

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL  
TERRITORIO**

*DICAM*

*(Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali)*

**TESI DI LAUREA**

in

**TECNICHE DI RILEVAMENTO PER IL MONITORAGGIO DEL  
TERRITORIO M**

**ANALISI DELLE DEFORMAZIONI E TECNICHE DI  
PROGETTAZIONE DI RETI PER IL MONITORAGGIO**

CANDIDATO  
Giuseppe Sisto

RELATORE:  
Chiar.mo Prof. Maurizio Barbarella

CORRELATORE  
Chiar.mo Prof. Stefano Gandolfi

Anno Accademico 2011/12  
Sessione I



# Indice

<b>Introduzione</b> .....	7
<b>Capitolo I</b> .....	9
1.1 Compensazione delle misure.....	9
1.1.2 Il metodo delle osservazioni indirette.....	11
1.1.3 Criterio dei minimi quadrati .....	12
1.1.4 Soluzioni e loro proprietà statistiche .....	15
1.1.5 Stima a posteriori della varianza dell'unità di peso.....	16
1.1.6 Data Snooping (Analisi dei residui) .....	17
1.1.7 Esempio: compensazione di una rete altimetrica.....	19
1.2 Rilievi ripetuti nel tempo .....	22
1.2.1 Significatività degli spostamenti.....	24
<b>Capitolo II</b> .....	31
2.1 Simulazione .....	31
2.2 Valutazione a priori della significatività degli spostamenti.....	34
2.3 Individuazione del minimo spostamento rilevabile in una direzione prefissata	35
2.4 Direzioni di minima sensibilità .....	38
2.5 Spostamenti derivanti da errori non rilevati.....	41
2.6 Simulazione tramite Metodo Montecarlo .....	43

2.6.1 Accuratezza del metodo Montecarlo .....	46
2.7 Applicazioni pratiche .....	47
2.7.1 Rete composta da 4 punti.....	47
2.7.2 Rete composta da 8 punti.....	50
2.7.3 Rete composta da 12 punti.....	53
<b>Capitolo III .....</b>	<b>57</b>
3.1 Strumenti .....	57
3.1.1 Livello.....	57
3.1.2 Total station .....	58
3.2 Livellazione geometrica dal mezzo.....	59
3.2.2 Accuratezza livellazione geometrica .....	61
3.2.3 Applicazioni della livellazione geometrica di precisione .....	62
3.3 Livellazione trigonometrica .....	63
3.3.1 Effetto rifrazione atmosferica .....	64
3.3.2 Accuratezza livellazione trigonometrica .....	65
<b>Capitolo IV .....</b>	<b>67</b>
4.1 L'ambiente Matlab .....	67
4.2 Compensazione delle misure.....	68
4.2.1 Descrizione function "compensazione.m" .....	69
4.2.2 Descrizione function: "costruzione_modello.m" .....	74
4.2.3 Descrizione function: "soluzione_compensazione.m" .....	76
4.2.4 Descrizione function: "analisi_residui.m" .....	77
4.2.5 Descrizione function: "data_snooping.m" .....	78

4.2.6 Descrizione function: “test del chi_2” .....	80
4.3 Significatività degli spostamenti .....	81
4.4 Simulazione .....	88
4.4.1 Descrizione function: “soluzione.m” .....	90
4.4.2 Descrizione function: “vettori_essenziali.m” .....	91
4.4.3 Descrizione function: “spost_err_nascosti.m” .....	92
4.4.4 Descrizione function: “spost_direz_prefissata.m” .....	94
4.5 Simulazione Montecarlo .....	94
<b>Capitolo v</b> .....	<b>99</b>
5.1 Descrizione generale .....	99
5.2 Analisi preliminare .....	102
5.3 Confronto livellazioni sulla linea 1-5 .....	105
5.3.1 Schemi di rilievo .....	107
5.3.2 Caratteristiche strumento utilizzato .....	108
5.3.3 Risultati livellazioni .....	109
5.4 Procedure operative livellazione geometrica dal mezzo .....	110
5.4.1 Caratteristiche strumentazione utilizzata .....	113
5.4.2 Schema rilievo 19/05/2011 .....	114
5.4.3 Schema rilievo 17/04/2012 .....	116
5.5 Confronto sqm_x simulati con sqm_x compensati .....	118
5.6 Campo degli spostamenti e loro significatività .....	119
<b>Conclusioni</b> .....	<b>121</b>
<b>Appendici</b> .....	<b>123</b>

Appendice I .....	123
Appendice II.....	126
Appendice III.....	128
Appendice IV .....	129
Appendice V.....	130
<b>Bibliografia.....</b>	<b>131</b>

## Introduzione

Lo studio oggetto della presente tesi si propone di affrontare e approfondire le problematiche connesse alle tecniche di progettazione di reti finalizzate al controllo dei movimenti, nonché la valutazione della significatività degli spostamenti di due rilievi successivi; ciò non solo attraverso concetti teorici, ma anche tramite esempi applicativi e casi di studio reali.

La tecnica della simulazione sta rivestendo sempre più un ruolo di fondamentale importanza nell'ingegneria e nella progettazione poiché consente di effettuare una valutazione a priori di ciò che successivamente si andrà a realizzare e fornisce gli strumenti necessari alla valutazione complessiva del problema in questione. Nel caso del rilievo topografico, ad esempio, è possibile: prevedere se le misure che si è in procinto di eseguire consentiranno di raggiungere la precisione voluta per il rilievo, capire se per un determinato schema di rilievo è possibile evidenziare i movimenti che si cerca di individuare e con quale probabilità, capire se le differenze tra le coordinate in due rilievi successivi sono l'effetto degli inevitabili errori di misura o sono l'effetto di reali movimenti, o ancora, se ci sono errori nascosti la cui presenza può far pensare all'esistenza di movimenti che in realtà non ci sono.

Facendo tesoro di questi strumenti, si è proceduto alla realizzazione di un software in ambiente MatLab che costituisce la parte fondamentale del lavoro da me svolto, essendo di primaria importanza nell'analisi dei dati. La necessità della realizzazione di programmi *ad hoc* deriva dal fatto che non esistono in commercio software specifici dedicati alla progettazione e all'analisi di reti di monitoraggio. I software presenti sul mercato sono programmi in grado di eseguire la compensazione delle misure, operazione che indirettamente rientra nel programma costruito, ma che ho preferito realizzare autonomamente per una semplice constatazione: affidandosi a software preconfezionati è possibile ugualmente ottenere i risultati voluti ma senza sapere da dove derivino - non essendo ben chiari i principi e le procedure di calcolo che stanno

alla base delle diverse fasi di elaborazione - e, soprattutto, senza conoscerne la qualità (parametro che in topografia è di fondamentale importanza), rischiando così di perdere il controllo dei dati.

Per questo la parte più corposa dell'elaborato (cfr. capitolo 4) è la realizzazione di un software che permetta di ovviare ai problemi elencati in precedenza.

Dopo avere illustrato la teoria relativa alla compensazione delle misure (cfr. capitolo 1), le tecniche di progettazione (cfr. capitolo 2), le caratteristiche generali degli strumenti utilizzati ed i principali campi di applicazione (cfr. capitolo 3), ho realizzato una rete di monitoraggio di una struttura sita nel polo della Facoltà di Ingegneria in via Terracini (BO) effettuando due rilievi a distanza di circa un anno l'uno dall'altro e valutando i vari problemi riscontrati dalla fase di pianificazione sino alla elaborazione dei dati tramite il software realizzato (cfr. capitolo 5).

# Capitolo I

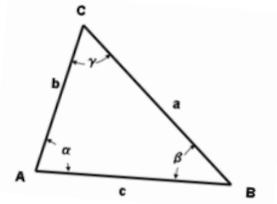
## 1.1 Compensazione delle misure

Si consideri un insieme di punti da rilevare (rete). Tra i punti della rete vengono eseguite delle misure e se queste sono in numero strettamente necessario a calcolare i punti, la posizione di questi dipende direttamente dagli errori fatti in ciascuna misura. Per capire meglio il concetto, proviamo a fare un esempio banale: disegniamo su un foglio un triangolo rettangolo a caso; successivamente, con un righello, misuriamo i due cateti e l'ipotenusa; sfruttando la misura dei due cateti e applicando il teorema di Pitagora, ricalcoliamo l'ipotenusa. Ottenuti i due valori dell'ipotenusa notiamo che questi sono "simili" ma non uguali.

Infatti, dato che le misure sono sempre affette da errori che possono essere di diversi tipi: casuali, sistematici, grossolani, ne consegue che un rilievo deve essere ogni volta eseguito con un numero di osservazioni sovrabbondante, cioè misurando un numero di elementi della rete superiore a quello strettamente necessario a risolvere il problema. Questo ha lo scopo di:

1. ridurre l'effetto degli errori casuali di misura ed avere risultati più precisi in quanto tanto maggiori sono le osservazioni più gli errori casuali tendono a compensarsi a vicenda;
2. individuare un errore grossolano;
3. permettere di valutare la precisione raggiunta nella determinazione delle coordinate incognite grazie alla valutazione del livello di accordo tra le misure sovrabbondanti.

Si consideri una rete triangolare costituita da tre punti (A,B,C) di cui due noti (A,B). Tramite lo schema di rilievo "intersezione in avanti", facendo stazione sui due punti noti e misurando i due rispettivi angoli ( $\alpha, \beta$ ) si arriva alla determinazione delle coordinate del punto incognito (C).



*Figura 1*

Lo schema appena (figura 1) descritto richiede un numero di grandezze strettamente necessarie alla risoluzione del problema: infatti, la conoscenza dei due punti (A,B) fornisce indirettamente la distanza tra A e B che insieme alla misura dei 2 angoli ( $\alpha, \beta$ ) ci permette di calcolare le coordinate di C.

Se si misura, oltre ai due angoli ( $\alpha, \beta$ ), anche l'angolo ( $\gamma$ ) oppure le distanze dei due punti noti rispetto a quello incognito ( $a, b$ ), tramite un diverso schema di rilievo, avremo un numero di grandezze in eccesso rispetto quelle strettamente necessarie alla risoluzione del problema.

Nel primo caso le misure ottenute non risulteranno tutte congruenti tra loro: la somma dei valori osservati  $\alpha, \beta, \gamma$  non risulterà uguale ad un angolo piatto a causa della presenza di errori di misura. Chiamiamo «errore di chiusura» la quantità:  $w = \alpha + \beta + \gamma - \pi$ . Questo ci dà un'indicazione precisa della congruenza delle misure.

Nel secondo caso potremmo effettuare un controllo interno alle misure grazie al teorema dei seni. In questo caso l'errore di chiusura sarà  $w = a - b \sin \alpha / \sin \beta$ .

Le coordinate del punto C calcolate con diversi schemi di rilievo che impiegano un numero di grandezze strettamente necessarie alla risoluzione del problema, a causa degli errori di misura, porta a risultati diversi.

Si pone il problema di decidere quali sono i valori più plausibili delle coordinate sulla base di tutte le misure effettuate. E' necessario, quindi, usare un procedimento di calcolo che consenta di utilizzare contemporaneamente tutte le misure, che dia un'indicazione della precisione raggiunta nel calcolo delle coordinate, e che permetta di segnalare la presenza di errori grossolani nelle osservazioni. Tale procedimento prende il nome di «compensazione».

Il termine “compensare” significa determinare le correzioni da dare alle misure per renderle tutte congruenti tra loro, e cioè tali da soddisfare tutte le relazioni geometriche esistenti tra di esse.

Con tale procedura si passa dal valore misurato  $\tilde{l}$  della grandezza osservata L, al valore compensato  $\hat{l} = \tilde{l} + v$  che è la stima del valore della grandezza misurata.

Ritornando all’esempio della rete, supponendo di aver effettuato la misura dei 3 angoli  $(\alpha, \beta, \gamma)$  e delle due distanze  $(a, b)$ , ai valori misurati debbono essere apportate le correzioni  $v_\alpha, v_\beta, v_\gamma, v_a, v_b$  tali da soddisfare qualsiasi relazione trigonometrica esistente tra gli elementi del triangolo (Barbarella M.).

Le correzioni da apportare alle misure possono essere scelte in diversi modi; quello più comune, come vedremo successivamente, è il criterio dei minimi quadrati.

### 1.1.2 Il metodo delle osservazioni indirette

Il modello più frequentemente usato per la compensazione delle osservazioni è il modello di Gauss-Markoff (modello delle osservazioni indirette).

Siano  $x_n$  un certo numero di grandezze fisiche non misurabili direttamente (incognite) e  $l_m$  le grandezze (osservazioni) che legano i parametri incogniti con  $m \geq n$ . Le osservazioni fatte saranno legate alle incognite in relazione al metodo di misura utilizzato. Ognuna delle  $m$  osservazioni genera un’equazione dove compaiono le possibili incognite.

Se il sistema è lineare si potrà scrivere come:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = l_1 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = l_m \end{cases} \Rightarrow Ax = l$$

$a_{ij}$  sono coefficienti noti che dipendono dal particolare legame funzionale e quindi dal metodo di misura utilizzato;  $x_n$  sono le incognite del problema e  $l_m$  le osservazioni disponibili.

Riscriviamo il sistema in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_m \end{pmatrix}$$

Il rango della matrice  $A$  è uguale ad  $n$  (numero delle osservazioni indipendenti);

1. Per  $m = n \Rightarrow x = A^{-1}l$ .
2. Per  $m > n \Rightarrow$  non esisterà alcuna soluzione che soddisfa contemporaneamente tutte le equazioni delle osservazioni fatte. Infatti, avendo a disposizione un ipotetico vettore delle soluzioni  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  da sostituire nel sistema delle equazioni, viene generato un vettore dei residui  $\bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ . I residui nascono dal fatto che le osservazioni sono soggette ad errore. In assenza di errori non avremo residui e il legame funzionale sarebbe del tipo  $f(x) = 0$ . Il modello funzionale quindi prevede  $m$  equazioni (osservazioni) e  $m+n$  incognite (vettore delle incognite e dei residui) con  $\infty^n$  soluzioni.

Se il sistema è non lineare, invece, bisognerà linearizzarlo.

Per ovviare a questo problema si suppone che le quantità misurate  $l_m$  non siano eccessivamente disperse, ovvero siano affette da errori piccoli, così che anche le  $x$  non differiranno molto tra di loro. Sarà perciò possibile trovare dei valori approssimati delle incognite  $x$  e operare un cambiamento di variabile  $x = x_0 + \delta x$  sviluppabile in serie di Taylor arrestata al primo ordine arrivando all'equazione:  $A\delta x + l = v$  (Mancini F.,2010).

Tra tutte le infinite soluzioni del modello funzionale occorre adottare un criterio per selezionarne una:

*criterio dei minimi quadrati.*

### 1.1.3 Criterio dei minimi quadrati

La prima pubblicazione contenente un'analisi dettagliata del metodo dei minimi quadrati è dovuta al matematico francese Legendre nel 1805. Legendre introdusse il

metodo nell'appendice del suo libro "*Nouvelles methodes pour la determination des orbites des comete*" (nuovi metodi per la determinazione delle orbite delle comete).

Successivamente Gauss pubblicò una giustificazione del metodo sottolineando che la distribuzione dell'errore è normale (Sheldon M. Ross).

Si sostiene che il metodo dia risultati che sono i "valori più probabili".

Se si assume che le osservazioni siano indipendenti e distribuite normalmente, si può dimostrare che in uno stretto e limitato contesto statistico, le stime ai minimi quadrati sono delle stime di massima verosomiglianza.

Il principio dei minimi quadrati ha lo scopo di individuare un unico valore della grandezza misurata partendo dall'ipotesi che le osservazioni siano affette da errori casuali (o accidentali). Si assume che quest'ultimi seguano una distribuzione normale e che le osservazioni siano indipendenti tra loro.

Si supponga di avere una grandezza generica  $x$  della quale si facciano  $m$  osservazioni  $l_m$  indipendenti e siano  $v$  gli errori di osservazione:

$$v_1 = l_1 - x$$

$$v_2 = l_2 - x$$

...

$$v_m = \tilde{l}_m - x$$

il problema è quello di determinare il valore più probabile di  $x$  sulla base delle  $m$  osservazioni  $\tilde{l}_m$ , il che equivale a trovare i valori più probabili per  $v$ . Quest'ultimi sono  $m$  variabili stocastiche ciascuna delle quali, nell'ipotesi di accidentalità, segue una distribuzione normale la cui densità di probabilità è data da:

$$f(v_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{v_i}{\sigma_i} \right)^2}$$

Essendo le variabili indipendenti tra loro, per il teorema *delle probabilità composte* che dice che la probabilità che avvengano  $m$  eventi contemporaneamente è data dal prodotto delle probabilità dei singoli eventi, si ha che la funzione densità di probabilità congiunta è data dal prodotto delle varie funzioni componenti:

$$f(v_1, \dots, v_n) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v_1}{\sigma_1}\right)^2} \cdot \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v_n}{\sigma_n}\right)^2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^n \left(\frac{1}{\sigma_1} \dots \frac{1}{\sigma_n}\right) e^{-\frac{1}{2} \sum_1^n \left(\frac{v_i}{\sigma_i}\right)^2}$$

La funzione densità di probabilità raggiunge il massimo del suo valore quando l'esponente raggiunge il minimo:

$$\sum \left(\frac{v_i}{\sigma_i}\right)^2 = \min$$

Se introduciamo una costante arbitraria  $\sigma_0$  non viene modificata la condizione di minimo:

$$\sum \left(\frac{\sigma_0 v_i}{\sigma_i}\right)^2 = \min$$

Chiamando  $p = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$ , detta peso dell'osservazione, la condizione dei minimi quadrati diventa:

$$v^t P v = \min ;$$

possiamo riscrivere il criterio in forma matriciale:

$$(v_1, \dots, v_m) \begin{pmatrix} p_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & p_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^m v_i^2 p_i$$

Un'osservazione che abbia varianza  $\sigma_0^2 = \sigma_i^2$  ha peso unitario e perciò  $\sigma_0^2$  è chiamata varianza dell'unità di peso a priori.

### Osservazione sulla matrice P

Facendo riferimento ad una singola battuta si ha che  $\Delta_{ab} = l_{ind} - l_{ava}$  e, per la legge di propagazione della varianza, si ha che  $\sigma_{\Delta}^2 = \sigma_{li}^2 + \sigma_{la}^2$ . Essendo le due misure eseguite con lo stesso strumento, la precisione nella determinazione del dislivello associato ad ogni singola battuta sarà:

$$\sigma_{\Delta}^2 = 2\sigma_l^2 \Rightarrow \sigma_{\Delta} = \pm \sigma_l \sqrt{2} ;$$

se occorrono invece n battute di livellazione, l'errore sul dislivello sarà

$$\sigma_{\Delta} = \sigma_l \sqrt{2} \sqrt{n}$$

dove  $\sigma_l$  dipende dal livello utilizzato.

Visto che il numero di battute può essere espresso come  $D/2d$  dove  $D$  è la distanza percorsa lungo la linea di livellazione e  $d$  è la distanza di lettura tra livello e stadia, si vede che l'errore sulla misura finale del dislivello vale:

$$\sigma_{\Delta} = \sigma_l \sqrt{\frac{D}{d}} \quad \text{cioè} \quad \alpha \sqrt{D}$$

Di conseguenza, nella livellazione geometrica i pesi saranno assegnati secondo una relazione di proporzionalità inversa con la lunghezza della linea di livellazione espressa in km.

$$P = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_l^2} \quad \text{dove} \quad \sigma_{\Delta}^2 = k D$$

#### 1.1.4 Soluzioni e loro proprietà statistiche

In conclusione:

$$\begin{cases} A\delta x + l = v & (\text{Modello Funzionale}) \\ v^t P v = \min & (\text{Criterio}) \end{cases}$$

il sistema  $A\delta x + l = v$ , associato alla condizione di minimo pesato della somma degli scarti al quadrato  $\Sigma p v^2$ , da luogo ad un sistema esattamente determinato di  $m$  incognite in  $m$  equazioni, detto sistema normale, la cui soluzione è:

$$\delta x = (A^t P A)^{-1} A^t P l \Rightarrow N^{-1} b$$

Dal punto di vista statistico le correzioni  $\delta x$  e quindi le stime  $x$  sono delle variabili casuali in quanto funzioni delle osservazioni  $l$  tramite la matrice  $(A^t P A)^{-1} A^t P$  che è calcolata con quantità deterministiche; in particolare sono distribuite normalmente perché funzioni lineari di variabili casuali normali.

Riportiamo in seguito le formule finali delle matrici di varianza relative a  $x, \hat{v}, \hat{l}$ :

$$\Sigma_{xx} = \sigma_0^2 N^{-1}$$

$$\Sigma_{\hat{l}\hat{l}} = \sigma_0^2 AN^{-1}A^t$$

$$\Sigma_{\hat{v}\hat{v}} = \Sigma_{\hat{l}\hat{l}} - \Sigma_{\hat{l}\hat{l}}$$

### 1.1.5 Stima a posteriori della varianza dell'unità di peso

L'applicazione del criterio della massima verosomiglianza consente di ricavare una stima della varianza dell'unità di peso *a posteriori*, ovvero basata sui valori compensati.

Questa rappresenta una stima del valore  $\sigma_0^2$ . Questa stima vale:

$$s_0^2 = \frac{\sum p_i \hat{v}_i^2}{m-n} = \frac{\hat{v}^t P \hat{v}}{m-n}$$

Dove al denominatore compaiono i gradi di libertà che rappresentano anche il numero di scarti indipendenti.

In presenza di una distribuzione gaussiana delle misure effettuate, i due valori di varianza (*a priori*, *a posteriori*) dovranno essere simili tra loro, altrimenti si potrebbe affermare che le ipotesi iniziali fatte sulle osservazioni non sono coerenti con i risultati effettivamente ottenuti. La verifica della somiglianza tra le due distribuzioni si può effettuare attraverso la definizione della nuova variabile aleatoria  $s_0^2 / \sigma_0^2$  e l'applicazione del test Chi-quadro.

$$\frac{s_0^2}{\sigma_0^2} = \frac{\chi_{m-n}^2}{m-n}$$

Il test Chi-quadro è un test statistico utilizzato per verificare se la distribuzione associata ad una grandezza misurata è simile in maniera significativa ad una certa distribuzione teorica. Il test ci permette di accettare o rifiutare l'ipotesi di somiglianza tra distribuzioni associando a questa scelta un definito livello di probabilità. (Mancini F.)

Il risultato fornito dal test non è sicuro al 100% ma viene associato ad un livello di significatività  $\alpha$  che individua una regione critica per l'ipotesi iniziale (figura 2).

Il test può portare alle seguenti decisioni:

- 1) l'ipotesi nulla viene rigettata, al livello di significatività  $\alpha$ , se la variabile utilizzata dal test cade nella regione critica;
- 2) l'ipotesi nulla viene accettata, al livello di significatività  $1-\alpha$ , se la variabile utilizzata cade fuori dalla regione critica.

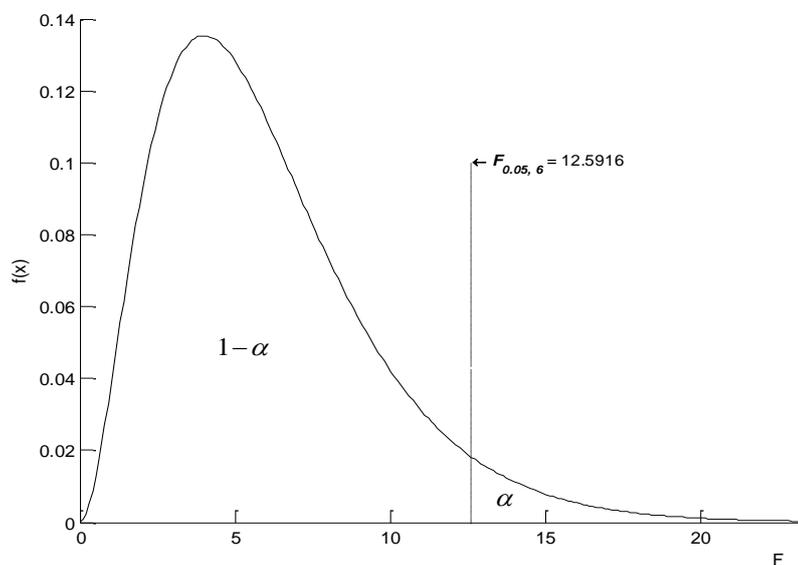


Figura 2: distribuzione chi\_quadro con 6 g.d.l. e alpha=0.05

### 1.1.6 Data Snooping (Analisi dei residui)

Per controllare su quali misure può essere presente un errore grossolano si analizzano i singoli residui della compensazione. L'ipotesi nulla prevede che non ci siano errori grossolani sulla misura i-esima. Se gli errori presenti nei dati fossero solo quelli previsti dal modello statistico, allora  $\bar{v} \sim N(0; \Sigma_{\bar{v}})$ . Il residuo relativo alla misura i-esima segue la distribuzione marginale  $\bar{v} \sim N(0; \sigma_{v_i}^2)$  mentre la variabile standardizzata, detta residuo

normalizzato ( $w_i = v_i / \sigma_{v_i}$ ) segue una distribuzione normale normalizzata  $N(0;1)$ . (Barbarella M.).

Se nei dati è presente un solo errore grossolano, allora il residuo normalizzato corrispondente assume il massimo valore tra tutte le osservazioni. (Baarda W.)

La procedura è la seguente:

- si fissa a priori un livello di confidenza  $\alpha$  che individua il valore critico  $w_\alpha$ ;
- si calcola il residuo normalizzato di ogni osservazione e si considera il max valore  $w_{\max}$ ;
- se il massimo valore supera il valore critico, si rifiuta l'ipotesi nulla e si elimina l'osservazione relativa ripetendo la compensazione.

La procedura termina quando tutti i residui normalizzati sono inferiori al valore critico. Esiste, però, una probabilità  $\alpha$  di rigettare una misura corretta (errore di I tipo). L'ipotesi nulla può essere testata verso l'ipotesi alternativa, che prevede la presenza di un errore grossolano nella misura. Sotto questa ipotesi la media del residuo diventa:

$$E\{\bar{v}_i\} = -r_i \nabla l_i$$

mentre la varianza resta inalterata.

Sotto l'ipotesi alternativa il residuo standardizzato

$$w_i = \frac{\bar{v}_i + r_i \nabla l_i}{\sigma_{v_i}}$$

seguirà una distribuzione normale con parametro di non centralità:

$$\delta_i = -\frac{r_i \nabla l_i}{\sigma_{v_i}}$$

$$w_i \sim N(\delta_i, 1)$$

Se è valida l'ipotesi alternativa, c'è la probabilità  $\beta$  (errore di II tipo) che un valore della variabile  $w_i \sim N(\delta_i, 1)$  cada comunque entro la regione di accettazione, e quindi la misura corrispondente viene considerata buona quando in realtà è errata; la permanenza di questa misura porta ad un errore nella soluzione della compensazione.

La probabilità di individuare un errore quando è veramente presente nella misura è data dalla *potenza del test*  $\gamma = 1 - \beta$ . (figura 3)

Nella pratica si fissano i valori di  $\alpha$  e  $\beta$ , e si ricavano di conseguenza i valori della zona di accettazione e il parametro di non centralità (figura 3).

Il massimo errore grossolano che può rimanere individuato nelle osservazioni è dato da:

$$\delta_i = -\frac{r_i \nabla l_i}{\sigma_{v_i}} = -\frac{\sqrt{r_i} \nabla l_i}{\sigma_{l_i}} \Rightarrow \nabla l_i = -\frac{\sigma_{l_i} \delta_i}{\sqrt{r_i}}$$

$$\sigma_{v_i} = \sqrt{r_i} \sigma_{l_i}$$

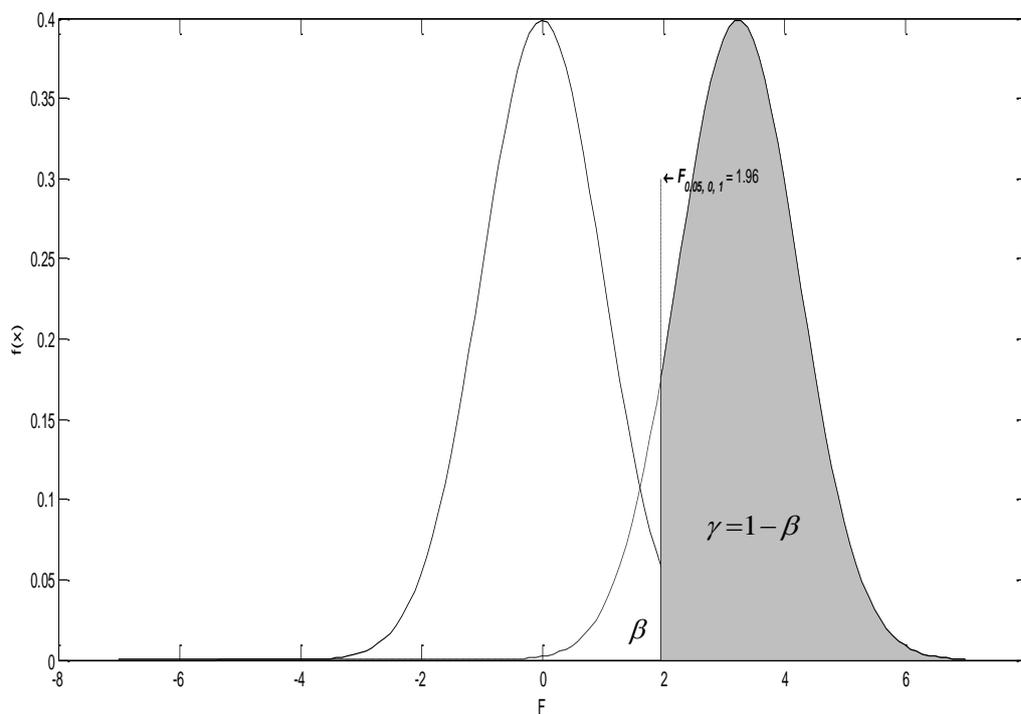
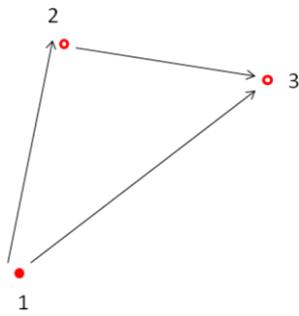


Figura 3

### 1.1.7 Esempio: compensazione di una rete altimetrica

Si consideri una rete altimetrica (figura 4) rilevata tramite livellazione geometrica costituita da tre lati che congiungono tre punti, il primo dei quali ha quota nota; lo schema della rete è dunque il seguente:



**Figura 4**

*Dati :*

$$\Delta_{12} = 0,606 m; D_{12} = 1 km$$

$$\Delta_{23} = 0,712 m; D_{23} = 2 km$$

$$\Delta_{13} = 1,314 m; D_{13} = 4 km$$

$$h_1 = 30 m$$

$$\sigma_0 = 1$$

$$\sigma_i (mm) = k(mm) \sqrt{D(km)} \text{ con } k = 1$$

Siamo nel caso di una compensazione a minimi vincoli in quanto abbiamo soltanto un vincolo (quota punto 1).

$$A\underline{x} = \tilde{\underline{l}} + \underline{v} \quad (\text{Modello funzionale})$$

$$\begin{cases} h_2 - h_1 = \Delta_{12} + v_{12} \\ h_3 - h_2 = \Delta_{23} + v_{23} \\ h_3 - h_1 = \Delta_{13} + v_{13} \end{cases}$$

Riportiamo tutto in forma matriciale portando tutto ciò che è noto ( $h_1$ ) al secondo membro.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1 + \Delta_{12} \\ \Delta_{23} \\ H_1 + \Delta_{13} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{13} \end{pmatrix}$$

A questo punto, fissata la varianza dell'unità di peso a priori e lo scarto quadratico medio di  $l$ , dato da:

$$\sigma_i = k(mm) \sqrt{D(km)}$$

calcoliamo P (matrice dei pesi):

$$P = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_l^2} \begin{pmatrix} 1/D_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 1/D_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 1/D_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{12} & 0 & 0 \\ 0 & P_{23} & 0 \\ 0 & 0 & P_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

Calcolati A (matrice disegno) e P (matrice dei pesi), scriviamo il sistema normale:

$$N\underline{x} = \underline{b} \Rightarrow (A'PA)\underline{x} = A'\tilde{P}\underline{l}$$

$$N = \begin{pmatrix} 1,5 \times 10^{-6} & -0,5 \times 10^{-6} \\ -0,5 \times 10^{-6} & 0,75 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \underline{x} = \begin{pmatrix} 30,6054 \\ 31,3163 \end{pmatrix} m$$

A questo punto possiamo calcolare i residui che ci permetteranno di calcolare la varianza a posteriori:

$$\hat{\underline{v}} = \begin{pmatrix} -0,0006 \\ -0,0011 \\ 0,0023 \end{pmatrix} m$$

$$s_0^2 = \frac{\hat{\underline{v}}' P \hat{\underline{v}}}{m-n} = 2,2857$$

$$\text{N.B.: } \hat{\underline{v}} = [m]; P = \begin{bmatrix} 1 \\ mm \end{bmatrix}$$

Da quest'ultimo valore possiamo calcolarci la matrice di varianza di  $\underline{x}$  :

$$\Sigma_{\underline{xx}} = s_0^2 N^{-1} = 10^{-5} \begin{pmatrix} 0,1959 & 0,1306 \\ 0,1306 & 0,3918 \end{pmatrix} mm^2$$

Dopo aver effettuato tutti i calcoli, passiamo all'esecuzione dei test statistici.

### 1. Test del chi\_quadro

Fissato  $\alpha = 0,05$ , calcoliamo il valore limite  $\frac{\chi_{1-\alpha,r}^2}{m-n} = 3,8415$

$$s_0^2 = 2.2857 \times 10^{-6} ; \sigma_0 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{s_0^2}{\sigma_0^2} \frac{2.2857}{1} = 2.2857 \Rightarrow \frac{s_0^2}{\sigma_0^2} \in \frac{\chi_{m-n}^2}{m-n}$$

## 2. Data Snooping (Analisi dei residui)

Fissiamo  $\alpha = 0,05$  e calcoliamo  $w_\alpha = 1,96$ ;

Normalizziamo i residui:

$$w = \frac{v}{\sqrt{\sigma_v^2}} \sim N(0;1)$$

Se  $w_{\max}$  supera il valore critico ( $w_\alpha$ ), si rifiuta l'ipotesi nulla e si elimina l'osservazione relativa ripetendo la compensazione.

Fissiamo  $\beta = 0,2$

$$\Rightarrow \gamma = 0,8 \Rightarrow \delta_i = 2,8016$$

Il massimo errore che può rimanere individuato nelle osservazioni:

$$\nabla l_i = - \frac{\sigma_{l_i} \delta_i}{\sqrt{r_i}}$$

## 1.2 Rilievi ripetuti nel tempo

Dopo aver introdotto le tecniche per l'analisi dei dati derivanti da un rilievo topografico, vediamo come quest'ultimo può essere utilizzato per il controllo dei movimenti e delle deformazioni. Innanzitutto bisogna fare una distinzione tra *movimento* e *deformazione*.

Si definisce:

- *movimento*: spostamento rigido di un oggetto, o di parti di esso, rispetto ad un sistema di riferimento esterno all'oggetto stesso;

- *deformazione*: movimenti relativi all'interno dell'oggetto in esame.

La distinzione tra deformazioni e movimenti è intuitiva se si parla di strutture (ponti, dighe, edifici ...) mentre se si parla di movimenti del terreno è molto più problematica coinvolgendo, in questo caso, anche aspetti di natura geologica e geofisica.

In ogni caso, in funzione del fenomeno che si deve misurare, si devono progettare delle misure di controllo che siano idonee (in termini di metodo, strumenti ed accuratezza necessaria) allo scopo. I movimenti possono essere riassunti anche in funzione delle cause che li provocano. Queste possono essere naturali (deriva dei continenti, subsidenza localizzata, fenomeni sismici ed attività vulcanica, fenomeni franosi) oppure antropiche (subsidenza, frane, movimenti di strutture, cause indotte artificialmente come nei collaudi delle strutture). Inoltre si usa spesso dividere i movimenti in verticali, orizzontali o tridimensionali. Infatti, anche se i movimenti si presentano nella realtà tridimensionale, va considerato che i metodi di rilievo potrebbero essere planimetrici, altimetrici o, come visto nel caso del GPS, tridimensionali. Particolare attenzione va posta al calcolo degli errori associati alle misure per assegnare ad esse una significatività (questo è compito del rilevatore) e sull'interpretazione fisica del fenomeno sulla base dei movimenti misurati. Altre considerazioni riguardano la tipologia di movimento registrati che possono essere permanenti o reversibili, continui o discontinui, lenti o veloci.

Le precisioni ottenibili devono essere idonee a valutare i movimenti cercati. Sarebbe inutile misurare spostamenti attesi di pochi mm con strumentazione in grado di fornire il cm, così come sarebbe inutile, ed economicamente oneroso, utilizzare strumenti costosi e metodi impegnativi per misurare spostamenti grossolani. Questo ovviamente se si conosce a-priori l'ordine di grandezza dei movimenti in gioco. Dal punto di vista operativo la determinazione dei movimenti e delle deformazioni si può ottenere con due possibili approcci al rilievo (Mancini F.):

- dal confronto tra le medesime misure (osservazioni) effettuate in rilievi successivi (questo significa utilizzare anche lo stesso sistema di riferimento);

- dal monitoraggio in continuo attraverso strumentazione sempre presente sul sito che ripete autonomamente le misure ad intervalli di tempo prestabiliti (stazioni totali motorizzate, stazioni GPS permanenti).

Il rilievo di uno stesso oggetto ripetuto in tempi diversi consente di controllare se sono intervenute modifiche nella sua forma; gli errori di misura inducono però un effetto di mascheramento dei reali movimenti. Quindi si rende necessaria la valutazione statistica per capire se le differenze di posizione dei punti controllati in due rilievi successivi sono da attribuire esclusivamente alla variabilità propria di una stima o se sono il segnale di una deformazione effettivamente intervenuta (Barbarella M.).

### 1.2.1 Significatività degli spostamenti

Si consideri una rete di monitoraggio relativo sulla quale sono stati effettuati rilievi in due epoche successive. In ciascuna epoca viene eseguito il calcolo della rete tramite compensazione “libera” (free-net), non definendo esplicitamente nessun vincolo: le coordinate ottenute non sono legate ad alcun Datum di riferimento esplicito e quindi sono “deviate”, non riferite cioè a punti tenuti fissi, e in sostanza prive di significato fisico. Viceversa, la matrice di varianza della compensazione assume un ben preciso significato, essendo la matrice a minima traccia, ovvero con minimi *s.q.m.* per le coordinate, tra tutte le possibili matrici che nascono da un qualunque altro Datum a minimi vincoli.

Dal punto di vista algebrico la soluzione del sistema normale può essere ottenuta con una pseudo inversa.

Si fa l'ipotesi semplificativa che in entrambi i rilievi siano presenti gli stessi punti, per un totale di  $u$  incognite, mentre il numero delle misure  $m_i$  può essere differente nei due rilievi e di conseguenza la ridondanza delle osservazioni può risultare anch'essa diversa,

$$r_i = m_i - u.$$

Il modello della compensazione è, per le due epoche  $i = 1, 2$  poste a confronto:

$$A_i \underline{x}^{(i)} = \underline{l}_i + \underline{v}_i \quad P_i = \sigma_0^2 Q_{li}$$

le cui soluzioni valgono:

$$\hat{\underline{x}}^{(i)} = (A_i^t P_i A_i)^+ A_i^t P_i \tilde{\underline{l}} = Q_{xx_i} A_i^t P_i \tilde{\underline{l}}$$

$$\Sigma_{xx_i} = \sigma_{0i}^2 Q_{xx_i} \quad \sigma_{0i}^2 = \frac{\underline{v}_i^t P_i \underline{v}_i}{r_i}$$

La differenza delle due soluzioni, essendo presenti le coordinate degli stessi punti, rappresenta la variazione di posizione e costituisce il vettore spostamento:

$$\underline{d} = \hat{\underline{x}}^{(2)} - \hat{\underline{x}}^{(1)}$$

Perché le coordinate dei punti presenti in entrambi i rilievi siano comparabili, è necessario che il riferimento utilizzato esplicitamente o implicitamente nei due calcoli sia lo stesso, in particolare:

- i punti scelti per definire il riferimento siano gli stessi nei due rilievi;
- le loro coordinate approssimate iniziali nel processo iterativo (se necessario) siano le stesse.

La prima condizione non sempre risulta soddisfatta, in quanto tra i due rilievi possono andare perduti punti della rete e tra essi anche quelli considerati fissi nel primo rilievo. Nel seguito si considera che i punti considerati fissi lo siano per entrambi i rilievi. Per quanto riguarda il secondo punto si tratta solo di avere l'avvertenza di procedere con gli stessi valori iniziali.

Inoltre è lecito considerare che le misure ottenute in uno dei due rilievi siano scorrelate rispetto quelle dell'altro rilievo, eseguito in epoca diversa.

E' noto che le coordinate calcolate con la compensazione minimi quadrati forniscono stime delle grandezze incognite, e che due rilievi indipendenti della stessa rete forniscono valori differenti, a causa della dispersione delle stime. Quello che è da valutare è se le differenze fisiologiche tra le stime ottenute in due rilievi siano puramente dovute alla dispersione delle stime, o se sono indice di una variazione della forma della rete intervenuta tra i due rilievi.

Per valutare la significatività del vettore spostamento occorre considerarne il comportamento statistico, e questo può essere posto in relazione alle proprietà statistiche delle stime delle coordinate. (Barbarella M.)

L'espressione dello spostamento tramite le stime delle coordinate dei due rilievi, considerate appartenenti ad un solo vettore, può essere messa nella forma matriciale:

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^{(2)} - \hat{x}_1^{(1)} \\ \hat{x}_2^{(2)} - \hat{x}_2^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{x}_u^{(2)} - \hat{x}_u^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & +1 & 0 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & +1 & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & -1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & +1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & -1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1^{(1)} \\ \hat{x}_2^{(1)} \\ \cdot \\ \hat{x}_u^{(1)} \\ \hat{x}_1^{(2)} \\ \hat{x}_2^{(2)} \\ \cdot \\ \hat{x}_u^{(2)} \end{bmatrix}$$

La matrice di proporzionalità contiene al suo interno due matrici identità di ordine  $u$ ; quindi possiamo scrivere  $\underline{d}$  in un altro modo:

$$\underline{d} = \begin{matrix} \hat{\underline{x}}^{(2)} \\ n.1 \end{matrix} - \begin{matrix} \hat{\underline{x}}^{(1)} \\ n.1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} -I & +I \\ n.n & n.n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}^{(2)} \\ \hat{\underline{x}}^{(1)} \\ 2n.1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} D & \underline{X} \\ n.2n & 2n.1 \end{matrix}$$

Le soluzioni  $\hat{\underline{x}}^{(1)}$  e  $\hat{\underline{x}}^{(2)}$ , risultati di rilievi eseguiti sulla stessa rete a distanza di tempo possono essere considerate scorrelate tra loro così come le misure dalle quali derivano, per cui la matrice dei cofattori del vettore dei parametri  $\underline{X}$  è:

$$Cofattore \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}^{(2)} \\ \hat{\underline{x}}^{(1)} \end{bmatrix} \right\} \equiv Q_X = \begin{bmatrix} Q_{xx}^{(1)} & Q_{xx}^{(12)} \\ Q_{xx}^{(12)} & Q_{xx}^{(2)} \end{bmatrix}$$

dove:

$$Q_{xx}^{(1,2)} = Q_{xx}^{(1,2)} = 0 \Rightarrow Q_X = \begin{bmatrix} Q_{xx}^{(1)} & 0 \\ 0 & Q_{xx}^{(2)} \end{bmatrix}$$

quindi la matrice dei cofattori del vettore spostamento può essere scritta come:

$$Q_d = \begin{bmatrix} -I & +I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{xx}^{(1)} & 0 \\ 0 & Q_{xx}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I \\ +I \end{bmatrix} = Q_{xx}^{(1)} + Q_{xx}^{(2)}$$

Immaginiamo che tra i due rilievi non ci siano stati spostamenti, quindi formuliamo l'ipotesi nulla:

$$H_0 = E\{\hat{x}_2\} = E\{\hat{x}_1\} = \underline{X}$$

$$E\{\hat{x}_2\} = E\{\hat{x}_1\} \Rightarrow E\{\underline{d}\} = 0$$

Quindi il valore medio di  $\underline{d}$  è nullo, in quanto il valore medio di  $\hat{x}_2$  è uguale a quello di  $\hat{x}_1$ . Come statistica da sottoporre a test si può assumere una quantità proporzionale alla forma quadratica  $\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}$  che rappresenta il prodotto degli spostamenti "pesati" tramite l'inversa della matrice dei cofattori degli spostamenti stessi e quindi tiene conto di tutti i punti della rete, supposti comuni alle due epoche.

Si può sottoporre a test la statistica (Niemeier,1982):

$$\omega = \frac{\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}}{h \hat{\sigma}_{od}^2} \sim F_{h,r}$$

dove:

$$\hat{\sigma}_{od}^2 = \frac{r_1 \hat{\sigma}_{o1}^2 + r_2 \hat{\sigma}_{o2}^2}{r};$$

$$r = r_1 + r_2;$$

$$h = \text{rango di } Q_d$$

Sotto l'ipotesi nulla la statistica segue una distribuzione di Fisher con  $h$  e  $r$  gradi di libertà.

Il test da eseguire per valutare la significatività degli spostamenti, chiamato *test sulla congruenza globale* (Pelzer,1971) è quindi il seguente: fissato un livello di

significatività  $\alpha$ , accettiamo  $H_0$  se:

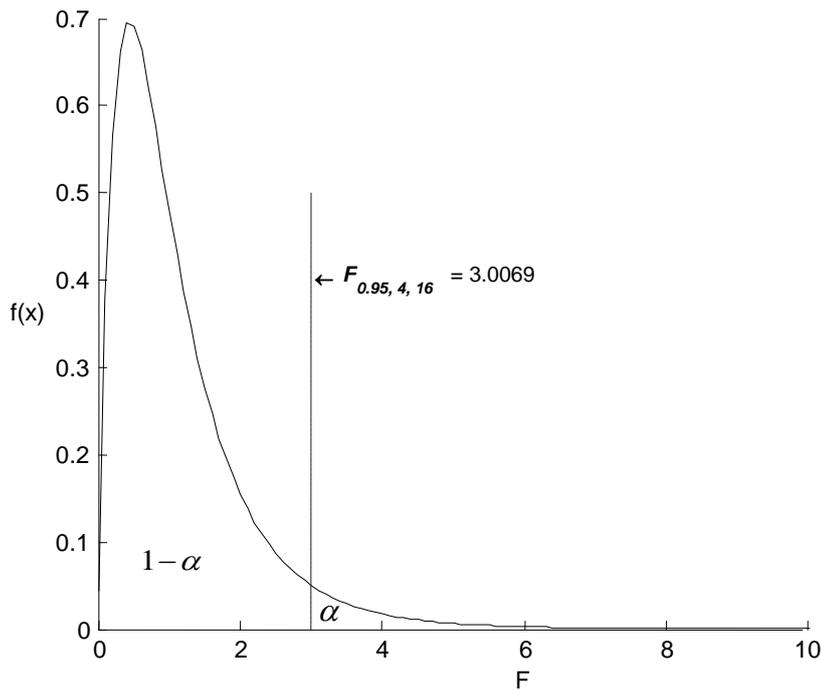
$$\omega = \frac{d^t Q_d^+ d}{h\sigma_0} < F_c; \quad F_c = F_{1-\alpha, h, r}$$

Nel caso in cui:

$$\alpha = 0.05$$

$$h = 4; r = 16$$

$$\Rightarrow F_{1-\alpha, h, r} = F_{0.95, 4, 16} = 3.0069$$



**Figura 5:** distribuzione Fisher con  $h=4$ ,  $r=16$ ,  $\alpha=0.05$

Quindi:

- per  $\omega = \frac{d^t Q_d^+ d}{h\sigma_0} < F_c \Rightarrow$  la forma della rete non è variata significativamente. Si

osserva che la forma è risultata essere la stessa, ma questo non esclude che vi sia stata una rotazione o una traslazione o una variazione di scala d'assieme della rete;

- per  $\omega = \frac{\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}}{h\sigma_0} > F_c \Rightarrow$  viene rigettata l'ipotesi nulla e si decide che la forma

della rete nel suo complesso è variata; può essere comunque presente una porzione di rete che è rimasta invariata.

Il test può ovviamente fornire risultati sbagliati, ed il significato degli errori che si possono commettere in questo caso è il seguente:

- ✓ C'è la probabilità  $\alpha$  di rigettare erroneamente l'ipotesi nulla (errore di I tipo): si scambiano per reali spostamenti quelle che sono semplicemente variazioni del tutto casuali delle stime della posizione dei punti;
- ✓ C'è la probabilità  $\beta$  di accettare  $H_0$  mentre in realtà è valida l'ipotesi alternativa  $H_a$  (errore di II tipo): non ci si accorge di un movimento effettivamente avvenuto.

La scelta dei valori  $\alpha$  e  $\beta$ , da effettuare in fase di progettazione della rete, consentono di esporsi in misura diversa al rischio derivante dai due tipi di errore.

Se, invece, risulta:

$$\omega = \frac{\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}}{h\sigma_0} > F_c$$

può essere formulata una ipotesi alternativa.

$H_a$  : si è verificato uno spostamento, nel periodo intercorso tra i due rilievi, di valore

$\underline{d}_a$

$$E\{\hat{\underline{x}}_1\} = \underline{X} \quad E\{\hat{\underline{x}}_2\} = \underline{X} + \underline{d}_a$$

$$E\{\underline{d}\} = E\{\hat{\underline{x}}_2 - \hat{\underline{x}}_1\} = \underline{d}_a$$

La presenza dello spostamento perturba il vettore  $\underline{d}$  che si avrebbe per il solo effetto

degli errori di misura:  $\underline{d} \rightarrow \bar{\underline{d}} = \underline{d} + \underline{d}_a$

e di conseguenza anche la statistica sottoposta a test.

Sotto l'ipotesi alternativa che contempla una deformazione  $\underline{d}_a$ , la statistica segue una distribuzione di Fisher:

$$\omega \sim F_{h,r;\omega_a}$$

con parametro di non centralità ( $\omega_a$ ) dato appunto da:

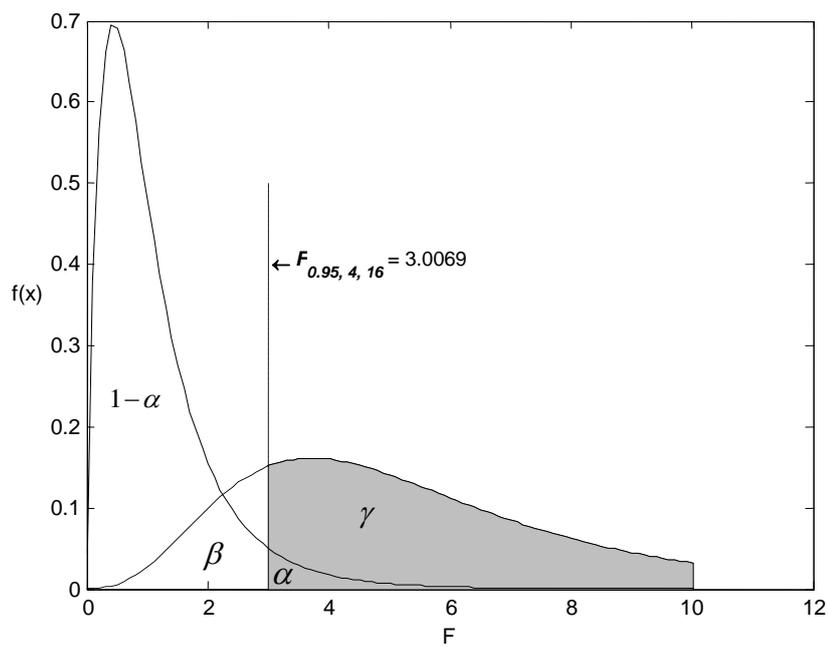
$$\omega_a = \frac{\underline{d}_a^t Q_d^+ \underline{d}_a}{\sigma_{od}^2}$$

Esempio:

$$\alpha = 0.05; \beta = 0.2$$

$$h = 4; r = 16$$

$$\Rightarrow F_{1-\alpha, h, r} = F_{0.95, 4, 16} = 3.0069$$



**Figura 6:** distribuzione di Fisher non centrale con beta=0.2

## Capitolo II

### 2.1 Simulazione

E' possibile progettare una rete nel senso di prevedere se le misure che si è in procinto di eseguire consentiranno di raggiungere la precisione voluta per il rilievo e se ci saranno parti della rete più deboli, determinate con minor precisione rispetto ad altre.

Una volta scelto lo schema di rilievo, si esegue una simulazione calcolando la matrice dei cofattori delle coordinate. Se la precisione risulta insufficiente alle specifiche richieste, occorre inserire nel progetto nuove misure; se, viceversa, la precisione risulta elevata, si può sfolire il progetto di misure o punti rendendolo più economico.

La matrice dei coefficienti (A) e la matrice di varianza-covarianza dipendono essenzialmente dalla geometria della rete e dalla precisione con cui vengono effettuate le misure. Questo significa che, in presenza di un progetto di rilievo e nota la prestazione degli strumenti utilizzati, possiamo simulare le potenzialità del rilievo. Quindi, le osservazioni indirette possono essere utilizzate per una valutazione a priori delle precisioni ottenibili in un certo rilievo in base agli errori che si pensa di commettere nelle misure (Mancini F.).

In generale:

- dai vertici della rete ed in base alle osservazioni previste si costruisce la matrice dei coefficienti A;
- in base alle misure da effettuare ed alla strumentazione che si intende utilizzare si costruisce la matrice dei pesi P.

Con questi elementi si può calcolare la matrice di varianza-covarianza che definisce l'accuratezza delle stime.

E' dunque possibile, in fase di progettazione (Biagi L.):

- ✓ ipotizzare diversi schemi di progettazione/rilievo;

- ✓ per ogni schema costruire  $A$  e  $\sigma_0^2 Q$ ;
- ✓ calcolare accuratezze e affidabilità potenziali;
- ✓ scegliere lo schema ottimale.

I criteri utilizzati per la scelta della configurazione ottimale nel confronto di due reti sono (Zatelli P.):

- ***differenza di normali inverse definita positiva (criterio 1):***  
 se la matrice differenza delle due normali inverse è definita positiva significa che la prima matrice della differenza è “maggiore” della seconda, non esiste cioè nessun cambiamento di coordinate per cui l’iperellissoide relativo alla seconda matrice è al di fuori dell’iperellissoide associato alla prima matrice. In questo caso si preferisce quindi la seconda rete.
- ***determinante della matrice  $N^{-1}$  (criterio 2):***  
 il determinante della matrice di varianza e covarianza dei parametri  $\Sigma_{xx}$  è proporzionale all’ipervolume dell’iperellissoide d’errore. Il determinante della  $\Sigma_{xx}$  è proporzionale per il fattore  $(\sigma_0^2)^2$  al determinante della matrice normale inversa. Si sceglie quindi la configurazione a cui corrisponde la matrice normale inversa con determinante minore.
- ***MIN-MAX sulla diagonale della  $N^{-1}$  (criterio 3):***  
 si ritiene migliore la rete che ha valore massimo delle varianze dei parametri (coordinate) minore. Tali varianze sono proporzionali per il fattore  $(\sigma_0^2)$  agli elementi sulla diagonale della matrice normale inversa: si sceglie quindi la configurazione (rete) che ha elemento massimo sulla diagonale della normale inversa minore.
- ***MIN-MAX sugli autovalori (criterio 4):***  
 si applica il criterio MIN-MAX a quantità invarianti rispetto al sistema di riferimento, in questo modo si ha un confronto indipendente dal particolare sistema di riferimento in uso. Rispetto al criterio precedente questo confronto è più significativo perchè si confrontano i valori massimi per qualunque

cambiamento di sistemi di riferimento. Si sceglie quindi la rete che ha matrice normale inversa con massimo degli autovalori minore.

- **rapporto degli autovalori più prossimo a 1 (criterio 5) :**

si controlla in questo modo, indipendentemente dal sistema di riferimento, l'omogeneità delle precisioni delle coordinate e non la precisione come per i criteri precedenti: lo scopo di questo criterio è quindi differente da quello dei precedenti. Si preferisce la configurazione che ha precisioni più omogenee, cioè la rete per cui i rapporti fra autovalori sono più prossimi all'unità.

Consideriamo a questo punto due schemi di rilievo differenti :



**Figura 7**

Quale tra questi due schemi ha una configurazione migliore?

Effettuiamo entrambe le simulazioni attraverso un software realizzato in ambiente Matlab ottenendo i seguenti risultati:

**Tabella 1:** risultati per i 2 schemi di rilievo

	SCHEMA 1	SCHEMA 2
CRITERIO1	-	-
CRITERIO2	5,79E-23	-2,92E-22
CRITERIO3	8,18E-05	7,93E-05
CRITERIO4	1,64E-04	1,59E-04
CRITERIO5	2,618	2,114

Il *criterio 1* non può essere utilizzato per stabilire quale delle due reti ha una configurazione migliore in quanto la differenza di normali inverse non è definita

positiva. Per testare il fatto che la matrice non è definita positiva ho utilizzato una procedura non raffinata ma efficiente: la *Fattorizzazione di Cholesky*.

Se A è una matrice simmetrica e definita positiva allora esiste un'unica matrice L triangolare inferiore con elementi positivi sulla diagonale principale, tale che (Russo M.R., unipd):

$$A=LL'$$

se la differenza di normali inverse è definita positiva significa che può essere scomposta nel prodotto suddetto altrimenti no.

Dai risultati mostrati in tabella 1 risulta che la rete 2 ha una configurazione migliore.

## 2.2 Valutazione a priori della significatività degli spostamenti

Esiste una statistica più conveniente in certi contesti per testare l'ipotesi della deformazione globale della rete, che differisce dalla precedente perché assume una varianza dell'unità di peso nota a priori:

$$\lambda = \frac{\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}}{h \sigma_{od}^2}$$

Sotto la validità dell'ipotesi nulla  $H_0$  la variabile  $\lambda$  segue una distribuzione chi-quadro ad h gradi di libertà  $\chi_h^2$ , in quanto il denominatore ora è noto (costante);

$$\lambda \sim \chi_h^2 \sim F_{h,\infty}$$

Fissato un livello di significatività  $\alpha$  (probabilità di rigettare l'ipotesi corretta),

1. se  $\lambda < \chi_c \Rightarrow$  accettiamo  $H_0 \Rightarrow$  in questo caso la forma della rete non è variata significativamente;
2. se invece:  $\lambda > \chi_c \Rightarrow$  viene rigettata l'ipotesi nulla  $\Rightarrow$  segnale di deformazione.

Il test può ovviamente fornire risultati sbagliati, ed il significato degli errori che si possono commettere in questo caso è il seguente:

- c'è la probabilità  $\alpha$  di rigettare l'ipotesi nulla quando in realtà questa è vera;
- c'è la probabilità  $\beta$  di accettare l'ipotesi nulla quando in realtà è valida l'ipotesi alternativa.

La scelta dei valori più opportuni di  $\alpha$  e  $\beta$ , da effettuare al momento del progetto della rete, consente di esporsi in maniera diversa al rischio derivante dai due tipi di errore.

Sotto la validità dell'ipotesi alternativa (nel caso di uno spostamento  $\underline{d}_a$ ), la variabile  $\lambda$  segue una distribuzione chi-quadro non centrale (Baarda W.,1968):

$$\lambda \sim \chi_{h,\lambda_a}^2 \sim F_{h,\infty,\lambda_a}$$

dove:

$$\lambda_a \text{ (o } \omega_a) = \frac{\underline{d}_a^t Q_d^+ \underline{d}_a}{\sigma_{od}^2}$$

è chiamato parametro di non centralità.

La differenza consiste come detto nell'assumere nota la varianza dell'unità di peso, il che può essere utile in sede di progettazione, quando non si hanno ancora le misure e non può essere calcolata alcuna varianza a posteriori. Quindi, fissato  $\alpha$  e  $\beta$  e quindi  $\chi_c$ , ad ogni ipotesi alternativa corrisponde un diverso valore della potenza del test ( $\gamma$ ) ed un diverso parametro di centralità. Diremo nel seguito che uno spostamento è *individuabile* con una certa probabilità quando supera il valore critico ( $\chi_c$ ). (Barbarella M.)

### **2.3 Individuazione del minimo spostamento rilevabile in una direzione prefissata**

Una rete può essere studiata in fase di progetto per determinare la sua capacità di individuare con una certa probabilità degli spostamenti in certe direzioni ipotizzate e quindi indirizzare la progettazione a questo scopo. In certi casi cioè prima di eseguire le

misure possono essere ipotizzati gli andamenti degli spostamenti  $\underline{d}$  che si desidera individuare con alta probabilità.

Nella fase di progettazione occorre fissare il livello del rischio che si vuol correre nell'assumere le decisioni e cioè i valori di  $\alpha$  e  $\beta$ . In particolare si fissa il valore minimo della probabilità di individuare tramite il test uno spostamento in una particolare direzione, che si verifichi realmente. Con questa assunzione si ricava il valore minimo  $\omega_0$  che deve avere il parametro di non centralità della distribuzione corrispondente nell'ipotesi alternativa, perché il test abbia almeno la potenza minima desiderata.

In sede di progettazione si può supporre che lo schema di rilievo non cambi.

$$Q_d = Q_x^1 + Q_x^2 = 2Q_x = (2N^+)$$

$$Q_d^+ = N/2$$

Spesso la natura dell'oggetto rilevato consente di fare delle ipotesi sulla direzione che può avere uno spostamento, per cui, essendo nota l'ipotesi alternativa, è possibile calcolare in sede di progetto della rete il valore del parametro di non centralità corrispondente: solo se risulta  $\omega_a > \omega_0$  l'ipotesi alternativa e quindi lo spostamento che ne è alla base, è individuabile con una probabilità non inferiore alla potenza minima prescelta.

La statistica da sottoporre al test sulla congruenza globale sarà (Pelzer,1971):

$$\omega_d = \frac{d^t N_x d}{2 h \sigma_o^2} \sim F_{h,\infty} (\chi_h)$$

Sotto l'ipotesi nulla:

$$H_o : E(\underline{d}) = 0 \rightarrow \omega_d \sim F_{h,\infty} (\chi_h)$$

$$H_a : E(\underline{d}) = \underline{d}_a \neq 0 \rightarrow \omega_d \sim F_{h,\omega_a,\infty} (\chi_{h,\omega_a}) \quad \text{con} \quad \omega_a = \frac{d_a^t N_x d_a}{2 \sigma_o^2}$$

Dati alpha, beta, h:

$$\omega_0 = f(\alpha, \beta, h, \infty)$$

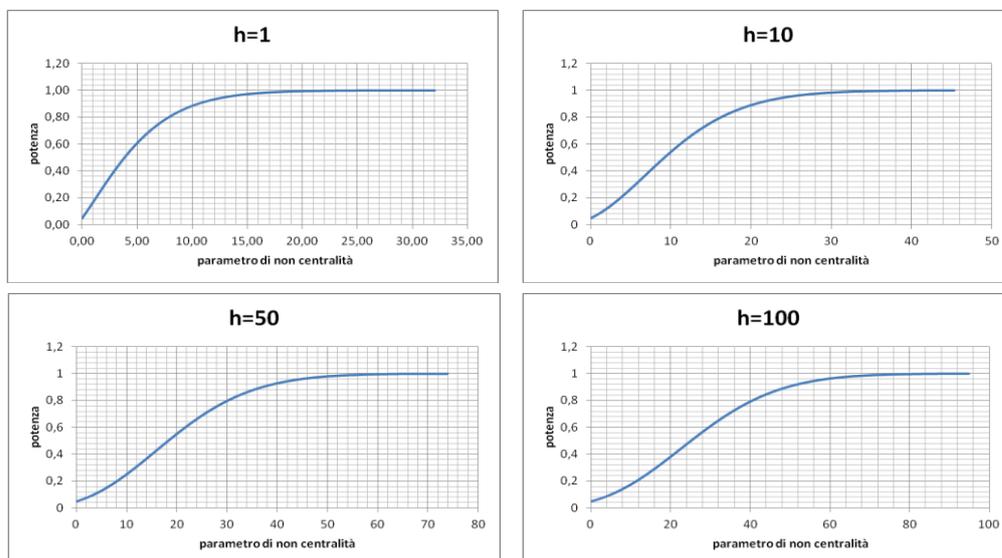
Questo valore può essere ricavato da nomogrammi (Baarda W.), da espressioni analitiche (Pelzer), da tabelle (Tiku). Siccome questi dati sono di difficile recepimento, ho elaborato in ambiente Matlab un'implementazione inversa di una funzione già prestabilita che riportava in output dati già noti. Quindi ho creato delle tabelle (figura 8) che riportano la potenza del test ed il rispettivo parametro di non centralità.

Considerando:

$$\alpha = 0.05$$

$$\beta = 0.2$$

Possiamo costruire in base ai diversi gradi di libertà i seguenti grafici.



**Figura 8**

Il fatto di ipotizzare la direzione che può avere uno spostamento consente di calcolare in sede di progetto della rete il valore del parametro di non centralità corrispondente.

L'ipotesi alternativa, e quindi lo spostamento che ne è alla base, è individuabile con una probabilità non inferiore alla potenza minima prescelta.

Associamo ad ogni punto della nostra rete uno spostamento arbitrario; successivamente calcoliamo la norma degli spostamenti ipotizzati e procediamo alla normalizzazione:

$$\underline{e}_d = \underline{d}_i / \|\underline{d}\| \Rightarrow \underline{d} = D \underline{e}_d$$

dove:

$\underline{e}_d$  = fattore di normalizzazione;

$D$  = intensità spostamento;

$$\omega_a = \frac{\underline{d}^t \underline{Q}_d^+ \underline{d}}{\sigma_0^2} = \frac{(D \underline{e}_d)^t N (D \underline{e}_d)}{2\sigma_0^2} = D^2 \frac{\underline{e}_d^t N \underline{e}_d}{2\sigma_0^2}$$

L'espressione permette di calcolare il valore minimo con cui deve manifestarsi uno spostamento di direzione  $\underline{e}_d$  per poter essere rilevato dal test almeno con la potenza richiesta, in quanto deve risultare  $\omega_a > \omega_0$  (Barbarella M.):

$$D > \sigma_0 \sqrt{\frac{2\omega_0}{\underline{e}_d^t N \underline{e}_d}}$$

Poiché tutte le quantità che servono al calcolo di  $D$  sono note al momento della progettazione risulta evidente che è possibile stabilire prima del rilievo se una rete è idonea ad evidenziare la deformazione che si cerca di individuare.

## 2.4 Direzioni di minima sensibilità

In ogni rete esistono delle direzioni nelle quali uno spostamento è rilevabile dai test meglio che in altre. È necessario evitare che la rete presenti massima indeterminazione, e quindi minima sensibilità proprio per le direzioni lungo le quali si cerca di individuare degli spostamenti. Questo problema comporta l'analisi delle componenti principali della matrice che si basa sullo studio degli autovalori. (Barbarella M.)

L'indeterminazione associata alla soluzione è descritta geometricamente dalla forma quadratica alla quale può essere associata una certa probabilità.

$$(x-x)^t \Sigma_x (x-x) \text{ con } x \sim N(x, \Sigma_x)$$

Questa descrive un iperellissoide nello spazio u-dimensionale con centro in  $x$ .

Consideriamo l'equazione:

$$(\Sigma_x - \lambda_i I) s_i = 0 \quad \text{per } i = 1, \dots, u$$

dove  $\lambda_i$  sono gli autovalori di  $\Sigma_x$  e  $s_i$  sono gli autovettori corrispondenti ad ogni  $\lambda_i$ .

L'equazione precedente ha infinite soluzioni  $s_i$ , se e solo se  $(\Sigma_x - \lambda_i I) s_i$  è singolare (determinante nullo). Se  $(\Sigma_x - \lambda_i I)$  è singolare  $\Rightarrow \det(\Sigma_x - \lambda_i I) = 0$ . Questa è chiamata equazione caratteristica di  $\Sigma_x$ . Lo sviluppo del determinante ci dà un polinomio di ordine u-esimo chiamato polinomio caratteristico. Al giorno d'oggi esistono degli algoritmi ben precisi che risolvono questo tipo di problema, anche per un elevato numero di dati.

Una volta calcolati gli autovalori, l'equazione principale può essere risolta con metodi di eliminazione.

$s_i$  è definita a meno di una costante arbitraria, quindi la normalizziamo. (Caspary W.F.)

Sia  $\Lambda$  una matrice diagonale formata dagli autovalori di  $\Sigma_x$  ed  $S$  la matrice avente come colonne gli autovettori corrispondenti ad ogni valore della diagonale di  $\Lambda$ , possiamo riscrivere l'equazione principale come:

$$\Sigma_x S = S \Lambda$$

Se  $s_i$  sono normalizzati e considerando l'ortogonalità degli autovettori:

$$S^t S = S S^t = I$$

Possiamo scrivere:

$$\Sigma_x = S \Lambda S^t$$

Questo metodo (Singular Value Decomposition) è basato su un teorema dell'algebra lineare che dice: *una matrice A (u x u) simmetrica e definita positiva (come la matrice varianza-covarianza) può essere decomposta nel prodotto di tre matrici: una ortogonale S, una matrice diagonale Λ, e una matrice S<sup>t</sup>.*

Decomponiamo con il suddetto metodo la matrice dei cofattori del vettore spostamento  $\underline{d}$  (matrice quadrata di ordine u) assumendo che in sede di progettazione lo schema di rilievo non cambi:

$$Q_d = S \Lambda S^t$$

Dove:

$$Q_d = Q_x^1 + Q_x^2 = 2Q_x = (2N^+)$$

$$Q_d^+ = N / 2$$

$S = (\underline{s}_1, \dots, \underline{s}_u)$  ha per colonne  $\underline{s}_i$  un set di vettori ortonormali (autovettori di  $Q_d$ );

$\Lambda$  = matrice diagonale che contiene gli autovalori di  $Q_d$  ( $\lambda_i(Q_d)$ ) ordinati per valori decrescenti,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_u$ .

Una volta ricavati i vettori essenziali, possiamo sostituirli come segue (Crosilla, 1983)

$$\underline{d} = D \underline{e}_d \quad \text{con} \quad \underline{d} = D \underline{s}_i$$

$$\omega_a = \frac{\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}}{\sigma_0^2} = \frac{(D \underline{e}_d)^t N (D \underline{e}_d)}{2\sigma_0^2} = \frac{(D \underline{s}_i)^t N (D \underline{s}_i)}{2\sigma_0^2} = D^2 \frac{\underline{s}_i^t N \underline{s}_i}{2\sigma_0^2}$$

L'espressione permette di calcolare il valore minimo con cui deve manifestarsi uno spostamento di direzione  $\underline{s}_i$  per poter essere rilevato dal test almeno con la potenza richiesta, in quanto deve risultare  $\omega_a > \omega_0$  (Barbarella M.):

$$D_j > \sigma_0 \sqrt{2\omega_0 \lambda_i^{-1} (N)}$$

Se ne conclude che la direzione dell'autovettore di  $Q_d$  corrispondente al massimo autovalore è quella in cui più forte deve essere il movimento per poter essere rilevato come significativo dal test.

Può avvenire che alcuni auto valori risultino molto più grandi di altri e che contribuiscano per una larga percentuale (40-60 %) alla somma  $\Sigma \lambda$  (Niemeier, 1982). Si parla di vettori essenziali per gli auto vettori corrispondenti, in corrispondenza dei quali è particolarmente difficile individuare i movimenti.

## 2.5 Spostamenti derivanti da errori non rilevati

Si è visto che c'è la probabilità  $\beta$  che non venga individuato un errore di misura non superiore a  $\nabla l$  (internal reliability), che induce una deformazione  $\nabla x$  (external reliability).

Assumiamo che:

$$H_a : E(\underline{d}) = (\nabla x_{oj})$$

alla quale corrisponde il parametro di non centralità

$$\omega_{aj} = \frac{(\nabla x_{oj})^t N (\nabla x_{oj})}{2 h \sigma_o^2}$$

dove,

$$\underline{\nabla x}_{oj} = (\underline{\nabla l}_{oj} Q_x A^t P) = (\underline{\nabla l}_{oj} Q_x A^t P \underline{e}_j)$$

in quanto,

$$\underline{\nabla l}_{oj} = \nabla l_{oj} \underline{e}_j;$$

quindi:

$$\omega_{oj} = \frac{(\underline{\nabla l}_{oj} Q_x A^t P \underline{e}_j)^t N \underline{\nabla l}_{oj} Q_x A^t P \underline{e}_j}{2 h \sigma_o^2}$$

Al numeratore abbiamo:

$$(\underline{\nabla l}_{oj})^2 \underline{e}_j^t P A N_j^+ A P \underline{e}_j$$

Supponiamo che la matrice dei cofattori sia diagonale e quindi anche la matrice dei pesi:

$$\underline{e}_j^t P = \underline{e}_j^t p_j$$

ricordando che:

$$Q_i = A N_j^+ A$$

si ha:

$$(\underline{\nabla l}_{oj})^2 p_j \underline{e}_j^t Q_l \underline{e}_j p_j = (\underline{\nabla l}_{oj})^2 \frac{1}{q_l^2} [Q_l]_{jj} \frac{1}{q_l^2}$$

riprendendo la relazione tra cofattori dei residui, delle misure e dei loro valori compensati:

$$1 - r_j = q_{i_j}^2 p_j = q_{i_j}^2 / q_{i_j}^2$$

E quella della internal reliability:  $\nabla l_{oj} = -\frac{\delta_o}{\sqrt{r_j}} \sigma_{l_j}$

Arriviamo a:

$$\omega_{aj} = \left( \frac{\nabla l_{oj}}{\sigma_o q_{ij}} \right)^2 \frac{1-r_j}{2h} = \frac{\delta_{oj}^2}{2h} \frac{1-r_j}{r_j}$$

Questo significa che in sede di progetto, il calcolo della ridondanza locale permette di definire anche quale sarà il valore del parametro di non centralità corrispondente ad ogni osservazione; meglio ancora, si può fissare quanto deve valere la ridondanza locale affinché la deformazione indotta dalla presenza di un errore grossolano, non rilevabile nel data snooping, non venga segnalata neppure dal test  $H_0$  e non provochi falsi allarmi.

Se  $\omega_{aj}$  supera il valore critico  $\omega_0$  fissato per il test ( $\omega_{aj} > \omega_0$ ) la distorsione dall'errore grossolano non individuato viene segnalata come spostamento.

Il nostro obiettivo è verificare che:

$$\omega_0 > \omega_{aj}$$

$$r_j > \frac{1}{1 + \frac{2h\omega_0}{\delta_o^2}}$$

## 2.6 Simulazione tramite Metodo Montecarlo

Il metodo montecarlo, è un metodo statistico (non parametrico) per computare stime tramite simulazioni. Esso è utilizzato in ambito scientifico e ingegneristico data la capacità di risolvere problemi che altrimenti avrebbero un costo computazionale elevato. Esso consiste, in linea generale, in un algoritmo che genera tutte le realizzazioni possibili di un fenomeno aleatorio datane la densità di probabilità e di un metodo di misura sul campione casuale generato dei parametri statistici tanto più valido quanto più le medie statistiche si avvicinano ai valori veri (Scarno G.).

Il metodo consiste nell'assegnare a priori delle quote fittizie (cercando di rappresentare il più possibile la situazione reale) e di conseguenza calcolare i rispettivi dislivelli;

successivamente sommiamo un errore random (estratto a caso dalla distribuzione normale) al vettore dei dislivelli (F), processo del tutto logico nel senso che la casualità dell'errore ci permette di effettuare questa operazione; in seguito si esegue la compensazione classica arrivando a calcolare la soluzione (x) che rappresenta il valore vero dei dislivelli; creiamo N errori e di conseguenza otterremo N valori di x. Questi verranno sommati alla media delle quote assegnate in precedenza ottenendo ancora una volta N valori. Facendo la media e la deviazione standard degli N valori riusciamo a simulare con buona approssimazione la matrice di varianza delle quote dei punti prima di effettuare le misure e la rispettiva indeterminazione.

Consideriamo una rete rettangolare formata da 4 punti (figura 9).

$$\begin{aligned} \Delta_{12} &= -0.90m; D_{12} = 30.000m \\ \Delta_{23} &= 0.72m; D_{23} = 20,000m \\ \Delta_{34} &= 0.21m; D_{34} = 30.000m \\ \Delta_{41} &= -0,03m; D_{41} = 20.000m \end{aligned}$$

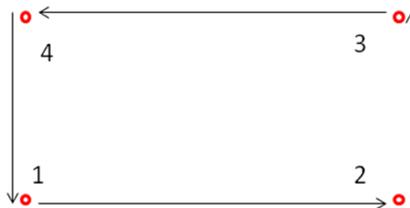


Figura 9

Effettuando la simulazione, otteniamo la matrice di varianza delle quote:

$$\text{var}_x = 10^{-8} \begin{bmatrix} 0.7750 & -0.2750 & -0.4750 & -0.0250 \\ -0.2750 & 0.7750 & -0.0250 & -0.4750 \\ -0.4750 & -0.0250 & 0.7750 & -0.2750 \\ -0.0250 & -0.4750 & -0.2750 & 0.7750 \end{bmatrix} m^2 \Rightarrow sqm_x = 10^{-4} \begin{bmatrix} 0.8803 \\ 0.8803 \\ 0.8803 \\ 0.8803 \end{bmatrix} m$$

Eseguiamo una simulazione montecarlo;

assegniamo le quote fittizie:

$$h_1 = 100,00m$$

$$h_2 = 100,90m$$

$$h_3 = 100.18m$$

$$h_4 = 99.97m$$

calcoliamo i dislivelli corrispondenti:

$$\Delta_{12} = -0.90m; D_{12} = 30.000m$$

$$\Delta_{23} = 0.72m; D_{23} = 20.000m$$

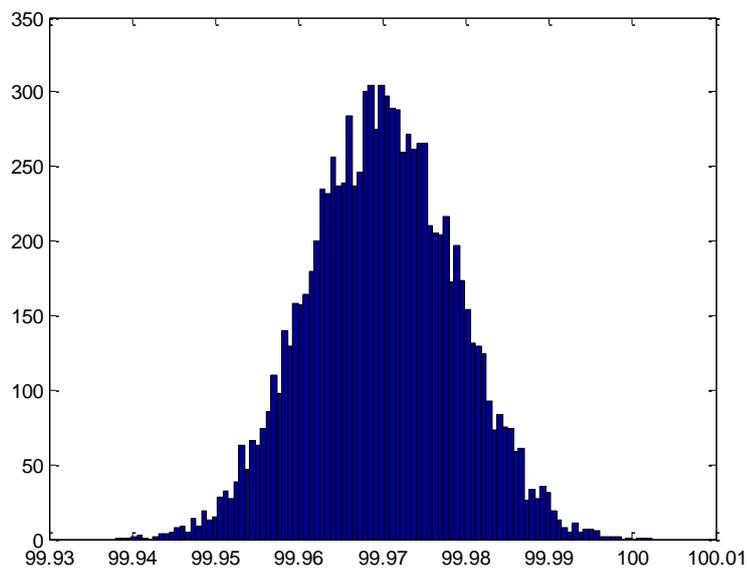
$$\Delta_{34} = 0.21m; D_{34} = 30.000m$$

$$\Delta_{41} = -0,03m; D_{41} = 20.000m$$

Dopo 20.000 simulazioni, si arriva alla seguente soluzione:

$$sqm\_x = \begin{bmatrix} 0.0088 \\ 0.0088 \\ 0.0088 \\ 0.0088 \end{bmatrix} mm$$

Rappresentiamo su un istogramma la variazione della quota del punto 4; notiamo che questa si distribuisce attorno ad un valore centrale che rappresenta il valore vero della quota.

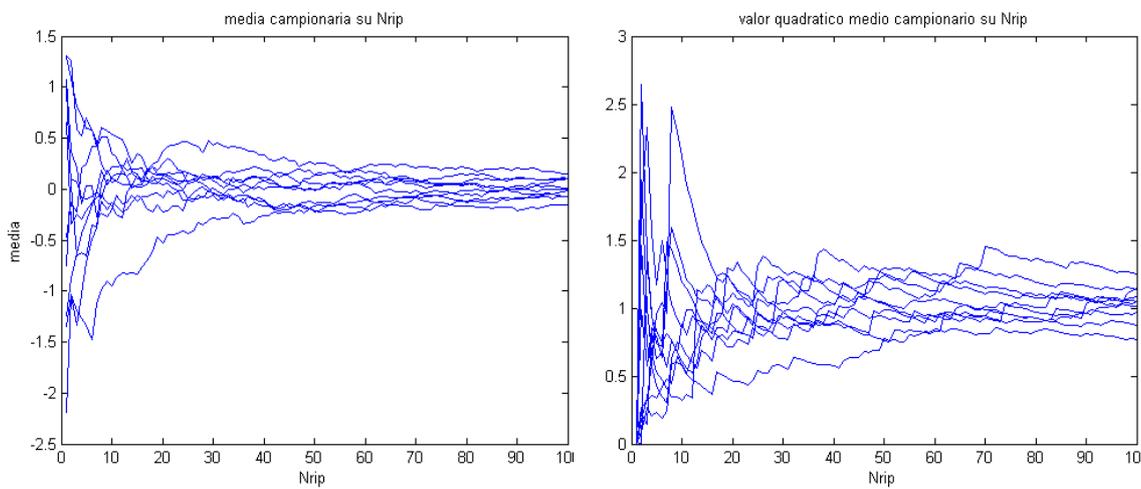


**Figura 10**

Il metodo montecarlo è un metodo poco raffinato per l'esecuzione delle simulazioni in ambito topografico quindi si preferisce utilizzare la simulazione classica.

### 2.6.1 Accuratezza del metodo Montecarlo

Riportiamo in seguito gli andamenti del valor medio campionario e del valor quadratico medio campionario. Si nota che gli andamenti tendono ad uno stesso valore man mano che il numero di simulazioni aumenta, ciò mostra graficamente la regolarità statistica dell'esperimento. Notiamo che la media campionaria tende a zero mentre la deviazione standard tende ad 1 (figura 11).



*Figura 11*

## 2.7 Applicazioni pratiche

### 2.7.1 Rete composta da 4 punti

Possiamo a questo punto effettuare delle simulazioni su vari schemi di rilievo e capire meglio il significato dei concetti esposti precedentemente. Partiamo da una rete semplice formata da 4 punti.



Figura 12

$$\sigma_0 = 1;$$

$$\sigma_l (mm) = k(mm) \sqrt{D(km)} \text{ con } k = 1$$

$$D_{12} = 45,00m$$

$$D_{23} = 15,00m$$

$$D_{34} = 45,00m$$

$$D_{41} = 15,00m$$

$$\Sigma_{xx} = \begin{bmatrix} 0.0089 & -0.0052 & -0.0061 & 0.0023 \\ -0.0052 & 0.0089 & 0.0023 & -0.0061 \\ -0.0061 & 0.0023 & 0.0089 & -0.0052 \\ 0.0023 & -0.0061 & -0.0052 & 0.0089 \end{bmatrix} mm^2$$

$$SQM = \begin{bmatrix} 0.0944 \\ 0.0944 \\ 0.0944 \\ 0.0944 \end{bmatrix} mm$$

$$N = \begin{bmatrix} 88.8889 & -22.2222 & 0 & -66.6667 \\ -22.2222 & 88.8889 & -66.6667 & 0 \\ 0 & -66.6667 & 88.8889 & -22.2222 \\ -66.6667 & 0 & -22.2222 & 88.8889 \end{bmatrix}$$

La conoscenza di N porta alla determinazione della matrice  $Q_d$ ; scomponiamo la matrice  $Q_d$  secondo una singular value decomposition (SVD) ottenendo:

$$U = \begin{bmatrix} -0.5000 & -0.5000 & -0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.5000 & 0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & 0.5000 & -0.5000 & 0.5000 \\ -0.5000 & 0.5000 & 0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

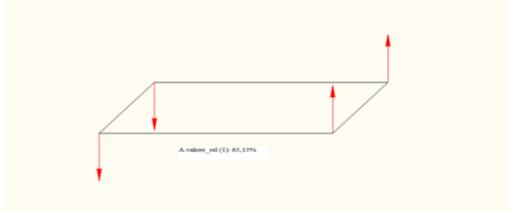
$$S = \begin{bmatrix} 0.0450 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0112 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

La matrice S contiene gli autovalori della matrice  $Q_d$ ; mentre le colonne della matrice U sono gli autovettori corrispondenti ad ogni autovalore di S (tabella 2);  
calcoliamo gli auto valori relativi e prendiamo i primi due con la percentuale più alta:

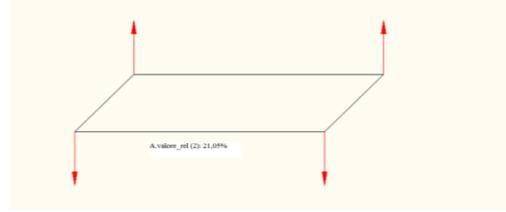
$$\text{autovalori\_relativi} = \begin{bmatrix} 0.6316 \\ 0.2105 \\ 0.1579 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 63.16 \\ 21.05 \end{bmatrix}$$

**Tabella 2**

PUNTI	autovalore	autovettore
1	63,16	-0,5
2		0,5
3		0,5
4		-0,5
1	21,05	-0,5
2		-0,5
3		0,5
4		0,5



**Figura 13:** autovettori corrispondenti al primo autovalore



**Figura 14:** autovettori corrispondenti al secondo autovalore

Per:

$$\alpha = 0.05$$

$$\beta = 0.2$$

$$\Rightarrow \gamma = 0.8; \omega_0 = 10.9020;$$

$$\omega_a = 22.2$$

Il valore minimo con cui deve manifestarsi uno spostamento di direzione  $s_i$  per poter essere rilevato dal test con la potenza richiesta è:

$$\omega_a > \omega_0 \Rightarrow D_{\min} > \sigma_0 \sqrt{2\omega_0 \lambda^{-1}(N)} \Rightarrow D_{\min} > 0,7 \text{ mm}$$

Questo significa che una rotazione intorno all'asse maggiore (figura 13) è individuabile se lo spostamento ipotizzato è maggiore di 0.7 mm.

Si può fissare quanto deve valere la ridondanza locale affinché la deformazione indotta dalla presenza di un errore grossolano, non rilevabile nel data snooping, non venga segnalata neppure dal test  $H_0$  e non provochi falsi allarmi.

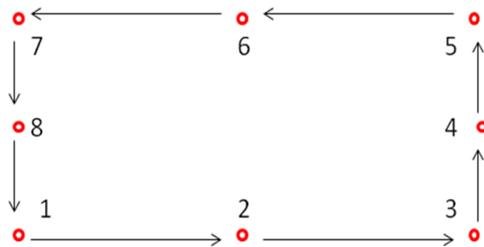
Se  $\omega_{aj}$  supera il valore critico  $\omega_0$  fissato per il test ( $\omega_{aj} > \omega_0$ ) la distorsione dall'errore grossolano non individuato viene segnalata come spostamento. Quindi il nostro obiettivo è verificare che:

$$\omega_0 > \omega_{aj}$$

$$r_j > \frac{1}{1 + \frac{2\omega_0}{\delta_0^2}}$$

$$\omega_{aj} = \begin{bmatrix} 2.1802 \\ 9.1570 \\ 2.1802 \\ 9.1570 \end{bmatrix}; \quad \omega_0 = (10,9020) \Rightarrow r_{\min} > 0.1071$$

### 2.7.2 Rete composta da 8 punti



$$\begin{aligned} D_{12} &= 22,50m & D_{56} &= 22,50m \\ D_{23} &= 22,50m & D_{67} &= 22,50m \\ D_{34} &= 7,50m & D_{78} &= 7,50m \\ D_{45} &= 7,50m & D_{81} &= 7,50m \end{aligned}$$

Figura 15

$$\Sigma_{xx} = \begin{bmatrix} 0.0094 & 0.0009 & -0.0047 & -0.0056 & -0.0056 & -0.0028 & 0.0028 & 0.0056 \\ 0.0009 & 0.0108 & 0.0009 & -0.0014 & -0.0028 & -0.0042 & -0.0028 & -0.0014 \\ -0.0047 & 0.0009 & 0.0094 & 0.0056 & 0.0028 & -0.0028 & -0.0056 & -0.0056 \\ -0.0056 & -0.0014 & 0.0056 & 0.0089 & 0.0056 & -0.0014 & -0.0056 & -0.0061 \\ -0.0056 & -0.0028 & 0.0028 & 0.0056 & 0.0094 & 0.0009 & -0.0047 & -0.0056 \\ -0.0028 & -0.0042 & -0.0028 & -0.0014 & 0.0009 & 0.0108 & 0.0009 & -0.0014 \\ 0.0028 & -0.0028 & -0.0056 & -0.0056 & -0.0047 & 0.0009 & 0.0094 & 0.0056 \\ 0.0056 & -0.0014 & -0.0056 & -0.0061 & -0.0056 & -0.0014 & 0.0056 & 0.0089 \end{bmatrix} mm^2$$

$$SQM = \begin{bmatrix} 0.0968 \\ 0.1038 \\ 0.0968 \\ 0.0944 \\ 0.0968 \\ 0.1038 \\ 0.0968 \\ 0.0944 \end{bmatrix} mm$$

$$N = \begin{bmatrix} 177.7778 & -44.4444 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -133.3333 \\ -44.4444 & 88.8889 & -44.4444 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -44.4444 & 177.7778 & -133.3333 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -133.3333 & 266.6667 & -133.3333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -133.3333 & 177.7778 & -44.4444 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -44.4444 & 88.8889 & -44.4444 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -44.4444 & 177.7778 & -133.3333 \\ -133.3333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -133.3333 & 266.6667 \end{bmatrix}$$

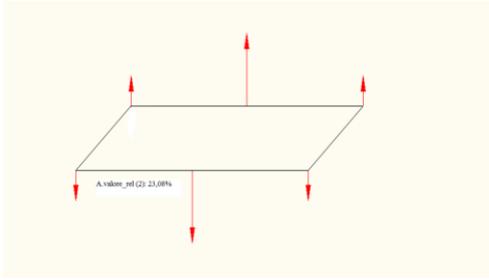
$$U = \begin{bmatrix} -0.3920 & -0.2299 & -0.1625 & 0.5000 & 0.4440 & -0.3104 & -0.3140 & 0.3536 \\ -0.0000 & -0.6280 & 0.6066 & -0.0000 & -0.3251 & -0.0000 & 0.0841 & 0.3536 \\ 0.3920 & -0.2299 & -0.1625 & -0.5000 & 0.4440 & 0.3104 & -0.3140 & 0.3536 \\ 0.4389 & -0.0000 & -0.2815 & 0.0000 & -0.0000 & -0.5544 & 0.5438 & 0.3536 \\ 0.3920 & 0.2299 & -0.1625 & 0.5000 & -0.4440 & 0.3104 & -0.3140 & 0.3536 \\ 0.0000 & 0.6280 & 0.6066 & -0.0000 & 0.3251 & -0.0000 & 0.0841 & 0.3536 \\ -0.3920 & 0.2299 & -0.1625 & -0.5000 & -0.4440 & -0.3104 & -0.3140 & 0.3536 \\ -0.4389 & 0.0000 & -0.2815 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5544 & 0.5438 & 0.3536 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0.0702 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0355 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0177 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0112 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0095 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0048 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0048 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

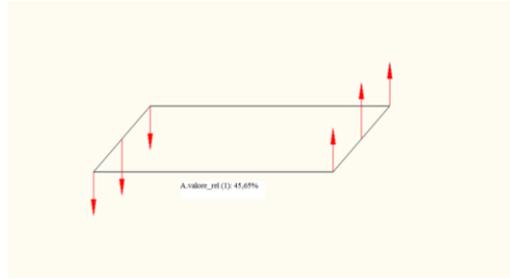
$$\text{autovalori\_relativi} = \begin{bmatrix} 0.4565 \\ 0.2308 \\ 0.1154 \\ 0.0732 \\ 0.0619 \\ 0.0313 \\ 0.0309 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 45.65 \\ 23.08 \end{bmatrix}$$

Tabella 3

PUNTI	autovalore	autovettore
1	45,65	-0.3920
2		-0.0000
3		0.3920
4		0.4389
5		0.3920
6		0.0000
7		-0.3920
8		-0.4389
1	23,08	-0.2299
2		-0.6280
3		-0.2299
4		-0.0000
5		0.2299
6		0.6280
7		0.2299
8		0.0000



**Figura 17:** autovettori corrispondenti al primo autovalore



**Figura 16:** autovettori corrispondenti al secondo autovalore

Per:

$$\alpha = 0.05$$

$$\beta = 0.2$$

$$\Rightarrow \gamma = 0.8; \omega_0 = 14.3500;$$

$$\omega_a = 14.247$$

Il valore minimo con cui deve manifestarsi uno spostamento di direzione  $s_i$  per poter essere rilevato dal test con la potenza richiesta è:

$$\omega_a > \omega_0 \Rightarrow D_{\min} > \sigma_0 \sqrt{2\omega_0 \lambda^{-1}(N)} \Rightarrow D_{\min} > 1.0036 \text{ mm}$$

Si può fissare quanto deve valere la ridondanza locale affinché la deformazione indotta dalla presenza di un errore grossolano, non rilevabile nel data snooping, non venga segnalata neppure dal test  $H_0$  e non provochi falsi allarmi.

Se  $\omega_{a_j}$  supera il valore critico  $\omega_0$  fissato per il test ( $\omega_{a_j} > \omega_0$ ) la distorsione dall'errore grossolano non individuato viene segnalata come spostamento.

$$\omega_{aj} = \begin{bmatrix} 2.4294 \\ 2.4294 \\ 8.4095 \\ 8.4095 \\ 2.4294 \\ 2.4294 \\ 8.4095 \\ 8.4095 \end{bmatrix} ; \omega_0 = (14.3500) \Rightarrow r_{\min} > 0.0376$$

### 2.7.3 Rete composta da 12 punti

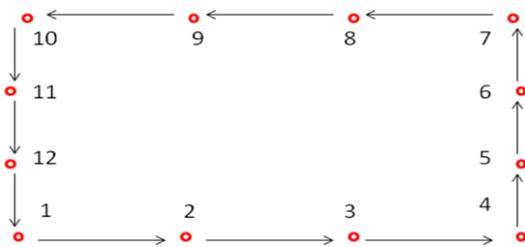


Figura 18

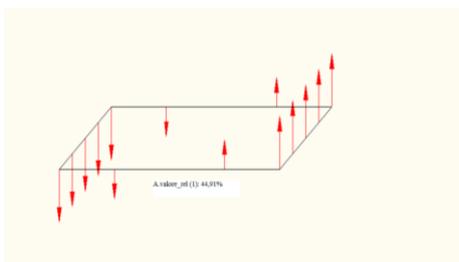
$$\begin{aligned} D_{12} &= 15,00m & D_{78} &= 15,00m \\ D_{23} &= 15,00m & D_{89} &= 15,00m \\ D_{34} &= 15,00m & D_{910} &= 15,00m \\ D_{45} &= 5,00m & D_{1011} &= 5,00m \\ D_{56} &= 5,00m & D_{1112} &= 5,00m \\ D_{67} &= 5,00m & D_{121} &= 5,00m \end{aligned}$$

Per questo caso riportiamo soltanto i valori degli autovalori e auto vettori:

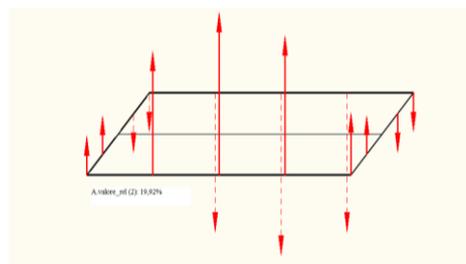
$$\text{autovalori\_relativi} = \begin{bmatrix} 0.4300 \\ 0.2230 \\ 0.0948 \\ 0.0690 \\ 0.0428 \\ 0.0428 \\ 0.0346 \\ 0.0193 \\ 0.0192 \\ 0.0123 \\ 0.0123 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 43.00 \\ 22.30 \end{bmatrix}$$

**Tabella 4**

PUNTI	autovalore	autovettore
1	43	-0.3248
2		-0.1202
3		0.1202
4		0.3248
5		0.3607
6		0.3607
7		0.3248
8		0.1202
9		-0.1202
10		-0.3248
11		-0.3607
12		-0.3607
1	22,23	-0.3248
2		-0.1202
3		0.1202
4		0.3248
5		0.3607
6		0.3607
7		0.3248
8		0.1202
9		-0.1202
10		-0.3248
11		-0.3607
12		-0.3607



**Figura 20:** autovettori corrispondenti al primo autovalore



**Figura 19:** autovettori corrispondenti al secondo autovalore

Per:

$$\alpha = 0.05$$

$$\beta = 0.2$$

$$\Rightarrow \gamma = 0.8; \omega_0 = 16.8010;$$

$$\omega_a = 9.94$$

Il valore minimo con cui deve manifestarsi uno spostamento di direzione  $s_i$  per poter essere rilevato dal test con la potenza richiesta è:

$$\omega_a > \omega_0 \Rightarrow D_{\min} > \sigma_0 \sqrt{2\omega_0 \lambda^{-1}(N)} \Rightarrow D_{\min} > 1.2996 \text{ mm}$$

$$\omega_{a_j} = \begin{bmatrix} 2.4974 \\ 2.4974 \\ 2.4974 \\ 8.2056 \\ 8.2056 \\ 8.2056 \\ 2.4974 \\ 2.4974 \\ 2.4974 \\ 8.2056 \\ 8.2056 \\ 8.2056 \end{bmatrix}; \omega_0 = (16.8010) \Rightarrow r_{\min} > 1.2996$$



## Capitolo III

### 3.1 Strumenti

Nell' esempio riportato in fig.4, si è fatto riferimento allo schema del rilievo che si basa esclusivamente sulla livellazione geometrica, preferibilmente dal mezzo, in quanto si ha l'obiettivo di monitorare degli spostamenti verticali. Nel caso in cui gli spostamenti siano di natura tridimensionale o planimetrica si utilizzano i classici schemi di intersezione inversa, intersezione laterale, trilaterazione o rilievo per polari.

La scelta della strumentazione topografica si basa sulla natura dello spostamento da monitorare: tridimensionale, planimetrico o altimetrico nonché dalla precisione che si vuole ottenere che a sua volta dipende dall'entità degli spostamenti attesi. Questo perché la strumentazione deve essere sufficientemente precisa da evidenziare il movimento, quindi l'errore di misura, inteso come somma dell'errore intrinseco dello strumento e l'errore dovuto alle operazioni di rilievo, deve essere inferiore all'entità dello spostamento. Vediamo ora di elencare gli strumenti classici utilizzati durante un collaudo di una struttura con le relative precisioni intrinseche.

#### 3.1.1 Livello

Il livello è uno strumento topografico (figura 23) che individua una direzione orizzontale (normale alla linea di forza del campo gravitazionale passante per il centro ottico strumentale) mediante un'asse visuale chiamato linea di mira o asse di collimazione. Questo strumento permette di misurare dislivelli attraverso lettura alla stadia (figura 22).



*Figura 22: stadia*



*Figura 21: livello trimble DiNi 12*

Questo strumento è utilizzato per la misura di dislivelli, permettendo di raggiungere una precisione teorica di lettura alla stadia pari a  $\pm 0,005\text{cm}$ .

### 3.1.2 Total station

La total station (figura 25) con prisma retroriflettente (figura 24) permette la misura di distanze inclinate, angoli zenitali e angoli azimutali; la precisione ottenuta nelle tre misure varia a seconda dei modelli in commercio.



*Figura 24: prisma retroriflettente*



*Figura 23: total station leica TPS1200+*

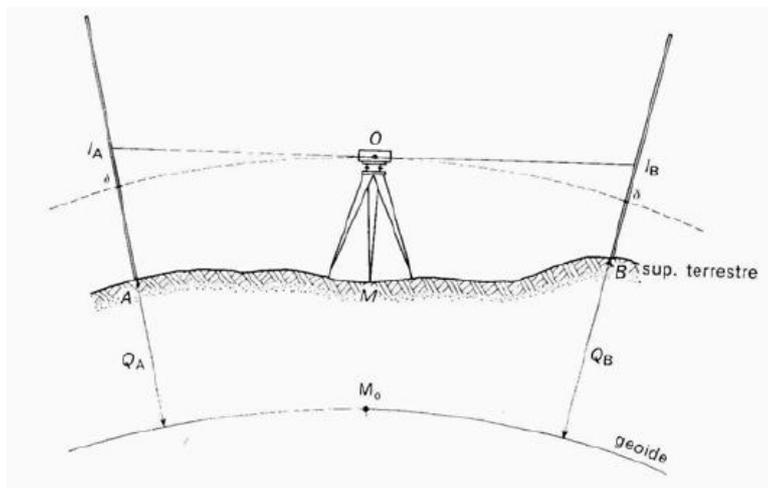
Il sistema di misura angolare, continuo ad alta precisione del TPS1200+ fornisce letture istantanee dei cerchi orizzontale e verticale, con correzione automatica di errori di «fuori livellamento» mediante il compensatore biassiale centrale. Il distanziometro coassiale utilizza un laser rosso visibile con diverse modalità di misura con prisma, nastro riflettente o senza prisma. La portata è ottima (3 km con 1 prisma) e la precisione eccezionale ( $1\text{ mm} + 1.5\text{ ppm}$ ) per tutti i modelli TPS1200+. La risoluzione è di 0.1 mm.

PowerSearch è una funzione in grado di trovare i riflettori in pochi secondi indipendentemente da dove sono. Quando PowerSearch è attivo, il TPS1200+ ruota ed emette un ventaglio laser verticale. Non appena il fascio colpisce un prisma il TPS1200+ interrompe la rotazione, entra in azione l'ATR che raffina il puntamento del bersaglio – il tutto avviene automaticamente. Power Search è utile per il primo aggancio

o per ritrovare il prisma se l'ATR lo perde. Power Search è ancora più utile se si opera con il controllo remoto. (<http://www.ingeosystems.it>)

### 3.2 Livellazione geometrica dal mezzo

Rappresenta la tecnica di rilievo che consente di determinare i dislivelli con la massima precisione raggiungibile in topografia. Lo strumento che consente questo tipo di operazione è il *livello* utilizzato unitamente alle stadia graduate. Il livello, sia nella versione ottico meccanica (autolivello) sia in quella digitale (livello digitale), consente di collimare la stadia lungo una direzione orizzontale contenuta nel piano orizzontale passante per il centro dello strumento. La figura rappresenta lo schema di una battuta di livellazione che consente, attraverso le letture alle stadia nelle posizioni avanti e indietro, la misura del dislivello fra i punti A e B di stazionamento delle stesse.



**Figura 25**

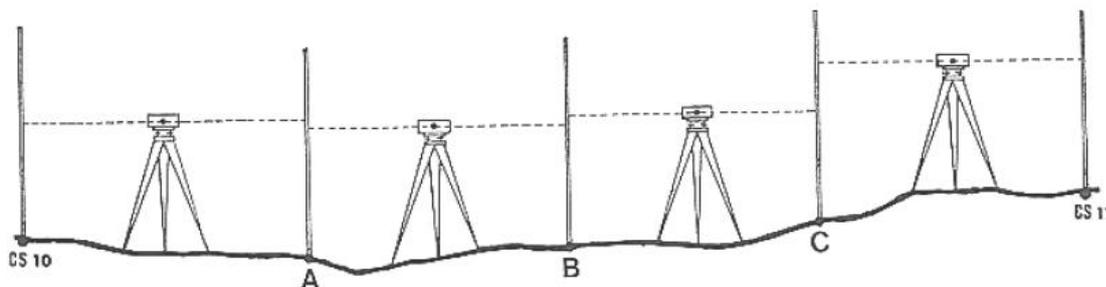
Il dislivello relativo ad una singola battuta di livellazione sarà dato dalla differenza fra le letture nelle posizione avanti  $l_A$  ed indietro  $l_B$  della stadia rispetto alla posizione del livello.

$$\Delta_{AB} = l_A - l_B$$

La procedura dal mezzo presenta notevoli vantaggi in quanto tutti gli errori di lettura che si presentano secondo uno schema di simmetria vengono eliminati per differenza. Nella condizione in cui le due battute avvengano su distanze simili, la condizione di simmetria consente di limitare al massimo l'influenza dei seguenti fattori:

- a) presenza di eventuali errori residui di orizzontalità della linea di mira;
- b) presenza di eventuali errori dovuti a spostamenti dell'asse di collimazione in seguito all'adattamento del sistema di focamento (che sono minimi quando la collimazione avviene su distanze simili);
- c) errori dovuti alla rifrazione atmosferica (che si dovrebbe presentare con effetti simmetrici nelle due letture).

Inoltre, nell'esecuzione di una battuta di livellazione non è necessario prendere alcuna superficie di riferimento tra quelle viste nel corso. Infatti, proprio per lo schema di rilievo adottato, la superficie di riferimento sarà quella equipotenziale passante per il punto immaginario in cui vengono eseguite le letture alle stadie. Le considerazioni fatte sopra sono considerate valide per battute di livellazione della lunghezza di un centinaio di metri al massimo. Se invece la misura del dislivello coinvolge punti molto distanti fra loro il rilievo deve essere spezzato in un certo numero di singole battute che si sviluppano lungo un percorso che congiunge i due punti. Questo tratto da percorrere viene definito *linea di livellazione* e può svilupparsi lungo la rete stradale o comunque su tratti percorribili dagli operatori e lungo i quali è possibile fare stazione con la strumentazione.



**Figura 26**

Nel caso riportato in figura il dislivello CS10-CS11 sarà dato dalla differenza fra la sommatoria delle letture indietro e quella delle letture avanti.

$$\Delta_{CS10-CS11} = \sum l_i - \sum l_a$$

Da un punto di vista operativo il tratto complessivo lungo il quale determinare il dislivello viene suddiviso in segmenti (tronchi) successivi della lunghezza di 1 km circa. La tecnica consente una precisione massima nella determinazione dei dislivelli anche inferiore ad 1mm/km da verificare attraverso i percorsi di andata e ritorno. Nei punti intermedi la stadia viene appoggiata su una apposita piastra battuta sul terreno. Nel passaggio da una stazione alla successiva la stadia viene fatta ruotare delicatamente su se stessa in modo da evitare pressioni che ne provocherebbe l'affondamento provocando un errore nella lettura della battuta successiva. (Mancini F.)

### 3.2.2 Accuratezza livellazione geometrica

Applicando la legge di propagazione determiniamo l'accuratezza di una linea di livellazione geometrica in funzione della distanza.

$$\sigma = k\sqrt{D}$$

Si ottiene che la deviazione standard del dislivello valutato con una linea di livellazione geometrica è proporzionale alla radice quadrata della distanza. La varianza invece, essendo il quadrato della deviazione standard risulta proporzionale alla distanza: allora i pesi da attribuire in una rete altimetrica ai dislivelli determinati per livellazione geometrica devono essere inversamente proporzionali alle distanze:

$$p_i = \frac{1}{\sigma_i^2} = \frac{1}{D_i}$$

La deviazione standard valutata per la distanza di 1km è detta errore chilometrico della livellazione.

Nella livellazione geometrica di precisione l'errore medio chilometrico risulta dell'ordine di grandezza di 1 mm/km. Nessuna altra tecnica di livellazione raggiunge una tale accuratezza.

Per linee di livellazione di maggiore lunghezza una stima dell'accuratezza si può ottenere moltiplicando l'errore medio chilometrico per la radice quadrata della lunghezza espressa in km.

La propagazione, poiché avviene con la radice della distanza, è molto più lenta che nella livellazione trigonometrica: altro fatto vantaggioso che rende la livellazione geometrica più accurata. (<http://labtopo.ing.unipg.it>)

### **3.2.3 Applicazioni della livellazione geometrica di precisione**

La livellazione geometrica di precisione viene impiegata per determinare le quote di punti fondamentali distribuiti su aree vaste a cui si possono collegare altre operazioni di rilievo altimetrico, per esempio per inserire un rilievo locale in un sistema di riferimento altimetrico attraverso la connessione con il punto di derivazione delle quote (mareografo fondamentale).

La livellazione geometrica è anche impiegata per scopi tecnici, quali la progettazione e costruzione di strade, ferrovie, acquedotti, fognature, ecc.; in questi casi le quote di riferimento per la costruzione dei manufatti vanno determinate con elevata precisione per prevedere, ad esempio, il deflusso delle acque o progettare linee di drenaggio. Altro campo d'applicazione della livellazione geometrica è quello del collaudo e/o controllo di grossi manufatti, di edifici pregevoli o nel monitoraggio di monumenti (torri, ponti, edifici storici ..) e dei versanti in frana con gli elementi antropici interessati, della subsidenza ecc. Le livellazioni di precisione hanno anche grande importanza nelle applicazioni scientifiche della geodesia-geofisica, potendo essere utilizzate per lo studio del geoide (per la possibilità di paragonare il livello medio di mari) e della sua ondulazione, nello studio delle deformazioni del suolo (subsidenza per cause naturali e antropiche). (Mancini F., 2010).

### 3.3 Livellazione trigonometrica

La livellazione trigonometrica è un'operazione topografica che permette di determinare la differenza di quota fra due punti A e B mediante misure angolari nel piano verticale (distanze zenitali) eseguite con il teodolite; l'operazione richiede che sia nota la distanza topografica tra i punti. Purché la visuale tra i due punti sia libera, essi possono essere anche molto distanti fra loro (qualche chilometro) e tra di essi può esservi anche un forte dislivello (centinaia o anche migliaia di metri). La livellazione si chiama trigonometrica perché viene principalmente impiegata per determinare i dislivelli fra punti delle reti di inquadramento (reti trigonometriche) fra i quali sono appunto note le distanze; naturalmente si può eseguire una livellazione trigonometrica anche quando la distanza è nota per altra via, per esempio misurata con un distanziometro, a onde. Poiché la distanza fra A e B non supera in genere una decina di chilometri, le formule che permettono di dedurre il dislivello, note le distanze zenitali e la distanza S, possono essere ricavate assumendo come superficie di riferimento la sfera locale dove il raggio del meridiano e la gran normale vanno calcolati per una latitudine intermedia fra quelle di A e B. Si fa inoltre l'ipotesi che le verticali per i due punti coincidano con le normali alla sfera locale. La livellazione nella sua trattazione rigorosa deve essere impostata tenendo conto della curvatura terrestre e quindi del fatto che le verticali in due differenti punti (estremi della livellazione trigonometrica) non sono parallele. E' inoltre da considerare il forte influsso della rifrazione atmosferica che tende a curvare verso il basso i raggi ottici di collimazione per effetto delle differenze densità dell'aria (fenomeno visibile anche a poche decine di metri, anche a occhio nudo, quando ad esempio si osservano visuali radenti su superfici molto riscaldate come la sede stradale assoluta nei periodi estivi). (<http://circe.iuav.it>)

La formula per il calcolo del dislivello tramite livellazione trigonometrica reciproca è:

$$\Delta_{AB} = Q_A - Q_B = d \left( 1 + \frac{Q_m}{R} \right) \operatorname{tg} \frac{\varphi_B - \varphi_A}{2} + h_A - h_B$$

### 3.3.1 Effetto rifrazione atmosferica

Se la misura  $\varphi_A$  di e  $\varphi_B$  è simultanea (cioè eseguita contemporaneamente con i 2 teodoliti entrambi in stazione) la traiettoria luminosa da A a B è la stessa che da B ad A (per una legge ottica nota come principio di invertibilità del cammino luminoso). E' ragionevole ipotizzare che tale traiettoria sia simmetrica: le correzioni per rifrazione atmosferica nei 2 estremi si possono considerare uguali ( $\varepsilon_A = \varepsilon_B$ ) e si elidono nella differenza  $\varphi_A - \varphi_B$ .

La rifrazione, è la maggior causa di errore nella livellazione trigonometrica, la tecnica simultanea e reciproca è la più accurata tra quelle di livellazione trigonometrica. E' però molto oneroso eseguire le osservazioni simultaneamente: occorrono due squadre di operatori, e compiuta una misura si deve attendere che una delle due squadre si sposti sul punto successivo. Nella pratica si utilizza quasi sempre la tecnica seguente (da un estremo) che è meno accurata ma molto meno costosa. (<http://labtopo.ing.unipg.it>)

La formula per il calcolo del dislivello tramite livellazione trigonometrica da un estremo è:

$$\Delta_{AB} = d \left( 1 + \frac{Q_m}{R} \right) \cot \varphi'_A + \frac{(1-k)d^2}{2R} + h_A - h_B$$

Il termine  $\frac{(1-k)d^2}{2R}$  può essere interpretato in questo modo:

- ✓  $\frac{d^2}{2R}$  correzione per sfericità; tiene conto della curvatura terrestre;
- ✓  $-\frac{kd^2}{2R}$  correzione per rifrazione atmosferica;

### 3.3.2 Accuratezza livellazione trigonometrica

Applichiamo la legge di propagazione della varianza-covarianza alla formula precedente semplificandola leggermente.

$$\Delta_{AB} = d \cot \varphi + \frac{(1-k)d^2}{2R} d^2$$

si arriva alla seguente formula:

$$\sigma_{\Delta} = Cd$$

Dove:

$C=1 \div 2 \text{ cm/km}$  per la livellazione simultanea e reciproca;

$C=2 \div 5 \text{ cm/km}$  per la livellazione da un estremo;

essendo la varianza proporzionale al quadrato della distanza, i pesi da attribuire in una rete altimetrica ai dislivelli determinati per livellazione trigonometrica risultano inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze (<http://labtopo.ing.unipg.it>):

$$p_i = \frac{1}{\sigma_i^2} = \frac{1}{D_i^2}$$



## Capitolo IV

### 4.1 L'ambiente Matlab

Per comprendere l'utilità ed il funzionamento di MatLab bisogna innanzitutto spiegare l'origine del termine MatLab, che deriva da Matrix Laboratory. MatLab, infatti, fu inizialmente scritto per fornire un accesso più immediato ed intuitivo ai software sviluppati nell'ambito dei progetti LINPACK e ESIPAC, che si rivolgevano all'utilizzo ed alla programmazione di matrici. Ancora oggi, uno degli aspetti più importanti di MatLab è quello di presentare una serie di strumenti per lo studio e la risoluzione di problemi che coinvolgono matrici e vettori, permettendo di scrivere programmi più facilmente e più velocemente rispetto ai comuni linguaggi di programmazione, come ad esempio il C o il Fortran. Nel corso degli anni, tuttavia, MatLab ha ricevuto un notevole sviluppo. Le routine numeriche sono state perfezionate e la loro capacità è stata notevolmente ampliata; sono state aggiunte numerose funzioni al programma, e le capacità grafiche sono aumentate per rendere l'interfaccia sempre più facile da usare. Oggi MatLab è un ambiente di sviluppo che integra calcolo matematico, grafica e programmazione scientifica, il tutto in un'interfaccia familiare e facile da usare, che permette di risolvere varie classi di problemi. La versione attuale di Matlab non si limita più al solo calcolo matriciale e numerico, ma presenta tutta una serie di funzioni per le applicazioni più diverse nel campo scientifico, rendendolo uno dei programmi più diffusi in campi quali l'elettronica, la progettazione di sistemi di controllo, l'analisi dei segnali, l'elaborazione di immagini, la chimica, la statistica e numerosi altri. Inoltre, la sua estrema facilità di utilizzo lo rende uno dei software più utilizzati nei corsi universitari e nel mondo scientifico in generale. (Di Ferdinando A.)

La caratteristica principale di MatLab è quella di operare in maniera interattiva: si digita un comando, si preme invio e si ottiene immediatamente il risultato. Le sue potenzialità vengono incrementate da pacchetti specifici (*toolbox*) di M-files. Un M-files è un qualunque file testo che rispetta la sintassi MatLab. Un *M-file* è definito dal nome che

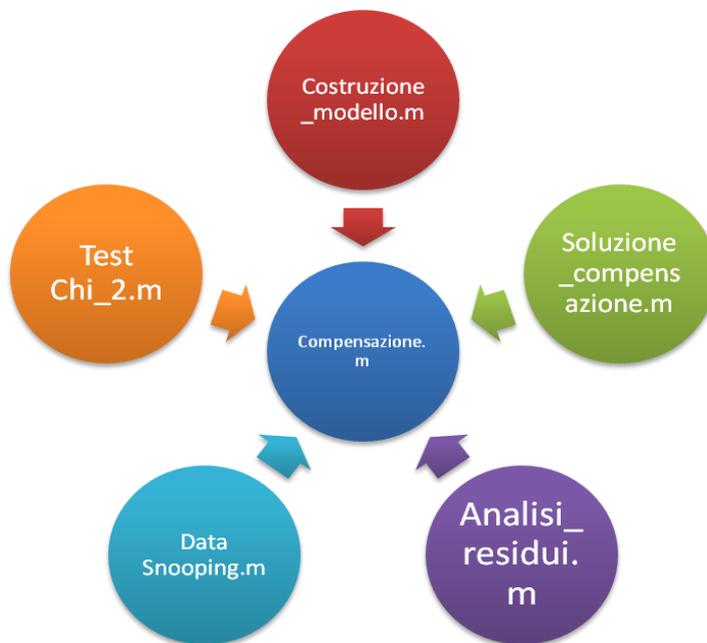
termina con il suffisso “.m”. L’utente può ampliare a piacimento l’insieme di istruzioni riconosciute da MatLab aggiungendo i propri *M-files*.

## 4.2 Compensazione delle misure

Nel capitolo 1 è stata illustrata la teoria relativa alla compensazione delle misure ed i metodi utilizzati per effettuarla. Per una rete formata da pochi punti (3 o 4), la compensazione può essere effettuata anche manualmente; tuttavia, poiché una rete contiene un numero elevato di punti, la soluzione manuale diventa molto complessa. Utilizzando come supporto un esempio di compensazione di una rete formata da tre punti, risolta manualmente, sono state implementate le formule attraverso la scrittura di codici appositi per il problema in esame.

Per passare dalla teoria alla pratica, si riporta di seguito l’implementazione delle formule utilizzate nella compensazione attraverso la realizzazione di un software in grado di risolvere reti di livellazione con migliaia di punti.

Lo schema generale del software è il seguente:



*Figura 27: function richiamate all’interno del programma principale*

Il programma principale *compensazione.m* richiama al suo interno una serie di *function.m* create precedentemente senza le quali il programma non potrebbe funzionare. Ognuna di queste *function* produce elementi utili per la soluzione del problema.

#### 4.2.1 Descrizione function “compensazione.m”

In generale, il programma *compensazione.m* legge un file da *input*, compilato dall'utente, che può essere di vario tipo (*txt*, *xls* ...). Questo file deve avere una sintassi tale da essere compatibile con la scrittura del codice, nel senso che deve essere completato secondo una certa sequenza standard.



Figura 28

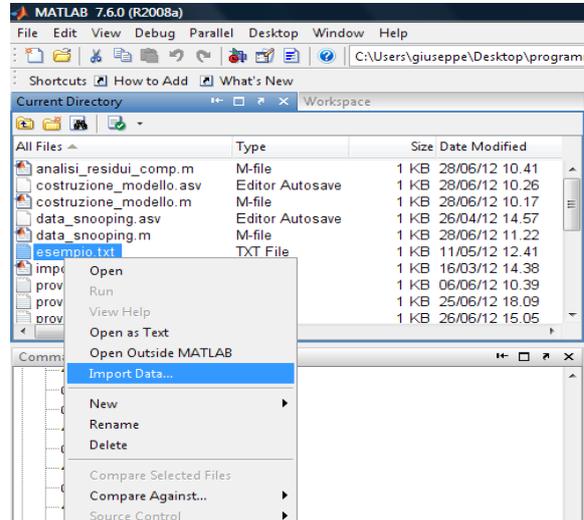
Ogni voce del *file.txt* viene letta in MatLab come un vettore colonna. Quindi si avranno 8 vettori colonna (*P\_IND*, *P\_AVA*, *DISL* ...).

	File	Modifica	Formato	Visualizza	?			
	P_IND	P_AVA	DISL	DIST	N_INC	P_FIX	QUOTA	PUNTI
1	2	-0.030	31.932	1	9	100	1	
2	3	-0.104	29.023	2	0	0	2	
3	4	0.206	14.561	3	0	0	3	
4	5	-4.957	79.649	4	0	0	4	
5	6	-0.147	52.887	5	0	0	5	

Figura 29

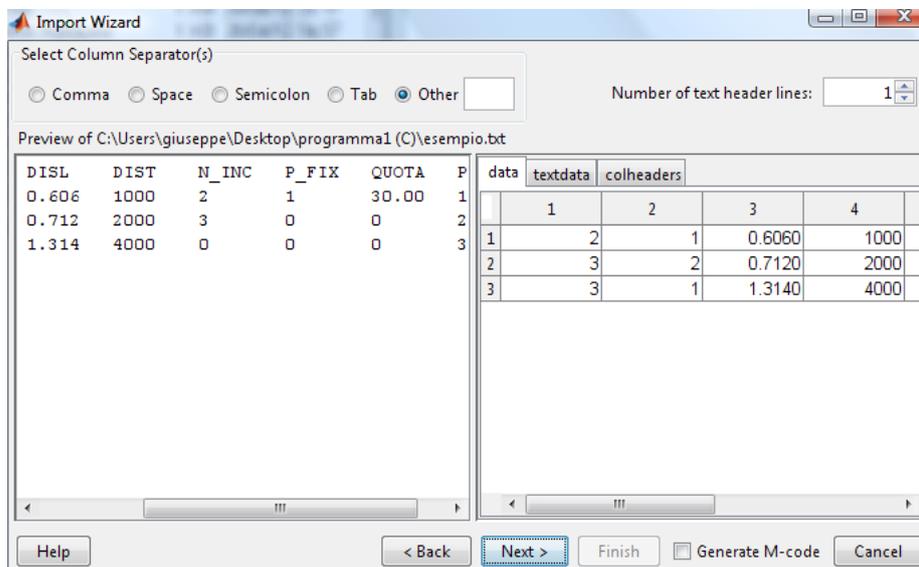
Il primo passo è quello della lettura del file.

Si avvia MatLab, dopo di che si cerca nella *Current Directory* il file da cui si vogliono estrarre i dati (*esempio.txt*), quindi, con il tasto destro del mouse, si clicca sul file e si cerca la voce *Import Data*.



**Figura 30**

Cliccando su *Import Data*, si aprirà una finestra in cui compaiono i dati ricercati:



**Figura 31**

Successivamente bisogna attivare la casella in basso a destra *Generate M-code*. Attivando questa casella, il programma genererà automaticamente il codice relativo alla lettura delle variabili. Proseguendo, si aprirà un'altra finestra che chiederà quali variabili si vogliono importare.

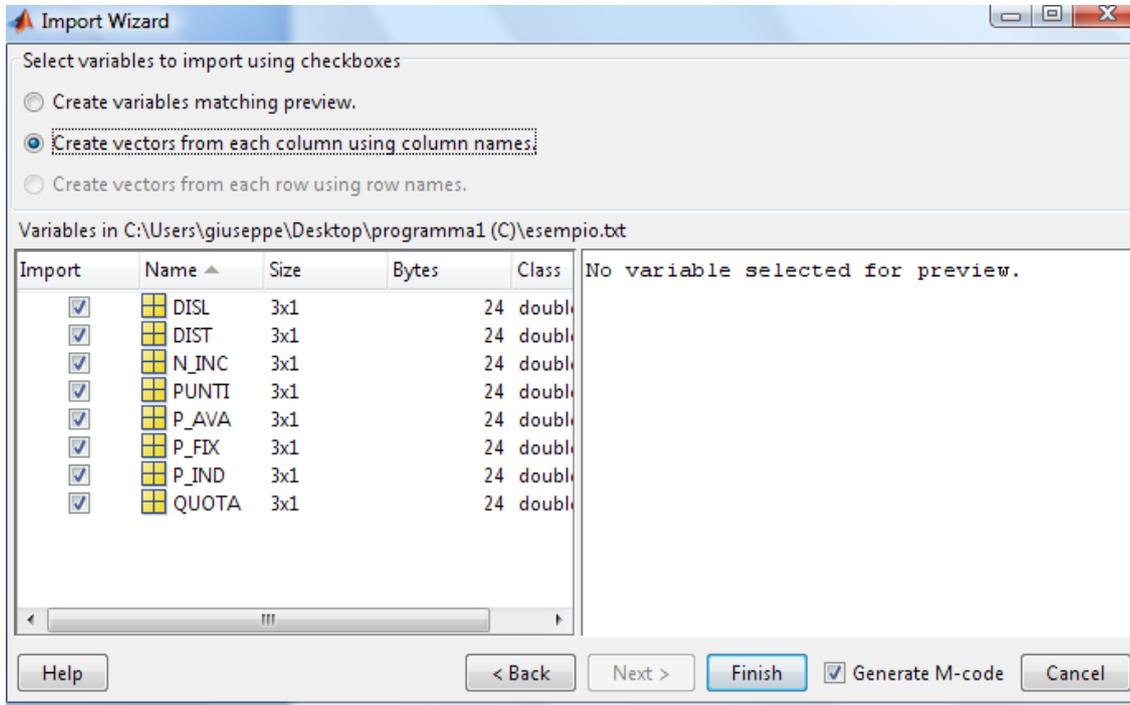


Figura 32

Alla fine della procedura verrà creato automaticamente lo script *importfile.m* che servirà ad inizializzare le variabili nel programma. Questa *function* dovrà essere salvata nella stessa cartella in cui verranno salvate tutte le *function* che permetteranno il funzionamento del programma principale. Questa verrà richiamata all'interno del programma *compensazione.m* attraverso il comando *import file (nome.txt)*.

```
function importfile(fileToRead1)
%IMPORTFILE1(FILETOREAD1)
% Imports data from the specified file
% FILETOREAD1: file to read

% Import the file
newData1 = importdata(fileToRead1);

% Break the data up into a new structure with one field per column.
colheaders = genvarname(newData1.colheaders);
```

```

for i = 1:length(colheaders)
    dataByColumn1.(colheaders{i}) = newData1.data(:, i);
end

% Create new variables in the base workspace from those fields.
vars = fieldnames(dataByColumn1);
for i = 1:length(vars)
    assignin('base', vars{i}, dataByColumn1.(vars{i}));
end

```

È buona pratica iniziare la scrittura del codice con i comandi *clear all* e *clc*. Il primo serve per cancellare tutte le operazioni precedenti, mentre il secondo per pulire la schermata principale.

Se il codice che si sta scrivendo richiede la memorizzazione dei dati, il comando *clear all* non deve essere assolutamente utilizzato in quanto cancellerebbe dati dichiarati precedentemente. Prima di proseguire alla scrittura del codice, conviene anche specificare il formato che dovranno assumere le variabili: *long*, *short*, etc.

Il passo seguente è la scelta del tipo di livellazione che si intende eseguire e la varianza dell'unità di peso a priori, quindi, definire le dimensioni delle matrici.

Per rendere più agevole il lavoro, si è preferito assegnare questi valori nella *function* principale (*compensazione.m*) in modo tale da non dover digitare gli stessi valori ad ogni lancio del programma. Dopo di ciò, sono state richiamato all'interno del programma tutte le *function* esterne (*costruzione\_modello.m*, *soluzione\_compensazione.m*, *analisi\_residui.m*, *data\_snooping.m*, *test\_chi2.m*).

### Compensazione.m

```

clear all
clc
format short

%% inizializzazione delle variabili
nomefile=input('inserire il nome del file dei dati \n','s');
importfile1(nomefile)

%% Scelta del tipo di livellazione e della costante arbitraria sigma0

```

```

%Liv=input('scegliere il tipo di livellazione \n (0) Livellazione
Trigonometrica \n (1) Livellazione Geometrica \n premere invio \n');
Liv=1;
sigzer=1;
m=length(DISL);

%% costruzione modello
[A,P,N,F]=
costruzione_modello(Liv,sigzer,DIST,DISL,N_INC,P_IND,P_AVA,QUOTA,P_FIX
,m,n);

%% soluzione modello
[x,Qx,s0_quadro,v,Qv,r,R,Qf,var_x,sqm_v,sqm_x]=soluzione_modello_comp(
A,P,F,N,sigzer,m,n);
h=rank(Qx);

%% scrittura su file
fid=fopen('Risultati_rilievo.d','w');
fid=fopen('Risultati_rilievo.d','w');
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'precisione strumento m/km =');
fprintf(fid,'%g\n',cost_geom);
fprintf(fid,'numero punti =');
fprintf(fid,'%g\n',max(PUNTI));
fprintf(fid,'numero misure =');
fprintf(fid,'%g\n',m);
fprintf(fid,'numero incognite =');
fprintf(fid,'%g\n',n);
fprintf(fid,'ridondanza =');
fprintf(fid,'%g\n',trace(R));
fprintf(fid,'numero punti fissi =');
fprintf(fid,'%g\n',length(nonzeros(P_FIX)));
fprintf(fid,'nome punti fissi =');
fprintf(fid,'%g\n',nonzeros(P_FIX));
fprintf(fid,'elevazione punti fissi =');
fprintf(fid,'%g\n',nonzeros(QUOTA));
fprintf(fid,'valore a priori =');
fprintf(fid,'%f\n',sigzer);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'x(m)\n');
fprintf(fid,'%8.4f\n',x);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'sqm_x(mm)\n');
fprintf(fid,'%8.4e\n',sqm_x);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'v(m)\n');
fprintf(fid,'%8.4e\n',v);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'sqm_v\n');
fprintf(fid,'%8.4e\n',sqm_v);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'s0_quadro(m^2)\n');
fprintf(fid,'%8.4e\n',s0_quadro);
fprintf(fid,'-----\n');

```

```

fprintf(fid, 'ridondanza\n');
fprintf(fid, '%f\n', trace(R));
fprintf(fid, '-----\n');

%% analisi dei residui
[w, sqm_f, sqm_R]=analisi_residui_comp(v, Qv, s0_quadro, r, R, Qx, Qf, sigzer, s
sqm_v, sqm_x, m);

%% data snooping
alpha=0.05; beta=0.2;
[res_out, delta_l, delta]=data_snooping(alpha, beta, sqm_f, R, w, m, v, sqm_v);

%% test chi2
[B, X]=test_chi2(sigzer, s0_quadro, m, n);

if B>X;
    fprintf(fid, 'test chi_2 non superato\n');
else
    fprintf(fid, 'test chi_2 superato\n');
end

fprintf(fid, 'w\n');
fprintf(fid, '%8.4e\n', w);
fprintf(fid, '-----\n');
fclose(fid);

```

Il programma si conclude con la scrittura su *file.d* (Appendice III, IV).

#### 4.2.2 Descrizione function: “costruzione\_modello.m”

Questa *function* serve a generare tutti gli elementi (A, P, F, N) che serviranno successivamente per la soluzione del problema. La *function* legge tutti gli elementi da input (*file.txt*), oltre alla varianza dell’unità di peso a priori ed al tipo di livellazione.

Questi valori possono essere assegnati dall’utente al momento del lancio del programma, tuttavia, essendo una procedura scomoda quando si lavora, si è preferito assegnarli precedentemente.

**Input:** Liv, sigzer, DIST, DISL, N\_INC, P\_IND, P\_AVA, QUOTA, P\_FIX, m, n

**Output:** A, P, N, F, cost\_geom

```

function [A,P,N,F,cost_geom]=
costruzione_modello(Liv,sigzer,DIST,DISL,N_INC,P_IND,P_AVA,QUOTA,P_FIX
,m,n)

m=length(DISL);
n=length(find(N_INC));
DIST=DIST/1000;

%costruzione matrice disegno (A)
Mrif=[P_IND P_AVA];
z=0;
A=zeros(length(P_IND),length(find(N_INC)));
for p=1:length(find(N_INC))
    z=z+1;
    [a,b]=find(Mrif==N_INC(z));
    for g=1:length(a)
        if b(g)==2
            A(a(g),z)=-1;
        else A(a(g),z)=1;
        end
    end
end
clear p; clear z; clear a; clear b; clear g;

%costruzione matrice dei pesi (P)
cost_geom=0.001;
cost_trig=0.01;
sqm_f=cost_geom*sqrt(DIST);

for i=1:length(DIST);
    P(i,i)=(sigzer/sqm_f(i))^2;
end

%costruzione matrice (F)
z=0;
F=DISL;
for p=1:length(P_FIX)
    z=z+1;
    [a,b]=find(Mrif==P_FIX(z));
    for g=1:length(a)
        if b(g)==2
            F(a(g))=F(a(g))+QUOTA(z);
        else F(a(g))=F(a(g))-QUOTA(z);
        end
    end
end

%costruzione matrice normale (N)
N=A'*P*A;

```

### 4.2.3 Descrizione function: “soluzione\_compensazione.m”

I valori in uscita dalla *function costruzione\_modello.m* verranno presi in *input* dalla *function soluzione\_modello\_compensazione.m*. Quest'ultima sfrutta le matrici precedenti per la risoluzione della compensazione.

**Input:**  $A, P, F, N, sigzer, m, n$

**Output:**  $x, Qx, s0\_quadro, v, Qv, r, R, Qf, var\_x, sqm\_v, sqm\_x$

```
function[x,Qx,s0_quadro,v,Qv,r,R,Qf,var_x,sqm_v,sqm_x]=soluzione_modello_comp(A,P,F,N,sigzer,m,n)

%% soluzioni compensazione
x=(inv(N))*(A'*P*F);
v=(A*x)-F;

%% matrici dei cofattori
Qx=inv(A'*P*A);
Qf=inv(P);
Qv=Qf-(A*Qx*A');

%% calcolo della matrice di varianza dei residui "v" e delle stime "x"
var_x=s0_quadro*Qx;
var_v=s0_quadro*(inv(P)-(A*inv(A'*P*A)*A'));

%% scarto quadratico medio dei residui
sqm_v=(diag(var_v)).^0.5;
sqm_x=(diag(var_x)).^0.5;

%% calcolo della stima non deviata della varianza dell'unità di peso
s0_quadro=(v'*P*v)/(m-n);

%% calcolo matrice di ridondanza
R=Qv*P;
r=diag(R);
```

#### 4.2.4 Descrizon function: “analisi\_residui.m”

Analogalmente, l'output della *function* *soluzione\_modello\_compensazione.m* darà le basi per la costruzione della *function* *analisi\_residui.m*. Quest'ultima restituirà il valore dei residui normalizzati che successivamente saranno sottoposti al *data snooping*.

Quando il residuo è molto piccolo (0,00001), consideriamo il suo valore normalizzato nullo, diversamente, lo calcoliamo.

**Input:**  $v, Qv, s0\_quadro, r, R, Qx, Qf, sigzer, sqm\_v, sqm\_x, m$

**Output:**  $w, sqm\_f, sqm\_R$

```
function
[w, sqm_f, sqm_R]=analisi_residui_comp(v, Qv, s0_quadro, r, R, Qx, Qf, sigzer, s
qm_v, sqm_x, m)

%% calcolo della matrice di varianza dei residui "v", delle stime "x"
e%% della matrice di ridondanza "R"
var_x=s0_quadro*Qx;
var_v=s0_quadro*Qv;
var_F=(sigzer^2)*Qf;

%% scarto quadratico medio dei residui e delle stime
sqm_f=sqrt(diag(var_F));

%% normalizzazione del vettore dei residui
k=0;
w=zeros(length(v),1);
for j=1:m;
    k=k+1;
    if v(k,1)<=0.00001;
        w(k,1)=0;
    else
        w(k,1)=v(k,1)/sqm_v(k);
    end
end

%% R
for j=1:m
    sqm_R=sqrt(R(j,j));
end
```

#### 4.2.5 Descrizione function: “data\_snooping.m”

La prima parte del programma è strumentale a calcolare il parametro di non centralità della distribuzione normale, fissati gli errori di primo e secondo tipo. La seconda parte del programma serve per costruire l’output grafico della distribuzione normale centrale e della distribuzione normale non centrale.

MatLab, al suo interno, contiene dei *toolbox* già pronti per essere utilizzati. Ad esempio, il comando `norminv` utilizzato successivamente restituisce il valore critico della distribuzione normale fissato da *input*, il livello di significatività ( $\alpha$ ), media e deviazione standard della distribuzione.

Il comando `normpdf` serve invece per la costruzione grafica della distribuzione.

**Input:** `alpha,beta,sqm_f,R,w,m,v,sqm_v`

**Output:** `res_out,delta_l,delta`

```
function[res_out,delta_l,delta]=data_snooping(alpha,beta,sqm_f,R,w,m,v
, sqm_v)

%% Data Snooping
alpha=.05;
p1=1-alpha;
beta=0.1;
gamma=1-beta;
xmin=norminv((alpha/2),0,1);
xmax=norminv(1-(alpha/2),0,1);
u=norminv(gamma,0,1);
delta=xmax+u;

%elaborazione grafico in output
x = linspace(-10001,xmax,10001);
x = (-7.01:0.1:7.01)';
N1=normpdf(x,0,1);
N2=normpdf(x,delta,1);
x1=xmax;
plot(x,N2,'--k');
hold on
plot(x,N1,'-k')
D=[x N2];
y1=interp1(D(:,1),D(:,2),x1);
g = find(D(:,1)>x1);
X = D(:,1);
Y = D(:,2);
```

```

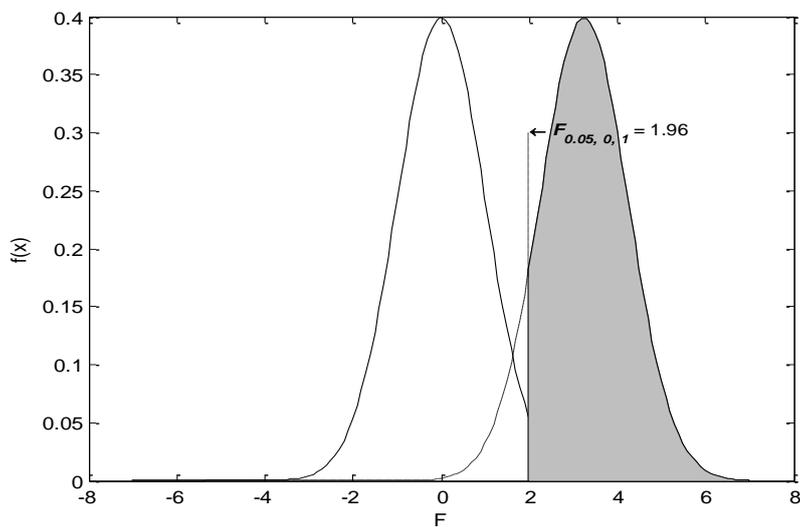
X = [x1;X(g)];
Y = [y1;Y(g)];
hold on
a = area(X,Y);
set(gcf,'Renderer','OpenGL')
set(a,'FaceColor',[0.75,0.75,0.75])
hold on
x2 = [x1,x1];
y2 = [y1,.3];
plot(x2,y2,'-.k')
xlabel('F');
ylabel('f(x)');
text(x1+.05,0.3,['\leftarrow \itF_{'}',num2str(alpha) ', ',num2str(0) ', ',
',num2str(1) ']\rm = ',...
num2str(x1)],'FontWeight','bold','FontSize',9)
hold off

%Verifica di compatibilità dei residui normalizzati con l'intervallo
di confidenza
res_out=linspace(0,0,m)';
delta_l=linspace(0,0,m)';

for j=1:m
    if (w(j)>xmax|w(j)<xmin);
        res_out(j)=w(j);
        delta_l(j)=-(delta/sqrt(R(j,j)))*sqm_f(j);
    else
        res_out(j)=res_out(j);
    end
end

end

```



**Figura 33**

## 4.2.6 Descrizione function: “test del chi\_2”

La *function* utilizza il toolbox di MatLab `chi2inv` per calcolare il valore limite  $X_c$ ; questa *function* vuole in *input* il livello di significatività (*alpha*) e i gradi di libertà dati dal rango della matrice N. Per costruire il grafico si utilizza il comando `chi2pdf` che richiede in *input* l'intervallo di valori  $x$  e i gradi di libertà della matrice N.

**Input:** `sigzer, s0_quadro, m, n, h`

**Output:** `B, X_c`

```
function[B,X_c]=test_chi2(sigzer,s0_quadro,m,n,h);

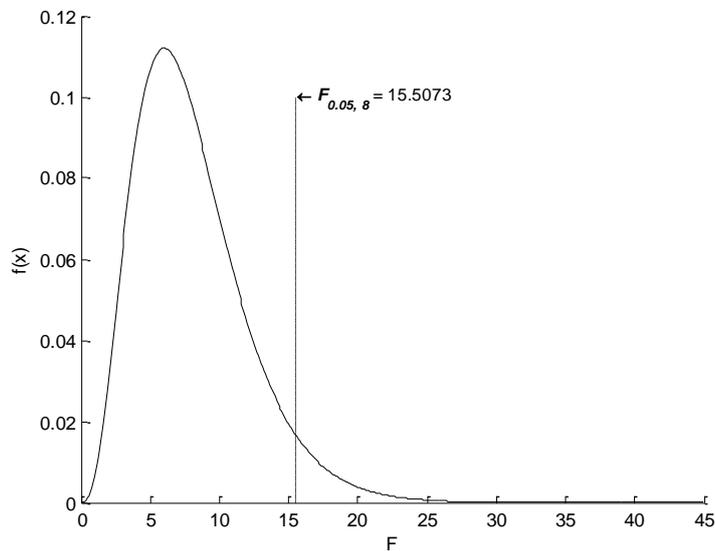
alpha=0.05;
p=1-alpha;
X_c=chi2inv(p,h);
x = linspace(.00001,X_c,10001);
x = (0.01:0.1:45)';
c1=chi2pdf(x,h);
x1=X_c;
hold on
plot(x,c1,'-k')
hold on
x2 = [x1,x1];
y2 = [0,.1];
plot(x2,y2,'-.k')
xlabel('F');
ylabel('f(x)');
text(x1+.05,0.1,['\leftarrow \itF_{',num2str(alpha) ', ',num2str(h)
'}\rm = ',...
      num2str(x1)],'FontWeight','bold','FontSize',9)

hold off

%% confronto
B=(s0_quadro/(sigzer^2))*(m-n);

%% scrittura
if B>X_c;
    fprintf(fid, 'test chi_2 non superato\n');
else fprintf(fid, 'w\n');
    fprintf(fid, 'test chi_2 superato\n');
end
```

```
% questa parte di codice conviene scriverla nel programma principale
per avere
% una panoramica completa dei risultati
```

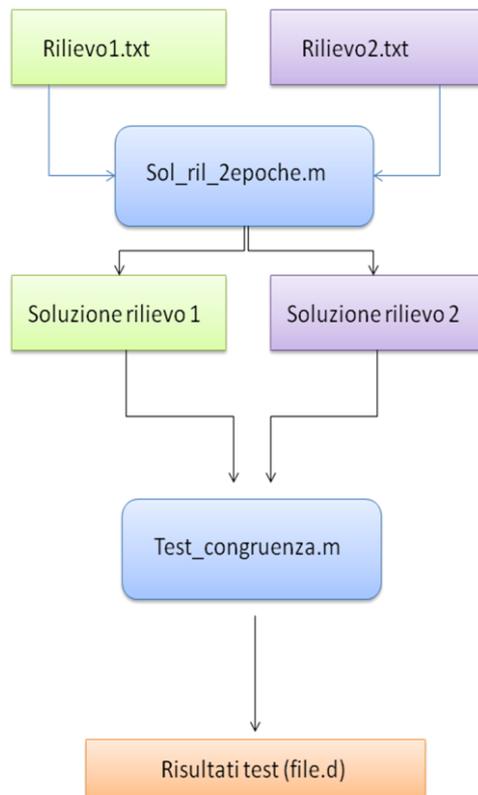


**Figura 34**

### **4.3 Significatività degli spostamenti**

Una volta effettuata la compensazione per i 2 rilievi, è necessario valutare la significatività degli spostamenti. Il problema è stato impostato nel modo seguente: si è proceduto alla realizzazione di uno *script* (*sol\_2epoche.m*) in cui bisogna inserire da *input* i dati dei due rilievi uno dopo l'altro; dopo di che il programma esegue entrambe le compensazioni e restituisce in *output* i valori delle variabili che saranno utilizzate per la verifica della significatività degli spostamenti.

In un altro codice (*test\_congruenza.m*) vengono richiamate le variabili scritte su *file.d* precedentemente e si procede all'esecuzione del test sulla congruenza globale.



**Figura 35**

### **sol 2epoche.m:**

```

clear all
clc
%% RILIEVO 1
%% inizializzazione delle variabili
format short
nomefile1=input('inserire il nome del file dati del rilievo 1
\n','s');
importfile1(nomefile1)

Liv=1;
sigzer=1;
m=length(DISL);
n=length(find(N_INC));

%% costruzione modello
[A,P,N,F,cost_geom]=
costruzione_modello(Liv,sigzer,DIST,DISL,N_INC,P_IND,P_AVA,QUOTA,P_FIX
,m,n);

%% soluzione modello
  
```

```

[x,Qx,s0_quadro,v,Qv,r,R,Qf,var_x,sqm_v,sqm_x]=soluzione_modello_comp(
A,P,F,N,sigzer,m,n);
h=rank(Qx);

%% test_chi_quadro
[B,X]=test_chi2(sigzer,s0_quadro,m,n);

%% analisi_residui
[w,sqm_f,sqm_R]=analisi_residui_comp(v,Qv,s0_quadro,r,R,Qx,Qf,sigzer,s
qm_v,sqm_x,m);

%% data_snooping
alpha=0.05;
beta=0.2;
[res_out,delta_l,delta]=data_snooping(alpha,beta,sqm_f,R,w,m,v,sqm_v);

%% scrittura
fid=fopen('x_1.d','w');
fprintf(fid,'%8.4f\n',x);
fclose(fid);
fid=fopen('v_1.d','w');
fprintf(fid,'%8.4f\n',v);
fclose(fid);
fid=fopen('sqm_x_1.d','w');
fprintf(fid,'%8.4e\n',sqm_x);
fclose(fid);
fid=fopen('var_x_1.d','w');
[n,m]=size(var_x);
for i=1:n
for j=1:m
fprintf(fid,'%8.4e\t',var_x(i,j));
end
fprintf(fid,'\n');
end
fclose(fid);
fid=fopen('Qx_1.d','w');
[n1,m1] = size(Qx);
for i=1:n1
for j=1:m1
fprintf(fid,'%8.4e\t',Qx(i,j));
end
fprintf(fid,'\n');
end
fclose(fid);
fid=fopen('s0_quadro_1.d','w');
fprintf(fid,'%8.4e\n',s0_quadro);
fclose(fid);
fid=fopen('r_1.d','w');
fprintf(fid,'%f\n',trace(R));
fclose(fid);

clear all
clc

```

```

%% RILIEVO 2
%% inizializzazione delle variabili
format short
nomefile2=input('inserire il nome del file dati del rilievo 2
\n','s');
importfile1(nomefile2)

Liv=1;
sigzer=1;
m=length(DISL);
n=length(find(N_INC));

%% costruzione modello
[A,P,N,F,cost_geom]=
costruzione_modello(Liv,sigzer,DIST,DISL,N_INC,P_IND,P_AVA,QUOTA,P_FIX
,m,n);

%% soluzione modello
[x,Qx,s0_quadro,v,Qv,r,R,Qf,var_x,sqm_v,sqm_x]=soluzione_modello_comp(
A,P,F,N,sigzer,m,n);
h=rank(Qx);

%% test_chi_quadro
[B,X]=test_chi2(sigzer,s0_quadro,m,n);

%% analisi residui
[w,sqm_f,sqm_R]=analisi_residui_comp(v,Qv,s0_quadro,r,R,Qx,Qf,sigzer,s
qm_v,sqm_x,m);

%% data snooping
alpha=0.05;
beta=0.2;
[res_out,delta_l,delta]=data_snooping(alpha,beta,sqm_f,R,w,m,v,sqm_v);

%% scrittura
fid=fopen('x_2.d','w');
fprintf(fid,'%8.4f\n',x);
fclose(fid);
fid=fopen('v_2.d','w');
fprintf(fid,'%8.4f\n',v);
fclose(fid);
fid=fopen('sqm_x_2.d','w');
fprintf(fid,'%8.4e\n',sqm_x);
fclose(fid);
fid=fopen('var_x_2.d','w');
[n,m]=size(var_x);
for i=1:n
for j=1:m
fprintf(fid,'%8.4e\t',var_x(i,j));
end
fprintf(fid,'\n');
end
fclose(fid);
fid=fopen('Qx_2.d','w');

```

```

[n1,m1] = size(Qx);
for i=1:n1
for j=1:m1
fprintf(fid, '%8.4e\t', Qx(i,j));
end
fprintf(fid, '\n');
end
fclose(fid);
fid=fopen('s0_quadro_2.d', 'w');
fprintf(fid, '%8.4e\n', s0_quadro);
fclose(fid);
fid=fopen('r_2.d', 'w');
fprintf(fid, '%f\n', trace(R));
fclose(fid);

```

### **test congruenza.m:**

```

clear all
clc
format long
%% lettura rilievo 1
fid=fopen('x_1.d');
x_1=fscanf(fid, '%f');
fclose(fid);
fid=fopen('Qx_1.d');
[a b]=size(x_1);
Qx_1=fscanf(fid, '%e', [a inf]);
fclose(fid);
fid=fopen('s0_quadro_1.d');
s0_quadro_1=fscanf(fid, '%e', 1);
fclose(fid);
fid=fopen('r_1.d');
r_1=fscanf(fid, '%f', 1);
fclose(fid);

%% lettura rilievo 2
fid=fopen('x_2.d');
x_2=fscanf(fid, '%f');
fclose(fid);
fid=fopen('Qx_2.d');
[a b]=size(x_2);
Qx_2=fscanf(fid, '%e', [a inf]);
fclose(fid);
fid=fopen('s0_quadro_2.d');
s0_quadro_2=fscanf(fid, '%e', 1);
fclose(fid);
fid=fopen('r_2.d');
r_2=fscanf(fid, '%f', 1);
fclose(fid);

%% test congruency
d=x_2-x_1;
Qd=Qx_2+Qx_1;

```

```

r_tot=r_1+r_2;
s0_tot=(r_1*s0_quadro_1+r_2*s0_quadro_2)/r_tot;
var_d=s0_tot*Qd;
sqm_d=(diag(var_d)).^0.5;
h=rank(Qd);
omega=(d'*pinv(Qd)*d)/(h*s0_tot);

%fisher
x=0:0.1:18;
alpha=0.05;
p=1-alpha;
F_c=finv(p,h,r_tot);
y1=fpdf(x,h,r_tot);
beta=0.3;
indice=1-beta;
j=0:0.01:200;
gamma=1-ncfcdf(F_c,h,r_tot,j);
j=j';
gamma=(chop(gamma,5))';
A=[j gamma];
trova=find(A(:,2)==indice);
omega_0=j(trova(1));

%% test sui singoli valori
w_d=d./sqm_d;
alpha=0.05;
xmin=norminv((alpha/2),0,1);
xmax=norminv(1-(alpha/2),0,1);
ic=[xmin xmax];

%% scrittura
fid=fopen('risultati_test_congruenza.d','w');
fprintf(fid, 'd\n');
fprintf(fid, '%8.4f\n',d);
fprintf(fid, '-----\n');
fprintf(fid, 'sqm_d\n');
fprintf(fid, '%8.4f\n',sqm_d);
fprintf(fid, '-----\n');
fprintf(fid, 'w_d\n');
fprintf(fid, '%f\n',w_d);
fprintf(fid, '-----\n');
    if (w_d>xmax|w_d<xmin);
        res_out=w_d;
        fprintf(fid, '%f\n',res_out(j));
        fprintf(fid, 'il valore w_d non rientra nell intervallo\n');
    else
        fprintf(fid, 'alpha = 0.05\n')
        fprintf(fid, 'tutti i w_d seguono una normale normalizzata\n');
    end
fprintf(fid, '-----\n');
fprintf(fid, 'test di Fisher con alpha=');
fprintf(fid, '%f\n',alpha);
fprintf(fid, 'F_c=');
fprintf(fid, '%f\n',F_c);

```

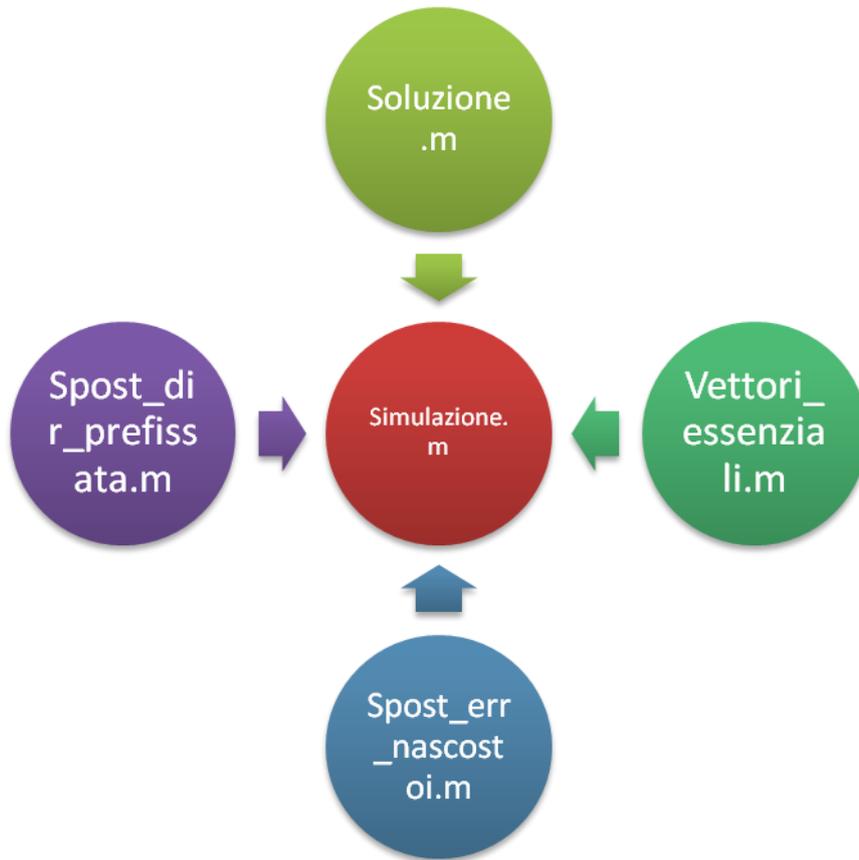
```
fprintf(fid, 'omega=');
fprintf(fid, '%f\n', omega);
fprintf(fid, '-----\n');
if omega>F_c;
    fprintf(fid, 'la forma della rete è variata\n');
else fprintf(fid, 'la forma della rete non varia
significativamente\n');
fprintf(fid, '-----\n');
end

fclose(fid);
```

I risultati del test sono riportati su un *file.d* (*Appendice III*).

## 4.4 Simulazione

La costruzione del programma di simulazione è analoga a quella della compensazione. È stato realizzato un software che effettua una simulazione impostato nel seguente modo:



*Figura 36*

### Simulazione.m

```
clear all
clc

%% inizializzazione delle variabili
nomefile=input('inserire il nome del file dei dati \n','s')
importfile1(nomefile)
sigzer=1;
```

```

%% soluzione
[A_s,P_s,N_s,var_xs,var_vs,r_s,sqm_f,Qx_s,sqm_xs]=soluzione(P_AVA,P_IN
D,N_INC,DIST,QUOTA,sigzer);
fid=fopen('Sim_riliev1.d','w');
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'sqm_x\n');
fprintf(fid,'%e\n',sqm_xs);
fprintf(fid,'-----\n');

%% vettori essenziali
[autov,autovalori,S,U,V,autov_perc,autovet_1,autovet_2]=vettori_essenz
iali(N_s);
fprintf(fid,'autov_perc\n');
fprintf(fid,'%f\n',autov_perc);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'autovettori\n');
[n1,m1] = size(U);
for i=1:n1
for j=1:m1
fprintf(fid,'%e\t',U(i,j));
end
fprintf(fid,'\n');
end
fprintf(fid,'-----\n');

%% spostamenti derivanti da errori non rilevati
m=length(DIST);
h=rank(N_s/2);
alpha=0.05;beta=0.2;alpha1=0.01;beta1=0.2;
[omega2,omega0,r_s,delta,z]=spost_err_nascosti(alpha,beta,alpha1,beta1
,r_s,m,h);
fprintf(fid,'omega\n');
fprintf(fid,'%f\n',omega2);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'omega_zero\n');
fprintf(fid,'%f\n',omega0);
fprintf(fid,'-----\n');
if omega0>omega2;
    fprintf(fid,'test superato\n');

else    fprintf(fid,'alcuni valori non superano il test\n');
end
fprintf(fid,'-----\n');

%% spostamenti in una direzione prefissata
[D,OMEGA,T]=spost_direz_prefissata(sigzer,N_s,omega0,U);
fprintf(fid,'D\n');
fprintf(fid,'%f\n',D);
fclose(fid);

```

#### 4.4.1 Descrizione function: “soluzione.m”

La prima *function* *soluzione.m* contiene al suo interno alcuni degli elementi visti in precedenza per la compensazione: costruzione modello, soluzione modello. In questo caso, però, la soluzione sarà rappresentata dalla matrice di varianza delle quote in quanto in fase di simulazione non si conoscono ancora i dislivelli, quindi non si può procedere alla costruzione della matrice F.

**Input:** P\_AVA, P\_IND, N\_INC, DIST, QUOTA, sigzer;

**Output:** A\_s, P\_s, N\_s, var\_xs, var\_vs, r\_s, sqm\_f, Qx\_s, sqm\_xs;

Per distinguerlo dal caso precedente (compensazione), ho utilizzato “\_s” dopo ogni variabile.

##### Soluzione.m

```
function
[A_s,P_s,N_s,var_xs,var_vs,r_s,sqm_f,Qx_s,sqm_xs]=soluzione(P_AVA,P_IN
D,N_INC,DIST,QUOTA,sigzer);

DIST=DIST/1000;
%A
Mrif=[P_IND P_AVA];
z=0;
A_s=zeros(length(P_IND),length(find(N_INC)));
for p=1:length(find(N_INC))
    z=z+1;
    [a,b]=find(Mrif==N_INC(z));
    for g=1:length(a)
        if b(g)==2
            A_s(a(g),z)=-1;
        else A_s(a(g),z)=1;
        end
    end
end
clear p; clear z; clear a; clear b; clear g

%P
cost_geom=0.001;
cost_trig=0.01;
sqm_f=cost_geom*sqrt(DIST);
```

```

for i=1:length(DIST);
    P_s(i,i)=(sigzer/sqm_f(i))^2;
end

%N
N_s=A_s'*P_s*A_s;

%calcolo della matrici dei cofattori
Qx_s=pinv(A_s'*P_s*A_s);
Qf_s=inv(P_s);
Qv_s=Qf_s-(A_s*Qx_s*A_s');

%calcolo delle matrici di varianza
var_xs=(sigzer^2)*Qx_s;
var_vs=(sigzer^2)*Qv_s;
var_Fs=(sigzer^2)*Qf_s;
sqm_xs=sqrt(diag(var_xs));

%calcolo della matrice di ridondanza
R_s=Qv_s*P_s;
r_s=diag(R_s);

```

#### 4.4.2 Descrizione function: “vettori\_essenziali.m”

Per l’analisi delle componenti principali, utilizzo un comando MatLab chiamato “SVD”:

$$[U, S, V] = \text{SVD}(X)$$

Questo comando produce una matrice diagonale  $S$  della stessa dimensione di  $X$  con elementi diagonali non nulli ed in ordine decrescente, una matrice  $U$  le cui colonne sono gli autovettori di  $X$  e la matrice  $V$  che è la coniugata trasposta di  $U$ . Nel caso di matrice  $X$  ( $n \times n$ ),  $V$  è semplicemente la trasposta di  $U$ .

**Input:**  $N_s$

**Output:**  $\text{autov}, \text{autovalori}, S, U, V, \text{autov\_perc}, \text{autovet\_1}, \text{autovet\_2};$

##### Vettori essenziali.m

```

function[autov,autovalori,S,U,V,autov_perc,autovet_1,autovet_2]=vettor
i_essenziali(N_s)
[U, S, V]=svd(2*pinv(N_s));
autovalori=diag(S);
[a b]=size(U);

```

```

for i=1:b;
    autovalori_rel(i)=autovalori(i)/trace(S);
end
k=1;
autov=(autovalori_rel(:,k));
if autov<.3
    while autov>=.3
        k=k+1;
        autov=(autovalori_rel(:,k));
    end
end
autov_perc=autov*100;
autovet_1=U(:,1);
autovet_2=U(:,2);

```

#### 4.4.3 Descrizione function: “spost\_err\_nascosti.m”

In questa *function*, oltre a trovare il valore di  $\omega_a$  corrispondente all’ipotesi alternativa, è stato calcolato anche il valore di  $\omega_0 = f(\alpha, \beta, h, \infty)$  che deve avere il parametro di non centralità della distribuzione corrispondente all’ipotesi alternativa affinché il test abbia almeno la potenza minima desiderata.

Non esiste un comando MatLab che restituisce questo valore, per questo si è proceduto alla realizzazione di un processo di implementazione inversa di un *toolbox* di MatLab che dà in *output* i valori della distribuzione non centrale in funzione della potenza del test. Il programma scrive in un *file.d* i valori del parametro non centrale e la corrispondente potenza del test.

**Input:** alpha,beta,alpha1,beta1,r\_s,m,h, N\_s

**Output:** omega2,omega0,r\_s,delta,

##### spost\_err\_nascosti.m

```

function[omega2,omega0,r_s,delta]=
spost_err_nascosti(alpha,beta,alpha1,beta1,r_s,m,h,N_s)

```

```

%Spostamenti derivanti da errori non rilevati

```

```

p=1-alpha;
xmin=norminv((alpha/2),0,1);
xmax=norminv(1-(alpha/2),0,1);
ic=[xmin xmax];
beta=0.2;
gamma=1-beta;
u=norminv(gamma,0,1);
delta=xmax+u;
%omega2=parametro di non centralità corrispondente ad ogni
osservazione
for j=1:m
    if r_s(j)<= 0.01 ;
        omega2(j)=0.;
    else
        omega2(j)=((delta^2)/(h*2))*(1-r_s(j))/r_s(j);
    end
end

%calcolo di omega0
alpha=.05;
p=1-alpha;
indice=0.8000;
h=rank(N_s);
X_c=chi2inv(p,h);
j=0:0.001:20;
gamma=1-ncx2cdf(X_c,h,j);
j=j';
gamma=(chop(gamma,4))';
A=[j gamma];
trova=find(A(:,2)==indice);
val=j(trova(1));
fid=fopen('valori.d','w');
fprintf(fid,'alpha=');
fprintf(fid,'%f\n',alpha);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'gradi di libertà =');
fprintf(fid,'%g\n',h);
fprintf(fid,'-----\n');
fprintf(fid,'X_nc\t          gamma\n');
fprintf(fid,'-----\n');
[n1,m1] = size(A);
for i=1:n1;
    for j=1:m1;
        fprintf(fid,'%f\t',A(i,j));
    end
    fprintf(fid,'\n');
end
fclose(fid);
omega0=val;

```

#### 4.4.4 Descrizione function: “`spost_direz_prefissata.m`”

La *function* sfrutta la decomposizione in valori singolari calcolata in precedenza per ricavare le colonne della matrice U. Interessano le prime due colonne in quanto sono quelle il cui corrispondente autovalore (matrice  $S_{ii}$ ) influisce in maniera significativa rispetto agli altri.

**Input:** `sigzer, N_s, omega0, U`

**Output:** `D, OMEGA, T;`

##### `spost_direz_prefissata.m`

```
function[D,OMEGA,T]=spost_direz_prefissata(sigzer,N_s,omega0,U)

for l=1;
    e_d=U(:,l)
    T(l)=(e_d'* (N_s/2)*e_d);
    D(l)=(sigzer*(sqrt(omega0/T(l))));
end
h=rank(N_s);
OMEGA=T/sigzer;
```

### 4.5 Simulazione Montecarlo

Il metodo montecarlo consiste nel creare un errore random da sommare algebricamente al vettore F. Partendo dall'assunzione che un errore casuale segue una distribuzione normale, il programma estrae a caso dei valori dell'errore e li somma ad F. Successivamente risolve il modello con l'errore estratto. Si ripete l'operazione N volte ed infine si calcola la media dei valori ottenuti. Dopo un certo numero di simulazioni, il valore calcolato tende al valore vero.

Il comando MatLab che crea l'errore casuale è `RANDN`. Questo crea N valori normalmente distribuiti in base alle nostre richieste.

```

clear all
clc
nomefile=input('inserire il nome del file dei dati \n','s')
importfile1(nomefile)
DIST=DIST/1000;
G=length(DIST); % numero misure
C=mean(QUOTA);

%% costruzione modello
m=length(DISL);
n=length(find(N_INC));
sigzer=1;

%A
Mrif=[P_IND P_AVA];
z=0;
A=zeros(length(P_IND),length(find(N_INC)));
for p=1:length(find(N_INC))
    z=z+1;
    [a,b]=find(Mrif==N_INC(z));
    for g=1:length(a)
        if b(g)==2
            A(a(g),z)=-1;
        else A(a(g),z)=1;
        end
    end
end
clear p; clear z; clear a; clear b; clear g

%P
cost_geom=0.001;
cost_trig=0.01;
sqm_f=cost_geom*sqrt(DIST);
for i=1:length(DIST);
    P(i,i)=(sigzer/(sqm_f(i)^2));
end

%F
z=0;
F=DISL;
for p=1:length(P_FIX)
    z=z+1;
    [a,b]=find(Mrif==P_FIX(z));
    for g=1:length(a)
        if b(g)==2
            F(a(g))=F(a(g))+QUOTA(z);
        else F(a(g))=F(a(g))-QUOTA(z);
        end
    end
end

%N
N=A'*P*A;
T=inv(N)*A'*P;

```

```

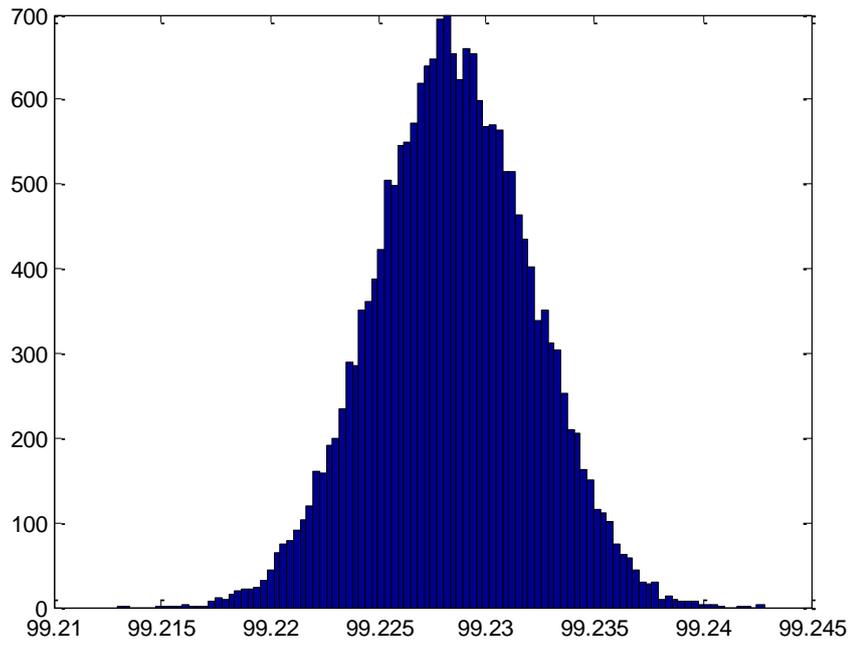
Qx=inv(A'*P*A);

%% simulazione montecarlo
d=20000;           %numero simulazioni
randn('state',1)
J=randn(G,d);
[q t]=size(J);
d_q=length(Qx);
var_x=zeros(d_q,d_q*t);
s0_quadro=zeros(1,d_q);

for k=1:t;
    err(:,k)=sqm_f.*J(:,k); %generazione errore
    l(:,k)=F+err(:,k);
    x(:,k)=T*l(:,k);
    v(:,k)=(A*x(:,k))-l(:,k);
    QUOT=C+x;
end

%% statistica soluzioni
for cc=1:d_q;
    Xl(cc)=mean(x(cc,:));
    SV(cc)=std(x(cc,:));
    X(cc)=mean(QUOT(cc,:));
end
%
MAX=max(max(QUOT));
MIN=min(min(QUOT));
for cc=1:d_q
    intervallo = MIN:MAX;
    hist(QUOT(cc,:),intervallo)
end

```



*Figura 37*



## Capitolo v

### 5.1 Descrizione generale



*Figura 38*

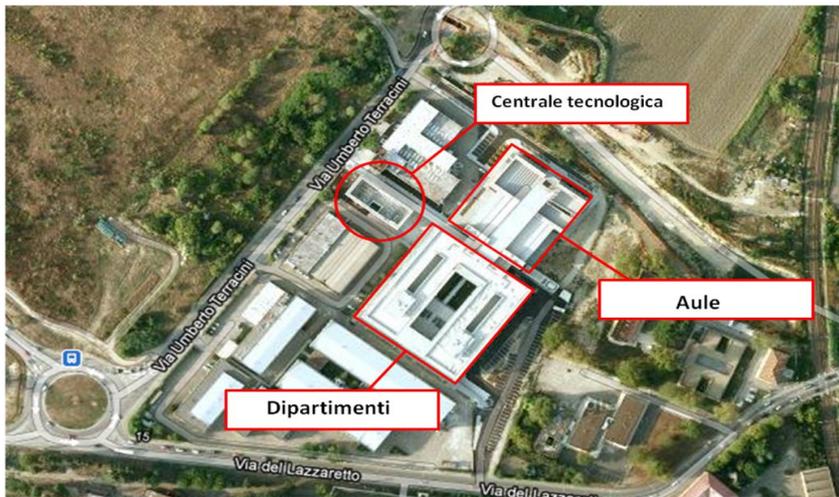
Il nuovo insediamento nella zona nord-ovest della città rientra tra i progetti più importanti per lo sviluppo di Bologna; la struttura sita tra via del Lazzaretto e via Umberto Terracini, costituisce il nuovo centro della ricerca e dell'innovazione scientifica, contenendo la sede della facoltà di ingegneria con la Presidenza, l'Aula Magna, la Biblioteca e gli uffici di sette dipartimenti.

La costruzione è prevista in due step: al termine dei lavori della prima fase della costruzione, la facoltà ospiterà circa 8.000 persone, 4 dipartimenti, aule didattiche, una biblioteca centrale di Facoltà, servizi agli studenti, laboratori, uffici. Il complesso della superficie è di oltre 20.000 m<sup>2</sup> ma con la fase di completamento l'opera raggiungerà oltre 70.000 m<sup>2</sup>.

Il compendio si articola su due edifici principali più altri corpi di fabbrica minori. L'edificio dei dipartimenti presenta una pianta rettangolare di lati  $72 \times 65 \text{ m}^2$ , è caratterizzato da un'ampia corte interna ed è articolato su un piano interrato e tre piani fuori terra; sono inoltre presenti alcune strutture minori in acciaio.

Adiacenti all'edificio dei dipartimenti ci sono le aule; i due edifici principali, quello delle aule e quello dei dipartimenti, sono contigui e separati da un giunto sismico e di dilatazione. L'edificio destinato ad ospitare le aule ha una forma geometrica articolata, che risulta iscritta in un rettangolo di dimensioni  $65 \times 52 \text{ m}^2$ ; la costruzione è articolata su un piano interrato e due fuori terra ed è caratterizzata da una copertura praticabile gradonata.

Altri corpi di fabbrica minori arricchiscono il complesso universitario; tra questi il più rilevante è destinato ad ospitare le centrali tecnologiche, articolato su un ampio piano interrato ed un piano terra. Le strutture degli edifici principali e di quello delle centrali tecnologiche sono realizzate in c.a. e gettate in opera, i solai sono di tipo prefabbricato, completati con getti in opera. Le travi, per ragioni funzionali, sono prevalentemente a spessore, mentre i pilastri sono a sezione circolare. Setti e nuclei irrigidenti sono disposti in modo da migliorare il comportamento sismico dell'intera struttura. Le fondazioni sono di tipo profondo con plinti su pali trivellati di diametro 600mm e 800mm. Completa le opere strutturali una paratia di pali che si articola lungo gran parte del perimetro dell'opera.



*Figura 39*

La struttura oggetto dello studio è la centrale tecnologica:

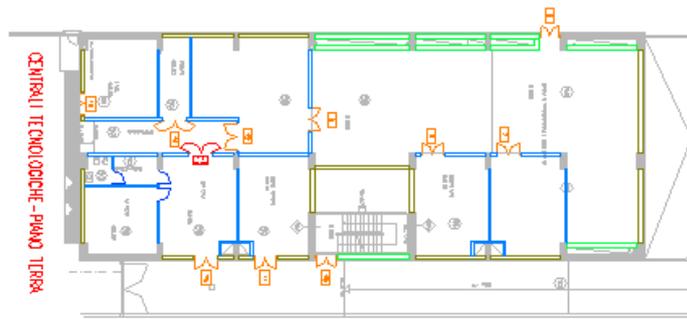
*Figura 40*



*Figura 41*

## 5.2 Analisi preliminare

Il primo passo verso una buona progettazione è l'esecuzione di un sopralluogo e la raccolta di tutti gli elementi necessari per la conoscenza sia della struttura che si intende analizzare che di tutto il contesto in cui la struttura si trova.



*Figura 42*

Quindi, con accurati sopralluoghi ed un accurato studio del quadro costruttivo (tavole di progetto (figura 42)), si riesce a fare una prima analisi della situazione. Le tavole di progetto vanno richieste all'ingegnere di competenza (nel nostro caso Ing. Cioffi).



*Figura 43*



*Figura 44*

In primo luogo bisogna individuare gli ipotetici punti su cui fissare i capisaldi. Questo è importante in quanto i punti individuati devono rispondere a determinati requisiti: ad esempio, la verifica che il punto scelto non cada su un pilastro, in quanto è buona norma

non effettuare fori sui pilasti, e questo è visibile sulla tavola di progetto dove sono indicati anche i materiali usati nella costruzione. Si consiglia di installare il caposaldo su pareti in calcestruzzo per garantire una maggiore stabilità. Nel seguente rilievo abbiamo avuto dei problemi sull'installazione del caposaldo nel punto 5. Il rivestimento di mattoni che copre la struttura ha un certo spessore; finito lo strato di mattoni inizia quello in calcestruzzo (figura 43). Il problema era dovuto ai capisaldi, il quale non avevano un lunghezza tale da attraversare lo strato in calcestruzzo. Si è provveduto a far realizzare capisaldi *ad hoc*.



*Figura 45*



*Figura 46*

Prima di effettuare l'operazione di installazione dei capisaldi, bisogna chiedere a chi di competenza l'autorizzazione. Il sopralluogo è importante al fine di individuare, grossolanamente, i possibili percorsi e i relativi ostacoli e/o problemi che si potrebbero incontrare durante l'esecuzione delle misure. E' importante farsi un'idea generale da cui partire magari segnando con gessetti (figura 44), i possibili punti su cui potrebbero essere posizionati i capisaldi.

Si pianifica il rilievo con la regola generale di garantire la visibilità e l'accessibilità dei punti da rilevare ed utilizzare un numero di capisaldi strettamente necessario ai fini del progetto. L'installazione dei capisaldi avviene per mezzo di una resina epossidica. Si eseguono, tramite un trapano (se necessario alimentato da un gruppo elettrogeno), dei fori; successivamente si inserisce il caposaldo all'interno del foro mettendolo nella posizione più adatta ed infine mantenendo il caposaldo fermo, si riempie il foro con la resina epossidica. Oltre a problemi di natura infortunistica, in questa fase, ci possono essere problemi di natura tecnica come ad esempio, l'imperfetta realizzazione del foro

che comporterebbe una scorretta installazione del caposaldo. I capisaldi sono realizzati in modo da evitare questo problema, in quanto possiedono sull'estremità libera, una sfera su cui viene posizionata e messa in bolla la stadia (figura 45).

Conviene installare i capisaldi qualche giorno prima in modo che la resina abbia il tempo di assestarsi. Un altro problema riscontrato dal sopralluogo è la presenza di zone con limitata visibilità dovuta alla scarsa presenza di luce (figura 46).

In questo caso bisogna munirsi di lampade per l'illuminazione della stadia che potrebbero dare comunque problemi di lettura.



*Figura 47: ingresso Facoltà d'ingegneria (via Terracini)*



*Figura 48: caposaldo n°9*

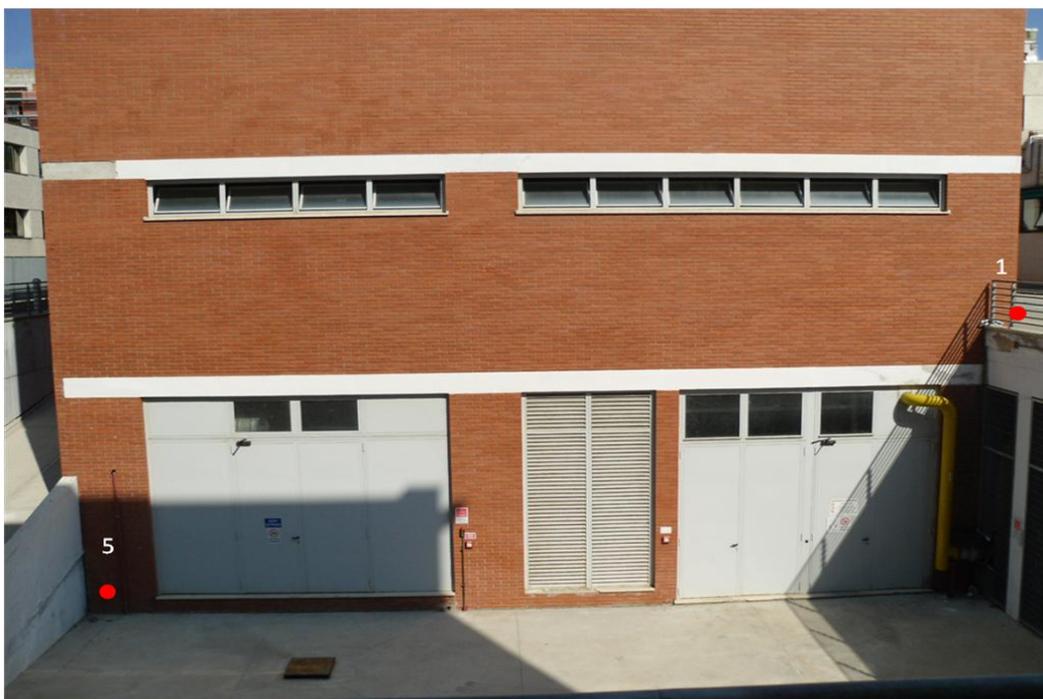
L'occupazione di zone pedonali (figura 47) da parte dei tecnici, potrebbe rallentare e, a volte, complicare le operazioni di misura (classico problema: spostamento della piastra d'appoggio). Si cerca di effettuare il rilievo in modo tale da evitare i periodi di punta.

Conviene sempre portare 2 tipi di stadiie (2 e 3 metri) in quanto potrebbe succedere che, in determinati punti, l'altezza della stadia ostacolerebbe le normali procedure di rilievo (figura 48).

Nel caso in cui, il percorso ipotizzato per il collegamento dei capisaldi, interessa anche proprietà private, bisogna chiedere l'autorizzazione al proprietario. Infatti nell'esecuzione del rilievo abbiamo allungato il percorso in modo da evitare problemi di autorizzazioni.

### 5.3 Confronto livellazioni sulla linea 1-5

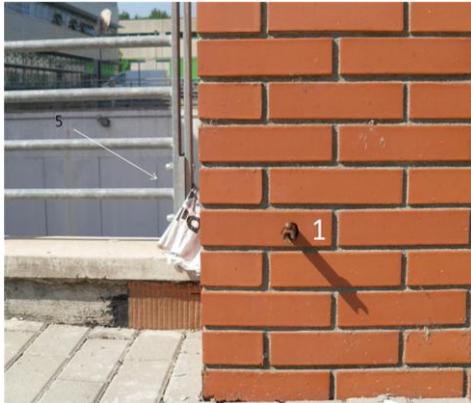
Data la posizione della struttura, il collegamento diretto tra il punto 1 ed il punto 5 non può avvenire se stiamo effettuando una livellazione geometrica dal mezzo; quindi, per questo schema di rilievo, l'anello della livellazione non può essere chiuso.



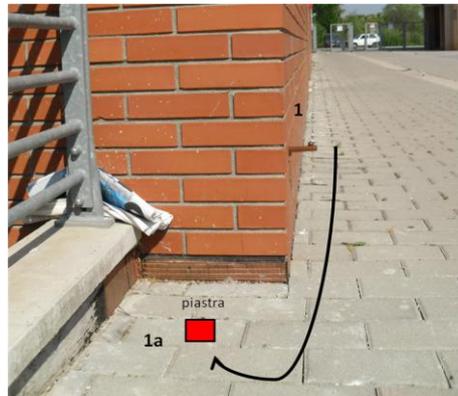
*Figura 49: visuale capisaldi 1-5*

Si è così deciso di effettuare una livellazione trigonometrica per confrontare la misura del dislivello 1-5 da livellazione geometrica, con quello della trigonometrica mettendo così in evidenza le diverse precisioni ottenibili mediante i due diversi schemi di rilievo. Si è deciso di effettuare una livellazione trigonometrica dal mezzo per collegare il caposaldo 1 al caposaldo 5. Prima di effettuare il rilievo, come detto in precedenza, è buona norma effettuare un sopralluogo per individuare eventuali problemi. Infatti, è stato individuato un problema non banale: il caposaldo 1 è stato installato in modo tale che la visione contemporanea dei punti 1-5 risulta impossibile se si effettua una

livellazione trigonometrica dal mezzo. Per poter realizzare questo tipo di rilievo, bisogna prima effettuare una livellazione geometrica dal mezzo per collegare il punto 1 ad un punto “1a” tale da permettere la visione contemporanea dei capisaldi 1a-5 (figura 50).



**Figura 51: caposaldo 1**



**Figura 50: linea di livellazione 1-1a**

Quindi, oltre al confronto tra livellazione geometrica dal mezzo con livellazione trigonometrica dal mezzo, è stato possibile fare un ulteriore confronto tra:

- 1) livellazione trigonometrica eccentrica;
- 2) livellazione trigonometrica dal mezzo

### 5.3.1 Schemi di rilievo



**Figura 52:** schema livellazione trigonometrica dal mezzo



**Figura 53:** schema livellazione trigonometrica eccentrica



**Figura 55:** visuale livellazione trigonometrica dal mezzo



**Figura 54:** visuale livellazione trigonometrica eccentrica

### 5.3.2 Caratteristiche strumento utilizzato



Figura 56



Figura 57

#### Misura Angolare

		Tipo 1201+	Tipo 1202+	Tipo 1203+	Tipo 1205+
<b>Precisione</b> (dev. std. ISO 17123-3)	Hz, V	1" (0.3 mgon)	2" (0.6 mgon)	3" (1 mgon)	5" (1.5 mgon)
	Risoluzione display	0.1" (0.1 mgon)	0.1" (0.1 mgon)	0.1" (0.1 mgon)	0.1" (0.1 mgon)
<b>Metodo</b>	assoluto, continuo, diametrico				
<b>Compensatore</b>	Campo di funzionamento:	4' (0.07 gon)	4' (0.07 gon)	4' (0.07 gon)	4' (0.07 gon)
	Precisione impostazione:	0.5" (0.2 mgon)	0.5" (0.2 mgon)	1.0" (0.3 mgon)	1.5" (0.5 mgon)
	Metodo:	compensatore doppio asse centralizzato			

#### Misura di distanza (Modalità IR)

<b>Portata</b> (condizioni atmosferiche medie)	Prisma circolare (GPR1):	3000 m
	Riflettore 360° (GRZ4):	1500 m
	Mini prisma (GMP101):	1200 m
	Nastro Riflettente (60 mm x 60 mm):	250 m
	Più piccola distanza misurabile:	1.5 m
<b>Precisione / Tempo di misura</b> (deviazione standard ISO 17123-4)	Modo standard:	1 mm + 1.5 ppm / tipica. 2.4 s
	Modo veloce:	3 mm + 1.5 ppm / tipica. 0.8 s
	Modo tracciamento:	3 mm + 1.5 ppm / tipica. < 0.15 s
	Risoluzione display:	0.1 mm
<b>Metodo</b>	Sistema analizzatore (coassiale, laser rosso visibile)	

#### Misura di distanza senza riflettore (RL) con puntatore laser (PinPoint) R400/R1000

<b>Portata</b> (condizioni atmosferiche medie)	Puntatore R400:	400 m / 200 m (Scheda Grigio kodak: rifless. 90% / rifless. 18%)
	Puntatore R1000:	1000 m / 500 m (Scheda Grigio kodak: rifless. 90% / rifless. 18%)
	Più piccola distanza misurabile:	1.5 m
	Lunga portata con prisma sferico (GPR1):	1000 m - 7500 m
<b>Precisione / Tempo di misura</b> (deviazione standard ISO 17123-4) (oggetto in ombra, cielo nuvoloso)	senza riflettore < 500 m:	2 mm + 2 ppm / typ. 3 - 6 s, max. 12 s
	senza riflettore > 500 m	4 mm + 2 ppm / typ. 3 - 6 s, max. 12 s
	Lunga portata:	5 mm + 2 ppm / typ. 2.5 s, max. 12 s
<b>Dimensione raggio laser</b>	A 30 m:	ca. 7 mm x 10 mm
	A 50 m:	ca. 8 mm x 20 mm
<b>Metodo</b>	Puntatore R400/R1000: Sistema analizzatore (coassiale, laser rosso visibile)	

### 5.3.3 Risultati livellazioni

*Tabella 5: risultati livellazione trigonometrica eccentrica*

nome	zenitale	distanza inclinata		zenit_rad	DISLIVELL	Disl. Medi	s.q.m. disl
00p41	111,634	21,3577	1,75354				
00p42	111,634	21,3578	1,75354	1,75354			
00p11	96,296	17,2942	1,51261		-4,88663		
00p12	96,296	17,2942	1,51261	1,51261			
00p43	111,633	21,358	1,75353				
00p44	111,634	21,3579	1,75354	1,75353			
00p13	96,2962	17,2943	1,51262		-4,88653		
00p14	96,2964	17,2941	1,51262	1,51262			
00p45	111,634	21,358	1,75354				
00p46	111,634	21,3579	1,75354	1,75354			
00p15	96,2965	17,2943	1,51262		-4,88652		
00p16	96,2963	17,2941	1,51262	1,51262		-4,88656	6,5202E-05

*Tabella 6: risultati livellazione trigonometrica dal mezzo*

nome	zenitale	distanza inclinata	zenit_rad	DISL	Disl. Medi	s.q.m. disl
s2p41	113,422	18,5664	1,78163			
s2p42	113,422	18,5664	1,78163			
s2p11	97,3419	17,9208	1,52904	-4,63313		
s2p12	97,3424	17,9208	1,52905			
s2p43	113,422	18,5664	1,78162			
s2p44	113,422	18,5664	1,78162			
s2p13	97,3418	17,9208	1,52904	-4,63315		
s2p14	97,3419	17,9207	1,52904			
s2p45	113,421	18,5666	1,78162			
s2p46	113,421	18,5665	1,78162			
s2p15	97,3419	17,9208	1,52904	-4,63307		
s2p16	97,342	17,9208	1,52904			
s2p47	113,421	18,5667	1,78162			
s2p48	113,421	18,5665	1,78161			
s2p17	97,3419	17,9209	1,52904	-4,63304		
s2p18	97,3418	17,9207	1,52904		-4,6331	4,86061E-05

Per quanto riguarda la livellazione trigonometrica dal mezzo, i risultati in termini di precisione sono buoni ma questa tecnica si è poco diffusa poiché si preferisce utilizzare la livellazione geometrica, che grazie all'introduzione dei livelli digitali ha oggi costi ragionevoli.

La livellazione trigonometrica eccentrica è caratterizzata come visto da errori abbastanza elevati. Attualmente, la livellazione trigonometrica viene usata quasi esclusivamente in rilievi locali a breve distanza, e tende sempre più frequentemente ad essere sostituita dalla livellazione GPS (o GNSS) che ha un'accuratezza simile o superiore ed è molto meno onerosa in termini di tempo e impegno.

Si preferisce quindi utilizzare la livellazione geometrica dal mezzo in quanto rappresenta la tecnica di rilievo che fornisce le massime precisioni raggiungibili in topografia.

#### **5.4 Procedure operative livellazione geometrica dal mezzo**

Secondo lo schema descritto è possibile determinare il dislivello fra punti anche molto distanti tra loro e con precisione molto elevata qualora si adottassero particolari accorgimenti e strumenti di precisione. Nel metodo ad alta precisione la livellazione di ogni tratto (tra due capisaldi successivi) deve essere sempre fatta in andata e in ritorno per avere un controllo delle misure e poter calcolare l'errore medio chilometrico della livellazione. Nella livellazione di precisione è necessario rispettare una serie di comportamenti per conservare al massimo gli errori ammissibili. Innanzitutto una livellazione si definisce di precisione quando il suo errore medio chilometrico è inferiore al millimetro. Lo schema è sempre quello dal mezzo ma con distanze di battuta non troppo elevate (30÷40 m). L'altezza di battuta alla stadia non deve essere inferiore a 50 cm, perché a livello del terreno si possono avere disturbi dovuti alla rifrazione, ma neanche riferita alla parte superiore della stadia, per limitare l'influenza dell'errore di

verticalità della stadia stessa. Lo strumento dovrebbe essere sempre tenuto in ombra, a causa della grande influenza che l'irraggiamento solare e gli sbalzi di temperatura hanno sui livelli. Nell'esecuzione delle misure si devono evitare le ore a cavallo del mezzogiorno, specie durante l'estate, a causa della turbolenza dell'aria in vicinanza del terreno che, nell'ottica del livello, provoca il tremolio dell'immagine della stadia con conseguente diminuzione della precisione nella lettura. Nei due rilievi eseguiti abbiamo scelto come punto da considerare "fisso" il caposaldo installato sulla cabina dell'Enel (figura 48) in quanto la struttura su cui è installato, è la struttura presente da più tempo in situ, quindi possiamo considerarla fissa. Si nota che le quote sono state assunte rispetto al caposaldo numero 9 con quota pari a 100 m (non sono quindi riferite al livello medio del mare).

Come detto in precedenza il collegamento tra il caposaldo 1 ed il 5 non può avvenire direttamente per questo nella successiva analisi abbiamo utilizzato la misura del dislivello 1-5 da livellazione trigonometrica come parte integrante dell'input della livellazione geometrica andando a calcolare la distanza equivalente: conoscendo lo scarto quadratico medio della livellazione trigonometrica (Tabella 5-6) ed il valore di  $k$  (costante livellazione geometrica):

$$\sigma_l = k\sqrt{D} \Rightarrow 0.0001 = 0.001\sqrt{D} \Rightarrow D = 10m$$

N.B.: abbiamo approssimato lo scarto quadratico medio della livellazione trigonometrica al valore di 0,1 mm.

Questo valore andrà inserito all'interno dell'input per la compensazione insieme al rispettivo dislivello ed alla linea di livellazione 1-1a.

A questo punto l'anello di livellazione risulta chiuso.

Da livellazione trigonometrica

P_IND	P_AVA	DISL	DIST	N_INC	P_FIX	QUOTA	PUNTI
1	2	-0.03061	31.932	1	9	100	1
2	3	-0.10421	29.023	2	0	0	2
3	4	0.20638	14.561	3	0	0	3
4	5	-4.95707	79.649	4	0	0	4
5	6	-0.14724	52.887	5	0	0	5
6	7	0.00326	31.298	6	0	0	6
7	8	-0.04520	21.290	7	0	0	7
4	9	-0.01611	86.587	8	0	0	8
5	8	-0.18935	107.999	10	0	0	9
9	4	0.01639	84.513	0	0	0	10
10	5	-4.88656	10.000	0	0	0	0
1	10	-0.00003	14.077	0	0	0	0

Da livellazione geometrica 1-1 a

Distanza equivalente

## 5.4.1 Caratteristiche strumentazione utilizzata

Tabella 7: specifiche tecniche livello trimble DiNi 12

LIVELLO DIGITALE TRIMBLE DiNi	
<b>PRESTAZIONI</b>	
<b>Precisione</b> . . . . .	DIN 18723, misurazione altezza deviazione standard per 1 km di doppia livellazione
<i>Trimble DiNi 0,3 mm per km</i>	
Misurazione elettronica	
Mira codice a barre precisione invar. . . . .	0,3 mm
Mira codice a barre standard . . . . .	1,0 mm
Misurazioni visive . . . . .	1,5 mm
Distance measurement . . . . .	con una distanza di visione di 20 m
Mira codice a barre precisione invar. . . . .	20 mm
Mira codice a barre standard . . . . .	25 mm
Misurazioni visive . . . . .	0,2 m
<i>Trimble DiNi 0,7 mm per km</i>	
Misurazione elettronica	
Mira codice a barre precisione invar. . . . .	0,7 mm
Mira codice a barre standard . . . . .	1,3 mm
Misurazioni visive . . . . .	2,0 mm
Distance measurement . . . . .	con una distanza di visione di 20 m
Mira codice a barre precisione invar. . . . .	25 mm
Mira codice a barre standard . . . . .	30 mm
Misurazioni visive . . . . .	0,3 m
<b>Intervallo</b>	
Misurazione elettronica . . . . .	1,5 m–100 m
Misurazione visiva . . . . .	da 1,3 m
<b>Misurazione elettronica</b>	
<i>Trimble DiNi 0,3 mm per km</i>	
Misurazione elettronica	
Risoluzione di misurazione altezza . . . . .	0,01 mm
Risoluzione di misurazione distanza . . . . .	1 mm
Tempo di misurazione . . . . .	3 s
<i>Trimble DiNi 0,7 mm per km</i>	
Misurazione elettronica	
Risoluzione di misurazione altezza . . . . .	0,1 mm
Risoluzione di misurazione distanza . . . . .	10 mm
Tempo di misurazione . . . . .	2 s
<b>Cerchio orizzontale</b>	
Tipo di graduazione . . . . .	400 centesimali e 360 gradi
Intervallo di graduazione . . . . .	1 centesimale e 1 grado
Valutazione a . . . . .	0,1 centesimale e 0,1 grado
<b>Programmi di misurazione</b>	
<i>Trimble DiNi 0,3 mm per km</i>	
Standard . . . . .	Singola misurazione con e senza stazionamento, picchettamento, livellamento linea con vista intermedia, picchettamento e regolazione linea
Metodi di livellazione <sup>1</sup> . . . . .	BF, BFFB, BFBF, BBFF, FBFF aBF, aBFFB, aBFBF, aBBFF, aFBBF
<i>Trimble DiNi 0,7 mm per km</i>	
Programmi standard . . . . .	Singola misurazione con e senza stazionamento, picchettamento, livellamento linea con vista e picchettamento
Metodi di livellazione . . . . .	BF, BFFB, aBF, aBFFB
<b>AMBIENTE</b>	
Temperatura di utilizzo . . . . .	da -20 °C a +50 °C
Resistenza all'acqua e alla polvere . . . . .	IP55
<b>SPECIFICHE GENERALI</b>	
<b>Cannocchiale</b>	
Apertura . . . . .	40 mm
Campo visivo a 100 m . . . . .	2,2 m
Campo di misurazione elettronica . . . . .	0,3 m
Ingrandimento	
<i>Trimble DiNi 0,3 mm per km</i> . . . . .	32 x
<i>Trimble DiNi 0,7 mm per km</i> . . . . .	26 x
<b>Compensatore</b>	
Intervallo di inclinazione . . . . .	±15'
Impostazione precisione	
<i>Trimble DiNi 0,3 mm per km</i> . . . . .	±0,2"
<i>Trimble DiNi 0,7 mm per km</i> . . . . .	±0,5"
Livella sferica . . . . .	8/2 mm con illuminazione
<b>Display</b> . . . . . grafico, 240 x 160 pixel, monocromatico con illuminazione	
<b>Tastiera</b> . . . . . 19 tasti alfanumerici e 4 tasti freccia di direzione per la navigazione	
<b>Registrazione</b>	
Memoria interna . . . . .	fino a 30.000 linee dati
Memoria esterna . . . . .	supporto unità Flash USB
Trasferimento dati . . . . .	interfaccia USB per trasferimento dati tra DiNi e PC (comunicazione a due vie)
Orologio in tempo reale e sensore della temperatura	
<i>Trimble DiNi 0,3 mm per km</i> . . . . .	Registrazione del tempo o della temperatura
<i>Trimble DiNi 0,7 mm per km</i> . . . . .	N.D.
<b>Alimentazione</b>	
Batteria interna . . . . .	Li-Ion, 7,4 V / 2,4 Ah
Tempo di esercizio . . . . .	3 giorni di lavoro senza illuminazione
Peso (batteria inclusa) . . . . .	3,5 kg

## 5.4.2 Schema rilievo 19/05/2011



*Figura 58*

## Schema complessivo

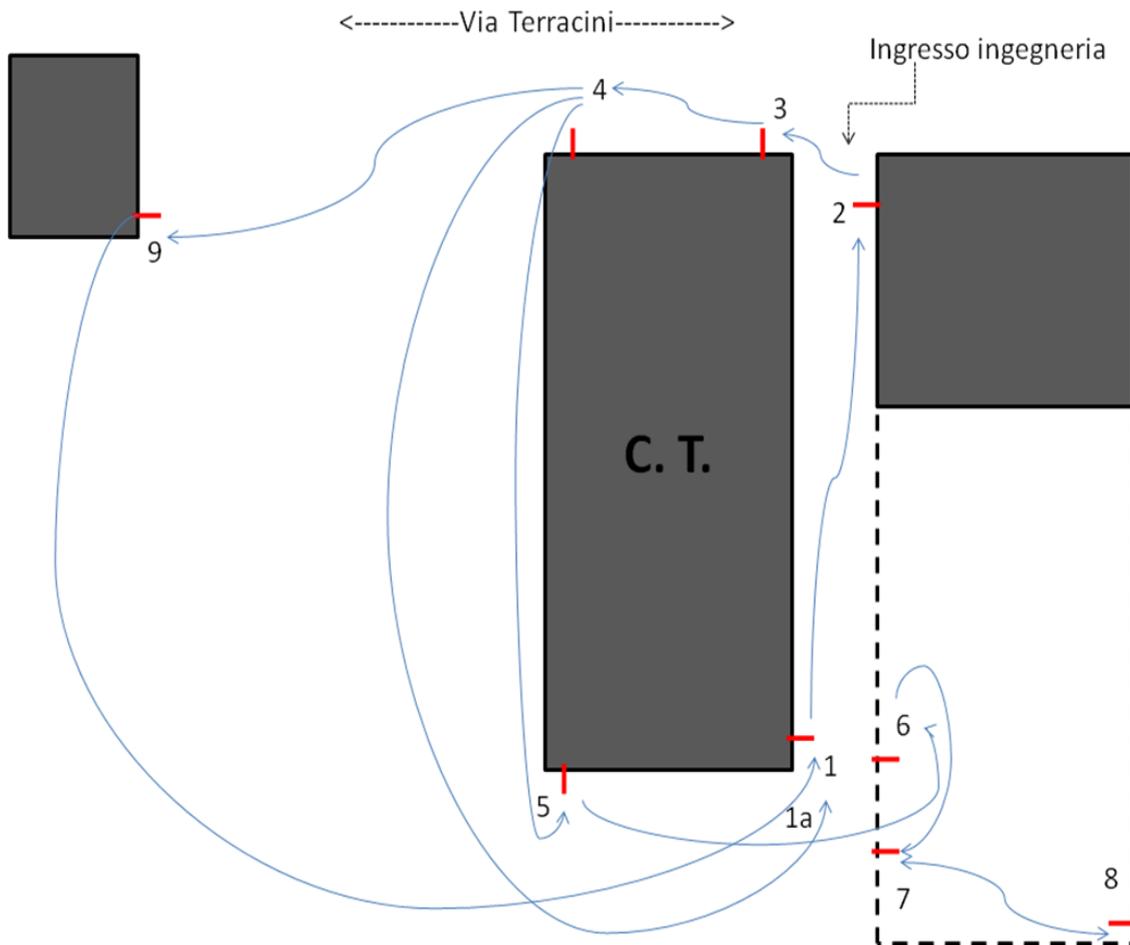


Figura 59

## Risultati (cfr. Appendice III)

Le cifre mostrate in *appendice III* sono output di MatLab quindi con 4 cifre decimali (avendo considerato il formato “short”) ma non necessariamente significative dal punto di vista fisico. I valori dei residui variano da 0,94 a 1,04 decimi di millimetro (gli zeri

corrispondono a linee aperte); i valori degli scarti quadratici medi variano da 5,8 a 3,3 decimi di millimetro; i residui normalizzati sono tutti ampiamente contenuti all'interno dell'intervallo di confidenza. Abbiamo considerato per i residui troppo piccoli un residuo normalizzato nullo.

### 5.4.3 Schema rilievo 17/04/2012

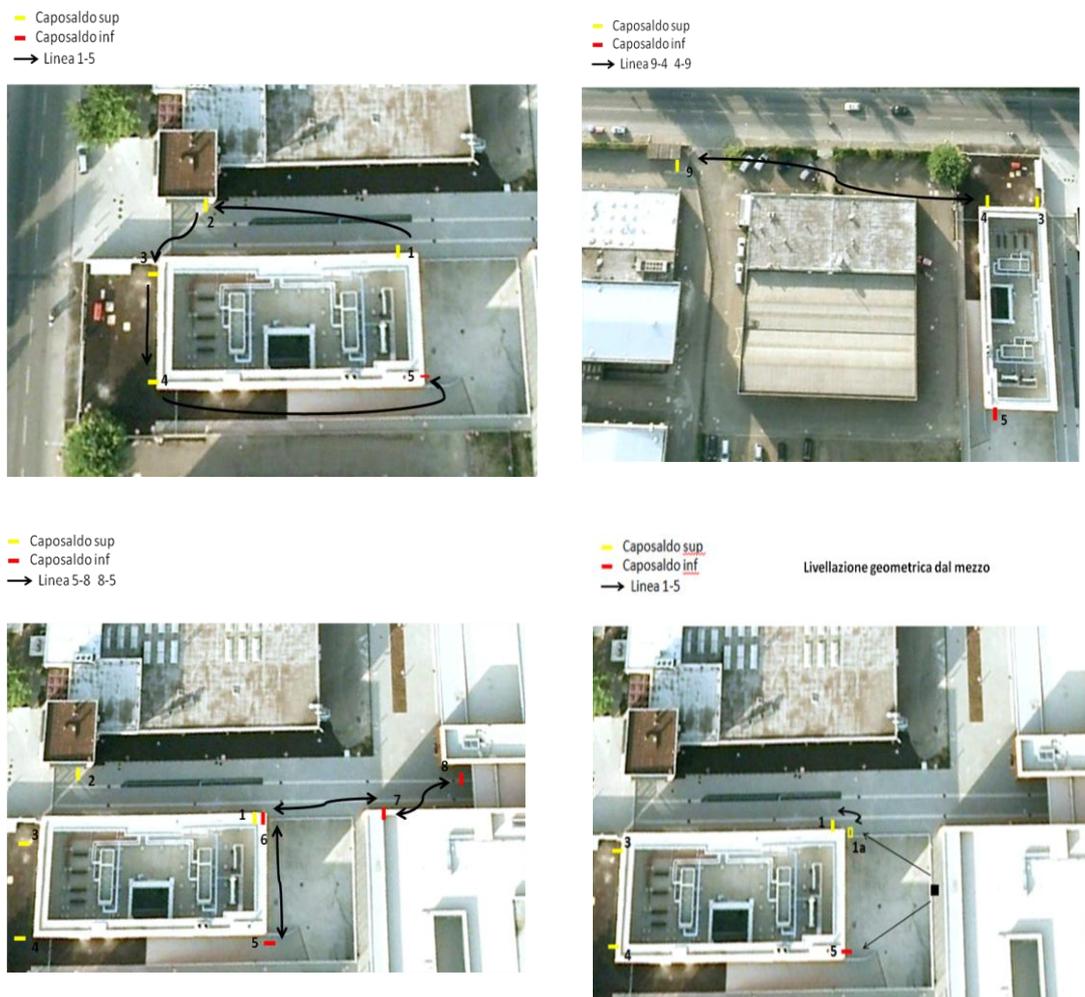


Figura 60

## Schema complessivo

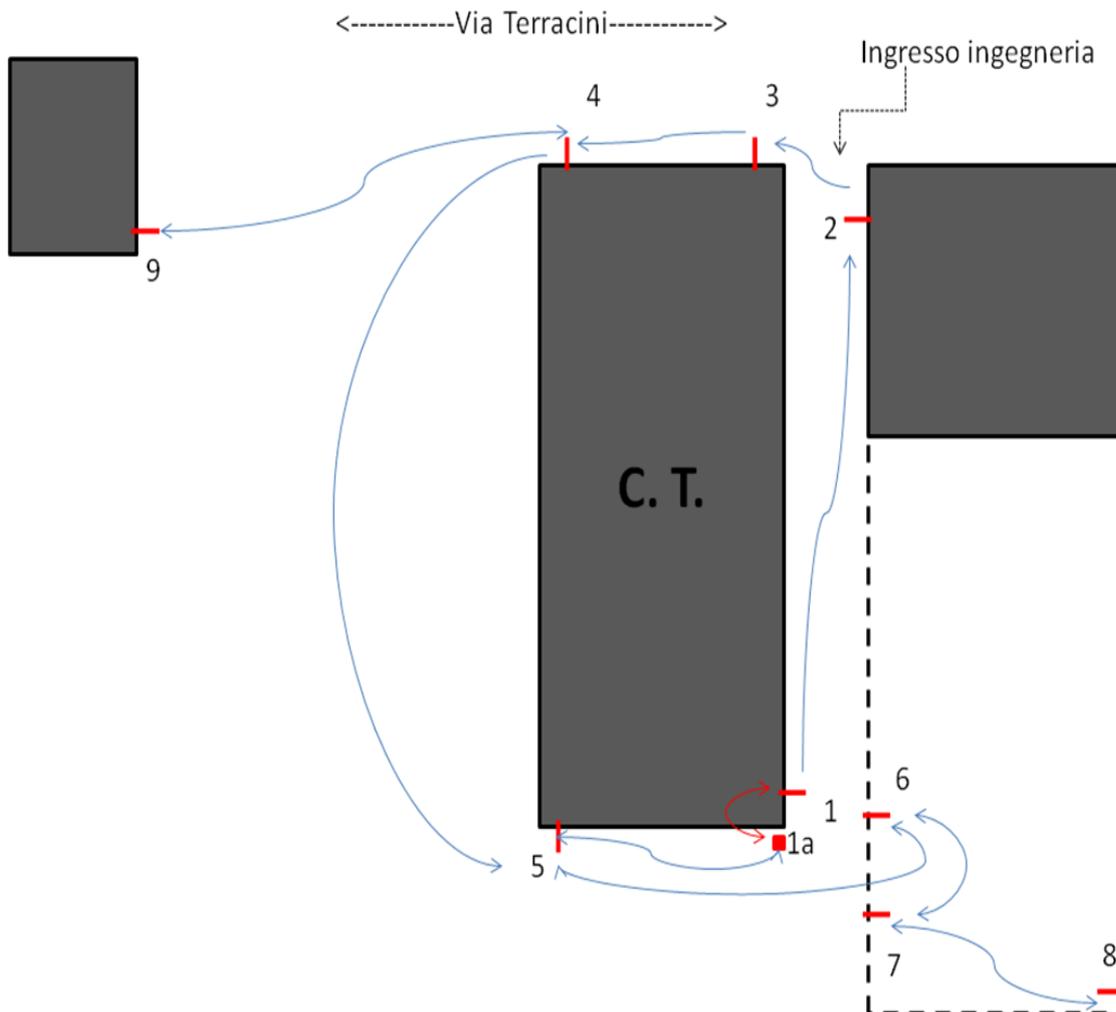


Figura 61

### Risultati (cfr. Appendice IV)

Le cifre mostrate in *appendice IV* sono output di matlab quindi con 4 cifre decimali (avendo considerato il formato "short") ma non necessariamente significative dal punto di vista fisico. I valori dei residui variano da -0,92 a 0,86 decimi di millimetro (gli zeri corrispondono a linee aperte); i valori degli scarti quadratici medi variano da 5,8 a 3,3

decimi di millimetro; i residui normalizzati sono tutti ampiamente contenuti all'interno dell'intervallo di confidenza. Abbiamo considerato per i residui troppo piccoli un residuo normalizzato nullo.

## 5.5 Confronto sqm\_x simulati con sqm\_x compensati

Sfruttando la teoria sulla simulazione (cfr. capitolo II), andiamo a confrontare gli scarti quadratici medi ottenuti in fase di simulazione con quelli ottenuti dalla compensazione:

*Tabella 8: confronto tra valori degli scarti quadratici medi delle quote*

PUNTI	rilievo 2011		rilievo 2012	
	compensazione	simulazione	compensazione	simulazione
	mm		mm	
1	0,3583	0,2852	0,4477	0,2908
2	0,3702	0,2947	0,4219	0,2741
3	0,3556	0,2830	0,3645	0,2368
4	0,3327	0,2648	0,3183	0,2068
5	0,4656	0,3706	0,4486	0,2914
6	0,5053	0,4022	0,5436	0,3532
7	0,5518	0,4392	0,5675	0,3687
8	0,5816	0,4629	0,5724	0,3719

Facendo il rapporto tra i 2 valori, si nota che questi sono uguali a meno di una costante.

## 5.6 Campo degli spostamenti e loro significatività

A questo punto, possiamo andare a valutare la significatività degli spostamenti applicando il test sulla congruenza globale (*paragrafo 1.2.1*).

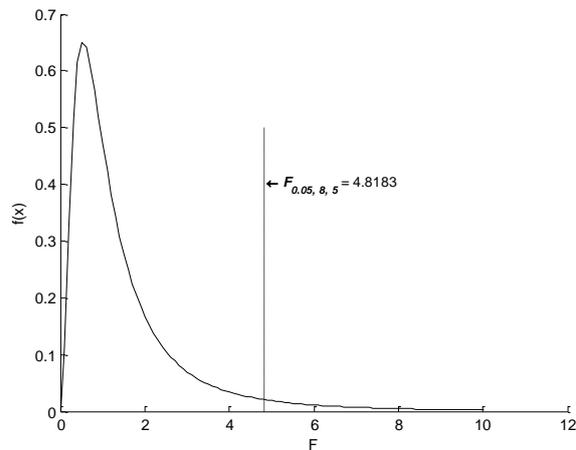
$$\omega = \frac{\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}}{h\sigma_0^2} < F_c; \quad F_c = F_{1-\alpha, h, r}$$

$$\omega = \frac{\underline{d}^t Q_d^+ \underline{d}}{h\sigma_0^2} = 0.792$$

$$F_c = 4.818$$

$\omega < F_c \Rightarrow$  la forma della rete non varia significativamente

I risultati sono stampati su un file.d (*appendice V*)



**Figura 62**



## Conclusioni

L'introduzione delle tecniche di simulazione all'interno delle materie scientifiche ha, in generale, migliorato l'affidabilità delle decisioni ed ha consentito di simulare gli effetti di un determinato fenomeno al fine di renderlo efficiente ed economico.

Dallo studio da me condotto emerge che la simulazione può essere utile per la valutazione della precisione della rete: qualora questa risultasse insufficiente alle specifiche richieste, occorrerebbe inserire nuove misure nel progetto; se, viceversa, la precisione risultasse elevata, si potrebbe sfoitare il progetto rendendolo più economico.

I valori di precisione simulati (scarti quadratici medi delle coordinate), calcolati partendo dalle precisioni intrinseche degli strumenti topografici e dagli schemi di rilievo utilizzati, sono stati poi confrontati con le precisioni reali (da compensazione) raggiunte, arrivando alla conclusione che i due valori, a meno di una costante, sono uguali.

Inoltre, tramite l'analisi a priori effettuata su reti costruite *ad hoc*, sono stati calcolati: le direzioni lungo le quali è più difficile individuare lo spostamento (essendo direzioni lungo le quali l'errore è maggiore), il minimo spostamento rilevabile in una direzione prefissata e con una certa potenza del test ed, infine, l'effettivo spostamento apparente derivante da errori nascosti non rilevati dall'analisi dei residui.

Si è cercato, successivamente, di definire i criteri generali per l'istituzione di una rete di monitoraggio per il controllo di una struttura. Partendo dalla descrizione della struttura oggetto di studio, è stata valutata la significatività degli spostamenti che la struttura potrebbe aver manifestato a distanza di un anno. Di solito questo tipo di valutazione viene fatta empiricamente e, quindi, lascia margini di discrezionalità. L'applicazione di test statistici rende invece "oggettive" le valutazioni sull'effettivo spostamento delle parti della struttura.

Il ruolo svolto dalla matrice di varianza delle differenze delle quote è fondamentale nell'analisi statistica. Questa fornisce le basi per valutare se le variazioni di coordinate - - che sempre si manifestano tra rilievi di una stessa rete in tempi successivi -

corrispondono o meno a reali movimenti di punti. Questo tipo di valutazione è possibile grazie al test sulla congruenza globale.

È proprio quest'ultimo che consente di affermare, sulla base di misure da me effettuate e del software da me costruito durante il periodo di redazione della tesi che, a distanza di un anno (19/05/2011-17/04/2012), la forma della rete istituita per il controllo dei movimenti della struttura oggetto di analisi non è significativamente cambiata, essendo le variazioni tra le coordinate dovute agli inevitabili errori casuali di misura.

Una simile valutazione potrà essere facilmente effettuata da chiunque si serva del software realizzato: infatti, sarà sufficiente creare due files testo ove andranno inseriti i dati relativi a ciascun rilievo secondo la modalità standard illustrata nel capitolo 4; successivamente, un programma chiamato "*sol\_2epoche.m*" provvederà a leggere da input i files testo creando le variabili che serviranno per la suddetta analisi. In seguito, il programma "*test\_congruenza\_globale.m*" genererà un file.d con i risultati cercati.

Dunque, qualsiasi utente potrà avvalersi di questo strumento, senza necessariamente conoscere i principi matematico-statistici che stanno alla base dello stesso, ottenendo comunque risultati attendibili.

Mentre gli studi condotti e la formalizzazione degli algoritmi sono relativi a reti di qualunque tipo, i rilievi e i codici realizzati si riferiscono al solo caso monodimensionale (reti altimetriche); il proseguo del lavoro potrebbe essere quello di implementare nuovi software che consentano la risoluzione di problemi bidimensionali (reti planimetriche) e tridimensionali (reti GPS e plano-altimetriche).

# Appendici

## Appendice I

### Statistica

Le grandezze fisiche sono sempre affette da una serie di errori. Questi possono essere sistematici e casuali. I primi sono errori che non possiamo eliminare perché possono derivare ad esempio da un difetto strumentale. Questo errore non può essere identificato a partire dalle misure eseguite.

L'errore casuale si presenta ad ogni determinazione spostandola dal valore vero che rimane puramente teorico.

Il nostro obiettivo è quello di verificare se nelle nostre misure sono presenti errori casuali.

Disponendo di n misure con la stessa precisione, è possibile determinare:

*media:*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n};$$

*varianza:*

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x}]^2}{n-1};$$

*scarto quadratico medio:*

$$\sqrt{\sigma_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x}]^2}{n-1};$$

In presenza di misure di grandezze con diversa precisione occorrerà assegnare un peso maggiore alle misure con maggiore precisione:

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$$

Dove  $\sigma_0^2$  è un valore arbitrario chiamato varianza dell'unità di peso.

Quindi, in questo caso, parametri suddetti si trasformano in:

**media:**

$$\bar{x}_p = \frac{\sum_{i=1}^n x_i p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}$$

**Varianza:**

$$\sigma_{x_p}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n p_i [x_i - \bar{x}_p]^2}{(n-1)\sum p_i}$$

Nei problemi del rilevamento si misurano diverse grandezze per determinare i parametri incogniti del problema. Queste non possono essere trattate singolarmente; a tale proposito, introduciamo il concetto di covarianza. La covarianza misura il grado di correlazione tra coppie di grandezze che definiscono una variabile n-dimensionale (Mancini F. , 2010).

Per una variabile n-dimensionale, i valori di varianza e covarianza sono organizzati in una matrice chiamata appunto matrice di varianza-covarianza. Prendiamo ad esempio il caso di una variabile tridimensionale  $L=f(x,y,z)$ :

$$\Sigma_L = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 \end{pmatrix}$$

Se tra le grandezze non c'è correlazione, i termini fuori diagonale sono uguali a zero.

**Proprieta matrice varianza-covarianza:**

la matrice di varianza-covarianza, contiene tutte le informazioni necessarie per la valutazione degli errori associati ad una qualsiasi variabile n-dimensionale.

- La matrice è simmetrica;
- Gli elementi diagonali sono positivi;
- La matrice non deve essere singolare ( $\det \neq 0$ );

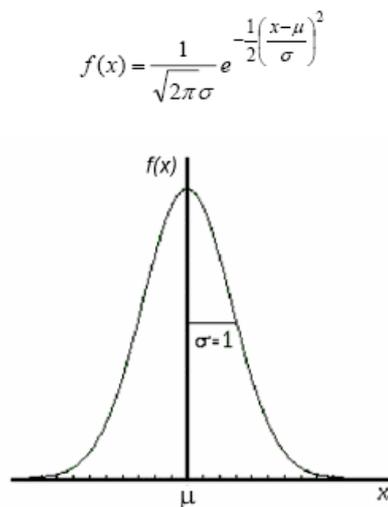
## Appendice II

### Distribuzione di Gauss (o Normale) per variabili monodimensionali

Lo studio di questa distribuzione viene utilizzato per lo studio degli errori casuali e la stima dei parametri media e varianza della grandezza in esame.

Si può dimostrare che gli errori accidentali di misura appartengono ad una distribuzione normale

$N(0; \sigma^2)$ , ovvero con media nulla e varianza  $\sigma^2$ . Quindi le misure apparterranno ad una distribuzione normale  $N(\mu; \sigma^2)$  dove  $\mu$  è il valor medio.



Proprietà della curva:

- Il valore medio è anche il più probabile;
- Ha due punti di flesso;
- Al crescere di  $\sigma^2$  (determinazioni meno precise) la curva si appiattisce;
- L'integrale di  $f(x)=1$ ;

### *Distribuzione normale normalizzata*

È una distribuzione normale per la quale si ha media nulla e varianza unitaria.

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2}$$

$$\text{Dove: } u = \frac{x - \mu}{\sigma} ;$$

la probabilità è deducibile, in questo caso, anche da apposite tabelle che riportano valori di probabilità già calcolate su certi intervalli.

Consideriamo la forma quadratica:

$$x^t \Sigma_x x$$

Nel caso monodimensionale:

$$x^t x = x^2$$

Quindi:

$$x (\sigma_x^2)^{-1} x = (x/\sigma_x)^2 \Rightarrow \frac{x}{\sigma_x} \sim N(0, \sigma_x) \Rightarrow \left( \frac{x}{\sigma_x} \right)^2 \sim \chi^2$$

## Appendice III

```
-----
precisione strumento m/km =0.001
numero punti =9
numero misure =10
numero incognite =8
ridondanza =2
numero punti fissi =1
nome punti fissi =9
elevazione punti fissi =100
valore a priori =1.000000
-----
x(quote)
100.0547
100.0849
100.1898
 99.9836
104.9404
105.0878
105.0843
105.1294
-----
sqm_x(scarti quadratici medi delle quote)
3.5828e-004
3.7024e-004
3.5560e-004
3.3266e-004
4.6562e-004
5.0529e-004
5.5184e-004
5.8156e-004
-----
v(residui)
1.0474e-004
9.6439e-005
6.0484e-005
2.8194e-004
5.2640e-004
2.1316e-014
3.2196e-015
-8.5357e-015
-1.2886e-014
4.8337e-005
-----
sqm_v(scarto quadratico medio dei residui)
1.0269e-004
9.4553e-005
5.9301e-005
2.1985e-004
4.1048e-004
0.0000e+000
0.0000e+000
3.4277e-028
6.0463e-012
2.9575e-004
-----
s0_quadro(varianza a posteriori)
1.5784e+000
-----
ridondanza
2.000000
-----
test chi_2 superato
-----
w(residui normalizzati)
1.0199e+000
1.0199e+000
1.0199e+000
1.2824e+000
1.2824e+000
0.0000e+000
0.0000e+000
-9.3369e-020
-2.1311e-003
1.6344e-001
-----
Tutti i residui normalizzati appartengono all'intervallo di confidenza
-----
```

## Appendice IV

```
-----
precisione strumento m/km =0.001
numero punti =9
numero misure =11
numero incognite =8
ridondanza =3
numero punti fissi =1
nome punti fissi =9
elevazione punti fissi =100
valore a priori =1.000000
-----
x(quote)
100.0548
100.0856
100.1900
 99.9837
104.9413
105.0886
105.0854
105.1306
-----
sqm_x(scarti quadratici medi delle quote)
4.4768e-004
4.2190e-004
3.6450e-004
3.1833e-004
4.4859e-004
5.4359e-004
5.6748e-004
5.7242e-004
-----
v(residui)
-1.9811e-004
-1.8006e-004
-9.0338e-005
-4.9415e-004
-4.2117e-005
-2.4924e-005
-1.6954e-005
-1.4170e-004
8.6005e-005
-1.3830e-004
8.7336e-005
-----
sqm_v(scarto quadratico medio dei residui)
1.1948e-004
1.0859e-004
5.4481e-005
2.9801e-004
1.7619e-004
1.0427e-004
7.0927e-005
3.2221e-004
3.5980e-004
3.1449e-004
5.2670e-005
-----
s0_quadro(varianza a posteriori)
2.3693e+000
-----
ridondanza
3.000000
-----
test chi_2 superato
-----
w(residui normalizzati)
-1.6582e+000
-1.6582e+000
-1.6582e+000
-1.6582e+000
-2.3904e-001
-2.3904e-001
-2.3904e-001
-4.3977e-001
2.3904e-001
-4.3977e-001
1.6582e+000
-----
Tutti i residui normalizzati appartengono all'intervallo di confidenza
```

## Appendice V

```
d(vettore spostamento)
0.0001
0.0007
0.0002
0.0001
0.0009
0.0008
0.0011
0.0012
-----
sqm_d(scarti quadratici medi vettore spostamento)
0.0006
0.0006
0.0005
0.0005
0.0007
0.0008
0.0008
0.0009
-----
w_d(spostamenti normalizzati)
0.171346
1.213916
0.378243
0.207734
1.332268
1.043187
1.338769
1.410511
-----
alpha = 0.05
tutti i w_d seguono una normale normalizzata
-----
test di Fisher con alpha=0.050000
F_c=4.818320
omega=1.165149
-----
la forma della rete non varia significativamente
-----
```

## **Bibliografia**

- Baarda W.,1968, “A testing procedure for use in geodetic networks”;
- Barbarella M.,Fiani M. “Reti di controllo GPS: problemi di simulazione e analisi”;
- Barbarella M. “Analisi delle deformazioni”;
- Barbarella M. “Dispense topografia”;
- Caspary W.F.,1987 “Concepts of network and deformation analysis”;
- Cina.A., 2002 “Trattamento delle misure topografiche.Teorica ed esercizi”;
- Cooper M.A.R.: “Control surveys in civil engineering”;
- Di Ferdinando A. “Dispense del corso di base di programmazione scientifica in ambiente matlab”;
- KuangShan-Long,1991 “Optimization and design of deformation monitoring schemes”;
- Mancini F., 2010 “Dispense di topografia e tecniche di rilevamento”;
- Niemeier W., 1982 “Principal component analysis and geodetic networks”;
- Pelzer N.,1971 “Some criteria for the accuracy and the reliability of network”;
- Russo M.R., unipd “introduzione a Matlab”;
- Scarno Gaetano “teoria dei fenomeni aleatori”;
- Sheldon M. Ross, 1995 “Stochastic Processes”;
- Zatelli P. “Esercizi di statistica e topografia (università di Trento)”;

## **Siti internet**

- [http://pdf.directindustry.it/pdf/trimble/datasheet-dini-digital-level-italian/14795-93847-\\_2.html](http://pdf.directindustry.it/pdf/trimble/datasheet-dini-digital-level-italian/14795-93847-_2.html);
- <http://www.ingeosystems.it>;
- <http://labtopo.ing.unipg.it>;
- [circe.iuav.it/labfot/LabCons/materiali.../rilievo%20topografico.pdf](http://circe.iuav.it/labfot/LabCons/materiali.../rilievo%20topografico.pdf)



## Ringraziamenti

*Grazie al **prof. Maurizio Barbarella** per essere stato un esempio di professionalità e passione; grazie per gli insegnamenti, per la fiducia e la simpatia dimostratami sempre;*

*Grazie al **prof. Stefano Gandolfi** per avermi trasmesso la passione per questo tipo di materia e per avermi insegnato il corretto metodo di studio;*

*Grazie a **Pino, Chiara e Alessandra**, per avermi aiutato durante le operazioni di rilievo;*

*Grazie ad **Alessio, Paolo, Alessia, Emanuele, Luca** per la collaborazione nell'esecuzione del primo rilievo;*

*Grazie a **Fabio, Greta, Daniele, Enrico** per la collaborazione nell'esecuzione del secondo rilievo;*

*Grazie a **Francesca, Margherita, Alessandro** per aver rallegrato un laboratorio un po' triste;*

*Grazie a **Mamma, Papà, Rocco, Angela e Zia** per avermi fatto vivere questi anni senza alcun tipo di pressione e/o preoccupazione, per avermi sempre sostenuto e dimostrato piena fiducia;*

*Grazie a **Nicola** per essere stato il punto di riferimento, non solo in questi anni universitari;*

*Grazie a **Mirella** per avermi trasmesso la mania della precisione e dell'organizzazione oltre ad avermi dimostrato tutto il suo amore;*

*Grazie a **Nik** per la sua capacità di rendere allegri momenti difficili;*

*Grazie a **Cristina, Roberta, Giovanna e Valentina**; non avrei mai potuto desiderare amiche migliori;*

*Grazie ad **Enrica**, per essere una magnifica compagna di avventure, oltre che fonte di ottimismo e tranquillità;*

*Grazie a **Rob, Alex, Silvia, Vito, Giusi, Raffa, Lucia**, per tutte le serate trascorse insieme e per l'amicizia che ci lega da tempo;*

*Grazie a **Luca, Andrea e Giuseppe** eccezionali coinquilini, con i quali ho trascorso una parte di questa avventura.*

*Grazie a tutti coloro che hanno vissuto con me questi anni bolognesi, per lunghi periodi o per pochi attimi.*