

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITA' DI BOLOGNA**

**SECONDA FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**CON SEDE A CESENA**

**CORSO DI LAUREA**

**IN INGEGNERIA MECCANICA**

Classe:10

Sede di Forlì

**ELABORATO FINALE DI LAUREA**

In

Affidabilità e Sicurezza delle Costruzioni Meccaniche L

**VALUTAZIONE DELLA PROBABILITA' DI GUASTO DI CAPPE PER**

**TURBOALTERNATORI, CONSIDERANDO L'ALEATORIETA' DEI**

**PARAMETRI DEL MATERIALE**

CANDIDATO

Fabio Maiello

RELATORE

Chiar.mo Prof . Ing. Giorgio Olmi

Anno Accademico 2011/12

Sessione II



# **INDICE**

<b>Introduzione.....</b>	<b>5</b>
<b>Metodo AMV.....</b>	<b>7</b>
Formulazione del problema.....	7
Definizione dell'approssimante polinomiale.....	8
Determinazione del polinomio approssimante e dell'intervallo di interpolazione....	8
Indice di sicurezza.....	10
Valutazione del rischio e determinazione della curva di probabilità cumulata di guasto.....	13
<b>Valutazione della probabilità di guasto di una cappa di un turboalternatore.....</b>	<b>15</b>
Introduzione.....	15
Analisi del rischio.....	31
Analisi deterministica.....	31
Esempio numerico.....	33
<b>Applicazione del metodo AMV alla cappa.....</b>	<b>39</b>
Formulazione del problema.....	41
Confronto metodo AMV e Montecarlo.....	50
<b>Conclusioni.....</b>	<b>53</b>
<b>Appendice.....</b>	<b>55</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>71</b>



## INTRODUZIONE

In ogni processo ingegneristico intervengono molteplici incertezze che possono portare ad una diminuzione della qualità del prodotto realizzato, o a cedimenti inattesi da cui possono scaturire anche gravi incidenti. Di conseguenza poter essere in grado di quantizzare gli effetti di tali incertezze sulle prestazioni, tramite un'indagine di tipo probabilistico, sta acquisendo sempre più importanza nella ricerca e nell'industria. Soprattutto in casi in cui una rottura o un cedimento può portare a conseguenze potenzialmente molto serie, è ormai irrinunciabile che un progetto sia corredato non solo da un'analisi di tipo deterministico, ma anche da un'analisi affidabilistica, che stimi la probabilità di guasto.

Tale analisi può essere effettuata utilizzando il metodo Montecarlo in quanto è la procedura più semplice utilizzabile per valutare l'affidabilità strutturale perché ben si adatta ai differenti tipi di dati ingegneristici disponibili, minimizzando ogni tipo di problema legato ai requisiti di modellazione ma presenta alcune caratteristiche che lo rendono fisicamente inutilizzabile per alcuni problemi di tipo ingegneristico.

Le analisi che prendono in considerazione moltissime variabili, rendono impraticabile una simulazione Monte Carlo che, in linea generale, richiede un tempo di elaborazione notevole e un costo computazionale derivante altrettanto grande. Il tempo di calcolo dipende, inoltre, più che linearmente dal numero di iterazioni (e, quindi, dall'accuratezza dei risultati che si desidera), inoltre per piccolissime probabilità di guasto, la simulazione Monte Carlo è infattibile per via dell'enorme numero di iterazioni che occorrerebbero per computarle; essa fornisce probabilità di

guasto  $p_f = 0$  che, in realtà, non sono assolutamente nulle, per questi due motivi sopraelencati, per l'analisi affidabilistica viene preferito il metodo *AMV*.

## METODO AMV

### **Advanced Mean Value method : il metodo AMV (1989)**

Sviluppato da Y.T. Wu nel 1989 è un metodo generale per determinare la probabilità di guasto di un componente strutturale. Il metodo AMV è risultato essere computazionalmente efficiente per determinare la distribuzione probabilistica di una variabile di risposta che è funzione di variabili aleatorie. Tale analisi affidabilistica può essere impostato come segue:

### **Formulazione del problema**

Sia:

$$\underline{U} = (U_0, U_1, \dots, U_n)$$

il vettore dei fattori random di progetto. Si hanno quindi (n+1) variabili coinvolte.

Si definisce *funzione di guasto (failure function)*:

$$Z = g(\underline{U})$$

formulata in modo che l'*evento di crisi* (guasto) si abbia per:

$$g(\underline{U}) \leq 0$$

La *condizione limite di guasto (limit state function)* si ha quando:

$$g(\underline{U}) = 0$$

La *probabilità di guasto* è definita, in generale, come:

$$p_f = P[g(\underline{U}) \leq 0]$$

ovvero come la probabilità che si verifichi l'evento di crisi.

Si suppone che una variabile, ad esempio  $U_0$ , sia funzione delle restanti n variabili ( $U_1, \dots, U_n$ ):

$$U_0 = f(U_1, \dots, U_n)$$

Posto che  $(U_1, \dots, U_n)$  siano variabili aleatorie *indipendenti tra loro*, allora anche  $U_0$  è una variabile aleatoria. La failure function può, dunque, essere formulata nel seguente modo:

$$g(\underline{U}) = 0 \Leftrightarrow f(U_1, \dots, U_n) - U_0 = 0$$

Sono noti il valor medio  $\mu_{U_i}$  e la deviazione standard  $\sigma_{U_i}$  di ogni fattore  $U_i$  (con  $i=1,2,\dots,n$ ) compreso il tipo di distribuzione probabilistica di ciascuno di essi.

Il metodo prevede di approssimare la funzione  $f$  con una polinomia.

.

### **Definizione dell'approssimante polinomiale**

Si suppone che la funzione di guasto sia differenziabile con derivate parziali continue nell'intero dominio. Espandendo la funzione mediante sviluppo di Taylor nell'intorno del punto:

$$\underline{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

detto *punto di espansione*, si perviene alla seguente polinomia:

$$U_0 = h(\underline{a}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial U_i} \Big|_{\underline{a}} (U_i - a_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 h}{\partial U_i^2} \Big|_{\underline{a}} (U_i - a_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial^2 h}{\partial U_i \partial U_j} \Big|_{\underline{a}} (U_i - a_i)(U_j - a_j) + H.O.T.$$

A questo punto si può scegliere una formulazione lineare, trascurando i termini di ordine superiore al primo; questo approccio è il più semplice:



$$U_0 = h(\underline{a}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial U_i} \Big|_{\underline{a}} (U_i - a_i)$$

Un'alternativa è quella di considerare una polinomia di secondo grado del tipo seguente:

$$U_0 = h(\underline{a}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial U_i} \Big|_{\underline{a}} (U_i - a_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 h}{\partial U_i^2} \Big|_{\underline{a}} (U_i - a_i)^2$$

in cui i termini di interazione, che potrebbero a prima vista migliorare l'accuratezza del modello, vengono trascurati per motivi che verranno chiariti in seguito.

### **Determinazione del polinomio approssimante e dell'intervallo di interpolazione**

Come punto di espansione di primo tentativo si sceglie  $\underline{a} = \underline{\mu} = (\mu_{U_1}, \mu_{U_2}, \dots, \mu_{U_n})$ , che è il vettore dei valori medi dei fattori di progetto  $U_i$ .

Il polinomio approssimante, considerato di secondo grado, può essere semplificato nella forma, come di seguito mostrato:

$$U_0 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i + \sum_{j=n+1}^{2n} \alpha_j x_j^2$$

dove:

$x_k = (U_k - a_k)$  in cui  $k$  è il generico pedice ( $i$  o  $j$ )

$$\alpha_0 = h(\underline{a})$$

$$\alpha_i = \frac{\partial h}{\partial U_i} \Big|_{\underline{a}}$$

$$\alpha_j = \frac{\partial^2 h}{\partial U_j^2} \Big|_{\underline{a}}$$

Si osserva che il numero di costanti da determinare (ovvero  $\alpha_0, \alpha_i, \alpha_j$ ) è uguale a  $(n+1)$  se si utilizza una polinomia lineare mentre è uguale a  $(2n+1)$  se la polinomia è di secondo grado (sempre senza i termini di interazione).

La costante  $\alpha_0$  è di immediata determinazione in quanto coincide con la funzione  $f$  valutata nel punto di espansione (ovvero nei valori medi delle variabili aleatorie, inizialmente) che è noto.

Considerando solo i termini di primo ordine (approssimazione più semplice e, generalmente, più comune), qualora non fosse possibile (come spesso accade) valutare le derivate puntuali  $\alpha_i$ , si può ricorrere ad un modo intuitivo per stimarle. In pratica occorre perturbare lievemente le variabili di ingresso attorno al valore del punto di espansione e determinare la variazione corrispondente di  $f$ . La derivata prima viene quindi tradotta in un rapporto fra differenze finite come di seguito riportato:

$$\alpha_i = \left. \frac{\partial f}{\partial U_i} \right|_a \approx \left. \frac{\Delta f}{\Delta U_i} \right|_a$$

L'*intervallo di interpolazione* (interpolation range) è legato ai termini  $\Delta U_i$ . A prima vista essi dovrebbero essere abbastanza grandi così da avere un intervallo d'interpolazione elevato ovvero un maggiore dominio di validità dell'approssimazione polinomiale; in realtà tale intervallo è limitato da un valore limite, oltre il quale si andrebbero a considerare significativi errori di approssimazione. Inoltre, un intervallo troppo grande non rispetterebbe più la puntualità della derivata.

In generale è consigliato spostarsi a sinistra o a destra del punto di espansione del 10% della deviazione standard:

$$[a_i, a_i + 0,1\sigma_{U_i}] \quad (*)$$

$$[a_i - 0,1\sigma_{U_i}, a_i] \quad (*)$$

## Indice di sicurezza

Una prima definizione di *indice di sicurezza* (safety index) fu data da Cornell nel 1969:

$$\beta = \frac{\mu_{U_0}}{\sigma_{U_0}}$$

Tale definizione dell'indice di sicurezza, però, dipendeva fortemente dalla formulazione della funzione di guasto, come mostrato precedentemente; due diverse formulazioni della funzione di crisi di uno stesso problema portavano ad ottenere due diversi valori di  $\beta$ . Il metodo proposto da Cornell non è, quindi, invariante rispetto alla formulazione della failure function.

Nel 1973, Hasofer e Lind proposero un metodo che forniva una definizione di  $\beta$ , chiamato *indice generalizzato di sicurezza*, invariante rispetto alla formulazione meccanica del problema:

$$\beta = \min \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$$

dove:

$$u_i = \frac{U_i - \mu_{U_i}}{\sigma_{U_i}}$$

sono le variabili ridotte equivalenti. Il metodo AMV sfrutta proprio la definizione di  $\beta$  data da Hasofer-Lind.

In pratica si centrano le variabili imponendo a zero il loro valor medio e imponendo al valore unitario le loro deviazioni standard.

Ponendo ogni variabile  $U_i$  in funzione di quelle ridotte  $u_i$ , si ricava che:

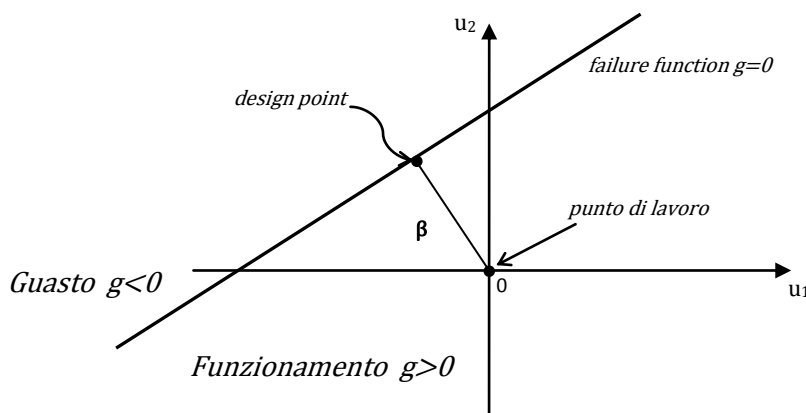
$$U_i = u_i \sigma_{U_i} + \mu_{U_i}$$

Per semplice sostituzione si possono riscrivere le funzioni di crisi in relazione alle  $u_i$ :

$$f(u_1, \dots, u_n) - \underline{U}_0 = 0$$

Vediamo ora di spiegare meglio il significato di  $\beta$ . Nel sistema a coordinate ridotte, l'indice di sicurezza è la minima distanza fra l'origine degli assi di riferimento (punto di lavoro) e la curva limite (funzione di guasto). Esso esprime una misura dell'affidabilità e fa le veci, in campo probabilistico, del coefficiente di sicurezza che riguarda il campo deterministico. Il punto, appartenente alla curva limite, che dista esattamente di una quantità pari a  $\beta$  dall'origine degli assi a coordinate ridotte è detto *design point*.

Il design point è un punto critico che occorre valutare analiticamente per poter calcolare  $\beta$ .



**Figura 1.** Sistema a coordinate ridotte. Indice di sicurezza  $\beta$  e design point.

Per rendere più chiaro il concetto si faccia riferimento alla figura 3, in cui si è assunto di poter lavorare sul piano di due variabili; si fa notare che la failure function divide il piano in due regioni: la regione di funzionamento e la regione di guasto. Si intuisce quindi che, tanto maggiore è l'indice di sicurezza (ovvero curva limite più lontana dall'origine), tanto più elevata è l'affidabilità (minore probabilità di guasto).

Per determinare la posizione del design point è possibile applicare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange:

$$\lambda_i = \frac{\frac{\partial g}{\partial u_i} \left( \frac{a_1 - \mu(U_1)}{STD(U_1)}, \dots, \frac{a_n - \mu(U_n)}{STD(U_n)} \right)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \left[ \frac{\partial g}{\partial u_j} \left( \frac{a_1 - \mu(U_1)}{STD(U_1)}, \dots, \frac{a_n - \mu(U_n)}{STD(U_n)} \right) \right]^2}} \quad (1)$$

$$\underline{U} = \beta * [\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n]^T \quad (2)$$

$$g(\underline{u}) = 0 \quad (3)$$

Applicando l'equazione (1), è possibile ricavare facilmente i termini  $\lambda_i$ , che rappresentano i coseni direttori di un versore unitario centrato nell'origine e orientato verso il design point. Tramite l'equazione (2) è possibile esprimere il design point in funzione dell'indice di sicurezza  $\beta$ . Se si introduce l'equazione (2) nell'equazione (3) si ottiene una equazione lineare nella sola incognita  $\beta$ , che può essere facilmente risolta ricavando il valore di  $\beta$ .

## **Valutazione del rischio e determinazione della curva di probabilità cumulata di guasto**

Si è detto ai passaggi precedenti di supporre una distribuzione probabilistica gaussiana per  $U_0$ . Si suppone, di conseguenza, che tale distribuzione valga pure per la funzione di crisi. In base alla definizione dell'indice di sicurezza, legato all'affidabilità, si può affermare che tanto più esso è elevato e tanto più bassa è la probabilità di guasto e viceversa; questo perché all'aumentare di  $\beta$ , il punto di lavoro si allontana dal limite di guasto (definito appunto dalla funzione di guasto). Si può immaginare una situazione come quella di figura 2-a e 2-b.

La probabilità di guasto, in base alla definizione data inizialmente, può essere così riscritta:

$$p_f = \Phi(-\beta)$$

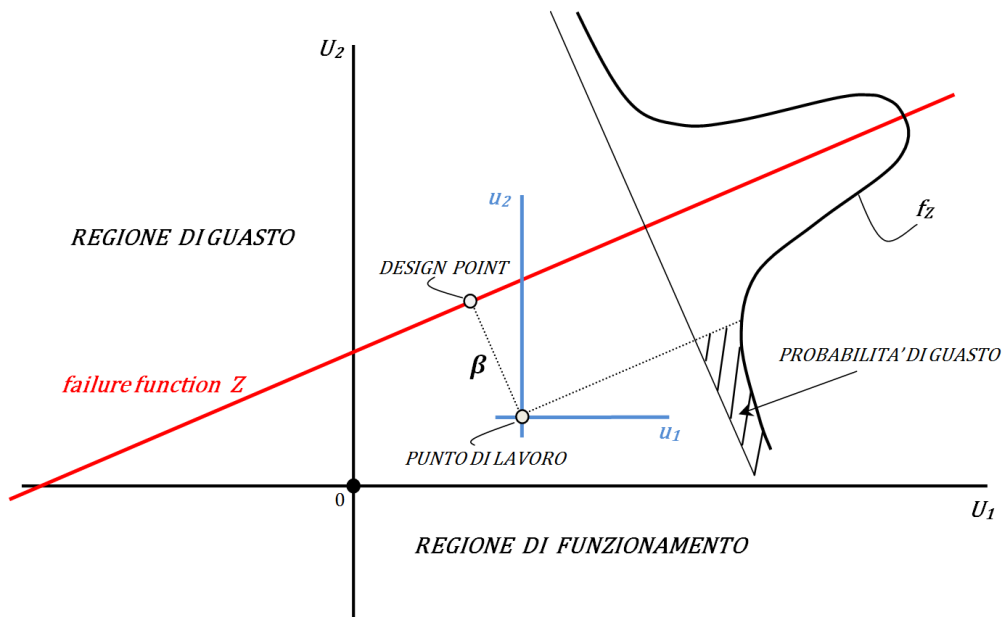
dove  $\Phi(*)$  è la cumulata fino a  $*$  della distribuzione standard di Gauss ovvero l'area, al di sotto della curva a campana, tratteggiata in figura 2-a e 2-b. La  $p_f$  rappresenta una stima, molto vicina al valore esatto, del rischio.

In base alla definizione dell'indice generalizzato di sicurezza,  $\beta$  risulterebbe sempre positivo e, di conseguenza, la probabilità di guasto  $p_f$  sempre minore o, al più, uguale a  $1/2$ . Ciò è evidentemente non realistico perché la probabilità di guasto può oscillare fra 0 e 1. In riferimento alla figura 4-a, quando il punto di lavoro si trova nella regione di guasto, la  $p_f$  è evidentemente maggiore di  $1/2$  e  $\beta$ , di conseguenza, dev'essere negativo. A questo scopo occorre aggiungere il segno negativo alla definizione di  $\beta$  così che:

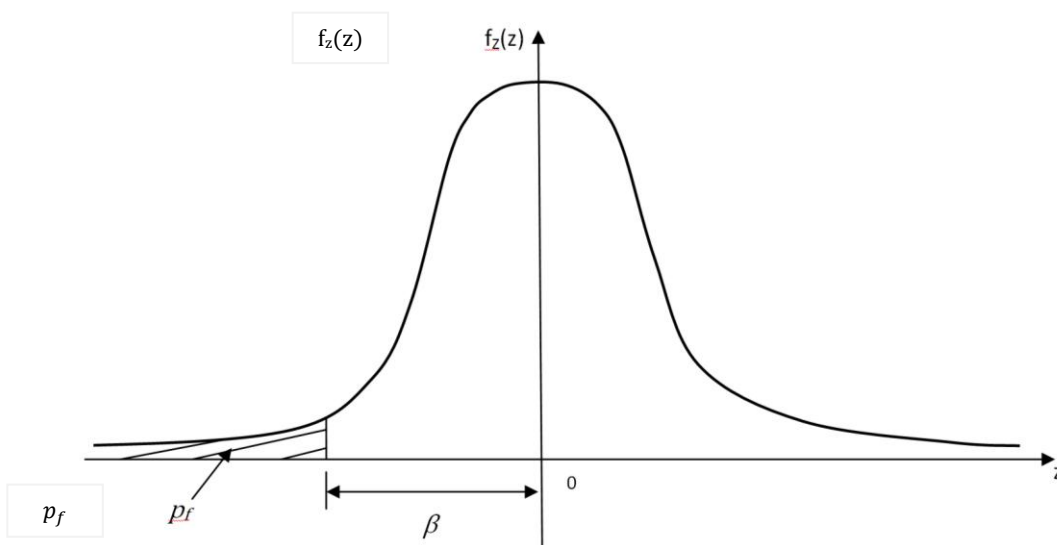
$$\beta = \beta \quad \text{per } U_{0t} < h(\underline{\mu})$$

$$\beta = -\beta \quad \text{per } U_{0t} > h(\underline{\mu})$$

Per ogni punto di lavoro  $(U_0)_t$  scelto, si otterrà una ben determinata  $p_f$ . Importando in un grafico le coppie di valori  $((U_0)_t; p_f)$  si ricava per punti la *curva di probabilità cumulata*.



**Figura 2-a.** La funzione di guasto, rappresentata in rosso, definisce il confine tra la regione di funzionamento e la regione di guasto. La distribuzione gaussiana  $f_Z$  della funzione di rottura  $Z=0$  è stata ribaltata sul piano per comodità. Il punto di lavoro potrebbe trovarsi anche al di sopra della frontiera  $Z$  ovvero nella regione di guasto; in tal caso la probabilità di guasto sarebbe superiore al 50 % e  $\beta$  sarebbe da considerarsi negativo. Si noti che il sistema di riferimento in coordinate di partenza è  $U_1-U_2$  mentre quello in coordinate ridotte (con l'origine nel punto di lavoro) è  $u_1-u_2$ .

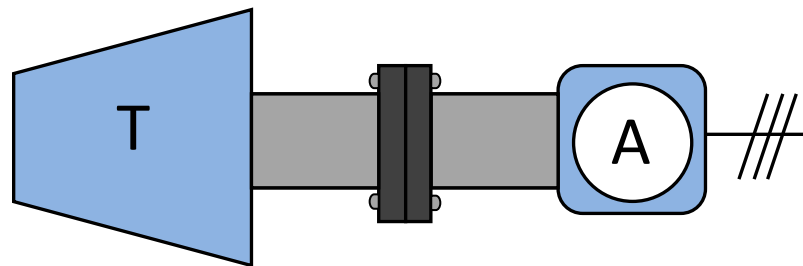


**Figura 2-b.** Distribuzione Normale Standard della funzione di guasto.

# VALUTAZIONE DELLA PROBABILITA' DI GUASTO DI UNA CAPPA DI UN TURBOALTERNATORE

## Introduzione

Un *turboalternatore* è una macchina costituita da una turbina accoppiata in serie ad un alternatore, come schematizzato in figura 16.

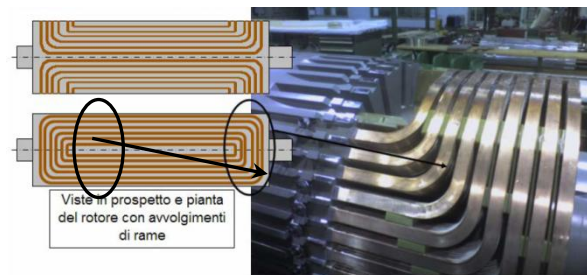


**Figura 3.** Schema concettuale del turboalternatore: una turbina T (a gas o a vapore) è accoppiata, mediante giunto flangiato, all'alternatore A.

In pratica, il fluido che entra in turbina (ad esempio, vapore acqueo o gas di combustione) trasferisce parte della propria energia meccanica alle pale della turbina ponendo in rotazione la girante e l'albero su cui è montata (energia meccanica all'albero). La rotazione dell'albero è trasmessa direttamente al rotore dell'alternatore. Quest'ultimo è una macchina elettrica rotante (solitamente un generatore trifase bipolare) che trasforma l'energia meccanica all'albero in corrente elettrica alternata per induzione elettromagnetica. La generazione dell'energia elettrica è dovuta all'interazione elettromagnetica che coinvolge grosse masse di

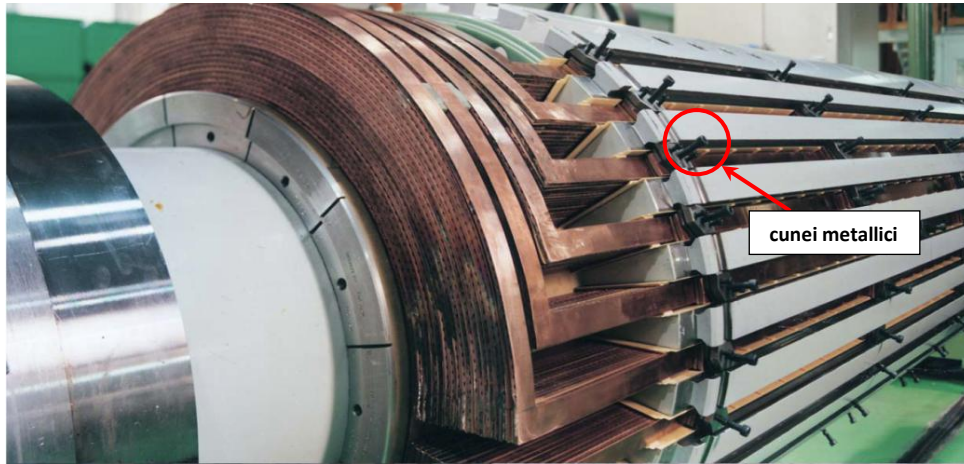


avvolgimenti in rame presenti nelle cave rotoriche longitudinali fra loro equispaziate. La disposizione degli avvolgimenti nel rotore è schematizzata nella figura 17.

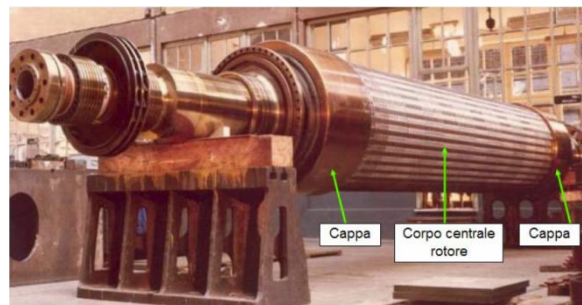


**Figura 4.** Schema della disposizione degli avvolgimenti in rame del rotore.

Tali avvolgimenti, mantenuti centralmente in posizione da cunei metallici, emergono sulla superficie alle estremità del rotore per permettere la chiusura in circuiti chiusi delle matasse (vedi figura 18). È evidente che tale materiale, comprensivo di conduttori e isolanti, quando il rotore viene posto in rotazione (a circa 3000 rpm, velocità nominale) verrebbe proiettato verso l'esterno per via della grande **forza centrifuga** che si genera per l'effetto della suddetta rotazione e per via delle notevoli masse in gioco. Nella parte centrale del rotore, il materiale è mantenuto in profondità nelle cave grazie all'azione di cunei metallici mentre alle estremità, non potendo chiaramente adottare la stessa soluzione progettuale, si forzano, sulla superficie periferica esterna del rotore, *anelli di ritenuta*, chiamati *cappe*, che bloccano meccanicamente la massa di materiale (vedi figura 19). Le cappe, dalla tipica forma a campana, sono montate per interferenza al corpo rotore sul lato interno e sul lato esterno ad un anello di centraggio che le mantiene in posizione. L'attrito nell'accoppiamento è garantito da una **pressione di contatto** che impedisce alla cappa di scorrere tangenzialmente rispetto al rotore. Durante il moto si sviluppano, inoltre, **forze assiali** che vengono compensate da accoppiamenti di forma tra cappa e rotore, realizzati tramite innesti a baionetta chiamati *locking keys*.

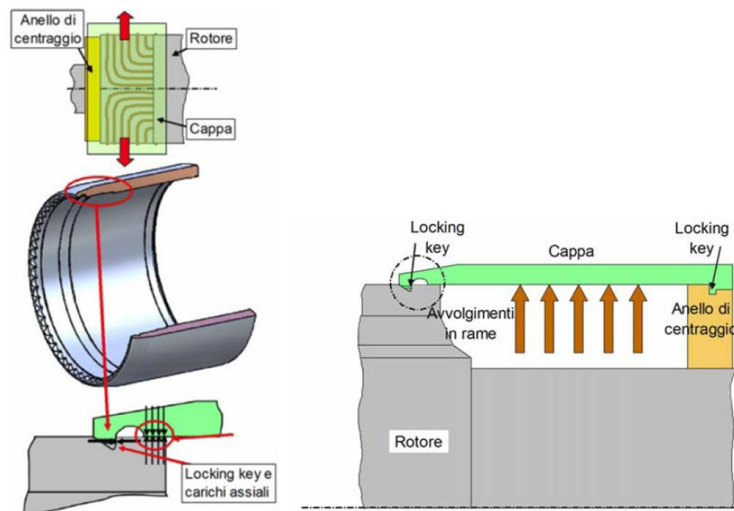


**Figura 5.** Dettaglio estremità rotore di turboalternatore. Ben visibili sono le lamine di rame che fuoriescono dalle cave per permettere la richiusura delle spire .



**Figura 6.** Rotore di turboalternatore e disposizione cappe.

Un' opportuna dentatura ad una estremità della cappa si impegna nella sede del rotore realizzando la "locking key". Si ha un' analoga dentatura all' altra estremità che si impegna nella sede dell' anello di centraggio. Per lo schema di montaggio della cappa si veda la figura 20.



**Figura 7** Cappa: sollecitazioni e schema di montaggio [9].

Abbiamo accennato al fatto che le cappe siano sottoposte ad una notevole sollecitazione dovuta alle forze centrifughe molto grandi; tale sollecitazione, teoricamente costante a velocità nominale nella parte centrale dell'anello, risulta molto bassa quando la macchina viene fermata. Il forzamento tra cappa e rotore, invece, raggiunge intensità minima (ma non nulla, per garantire la sicurezza dell'accoppiamento) quando il rotore è in rotazione alla velocità nominale, per via della forza centrifuga che tende a distaccarli mentre ha intensità massima a rotore fermo (forza centrifuga nulla). Sono presenti, oltretutto, sforzi notevoli nei "locking keys" di intensità fluttuante ad ogni transitorio di avviamento e spegnimento; in questi ultimi si è constatato, attraverso analisi agli elementi finiti in campo statico, come la concentrazione delle tensioni cambi in relazione al tipo di configurazione dei "locking keys" la quale, in ultimo, può migliorare il comportamento meccanico della cappa e, eventualmente, semplificarne il processo produttivo.

La variazione dei carichi nel tempo sta facendo cambiare, in questi anni, l'approccio alla progettazione dei turboalternatori; fino al decennio scorso, queste macchine erano pensate per funzionare praticamente in continuo riservando la loro fermata per la sola manutenzione programmata o per eventuali avarie. Oggigiorno, invece, la

frequenza dei transitori di macchina è legata in primo luogo al diagramma di richiesta giornaliero di energia elettrica per cui, nelle ore di massima richiesta, il turbogeneratore funzionerà a pieno ritmo mentre, nelle fasce orarie di minima, si porterà a spegnimento. Questo fa sì che, in un anno, si abbiano circa 200 transitori (circa 1 ogni 2 giorni); tenendo conto che si considera una vita massima di 50 anni oltre i quali si va incontro al superamento tecnologico che costringe a sostituire la macchina, allora si giunge ad un numero complessivo di transitori pari a 10.000; includendo quelli dovuti alla manutenzione si raggiungono i 15.000 cicli ma, tale valore, è in continuo aumento.

La severità dei carichi a cui è soggetta la cappa, la loro variazione nel tempo (transitori) e il numero dei cicli (o numero dei transitori) a cui è sottoposta nell'arco della sua vita, ci porta ad affermare che tale componente è soggetto a *fatica oligociclica* (fatica a basso numero di cicli).

La fatica è uno degli argomenti che più fa discutere nel settore dell'ingegneria meccanica. Sono molto numerosi, infatti, gli organi rotanti sottoposti ad un carico ciclico che raggiunge il valore massimo a ogni rotazione. Per quanto siano numerose le fonti bibliografiche che trattano la fatica ad alto numero di cicli, fornendo dati sperimentali, approcci di verifica e dimensionamento di tipo analitico e numerico, non altrettanto diffusi sono studi sulla fatica oligociclica la quale si distingue per la severità dei carichi che portano a plasticizzazioni localizzate nel materiale, nonostante le rotture dovute ad essa non siano certo di minor pericolosità. Si tenga conto che, nello specifico caso dei turboalternatori, il cedimento di schianto della cappa o del rotore può provocare una vera e propria esplosione paragonabile a quella di una bomba con conseguente incendio dovuto alla inevitabile rottura dei condotti del lubrificante

In questa trattazione si applica l'algoritmo AMV al componente che risulta essere il più sollecitato in un turboalternatore, ovvero la cappa, la cui rottura per cedimento-esplosione comporterebbe certamente serissime conseguenze e va, per questo, assolutamente evitata. L'obiettivo è quello di computare il rischio di questo tipo di

cedimento per diversi numeri di cicli N, costruendo per punti una curva di probabilità cumulata di guasto, necessaria per trovare il numero limite di cicli oltre alla quale non è possibile spingersi restando in condizione di sicurezza. I risultati ottenuti, poi, vengono confrontati con quelli generati dal metodo Monte Carlo, mettendo in luce definitivamente i suoi limiti. Si è detto come la cappa sia sottoposta a fatica oligociclica durante il funzionamento del turboalternatore. Per poter fare una qualunque analisi in relazione a questa, occorre specificare il tipo di materiale costitutivo della cappa e le relative caratteristiche.

La cappa è realizzata in acciaio; tale acciaio deve avere le seguenti *proprietà*:

- amagneticità, per prevenire perdite di efficienza del generatore.
- elevati coefficienti di conducibilità termica ed elettrica, per permettere un adeguato smaltimento del calore, impedendo così il surriscaldamento che, specialmente nelle macchine elettriche, è di fondamentale importanza evitare; gli effetti termici e lo smaltimento del calore, infatti, determinano il limite di potenza erogabile dalle macchine stesse.
- un elevato coefficiente di dilatazione termica; l'accoppiamento fra cappa e rotore è eseguito a caldo per cui, un alto coefficiente di dilatazione termica permette di ridurre la temperatura nominale di esecuzione, diminuendo di conseguenza il rischio di danneggiare gli avvolgimenti in rame e gli isolanti (per altro, costosi) nel riscaldamento. I materiali utilizzati (specialmente gli isolanti) sono caratterizzati infatti da *temperature limite di funzionamento* che è bene non superare (anche in esercizio) per garantire il funzionamento corretto e, quindi, la durata desiderata della macchina.

Per quel che riguarda le *proprietà meccaniche* degli acciai per cappe, si deve avere:

- elevata resistenza statica (limite allo snervamento superiore ai 1000 MPa).
- elevata resistenza dinamica
- un ottimo comportamento a fatica con alta tenacità a frattura anche in ambiente corrosivo.

L'acciaio oggi più utilizzato per la costruzione di cappe è il *18Mn18Cr* (contenuto del 18% di Manganese e del 18% di Cromo) la cui composizione chimica dettagliata è riportata nella tabella seguente (figura 22) in cui, a titolo informativo, si riporta pure la composizione dell'acciaio per rotori.

ACCIAIO	C[%]	Cr[%]	Ni[%]	Mo[%]	Mn[%]	Si[%]	P[%]	S[%]	N[%]
26NiCrMoV 14 5 (rotore)	0,22÷ 0,32	1,2÷1,4	3,4÷4,0	0,25÷0,45	0,05÷ 0,15	<0,30	< 0,015	<0,018	-----
18Mn18Cr (cappa)	≤0,13	17,5÷ 20	-----	-----	17,5÷ 20	≤0,6	0,033	0,001	0,73 ÷ 0,78

**Figura 22.** Composizione chimica dell'acciaio per cappa e rotore.

I due elementi alliganti principali dell'acciaio per cappe sono il Manganese e il Cromo, ognuno dei quali fornisce caratteristiche indispensabili per un ottimo funzionamento della cappa a regime, garantendo una prestazione ottimale.

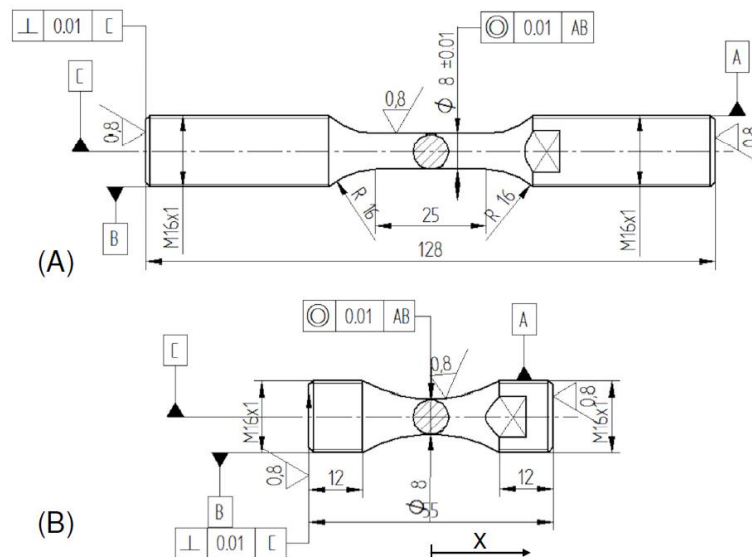
In particolare entrambi gli alliganti contribuiscono ad:

- aumentare la resistenza e la durezza allo stato bonificato
- aumentare la temprabilità
- migliorare la resistenza e la resilienza
- migliorare la resistenza alla corrosione e all'ossidazione anche a caldo

Nonostante la cappa e il rotore siano soggetti a fatica oligociclica, le analisi strutturali che si trovano nella letteratura tecnica non utilizzano i modelli che occorrono in questo caso e i risultati sperimentali reperibili derivano da prove statiche o, al più, da prove di fatica a ciclo di carico imposto e non a deformazione imposta come dovrebbe essere in questi casi.

A tal proposito, si sono pianificate ed effettuate prove sperimentali per la caratterizzazione a fatica oligociclica dei suddetti acciai per cappe e per rotori, ricavando provini da prolungamenti di materiale di componenti reali (realizzati a loro volta con gli usuali processi tecnologici) lungo le direzioni di formatura radiale e

tangenziale. I provini realizzati sono a sezione uniforme lungo la direzione tangenziale e del tipo a clessidra lungo quella radiale; nel caso specifico della cappa, essendo relativamente limitato lo spessore di tale componente in direzione radiale, il provino in questa direzione è stato realizzato non conforme al proporzionamento previsto dalla normativa ASTM E-606 [15] (altrimenti sarebbe risultato troppo esile) e con stessa sezione minima del provino a sezione costante in direzione tangenziale; per coerenza si è effettuata la stessa scelta anche per i provini del rotore, nonostante non si avrebbe avuto questo problema, in modo da rendere fra loro confrontabili i risultati. Si veda in proposito la figura 23.



**Figura 8.** Disegni dei provini ricavati in direzione tangenziale (A) e radiale (B).

Essendo l'acciaio della cappa l'oggetto di studio di questa trattazione, d'ora in poi si farà riferimento solo a questo.

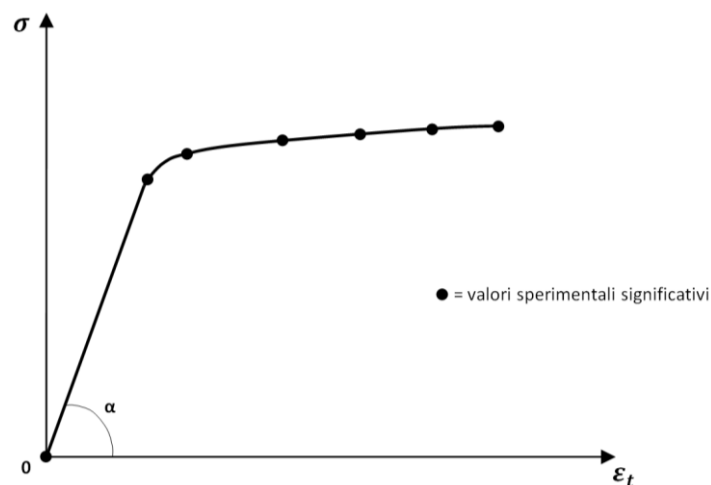
Inizialmente, si procede alla caratterizzazione statica del materiale, utilizzando il provino per la direzione tangenziale e radiale in prove di trazione statica. Riferendoci all'equazione costitutiva del materiale secondo il modello di Ramberg-Osgood, si ha:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{\frac{1}{n}}$$

dove:

- $\varepsilon_t$  = deformazione totale.
- $\varepsilon_e$  = deformazione elastica.
- $\varepsilon_p$  = deformazione plastica.
- $\sigma$  = tensione.
- $E$  = modulo di elasticità del materiale o modulo di Young.
- $K$  = coefficiente di plasticità statica.
- $n$  = esponente di incrudimento alla deformazione.

Durante la prova di trazione statica si registra il grafico  $\sigma$ - $\varepsilon_t$  e da esso si scelgono  $k$  valori significativi  $(\sigma, \varepsilon_t)^*$  come illustrato qualitativamente di seguito:



Il modulo elastico  $E$  del materiale è ricavabile dal diagramma, come:

$$E = \tan(\alpha)$$

essendo la relazione (secondo la *legge di Hooke*) fra tensione e deformazione in campo elastico:

$$\sigma = E\varepsilon_e$$



Il legame fra tensioni e deformazioni in campo plastico è di tipo esponenziale:

$$\sigma = K \varepsilon_p^n$$

Riportando i valori  $(\sigma, \varepsilon_t)^*$  in coordinate logaritmiche  $(\log \sigma, \log \varepsilon_t)^*$  e riportando nelle stesse coordinate l'equazione precedente si ha:

$$\log \sigma = n \log \varepsilon_p + \log K$$

È evidentemente l'equazione di una retta in un piano doppio logaritmico:

$$y = ax + b$$

dove:

- $y \equiv \log \sigma$
- $a \equiv n$
- $x \equiv \log \varepsilon_p$
- $b \equiv \log K$

Utilizzando ad esempio un foglio elettronico Excel, si ricava la retta interpolante in cui  $a$  e  $b$  sono valori espliciti. Si ricava di conseguenza  $n$  e  $K = 10^b$ . A questo punto, l'equazione di Ramberg-Osgood per l'acciaio in questione risulta nota.

Si prosegue ora con la campagna di prove di fatica a deformazione  $\Delta\varepsilon$  imposta. In pratica, si impone che la deformazione del provino vari ciclicamente nel tempo sempre tra un valore massimo  $+\varepsilon_a$  e un valore minimo  $-\varepsilon_a$ . Il range di deformazione risulta:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min} = +\varepsilon_a - (-\varepsilon_a) = 2\varepsilon_a$$

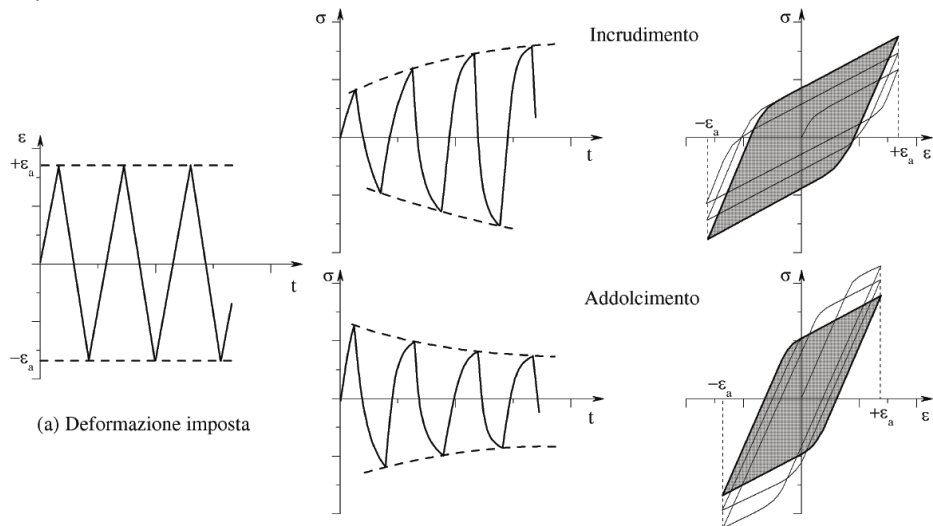
Ad ogni provino si impongono differenti  $\Delta\varepsilon$  fino a rottura dello stesso, registrando per ciascuno:

- Il *ciclo di isteresi stabilizzato* ovvero quel ciclo tensione-deformazione  $\sigma$ - $\varepsilon$  misurato a metà vita del provino e che si mantiene costante per la maggior parte della vita.
- Il *numero di cicli a rottura*  $2N_f$  (dove  $N_f$  è il *numero di alternanze*).

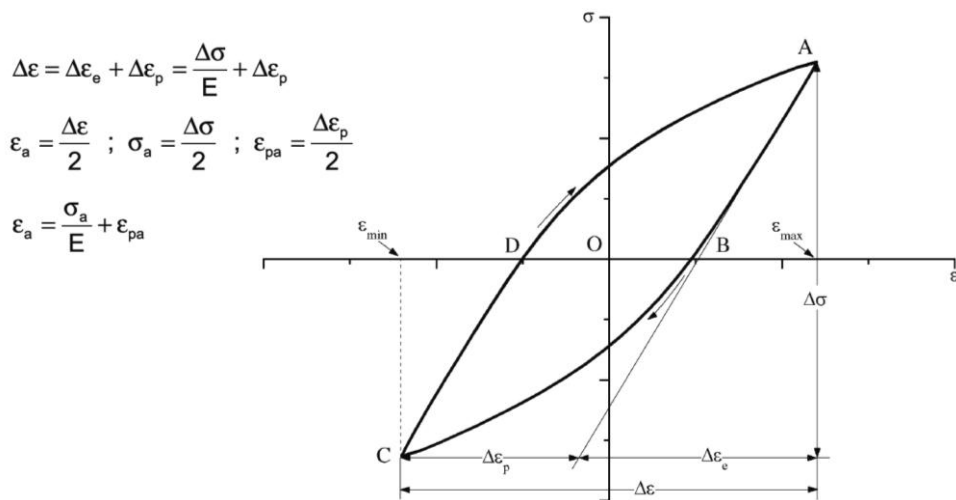
La figura 24, oltre a richiamare alcuni concetti fondamentali sulla fatica oligociclica fin qui citati, mostra anche il comportamento che può avere un materiale se sottoposto a cicli di deformazione imposta: se la tensione aumenta nel tempo ad ogni ciclo di deformazione allora si ha *incrudimento ciclico* del materiale mentre, se la tensione diminuisce nel tempo ad ogni ciclo di deformazione, si ha *addolcimento ciclico* del materiale.

Le informazioni ricavabili dal ciclo di isteresi stabilizzato sono indicate in figura 25. In riferimento a tale figura, si precisa il significato dei simboli:

- $\varepsilon_a$  = ampiezza deformazione alterna imposta (in ciascun verso).
- $\Delta\varepsilon = 2\varepsilon_a$  = range di deformazione imposta (nei due versi).
- $\varepsilon_{pa}$  = deformazione permanente (anche in assenza di carico).
- $\Delta\varepsilon_p = 2\varepsilon_{pa}$  = ciclo di deformazione permanente (in entrambi i versi).
- $\sigma_a$  = massima tensione in corrispondenza di  $\varepsilon_a$ .
- $\Delta\sigma = 2\sigma_a$  = ciclo di tensione (in entrambi i versi).  $\Delta\varepsilon_e = \frac{\Delta\sigma}{E} = 2\varepsilon_{ea}$ : ciclo di deformazione elastica corrispondente al  $\Delta\sigma$  che viene applicato e completamente recuperabile al suo annullamento.



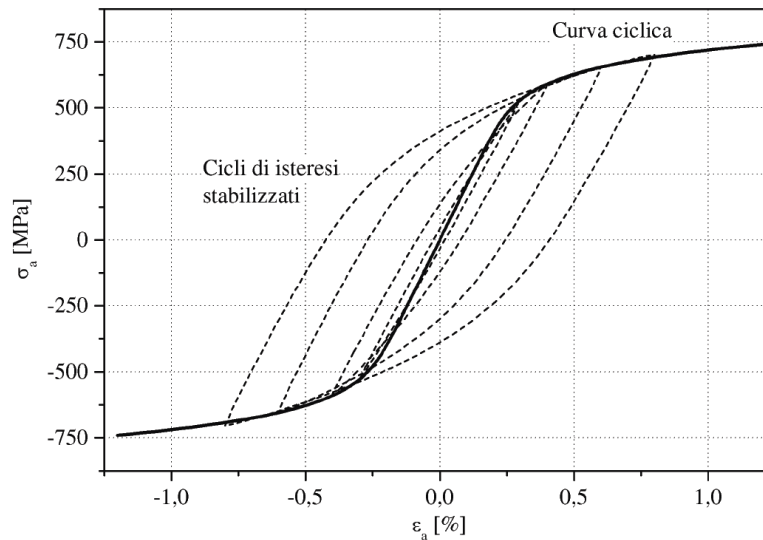
**Figura 9.** Fatica oligociclica: ciclo di deformazione imposta (a), addolcimento e incrudimento ciclici. In grigio è indicato il ciclo di isteresi stabilizzato.



**Figura 10.** Ciclo di isteresi stabilizzato e indicazione dei principali parametri da esso rilevabili.

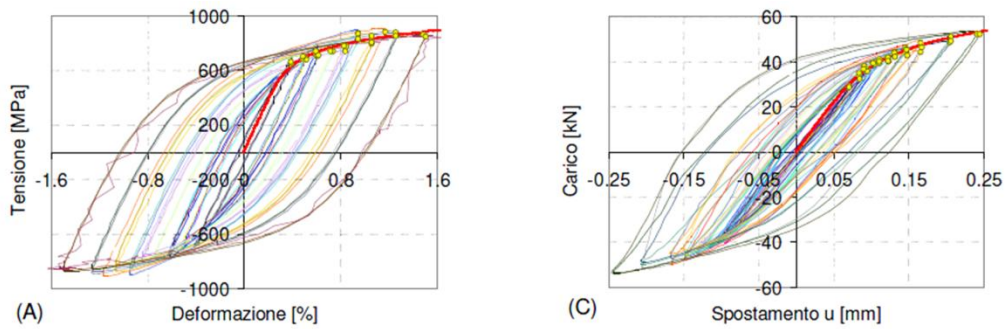
In presenza di carichi ciclici al di sopra del limite di snervamento, a causa dell'addolcimento e dell'incrudimento ciclici, la curva monotona di trazione perde di significato. Riportando i cicli di isteresi stabilizzati registrati per ciascun provino sullo stesso piano  $\sigma$ - $\varepsilon$ , è possibile costruire la *curva ciclica* ovvero quella curva

congiungente gli apici (cuspidi) dei vari cicli di isteresi, che va a sostituire la curva monotona. In proposito, vedere la figura 26.



**Figura 11.** Costruzione della curva ciclica. Notare che è costituita da due rami: quello di trazione ( $\sigma > 0$ ) e quello di compressione ( $\sigma < 0$ ).

In figura 27 sono riportati i cicli di isteresi stabilizzati dell'acciaio per cappe, sia per la direzione radiale che per quella tangenziale; è inoltre mostrata la costruzione della curva ciclica. Sempre in riferimento alla stessa figura, si precisa che il controllo sulla deformazione è stato eseguito dagli autori di [9,10] secondo modalità convenzionali nel caso dei provini più lunghi a sezione costante (direzione tangenziale) mentre, nel caso dei provini corti (direzione radiale), è stata sviluppata un'apposita metodologia di prova che prevede di controllare lo spostamento relativo tra le teste; il passaggio dal dominio forza – spostamento a quello tensione – deformazione è facilmente attuabile come dimostrato sempre in [10].



**Figura 12.** Cicli di isteresi stabilizzati e costruzione della curva ciclica dell'acciaio 18Mn18Cr per cappe. Direzione tangenziale (A) e direzione radiale (C).

La curva ciclica è esprimibile matematicamente con l'*equazione di Ramberg-Osgood modificata* :

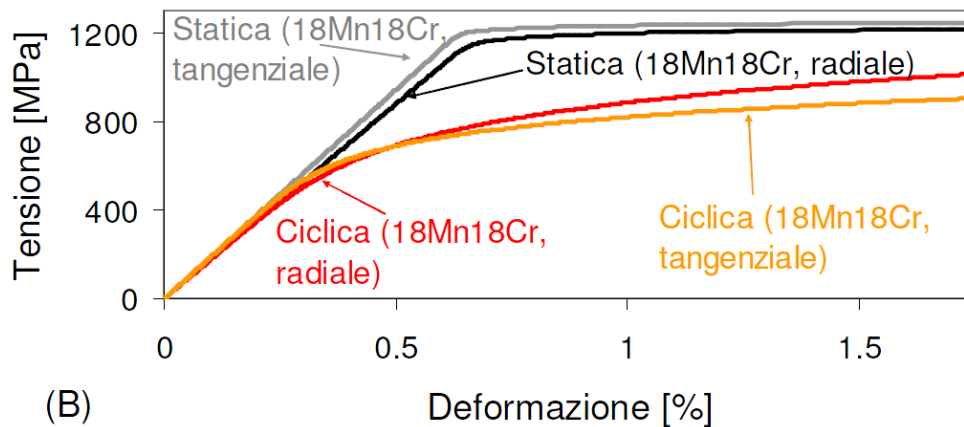
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

dove:

- $K'$  = coefficiente di plasticità ciclico
- $n'$  = esponente di incrudimento ciclico

Per determinare  $K'$  e  $n'$  si procede in modo del tutto analogo a quello richiamato ai versi precedenti per ricavare  $K$  e  $n$  a partire dalla curva statica. Si scelgono alcuni punti significativi della curva ciclica e si riportano in un grafico doppio-logaritmico; con un software tipo Excel si genera la retta che interpola tali punti determinando i coefficienti della retta stessa legati proprio a  $K'$  e  $n'$ . A questo punto l'equazione di Ramberg-Osgood modificata risulta nota.

È interessante riportare il confronto della curva monotona con quella ciclica; in figura 28 sono riportate la curva statica e ciclica dell'acciaio per cappe, sullo stesso grafico, sia per la direzione radiale che per quella tangenziale.



**Figura 13.** Confronto fra curva statica e ciclica per l'acciaio 18Mn18Cr sia relativamente alla direzione radiale che tangenziale.

Il fatto che la curva ciclica sia più bassa di quella monotona è indice di addolcimento ciclico del 18Mn18Cr. Questo comportamento è tipico dei materiali ad elevata resistenza, in generale inizialmente incruditi.

Tramite l'equazione di Manson-Coffin è possibile mettere in relazione la deformazione con la durata a fatica:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

Fare riferimento, a questo proposito, alla figura 29.

In particolare:

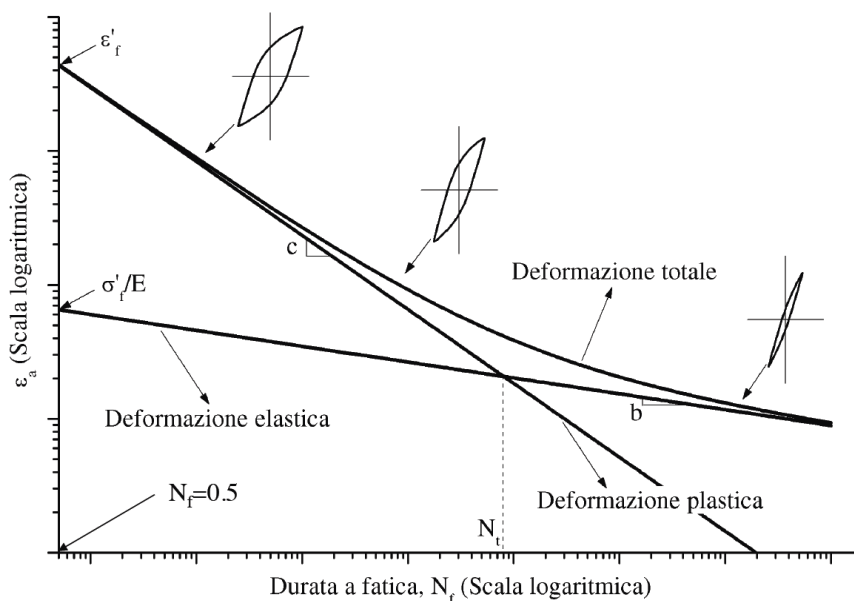
- $\sigma'_f$  = coefficiente di resistenza a fatica.
- $\varepsilon'_f$  = coefficiente di duttilità a fatica.

Nel caso della presenza di una tensione media  $\sigma_m$  nel ciclo di isteresi, l'equazione di Manson-Coffin si modifica nel modo seguente:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \left( \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E} \right) (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$$

Sperimentalmente si è osservato che una  $\sigma_m$  di trazione riduce la vita di un componente (a parità di deformazione imposta), viceversa per una tensione media di compressione. Ciò è intuitivamente comprensibile se si pensa che, generalmente, una tensione di trazione tende ad allargare i difetti nel materiale mentre una tensione di compressione tende a richiuderli.

La curva di Manson-Coffin risulta essere, infine, una curva riassuntiva del comportamento a fatica di un materiale; per una durata  $N_f > N_t$ , la deformazione elastica prevale su quella plastica per cui si è nel campo della fatica ad alto numero di cicli mentre per  $N_f < N_t$  la deformazione plastica risulta maggiore di quella elastica e, per questo, si è nel campo della fatica oligociclica.  $N_t$  è il *punto di transizione* della vita a fatica.



**Figura 15.** Curva di Manson-Coffin (deformazione totale), retta plastica e retta elastica.

Attraverso la determinazione della retta interpolante elastica e plastica con un software tipo Excel, è immediato ricavare il valore di  $\sigma'_f$ ,  $\varepsilon'_f$  e degli esponenti  $b$  e  $c$ . In tal modo i coefficienti dell'equazione di Manson-Coffin sono tutti noti. Scegliendo una durata pari ad un arbitrario numero di cicli  $N^* = 2N_f$ , dall'equazione di Manson-Coffin si determina direttamente l'ampiezza massima di deformazione  $\varepsilon_a$  a cui può essere sottoposto il materiale; noto  $\varepsilon_a$ , si può ricavare graficamente la tensione massima applicabile  $\sigma_a$  dalla curva di Ramberg-Osgood del materiale o risolvendo numericamente l'equazione relativa.

### **Analisi del rischio : cappa**

Nel presente lavoro si studia il comportamento a fatica oligociclica della cappa, in primo luogo utilizzando valori deterministici, e poi successivamente effettuando una analisi di tipo affidabilistico tramite il metodo AMV, per tenere in considerazione l'aleatorietà dei parametri utilizzati per l'analisi della cappa, ricordando che tutte le variabili sono soggette a fluttuazioni dovute alle condizioni ambientali o alla dispersione insita in ogni fenomeno fisico.

### **Analisi deterministica**

In questa trattazione, in primo luogo, si è calcolata la vita a fatica oligociclica della cappa attraverso una analisi deterministica, considerando quindi tutti le variabili in gioco come costanti e non variabili nel tempo. Tale analisi risulta essere non realistica perché non tiene conto dei fenomeni probabilistici che comportano una variazione delle grandezze in gioco, però può essere utilizzata in prima approssimazione per avere dei risultati da poter confrontare con una successiva analisi affidabilistica.



Per l'analisi deterministica sono stati forniti i seguenti dati:

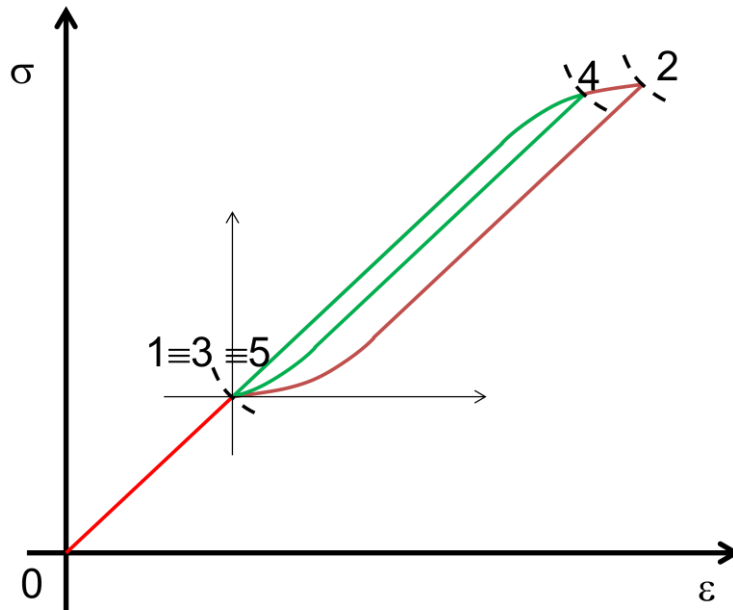
<b>Materiale</b>	<b>Sollecitazione</b>
$E = 189.000 \text{ Mpa}$	$\sigma_{el.1} = 85 \text{ MPa}, \varepsilon_{el.1} = 441 \mu\varepsilon$
$\sigma'_f = 1318 \text{ MPa}$	$\sigma_{el.2} = 858 \text{ MPa}, \varepsilon_{el.2} = 4435 \mu\varepsilon$
$\varepsilon'_f = 0.2$	$\sigma_{el.3} = 85 \text{ MPa}, \varepsilon_{el.3} = 441 \mu\varepsilon;$
$b = -0.063$	$\sigma_{el.4} = 596 \text{ MPa}, \varepsilon_{el.4} = 3080 \mu\varepsilon$
$c = -0.465$	$\sigma_{el.5} = 85 \text{ MPa}, \varepsilon_{el.5} = 441 \mu\varepsilon.$
$n = 0.008$	
$K = 1294 \text{ MPa}$	
$n' = 0.098$	
$K' = 1352 \text{ Mpa}$	

**Tabella 1.** Dati per l'analisi deterministica

La vita di una cappa presenta diverse fasi, in cui le sollecitazioni in gioco sono differenti e variano a seconda che ci si trovi in una fase o nell'altra; le fasi principali sono tre e si possono rappresentare come descritto in seguito:

- il forzamento della cappa sul rotore, effettuato per interferenza
- il collaudo in cui il rotore ruota con velocità maggiorata pari a 3600 rpm
- il funzionamento a regime in cui la cappa ruota a una velocità pari a 3000 rpm

I cicli di isteresi effettuati dalla cappa sono rappresentati nella Figura 17 ,in cui vengono messe in evidenza le tre fasi della vita di quest'ultima in relazione alle tensioni e alle deformazioni che nascono in ogni singolo ciclo:



**Figura 17.** Cicli di isteresi delle cappa.

0→1: Fasi di montaggio cappa – rotore

1→2: Accensione: velocità aumentata da 0 a 3600 rpm per il collaudo in over-speed

2→3: Spegnimento: velocità diminuita da 3600 rpm a 0.

3→4: Accensione: velocità aumentata da 0 a 3000 rpm (velocità nominale)

4→5: Spegnimento: velocità diminuita da 3000 rpm a 0.

Per via analitica è possibile calcolare tutte le grandezze fondamentali che caratterizzano il funzionamento della cappa, per poter arrivare in un secondo momento al calcolo della vita limite a fatica ( $n_2$ ), grazie all'utilizzo delle relazioni di Neuber, Ramberg-Osgood , Manson-Coffin e Palmgren-Miner, applicate come rappresentato e descritto nel modo seguente:

- *Forzamento della cappa sul rotore*

$$0 \rightarrow 1 \quad \begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} + \left(\frac{\sigma_1}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \\ \sigma_1 \cdot \varepsilon_1 = \sigma_{el.1} \cdot \varepsilon_{el.1} \end{cases} \rightarrow \sigma_1, \varepsilon_1$$

- *Ciclo 1-2-3*

$$1 \rightarrow 2 \quad \begin{cases} \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2E} + \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \\ (\sigma_2 - \sigma_1) \cdot (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = (\sigma_{el.2} - \sigma_{el.1}) \cdot (\varepsilon_{el.2} - \varepsilon_{el.1}) \end{cases} \rightarrow \sigma_2, \varepsilon_2$$

- *Ciclo 3-4-5*

$$3 \rightarrow 4 \quad \begin{cases} \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_3}{2} = \frac{\sigma_4 - \sigma_3}{2E} + \left(\frac{\sigma_4 - \sigma_3}{2 \cdot K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \\ (\sigma_4 - \sigma_3) \cdot (\varepsilon_4 - \varepsilon_3) = (\sigma_{el.4} - \sigma_{el.3}) \cdot (\varepsilon_{el.4} - \varepsilon_{el.3}) \end{cases} \rightarrow \sigma_4, \varepsilon_4$$

Risolvendo questo sistema, con prima equazione la relazione di Ramberg-Osgood e come seconda equazione la relazione di Neuber, vengono calcolate le  $\sigma$  e le  $\varepsilon$  rappresentative di tutte le fasi principali della vita della cappa, cioè le tensioni e le deformazioni che caratterizzano tutti i cicli di isteresi di quest'ultima; Tali grandezze sono indispensabili nei passaggi successivi in quanto vengono utilizzate per il calcolo della  $\sigma_{media}$  e della  $\Delta\varepsilon / 2$  che introdotte nell'equazione di Manson- Coffin permettono di ricavarsi in modo semplice i parametri  $N_{1-2-3}$  e  $N_{3-4-5}$  (numero totale dei cicli a rottura per i livelli 1-2-3 e 3-4-5):

- *Ciclo 1-2-3*

$$\sigma_{m_1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma_f' - \sigma_{m_1}}{E} (2N_{1-2-3})^b + \varepsilon_f' (2N_{1-2-3})^c$$

In uscita è facilmente ricavabile  $N_{1-2-3}$  non essendo un'equazione risolvibile in forma chiusa è necessario un metodo numerico, in questa trattazione verrà usato il metodo di Bisezione.

- *Ciclo 3-4-5:*

$$\sigma_3 = \sigma_1 = \sigma_5$$

$$\sigma_{m_2} = \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{2}$$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_3}{2} = \frac{\sigma_f' - \sigma_{m_2}}{E} (2N_{3-4-5})^b + \varepsilon_f' (2N_{3-4-5})^c$$

In uscita è facilmente ricavabile  $N_{3-4-5}$  come si è già visto per il caso precedente.

Introducendo i risultati ottenuti ( $N_{1-2-3}$ ,  $N_{3-4-5}$ ) nell'equazione di Palmgren-Miner, sapendo che  $n_1=1$  (il ciclo di collaudo è unico) si ottiene il numero di cicli  $n_2$  che rappresenta il numero limite di volte che la cappa può percorrere il ciclo di isteresi a regime (1-2-3), in altre parole la vita a fatica della mia cappa ( $U_0$ ):

Regola di Palmgren-Miner:

$$\frac{n_1}{N_{1-2-3}} + \frac{n_2}{N_{3-4-5}} = 1$$

In tal caso  $n_1 = 1$  (il ciclo 1-2-3 è percorso una sola volta), definendo  $n_2 = N$  è possibile riscrivere l'equazione nel seguente modo:

$$\frac{1}{N_{1-2-3}} + \frac{N}{N_{3-4-5}} = 1$$

Il termine  $N$  è facilmente ricavabile, e di conseguenza anche il termine  $U_0$ , è sufficiente eseguire il logaritmo in base dieci del valore che si è appena ottenuto applicando la regola di Palmgren-Miner.

La seguente analisi deterministica viene implementata dal programma elaborato in Matlab durante la prima iterazione, passaggio nel quale in ingresso vengono presi tutti i valori medi delle variabili, senza considerare la deviazione standard, passaggio che equivale a considerare le grandezze in gioco come deterministiche.

### **Esempio numerico**

Utilizzando i dati forniti dalla Tabella.1 e seguendo il processo precedentemente descritto è possibile calcolare la vita a fatica della cappa in questo particolare caso:

- *Forzamento della cappa sul rotore*

$$0 \rightarrow 1 \quad \begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{189000 \text{ Mpa}} + \left( \frac{\sigma_1}{1294 \text{ Mpa}} \right)^{\frac{1}{0.008}} \\ \sigma_1 \cdot \varepsilon_1 = 85 \text{ Mpa} \cdot 441 \mu\varepsilon \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 126 \text{ Mpa} \\ \varepsilon_1 = 667 \mu\varepsilon \end{cases}$$

• *Ciclo 1-2-3*

$$1 \rightarrow 2 \quad \begin{cases} \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2 \cdot 189000 \text{ Mpa}} + \left( \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2 \cdot 1352 \text{ Mpa}} \right)^{\frac{1}{0.098}} \\ (\sigma_2 - \sigma_1) \cdot (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = (858 - 85) \cdot (4435 - 441) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_2 = 1248 \text{ Mpa} \\ \varepsilon_2 = 6.8584 \cdot 10^3 \mu\varepsilon \end{cases}$$

• *Ciclo 3-4-5*

$$3 \rightarrow 4 \quad \begin{cases} \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_3}{2} = \frac{\sigma_4 - \sigma_3}{2 \cdot 189000 \text{ Mpa}} + \left( \frac{\sigma_4 - \sigma_3}{2 \cdot 1352 \text{ Mpa}} \right)^{\frac{1}{0.098}} \\ (\sigma_4 - \sigma_3) \cdot (\varepsilon_4 - \varepsilon_3) = (596 - 85) \cdot (3080 - 441) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_4 = 883 \text{ Mpa} \\ \varepsilon_4 = 4.6770 \cdot 10^3 \mu\varepsilon \end{cases}$$

➤ *Equazione Manson-Coffin*

- *Ciclo 1-2-3*

$$\sigma_{m_1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = 685 \text{ Mpa}$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_{m_1}}{E} (2N_{1-2-3})^b + \varepsilon'_f (2N_{1-2-3})^c$$

$$\rightarrow N_{1-2-3} = 2.1604 \cdot 10^6$$

- *Ciclo 3-4-5:*

$$\sigma_3 = \sigma_1 = \sigma_5 = 125 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{m_2} = \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{2} = 504 \text{ Mpa}$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_3}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_{m_2}}{E} (2N_{3-4-5})^b + \varepsilon'_f (2N_{3-4-5})^c$$

$$\rightarrow N_{3-4-5} = 8.16 \cdot 10^5$$

➤ *Regola di Palmgren-Miner*

$$\frac{n_1}{N_{1-2-3}} + \frac{n_2}{N_{3-4-5}} = 1$$

Nel caso in esame  $n_1 = 1$ :

$$\frac{1}{N_{1-2-3}} + \frac{N}{N_{3-4-5}} = 1$$

$$\rightarrow N = 8.16 \cdot 10^5$$

#### APPLICAZIONE DEL METODO AMV ALLA CAPP

In questa trattazione, a differenza dei lavori precedentemente eseguiti, si assumono come aleatori i coefficienti di resistenza e duttilità a fatica ( $\sigma'_f$  e  $\varepsilon'_f$ ), gli esponenti di incrudimento statico e ciclico ( $n$  e  $n'$ ), i coefficienti di plasticità statica e ciclica ( $K$  e  $K'$ ) e gli esponenti dell'equazione di Manson-Coffin ( $b$  e  $c$ ); I coefficienti di resistenza e duttilità a fatica si suppongono con distribuzione Log – normale, mentre tutte le altre variabili si suppongono con distribuzione Normale. Il modulo di elasticità  $E$  è considerato deterministico.

Per cui, riepilogando, le variabili aleatorie sono:

- $U_1 = \text{Log } \sigma'_f$
- $U_2 = \text{Log } \varepsilon'_f$
- $U_3 = b$
- $U_4 = c$
- $U_5 = n$
- $U_6 = \text{Log } (K)$



- $U_7 = n'$
- $U_8 = \text{Log} (K')$

La variabile di output  $U_0$  coincide con il numero di cicli in logaritmo in base 10:  $\text{Log} N$ . La scelta di operare con i logaritmi in base 10 deriva dal fatto di assumere come Log-normale la distribuzione per  $\sigma'_f$  e  $\varepsilon'_f$ . Tale variabile è aleatoria perché dipendente, da variabili random:

$$N = f (\text{Log} \sigma'_f, \text{Log} \varepsilon'_f, b, c, n, \text{Log} K, n', \text{Log} K')$$

Ovvero, in termini più generali:

$$U_0 = f (U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, U_7, U_8)$$

La seguente tabella (1\*) riporta i dati statistici in termini di valor medio  $\mu$  , deviazione standard  $\sigma$ .

<b>VARIABILE RANDOM <math>U_i</math></b>	<b>VALOR MEDIO <math>\mu(U_i)</math></b>	<b>DEVIAZIONE STANDARD</b>
$\text{Log} \sigma'_f$	3,12	0,019
$\text{Log} \varepsilon'_f$	-0,701	0,059
$b$	-0,063	0,005
$c$	-0,465	0,0159
$n$	0.008	2.708E-05
$\text{Log} (K)$	3.112	3.522E-05

$n'$	0.098	0.0090
$\text{Log}(K')$	3.131	0.023

L'analisi affidabilistica viene effettuata applicando al caso in esame il metodo AMV, implementato in un programma matlab consultabile nell'appendice A.

La grande novità di questa trattazione risiede nell'utilizzo di otto variabili considerate come aleatorie, rispetto alle classiche quattro, vengono aggiunte in ingresso e implementate durante l'esecuzione anche i due esponenti di incrudimento statico e ciclico ( $n, n'$ ) e i due coefficienti di plasticità statico e ciclico ( $K, K'$ ); questa novità permette di ottenere risultati che si avvicinano ancora di più al comportamento reale della cappa sottoposta a fatica a basso numero di cicli, in quanto vengono prese in considerazione come aleatorie variabili che in lavori precedenti venivano considerate deterministiche, semplificazione che rendeva la trattazione analitica precedente più leggera ma forniva risultati approssimati.

Naturalmente l'introduzione di quattro variabili aleatorie in più rende i calcoli più laboriosi, in particolare l'inserimento degli esponenti di incrudimento e dei coefficienti di plasticità richiede un ricalcolo dei cicli di isteresi della cappa nel momento in cui si andranno a perturbare le medesime variabili, operazione necessaria nel calcolo dello sviluppo in serie di Taylor per approssimare la funzione  $y$  in un particolare punto.

### **Formulazione del problema**

I fattori di progetto  $\underline{U} = (U_0, U_1, \dots, U_n)$  sono, come visto,  $\underline{U} = (\text{Log } N, \text{Log } \sigma'_f, \text{Log } \varepsilon'_f, b, c, n, \text{Log } K, n', \text{Log } K')$ , mentre si indica con  $Y$  la variabile in uscita, che nel caso in esame può essere fatta corrispondere ai cicli di vita. Si indica quindi con  $f$  la funzione che lega l'effetto  $Y$  alle cause  $\underline{U}$ , simbolicamente:  $Y = f(\underline{U})$ . L'obiettivo è quello di determinare, fissato un valore di

soglia  $y$  e la probabilità cumulata che  $Y \leq y$ . Nel caso in esame ci si chiede quando la vita prevista dal modello matematico sia inferiore (o uguale) rispetto a quella richiesta dalle specifiche progettuali (indicata con  $y$ ): se così avviene si è in condizione di guasto e si chiede di determinare la probabilità. Nel caso particolare in cui si abbia  $Y = y$  ci si trova sullo spartiacque fra le condizioni di funzionamento e di guasto. Questa condizione corrisponde al valore nullo della cosiddetta funzione di guasto  $g(\underline{U}) = Y - y = f(\underline{U}) - y$ , riportata in letteratura con “failure function” o “performance function”.

Il calcolo della funzione  $f$  si fonda sull'utilizzo dello strumento dello sviluppo in serie di Taylor che approssima la suddetta funzione in un intorno di un particolare punto. Tale punto dovrebbe essere in teoria il design point, che però non è noto all'inizio dell'analisi; di conseguenza nella prima iterazione si utilizza come punto di espansione quello dato dai valori medi di tutte le variabili aleatorie, che porteranno a trovare un valore delle coordinate del design point non precise.

In corrispondenza di questo andrà quindi ricalcolata la relazione polinomiale, determinando infine un ulteriore design point. Si procede quindi fino a convergenza, finché il design point determinato presenta differenze trascurabili rispetto ai componenti valutati all'iterazione precedente. In condizioni di convergenza, si calcola quindi il valore definitivo di  $\beta$  e quindi di conseguenza di  $pf$ ; nel presente lavoro, per arrivare a convergenza, si sono utilizzate 20 iterazioni. Successivamente, per chiarire meglio il procedimento utilizzato, verranno presentate solo due iterazioni, le restanti si calcolano nel medesimo modo.

Il punto di espansione iniziale è designato come:

$$\underline{a} = [\mu(U_1), \mu(U_2), \mu(U_3), \mu(U_4), \mu(U_5), \mu(U_6), \mu(U_7), \mu(U_8)]$$

$$\underline{a} = [3.120 \quad -0.701 \quad -0.063 \quad -0.465 \quad 0.008 \quad 3.112 \quad 0.98 \quad 3.13]$$

Con:

$$\mu(U_1) = 3.120$$

$$\mu(U_2) = -0.701$$

$$\mu(U_3) = -0.063$$

$$\mu(U_4) = -0.465$$

$$\mu(U_5) = 0.008$$

$$\mu(U_6) = 3.112$$

$$\mu(U_7) = 0.098$$

$$\mu(U_8) = 3.13$$

Il termine  $Y$  si può scrivere nel modo seguente:

$$Y = \text{Log}(N) = f(\underline{a}) + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial f}{\partial U_i}(\underline{a}) * (\underline{U}_i - a_i) \right] \quad (2)$$

L'eq (2) mostra lo sviluppo al primo ordine in un intorno del punto  $\underline{a}$ . I termini derivativi possono essere facilmente determinati per via numerica, operando delle leggere perturbazioni delle variabili aleatorie in un intorno del punto di espansione. Nel caso dell'  $i$ -esimo termine di derivata parziale si ha, Eq, (3)

$$\left. \frac{\partial f}{\partial U_i} \right|_{(\underline{a})} \approx \frac{\Delta f}{\Delta U_i} = \frac{f(a_1, \dots, a_i + \Delta U_i, \dots, a_n) - f(a_1, \dots, a_i, \dots, a_n)}{\Delta U_i} \quad (3)$$

Il termine  $\Delta U_i$  rappresenta l'entità della perturbazione che nel presente lavoro è stato preso  $\Delta U_i = 0,1 * STD(U_i)$ , essendo  $STD(U_i)$  la deviazione standard dell' $i$ -esima

variabile aleatoria da desumere dalla tabella (1\*). Il termine  $\Delta U_i$  si può prendere in mondo arbitrario ma deve rispettare delle condizioni spiegate precedentemente nella relazione durante la spiegazione generale del metodo AMV.

Nella presente trattazione basandoci sui dati forniti dalla tabella (1\*) avremo:

$$\Delta U_1 = 0.0019$$

$$\Delta U_2 = 0.0059$$

$$\Delta U_3 = 0.0005$$

$$\Delta U_4 = 0.00159$$

$$\Delta U_5 = 2.708 \cdot 10^{-6}$$

$$\Delta U_6 = 3.522 \cdot 10^{-6}$$

$$\Delta U_7 = 0.00090$$

$$\Delta U_8 = 0.0023$$

Grazie al teorema delle Perturbazioni è possibile calcolarsi tutti i termini delle derivate parziali che chiameremo con  $\alpha_i = \frac{\Delta f}{\Delta U_i}$  quindi nel nostro caso in esame avremo:

$$\alpha_1 = 3.519$$

$$\alpha_2 = 1.489$$

$$\alpha_3 = 8.789$$

$$\alpha_4 = 5.700$$

$$\alpha_5 = 0.000$$

$$\alpha_6 = 0.000$$

$$\alpha_7 = -0.071$$

$$\alpha_8 = 0.012$$

Il termine  $f(a)$ , il primo termine dello sviluppo di Taylor, verrà nominato da qui in avanti come  $\alpha_0$  e sarà definito in questo modo:

$$\alpha_0 = \text{Log}(n_2)$$

$$\alpha_0 = 5.912$$

Il passo successivo consiste nella scrittura della funzione di guasto  $g$ , si fissa pertanto un valore  $y = \text{Log}(N_0)$ , dove  $N_0$  rappresenta il numero di cicli vita, per il quale si vuole determinare la funzione di guasto.  $N_0$  è cioè la vita di riferimento o la cosiddetta “missione”. Da qui in avanti verrà presa come riferimento un valore di  $N_0$  per spiegare come è possibile calcolare la probabilità di guasto relativa a quel specifico valore di  $N_0$ , ovviamente per la costruzione del grafico della probabilità di guasto in funzione di  $\text{Log}(N_0)$  sarà necessario ripetere le operazioni sotto elencate per un numero significativo di volte ognuna relativa a un diverso valore di  $N_0$ .

Per questa iterazione prendiamo come valore di riferimento:

$$\text{Log}(N_0) = 3.5$$

La condizione limita di guasto si verifica qualora sia verificata la seguente equazione:

$$Y = \text{Log}(N) = \text{Log}(N_0) = y = \text{Log}(N_0)$$

La funzione di guasto può essere quindi scritta come:

$$g(\underline{U}) = \text{Log}(N) - \text{Log}(N_0)$$

Nella medesima trattazione avremo la seguente funzione di guasto:

$$g = [\alpha_0 + \alpha_1(U_1 - a_1) + \alpha_2(U_2 - a_2) + \alpha_3(U_3 - a_3) + \alpha_4(U_4 - a_4) + \alpha_5(U_5 - a_5) + \alpha_6(U_6 - a_6) + \alpha_7(U_7 - a_7) + \alpha_8(U_8 - a_8)] - VALORE$$

Dove *VALORE* è definito come:  $VALORE = \text{Log}(N_0)$ .

Numericamente la funzione di guasto può essere espressa nel modo seguente:

$$g = [5.912 + 3.519 \cdot (U_1 - 3.120) + 1.489 \cdot (U_2 + 0.701) + 8.789 \cdot (U_3 + 0.063) + 5.700 \cdot (U_4 + 0.465) + 0 + 0 - 0.071(U_7 - 0.098) + 0.012 \cdot (U_8 - 3.13)] - 3.5$$

Si noti come un valore positivo di  $g$  indichi che la vita attesa è maggiore di quella di riferimento, il che equivale a essere in condizioni di funzionamento; un valore minore o uguale a zero indica che la vita prevista è uguale o inferiore rispetto a quella di soglia, in altre parole il sistema prevede un cedimento prima del termine della missione o esattamente alla fine di essa. Un valore nullo di  $g$  ci indica che ci si trova proprio sullo spartiacque fra rottura e non rottura.

Il passo successivo consiste nell'operare la riduzione delle variabili, in particolare, le relative distribuzioni a campana vengono centrate, mentre vengono normalizzate ad uno ad uno tutte le deviazioni standard. Per la generica variabile  $U_i$  si ha quanto segue:

$$u_i = \frac{U_i - \mu_{U_i}}{\sigma_{U_i}}$$

Quindi di conseguenza:

$$U_i = u_i * STD(U_i) + \mu(U_i) \quad (5)$$

Utilizzando l'equazione (5) si è quindi operata la sostituzione di tutte le variabili della funzione di guasto, così da esprimerla in funzione delle variabili ridotte. Questo equivale graficamente a un cambio di sistema di riferimento: nel nuovo sistema di coordinate il punto corrispondente ai valori medi (nominali) viene centrato nell'origine degli assi; la nuova funzione di guasto può così essere espressa nel seguente modo:

$$g = [\alpha_0 + \alpha_1(u_1 * STD(U_1) + \mu(U_1) - a_1) + \alpha_2(u_2 * STD(U_2) + \mu(U_2) - a_2) + \dots + \alpha_8(u_8 * STD(U_8) + \mu(U_8) - a_8)] - VALORE$$

Infine, l'ultimo passo consiste nella determinazione del design point e di conseguenza della sua distanza dall'origine degli assi, detta indice di sicurezza  $\beta$ .

Il design point, rappresenta in punto sulla funzione di guasto, ossia in corrispondenza dello stato limite tra funzionamento e guasto, che si trova alla minima distanza rispetto all'origine. Quest'ultima rappresenta la condizione di funzionamento nominale in cui tutte le variabili in gioco assumono il loro valore più probabile.

In questa trattazione il design point viene calcolato in maniera differente rispetto ai lavori precedenti, utilizzando il teorema dei moltiplicatori di Lagrange utilizzando le seguenti relazioni:

$$\lambda_i = \frac{\frac{\partial g}{\partial u_i} \left( \frac{a_1 - \mu(U_1)}{STD(U_1)}, \dots, \frac{a_n - \mu(U_n)}{STD(U_n)} \right)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial u_j} \left( \frac{a_1 - \mu(U_1)}{STD(U_1)}, \dots, \frac{a_n - \mu(U_n)}{STD(U_n)} \right) \right)^2}} \quad (5)$$

$$\underline{u} = \beta * [\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n]^T \quad (6)$$

$$g(\underline{u}) = 0 \quad (7)$$



Applicando l'equazione (5) si ricavano immediatamente i termini  $\lambda_i$ , che nel nostro lavoro assumono tale forma:

$$\lambda_1 = 0.563$$

$$\lambda_2 = 0.543$$

$$\lambda_3 = 0.272$$

$$\lambda_4 = 0.561$$

$$\lambda_5 = 0.000$$

$$\lambda_6 = 0.000$$

$$\lambda_7 = -0.0039$$

$$\lambda_8 = 0.002$$

Tramite l'equazione (6) è possibile esprimere, grazie agli  $\lambda_i$  appena trovati, il design point in funzione dell'indice di sicurezza  $\beta$ . Introducendo l'equazione (6) nella (7) si ottiene una equazione lineare in una unica incognita che può essere facilmente risolta fornendoci il valore di  $\beta$ .

Nel nostro lavoro avremo:

$$\beta = 10.7$$

Quindi di conseguenza le coordinate del design point nel sistema ridotto possono esse calcolate applicando l'equazione (6) una volta noto il coefficiente di sicurezza  $\beta$ :

$$u_{1\_d} = -7.1916$$

$$u_{2\_d} = -4.6286$$

$$u_{3\_d} = -3.8910$$

$$u_{4\_d} = -4.9005$$

$$u_{5\_d} = 0$$

$$u_{6\_d} = 0$$

$$u_{7\_d} = 0.0468$$

$$u_{8\_d} = -0.0199$$

La probabilità di guasto  $p_f$  viene quindi calcolata usata la seguente relazione:

$$p_f = \Phi(-\beta)$$

Con il simbolo  $\Phi$  viene indicata la funzione di distribuzione cumulativa (CDF) della distribuzione normale standard.

Nel nostro caso avremo:

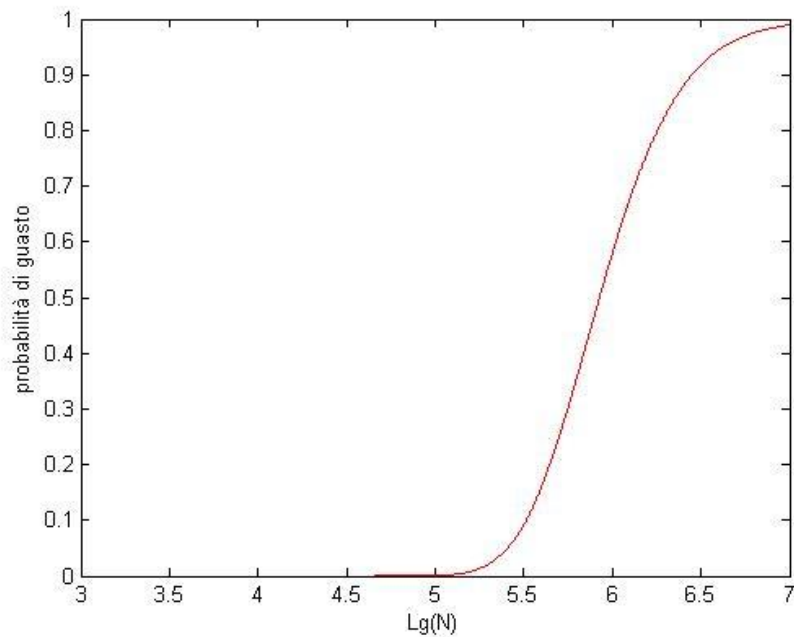
$$p_f = 1 \cdot 10^{-10}$$

La seconda iterazione parte con il ricalcolo delle variabili in ingresso attraverso la seguente equazione:

$$U_i = u_{i\_d} * STD(U_i) + \mu(U_i)$$

Una volta calcolate le nuove variabili  $U_i$  di ingresso, si ripercorre lo stesso procedimento sopra elencato ottenendo nuovi valori di  $u_{i\_d}$  più precisi e vicini al vero design point rispetto all'iterazione precedente.

Applicando più volte il procedimento sopra illustrato con valori crescenti del parametro VALORE, quindi della “missione” della nostra cappa, otteniamo diversi valori di probabilità di guasto, ovviamente crescenti al crescere della missione finale richiesta. Posizionando in ascissa il Logaritmo della missione e in ordinata la probabilità di guasto si ottiene il grafico illustrato in Figura 18.

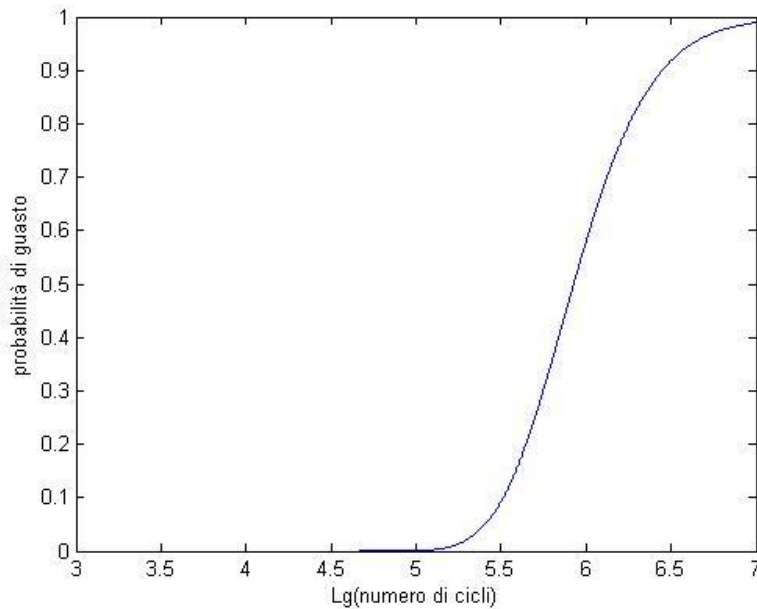


**Figura 18.** Andamento del grafico pf / Log(N)

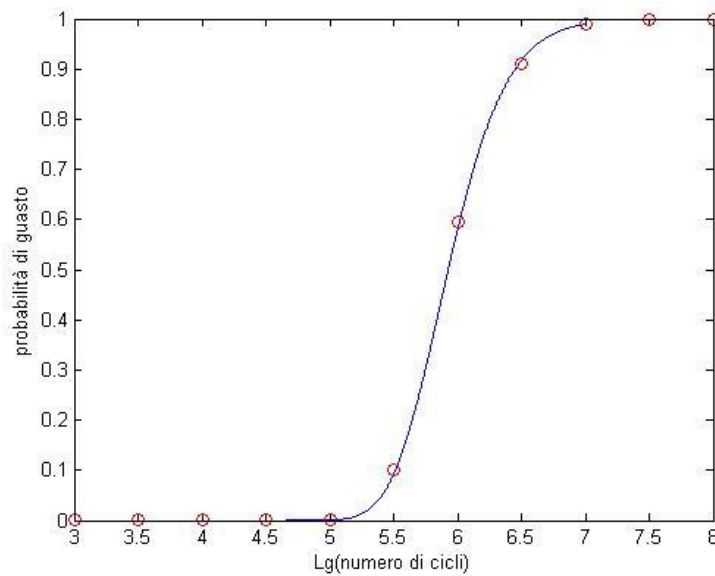
### **Confronto metodo AMV – metodo Montecarlo**

Attraverso la simulazione MonteCarlo elaborata in Matlab (il programma è consultabile in Appendice), si è calcolato il grafico probabilità di guasto/ Log(numero di cicli), Figura 19, effettuando un milione di iterazioni per il calcolo delle variabili random. Il grafico ottenuto risulta differire per valori trascurabili dal grafico precedentemente ottenuto applicando il metodo AMV alla cappa, tale risultato mette

ancora una volta in evidenza la potenzialità del metodo AMV dato che , fornisce in uscita valori di probabilità di guasto circa uguali al metodo Montecarlo (Figura.20) impiegando un tempo di implementazione programma decisamente inferiore.



**Figura 19.** Risultati ottenuti dalla simulazione Montecarlo



**Figura 20.** Confronto grafico fra il metodo AMV e metodo Montecarlo

## CONCLUSIONI

L'obiettivo del presente lavoro è stato quello di applicare metodi numerici avanzati per stimare la probabilità di guasto di componenti meccanici sottoposti a fatica oligociclica. Fra tutti i metodi storicamente esistenti si è deciso di utilizzare il metodo AMV, essendo il più completo ed efficace. Nella prima parte del lavoro si è effettuata una analisi di tipo deterministico per calcolare la vita a fatica di una cappa di un turbo-alternatore, passaggio fondamentale per avere innanzitutto un risultato di riferimento sulla vita a fatica e in secondo luogo perché tale risultato sarà necessario nelle prime fasi dell'applicazione del calcolo affidabilistico. Dopo avere illustrato nel dettaglio le basi teoriche indispensabili per comprenderne il "funzionamento" del metodo AMV, nella seconda parte del lavoro si è elaborato in Matlab un programma che simulasse il metodo AMV applicato alle cappe e che calcolasse la probabilità di rottura per diversi numeri di cicli; grazie a questi risultati si è potuto costruire per punti la curva di probabilità cumulata di guasto e la si è confrontata con quella ottenuta col metodo Monte Carlo. Tale confronto ha ribadito le potenzialità e l'efficacia stessa del metodo AMV e ha messo in luce una volta per tutte i limiti della simulazione Monte Carlo. Quest'ultima risulta essere molto onerosa per l'elevato tempo richiesto per l'elaborazione al computer, legato al gran numero di iterazioni necessarie per rendere statisticamente significativo il campione dei parametri random di progetto generati. In ultimo, si ha che i valori di probabilità di rottura riferiti alla coda iniziale della cumulata, calcolati dal Monte Carlo, risultano essere sempre nulli, nonostante l'elevato numero di iterazioni (un milione). Ciò è evidentemente non realistico in quanto probabilità di guasto nulle possono solo essere desiderate. Il metodo AMV consente di calcolare queste piccole probabilità di rottura in modo

molto rapido (poche iterazioni corrispondenti a qualche decina di secondi) superando definitivamente il metodo Monte Carlo. Concludendo, il metodo AMV risulta essere nel complesso un ottimo strumento per la valutazione dell'affidabilità il cui calcolo è una fase essenziale per il progetto di componenti strutturali delle macchine e per la manutenzione delle stesse.

## APPENDICE

### Codice in ambiente MATLAB per l'applicazione del metodo AMV alla cappa di un turbo-altrnatore.

```
%Metodo AMV applicato alle cappe di un turbo-alternatore

% Variabili deterministiche

sigma_el_1=127,5; %MPa
epsilon_el_1=661*1e-6;
sigma_el_2=1287; %MPa
epsilon_el_2=6652*1e-6;
sigma_el_3=127,5;
epsilon_el_3=661*1e-6;
sigma_el_4=894;
epsilon_el_4=4620*1e-6;
sigma_el_5=127,5;
epsilon_el_5=661*1e-6;

% Variabili con distribuzione normale
Log_sigmal_f_medio=3.120; %U1
Log_epsilon_l_f_medio=-0.701; %U2
b_medio=-0.063; %U3
c_medio=-0.465; %U4
stat_pendenza_medio=0.008; %U5
stat_term_noto_medio=3.112; %U6
cicl_pendenza_medio=0.098; %U7
cicl_term_noto_medio=3.131; %U8

%deviazioni standard
sigma_sigmal_f=0.019;
sigma_epsilon_l_f=0.059;
sigma_b=0.005;
sigma_c=0.0159;
sigma_stat_pendenza=2.70*1e-5;
sigma_stat_term_noto=3.522*1e-5;
sigma_cicl_pendenza=0.0090;
sigma_cicl_term_noto=0.023;
% La curva ciclica presenta le variabili dipendente ed indipendente
% scambiate

IT=20; %per arrivare a convergenza
VALORE=3.5
for i=1:IT
if i==1
U1_star=Log_sigmal_f_medio;
U2_star=Log_epsilon_l_f_medio;
U3_star=b_medio;
U4_star=c_medio;
U5_star=stat_pendenza_medio;
U6_star=stat_term_noto_medio;
U7_star=cicl_pendenza_medio;
U8_star=cicl_term_noto_medio;
else
U1_star(i)=Log_sigmal_f_medio+u1_d*sigma_sigmal_f;
U2_star(i)=Log_epsilon_l_f_medio+u2_d*sigma_epsilon_l_f;
U3_star(i)=b_medio+u3_d*sigma_b;
```

```

U4_star(i)=c_medio+u4_d*sigma_c;
U5_star(i)=stat_pendenza_medio+u5_d*sigma_stat_pendenza;
U6_star(i)=stat_term_noto_medio+u6_d*sigma_stat_term_noto;
U7_star(i)=cicl_pendenza_medio+u7_d*sigma_cicl_pendenza;
U8_star(i)=cicl_term_noto_medio+u8_d*sigma_cicl_term_noto;
end

% Determinazione dei delta_epsilon e delle sigma_media dei cicli di
% isteresi
delta_sigma_el_ciclo1=sigma_el_2-sigma_el_1;
delta_eps_el_ciclo1=epsilon_el_2-epsilon_el_1;

delta_sigma_el_ciclo2=sigma_el_4-sigma_el_3;
delta_eps_el_ciclo2=epsilon_el_4-epsilon_el_3;

%VARIABILI NON PERTURBATE
%calcolo di epsilon_1 sigma_1
global A E K n
A=sigma_el_1*epsilon_el_1;
E=189000; %MPa
K=10^(U6_star(i));
n=U5_star(i);
x1=1;
x2=abs(sigma_el_1);
sigma_1=statica(x1,x2);
epsilon_1=A/sigma_1*1e6;
clear A E K n x1 x2

%calcolo sigma_2 epsilon_2 considerando il primo ciclo completo
%calcolo delta_sigma_1 delta_eps_1
global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo1*delta_eps_el_ciclo1;
E=189000; %MPa
K=10^(U8_star(i));
n=U7_star(i);
x1=1;
x2=abs(delta_sigma_el_ciclo1);
delta_sigma1=ciclica(x1,x2);
delta_eps1=A/delta_sigma1*1e6;

%sigma_2 epsilon_2
sigma_2=sigma_1+delta_sigma1;
epsilon_2=epsilon_1+delta_eps1;

%sigma_3 epsilon_3
sigma_3=sigma_1;
epsilon_3=epsilon_1;

% sigma_media e delta_epsilon del ciclo1
sigma_medial=(sigma_1+sigma_2)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo sigma_4 epsilon_4 considerando il secondo ciclo
%calcolo delta_sigma_2 delta_eps_2
global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo2*delta_eps_el_ciclo2;
E=189000;%MPa
K=10^(U8_star(i));
n=U7_star(i);

```



```

x1=1;
x2=abs(delta_sigma_el_ciclo2);
delta_sigma2=ciclica(x1,x2);
delta_eps2=A/delta_sigma2*1e6;

%sigma_4 epsilon_4
sigma_4=sigma_3+delta_sigma2;
epsilon_4=epsilon_3+delta_eps2;

%sigma media ciclo 2
sigma_media2=(sigma_3+sigma_4)/2

clear A E K n x1 x2

%calcolo del numero di cicli dall'equazione di Manson-Coffin
%ciclo 1
global E sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmalf=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100)

clear sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

% ciclo 2
global E sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;
sigmalf=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100)

clear sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

disp ('Calcolo di Log(n0) con Palmgren-Miner')
n0=(N1*N2-N2)/N1
Log_n0(i)=log10(n0)
clear N1 N2

disp ' Analisi Affidabilistica'

%CALCOLO DEI COEFFICIENTI ALFA
%a0
a0=Log_n0(i);

%a1
%perturbazione della U1
Log_sigmalf_medio_piu=U1_star(i)+0.1*sigma_sigmalf;
%ciClo1
global E sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmalf=10^Log_sigmalf_medio_piu;

```

```

sigma_media=sigma_medial;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

%ciclo2
global E sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal f=10^Log_sigmal f_medio_piu;
sigma_media=sigma_media2;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

n1_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n1_piu=log10(n1_piu);
clear N1 N2

a1=(Log_n1_piu-a0)/(Log_sigmal f_medio_piu-U1_star(i));

%a2
%Perturbazione di U2
Log_epsilon1f_medio_piu=U2_star(i)+0.1*sigma_epsilon1f;
%ciclo1
global E sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^Log_epsilon1f_medio_piu;
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

%ciclo2
global E sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^Log_epsilon1f_medio_piu;
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

n2_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n2_piu=log10(n2_piu);
clear N1 N2

```

```

a2=(Log_n2_piu-a0)/(Log_epsilon1f_medio_piu-U2_star(i));

%a3
%Perturbazione di U3
b_medio_piu=U3_star(i)+0.1*sigma_b;
%ciclo1
global E sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial;
b=b_medio_piu;
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

%ciclo2
global E sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2;
b=b_medio_piu;
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

n3_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n3_piu=log10(n3_piu);
clear N1 N2

a3=(Log_n3_piu-a0)/(b_medio_piu-U3_star(i));

%a4
% Perturbazione di U4
c_piu=U4_star(i)+0.1*sigma_c;

% ciclo 1
global sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=c_piu;
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100);
clear sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

% ciclo 2
global sigmal f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2;
b=U3_star(i);

```

```

epsilon1f=10^U2_star(i);
c=c_piu;
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100);
clear sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

n4_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n4_piu=log10(n4_piu);
clear N1 N2

a4=(Log_n4_piu-a0)/(c_piu-U4_star(i));

%a5
%Perturbazione di U5
stat_pendenza_medio_piu=U5_star(i)+0.1*sigma_stat_pendenza;

% calcolo sigma_1 epsilon_1
global A E K n
A=sigma_el_1*epsilon_el_1;
E=189000; %MPa
K=10^(U6_star(i));
k_medio_piu=K;
n=stat_pendenza_medio_piu;
x1=1;
x2=sigma_el_1;
sigma_1_U5piu=statica(x1,x2);
epsilon_1_U5piu=A/sigma_1_U5piu*1e6;
clear A E K n x1 x2

% calcolo sigma_2 epsilon_2
sigma_2_U5piu=sigma_1_U5piu+delta_sigma1;
epsilon_2_U5piu=epsilon_1_U5piu+delta_eps1;

%sigma_3 epsilon_3
sigma_3_U5piu=sigma_1_U5piu;
epsilon_3_U5piu=epsilon_1_U5piu;

% sigma_media e delta_epsilon del ciclo1
sigma_medial_U5piu=(sigma_3_U5piu+sigma_2_U5piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo sigma_4 epsilon_4 considerando il secondo ciclo

%sigma_4 epsilon_4
sigma_4_U5piu=sigma_3_U5piu+delta_sigma2;
epsilon_4_U5piu=epsilon_3_U5piu+delta_eps2;

%sigma media ciclo 2
sigma_media2_U5piu=(sigma_3_U5piu+sigma_4_U5piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo del numero di cicli dall'equazione di Manson-Coffin
%ciclo 1
global E sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmalf=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial_U5piu;

```

```

b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

% ciclo 2
global E sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;
sigmalf=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2_U5piu;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

n5_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n5_piu=log10(n5_piu);
clear N1 N2

a5=(Log_n5_piu-a0)/(stat_pendenza_medio_piu-U5_star(i));

%a6
% Perturbazione di U6
stat_term_noto_medio_piu=U6_star(i)+0.1*sigma_stat_term_noto;

% calcolo sigma_1 epsilon_1
global A E K n
A=sigma_el_1*epsilon_el_1;
E=189000; %MPa
K=10^(stat_term_noto_medio_piu);
n=U5_star(i);
x1=1;
x2=sigma_el_1;
sigma_1_U6piu=statica(x1,x2);
epsilon_1_U6piu=A/sigma_1_U6piu*1e6;
clear A E K n x1 x2

% calcolo sigma_2 epsilon_2
sigma_2_U6piu=sigma_1_U6piu+delta_sigma1;
epsilon_2_U6piu=epsilon_1_U6piu+delta_eps1;

%sigma_3 epsilon_3
sigma_3_U6piu=sigma_1_U6piu;
epsilon_3_U6piu=epsilon_1_U6piu;

% sigma_media e delta_epsilon del ciclo1
sigma_medial_U6piu=(sigma_3_U6piu+sigma_2_U6piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo sigma_4 epsilon_4 considerando il secondo ciclo

%sigma_4 epsilon_4

```

```

sigma_4_U6piu=sigma_3_U6piu+delta_sigma2;
epsilon_4_U6piu=epsilon_3_U6piu+delta_eps2;

%sigma media ciclo 2
sigma_media2_U6piu=(sigma_3_U6piu+sigma_4_U6piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo del numero di cicli dall'equazione di Manson-Coffin
%ciclo 1
global E sigmal f sigma_media b epsilon1 f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial_U6piu;
b=U3_star(i);
epsilon1 f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1 f c delta_epsilon

% ciclo 2
global E sigmal f sigma_media b epsilon1 f c delta_epsilon
E=189000;
sigmal f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2_U6piu;
b=U3_star(i);
epsilon1 f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1 f c delta_epsilon

n6_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n6_piu=log10(n6_piu);
clear N1 N2

a6=(Log_n6_piu-a0)/(stat_term_noto_medio_piu-U6_star(i));

%a7
% Perturbazione di U7
cicl_pendenza_medio_piu=U7_star(i)+0.1*sigma_cicl_pendenza;

%calcolo sigma_2 epsilon_2 considerando il primo ciclo completo
%calcolo delta_sigma_1 delta_eps_1
global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo1*delta_eps_el_ciclo1;
E=189000; %MPa
K=10^(U8_star(i));
n=cicl_pendenza_medio_piu;
x1=1;
x2=delta_sigma_el_ciclo1;
delta_sigma1_U7piu=ciclica(x1,x2);
delta_eps1_U7piu=A/delta_sigma1_U7piu*1e6;

%sigma_2 epsilon_2
sigma_2_U7piu=sigma_1+delta_sigma1_U7piu;
epsilon_2_U7piu=epsilon_1+delta_eps1_U7piu;

```

```

%sigma_3 epsilon_3
sigma_3_U7piu=sigma_1;
epsilon_3_U7piu=epsilon_1;

% sigma_media e delta_epsilon del ciclo1
sigma_medial_U7piu=(sigma_3_U7piu+sigma_2_U7piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo sigma_4 epsilon_4 considerando il secondo ciclo
%calcolo delta_sigma_2 delta_eps_2
global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo2*delta_eps_el_ciclo2;
E=189000;%MPa
K=10^(U8_star(i));
n=cicl_pendenza_medio_piu;
x1=1;
x2=delta_sigma_el_ciclo2;
delta_sigma2_U7piu=ciclica(x1,x2);
delta_eps2_U7piu=A/delta_sigma2_U7piu*1e6;

%sigma_4 epsilon_4
sigma_4_U7piu=sigma_3_U7piu+delta_sigma2_U7piu;
epsilon_4_U7piu=epsilon_3_U7piu+delta_eps2_U7piu;

%sigma_media ciclo 2
sigma_media2_U7piu=(sigma_3_U7piu+sigma_4_U7piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo del numero di cicli dall'equazione di Manson-Coffin
%ciclo 1
global E sigmal_f sigma_media b epsilon_l_f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal_f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial_U7piu;
b=U3_star(i);
epsilon_l_f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1_U7piu;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmal_f sigma_media b epsilon_l_f c delta_epsilon

% ciclo 2
global E sigmal_f sigma_media b epsilon_l_f c delta_epsilon
E=189000;
sigmal_f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2_U7piu;
b=U3_star(i);
epsilon_l_f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2_U7piu;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmal_f sigma_media b epsilon_l_f c delta_epsilon

n7_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n7_piu=log10(n7_piu);

```

```

clear N1 N2

a7=(Log_n7_piu-a0)/(cicl_pendenza_medio_piu-U7_star(i));

%a8
% Perturbazione di U8
cicl_term_noto_medio_piu=U8_star(i)+0.1*sigma_cicl_term_noto;

%calcolo sigma_2 epsilon_2 considerando il primo ciclo completo
%calcolo delta_sigma_1 delta_eps_1
global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo1*delta_eps_el_ciclo1;
E=189000; %MPa
K=10^cicl_term_noto_medio_piu;
n=U7_star(i);
x1=1;
x2=delta_sigma_el_ciclo1;
delta_sigma1_U8piu=ciclica(x1,x2);
delta_eps1_U8piu=A/delta_sigma1_U8piu*1e6;

%sigma_2 epsilon_2
sigma_2_U8piu=sigma_1+delta_sigma1_U8piu;
epsilon_2_U8piu=epsilon_1+delta_eps1_U8piu;

%sigma_3 epsilon_3
sigma_3_U8piu=sigma_1;
epsilon_3_U8piu=epsilon_1;

% sigma_media e delta_epsilon del ciclo1
sigma_medial_U8piu=(sigma_3_U8piu+sigma_2_U8piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo sigma_4 epsilon_4 considerando il secondo ciclo
%calcolo delta_sigma_2 delta_eps_2
global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo2*delta_eps_el_ciclo2;
E=189000;%MPa
K=10^cicl_term_noto_medio_piu;
n=U7_star(i);
x1=1;
x2=delta_sigma_el_ciclo2;
delta_sigma2_U8piu=ciclica(x1,x2);
delta_eps2_U8piu=A/delta_sigma2_U8piu*1e6;

%sigma_4 epsilon_4
sigma_4_U8piu=sigma_3_U8piu+delta_sigma2_U8piu;
epsilon_4_U8piu=epsilon_3_U8piu+delta_eps2_U8piu;

%sigma media ciclo 2
sigma_media2_U8piu=(sigma_3_U8piu+sigma_4_U8piu)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo del numero di cicli dall'equazione di Manson-Coffin
%ciclo 1
global E sigma1f sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigma1f=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_medial_U8piu;

```



```

b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps1_U8piu;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

% ciclo 2
global E sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
E=189000;
sigmalf=10^U1_star(i);
sigma_media=sigma_media2_U8piu;
b=U3_star(i);
epsilon1f=10^U2_star(i);
c=U4_star(i);
delta_epsilon=delta_eps2_U8piu;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon

n8_piu=(N1*N2-N2)/N1;
Log_n8_piu=log10(n8_piu);
clear N1 N2

a8=(Log_n8_piu-a0)/(cicl_term_noto_medio_piu-U8_star(i));

% DEFINIZIONE DELLA FAILURE FUNCTION
%definisco le variabili in forma simbolica

U1=sym('U1'); %log_sigmal_f
U2=sym('U2'); %log_epsilon1_f
U3=sym('U3'); %b
U4=sym('U4'); %c
U5=sym('U5'); % curva statica: pendenza
U6=sym('U6'); % curva statica: termine noto
U7=sym('U7'); % curva ciclica: pendenza
U8=sym('U8'); % curva ciclica: termine noto

FF=a0+a1*(U1-U1_star(i))+a2*(U2-U2_star(i))+a3*(U3-U3_star(i))+a4*(U4-
U4_star(i))+a5*(U5-U5_star(i))+a6*(U6-U6_star(i))+a7*(U7-U7_star(i))+a8*(U8-
U8_star(i))-VALORE;

% Introduzione delle variabili ridotte
u1_rid=sym('u1_rid');
u2_rid=sym('u2_rid');
u3_rid=sym('u3_rid');
u4_rid=sym('u4_rid');
u5_rid=sym('u5_rid');
u6_rid=sym('u6_rid');
u7_rid=sym('u7_rid');
u8_rid=sym('u8_rid');

% Failure function in funzione delle variabili ridotte
% con subs passo al sistema di rif. ridotto

```

```

FF_rid=subs(FF, {U1,U2,U3,U4,U5,U6,U7,U8}, {u1_rid*sigma_sigmalf+Log_sigmalf_medio
,u2_rid*sigma_epsilon1f+Log_epsilon1f_medio,u3_rid*sigma_b+b_medio,u4_rid*sigma_
c+c_medio,u5_rid*sigma_stat_pendenza+stat_pendenza_medio,u6_rid*sigma_stat_term_
noto+stat_term_noto_medio,u7_rid*sigma_cicl_pendenza+cicl_pendenza_medio,u8_rid*
sigma_cicl_term_noto+cicl_term_noto_medio});

```

```

%calcolo dei moltiplicatori di Lagrange

```

```

lambda_1= (a1*sigma_sigmalf)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 + (a2*sigma_epsilon1f)^2
+(a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 + (a5*sigma_stat_pendenza)^2 +
(a6*sigma_stat_term_noto)^2 + (a7*sigma_cicl_pendenza)^2+
(a8*sigma_cicl_term_noto)^2);
lambda_2= (a2*sigma_epsilon1f)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 +
(a2*sigma_epsilon1f)^2 + (a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 +
(a5*sigma_stat_pendenza)^2 + (a6*sigma_stat_term_noto)^2 +
(a7*sigma_cicl_pendenza)^2+ (a8*sigma_cicl_term_noto)^2);
lambda_3= (a3*sigma_b)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 + (a2*sigma_epsilon1f)^2
+(a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 + (a5*sigma_stat_pendenza)^2 +
(a6*sigma_stat_term_noto)^2 + (a7*sigma_cicl_pendenza)^2+
(a8*sigma_cicl_term_noto)^2);
lambda_4= (a4*sigma_c)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 + (a2*sigma_epsilon1f)^2
+(a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 + (a5*sigma_stat_pendenza)^2 +
(a6*sigma_stat_term_noto)^2 + (a7*sigma_cicl_pendenza)^2+
(a8*sigma_cicl_term_noto)^2);
lambda_5= (a5*sigma_stat_pendenza)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 +
(a2*sigma_epsilon1f)^2 + (a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 +
(a5*sigma_stat_pendenza)^2 + (a6*sigma_stat_term_noto)^2 +
(a7*sigma_cicl_pendenza)^2+ (a8*sigma_cicl_term_noto)^2);
lambda_6= (a6*sigma_stat_term_noto)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 +
(a2*sigma_epsilon1f)^2 + (a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 +
(a5*sigma_stat_pendenza)^2 + (a6*sigma_stat_term_noto)^2 +
(a7*sigma_cicl_pendenza)^2+ (a8*sigma_cicl_term_noto)^2);
lambda_7= (a7*sigma_cicl_pendenza)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 +
(a2*sigma_epsilon1f)^2 + (a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 +
(a5*sigma_stat_pendenza)^2 + (a6*sigma_stat_term_noto)^2 +
(a7*sigma_cicl_pendenza)^2+ (a8*sigma_cicl_term_noto)^2);
lambda_8= (a8*sigma_cicl_term_noto)/sqrt((a1*sigma_sigmalf)^2 +
(a2*sigma_epsilon1f)^2 + (a3*sigma_b)^2 + (a4*sigma_c)^2 +
(a5*sigma_stat_pendenza)^2 + (a6*sigma_stat_term_noto)^2 +
(a7*sigma_cicl_pendenza)^2+ (a8*sigma_cicl_term_noto)^2);

```

```

%coordinate del design point

```

```

lambda_vett=[lambda_1 lambda_2 lambda_3 lambda_4 lambda_5 lambda_6 lambda_7
lambda_8];

```

```

beta_=sym('beta_');

```

```

DP_1= beta_*lambda_1;
DP_2= beta_*lambda_2;
DP_3= beta_*lambda_3;
DP_4= beta_*lambda_4;
DP_5= beta_*lambda_5;
DP_6= beta_*lambda_6;
DP_7= beta_*lambda_7;
DP_8= beta_*lambda_8;

```

```

FF_DP
=subs(FF_rid,{u1_rid,u2_rid,u3_rid,u4_rid,u5_rid,u6_rid,u7_rid,u8_rid},{DP_1,DP_
2,DP_3,DP_4,DP_5,DP_6,DP_7,DP_8});

beta_=solve(FF_DP);
beta_=double(beta_);

%coordinate del design point

u1_d= beta_*lambda_1;
u2_d= beta_*lambda_2;
u3_d= beta_*lambda_3;
u4_d= beta_*lambda_4;
u5_d= beta_*lambda_5;
u6_d= beta_*lambda_6;
u7_d= beta_*lambda_7;
u8_d= beta_*lambda_8;

fprintf('u1 = %2.3f, u2 = %2.3f, u3 = %2.3f, u4 = %2.3f, u5 = %2.3f, u6 = %2.3f,
u7 = %2.3f, u8 = %2.3f.\n',u1_d,u2_d,u3_d,u4_d,u5_d,u6_d,u7_d,u8_d);
fprintf('U1 = %2.3f, U2 = %2.3f, U3 = %2.3f, U4 = %2.3f, U5 = %2.3f, U6 =
%2.3f, U7 = %2.3f, U8 =
%2.3f.\n',(Log_sigmalnf_medio+u1_d*sigma_sigmalnf),(Log_epsilon1nf_medio+u2_d*sigma
_epsilon1nf),(b_medio+u3_d*sigma_b),(c_medio+u4_d*sigma_c),(stat_pendenza_medio+u
5_d*sigma_stat_pendenza),(stat_term_noto_medio+u6_d*sigma_stat_term_noto),(cicl_
pendenza_medio+u7_d*sigma_cicl_pendenza),(cicl_term_noto_medio+u8_d*sigma_cicl_t
erm_noto));

beta_=abs(beta_);

%calcolo dell'indice di sicurezza beta
mu0=Log_n0(1);
if VALORE<mu0
beta(i)=beta_ %mi analizza il segno di beta
else
beta(i)=-beta_
end
pf(i)=normcdf(-beta(i),0,1)

i
end

```

## funzioni statica, ciclica e bisezione richiamate nel metodo AMV

```

function [zeri,it]=statica(x1,x2)
global A E K n
fx1=A/x1-x1/E-(x1/K)^(1/n); % Valore della funzione agli estremi dell'intervallo
fx2=A/x2-x2/E-(x2/K)^(1/n);
delta=1e-10;
while abs(x1-x2)>delta+eps*max(abs(x1),abs(x2))
mid=(x1+x2)/2;
fmid=A/mid-mid/E-(mid/K)^(1/n);
if (fx1*fmid)<0

```

```

        x2=mid;
    else
        x1=mid;
    end
end
zeri=(x1+x2)/2;
end

```

```

function [zeri2,it]=ciclica(x1,x2)
global A E K n
fx1=A/(2*x1)-x1/(2*E)-(x1/(2*K))^(1/n); % Valore della funzione agli estremi
dell'intervallo
fx2=A/(2*x2)-x2/(2*E)-(x2/(2*K))^(1/n);
delta=1e-10;
while abs(x1-x2)>delta+eps*max(abs(x1),abs(x2))
    mid=(x1+x2)/2;
    fmid=A/(2*mid)-mid/(2*E)-(mid/(2*K))^(1/n);
    if (fx1*fmid)<0
        x2=mid;
    else
        x1=mid;
    end
end
zeri2=(x1+x2)/2;
end

```

```

function [root,it]=bisezione(x1,x2)
global E sigmalf sigma_media b epsilon1f c delta_epsilon
fx1=((sigmalf-sigma_media)/E)*(2*x1)^b+epsilon1f*(2*x1)^c-delta_epsilon*1e-6/2;
fx2=((sigmalf-sigma_media)/E)*(2*x2)^b+epsilon1f*(2*x2)^c-delta_epsilon*1e-6/2;
it=0;
delta=0.0000000001;
while abs(x1-x2)>delta+eps*max(abs(x1),abs(x2))
    it=it+1;
    mid=(x1+x2)/2;
    fmid=((sigmalf-sigma_media)/E)*(2*mid)^b+epsilon1f*(2*mid)^c-
delta_epsilon*1e-6/2;
    if fx1*fmid<0
        x2=mid;
    else
        x1=mid;
    end
end
it;
root=(x1+x2)/2;

```

## Metodo Montecarlo per confronto con il metodo AMV

```
%Simulazione Montecarlo

%numero di campioni da generare
n_iteraz=1e3;

%generazione dei vettori di variabili

Log_sigmal_f=random('normal',3.120,0.019, n_iteraz,1);
Log_epsilon_l_f=random('normal',-0.701,0.059, n_iteraz,1);
b_vettore=random('normal',-0.063,0.005, n_iteraz,1);
c_vettore=random('normal',-0.465,0.0159, n_iteraz,1);
k_vettore=random('normal',1294,1, n_iteraz,1);
n_vettore=random('normal',0.008,2.708*1e-5, n_iteraz,1);
k_primo_vettore=random('normal',1352,1, n_iteraz,1);
n_primo_vettore=random('normal',0.098,0.0090, n_iteraz,1);

%tensioni e deformazioni in campo elastico

sigma_el_1=127.5;          epsilon_el_1=661*1e-6;
sigma_el_2=1287;         epsilon_el_2=6652*1e-6;
sigma_el_3=127.5;       epsilon_el_3=661*1e-6;
sigma_el_4=894;         epsilon_el_4=4620*1e-6;
sigma_el_5=127.5;       epsilon_el_5=661*1e-6;

%determinazione dei delta sigma e epsilon nei cicli di isteresi

delta_sigma_el_ciclo1=sigma_el_2-sigma_el_1;
delta_eps_el_ciclo1=epsilon_el_2-epsilon_el_1;
delta_sigma_el_ciclo2=sigma_el_4-sigma_el_3;
delta_eps_el_ciclo2=epsilon_el_4-epsilon_el_3;

%calcolo del valore di N

for i=1:n_iteraz

%calcolo di sigma1 epsilon1

global A E K n
A=sigma_el_1*epsilon_el_1;
E=189000; %MPa
K=k_vettore(i);
n=n_vettore(i);
x1=1;
x2=abs(sigma_el_1);
sigma_1=statica(x1,x2);
epsilon_1=A/sigma_1*1e6;
clear A E K n x1 x2

%calcolo sigma2 epsilon 2

global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo1*delta_eps_el_ciclo1;
E=189000; %MPa
```

```

K=k_primo_vettore(i);
n=n_primo_vettore(i);
x1=1;
x2=abs(delta_sigma_el_ciclo1);
delta_sigma1=ciclica(x1,x2);
delta_eps1=A/delta_sigma1*1e6;

%sigma_2 epsilon_2
sigma_2=sigma_1+delta_sigma1;
epsilon_2=epsilon_1+delta_eps1;

%sigma_3 epsilon_3
sigma_3=sigma_1;
epsilon_3=epsilon_1;

% sigma_media e delta_epsilon del ciclo1
sigma_medial=(sigma_1+sigma_2)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo di sigma4 epsilon4

global A E K n
A=delta_sigma_el_ciclo2*delta_eps_el_ciclo2;
E=189000;%MPa
K=k_primo_vettore(i);
n=n_primo_vettore(i);
x1=1;
x2=abs(delta_sigma_el_ciclo2);
delta_sigma2=ciclica(x1,x2);
delta_eps2=A/delta_sigma2*1e6;

%sigma_4 epsilon_4
sigma_4=sigma_3+delta_sigma2;
epsilon_4=epsilon_3+delta_eps2;

%sigma media ciclo 2
sigma_media2=(sigma_3+sigma_4)/2;

clear A E K n x1 x2

%calcolo del numero di cicli dall'equazione di Manson-Coffin

%ciclo 1
global E sigmal f sigma_media b epsilon1 f c delta_epsilon
E=189000;%MPa
sigmal f=10^Log_sigmal f(i);
sigma_media=sigma_medial;
b=b_vettore(i);
epsilon1 f=10^Log_epsilon1 f(i);
c=c_vettore(i);
delta_epsilon=delta_eps1;
N1=bisezione(0,1e100);

clear sigmal f sigma_media b epsilon1 f c delta_epsilon

% ciclo 2
global E sigmal f sigma_media b epsilon1 f c delta_epsilon
E=189000;

```

```

sigmal_f=10^Log_sigmal_f(i);
sigma_media=sigma_media2;
b=b_vettore(i);
epsilon1_f=10^Log_epsilon1_f(i);
c=c_vettore(i);
delta_epsilon=delta_eps2;
N2=bisezione(0,1e100);

clear sigmal_f sigma_media b epsilon1_f c delta_epsilon

zero(i)=(N1*N2-N2)/N1;

end

if floor(i/1e4)*1e4 ==i
    fprintf('iterazione %2.2e',i);
end

%calcolo della probabilità di guasto

Log_n=3:0.001:5;
for j=1:length(Log_n)
    N=10^(Log_n(j));
    posizione_negativi=zero<N;
    vettore_negativi=zero(posizione_negativi);
    conta=length(vettore_negativi);
    pf(j)=conta/n_iteraz;

end

figure;
plot(Log_n,pf);
xlabel ('Lg(numero di cicli)')
ylabel ('probabilità di guasto')

```

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Y.-T. Wu, P.H. Wirsching, “*Advanced Reliability Method for Fatigue Analysis*”, Articolo scientifico, Journal of Engineering Mechanics, 110 (4), pp. 536-553, 1984.
- [2] P.H. Wirsching, “*Advanced methods in probabilistic design*”, Internal Report (The University of Arizona, Tucson).
- [3] P.H. Wirsching, “*Advanced Probabilistic Method Development*”, Internal Report (The University of Arizona, Tucson).
- [4] Y.-T. Wu, H.R. Millwater, T.A. Cruse, “*Advanced Probabilistic Structural Analysis Method for Implicit Performance Functions*”, Articolo scientifico, AIAA Journal, 1990.

- [5] P.H. Wirsching, T.Y. Torng, W.S. Martin, “*Advanced Fatigue Reliability Analysis*”, Articolo scientifico, International Journal of Fatigue, 13 (5), 389-394, 1991.
- [6] Donald H. Ebbeler, L. E. Newlin, S. Sutharshana, Nicholas R. Moore, Mircea Grigoriu, “*Alternative computational approaches for probabilistic fatigue analysis*”, Internal Report (Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology Pasadena, California and School of Civil Engineering, Cornell University Ithaca, New York).
- [7] P.H. Wirsching, “*Statistical summaries of fatigue data for design purposes*”, NASA Contractor Report 3697.
- [8] P.H. Wirsching, “*The application of probabilistic design theory to high temperature Low Cycle Fatigue*”, NASA Contractor Report 165488.
- [9] G. Olmi, A. Freddi, “*Fatica oligociclica di cappe e rotori di turboalternatori: progetto e costruzione di attrezzatura e prime prove sperimentali*”, Articolo scientifico, AIAS - XXXVIII Convegno Nazionale, Settembre 2009.
- [10] G. Olmi, A. Freddi, “*Fatica oligociclica su cappe e rotori di turboalternatori: prove sperimentali, valutazione dell’anisotropia dei materiali, analisi di sensitività sui modelli di comportamento*”, Articolo scientifico, AIAS - XXXIX Convegno Nazionale, Settembre 2010.
- [11] C.L. Liu, Z.Z. Lu, Y.L. Xu, Z.F. Yue, “*Reliability analysis for low cycle fatigue life of the aeronautical engine turbine disc structure under random environment*”, Articolo scientifico, Materials Science and Engineering A 395, pp. 218–225, anno 2005.
- [12] K. Avrithi, Bilal M. Ayyub, “*A Reliability-Based Approach for Low-Cycle Fatigue Design of Class 2 and 3 Nuclear Piping*”, Articolo scientifico, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 132, Ottobre 2010.
- [13] E. Funaioli, A. Maggiore, U. Meneghetti, “*Meccanica Applicata alle Macchine – Prima parte: fondamenti di meccanica delle macchine*”, Patron editore, edizione 2008.
- [14] R. Bendandi, “*Utilizzo di metodi probabilistici nella progettazione a fatica oligociclica di un rotore per turboalternatore*”, Tesi di Laurea in Ingegneria Meccanica, Università di Bologna, Ottobre 2010.



- [15] ASTM E606-04, “*Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing*”, 2004.
- [16] P. Davoli, A. Bernasconi, M. Filippini, S. Foletti , “*Comportamento meccanico dei materiali*”, McGraw- Hill, edizione 2005.
- [17] [http://www.ansaldoenergia.com/Turbogen\\_Gallery.asp](http://www.ansaldoenergia.com/Turbogen_Gallery.asp)



## RINGRAZIAMENTI

*Desidero innanzitutto ringraziare il professor Giorgio Olmi per la grande disponibilità che mi ha dimostrato in questi mesi, dedicandomi parte del suo prezioso tempo per spiegazioni sempre chiarificatrici e per insegnamenti che mi hanno permesso di realizzare il presente lavoro.*

*Ai miei genitori Gennaro e Giuseppina che hanno sempre creduto in me, dandomi la forza e la serenità per poter portare a compimento questo percorso, sono per me un punto di riferimento imprescindibile ed estremamente prezioso, ai miei fratelli Francesco e Cristian che hanno condiviso con me qualsiasi attimo della mia vita, senza il loro amore tutto sarebbe stato vano, o mio nonno Gennaro che con la sua esperienza è stato un punto di riferimento su cui poter sempre contare, a Maria per essere stata sempre presente col suo sorriso e la sua allegria, a Silvano con la quale ho condiviso gran parte di questo magnifico percorso, rivolgo a voi tutto il mio affetto*

*ringraziandovi di cuore per avermi dato la possibilità di vivere questa pagina indimenticabile della mia vita.*

*Un caloroso abbraccio, infine, ai miei più cari amici, per essere splendide persone che ho avuto la fortuna di incontrare, spero di ricambiare il grande affetto che mi dimostrano quotidianamente.*