando però l'effetto nello scambio di energia e quantità di moto, si può formulare che

$$\frac{C_h}{C_{h0}} = f(B_g^1)$$

;

¹il pedice g indica che consideriamo solo l'iniezione di massa gassosa nello strato limite

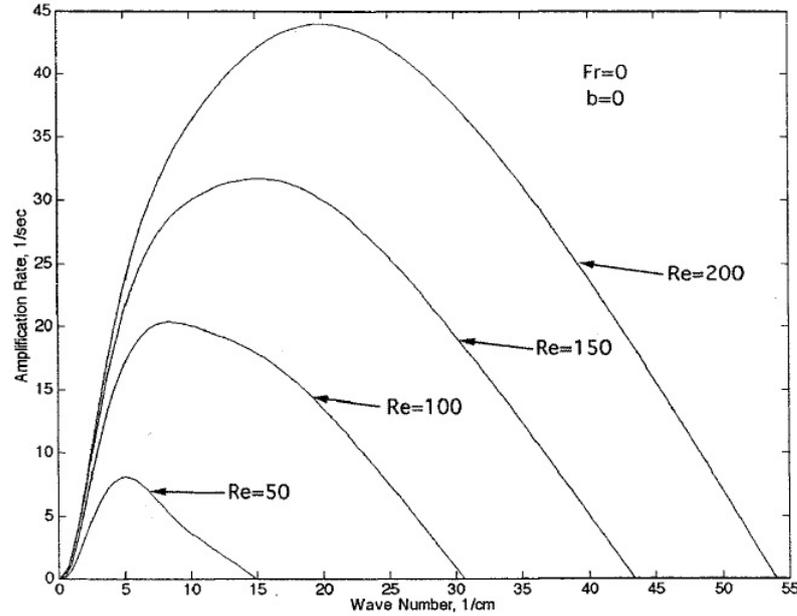


Figura 3.10: Effetto del numero di Reynolds sul fattore di amplificazione delle onde

3. Le onde che vengono a formarsi sulla superficie aumentano la rugosità superficiale e quindi favoriscono lo scambio termico. Di questo se ne tiene conto inserendo un termine di rugosità nell'equazione della velocità di combustione (introdotto per la prima volta da Gater e L'Ecuyer).

$$F_r = 1 + \frac{14.1 \rho_g^{0.4}}{G^{0.8} \left(\frac{T_g}{T_v} \right)^{0.2}} \quad (3.11)$$

A seguito delle considerazioni appena fatte possiamo dire che

$$r = r_v + r_e \quad (3.12)$$

dove r_v è la velocità di vaporizzazione e r_e è la velocità di liquefazione. Sviluppando un bilancio energetico sulla superficie dello strato liquido (Fig. 3.11), otteniamo la seguente relazione:

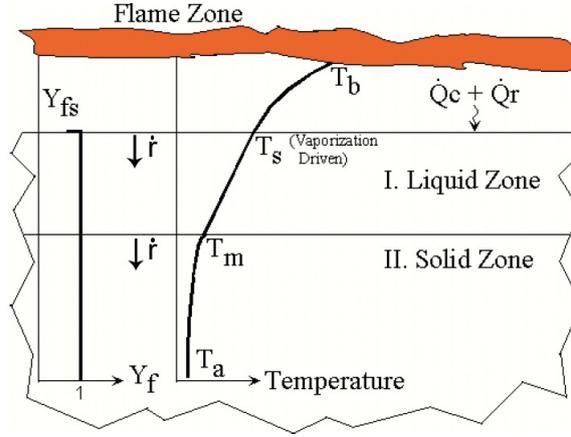


Figura 3.11: Modello di combustione in presenza di entrainment

$$r_v + \left[R_{he} + R_{hv} \left(\frac{r_v}{r} \right) \right] r_e = F_r \frac{0.03\mu_g^{0.2}}{\rho_f} \left(1 + \frac{Q_r}{Q_c} \right) B \frac{C_h}{C_{h0}} G^{0.8} x^{-0.2} \quad (3.13)$$

dove $R_{he} = \frac{h_m}{h_e + L_v}$ e $R_{hv} = \frac{c_l \Delta T}{h_e + L_v}$ sono due parametri energetici adimensionali. A questo punto manca da valutare il rapporto $\frac{C_h}{C_{h0}}$ e la r_e . Questo argomento é già stato trattato, ed anche tutta la parte di caratterizzazione dei vari parametri termodinamici e sperimentali in [27]. Brevemente comunque riportiamo le equazioni

$$\frac{C_h}{C_{h0}} = \frac{2}{2 + 1.25B_g^{0.75}} = \frac{C_{B1}}{C_{B1} + C_{B2} \left(\frac{r_v}{r_{cl}} \right)^{0.75}} \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} C_{B1} = \frac{2}{2 + 1.25B^{0.75}} \\ C_{B1} = \frac{1.25B^{0.75}}{2 + 1.25B^{0.75}} \end{cases} \quad (3.15)$$

$$r_{cl} = \frac{0.03\mu_g^{0.2}}{\rho_f} \left(1 + \frac{Q_r}{Q_c} \right) B C_{B1} G^{0.8} x^{-0.2} \quad (3.16)$$

ed infine aggiungiamo l'ultima equazione

$$r_e = \alpha_e \frac{G^{2\hat{\alpha}}}{r^\beta} \quad (3.17)$$

Risolvendo le eq. 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16 e 3.17 in modo iterativo, si ottiene il valore delle due componenti di velocità e quindi il valore totale di velocità di combustione (Fig. 3.12). In Fig. 3.13 é riportato l'andamento della velocità di vaporizzazione e di entrainment funzione del flusso di massa.

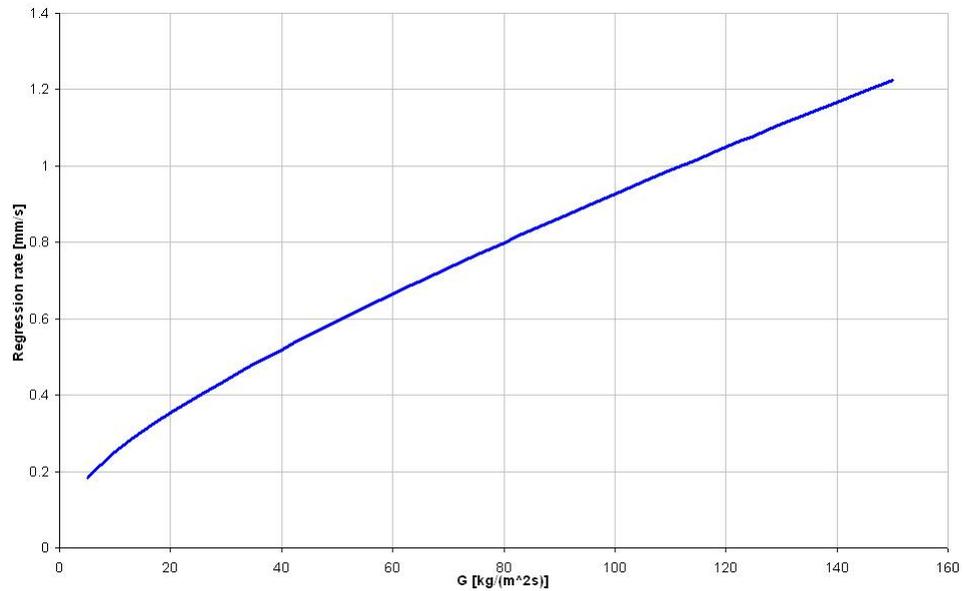


Figura 3.12: Velocità di combustione per Ossigeno e HTPB

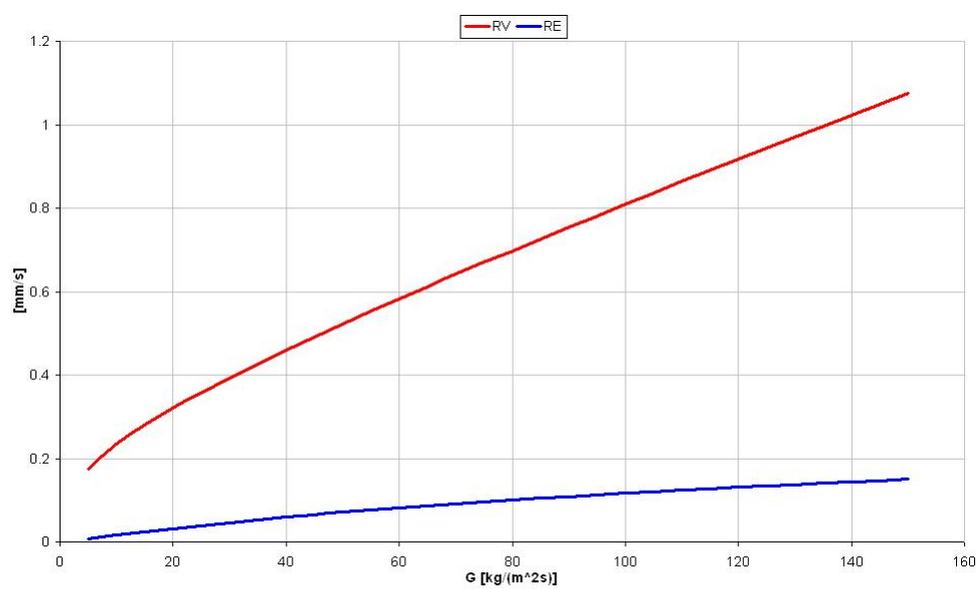


Figura 3.13: Velocità di vaporizzazione ed entrainment per Ossigeno e HTPB

Confronto con i risultati sperimentali

4.1 Descrizione dei dati sperimentali

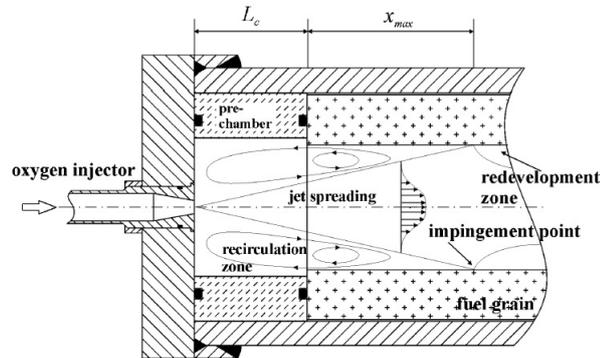
Come detto nei capitoli precedenti, il modello di calcolo che permette la simulazione della balistica interna del motore, é stato messo a punto su alcuni dati sperimentali. In particolare i test a disposizione (Test N° 2, 3, 10, 11) sono stati effettuati presso il dipartimento di ing. Aerospaziale dell'Universitá di Napoli Federico *II*. Di questi, solo 2 (i test N° 10 e 11) in veritá sono realmente utilizzabili per validare il modello. I suddetti test sono stati fatti utilizzando due diverse configurazioni di motore, uno piú piccolo da $\approx 250 N$ di spinta e un altro da $\approx 700 N$. I valori a disposizione sono:

1. Geometria interna della pre e post-camera e del grano combustibile;
2. Andamento della pressione, in pre e post-camera, funzione del tempo;
3. Flusso di massa dell'ossidante funzione del tempo (la sua temperatura di iniezione viene supposta pari a $300 K$);
4. Rapporto O/F mediato sia nello spazio che nel tempo.

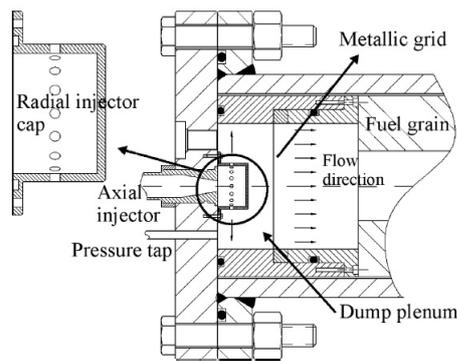
Due sono i parametri che invece vengono ipotizzati:

1. Geometria dell'iniettore. Esso puó essere radiale o assiale (Fig. 4.1);

2. Tipo di accenditore. Le due possibili alternative sono polvere pirica o torcia.



(a) Iniettore assiale



(b) Iniettore radiale

Figura 4.1: Differenti tipologie di iniettori [8]

La tipologia di iniettore influenza in modo notevole la distribuzione di velocità di combustione in funzione del tempo e lungo la camera di combustione. In particolare l'iniettore assiale fa sì che l'ossidante entri in camera di combustione in un regime di moto turbolento, fattore che fa aumentare lo scambio termico e quindi la velocità di combustione. Esso però ha come effetto secondario quello dell'impingement, cioè una specie di asportazione meccanica del combustibile dovuta alla componente di velocità verticale dell'ossidante. Questo fenomeno nel presente modello non viene valutato, ma sarà inserito successivamente. Uno dei principali problemi per quanto riguarda la modellazione di tale fenomeno, è sapere su che porzione del grano effettivamente

esiste tale problema. Questo si riesce a sapere utilizzando alcune relazioni trigonometriche, ed inoltre scegliendo il rapporto tra la componente di velocità verticale ed orizzontale si riesce a calcolare dove tale fenomeno finisce. Un esempio, con diametro iniziale del grano combustibile di 50 mm , è riportato in Fig. 4.2 (in questo caso si è messo un angolo di uscita di 11° ed un valore di $v_y/v_x = 10\%$). Al contrario l'iniettore radiale fa sì che il flusso

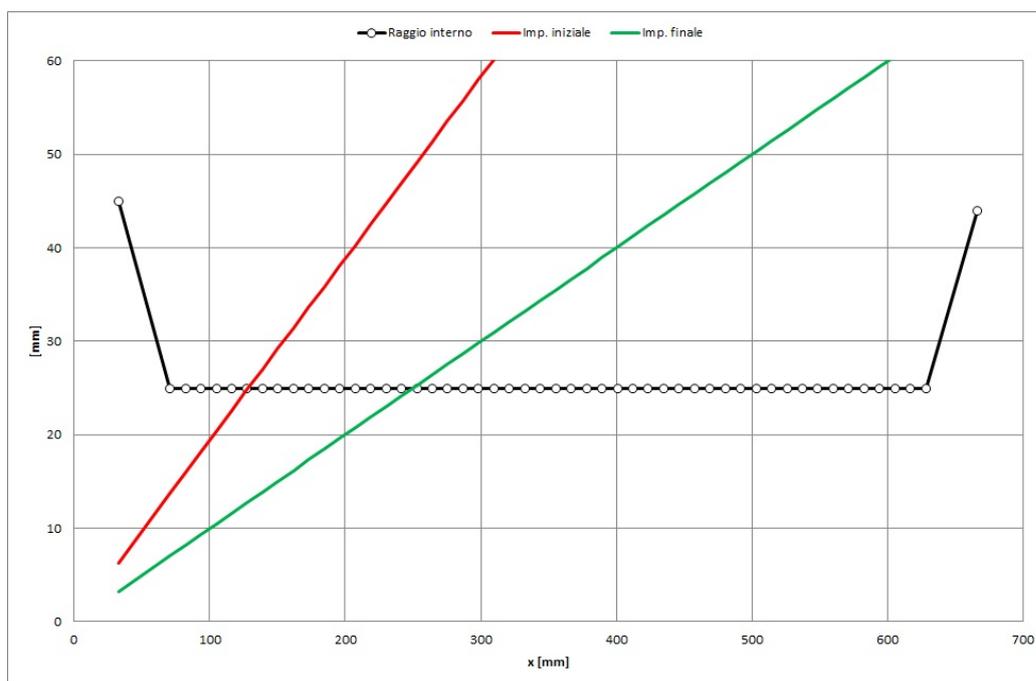


Figura 4.2: Nodi effetti da impingement funzione di θ

entri in pre-camera di combustione in un regime di moto quasi laminare, ed essendo l'angolo di uscita perpendicolare all'asse del motore (Fig. 4.1), non è presente il fenomeno dell'impingement. A sua volta però, a causa del basso livello di turbolenza in ingresso della camera, lo scambio termico è più basso e di conseguenza la sua velocità di combustione. In alcuni recenti lavori (Cf. [8]) si è inoltre visto come l'iniettore assiale prevenga il fenomeno di oscillazioni di pressione in camera di combustione, fenomeno abbastanza tipico nei motori ibridi. Il tipo di accenditore invece influenza sostanzialmente la velocità di propagazione della fiamma lungo il canale (molto più veloce con la polvere pirica) e la portata di accenditore stesso che entra in camera di

combustione (si ipotizza che il flusso prodotto dall'accenditore entri con una temperatura di 3000 K).

4.2 Taratura e verifica del modello numerico

In questa sezione vengono riportati i confronti dei test sperimentali con i vari output del modello numerico implementato. In particolare il codice numerico verrà tarato (attraverso opportuni coefficienti) per far sì che l'andamento della pressione, trovata numericamente, segua in modo abbastanza preciso l'andamento della pressione sperimentale. Inoltre verranno anche confrontate le varie velocità di combustioni medie. La velocità di combustione media viene trovata nel seguente modo:

1. Si trova il raggio finale del canale punto per punto:

$$R_{f,i} = \sqrt{\frac{A_{p,i}}{\pi}}$$

2. Si trova un raggio finale medio del canale:

$$\bar{R}_f = \frac{\sum_{i=1}^N R_{f,i}}{N}$$

3. Si calcola la velocità di combustione media

$$\bar{R} = \frac{\bar{R}_f - R_{ini}}{\Delta t}$$

4.2.1 Test N° 10

Questo test é stato effettuato utilizzando una portata di ossidante abbastanza bassa ($\dot{m}_{ox} \approx 0.07\text{ kg/s}$) ed un tempo di combustione di $\approx 20\text{ s}$. Il fatto di avere poco ossidante che entra in camera di combustione porta il motore ad operare in condizioni tutt'altro che ottimali, in quanto il rapporto O/F sarà ben lontano dallo stechiometrico. In Fig. 4.3 é riportato l'andamento di tale valore in funzione del tempo; si può vedere come il motore lavora in condizio-

ne di carenza di ossigeno, tranne che nel transitorio di accensione. Essendo

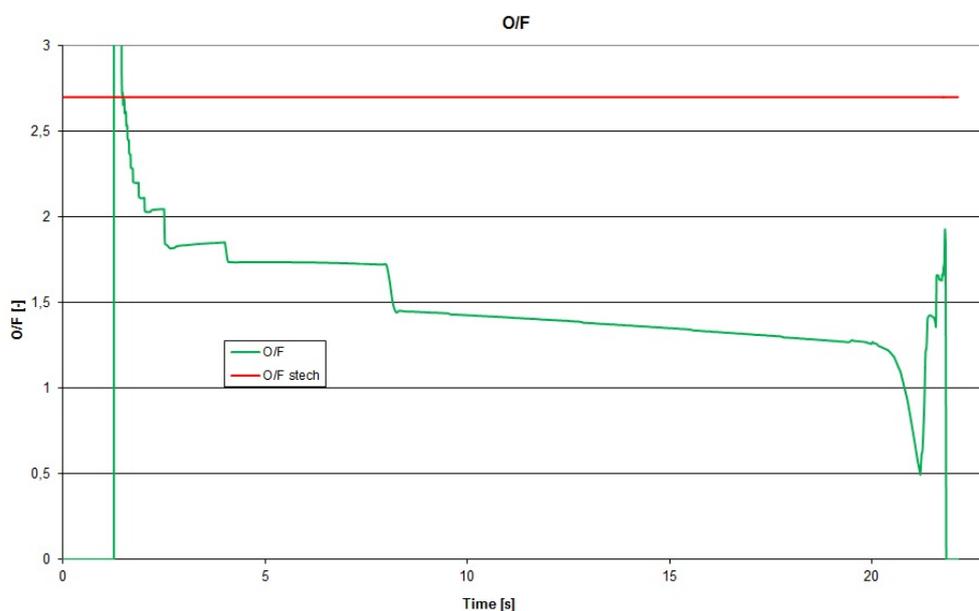


Figura 4.3: Andamento del rapporto O/F nel tempo

comunque la velocità di combustione in qualche modo legata alla portata di ossidante entrante in camera di combustione ($\dot{r} \propto G^n = \left(\frac{\dot{m}_f + \dot{m}_{ox}}{A_p}\right)^n$) ci si aspetta un valore di pressione, e quindi di spinta abbastanza basso. In Fig. 4.4 è riportato l'andamento della pressione trovato per via numerica, confrontata con l'andamento della pressione sperimentale. Si può vedere come effettivamente la curva numerica segua abbastanza bene la curva sperimentale, sia nella fase di accensione, a regime e sia nella fase di spegnimento. Il primo picco di pressione, è dovuto all'accenditore, che è stato modellato come un gas caldo entrante in camera di combustione. Quando l'HTPB raggiunge la temperatura necessaria per accendersi, viene a crearsi la fiamma e quindi la pressione inizia a salire. Nella fase di accensione, il parametro che permette di far sì che la curva numerica segua quella sperimentale, è la velocità di propagazione della fiamma sopra il grano combustibile (Fig. 4.5), che è caratteristica del singolo accenditore (vedremo in seguito essere molto simile anche nei test successivi). Subito dopo la fase di accensione (che dura

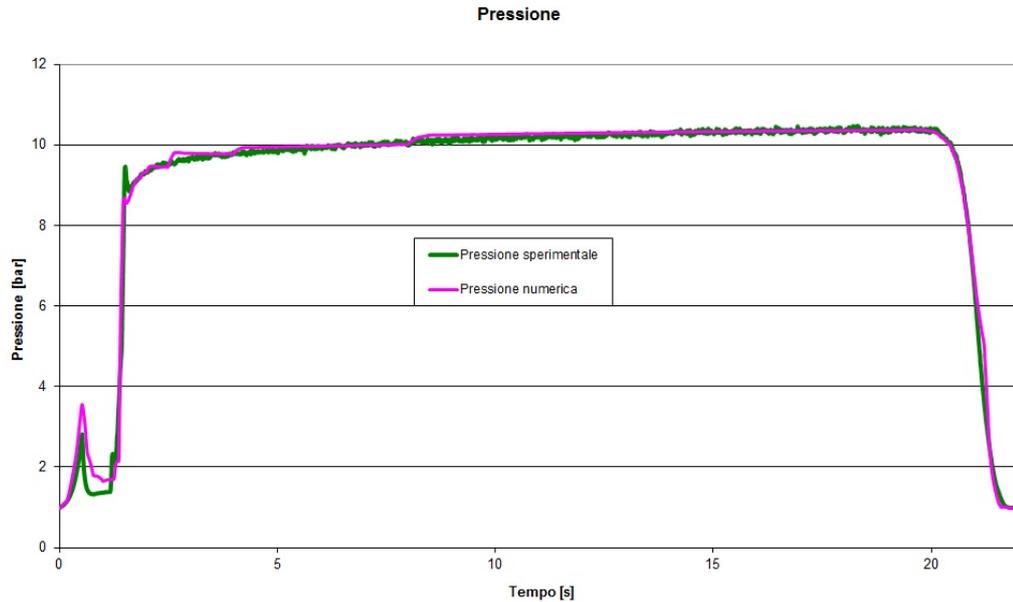


Figura 4.4: Andamento della pressione numerica e sperimentale nel tempo (test 10)

$\approx 0.3 s$), la pressione inizia a portarsi al suo valore di regime (essendo \dot{m}_{ox} costante dovrebbe essere costante), e anche in questa fase la velocità di propagazione della fiamma (che oltre dal tipo di accenditore è funzione anche della pressione, temperatura etc... in camera) gioca un ruolo importante. Il valore sperimentale della pressione però, si vede che raggiunge uno stato costante dopo circa 15 s. Per simulare ciò, inizialmente, si è resa la velocità di propagazione della fiamma molto lenta dopo circa 3 s, per far sì che gli ultimi nodi si accendano più lentamente e quindi permettano alla pressione di salire. Questo artificio però non trova una corrispondenza fisica, ma è una semplificazione di un fenomeno fisico più complesso. Infatti nella pre e post-camera, sono state applicate delle protezioni termiche con il compito di isolare la struttura esterna dalle alte temperature presenti in camera di combustione. All'inizio però esse si trovano alla temperatura ambiente ($\approx 300 K$), e quando vedono il flusso caldo, cominciano a riscaldarsi andando a sottrarre energia ad esso. Questo comporta una più lenta salita della pressione, che raggiunge un valore costante quando le protezioni termiche avranno raggiunto un loro

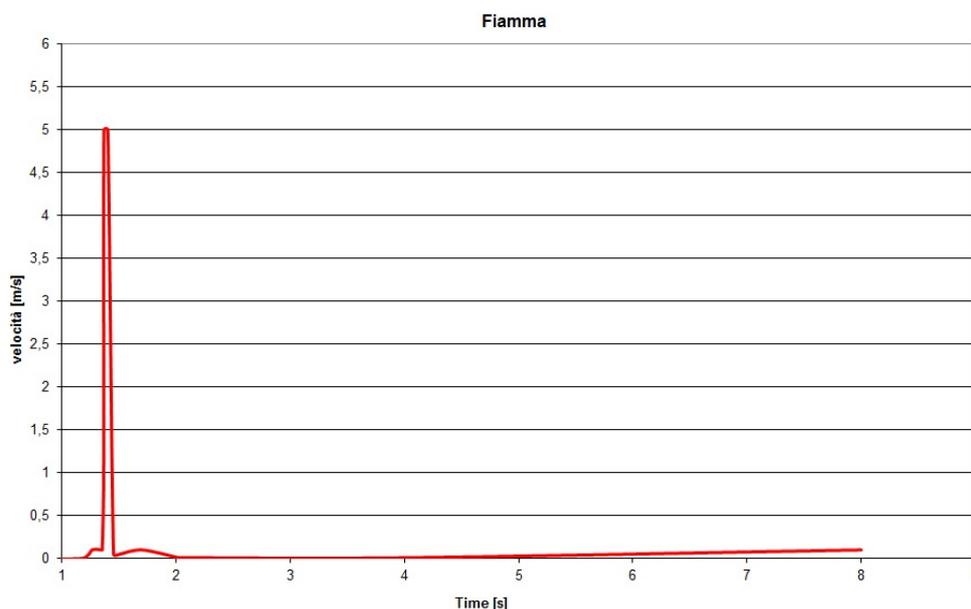


Figura 4.5: Velocità della fiamma funzione del tempo (test 10)

stato di equilibrio (Cf. pag. 67), il che potrebbe spiegare la discrepanza tra risultati sperimentali e numerici. I "gradini" più importanti che si vedono sulla curva numerica sono invece dovuti a problemi numerici veri e propri, che verranno risolti nella successiva versione del codice (essi dipendono dal calcolo della temperatura uscente dai singoli nodi Cf. [27]). Essendo il codice $0D$ non stazionario accoppiato ad uno $1D$ quasi stazionario, si ha la possibilità di vedere l'evoluzione di tutti i parametri sia nel tempo sia lungo l'asse del motore. Uno di questi è l'andamento della velocità di combustione (Fig. 4.6). In questo modo è possibile vedere tutto il transitorio di accensione, fino alla successiva fase stazionaria. In questa fase è interessante notare il ruolo fondamentale dell'ossidante in camera di combustione. Infatti nelle ultime 2 curve, a 8.5 s e 16 s, abbiamo una zona dove la velocità di combustione è più alta rispetto al resto del motore. Qui infatti abbiamo ossigeno a sufficienza per sviluppare la reazione chimica tra $GOX - HTPB$. Questo però ad un certo punto si esaurisce e l'unico contributo alla velocità di combustione sarà il fenomeno dell'*entrainment* associato ad una combustione erosiva dovuta

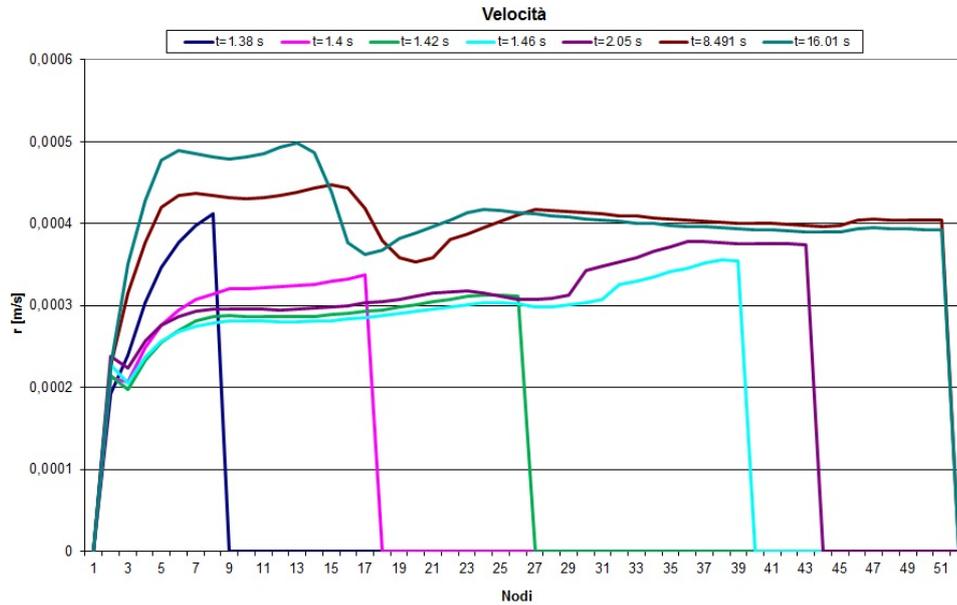


Figura 4.6: Velocità di combustione funzione dello spazio e del tempo (test 10)

al passaggio di gas caldi sopra la superficie. Questa mancanza di ossigeno si può notare anche dalla Fig. 4.7, infatti nei primi secondi dopo l'accensione, il valore di O/F è abbastanza alto e vicino al valore stechiometrico, il che porta ad avere una temperatura di fiamma, e quindi una temperatura uscente dal nodo abbastanza alta. Al diminuire del valore di O/F scende anche la temperatura della fiamma (quest'ultima è output del codice CEA[®], funzione della pressione e O/F), fintanto che il sistema non si porta ad una temperatura di regime più bassa di quella che si osserva nel transitorio iniziale. Grazie al fatto che è possibile calcolare tutte le grandezze punto per punto internamente alla camera di combustione, si può predire quale sarà la geometria finale del grano combustibile (Fig. 4.8). A causa della carenza di ossigeno è possibile vedere come la parte iniziale risulti più consumata rispetto al resto, mentre gli ultimi nodi vedono un basso consumo a causa della bassa velocità di propagazione della fiamma.

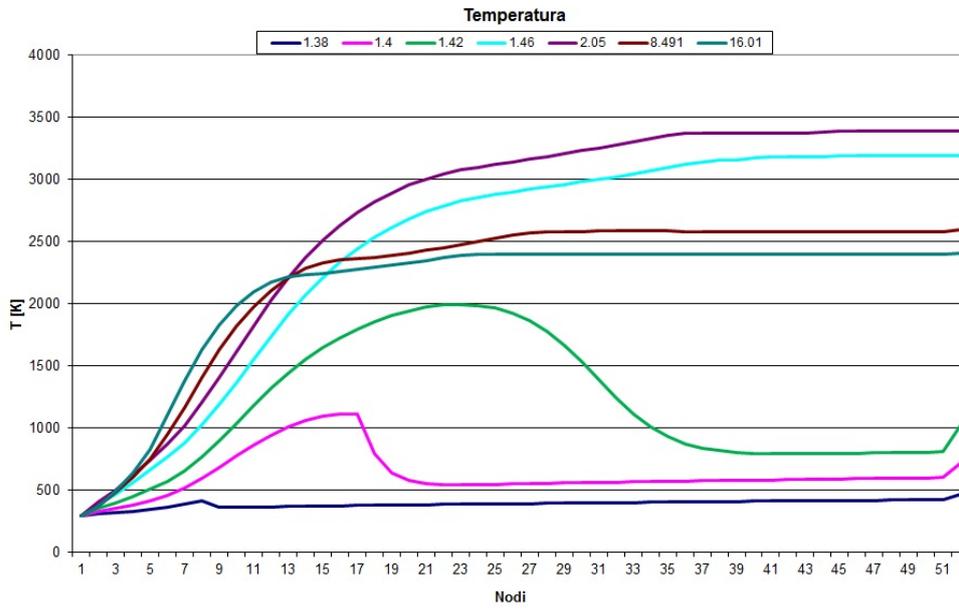


Figura 4.7: Temperatura funzione dello spazio e del tempo (test 10)

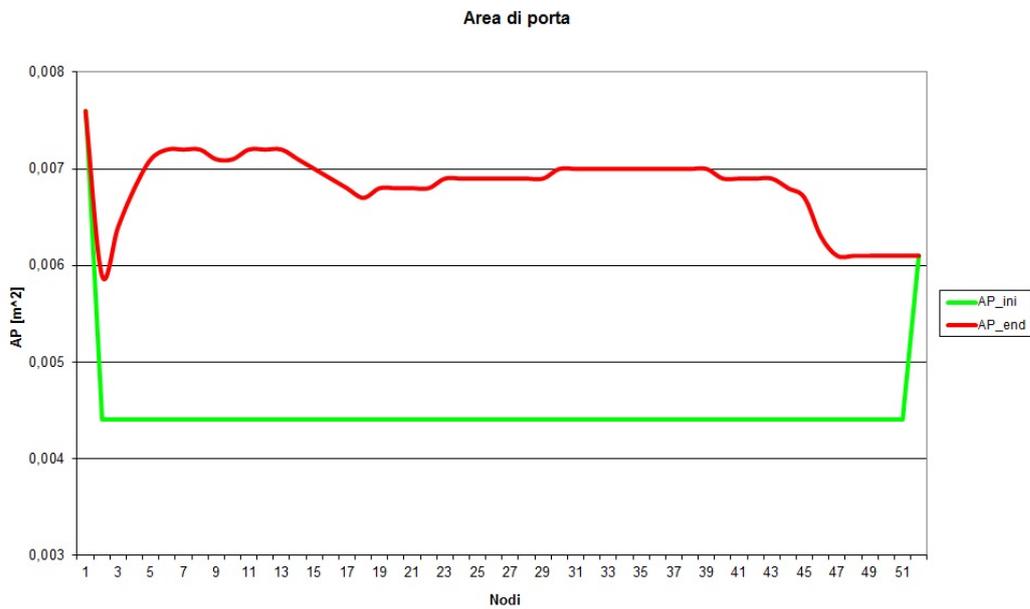


Figura 4.8: Area di porta prima e post tiro (test 10)

4.2.2 Test N° 11

In questa sezione vengono riportati i risultati per quanto riguarda il test N° 11. A differenza del test 10, in questo test però, abbiamo una $\dot{m}_{ox} \approx 0.19 \text{ kg/s}$ ed un tempo di combustione di $\approx 11 \text{ s}$. Essendo la portata di ossidante molto più alta rispetto al test 10 (≈ 2.7 volte maggiore), ci si aspetta un livello di pressione decisamente più alto. Al contrario del test precedente, il motore lavorerà ad un valore molto prossimo a quello stechiometrico, come si vede dalla Fig. 4.9 Nella Fig. 4.10 è riportato l'andamento

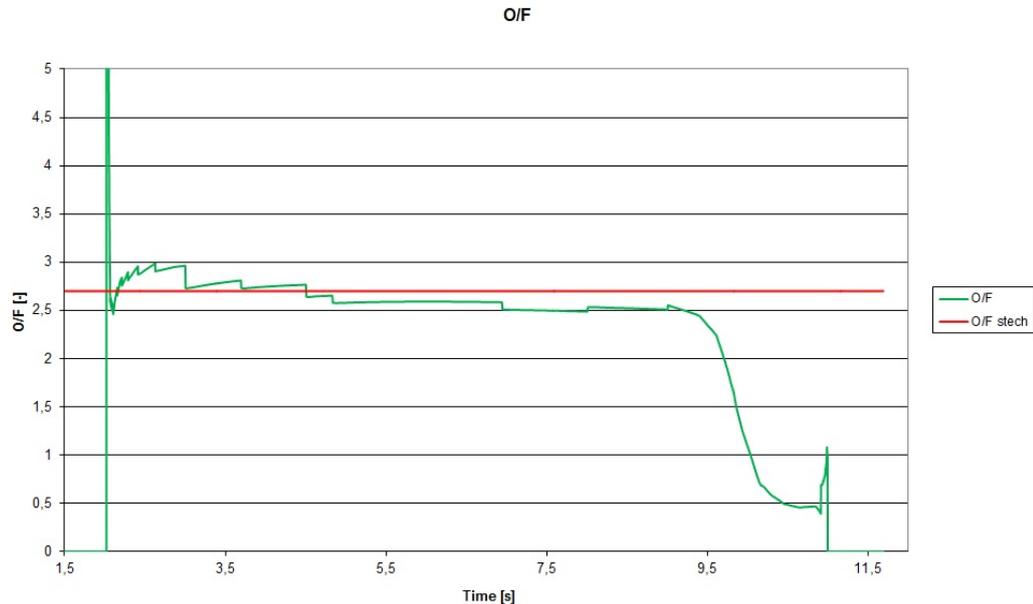


Figura 4.9: Rapporto O/F funzione del tempo (test 11)

della pressione in pre-camera. Si vede come il valore di pressione per questo test, a regime, sia di $\approx 24 \text{ bar}$, mentre per il test 10 esso vale $\approx 11 \text{ bar}$. Anche in questo caso la corrispondenza tra le curve sperimentali e quelle numeriche è abbastanza buona, e, come nel test 10, è stato usato l'artificio di avere una velocità di fiamma più lenta in modo tale da seguire la curva numerica nelle fasi successive al transitorio di accensione. Questo artificio verrà eliminato nella versione finale del codice. Sempre come nel test precedente, il gradino che si incontra a 3 s è dovuto al cambiamento del passo di integrazione. Co-

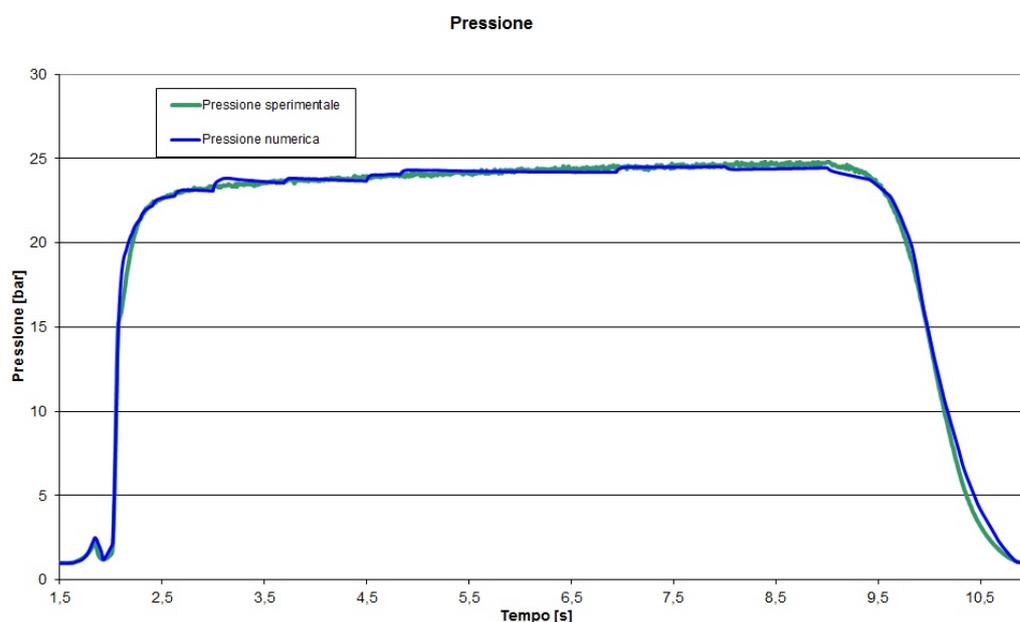


Figura 4.10: Pressione funzione del tempo (test 11)

me detto in precedenza, questo tiro porta il motore a lavorare ad un valore di O/F molto vicino a quello stechiometrico, e questo vuol dire che anche nella parte terminale del motore c'è ossigeno sufficiente per sviluppare la reazione chimica tra GOX e $HTPB$. Rispetto all'andamento della velocità di combustione di Fig. 4.6, nel test 11 (Fig. 4.11), si ha un andamento crescente di tale parametro (presenza della combustione erosiva ed entrainment). Il fatto di avere un andamento di questo tipo, porta ad avere una geometria finale del grano molto più costante (Fig. 4.12), tranne nella zona terminale dove il grano risulta meno consumato a causa della bassa velocità di fiamma nelle fasi successive all'accensione. Un secondo effetto di questa distribuzione di velocità di combustione, è il profilo termico interno al motore. Infatti, avendo una velocità di combustione che aumenta lungo l'asse del motore, si avrà una continua iniezione di massa di $HTPB$, alla temperatura di fiamma, nel flusso. Questo provoca un continuo aumento di temperatura (Fig. 4.13), ed inoltre, essendo il rapporto O/F prossimo a quello stechiometrico, si avranno i massimi valori per la temperatura di fiamma. Come detto in precedenza, un

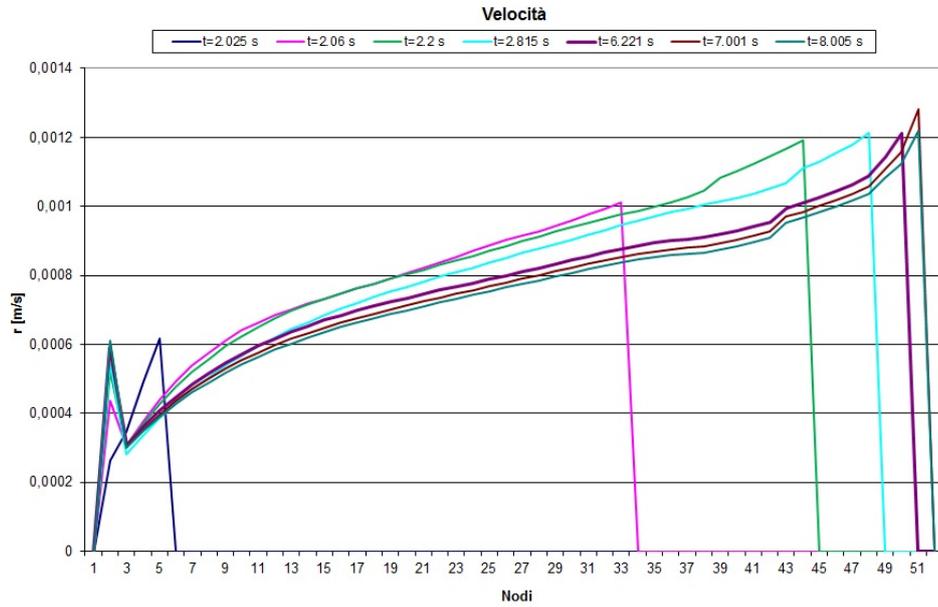


Figura 4.11: Velocità di combustione funzione del tempo e dello spazio (test 11)

parametro importante, specie negli istanti iniziali é la velocità di propagazione della fiamma, questa, per il test 11, é riportata in Fig. 4.14.

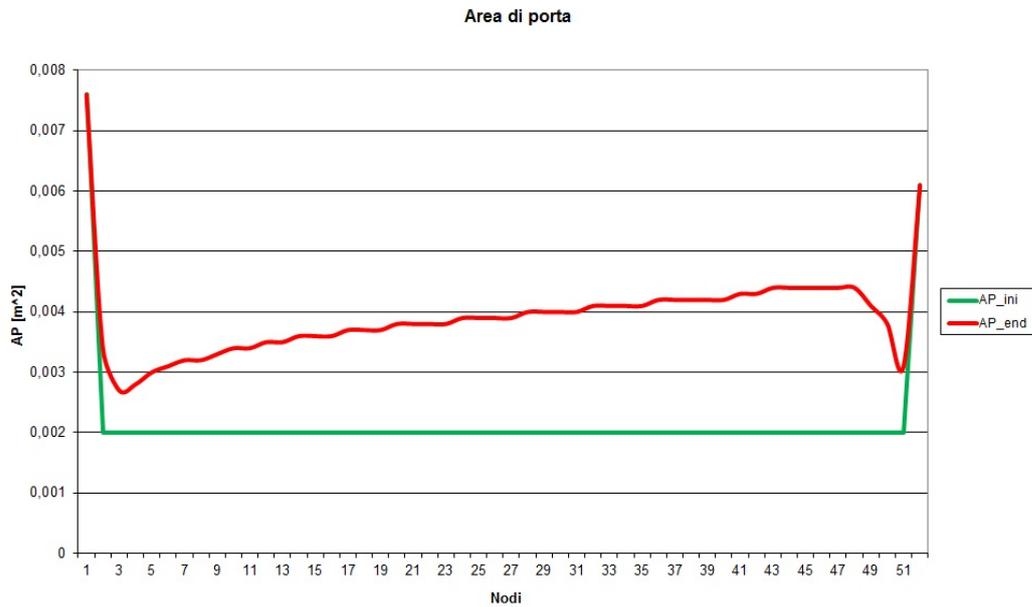


Figura 4.12: Area di porta prima e post tiro (test 11)

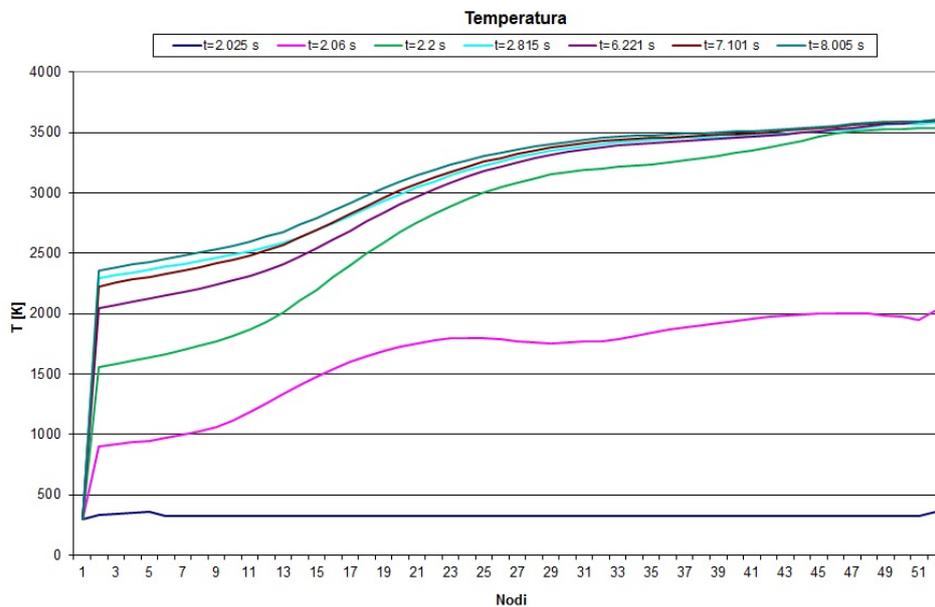


Figura 4.13: Temperatura del flusso funzione del tempo e dello spazio (test 11)

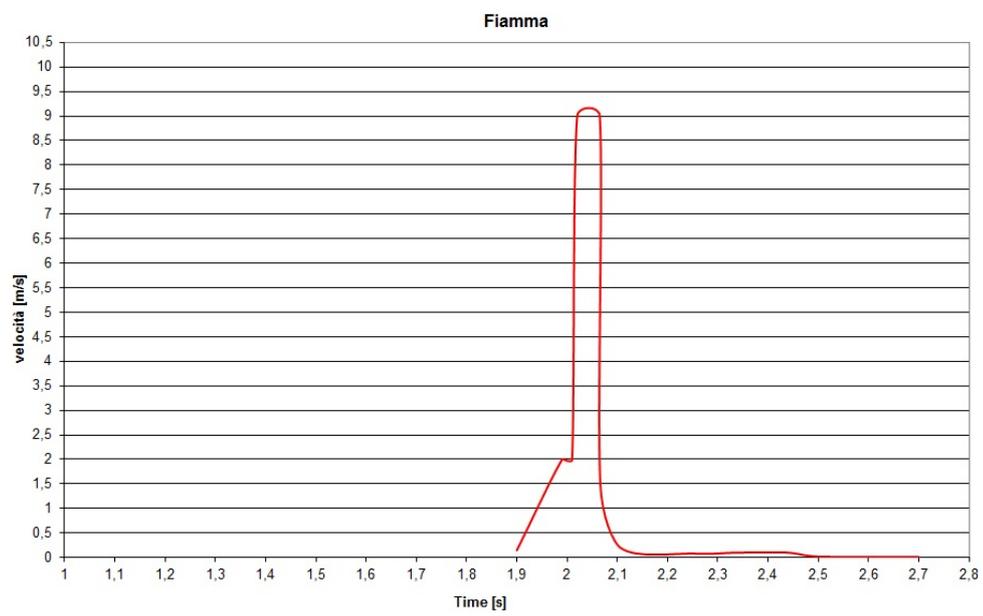


Figura 4.14: Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (test 11)

4.2.3 Test N° 2

In questa sezione, vengono riportati i risultati del test N° 2, che come vedremo, presenta caratteristiche molto diverse dai primi due sopra presentati. Questo é caratterizzato dall'aver un flusso di massa molto elevato, un tempo di esposizione abbastanza breve, ed una velocità di propagazione di fiamma molto piú alta (Fig. 4.16). Un'altra differenza stá nel valore di ossidante che entra in camera di combustione. Questo é stato posto ad un valore intermedio tra i precedenti test, ed é tale che $\dot{m}_{ox} \approx 0.13 \text{ kg/s}$, ciò porta il motore ad operare in condizioni non lontane da quelle stechiometriche (Fig. 4.15). Anche la geometria interna é molto diversa, infatti il diametro di porta iniziale é $\approx 2.5 \text{ cm}$. Inizialmente questo sembrava poter essere modellato in modo

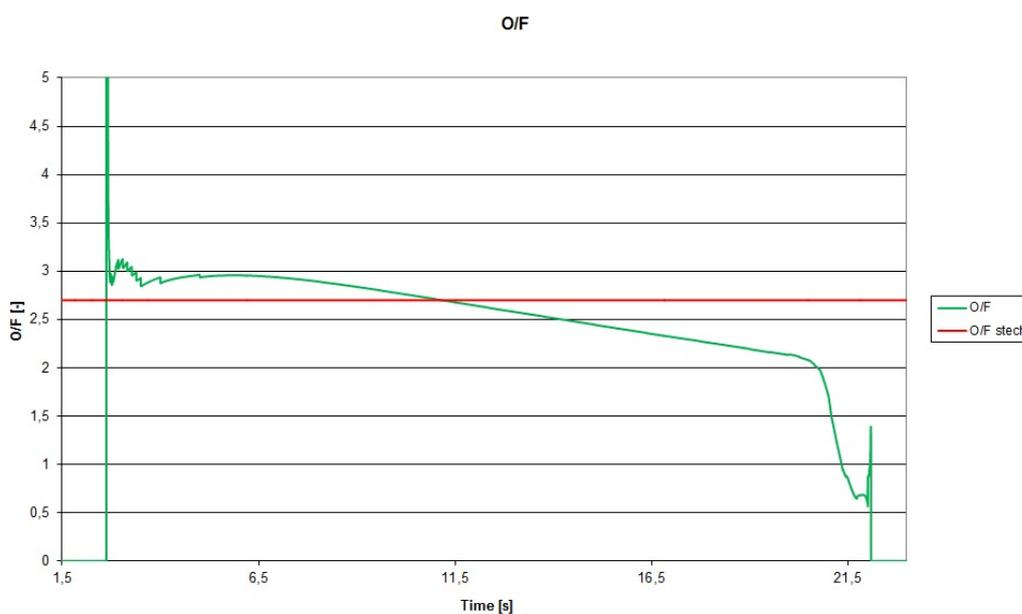


Figura 4.15: Rapporto O/F funzione del tempo (test 2)

molto analogo ai precedenti, invece il miglior risultato che é stato possibile ottenere é riportato in Fig. 4.17. Si puó subito notare un plateau di pressione che segue la fase di accensione. Subito si é pensato che esso potesse essere dovuto ad un brusco crollo nella portata di ossidante, in realtà, come si vede da Fig. 4.18 questo non avviene. In seguito a varie discussioni, anche con

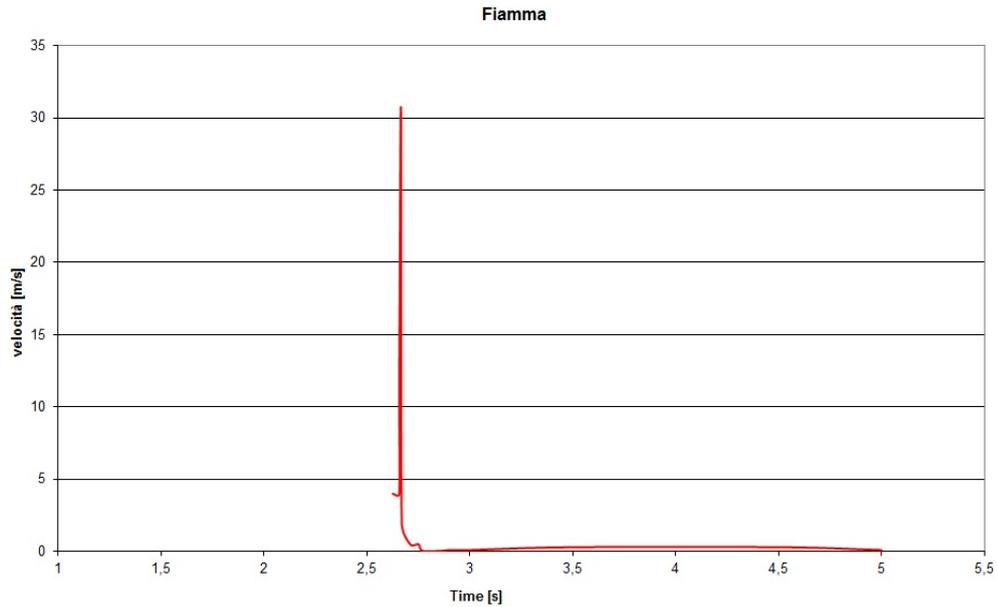


Figura 4.16: Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (test 2)

i maggiori esperti del settore come A. K. Karebeyoglu etc..., si é giunti alla spiegazione riportata di seguito. In particolare ci si é ricordati dell'anomalo comportamento dell'accenditore. Questo infatti sembra aver avuto un comportamento molto violento, in termini di portate e tempistiche (Fig. 4.18 e Tab. 4.1) e spesso imprevedibile, che applicata ad una geometria interna cosí piccola, potrebbe aver deformato, in modo non prevedibile il grano, creando una repentina variazione di sezione con conseguente diminuzione del flusso di massa ($G \propto \frac{1}{A_p}$). Ad oggi però il codice non é in grado di simulare tali effetti, per cui nella parte iniziale bisogna necessariamente accettare questa differenza (che comunque non supera mai $1.5 \text{ bar} \Rightarrow \text{errore} \approx 10\%$). In seguito però si vede come la curva numerica riesca a seguire in modo abbastanza buono la curva sperimentale, ed il codice restituisce una geometria finale del grano simile ai precedenti come riportato in Fig. 4.19, vedi anche Fig. 4.12, dato che il motore non lavora quasi mai in carenza di ossidante. Riportiamo inoltre gli andamenti della velocità di combustione (Fig. 4.20) e della temperatura (Fig. 4.21). Essi come si può vedere, hanno un andamento

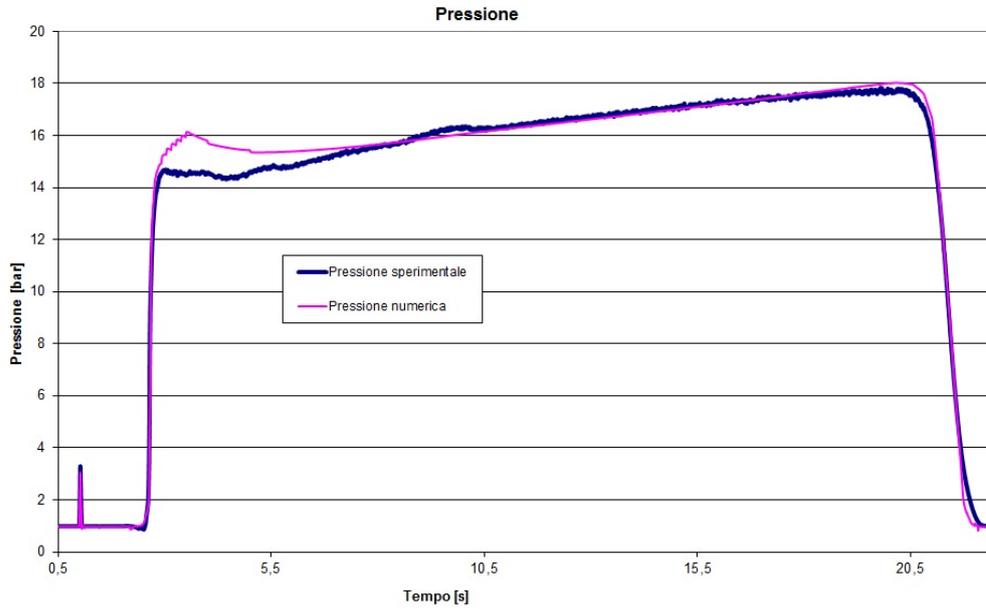


Figura 4.17: Pressione del tempo (test 2)

Test	Δt [s]	$\dot{m}_{acce} _{max}$ [kg/s]
2	0.07	0.1
10	0.39	0.019
11	0.37	0.015

Tabella 4.1: Tempistiche e portate degli accenditori

del tutto simile (almeno qualitativamente) ai test descritti in precedenza. In definitiva, su questo test, non si possono fare molte considerazioni, almeno nella parte del transitorio iniziale, sulla bontà del codice, qualità che invece viene evidenziata nella seconda parte della simulazione (dopo ≈ 6 s).

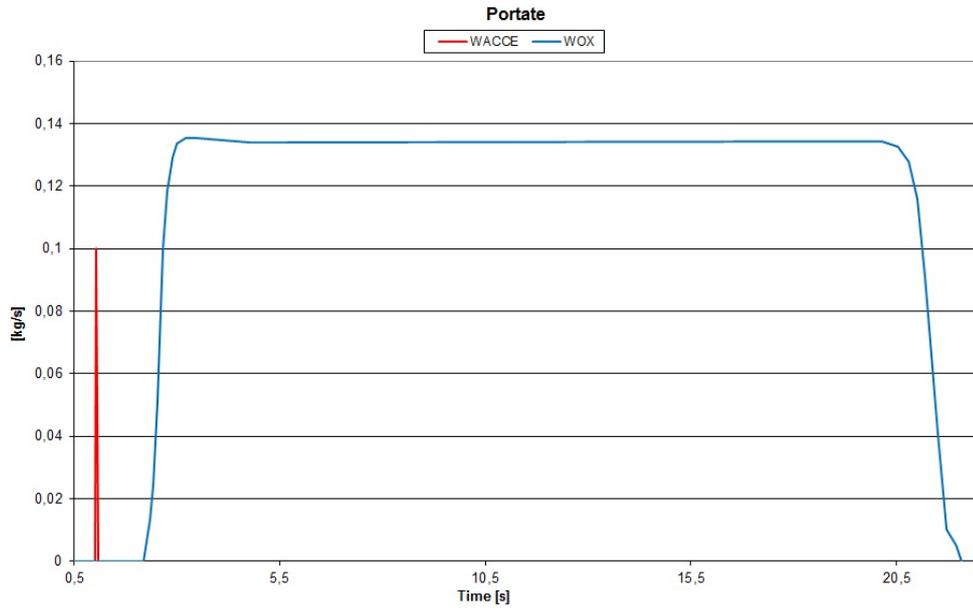


Figura 4.18: Andamento delle portate di ossidante e accenditore nel tempo (test 2)

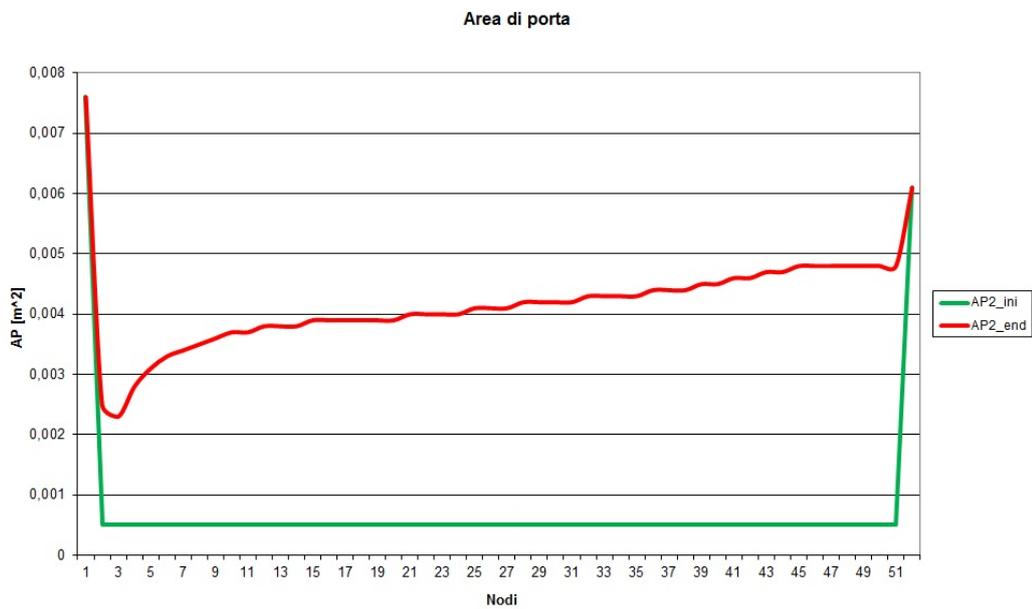


Figura 4.19: Area di porta prima e post tiro (test 2)

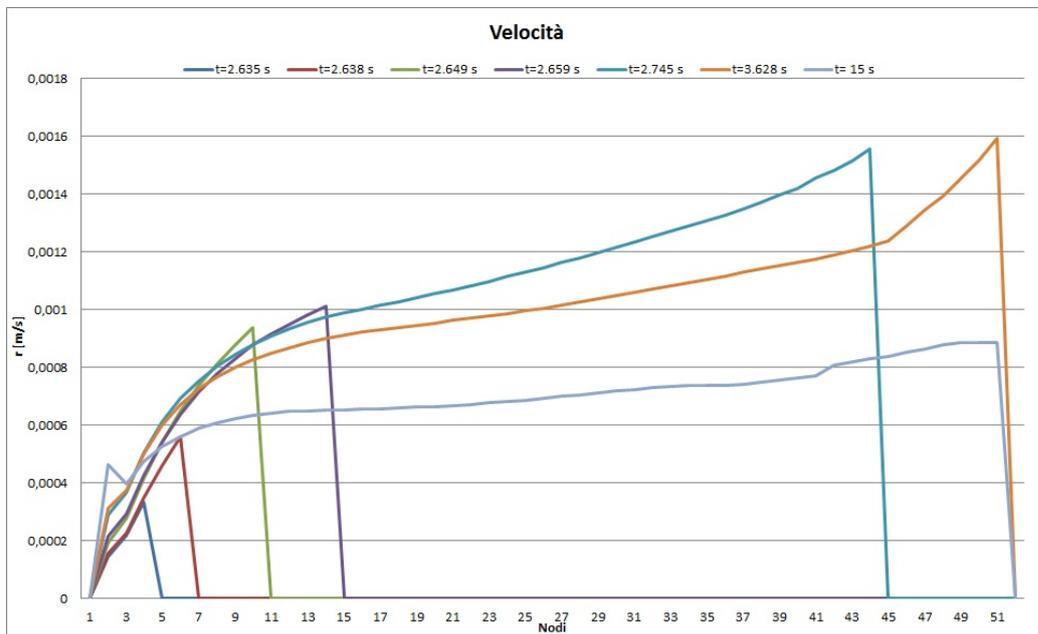


Figura 4.20: Velocità di combustione funzione del tempo e dello spazio (test 2)

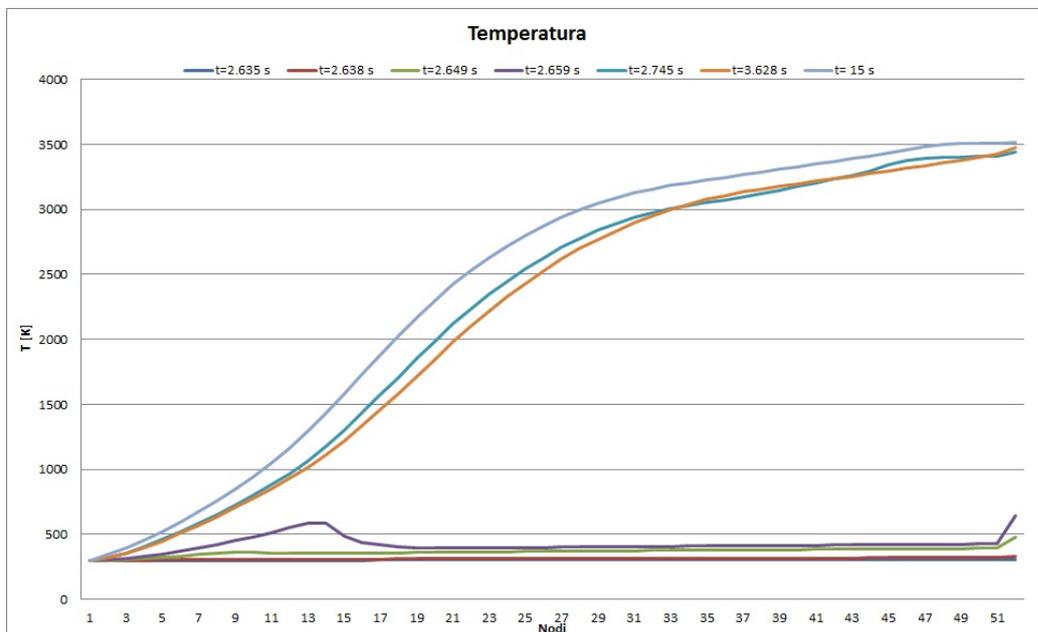


Figura 4.21: Temperatura del flusso funzione del tempo e dello spazio (test 2)

4.3 Conclusioni

A seguito del confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali, si é visto che il codice, nei casi presi in esame, riesce a predire in modo abbastanza accurato il comportamento del motore. Come detto in precedenza, oltre al valore della pressione, per la taratura del modello, viene calcolato anche l'integrale della pressione. I risultati sono riportati in Tab 4.2 e si può vedere che la differenza tra il valore di velocità di combustione calcolato sperimentalmente e quello calcolato per via numerica é compreso tra il 10% e 20%. Questo sicuramente deriva dal fatto che nelle simulazioni numeriche l'efficienza di combustione risulta piú alta rispetto a quella che si trova sperimentalmente, e ciò porta a sottostimare la velocità di combustione. Il fatto di utilizzare i valori di η_{c^*} riportati in Tab. 4.2, é dovuto al fatto che in questa prima versione del codice, l'attenzione era focalizzata sull'andamento nel tempo della pressione. A dimostrazione di ciò si vede che gli errori sull'integrale della pressione (e di conseguenza della spinta), sono molto contenuti, con scarti massimi dell'1.05 %, valore che sicuramente é influenzato anche da errori numerici interni al codice stesso. Come detto in precedenza, non si

	Test		
	2	10	11
RR Napoli [mm/s]	0.931	0.417	0.954
RR [mm/s]	0.7718	0.37	0.801
η_{c^*} sperimentale [-]	0.894	0.965	0.917
η_{c^*} numerica [-]	0.99	0.99	0.99
η_{c_f} [-]	1.025	1.02	1.02
coeff comb [-]	17	4.5	18
errore RR [%]	-20.6271	-12.7027	-19.1
errore integrale pressione [%]	-0.2	-0.93	-0.96
errore integrale spinta [%]	0.26	-0.22	-1.01

Tabella 4.2: Confronto di alcuni valori tra i risultati sperimentali e numerici

é ancora completamente soddisfatti del risultato ottenuto, specie nella fase

tra i primi istanti dopo l'accensione e la successiva fase di regime (probabile contributo delle protezioni termiche), ed inoltre non si é tenuto conto dell'effetto di impingement dell'iniettore. Questi due effetti verranno inseriti nel modello successivo, ed i risultati numerici verranno nuovamente confrontati con i risultati sperimentali.

Capitolo 5

Protezioni termiche

5.1 Introduzione sulle protezioni termiche

Come detto nei capitoli precedenti, il calcolo del calore perso in camera di combustione gioca un ruolo fondamentale nel determinare le prestazioni di un motore, che sia esso solido o ibrido. In questi tipi di motori infatti, dove contrariamente ai liquidi non é possibile effettuare un *regenerative cooling*, per proteggere l'involucro esterno, viene applicata la cosí detta protezione termica. Questo materiale, generalmente una gomma, ha il compito di assorbire calore, e quindi, come detto di andare a proteggere alcune componenti del motore stesso. Se si pensa ad un motore ibrido infatti, nella pre-camera la temperatura del flusso é ancora abbastanza bassa, in quanto non essendoci combustibile, essa é la stessa con la quale entra l'ossidante in camera di combustione, dell'ordine dei $300K$. In post-camera al contrario, la temperatura é decisamente piú alta, circa $3000K$, per cui in questa zona ci sará sicuramente un forte scambio di calore tra protezione termica e flusso. Assorbendo calore però, essa sottrae energia al fluido internamente alla camera di combustione stessa, con conseguente diminuzione della pressione interna. Sotto l'azione del calore, anche di forte intensitá generato dalla combustione del propellente, il materiale inerte si consuma con una propria legge generando gas e parti solide che vanno a mescolarsi con il flusso principale modificandone essenzialmente la temperatura e il bilancio di massa e quindi la pressione di

equilibrio di funzionamento. L'andamento della curva di pressione prima del completo spegnimento del motore (o burn-out) é sicuramente legato al consumo di protezione termica generato sia per gli effetti di pirolisi della gomma sia per l'erosione della stessa a causa dei forti flussi che vi agiscono. Se poi si considera che durante questa fase la superficie inerte scoperta diventa considerevole si intuisce l'importanza del problema. A causa della sua importanza é quindi necessario scrivere un codice di calcolo, veloce e abbastanza preciso, che permetta di calcolare quanto calore viene ceduto alle protezioni termiche e quanta massa entra in camera di combustione, quindi in definitiva, bisogna calcolarne la sua velocità di ablazione. Per poter calcolare la velocità di ablazione di una protezione termica, é fondamentale conoscere come l'onda termica, e quindi il profilo di temperatura, vari all'interno della stessa. Ad oggi però non é possibile trovare per via analitica una soluzione a tale problema, per cui si é dovuto necessariamente ricorrere a tecniche numeriche. Per risolvere tale problema é stata fatta un ipotesi fondamentale, cioè che il flusso termico interno al solido sia monodimensionale. Quando si parla di soluzioni numeriche, la discretizzazione della geometria gioca un ruolo fondamentale sulla soluzione di tale problema, per cui, prima di illustrare le equazioni che sono state implementate nel codice, é necessario introdurre il concetto di meshatura di una superficie e di mesh.

5.2 Mesh della geometria

Quando si effettua un qualunque tipo di simulazione numerica, che sia essa fluidodinamica o termodinamica, la discretizzazione del dominio di calcolo in nodi é fondamentale. Quest'operazione é la cosí detta meshatura della geometria, e il risultato finale é la mesh. Ció é necessario in quanto le equazioni che descrivono il fenomeno fisico, e la geometria del problema sono continue, ma in questo modo le equazioni non possono essere risolte numericamente. Grazie al processo di meshatura, la geometria iniziale viene divisa in nodi Fig 5.1. Essi sono porzioni di geometria all'interno del quale si assu-

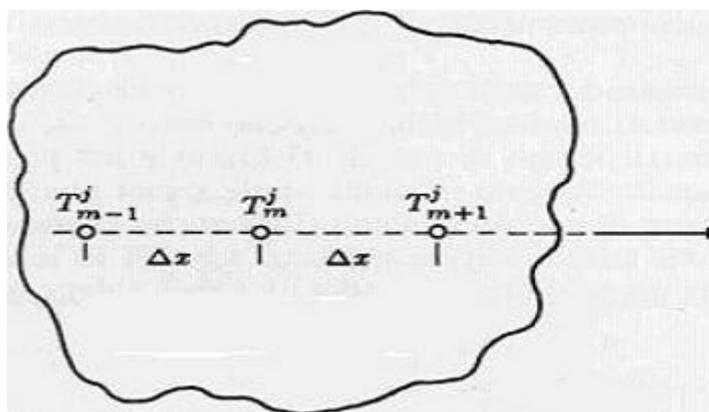


Figura 5.1: Discretizzazione della protezione termica in nodi

me che tutte le proprietà fisiche, termodinamiche etc. . . siano omogenee. Da quanto appena detto si può subito capire che tanto più la mesh é fine (nodi piccoli), tanto più le celle adiacenti sono di dimensioni simili, tanto meglio la risoluzione delle equazioni rappresenterá il fenomeno fisico. Questo però, vedremo in seguito, comporta un notevole aumento di costo computazionale del codice che deve risolvere le equazioni, per cui in generale, si cerca sempre il miglior compromesso tra efficienza della mesh e tempo di calcolo. Nel nostro caso particolare, lo scopo é di trovare il profilo termico (e quindi la variazione di densità, conducibilità etc. . .) all'interno di una porzione di protezione termica, esposta ad un flusso di gas di combustione avente una certa temperatura e velocità. La parte di protezione termica può essere schematiz-

zata come una linea di lunghezza pari allo spessore della protezione termica, che successivamente verrà suddivisa in nodi. Da analisi sperimentali si vede che lo spessore realmente interessato dall'onda termica é di $\approx 4mm$, per cui si é deciso di prendere come dominio di calcolo una protezione termica di $\approx 16mm$. Questo dominio di calcolo apparentemente molto grande ha però dei vantaggi:

1. Effettuare simulazioni con tempi di esposizione molto lunghi (oltre i 100 s)
2. Avere, nella parte terminale della geometria dei nodi di dimensioni abbastanza grandi (in seguito ne vedremo il vantaggio)

In generale esistono infiniti modi per discretizzare una geometria, ma in realtà solo pochi si adattano bene allo specifico problema. Nel nostro caso in particolare ci aspettiamo forti gradienti di un pó tutte le variabili in gioco nei primi millimetri di protezione termica (come detto prima solo $\approx 4mm$ sono veramente interessati dal riscaldamento), per cui é facile intuire che un requisito fondamentale é avere dei nodi abbastanza piccoli in quella zona in modo da rappresentare al meglio il fenomeno. I possibili modi presi in esame, per discretizzare la nostra geometria sono:

1. Legge di tipo iperbolico: $d(N) = \frac{A}{N_{tot}+N-1} D_{tot}$
2. Legge di tipo logaritmico: $d(N) = \left(\frac{\ln N}{A} + \frac{1}{10N_{tot}} \right) D_{tot}$
3. Legge di tipo lineare: $d(N) = \frac{N}{AN_{tot}} D_{tot}$
4. Legge di tipo parabolico: $d(N) = \frac{1}{N_{tot}D_{tot}} \left(\frac{N}{A} \right)^2$
5. Legge di tipo esponenziale: $d(N) = Ae^{-N/N_{tot}} D_{tot}$
6. Legge di tipo costante: $d(N) = \frac{D_{tot}}{N_{tot}}$

Dove A é un coefficiente che varia da caso in caso, N_{tot} é il numero di nodi in cui si é discretizzata la geometria e D_{tot} é lo spessore totale della protezione

termica. Il coefficiente A viene trovato imponendo che

$$\sum_{i=1}^{N_{tot}} d(N) = D_{tot} \quad (5.1)$$

Le equazioni sopra scritte portano al risultato di Fig 5.2, mentre le mesh sono rappresentate in Fig 5.3

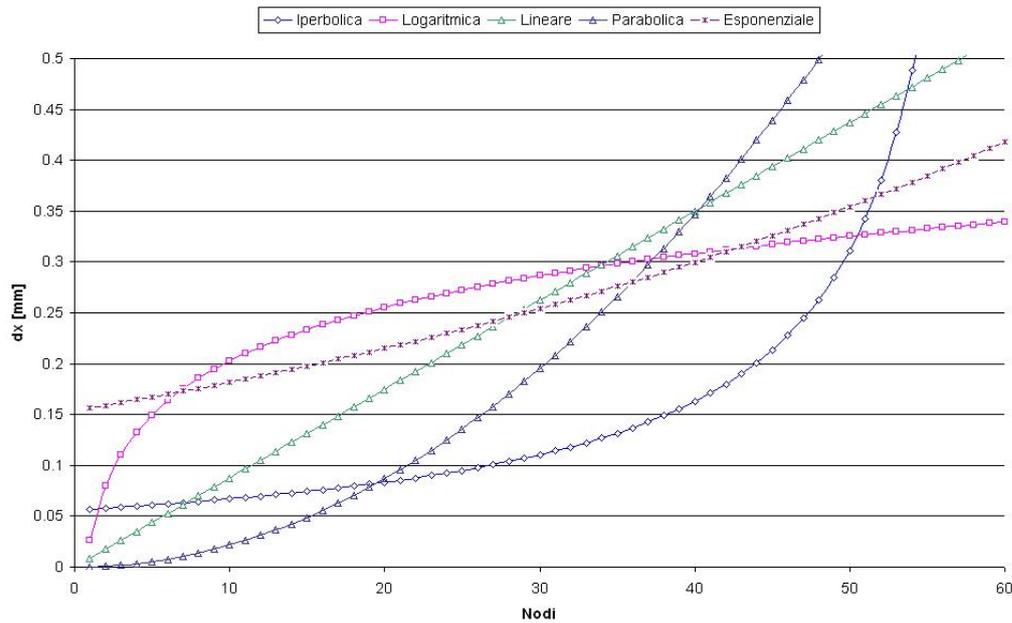


Figura 5.2: Lunghezza dei nodi per i diversi tipi di mesh

Come detto in precedenza una buona mesh deve essere tale da permettere di avere una buona corrispondenza tra la soluzione numerica e la realtà del fenomeno, senza appesantire eccessivamente il calcolo. A seguito di varie prove si é deciso di suddividere la geometria in 150 nodi, e i risultati sono mostrati nelle figure precedenti (Fig 5.2 e Fig 5.3). Subito si può vedere come la legge iperbolica presenta gli ultimi nodi molto più grandi rispetto agli altri, e apparentemente ciò va in contraddizione con quanto detto precedentemente sulla qualità della mesh. In realtà a causa del dominio di calcolo sufficientemente grande, in quella zona tutti i parametri sono abbastanza costanti, per cui avere nodi di calcolo un pó più grandi non rappresenta un problema. Al

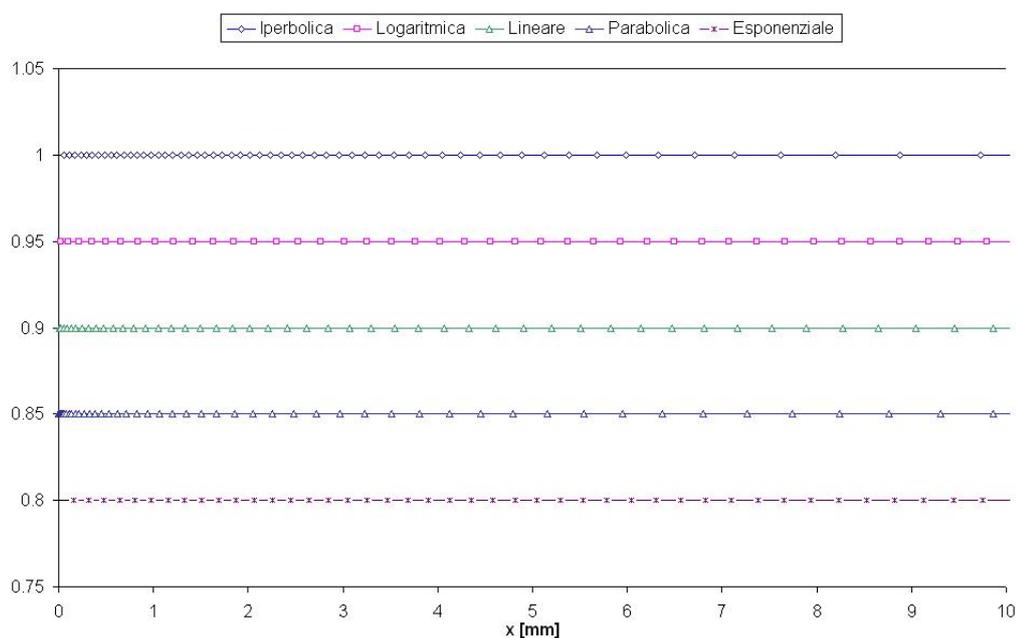


Figura 5.3: Diversi tipi di mesh

contrario se si osserva la legge logaritmica si vede come la lunghezza dei nodi cresca molto velocemente all'inizio, cosa che nel nostro caso, a causa della fenomenologia del problema, deve essere evitata. Anche la legge di variazione lineare presenta problemi molto simili a quella logaritmica. Per quanto riguarda la legge esponenziale, si può vedere come i nodi effettivamente non aumentino molto la loro lunghezza, ma ciò comporta una lunghezza eccessiva dei primi nodi. Le più plausibili, a questo punto sono la legge di distribuzione iperbolica o parabolica. Se si osserva quest'ultima con un po' di attenzione, si noterà come all'incirca dopo il 20-esimo nodo, la dimensioni degli stessi comincia ad aumentare molto velocemente, e purtroppo, con questa distribuzione, siamo molto prossimi ai 4mm , per cui a ridosso della zona interessata da forti variazioni. A causa di ciò anche questa viene scartata. La scelta finale ricade quindi sulla legge di distribuzione iperbolica, questa presenta infatti numerosi vantaggi:

1. I primi nodi risultano abbastanza piccoli e di lunghezza costante ;

2. Aumento abbastanza regolare fino a $\approx 10mm$;
3. Ultimi nodi abbastanza grandi.

Dopo alcuni semplici test, si é potuto effettivamente vedere come questa legge di distribuzione dei nodi permetta di avere una buona risoluzione delle equazioni, senza avere bisogno di un numero eccessivo di nodi (in modo da risparmiare tempo di calcolo). In definitiva, la legge risultante é la seguente:

$$d(N) = \frac{0.1789}{151 - N} 0.016 \quad (5.2)$$

5.3 Modelli per le protezioni termiche

5.3.1 Modello semplificato

L'idea piú semplice per trovare l'andamento della temperatura internamente ad un solido é quella di risolvere l'equazione di Fourier del calore, con le dovute condizioni al contorno, che per il nostro problema risultano essere di tipo:

- Convettivo-radiativo piú blowing sul primo nodo:

$$q_{conv} + q_{cond} + q_{ira} - q_{blow} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

- Adiabaticitá sull'ultimo:

$$-k \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_L = 0$$

E' inoltre utile introdurre alcuni parametri adimensionali che utilizzeremo in seguito per la risoluzione delle equazioni. Questi risultano essere:

1. Numero di Biot $Bi = \frac{h_{eq}\Delta x}{k_{PT}}$, che sostanzialmente é un rapporto tra la capacitá di scambiare calore per convezione rispetto a quella di condurre lo stesso internamente al solido;
2. Numero di Fourier $Fo = \frac{k_{PT}\Delta t}{\rho_{PT}c_{p,PT}\Delta x^2}$, che sostanzialmente lega il passo temporale di integrazione con le caratteristiche fisiche e geometriche del materiale ;
3. Numero di Fourier modificato $F_1O = \frac{k_{PT}\Delta t}{\rho_g c_{p,PT}\Delta x^2}$.

dove $\rho_g = \left(\frac{\rho_{pt} + \rho_{gas}}{2}\right)$, in prima approssimazione, é la densitá dei gas di pirolisi che traspirano dalla protezione termica.

Da notare che $Bi = \frac{h_{eq}\Delta x}{k_{PT}}$, dove $h_{eq} = h_{conv} + h_{ira}$, tale che

$$q_{ira} + q_{conv} = \sigma \varepsilon (T_{gas}^4 - T_{sup}^4) + h_{conv}(T_{gas} - T_{sup}) = h_{eq}(T_{gas} - T_{sup}) \quad (5.3)$$

Sfruttando alcune proprietà matematiche, possiamo infine scrivere che

$$h_{eq} = \sigma\varepsilon(T_{gas} + T_{sup})(T_{gas}^2 + T_{sup}^2) + h_{conv} \quad (5.4)$$

Sviluppando il bilancio energetico nel primo nodo attraverso un metodo implicito e con differenze centrate, cioè assumendo che

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} \\ \frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{T_{i+1}^{j+1} - T_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{i+1}^{j+1} - 2T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} \end{array} \right. \quad (5.5)$$

dove

$$\left\{ \begin{array}{l} i = \text{nodo} \\ j = \text{step temporale} \end{array} \right.$$

otteniamo la seguente equazione

$$\frac{\rho_{pt}c_{p,pt}\Delta x}{\Delta t}(T_1^{j+1} - T_1^j) = h_{eq}(T_\infty - T_1^{j+1}) - \frac{\rho_g c_{p,pt}\Delta x^2}{2k\Delta t}(T_1^{j+1} - T_1^j) + \frac{2k}{\Delta x}(T_2^{j+1} - T_1^{j+1}) \quad (5.6)$$

I termini, partendo da sinistra, hanno i seguenti significati:

1. Flusso termico scambiato per convezione sulla superficie;
2. Variazione di energia interna dovuto alla presenza di Blowing (soffiamento dei gas di pirolisi verso l'esterno);
3. Flusso termico di conduzione internamente al solido;
4. Variazione di energia interna nel nodo .

Dopo una serie di passaggi matematici, ed esplicitando l'incognita T_i^{j+1} , questa può essere riscritta nel seguente modo

$$T_1^{j+1} \left(\frac{1}{4Fo_1} + \frac{Bi}{2} + 1 + \frac{1}{4Fo} \right) - T_2^{j+1} = T_1^j \left(\frac{1}{4Fo_1} + \frac{1}{4Fo} \right) + \frac{Bi}{2} T_\infty \quad (5.7)$$

Per i nodi successivi al primo invece l'equazione di calore di Fourier diventa

$$-k \frac{\partial T}{\partial t} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.8)$$

Che sviluppandola in modo analogo a prima, conduce alla seguente espressione

$$T_i^{j+1} (1 + 2Fo) - Fo (T_{i+1}^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}) = T_i^j \quad (5.9)$$

Infine, per l'ultimo nodo, dove abbiamo la condizione di adiabaticità otteniamo che

$$T_N^{j+1} (1 + 4Fo) - 4Fo T_{N-1}^{j+1} = T_N^j \quad (5.10)$$

Il modello scritto sopra, può essere ricondotto ad un sistema lineare del tipo $AT = B$ con N_{tot} equazioni in N_{tot} incognite (le temperature nei vari nodi al tempo $j + 1$). Siccome la matrice A è di rango massimo, il sistema ammette un'unica soluzione. I coefficienti della matrice A sono:

$$A = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{4Fo_1} + \frac{Bi}{2} + 1 + \frac{1}{4Fo} \right) & -1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -Fo & 1 + 2Fo & -Fo & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -Fo & 1 + 2Fo & -Fo & 0 & & & \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & -4Fo \quad 1 + 2Fo \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Il vettore dei termini noti invece è scritto come:

$$B = \left[T_1^j \left(\frac{1}{4Fo_1} + \frac{1}{4Fo} \right) + \frac{Bi}{2} T_\infty, T_2^j, \dots \dots T_N^j \right]^T \quad (5.12)$$

Infine le incognite sono:

$$T = [T_1^{j+1}, T_2^{j+1}, \dots \dots T_N^{j+1}] \quad (5.13)$$

A causa del fatto che in FORTRAN non é implementata nessuna funzione che permette la risoluzione automatica di sistemi lineari, ed essendo la matrice A una matrice tridiagonale (da notare infatti che solo la diagonale principale, la superiore e inferiore presentano elementi diversi da 0), si é deciso di risolvere il sistema utilizzando il metodo di Jacobi. Esso si basa su una procedura iterativa, che date le matrici A , B e una condizione iniziale T^j , riesce a calcolare la soluzione al passo temporale successivo. In questo metodo la i -esima componente dell'iterato x_{k+1} si ottiene a partire da un iterato x_k , imponendo che la i -esima componente del vettore residuo sia nulla. Il metodo iterativo implementato é il seguente:

1. Si calcola il residuo alla k -esima iterazione come $r_k = B - Ax_k$
2. Aggiorna la soluzione come $x_{k+1} = x_k + D^{-1}r_k$

Dove D é la matrice diagonale contenente gli elementi diagonali di A . Introducendo la matrice di iterazione di Jacobi, $E_j = I - D^{-1}A = D^{-1}(L + U)$, dove L e U sono le matrici triangolari superiori e inferiori di A , tale che $A = L + D + U$, la soluzione $(k + 1)$ -esima puó essere scritta come

$$x_{k+1} = E_j x_k + D^{-1}B = -D^{-1}(L + U)x_k + D^{-1}B \quad (5.14)$$

Il procedimento sopra descritto continua fintanto che il residuo o l'errore relativo (a scelta dell'utente) non vanno sotto un certo valore ($\|B - Ax_k\| \leq \tau_b B$ oppure $\|\frac{x_{k+1} - x_k}{x_{k+1}}\| \leq \varepsilon$). A seguito di alcuni confronti con alcuni dati sperimentali, si é visto che il modello descritto precedentemente non riusciva a descrivere in modo preciso i fenomeni fisici che si generavano all'interno della gomma, in particolare era impossibile modellare la reazione di pirolisi, lo strato di char che viene a crearsi e inoltre non si tiene conto della regressione della superficie della protezione termica (Fig 5.4). Dalla letteratura si puó vedere come trascurare quest'ultimo punto, puó portare a dei risultati molto diversi dalla realtà. A seguito di ciò, si é deciso di implementare un modello piú completo e preciso tale da riuscire a modellare tutti i fenomeni che il modello precedente in qualche modo trascurava.

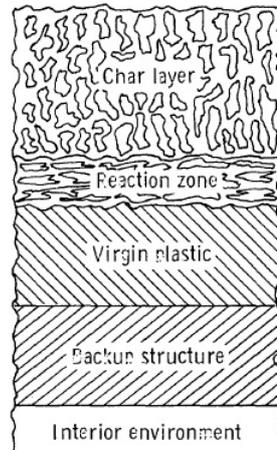


Figura 5.4: Le diverse zone presenti internamente al materiale

5.3.2 Modifica del modello iniziale

Il secondo, e piú accurato modello, viene fuori da un'attenta analisi dei fenomeni che interessano la protezione termica. Per ricavare l'equazione che descrive tali fenomeni, si parte dal classico bilancio energetico interno al nodo

$$\rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_t \quad (5.15)$$

Per risolvere tale problema, nel tempo, sono stati studiati diversi metodi, ma la maggior parte di essi risultava parecchio instabile se risolta numericamente. Ad oggi, il metodo migliore sembra essere quello di spostare il bilancio di energia da un sistema di riferimento fisso (solidale al primo strato di materiale), ad un sistema di riferimento mobile, solidale cioè alla superficie del materiale. Essendo (Fig 5.5)

$$y = s + x \Rightarrow \left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_x = \frac{\partial s}{\partial t} = \dot{s} \quad (5.16)$$

x é la coordinata rispetto al sistema di riferimento solidale alla parete, y é il sistema di riferimento originale ed infine s é lo spessore ablato. Per ottenere l'eq. 5.15 nel nuovo sistema di riferimento dobbiamo effettuare alcuni

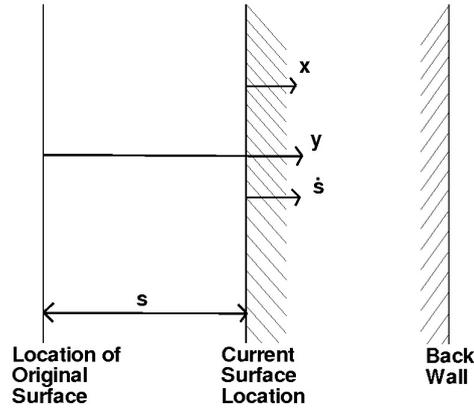


Figura 5.5: Sistema di riferimento per la protezione termica

passaggi matematici (Cf. [12]):

$$dh = \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_t \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_x + \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_y$$

Introducendo l'eq 5.16 e riarrangiando i termini otteniamo che

$$\frac{\partial h}{\partial t} \Big|_t = \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_x - \dot{s} \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_t \quad (5.17)$$

Sostituendo l'eq. 5.17 nell'eq. 5.15, e osservando che le derivate parziali rispetto ad x ed y sono equivalenti a tempo fissato otteniamo che

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_t + \rho \dot{s} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_t \quad (5.18)$$

Dopo altri passaggi matematici, infine otteniamo che

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_t + \rho c_p \dot{s} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_t \quad (5.19)$$

A quest'ultima equazione vanno però aggiunti altri due termini ed in conclusione, tenendo conto dei gas di pirolisi che vengono a formarsi e del fatto che i parametri sono tutt'altro che costanti internamente al materiale abbiamo,

per i nodi interni, che:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_t + \dot{m}_g \frac{\partial h_g}{\partial x} \Big|_t + \frac{\partial \rho}{\partial t} (h_g - \bar{h}) \Big|_t + \dot{s} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_t \quad (5.20)$$

Dove partendo da sinistra, i termini hanno i seguenti significati:

1. Variazione di energia interna del nodo;
2. Flusso termico scambiato per conduzione;
3. Flusso termico dovuto alla traspirazione dei gas di pirolisi;
4. Energia necessaria per il cambiamento di stato (da vergine a char);
5. Contributo dovuto al fatto che siamo in un sistema di riferimento solidale alla parete che sta regredendo (dovuto all'ablazione del materiale).

L'ultimo punto risulta particolarmente importante, in quanto nel modello implementato appunto, si tiene conto dell'ablazione del materiale. Questo comporta uno spostamento del sistema di riferimento, ed in teoria la lunghezza del primo nodo dovrebbe diminuire. Ciò comporterebbe però problemi dal punto di vista numerico, in quanto la condizione al contorno sul primo nodo dovrebbe successivamente essere assegnata ai nodi successivi. Per ovviare a ciò si è pensato di "levare massa" dall'ultimo nodo. Infatti in questa regione, se il dominio di calcolo è sufficientemente grande, i gradienti di temperatura sono praticamente nulli, ed inoltre la lunghezza dell'ultimo nodo è elevata (a causa del fatto che è stata scelta una distribuzione di nodi iperbolica per la geometria, vedi pag.69). Questo assicura una buona stabilità del metodo numerico e non bisogna cambiare la condizione al contorno sul primo nodo, che inoltre, è molto più critica rispetto all'ultimo. Come detto in precedenza, questo modello riesce a modellare la reazione di pirolisi che avviene all'interno del materiale, per far questo bisogna inserire le seguenti entalpie:

1. Entalpia media dei gas: $\bar{h} = \frac{\rho_w h_w - \rho_c h_c}{\rho_w - \rho_c}$
2. Entalpia dei gas di pirolisi: $h_g = \Delta H_g^0 + \int_{T_0}^T c_p(T) dT$

dove ΔH_g^0 é l'entalpia di formazione ad una certa temperatura T_0 . Quest'ultimo parametro non viene calcolato all'interno del codice, ma é fornito in input attraverso una serie di tabelle, e di volta in volta verrà interpolato il valore piú opportuno. Uno degli svantaggi del primo modello implementato era quello di non considerare la variazione delle caratteristiche fisiche e termodinamiche all'interno dello spessore della protezione termica. Questo fenomeno viene ora preso in considerazione e per cui il termine conduttivo deve essere valutato come

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5.21)$$

Alle equazioni scritte sopra bisogna aggiungere la legge di decomposizione, nel tempo e nello spazio, del materiale (Fig. 5.7). Dalla Fig. 5.6 si vede come il modello di decomposizione non si basa solo sulla temperatura del materiale stesso, ma anche sul rateo con cui la protezione termica viene riscaldata, che risulta essere un parametro importante. La legge di degradazione del materiale viene modellata utilizzando la legge di Arrhenius

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = -B_i \rho_{0_i} \left(\frac{\rho - \rho_{r_i}}{\rho_{0_i}} \right)^{\psi_i} e^{-\frac{E}{RT}} \quad (5.22)$$

Dove B_i e ψ sono due costanti da determinare per via sperimentale (caratteristiche del singolo materiale), ρ_{0_i} é la densità del materiale vergine, ρ_{r_i} é la densità residua, E é l'energia di attivazione, R é la costante universale dei gas ed infine T é la temperatura locale. É da notare che anche se il materiale é unico, l'equazione di decomposizione viene scritta utilizzando un pedice i . Questo perché si é visto che per modellare nel modo migliore il comportamento del materiale al variare della temperatura, conviene vederlo come somma di 3 contributi, con caratteristiche diverse. Una volta nota la densità dei singoli componenti, la densità totale viene calcolata come

$$\rho = \Gamma(\rho_1 + \rho_2) + (1 - \Gamma)\rho_3 \quad (5.23)$$

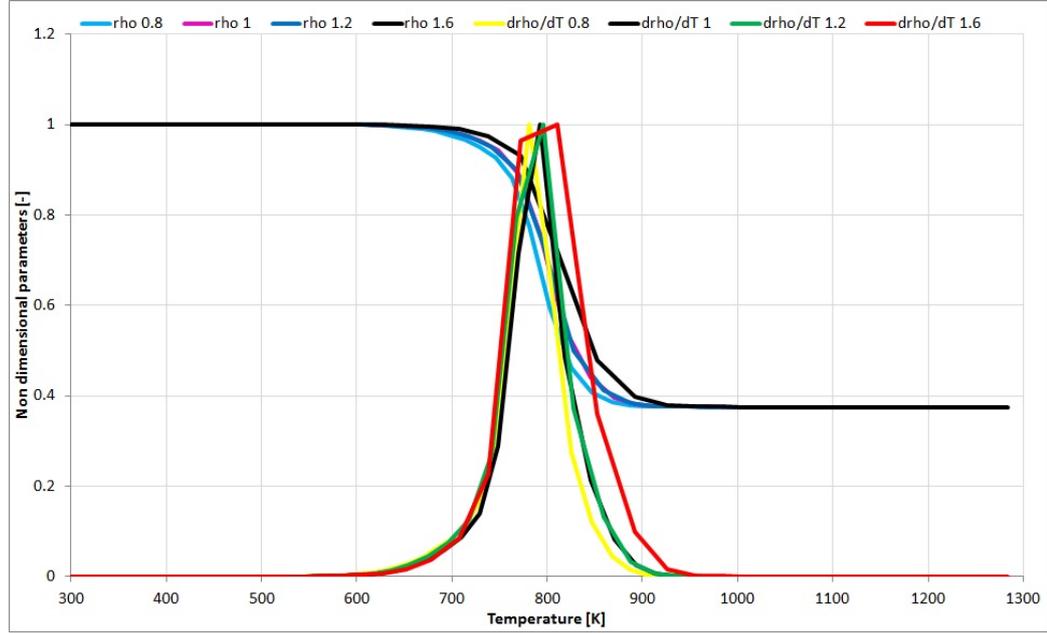


Figura 5.6: Andamento della densità e della sua derivata funzione della temperatura e del flusso termico incidente

dove Γ è una costante del materiale. Essendo Γ costante nel tempo possiamo scrivere che

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \Gamma \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \right) + (1 - \Gamma) \frac{\partial \rho_3}{\partial t} \quad (5.24)$$

L'ultima equazione che rimane da scrivere è quella che permette di calcolare la massa di protezione termica trasformata in gas di pirolisi. Utilizzando l'equazione di conservazione della massa abbiamo che

$$\frac{\partial \dot{m}_g}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (5.25)$$

5.3.3 Condizioni al contorno

Una volta noto il modello per descrivere il profilo di temperatura internamente alla protezione termica, a questo bisogna aggiungere le due condizioni al contorno. Sul primo nodo abbiamo una serie di flussi termici entranti ed uscenti (Fig. 5.8) che porta alla seguente formulazione

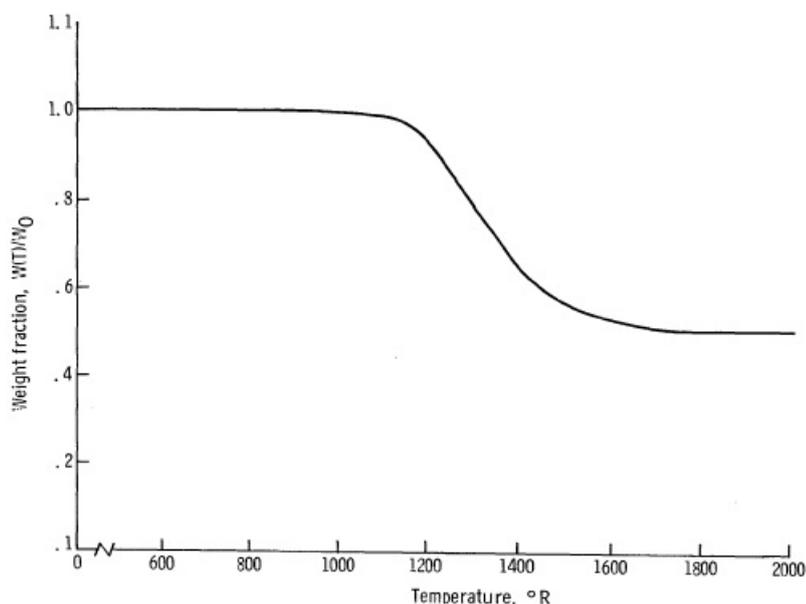


Figura 5.7: Generico andamento della densità in funzione della temperatura [11]

$$\begin{aligned}
 \overbrace{\rho_e u_e C_h (h_r - h_w)}^{q_{conv}} + \overbrace{\rho_e u_e C_m \left[\sum_{i=1}^N (Z_{i_e}^* - Z_{i_w}^*) h_{i_w} - B h_w \right] + \dot{m}_c h_c + \dot{m}_g h_g}^{q_{chem}} = \\
 = q_{rad_{in}} - q_{rad_{out}} + q_{cond}
 \end{aligned}
 \tag{5.26}$$

A questo punto entra in gioco un'altra ipotesi fondamentale, cioè si ipotizza che il numero di Lewis (Le) sia pari ad 1. Essendo $Le = \frac{\alpha}{D}$, dove D è il coefficiente di diffusività di massa, e α è il coefficiente di diffusività termica, porlo uguale ad 1 sostanzialmente ci permette di dire che il meccanismo di trasferimento turbolento di entalpia e quantità di moto sono simili (analogia di Reynolds). Sotto questa ipotesi possiamo affermare che $C_m = C_h^1$ e trascurando alcuni effetti dell'ablazione chimica, l'eq. 5.26 può essere riscritta

¹Essendo in generale $\frac{C_m}{C_h} = Le^\gamma$. Questa è anche chiamata relazione di Chilton-Colburn

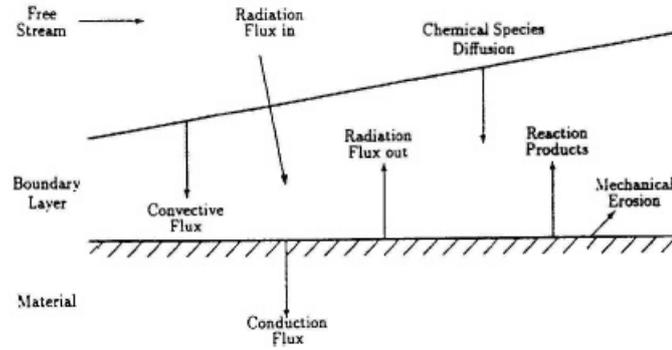


Figura 5.8: Flussi termici agenti sulla superficie

nel seguente modo

$$\rho_e u_e C_h (T_{gas} - (1 + B) T_w) + \dot{m}_g h_g - \sigma \alpha (T_{gas}^4 - T_w^4) - q_{cond} = 0 \quad (5.27)$$

dove $B = \frac{\dot{m}}{\rho_e u_e C_m} = \frac{\dot{m}}{\rho_e u_e C_h}$ é il cosí detto fattore di Blowing. A questo punto rimane solo da scrivere il numero di Stanton. Sperimentalmente si puó vedere che

$$C_h = C_{h0} \left[\frac{\varphi}{e^\varphi - 1} \right] \quad (5.28)$$

dove

- $\varphi = 2\lambda\dot{m}/(\rho_e u_e C_{h0})$;
- $C_{h0} = h_{conv}/(\rho_e u_e c_{p,gas})$, numero di Stanton senza blowing;
- \dot{m} = flusso di massa di protezione termica iniettata nello strato limite;
- λ = parametro sperimentale $\lambda = 0.5$.

Per quanto riguarda l'ultimo nodo abbiamo la condizione di adiabaticitá, ed essa viene espressa dalla seguente relazione

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_L = 0 \quad (5.29)$$

5.4 Modello numerico

A causa del fatto che le equazioni sono fortemente non lineari (abbiamo la temperatura come esponente) e accoppiate tra di loro ($\frac{\partial \dot{m}_g}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$ che entra nel calcolo della temperatura locale), le equazioni sopra scritte sono state necessariamente risolte utilizzando un metodo esplicito. A differenza del metodo implicito scritto in precedenza (Cf. eq. 5.5) le derivate, spaziali e temporali, vengono valutate nel seguente modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} \\ \frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{2\Delta x} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2} \end{array} \right. \quad (5.30)$$

Il modello numerico che ne risulta per i nodi interni é il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_i^{j+1} = \frac{\partial \rho}{\partial t}|_i \Delta t + \rho_i^j \\ \dot{m}_{g,i}^j = \frac{\partial \dot{m}_g}{\partial x} \Delta x + \dot{m}_{g,i-1}^j \end{array} \right. \quad (5.31)$$

sostituendo il tutto nel bilancio energetico (eq. 5.20) abbiamo che:

$$\begin{aligned} T_i^{j+1} = & T_i^j (1 - 2F_{O_i}) + F_{O_i} T_{i+1}^j \left(\frac{\Delta k}{4k} + 1 + \dot{s} \frac{\rho_i c_{p,i} \Delta x_i}{2k_i} \right) \\ & + F_{O_i} T_{i-1}^j \left(\frac{1 - \Delta k}{4k} - \dot{s} \frac{\rho_i c_{p,i} \Delta x_i}{2k_i} \right) \\ & + F_{O_i} \frac{\Delta x^2}{k} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} (h_{g_i} - \bar{h}_i) + \frac{\Delta x_i \dot{m}_g}{k_i} \frac{\Delta h_{g_i}}{2} \end{aligned} \quad (5.32)$$

dove \dot{s} é la velocità di ablazione che viene calcolata nel seguente modo

$$\dot{m}_g = \int_0^L \frac{\partial \dot{m}_g}{\partial x} dx = \rho_g \dot{s} \Rightarrow \dot{s} = \frac{\dot{m}_g}{\rho_g} \quad (5.33)$$

Un primo problema consiste nell'assegnare un'unica densità ai gas di pirolisi, in quanto in questa regione essa varia dal valore del materiale vergine a quello

del char. Per risolvere questo problema si é pensato di prendere una densit  media tra char e materiale vergine, in particolare abbiamo che

$$\rho_g = \frac{\sum_{i=1}^{N_{tot}} \rho_i \Delta x_i}{\sum_{i=1}^{N_{tot}} \Delta x_i} \quad (5.34)$$

Per l'ultimo nodo abbiamo

$$T_N^{j+1} = T_N^j (1 - 2Fo) + 2FoT_2^j \quad (5.35)$$

Il primo nodo infine, non viene risolto utilizzando un metodo esplicito, ma viene risolto in modo iterativo. Questo perch  nell'eq. 5.27 la temperatura di superficie compare anche in modo indiretto, per esempio abbiamo che $h_g = f(T_w)$, ma anche

$$q_{cond} = -k \frac{T_w - T_2}{\Delta x}$$

5.5 Modello per la variazione dei parametri

A causa del fatto che i parametri fisici e termodinamici della protezione termica variano con la temperatura, il numero di Fourier non assume un unico valore, ma esso varia da nodo in nodo, infatti essendo $Fo = \frac{k\Delta t}{\rho c_p \Delta x^2}$, e conoscendo il valore di ρ , c_p , k all'interno della protezione termica, possiamo scrivere che $Fo_i = \frac{k_i \Delta t}{\rho_i c_{p,i} \Delta x_i^2}$. A questo punto bisogna in qualche modo modellare la variazione dei parametri all'interno del materiale. Per la densit  il problema   stato risolto in quanto si utilizza la legge di Arrhenius. Per quanto riguarda il valore di c_p e k si conosce, da prove sperimentali, la loro variazione in funzione della temperatura nel materiale vergine e nel char, rimane solo da sapere come essi variano nello strato di pirolisi. Non essendoci dati sperimentali a riguardo, esistono varie leggi empiriche che permettono la loro modellazione in funzione del diverso tipo di materiale. In particolare definendo la coordinata x come

$$x = \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_c} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_w} \right) \quad (5.36)$$

abbiamo che

$$\begin{cases} c_p = F_1(x, c_{p,w}, c_{p,c}) \\ k = F_2(x, k_w, k_c) \end{cases} \quad (5.37)$$

dove F_1 e F_2 sono funzioni che variano a seconda del materiale (Fig. 5.9). Come detto in precedenza, il modello é stato discretizzato utilizzando un

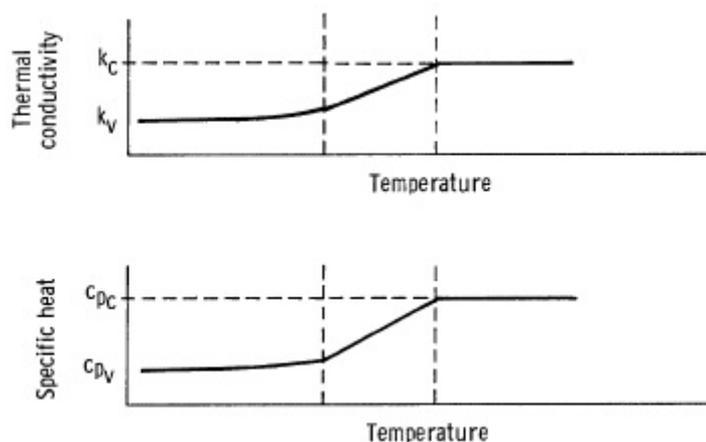


Figura 5.9: Generico andamento del c_p e k internamente al materiale [11]

metodo esplicito, per cui, in questo caso, non abbiamo nessun sistema lineare da risolvere. Lo svantaggio di questo metodo però, é che non possiamo arbitrariamente scegliere il passo di integrazione, esso infatti, deve soddisfare il criterio di stabilità. In generale si ha che

$$(1 - 2Fo - 2BiFo) \geq 0 \Rightarrow Fo \leq \frac{1}{2(1 - Bi)} \quad (5.38)$$

Ricordando il significato del numero di Fourier possiamo scrivere che

$$\Delta t = \frac{\rho \Delta x^2 c_p}{2(k + h_{eq} \Delta x)} \quad (5.39)$$

Nel nostro caso però questa condizione non esiste, in quanto il bilancio energetico sul primo nodo, non viene espresso in termini di numero di Fourier e Biot. Da alcuni test si é visto che se il flusso termico incidente é $\leq 1MW/m^2$

il Δt che assicura la stabilità é di 10^{-4} s, mentre se il flusso termico incidente é $> 1MW/m^2$ il Δt che assicura la stabilità é di 10^{-5} s. Per ottimizzare i tempi di calcolo si é deciso di far cambiare Δt al variare delle condizioni sulla superficie della protezione termica, in funzione del flusso termico incidente, per cui il codice sceglie direttamente il valore di Δt piú opportuno per la stabilità del metodo. In questo modo avremo sempre il Δt che ci assicura la stabilità del metodo, non spreco di costo computazionale.

5.6 Validazione del modello

Come scritto in precedenza, all'interno del modello compaiono molti parametri fisici e termodinamici della protezione termica. Essi però non sono sempre facili da reperire, ed inoltre nella legge di Arrhenius, compaiono i coefficienti B_i e ψ_i che non hanno un immediato senso fisico. Per questo motivo il modello è poi stato tarato su alcuni dati sperimentali in possesso di AVIO-BPD, in particolare esso è stato confrontato con il MAR. Questo è un codice sviluppato da AVIO-BPD che permette il calcolo della velocità di ablazione di una protezione termica in condizioni stazionarie. Questo modello si basa su un fitting di dati sperimentali, sotto le seguenti ipotesi:

1. Temperatura di parete costante pari a quella di ablazione;
2. Flusso termico costante;
3. Pressione costante ($p = 45 \text{ bar}$);
4. Temperatura del flusso costante ($T = 3200 \text{ K}$).

Questo recente modello denominato MAR (Material Affected Rate), realizzato presso AVIO-BPD per lo studio delle protezioni termiche, si incentra sulla determinazione del rateo d'ablazione delle varie gomme utilizzate come protezioni termiche nei motori ivi prodotti. I parametri fondamentali che entrano in gioco sono fondamentalmente quattro, essendo molti gli aspetti e fenomeni caratteristici dell'ablazione che vengono trascurati, in quanto metodo di base semi-empirica:

- Caratteristiche chimiche del polimero;
- Percentuale e tipo di fibre del materiale;
- Conducibilità termica dei componenti;
- Assorbività radiativa dei componenti.

La soluzione (il rateo o velocità di ablazione) è ottenuta con un elementare modello matematico i cui parametri possiedono una precisa corrispondenza

fisica con le caratteristiche chimiche e strutturali delle protezioni termiche; si indica con B il calore assorbito durante l'ablazione per unità di volume e con Q il flusso di calore incidente sulla gomma:

$$MAR = BQ = B(Q_{conv} + Q_{ira}) = A + BQ_{conv} \quad (5.40)$$

A questo punto entrano in gioco le tre ipotesi principali alla base del modello:

1. Temperatura di ablazione della gomma costante ($1100K$);
2. Distribuzione lineare di temperatura nello strato di char:

$$T_{sup} = T_{ablaz} + \chi S$$

;

3. Lo spessore S del char segue la legge temporale esponenziale semi-empirica:

$$S = S_0 \left(1 - e^{-\eta t}\right) e^{-\xi Q_{conv}}$$

.

Dopo alcune sostituzioni e passaggi matematici otteniamo che

$$MAR = A + BQ_{conv} \left[1 - C \left(1 - e^{-\eta t}\right) e^{-\xi Q_{conv}}\right] \quad (5.41)$$

I test sono stati fatti su due tipi di gomme molto diverse tra di loro, che sono anche ad oggi maggiormente in uso presso AVIO. Esse sono:

- GSM55-A: possiede modulo e allungamento elevati, notevole tenacità ed elevato ritiro per vulcanizzazione; possiede una bassa resistenza all'erosione;
- EG2: rigida con basso allungamento ha una elevata resistenza all'erosione.

Come era prevedibile aspettarsi, a causa delle semplificazioni introdotte, i dati forniti dal codice non combaciano, in maniera molto precisa con quelli

forniti dal MAR (si é sempre in una fascia del $\pm 6\%$). Per restringere tale fascia ad un valore massimo del $\pm 3\%$, si é introdotto un coefficiente che viene tarato sul singolo caso (Fig 5.10). Questo probabilmente serve in quanto si é trascurato completamente l'effetto dell'ambiente chimico, che i risultati sperimentali dicono influenzare molto il comportamento delle protezioni termiche, ed inoltre si é supposto un flusso 1D.

Di seguito riportiamo alcuni risultati per la GSM55-A, ed in particolare si sono fatti test con i seguenti valori di flusso termico

1. $Q = 0.4 \frac{MW}{m^2}$

2. $Q = 0.6 \frac{MW}{m^2}$

3. $Q = 0.8 \frac{MW}{m^2}$

4. $Q = 1 \frac{MW}{m^2}$

5. $Q = 1.2 \frac{MW}{m^2}$

6. $Q = 1.4 \frac{MW}{m^2}$

7. $Q = 1.6 \frac{MW}{m^2}$

8. Temperatura del gas fissata $T_{gas} = 3200 K$

Per far sí che il valore di questo coefficiente sia sempre corretto al variare del flusso termico incidente sulla superficie, si é deciso di creare una funzione che interpoli al meglio questi valori. Questa é del tipo

$$C_v = 3.31439 \cdot 10^{-25} Q^4 - 2.08965 \cdot 10^{-18} Q^3 + 4.77841 \cdot 10^{-12} Q^2 - 4.21403 \cdot 10^{-6} Q + 2.34643 \quad (5.42)$$

Il codice é stato inoltre testato con vari andamenti e valori del flusso termico per testarne la robustezza e stabilitá. Al flusso termico sono state date variazioni di tipo sinusoidale e a gradino, con variazione di oltre $1 MW/m^2$. Anche a seguito di questi test, non si sono riscontranti problemi di tipo numerico all'interno del codice.

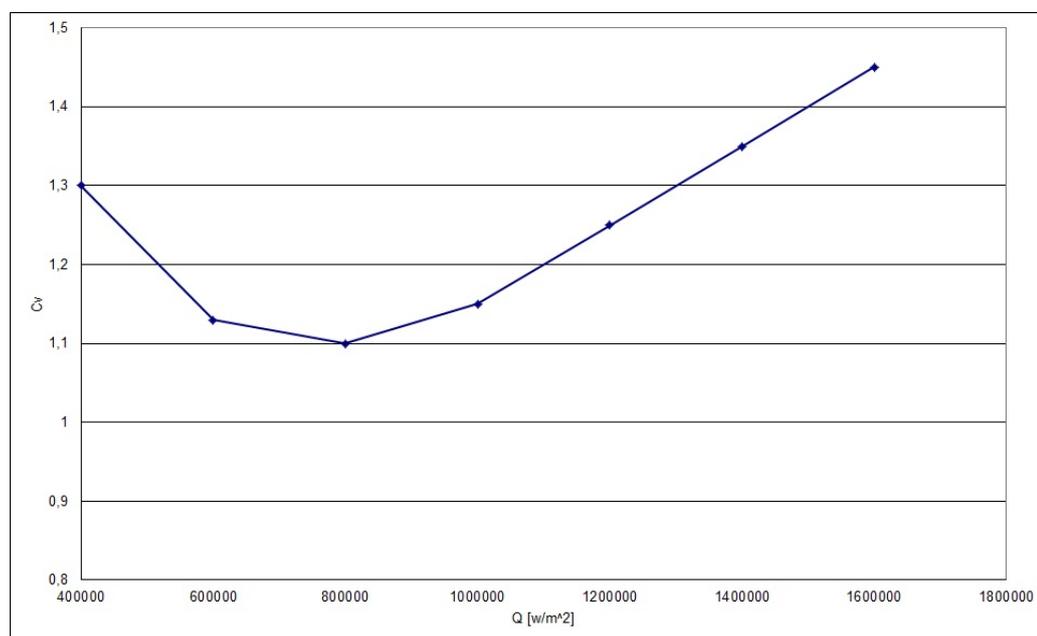


Figura 5.10: Andamento del coefficiente correttivo funzione del flusso termico incidente

5.7 Analisi dei risultati

In questa sezione verranno mostrati i risultati, output del codice. In particolare ci si concentrerà sú:

1. Andamento della velocità di ablazione;
2. Profilo di temperatura dei primi nodi;
3. Profilo di temperatura interno alla protezione termica.

5.7.1 Flusso termico costante

In Fig 5.11 é riportato il valore della velocità di ablazione in funzione del tempo, scalato con il valore a regime, per 4 diversi valori di flusso incidente. Si può subito notare, come all'aumentare del flusso termico incidente, la fase iniziale dove la velocità di ablazione é nulla (fase di riscaldamento della gomma), é sempre piú breve, e il tutto si porta a regime in tempi minori. In Fig

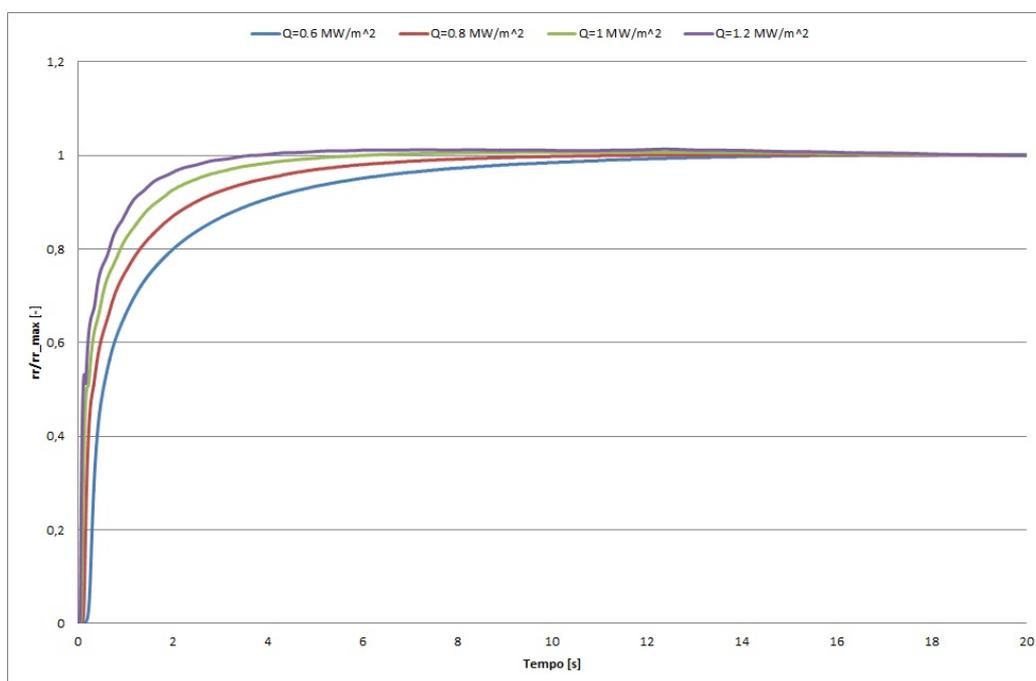


Figura 5.11: Velocità di ablazione con flusso termico fissato

5.12 é invece mostrato l'andamento della velocità confrontato con i valori del MAR. Com'era prevedibile aspettarsi, all'inizio il modello restituisce valori di velocità molto diversi rispetto al MAR, questo é dovuto alla prima ipotesi sul quale si basa il modello del MAR, cioè che la protezione termica si trovi, già all'istante iniziale, alla temperatura di ablazione. Questo é evidente dal fatto che la massima velocità di ablazione secondo il MAR si ha per $t = 0 \text{ s}$, ma ciò non può essere fisicamente possibile. Al contrario si può vedere come il modello, che é non stazionario, considera una breve fase dove la velocità di ablazione é nulla, in quanto la gomma si stá riscaldando molto velocemente (Fig 5.13 e Fig 5.14), in seguito la velocità comincia a salire, per poi portarsi, a regime, esattamente al valore fornito dal MAR. In questa fase la temperatura praticamente staziona ad un valore costante, senza aumentare in modo considerevole. Questo é dovuto al fatto che si é sviluppato uno strato di char in superficie ed é presente il flusso di gas di pirolisi che "isola" la superficie dal flusso esterno. In Fig. 5.15 é possibile vedere l'andamento interno della

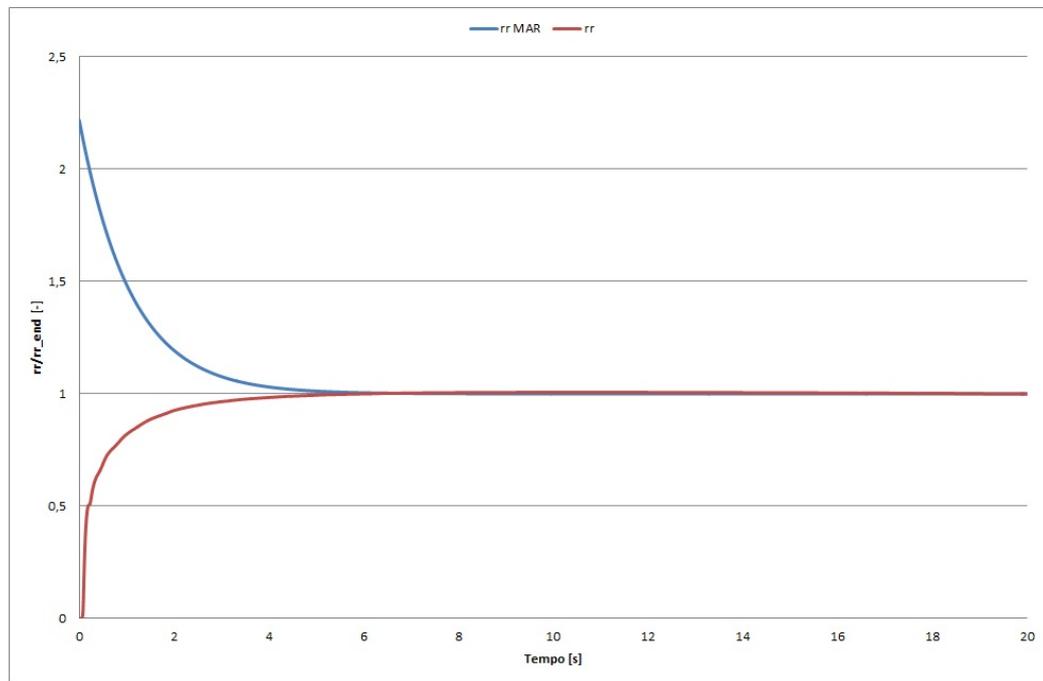


Figura 5.12: Velocità di ablazione confrontata con il MAR

temperatura e della densità dopo 10 s di esposizione ad un flusso termico di 1 MW/m^2 . Si é inoltre evidenziata, con due tratti verticali, dove inizia e finisce la zona di pirolisi. In questa zona abbiamo la completa degradazione, in termini di densità, del materiale. É inoltre interessante notare i cambi di pendenza nella curva temperatura-profondità. Questo avviene in quanto come detto in precedenza, i parametri, quali il c_p e k variano sia al variare del materiale (vergine, pirolisi o char), sia al variare della temperatura. In Fig. 5.16, possiamo vedere come essi varino nello spessore, mentre in Fig. 5.17 é rappresentato l'andamento di questi parametri sul primo nodo².

² I valori di tutti i parametri fisici e termodinamici, sono scalati rispetto al valore dello stesso in condizione di materiale vergine a 300 K

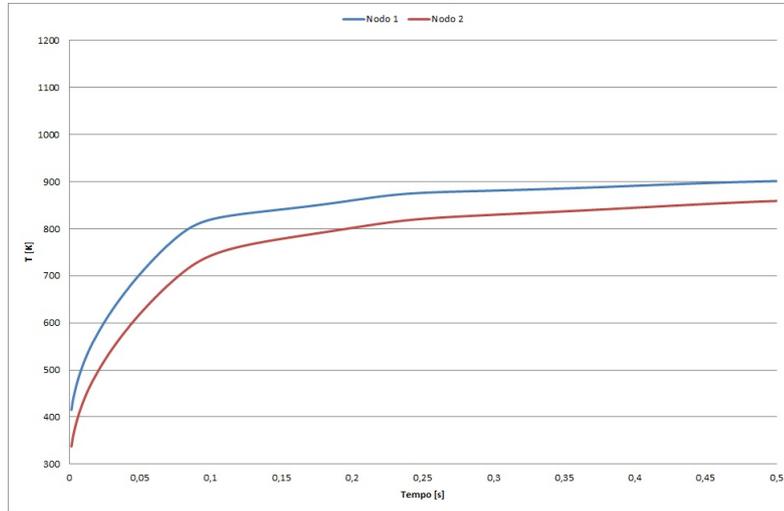


Figura 5.13: Transitorio di riscaldamento della gomma

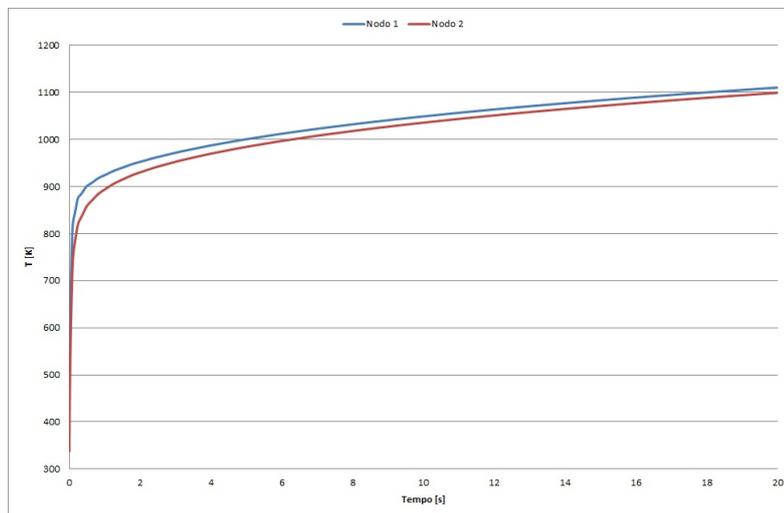


Figura 5.14: Temperatura dei primi due nodi

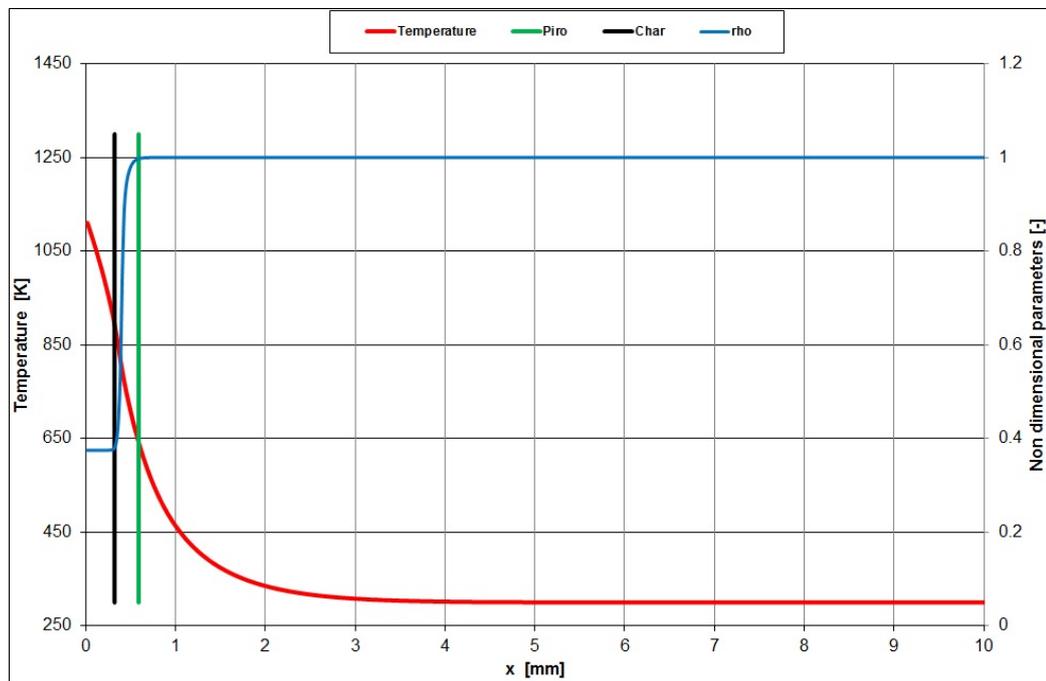
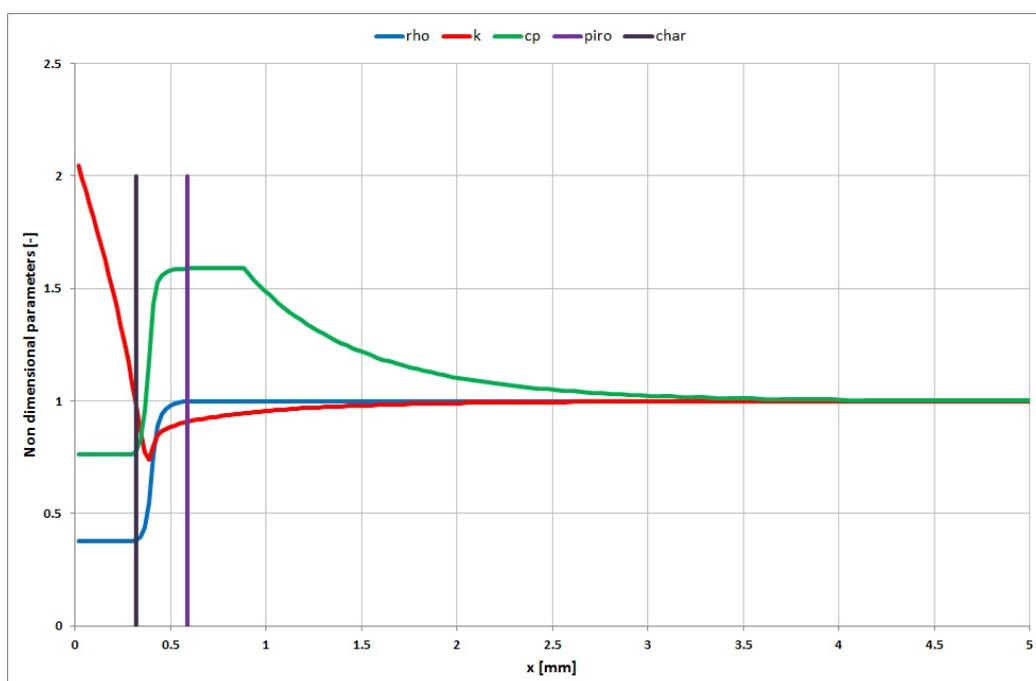
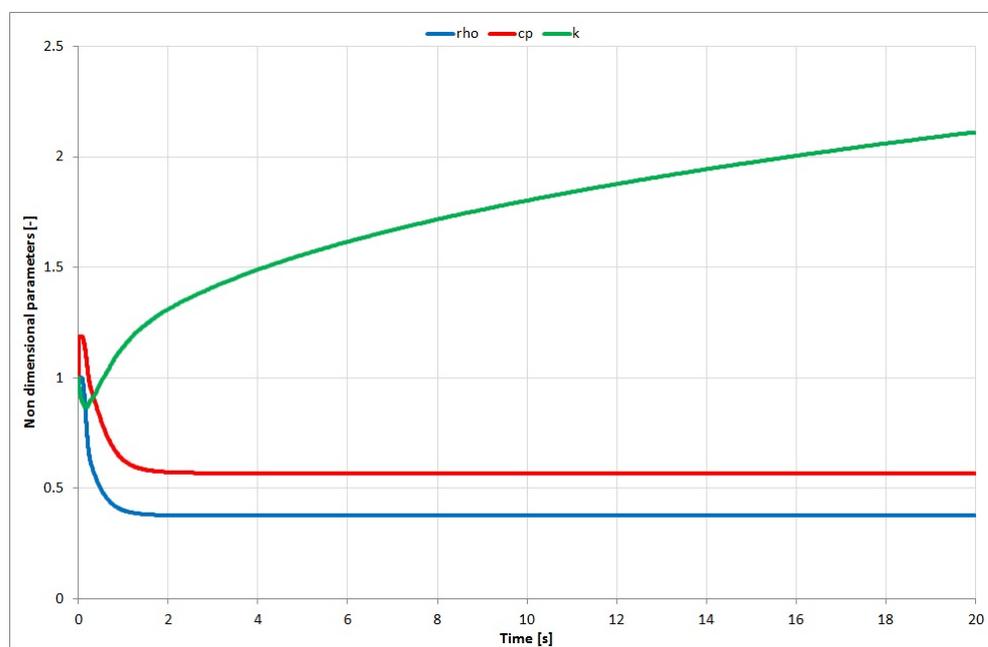


Figura 5.15: Profilo interno di temperatura e densità

Figura 5.16: Profilo interno di ρ , c_p e k Figura 5.17: Andamento di ρ , c_p e k sul primo nodo

5.7.2 Temperatura dei gas esterna fissata

In questa sezione vengono mostrati i risultati, dove piuttosto che imporre il flusso termico, si é imposta una temperatura esterna dei gas. Questo, a differenza dei precedenti casi, é ciò che veramente accade all'interno del motore. Questa volta il coefficiente di scambio termico per convezione, non é un input del problema, ma esso deve essere calcolato, dati i parametri fisici del gas. Per il calcolo di tale coefficiente AVIO-BPD utilizza l'ormai consolidata formula di *Dittus-Belter*

$$h_c = 0.0265 \frac{k_{gas}}{D_h} Re^{0.8} Pr^{1/3} \quad (5.43)$$

che riscritta in base alle variabili a nostra disposizione diventa:

$$h_c = C_1 \frac{(9\gamma - 5)^{2/3} \gamma^{1/3} T^{0.12} \dot{m}_{gas}^{0.8}}{\gamma - 1 M_{mol}^{0.8} D_h^{1.8}} \quad (5.44)$$

Una volta noto il coefficiente di scambio termico convettivo, ci si é potuto ricavare il numero di Stanton con e senza Blowing, e quindi imporre la nuova condizione al contorno. In Fig. 5.18 é riportato l'andamento della velocità di ablazione della protezione termica in funzione del tempo. Essendo il flusso termico incidente pari a

$$Q = h_{conv}(T_{gas} - T_w) + \sigma\varepsilon(T_{gas}^4 - T_w^4)$$

ed, essendo la T_w non costante, per lo meno nei primi istanti, avremo un flusso termico in generale funzione del tempo e quindi una velocità di ablazione che a sua volta cambierà nel tempo. Dopo un breve transitorio iniziale, la temperatura di parete, come avveniva anche per i casi di flusso termico costante, non cresce piú in modo considerevole (Fig. 5.19). Ciò comporta avere un flusso termico che varia poco nel tempo e rimane nell'ordine di $1 \text{ MW}/\text{m}^2$, e quindi una velocità di ablazione anch'essa costante.

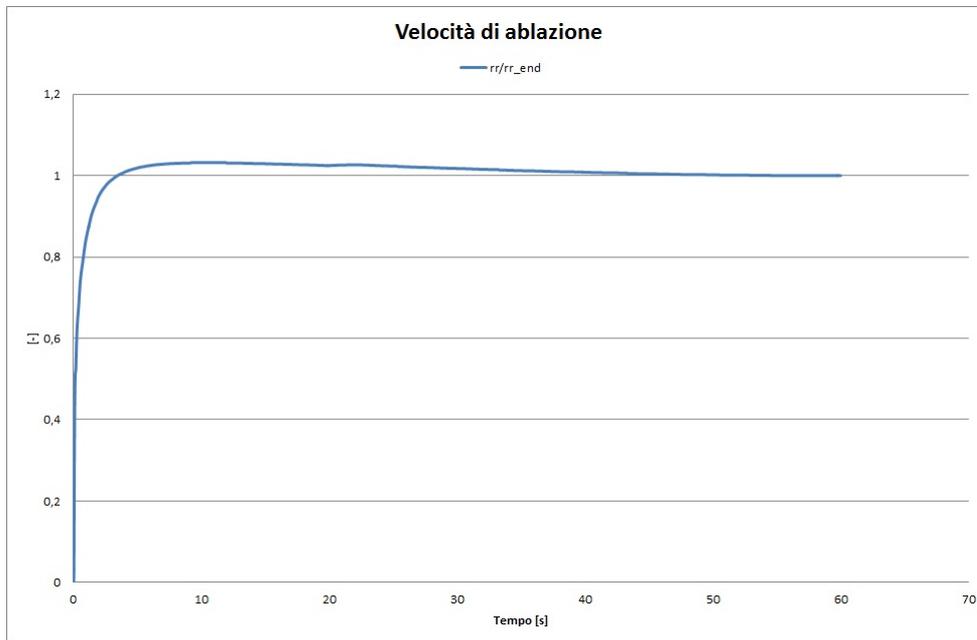


Figura 5.18: Andamento della velocità di ablazione per $T_{gas} = 3200 K$

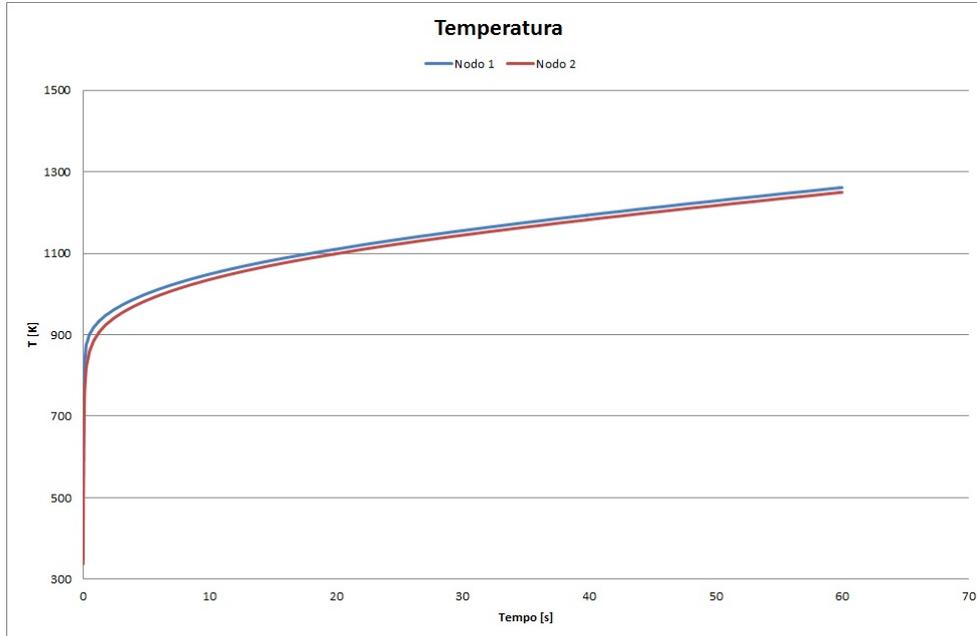


Figura 5.19: Andamento della temperatura nei primi due nodi per $T_{gas} = 3200 K$

Capitolo 6

Modello di balistica completo

6.1 Modifiche apportate al modello iniziale

Una volta completata la routine per il calcolo della velocità di ablazione delle protezioni termiche, questa é stata inserita nel codice di balistica completo. A questo però sono state apportate delle modifiche in modo da migliorare ulteriormente la precisione del calcolo. In particolare le modifiche apportate sono state:

1. Inserimento di un coefficiente correttivo funzione del diametro idraulico nel calcolo della velocità di combustione;
2. Nuova formula per il calcolo del flusso termico convettivo, separando i casi di flusso laminare o turbolento;
3. Effetto di impingement dell'iniettore.

6.1.1 Coefficiente funzione del diametro idraulico

Come si può vedere dall'andamento della pressione nel tempo dei diversi test (Fig. 4.4 e Fig. 4.10), essa ha un andamento crescente nel tempo, che inizialmente era stato imputato al fatto di aver trascurato l'influenza delle protezioni termiche. Le protezioni termiche però, come visto nel capitolo precedente, vanno a regime abbastanza velocemente, mentre il trend crescente

della pressione si manifesta anche per tempi di combustione piú lunghi. Per questo motivo, la causa dell'aumento della pressione nel tempo é da imputarsi non solo alle protezioni temiche, ma anche, alla portata di combustibile che viene iniettata in camera di combustione. In particolare sappiamo che $p(t) \propto \dot{m}_f$ e nel caso di motori ibridi

$$\dot{m}_f(t) = \rho_f S_{comb} \dot{r} \propto \rho_f S_{comb} a G_{OX}^n \quad (6.1)$$

ricordando che $S_{comb} = \pi D_h L$, $G_{OX} = \frac{\dot{m}_{OX}}{A_p}$ dove $A_p = \left(\frac{D_h}{2}\right)^2 \pi$ e inserendo queste espressioni nell'eq. 6.1 otteniamo che

$$\dot{m}_f \propto \rho_f a \left(\frac{\dot{m}_{OX}}{\left(\frac{D_h}{2}\right)^2 \pi} \right)^n \pi D_h L \Rightarrow \dot{m}_f \propto K \dot{m}_{OX}^n D_h^{1-2n} \quad (6.2)$$

dove K é il raggruppamento di tutte le costanti. Quando inizialmente é stata sviluppata la routine per il calcolo della velocitá di combustione (Cf. [27]) si é scelto di porre $n = 0.5$, e ció porta ad avere l'esponente di D_h nullo, ed essendo $\dot{m}_{OX} \approx const$ si ha che la massa di combustibile iniettata, e quindi la pressione, risultano costanti nel tempo. Se all'eq 6.1 viene aggiunto un termine proporzionale al diametro idraulico, del tipo $\left(\frac{D_h}{D_{h0}}\right)^m$, in modo simile come riportato in [20], ma adimensionalizzato rispetto al diametro idraulico iniziale come suggerito da Karabeyoglu, l'eq 6.2 diventa:

$$\dot{m}_f \propto K \dot{m}_{OX}^n D_h^{1-2n+m} \quad (6.3)$$

A questo punto, affinché la portata di combustibile aumenti nel tempo, si deve avere che

$$1 - 2n + m > 0 \Rightarrow m > 2n - 1 \quad (6.4)$$

Confrontando vari articoli proposti in letteratura (Cf. [2], [8], [9] e [20]), si é deciso di porre $m = 0.36$, valore piú che tipico nel caso di motori con iniettore assiale, dove l'effetto del flusso di massa é meno evidente che nel caso di iniettore radiale ($n_{radiale} > n_{assiale}$)

6.1.2 Calcolo del flusso termico convettivo

Per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo, piuttosto che la correlazione di *Dittus-Belter* (eq. 5.44), si é deciso di implementarne un'altra piú precisa. L'equazione di *Dittus-Belter* infatti é valida per una lamina piana, ed inoltre non distingue il caso di flusso turbolento da quello laminare. Per un flusso interno invece, ed in particolare per valori di $Re \leq 2300$, e per valori di temperatura superficiali costanti (ipotesi veritiera, in quanto sia le protezioni termiche che l'HTPB mantengono una temperatura costante nel tempo), si ha un numero di Nusselt $N_u = 3.66$, ma essendo

$$N_u = \frac{h_{conv} D_h}{k} \Rightarrow h_{conv} = \frac{N_u k}{D_h} \quad (6.5)$$

mentre per valori di $Re > 2300$ viene usata la correlazione di *Gnielinsky*

$$N_u = \frac{\frac{f}{8} (Re - 1000) Pr}{1 + 1.27 \left(\frac{f}{8}\right)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)} \quad (6.6)$$

con

$$\left\{ \begin{array}{l} f = (0.79 \log Re - 1.64)^{-2} \\ k = C \frac{(9\gamma-5)T_g^{0.6}}{(\gamma-1)M_{mol}^{0.5}} \\ Pr = \frac{4\gamma}{9\gamma-5} \end{array} \right. \quad (6.7)$$

6.1.3 impingement dell'iniettore

Un iniettore di tipo assiale ha la caratteristica di impingere sul grano propellente. Questo porta ad un'asportazione meccanica del combustibile senza che esso partecipi alla combustione. Questo fenomeno é stato modellato utilizzando similitudini con la combustione erosiva (equazione di *Lenoir e Robillard*), ed in particolare si ha che la velocità di asportazione dell'HTPB é pari a:

$$r_e = \alpha G_{ox} D_h^{-0.2} e^{-\frac{\beta r \rho_f}{G_{ox}}} \quad (6.8)$$

dove α é un parametro funzione delle proprietá fisiche del gas e del combustibile, e β é un coefficiente da trovare sperimentalmente.

$$\begin{cases} \beta_{test\ 10} = 640 [-] \\ \beta_{test\ 11} = 800 [-] \end{cases} \quad (6.9)$$

Inizialmente la porzione del grano su cui era presente questo effetto, era fissata in input, ma in seguito, data la lunghezza della pre camera, si é trovata una legge che indica la posizione di inizio e fine dell'effetto del iniettore, e come questi punti si spostino al variare del diametro idraulico (espresso in mm). Esse sono:

$$\begin{cases} x_{ini} = \frac{2.4482(D_{h0}+2\bar{w}eb)1000-10.334}{1000} \\ x_{fine} = \frac{25.961(D_{h0}+2\bar{w}eb)1000-12.164}{1000} \end{cases} \quad (6.10)$$

dove

$$\bar{w}eb = \frac{1}{L_{tot}} \sum_{i=1}^{N_{tot}} web(N)\Delta x(N) \quad (6.11)$$

6.2 Confronto con i risultati sperimentali

In questa sezione vengono riportati i confronti tra la versione finale del codice di calcolo, e i dati sperimentali a nostra disposizione. Contrariamente ai primi confronti, ci si é concentrati sui due test principali, il Test $N^\circ 10$ e $N^\circ 11$, ed il codice non é stato settato semplicemente confrontando gli integrali di pressione e spinta, ma anche tutti gli altri parametri a nostra disposizione, che per questi due test sono:

1. Integrale di pressione;
2. Integrale di spinta;
3. Pressione media in camera di combustione;
4. Valore di O/F medio;

5. Velocità di combustione media;
6. Rapporto tra diametro medio finale ed iniziale $\frac{D_2}{D_0}$;
7. Flusso di massa di ossidante G_{ox} medio;
8. Efficienza η_{c^*} ;
9. Portata media di ossidante \bar{m}_{ox} ;
10. Portata media di HTPB \bar{m}_{HTPB} e di conseguenza la quantità di HTPB bruciata.

La prima differenza che si può subito notare è il valore della velocità di fiamma. Essa infatti, come detto nel par. 4.1 era molto lenta, in modo da far accendere l'ultima parte del grano combustibile più lentamente e far combaciare la curva di pressione numerica con quella sperimentale. Con l'introduzione del modello per protezioni termiche e tutte le altre modifiche invece, la velocità di fiamma, per seguire il transitorio iniziale, deve essere molto più veloce. Questo può essere visto confrontandola Fig. 4.5 con Fig. 6.1 e Fig. 4.14 prima con Fig. 6.2 Queste inoltre hanno il classico andamento a campana, ben noto in letteratura (Fig. 6.3)

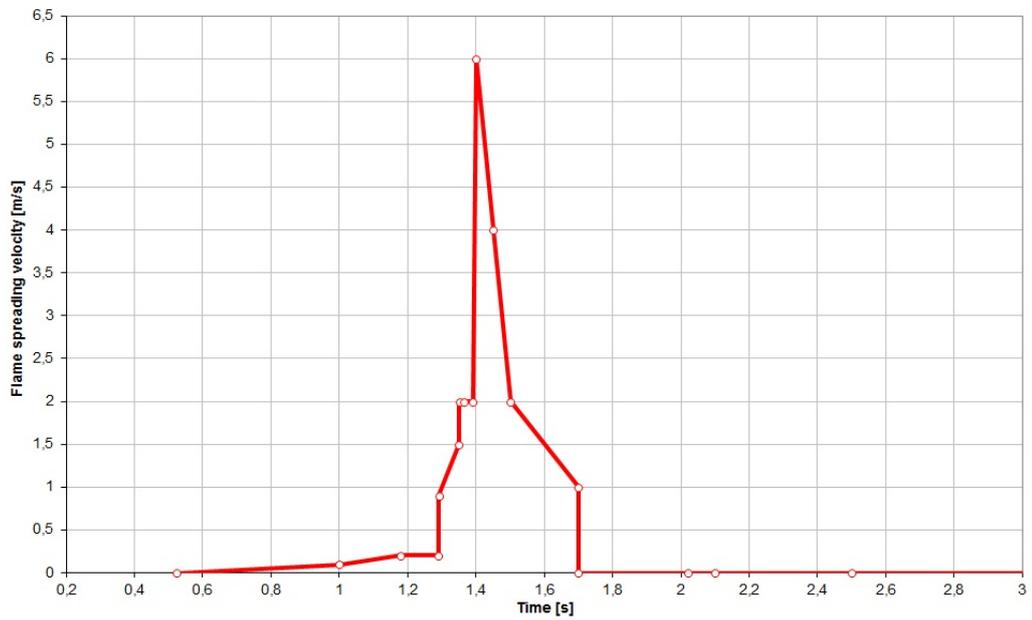


Figura 6.1: Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (Test 10)

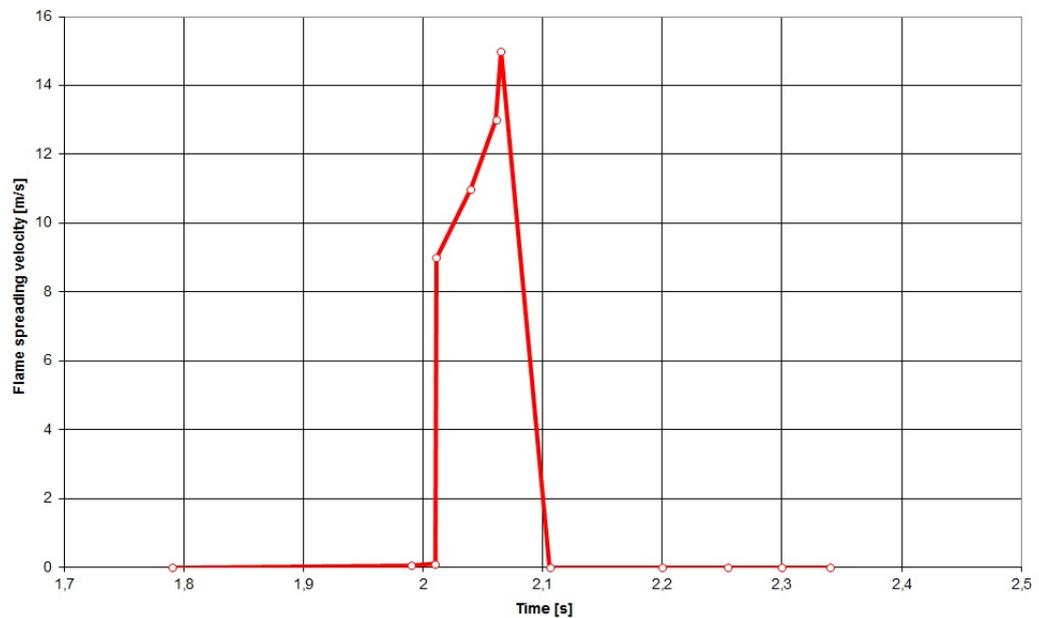


Figura 6.2: Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo (Test 11)

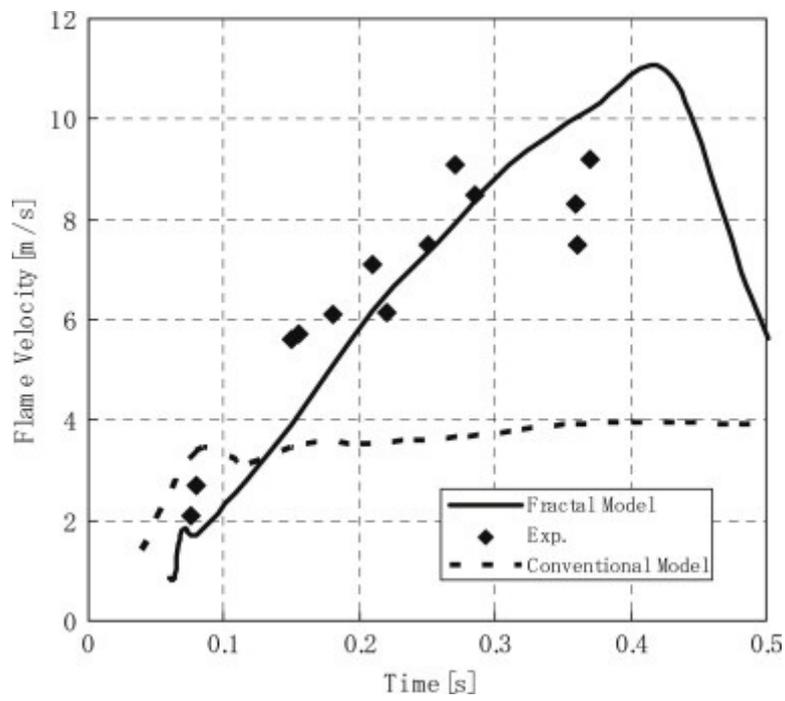


Figura 6.3: Velocità di propagazione della fiamma funzione del tempo [24]

I parametri sui quali é stato tarato il codice sono riportati in Tab. 6.1 e Tab. 6.2, rispettivamente per il Test 10 e 11, e si puó notare come le differenze tra i valori trovati numericamente e quelli trovati sperimentalmente siano molto bassi, dell'ordine del 1%, valore che rientra ampiamente nell'intervallo di incertezza dichiarato sui dati sperimentali stessi. Per esempio, sulla velocitá di combustione si ha un'incertezza di misura di $\pm 10\%$, mentre sulla portata di ossidante questo valore scende a $\pm 5\%$.

Parametro	Valore numerico	Valore sperimentale	Unitá di misura	Differenza [%]
Integrale pressione	198.757	198.8964	$bar \cdot s$	-0.07
P media	10.142	10.163	bar	-0.21
Integrale spinta	5201.83	5187.93	$N \cdot s$	0.27
O/F medio	1.145	1.153	—	-0.69
r media	0.421	0.419	mm/s	0.59
$\frac{D_2}{D_0}$ medio	1.22	1.22	—	0.02
G_{OX} media	12.821	12.8	$kg/(m^2s)$	0.16
η_{c^*}	0.975	0.965	—	1.03
\bar{m}_{OX} media	0.07	0.07	kg/s	0.15
\bar{m}_{HTPB} media	0.061	0.061	kg/s	0.76
c^*	1562.808	1540.3	m/s	1.44

Tabella 6.1: Parametri riassuntivi Test 10

Parametro	Valore numerico	Valore sperimentale	Unitá di misura	Differenza [%]
Integrale pressione	190.533	190.985	$bar \cdot s$	-0.24
P media	23.81	23.876	bar	-0.28
Integrale spinta	5575.83	5579.115	$N \cdot s$	-0.07
O/F medio	1.979	1.994	-	-0.78
r media	0.945	0.954	mm/s	-0.95
$\frac{D_2}{D_0}$ medio	1.302	1.3	-	0.19
G_{OX} media	72.562	72.4	$kg/(m^2s)$	0.22
η_{c^*}	0.917	0.917	-	0.00
\bar{m}_{OX} media	0.189	0.189	kg/s	0.12
\bar{m}_{HTPB} media	0.095	0.095	kg/s	0.88
c^*	1672.441	1661.3	m/s	0.67

Tabella 6.2: Parametri riassuntivi Test 11

Alle Tab. 6.1 e Tab. 6.2, si aggiunge anche Tab.6.3, dove sono riportati gli scarti, in %, tra la curva di pressione numerica e quella sperimentale. L'andamento degli scostamenti, sia durante tutta la fase di tiro, che nella

	Test 10	Test 11
Errore medio totale [%]	2.08	2.4
Errore medio a regime [%]	0.51	0.41

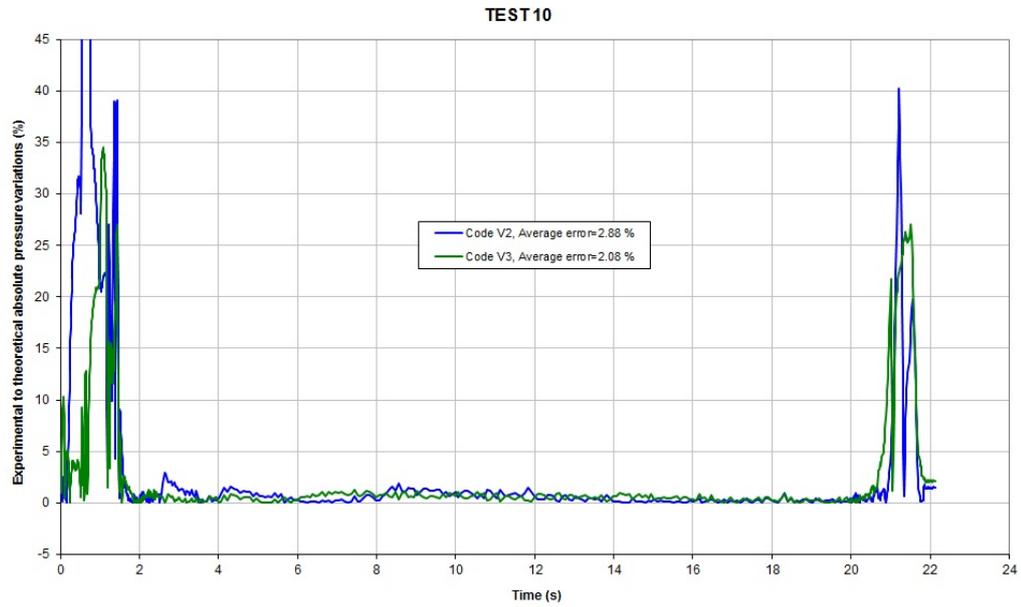
Tabella 6.3: Scostamento delle curva di pressione

fase stazionaria, é inoltre riportato in Fig.6.4 e Fig.6.5. Contrariamente ai confronti precedenti, questa volta all'efficienza di combustione é stato dato un peso molto importante, infatti si é cercato di tenere questo valore il piú possibile prossimo a quello calcolato sperimentalmente. Questa veniva modificata, insieme ad alcuni parametri agenti sulla velocitá di combustione in modo che l'integrale di pressione, velocitá di combustione media, e massa di HTPB consumata avessero lo scarto minimo con i valori sperimentali. Output di questo codice sono tutte le grandezze termo-fluidodinamiche riportate nel par. 4.1 e di seguito vengono riportati i nuovi profili di temperatura, velocitá di combustione, geometria finale, ed in piú rispetto al caso precedente, si riporta anche l'andamento delle perdite di calore in camera di combustione. Queste, nella precedente versione erano identicamente nulle, in quanto l'effetto delle protezioni termiche veniva trascurato, effetto che é stato introdotto in questa versione finale del codice. Dalla Fig.6.10, si nota un trend completamente diverso dei due andamenti delle perdite di calore in camera di combustione, e questo é dovuto a diversi fattori:

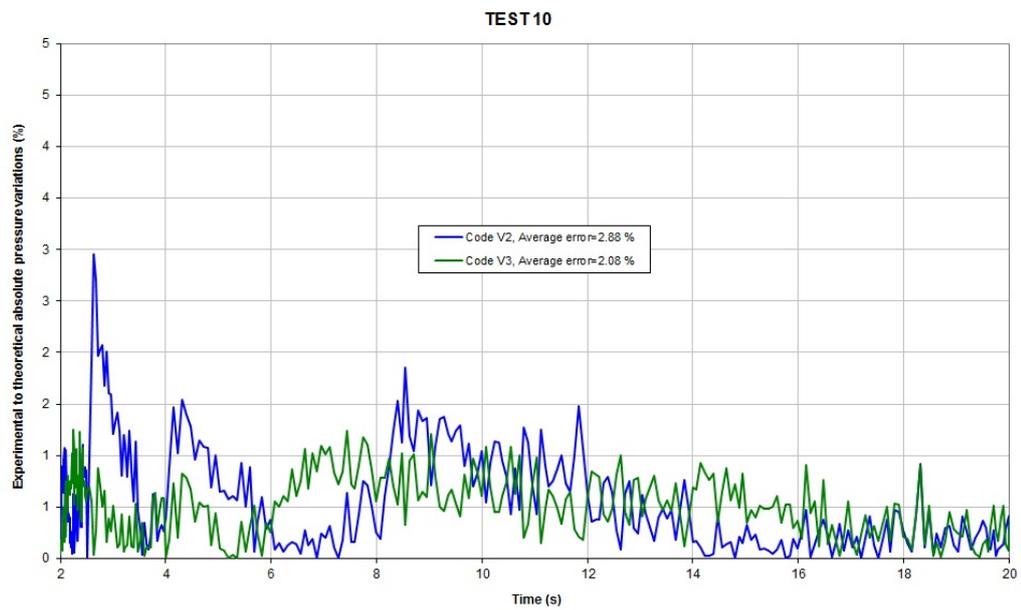
1. **Shift dell' O/F :** questo fenomeno é tipico dei motori ibridi, infatti avendo un valore di $\dot{m}_{OX} = cost$ nel tempo, mentre \dot{m}_{HTPB} aumenta, si avrá che il valore di O/F diminuisce di conseguenza. Per il Test 10, in particolare, esso si porta su valori molto bassi, $\approx 1.5-1$, contrariamente al Test 11 dove esso si assesta su valori di circa $2.5-2$ con conseguenti valori di temperatura in camera piú alti (Fig. 6.9)
2. **Flussi di massa:** come descritto nel paragrafo 6.1.2, si ha che il coefficiente di scambio termico convettivo é funzione del numero di Reynolds,

e quindi della portata massica. Confrontando Fig. 6.11 e Fig. 6.12, si vede come essa é molto piú bassa (la portata nel Test 11 é circa 2.3 volte maggiore rispetto al Test 10), e ciò porta ad avere un valore del numero di Reynolds piú basso. Inoltre il diametro interno iniziale del Test 10 é maggiore di quello del test 11 (75mm per il primo e 50mm per il secondo Fig. 6.7), con conseguente aumento dell'area di porta e quindi nuovamente diminuzione del flusso di massa.

E' inoltre interessante notare come l'andamento della temperatura superficiale delle protezioni termiche in post camera sia diverso tra i due test, sempre per i motivi sopra esposti (Fig. 6.13).

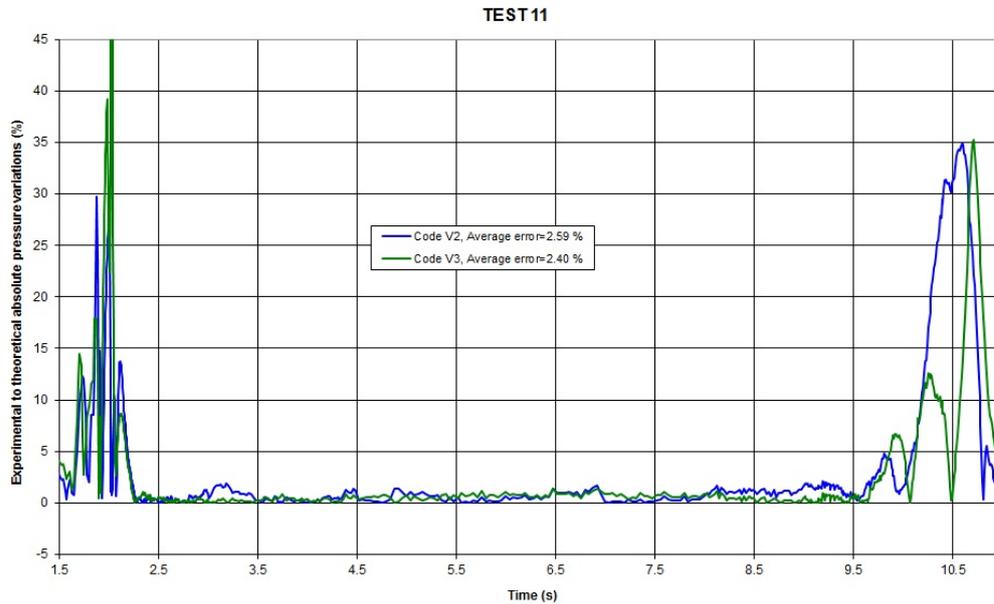


(a) Scostamento tra le curve di pressione durante tutto il tiro

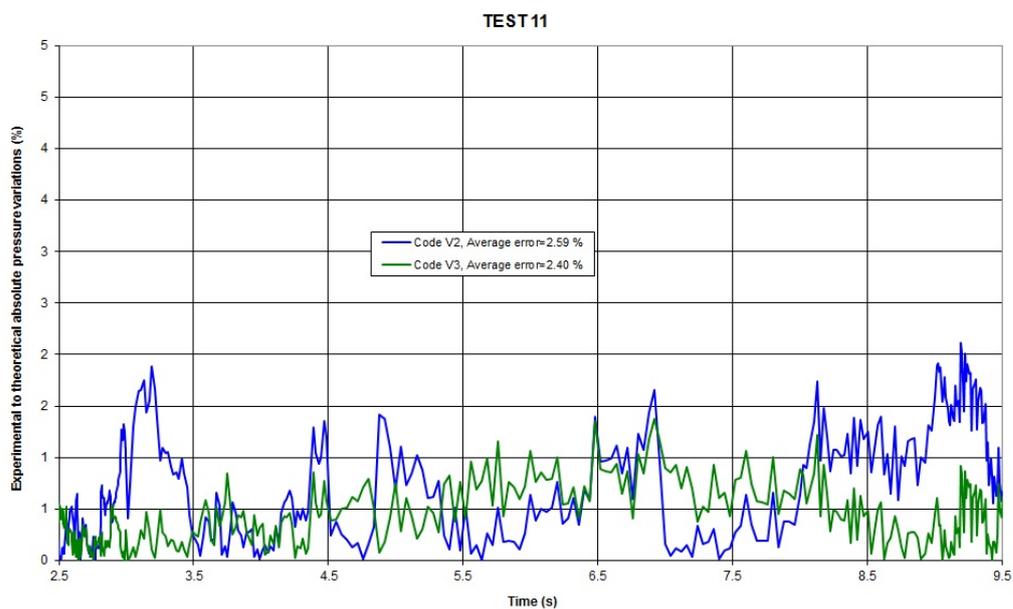


(b) Errore nella fase stazionaria

Figura 6.4: Scostamento tra le curve di pressione nella fase stazionaria per il Test 10

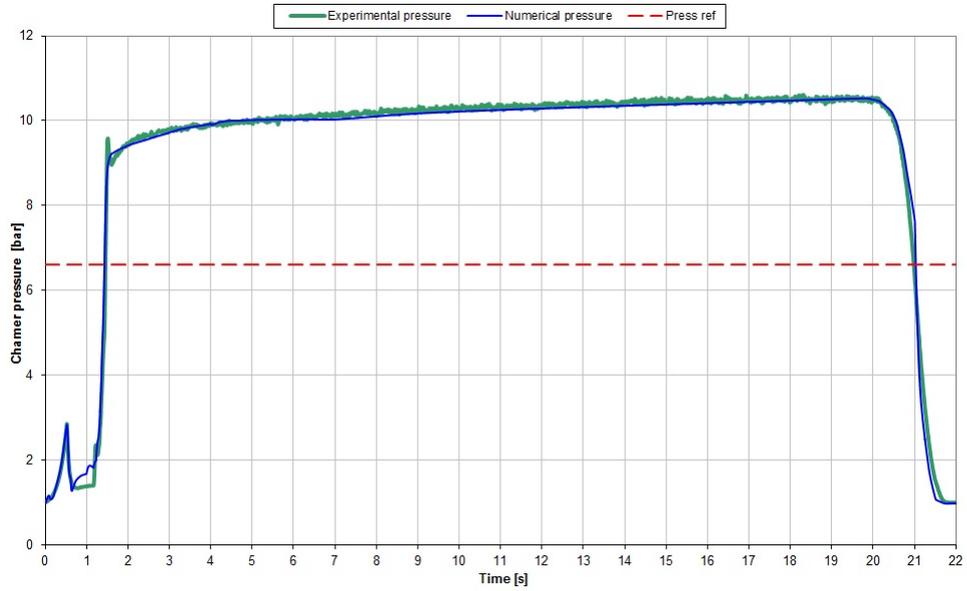


(a) Scostamento tra le curve di pressione durante tutto il tiro

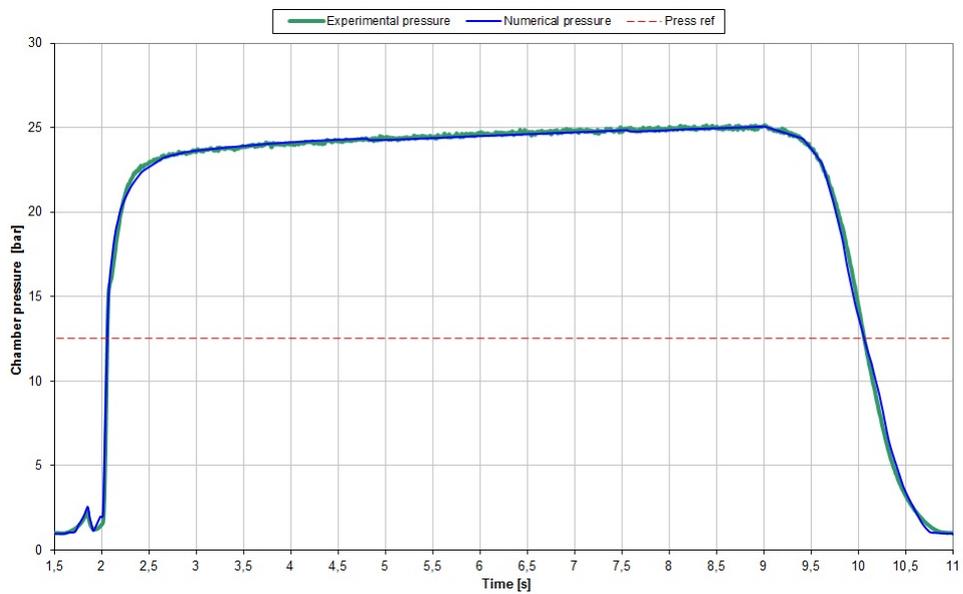


(b) Errore nella fase stazionaria

Figura 6.5: Scostamento tra le curve di pressione nella fase stazionaria per il Test 11

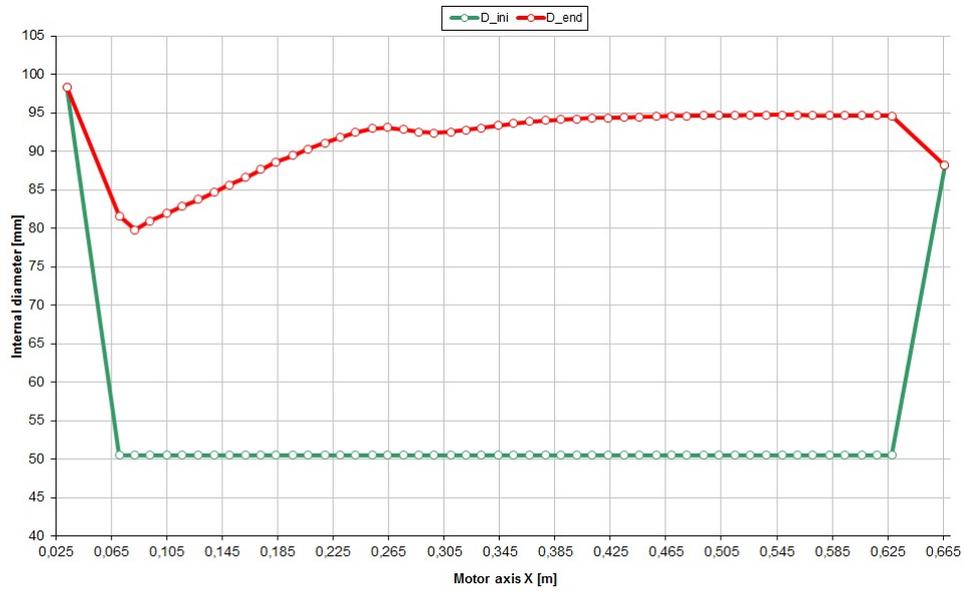


(a) Test 10

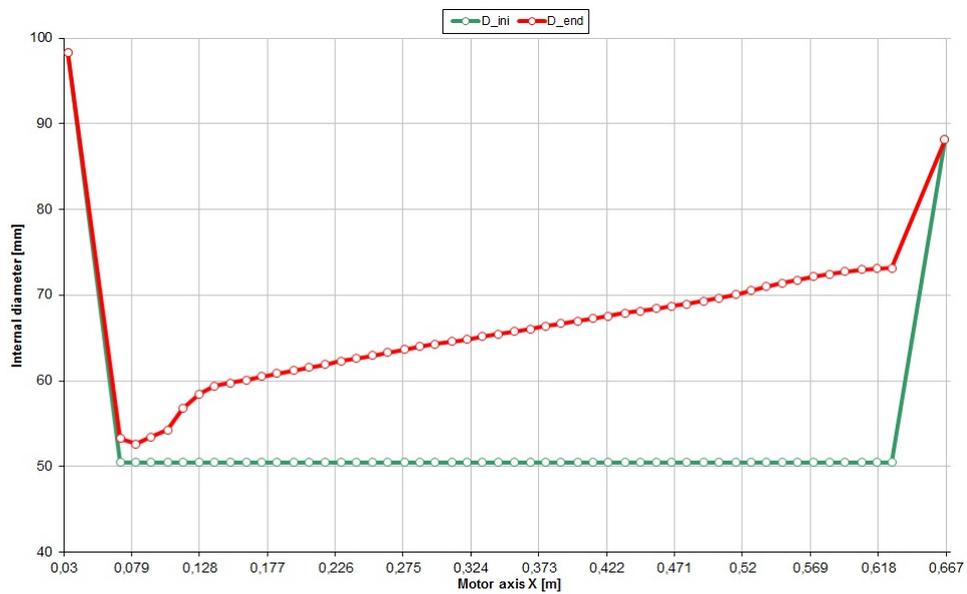


(b) Test 11

Figura 6.6: Pressione funzione del tempo

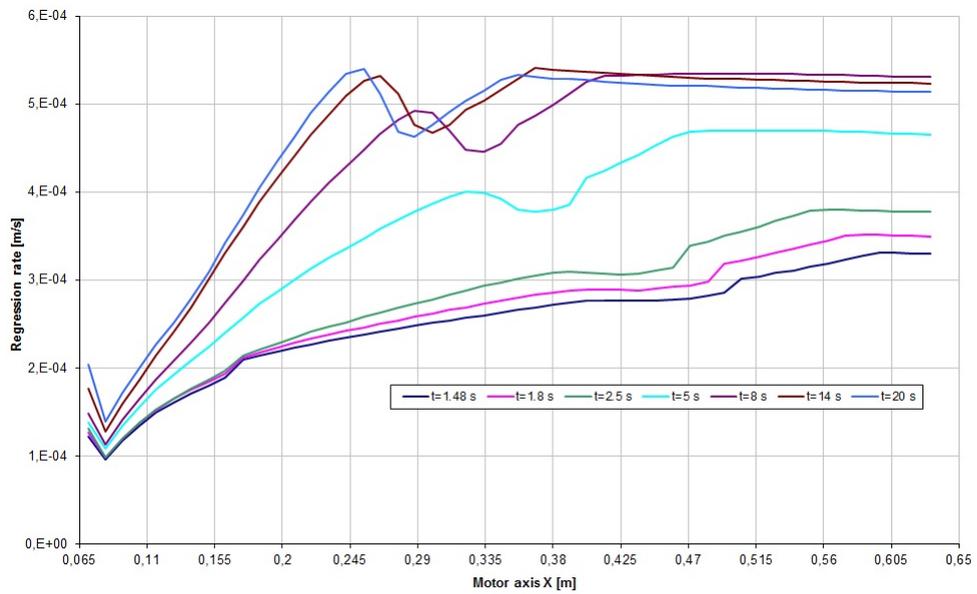


(a) Test 10

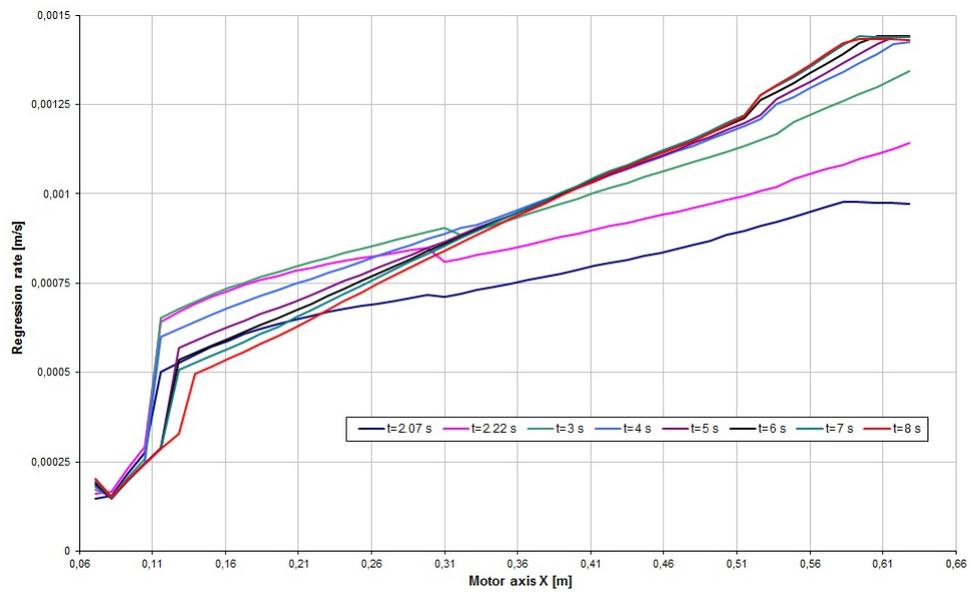


(b) Test 11

Figura 6.7: Diametro iniziale e finale

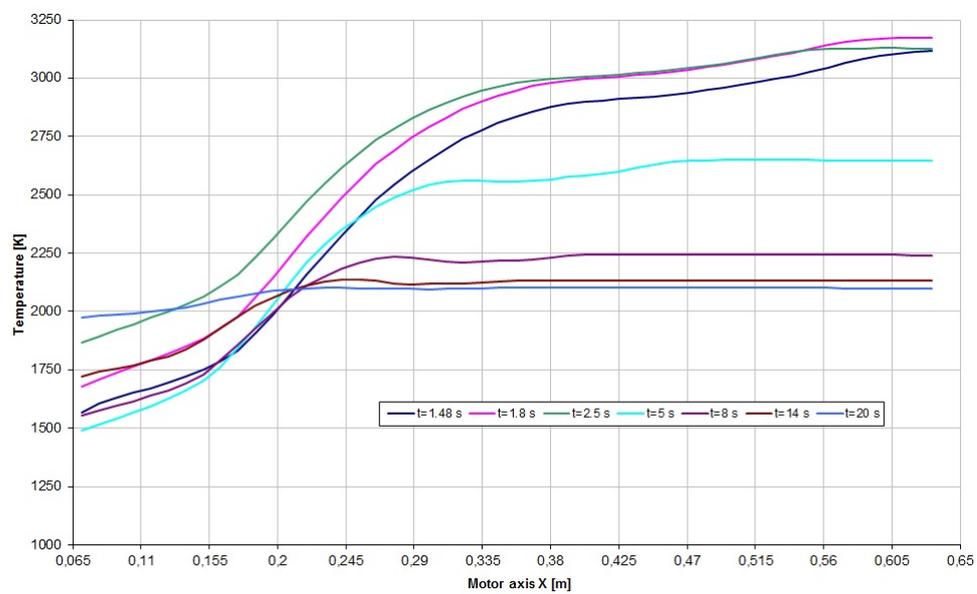


(a) Test 10

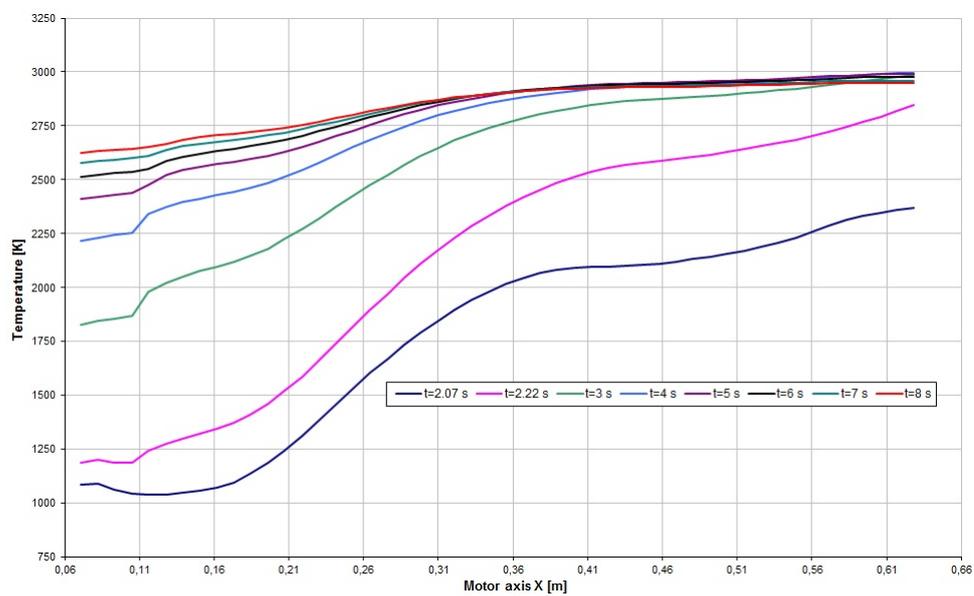


(b) Test 11

Figura 6.8: Velocità di combustione funzione del tempo e della coordinata assiale x

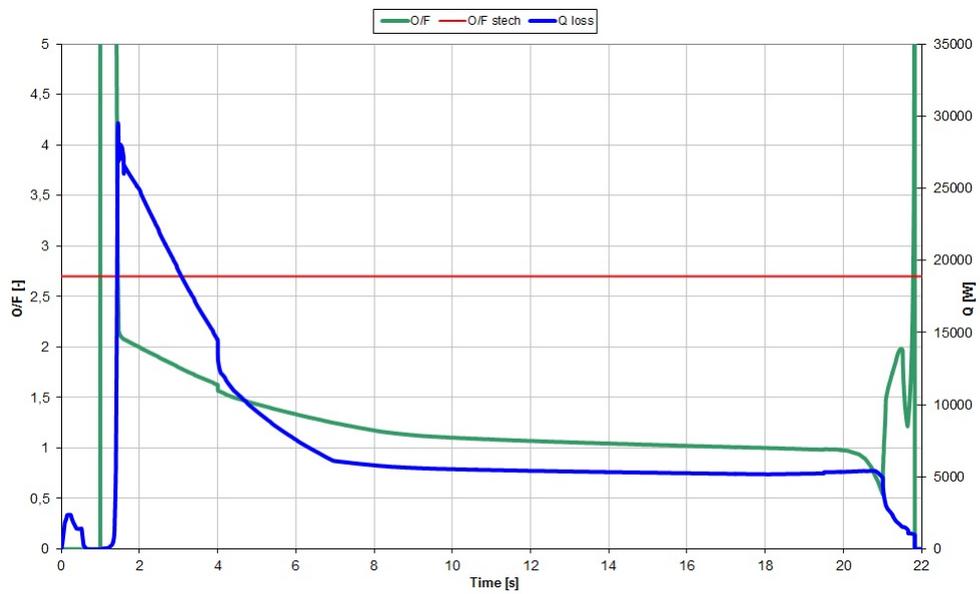


(a) Test 10

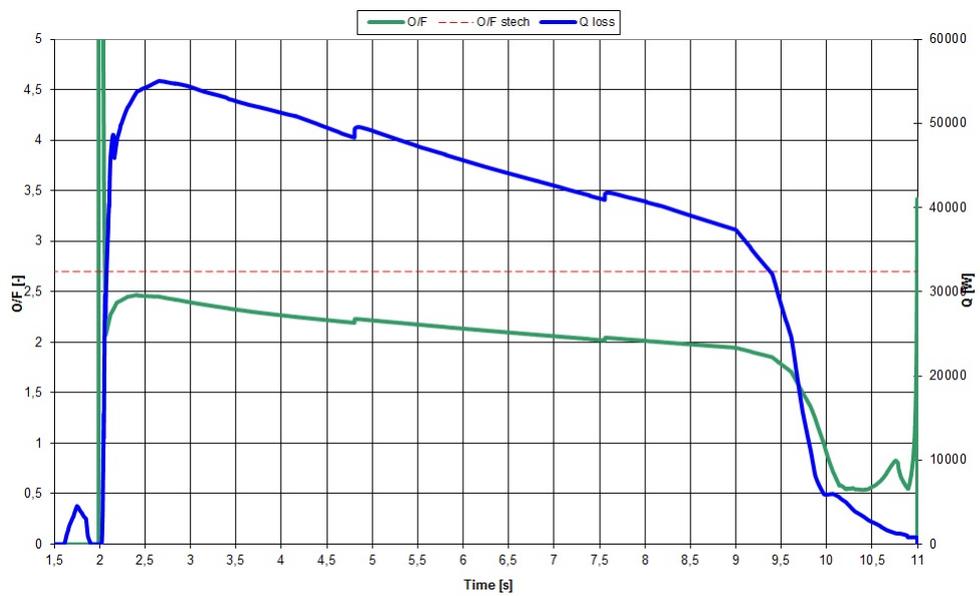


(b) Test 11

Figura 6.9: Temperatura funzione del tempo e della coordinata assiale x



(a) Test 10



(b) Test 11

Figura 6.10: Valore di O/F del motore e perdite di calore in camera di combustione funzione del tempo

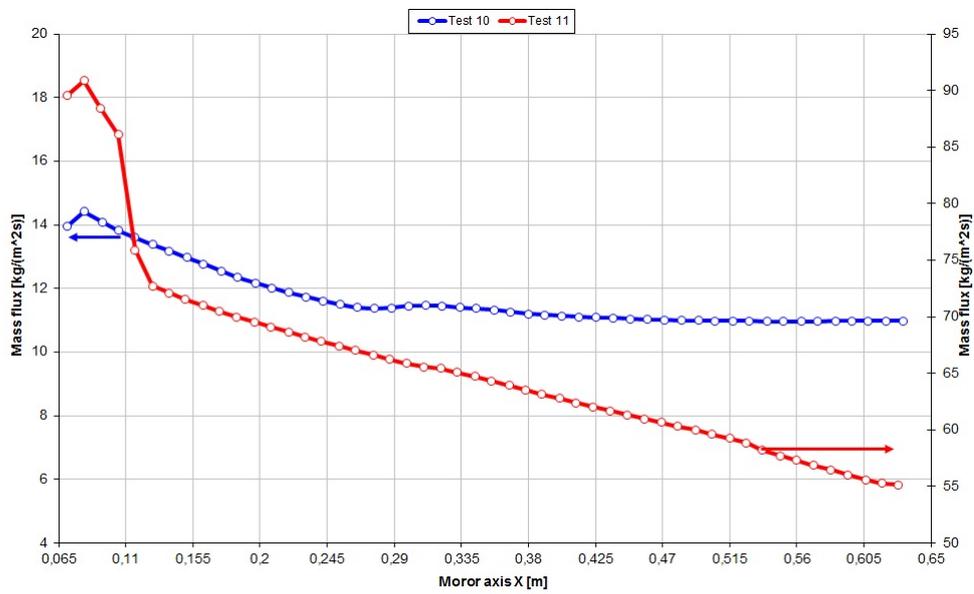
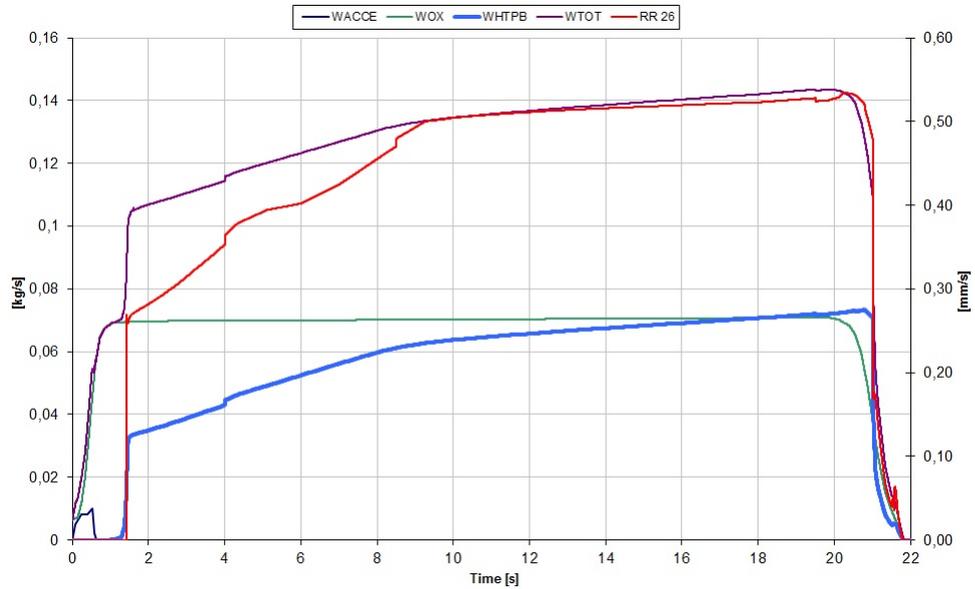
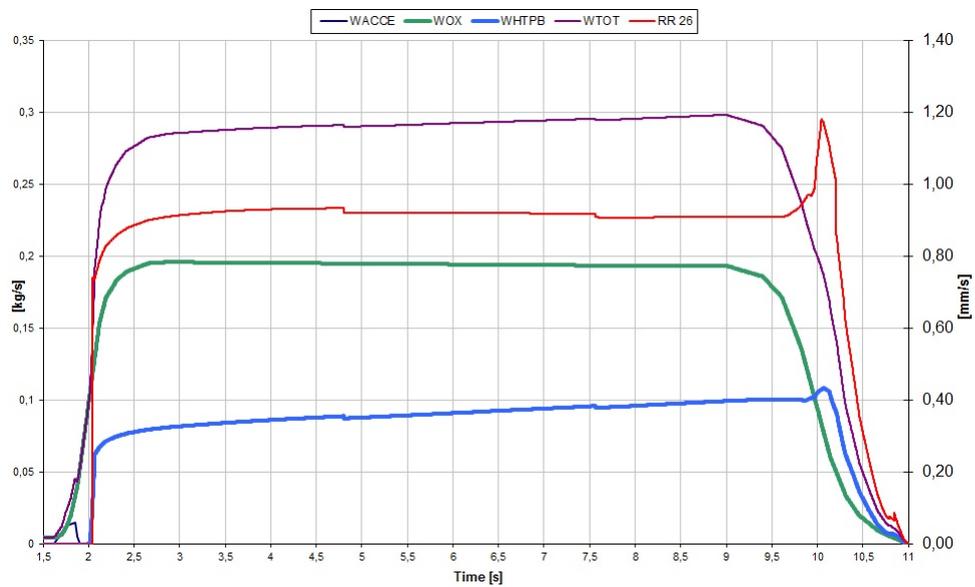


Figura 6.11: Confronto del flusso di massa tra il Test 10 e 11

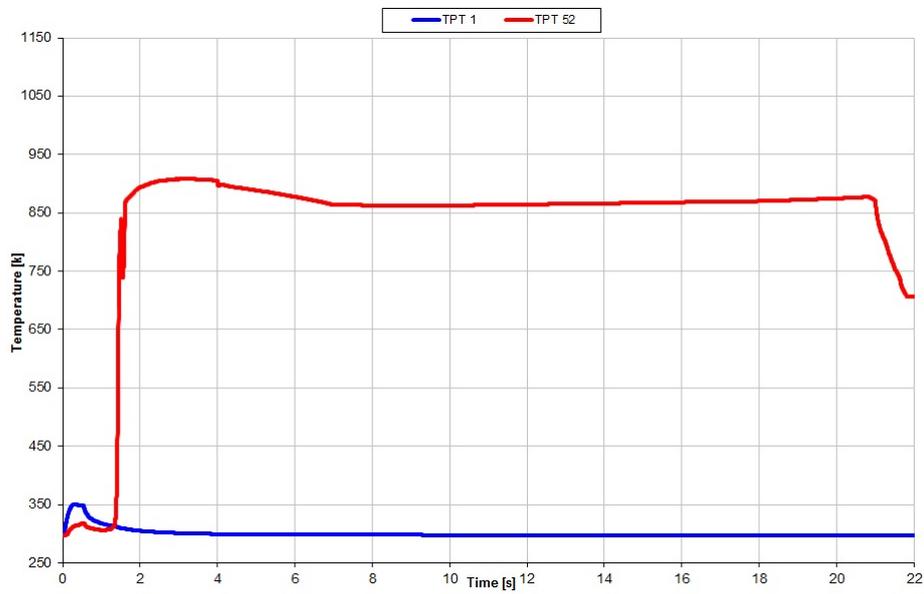


(a) Test 10

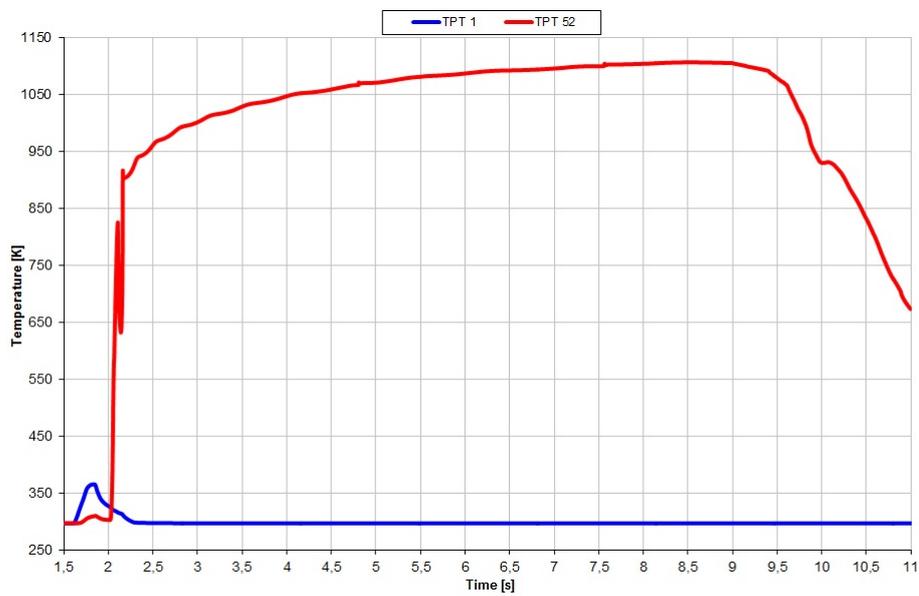


(b) Test 11

Figura 6.12: Portate e velocità di combustione funzione del tempo



(a) Test 10



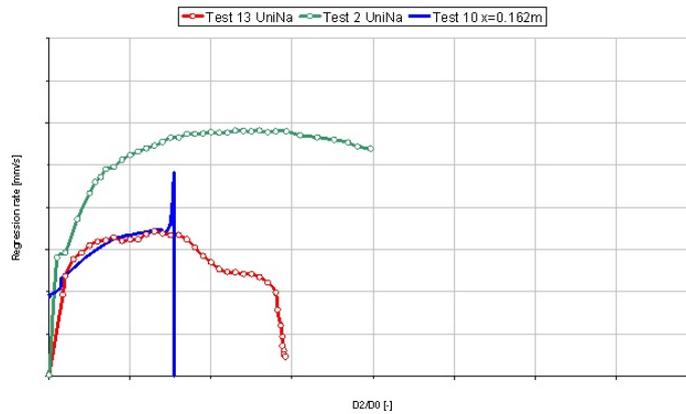
(b) Test 11

Figura 6.13: Temperatura superficiale delle protezioni termiche in pre e post camera

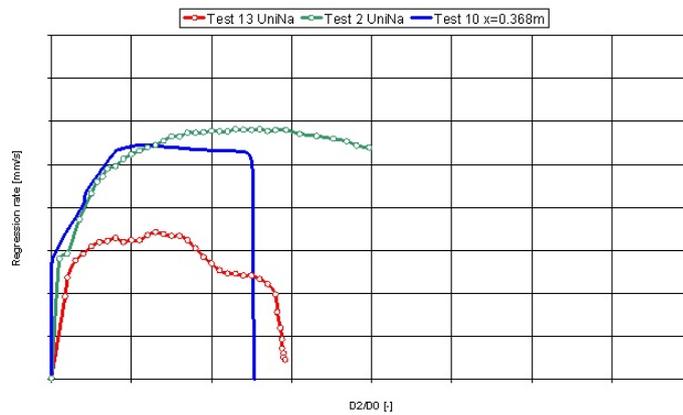
Purtroppo ad oggi non sono disponibili risultati sperimentali riguardanti la velocità di combustione funzione del tempo in diverse sezioni del motore, e la geometria finale del grano. In letteratura sono però disponibili alcuni risultati di tiri al banco in condizioni simili a quelli dei test a disposizione. In particolare è stata usata la stessa geometria interna del motore, e come combustibile il polietilene, che risulta abbastanza simile all'HTPB. Infatti, il valore O/F stechiometrico tra polietilene e GOX è ≈ 3.42 , mentre tra HTPB e GOX è ≈ 2.7 , inoltre la densità del polietilene è compresa tra i 1000 e 1100 kg/m^3 mentre per l'HTPB essa varia tra i 930 e 960 kg/m^3 . Grazie a queste similitudini si è pensato di confrontare alcuni valori del Test 10 (il più simile ai test trovati in letteratura):

1. Geometria interna post tiro;
2. Andamento della velocità funzione del rapporto tra diametro attuale e iniziale, per diverse sezioni del motore.

Questi andamenti sono riportati in Fig 6.14. Logicamente, non conoscendo perfettamente le condizioni dei vari test, quali tempo di combustione, portata di ossidante etc etc... non si può pretendere una completa sovrapposizione delle curve, ma almeno si riesce a vedere che la curva numerica ha un trend molto simile a quella sperimentale. Poiché i test di letteratura sono stati fatti in carenza di ossidante, così come per il Test 10, ci si aspetta che anche la geometria finale del grano abbia un andamento abbastanza simile. Questo si può vedere in Fig. 6.15. A causa del fatto che i motori lavorano, più o meno, nella stessa condizione di O/F, è possibile vedere la forma a "campana". Questa è dovuta al fatto che nella parte terminale c'è una minore o completa assenza di ossidante, per cui la velocità di combustione è dovuta solo alla componente di entrainment e/o di erosione meccanica. Per quanto riguarda il Test 11, esso lavora con valori di O/F ben più alti rispetto al Test 10, e questo, come già detto, porta ad andamenti della velocità di combustione e temperatura ben diversi. Per confrontare tali aspetti, si è fatta una "fotografia" del motore a metà del tiro, ed è interessante notare come effettivamente l'andamento della velocità di combustione sia profondamente diverso tra i due. Nel Test 10 infatti, si ha un valore di massimo locale, dovuto all'effetto



(a) Test 10



(b) Test 11

Figura 6.14: Velocità di combustione funzione del diametro idraulico in due diverse sezioni del motore

dell' O/F e dell'impingement dell'iniettore (effetto comunque meno sentito rispetto al Test 11), mentre nel Test 11, a causa del fatto che l'ossigeno è presente fino alla fine, si ha un andamento della velocità di combustione che è crescente monotonicamente. Il fatto di avere un valore di O/F diverso si ripercuote anche sulle temperature, infatti in Fig. 6.17, si vede come nel Test 11 si abbiano valori di temperatura molto più alti rispetto al Test 10, di $\approx 900 K$.

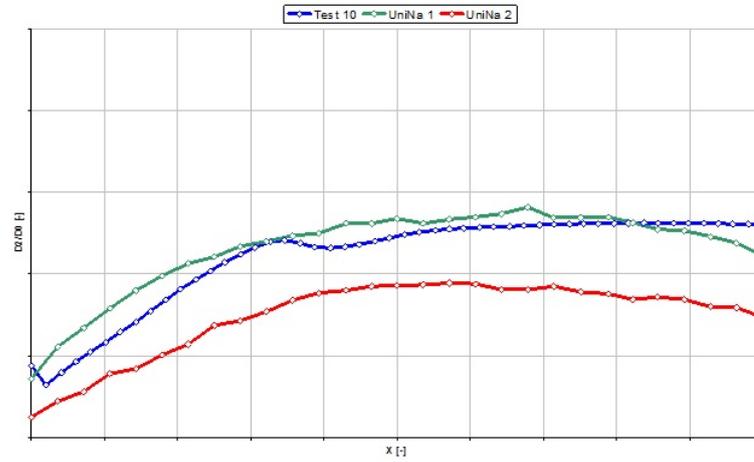


Figura 6.15: Diametro interno funzione della coordinata assiale x

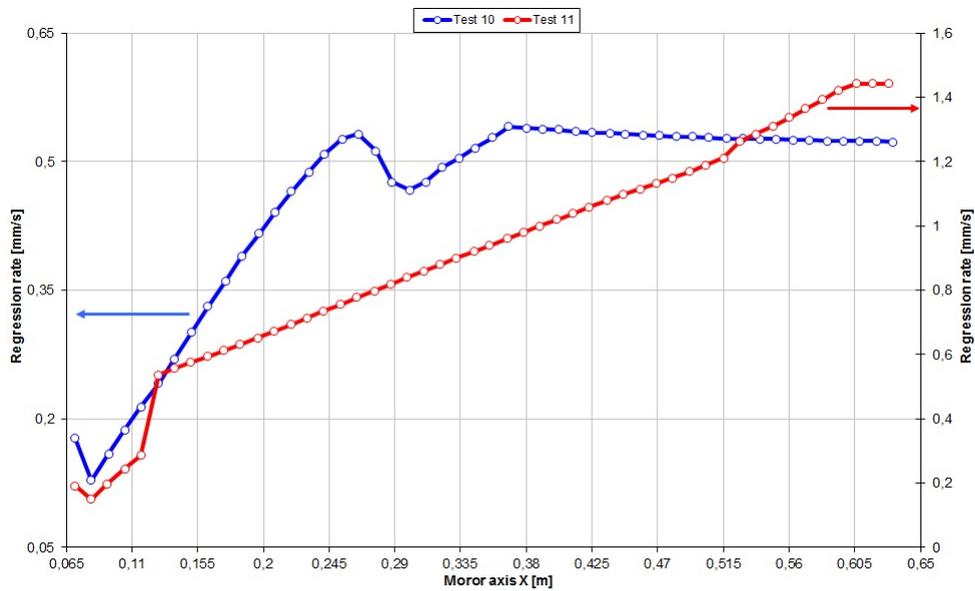


Figura 6.16: Confronto della velocità di combustione tra il Test 10 e 11

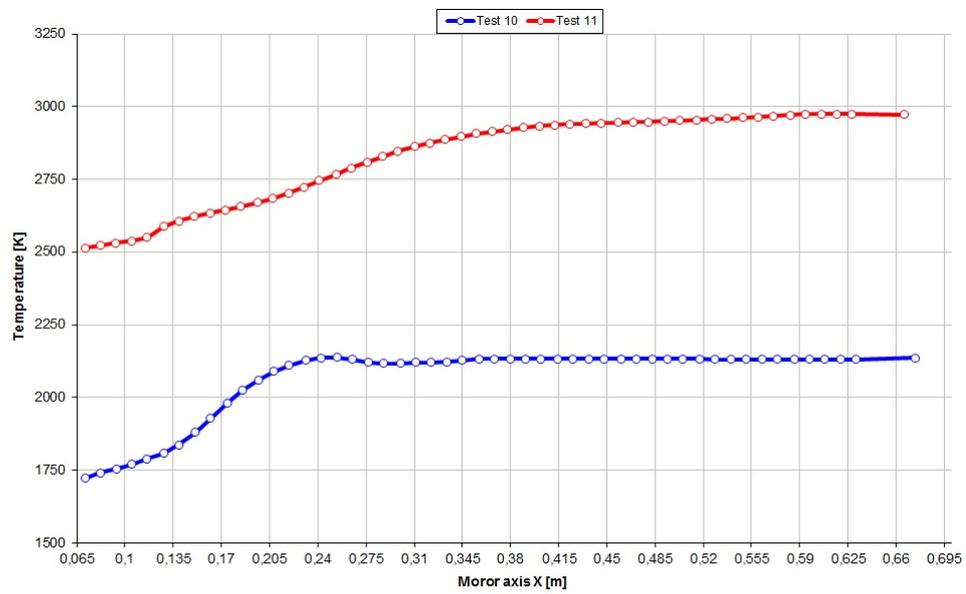


Figura 6.17: Confronto della temperatura interna tra il Test 10 e 11

6.3 Discussione dei risultati

In questa sezione vengono discusse alcune particolarità che sono state evidenziate all'interno del modello. In particolare verranno esaminati diversi aspetti:

1. Aumento della velocità di combustione nella fase di spegnimento;
2. Fenomeno dell'entrainment sull'HTPB;
3. Discontinuità nella curva delle perdite di calore;
4. Valutazioni sulle protezioni termiche.

6.3.1 Aumento della velocità di combustione nella fase di spegnimento

Come visto in Fig. 6.12, durante la fase di spegnimento del motore, si vede una risalita della velocità di combustione. Questo fenomeno va in contraddizione con quanto ci si aspetterebbe, in quanto in questa fase la portata di ossidante, e quindi il flusso di massa, sta diminuendo. Per capire meglio questo fenomeno è stata ripreso il programma *BURNR2* utilizzato in [27] e si sono riprodotte le condizioni di temperatura, pressione e flusso di massa di questa particolare fase. Questo programma ha la possibilità di poter settare molti dei parametri fondamentali, ed in particolare il valore di O/F . Questo infatti sembra essere la causa di questo fenomeno, in quanto l'aumento di velocità di combustione si ha sempre in prossimità del limite inferiore di infiammabilità tra *GOX* e *HTPB*, che è pari a $O/F_{lim} \approx 0.72$. Come prima cosa, utilizzando il codice *CEA*[®] (da dove sono prese le tabelle utilizzate nel programma principale), è stato tirato fuori l'andamento della temperatura di fiamma, peso molecolare e γ funzione dell' O/F , ad una pressione fissata ($\approx 10 \text{ bar}$), e questi sono riportati in Fig. 6.18 e Fig. 6.19. Subito si nota un locale aumento della temperatura di fiamma ed un aumento del peso molecolare, mentre γ scende bruscamente, portandosi a valori più prossimi a quelli che si hanno per valori di $O/F \approx 2$. Questi sono tutti parametri che influenzano il coefficiente di scambio termico convettivo e quello per irraggiamento

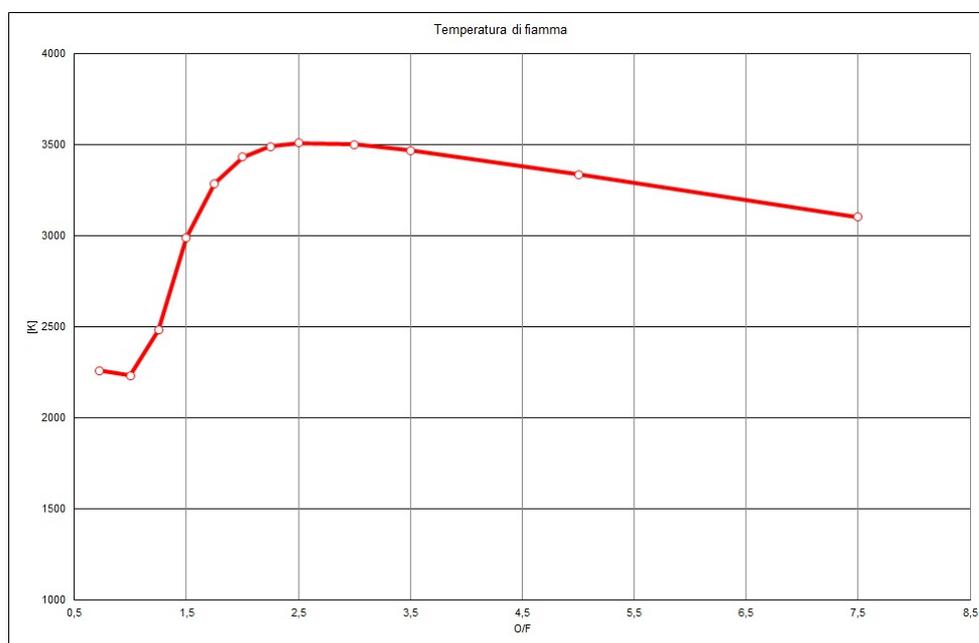


Figura 6.18: Andamento della temperatura di fiamma tra *GOX* e *HTPB* funzione dell' O/F

(ricordiamo infatti che nel programma si fa uso di un coefficiente di scambio termico equivalente tale che $h_{eq} = h_{conv} + h_{irr}$, eq. 5.4), e per questo motivo si é deciso di andare a monitorare l'andamento del flusso termico convettivo e radiativo in funzione dell' O/F . In Fig. 6.20 si vede come per bassi valori di O/F , dove la temperatura di fiamma é molto piú bassa, il flusso termico radiativo non gioca un ruolo importante, contrariamente a quello convettivo. In Fig. 6.21 é riportato l'andamento del coefficiente di scambio termico convettivo, ed effettivamente si vede come, in prossimitá del limite inferiore di infiammabilitá, si ha un aumento locale di tale valore. Essendo la velocitá di combustione, funzione del flusso termico totale, questo potrebbe giustificare il perché di tale andamento della velocitá di combustione nella fase di spegnimento. Fenomeni simili sono stati osservati anche sperimentalmente in [22] e [21]. Infine, in Fig. 6.22 e Fig. 6.23 vengono anche riportati gli andamenti della velocitá di combustione lungo l'asse del motore per diversi valori di O/F , sotto l'ipotesi di temperatura e pressione costanti, in modo

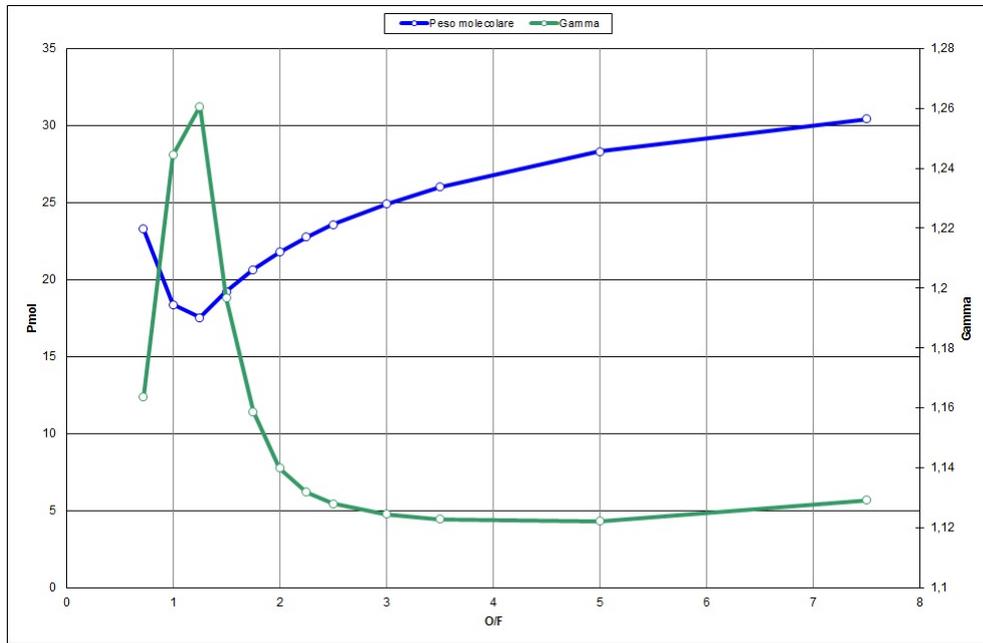


Figura 6.19: Andamento del peso molecolare e γ funzione dell' O/F

da vedere anche l'effetto del flusso di massa e della posizione.

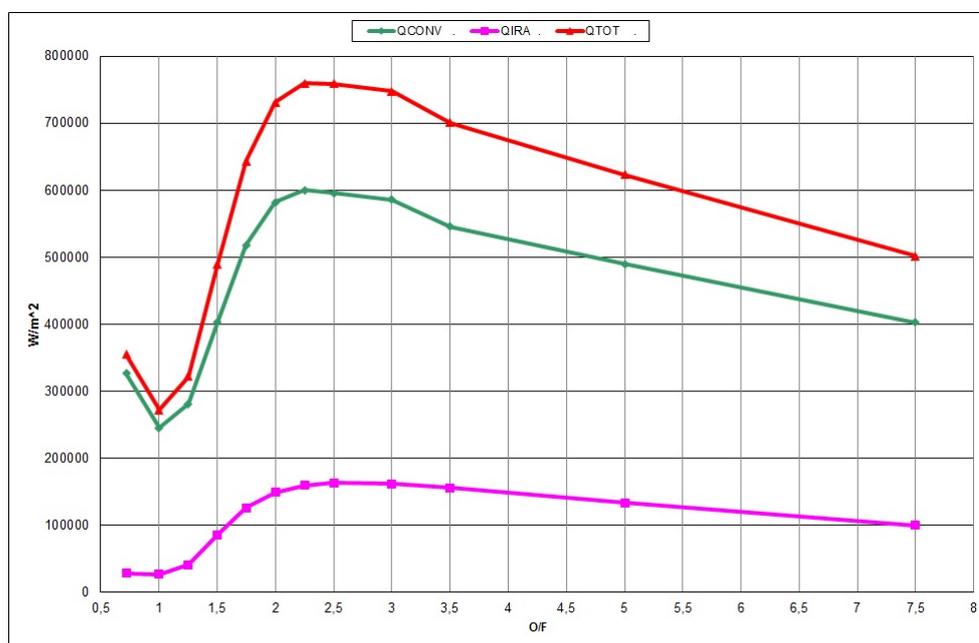


Figura 6.20: Andamento del flusso termico convettivo e radiativo funzione dell'O/F

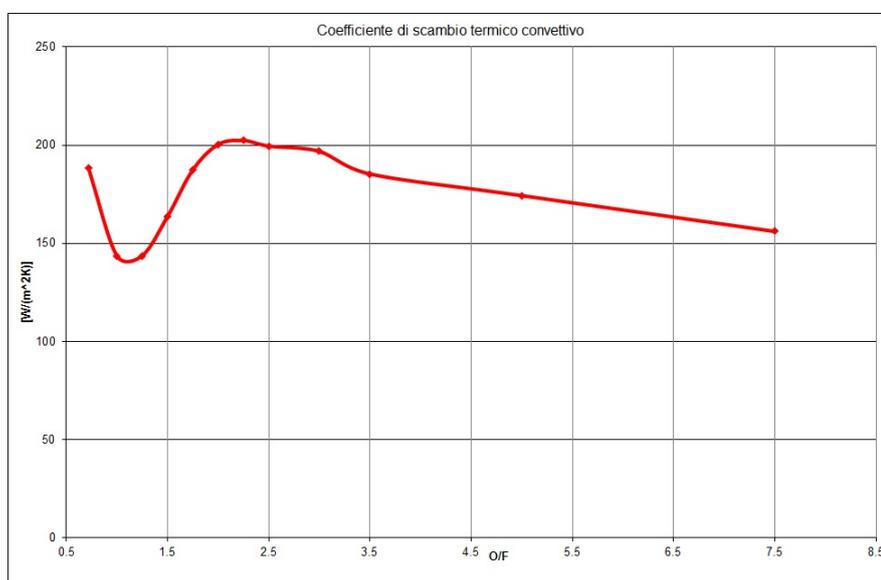


Figura 6.21: Andamento del coefficiente di scambio termico convettivo funzione dell'O/F

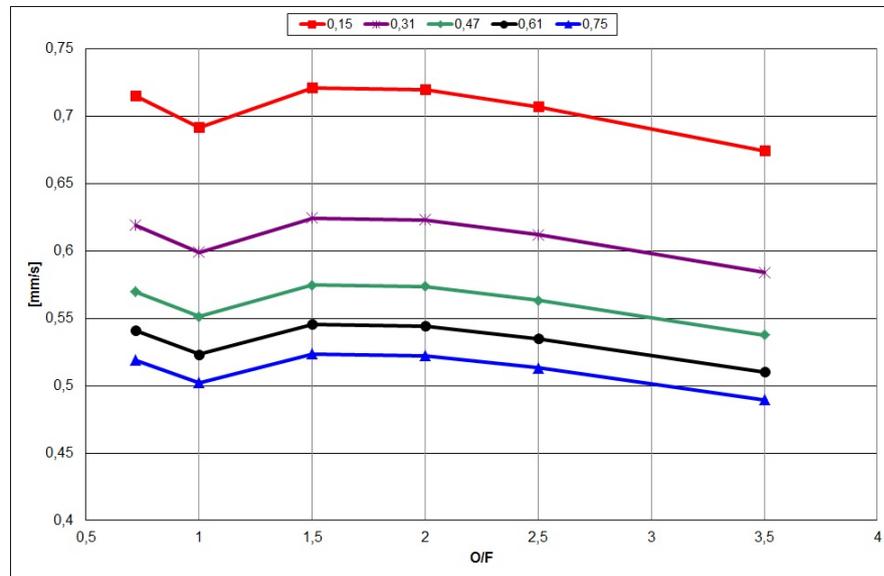


Figura 6.22: Andamento della velocità di combustione funzione dell' O/F in diverse sezioni del motore

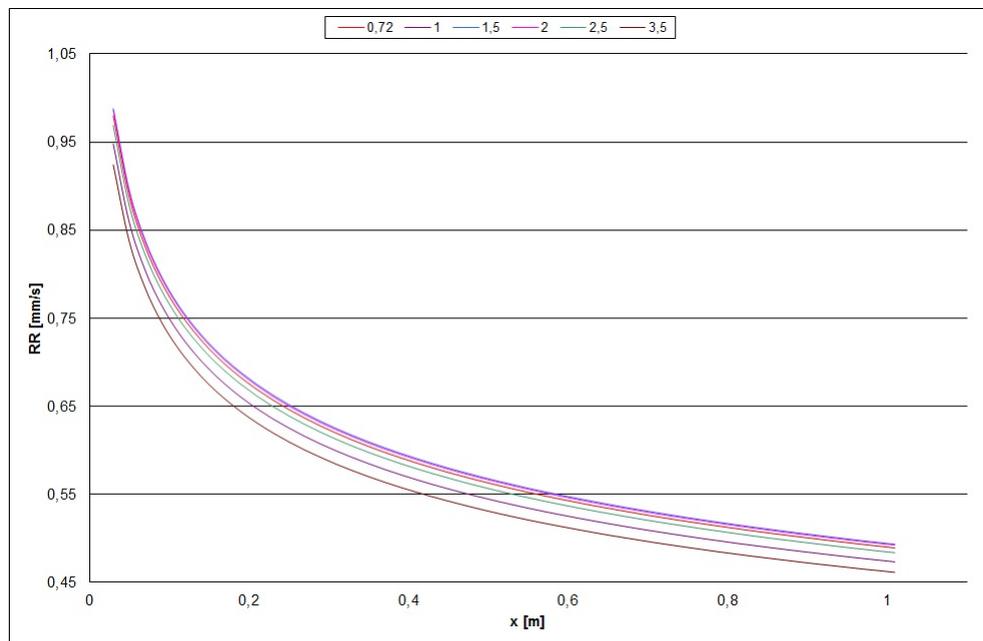


Figura 6.23: Andamento della velocità di combustione lungo l'asse del motore per diversi valori di O/F

6.3.2 Entrainment sull'HTPB

Come spiegato nel Cap. 3, per il calcolo della velocità di combustione si è utilizzata la teoria dell'entrainment, anche se, questa inizialmente fu sviluppata e verificata su materiali paraffinici o criogenici. L'HTPB al contrario è un polimero, ma recenti studi (Cf [23]) hanno dimostrato la presenza di un piccolo strato liquido sulla superficie e la formazione di filamenti piuttosto che le classiche goccioline. In questa sezione verranno riportati e confrontati i risultati dovuti a tale fenomeno per quanto riguarda i due test esaminati. A causa del fatto che, come detto, questa teoria non è mai stata applicata all'HTPB ed inoltre è stata sviluppata sotto l'ipotesi di stazionarietà del fenomeno, si è proceduto con alcuni test di verifica. In particolare essi sono:

- Calcolo dell'entalpia di vaporizzazione in modo indiretto;
- Calcolo della velocità di entrainment e altezza dello strato liquido funzione del tempo.

Entalpia di vaporizzazione

Il codice scritto, per il calcolo della velocità di combustione, richiede in input diversi parametri termodinamici del materiale, quali:

- Calore specifico in fase solida;
- Calore specifico in fase liquida;
- Calore latente di fusione;
- Temperatura di fusione ed evaporazione.

Al contrario, l'entalpia di vaporizzazione, è sì un parametro intrinseco del materiale, ma essa è legata alla velocità di combustione, in quanto $Q_w = rh_v\rho \Rightarrow h_v = \frac{Q_w}{\rho r}$. Nel calcolo del flusso termico e della velocità di combustione, ci si aspetta di avere, almeno nella zona stazionaria del problema, un valore di h_v costante sia nel tempo che nello spazio. Per verificare ciò sono stati presi in esame 3 nodi, molto distanti tra loro, e quindi operanti

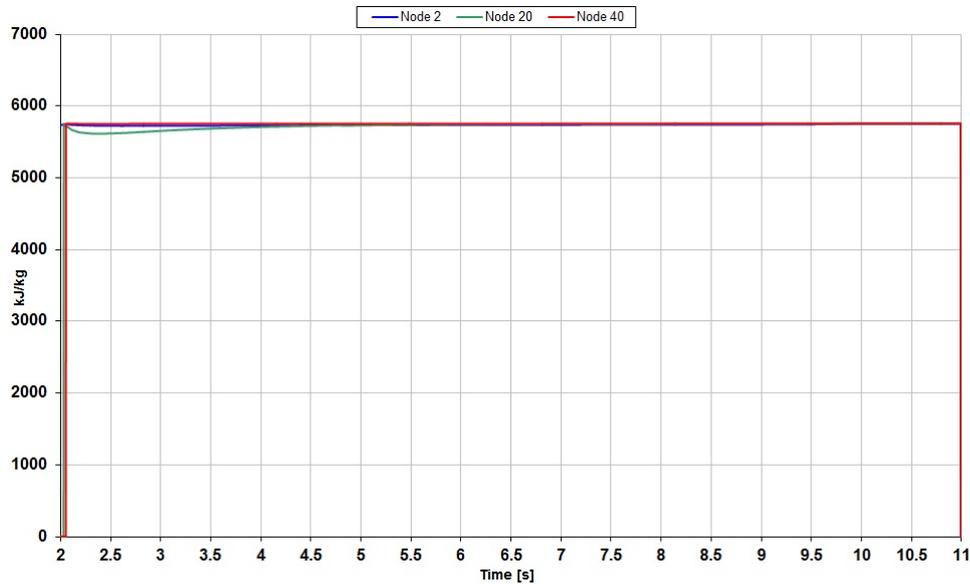


Figura 6.24: Entalpia di vaporizzazione funzione del tempo e della distanza assiale (Test 11)

sotto valori di Q_w e r molto diversi. Il valore di h_v dei 3 nodi, funzione del tempo, é riportato in Fig. 6.24. Effettivamente si vede che gli scostamenti percentuali sono molto contenuti (Fig. 6.25). La massima differenza, infatti, pari a 2.5% e si ha nella fase transitoria. Questo scarto può essere ritenuto assolutamente trascurabile in quanto ben al di sotto di tutte le incertezze presenti nel modello (ad oggi in letteratura moltissimi parametri fisici e termodinamici dell'HTPB non sono disponibili). Un discorso completamente analogo al precedente, può essere fatto per il Test 10. Infatti in questo caso si ha lo stesso valore di h_v , anche se il motore opera sotto condizioni di O/F, pressione, temperatura e portata di ossidante completamente diversi dal Test 11. Questo nuovamente a conferma della bontà del modello (Fig. 6.26). Come si vede dalla Fig. 6.27, in questo test inoltre si osservano scostamenti dell'entalpia di vaporizzazione ancora più bassi, cioè dell'ordine dello 0.6%.

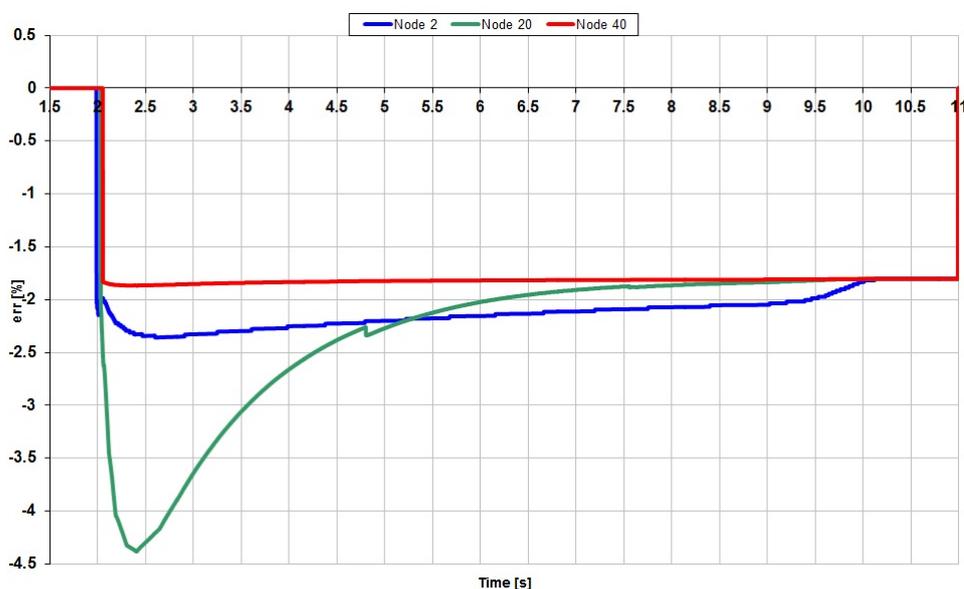


Figura 6.25: Scostamento percentuale dell'entalpia di vaporizzazione dal suo valore a regime (Test 11) per i 3 nodi presi in esame

Velocità di entrainment e altezza dello strato liquido

Una seconda verifica per quanto riguarda il modello per il calcolo della velocità di combustione viene fatta sull'altezza dello strato liquido sulla superficie del combustibile. Come detto in precedenza ci si aspetta, a regime, un valore abbastanza piccolo e di spessore costante per questo parametro, se comparato con i classici spessori di un combustibile paraffinico o criogenico. Questa altezza viene calcolata in funzione del tempo come:

$$h(t) = \int_0^t r_e(\tau) d\tau \quad (6.12)$$

con la condizione che $h(t)|_{t=0} = 0$. Nel cap. 3 é riportata tutta la teoria riguardante questo fenomeno, e si vede come esso sia influenzato dal flusso di massa e temperatura locale. Nelle figure seguenti (Fig. 6.28, 6.29, 6.30 e 6.31) viene riportato l'andamento dell'altezza dello strato liquido funzione del tempo e della posizione assiale per i due test. Da queste si vede come nel Test 11 le velocità e spessori in gioco siano notevolmente diversi, almeno

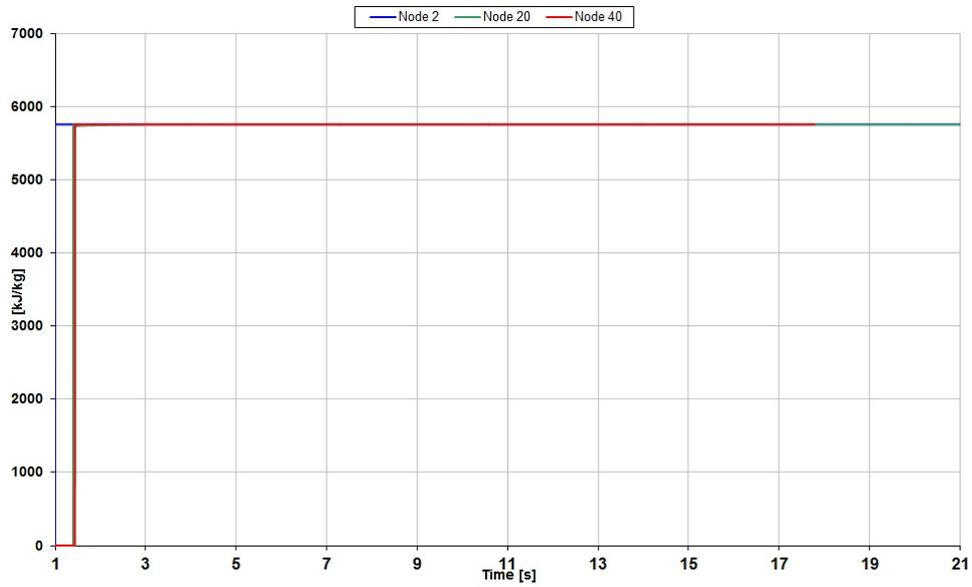


Figura 6.26: Entalpia di vaporizzazione funzione del tempo e della distanza assiale (Test 10)

1 – 2 ordini di grandezza in piú, rispetto al Test 10. Questo perché nel primo caso le pressioni, temperature e flussi di massa in gioco sono molto piú alti rispetto al caso 10, e ciò porta ai risultati appena esposti.

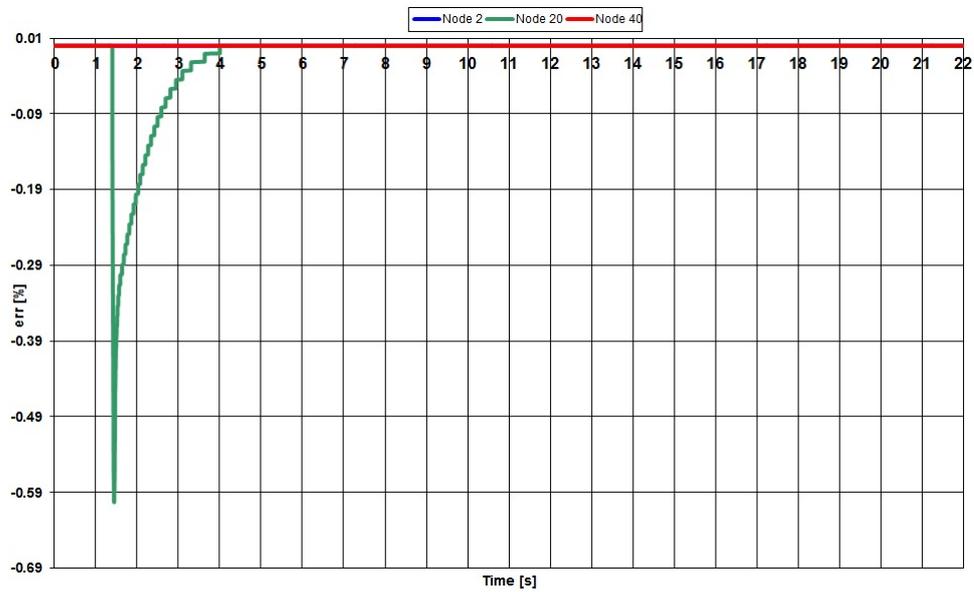


Figura 6.27: Scostamento percentuale dell'entalpia di vaporizzazione dal suo valore a regime (Test 10) per i 3 nodi presi in esame

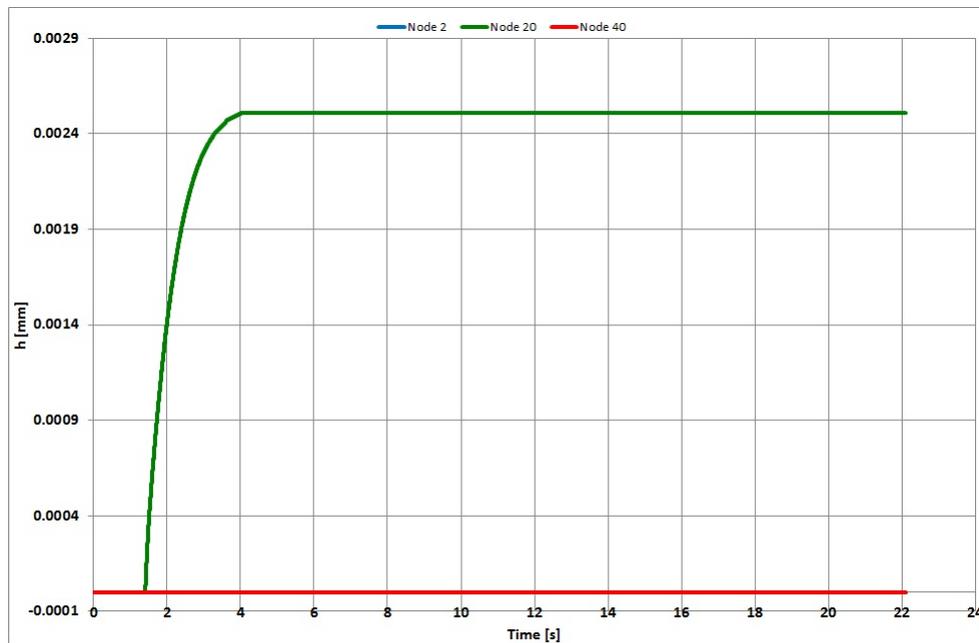


Figura 6.28: Altezza dello strato liquido in superficie funzione del tempo (Test 10)

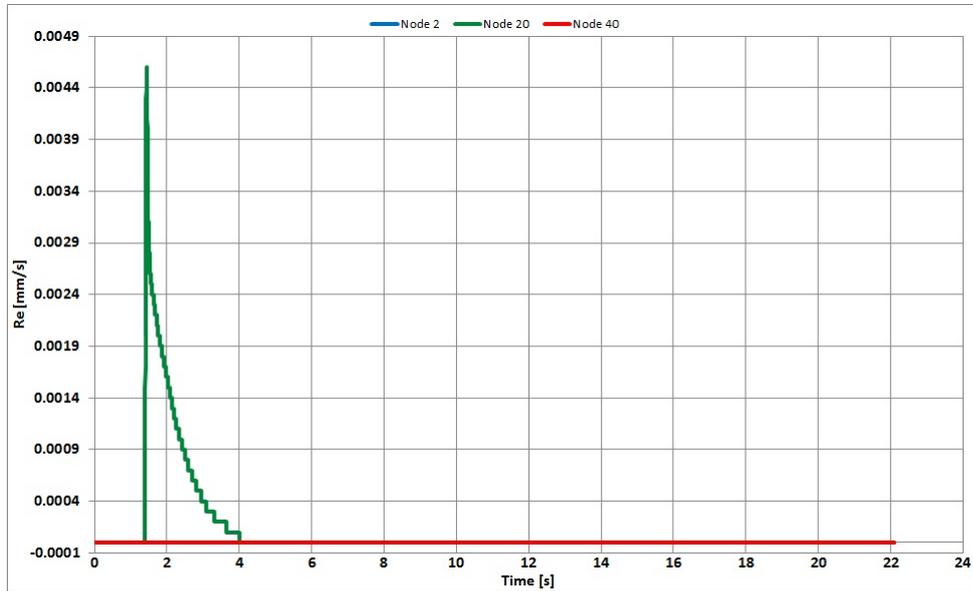


Figura 6.29: Velocità di entrainment funzione del tempo (Test 10)

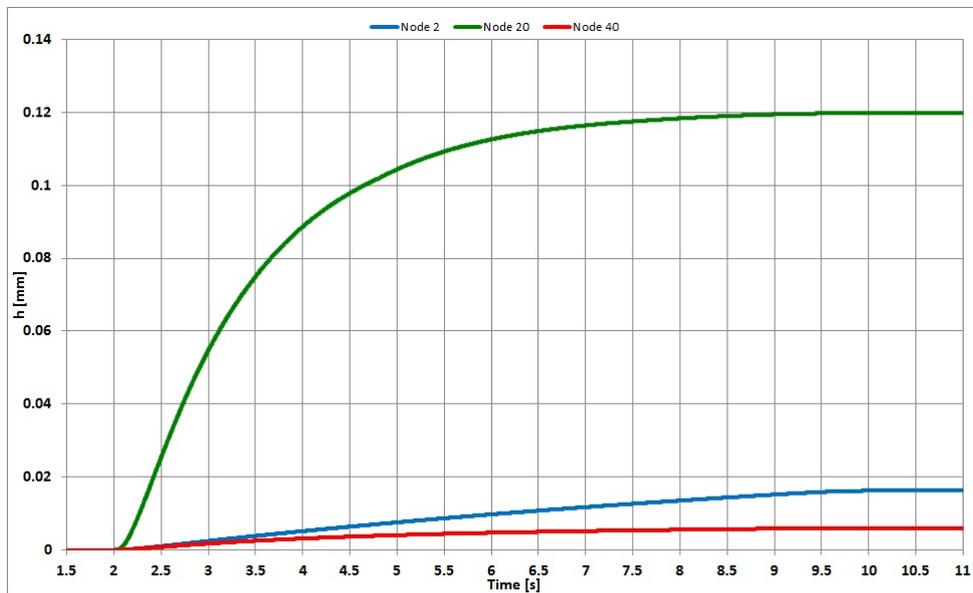


Figura 6.30: Altezza dello strato liquido in superficie funzione del tempo (Test 11)

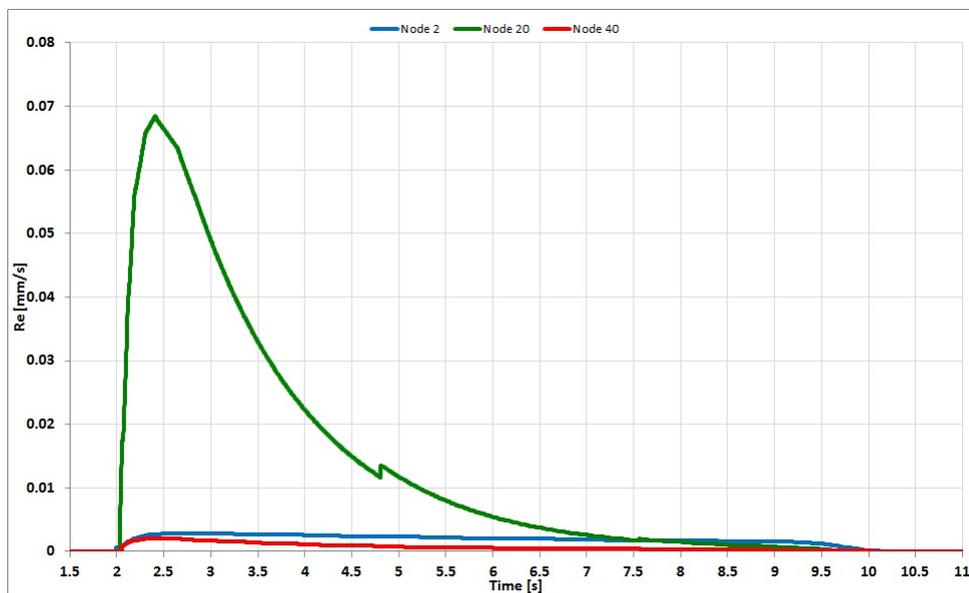


Figura 6.31: Velocità di entrainment funzione del tempo (Test 11)

6.3.3 Valutazioni sulle protezioni termiche

Parte importate del nuovo codice, come detto in precedenza, é il fatto che viene modellato il comportamento delle protezioni termiche interne al motore. Esaminando i disegni costruttivi del motore usato per i Test 10 e 11, si vede che le protezioni termiche in pre e post-camera, hanno uno spessore di circa 5 mm , e la gomma utilizzata é la GSM55A. La routine che é stata sviluppata per lo studio delle protezioni termiche, ha il compito di calcolare la temperatura superficiale delle protezioni termiche, la velocità di ablazione e quindi il flusso termico scambiato e la portata massica di protezione termica entrante in camera di combustione. Quest'ultima, una volta nota la velocità di ablazione, che é funzione del flusso termico, viene calcolata come:

$$\dot{m}_{pt} = \dot{s}\rho_{pt}S_{pt}$$

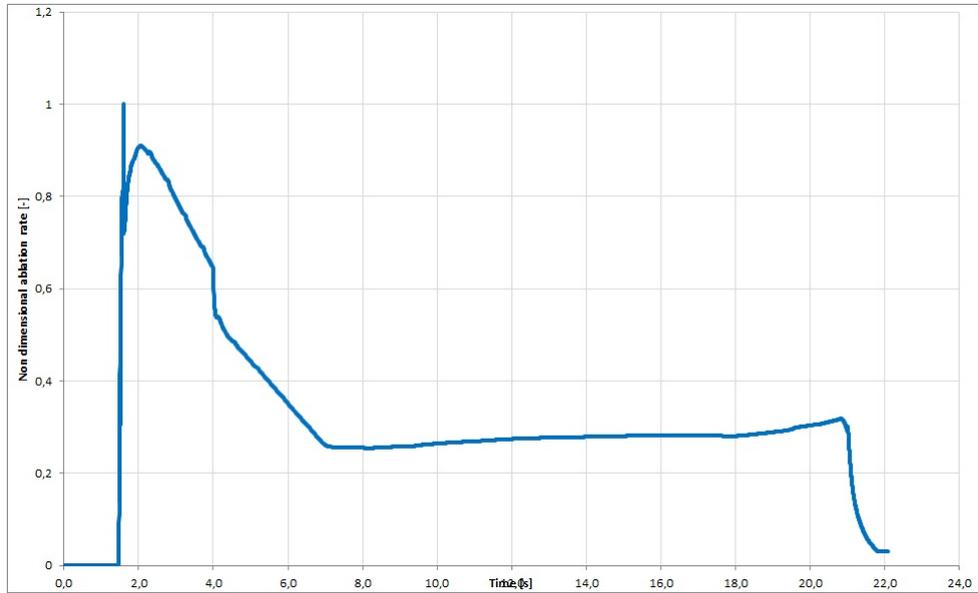
Come si vede da Fig. 6.10 il flusso termico in camera di combustione é molto diverso tra i due test, e quindi ci si aspetta di avere una velocità di ablazione altrettanto diversa. Essa é riportata in Fig. 6.32. Il picco iniziale non ha senso fisico, ma é un problema numerico dovuto all'utilizzo di una mesh troppo rada. Essa, infatti, é stata modellata utilizzando 60 nodi per risparmiare sul tempo di calcolo, ma alcune prove con mesh a 100 nodi Fig. 6.33 hanno dimostrato come questo comportamento sparisca. Questo però, ha lo svantaggio di triplicare il tempo di calcolo. Com'era prevedibile, l'andamento della velocità di ablazione rispecchia molto quello del flusso termico, e ciò porta a profili totalmente diversi tra i due test. Da Fig. 6.10 si vede come esso sia molto piú importante per il Test 11, ed infatti, anche se il tempo di combustione é circa la metà del Test 10, la massa di protezione termica totalmente consumata risulta essere molto piú alta, ed é riportata in Tab. 6.4. E' inoltre

Massa Test 10	17.64	g
Massa Test 11	54.41	g

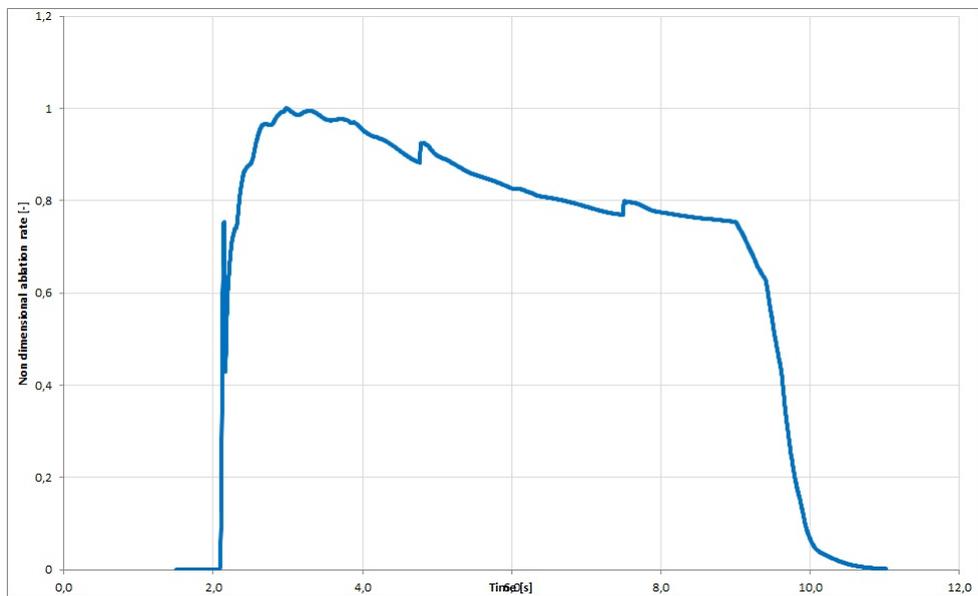
Tabella 6.4: Massa consumata di protezione termica

interessante notare come, una volta raggiunto uno stato quasi-stazionario, il

profilo di temperatura interno alla protezione termica non cambi in modo sostanziale. Questo é dovuto al fatto che le equazioni del modello delle protezioni termiche sono scritte in un sistema di riferimento solidale alla parete che sta ablando, e non rispetto ad un sistema di riferimento fisso (Cf. cap. 5). Il profilo della temperatura internamente alle protezioni termiche é riportato in Fig. 6.34 ed esse sono plottate a diversi tempi di esposizione. Quest'andamento é ampiamente confermato da risultati sperimentali che si possono trovare in letteratura (Cf. [12] e [15])



(a) Test 10



(b) Test 11

Figura 6.32: Andamento della velocità di ablazione delle PT per i due test

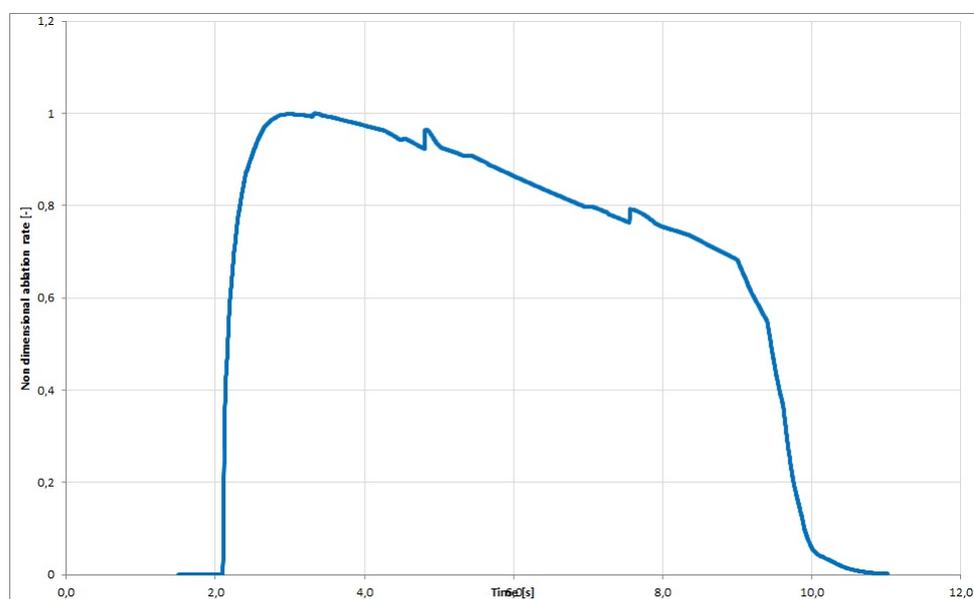
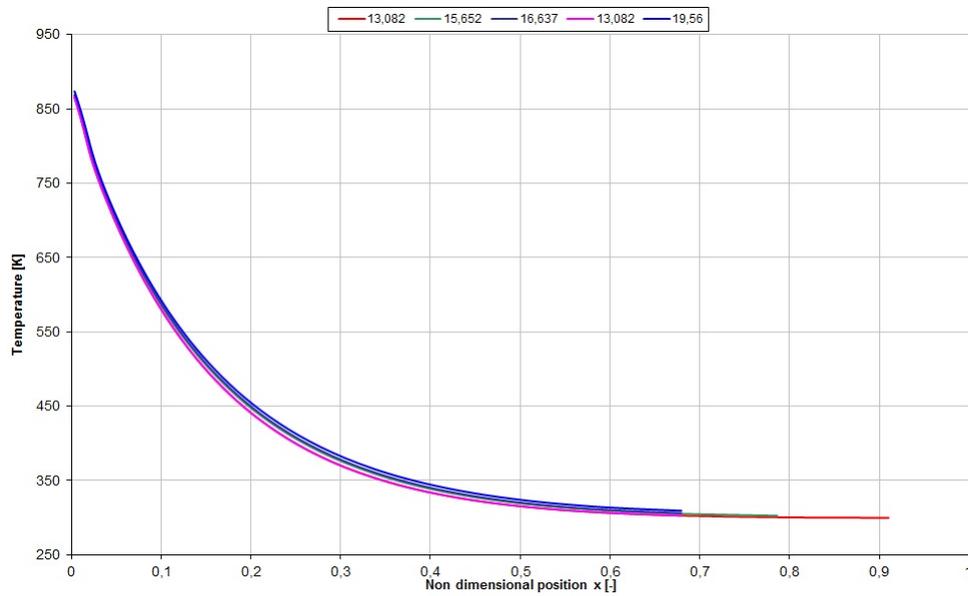
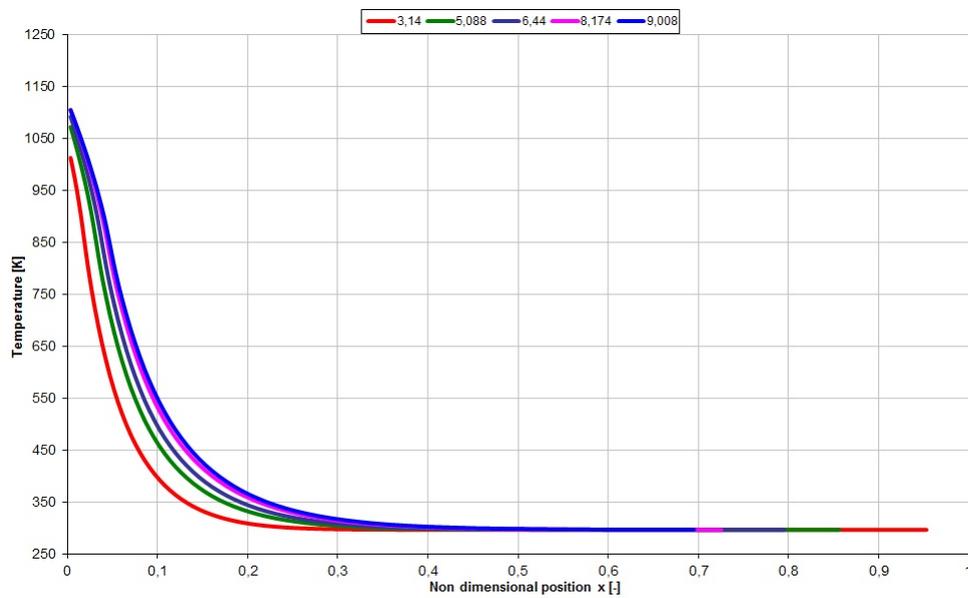


Figura 6.33: Andamento della velocità di ablazione per il Test 11 con la nuova mesh



(a) Test 10



(b) Test 11

Figura 6.34: Profilo termico delle protezioni termiche, a diversi istanti temporali, per i due test

6.3.4 Discontinuitá nella curva delle perdite di calore

Una volta confrontati i risultati numerici con i risultati sperimentali, si é notato che nelle curve rappresentanti le perdite di calore, O/F ed in minima parte pressione funzione del tempo, si ha la presenza di alcune discontinuitá. Questi non possono essere dovuti al cambio di passo di integrazione, in quanto in questo Test ($N^\circ 11$), esso viene tenuto costante a pari a $0.002 s$. A seguito di alcune verifiche si é visto che queste discontinuitá sono dovute al fatto che il punto di inizio dell'impingement dell'iniettore si sposta in senso assiale passando da un nodo a quello contiguo. Come detto nei paragrafi precedenti é stato implementato un metodo che permette di calcolare il punto di inizio e fine dell'impingement dell'iniettore funzione del diametro idraulico. Ció provoca una variazione nel flusso di massa, e nella temperatura del nodo, con conseguente variazione degli altri parametri fluidodinamici. Per ovviare a questo problema, si é pensato di ri-meshare la geometria interna in modo da rendere piú continuo il passaggio da un nodo all'altro con conseguente "smussamento" di tutte le curve.

Come prima operazione si é cercato di infittire la mesh nella zona dove si ha l'impingement, e in quella zona, la lunghezza dei nodi é stata ridotta da $11.38 mm$ a $5.42 mm$ (parte cerchiata di rosso in Fig. 6.35), inoltre in numero totale di nodi é stato portato da 52 a 72, modellando sempre la pre e post camera con un nodo ciascuno (cerchiate di nero). Questo porta un vantaggio anche nella zona terminale dell'impingement, zona che comunque di persé non crea grossi problemi, in quanto il flusso di massa che arriva é abbastanza piccolo comparato al punto iniziale, ed inoltre l'angolo di impatto é molto basso. In particolare si é scelto come punto di fine, quella zona dove la componente di velocitá verticale del getto é minore dell'8% della componente assiale. In questo modo, si riesce a calcolare l'angolo del getto come:

$$\theta = \arctan \frac{V_y}{V_x}$$

e di conseguenza si riesce a determinare il punto di intersezione tra il getto ed il grano. Una volta completata l'operazione di ri-meshatura della geometria

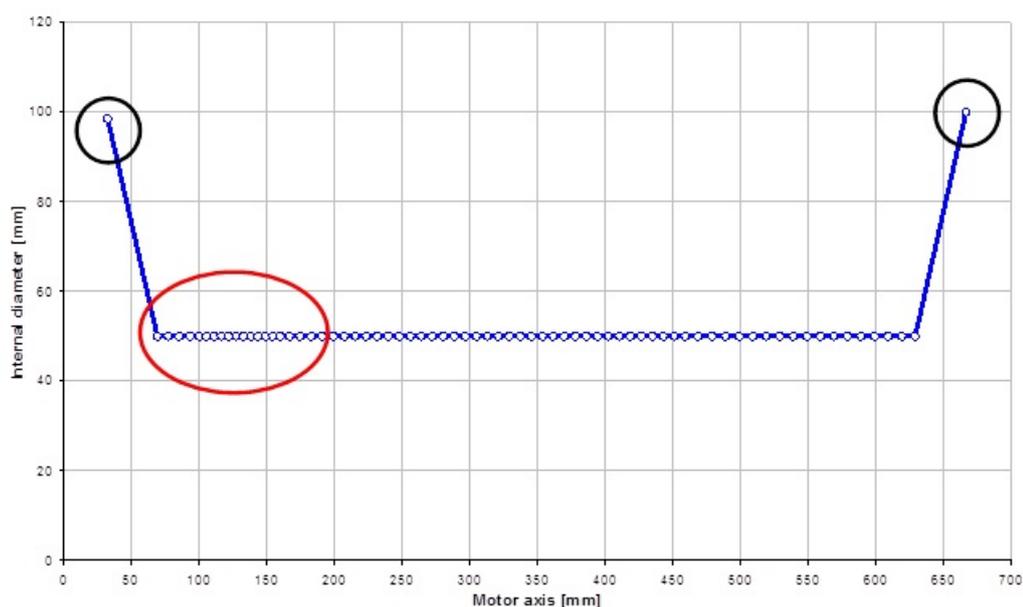


Figura 6.35: Nuova mesh interna

interna, sono state eseguite alcuni run di simulazione, senza cambiare nessun parametro di input al codice. Il codice ha restituito valori molto simili alle simulazioni utilizzando una mesh uniforme, con scarti dai dati sperimentali minori dell'1%. Le differenze invece, come previsto, si vedono nelle curve citate in precedenza. Esse infatti sono riportate in Fig. 6.36 e Fig. 6.37, ed effettivamente si vede come i "gradini" siano aumentati in numero, a causa del fatto che ci sono piú nodi nella zona di spostamento di inizio dell'impingement, ed inoltre sono diminuiti in ampiezza, dovuto al fatto che la lunghezza, e quindi la variazione di flusso di massa fra nodo e nodo é diminuita. Sulla curva di pressione invece, non si riescono piú ad individuare tali difetti, segno di una buona riuscita della procedura.

Quest'operazione, però, ha lo svantaggio di aumentare, il tempo di calcolo, tempo che non aumenta comunque in modo considerevole portando il numero di nodi da 52 a 72. In queste simulazioni inoltre, si era scelto un numero di nodi abbastanza elevato anche per le protezioni termiche (100 nodi), in modo da avere un risultato della simulazione che fosse il migliore possibile

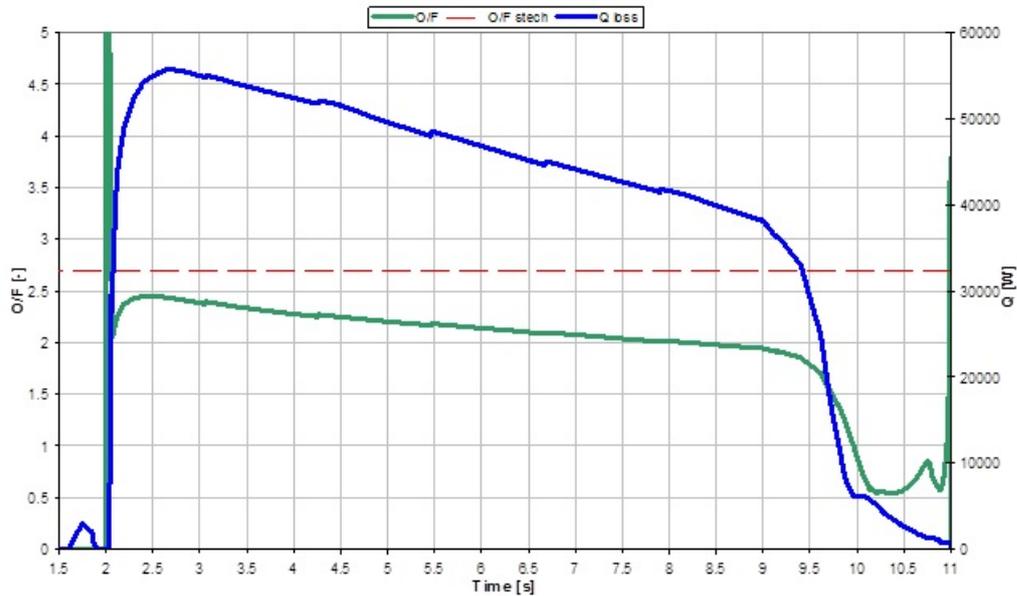


Figura 6.36: Andamento delle perdite di calore e dell' O/F con la nuova mesh

senza però avere tempi di simulazione eccessivi. Il tempo di calcolo totale infatti, per il Test 11, dove il tempo di tiro è di circa 11 s, si aggira intorno a 8/10 minuti (parametro che dipende comunque dal tipo di calcolatore utilizzato). Tempo di calcolo più che accettabile se comparato ai software di calcolo commerciali, dove esso è dell'ordine di giorni/settimane. Inoltre, nel file Excel dove vengono analizzati gli output e inseriti gli input, è stato creato un foglio di calcolo capace di generare automaticamente la mesh in modo tale da soddisfare le caratteristiche geometriche del motore, e lascia la possibilità all'utente di infittire la mesh nella zona a suo piacimento.

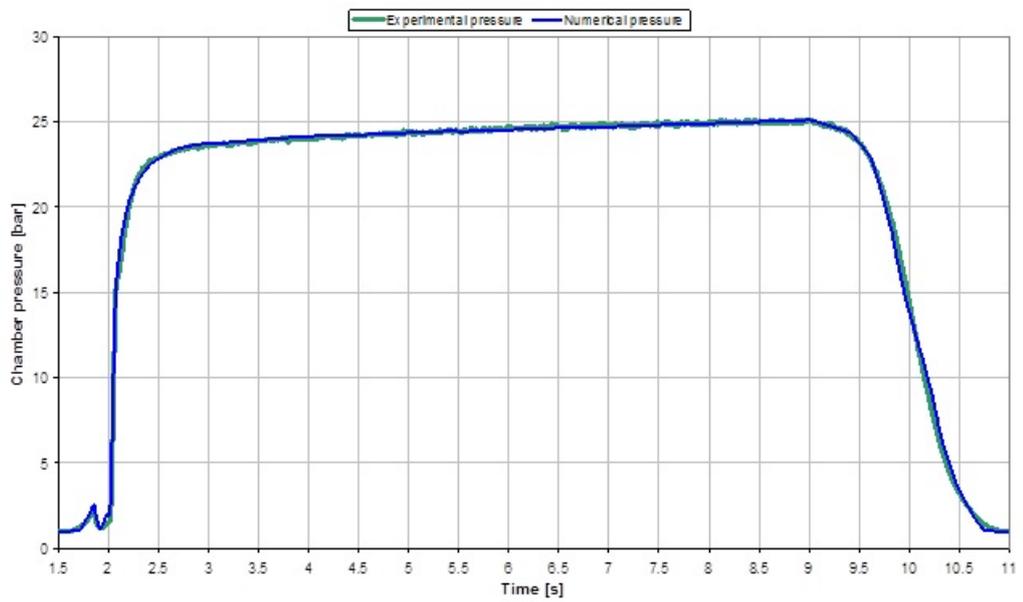


Figura 6.37: Andamento della pressione con la nuova mesh

Conclusioni e sviluppi futuri

Nel presente lavoro si é scritto un codice in ambiente FORTRAN capace di simulare la balistica interna di un motore a razzo ibrido. L'ambiente FORTRAN é stato scelto in quanto ha un'ottima efficienza computazionale, molto importante per quanto riguarda i problemi fluidodinamici, inoltre, essendo stati implementati due modelli, $0D$ non stazionario e $1D$ quasi stazionario, questo risultava un prerequisito molto importante.

Le tre routine principali introdotte nel codice di calcolo sono:

1. *Temperatura interna*: Per il calcolo della temperatura interna alla camera di combustione, cosí come per il c_p é stata scritta una routine dedicata (TEMPCP). Questa ha la caratteristica di dividere il nodo in due parti, andando a considerare quanto ossidante partecipa alla combustione, e quanto passa "indisturbato" senza variare le proprie proprietá termodinamiche;
2. *Velocitá di combustione*: Il codice é stato scritto in modo da poter simulare qualunque coppia combustibile-ossidante, in quanto nella routine dedicata al calcolo della velocitá di combustione (BURNR), é stato anche modellato il fenomeno dell'entrainment, poco importante per quanto riguarda i polimeri, ma fondamentale su tutti i combustibili paraffinici e cere;

3. *Protezioni termiche*: Un'altro aspetto molto importante di cui si tiene conto all'interno del codice sono le protezioni termiche. Anche questa routine (WPTNOD) é stata scritta in modo completamente flessibile, adattabile a tutti i tipi di protezione termica ad oggi in uso presso AVIO, siano esse gomme (GSM55A e EG2), carbon-phenolica o silica-phenolica, che presentano comportamenti completamente diversi tra loro.

Le grandezze da dare in input al codice sono:

1. Geometria interna del motore e mesh della camera di combustione;
2. Condizioni iniziali del motore (p_0 , T_0 , V_0);
3. Caratteristiche termodinamiche (γ e M_{mol}) della reazione tra combustibile e ossidante, e dei componenti stessi;
4. Andamento della portata massica e temperatura dell'ossidante funzione del tempo;
5. Tipo di protezione termica utilizzata (questa routine puó essere esclusa per aumentare l'efficienza di calcolo);
6. Andamento della portata massica, temperatura funzione del tempo e proprietá termodinamiche (γ e M_{mol}) dell'accenditore;
7. Velocitá di spreading flame funzione del tempo.

Gli output forniti dal modello invece, sono tutte le grandezze interne al motore (pressione, temperatura, spinta, O/F etc...) funzione del tempo ed anche funzione della coordinata assiale, e sono organizzati in vari file di output (formato *.txt*), selezionabili dall'utente, in modo da poter selezionare i dati di interesse e quindi ottimizzare il tempo di calcolo.

Il codice é stato successivamente testato e validato, su dati sperimentali provenienti da alcuni tiri al banco effettuati presso l'Universitá di Napoli FedericoII, utilizzando la coppia *HPTB – GOX*, ed i buoni risultati ottenuti, in termine di scarto tra il dato numerico e sperimentale, sono stati mostrati

nel cap 6.2.

Sviluppi del codice, volti a migliorare la precisione di calcolo, possono essere mirati a scrivere un modello *3D* completamente non stazionario, in modo da poter calcolare le proprietà del flusso interno alla camera di combustione, in maniera puntuale. Inoltre si può tenere conto di tutte le reazioni chimiche che avvengono sulla superficie (internamente allo strato limite), tra combustibile e ossidante, aspetto che è stato trascurato sia nel calcolo della velocità di combustione che nel modello di ablazione delle protezioni termiche. L'introduzione di questi aspetti sicuramente porterà ad un notevole aumento di costo computazionale, per cui si renderà anche necessaria una scrittura ottimizzata del codice stesso.

Bibliografia

- [1] George P. Sutton, Oscar Bublacz *Rocket Propulsion Elements*, Wiley, New York, NY, USA, 7th edition, 2001.
- [2] Luigi T. DeLuca *Problemi Energetici in Propulsione Aerospaziale*
- [3] Shapiro A.H. *The dynamics and thermodynamics of unsteady compressible flow*, Vol. I and II, The Roland Press Company, New York, 1953
- [4] Frank P. Incropera [et al.] *Fundamental of Heat and Mass Transfer*, Wiley, New York, NY, USA, 6th edition, 2006
- [5] M. A. Karabeyoglu, B. J. Cantwell, D. Altman *DEVELOPMENT AND TESTING OF PARAFFIN-BASED HYBRID ROCKET FUELS*, AIAA 2001-4503, 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, July 8-11 2011, Salt Lake City, Utah
- [6] Ashly A. Chandler, Elizabeth T. Jens, Brian J. Cantwell, G. Scott Hyb-bard *VISUALIZATION OF THE LIQUID LAYER COMBUSTION OF PARAFFIN FUEL AT ELEVATED PRESSURES* IAC-12-C4.2.11, 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy
- [7] Arif Karabeyoglu *Hybrid Rocket Propulsion for Future Space Launch*, Aero/Astro 50th Year Anniversary

- [8] C. Carmicino and A. Russo Sorge *Influence of a Conical Axial Injector on Hybrid Rocket Performance* JOURNAL OF PROPULSION AND POWER Vol. 22, No. 5, September-October 2006
- [9] C. Carmicino and A. Russo Sorge *Role of Injection in Hybrid Rockets Regression Rate Behavior* JOURNAL OF PROPULSION AND POWER Vol. 21, No. 4, July-August 2005
- [10] User Manual: *Aerotherm Charring Material Thermal Response and Ablation Program*. Aerotherm Div. Acurex Corp., Mountain View, CA., 1987
- [11] Donald M. Curry, Manned Spacecraft Convtrir, Houston, Texas *AN ANALYSIS OF A CHARRING ABLATION THERMAL PROTECTION SYSTEM* NASA TN D-3150
- [12] Daniele Bianchi *Modeling of ablation phenomena in space applications* Tesi di Dottorato, Università degli studi di Roma *La Sapienza*, A.A. 2006/2007
- [13] Ronald K. Clurk *AN ANALYSIS OF A CHARRING ABLATOR WITH THERMAL NONEQUILIBRIUM, CHEMICAL KINETICS, AND MASS TRANSFER* NASA TN-D-7180
- [14] Adam J. Amar, Nathan Calvert, and Benjamin S. Kirk *Development and Verification of the Charring, Ablating Thermal Protection Implicit System Simulator* NASA Lyndon B. Johnson Space Center 2101 NASA Parkway Houston, TX, 77058, USA
- [15] Alessandro Turchi *Tecniche Numeriche per lo Studio delle Protezioni Termiche Ablative* Università degli studi di Roma *La Sapienza*, A.A. 2010/2011
- [16] http://www.hawkfeather.com/rockets/hybrid_tutorial.html
- [17] Annamaria Russo Sorge, Carmine Carmicino *HYBRID PROPULSION FOR TACTICAL APPLICATIONS*, Colleferro, Rome, Italy, 19 - 20 July 2004, Documento interno

- [18] Ryan Erickson *Numerical Modeling of a Hybrid Rocket*, University of Minnesota Duluth Department of Mechanical Engineering- Spring 2005
- [19] ORPHEE-RE-017-09-UPB, Documento interno
- [20] C. Carmicino, O. Orlandi A. Russo Sorge, F. Dauch, R. De Amicis, M. De Rosa *Basic Aspect of Hybrid Engine Operation*, AIAA paper
- [21] Arif Karabeyoglu and D. Altman *Dynamic Modeling of Hybrid Rocket Combustion* JOURNAL OF PROPULSION AND POWER Vol. 15, No. 4, July-August 1999
- [22] Christian Paravan *BALLISTICS OF INNOVATIVE SOLID FUEL FORMULATIONS FOR HYBRID ROCKET ENGINES* Tesi di Dottorato, Politecnico di Milano, Marzo 2012
- [23] A. Chandler, Elizabeth T. Jens, Brian J. Cantwell, G. Scott Hubbard *VISUALIZATION OF THE LIQUID LAYER COMBUSTION OF PARAFFIN FUEL AT ELEVATED PRESSURES*, 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy. IAC-12-C4.2.11
- [24] T. Tomizuka et. All *Estimation of turbulent flame speed during DME/air premixed gaseous explosions*, Journal of Loss Prevention in the Process Industries 2011
- [25] [http : //cearun.grc.nasa.gov/](http://cearun.grc.nasa.gov/)
- [26] [http : //webbook.nist.gov/chemistry/](http://webbook.nist.gov/chemistry/)
- [27] Domenico Fedele *Simulazione della balistica interna per un propulsore ibrido*, Relazione di tirocinio, AVIO-BPD, Colleferro, 2012