

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE STRUTTURE

DICAM - Dipartimento Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali

TESI DI LAUREA

in

Tecnica delle costruzioni M

**PROGETTAZIONE DI PROVA SU TAVOLA VIBRANTE DI SILOS A
FONDO PIANO CONTENENTE MATERIALE GRANULARE**

CANDIDATO

Erica Carboni

RELATORE:

Chiar.mo Prof. Silvestri Stefano

CORRELATORE

Chiar.mo Prof. Trombetti Tomaso

Anno Accademico 2011/2012

Sessione I

Introduzione	7
1. Inquadramento storico	8
1.1. Soluzione di Janssen e Koenen	8
1.2. Ricerche di Holler & Meskouris	13
2. Inquadramento normativo	14
2.1. UNI EN 1998-4:2006 – Eurocodice 1 e 8 Progettazione delle strutture per la resistenza sismica – Parte 4:”Silos, serbatoi e condotte”	14
2.1.1. Condizione statiche di silos tozzi.....	16
2.1.2. Condizione sismiche di silos tozzi.....	17
PARTE 1 – SVILUPPI ANALITICI	19
3. Introduzione alla Teoria Trombetti et al	20
3.1. Introduzione ed ipotesi.....	20
3.2. Forze in gioco	21
3.3. Dal discreto al continuo	23
3.4. Considerazioni sulle pressioni normali intermateriale ($p_{v,GG}$)	24
3.5. Assunzioni	25
3.6. Suddivisione dell’insilato in due porzioni	27
3.6.1. Elemento E.....	28
3.6.2. Elemento D	29
3.7. Inquadramento generale degli sviluppi analitici	30
4. Teoria Trombetti et al	31
4.1. Caso statico	31
4.1.1. Equilibrio verticale del disco D	32
4.1.2. Equilibrio radiale del disco D	33
4.1.3. Legame pressione verticale e orizzontale	33
4.1.4. Legge di attrito.....	34
4.1.5. Equilibrio verticale e radiale del toro E	34
4.1.6. Equilibrio alla traslazione tangenziale	36
4.2. Caso dinamico.....	37
4.2.1. Equilibrio verticale del disco D	38
4.2.2. Equilibrio radiale del disco D	39
4.2.3. Legame pressione verticale e orizzontale	42
4.2.4. Legge di attrito.....	42
4.2.5. Equilibrio verticale e radiale del toro E	43
4.2.6. Equilibrio alla traslazione tangenziale	47
4.3. Definizione di Lambda	49
4.4. Precisazione sull’equilibrio del momento riguardanti il toro “E”	51
4.5. Interpretazione risultato	54
4.6. Calcolo dei volumi delle porzioni A1 ed A2	56
5. Azioni alla base del silos	59
5.1. Taglio	59
5.1.1. Calcolo tramite proiezione.....	59
5.1.2. Calcolo tramite prodotto massa accelerazione.....	60
5.1.3. Momento.....	62
5.1.4. Calcolo tramite proiezione.....	62
5.1.5. Calcolo tramite prodotto massa accelerazione.....	62
5.1.6. Calcolo delle azioni secondo Eurocodice e confronto	64
6. Limiti di validità della teoria	67
6.1. Esistenza della porzione A1	67
6.2. Esistenza della porzione A2.....	70
6.3. Esistenza della porzione “s”	71

6.4.	Esistenza di $p_{h,GW}$	72
6.5.	Annullamento dello scorrimento dei grani alla base	73
7.	Variabilità dei risultati con μ_{GW} e λ	74
7.1.	Limitazioni geometriche	74
7.2.	Pressioni statiche e dinamiche	76
7.3.	Benefici della teoria Trombetti et al.	78
7.4.	Conclusioni dell'analisi sugli effetti dei coefficienti	79
PARTE 2 – PROGETTAZIONE DELLA PROVA		81
8.	Metodologie di verifica della teoria enunciata.....	82
8.1.	Introduzione	82
8.2.	Laboratorio EQUALS e sue potenzialità	83
8.3.	Commento sulle fasi della programmazione della prova.....	85
9.	Progettazione dei provini	86
9.2.	Introduzione	88
9.3.	Materiali	89
9.3.1.	Parete dei provini - Policarbonato.....	89
9.3.2.	Insilato.....	90
9.3.2.1.	Ballottini glass.....	90
9.3.2.2.	Steel balls	91
9.4.	Scelta delle grandezze della simulazione.....	91
9.4.1.	Caratteristiche geometriche.....	91
9.4.2.	Materiale	92
9.4.3.	Caratteristiche meccaniche	92
9.4.3.1.	Lambda.....	92
9.4.3.2.	Coefficiente di attrito	93
9.4.3.3.	Accelerazione applicata	94
9.5.	Calcolo dei limiti di applicabilità della teoria.....	94
10.	Sensori.....	97
10.1.	Sensori a misurazione diffusa	97
10.2.	Sensori a rilevazione puntuale	100
11.	Provino 1 - 120 cm – Ballotini glass.....	102
11.1.	Calcolo delle pressioni	102
11.2.	Compatibilità tra pressioni e sensori	111
11.3.	Confronto con l'EC8.....	112
11.4.	Azioni alla base del silo	120
11.5.	Risultati dell'analisi	122
11.5.1.	Provino con spessore da 3mm.....	122
11.5.2.	Provino con spessore da 4mm.....	136
11.5.3.	Provino con spessore da 5mm.....	148
11.5.4.	Confronto 3,4, e5 mm e conclusioni	160
12.	Provino 2 - 100 cm – Ballotini glass.....	162
12.1.	Calcolo delle pressioni	162
12.2.	Compatibilità tra pressioni e sensori	171
12.3.	Confronto con l'EC8.....	173
12.4.	Azioni alla base del silo	181
12.5.	Risultati dell'analisi	183
12.5.1.	Provino con spessore da 3mm.....	183
12.5.2.	Provino con spessore da 4mm.....	195
12.5.3.	Provino con spessore da 5mm.....	207
12.5.4.	Confronto 3,4, e5 mm e conclusioni	219
13.	Confronto tra i provini 1 e 2.....	221

13.1.1.	Confronto riguardo le rilevazioni dei sensori	226
14.	Provino 1 – 120 cm – Steel balls	227
14.1.	Calcolo delle pressioni	228
14.2.	Compatibilità tra pressioni e sensori	232
14.2.1.	Sensori a rilevazione superficiale	232
14.2.2.	Sensori a rilevazione puntuale	233
14.3.	Confronto con l'EC8	234
14.4.	Azioni alla base del silo	239
14.5.	Risultati dell'analisi	240
15.	Provino 4 – 100 cm – Steel balls	248
15.1.	Calcolo delle pressioni	248
15.2.	Compatibilità tra pressioni e sensori	253
15.2.1.	Sensori a rilevazione superficiale	253
15.2.2.	Sensori a rilevazione puntuale	254
15.3.	Confronto con l'EC8	254
15.4.	Risultati dell'analisi	259
16.	Verifica del peso del provino con insilato in acciaio	265
17.	Studio dei modi di vibrare	266
17.1.	Provino vuoto	267
17.2.	Provino con la porzione A2	268
17.2.1.	Ballottini glass	268
17.2.2.	Steel balls	269
17.3.	Provino con l'intero insilato	269
17.3.1.	Ballottini glass	270
17.3.2.	Steel balls	270
18.	Scelta del provino definitivo	271
19.	Confronto tra i due insilati per il Provino 1	273
20.	Calcolo degli attacchi bullonati	280
21.	Studio degli effetti locali	283
21.1.	Fondello	283
21.1.1.	Studio degli spostamenti	285
21.1.1.1.	“Caso A”	286
21.1.1.2.	“Caso B”	289
21.1.1.3.	Conclusioni sui due stati limite	293
21.2.	Lunghezza di influenza del vincolamento	294
21.2.1.	La trave sul suolo alla Winkler	294
21.2.1.1.	Trave illimitata	294
21.2.1.2.	Trave semillimitata	295
21.2.2.	Calcolo della distanza di influenza per i provini in esame	296
21.2.2.1.	Provino da 120 cm di altezza	296
21.2.2.2.	Provino da 100 cm di altezza	297
21.3.	Confronto provini con e senza base	298
22.	Saldature del cilindro	299
22.1.	Ipotesi di direzione di ingresso del sisma	299
22.1.1.	Entrata del sisma coincidente con il giunto	300
22.1.2.	Confronto tra modello con e senza incidenza del giunto	307

Introduzione

La ricerca scientifica oggetto della seguente tesi verte sullo studio delle pressioni per sollecitazione sismica agenti su silos tozzi a fondo piano contenenti materiale granulare.

Fine dello studio è una potenziale modifica dell'attuale UNI EN 1998-4:2006 – Eurocodice 8 – Progettazione delle strutture per la resistenza sismica – Parte 4: "Silos, serbatoi e condotte" ora eccessivamente cautelativa per silos tozzi contenenti materiali granulari.

Si persegue quindi la corretta quantificazione dell'azione sismica, ora sovrastimata, e conseguentemente l'ottimizzazione dell'impiego dei materiali per la realizzazione dei silos. L'argomento non ha ingenti precedenti bibliografici se posto a paragone con quelli riguardanti silos contenuti liquidi, si possono però individuare due ricerche sicuramente degne di nota compiute da "Wagner et al." nel 2002 e da "Holler & Meskouris" nel 2006.

La prima giunge alla determinazione dell'incremento di pressioni sulle pareti dovute alla sollecitazione dinamica e alla constatazione di come la loro distribuzione risulti diversa su lati opposti.

La seconda, senza dubbio la più rilevante, ha permesso di pervenire al confronto tra normativa vigente e studio del comportamento di silos snelli e tozzi con sperimentazione. Verificando forte attinenza per gli uni e necessità di una riduzione di massa considerata per gli altri.

La ricerca di Trombetti et al. si raccorda a quella di "Holler & Meskouris" mantenendo un parallelismo con il caso statico di "Janssen & Koenen", occupandosi dell'individuazione dell'andamento delle pressioni lungo l'altezza del silo così da quantificare la massa realmente agente e della verifica della suddetta teoria tramite prove sperimentali su pedana vibrante.

A tal fine il progetto di ricerca è oggetto di studio per il D.I.C.A.M. dell'Università di Bologna, in gemellaggio con il Politecnico di Bari, l'Università di Alicante e l'Earthquake and Large Structures Laboratori (EQUALS) dell'Università di Bristol.

Elaborata la teoria l'obiettivo diviene la sua verifica tramite la progettazione di una prova sperimentale su provini in scala su pedana vibrante. La progettazione della prova consisterà sia nella decisione delle dimensioni, del materiale, e della sollecitazione da applicare sia nella simulazione preventiva tramite STRAUS7. La creazione di un modello FEM risulta infatti di vitale importanza per la buona riuscita dell'esperienza pratica e anche della gestione economica dell'esperimento.

1. Inquadramento storico

1.1. Soluzione di Janssen e Koenen

Janssen nel 1895 elabora la teoria che consente di tracciare l'andamento delle pressioni lungo l'altezza del silo sottoposto a carico statico, l'anno successivo Koenen giunge al medesimo risultato.

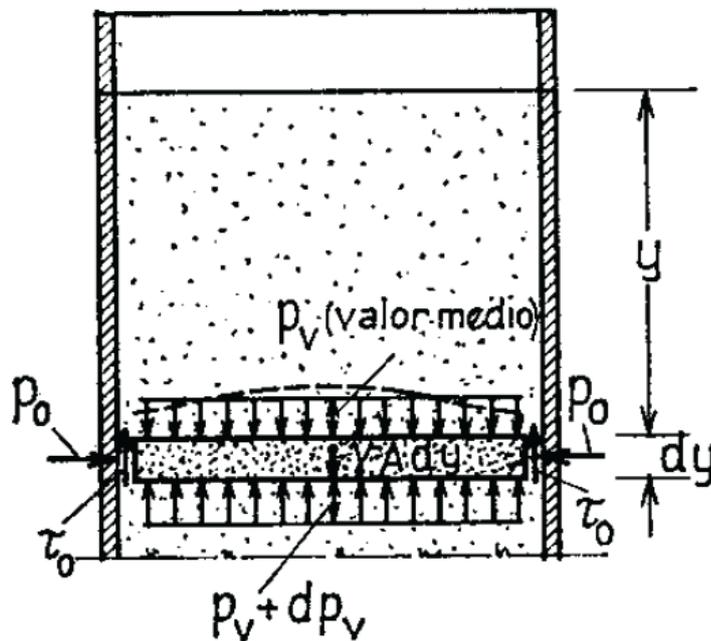


Figura 1

La teoria ha come ipotesi fondamentale che l'andamento lungo il diametro delle pressioni verticali (p_v), sia assunto come costante e pari al valor medio dell'andamento reale, cioè massime al centro e praticamente nulle alle pareti (vedi Figura 1).

Considerando la sezione in Figura 1, indichiamo con:

A = area della sezione interna

l = perimetro interno

φ = angolo di attrito interno

γ = peso specifico

p_v = pressione verticale

τ_0 = pressione tangenziale sul contorno

Poniamo:

$$\lambda = \frac{p_0}{p_v}; \quad f = tg \delta = \frac{\tau_0}{p_0}; \quad \lambda \cdot f = \frac{\tau_0}{p_v} \quad [1.1]$$

Riferendosi ad uno strato di materiale di spessore dy avremo l'equilibrio alla traslazione verticale posto come:

$$-dp_v \cdot A - \tau_0 \cdot l \cdot dy + \gamma \cdot A \cdot dy = 0 \quad [1.2]$$

Sostituendo la [1.1] nella [1.2] avremo:

$$\frac{dp_v}{dy} + \frac{\lambda \cdot f \cdot l}{A} \cdot p_v - \gamma = 0 \quad [1.3]$$

Consideriamo costanti in y le grandezze f , γ e λ , quindi avremo:

$$y_0 = \frac{A}{\lambda \cdot f \cdot l}; \quad 1 - e^{-\frac{y}{y_0}} = \psi(y) \quad [1.4]$$

Con soluzione:

$$p_v = \gamma \cdot y_0 \cdot \psi(y) \quad [1.5]$$

Quindi dalla [1.1]:

$$p_0 = p_v \cdot \lambda = \gamma \cdot y_0 \cdot \lambda \cdot \psi(y) = \frac{\gamma \cdot A}{f \cdot l} \cdot \psi(y) \quad [1.6]$$

Con ψ fornita dalla seguente tabella:

Valori della funzione $\psi(y) = 1 - e^{-y/y_0}$.

y/y_0	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
0,	0	0,095	0,181	0,259	0,330	0,393	0,451	0,503	0,551	0,593
1,	0,632	0,667	0,699	0,727	0,753	0,777	0,798	0,817	0,835	0,850
2,	0,865	0,878	0,889	0,900	0,909	0,918	0,926	0,933	0,939	0,945
3,	0,950	0,955	0,959	0,963	0,967	0,970	0,973	0,975	0,978	0,980

Tabella 1

Le pressioni p_v e p_0 tendono per $y=\infty$ a:

$$p_v^* = \gamma \cdot y_0 \quad ; \quad p_0^* = \gamma \cdot y_0 \cdot \lambda = \frac{\lambda \cdot A}{f \cdot l} \quad [1.7]$$

Definiamo come θ_0 e θ_v gli angoli che le tangenti t_0 e t_v formano con l'origine, vedi Figura 2, avremo:

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \gamma \cdot \lambda \quad ; \quad \operatorname{tg}\theta_v = \gamma \quad [1.8]$$

Quindi avremo, come si può appunto vedere in figura 2, che t_0 e t_v sono quindi i diagrammi delle pressioni con schematizzazione alla Rankine, queste intersecano p_0^* e p_v^* a distanza y_0 dagli assi.

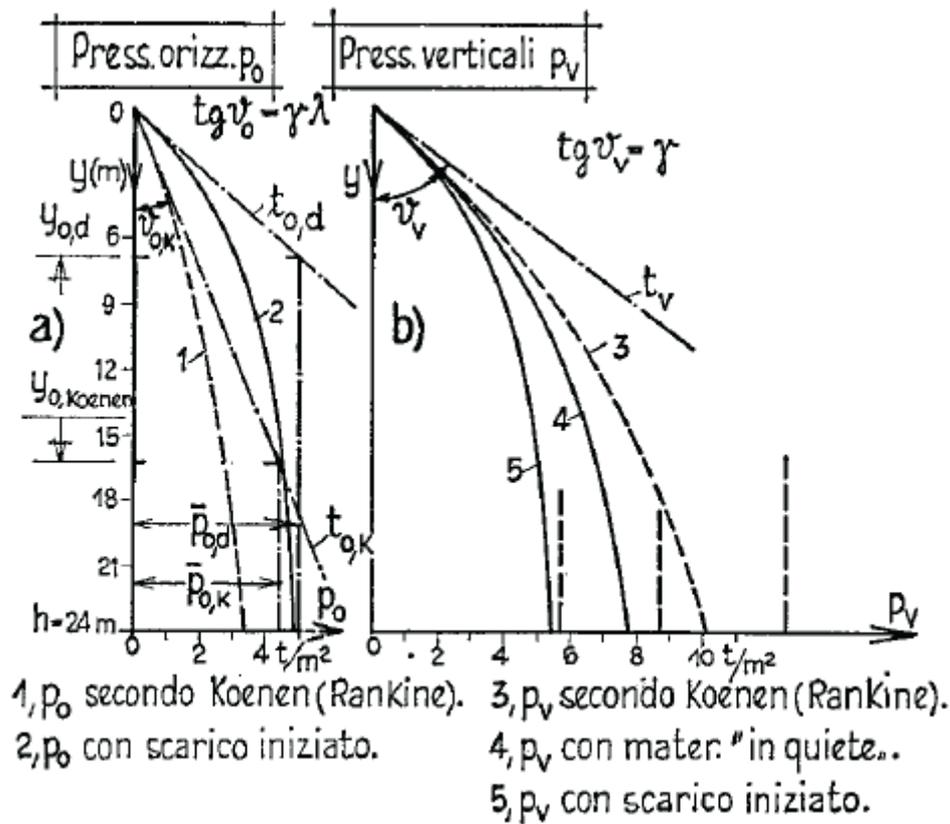


Figura 2

Si individuano quindi i massimi ad ogni y (altezza) e il minimo di p_v a cui si massimizza il carico appeso alla parete a causa dell'attrito e quindi la sollecitazione critica per la parete n_v , come si può vedere in Figura 3.

La n_v è ottenibile quindi se al peso del materiale si va a sottrarre la reazione del materiale sottostante:

$$n_{v,max} = \frac{(\gamma \cdot y - p_{v,min}) \cdot A}{l_m} \quad [1.9]$$

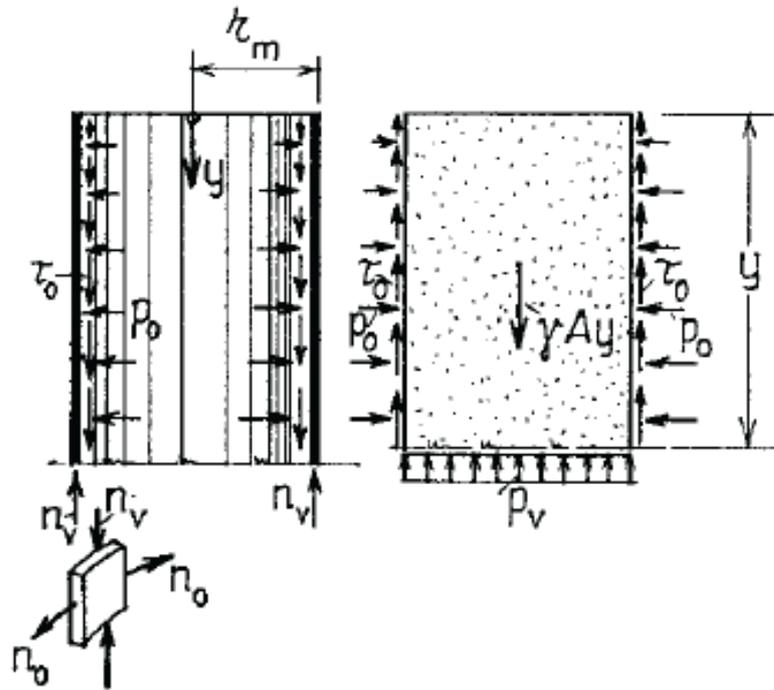


Figura 3

Con $l_m = 2\pi r_m$, occorrerà poi aggiungere il peso proprio.

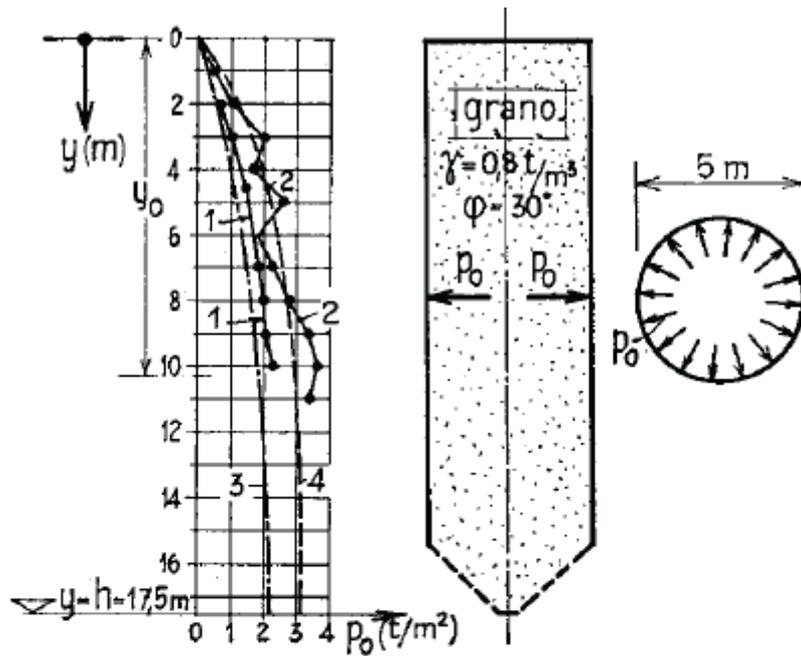
Per quanto riguarda il valore di λ , Koenen propose l'utilizzo della formula di Rankine per la spinta attiva, anche se non coerente con l'esistenza delle τ_0 :

$$\lambda_{RANKINE} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - \operatorname{sen}\varphi}{1 + \operatorname{sen}\varphi} \quad [1.10]$$

Quindi per considerare al rilevanza delle tensioni tangenziali si utilizza più spesso il valore determinato da Camiz, nel caso $\delta = \varphi$ sarà:

$$\lambda_{CAMIZ} = \frac{1 - \operatorname{sen}^2\varphi}{1 + \operatorname{sen}^2\varphi} \quad [1.11]$$

I risultati sperimentali, vedi Figura 4, confermano la correttezza dell'assunzione dei parametri f , λ e γ come costanti, inoltre l'uniformità delle p_v è verosimile quanto più è snello il silo e risulta dipendente dalla quiete del materiale.



1. p_0 sperim. (Platonow-Kowtun): scarico nullo.
2. p_0 sperim. (" - "): scarico iniziato.
3. p_0 teorica (Janssen) $\delta = \frac{2}{3} \varphi$, λ (Koenen) = 0,33.
4. p_0 teorica (") $\delta_d = 0,6 \varphi$, $\lambda_d = 0,9$

Figura 4

Quindi con riferimento alla pag. 143 del Pozzati "Teoria e tecnica delle strutture" volume primo, preliminari e fondamenti – UTET si possono scegliere come valori da utilizzare nei calcoli riguardo a δ per uno stato di quiete del materiale:

$\delta = \varphi$ per pareti molto scabre

$\delta = 0,5\varphi$ per pareti lisce

$\delta = 0,75\varphi$ per pareti abbastanza lisce

1.2. Ricerche di Holler & Meskouris

Le ricerche dei due studiosi vertono sulla progettazione dei silos sotto azioni sismiche e vengono validate da prove sperimentali.

Le prove vengono eseguite su modelli FEM in cui le pareti del silo sono composti da elementi "plate" ad 8 nodi e il materiale granulare interno è rappresentato elementi solidi a 20 nodi. Quindi gli elementi delle pareti permettono una descrizione quadratica delle grandezze compatibile con gli elementi prescelti per l'interno. I legami intergranulari sono stati studiati con varie tipologie di legame, la simulazione più efficace si è rivelata essere quella utilizzata per la ricerca di Niemunis ed Herle, e se ne è verificata l'aderenza alla realtà tramite test ciclici. Vi sono poi elementi speciali all'interfaccia parete-materiale che forniscono tramite i punti di Gauss degli elementi il rapporto intercorrente tra le due entità.

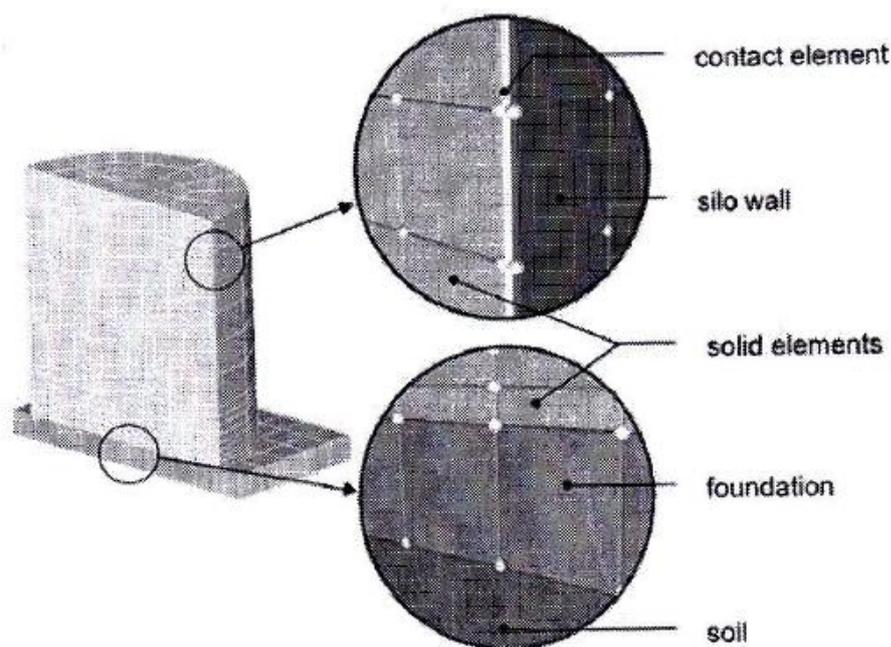


Figura 5

La validità della teoria è comprovata attraverso prove su tavola vibrante di silo in acciaio. Su di esso sono posti 3 traduttori di pressione completi di rilevatori di accelerazione. La sollecitazione è fornita tramite un accelerometro e può essere applicata in ogni direzione. La sollecitazione sarà fornita da 3 accelerogrammi due dei quali sintetici e l'altro composto da una sinusoidale.

2. Inquadramento normativo

2.1. UNI EN 1998-4:2006 – Eurocodice 1 e 8 Progettazione delle strutture per la resistenza sismica – Parte 4:”Silos, serbatoi e condotte”

L’Eurocodice 8 è la normativa di riferimento per la progettazione antisismica dei silos. Essa tratta sia di quelli contenenti liquidi che di quelli contenenti materiali granulari consentendo la progettazione di nuovi interventi e di rinforzi necessari per gli esistenti.

Riguardo i silos viene posto in evidenza come, in dinamica, la pressione contro le pareti aumenti rispetto allo stato di riposo e come questa debba essere considerata insieme a quelle derivate dall’inerzia.

La norma sancisce poi che questi debbono essere dimensionati assumendo la presenza simultanea di moto sismico orizzontale (agente lungo la direttrice più sfavorevole) e di uno verticale. La massa granulare è solitamente assunta come oscillante insieme al silo stesso.

La norma ha come obiettivo quello di fornire i principi generali e le azioni da assumersi per la progettazione delle strutture dei silos.

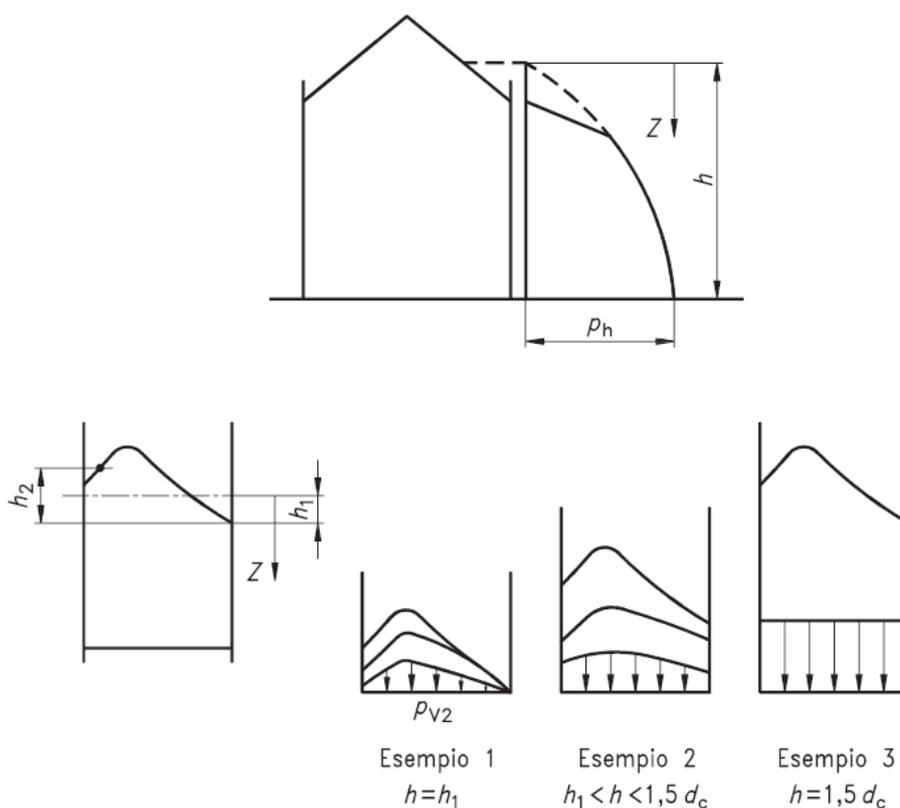


Figura 6

Per quanto riguarda le azioni per i silos tozzi come quelli presi in considerazione in questa sede viene analizzato l'andamento delle pressioni lungo l'altezza e sul fondo piano.

La pressione lungo l'altezza è zero nel punto in cui il materiale entra in contatto con la parete, varia linearmente nella porzione sottostante, ad una pressione limite la pressione comincerà poi a variare in modo diverso (vedi figura 6 in alto).

In Figura 7 in basso si mette poi in evidenza il variare delle pressioni sul fondo a seconda dei parametri geometrici.

Risulta importante quindi descrivere prima di esporre la nuova teoria elaborata porre punti fermi sulla normativa vigente.

Al fine di poter ottenere le pressioni agenti sulle pareti dei silo occorre una suddivisione geometrica:

- silos snelli $2 \leq \frac{h_c}{d_c}$
- silos mediamente snelli $1 < \frac{h_c}{d_c} \leq 2$
- silos tozzi $4 < \frac{h_c}{d_c} \leq 1$
- silos molto tozzi $\frac{h_c}{d_c} \leq 4$

con h_c quota del pelo libero del materiale e d_c è il diametro.

Andiamo ora ad analizzare la sola parte riguardante i silo tozzi, in quanto le altre tipologie esulano dall'argomento trattato in questo testo.

2.1.1. Condizione statiche di silos tozzi

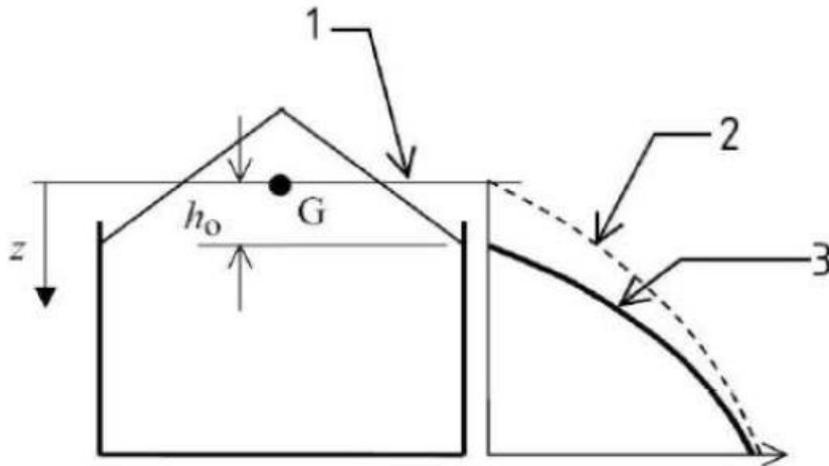


Figura 8 - 1 Superficie equivalente, 2 Pressioni per silos snelli, 3 Pressioni per silos tozzi

I carichi agenti su un silo tozzo in condizioni statiche saranno determinabili attraverso:

$$p_{hf}(z) = \gamma \cdot k \cdot z_0 \cdot \left\{ \left[\left(\frac{z - h_0}{z_0 - h_0} \right) + 1 \right]^n \right\} \quad [2.1]$$

$$p_{wf}(z) = \mu \cdot p_{hf}(z) \quad [2.2]$$

Dove avremo:

z_0 = profondità caratteristica

$$n = -(1 + \text{tg} \phi_r) \cdot \left(1 + \frac{h_0}{z_0} \right)$$

$$h_0 = \frac{r}{3} \cdot \text{tg} \phi_r$$

Con r raggio del silo e ϕ_r angolo di riposo.

2.1.2. Condizione sismiche di silos tozzi

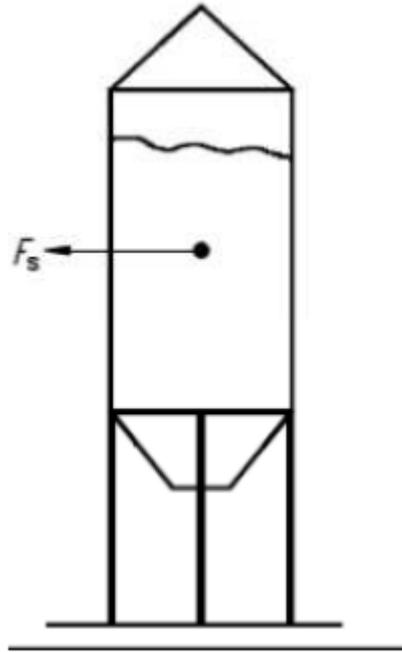


Figura 9

La sollecitazione sismica è applicata come una sollecitazione orizzontale sulle pareti.

La sovrappressione è valutabile come:

$$\Delta_{ph,s} = \Delta_{ph,s0} \cdot \cos \vartheta \quad [2.3]$$

Con:

$\Delta_{ph,s0}$ = pressione di riferimento a distanza verticale x dal fondo piano

$$\Delta_{ph,s0} = \alpha(z) \cdot \gamma \cdot \min\left(r_s^*; 3x\right)$$

$0^\circ < \vartheta \leq 360^\circ$ = angolo tra la linea radiale del punto di interesse sulla parete e la direzione della componente orizzontale dell'azione sismica

$\alpha(z)$ = rapporto tra accelerazione di risposta del silo a distanza verticale z dalla superficie equivalente di materiale insilato, e l'accelerazione di gravità

All'interno della definizione di $\Delta_{ph,s0}$ possiamo definire:

$$r_s^* = \min\left(h_b, \frac{d_c}{2}\right)$$

h_b = quota più alta raggiunta dal silo

d_c = dimensione interna del silo parallela all'azione sismica

x = distanza verticale dal fondo verticale

Il taglio e il momento flettente alla base possono essere determinati con le formule:

$$T = \frac{a_g}{g} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(H - \frac{R}{6} \right) \quad [2.4]$$

$$M = \frac{a_g}{g} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{2} \cdot \left(H^2 - \frac{R^2}{27} \right) \quad [2.5]$$

Se si pongono le ipotesi:

- le particelle di insilato si muovono insieme alle pareti
- modellazione del articolato con l'effettiva massa posta al centro di gravità e valutare la sua inerzia rotazionale rispetto ad esso.
- massa effettiva uguale all'80% del totale della massa

Attuando queste ipotesi si può concludere che le sollecitazioni possono essere ottenute tramite:

$$T = \frac{a_g}{g} \cdot \gamma \cdot (\pi \cdot R^2 \cdot H) \cdot 0,8 \quad [2.6]$$

$$M = \frac{a_g}{g} \cdot \gamma \cdot (\pi \cdot R^2 \cdot H) \cdot 0,8 \cdot \frac{H}{2} \quad [2.7]$$

PARTE 1 – SVILUPPI ANALITICI

3. Introduzione alla Teoria Trombetti et al

3.1. Introduzione ed ipotesi

Lo studio di silos reali a fondo piano contenenti materiale granulare viene ad essere studiato attraverso il parallelismo con un modello ideale.

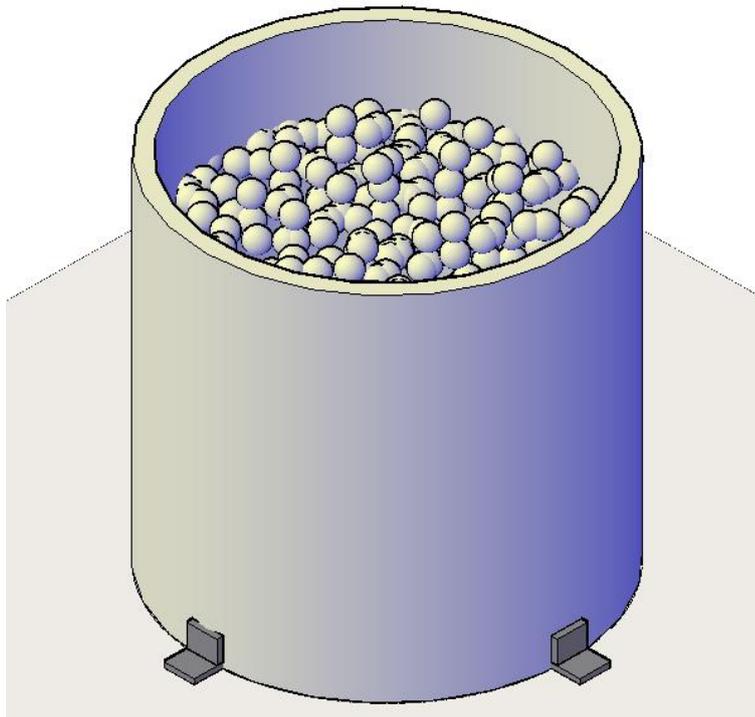


Figura 10

Le ipotesi principali insite alla base della teoria sono:

- Silo cilindrico a fondo piano di raggio (R) riempito di materiale granulare sino ad una data altezza (H)
- Superficie di pelo libero del materiale insilato orizzontale
- Pareti considerate come infinitamente rigide, se confrontate con il materiale insilato
- Materiale granulare insilato incompressibile e compatto, senza vuoti, con struttura regolare

3.2. Forze in gioco

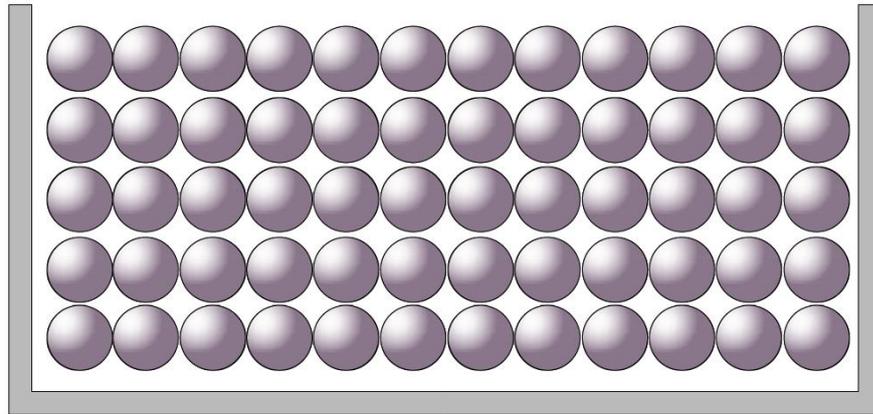


Figura 11

I grani provocano pressioni sulla parete esterna, identificheremo queste forze con:

- $f_{V,\perp,GG}$ = forza normale verticale, è la forza che si scambiano perpendicolarmente tra di loro i grani in direzione verticale
- $f_{H,\perp,GG}$ = forza normale orizzontale, è la forza che si scambiano perpendicolarmente tra loro i grani in direzione orizzontale
- $f_{V,\parallel,GG}$ = forza verticale tangenziale, è la forza che si scambiano parallelamente tra loro i grani in direzione verticale
- $f_{H,\parallel,GG}$ = forza orizzontale tangenziale, è la forza che si scambiano parallelamente tra loro i grani in direzione orizzontale
- $f_{H,\perp,GW}$ = forza orizzontale normale, è la forza che si scambiano perpendicolarmente grano e parete
- $f_{V,\parallel,GW}$ = forza verticale tangenziale, è la forza che si scambiano parallelamente tra grano e parete
- $f_{H,\parallel,GB}$ = forza orizzontale tangenziale, è la forza che si scambiano parallelamente grano e base del silo
- $f_{V,\perp,GB}$ = forza verticale normale, è la forza che si scambiano perpendicolarmente grano e base del silo

Quindi si può riassumere lo scambio di forze come in figura11

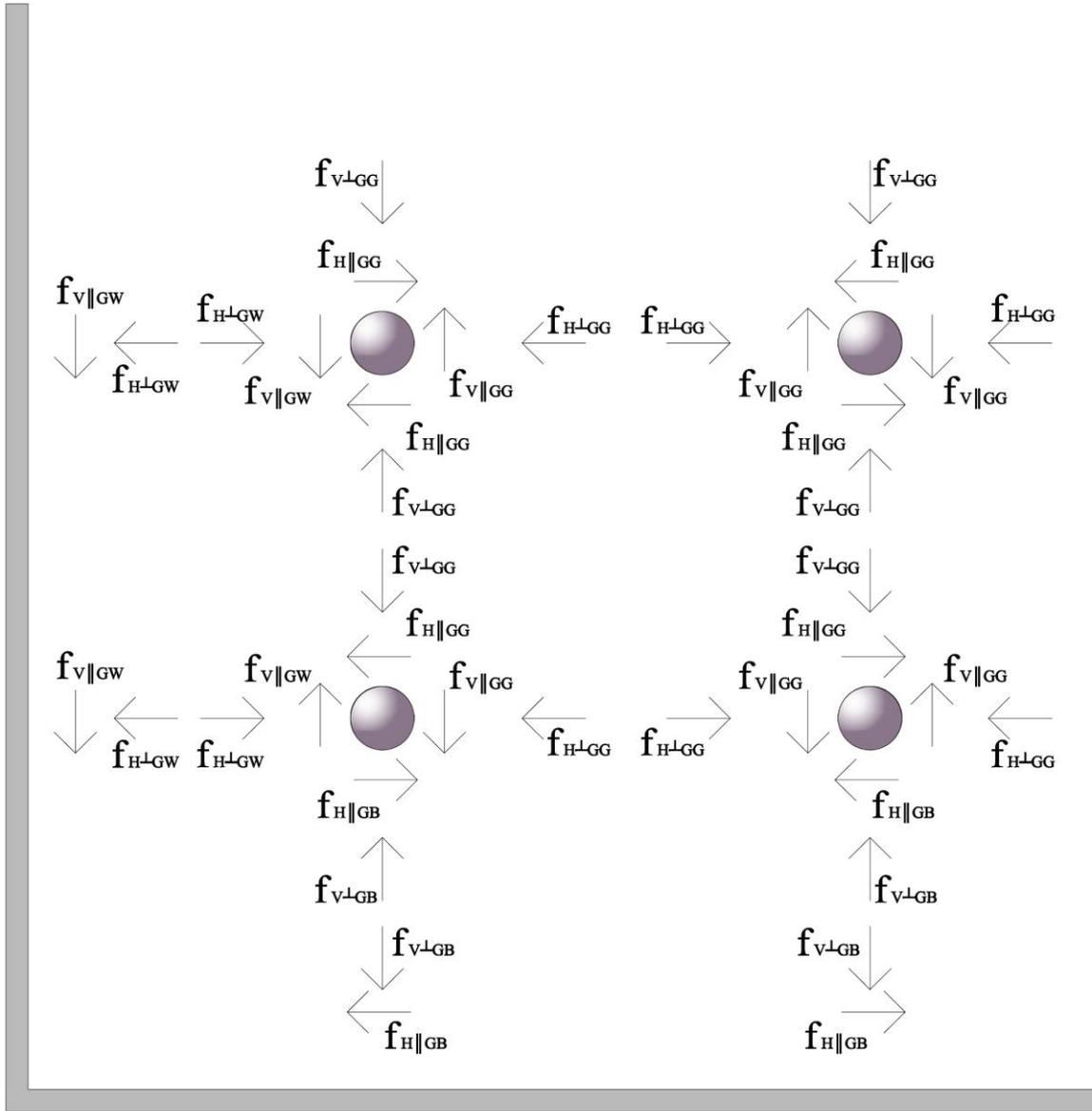


Figura 12

A quelle in figura occorre aggiungere le forze orizzontali tangenziali in direzione perpendicolare al foglio, che pur esistendo sono state omesse per una più semplice rappresentazione grafica.

Le tensioni tangenziali sono limitate dalle leggi di attrito:

$$f_{H\perp,GG} \leq \mu_{GG} \cdot f_{V,\perp,GG} \quad [3.1]$$

$$f_{V\perp,GG} \leq \mu_{GG} \cdot f_{H,\perp,GG} \quad [3.2]$$

$$f_{H\perp,GB} \leq \mu_{GB} \cdot f_{V,\perp,GB} \quad [3.3]$$

$$f_{V\perp,GB} \leq \mu_{GB} \cdot f_{H,\perp,GB} \quad [3.4]$$

Con $\mu_{GG}, \mu_{GW}, \mu_{GB}$ coefficienti di attrito relativi a grano-grano, grano-parete e grano-base.

3.3. Dal discreto al continuo

Al fine di studiare in modo approfondito i legami tensionali tra grani e parete occorre considerare il materiale insilato come strati di spessore infinitesimo dz e conseguentemente le forze introdotte nel paragrafo precedente divengono pressioni rispettivamente normali o tangenziali.

Quindi avremo:

- $f_{V,\perp,GG} = P_{v,GG}$
- $f_{H,\perp,GG} = P_{h,GG}$
- $f_{V,\parallel,GG} = \tau_{v,GG}$
- $f_{H,\parallel,GG} = \tau_{h,GG}$
- $f_{H,\perp,GW} = P_{h,GW}$
- $f_{V,\parallel,GW} = \tau_{v,GW}$
- $f_{H,\parallel,GB} = \tau_{h,GB}$
- $f_{V,\perp,GB} = P_{v,GB}$

E possono essere rappresentate graficamente come:

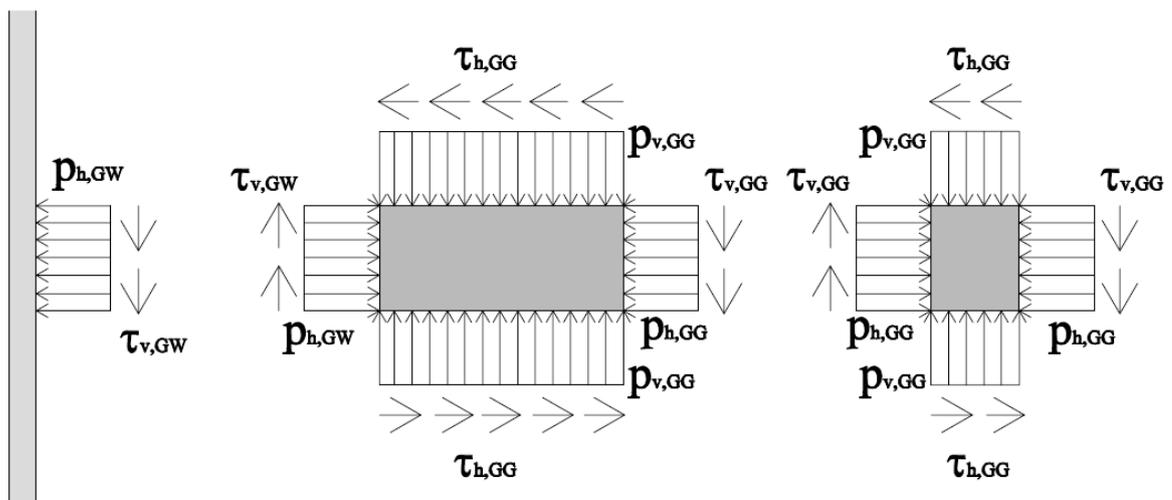


Figura 13

3.4. Considerazioni sulle pressioni normali intermateriale ($p_{v,GG}$)

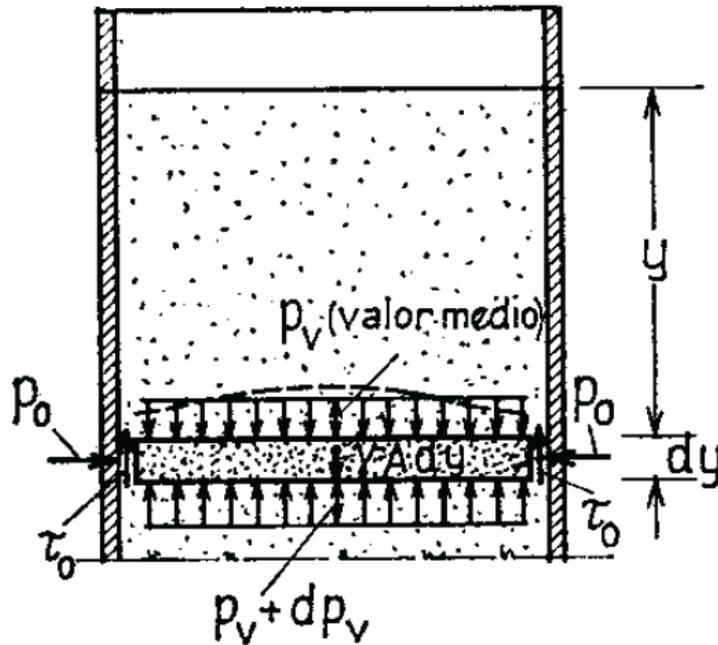


Figura 14

Le pressioni normali che si scambiano i vari strati alti dz di materiale insilato sono state considerate di valore costante lungo il diametro del silo già da Janssen che da Koenen (vedi Figura 14), come esposto nell'inquadramento storico di questo documento.

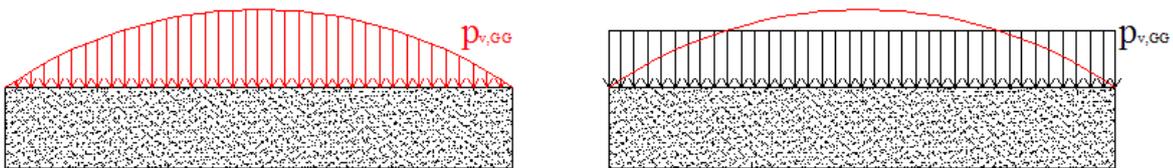


Figura 15

La realtà risulta però essere difforme da questa assunzione, infatti queste pressioni variano da un valore minimo vicino alle pareti ad un valore massimo al centro.

3.5. Assunzioni

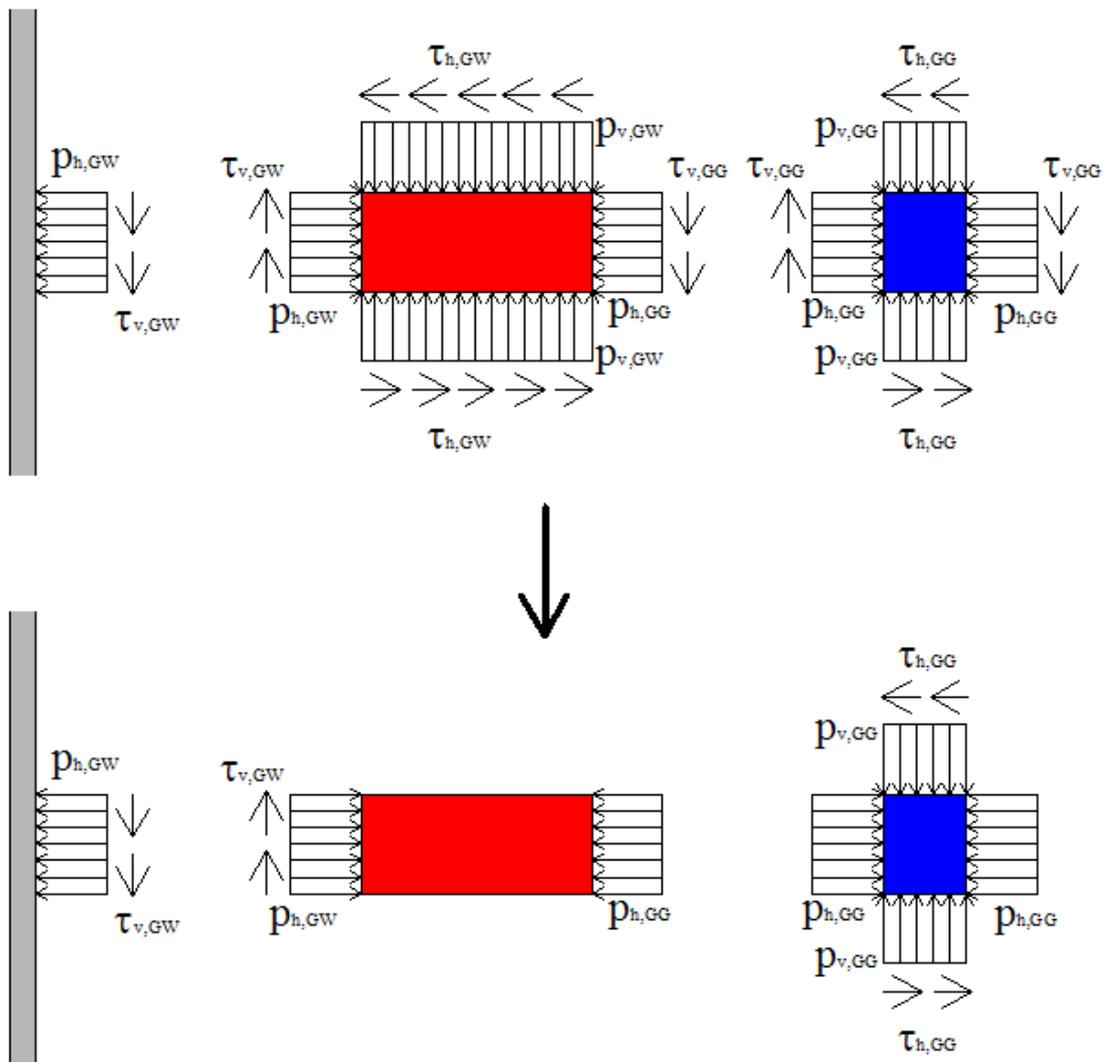
La teoria prevede poi altre semplificazioni. Si vanno quindi a porre tre assunzioni sulle pressioni appena introdotte:

$$\tau_{v,GG} = 0$$

$$\tau_{h,GW} = 0$$

$$p_{v,GW} = 0$$

Graficamente quindi si avrà:



Si avrà poi un ultimo annullamento:

$\tau_{t,GG} = 0$ scorrimento tangenziale tra i due volumi di insilato a comportamento diverso

Graficamente lo si può osservare solo tramite una sezione orizzontale del silo:

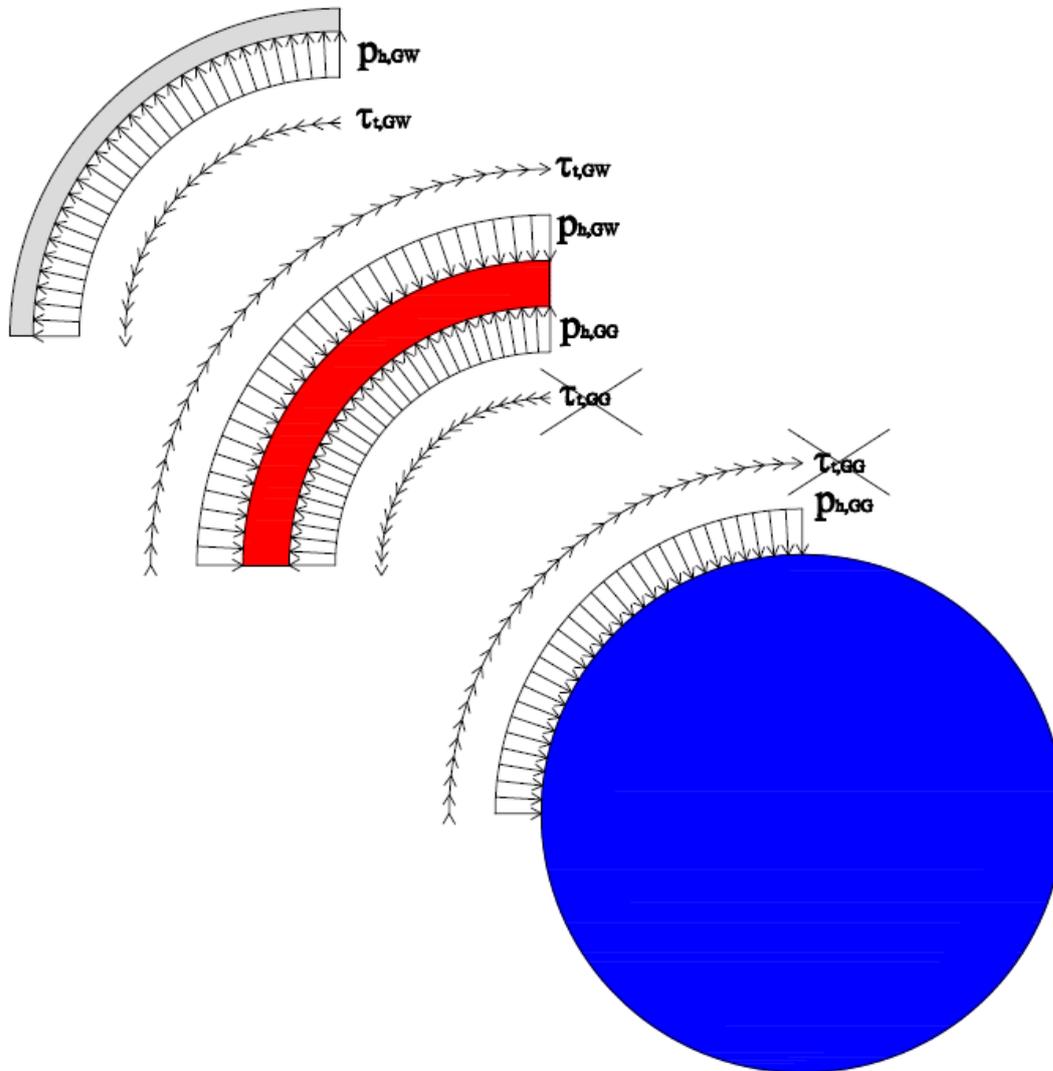


Figura 16

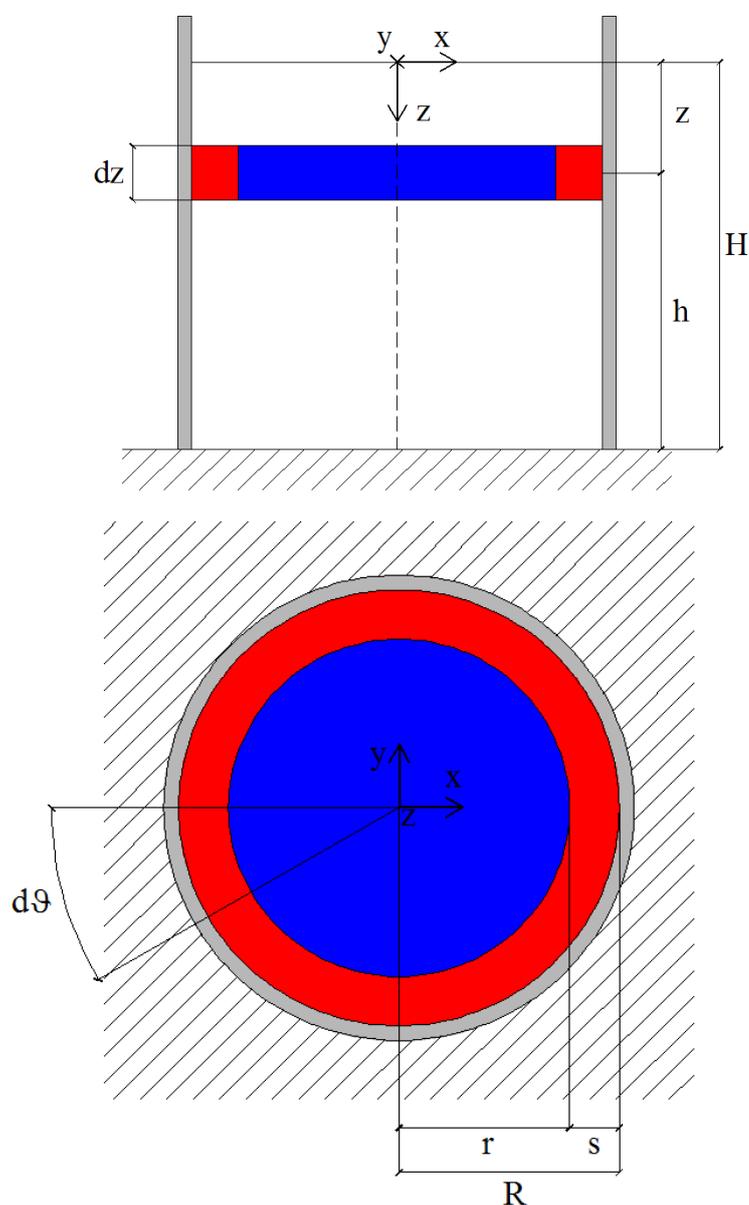
Conseguentemente si potrà giungere alla suddivisione dell' insilato in due porzioni.

3.6. Suddivisione dell'insilato in due porzioni

L'imposizione delle precedenti assunzioni equivale ad ipotizzare che esista un volume di grani che si aggrappa alla parete consentendo scorrimenti verticali al confine con la porzione interna ed uno interno che scarica alla base. Nella porzione aggrappata è consentito lo scorrimento tra gli strati dz che si prendono in considerazione.

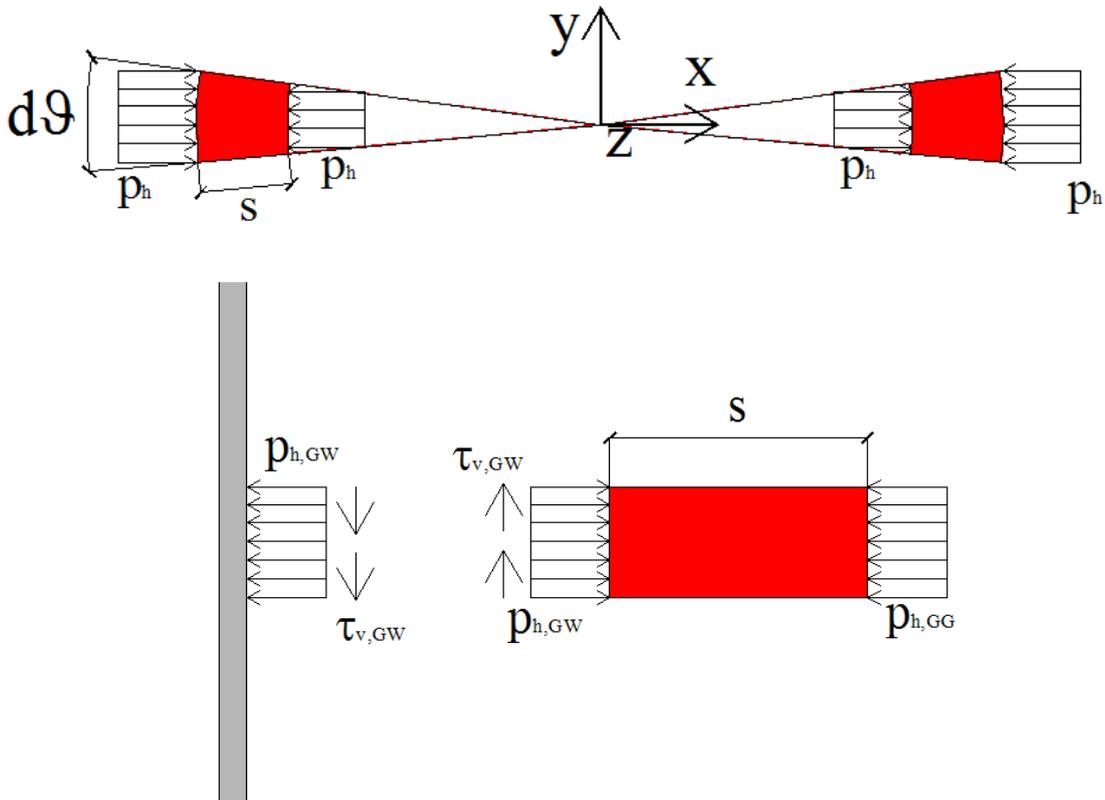
Consideriamo uno strato orizzontale di grani a distanza generica z dal pelo libero e caratterizzato da uno spessore dz , questo è quindi definito in due porzioni.

La porzione esterna è geometricamente definibile come un elemento toroidale, e verrà denominata "elemento E" mentre la porzione interna sarà denominata "elemento D".



3.6.1. Elemento E

L'elemento E è un toro esterno con spessore s formato dai grani che si aggrappano alla parete. Esso è identificato con il colore rosso e individuato dall'angolo θ misurato in senso orario dal semiasse negativo di x .



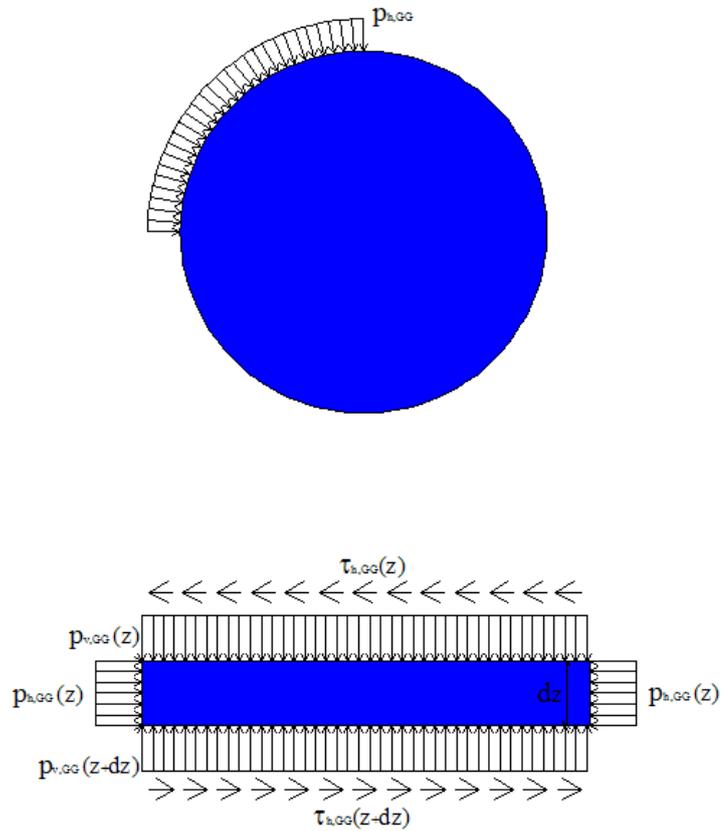
L'area e il volume del toro E saranno:

$$A_E = r \cdot d\theta \cdot dz \quad [3.5]$$

$$V_E = \left(R - \frac{s}{2} \right) \cdot d\theta \cdot dz \cdot s \quad [3.6]$$

3.6.2. Elemento D

L'elemento D è invece un disco interno con diametro $2r$ (con $r=R-s$), formato da tutti i grani che gravano sui sottostanti e quindi sulla base ed è identificato con il colore blu



L'area e il volume del disco D saranno:

$$A_D = \pi \cdot (R-s)^2 \quad [3.7]$$

$$V_D = \pi \cdot dz \cdot (R-s)^2 \quad [3.8]$$

3.7. Inquadramento generale degli sviluppi analitici

Questa introduzione permette di poter affrontare gli sviluppi analitici con maggior consapevolezza e chiarezza. L'argomento verrà esaminato nel caso statico e in quello dinamico in modo distinto. Il caso dinamico sarà suddiviso in tre formulazioni, al fine di considerare le possibili variazioni di andamento dell'accelerazione applicata. Si considererà infatti l'applicazione di un'accelerazione costante, di andamento lineare e di andamento parabolico. L'accelerazione orizzontale è chiamata come "a_{eh}" con il pedice "e = earthquake" e "h = orizzontal". L'accelerazione è normalizzata, cioè divisa per l'accelerazione di gravità, è un numero puro. Questa è applicata direttamente al silo sfruttando l'ipotesi di pareti infinitamente rigide, quindi l'azione applicata potrà essere quella al suolo (lo spettro non si amplifica). L'accelerazione verticale potrà essere studiata come variabile in modo analogo a quella orizzontale.

L'accelerazione sarà quindi espressa nei casi dinamici come costante:

$$a_{eh}(z) = a_{eh0}$$

Variabile con legge lineare con l'altezza:

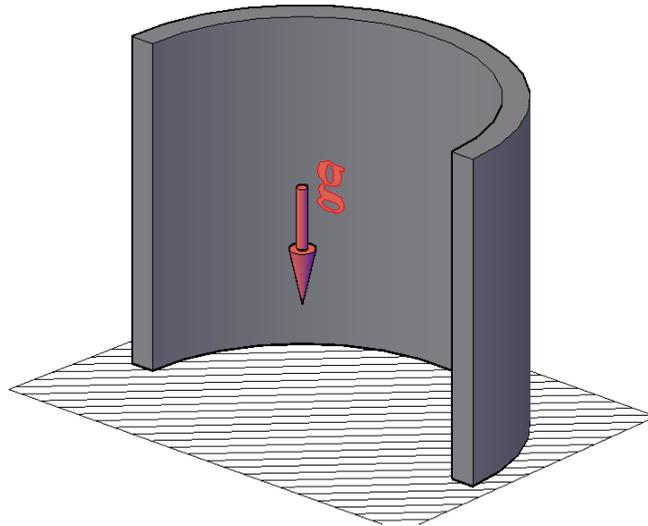
$$a_{eh}(z) = a_{eh0} + a_{eh1}(H - z)$$

Variabile con legge parabolica con l'altezza:

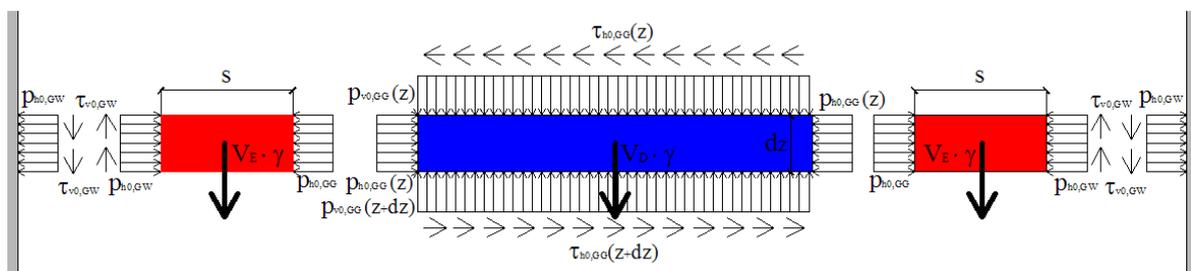
$$a_{eh}(z) = a_{eh0} + a_{eh1}(H - z) + a_{eh2} \cdot (H - z)^2$$

4. Teoria Trombetti et al

4.1. Caso statico



La trattazione del caso statico sarà riconoscibile tramite un pedice aggiuntivo “0”, e avrà come grandezze in gioco quelle visibili nella figura sottostante:



La figura mostra le azioni scambiate tra disco “D” e toro “E”, oltre ad esse sono individuabili forze verticali:

- $\gamma \cdot V_D$ = peso proprio del disco “D”, con γ peso specifico del materiale insilato
- $\gamma \cdot V_E$ = peso proprio del toro “E”, con γ peso specifico del materiale insilato

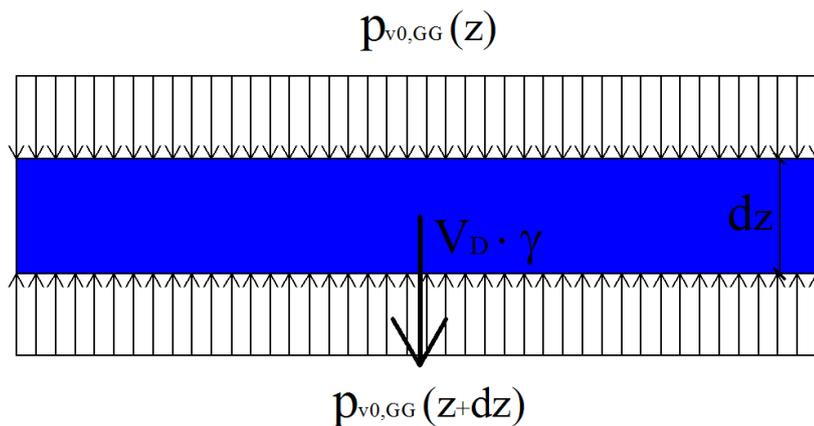
Le equazioni che permettono di individuare lo spessore s sono:

- Equazione di equilibrio in direzione verticale del disco D
- Equazione di equilibrio in direzione radiale del disco D
- Equazione di equilibrio in direzione verticale del toro E
- Equazione di equilibrio in direzione radiale del toro E

- Equazione di equilibrio in direzione tangenziale del toro E
- Legge di attrito tra toro E e parete del silo
- Legge di legame tra pressioni orizzontali e verticali sul materiale insilato

4.1.1. Equilibrio verticale del disco D

Consideriamo una striscia alta dz di disco D ad una quota generica z dal pelo libero del materiale.



$$p_{v0,GG}(z) \cdot A_D + \gamma \cdot V_D = p_{v0,GG}(z+dz) \cdot A_D \quad [4.1]$$

Quindi sostituendo il valore di V_D in funzione di A_D avremo:

$$p_{v0,GG}(z) \cdot A_D + \gamma \cdot A_D \cdot dz = p_{v0,GG}(z+dz) \cdot A_D \quad [4.2]$$

Quindi semplificando:

$$p_{v0,GG}(z) + \gamma \cdot dz = p_{v0,GG}(z+dz) \quad [4.3]$$

Si ottiene quindi:

$$dp_{v0,GG} = p_{v0,GG}(z+dz) - p_{v0,GG}(z) \quad [4.4]$$

Che integrando porta a :

$$p_{v0,GG} = \gamma \cdot z + c \quad [4.5]$$

Con c costante di integrazione, imponiamo al pelo libero pressione nulla:

$$p_{v0,GG} = 0 \quad z = 0$$

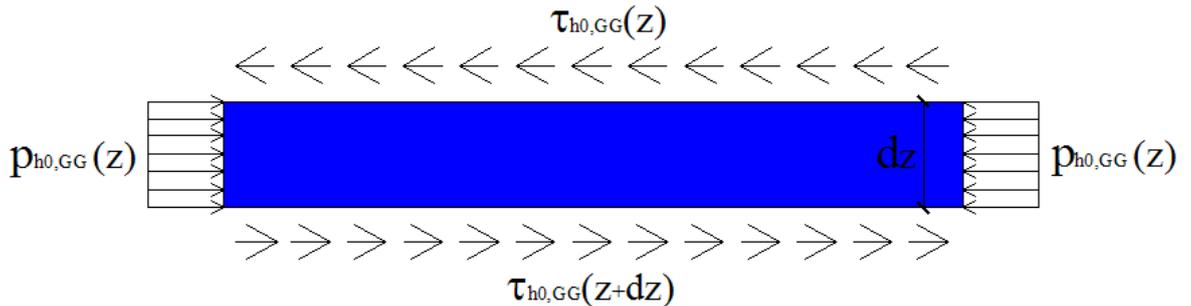
Di conseguenza:

$$c = 0$$

Si conclude quindi che questa pressione è proporzionale alla quota z misurata dal pelo libero del materiale:

$$p_{v0,GG} = \gamma \cdot z \quad [4.6]$$

4.1.2. Equilibrio radiale del disco D



Eseguiamo l'equilibrio al pelo libero del materiale, avremo.

$$\tau_{h0,GG} = 0 \quad (z = 0) \quad [4.7]$$

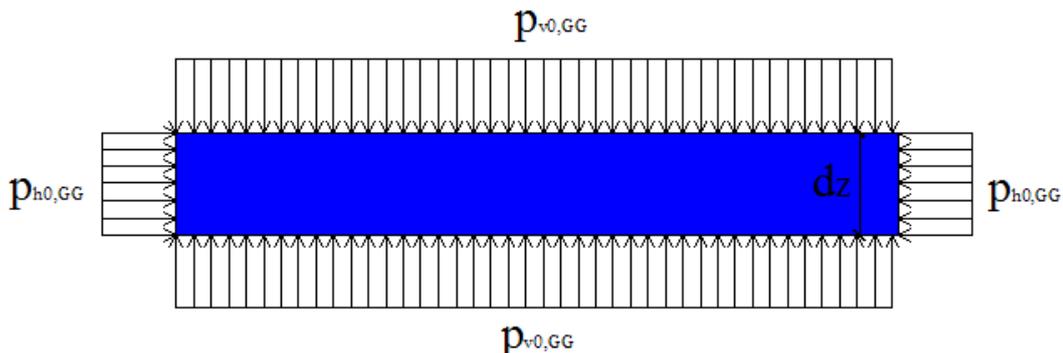
Conseguentemente anche $\tau_{h0,GG} = 0 \quad (z = 0 + dz)$ e così via sino alla quota H , cioè alla base del silo. Quindi risulterà:

$$\tau_{h0,GG} = 0 \quad [4.8]$$

Occorre precisare che il valore delle tensioni rappresenta il valore medio in quanto in realtà l'andamento sulla superficie del disco non è approssimabile ad una costante.

4.1.3. Legame pressione verticale e orizzontale

Il rapporto tra la pressione verticale e orizzontale è regolata dal parametro λ , quindi si avrà:

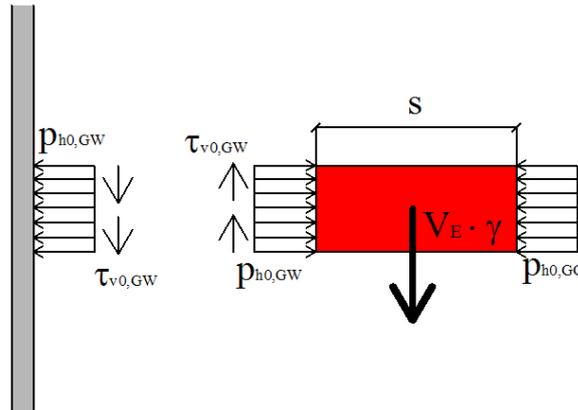


$$p_{h0,GG} = \lambda \cdot p_{v0,GG}$$

[4.9]

4.1.4. Legge di attrito

La legge di attrito è governata da il coefficiente μ_{GW} , tra grano e parete, conseguentemente si può affermare che:

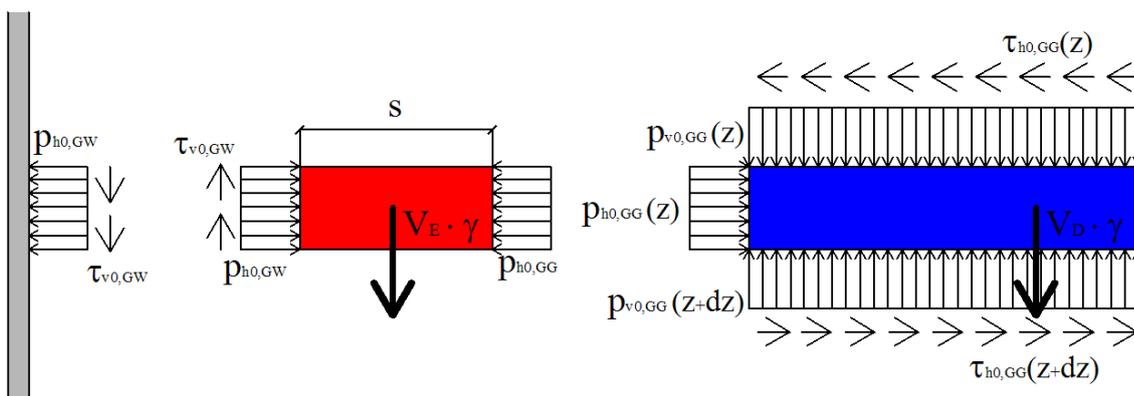


$$\tau_{v0,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW}$$

[4.10]

4.1.5. Equilibrio verticale e radiale del toro E

I due equilibri sono legati tra loro e possono essere studiati attraverso il sistema:



$$\begin{cases} \gamma \cdot V_E = \tau_{v0,GW} \cdot A_E & (1) \\ p_{h0,GG} \cdot A_E = p_{h0,GW} \cdot A_E & (2) \end{cases}$$

[4.11]

L'area $A_E = R \cdot d\vartheta \cdot dz$ rappresenta la superficie laterale del toro, essa appare sia nell'equilibrio alla traslazione verticale (1) sia in quello radiale (2), in cui però si inserisce una approssimazione. L'area A_E è infatti corretta solo per la pressione $p_{h0,GW}$, mentre per quella tra i grani occorrerebbe che fosse applicata a $(R-s) \cdot d\vartheta \cdot dz$ ma per praticità di calcolo viene accettata questa approssimazione.

Considerando il volume del toro E:

$$V_E = s \cdot d\vartheta \cdot dz \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) \quad [4.12]$$

Avremo quindi sostituendo:

$$\begin{cases} \gamma \cdot s \cdot d\vartheta \cdot dz \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) = \tau_{v,0GW} \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz & (1) \\ p_{h0,GG} \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz = p_{h0,GW} \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz & (2) \end{cases} \quad [4.13]$$

Quindi:

$$\begin{cases} \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) = \tau_{v,0GW} \cdot R & (1) \\ p_{h0,GG} = p_{h0,GW} & (2) \end{cases} \quad [4.14]$$

Nell'equilibrio verticale si avranno come incognite s (lo spessore) e $\tau_{v,0GW}$, nell'equilibrio radiale avremo invece da sostituire il valore di $p_{h0,GG}$ ed avremo:

$$\begin{cases} \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW} \cdot R & (1) \\ p_{h0,GW} = \lambda \cdot p_{v0,GG} = \lambda \cdot \gamma \cdot z & (2) \end{cases} \quad [4.15]$$

Nell'equilibrio verticale l'incognita risulta essere s , cioè lo spessore

$$\begin{cases} s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot z \cdot R & (1) \\ p_{h0,GW} = \lambda \cdot p_{v0,GG} = \lambda \cdot \gamma \cdot z & (2) \end{cases} \quad [4.16]$$

Consideriamo la sola equazione (1) e esplicitiamo l'incognita s:

$$s \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot R} \right) = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot z \quad (1) \quad [4.17]$$

$$\frac{s^2}{2 \cdot R} - s + \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z = 0 \quad (1) \quad [4.18]$$

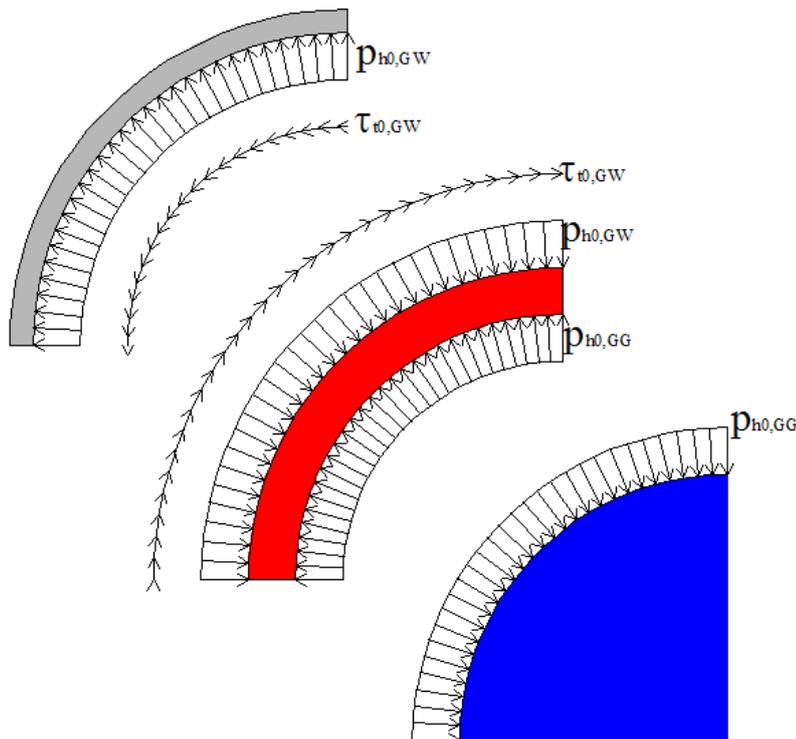
$$s = R \pm R \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{R} \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z} \quad [4.19]$$

L'unica radice possibile dal punto di vista fisico sarà:

$$s = R - R \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{R} \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z} \quad [4.20]$$

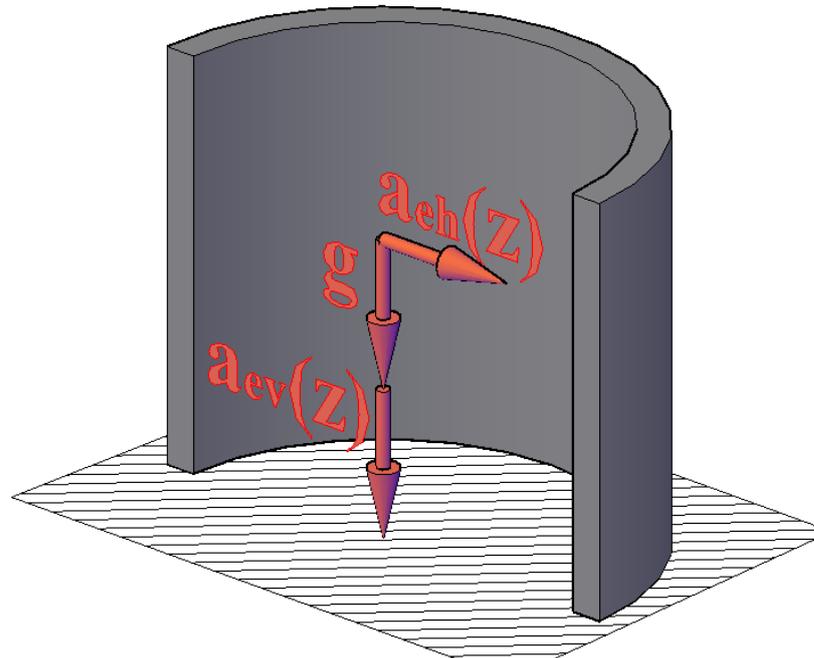
4.1.6. Equilibrio alla traslazione tangenziale

Essendo assenti le azioni tangenziali avremo nulle anche le:



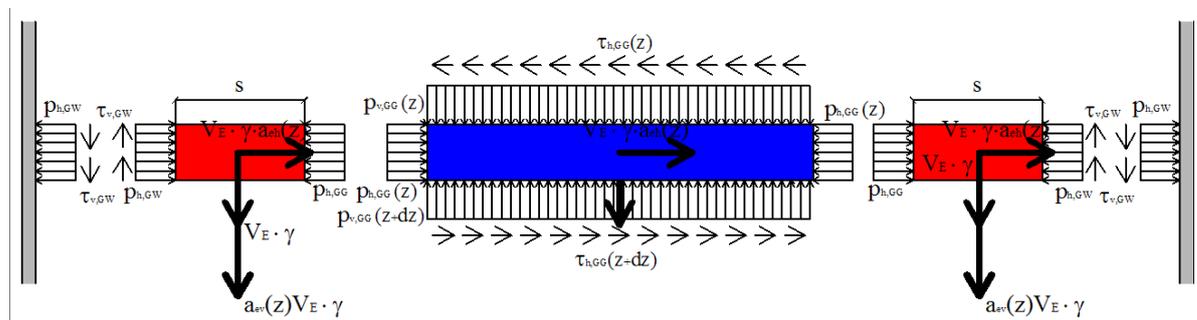
$$\tau_{t0,GW} = 0 \quad [4.21]$$

4.2. Caso dinamico



Come specificato in introduzione il caso dinamico fornisce risultati variabili con l'andamento dell'accelerazione che si va a considerare. Al fine di sviscerare l'argomento in modo consono si espone il caso generico, in cui l'accelerazione è sia verticale che orizzontale e simboleggiata da $a_{ev}(z)$ e $a_{ch}(z)$ rispettivamente. Ad ogni risultato si specificherà poi la soluzione per i sottocasi considerati.

Le accelerazioni saranno assegnate normalizzate, cioè già private di g. Nel caso dinamico le grandezze in gioco saranno utilizzate senza l'aggiunta di pedici ulteriori.



Quindi si ricorrerà allo studio tramite l'equilibrio dinamico del sistema, avremo a disposizione le medesime equazioni esposte nel caso statico.

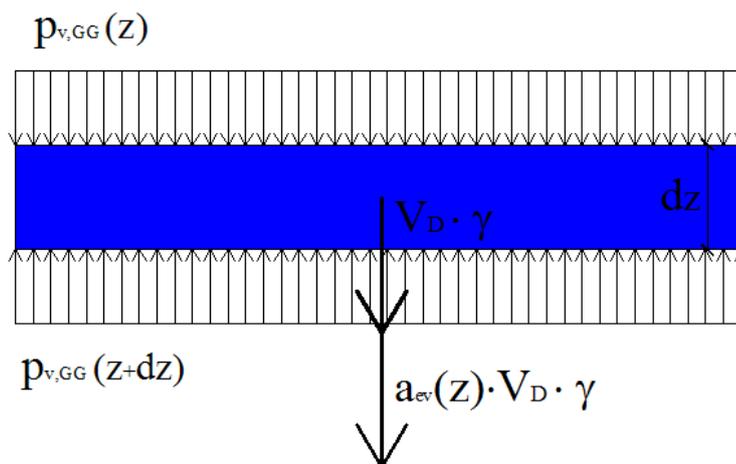
Inoltre i vettori verticali (agenti lungo z) posti più in evidenza sono:

- $\gamma \cdot V_D =$ peso proprio del disco “D”, con γ peso specifico del materiale insilato ed applicato al baricentro del disco
- $\gamma \cdot V_E =$ peso proprio del toro “E”, con γ peso specifico del materiale insilato ed applicato al baricentro del toro
- $a_{ev}(z) \cdot \gamma \cdot V_D =$ forza d’inerzia applicata al centro di massa del disco “D”, dovuto all’effetto dell’accelerazione verticale
- $a_{ev}(z) \cdot \gamma \cdot V_E =$ forza d’inerzia applicata al centro di massa del disco “E”, dovuto all’effetto dell’accelerazione verticale

I vettori orizzontali (lungo x) sono invece:

- $a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot V_D =$ forza d’inerzia applicata al centro di massa del disco “D”, dovuto all’effetto dell’accelerazione orizzontale
- $a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot V_E =$ forza d’inerzia applicata al centro di massa del disco “E”, dovuto all’effetto dell’accelerazione orizzontale

4.2.1. Equilibrio verticale del disco D



Consideriamo quindi le grandezze in gioco e si conclude:

$$p_{v,GG} \cdot (z + dz) \cdot A_D = p_{v,GG} \cdot (z) \cdot A_D + \gamma \cdot V_D + a_{ev}(z) \cdot \gamma \cdot V_D \quad [4.22]$$

Sostituendo i valori precedentemente definiti di A_D e V_D avremo:

$$dp_{v,GG} = (1 + a_{ev}(z)) \cdot \gamma \cdot dz \quad [4.23]$$

Occorrerà integrare imponendo $p_{v,GG}(z=0) = 0$ (cioè al pelo libero) ed avendo nulla la costante di integrazione c avremo:

$$p_{v,GG} = \left(1 + \int_z a_{ev}(z) \right) \cdot \gamma \cdot z \quad [4.24]$$

Se imponiamo:

$$v = \frac{1}{\left(1 + \int_z a_{ev}(z) \right)} \quad [4.25]$$

Allora avremo:

$$p_{v,GG}(z) = \frac{\gamma}{v} \cdot z \quad [4.26]$$

Caso particolare studiato:

Se consideriamo il caso di accelerazione verticale nulla, ed avremo:

$$p_{v,GG} \cdot (z + dz) \cdot A_D = p_{v,GG} \cdot (z) \cdot A_D + \gamma \cdot V_D + a_{ev}(z) \cdot V_D \cdot \gamma \quad [4.27]$$

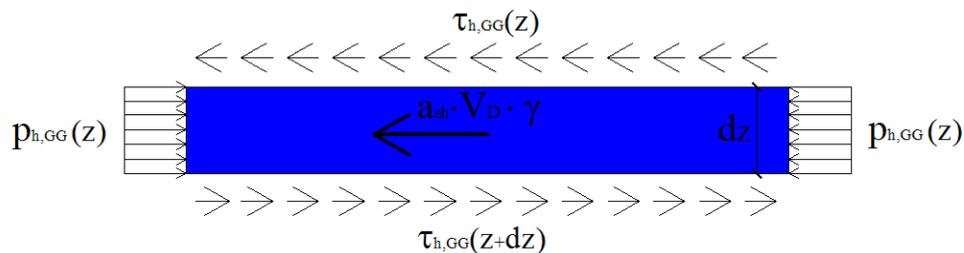
Sostituendo i valori precedentemente definiti di A_D e V_D avremo:

$$dp_{v,GG} = \gamma \cdot dz \quad [4.28]$$

Occorrerà integrare imponendo $p_{v,GG}(z=0) = 0$ (cioè al pelo libero) ed avendo nulla la costante di integrazione c avremo:

$$p_{v,GG}(z) = \gamma \cdot z \quad [4.29]$$

4.2.2. Equilibrio radiale del disco D



L'equilibrio dinamico del disco D avrà come espressione:

$$\tau_{h,GG}(z+dz) \cdot A_D = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot V_D + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.30]$$

Sostituendo il valore di V_D e svolgendo i prodotti si avrà:

$$\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D + d\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot A_D \cdot dz + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.31]$$

Semplificando avremo:

$$d\tau_{h,GG}(z) = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot dz \quad [4.32]$$

Occorre quindi integrare imponendo $\tau_{h,GG}(z=0) = 0$, quindi avremo l'annullamento della costante c di integrazione e come risultato:

$$\tau_{h,GG}(z) = \int_z a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot z \quad [4.33]$$

Ci si riferisce quindi ad un valore medio delle tensioni tangenziali, infatti si utilizza un unico valore di tensioni su tutta l'area in pianta del disco D .

Caso particolare studiato:

L'accelerazione verticale rimane nulla come ipotesi pur non comparando in questa equazione, di seguito si sviluppano invece i casi relativi alla forma dell'accelerazione orizzontale.

Accelerazione orizzontale costante

L'equilibrio dinamico del disco D avrà come espressione:

$$\tau_{h,GG}(z+dz) \cdot A_D = a_{eh} \cdot \gamma \cdot V_D + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.34]$$

Sostituendo il valore di V_D e svolgendo i prodotti si avrà:

$$\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D + d\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D = a_{eh} \cdot \gamma \cdot A_D \cdot dz + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.35]$$

Semplificando avremo:

$$d\tau_{h,GG}(z) = a_{eh} \cdot \gamma \cdot dz \quad [4.36]$$

Occorre quindi integrare imponendo $\tau_{h,GG}(z=0) = 0$, quindi avremo l'annullamento della costante c di integrazione e come risultato:

$$\tau_{h,GG}(z) = a_{eh} \cdot \gamma \cdot z \quad [4.37]$$

Ci si riferisce quindi ad un valore medio delle tensioni tangenziali, infatti si utilizza un unico valore di tensioni su tutta l'area in pianta del disco D .

Accelerazione orizzontale lineare

L'equilibrio dinamico del disco D avrà come espressione:

$$\tau_{h,GG}(z+dz) \cdot A_D = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \gamma \cdot V_D + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.38]$$

Sostituendo il valore di V_D e svolgendo i prodotti si avrà:

$$\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D + d\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \gamma \cdot A_D \cdot dz + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.39]$$

Semplificando avremo:

$$d\tau_{h,GG}(z) = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \gamma \cdot dz \quad [4.40]$$

Occorre quindi integrare:

$$\tau_{h,GG}(z) = a_{eh0} \cdot \gamma \cdot z + a_{eh1} \cdot H \cdot \gamma \cdot z - a_{eh1} \cdot \gamma \cdot \frac{z^2}{2} + c \quad [4.41]$$

Imponendo quindi $\tau_{h,GG}(z=0) = 0$, quindi avremo l'annullamento della costante c di integrazione e come risultato:

$$\tau_{h,GG}(z) = \left(a_{eh0} + a_{eh1} \cdot \left(H - \frac{z}{2} \right) \right) \cdot \gamma \cdot z \quad [4.42]$$

Accelerazione orizzontale parabolica

L'equilibrio dinamico del disco D avrà come espressione:

$$\tau_{h,GG}(z+dz) \cdot A_D = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \gamma \cdot V_D + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.43]$$

Sostituendo il valore di V_D e svolgendo i prodotti si avrà:

$$\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D + d\tau_{h,GG}(z) \cdot A_D = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \gamma \cdot A_D \cdot dz + \tau_{h,GG}(z) \cdot A_D \quad [4.44]$$

Semplificando avremo:

$$d\tau_{h,GG}(z) = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \gamma \cdot dz \quad [4.45]$$

Occorre quindi integrare:

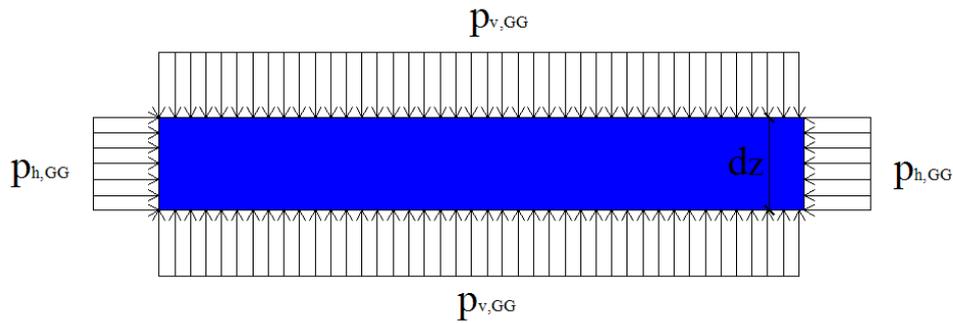
$$\tau_{h,GG}(z) = a_{eh0} \cdot \gamma \cdot z + a_{eh1} \cdot H \cdot \gamma \cdot z - a_{eh1} \cdot \gamma \cdot \frac{z^2}{2} + a_{eh2} \cdot H^2 \cdot \gamma \cdot z + a_{eh2} \cdot \gamma \cdot \frac{z^3}{3} - 2 \cdot H \cdot a_{eh2} \cdot \gamma \cdot \frac{z^2}{2} + c \quad [4.46]$$

Imponendo quindi $\tau_{h,GG}(z=0) = 0$, quindi avremo l'annullamento della costante c di integrazione e come risultato:

$$\tau_{h,GG}(z) = \left(a_{eh0} + a_{eh1} \cdot \left(H - \frac{z}{2} \right) + a_{eh2} \cdot \left(H^2 + \frac{z^2}{3} - H \cdot z \right) \right) \cdot \gamma \cdot z \quad [4.47]$$

4.2.3. Legame pressione verticale e orizzontale

Analogamente al caso statico avremo che il rapporto tra la pressione verticale e orizzontale è regolata dal parametro λ , quindi si avrà:

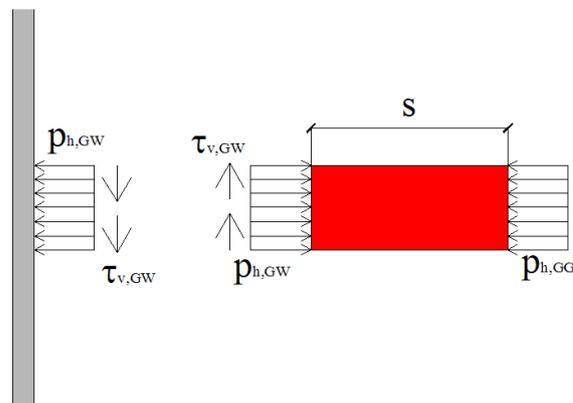


$$p_{h,GG} = \lambda \cdot p_{v,GG}$$

[4.48]

4.2.4. Legge di attrito

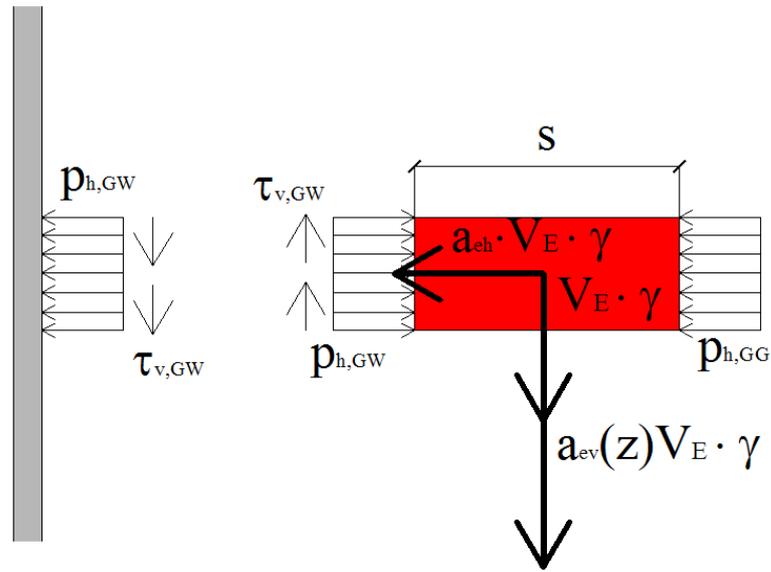
Analogamente al caso statico avremo che la legge di attrito è governata da il coefficiente μ_{GW} , tra grano e parete, conseguentemente si può affermare che:



$$\tau_{v,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h,GW}$$

[4.49]

4.2.5. Equilibrio verticale e radiale del toro E



I due equilibri riguardanti il toro E sono legati attraverso un sistema
Avremo quindi sostituendo:

$$\begin{cases} \gamma \cdot V_E \cdot (1 + a_{ev}(z)) = \tau_{v,GW} \cdot A_E & (1) \\ p_{h,GW} \cdot A_E = a_{eh\perp}(z) \cdot \gamma \cdot V_E + p_{h,GG} \cdot A_E & (2) \end{cases} \quad [4.50]$$

In cui $a_{gh\perp}$ è la componente radiale dell'accelerazione orizzontale, perpendicolare alla superficie esterna di E, cioè $a_{eh\perp}(z) = a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta$, sostituendo anche il valore di V_E e A_E avremo:

$$\begin{cases} \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) \cdot (1 + a_{ev}(z)) = \tau_{v,GW} \cdot R & (1) \\ (p_{h,GW} - p_{h,GG}) \cdot R = a_{eh\perp}(z) \cdot \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) & (2) \end{cases} \quad [4.51]$$

Come per il caso statico nell'equilibrio si inserisce un'approssimazione, dovuta all'area su cui agisce la pressione $p_{h,GG}$ che non sarebbe A_E ma all'area $(R-s) \cdot d\vartheta \cdot dz$.

Inseriamo quindi la legge d'attrito:

$$\begin{cases} \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) \cdot (1 + a_{ev}(z)) = \mu_{GW} \cdot p_{h,GW} \cdot R & (1) \\ (p_{h,GW} - p_{h,GG}) \cdot R = a_{eh\perp}(z) \cdot \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) & (2) \end{cases} \quad [4.52]$$

Si pone $\nu(z) = \frac{1}{1 + a_{ev}(z)}$ ed avremo sostituendo:

$$\begin{cases} \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) = \mu_{GW} \cdot p_{h,GW} \cdot R \cdot \nu(z) & (1) \\ (p_{h,GW} - p_{h,GG}) \cdot R = a_{eh\perp}(z) \cdot \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) & (2) \end{cases} \quad [4.53]$$

Sostituiamo il secondo membro della (1) nel secondo membro della (2) ed avremo:

$$\begin{cases} \gamma \cdot s \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) = \mu_{GW} \cdot p_{h,GW} \cdot R \cdot \nu(z) & (1) \\ (p_{h,GW} - p_{h,GG}) \cdot R = a_{eh\perp}(z) \cdot \mu_{GW} \cdot p_{h,GW} \cdot R \cdot \nu(z) \cdot \gamma & (2) \end{cases} \quad [4.54]$$

Quindi considerando solo la (2) avremo sostituendo $a_{gh\perp}$:

$$p_{h,GW} = \frac{\gamma \cdot z \cdot \lambda}{1 - a_{eh\perp}(z) \cdot \cos \mathcal{G} \cdot \mu_{GW} \cdot \nu(z)} \quad [4.55]$$

Otteniamo inoltre anche la tensione tangenziale tramite la legge di attrito:

$$\tau_{v,GW} = \frac{p_{h,GG} \cdot \mu_{GW}}{1 - a_{eh\perp}(z) \cdot \cos \mathcal{G} \cdot \mu_{GW} \cdot \nu(z)} \quad [4.56]$$

Ora consideriamo la (1) del sistema e sostituiamo il risultato appena ottenuto dalla [4.57] ed avremo:

$$\gamma \cdot s \cdot \left(1 - \frac{s}{2R} \right) = \frac{\lambda \cdot p_{v,GG} \cdot \mu_{GW} \cdot \nu}{1 - a_{eh\perp}(z) \cdot \cos \mathcal{G} \cdot \mu_{GW} \cdot \nu(z)} \quad [4.57]$$

Ponendo:

$$\beta = \frac{2 \cdot \lambda \cdot p_{v,GG} \cdot \mu_{GW} \cdot v}{(1 - a_{eh\perp}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v(z)) \cdot \gamma} \quad [4.58]$$

Quindi ordinando avremo:

$$s^2 + \beta \cdot z \cdot R - 2 \cdot R \cdot s = 0 \quad [4.59]$$

Quindi le due radici saranno:

$$s = R \pm \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z} \quad [4.60]$$

In cui l'unica fisicamente ammissibile risulta essere:

$$s = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z} \quad [4.61]$$

Caso particolare studiato:

L'accelerazione verticale rimane nulla come ipotesi pur non comparando in questa equazione, di seguito si sviluppano invece i casi relativi alla forma dell'accelerazione orizzontale.

Accelerazione orizzontale costante

Avremo sostituendo l'accelerazione corretta avremo che le grandezze in gioco prenderanno la seguente forma:

$$\beta_0 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot p_{v,GG} \cdot \mu_{GW} \cdot v}{(1 - a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v) \cdot \gamma} \quad [4.62]$$

$$p_{h,GW} = \frac{\gamma \cdot z \cdot \lambda}{1 - a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v(z)} \quad [4.63]$$

Sostituendo il valore di $p_{v,GG}$ e a_{gh} costante dai calcoli precedenti avremo:

$$s = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \frac{2 \cdot \lambda \cdot z \cdot \mu_{GW}}{1 - a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z} \quad [4.64]$$

Accelerazione orizzontale lineare

Avremo sostituendo l'accelerazione corretta avremo che le grandezze in gioco prenderanno la seguente forma:

$$\beta_1 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot p_{v,GG} \cdot \mu_{GW} \cdot v}{\left(1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v\right) \cdot \gamma} \quad [4.65]$$

$$p_{h,GW} = \frac{\gamma \cdot z \cdot \lambda}{1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v(z)} \quad [4.66]$$

Sostituendo il valore di $p_{v,GG}$ e a_{gh} variante linearmente con l'altezza dai calcoli precedenti avremo:

$$s = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \frac{2 \cdot \lambda \cdot z \cdot \mu_{GW}}{1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z} \quad [4.67]$$

Accelerazione orizzontale parabolica

Avremo sostituendo l'accelerazione corretta avremo che le grandezze in gioco prenderanno la seguente forma:

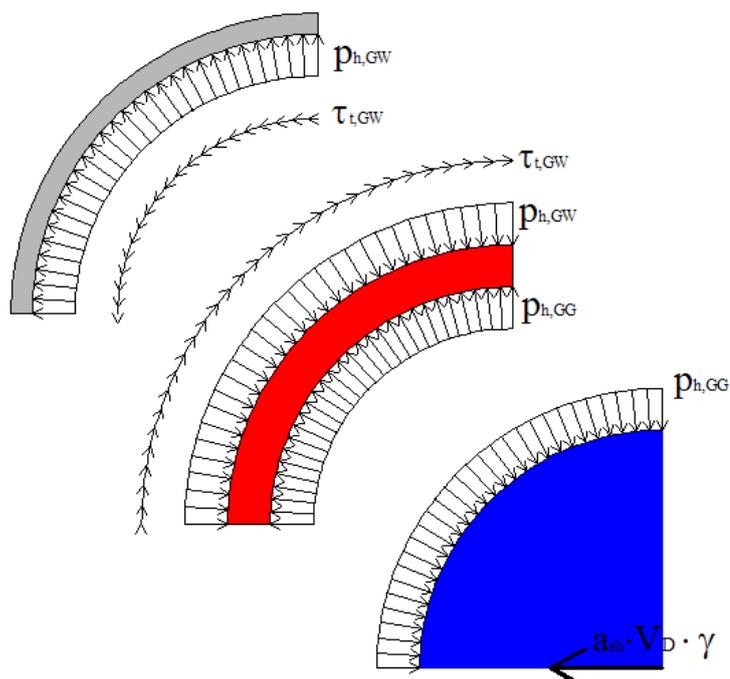
$$\beta_2 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot p_{v,GG} \cdot \mu_{GW} \cdot v}{\left(1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v\right) \cdot \gamma} \quad [4.68]$$

$$p_{h,GW} = \frac{\gamma \cdot z \cdot \lambda}{1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v(z)} \quad [4.69]$$

Sostituendo il valore di $p_{v,GG}$ e a_{gh} variante parabolicamente con l'altezza dai calcoli precedenti avremo:

$$s = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \frac{2 \cdot \lambda \cdot z \cdot \mu_{GW}}{1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z} \quad [4.70]$$

4.2.6. Equilibrio alla traslazione tangenziale



Per il caso dinamico occorre considerare un disegno in pianta che mostri s in funzione di θ , in quanto lo spessore non è costante avremo $s(\vartheta_1) \neq s(\vartheta_2)$ quindi avremo:

$$\tau_{h,GW} \cdot A_E = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot V_E \quad [4.71]$$

Con $a_{eh} = a_{eh} \cdot \sin \vartheta$ componente tangenziale dell'accelerazione, quindi esplicitando le tensioni tangenziali e sostituendo con i valori di V_E e A_E riportate per praticità avremo:

$$A_E = R \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [4.72]$$

$$V_E = \left(R - \frac{s}{2} \right) \cdot d\vartheta \cdot dz \cdot s \quad [4.73]$$

Quindi:

$$\tau_{h,GW} = a_{eh}(z) \cdot \sin \vartheta \cdot \gamma \cdot s \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot R} \right) \quad [4.74]$$

Sostituiamo quindi l'equazione di s cioè la [4.61] all'interno della precedente:

$$\tau_{h,GW} = a_{eh}(z) \cdot \sin \vartheta \cdot \gamma \cdot 2 \cdot R \cdot \left(R - \sqrt{R^2 - R \cdot \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot v}{(1 - a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v(z))} \cdot z} \right) +$$

$$- a_{eh}(z) \cdot \sin \vartheta \cdot \gamma \cdot \left(R - \sqrt{R^2 - R \cdot \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot v}{(1 - a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot v(z))} \cdot z} \right) \quad [4.75]$$

Caso particolare studiato:

L'accelerazione verticale rimane nulla come ipotesi pur non comparando in questa equazione, di seguito si sviluppano invece i casi relativi alla forma dell'accelerazione orizzontale.

Accelerazione orizzontale costante

Quindi se l'accelerazione è costante avremo:

$$\tau_{h,GW} = \frac{a_{eh0} \cdot \sin \vartheta \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z \quad [4.76]$$

Accelerazione orizzontale lineare

Quindi se l'accelerazione è lineare avremo:

$$\tau_{h,GW} = \frac{(a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \sin \vartheta \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z \quad [4.77]$$

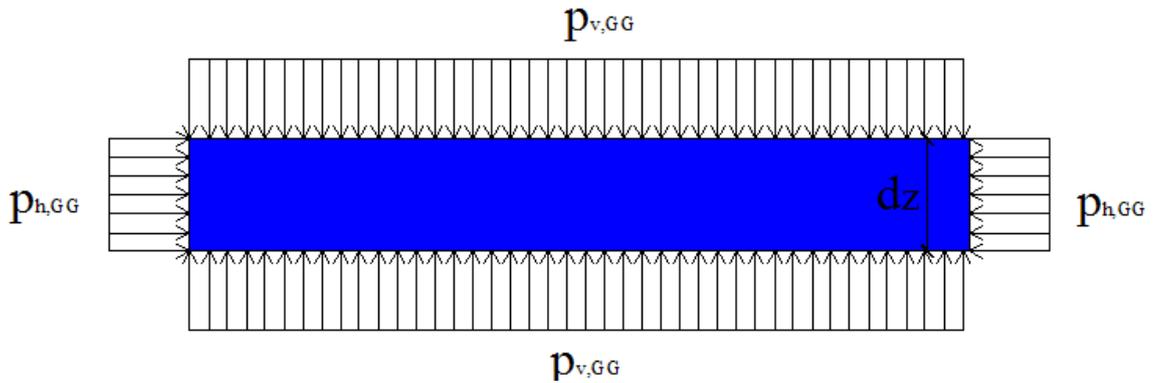
Accelerazione orizzontale parabolica

Quindi se l'accelerazione è parabolica avremo:

$$\tau_{h,GW} = \frac{(a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \sin \vartheta \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z \quad [4.78]$$

4.3. Definizione di Lambda

Il parametro λ rappresenta il rapporto:



$$p_{h,GG} = \lambda \cdot p_{v,GG} \quad [4.79]$$

Descrive cioè il rapporto tra pressione orizzontali e verticali. Questo parametro assume valori differenti a seconda degli autori.

La teoria di Rankine sui terreni assume come parametro di spinta a riposo:

$$K_0 = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \lambda \quad [4.80]$$

Si può ipotizzare quindi di assumere questo parametro come lambda. La suddetta teoria prevede però $\tau_v = 0$, che non corrisponde ai risultati della teoria di Trobetti et al. In cui all'ultimo disco non abbiamo tensioni nulle.

La teoria di Camiz individua invece il valore lambda come:

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \quad [4.81]$$

4.3.1. Riassunto del caso dinamico con accelerazione costante

Si riportano le formule che riguardano il caso con accelerazione costante in quanto saranno quelle utilizzate per la simulazione della prova e la conseguente progettazione:

$$p_{v,GG}(z) = \gamma \cdot z$$

$$\tau_{h,GG}(z) = a_{eh} \cdot \gamma \cdot z$$

$$p_{h,GG} = \lambda \cdot p_{v,GG}$$

$$\tau_{v,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h,GW}$$

$$s = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \frac{2 \cdot \lambda \cdot z \cdot \mu_{GW}}{1 - a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z}$$

$$\tau_{h,GW} = \frac{a_{eh0} \cdot \sin \vartheta \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot z$$

$$p_{h,GW} = \frac{\gamma \cdot z \cdot \lambda}{1 - a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \cdot \nu(z)}$$

4.4. Precisione sull'equilibrio del momento riguardanti il toro "E"

Al fine di giustificare il soddisfacimento dell'equazione del momento dell'elemento E occorre prima fare una premessa.

La teoria esposta si fonda su di una ipotesi base riguardante le pressioni verticali ($p_{v,GG}$). Si approssima infatti, anche in teorie precedenti storicamente, che queste abbiano un valore costante, quando in realtà sono variabili come è visibile nella Figura 17.

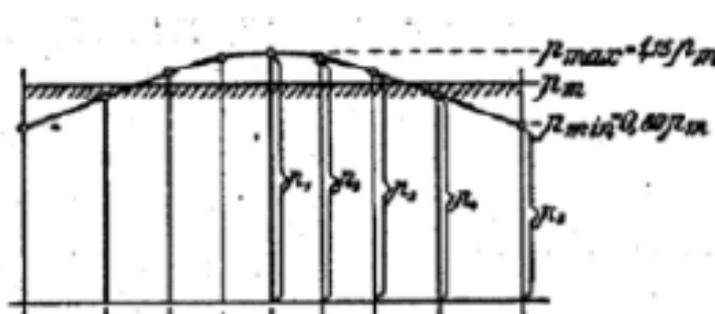
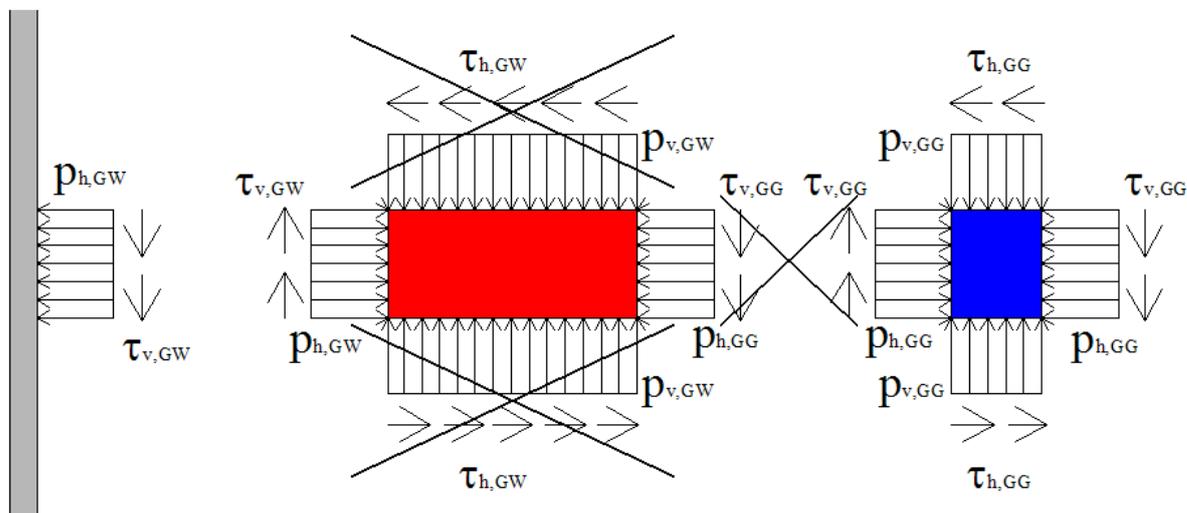


Figura 17

In realtà le pressioni variano parabolicamente con massimo al centro e valore nullo alle pareti esterne. La Teoria di Trombetti et al. è quindi fondata su tre assunzioni:

- Tensioni tangenziali (radiali, visibili in pianta) = 0
- Tensioni tangenziali verticali tra elemento "E" e "D" = 0
- Pressioni verticali sull'elemento "E" = 0



Tramite l'ultima imposizione si pongono come nulle le pressioni verticali ai bordi, verso le pareti, avremo un andamento globale delle pressioni verticali lungo il diametro come in figura 11.

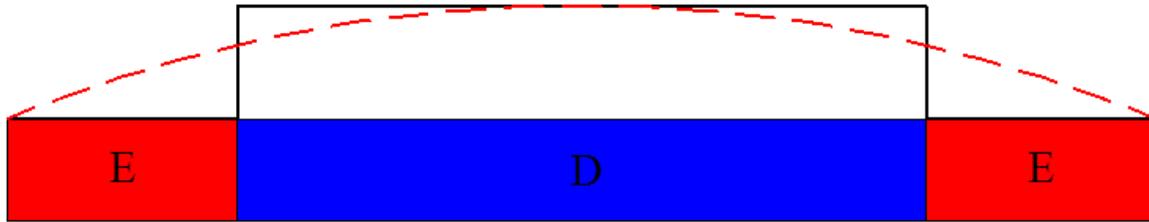


Figura 18

Questa approssimazione è legittima perché l'elemento E su cui si impone l'ultima condizione ha spessore s ed è quindi piccola.

Fino ad ora abbiamo considerato, sia nel caso statico che in quello dinamico, le sole equazioni alla traslazione del toro E.

Osservando lo schema della sezione verticale dell'elemento ad una quota generica z potrebbe sembrare non soddisfatto l'equilibrio alla rotazione. Invece considerando la variazione delle pressioni verticali come è visibile in figura 13 l'equilibrio è comunque soddisfatto.

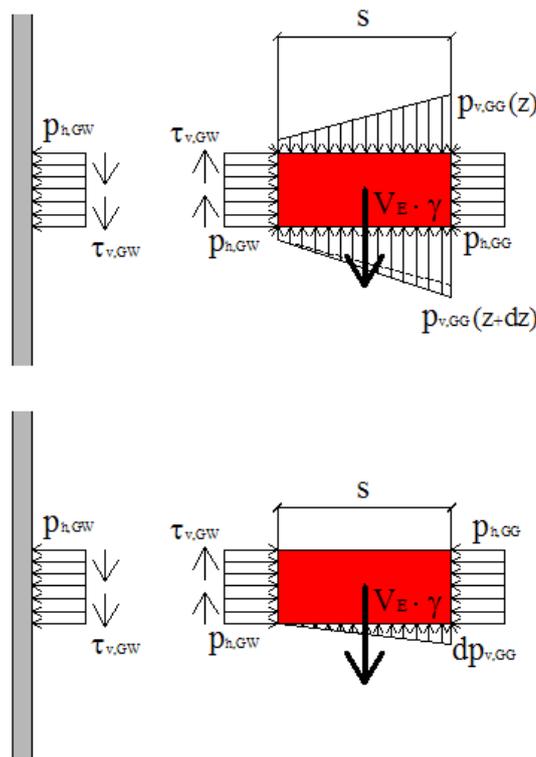


Figura 19

La risultante delle pressioni verticali sarà quindi:

$$dp_v \cdot s = p \quad [4.82]$$

Applicata a $ds/3$. La risultante p bilancia l'equilibrio del momento di E, ed avremo:

$$\tau_v \cdot A_E = \gamma \cdot V_E - p \quad [4.83]$$

$$\tau_v \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz = \gamma \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) \cdot d\vartheta \cdot dz \cdot s - \gamma \cdot dz \cdot s \quad [4.84]$$

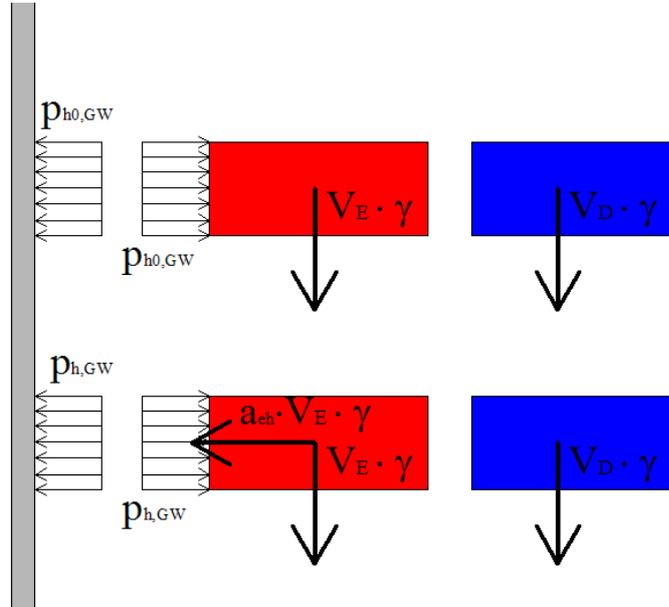
Se invece riteniamo nulle le pressioni verticali (p) l'equilibrio è comunque soddisfatto perché le tensioni tangenziali determinate con la legge di attrito sono le massime, quindi avremo:

$$\tau_v \cdot A_E = \gamma \cdot V_E - 0 \quad [4.85]$$

$$\mu_{GW} \cdot p_{h,GW} \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz = \gamma \cdot \left(R - \frac{s}{2} \right) \cdot d\vartheta \cdot dz \cdot s \quad [4.86]$$

4.5. Interpretazione risultato

Consideriamo le pressioni orizzontali tra grano e parete che abbiamo calcolato in caso statico e dinamico, per comodità riportiamo le equazioni:



$$\text{Caso statico} \quad \rightarrow \quad p_{h0,GW} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad [4.87]$$

$$\text{Caso dinamico con } a_{ch} \text{ generica} \quad \rightarrow \quad p_{h,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z}{(1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})} \quad [4.88]$$

Definiamo quindi la variazioni di pressione come la differenza tra la soluzione dinamica e quella statica ed avremo:

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h,GW} - p_{h0,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z}{(1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})} - \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad [4.89]$$

Quindi avremo:

$$\Delta p_{h,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z \cdot \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}}{(1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})} = a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot z \cdot \gamma \cdot \frac{\beta}{2} \quad [4.90]$$

Concludendo si può affermare che $p_{h0,GW}$ è simmetrica mentre $\Delta p_{h,GW}$ è emisimmetrico e pari al 10-30% della statica. Quindi per una funzione generica di $a_{ev}(z)$ e un valore $a_{eh}(z)$ di tre tipologie avremo le seguenti soluzioni.

Caso particolare studiato:

Accelerazione costante

$$\text{Caso statico} \quad \rightarrow \quad p_{h0,GW} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad [4.91]$$

$$\text{Caso dinamico con } a_{eh} \text{ generica} \quad \rightarrow \quad p_{h,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z}{(1 - \nu \cdot a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})} \quad [4.92]$$

Definiamo quindi la variazioni di pressione come la differenza tra la soluzione dinamica e quella statica ed avremo:

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h,GW} - p_{h0,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z}{(1 - \nu \cdot a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})} - \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad [4.93]$$

Quindi avremo:

$$\Delta p_{h,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z \cdot \nu \cdot a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}}{(1 - \nu \cdot a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})} = a_{eh0} \cdot \cos \vartheta \cdot z \cdot \gamma \cdot \frac{\beta_0}{2} \quad [4.94]$$

Concludendo si può affermare che $p_{h0,GW}$ è simmetrica mentre $\Delta p_{h,GW}$ è emisimmetrico e pari al 10-30% della statica.

Accelerazione lineare

Per un'accelerazione variabile linearmente con l'altezza abbiamo:

$$\Delta p_{h,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z \cdot \nu \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}}{(1 - \nu \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})} = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \cdot \cos \vartheta \cdot z \cdot \gamma \cdot \frac{\beta_1}{2} \quad [4.95]$$

Accelerazione parabolica

Per un'accelerazione variabile linearmente con l'altezza abbiamo:

$$\Delta p_{h,GW} = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z \cdot \nu \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}}{(1 - \nu \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW})}$$

Quindi sostituendo β_2 :

$$\Delta p_{h,GW} = (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \cdot \cos \vartheta \cdot z \cdot \gamma \cdot \frac{\beta_2}{2} \quad [4.96]$$

4.6. Calcolo dei volumi delle porzioni A1 ed A2

Le equazioni di equilibrio conducono alla divisione dell'insilato in due macrovolumi a seconda del comportamento di scarico delle azioni.

Si distingue quindi un volume A1 (in blu in Figura 20) che è formato dalla sovrapposizione dei dischi di altezza infinitesima chiamati in precedenza come porzione "D".

In rosso invece vediamo il volume A2 formato dalla somma degli elementi "E" rappresentante il volume di grani che si aggrappano alle pareti.

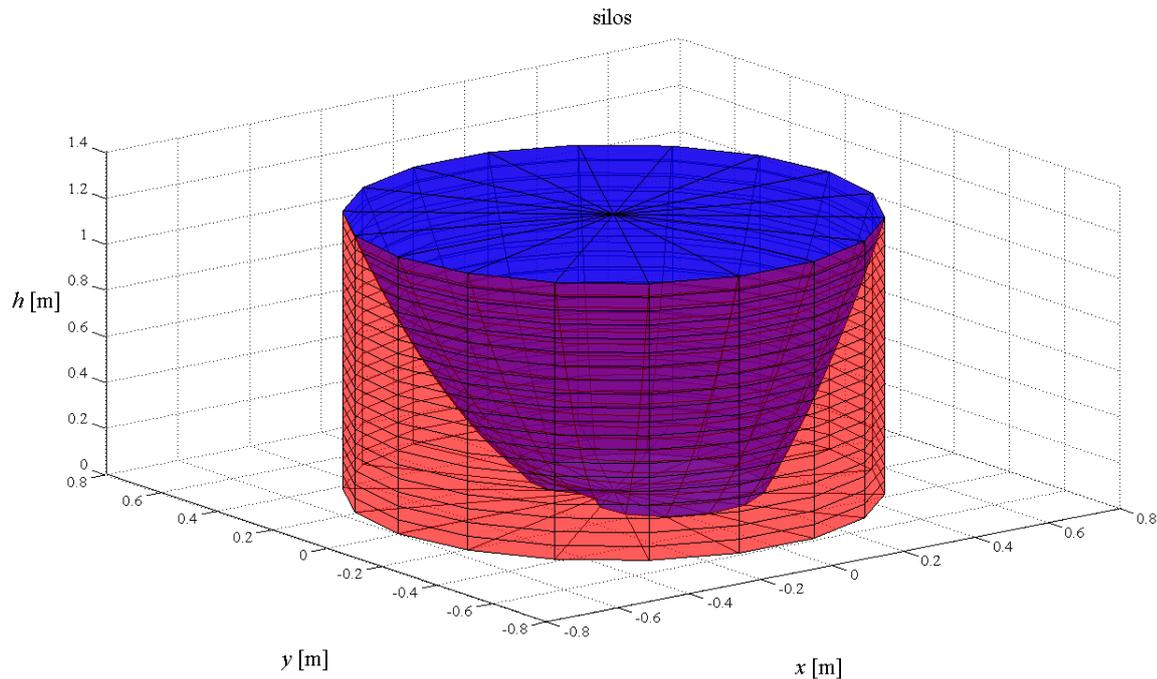


Figura 20

Grazie alla determinazione dell'equazione di "s", spessore dell'elemento rosso, è possibile il calcolo dei due volumi. Il volume della porzione A1 si otterrà:

$$V_{A1} = \int_0^H \int_0^{2\pi} \frac{r_A^2}{2} \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [4.97]$$

$$V_{A1} = \int_0^H \int_0^{2\pi} \frac{(R - s_A)^2}{2} \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [4.98]$$

$$V_{A1} = \int_0^H \int_0^{2\pi} \frac{(R - R + \sqrt{R^2 - \rho \cdot R \cdot z})^2}{2} \cdot d\vartheta \cdot dz = \int_0^H \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - \rho \cdot R \cdot z)^2}{2} \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [4.99]$$

$$V_{A1} = \frac{R^2}{2} \cdot \int_0^H dz \int_0^{2\pi} d\vartheta - \frac{R}{2} \cdot \int_0^H z \cdot dz \int_0^{2\pi} \rho(\vartheta) \cdot d\vartheta \quad [4.100]$$

$$V_{A1} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \frac{R \cdot H^2}{4} \cdot \left(\int_0^{2\pi} \rho(\vartheta) \cdot d\vartheta \right) \quad [4.101]$$

Quindi sostituendo β che vale:

$$\rho = \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \quad [4.102]$$

$$V_{A1} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \frac{R \cdot H^2}{4} \cdot \left(\int_0^{2\pi} \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \cdot d\vartheta \right) \quad [4.103]$$

$$V_{A1} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \frac{R \cdot H^2}{4} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2}} \quad [4.104]$$

E quindi otterremo infine:

$$V_{A1} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.105]$$

Mentre per quanto riguarda il volume di A2 lo si otterrà attraverso la differenza tra il volume totale e quello di A1 precedentemente calcolato:

$$V_{A2} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \pi \cdot R^2 \cdot H + \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.106]$$

Da cui quindi si conclude che:

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.107]$$

Caso particolare studiato:

Accelerazione costante

Contestualizzando le formula con accelerazione costante avremo:

$$V_{A1} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{eh0}^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.108]$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{eh0}^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.109]$$

Accelerazione lineare

Contestualizzando le formula con accelerazione lineare avremo:

$$V_{A1} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1-v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z))^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.110]$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1-v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z))^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.111]$$

Accelerazione parabolica

Contestualizzando le formula con accelerazione parabolica avremo:

$$V_{A1} = \pi \cdot R^2 \cdot H - \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1-v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2)^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.112]$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1-v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2)^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right) \quad [4.113]$$

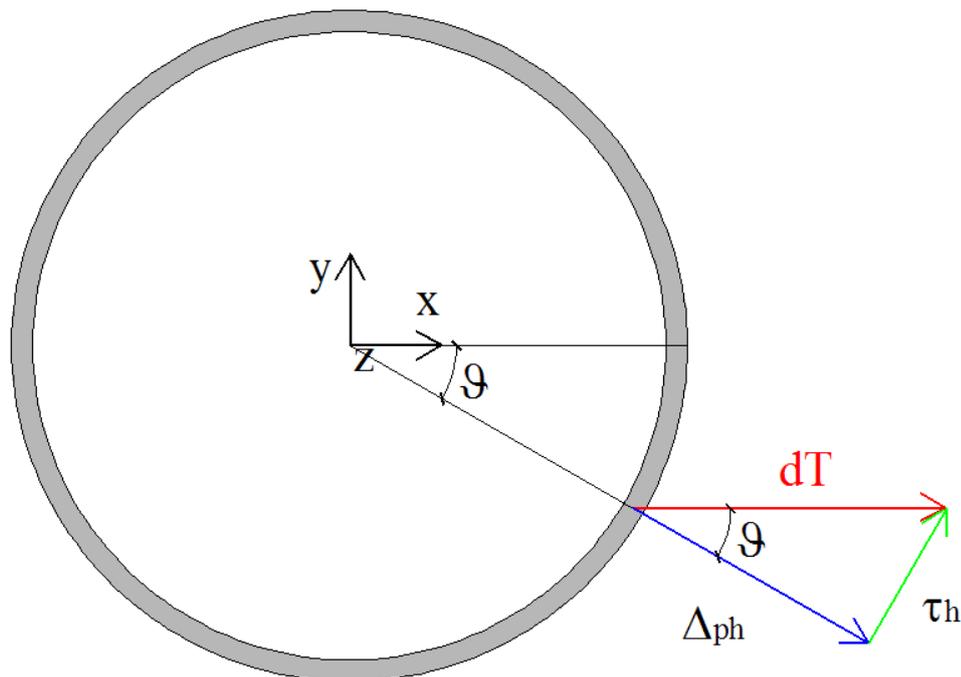
5. Azioni alla base del silos

Conoscendo quindi le pressioni potremo calcolare le azioni alla base del silo, cioè taglio e momento con metodi analoghi.

5.1. Taglio

Consideriamo quindi il taglio alla base del silo, cioè la risultante delle azioni orizzontali che si scambiano parete e grani. Questo può essere calcolato tramite il prodotto massa di A_2 e accelerazione orizzontale o tramite proiezione indiretta delle Δp_h e delle tensioni tangenziali $\tau_{t,GW}$.

5.1.1. Calcolo tramite proiezione



Il calcolo del taglio è fornito dall'integrale sulla superficie laterale delle risultanti delle proiezioni delle Δp_h e delle $\tau_{t,GW}$ in direzione x.

$$T = \int_0^H \int_0^{2\pi} [\Delta p_h(\vartheta, z) \cdot \cos \vartheta + \tau_h(\vartheta, z) \cdot \sin \vartheta] \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [5.1]$$

$$T = \int_0^H \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z \cdot \cos^2 \vartheta}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right) \cdot \cos \vartheta + \left(\frac{a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z \cdot \sin^2 \vartheta}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right) \cdot \sin \vartheta \right] \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz$$

$$T = \int_0^H \int_0^{2\pi} \left[\frac{a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right] \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [5.2]$$

$$T = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot R \cdot \int_0^H z \cdot dz \cdot \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right] \cdot d\vartheta \quad [5.3]$$

$$T = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot R \cdot \frac{H^2}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right] \cdot d\vartheta \quad [5.4]$$

Svolgendo l'integrale avremo:

$$T = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot R \cdot \frac{H^2}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{1 - \nu^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.5]$$

Concludendo avremo:

$$T = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.6]$$

5.1.2. Calcolo tramite prodotto massa accelerazione

Si può ottenere la [5.38] anche tramite il prodotto massa di A2 con accelerazione. La massa si avrà tramite la:

$$m_{A2} = \frac{V_{A2} \cdot \gamma \cdot g}{g} = V_{A2} \cdot \gamma \quad [5.7]$$

Sostituendo la formula del volume di A2 avremo:

$$m_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2} \right) \cdot \gamma \quad [5.8]$$

Quindi moltiplicandola per a_{gh} avremo:

$$T = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2} \right) \cdot \gamma \cdot a_{eh}(z) \quad [5.9]$$

Caso particolare studiato:

Accelerazione costante

$$T = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot a_{eh0}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right) \cdot \gamma \cdot a_{eh0} \quad [5.10]$$

Accelerazione lineare

$$T = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z))^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right) \cdot \gamma \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z)) \quad [5.11]$$

Accelerazione parabolica

$$T = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2)^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right) \cdot \gamma \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H-z) + a_{eh2} \cdot (H-z)^2) \quad [5.12]$$

5.1.3. Momento

Allo stesso modo si può individuare il momento agente alla base del silo in esame.

5.1.4. Calcolo tramite proiezione

L'azione è fornita dall'integrale sulla superficie laterale del silo delle proiezioni delle pressioni Δp_h e delle tensioni tangenziali $\tau_{t,GW}$. Quindi avremo.

$$M = \int_0^H \int_0^{2\pi} [\Delta p_h(\vartheta, z) \cdot \cos \vartheta + \tau_h(\vartheta, z) \cdot \sin \vartheta] \cdot (H - z) \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [5.13]$$

$$M = \int_0^H \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z \cdot \cos^2 \vartheta}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right) \cdot \cos \vartheta + \left(\frac{a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z \cdot \sin^2 \vartheta}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right) \cdot \sin \vartheta \right] \cdot (H - z) \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz$$

$$M = \int_0^H \int_0^{2\pi} \left[\frac{a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right] \cdot (H - z) \cdot R \cdot d\vartheta \cdot dz \quad [5.14]$$

$$M = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot R \cdot \int_0^H z \cdot (H - z) \cdot dz \cdot \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right] \cdot d\vartheta \quad [5.15]$$

$$M = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot R \cdot \frac{H^3}{6} \cdot \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \right] \cdot d\vartheta \quad [5.16]$$

Si ottiene quindi:

$$M = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot R \cdot \frac{H^3}{6} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{1 - \nu^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.17]$$

Concludendo avremo:

$$M = \frac{1}{3} \cdot a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.18]$$

5.1.5. Calcolo tramite prodotto massa accelerazione

La medesima espressione si può ottenere attraverso il prodotto massa accelerazione e si avrà inoltre che l'andamento delle pressioni è triangolare quindi con risultante ad un terzo, quindi si avrà:

$$M = \frac{1}{3} \cdot a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{eh}^2(z) \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.19]$$

Caso particolare studiato:

L'accelerazione verticale rimane nulla come ipotesi pur non comparando in questa equazione, di seguito si sviluppano invece i casi relativi alla forma dell'accelerazione orizzontale.

Accelerazione costante

$$M = \frac{1}{3} \cdot a_{eh0} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot a_{eh0}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.20]$$

Accelerazione lineare

$$M = \frac{1}{3} \cdot (a_{eh0} + a_{eh1} (H - z)) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1} (H - z))^2 \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.21]$$

Accelerazione parabolica

$$M = \frac{1}{3} \cdot (a_{eh0} + a_{eh1} (H - z) + a_{eh2} \cdot (H - z)^2) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot (a_{eh0} + a_{eh1} (H - z) + a_{eh2} \cdot (H - z)^2)^2 \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.22]$$

5.1.6. Calcolo delle azioni secondo Eurocodice e confronto

Il calcolo tradizionale conduce alle equazioni già ottenute in precedenza e riportate qui per praticità:

$$T_{trad} = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot V_{tot} = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H \quad [5.23]$$

$$M_{trad} = a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot V_{tot} \cdot \frac{1}{2} \cdot H = \frac{1}{2} \cdot a_{eh}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H^2 \quad [5.24]$$

Caso particolare studiato:

Accelerazione costante

$$T_{trad} = a_{eh0} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H \quad [5.25]$$

$$M_{trad} = \frac{1}{2} \cdot a_{eh0} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H^2 \quad [5.26]$$

Accelerazione lineare

$$T_{trad} = (a_{eh0} + a_{eh1}(H - z)) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H \quad [5.27]$$

$$M_{trad} = \frac{1}{2} \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H - z)) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H^2 \quad [5.28]$$

Accelerazione parabolica

$$T_{trad} = (a_{eh0} + a_{eh1}(H - z) + a_{eh2} \cdot (H - z)^2) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H \quad [5.29]$$

$$M_{trad} = \frac{1}{2} \cdot (a_{eh0} + a_{eh1}(H - z) + a_{eh2} \cdot (H - z)^2) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H^2 \quad [5.30]$$

Si possono quindi calcolare i rapporti tra le due grandezze calcolate in modo tradizionale e

Con la nuova teoria, avremo genericamente:

$$\rho_T = \frac{T}{T_{\text{trad}}} = \frac{\pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot a_{\text{eh}}^2(z) \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \right) \cdot \gamma \cdot a_{\text{eh}}(z)}{a_{\text{eh}}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H} = \frac{H}{R} \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot a_{\text{eh}}^2(z) \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \right) \quad [5.31]$$

$$\rho_M = \frac{M}{M_{\text{trad}}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot a_{\text{eh}}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot a_{\text{eh}}^2(z) \cdot \mu_{\text{GW}}^2}}{\frac{1}{2} \cdot a_{\text{eh}}(z) \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{H}{R} \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot a_{\text{eh}}^2(z) \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \quad [5.32]$$

Quindi nei casi particolari:

Caso particolare studiato:

Accelerazione costante

$$\rho_T = \frac{T}{T_{\text{trad}}} = \frac{H}{R} \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot a_{\text{eh}0}^2 \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \right) \quad [5.33]$$

$$\rho_M = \frac{M}{M_{\text{trad}}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{H}{R} \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot a_{\text{eh}0}^2 \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \quad [5.34]$$

Accelerazione lineare

$$\rho_T = \frac{T}{T_{\text{trad}}} = \frac{H}{R} \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot (a_{\text{eh}0} + a_{\text{eh}1}(H - z))^2 \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \right) \quad [5.35]$$

$$\rho_M = \frac{M}{M_{\text{trad}}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{H}{R} \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot (a_{\text{eh}0} + a_{\text{eh}1}(H - z))^2 \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \quad [5.36]$$

Accelerazione parabolica

$$\rho_T = \frac{T}{T_{\text{trad}}} = \frac{H}{R} \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{\text{GW}}}{1 - v^2 \cdot (a_{\text{eh}0} + a_{\text{eh}1}(H - z) + a_{\text{eh}2} \cdot (H - z)^2)^2 \cdot \mu_{\text{GW}}^2} \right) \quad [5.37]$$

$$\rho_M = \frac{M}{M_{trad}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{H}{R} \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot \left(a_{eh0} + a_{eh1} (H - z) + a_{eh2} \cdot (H - z)^2 \right)^2 \cdot \mu_{GW}^2} \quad [5.38]$$

La differenza più palpabile tra metodo tradizionale e nuova teoria riguarda il momento flettente, inoltre si capta che minore risulta essere μ_{GW} maggiore sarà il beneficio. Risultato principale è infine quello di dimostrare che in sili tozzi momento e taglio risultano inferiori ai tradizionali.

Nei capitoli successivi verrà studiato il beneficio dato dalla teoria sia a livello grafico sia al variare dei parametri rilevanti in gioco, cioè coefficiente di attrito, coefficiente λ e sollecitazione.

6. Limiti di validità della teoria

6.1. Esistenza della porzione A1

Chiamiamo A1 l'insieme degli elementi "D", in blu in Figura 21, cioè la quota parte di materiale insilato che non si "aggrappa" alle pareti ma che è sostenuto dagli strati sottostanti.

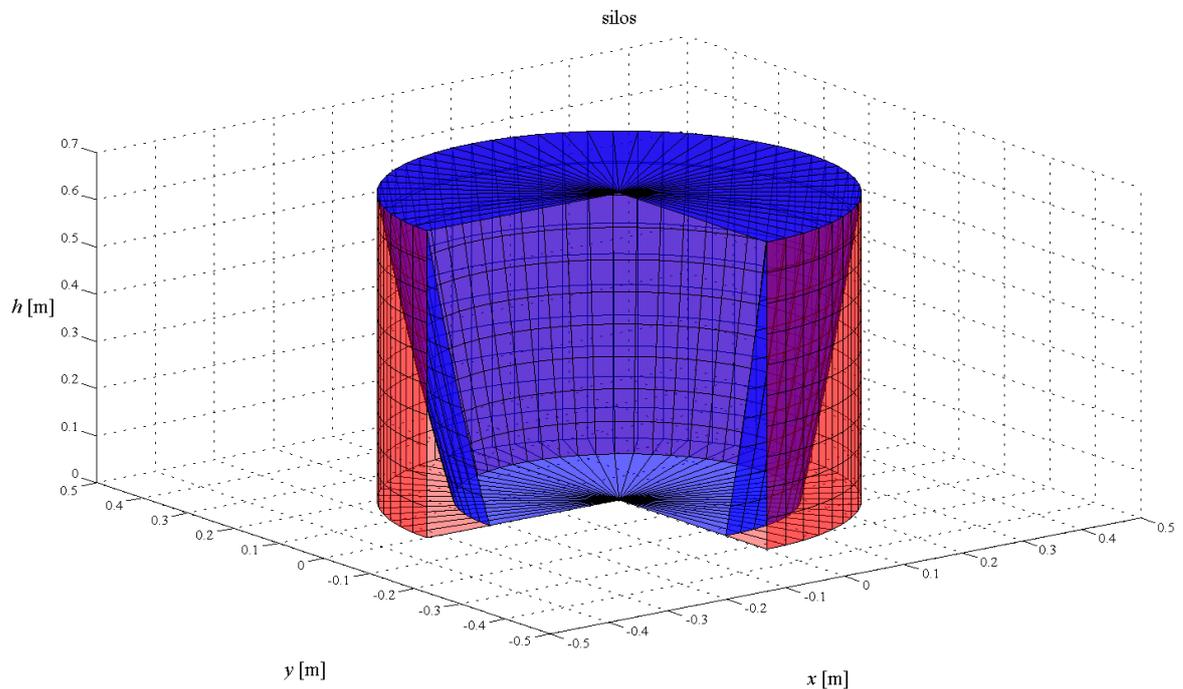


Figura 21

Al fine di assicurare l'esistenza di questa porzione occorre fornire un limite superiore allo spessore dell'elemento E, cioè all'insieme formato dai grani che si aggrappano alle pareti:

$$s(\mathcal{G}, z = H) < R \quad \forall \mathcal{G} \quad [6.1]$$

Consideriamo quindi l'espressione che fornisce lo spessore "s" della porzione aggrappata:

$$s(\mathcal{G}, z) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z} \quad [6.2]$$

in cui β è definito:

$$\beta = \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \mathcal{G} \cdot \mu_{GW}} \quad [6.3]$$

Imponendo la condizione di esistenza avremo:

$$s(\mathcal{G}, z) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z} < R \quad \forall \mathcal{G} \quad [6.4]$$

$$s(\mathcal{G}, H) = \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot H} > 0 \quad [6.5]$$

$$R \cdot \beta \cdot H > R^2 \quad [6.6]$$

$$\beta \cdot H > R \quad [6.7]$$

E quindi possiamo giungere a definire la relazione:

$$\frac{H}{R} < \frac{1}{\beta} \quad [6.8]$$

Alla quota $z = H$, cioè alla base del silos, andiamo a determinare il massimo della funzione definente il parametro β :

$$\frac{d\beta}{d\mathcal{G}} = -\frac{\cos \mathcal{G} \cdot 2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{\nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \sin^2 \mathcal{G} \cdot \mu_{GW}} = 0 \quad [6.9]$$

Quindi otterremo il massimo per $\mathcal{G} = 0$ quindi:

$$\beta = \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \mu_{GW}} \quad [6.10]$$

Sostituendo avremo:

$$\frac{H}{R} < \frac{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \mu_{GW}}{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}} \quad [6.11]$$

$$\frac{H}{2 \cdot R} < \frac{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}} \quad [6.12]$$

Si ottiene quindi un limite di rapporto geometrico tra altezza e diametro del silo variabile con accelerazione orizzontale e coefficiente di attrito delle pareti, graficando il risultato al variare di a_{gh} la Figura 22, al variare di μ_{GW} la Figura 23.

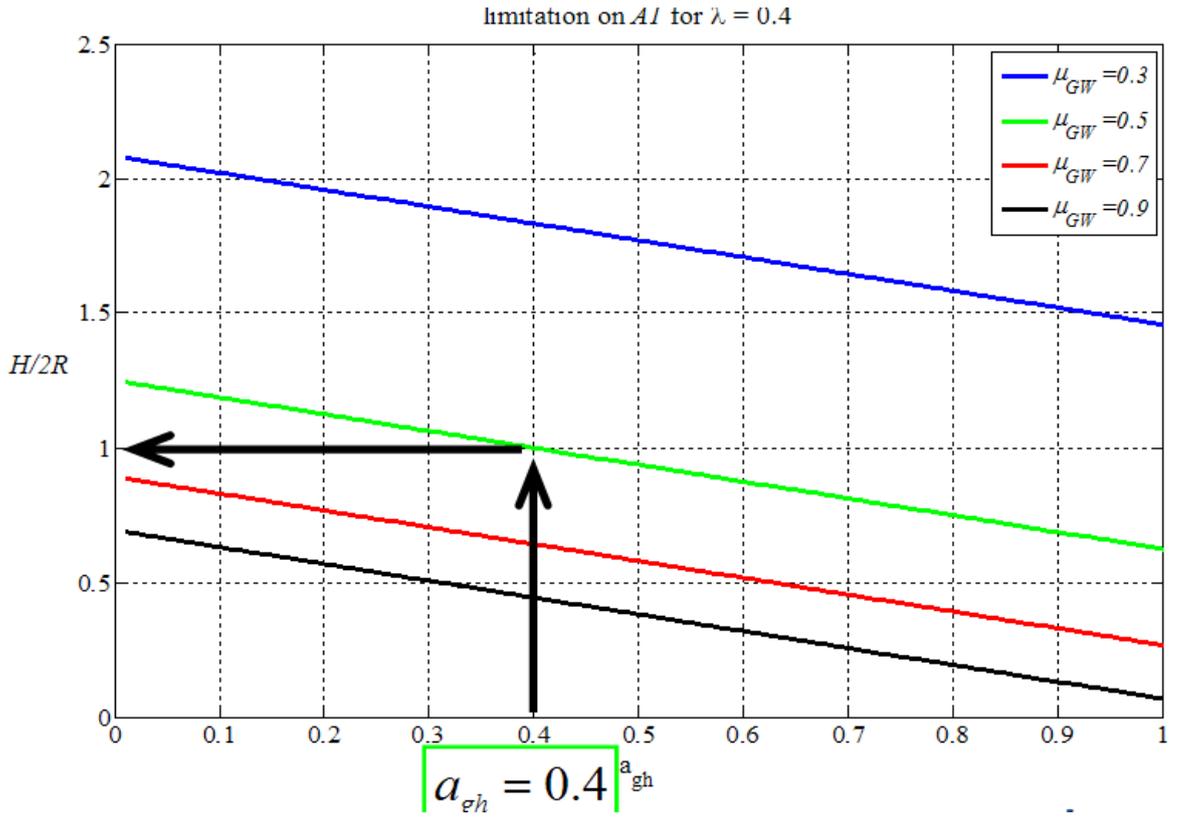


Figura 22

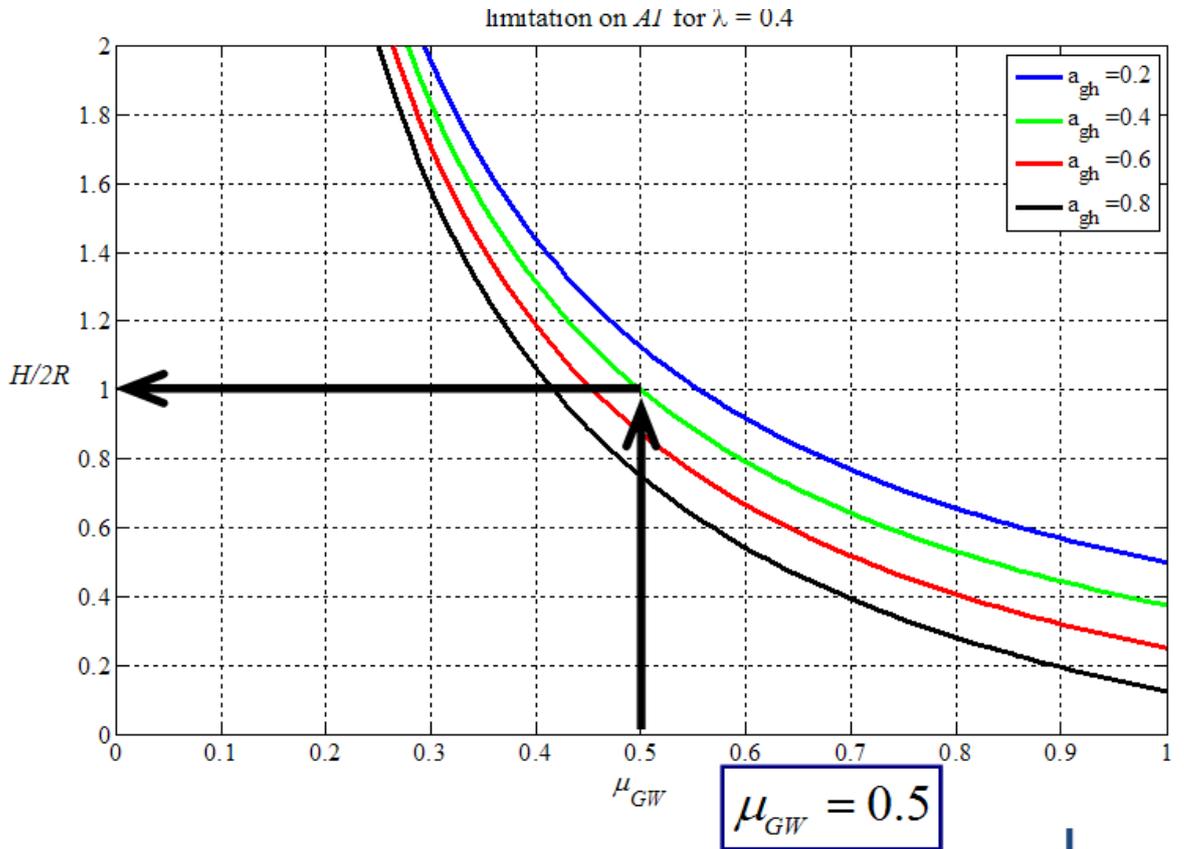


Figura 23

6.2. Esistenza della porzione A2

La porzione facente parte dell'anello esterno "E" è quella che si "aggrappa" alla parete del silo, in rosso in Figura 24.

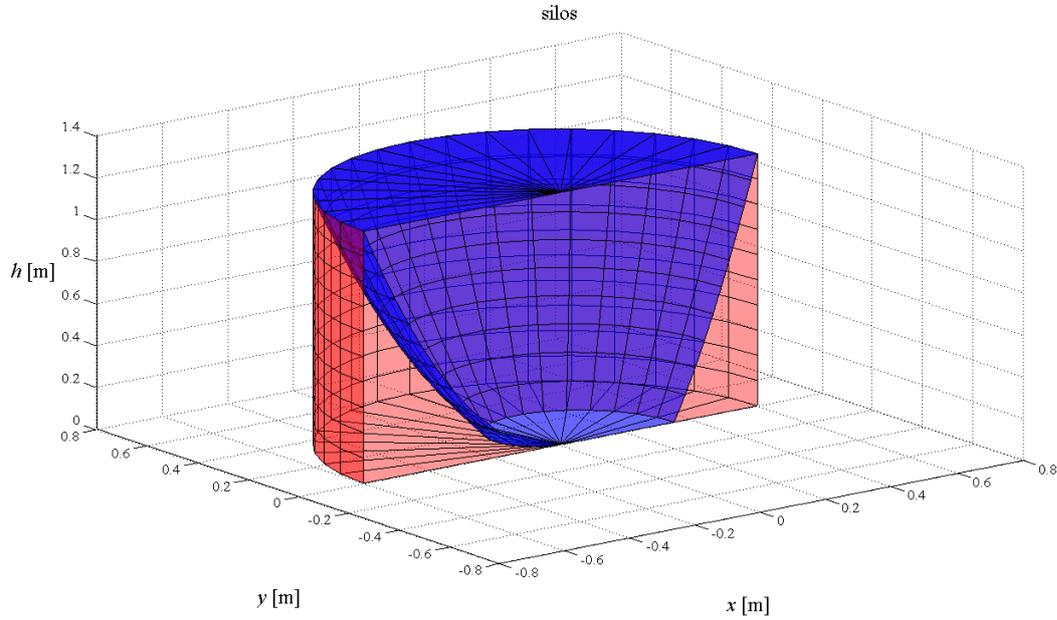


Figura 24

Al fine di garantirne l'esistenza occorre considerare l'espressione che fornisce lo spessore "s" ed avremo:

$$s(\vartheta, z) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z} > 0 \quad \forall \vartheta \quad [6.13]$$

$$R > \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z} \quad \forall \vartheta \quad [6.14]$$

$$-R \cdot \beta \cdot z < 0 \quad \forall \vartheta \quad [6.15]$$

$$R \cdot \beta \cdot z > 0 \quad \forall \vartheta \quad [6.16]$$

Con β pari alla [4.3] e quindi sostituendo all'interno della precedente avremo:

$$\frac{R \cdot 2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot z}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \mu_{GW} \cdot \cos \vartheta} > 0 \quad \forall \vartheta \quad [6.17]$$

$$\nu \cdot \mu_{GW} \cdot a_{eh}(z) < 1 \quad [6.18]$$

Quindi avremo il limite superiore di a_{gh} :

$$a_{eh}(z) < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}} \quad [6.19]$$

Graficando il limite al variare di μ_{GW} possiamo tracciare la curva di Figura 25:

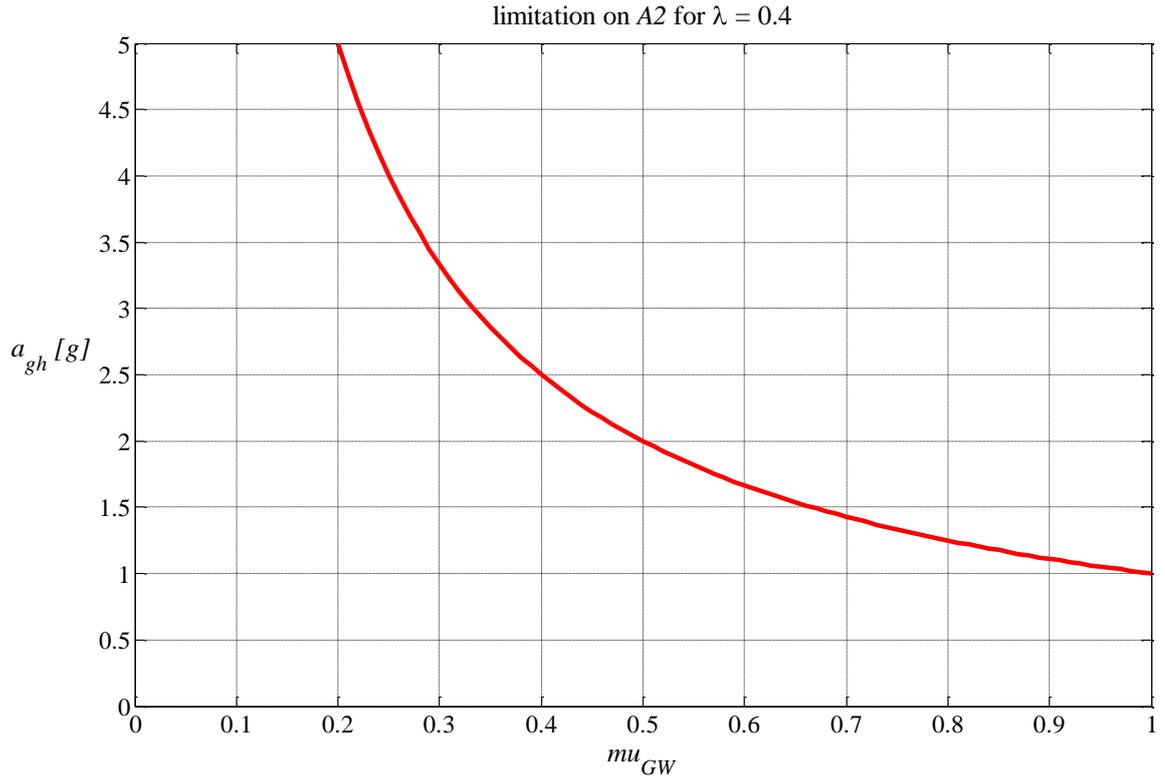


Figura 25

6.3. Esistenza della porzione “s”

Si deve quindi imporre l'esistenza di “s”, e quindi di A2, agendo sul radicando della sua espressione [4.2] quindi dedurremo:

$$R^2 - R \cdot \beta \cdot z > 0 \tag{6.20}$$

Dividiamo per R e cambiamo segno:

$$R > \beta \cdot z \tag{6.21}$$

Imponiamo $z=H$ e sostituiamo all'interno dell'equazione il valore di β fornito dalla [4.3] ed avremo:

$$\frac{R}{H} > \frac{\lambda \cdot \mu_{GW} \cdot 2}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \mu_{GW} \cdot \cos \mathcal{G}} \tag{6.22}$$

$$(1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \mu_{GW} \cdot \cos \mathcal{G}) > \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot 2 \cdot \frac{H}{R} \tag{6.23}$$

$$\nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \mu_{GW} \cdot \cos \mathcal{G} < 1 - \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot 2 \cdot \frac{H}{R} \tag{6.24}$$

Quindi otteniamo un altro limite superiore di a_{eh} :

$$a_{eh}(z) < \frac{1 - \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot 2 \cdot H}{\nu \cdot \mu_{GW} \cdot \cos \vartheta \cdot R} \quad [6.25]$$

Graficando l'espressione per $\cos\theta=1$ si ottiene quindi:

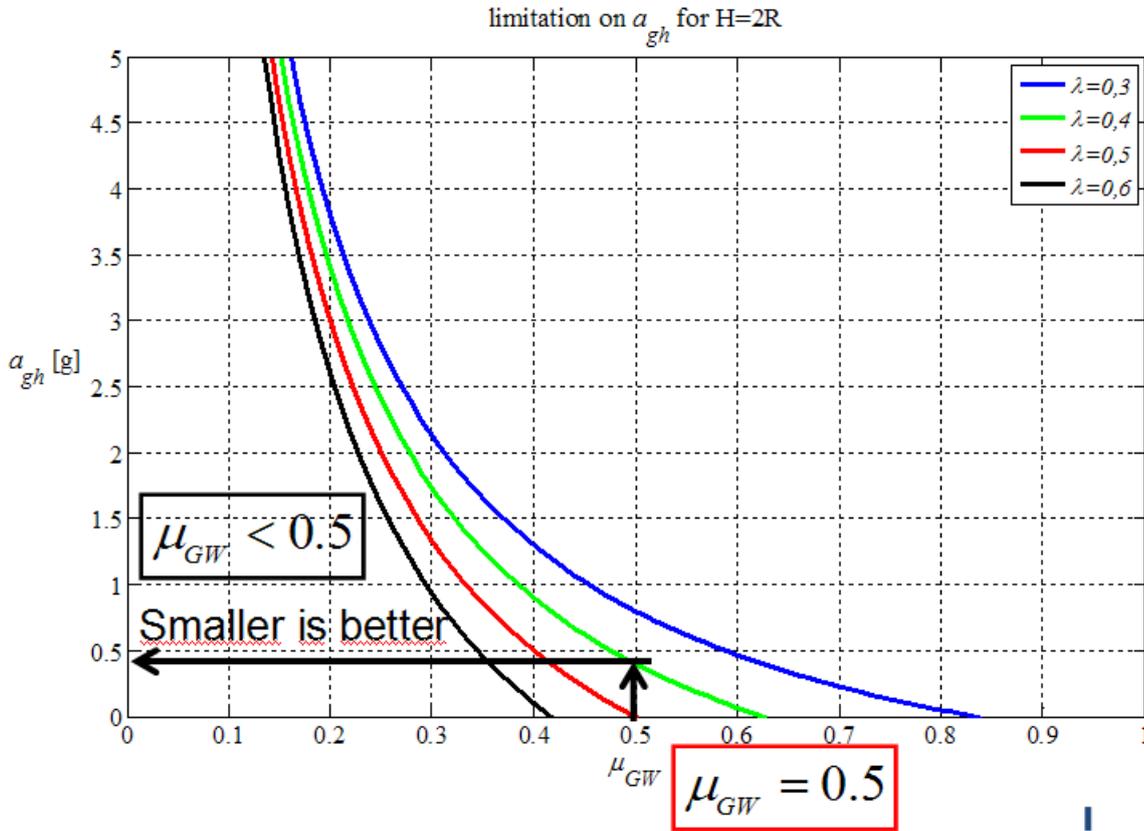


Figura 26

6.4. Esistenza di $p_{h,GW}$

Risulta inoltre necessario che esistano le pressioni radiali trasmesse dai grani dell'elemento "E" alle pareti del silo, quindi consideriamo l'espressione:

$$p_{h,GW}(z, \vartheta) = \frac{p_{h,GG}(z)}{1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \quad [6.26]$$

Quindi avremo:

$$1 - \nu \cdot a_{eh}(z) \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW} \neq 0 \quad [6.27]$$

Quindi avremo:

$$a_{eh}(z) \neq \frac{1}{\nu \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \quad [6.28]$$

Giunti a questa formulazione occorre soffermarci sui valori che può assumere il $\cos\theta$, esso infatti può variare all'interno dell'intervallo $[-1;1]$, per valori minori di zero però si perderà il significato fisico di a_{eh} , quindi i valori che può assumere si riducono a $[0;1]$.

Quindi si avrà che:

$$\cos\theta \rightarrow 0 \quad \frac{1}{\cos\theta} \rightarrow \infty \quad [6.29]$$

$$\cos\theta \rightarrow 1 \quad \frac{1}{\cos\theta} \rightarrow \min \quad [6.30]$$

Quindi al fine di rispettare il limite fornito dalla [6.28] dovremo assumere $\cos\theta=1$ e quindi sottostare al limite:

$$a_{eh}(z) < \frac{1}{v \cdot \mu_{GW}} \quad [6.31]$$

cioè al limite di esistenza di A2.

6.5. Annullamento dello scorrimento dei grani alla base

Occorre inoltre fornire il limite superiore al variare di μ_{GB} , per il quale si ha.

$$a_{eh}(z) \leq (1 - |a_{ev}(z)|) \cdot \mu_{GB} \quad [6.32]$$

Quindi graficando avremo:

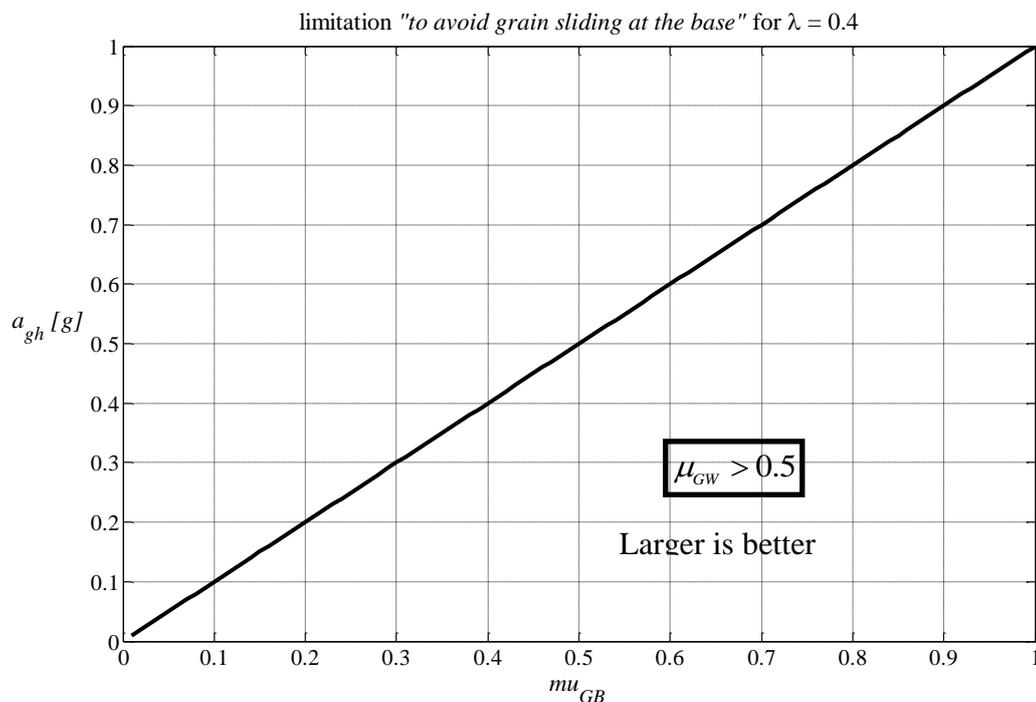


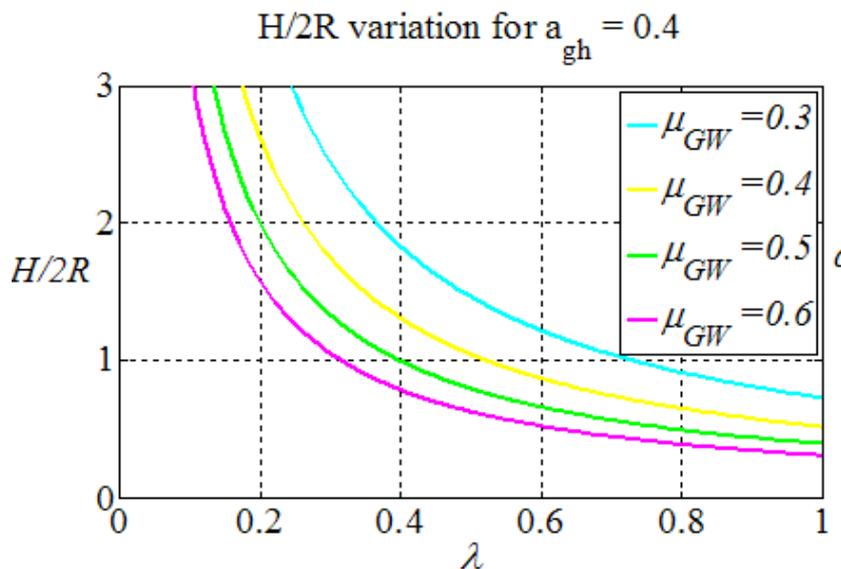
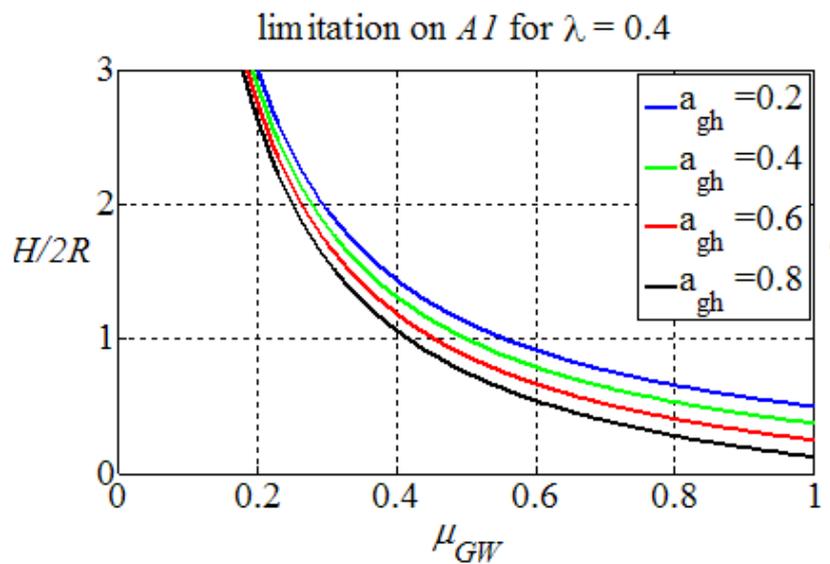
Figura 27

7. Variabilità dei risultati con μ_{GW} e λ

7.1. Limitazioni geometriche

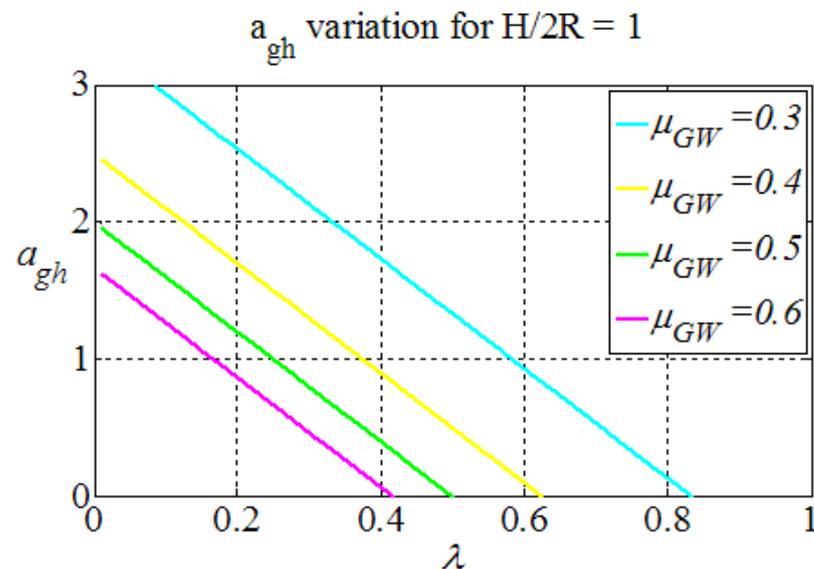
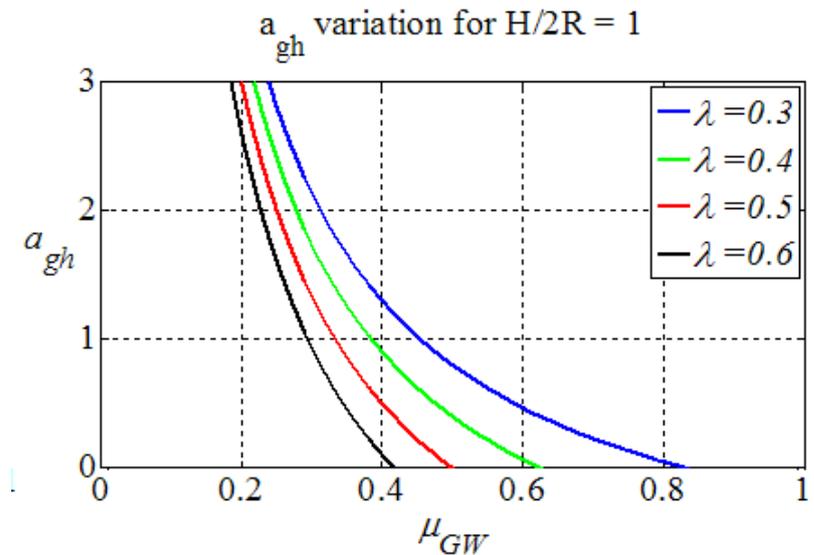
Lo studio dei limiti della teoria esplicita quanto i risultati siano sensibili alla variazione dei parametri in gioco. Quindi si vanno ora ad analizzare limiti di geometria, pressioni e benefici al variare dei principali coefficienti, cioè quello di attrito e lambda.

Il coefficiente d'attrito μ_{GW} è il parametro che governa il rapporto tra grani e parete del silo mentre il coefficiente d'attrito μ_{GB} governa invece il rapporto con la base. Lambda è invece il parametro che lega pressioni verticali e orizzontali tra loro ed è stato già definito in modo esauriente in precedenza.



Affrontiamo quindi l'analisi della variabilità del parametro $H/2R$ cioè del parametro che impone la caratteristica tozza al silo a seconda di variazioni di μ_{GW} e λ .

Al variare dei due coefficienti si può valutare l'andamento di a_{eh} , quindi si possono osservare i grafici presenti nella figura seguente. Il parametro in esame diminuisce con l'aumentare del coefficiente di attrito qualunque valore assuma l'accelerazione sollecitante. Si può notare inoltre come all'aumentare del valore di a_{eh} il valore di $H/2R$ a μ_{GW} costante diminuisca. Alla luce dell'andamento della funzione appena descritta si può dedurre che; dovendo rimanere il silo geometricamente tozzo, il parametro $H/2R$ non può oltrepassare l'unità. Ricordando che H è l'altezza dell'insilato, si può quindi osservare che il massimo valore di μ_{GW} utilizzabile oscilla tra 0,55 e 0,4 a seconda dell'accelerazione sollecitante. Consideriamo ora il grafico che espone la variabilità di $H/2R$ rispetto a λ . Ritroviamo nuovamente una forte diminuzione dei valori limite al variare del parametro in questione, cioè λ .



All'aumentare del coefficiente di attrito avremo la massima diminuzione del parametro. Per i motivi prima elencati avremo un valore di $H/2R$ fissato all'unità, quindi una variabilità consentita di λ tra 0,3 e 0,75.

Se si fissa $H/2R=1$ e si grafica la variazione dell'accelerazione rispetto ai parametri trattati in questo capitolo avremo i grafici precedenti.

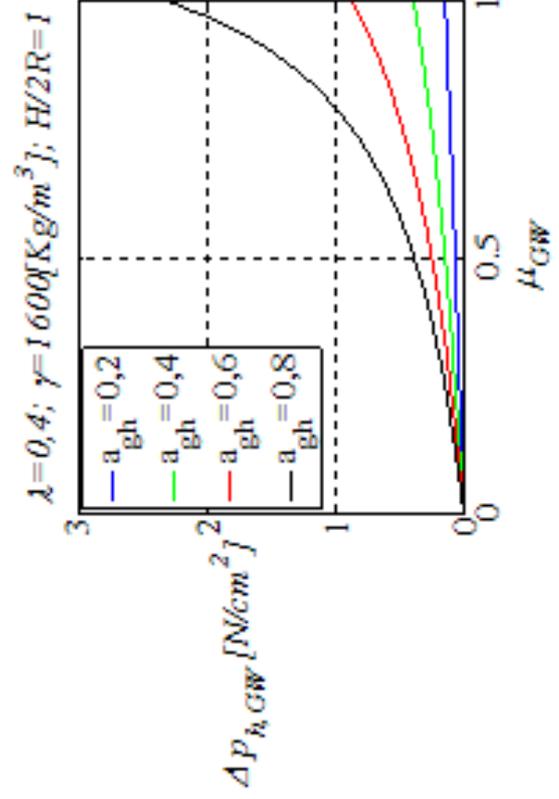
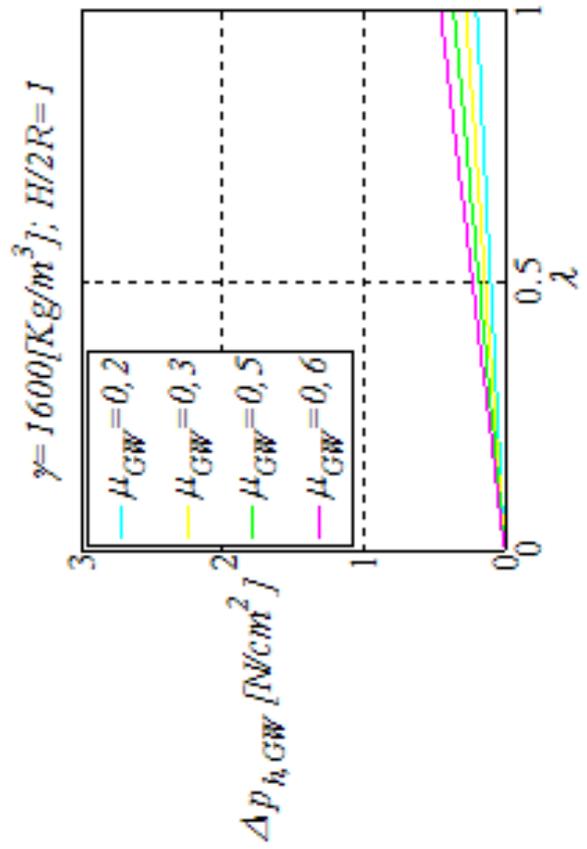
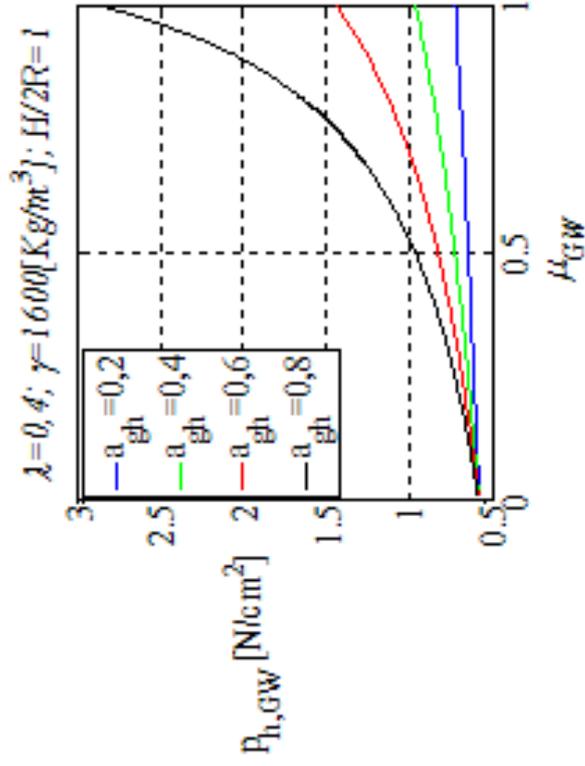
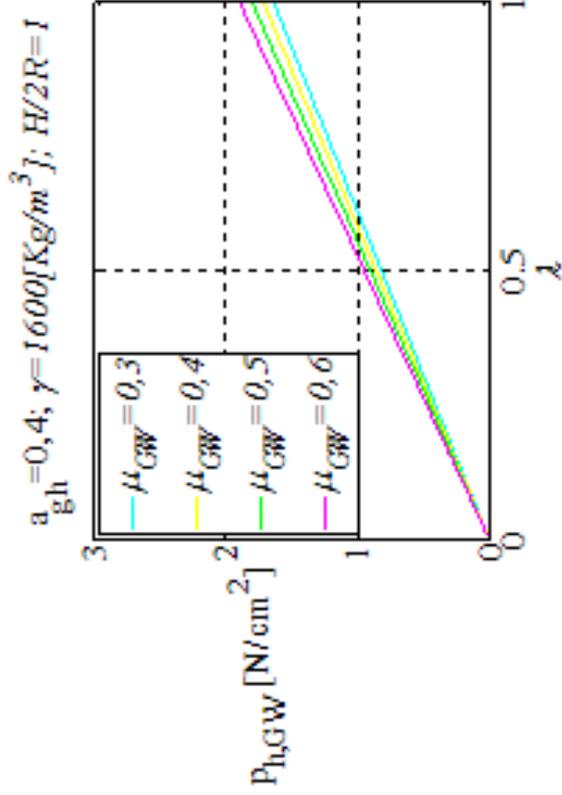
Il primo grafico mostra il rapporto che intercorre tra l'accelerazione a_{eh} e μ_{GW} , tramite questo si può commentare come all'aumentare di λ diminuisca il valore ammissibile di coefficiente di attrito a valore di sollecitazione costante. Quindi ad esempio ad una accelerazione di 0,4g avremo un valore di μ_{GW} oscillante tra 0,38 e 0,65.

Dualmente si potrà analizzare il grafico inferiore in figura, che mostrerà la variazione di a_{eh} al variare di λ . Avremo conferma che all'aumentare di questo valore μ_{GW} diminuisce.

7.2. Pressioni statiche e dinamiche

Passiamo ora ad un'analisi approfondita della variabilità di entità delle pressioni statiche e dinamiche. Avremo quindi una dipendenza delle pressioni sia statiche che dinamiche da μ_{GW} e λ . Consideriamo in primis le pressioni statiche in cui il primo grafico mostra il rapporto tra queste, coefficiente di attrito e sollecitazione di accelerazione. Le pressioni vengono quindi esaminate imponendo $H/2R=1$ e λ costante, avremo una crescita della grandezza esaminata che risulterà più ingente all'aumentare della sollecitazione.

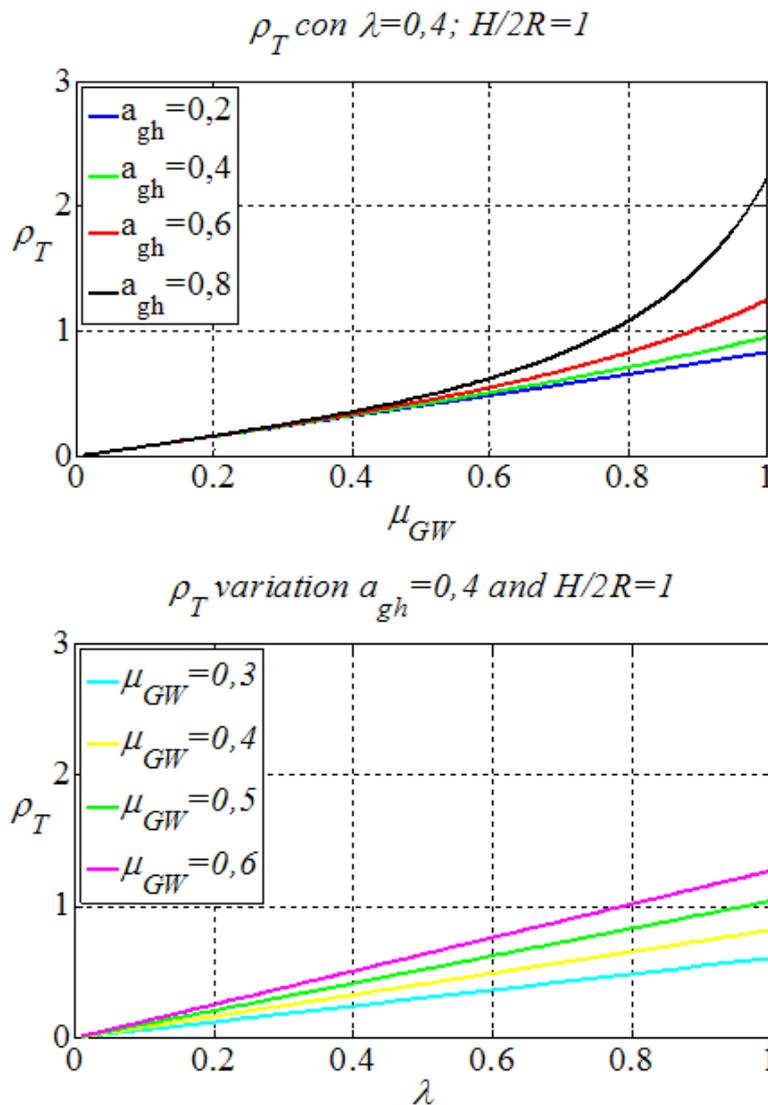
Il secondo grafico mostra invece la variazione della pressione rispetto a λ e μ_{GW} , mantenendo costante la sollecitazione. Avremo una forte crescita all'aumentare di λ , ed una molto minore all'aumentare del coefficiente di attrito.



I grafici delle pressioni dinamiche descrivono il loro andamento al variare del coefficiente di attrito e della sollecitazione. Avremo un andamento molto simile a quello dell'andamento di quelle statiche, avremo quindi una crescita progressiva con l'aumento del coefficiente di attrito e della sollecitazione.

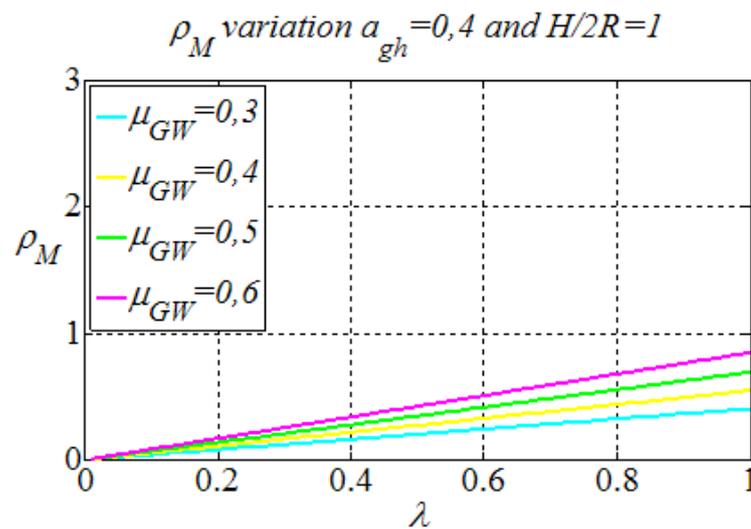
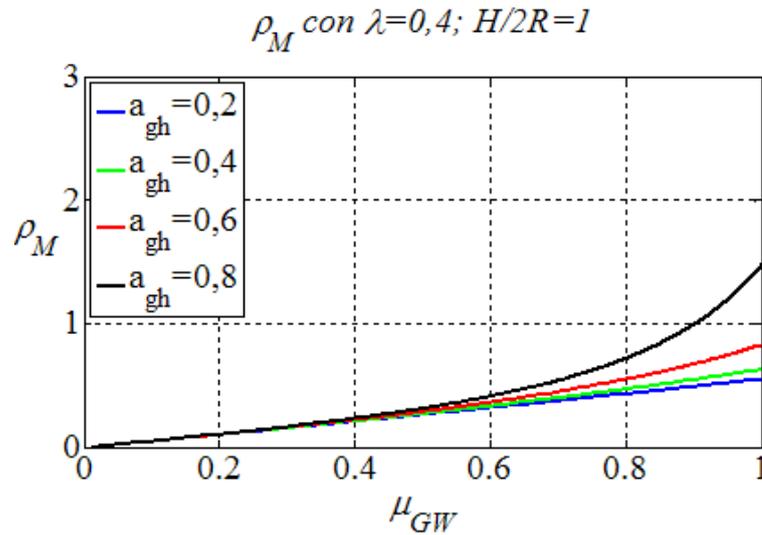
7.3. Benefici della teoria Trombetti et al.

Affrontando poi i grafici dei benefici della nuova teoria sull'Eurocodice avremo:



Il beneficio che considera il taglio mostra un incremento all'aumentare del coefficiente di attrito e il coefficiente lambda. La crescita del valore del beneficio aumenta ingentemente per valori alti di sollecitazione. Quindi più si enfatizzerà la sollecitazione e i coefficienti in gioco più si mostrerà nei risultati il guadagno insito nell'applicazione della nuova teoria.

Se consideriamo poi il beneficio relativo ai momenti l'andamento sarà esattamente lo stesso, con entità però molto inferiore al beneficio tagliante.



7.4. Conclusioni dell'analisi sugli effetti dei coefficienti

Il reale valore dell'approfondimento affrontato in questo capitolo si può cogliere solo se si pongono i risultati ottenuti in relazione a quelli sviluppati con lo studio dei limiti della teoria.

Riassumendo i risultati dell'analisi sui limiti geometrici possiamo dire che per la sollecitazione minore ammissibile studiata, cioè corrispondente a 0,2 g (sollecitazioni minori o uguali a questa non genererebbero sufficienti tensioni per potere essere captate dai sensori), avremo come limite superiore del coefficiente di attrito 0,55. Questo significa

che valori superiori di coefficiente di attrito comporterebbero un rapporto $H/2R < 1$, non coincidente con il nostro caso. Più la sollecitazione poi sarà ingente più il limite superiore calerà.

Questo è perfettamente compatibile con il primo limite studiato in precedenza, cioè quello di esistenza della porzione A1. Se ne conclude che per poter avere la possibilità di utilizzare un coefficiente di attrito di 0,5 occorrerà una sollecitazione pari a 0,4 g come visto in precedenza. I grafici successivi, riguardanti il legame sollecitazione-coefficiente di attrito-lambda mostrano inoltre come il crescere del valore del coefficiente μ_{GW} porti ad una sempre più forte limitazione di lambda.

Soffermiamoci ora sulle pressioni. Le pressioni agenti sulla parete sono ovviamente il parametro che deciderà l'entità di tensioni e deformazioni misurabili materialmente dai sensori posti sul provino progettato. Avendo questi ultimi una sensibilità limitata, maggiori saranno gli effetti del "sisma" più sarà agevole e redditizia la loro percezione. Per questo uno degli obiettivi principali è quello dell'enfaticizzazione delle pressioni, e a tal fine occorrerebbe, come visibile tramite lo studio appena concluso, avere un coefficiente di attrito e un parametro lambda il più elevati possibile a parità di sollecitazione. L'andamento è quindi in pieno contrasto con il precedentemente desiderato, e con il limite di esistenza della porzione "s" di grani che si aggrappano alla parete, colonna portante della teoria esposta. Si dovrà quindi "sacrificare" il più possibile questo aspetto, ottenendo pressioni misurabili ma non ottimamente enfatizzate, così da ottemperare ad entrambe le necessità, con occhio di riguardo ai limiti di applicabilità della teoria.

Allo stesso modo si sviluppano, come si potrà osservare nei grafici riguardanti i benefici della teoria, ρ_T e ρ_M . Il distacco tra teoria vigente e nuova teoria è infatti massimo ad alti valori di coefficienti di attrito e di coefficienti di legame tra pressioni verticali e orizzontali. Ancor più ingente è la loro crescita all'aumento della sollecitazione. Anche in questo caso, conseguentemente alle motivazioni appena enunciate occorrerà limitare il beneficio ottenibile al fine di poter attuare la teoria stessa.

PARTE 2 – PROGETTAZIONE DELLA PROVA

8. Metodologie di verifica della teoria enunciata

8.1. Introduzione

La validazione di una teoria deve obbligatoriamente svolgersi attraverso una serie di esperimenti pratici che vadano a rispecchiare condizioni al contorno imposte e caratteristiche meccaniche dei materiali ipotizzate. A tal fine è quindi obiettivo di questo tesi progettare una serie di prove su silos sottoposti a sollecitazione dinamica e quindi dimostrare la corrispondenza tra risultati attesi, dati dalla teoria, e risultati ottenuti.



Figura 28

I silos come ben risaputo sono di dimensioni notevoli e sicuramente irriproducibili in prima battuta in un laboratorio. La prova viene quindi ad essere compiuta su provini in scala che riproducano il silos con una geometria controllabile e gestibile con i mezzi in possesso. Riducendo le dimensioni del “problema”, conseguentemente diminuirà anche la dimensione dei risultati. Se ne può concludere che risulta essere di enorme importanza prevedere i risultati dell’esperimento in modo tale da evitare entità eccessivamente basse e quindi difficilmente captabili dai sensori a disposizione. La ricerca condotta dal D.I.S.T.A.R.T. dell’Università di Bologna sull’argomento in questione è condotta attraverso un gruppo di ricerca europeo di cui fanno parte il Politecnico di Bari, l’Università di Alicante in Spagna e l’Università di Bristol in Inghilterra.

L'elaborazione della teoria viene condotta congiuntamente dai dipartimenti delle Università sopra citate mentre per attuare le prove dinamiche di verifica vengono utilizzati gli ambienti e soprattutto i macchinari presenti nei laboratori di Bristol.

8.2. Laboratorio EQUALS e sue potenzialità

L'Earthquake and Large Structures Laboratory (EQUALS) è parte integrante del Bristol Laboratories for Advanced Dynamics Engineering (BLADE) della Facoltà di Ingegneria di Bristol, Inghilterra. Le strutture dell'Università di Bristol adibite alla ricerca si compongono di laboratori di struttura possente, che consenta quindi lo studio di varia geometrie di strutture spazianti dai ponti agli edifici alle torri di aspirazione.

Lo spazio dei laboratori è pronto ad affrontare prove statiche a grandezza reale e prove dinamiche grazie al possesso di una tavola vibrante. Ai fini specifici di questa tesi ci si soffermerà sulla potenzialità del laboratorio riguardo le prove dinamiche.



Shaking table specification

Property	Value
Size	3 m by 3 m
Axes	6
Construction	4 piece cast aluminium
Mass	3.8 tonnes
Max payload	15 tonnes
Max payload height	15 m
Max payload C of G	5 m
Craneage capacity	2 x 10 tonnes
Operational frequency:	0 -100 Hz
Hydraulic supply:	900 l/min
Hydraulic pump:	6 pumps each 450kW
Supply pressure (working):	205 bar
Supply pressure (max):	230 bar
Longitudinal (X) and lateral (Y) actuators:	4 at 70 kN
Horizontal acceleration (no payload):	3.7 g*
Horizontal acceleration (10 tonnes payload)	1.6 g*
Horizontal velocity:	1.2 m/s
Horizontal displacement	± 150mm
Yaw rotation	± 3.6 degrees
Yaw velocity	1.5 rads/sec
Vertical (Z) actuators	4 at 70 kN
Vertical acceleration (no payload)	5.6 g*
Vertical acceleration (10 tonnes payload):	1.2 g*
Vertical velocity	1.2 m/s
Vertical displacement	± 150mm
Pitch/roll rotation	± 5.2 degrees
Pitch/roll velocity	1.5 rads/sec

Figura 29

La tavola vibrante è uno strumento che consente la riproduzione delle sollecitazioni sismiche su di una struttura, qualunque essa sia. Ad una prima occhiata si “presenta” come una pedana, isolata dalla pavimentazione circostante. In questo caso specifico occupa un’area di circa 3 metri per 3 ed è realizzata principalmente in alluminio. La struttura dello strumento è in realtà molto più complessa, la struttura principale è a piramide rovesciata costituita da quattro sezioni che è rinforzata da una rete a nido d’ape per fornire elevata rigidità e resistenza flessionale. I campioni vengono fissati alla parte più esterna della piattaforma costituita da una successione di cinque lastre di alluminio sagomate con fori M12 sede delle connessioni bullonate dei provini. La disposizione più o meno complessa delle bullonature viene valutata preventivamente così da consentire l’eventuale montaggio di una ulteriore lastra di alluminio “di sacrificio” che consenta di soddisfare le esigenze di connessione. Lo strumento appena descritto è poi connesso ad un blocco di cemento armato di 300 tonnellate posto in una fossa appositamente realizzata ed isolata dalla struttura del laboratorio tramite 20 mm di sughero.

La riproduzione del sisma è realizzata materialmente da un set di 6 pompe con capacità di rendere una pressione di 900 litri al minuto ad una pressione di 205 bar, se richiesto possono rendere sino a 1200 litri al minuto. Queste attivano otto attuatori idraulici disposti sia verticalmente che orizzontalmente. Entrambe le tipologie sono poi collegate al contrasto in calcestruzzo, tra i quali quelli orizzontali vengono connessi tramite profilati scatolari in acciaio riempiti di calcestruzzo. Ogni attuatore collaborerà con 70 KN di capacità dinamica ed una corsa che al suo massimo può giungere a 300 mm.

L’attivazione della strumentazione appena descritta è compiuta mediante un complesso sistema di controllo digitale e controllata mediante un altrettanto intricato sistema informatico. Ogni attuatore è corredato infatti da tre strumenti di misura che rilevano altrettante grandezze di essenziale rilevanza, all’interno è installato un LVDT, al confine tra pistone e piattaforma è collocato un accelerometro e si avrà inoltre una cella di carico per la captazione dei carichi.

8.3. Commento sulle fasi della programmazione della prova

La ricerca europea introdotta in precedenza prosegue quindi con la reale progettazione della prova. La progettazione ha come obiettivo principale quello di ottenere un'attendibile stima dei risultati reali che si rileveranno a Bristol nella prova su pedana vibrante. A tal fine vengono esaminate diverse geometrie di provini e di insilato. Si esaminano infatti i risultati ottenibili variando i parametri in gioco, siano questi geometrici o relativi a caratteristiche meccaniche. Lo studio si comporrà quindi di una scelta di 2 provini ciascuno dei quali studiato come riempito da 2 insilati così da indagare quale condizione ottimizzi i risultati. L'ottimizzazione appena citata è perseguita al fine di avere la certezza di una corretta misurazione da parte dei sensori, anch'essi scelti e calibrati nello studio seguente. Si affronta quindi una ricerca composta da una serie di simulazioni tramite programmi di calcolo con le quali si andranno ad indagare sia gli effetti delle pressioni calcolate tramite le formule teoriche enunciate sia i modi di vibrare dei provini selezionati. Scelta poi geometria ed insilato da parte del gruppo di ricerca si affronteranno i successivi step di indagine sul singolo silo scelto che riguarderanno l'influenza degli effetti locali sui risultati attesi. Per effetti locali si intendono per lo più le conseguenze sui risultati causate dalla modalità costruttiva del provino, che comportano semplificazioni non del tutto aderenti alla teoria e inserimento di imperfezioni derivanti dal materiale oltre che dalle caratteristiche meccaniche. Le simulazioni vengono condotte attraverso l'ausilio di vari software FEM oltre che a prevedere l'impiego di un software DEM in futuro per simulare ancor più realisticamente ciò che accadrà nella reale prova. Le simulazioni ad elementi finiti non permettono infatti di simulare l'insilato, si limitano alla modellazione della parete del silo lasciando al modellatore il compito di applicare le pressioni che questo fornirebbe ad esse tramite il contatto. Si elaborerà quindi un foglio di calcolo con il software Matlab al fine di ottenere i valori da applicare poi al modello elaborato.

9. Progettazione dei provini

9.1. Background

La teoria di Trombetti et al. ha oramai qualche anno di ricerca alle spalle.

L'elaborazione di una nuova teoria comprende infatti varie fasi di verifica tramite modelli computerizzati e prove sperimentali, è utile quindi ripercorrere brevemente gli sviluppi nel tempo prima di esporne le conclusioni finali e la progettazione pratica.

Fin dal principio la problematica principale è stata quella relativa alla verifica della teoria, come riuscirci, con i mezzi a disposizione, il comportamento di una struttura di decine di metri di altezza?

La progettazione della prova sperimentale, che per ovvi motivi è sempre stata immaginata in scala rispetto alle dimensioni reali, è iniziato con un'analisi tramite metodi FEM di provini sia cilindrici che prismatici.

I provini cilindrici studiati in passato erano previsti con parete in acciaio e insilato in grano di dimensioni variabili, con diametro di 3 metri e altezza di 1,5 il primo, con 1 ed 1,5 il secondo. Il provino prismatico era invece un cubo di diametro ed altezza pari ad 1,5 metri. Lo spessore della parete era unico e pari a 3 mm, ed inoltre tutti i provini presentati erano studiati vincolati in appoggio, in incastro e vincolati ad un fondello.

Lo studio fu anche ampliato a due campioni uno in plexiglass, con diametro 0,5 metri e altezza 0,75 metri l'altro in policarbonato con diametro 1,5 e altezza 2 metri.

I risultati ottenuti mostrarono come previsto che l'Eurocodice stima in modo eccellente il comportamento dei silo snelli, mentre sovrastima quello dei tozzi.

Successivamente si prese in considerazione in che modo realizzare questi provini al fine di estrarne i risultati da comparare alle previsioni. Oltre all'idea di utilizzo di sensori venne considerata l'opportunità di utilizzare il metodo delle "Bande" cioè una realizzazione a strisce del provino in modo che si comporti come una scatola di taglio utilizzata nelle prove geotecniche con trasduttori a fornire i risultati. Il metodo avrebbe così permesso di tarare la rigidità del sistema in modo tale da farla coincidere con quella reale.

Successivamente vennero studiati 2 provini in acciaio e 5 in plexiglass.

I provini in acciaio cilindrici avevano dimensioni in termini di altezza e diametro di 1,5x3 metri, e 1,5x2 metri. I provini in plexiglass erano invece i primi due delle medesime dimensioni di quelli in acciaio e i rimanenti 2x1.5, 0,75x0,5 e uno cubico da 1,5x1,5.

Dagli studi dei risultati dei provini appena descritti è stato selezionato un primo silo da testare in modo più approfondito al fine di utilizzare le sue caratteristiche per la costruzione di quello per la sperimentazione a Bristol.

Le caratteristiche erano di 0,65x0,65 di altezza e diametro con un insilato di sfere di vetro al fine di enfatizzare i risultati

Ora con la presente tesi si vuole mostrare l'evoluzione di questa ultima analisi che sfocerà in una progettazione esecutiva particolareggiata che ha il compito di prevedere risultati ma anche di dimensionare materialmente l'oggetto dei test previsti per agosto-settembre 2012. I primi modelli FEM elaborati attraverso Straus7 avevano le dimensioni di diametro e altezza di 65 cm e di 150 cm con spessore di 5 mm e in plexiglass. L'insilato è stato fin dal principio ipotizzato come composto in sfere di vetro, o di acciaio.

A seguito dei risultati ottenuti si è rettificata la geometria congiuntamente ai ricercatori di Bristol, si è quindi passati allo studio di 4 provini due di 1,2 metri di altezza e diametro e gli altri di 1 metro con le caratteristiche che verranno esposte esaurientemente nei capitoli successivi.

9.2. Introduzione

Esposta la teoria elaborata da Trombetti, introdotti gli obiettivi e spiegate le modalità del loro raggiungimento si affronta ora la scelta dei provini.

La scelta riguarderà sia le caratteristiche geometriche che quelle meccaniche del provino e dell'insilato e risulterà essere un passaggio di vitale importanza per la riuscita della prova, per la lettura dei risultati e quindi per la verifica della teoria stessa.

Le caratteristiche geometriche del provino saranno limitate dal vincolo di ottenere una simulazione di silos tozzi non lasciando quindi molta libertà sul rapporto H/R mentre le caratteristiche meccaniche saranno invece scelte con riguardo a vari fattori quali le caratteristiche della piastra vibrante, il rispetto dei limiti di applicazione della teoria e la sensibilità dei sensori.

La scelta del provino ideale per il test viene affrontata studiando varie combinazioni insilato-materiale costituente la parete. Queste verranno quindi proposte all'EQUALS che selezionerà quello più compatibile con l'apparecchiatura descritta nei capitoli precedenti.

La teoria esposta riguarda, come ben noto, silos a fondo piano. Queste strutture sono realizzate in acciaio e di dimensioni ragguardevoli. Risulta banale quindi specificare l'impossibilità di compiere test in scala 1:1 su questo genere di strutture.

Viene quindi impostato lo studio di quattro provini, di due dimensioni e due tipologie di insilato differenti, tra i quali verrà ad essere selezionato quello più adatto alla prova reale.

Avremo due provini di diametro ed altezza da 100 cm e due da 120 cm, tutti esaminati con spessore variabile tra 0,3-0,4-0,5 cm. I silos appena descritti saranno riempiti ognuno con due insilati distinti, sfere di vetro e sfere di acciaio. Non si esclude l'esame dei risultati prodotti da un insilato diverso, come ad esempio il grano.

Prima di procedere con l'esposizione dei risultati dell'analisi del modello FEM risulta importante introdurre le scelte compiute riguardo i materiali e conseguentemente riguardo il rapporto insilato-parete e tra grano e grano dell'insilato stesso. In questo modo avremo i "dati" di partenza per una più consapevole lettura dei risultati che saranno esposti nei successivi capitoli di questa tesi.

9.3. Materiali

9.3.1. Parete dei provini - Policarbonato

Le prove verranno quindi compiute su di un provino realizzato in scala, in cui viene mantenuto il rapporto H/2R presente nell'originale. Se si riproducesse il provino in acciaio, sorpassando le non indifferenti difficoltà realizzative, i risultati non risulterebbero leggibili dai sensori esistenti, quindi occorre variare il materiale in modo da enfatizzare gli effetti della teoria. Il materiale scelto per riprodurre la parete è quindi polimerico, in particolare è stato scelto il policarbonato.

Questo materiale è stato scelto tra gli altri, come ad esempio il plexiglass, in quanto avente un minor valore del modulo di Young, presente nel legame tensioni-deformazioni. Il policarbonato consentirà un'ottimizzazione dei valori dei risultati alla lettura dei sensori.

Inoltre questo materiale permette una metodologia di realizzazione abbastanza semplice, è infatti reperibile in fogli e quindi "saldabile" in forma cilindrica.

Il policarbonato ha inoltre un peso contenuto e una facilità di lavorazione non paragonabili a quelle dell'acciaio che fornirebbe chiare difficoltà.

La scelta è stata consigliata anche da parte dei tecnici di Bristol a seguito dei primi esami del progetto.

Le caratteristiche del materiale vengono riportate nella tabella riportata in figura Figura 30.

Proprietà	Metodi di prova	Unità di misura	PC
Caratteristiche Meccaniche			
Peso Specifico	DIN 53479	g/cm ³	1,2
Resistenza alla trazione a rottura	DIN 53455	N/mm ²	60
Allungamento a rottura	DIN 53455	%	> 80
Modulo elastico di trazione	DIN 53455	N/mm ²	3200
Resistenza alla flessione	DIN 53452	N/mm ²	90
Modulo elastico di flessione	DIN 53452	N/mm ²	1500
Durezza con pressatore a sfera H358/30	DIN 53456	N/mm ²	130
Resistenza a compressione	DIN 53454	N/mm ²	80
Resistenza urto Charpy - senza intaglio	ISO179 - DIN 53453	kJ/m ²	20
Resistenza urto Charpy - con intaglio	ISO179 - DIN 53453	kJ/m ²	non misurabile
Assorbimento ai acqua in 24h	DIN 53295	%	-

Figura 30

9.3.2. Insilato

9.3.2.1. Ballottini glass

I silos protagonisti della ricerca in questione sono quelli contenenti materiale granulare, come ad esempio cereali. Come l'acciaio della parete reale verrà simulato con il policarbonato allo stesso modo al fine di poter enfatizzare il comportamento e renderlo più captabile dai sensori si sostituisce in un primo momento il grano con i Ballottini glass.

I Ballottini glass non sono altro che sfere di vetro di precisione così denominate per il brevetto di creazione. Queste sfere hanno diametro variabile da 0,04 mm a 12 mm circa e una composizione mineralogica variabile. La mineralogia delle sfere è scelta in relazione all'uso, ve ne sono con caratteristiche adeguate alle variazioni di temperatura, altre resistenti agli urti, altre con particolare durezza utilizzate per la levigazioni di altri materiali. La scelta cade in primis su questo materiale in quanto già in possesso del laboratorio EQUALS di Bristol in cui verranno effettuati i tests.



Ballottini with size range from 4mm to 12mm

Specification

SiO ₂	66.0%
Na ₂ O	16.0%
K ₂ O	0.01%
CaO	7.0%
Al ₂ O ₃	5.0%
B ₂ O ₃	3.0%
MgO	2.0%
ZnO	1.0%
(Slight deviations are possible. PbO free).	
Hardness according to Mohs	≥6
Elasticity module, GPa	63
Specific weight, kg/dm ³	2.5
Bulk weight, kg/dm ³	1.5

Figura 31

A disposizione abbiamo quindi sfere di vetro di 5 mm di diametro e risultano essere perfette per enfatizzare l'effetto di un materiale granulare sulla parete del silo in policarbonato.

9.3.2.2. Steel balls

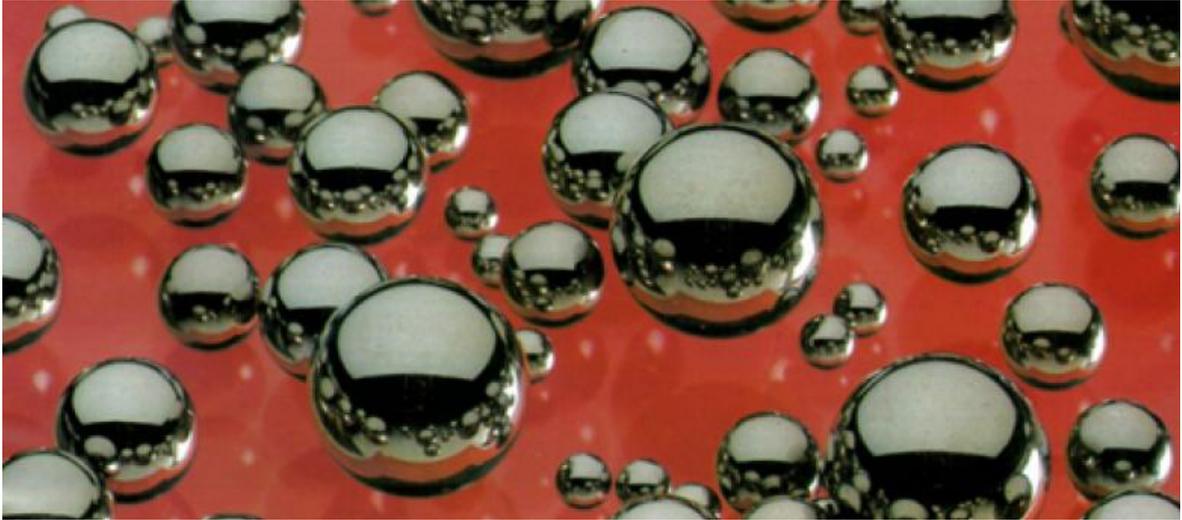


Figura 32

Programmata una prova come quella prevista nei laboratori EQUALS occorrerà sfruttare al meglio il tempo a disposizione. A tale scopo viene considerata anche la possibilità di utilizzare altri materiali a simulare l'insilato, come ad esempio sfere di metallo.

Il metallo verrà verificato però in una seconda fase, dopo un esame attento degli effetti delle sfere di vetro.

9.4. Scelta delle grandezze della simulazione

9.4.1. Caratteristiche geometriche

Verranno costruiti quattro modelli FEM di due dimensioni diverse e due insilati.

La prima tipologia di provino vedrà altezza e diametro da 120 cm, il secondo 100 cm; entrambi verranno testati con diversi insilati, in primis i Ballottini glass. Ogni provino verrà poi simulato con 3, 4, e 5 mm. L'analisi porterà alla scelta del provino più adeguato in termini di altezza, diametro e spessore. Vengono poi studiati insilati differenti in quanto avendo a disposizione la tavola vibrante la si sfrutterà a pieno per avere una gamma di risultati il più ampia possibili.

9.4.2. Materiale

I materiali in esame sono già stati introdotti, ed avranno caratteristiche:

POLICARBONATO			BALLOTTINI GLASS BALLS			STEEL BALLS		
$\gamma =$	1200	Kg/m ³	$\gamma =$	1600	Kg/m ³	$\gamma =$	7850	Kg/m ³
E=	2200	Mpa	E=	35000-70000	Mpa	E=	200000	Mpa
coef.Poisson=	0,38		$\varphi =$	35°		$\varphi =$		

Tabella 2

9.4.3. Caratteristiche meccaniche

9.4.3.1. Lambda

Per quanto riguarda λ , cioè il coefficiente che determina il rapporto tra pressioni verticali e orizzontali adotteremo un valore medio tra il risultato fornito da Rankine e quello di Camiz. Per il caso in questione avremo due valori di λ distinti in funzione della variazione del materiale insilato, per i ballottino glass avremo:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{RANKINE-static} &= \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0.27 \\ \lambda_{CAMIZ-dynamic} &= \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} = 0.5 \end{aligned} \right\} \lambda \cong 0.4 \quad [9.4.1]$$

Per quanto riguarda invece gli steel balls:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{RANKINE-static} &= \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0.41 \\ \lambda_{CAMIZ-dynamic} &= \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} = 0.7 \end{aligned} \right\} \lambda \cong 0.6 \quad [9.4.2]$$

9.4.3.2. Coefficiente di attrito

Il coefficiente di attrito viene quindi scelto a seconda dell'angolo di attrito interno del materiale insilato.

Per i Ballotini glass avremo un angolo di attrito interno pari a:

$$\varphi = 35^\circ \quad [9.4.3]$$

Quindi avremo:

$$\mu_{GW} = \tan(\beta \cdot \varphi) \quad [9.4.4]$$

Con β paria a:

$$\beta = 0,6 \quad \text{con superficie abbastanza liscia} \quad [9.4.5]$$

$$\beta = 0,5 \quad \text{con superficie liscia} \quad [9.4.6]$$

Quindi avremo in conclusione:

$$\mu_{GW} = 0,38 \quad [9.4.7]$$

$$\mu_{GW} = 0,32$$

Al fine di verificare la teoria tramite una simulazione, assumiamo il valore limite accettabile del coefficiente μ_{GW} pari quindi a 0,5. Presupponendo l'applicazione di colla e sabbia all'interno del silo prova che innalzi il valore calcolato se si volesse riproporre l'esatta situazione durante l'esperimento, è però noto che minore sarà il coefficiente di attrito con le pareti rispetto a questo valore da noi prescelto meglio sarà.

Il coefficiente di attrito con la base μ_{GB} viene assunto per la simulazione pari a quello delle pareti, in realtà questo sarà limite inferiore al suo variare, infatti più sarà enfatizzato l'attrito della base meglio sarà verificata la teoria.

Per quanto riguarda gli steel balls avremo invece:

$$\varphi = 25^\circ \quad [9.4.8]$$

Quindi avremo:

$$\mu_{GW} = \tan(\beta \cdot \varphi) \quad [9.4.9]$$

Con β paria a:

$$\beta = 0,6 \quad \text{con superficie abbastanza liscia} \quad [9.4.10]$$

$$\beta = 0,5 \quad \text{con superficie liscia} \quad [9.4.11]$$

Quindi avremo in conclusione:

$$\begin{aligned}\mu_{GW} &= 0,27 \\ \mu_{GW} &= 0,22\end{aligned}\quad [9.4.12]$$

Tramite lo stesso ragionamento precedentemente attuato per i Ballottini glass adotteremo un valore per il coefficiente di attrito pari a 0,35, consci che minore sarà meglio sarà al fine di rimanere nei limiti della teoria, compatibilmente però ai valori di sollecitazione.

9.4.3.3. Accelerazione applicata

L'accelerazione da applicare al provino simulato e quindi anche nella prova su tavola vibrante sarà scelta in base alle limitazioni della teoria. Si sceglie quindi una a_{eh} pari a 0,4g, cioè pari al limite inferiore fornito dalla teoria per entrambi i materiali, riguardo all'accelerazione occorre prestare attenzione al solo rapporto con il coefficiente di attrito alla base. Si configura quindi il caso particolare di sola accelerazione orizzontale costante con l'altezza.

9.5. Calcolo dei limiti di applicabilità della teoria

Per quanto riguarda i Ballottini glass avremo il rispetto dei limiti assumendo:

$$\begin{aligned}a_{eh} &= 0,4 \\ \mu_{GW} &= 0,5 \text{ (massimo)} \\ \mu_{GB} &= 0,4 \text{ (minimo)} \\ \nu &= 1 \\ \lambda &= 0,4\end{aligned}$$

Avremo quindi:

- Limite di esistenza di A1:

$$\frac{H}{2 \cdot R} < \frac{1 - \nu \cdot a_{eh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}} \rightarrow 1 < \frac{1 - 1 \cdot 0,4 \cdot 0,5}{4 \cdot 0,4 \cdot 0,5} \rightarrow 1 \leq \frac{1 - 0,2}{0,8} = 1 \quad [9.4.13]$$

- Limite di esistenza di A2:

$$a_{eh} < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}} \rightarrow 0,4 < \frac{1}{1 \cdot 0,5} \rightarrow 0,4 < 2 \quad [9.4.14]$$

- Limite di esistenza di s:

$$a_{eh} < \frac{1 - \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot 2 \cdot H}{\nu \cdot \mu_{GW} \cdot \cos \vartheta \cdot R} \rightarrow 0,4 < \frac{1 - 0,4 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 1,2}{1 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,6} \rightarrow 0,4 < 1,73 \quad [9.4.15]$$

- Limite di esistenza di $p_{h,GW}$:

$$a_{eh} \neq \frac{1}{\nu \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \rightarrow 0,4 \neq \frac{1}{1 \cdot 1 \cdot 0,5} \rightarrow 0,4 \neq 2 \quad [9.4.16]$$

- Limite di annullamento dello scorrimento dei grani alla base:

$$a_{eh} \leq (1 - |a_{ev}|) \cdot \mu_{GB} \rightarrow 0,4 \leq (1 - 0) \cdot 0,4 \quad [9.4.17]$$

Ipotizzando il valore limite inferiore di μ_{GB} , maggiore è meglio è, minimo 0,4.

Per quanto riguarda gli steel balls avremo il rispetto dei limiti assumendo:

$$a_{eh} = 0,4$$

$$\mu_{GW} = 0,30 \text{ (massimo)}$$

$$\mu_{GB} = 0,4 \text{ (minimo)}$$

$$\nu = 1$$

$$\lambda = 0,6$$

Avremo quindi:

- Limite di esistenza di A1:

$$\frac{H}{2 \cdot R} < \frac{1 - \nu \cdot a_{eh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}} \rightarrow 1 < \frac{1 - 1 \cdot 0,4 \cdot 0,3}{4 \cdot 0,6 \cdot 0,3} = 1,2 \quad [9.4.18]$$

- Limite di esistenza di A2:

$$a_{eh} < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}} \rightarrow 0,4 < \frac{1}{1 \cdot 0,3} \rightarrow 0,4 < 3,33 \quad [9.4.19]$$

- Limite di esistenza di s:

$$a_{eh} < \frac{1 - \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot 2 \cdot H}{\nu \cdot \mu_{GW} \cdot \cos \vartheta \cdot R} \rightarrow 0,4 < \frac{1 - 0,6 \cdot 0,3 \cdot 2 \cdot 1,2}{1 \cdot 0,3 \cdot 1 \cdot 0,6} \rightarrow 0,4 < 3,15 \quad [9.4.20]$$

- Limite di esistenza di $p_{h,GW}$:

$$a_{eh} \neq \frac{1}{v \cdot \cos \vartheta \cdot \mu_{GW}} \rightarrow 0,4 \neq \frac{1}{1 \cdot 1 \cdot 0,3} \rightarrow 0,4 \neq 3,33 \quad [9.4.21]$$

- Limite di annullamento dello scorrimento dei grani alla base:

$$a_{eh} \leq (1 - |a_{ev}|) \cdot \mu_{GB} \rightarrow 0,4 \leq (1 - 0) \cdot 0,4 \quad [9.4.22]$$

Ipotizzando il valore limite inferiore di μ_{GB} , maggiore è meglio è, minimo 0,4.

10. Sensori

Occorre ora soffermarsi sulle modalità di raccolta dati che si attueranno durante la prova sulla tavola vibrante soprattutto per avere coscienza delle limitazioni delle apparecchiature prescelte. La prova seppur progettata al fine di accentuare gli effetti del sisma sul silo produrranno pressioni, deformazioni e quindi spostamenti di lieve entità rispetto alla sensibilità dei sensori a disposizione. La scelta della tipologia di sensore è quindi obbligata sin d'ora, così da poter verificare durante la lettura delle pressioni generate se sono all'interno del range di sensibilità degli stessi.

I sensori proposti dalle case produttrici sono sia a sensibilità puntuale che diffusa.

10.1. Sensori a misurazione diffusa

I sensori a misurazione diffusa si presentano come pellicole o tappeti di sensori che sono in grado di rilevare pressioni agenti su aree anche non piane. Questa tipologia di prodotto è impiegata abitualmente nel campo dall'ergonomia dei sedili per auto o dei materassi, che studia attraverso la creazione di vere e proprie mappe di distribuzione delle pressioni. Risulta quindi profondamente compatibile con le esigenze delle nostre prove su tavola vibrante. Le misurazioni vengono infatti compiute tramite "tappeti" di sensori di spessore al massimo di qualche millimetro che trasmettono informazioni ad un sistema digitale il quale ha il compito di elaborare i dati e di restituire i risultati.

Commentando questa tipologia di sensore a livello tecnico è apprezzabile l'assenza di errori di misurazione che questi tappeti consentono di mantenere. Questa pulizia della misura è fornita dalla sua natura digitale con cui vengono elaborate vere e proprie mappe dell'oggetto studiato.

Il tappeto di sensori è però inutilizzabile solo, in commercio questo prodotto è infatti presentato provvisto di una gamma di due strumenti principali di supporto.

Innanzitutto dopo la rilevazione della pressione da parte dei sensori sarà necessaria un'apparecchiatura per la scansione elettronica che si occuperà di condurre i dati al computer di elaborazione, una volta recepiti i dati questi dovranno essere "trattati" attraverso l'impiego di un software che li elaborerà al fine di ottenere i risultati.

La componente più importante risulta comunque essere il sensore "di base" che va a comporre il tappeto di cui abbiamo parlato pocanzi.

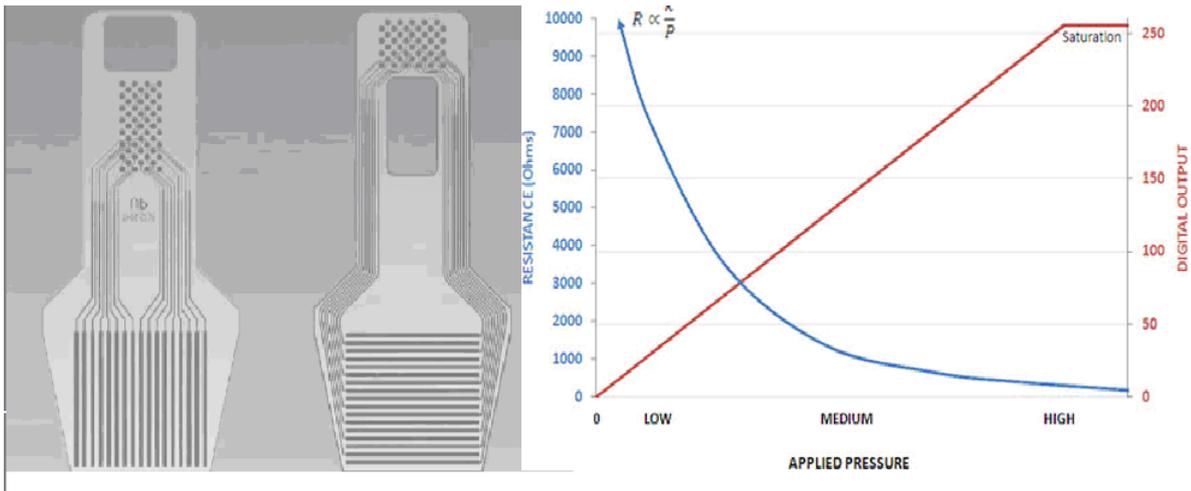


Figura 33

I sensori di pressione si compongono in maniera modulare sino alla realizzazione del tappeto desiderato e sono sensori cosiddetti a matrice. Ognuno di essi è infatti costituito da un “guscio” in poliestere flessibile che contiene gli elettrodi conduttivi disposti con diversi modelli, cioè uno a riga e a l’altro a colonna (da qui il nome a matrice). Tra righe e colonne è poi posto un materiale semiconduttivo. La ripetizione di vari sensori di questa tipologia affiancati vanno quindi a costituire un metodo di rilevazione spaziale delle pressioni.

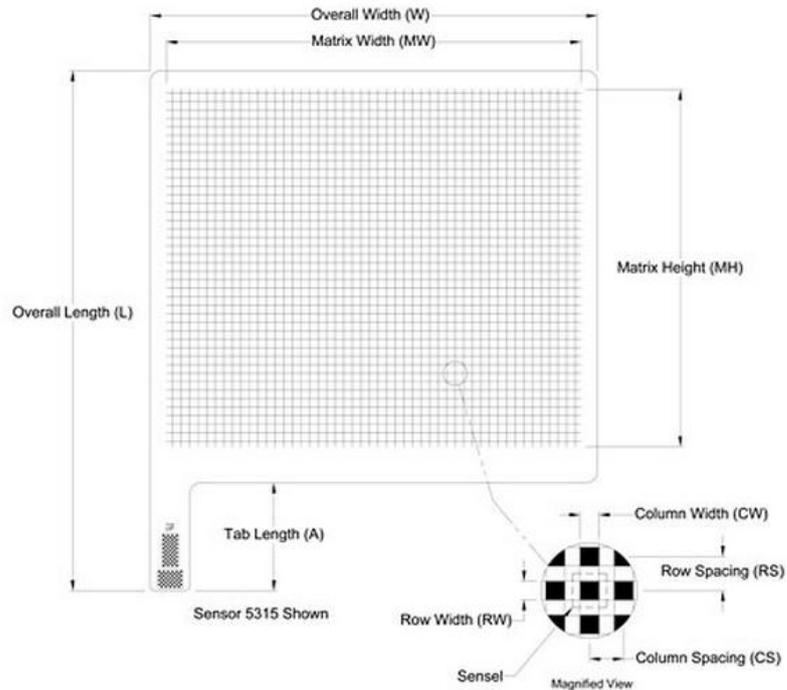
Le sensibilità disponibili variano da 0-14 kPa o da 0-207 MPa. Si riporta qui sotto la tabella riguardante le caratteristiche di questa tipologia di sensore:

SENSOR PROPERTY	STANDARD	HIGH-TEMPERATURE*
Linearity	<±3%	<±1.2%
Repeatability	<±3.5%	<±3.5%
Hysteresis	< 4.5% of full scale	< 3.6% of full scale
Drift per log time	5%	3.3%
Lag Time	5 µsec	TBD
Operating Temperature	15° to 140°F (-9° to 60°C)	Up to 400°F (200°C)
Thinness	0.004 in (0.1 mm)	0.008 in (0.2 mm)
Sensel Density	Up to 1,600 per sq. in. (248 per sq. cm)	Up to 400 per sq. in. (61 per sq. cm)
	Pitch as fine as 0.025 in. (0.6 mm)	Pitch as fine as 0.050 in. (1.27 mm)
Pressure Range	Up to 30,000 psi (207 MPa) (dependent on sensor selection)	TBD

*Custom Production Run Required.

Quindi si considera il sensore riportato nella seguente scheda tecnica come appropriato al caso in esame, ci si ripromette di verificare nei capitoli seguenti se sia o meno compatibile con le pressioni generate sulle pareti previste attraverso l’analisi dei provini selezionati.

Sensor Model / Map: 5315



Overall Length L	Overall Width W	Tab Length A	Matrix Width MW	Matrix Height MH	Columns			Rows			Total No. of Sensels	Resolution Sensel Density
					CW	Pitch CS	Qty.	RW	Pitch RS	Qty.		
(in.) 24.50	(in.) 20.86	(in.) 5.15	(in.) 19.20	(in.) 16.80	(in.) 0.250	(in.) 0.400	48	(in.) 0.250	(in.) 0.400	42	2016	(sensel per in. ²) 6.3
(mm) 622.3	(mm) 529.8	(mm) 130.8	(mm) 487.7	(mm) 426.7	(mm) 6.3	(mm) 10.2	48	(mm) 6.3	(mm) 10.2	42	2016	(sensel per cm ²) 1.0

PRESSURE RANGES

psi	5	30
kPa	34	207

Figura 34

Si prosegue ora nella descrizione dei sensori a rilevazione puntuale, per entrambe le tipologie sarà in seguito verificata la compatibilità con le pressioni previste sui provini prescelti.

10.2. Sensori a rilevazione puntuale

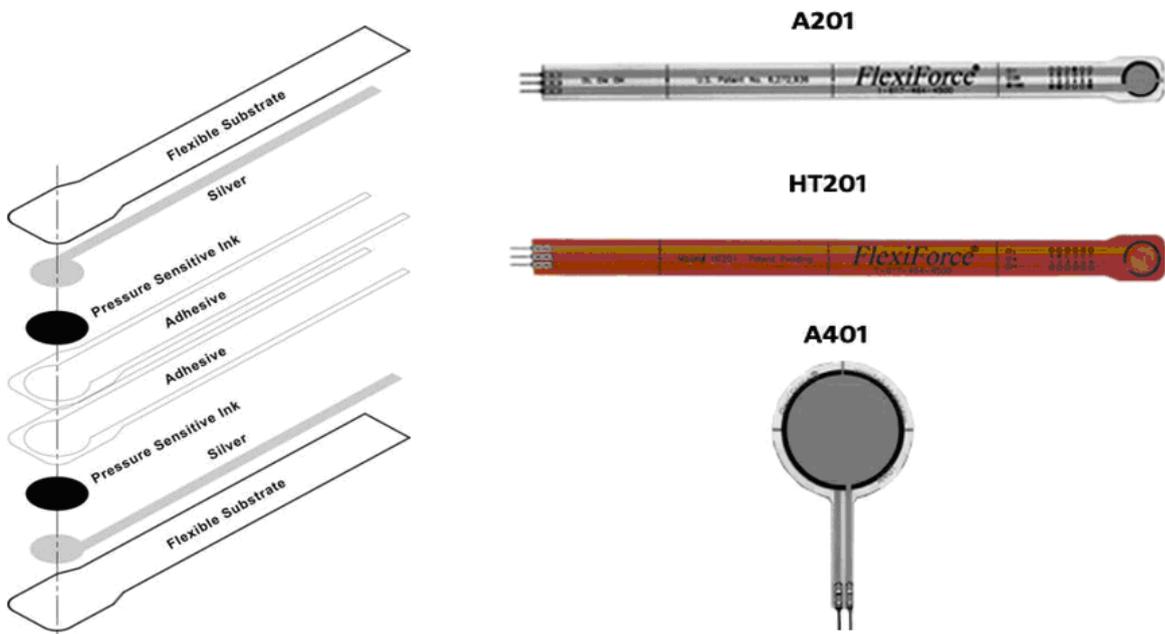


Figura 35

I sensori puntuali sono realizzati tramite varie tecnologie ma solitamente hanno in comune la loro installazione su supporti leggeri, come la carta, che permette di mantenerne la flessibilità. Il sensore agisce sulle basi del medesimo principio esposto per i sensori superficiali, cioè tramite la misurazione di una differenza di resistività del piccolo circuito di materiale conduttore. Più si applica pressione più la resistività si abbasserà.

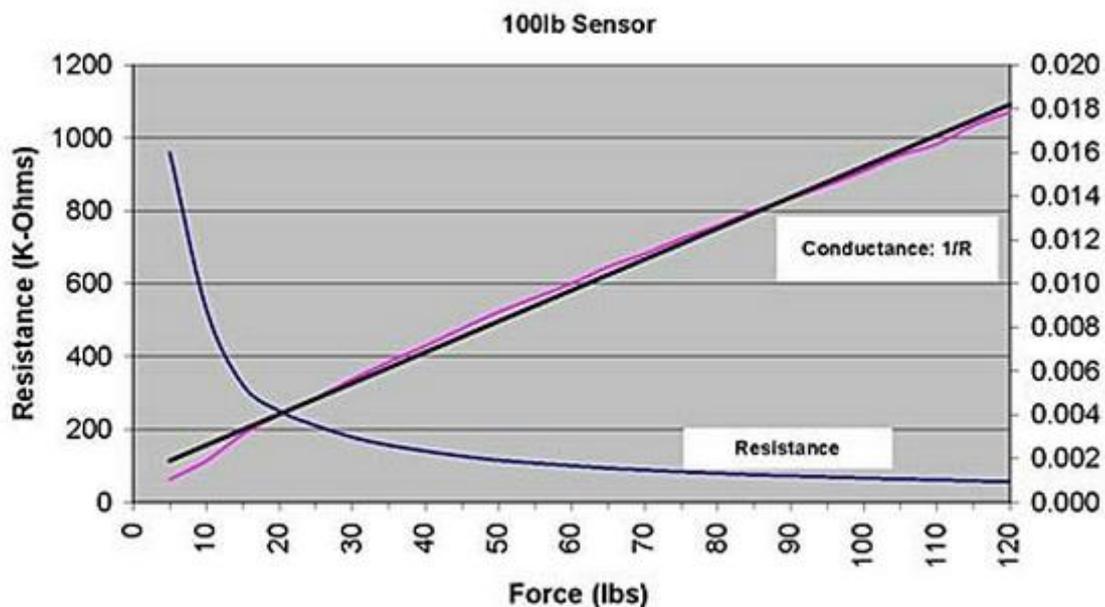


Figura 36

Dei modelli sopra riportati si riporta la tabella delle proprietà:

	A201 MODEL (Download Spec Sheet)	HT201 (HIGH-TEMP) MODEL (Download Spec Sheet)	A401 MODEL (Download Spec Sheet)
PHYSICAL PROPERTIES			
Thickness	0.008 in. (.203 mm)		
Length	7.75 in. (197 mm) 6 in. (152 mm)* 4 in. (102 mm)* 2 in. (51mm)*		2.24 in. (56.8 mm)
Width	0.55 in. (14 mm)		
Sensing Area	0.375 in. diameter (9.53 mm)		1.0 in. diameter (25.4 mm)
Connector	3-pin male square pin		2-pin male square pin
TYPICAL PERFORMANCE			
Linearity Error	<±3%	<±3%	<±3%
Repeatability	<±2.5% of full scale	<±3.5% of full scale	<±2.5% of full scale
Hysteresis	<4.5% of full scale	<3.6% of full scale	<4.5% of full scale
Drift	<5% per logarithmic time scale	<3.3% per logarithmic time scale	<5% per logarithmic time scale
Response Time	<5 microseconds	TBD	<5 microseconds
Operating Temperatures	15°F to 140°F (-9°C to 60°C)	15°F to 400°F (-9°C to 204°C)	15°F to 140°F (-9°C to 60°C)
Force Ranges	0-1 lb (4.4 N) 0-25 lb (110 N) 0-100 lb (440 N)**	Low: 0-30 lb (133 N) High: 0-100 lb (440 N)**	0-25 lb (110 N)***
Temperature Sensitivity	Output variance up to 0.2% per degree F	Output variance up to 0.16% per degree F	Output variance up to 0.2% per degree F

* For an additional fee.

A seguito del calcolo delle pressioni si andrà a verificare la compatibilità di queste tipologie di sensori.

11. Provino 1 - 120 cm – Ballotini glass

Consideriamo un provino cilindrico da 120 cm di altezza e diametro con spessore di 3, 4 e 5 mm.

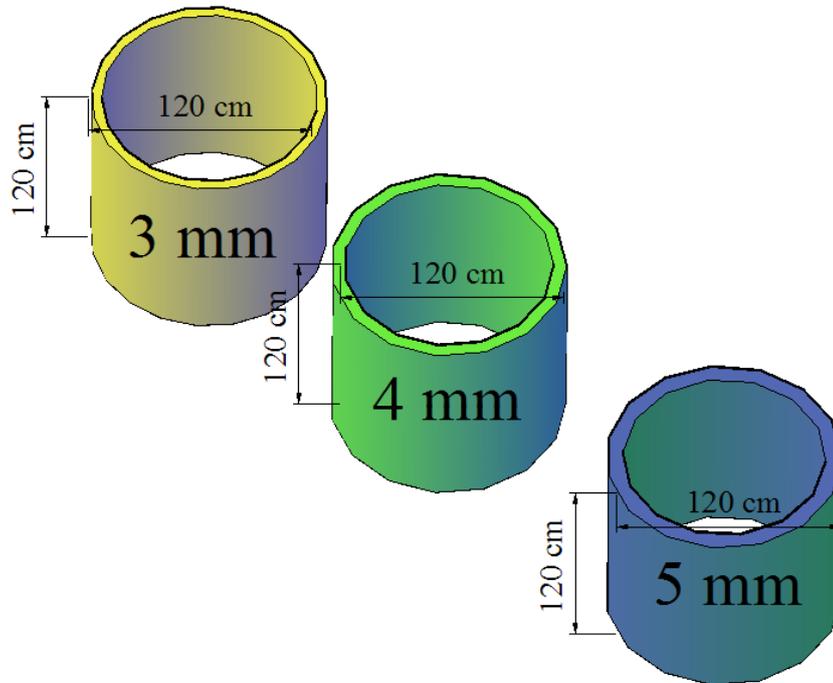


Figura 37

Per questa geometria si vanno ad individuare le pressioni dinamiche generate dalle grandezze appena definite, e le si applica staticamente al modello. Eseguendo quindi una analisi statica lineare si otterranno tensioni e deformazioni a cui sarà soggetta la parete.

In questo modo sarà possibile confrontare le tensioni totali relative ai vari spessori scelti.

11.1. Calcolo delle pressioni

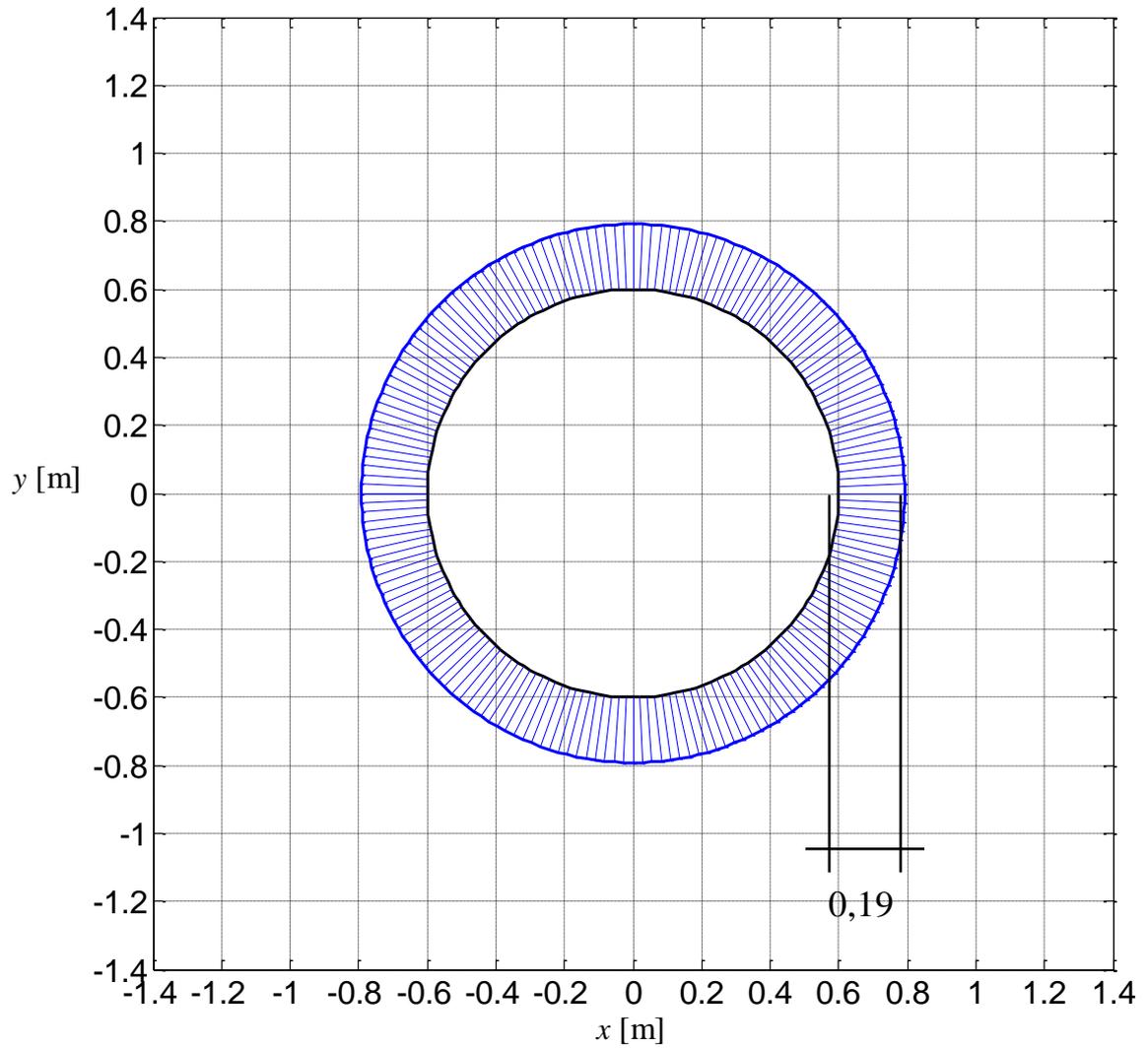
Come primo obiettivo occorre individuare le pressioni che l'insilato provoca sulle pareti, considerate infinitamente rigide, tramite la programmazione in Matlab delle formule esposte nel capitolo riguardante la teoria Trombetti et al..

Si andranno a mostrare di seguito le pressioni $p_{h,GW}$ e Δp_{max} a varie quote z , con origine dal pelo libero del materiale. Queste verranno ad essere poi applicate al modello FEM e utilizzate come carico statico per l'analisi statica della sollecitazione sismica.

Quota 0,25H:

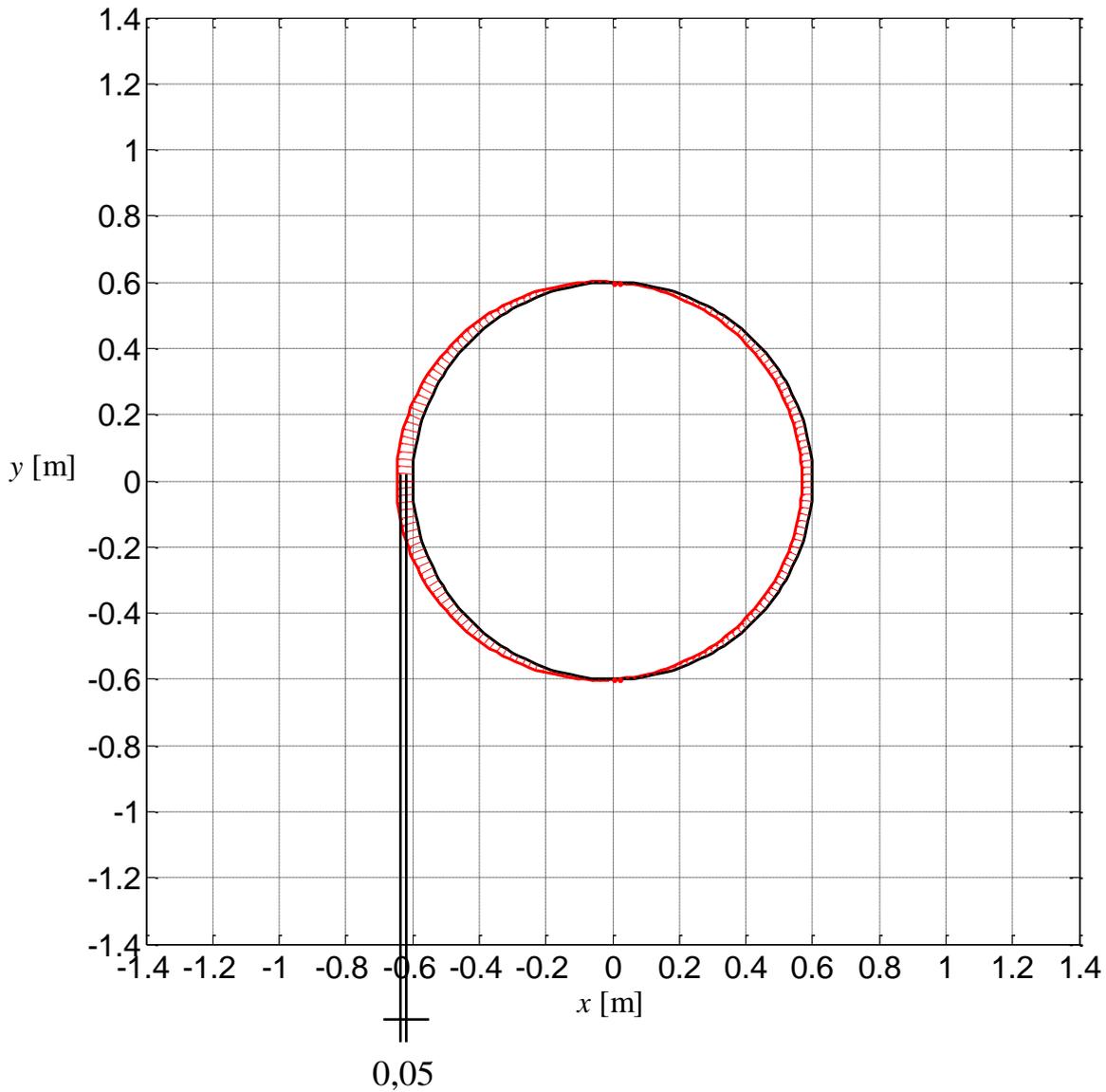
$$p_{h,GW} = 0,192 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 192 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} , z = 0.25 H$$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,048 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 48 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad , \quad z = 0.25 H$$



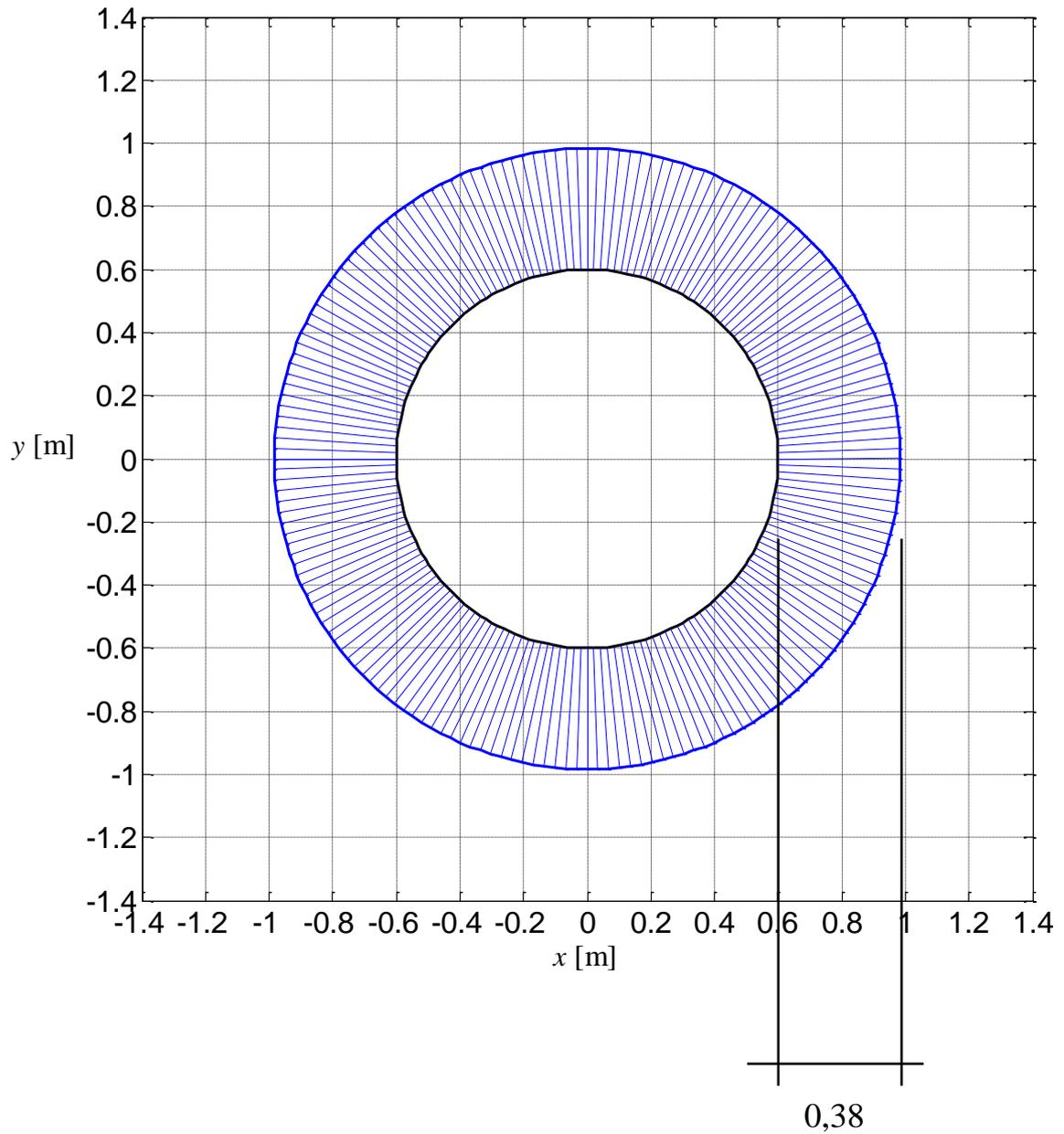
Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$p_{h,tot,max} = 0,24 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 240 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota 0,5H:

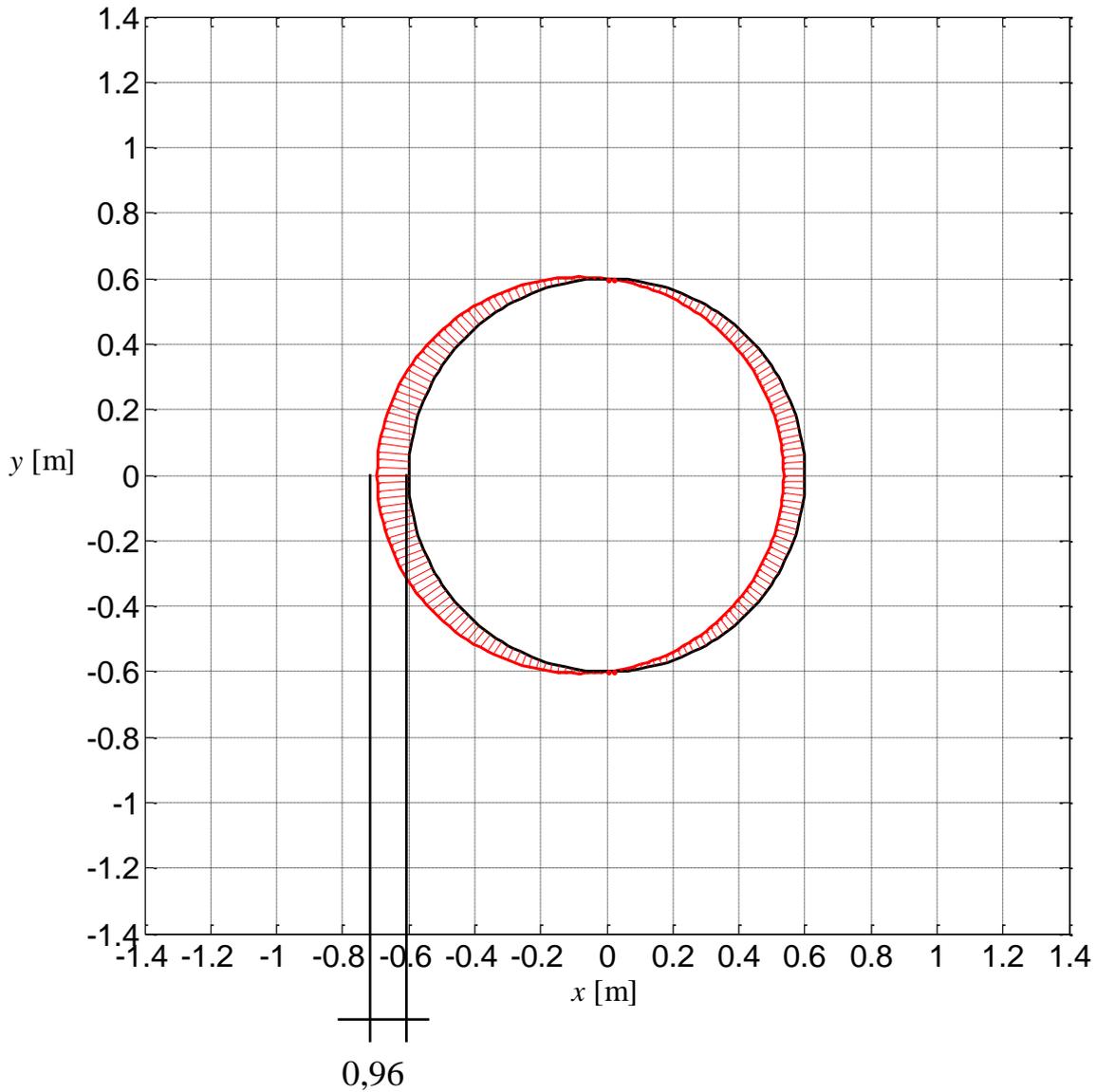
$$p_{h,GW} = 0,384 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 384 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

p_{h1} [N/cm²] , $z = 0.50$ H



$$\Delta p_{h,GW} = 0,096 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 96 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad , \quad z = 0.50 \text{ H}$$



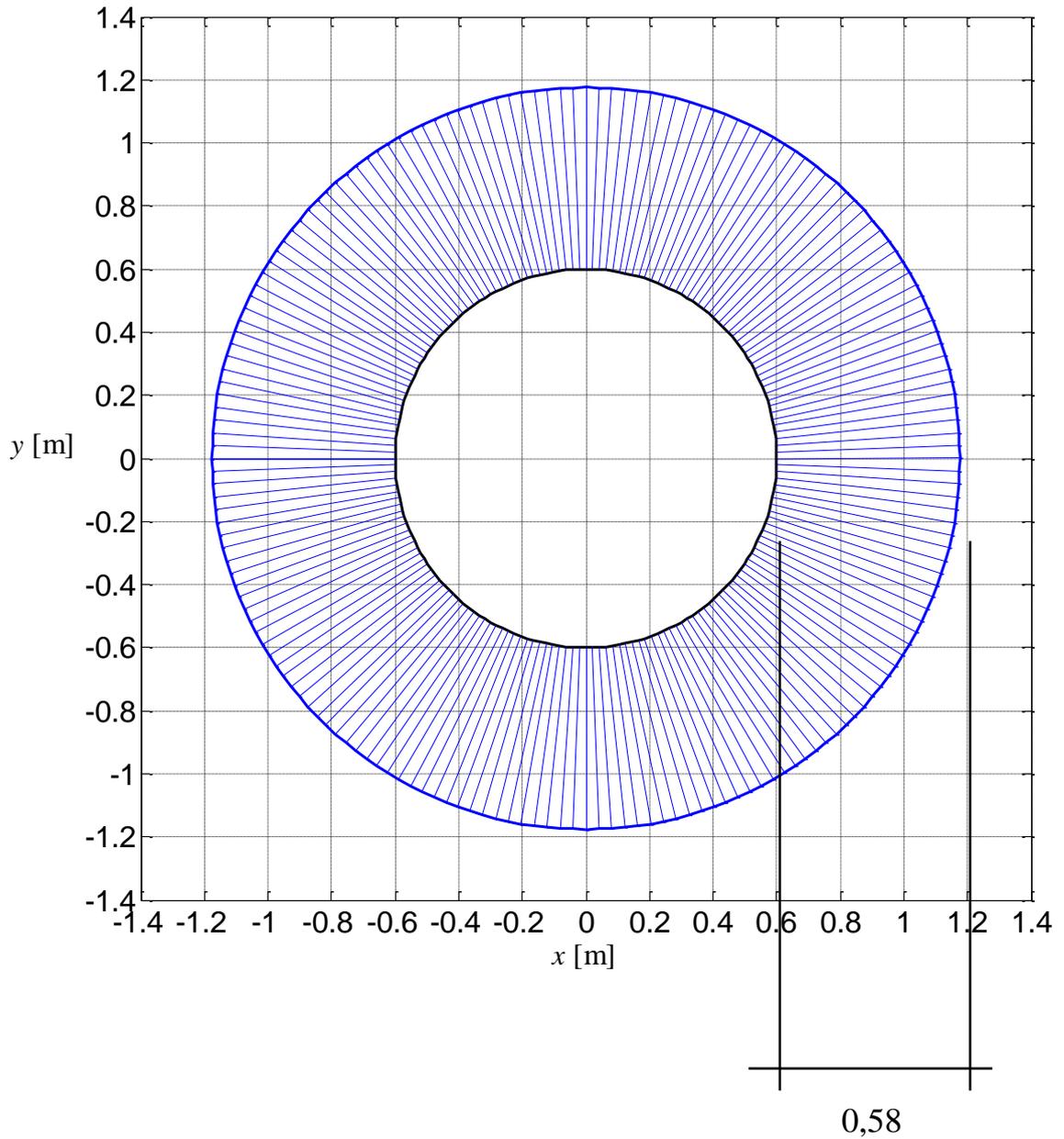
Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$p_{h,tot,max} = 0,48 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 480 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota 0,75H:

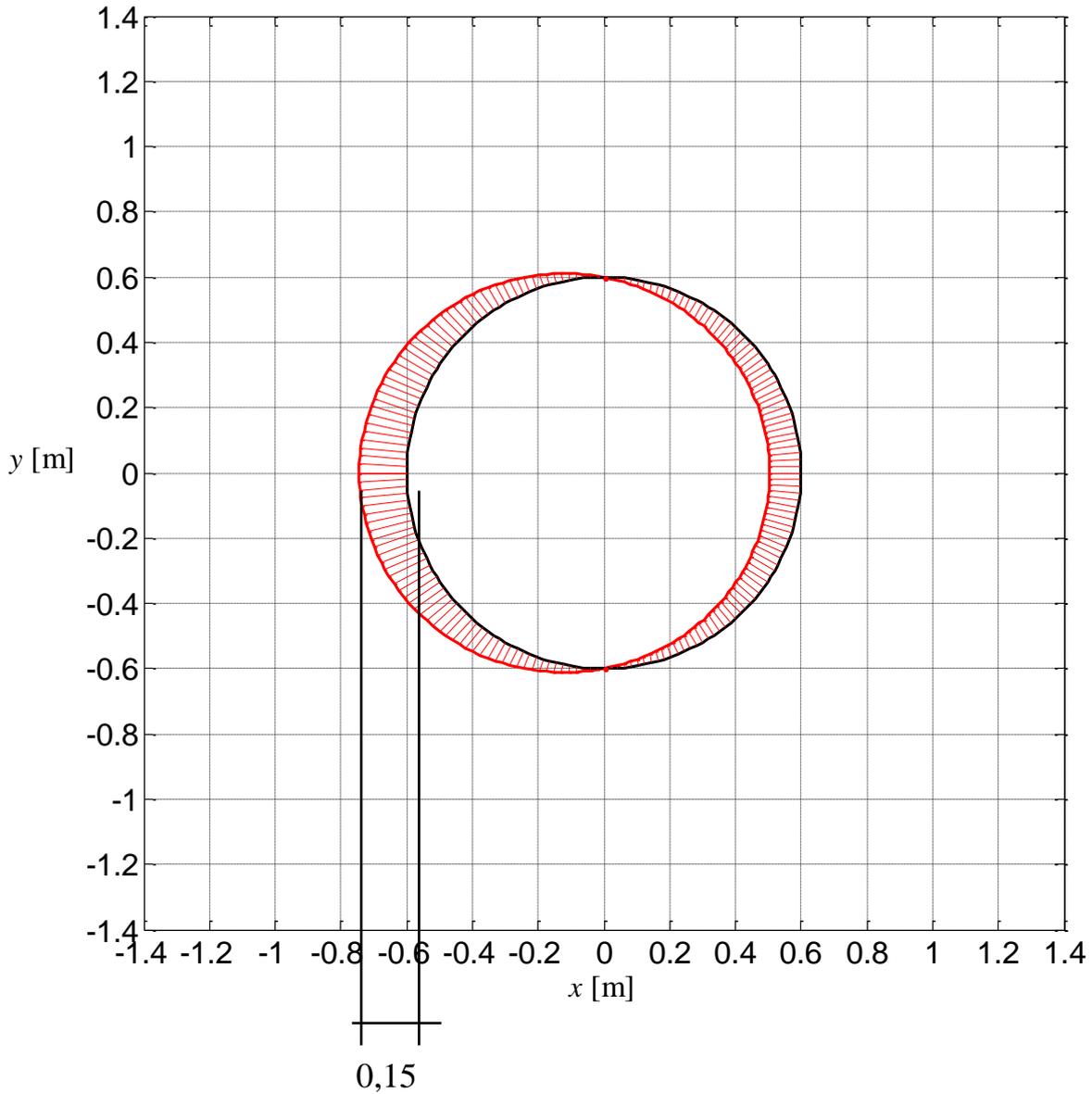
$$p_{h,GW} = 0,576 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 576 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

p_{h1} [N/cm²] , $z = 0.75 H$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,144 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 144 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad , \quad z = 0.75 \text{ H}$$

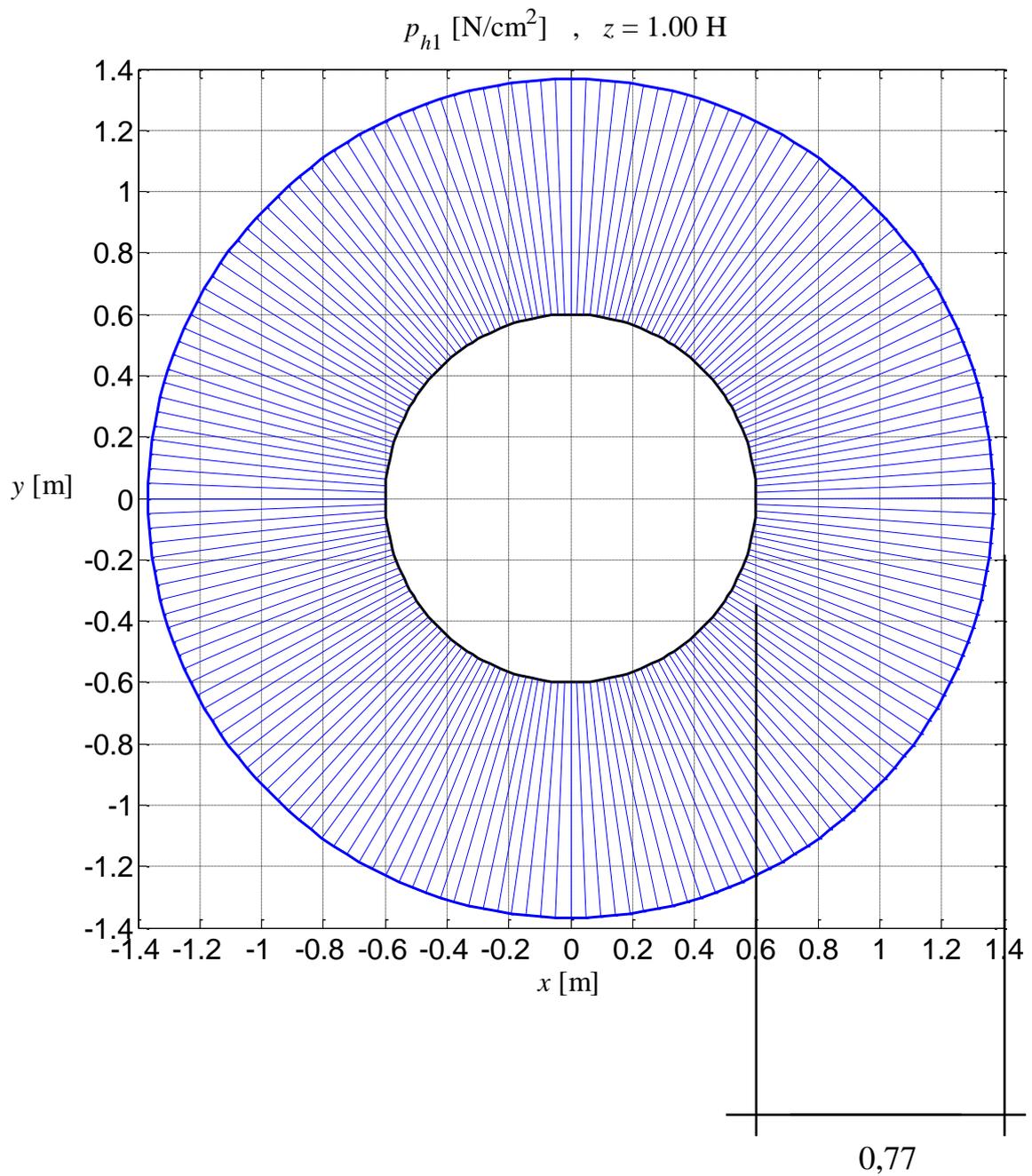


Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$P_{h,tot,max} = 0,72 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 720 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

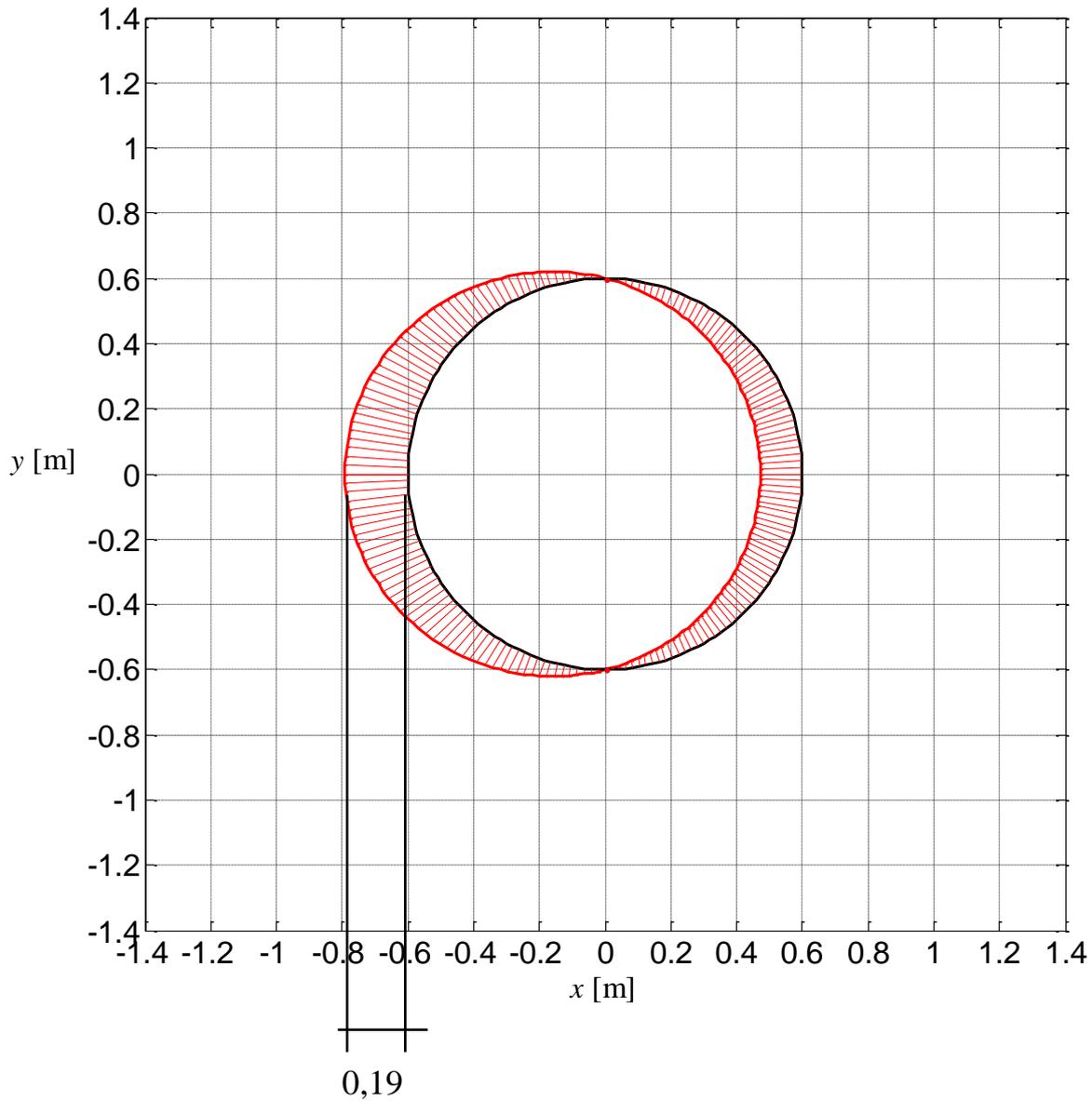
Quota H:

$$p_{h,GW} = 0,768 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 768 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,192 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 192 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad , \quad z = 1.00 \text{ H}$$



Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$p_{h,tot,max} = 0,96 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 960 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

11.2. Compatibilità tra pressioni e sensori

11.2.1. Sensori a rilevazione superficiale

I sensori a tappeto hanno un range di rilevazione compreso tra 0 e 3,4 o tra 0 e 20,7 N/cm².
Quindi considerando le pressioni a 0,75 H avremo valori:

$$p_{hl} = 0.576 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.144 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.72 \frac{N}{cm^2}$$

Quindi perfettamente compatibili come entità al range più ristretto.

Si controllano quindi le percentuali formate dal rapporto pressione sollecitante- pressione percepibile così da confrontarlo con la linearità del sensore presente in tabella:

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{hl}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.576 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 0.17 = 17\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.144 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 0.042 = 4.2\%$$

$$\frac{p_{h,tot,\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.72 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 0.212 = 21.2\%$$

In questo caso essendo la linearità $\pm 3\%$ avremo una perfetta compatibilità perché le pressioni dinamiche verranno trovate per differenza quindi non creeranno problematiche.

11.2.2. Sensori a rilevazione puntuale



Il range di forza rilevabile con questa tipologia di sensore risulta essere tra 0 a 4,4 N e possiede un diametro della superficie di rilevazione pari a 9,53 mm come leggibile nella scheda tecnica riportata nel paragrafo di descrizione della tipologia di sensore. Quindi il range di pressione sarà:

$$\frac{4,4}{4,765^2 \cdot \pi} = 0,062 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] = 6,2 \left[\frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \right] \quad [11.1]$$

at $z = 0.75H$:

$$\frac{P_{h1}}{P_{\text{max detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.576 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}}{6.2 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}} = 0.093 = 9.3\%$$

$$\frac{\Delta p_{\text{max}}}{P_{\text{max detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.144 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}}{6.2 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}} = 0.023 = 2.3\%$$

$$\frac{P_{h,\text{tot,max}}}{P_{\text{max detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.72 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}}{6.2 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}} = 0.116 = 11.6\%$$

Quindi avremo un range da 0 a 6,2 N/cm² di pressione, occorre verificare anche per questo sensore se la linearità, che mostra l'errore di lettura, consente una misurazione non troppo condizionata da questo parametro.

Essendo l'errore minore o uguale al $\pm 3\%$ come in precedenza possiamo dichiarare compatibili le pressioni con quelle rilevabili dal sensore.

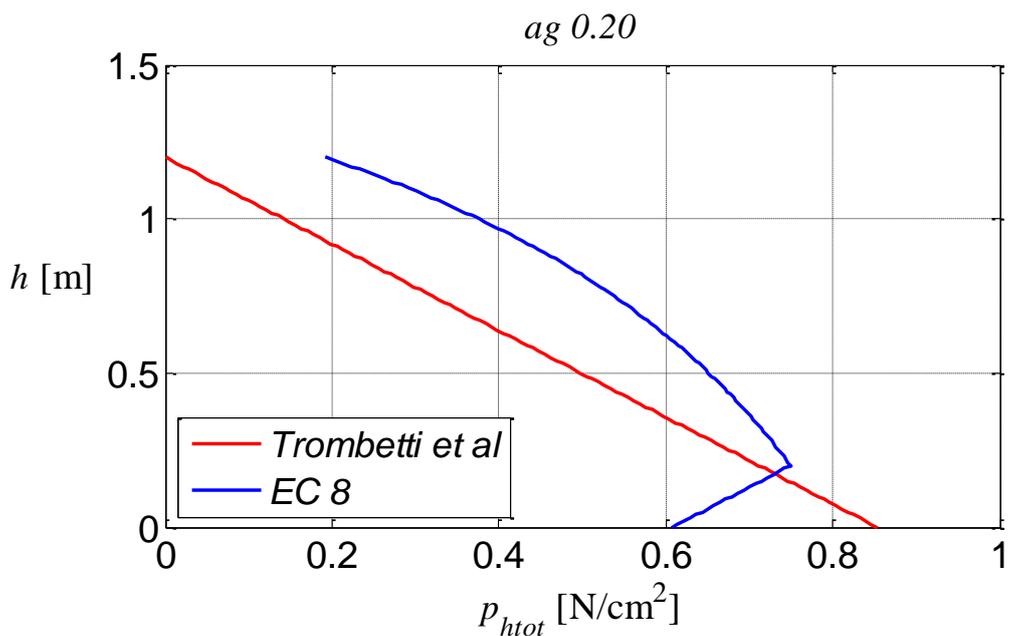
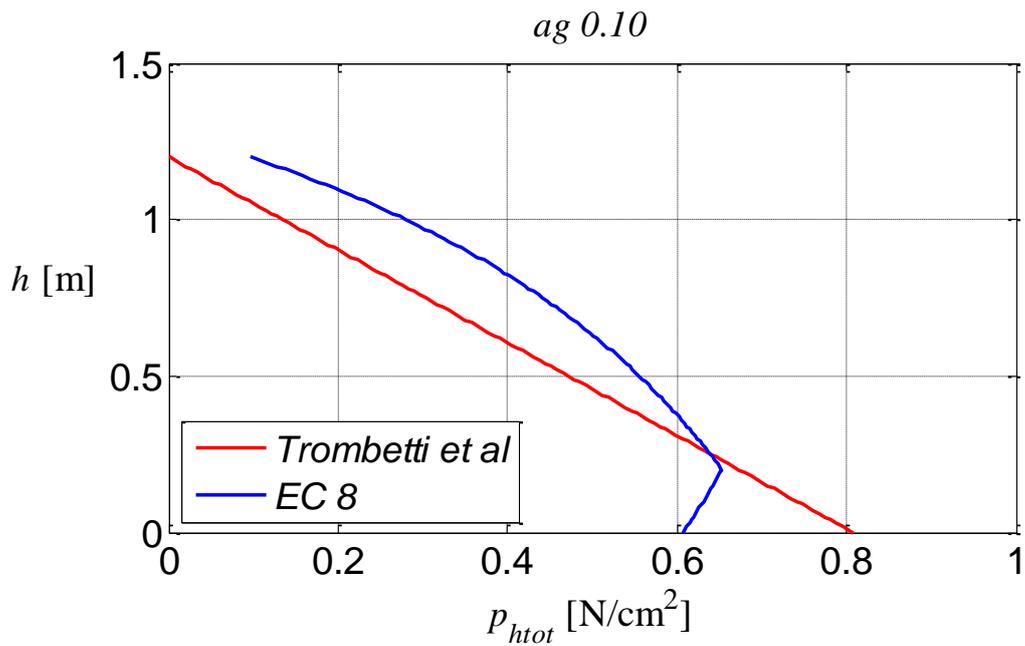
11.3. Confronto con l'EC8

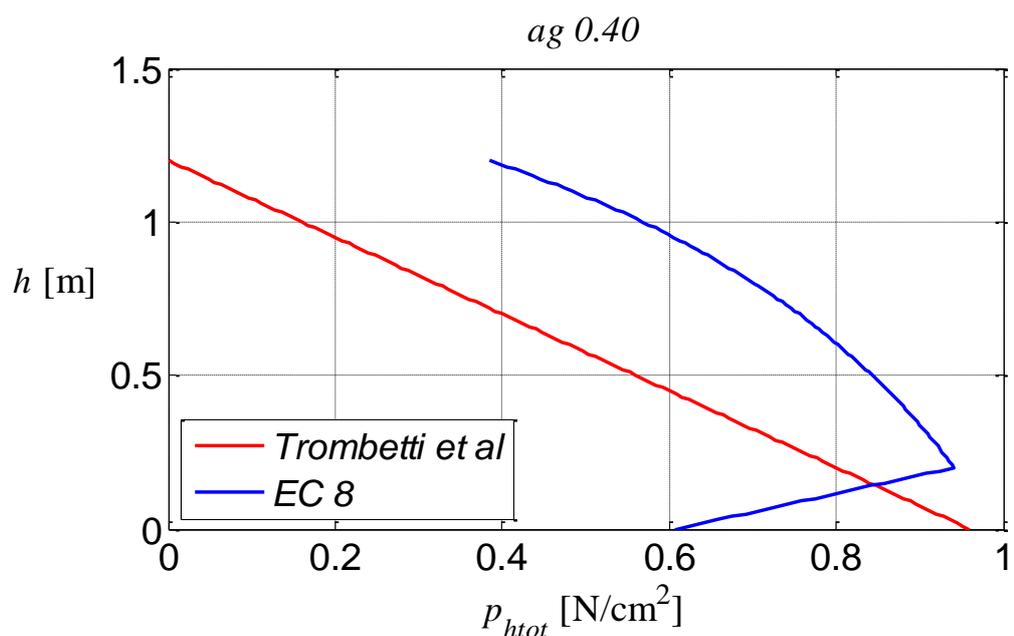
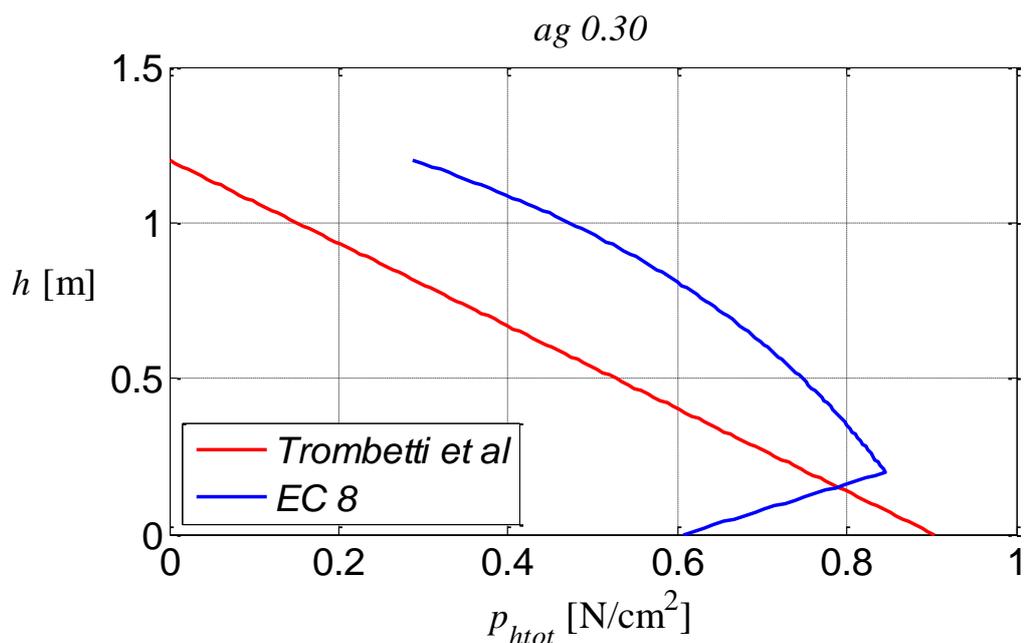
Dopo aver calcolato le pressioni ci si interessa del beneficio che si può trarre dallo sviluppo della nuova teoria, e quindi si indaga sulla diversità tra norma cogente e ricerca in

atto. Quindi si cercherà tramite i grafici che seguono di mostrare la distribuzione delle pressioni secondo l'Eurocodice 8 e secondo la teoria di Trombetti et al..

Le pressioni saranno inoltre strettamente dipendenti dal variare di a_{gh} , cioè l'entità dell'azione sismica che si applica al silo in esame.

Le prime pressioni ad essere trattate sono le $p_{h,tot}$, cioè le pressioni orizzontali totali mostrate con variazione di accelerazione da 0,1 a 0,4:



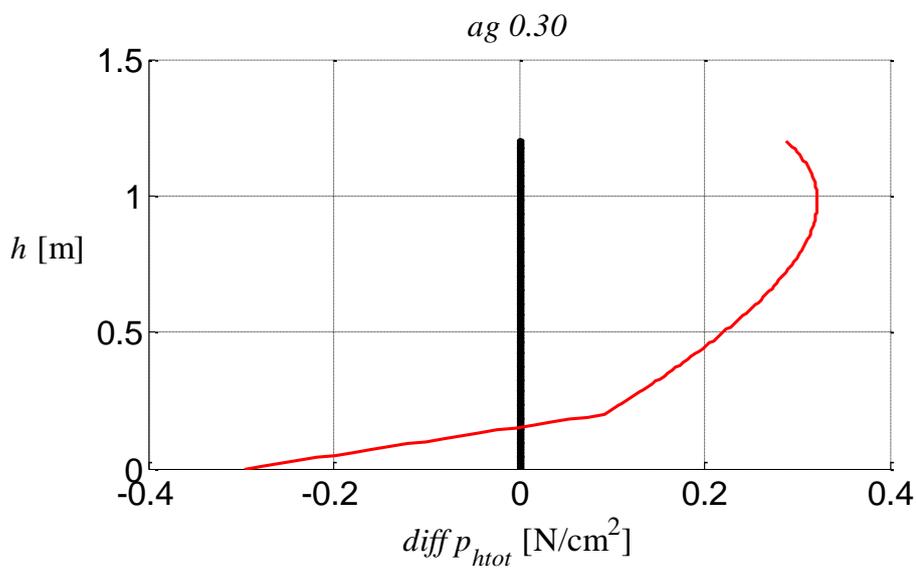
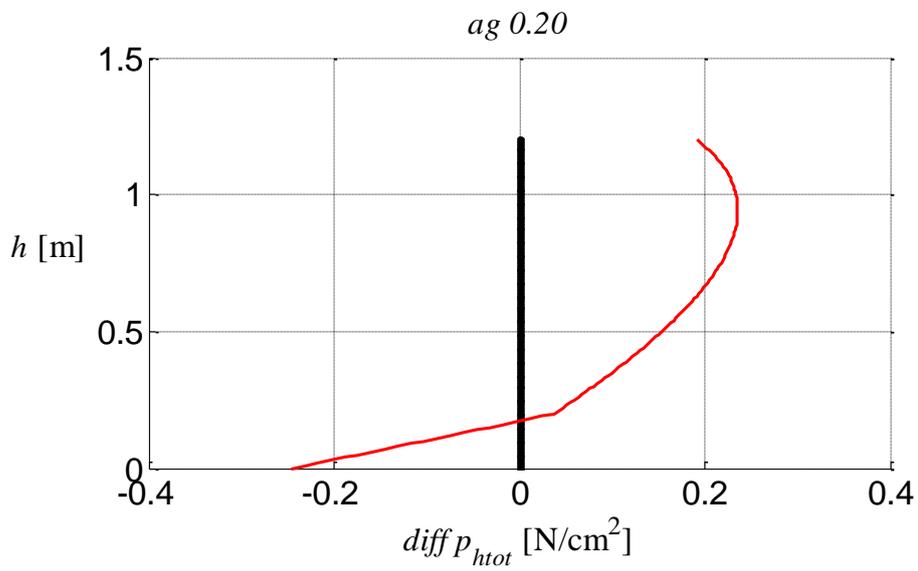
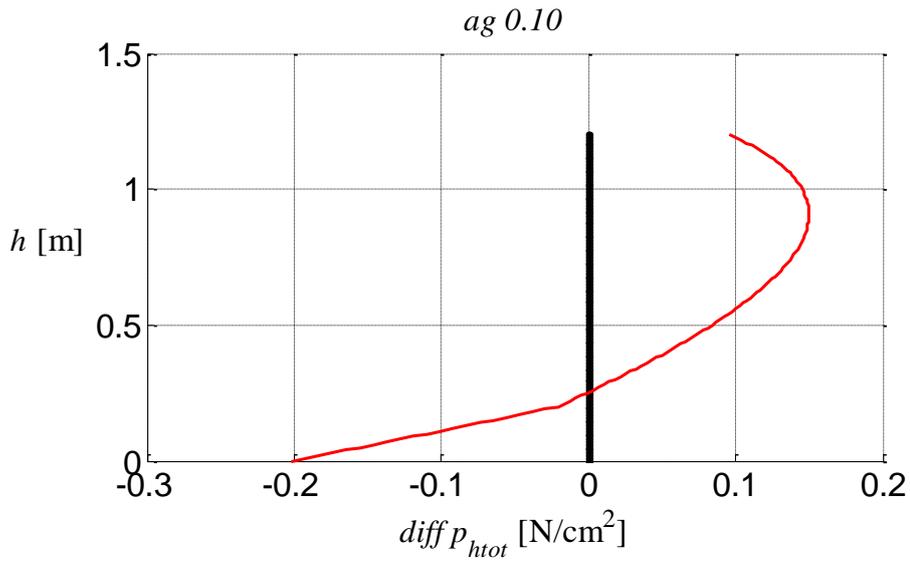


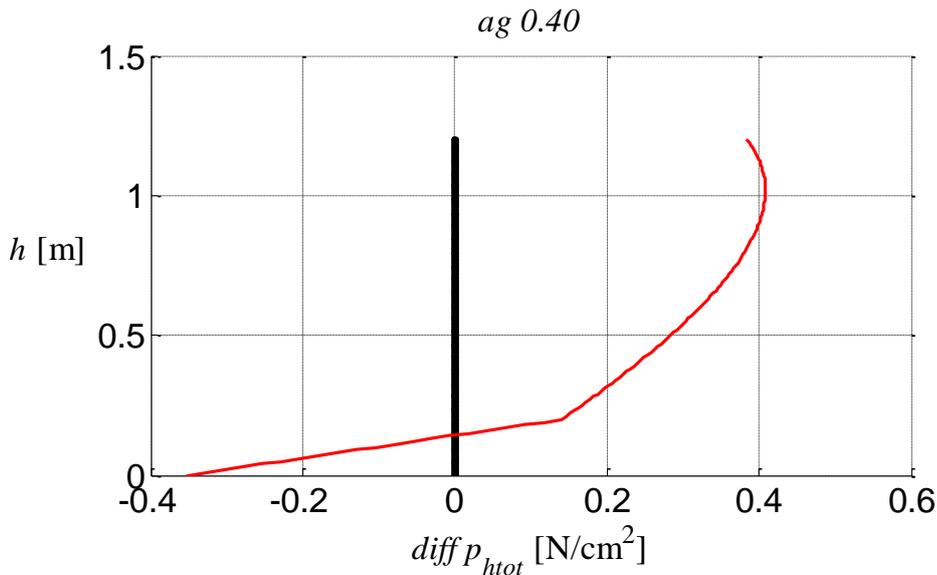
Da una prima occhiata la differenza più marcata è insita nella linearità del risultato della nuova teoria proposta, confrontata all'Eurocodice di andamento curvilineo.

Una lettura più attenta porta inoltre a concludere che al crescere dell'accelerazione cresca il divario delle due teorie.

Risulta quindi facile concluderne che oltrepassata la fascia di influenza del fondo la nuova teoria porta ad una stima più vantaggiosa delle pressioni prima sovrastimate tramite l'EC8.

Il beneficio derivante dall'adozione della nuova teoria è ancor più evidente se si tracciano i grafici derivanti dalla differenza delle due curve appena tracciate.

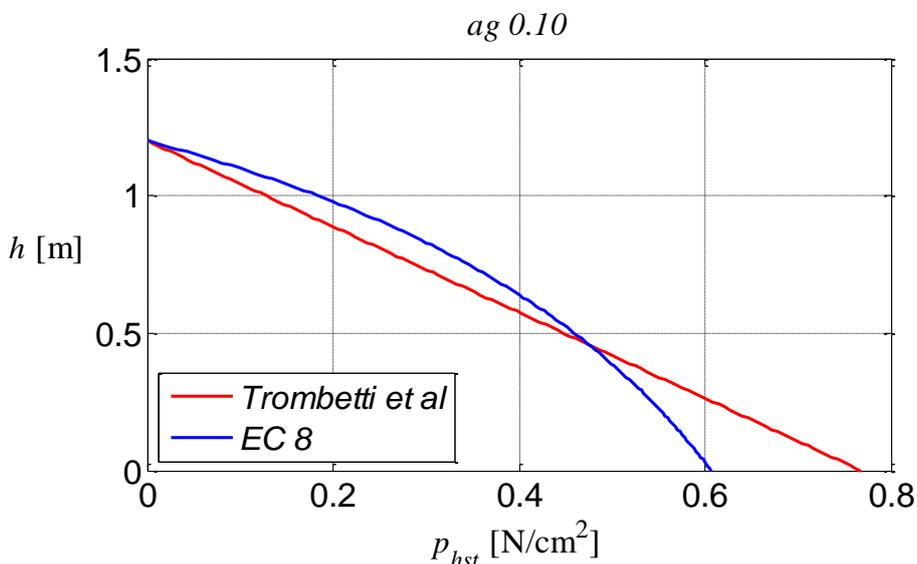


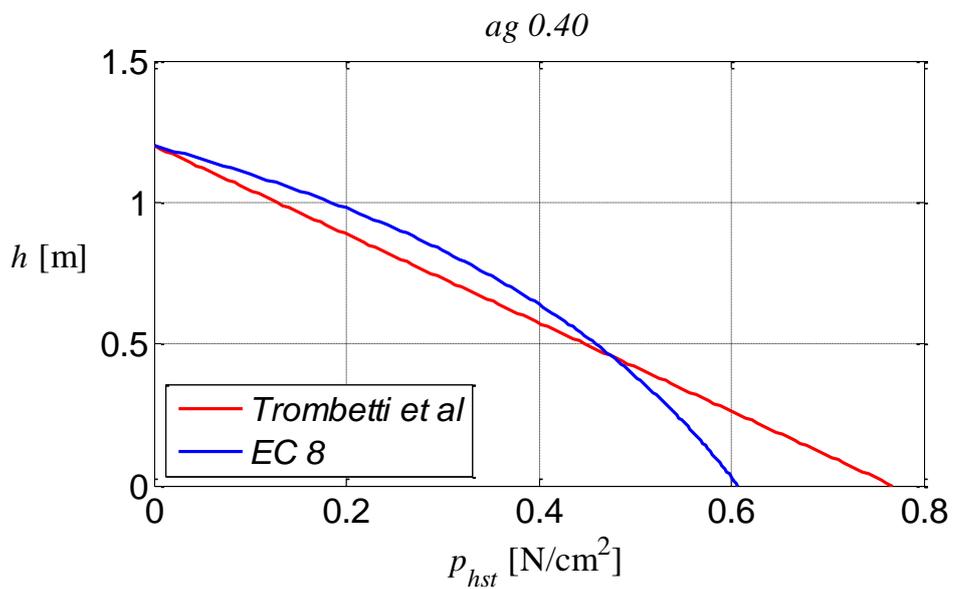
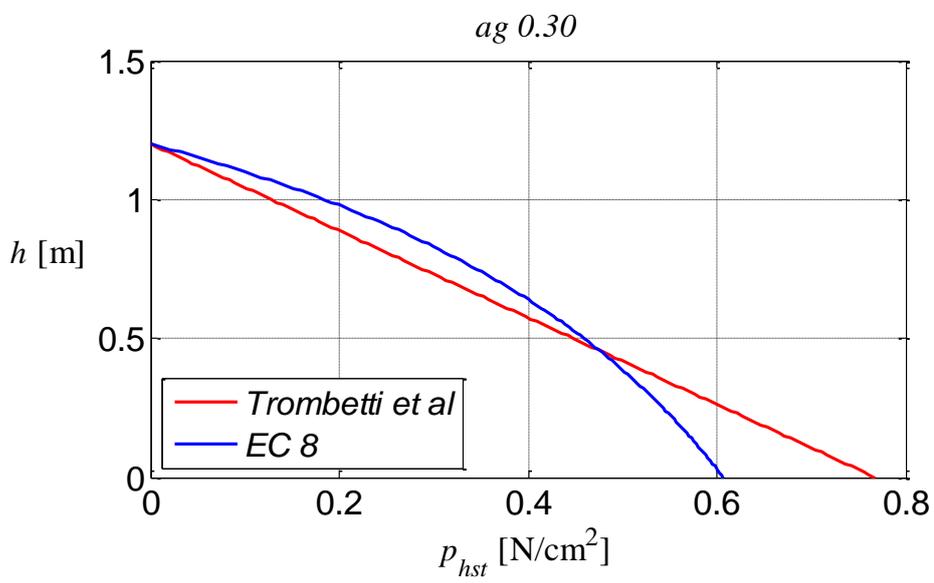
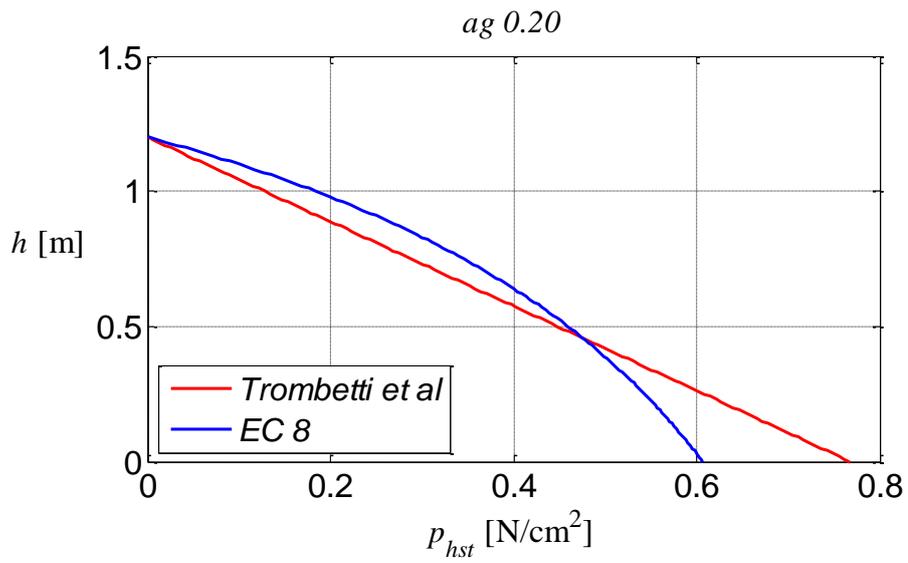


Studiando i grafici che mostrano il divario tra le due teorie si può notare che il divario maggiore risulta essere ad una quota di $0,9H$, a cui quindi corrisponderà il beneficio maggiore di adozione della teoria. A livello invece globale si può concludere che vi è ad ogni quota convenienza nella nuova teoria una volta usciti dalla fascia più bassa di influenza della base sui risultati.

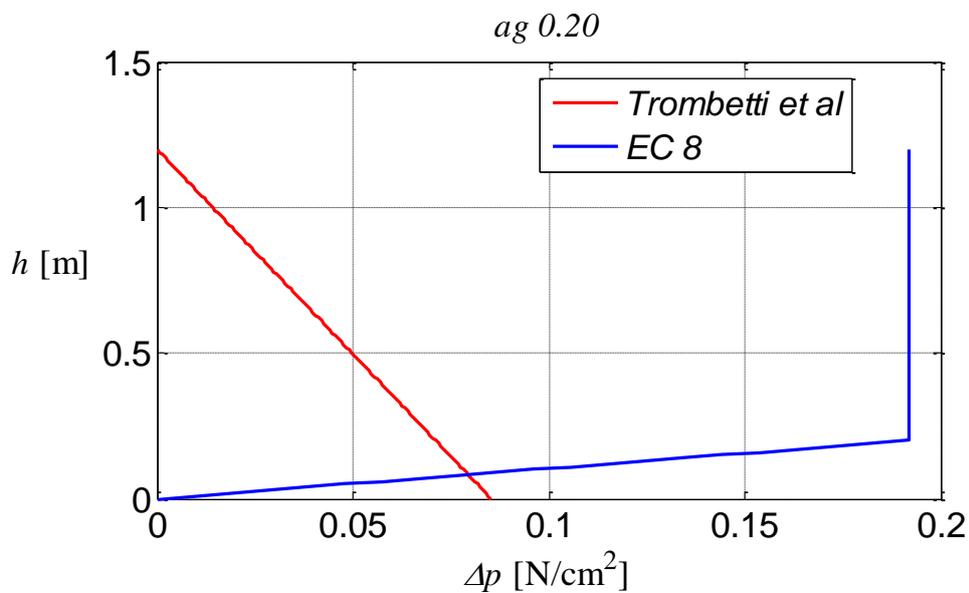
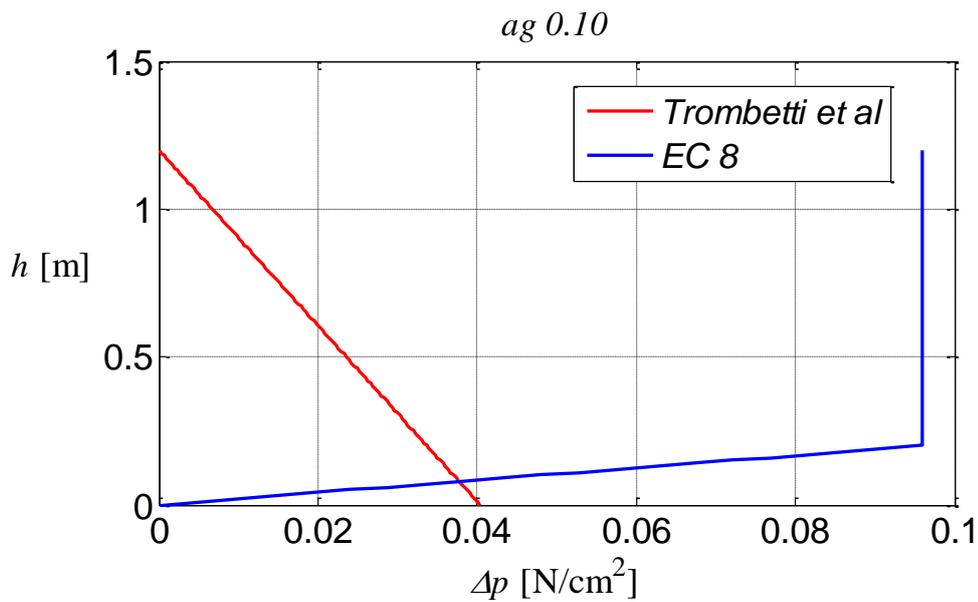
Per avere misura di che quota parte di beneficio è derivante dallo stato dinamico e quale da quello statico è possibile tracciare i grafici relativi alla sola pressione statica orizzontale. I grafici seguenti sono indipendenti dall'accelerazione ed inoltre non vi è un beneficio molto minore rispetto a quello palpabile nell'analisi delle pressioni globali.

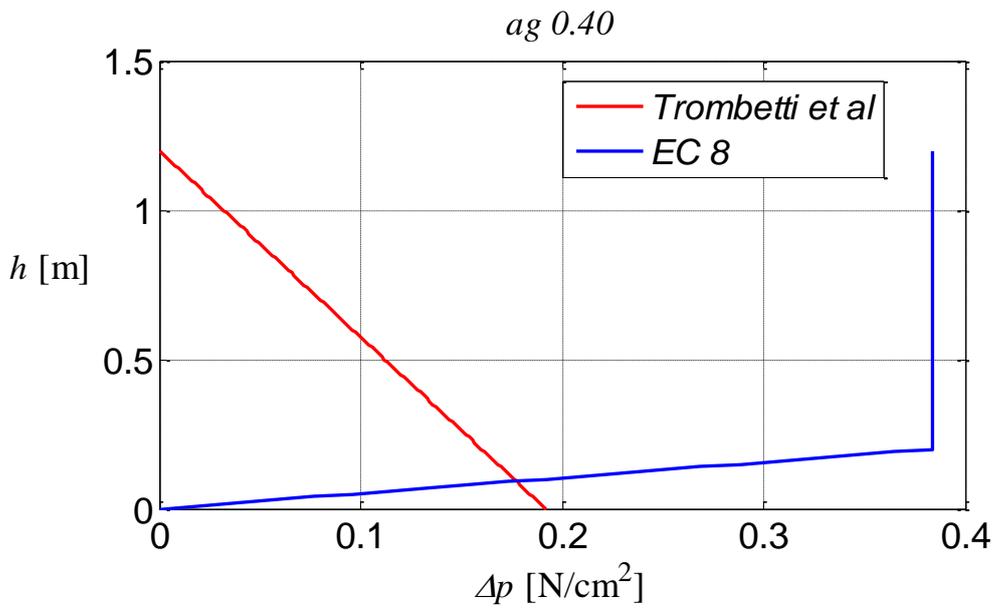
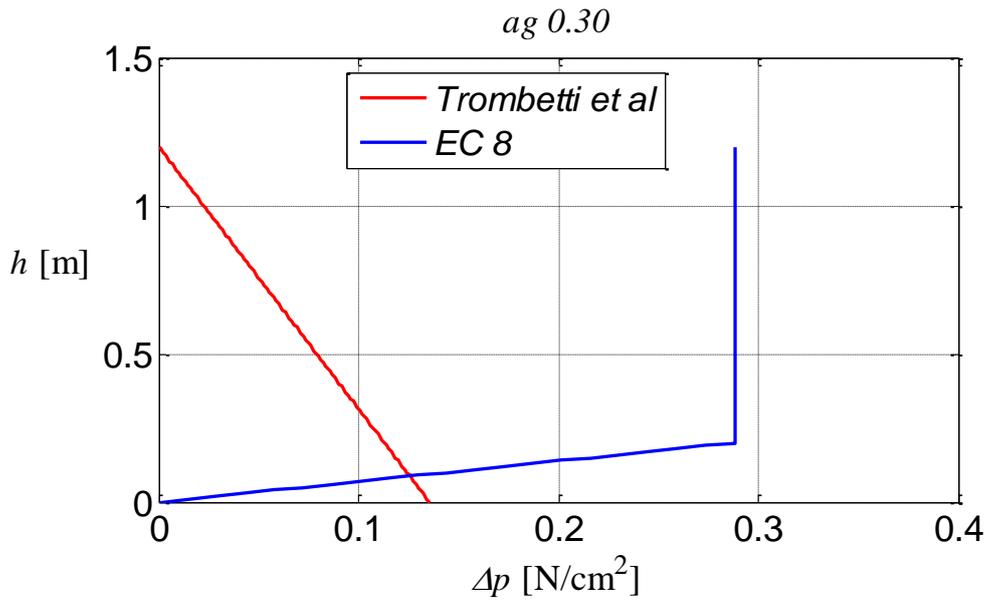
Il beneficio maggiore è comunque incentrato ad una quota di circa $0,9H$, che però si mantiene costante al variare di a_{gh} .





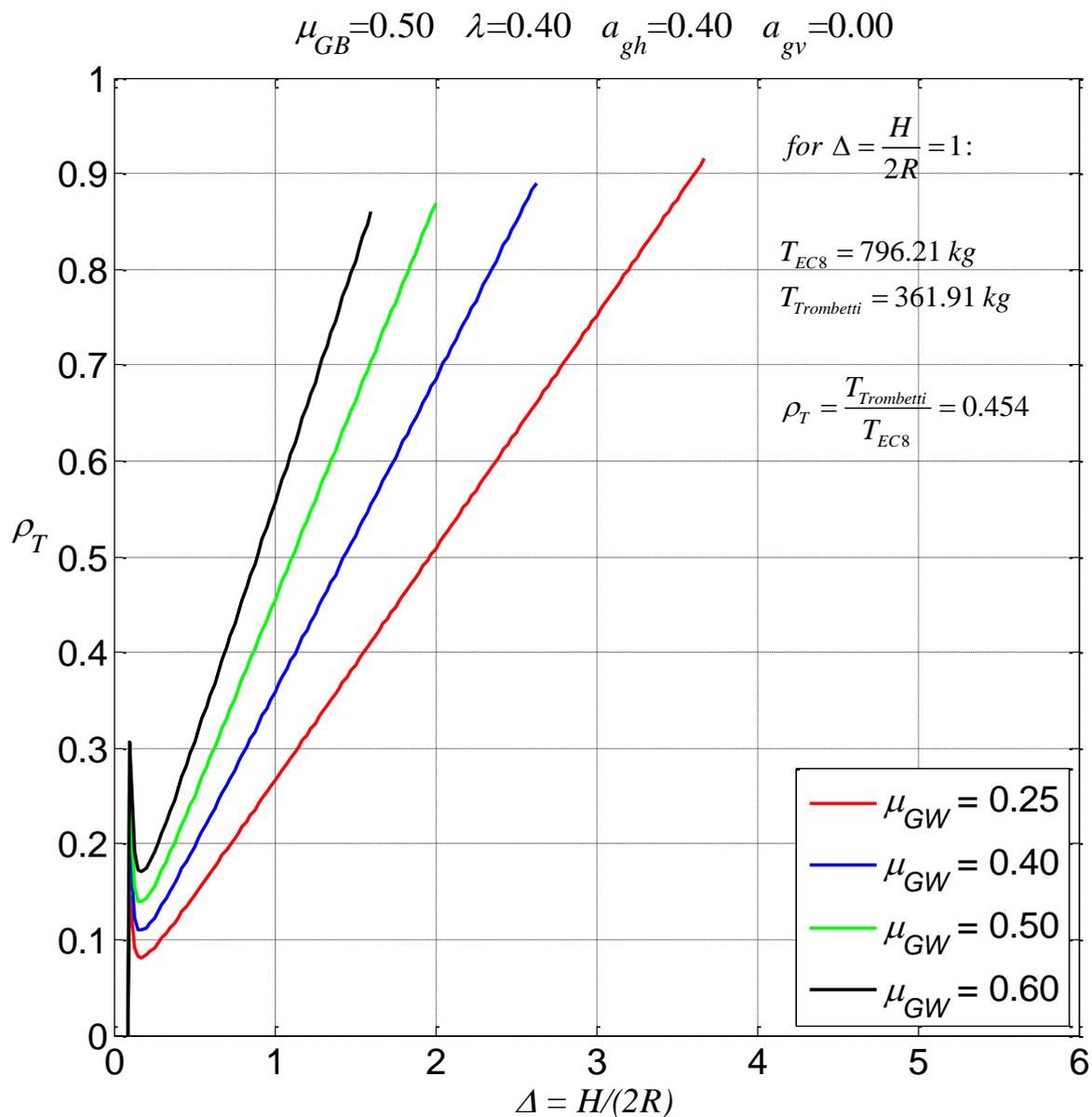
Conseguentemente al piccolo contributo di beneficio che forniscono le pressioni statiche si può dedurre che gran parte del contributo sia dipendente dal caso dinamico. La differenza è infatti nettamente palpabile e risulta essere molto discostata dal valore normativo odierno per tutta l'altezza del silo. Infatti oltre la zona di influenza della base il valore dell'Eurocodice è costante, mentre con la ricerca ha un andamento lineare molto più ridotto. L'entità delle pressioni inoltre cresce notevolmente con l'aumento dell'accelerazione ed inoltre cresce la differenza tra le due teorie.



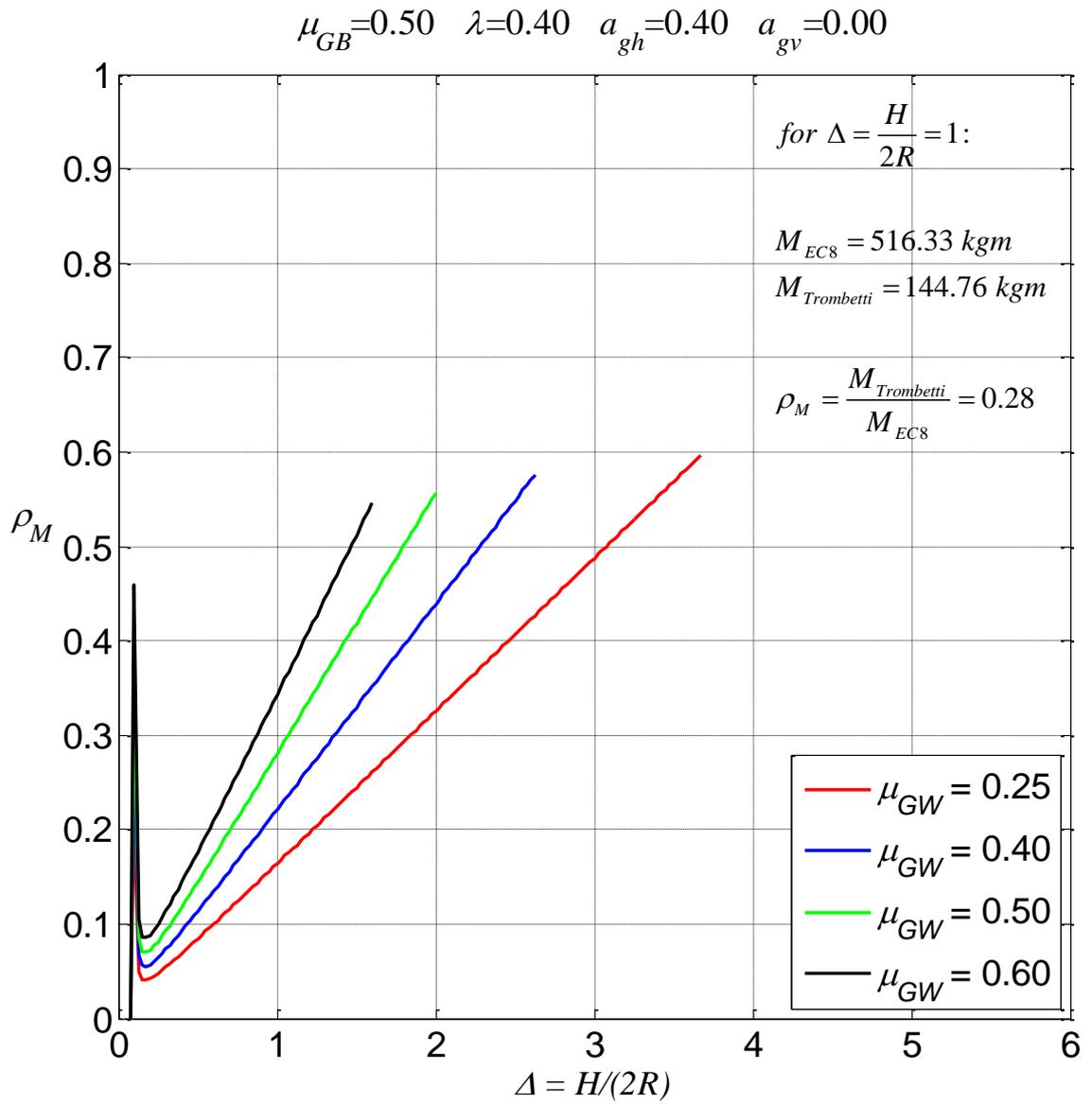


11.4. Azioni alla base del silo

Lo studio del beneficio dato dall'applicazione della teoria continua con la comparazione tra le azioni agenti sul silo. Considerando le formule derivanti dall'integrazione delle pressioni si ottengono le azioni alla base e si pongono in rapporto con le medesime azioni calcolate con le formule dell'Eurocodice. Fissando i valori relativi al coefficiente che rapporta pressioni verticali e orizzontali, al valore dell'accelerazione e al coefficiente di attrito variabile si può tracciare il grafico dell'andamento del beneficio a seconda del rapporto $H/2R$ ed avremo:



Il medesimo grafico è tracciabile per quanto riguarda il beneficio relativo al momento:



11.5. Risultati dell'analisi

Determinate le pressioni generate dall'insilato sulla parete cilindrica le si interpreta come carichi statici da porre sui modelli FEM che vanno a simulare la prova. Si avranno quindi quattro tipologie di carico riguardanti p_h , Δp_h , t_v e Δt_v ed inoltre si imposteranno due combinazioni di carico una riguardante il caso statico, uno quello dinamico. Il modello ha altezza e diametro da 120 cm, come precedentemente descritti.

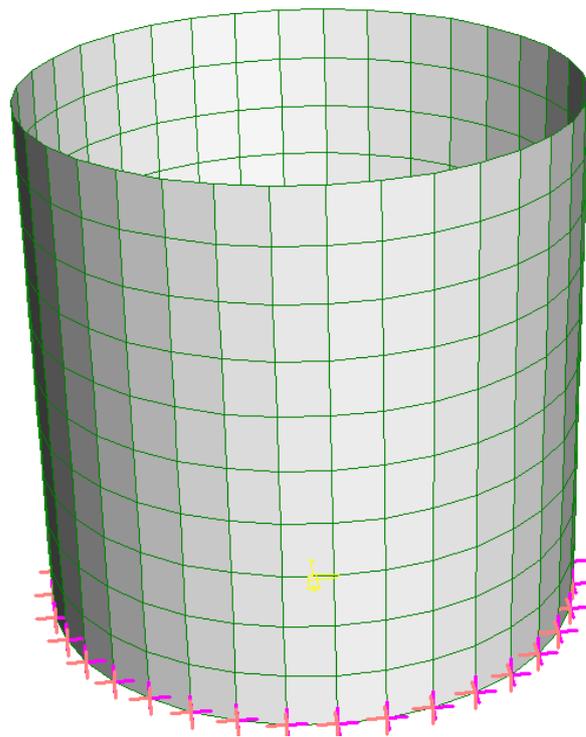


Figura 38

Il modello viene quindi studiato con tre spessori differenti, non essendo ancora stata fatta una scelta precisa a tal riguardo. Inoltre il modello viene analizzato in primis con i nodi alla base incastrati, senza quindi riprodurre alcuna tipologia di base.

11.5.1. Provino con spessore da 3mm

Il modello FEM viene analizzato sottoponendogli le pressioni determinate attraverso la nuova teoria, quindi si avranno i diagrammi delle pressioni lungo l'altezza del silo ed avremo:

Consideriamo in primo luogo le sollecitazioni statiche, avremo le sollecitazioni orizzontali:

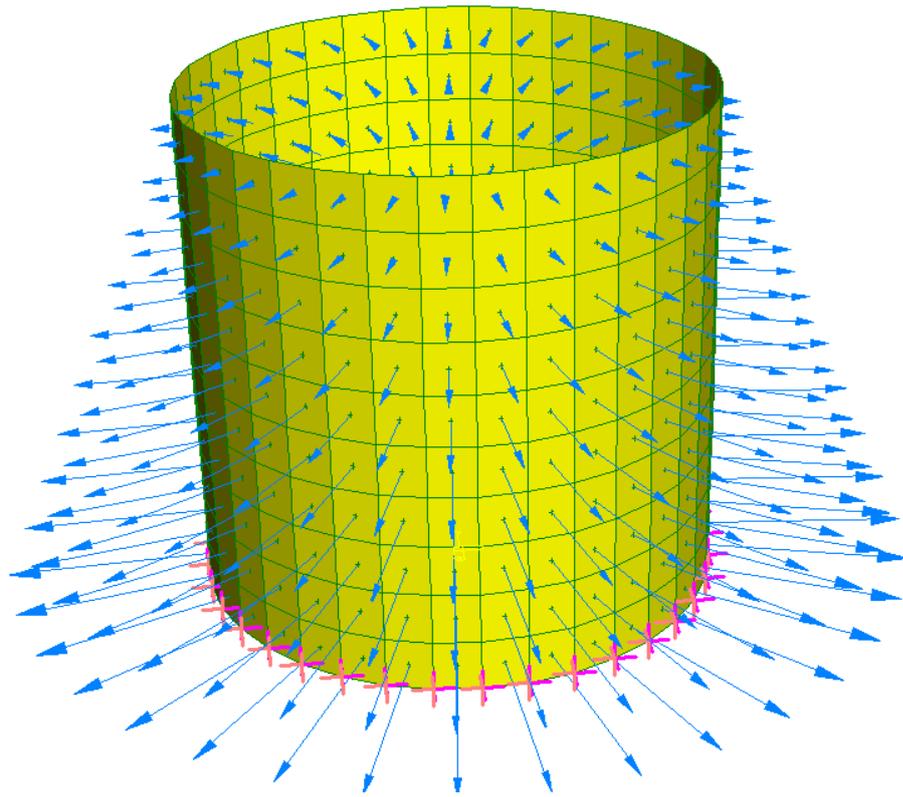
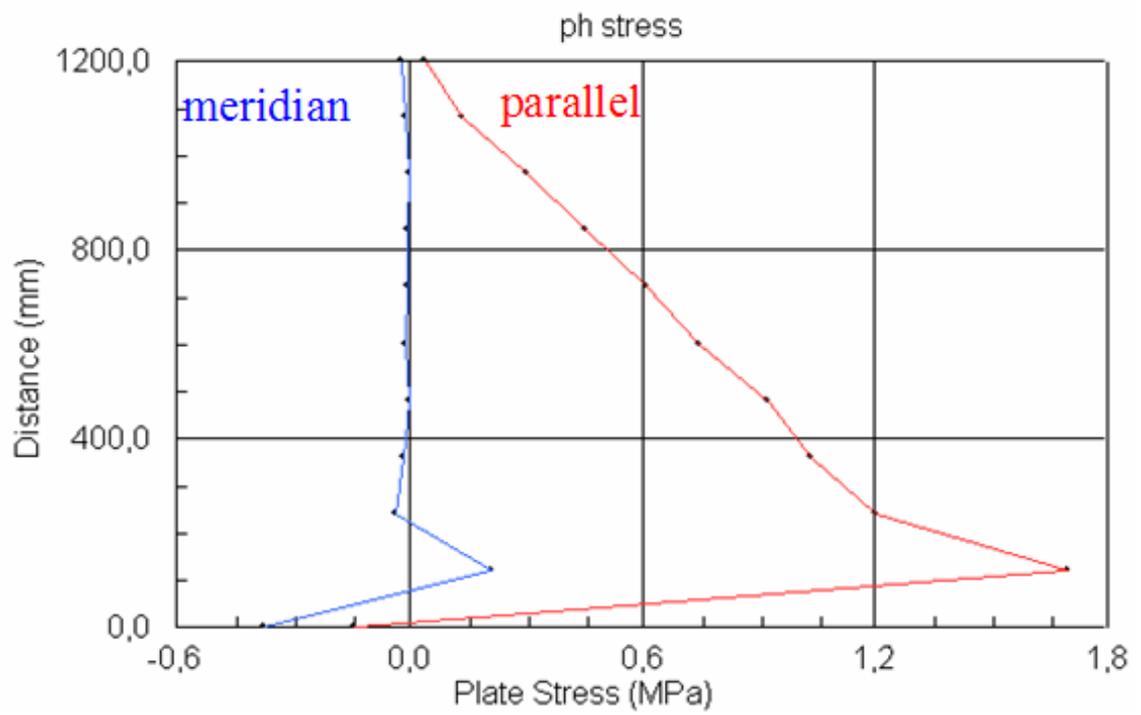
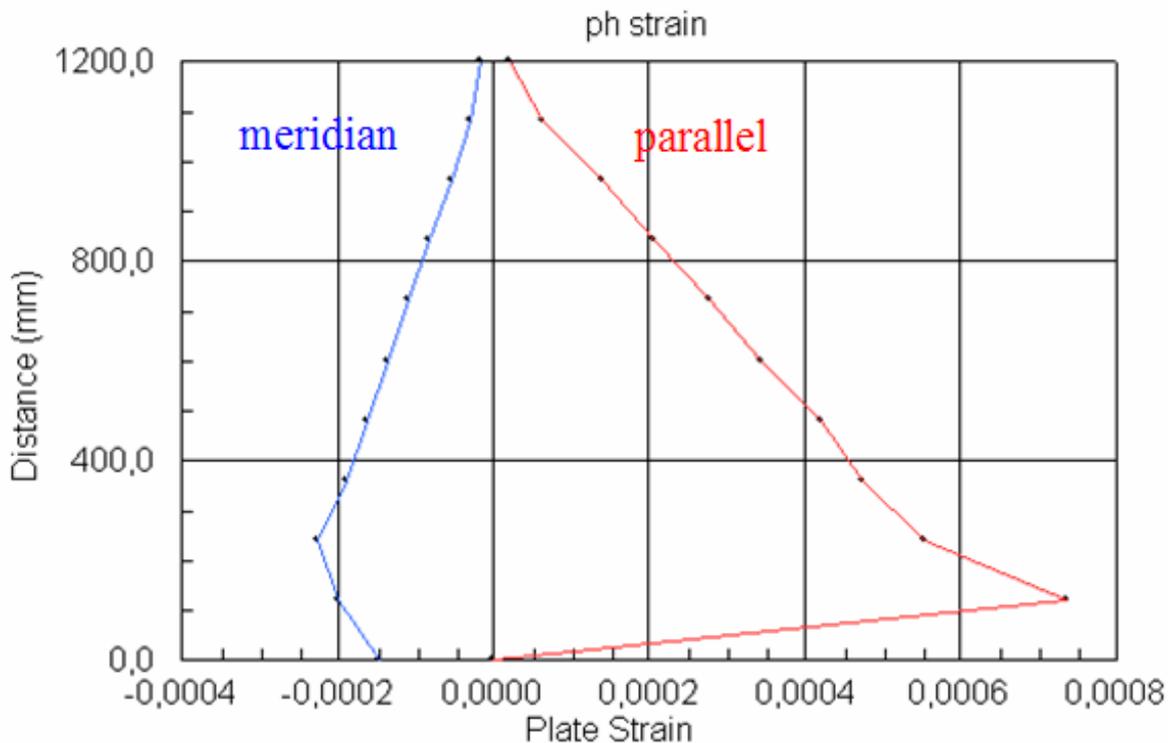


Figura 39





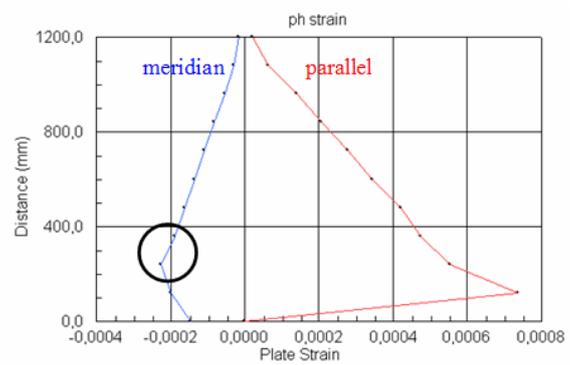
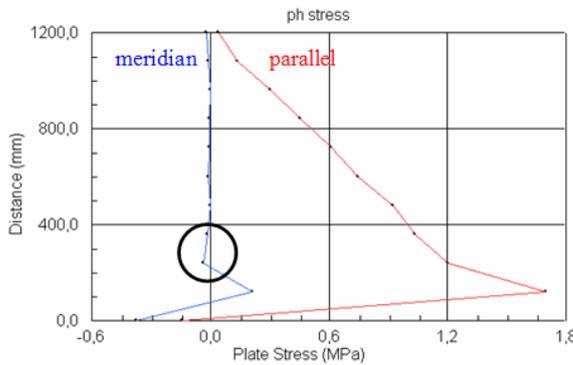
Le pressioni statiche di parallelo vanno via via crescendo verso la base del silo, quelle di meridiano invece rimangono pressochè costanti. La porzione terminale, corrispondente ad una lunghezza d'onda avrà influenza sensibile degli effetti dell'incastro alla base, ed avrà un'estensione dalla quota 0 a circa 20 cm dal fondo, come calcolato precedentemente nel paragrafo relativo alla lunghezza d'onda. Queste considerazioni valgono sia per le tensioni di parallelo che di meridiano.

Per quanto invece riguarda le deformazioni è necessaria una precisazione relativa al legame tensioni-deformazioni, infatti non esiste una proporzionalità diretta tra le due grandezze soprattutto per quanto riguarda le deformazioni di meridiano, a tensioni costanti lungo l'altezza corrisponde una deformazione crescente verso il basso.

Quindi avremo per quanto riguarda i meridiani un legame tra tensioni e deformazioni che sarà sintetizzabile tramite la formula seguente, in cui sostituiamo le grandezze da noi utilizzate. Ad esempio prendiamo una quota di 0,75 H:

$$\varepsilon_M = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot (\sigma_P + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot \sigma_P]$$

at 0,75 H

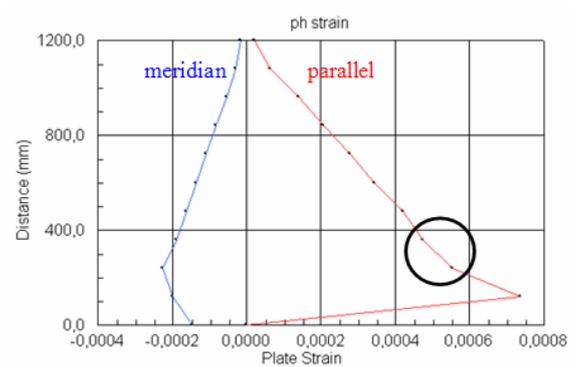
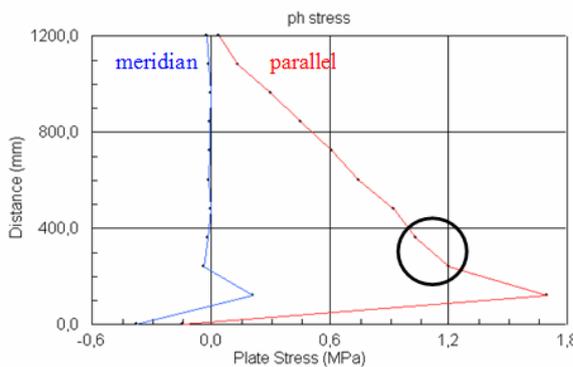


$$\varepsilon_M = \frac{1}{2200} \cdot \left[-\left(\frac{0.0169 + 0.0368}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{1.0358 + 1.2044}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [-0.054 - 0.38 \cdot 1.12] = -0,00022$$

Se consideriamo invece i paralleli avremo con il medesimo ragionamento la giustificazione della mancata corrispondenza tra tensioni e deformazioni:

$$\varepsilon_P = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot (\sigma_M + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot \sigma_M]$$

at 0,75 H



$$\varepsilon_P = \frac{1}{2200} \cdot \left[\left(\frac{1.0358 + 1.2044}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{0.0169 + 0.0368}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [1.12 - 0.38 \cdot 0.054] = 0,0005$$

Quindi in questo modo si giustifica il valore numerico delle deformazioni, provando la veridicità dei risultati.

Ora possiamo continuare con le tensioni tangenziali statiche agenti sul silo vero il basso ovviamente avremo pressioni e deformazioni come nel grafico:

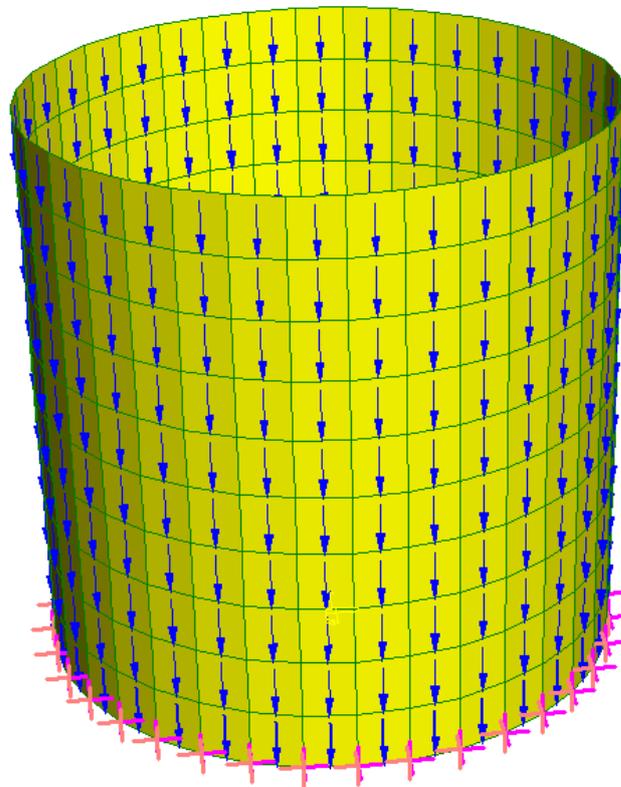
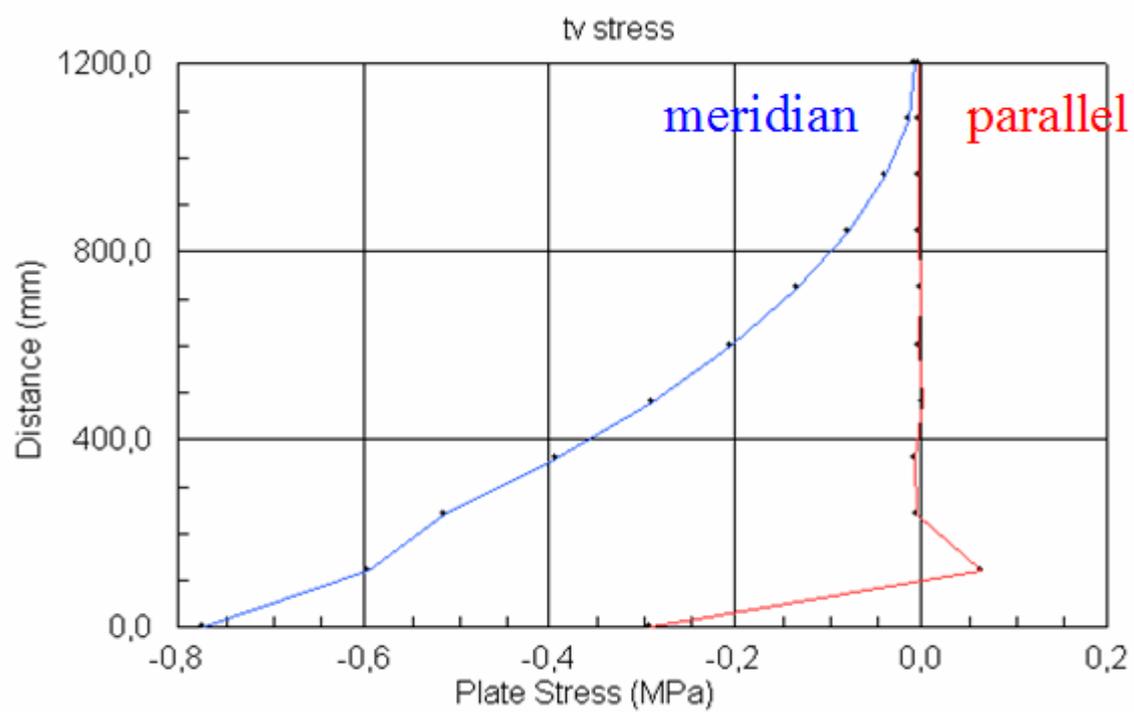
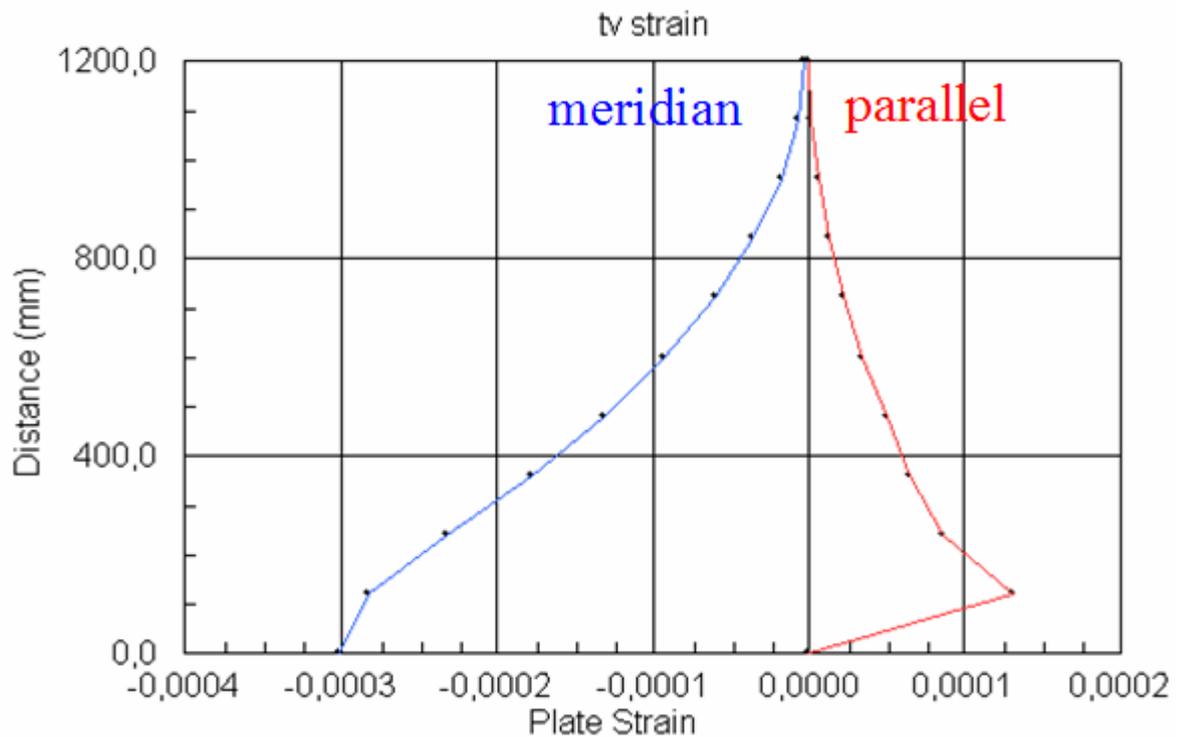


Figura 40





Le tensioni tangenziali statiche di meridiano vanno via via crescendo verso la base del silo, quelle di parallelo invece rimangono pressochè costanti.

Come precedentemente segnalato la porzione terminale, corrispondente ad una lunghezza d'onda avrà influenza sensibile degli effetti dell'incastro alla base, e genererà quindi una alterazione ben visibile dell'andamento delle tensioni. Questo spiega il picco insolito delle tensioni tangenziali di parallelo circa a 15 – 20 cm dalla base e la lieve diminuzione dell tv di parallelo rispetto all'andamento globale.

Per quanto invece riguarda le deformazioni è visibile il una corrispondenza diretta tra tensioni e deformazioni di meridiano, mentre invece è distinguibile una chiara differenza tra le due grandezze di parallelo. Quindi avremo tensioni tangenziali di parallelo costanti e deformazioni crescenti verso il basso, giustificabili tramite la legge di legame tensioni-deformazioni. Il legame tensioni deformazioni è totalmente analogo al precedente, diviene quindi ridondante e superfluo ripeterlo nuovamente.

Affrontiamo ora le sollecitazioni dinamiche che vengono ad essere analizzate lungo l'altezza del silo in modo del tutto simile alle precedenti. Avremo quindi i grafici di tensioni e deformazioni riportati qui sotto:

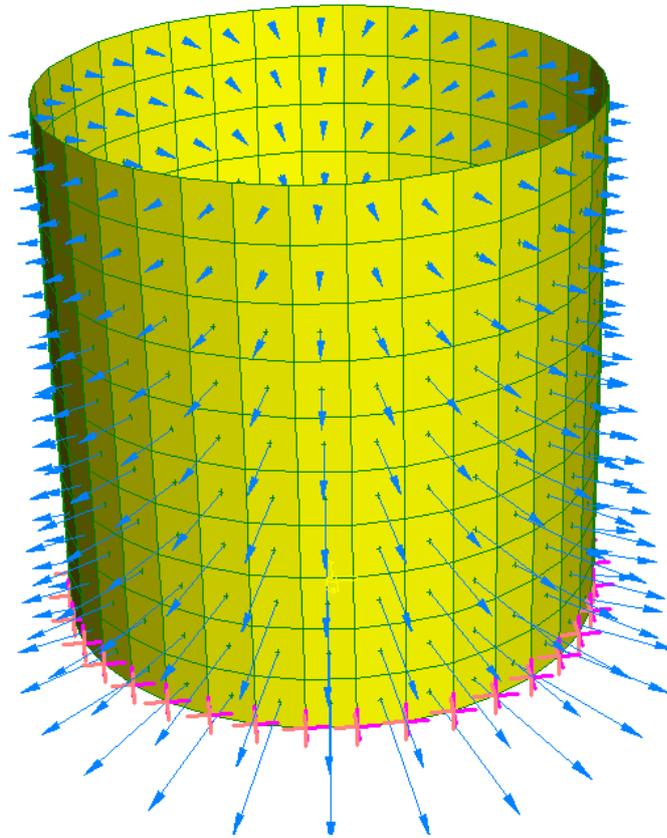
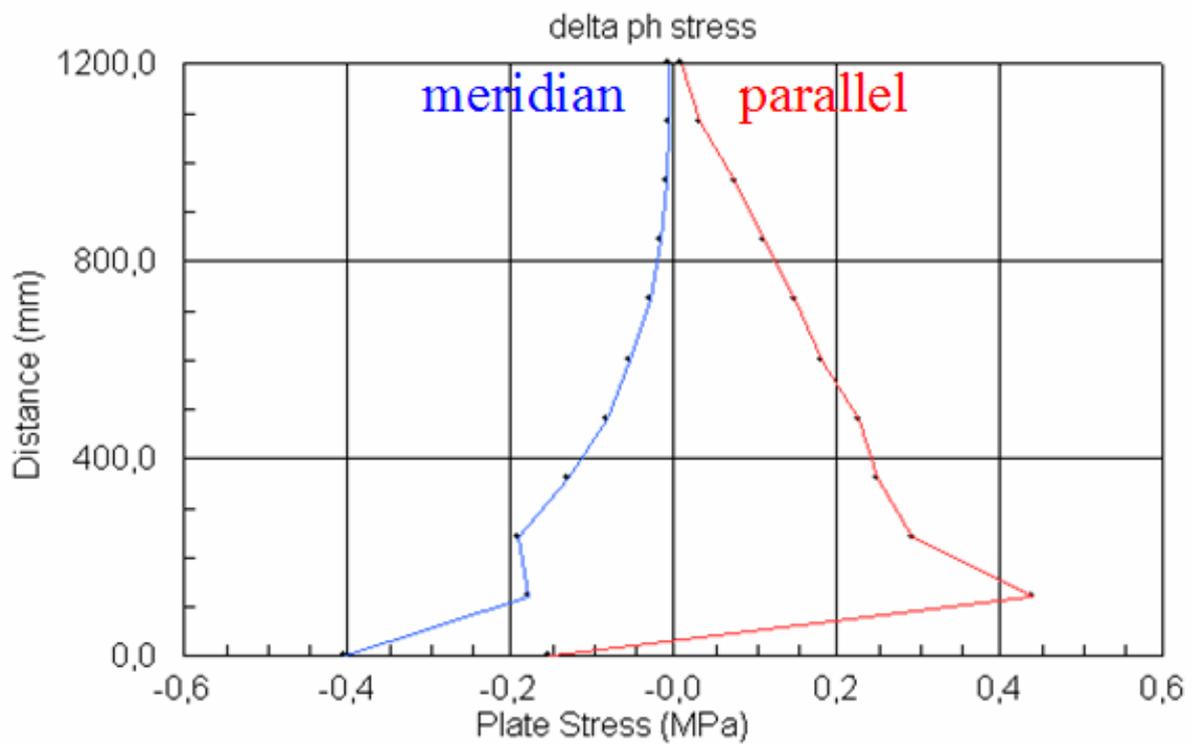
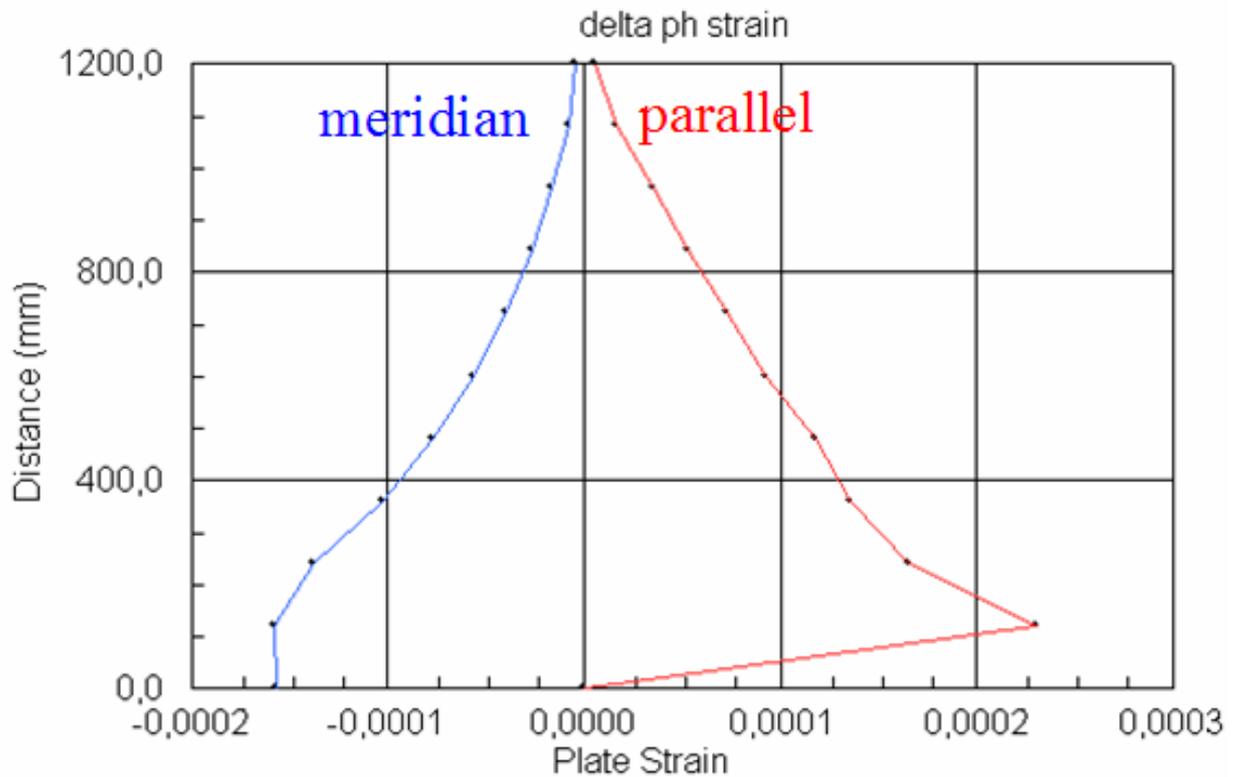


Figura 41





Analizzando le tensioni si può osservare come sia quelle di meridiano che quelle di parallelo crescano verso la base, sino alla medesima fascia di influenza della base descritta in precedenza che altera i risultati da 20 cm in giù.

Le deformazioni sono similari come andamento alle tensioni in questo caso specifico, con variazione dell'andamento a causa della base come nelle altri casi. La diversità di andamento tra tensioni e deformazioni è sempre giustificato dal legame descritto ad inizio trattazione.

Possiamo quindi proseguire osservando le tensioni tangenziali dinamiche, che saranno in parte applicate verso il basso in parte verso l'alto ottenendo i grafici riportati qui sotto:

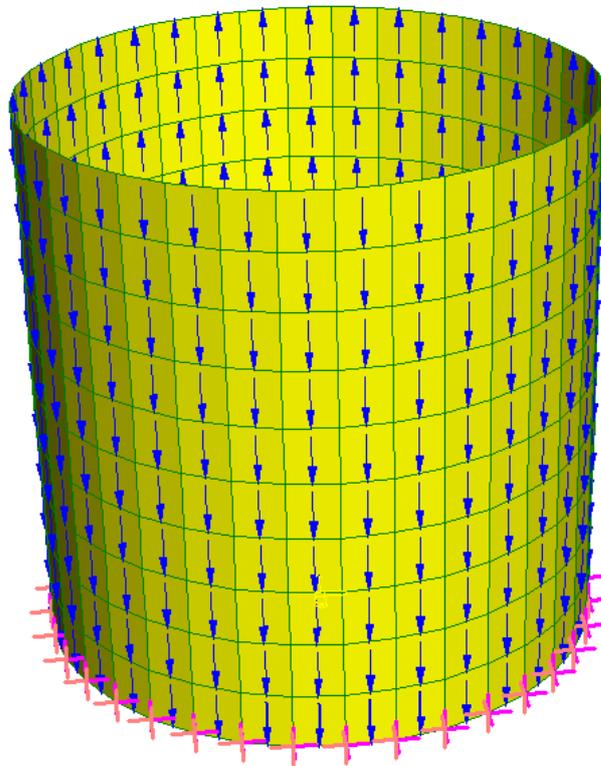
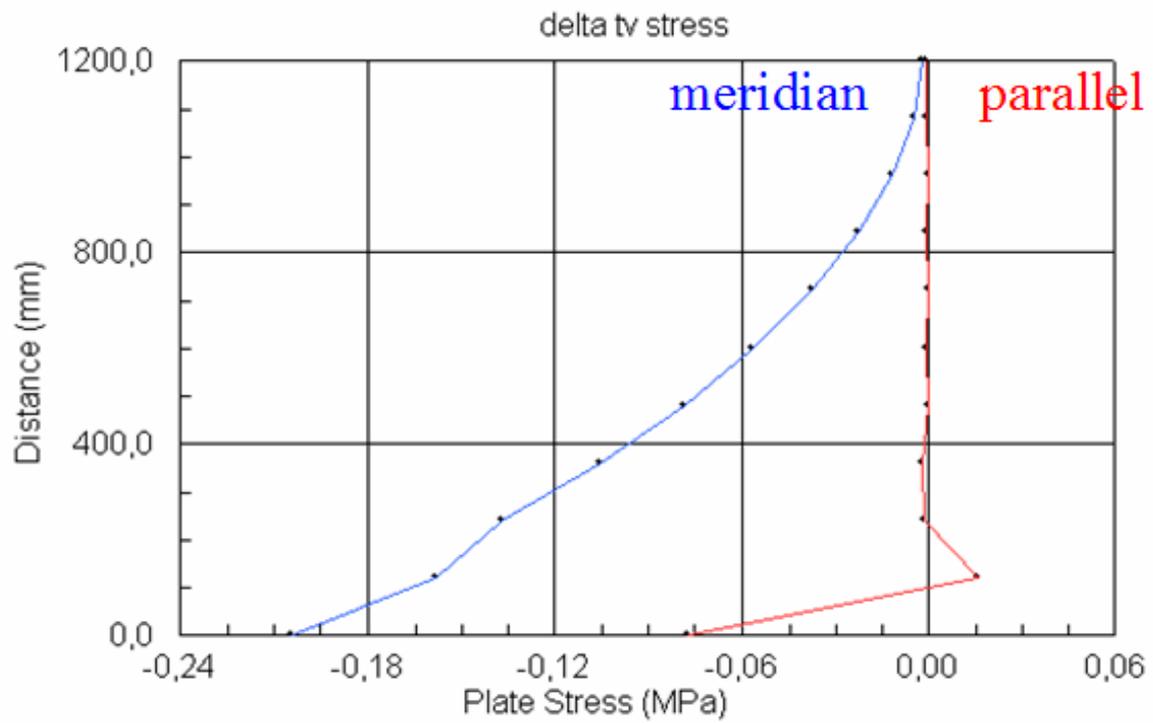
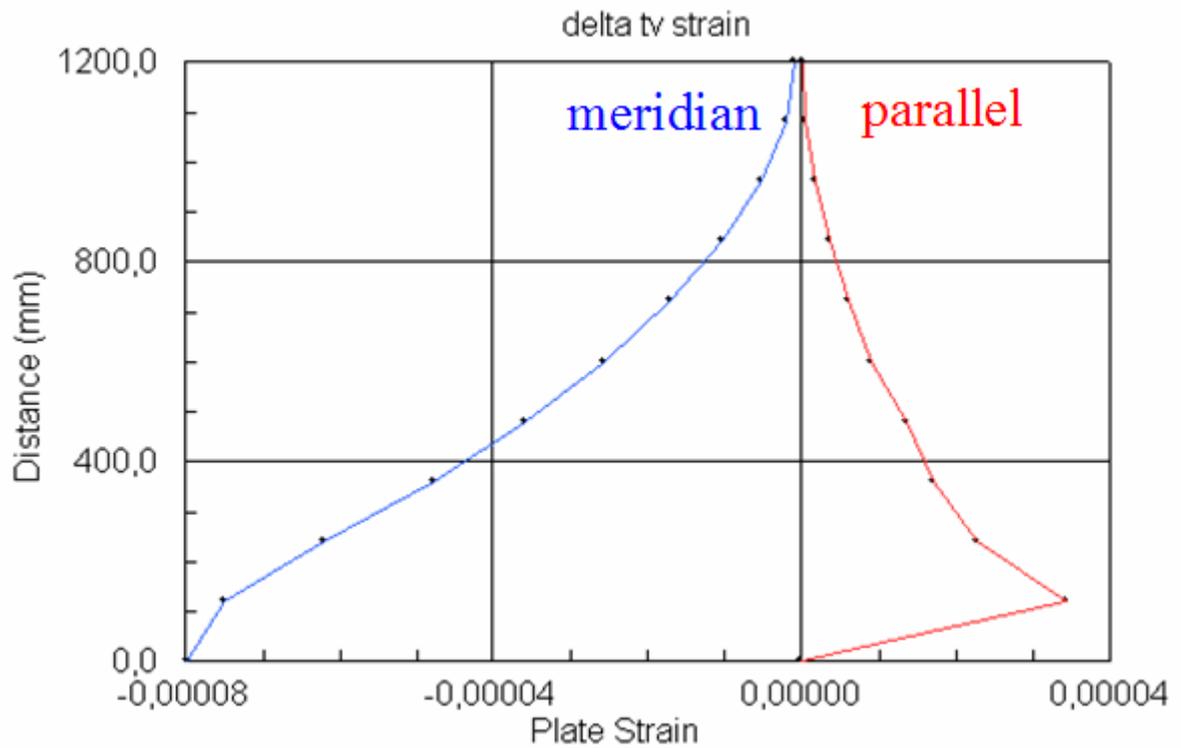


Figura 42





Le tensioni tangenziali dinamiche hanno andamento simile a quelle statiche, con tensioni di meridiano crescenti verso il basso e tensioni di parallelo pressochè costanti lungo l'altezza, con influenza del svincolamento visibile alla solita ventina di centimetri dalla base.

Le deformazioni conseguentemente avranno andamento legato alla legge che lega tensioni e deformazioni e risulteranno entrambe crescenti verso il basso e motivabili tramite il legame esposto in precedenza e che non viene riportato in quanto risulterebbe ripetitivo.

Risulterà quindi più chiaro analizzare le due componenti statiche unite, così da rappresentare il caso reale di condizione statica del silo, cioè rappresentare come il materiale insilato agisce sulle pareti in condizioni prive di sollecitazione sismica. Quindi il caso statico avrà pressioni e deformazioni mostrate nei grafici riportati sotto:

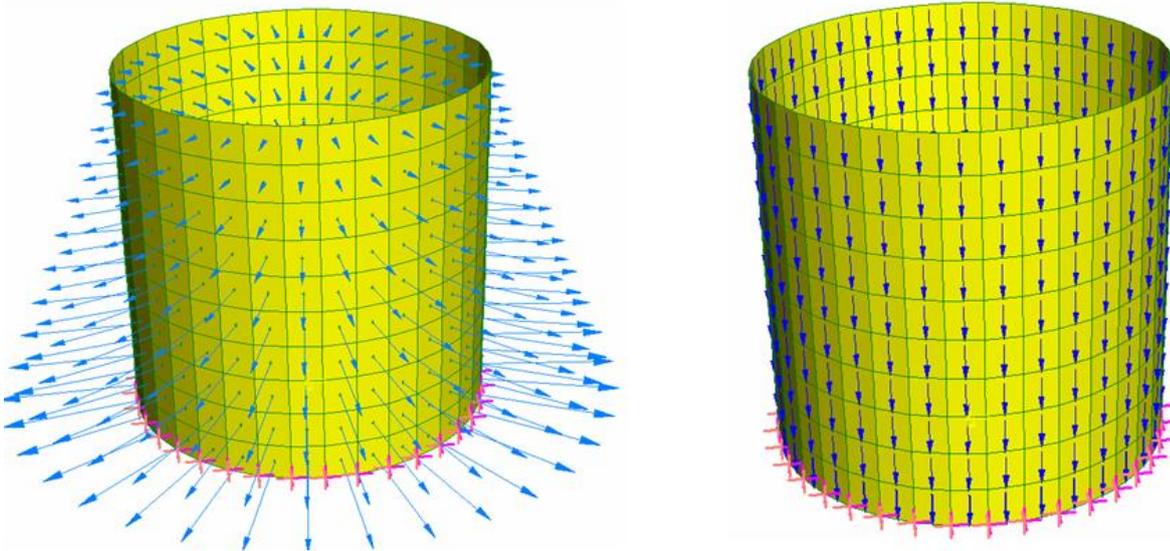
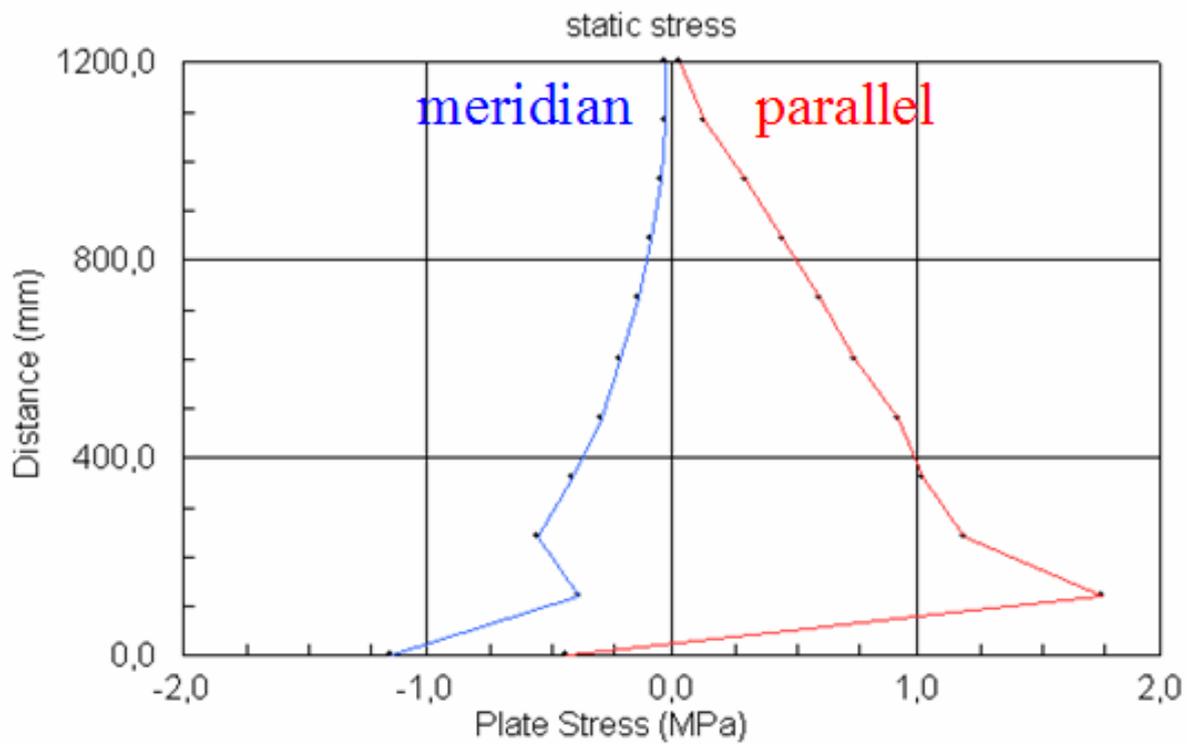
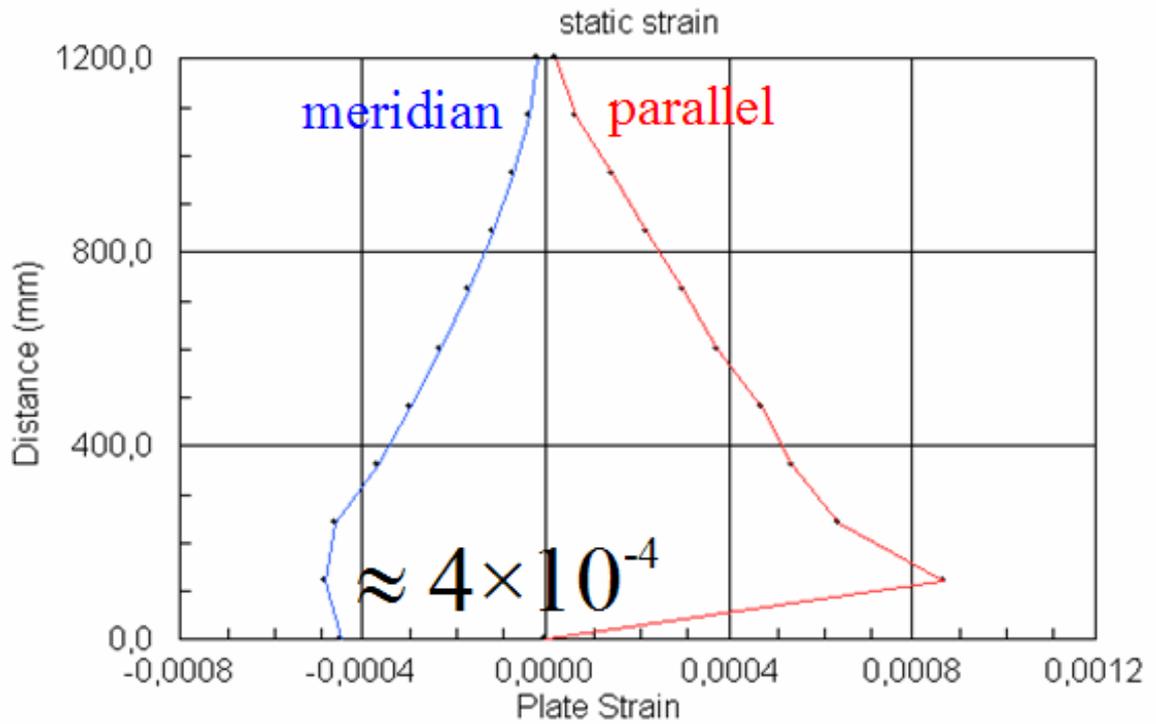


Figura 43





Le tensioni e deformazioni derivanti dalle condizioni statiche hanno andamento crescente verso il basso, con una chiara incidenza sul loro andamento dell'incastro al fondo. Le deformazioni in modo analogo hanno andamento crescente paragonabile alle tensioni. Hanno un ordine di grandezza di 10^{-4} a $0,75H$.

L'analisi può infine terminare con l'osservazione delle tensioni e deformazioni derivanti dalla somma alle condizioni statiche delle pressioni dinamiche derivanti dal sisma. In questo modo si avranno le tensioni massime a cui la parete sarà sottoposta e le corrispondenti deformazioni richieste.

Quindi le pressioni e deformazioni totali lungo l'altezza saranno graficate in questo modo:

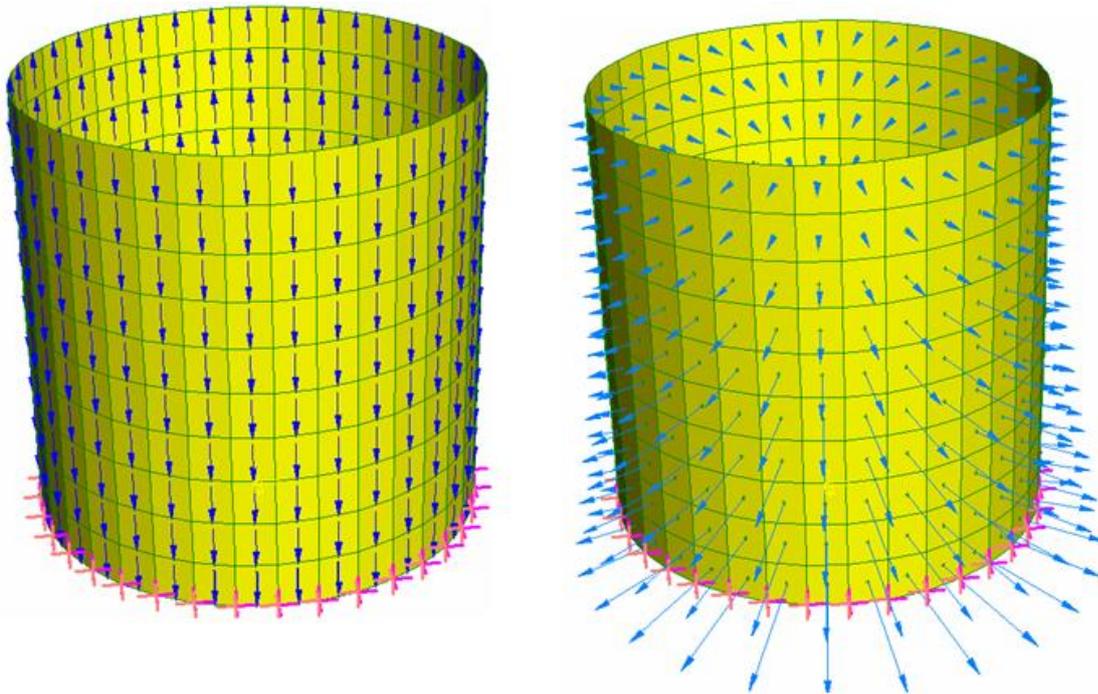
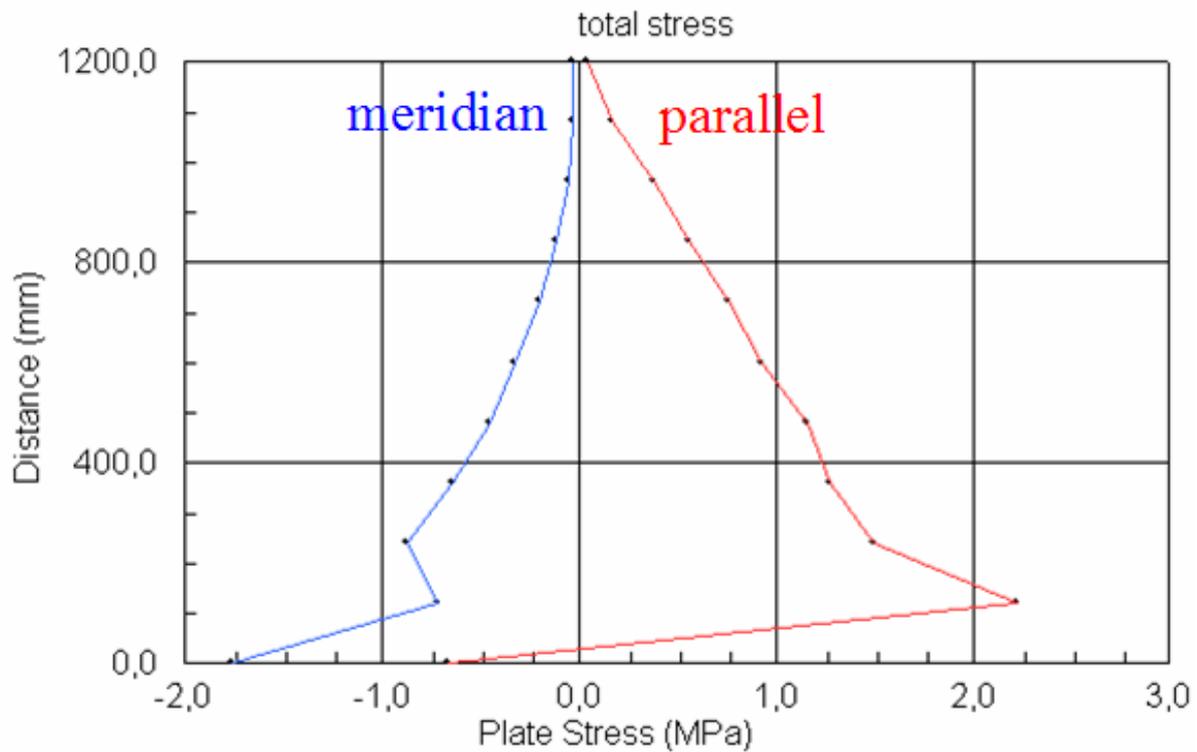
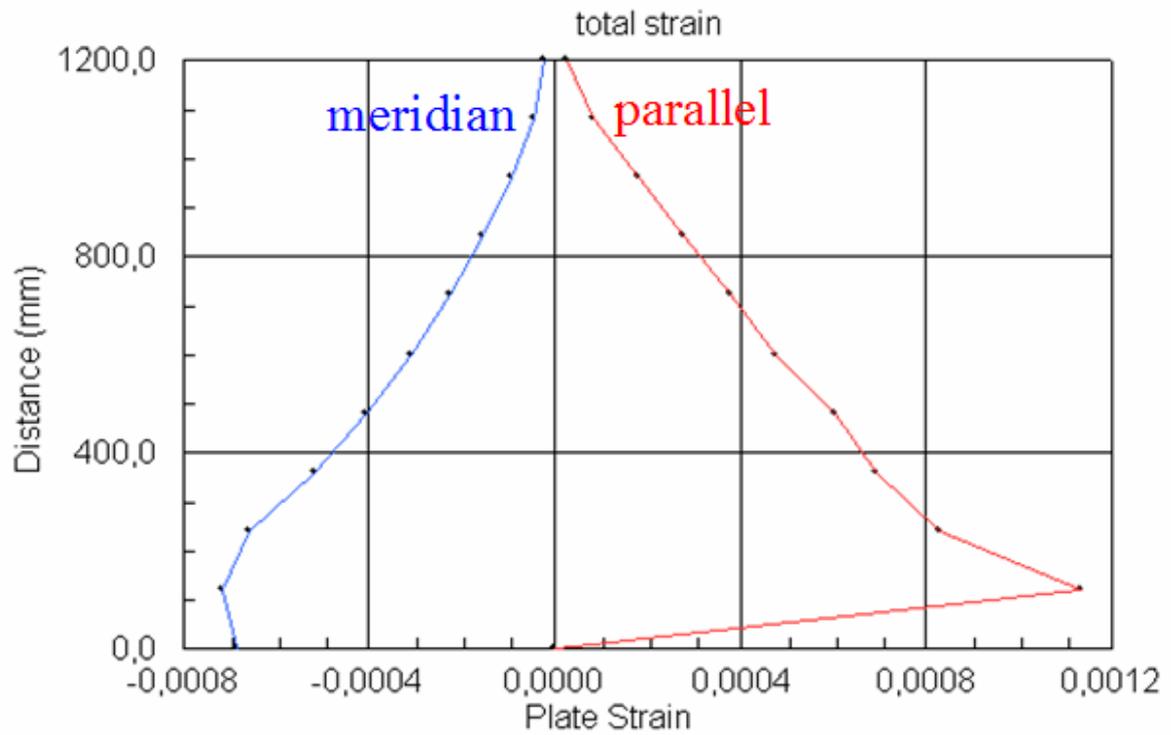


Figura 44





Anche per quanto riguarda le tensioni totali si osserva che crescono verso il basso e vengono alterate dal fondo ad una ventina di centimetri dalla base, le deformazioni coincidono come andamento alle tensioni appena descritte e hanno un ordine di grandezza di 10^{-4} .

11.5.2. Provino con spessore da 4mm

Non avendo ancora una decisione definitiva riguardo lo spessore si prosegue lo studio anche nei due spessori rimanenti, trattando i 4 mm si andranno a studiare con metodologia del tutto analoga le varie tensioni e deformazioni statiche e dinamiche al fine terminata l'analisi del confronto con il precedente e il successivo spessore.

Quindi analizziamo prima di tutto le tensioni e deformazioni statiche, quindi avremo le pressioni orizzontali che daranno luogo:

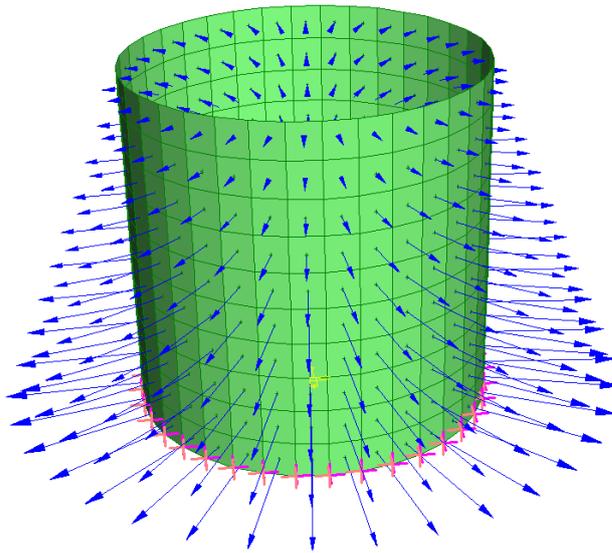
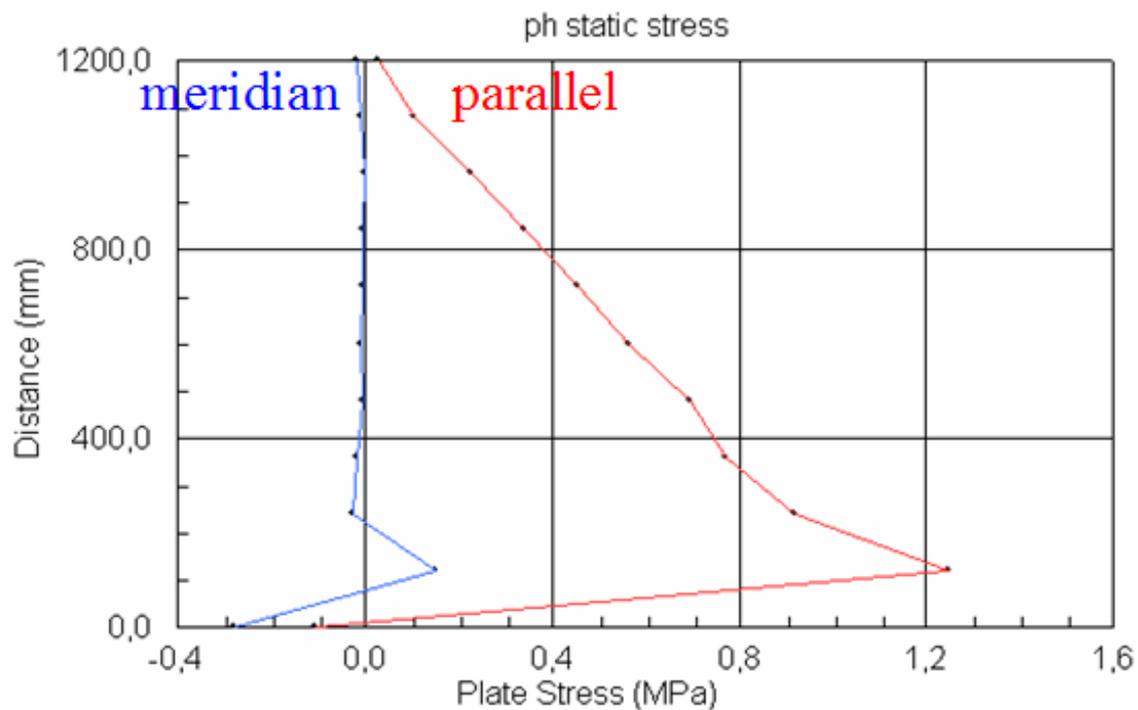
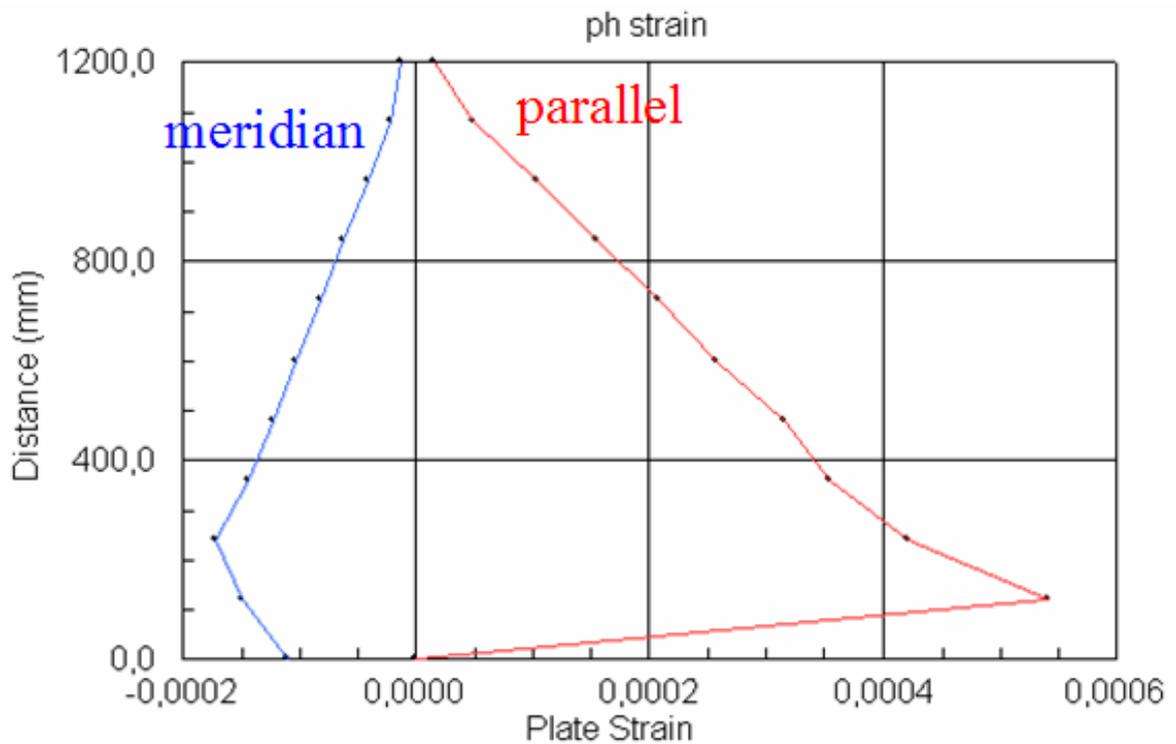


Figura 45





Le tensioni statiche di meridiano risultano essere costanti lungo l'altezza mentre quelle di parallelo crescenti verso la base. Entrambe le tensioni sono influenzate nei 20 centimetri bassi dall'effetto dell'incastro alla base, come del resto è visibile nel grafico delle deformazioni.

Le deformazioni di meridiano si discostano dall'andamento delle tensioni corrispondenti, infatti risultano crescenti verso il basso. Le deformazioni di parallelo ricalcano invece l'andamento delle tensioni di parallelo. Questa differenza è dovuta al rapporto tensioni – deformazioni già esposto per lo spessore minore e che non viene riproposto perché totalmente analogo.

Consideriamo quindi le tensioni tangenziali ed andiamo ad osservare le tensioni e deformazioni:

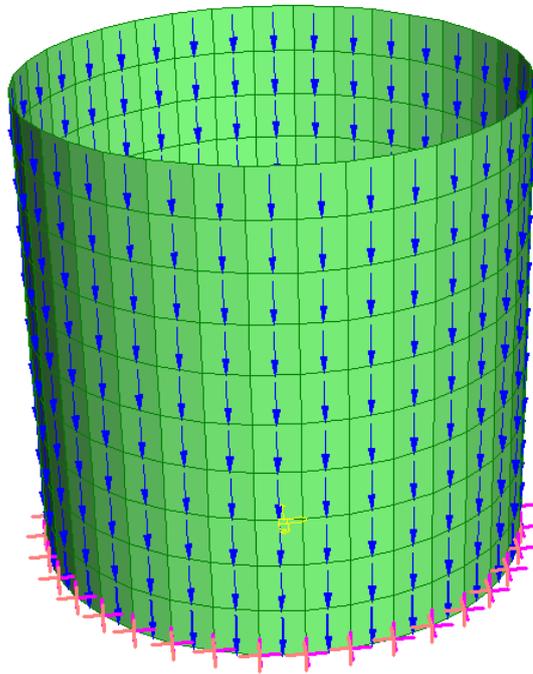
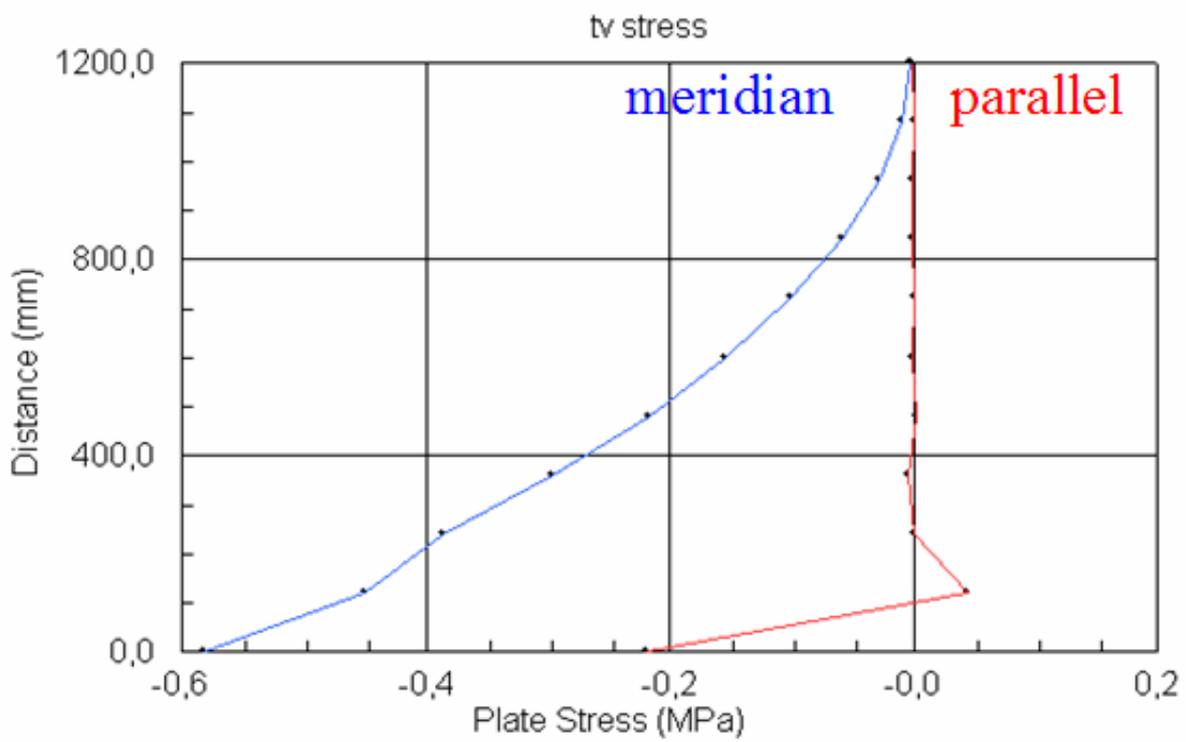
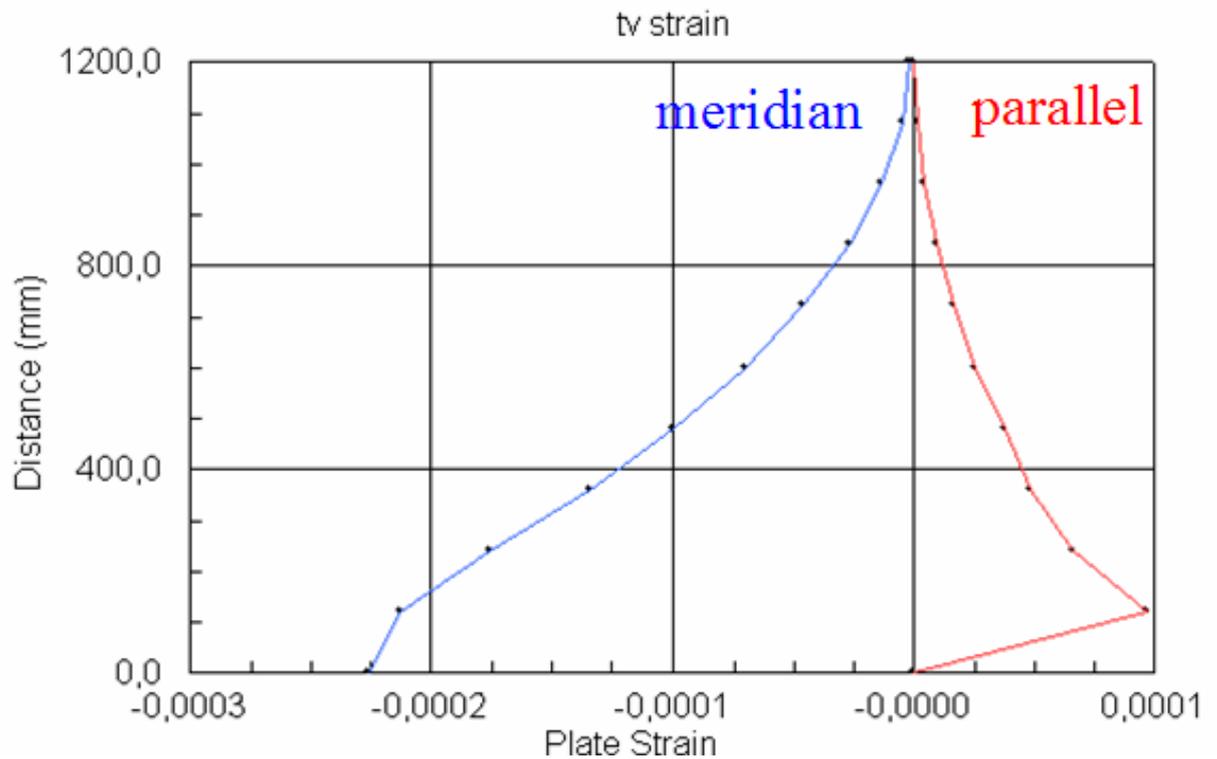


Figura 46





Parallelemente al precedente spessore le tensioni di parallelo risultano costanti sul valore nullo mentre quelle di meridiano crescenti verso il basso. Le deformazioni risultano entrambe crescenti, quelle di meridiano in compressione mentre quelle di parallelo in trazione. Entrambe, subiscono nella porzione più bassa dell'effetto incastro alla base, che turba l'andamento di crescita delle tensioni di meridiano e delle deformazioni.

Ci avviciniamo ora allo studio degli effetti delle sollecitazioni dinamiche, affrontiamo quindi gli effetti delle pressioni orizzontali:

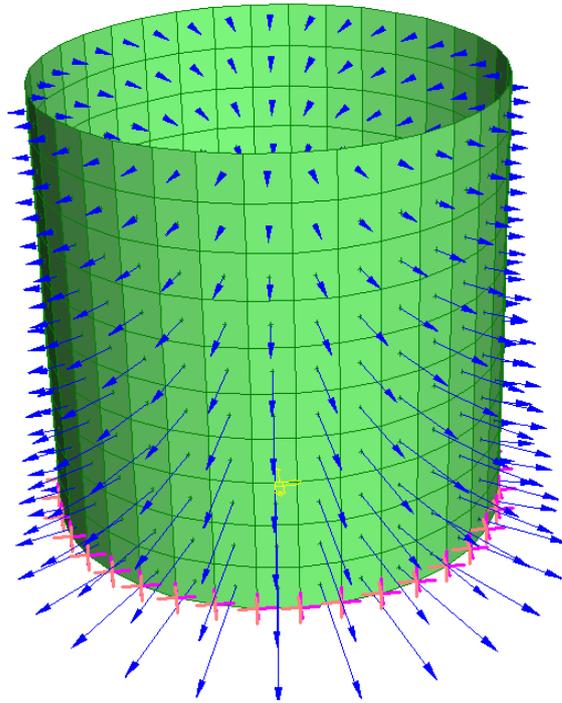
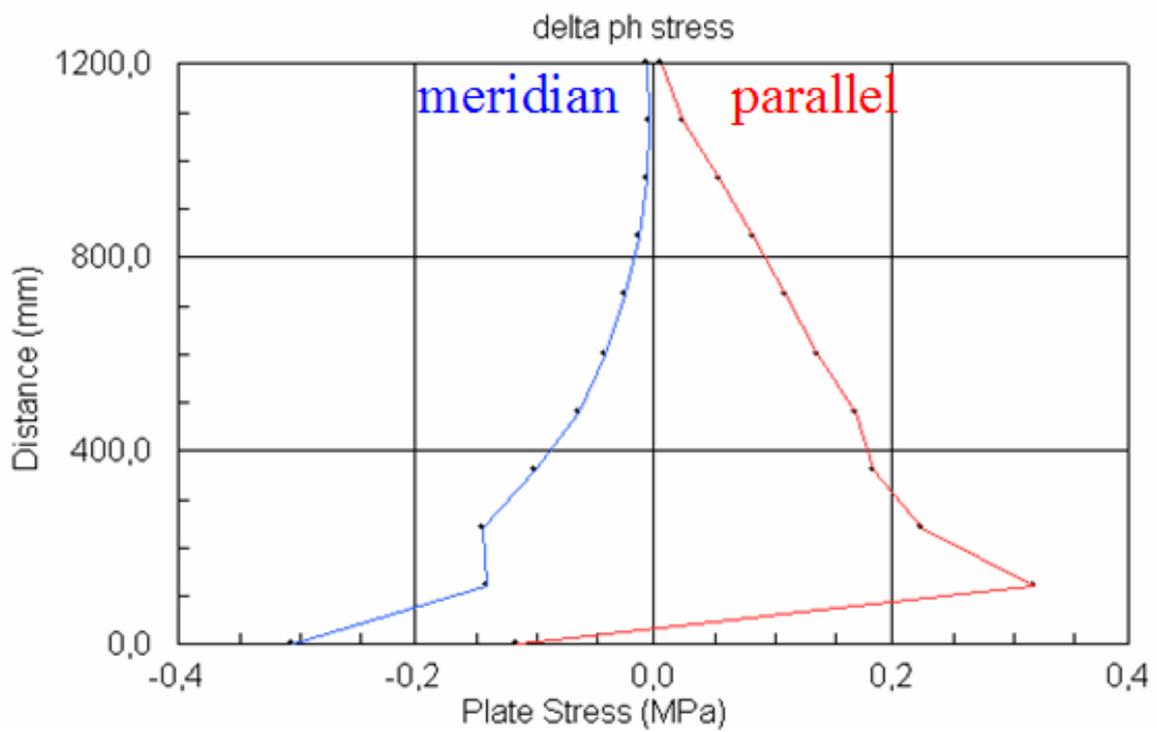
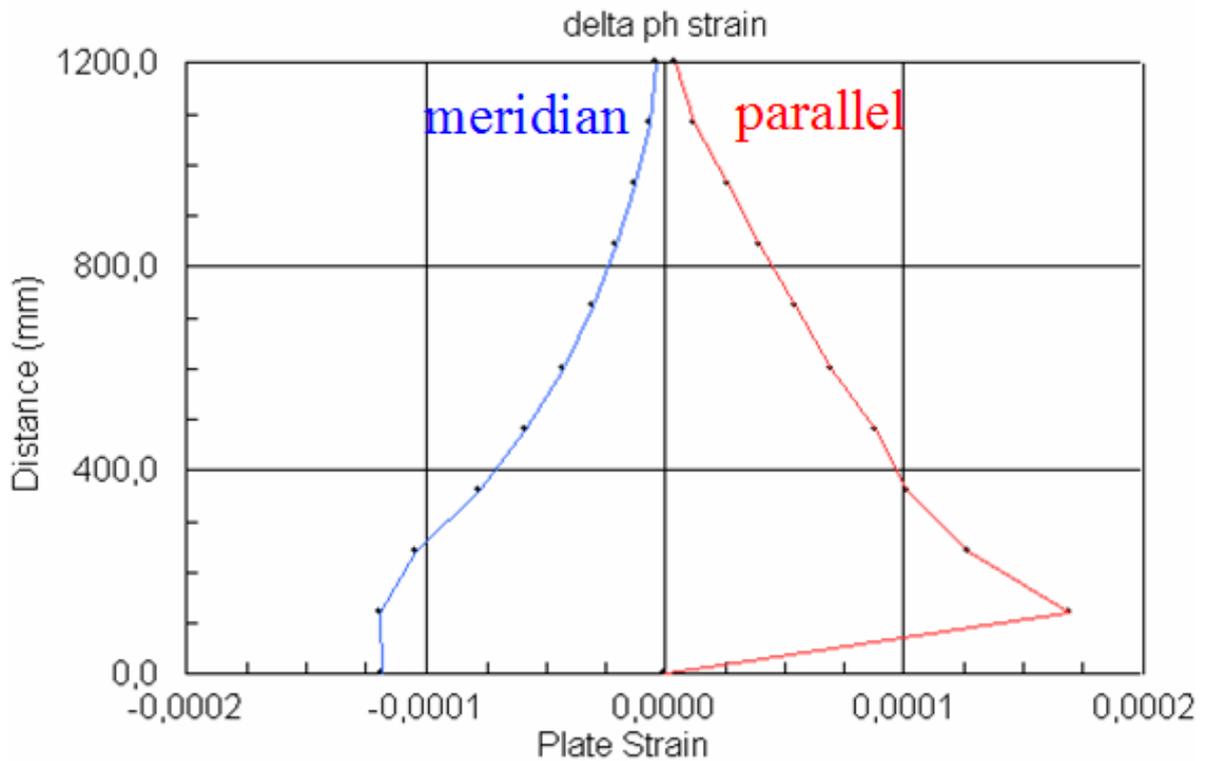


Figura 47





L'andamento delle pressioni e deformazioni risulta crescente verso il basso, e risulta inoltre evidente l'alterazione dei risultati nella fascia più bassa. L'andamento è paragonabile a quello determinato con lo spessore precedente ma ovviamente differisce di entità. Il legame tra tensione e deformazione sarà espresso dalla stessa legge già proposta in precedenza e che motiva la variazione di andamento visibile dai grafici.

Continuiamo con le pressioni tangenziali dinamiche, analizziamo quindi tensioni e deformazioni:

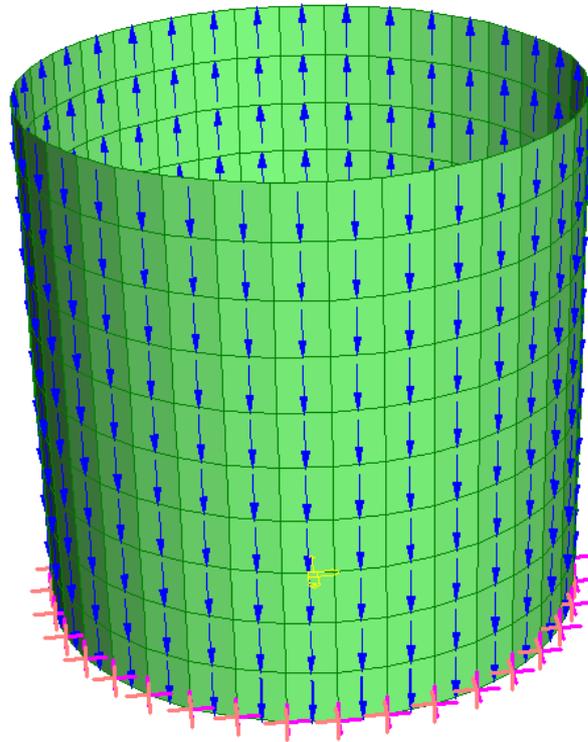
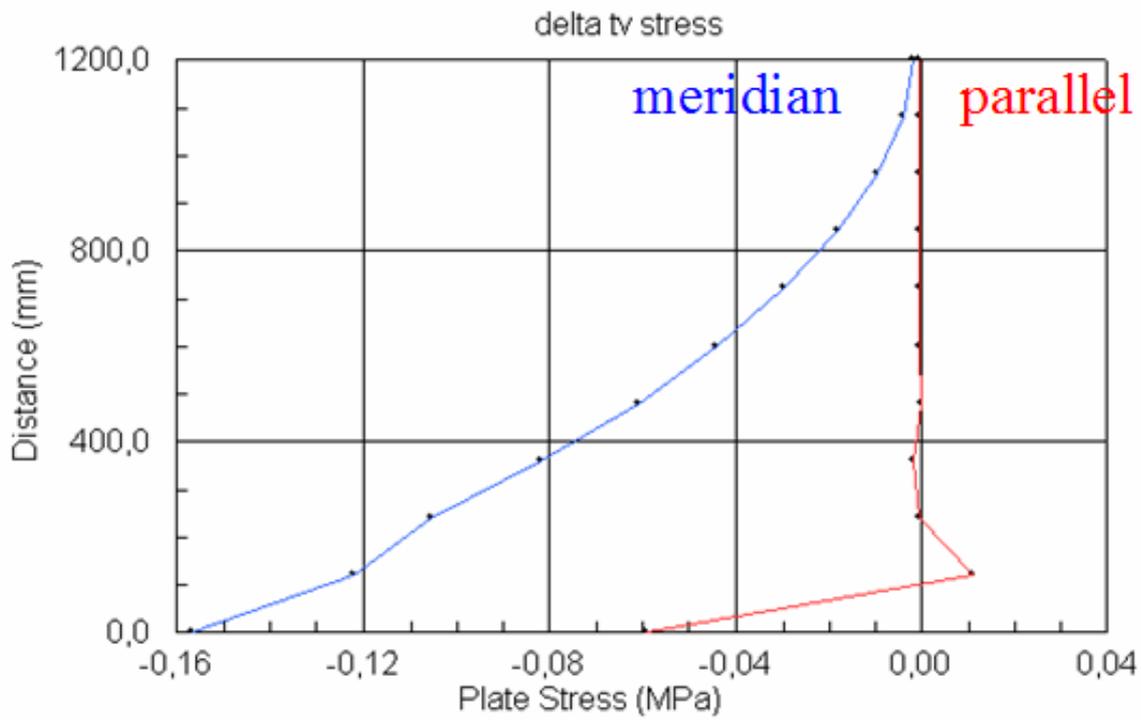
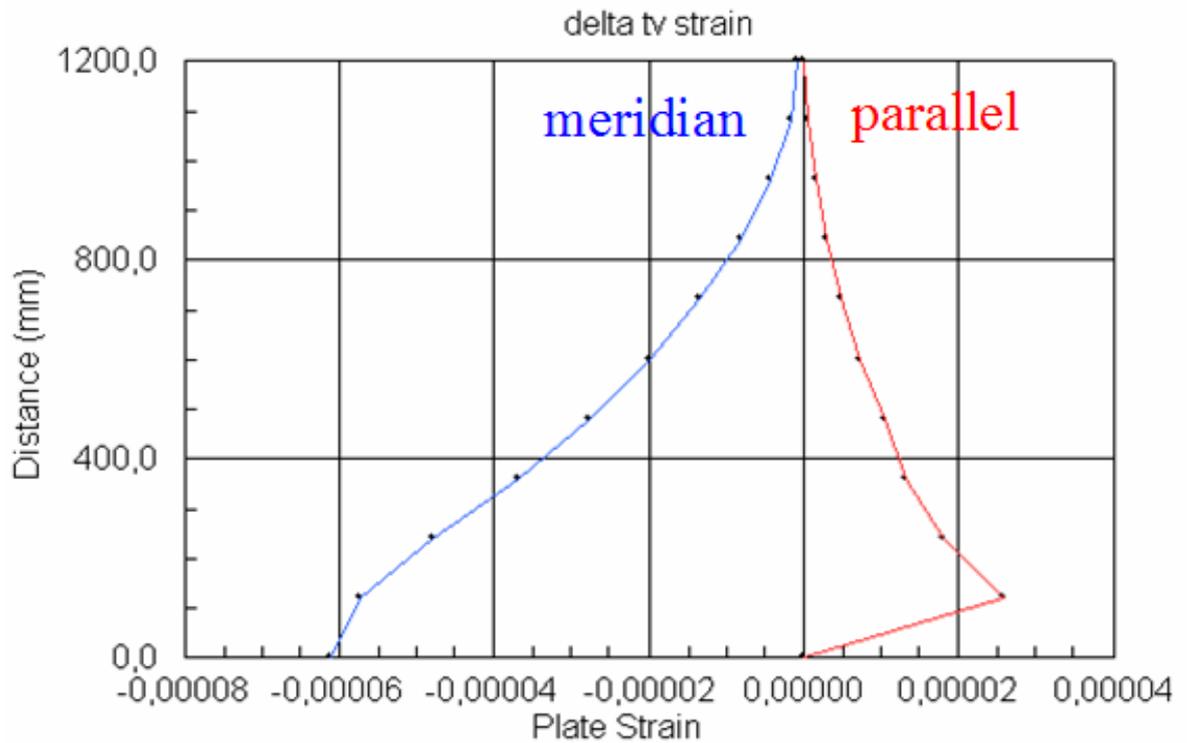


Figura 48





Le tensioni di meridiano decrescono con l'altezza, mentre quelle di parallelo sono costanti sul valore nullo. A circa 20 cm si scorge l'incidenza del fondo come è notabile anche nelle deformazione. Queste sono entrambi crescenti verso la base, spiegabile con un legame delle deformazioni con le tensioni che non consente un parallelismo di andamento.

Andiamo ora ad analizzare la condizione in cui il provino non è sollecitato da sisma, ma è soggetto alle sole pressioni statiche che il materiale insilato genera sulla parete in regime normale, i grafici sottostanti mostreranno i risultati:

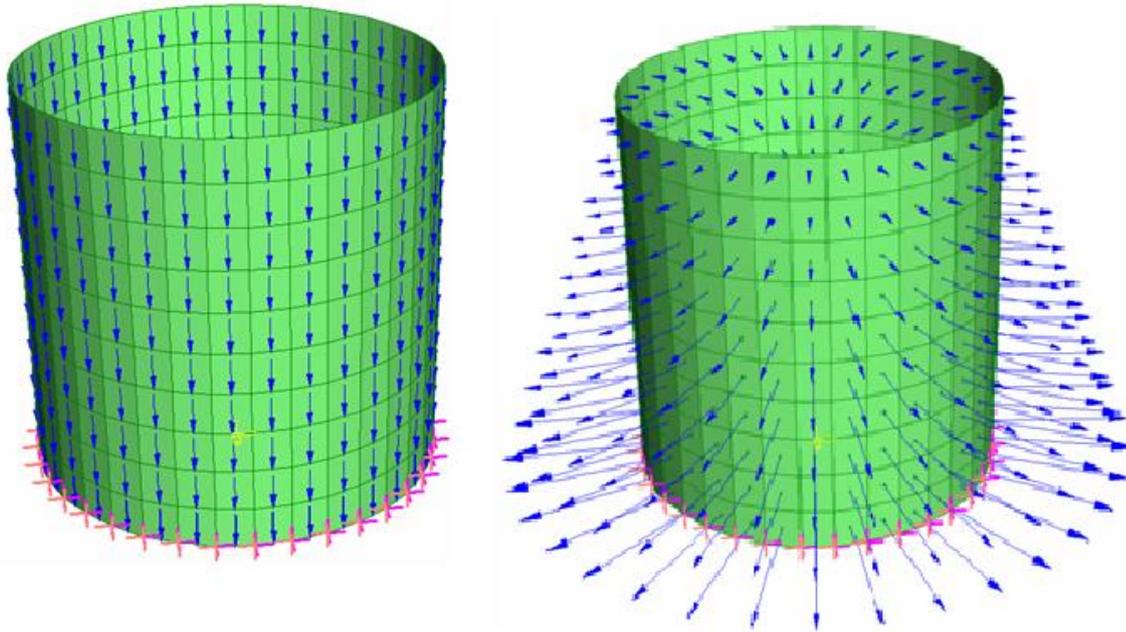
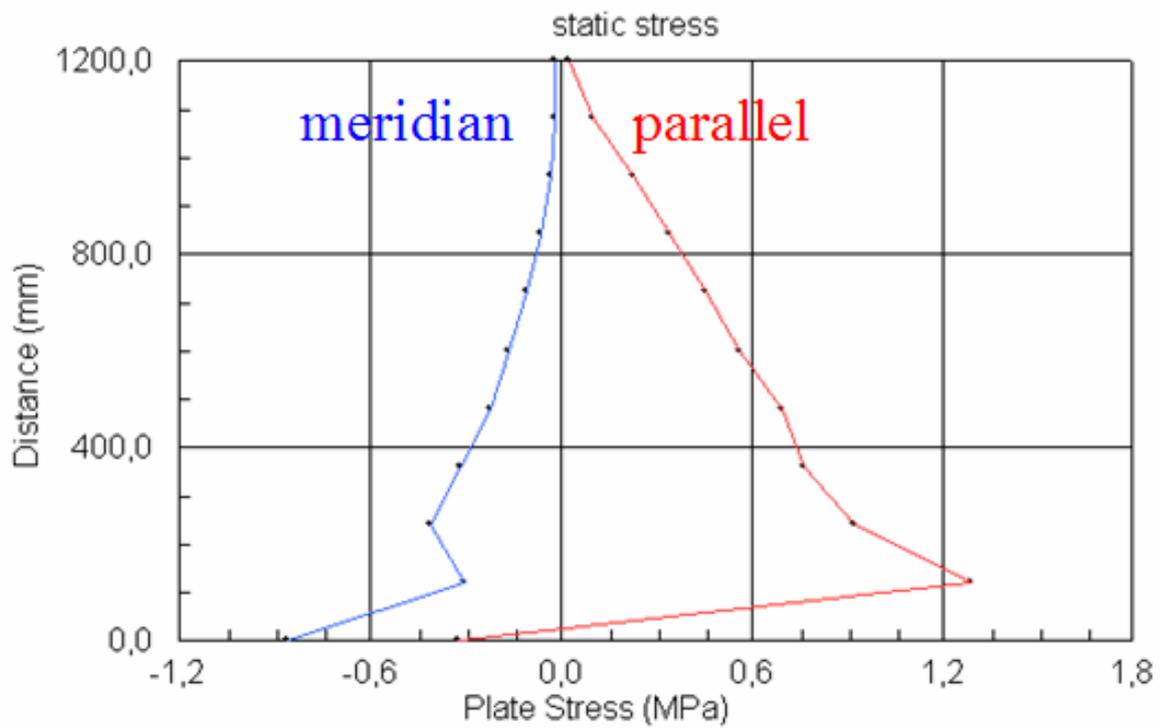
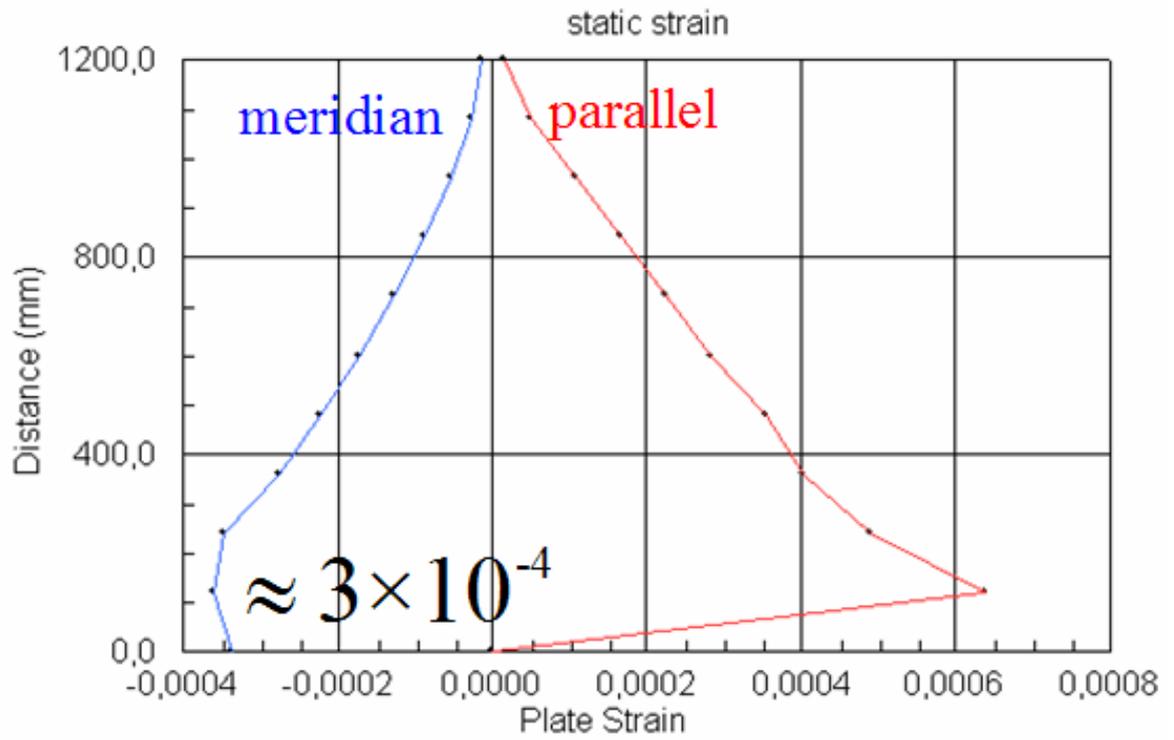


Figura 49





Le tensioni e deformazioni statiche sono crescenti verso il basso con evidenza dell'effetto di base. Le deformazioni in particolar modo sono dell'ordine di grandezza di 10^{-4} come in precedenza.

Consideriamo infine la condizione totale, cioè l'effetto della sollecitazione sismica sullo stato statico del provino che genera quindi tensioni e deformazioni:

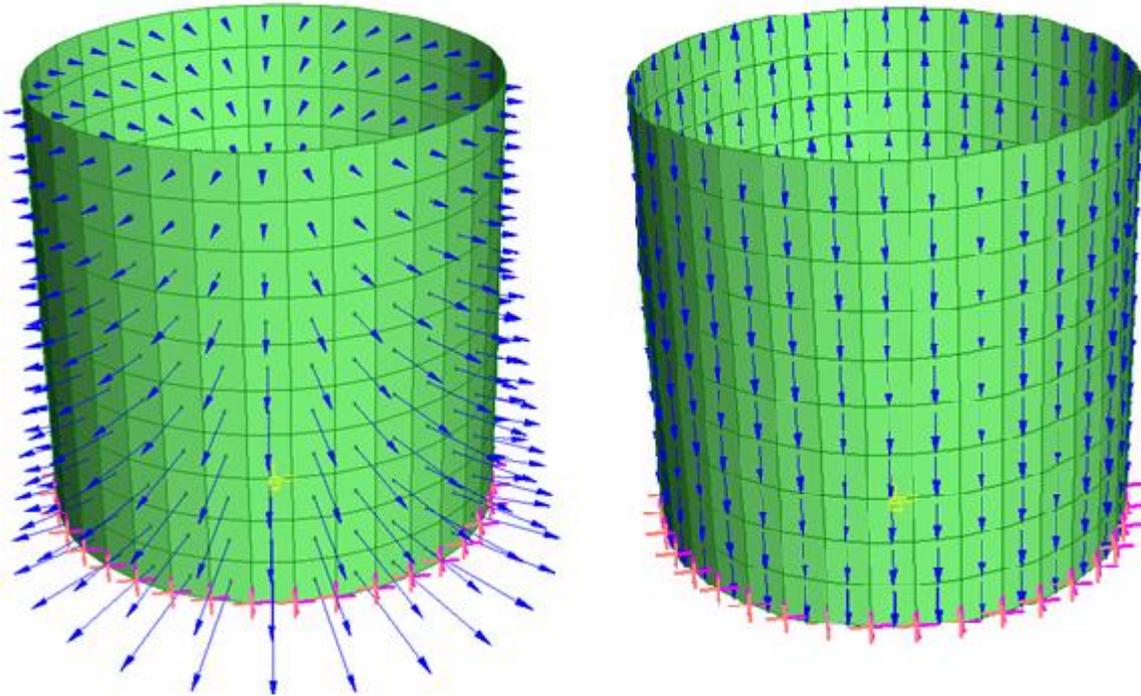
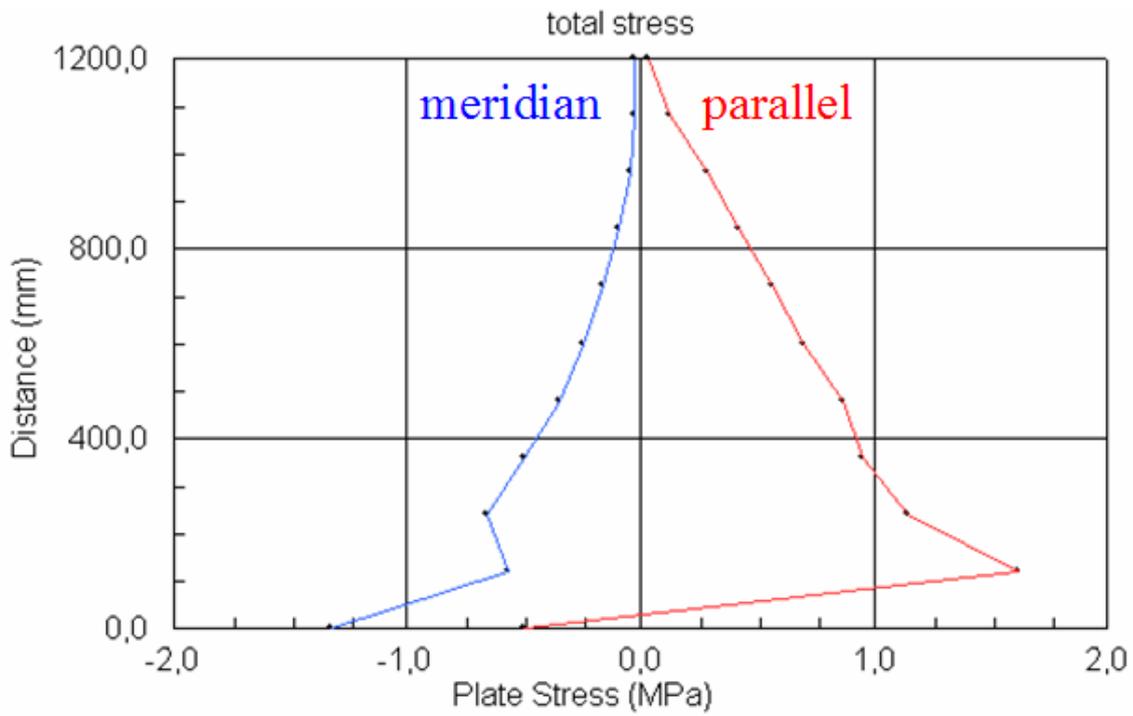
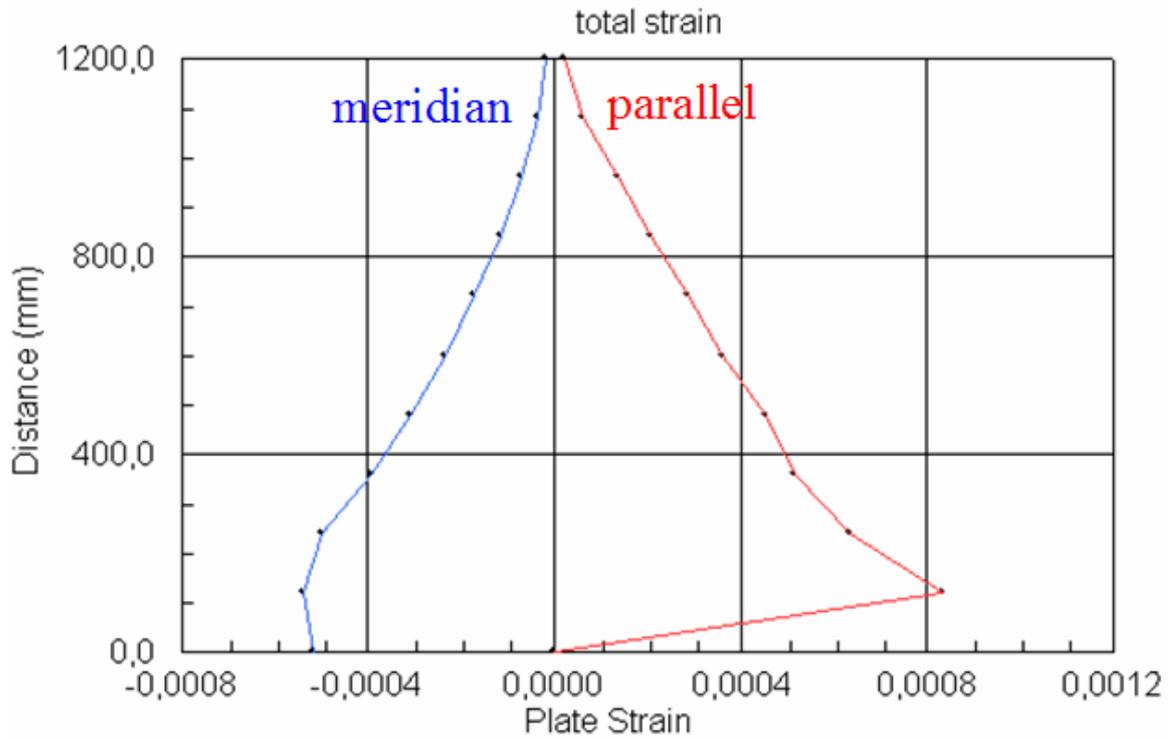


Figura 50





Sia le tensioni che le deformazioni sono crescenti verso la base, con chiara incidenza ad una ventina di centimetri dal fondo degli incastri visibili nella figura riportata in alto. Il legame tra tensioni e deformazioni si esplica con una formula che non lega le deformazioni di parallelo alle sole tensioni di parallelo ma anche a quelle di meridiano e in analogia anche il viceversa.

11.5.3. Provino con spessore da 5mm

Consideriamo ora l'ultimo spessore di provino, con la medesima metodologia delle precedenti analisi. Le pressioni orizzontali provocano tensioni e deformazioni riportate nei grafici sottostanti.

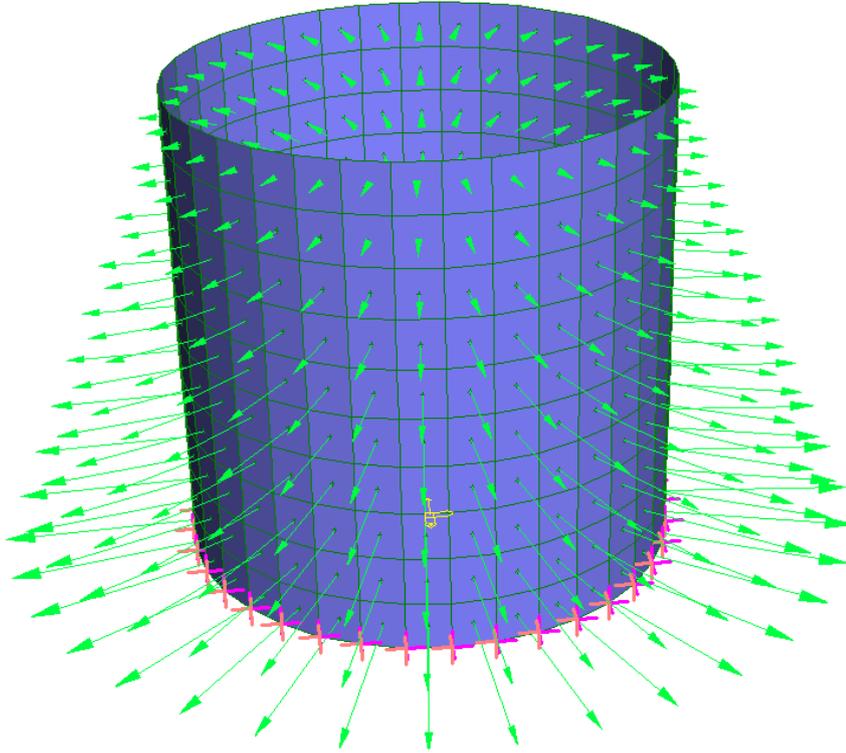
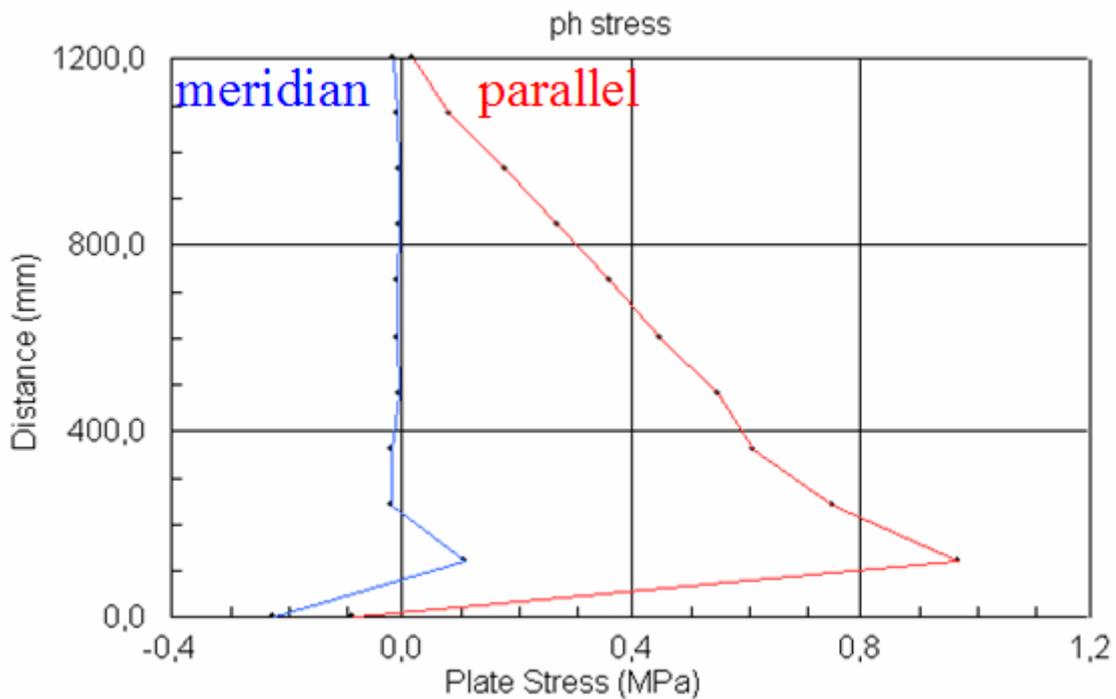
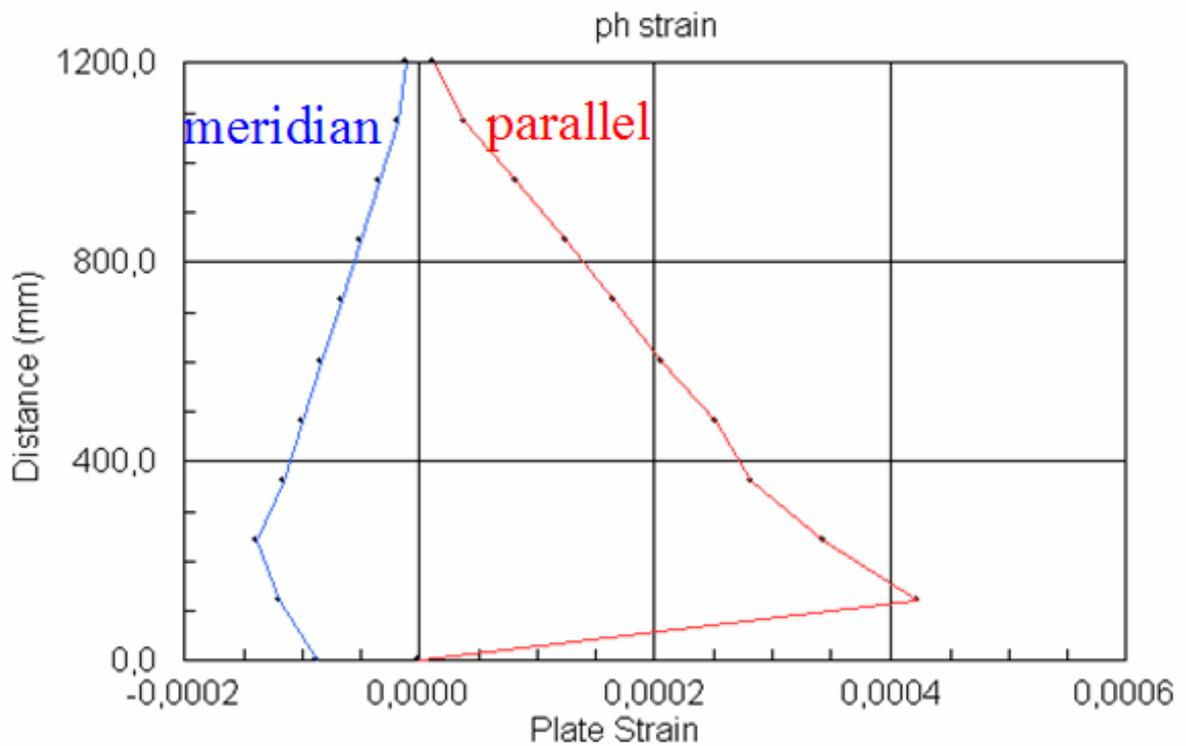


Figura 51





Le tensioni di meridiano risultano essere costanti e di valore nullo, mentre quelle di parallelo crescono con l'avvicinarsi alla base. Le deformazioni risultano invece entrambe crescenti motivate tramite la legge tensioni-deformazioni che in un cilindro come quello in esame vede le deformazioni legate all'andamento di entrambe le tensioni.

Consideriamo ora le tensioni tangenziali statiche, tensioni verso il basso che l'insilato induce sulla parete e che vengono ad essere configurate nel modello come riportato in figura e generano grafici di tensioni e deformazioni come quelli sotto riportati:

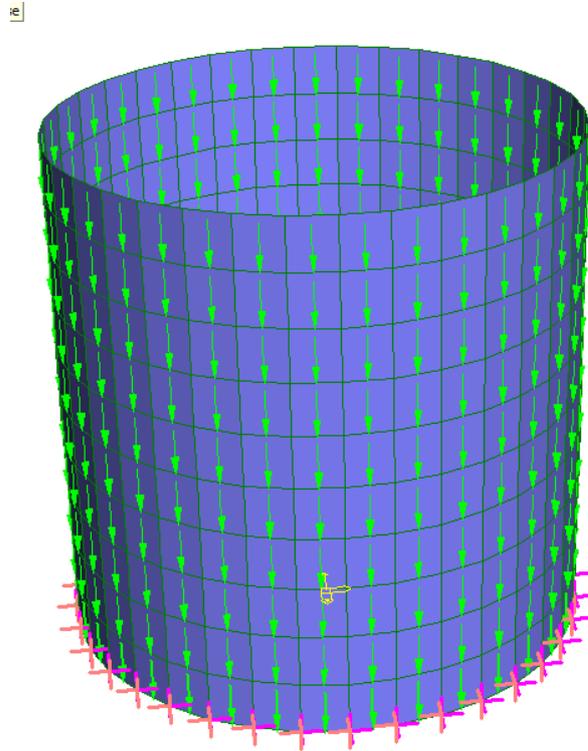
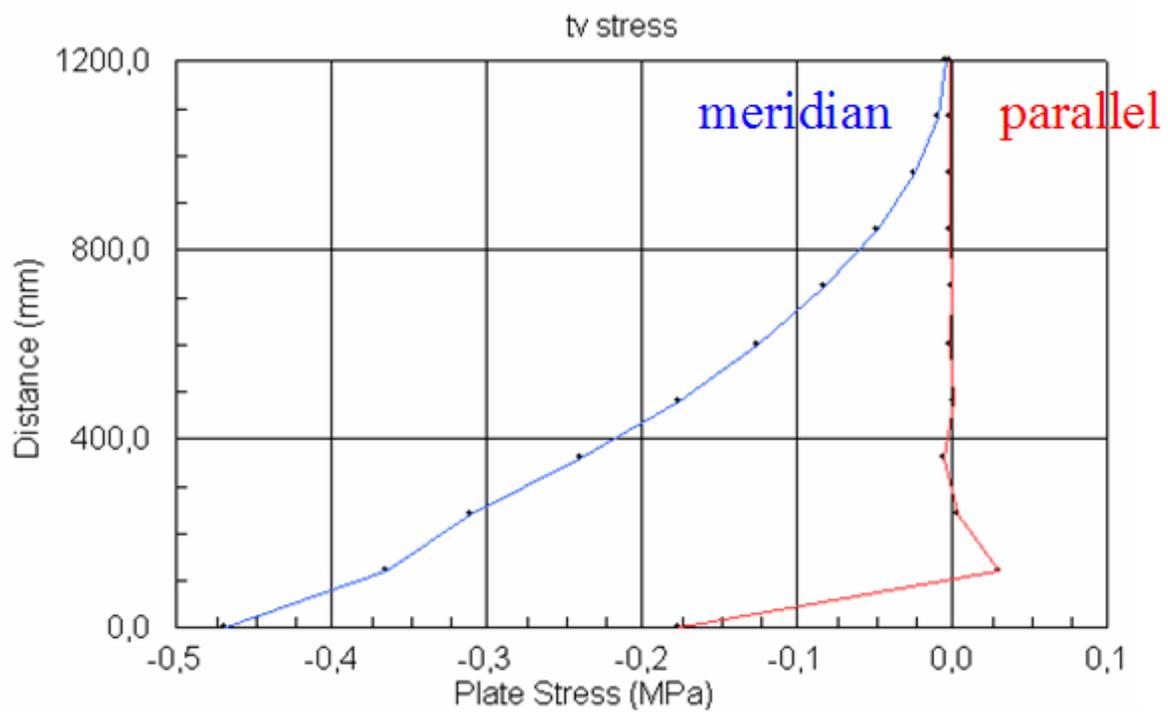
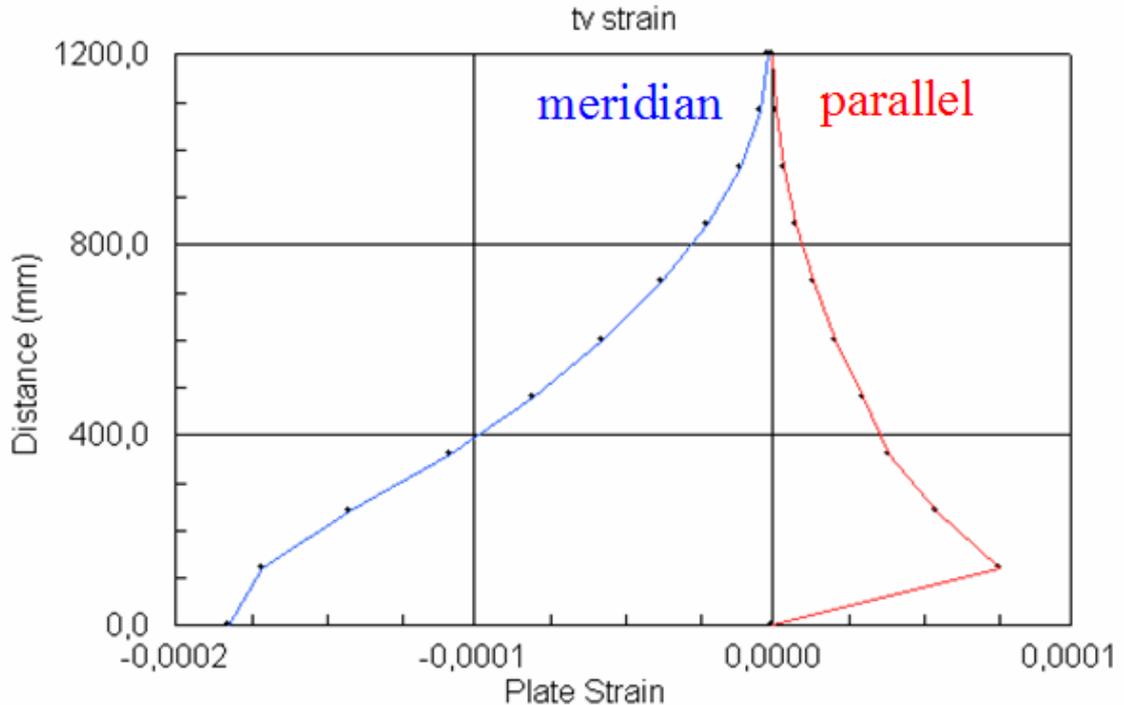


Figura 52





Le tensioni tangenziali statiche di meridiano vanno via via crescendo verso la base del silo e hanno segno negativo, quelle di parallelo invece rimangono pressochè costanti e di valore nullo.

Come precedentemente segnalato la porzione terminale, corrispondente ad una lunghezza d'onda avrà influenza sensibile degli effetti dell'incastro alla base, e genererà quindi una alterazione ben visibile dell'andamento delle tensioni. Questo a spiegare il picco insolito delle tensioni tangenziali di parallelo circa a 15 – 20 cm dalla base e la lieve diminuzione dell tv di parallelo rispetto all'andamento globale.

Per quanto invece riguarda le deformazioni è visibile una corrispondenza diretta tra tensioni e deformazioni di meridiano, mentre invece è distinguibile una chiara differenza tra le due grandezze di parallelo. Quindi avremo tensioni tangenziali di parallelo costanti e deformazioni crescenti verso il basso, giustificabili tramite la legge di legame tensioni-deformazioni.

Quindi avremo per quanto riguarda i meridiani un legame tra tensioni e deformazioni che sarà sintetizzabile tramite la formula seguente, in cui sostituiamo le grandezze da noi utilizzate. Ad esempio prendiamo una quota di 0,75 H:

Occupiamoci ora delle sollecitazioni dinamiche, le pressioni orizzontali dovute alla sollecitazione sismica genereranno i diagrammi di tensioni e deformazioni qui riportati:

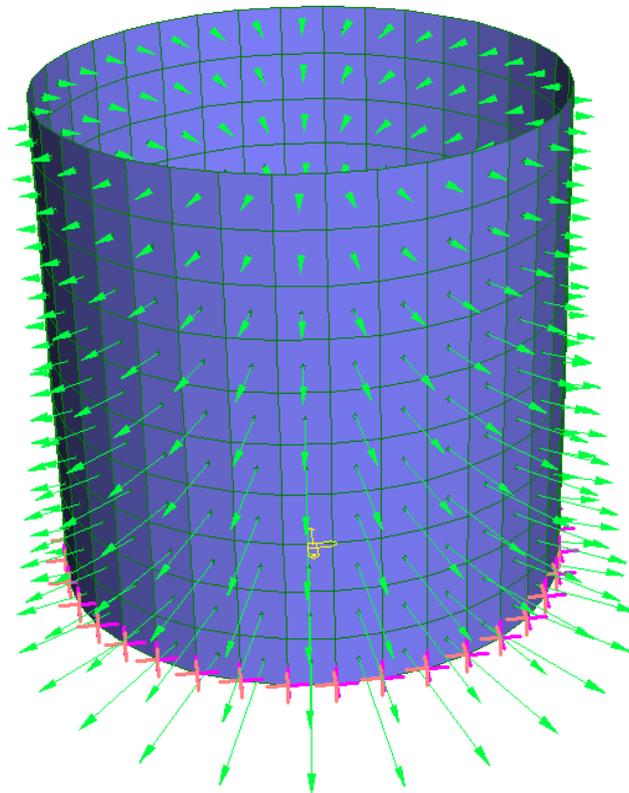
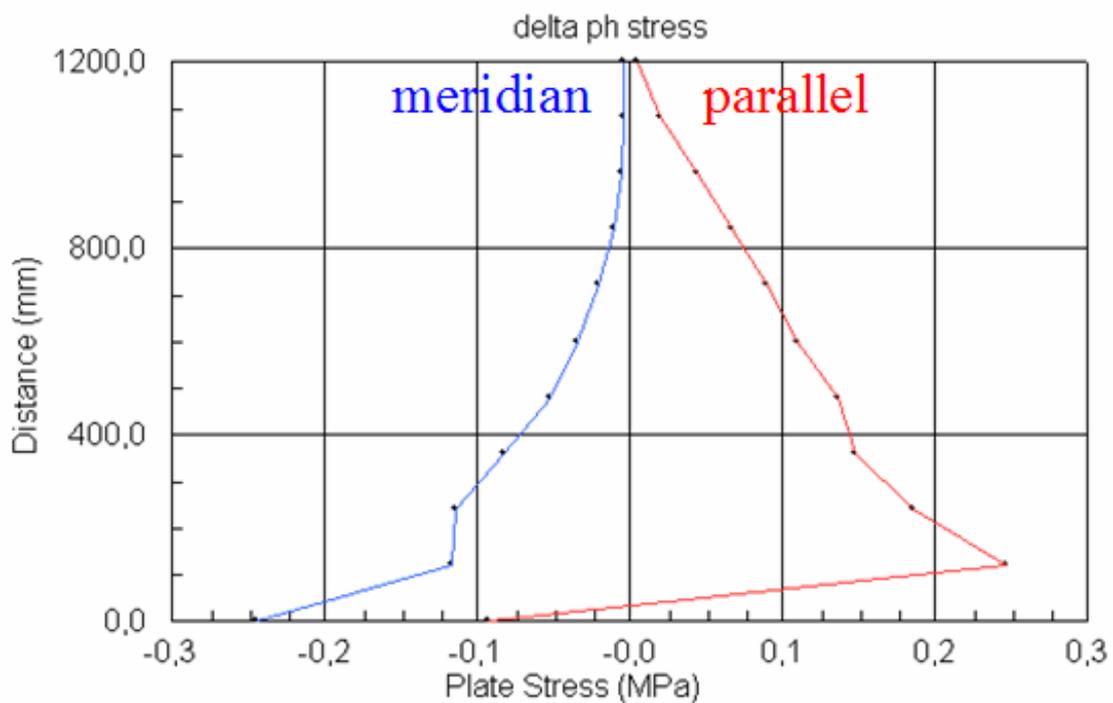
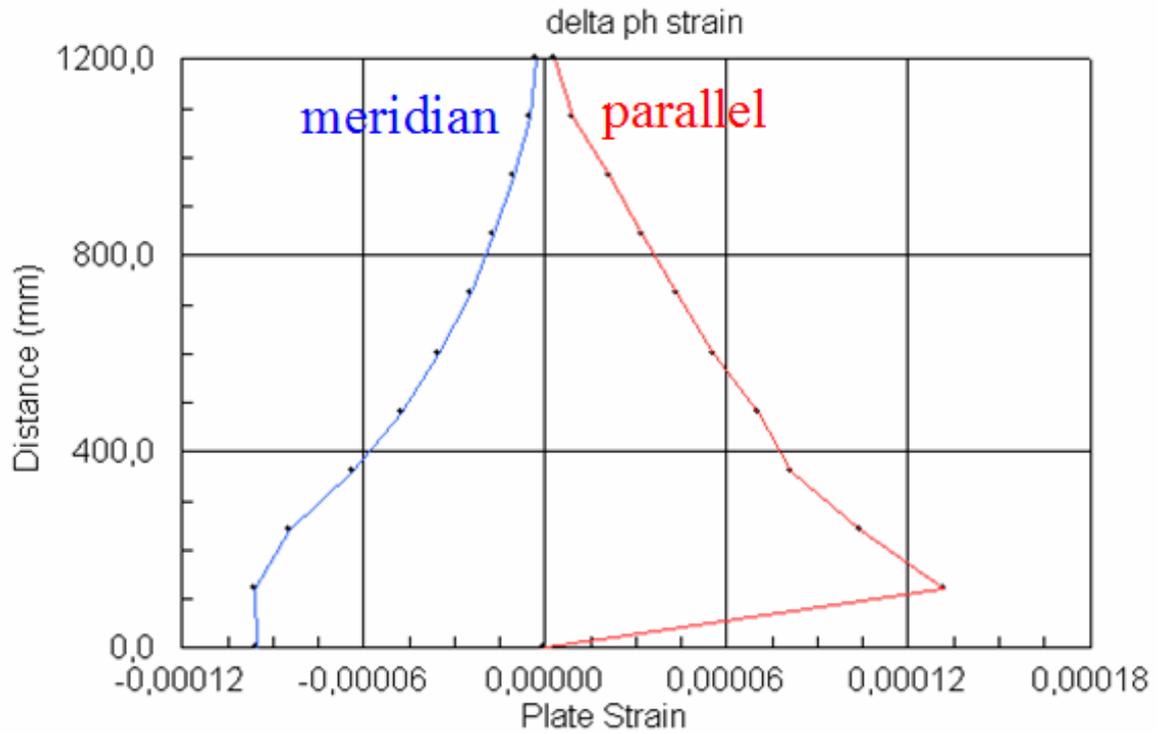


Figura 53





Nel caso delle pressioni orizzontali dinamiche la corrispondenza tra l'andamento delle tensioni e quello delle deformazioni è più palpabile, tutte le grandezze vedono una riduzione con l'altezza del loro valore.

La fascia più bassa è evidentemente influenzata dall'incastro al fondo, e provoca infatti picchi o decrescite non coerenti con l'andamento generale.

Consideriamo in ultimo le sollecitazioni tangenziali dinamiche, collocate in parte verso l'alto, in parte verso il basso a seconda dell'entrata del sisma:

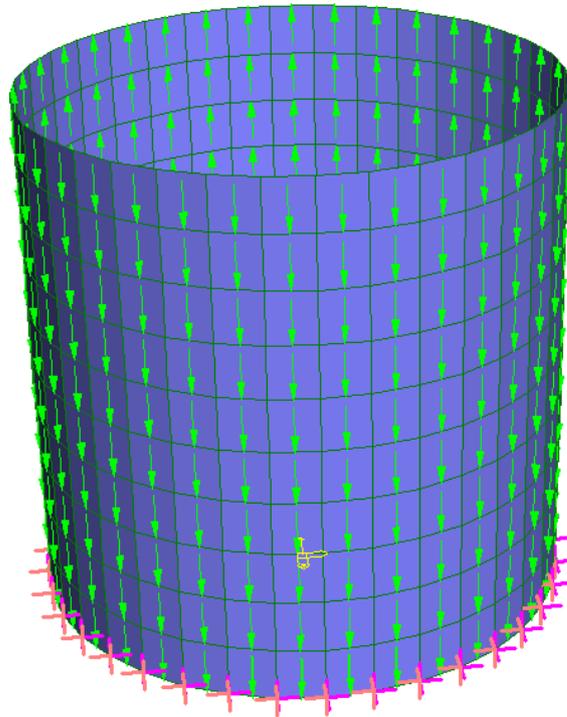
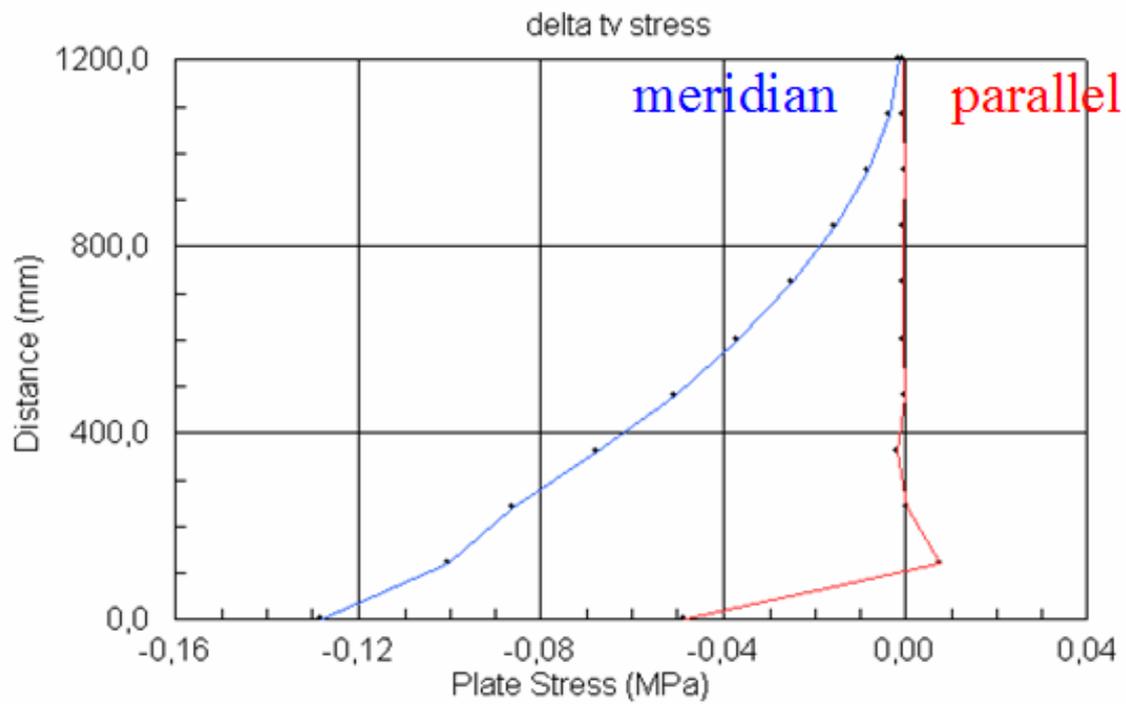
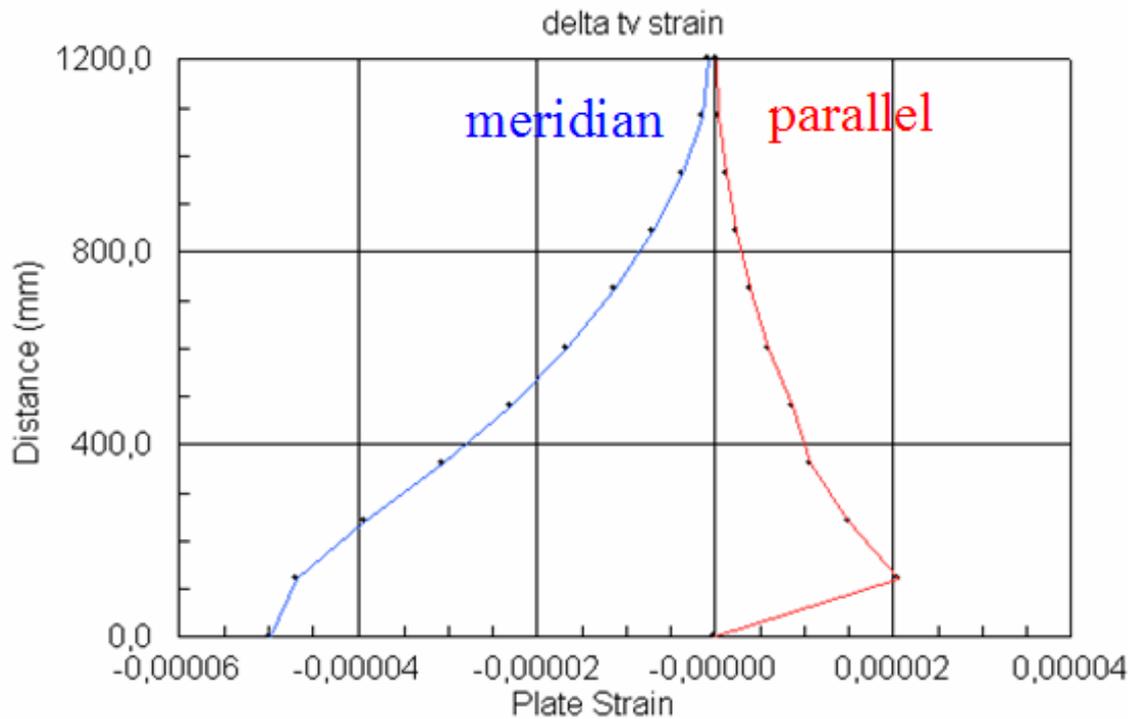


Figura 54





Le tensioni di meridiano generate dalle tensioni tangenziali dinamiche sono decrescenti con l'aumentare dell'altezza, mentre quelle di parallelo sono costanti e di valore praticamente nullo. Le deformazioni sono entrambe crescenti verso la base. L'effetto del fondo è esplicitato dai picchi visibili ad una ventina di centimetri dal fondo, o comunque dalle variazioni di andamento globale presenti nella suddetta fascia.

Considerando poi i due casi nel loro complesso: caso statico e caso dinamico totale si potrà dire che il caso statico si avrà attraverso la somma tra le due sollecitazioni statiche descritte pocanzi:

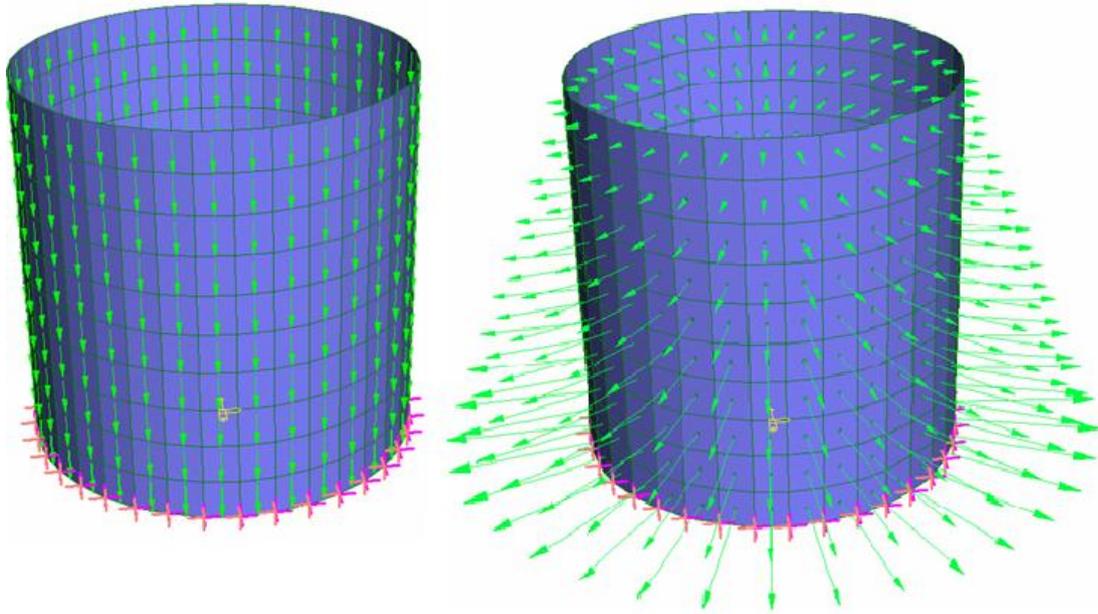
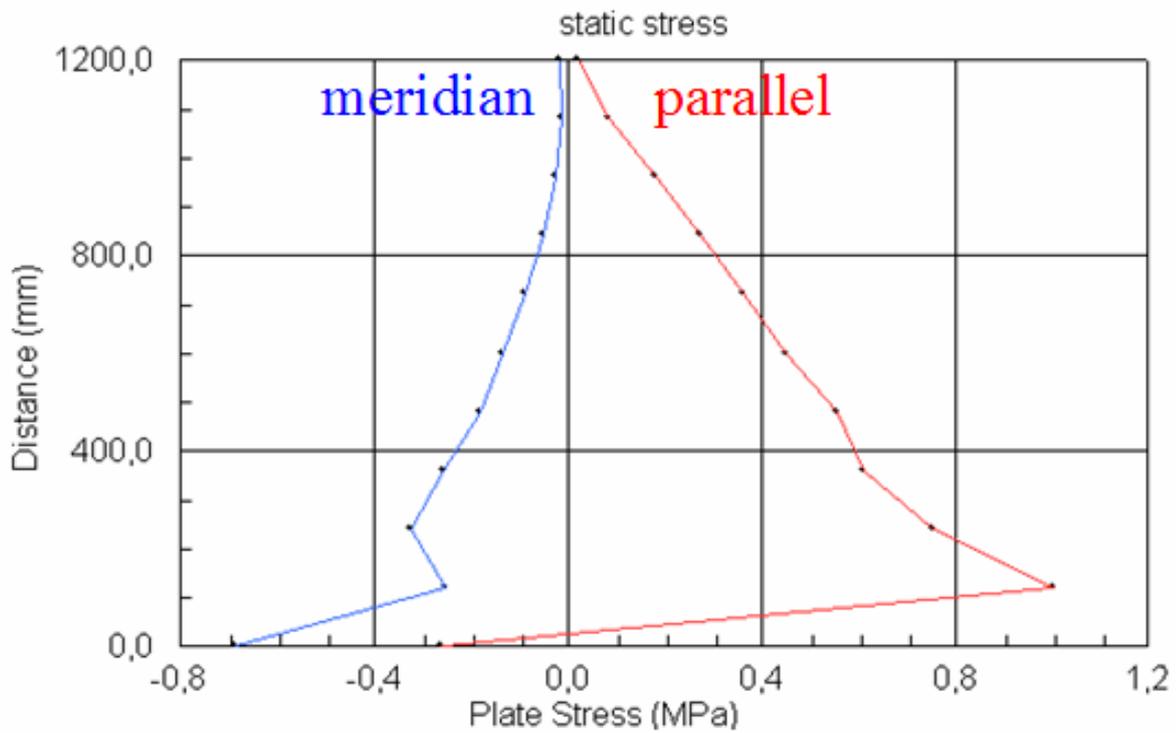
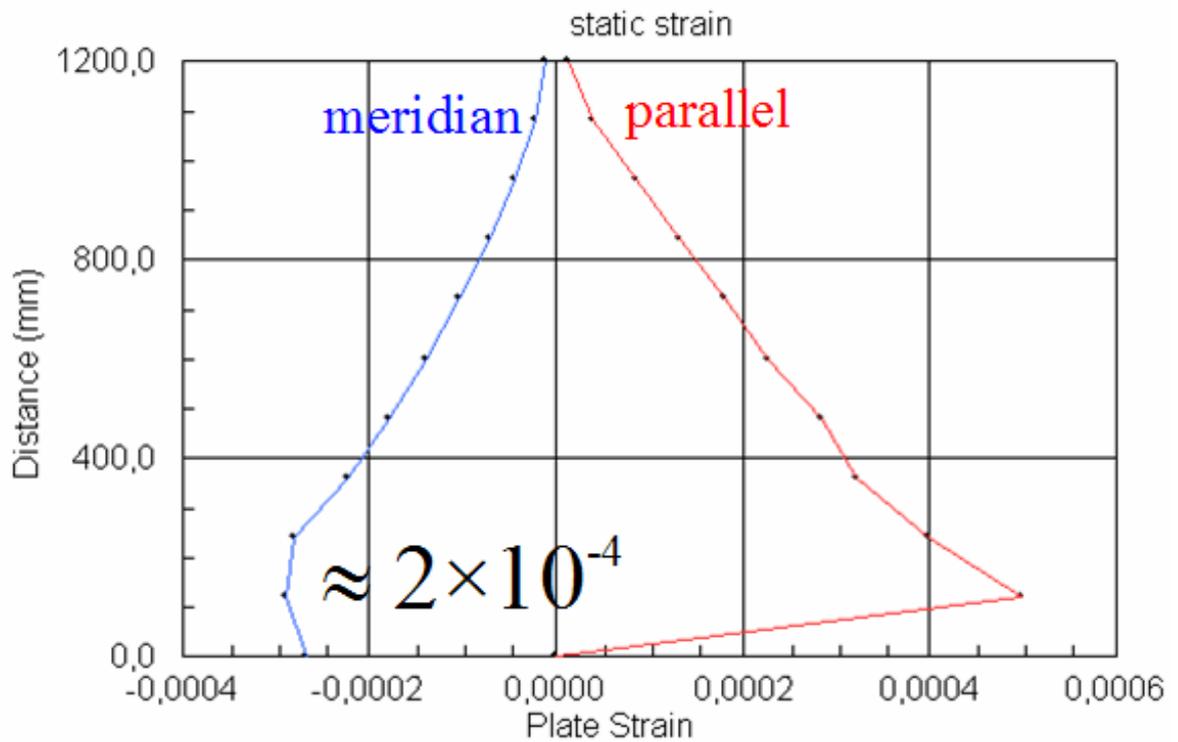


Figura 55





Quindi nella condizione statica si avranno sollecitazioni che porteranno a tensioni crescenti se ci si abbassa verso la base del silo, con tensioni di meridiano di compressione e tensioni di parallelo di trazione. Le deformazioni saranno corrispondenti alle tensioni con un'ordine di grandezza comunque paragonabile ai precedenti spessori cioè circa 10^{-4} .

Occorre ricordare che la fascia più bassa non fornisce risultati attendibili in quanto influenzata dal vicolo di incastro posto in sostituzione della base.

Infine analizziamo il caso totale in cui il silo così trattato è sollecitato da sisma, si avranno quindi la somma degli altri due casi dinamici per ottenere tensioni e deformazioni graficati qui sotto:

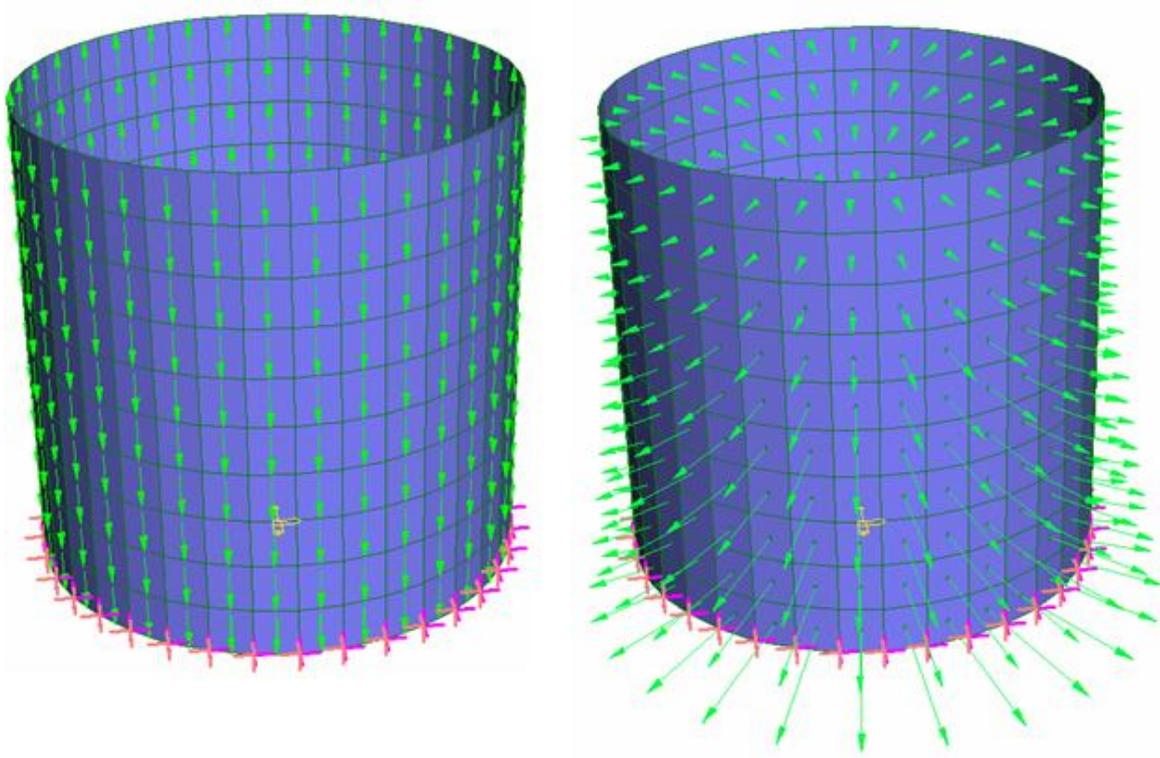
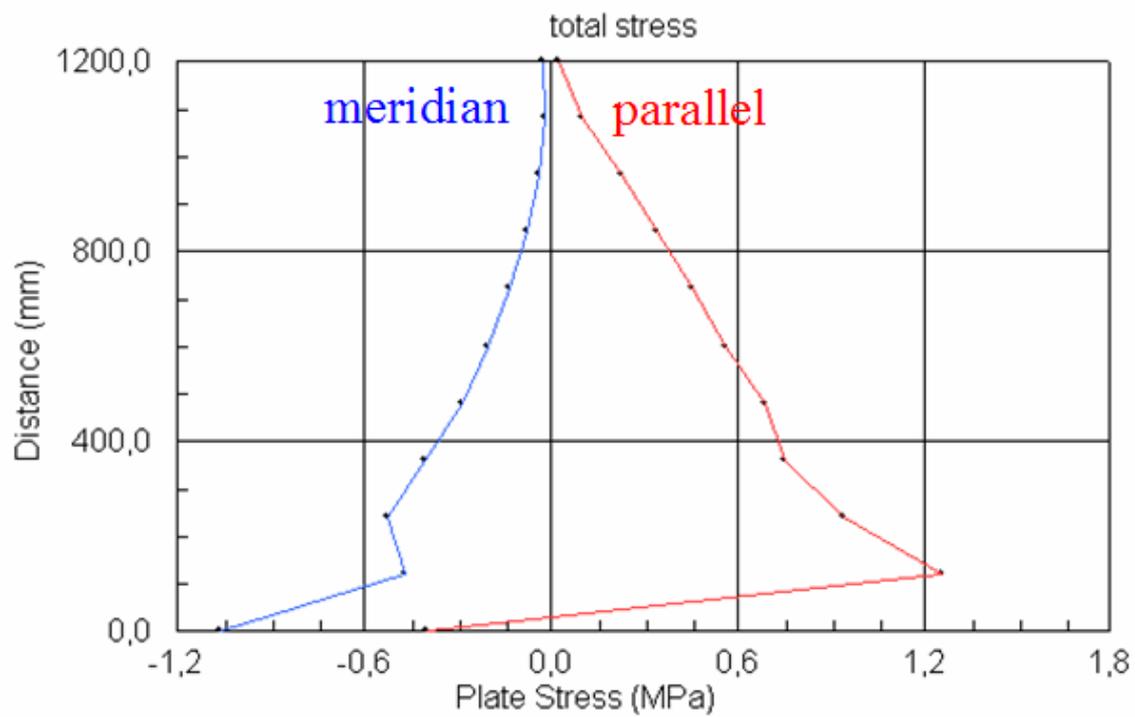
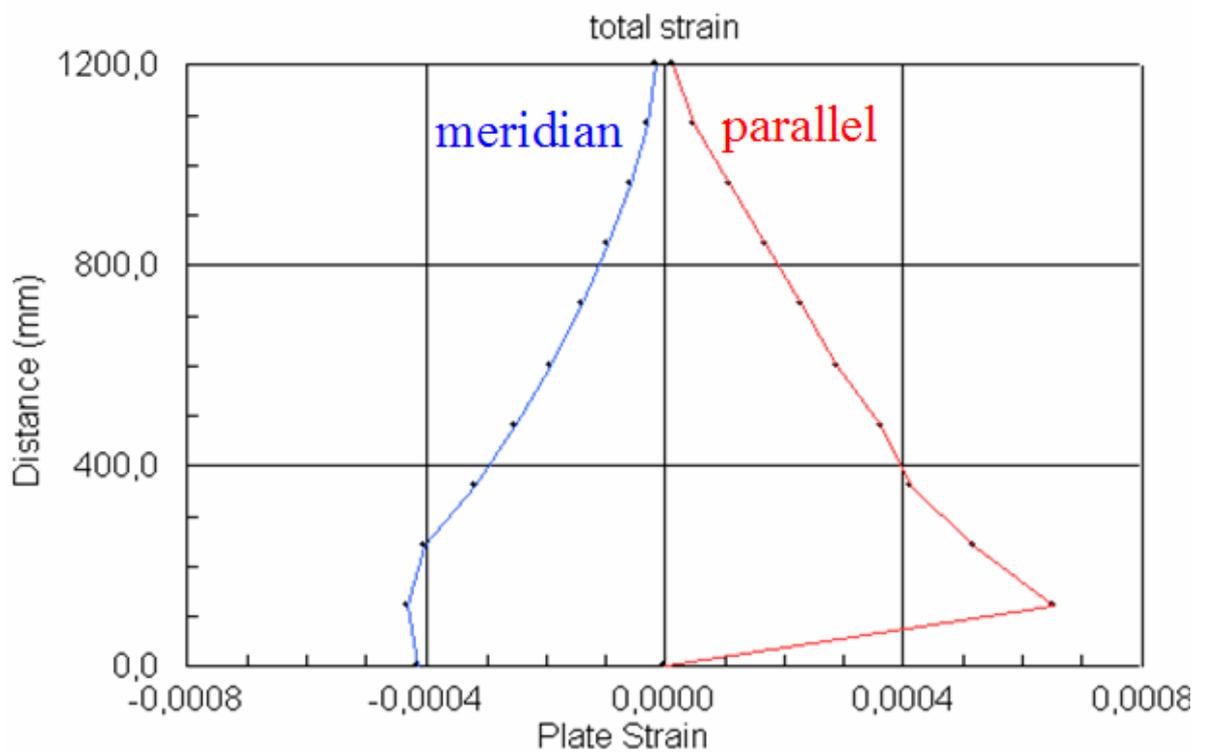


Figura 56

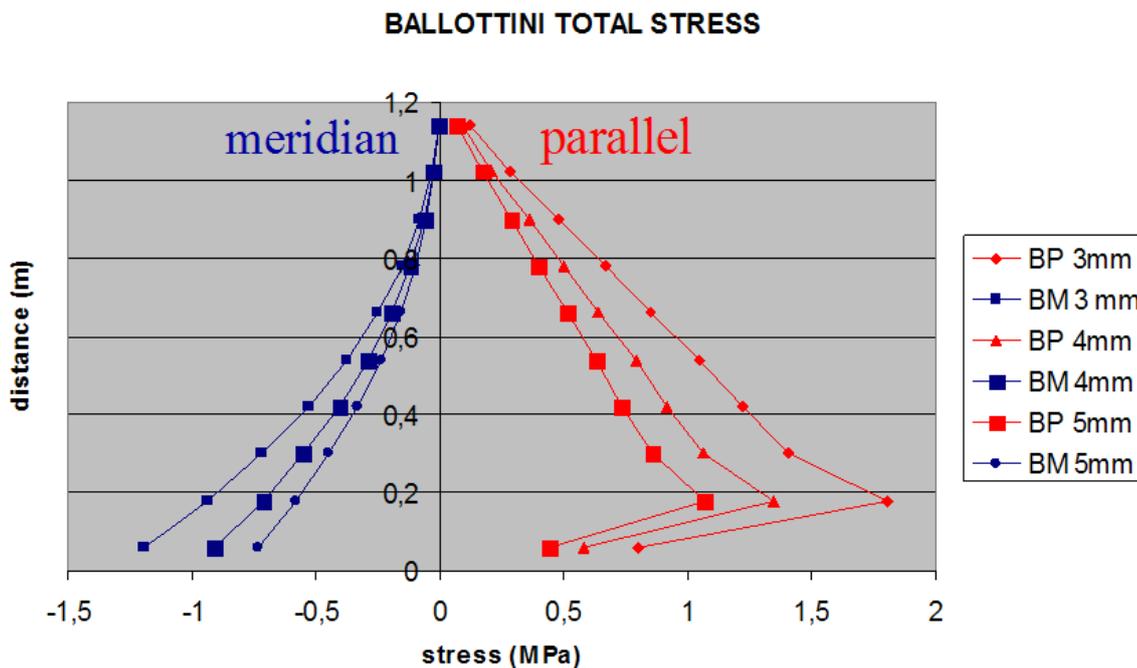




Le tensioni totali hanno un andamento crescente verso il basso sia per quelle di parallelo che di meridiano, vengono ad essere influenzate a circa 20 cm dal fondo dall'incastro alla base, e queste vengono a generare deformazioni analoghe come andamento.

11.5.4. Confronto 3,4, e5 mm e conclusioni

Passaggio fondamentale al fine della futura scelta dello spessore più adeguato è il confronto tra i risultati ottenuti per i tre spessori in esame rispettivamente per tensioni e deformazioni. I grafici sottostanti mostrano quindi gli andamenti descritti nelle pagine precedenti posti a confronto tra loro. In primis si avrà il confronto tra le tensioni totali di parallelo e meridiano:



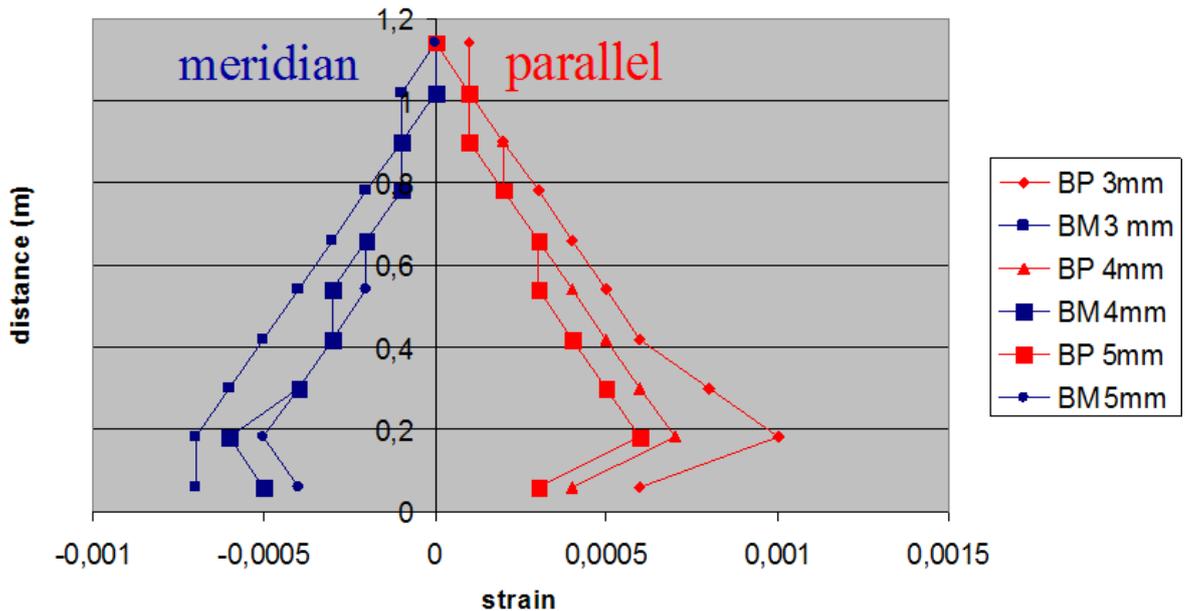
Soffermiamoci innanzitutto sulle tensioni di meridiano, graficate in blu. Come è chiaramente leggibile dal grafico le tensioni sono maggiormente rilevanti nel provino con spessore minore, cioè quello da 3 mm, per poi trovare quelle del provino da 4 ed infine quelle relative al provino da 5 mm di spessore.

Passando all'osservazione delle tensioni di parallelo possiamo notare come questa sequenza si ripeta evidenziando maggiori valori per il provino più sottile.

Si può notare inoltre come le tensioni di meridiano siano molto meno influenzate dal vincolo di base rispetto a quelle di parallelo, in cui è ben visibile un picco a 18-20 cm dal fondo immotivato altrimenti.

Si prosegue quindi con la visualizzazione anche delle deformazioni derivanti da questo stato pensionale appena descritto, avremo il confronto nel grafico sottostante:

BALLOTTINI TOTAL STAINS



Le deformazioni totali di meridiano e parallelo risultano di entità realmente molto bassa, dell'ordine di grandezza del 10^{-4} , e quindi quasi ad un limite di tolleranza del calcolo.

Questo comporterà una rilevazione leggermente distorta di queste grandezze causa arrotondamento, questo non intaccherà la lettura del confronto.

Le deformazioni di meridiano mostrano un netto distacco tra i valori corrispondenti ai provini di 4-5 mm e quelli del provino più sottile. In questo grafico al contrario rispetto al precedente sono ben visibili le imperfezioni alla base date dall'incastro posto nel modello.

Le deformazioni di parallelo seguono una logica analoga, quelle relative al provino da 3 mm risultano di valore più elevato anche se maggiormente sensibili delle imperfezioni nella fascia della lunghezza d'onda in cui agisce l'influenza della base.

In conclusione si può affermare che la scelta ottimale sarebbe un provino di 3 mm di spessore. La sua maggiore deformabilità permetterebbe uno stato tensionale della parete maggiormente rilevante e quindi generante anche una più evidente deformazione. Queste due conclusioni sono utili al fine della rilevazione delle pressioni sulla parete del silo, soprattutto legata alla precisione di misura dei sensori.

12. Provino 2 - 100 cm – Ballotini glass

In seconda battuta si considera un provino cilindrico del tutto analogo al precedente ma di dimensioni minori, cioè di altezza e diametro di 100 cm analizzato sempre con spessori analoghi ai precedenti cioè 3, 4 e 5 mm. Per questa geometria occorre come in precedenza l'individuazione delle pressioni dinamiche generate dalle applicate poi al modello sotto forma di carichi statici. Eseguendo quindi un'analisi statica lineare si otterranno tensioni e deformazioni a cui sarà soggetta la parete, in modo da poter avere dati facilmente confrontabili con gli altri provini testati e giungere alla scelta di quello più ottimale. Inoltre sarà possibile il confronto anche tra le tensioni totali relative ai vari spessori scelti.

Ripercorriamo quindi i passi affrontati sin'ora con l'altro provino in modo tale da prevedere i risultati anche per eventuali modifiche progettuali.

12.1. Calcolo delle pressioni

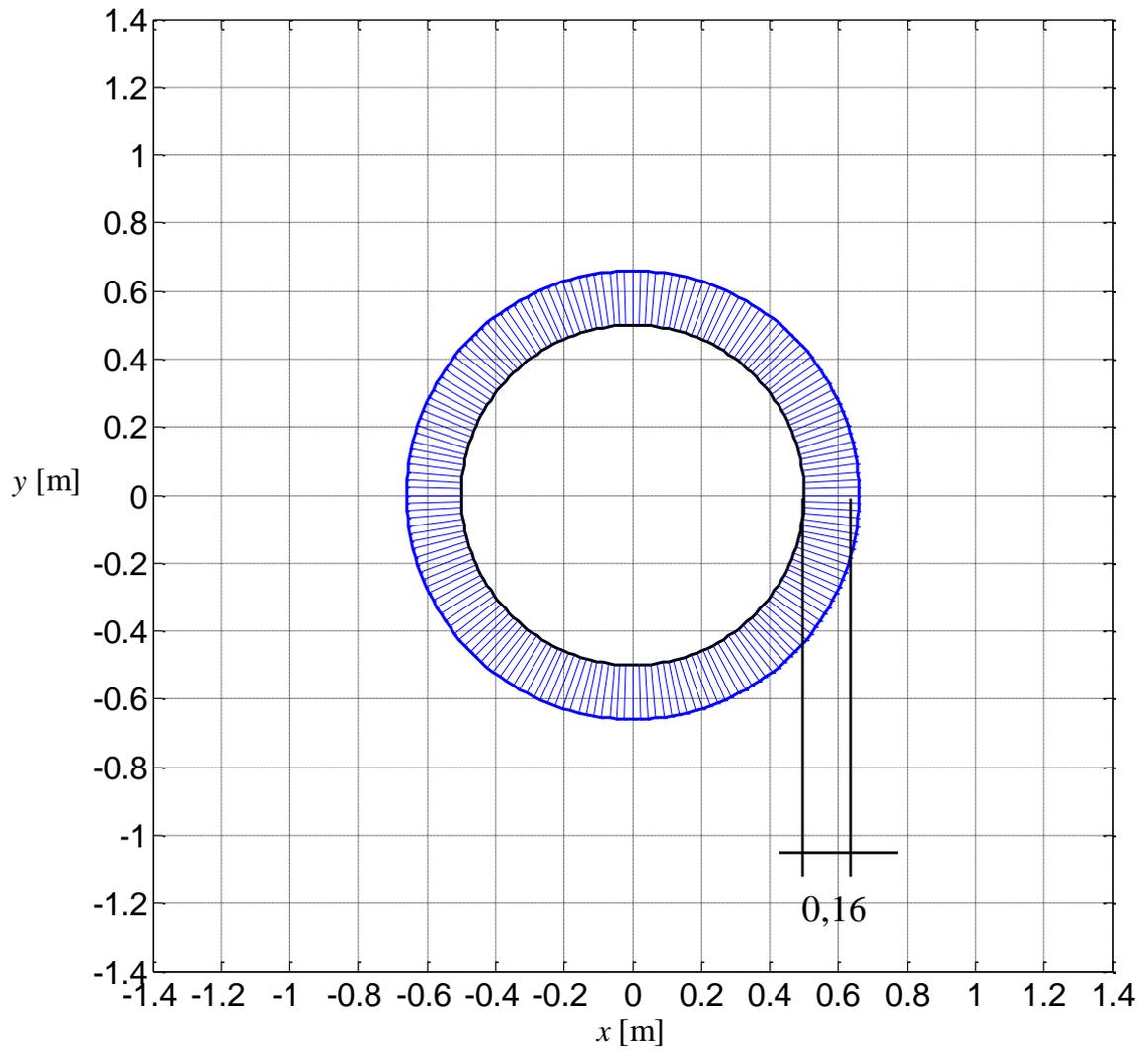
Si individuano quindi le pressioni che l'insilato provoca sulle pareti, considerate infinitamente rigide, utilizziamo quindi nuovamente la programmazione in Matlab delle formule esposte nel capitolo riguardante la teoria Trombetti et al..

Le pressioni individuate saranno le $p_{h,GW}$ e Δp_{max} a varie quote z , la cui origine è posta al pelo libero del materiale. Le pressioni determinate e qui sotto esposte andranno poi ad essere applicate al modello FEM come carico statico per l'analisi statica della sollecitazione sismica.

Quota 0,25H:

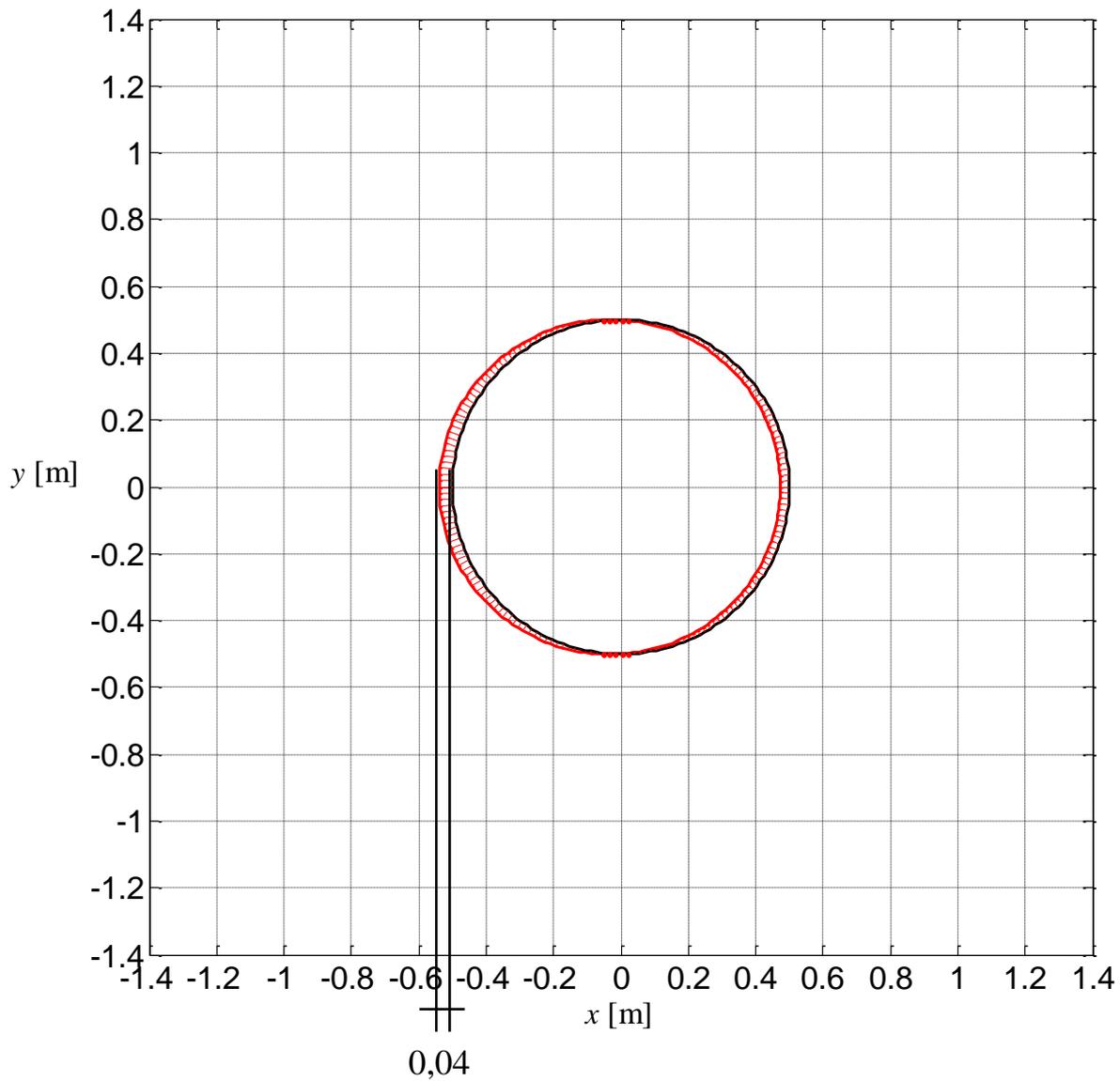
$$p_{h,GW} = 0,16 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 160 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

p_{h1} [N/cm²] , $z = 0.25 H$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,04 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 40 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad , \quad z = 0.25 \text{ H}$$

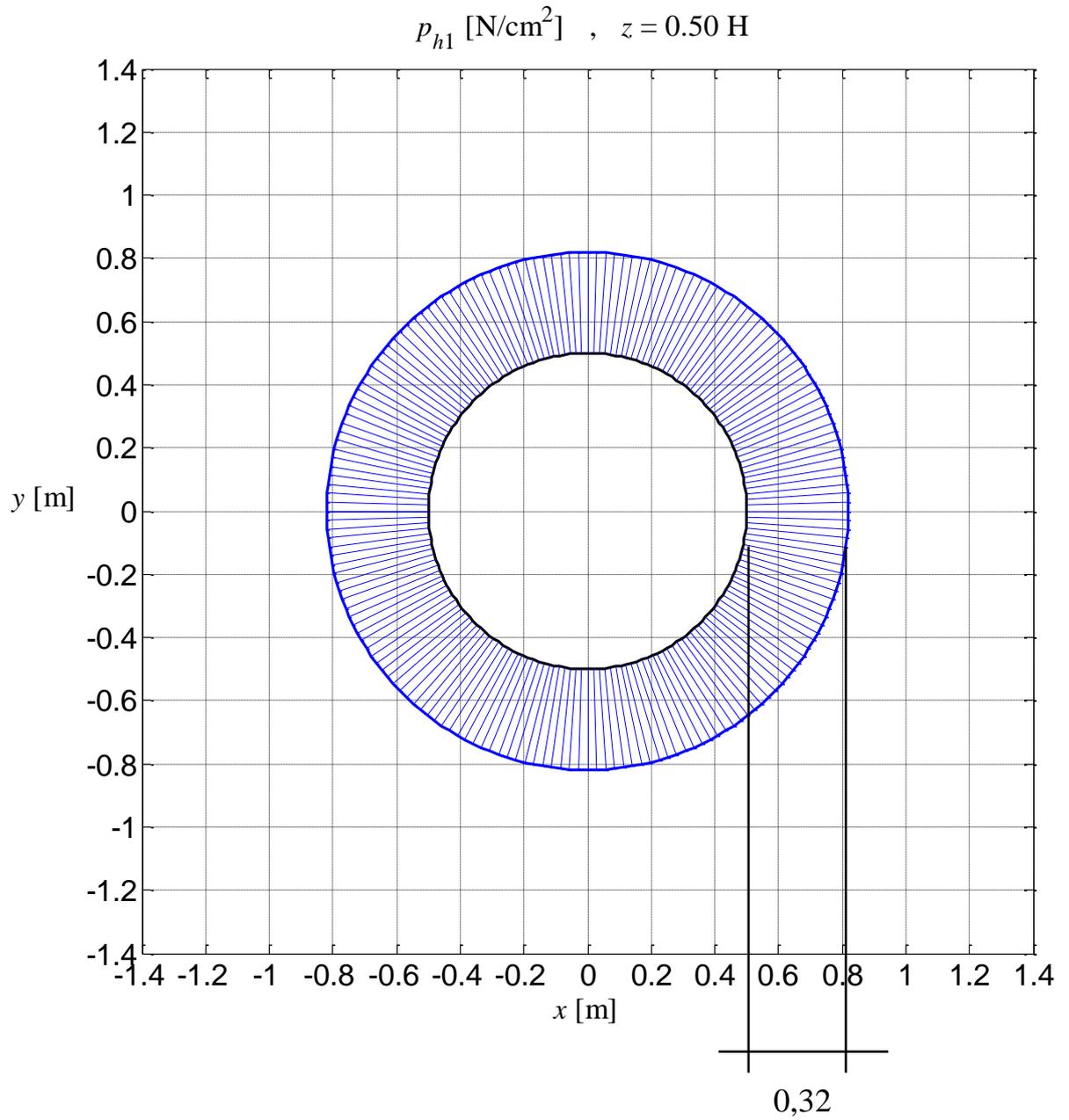


Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$p_{h,tot,max} = 0,20 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 200 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

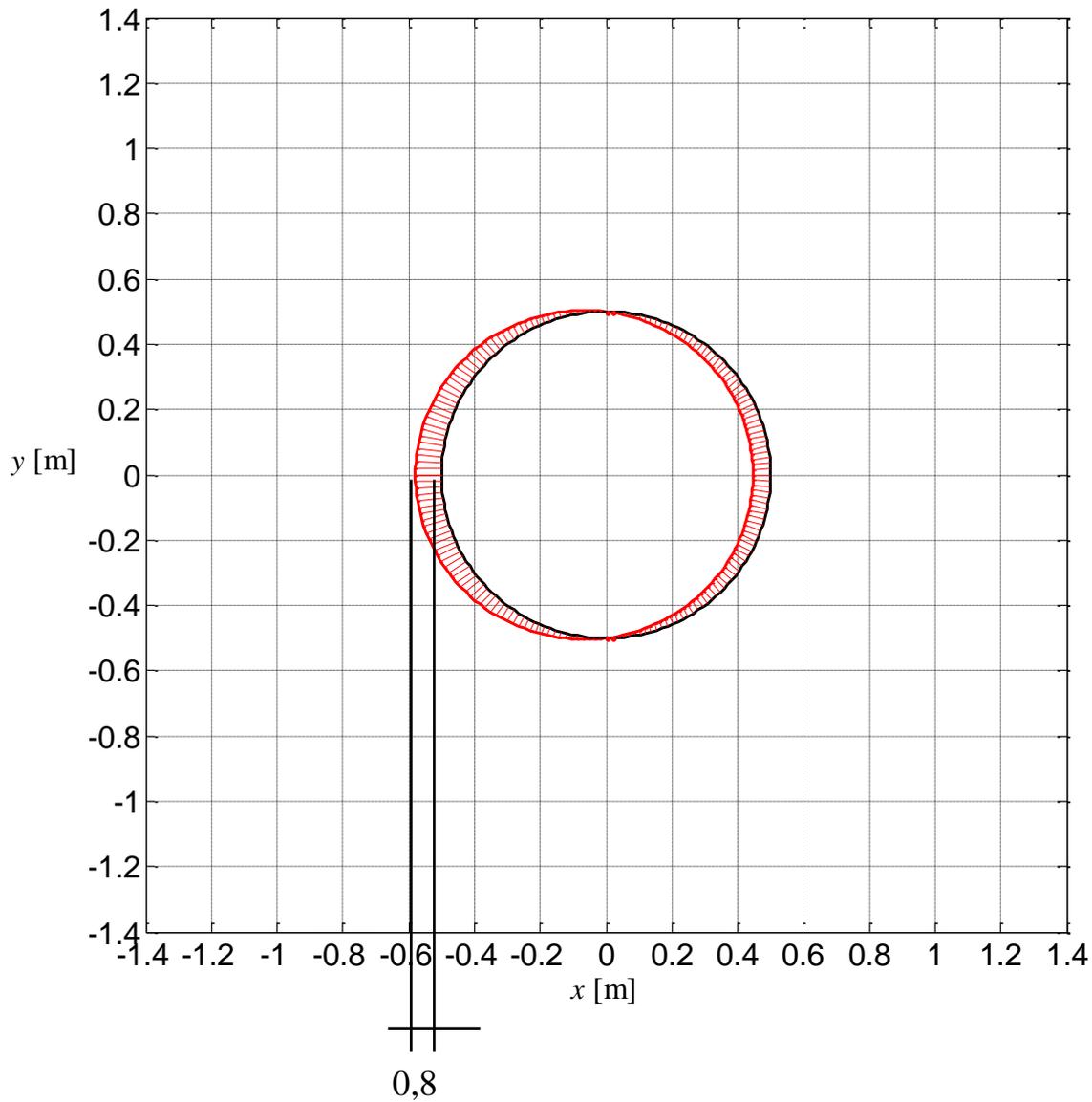
Quota 0,5H:

$$p_{h,GW} = 0,32 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 320 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,08 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 80 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad , \quad z = 0.50 \text{ H}$$

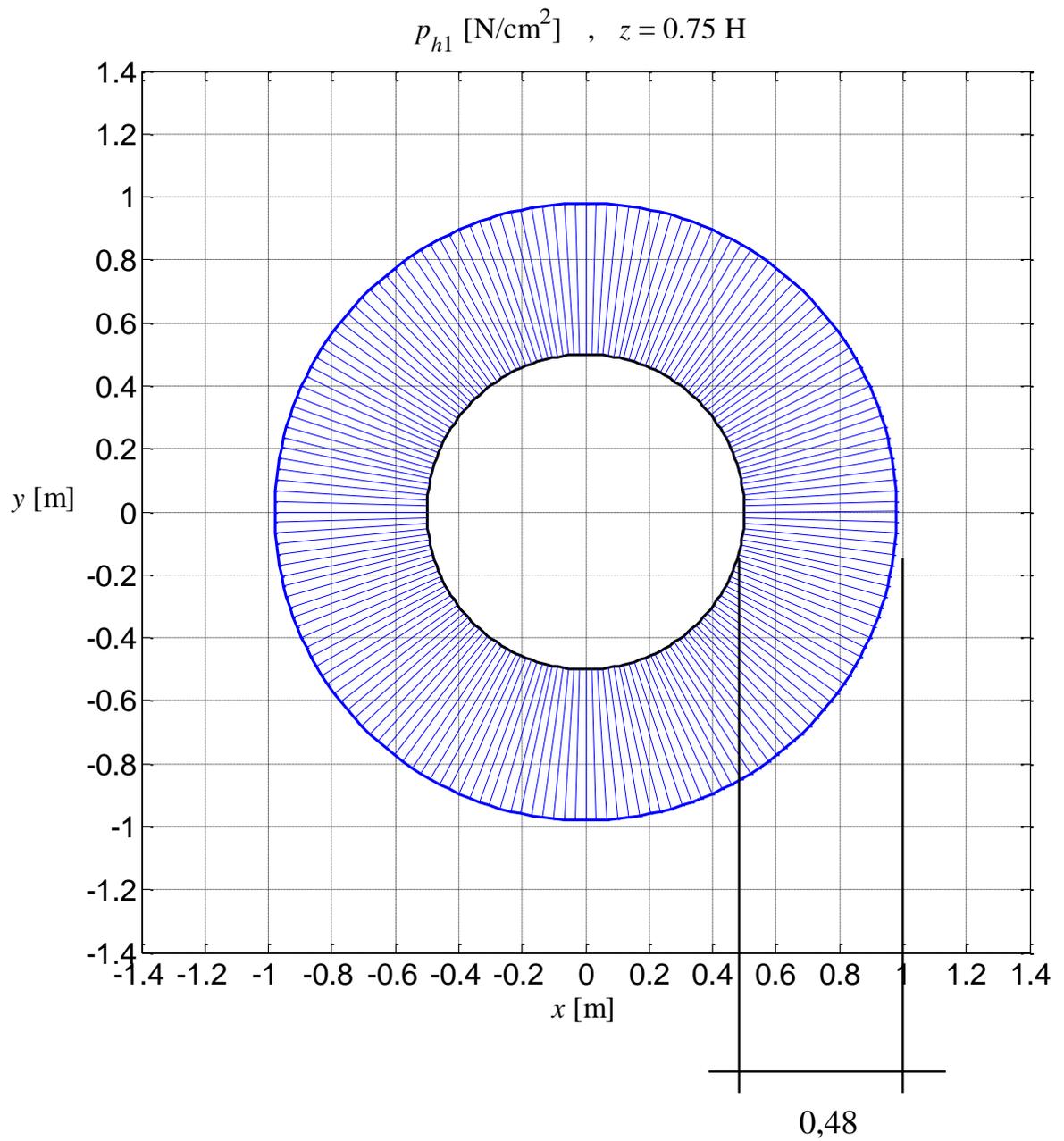


Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$p_{h,tot,max} = 0,4 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 400 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

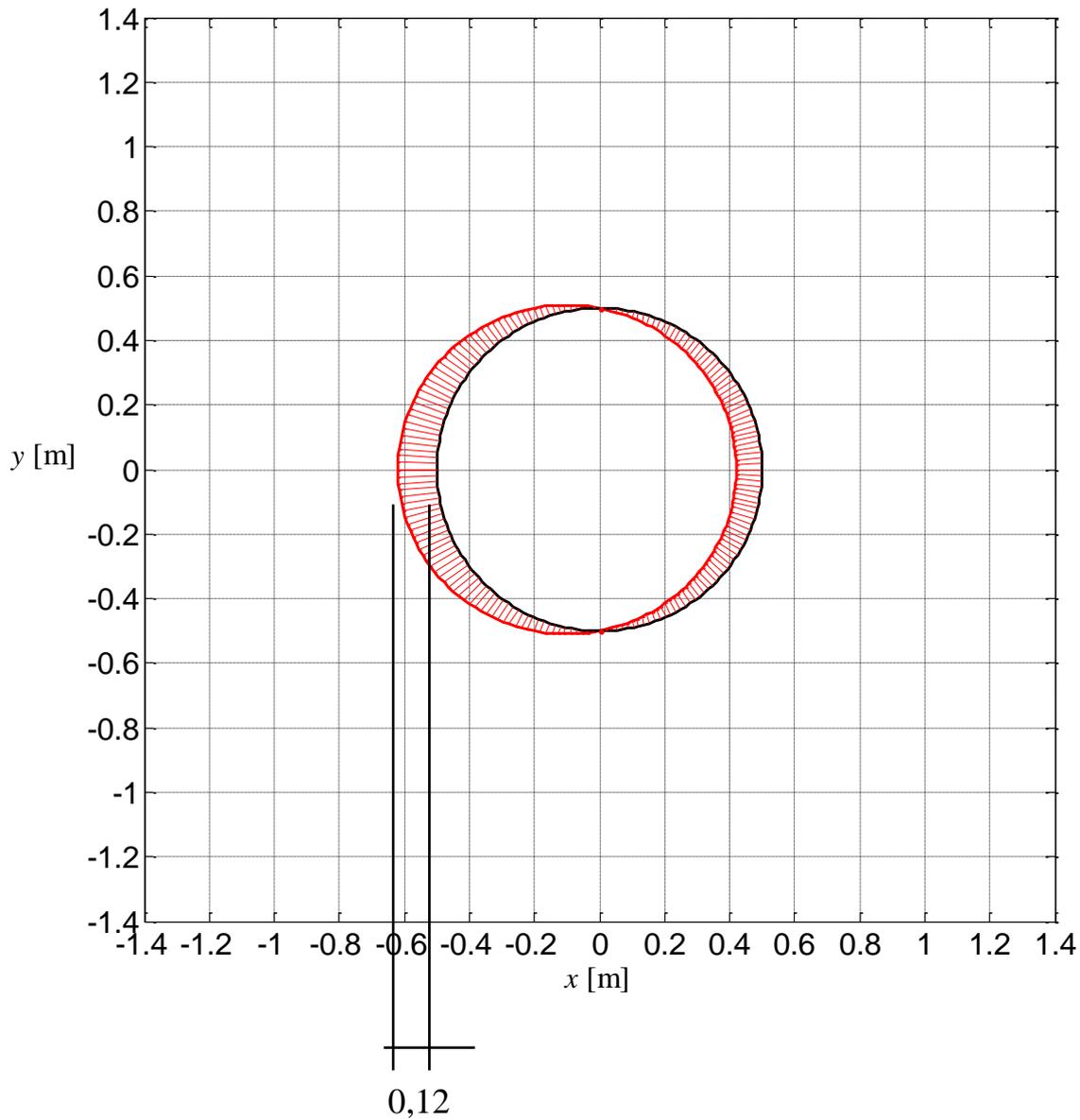
Quota 0,75H:

$$p_{h.GW} = 0,48 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 480 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,12 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 120 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{] , } z = 0.75 \text{ H}$$

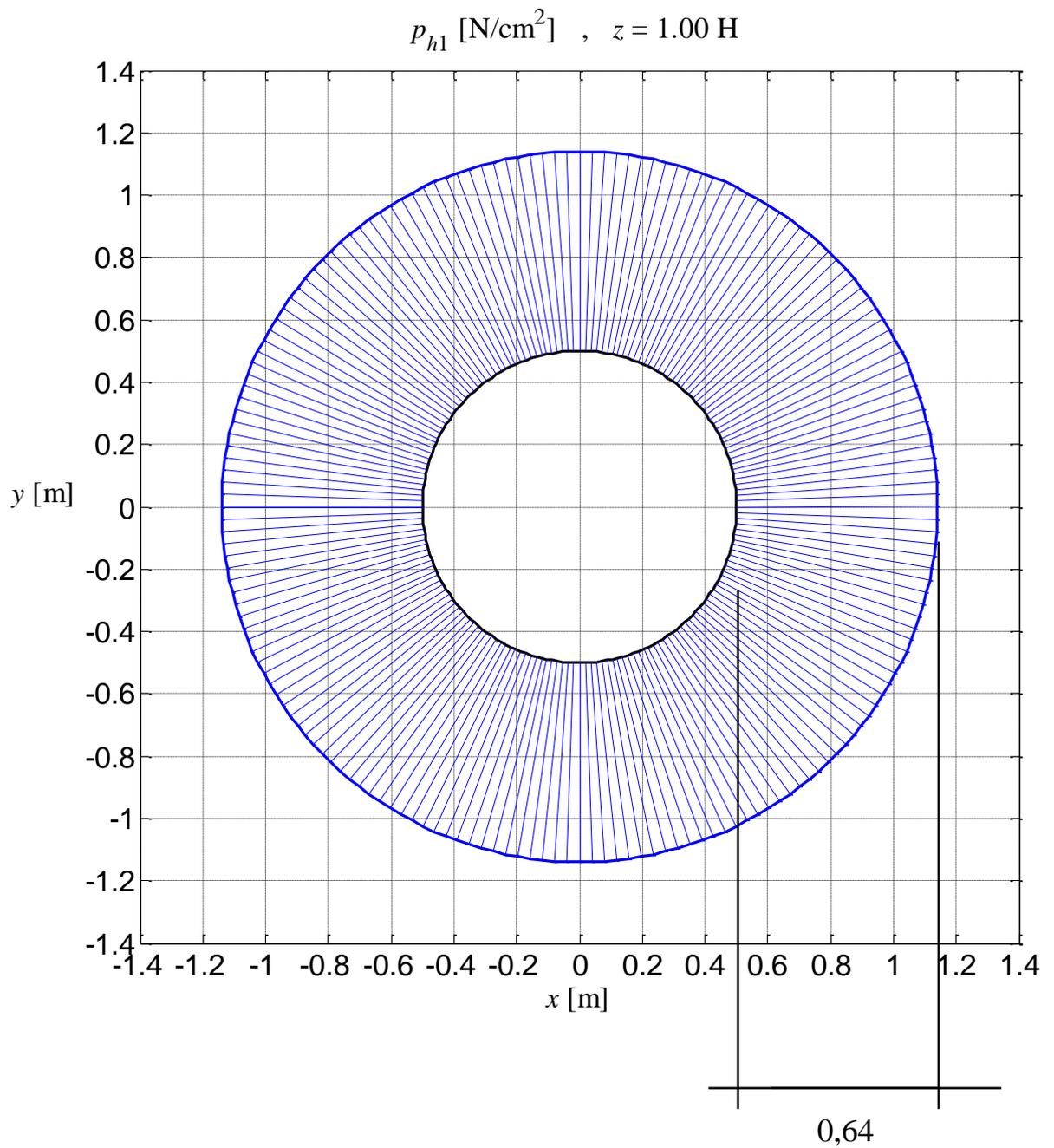


Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$p_{h,tot,max} = 0,6 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 600 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

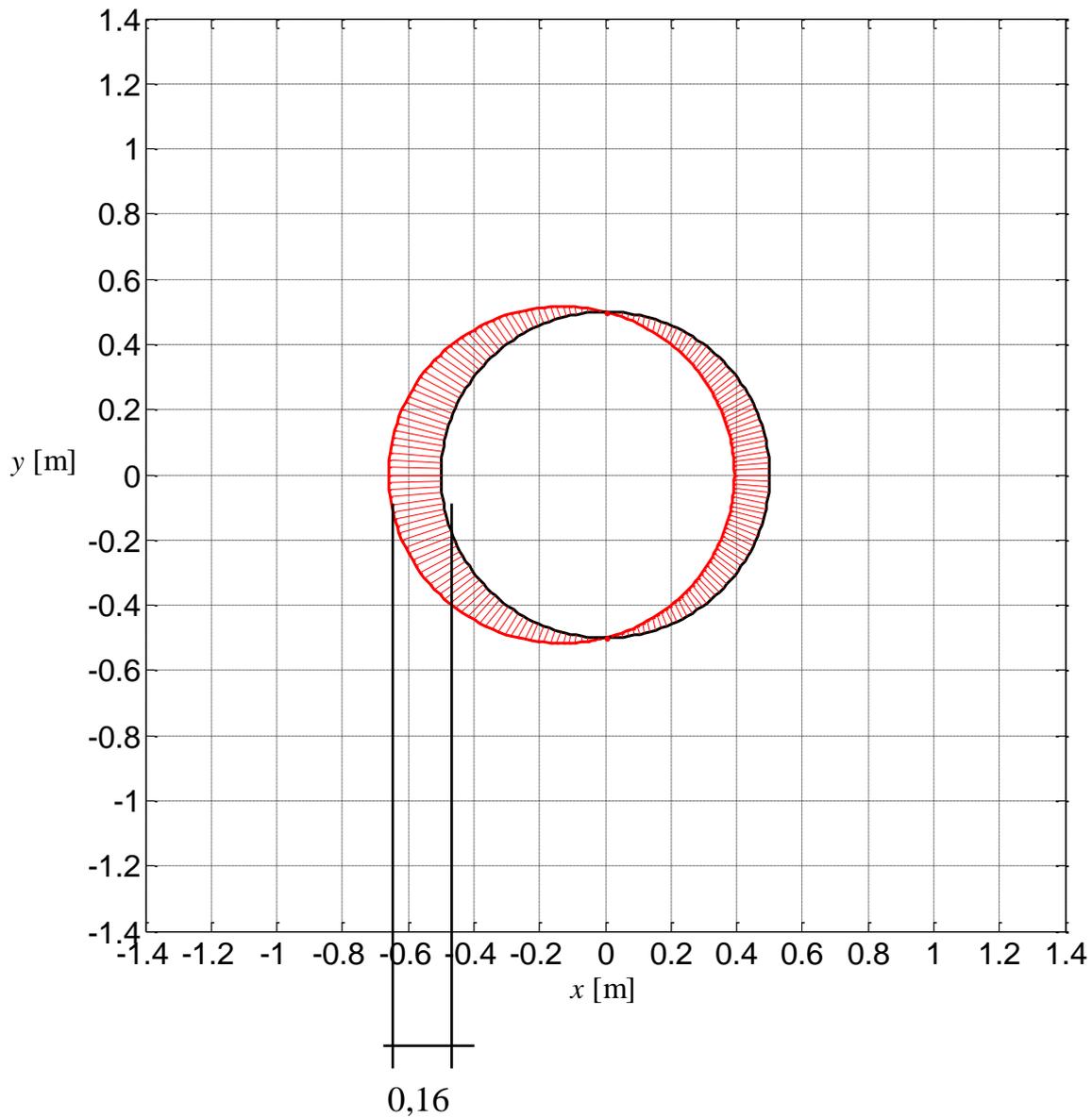
Quota H:

$$p_{h,GW} = 0,64 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 640 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,16 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 160 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} \text{ [N/cm}^2\text{]} \quad , \quad z = 1.00 \text{ H}$$



Avremo quindi alla base una pressione totale sulle pareti in condizione dinamica pari a:

$$p_{h,tot,max} = 0,96 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 960 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

12.2. Compatibilità tra pressioni e sensori

12.2.1. Sensori a rilevazione superficiale

I sensori a tappeto hanno un range di rilevazione compreso tra 0 e 3,4 o tra 0 e 20,7 N/cm².
Quindi considerando le pressioni a 0,75 H avremo valori:

$$p_{hl} = 0.48 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.12 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.6 \frac{N}{cm^2}$$

Quindi perfettamente compatibili come entità al range più ristretto.

Si controllano quindi le percentuali formate dal rapporto pressione sollecitante- pressione percepibile così da confrontarlo con la linearità del sensore presente in tabella:

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{hl}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.48 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.0774 = 7,8\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.12 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.0194 = 1,94\%$$

$$\frac{p_{h,tot,\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.6 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.097 = 9,7\%$$

In questo caso essendo la linearità $\pm 3\%$ avremo una perfetta compatibilità.

12.2.2. Sensori a rilevazione puntuale



Il range di forza rilevabile con questa tipologia di sensore risulta essere tra 0 a 4,4 N e possiede un diametro della superficie di rilevazione pari a 9,53 mm come leggibile nella scheda tecnica riportata nel paragrafo di descrizione della tipologia di sensore. Quindi il range di pressione sarà:

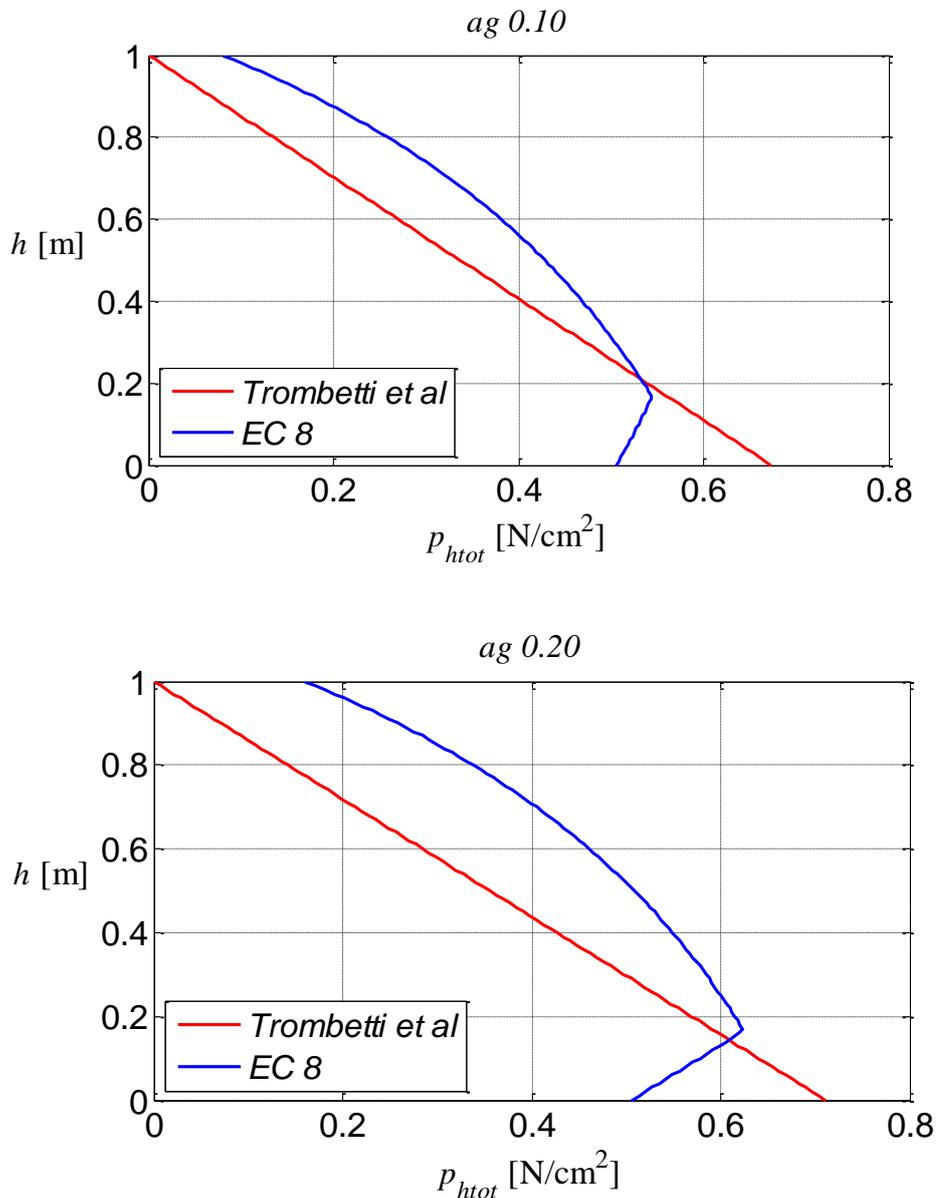
$$\frac{4,4}{4,765^2 \cdot \pi} = 0,062 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] = 6,2 \left[\frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \right] \quad [12.1]$$

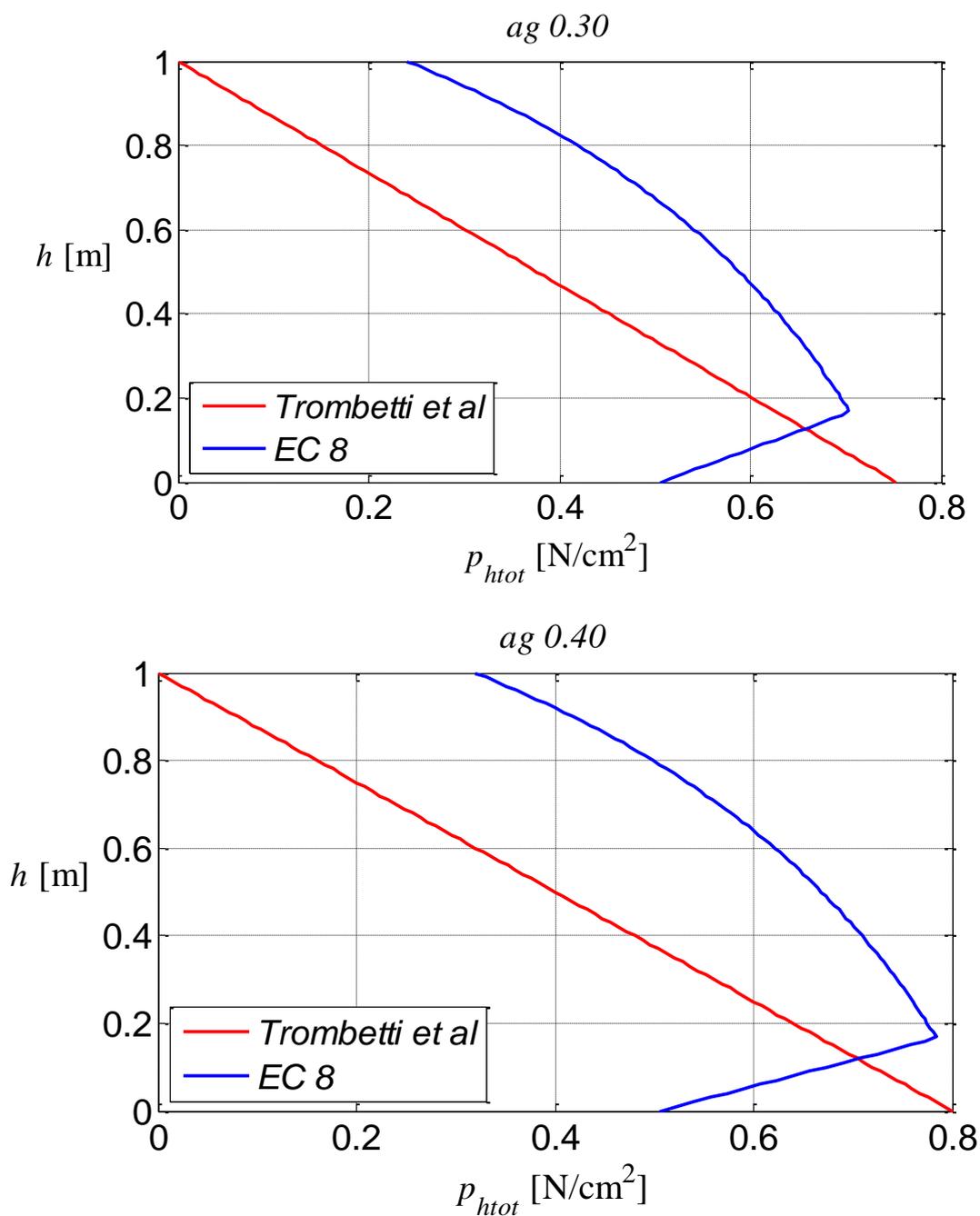
Quindi avremo un range da 0 a 6,2 N/cm² di pressione, occorre verificare anche per questo sensore se la linearità, che mostra l'errore di lettura, consente una misurazione non troppo condizionata da questo parametro.

Essendo l'errore minore o uguale al $\pm 3\%$ come in precedenza possiamo dichiarare compatibili le pressioni con quelle rilevabili dal sensore.

12.3. Confronto con l'EC8

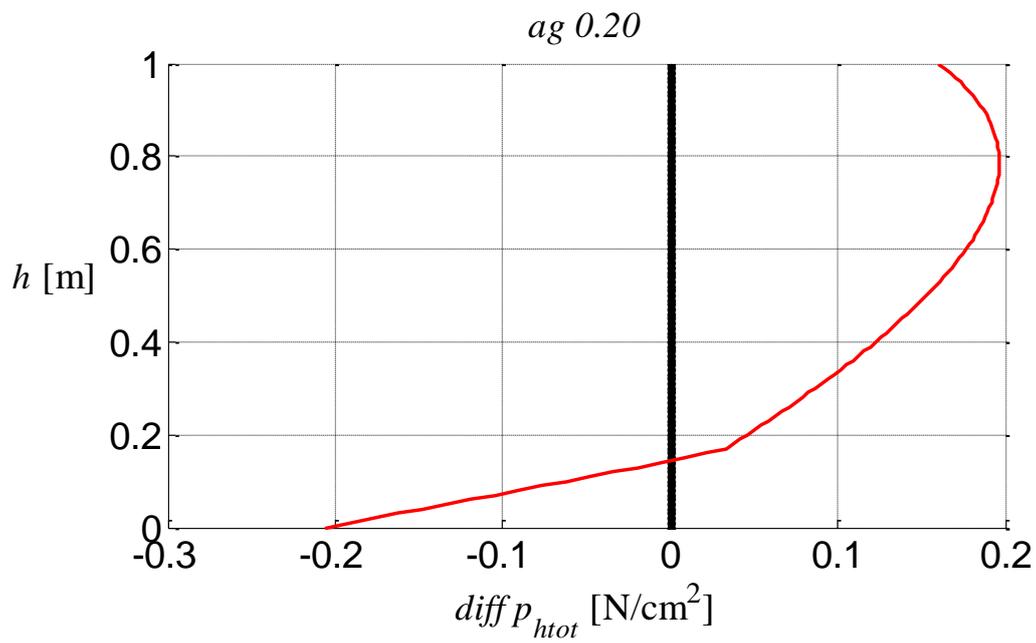
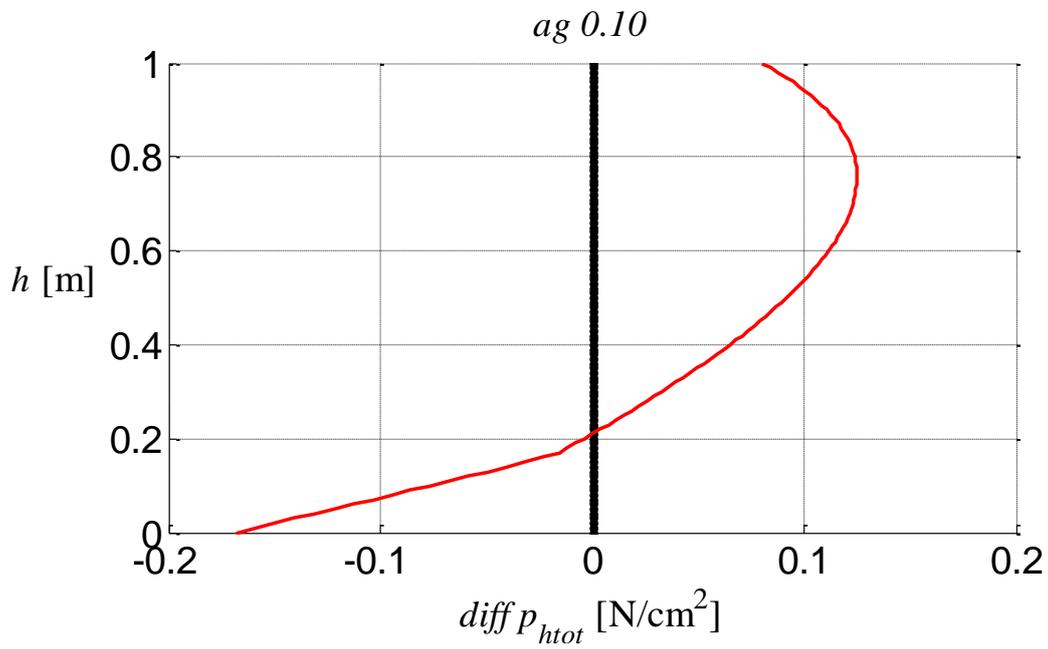
La nuova teoria è elaborata in quanto donante un beneficio rispetto alla precedentemente utilizzata. Quindi dopo aver calcolato le pressioni ci si interessa dell'entità del guadagno dato dall'utilizzo della nuova teoria, e quindi si confronta norma assodata e ricerca in atto. I grafici mostrati per il provino da 120 cm vengono rielaborati per quello da 100 cm e con questi si cerca di mostrare la distribuzione delle pressioni secondo l'Eurocodice 8 e secondo la teoria di Trobetti et al.. Le pressioni saranno come in precedenza strettamente dipendenti da a_{gh} , cioè dall'entità dell'azione sismica che si applica al silo in esame. Si considerano in primis le $p_{h,tot}$, cioè le pressioni orizzontali totali mostrate con variazione di accelerazione da 0,1 a 0,4:

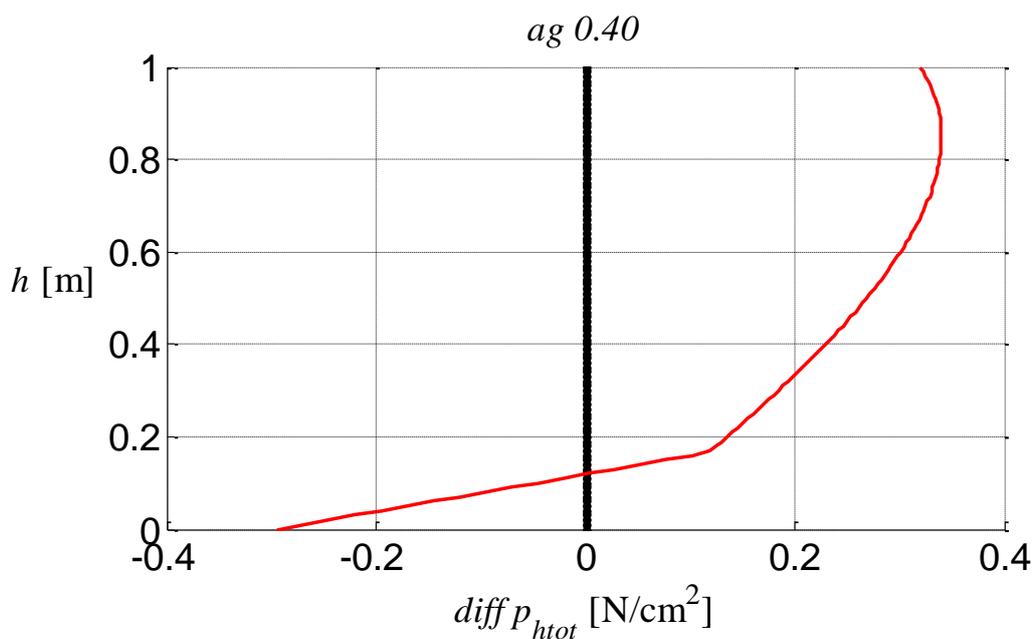
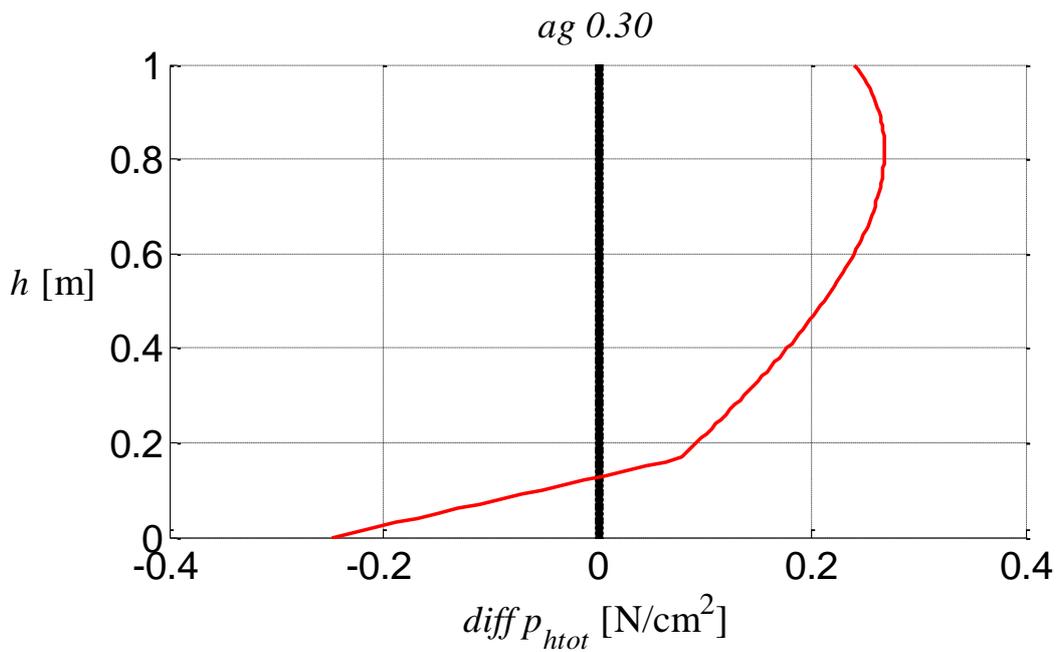




Da una prima occhiata, come d'altronde nell'analisi precedentemente esposta, la differenza più ovvia rimane la linearità del risultato della teoria Trombetti et al., confrontata all'Eurocodice. Inoltre è confermata, nonostante la variazione di diametro ed altezza, la tendenza globale all'aumento del divario tra le due teorie con l'aumento dell'accelerazione applicata. Avremo quindi un massimo beneficio nel grafico per accelerazione pari a 0,4 g. Si può quindi concludere che terminata la fascia di influenza del fondo (circa 18 cm) la nuova teoria porti ad una stima più vantaggiosa delle pressioni agenti sul silo in esame.

EsPLICITIAMO in modo ancor più evidente la differenza tra le teorie attraverso i grafici lungo l'altezza della differenza tra le due teorie:





I grafici che mostrano il divario tra le due teorie hanno valore massimo ad una quota di $0,8H$, a cui quindi corrisponderà il beneficio maggiore di adozione della teoria.

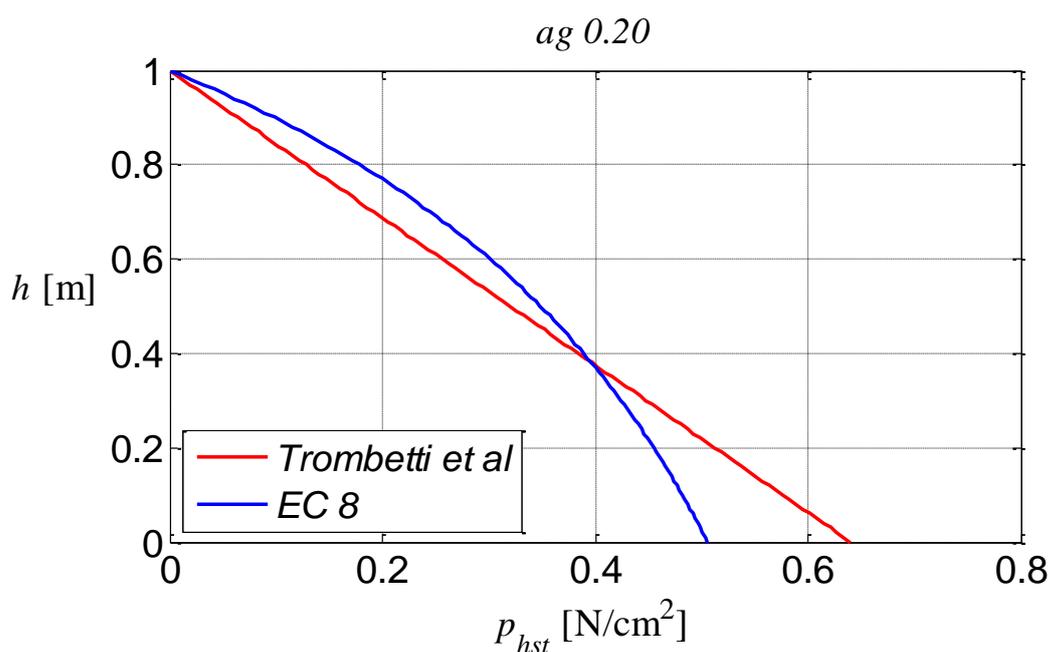
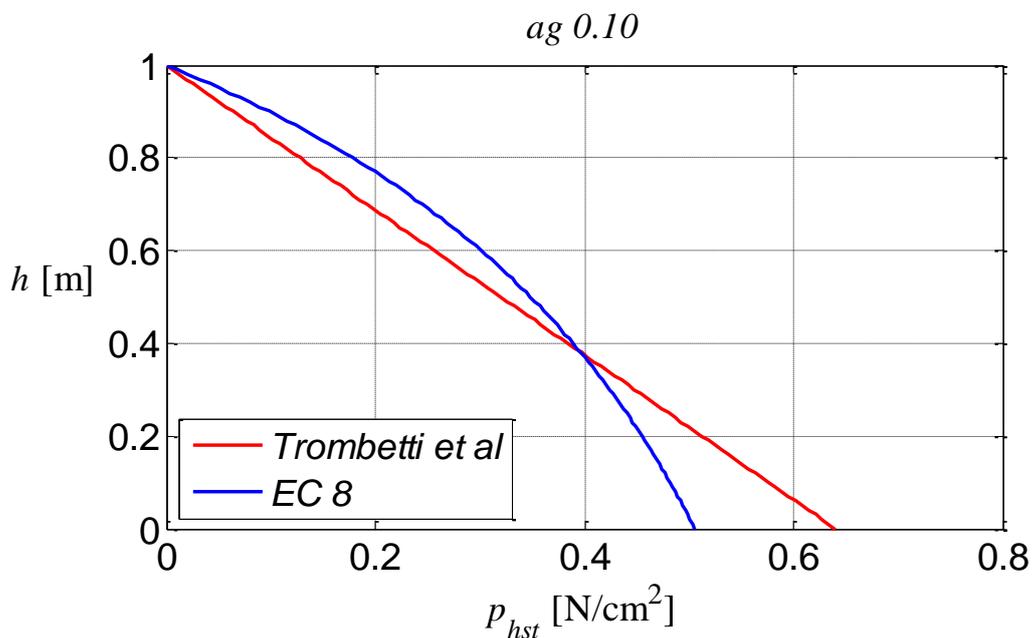
Mentre avranno valore uguale in corrispondenza del punto di nullo di ogni diagramma, circa a $0,18H$, probabilmente effetto finale dell'influenza del fondo vincolato.

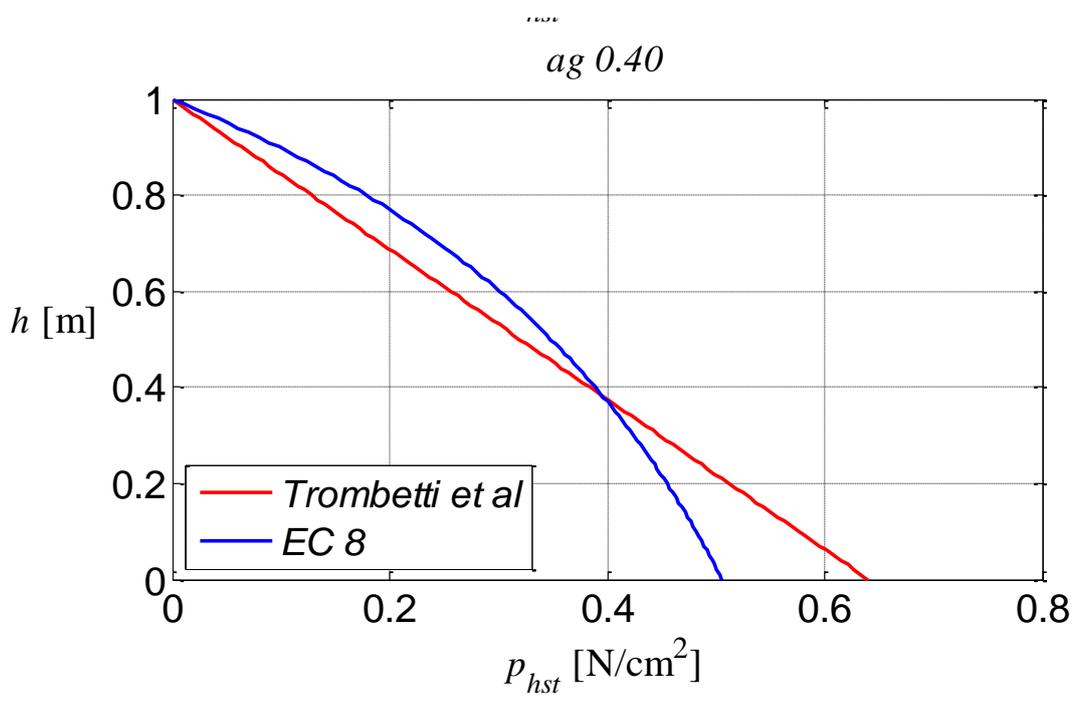
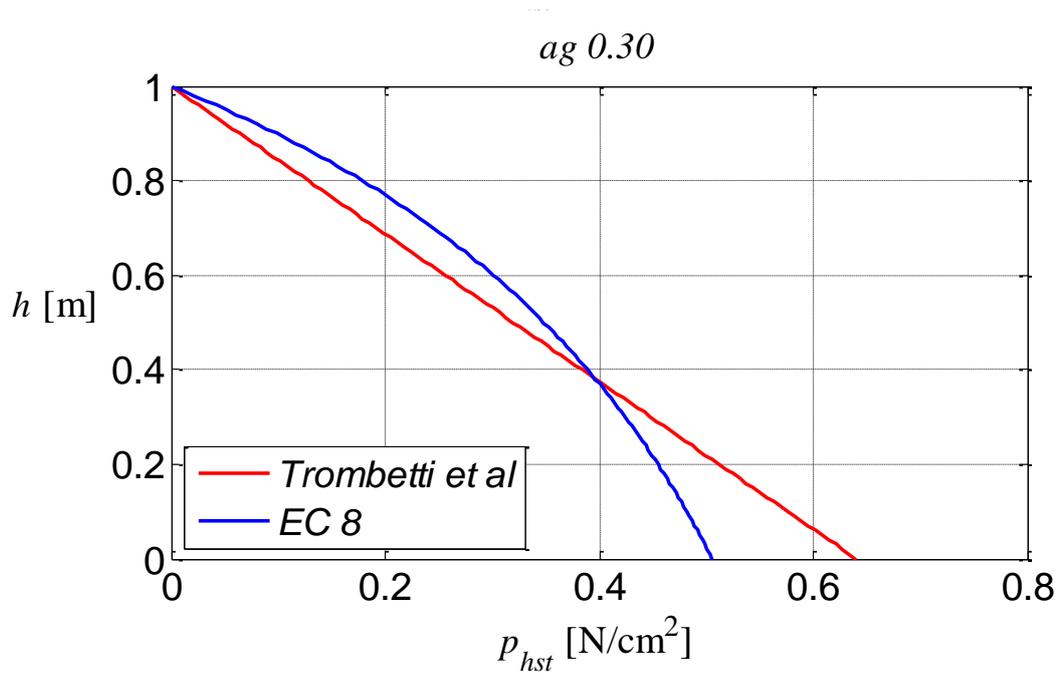
Tranne la zona "critica", ad ogni quota risalta spiccatamente la convenienza nella nuova teoria.

Il beneficio sarà in parte derivante dalla miglior valutazione della condizione statica, in parte di quella dinamica, per avere misura dell'entità di queste quote è possibile tracciare i grafici relativi alla sola pressione statica orizzontale.

I grafici seguenti sono quindi indipendenti dall'accelerazione ed inoltre non vi è un beneficio molto minore rispetto a quello palpabile nell'analisi delle pressioni globali.

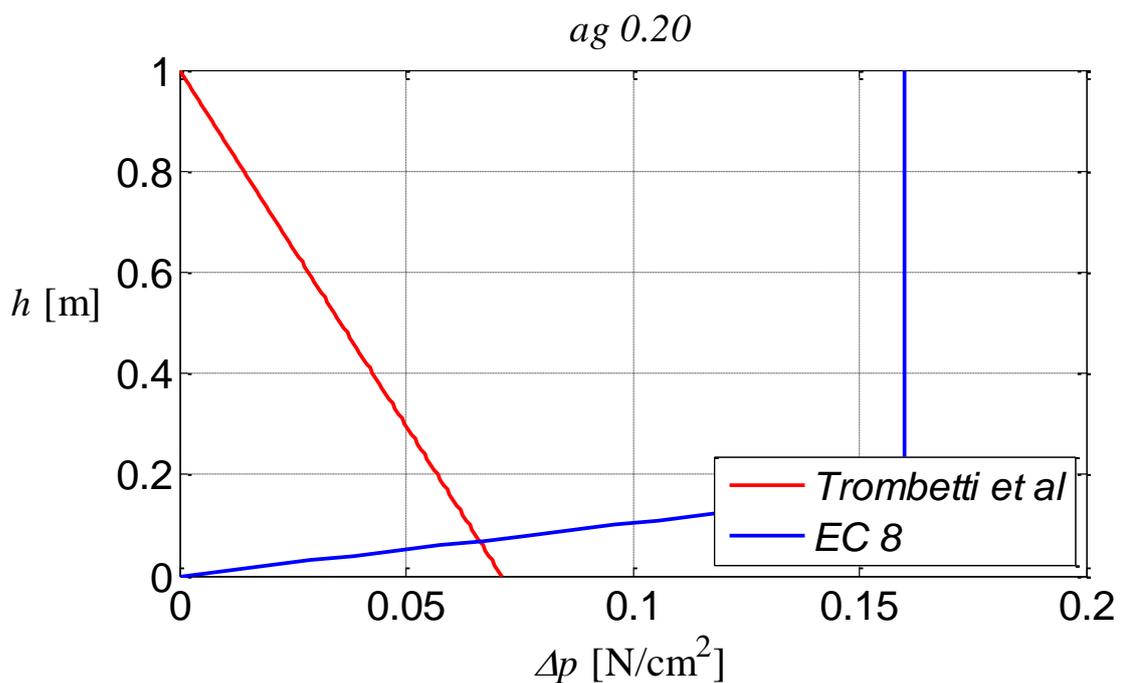
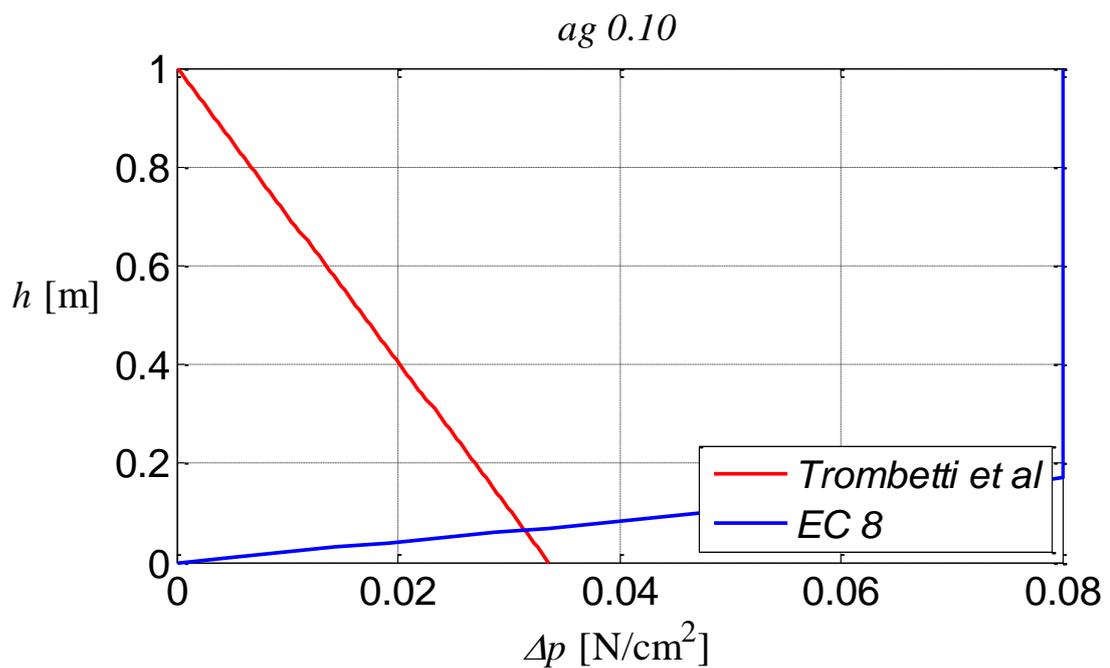
Il beneficio maggiore è incentrato ad una quota di circa 0,7H, e però si mantiene costante al variare di a_{gh} .



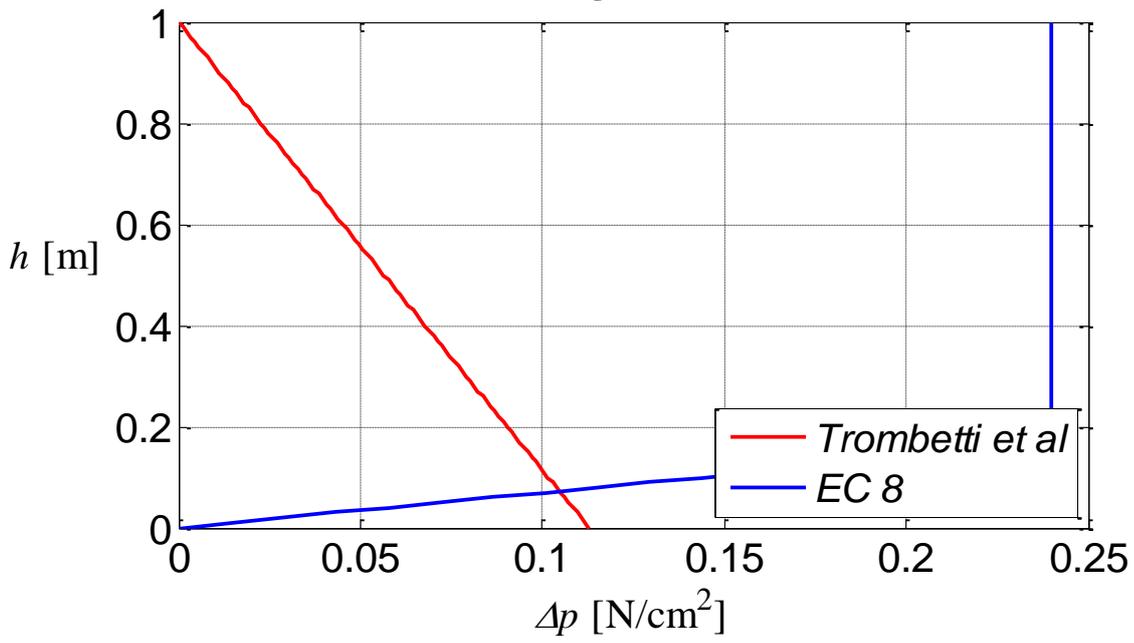


Il contributo di beneficio portato dalla condizione statica abbiamo visto essere molto limitato, grnparte del beneficio è infatti fornito dal caso dinamico.

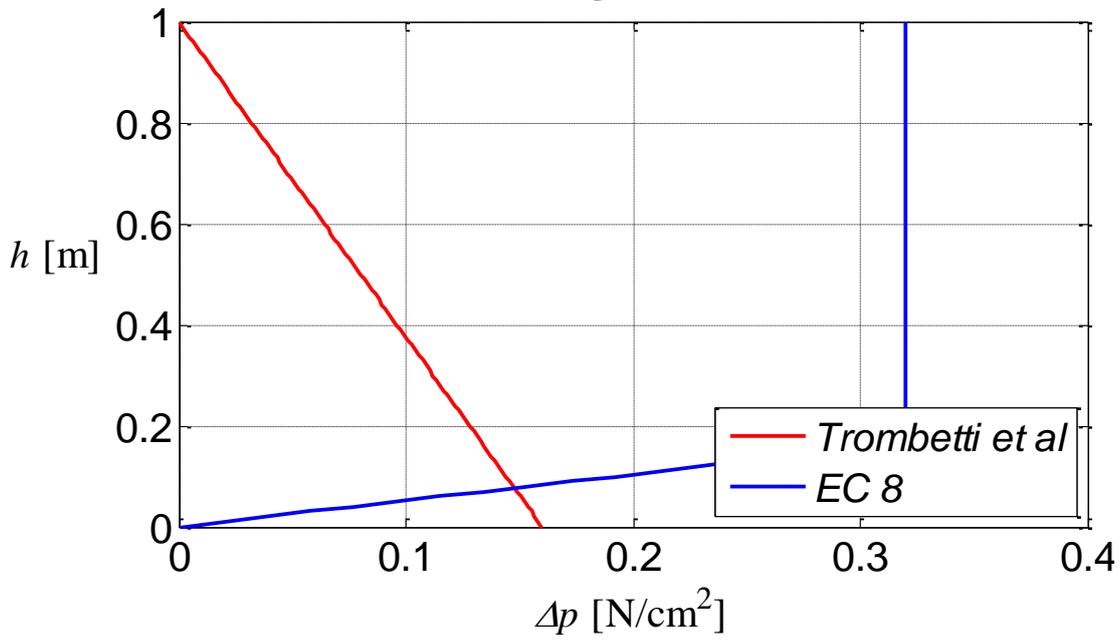
La differenza mostrata nei grafici sottostanti è infatti netta. I valori relativi all'Eurocodice sono infatti molto discostati per tutta l'altezza del silo. Oltre la zona di influenza della base il valore dell'Eurocodice è costante, mentre la teoria di Trombetti et al. ha un andamento lineare che risulta essere molto ridotto. L'entità delle pressioni inoltre cresce notevolmente con l'aumento dell'accelerazione ed inoltre cresce la differenza tra le due teorie.



ag 0.30

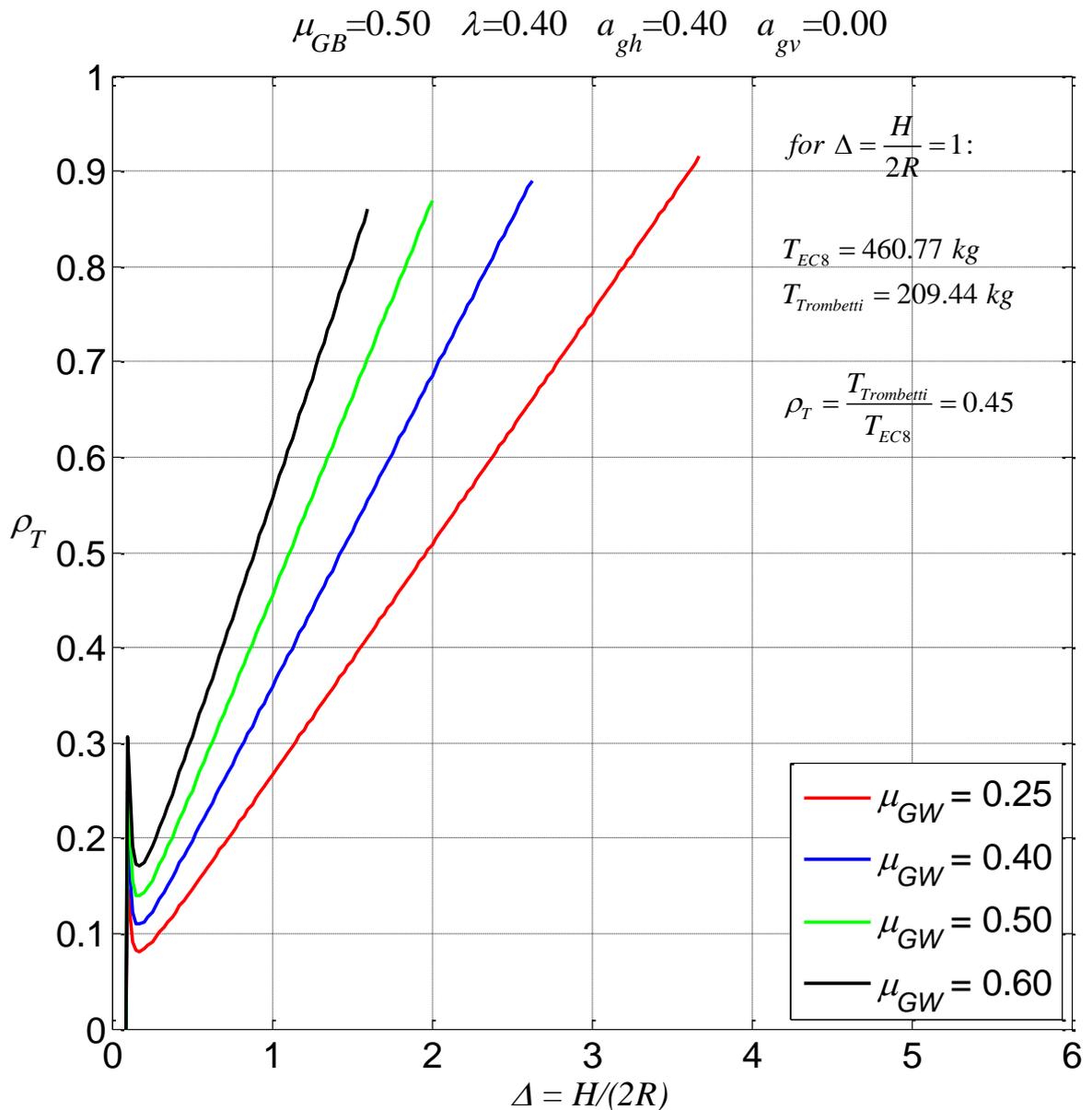


ag 0.40

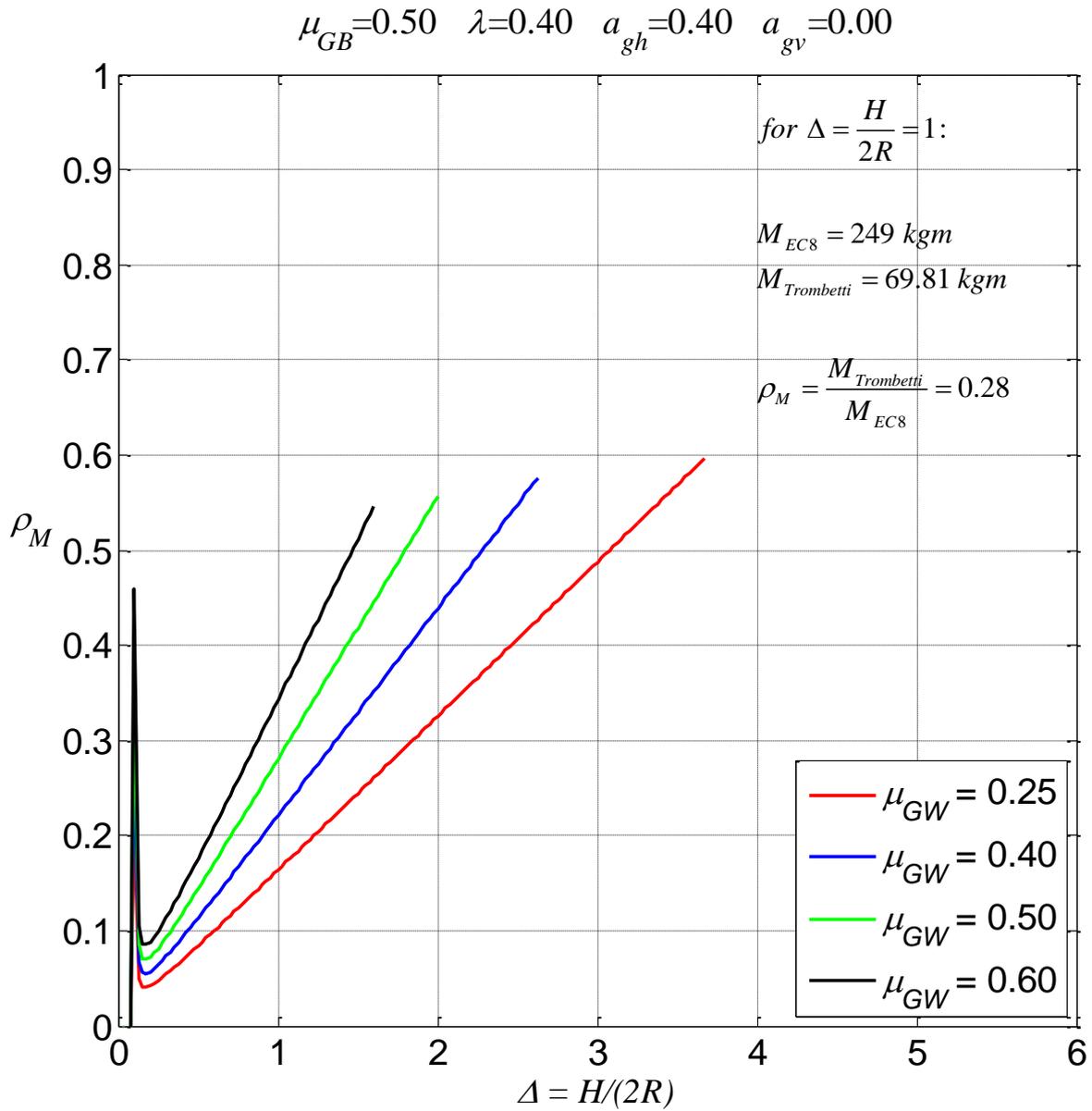


12.4. Azioni alla base del silo

Si giunge quindi alla reale quantificazione del beneficio, dato dall'applicazione della teoria. Considerando le formule derivanti dall'integrazione delle pressioni si ottengono le azioni alla base e si pongono in rapporto con le medesime azioni calcolate con le formule dell'Eurocodice. Si può tracciare il grafico dell'andamento del beneficio a seconda del rapporto $H/2R$ ed avremo:



Il medesimo grafico è tracciabile per quanto riguarda il beneficio relativo al momento:



12.5. Risultati dell'analisi

Si procede ora come in precedenza esponendo i risultati. Le pressioni generate dall'insilato le si interpreta come carichi statici da porre sul modello. Si avranno quindi quattro tipologie di carico riguardanti p_h , Δp_h , t_v e Δt_v ed inoltre si imposteranno due combinazioni di carico una riguardante il caso statico, uno quello dinamico. Il modello ha altezza e diametro da 100 cm, come precedentemente descritti.

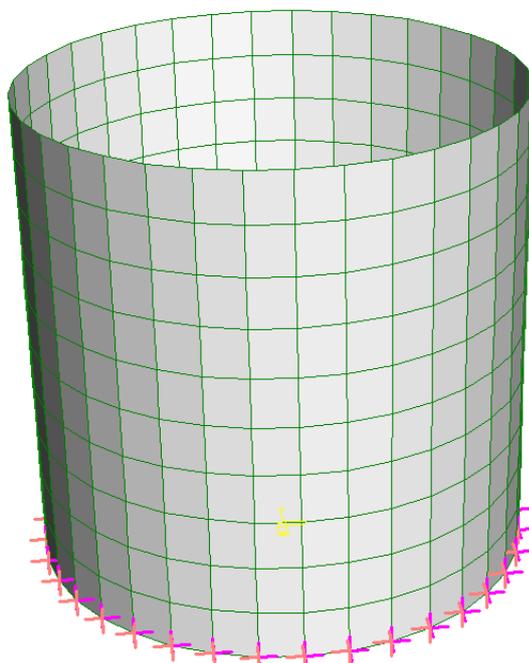


Figura 57

Rimane inalterato l'intento di studiare il modello con tre spessori differenti, non essendo ancora stata fatta una scelta precisa a tal riguardo.

12.5.1. Provino con spessore da 3mm

Analizziamo prima il modello di spessore 3 mm, gli si applicano le pressioni calcolate con parete infinitamente rigida, si otterranno così diagrammi di tensioni e deformazioni lungo l'altezza del silo stesso.

Consideriamo in primo luogo le sollecitazioni statiche, avremo le sollecitazioni orizzontali:

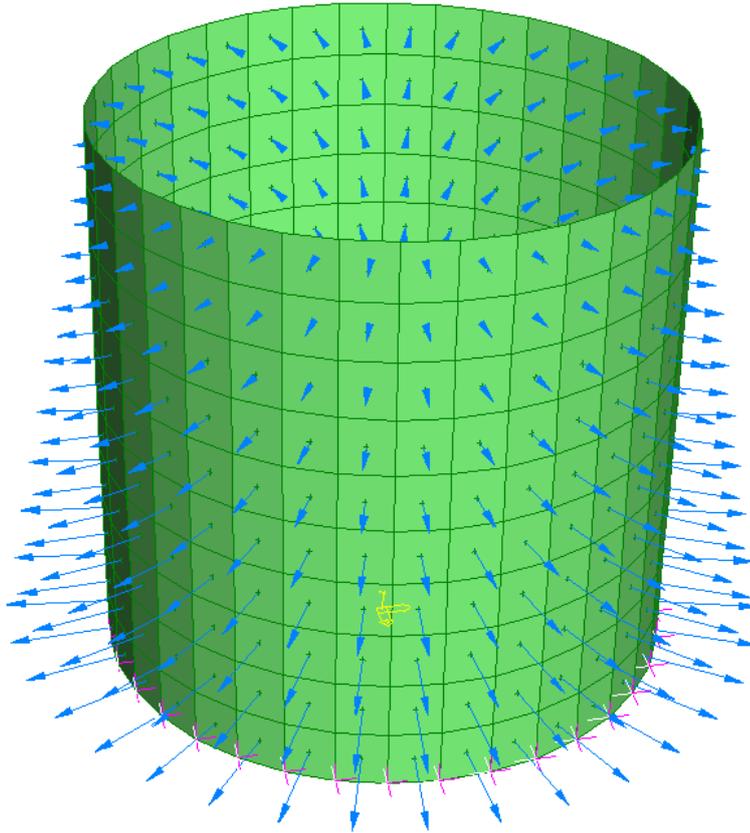
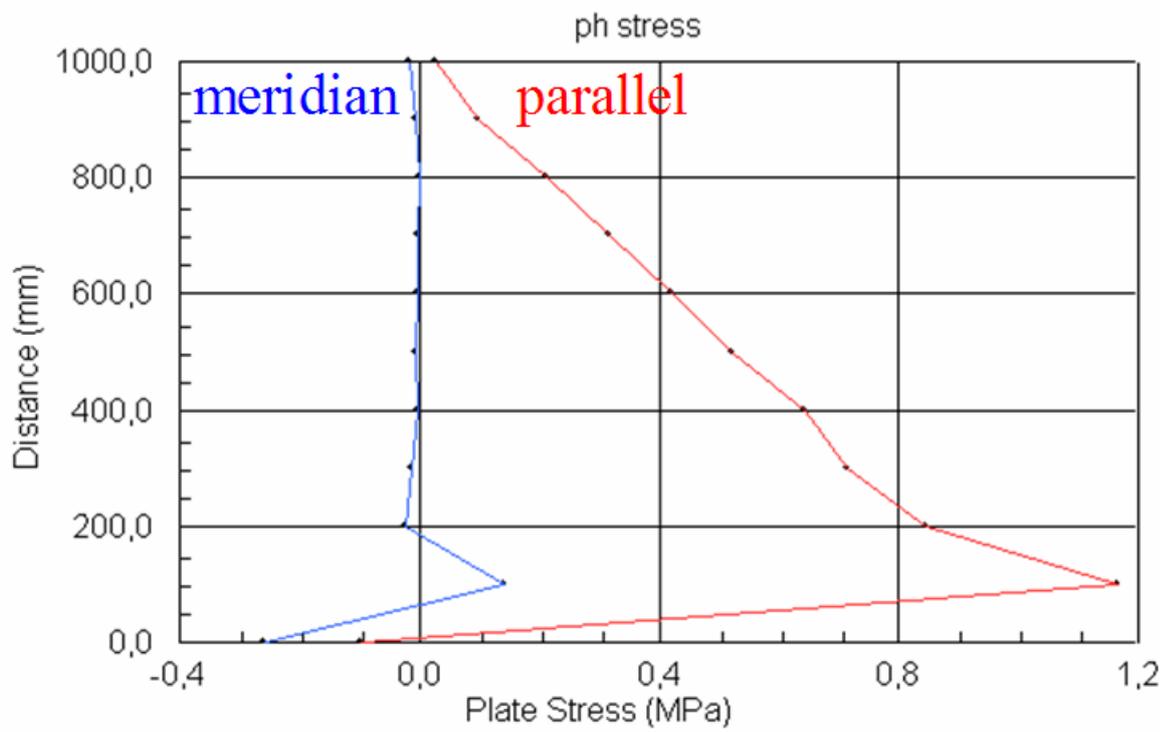
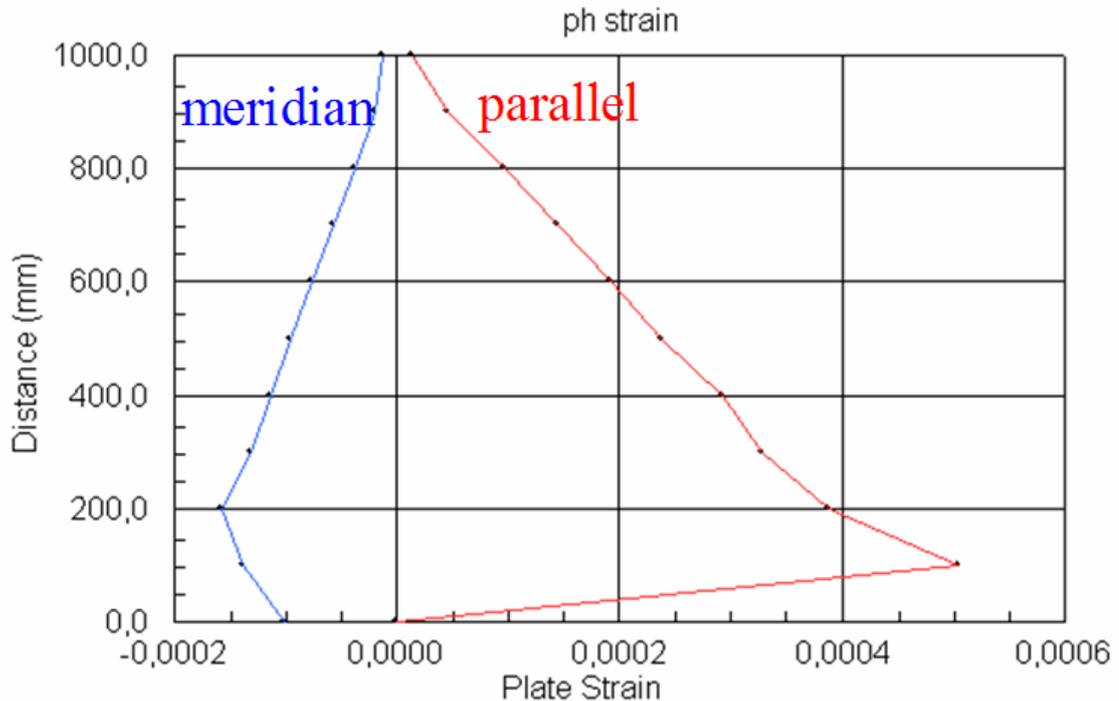


Figura 58





Consideriamo innanzitutto le tensioni generate dalla sollecitazione normale statica.

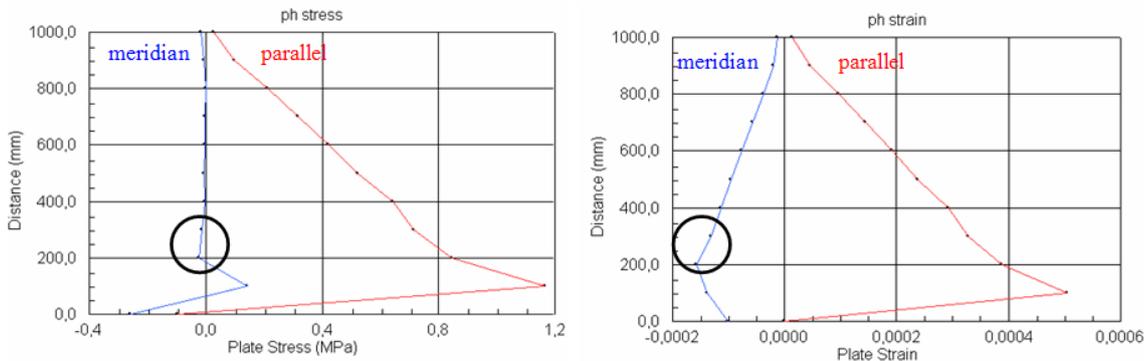
Le tensioni di meridiano si mantengono costanti lungo l'altezza e di valore nullo, mentre quelle di parallelo hanno un andamento di aumento verso la base che mantiene armonico sino alla banda di silo in cui il vincolamento di base si esplicita in un picco imprevisto che intacca anche le tensioni di meridiano alla medesima quota. La fascia di influenza del vincolamento è circa una lunghezza d'onda, che come calcolato in precedenza è circa pari a 18 cm per un provino di 100 cm.

Le deformazioni non sono totalmente aderenti all'andamento delle tensioni, in quanto rapportate ad esse tramite il legame tensioni-deformazioni. Ci si ritrova quindi le deformazioni che crescono entrambe verso la base, con spiccata influenza del fondo alla fascia più bassa.

Avremo quindi un legame tensioni-deformazioni che sarà mostrato di seguito e provato dalla sostituzione dei dati specifici relativi a $0,75H$, avremo per il legame di meridiano:

$$\varepsilon_M = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot (\sigma_P + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot \sigma_P]$$

at 0,75 H

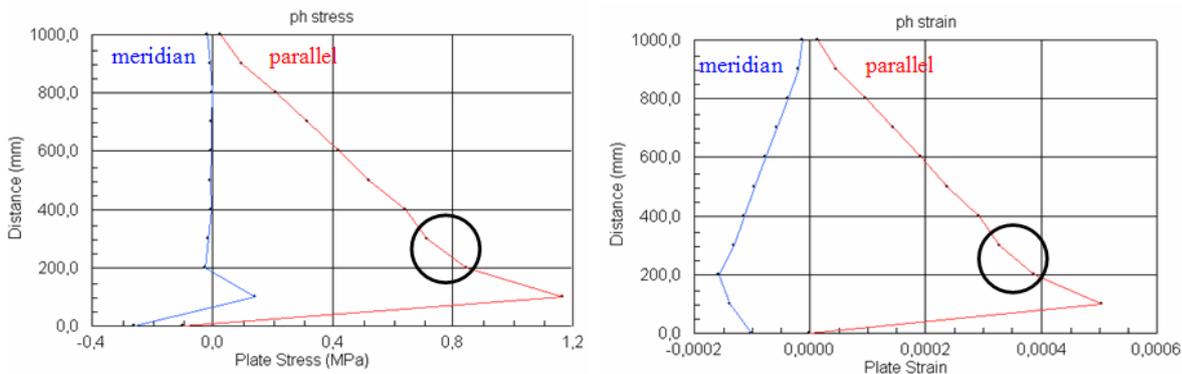


$$\varepsilon_M = \frac{1}{2200} \cdot \left[-\left(\frac{0.0144 + 0.0235}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{0.7171 + 0.8458}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [-0,019 - 0.38 \cdot 0,78] = -0,00014$$

Se consideriamo invece i paralleli avremo con il medesimo ragionamento la giustificazione della mancata corrispondenza tra tensioni e deformazioni:

$$\varepsilon_P = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot (\sigma_M + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot \sigma_M]$$

at 0,75 H



$$\varepsilon_P = \frac{1}{2200} \cdot \left[\left(\frac{0.7171 + 0.8458}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{0.0144 + 0.0235}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [0.78 - 0.38 \cdot 0.019] = 0,00035$$

Quindi in questo modo si giustifica il valore numerico delle deformazioni, provando la veridicità dei risultati. Come per questa componente di sollecitazione il legame si manterrà anche per i successivi e per tutta l'altezza del silo.

Ora possiamo continuare con le tensioni tangenziali statiche agenti sul silo vero il basso, ovviamente, avremo pressioni e deformazioni come nel grafico:

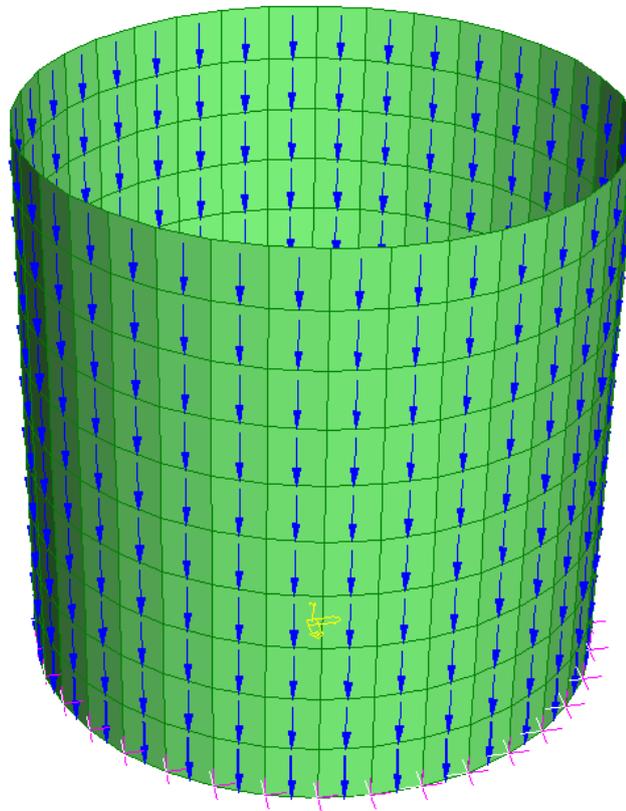
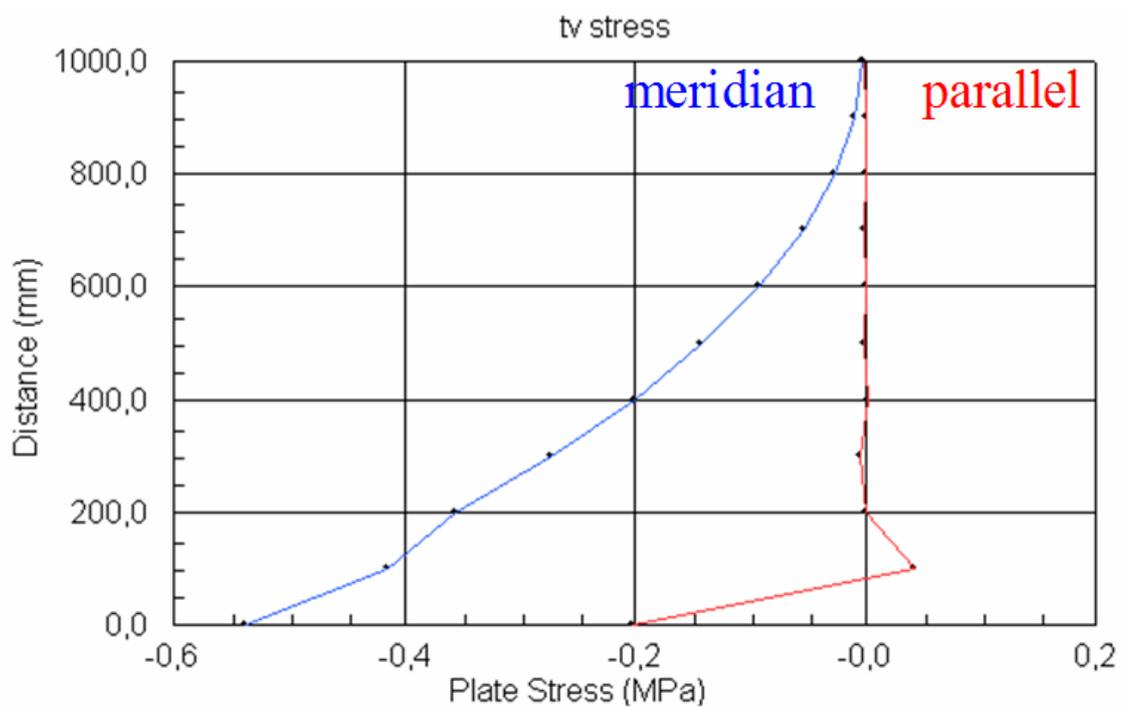
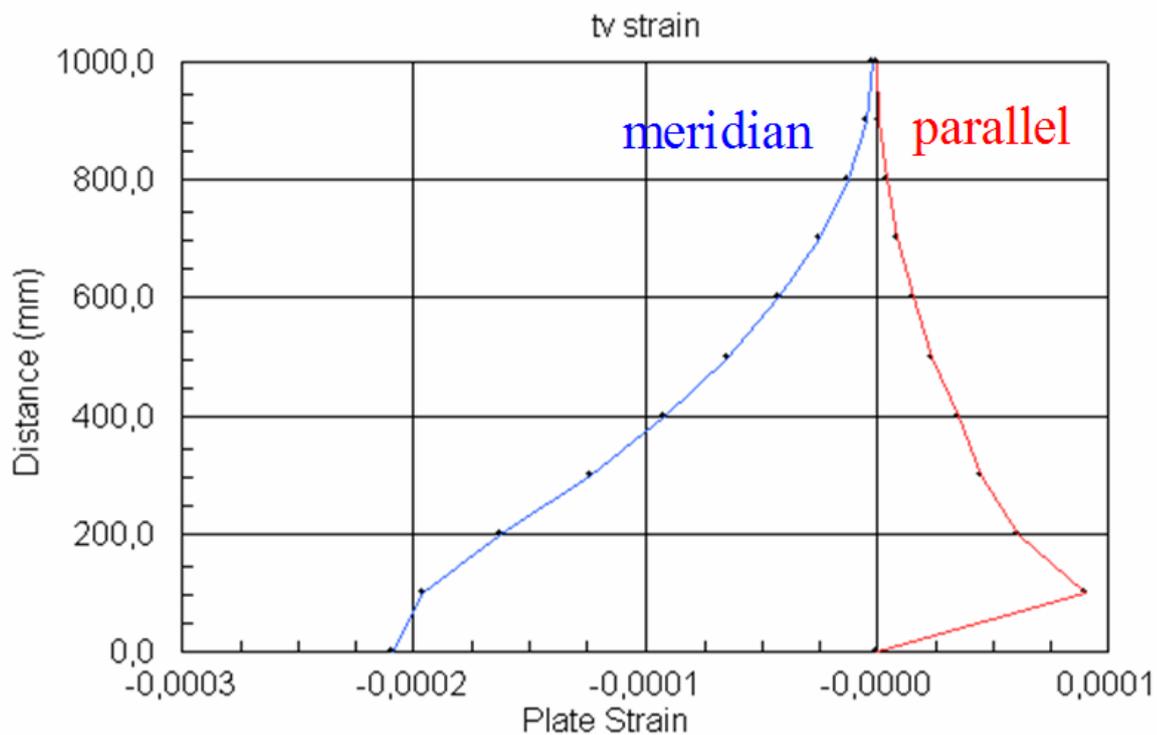


Figura 59





Le tensioni scaturite dalla sollecitazione da parete delle tensioni tangenziali statiche sono, per quanto riguarda quelle di meridiano, crescenti verso la base, mentre quelle di parallelo costanti e con valore nullo. L'andamento delle tensioni è interrotto dall'effetto di fondo che provoca un picco inaspettato visibile soprattutto nelle tensioni di parallelo.

Le deformazioni grazie al legame tensioni-deformazioni non hanno andamento paragonabile alle tensioni, quindi avremo una crescita verso la base di entrambe. Anche in questo caso a circa 18 cm dal fondo abbiamo l'inizio dell'influenza del fondo, che provocano un picco soprattutto a livello di parallelo.

Le tensioni e deformazioni dinamiche saranno analizzate allo stesso modo delle statiche, con procedura del tutto analoga. Avremo quindi i grafici di tensioni e deformazioni riportati qui sotto:

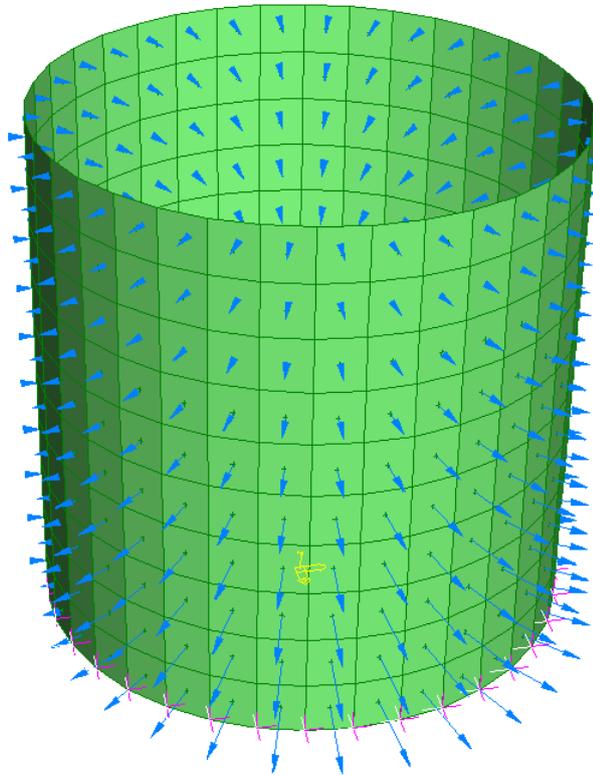
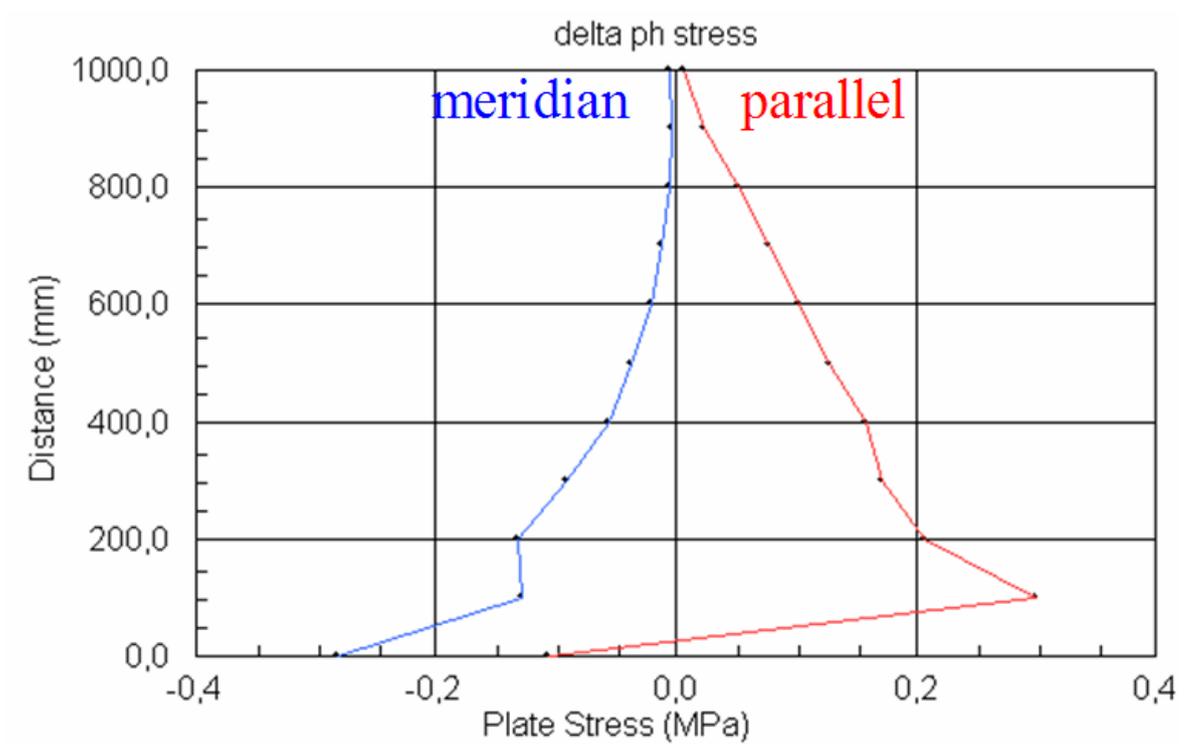
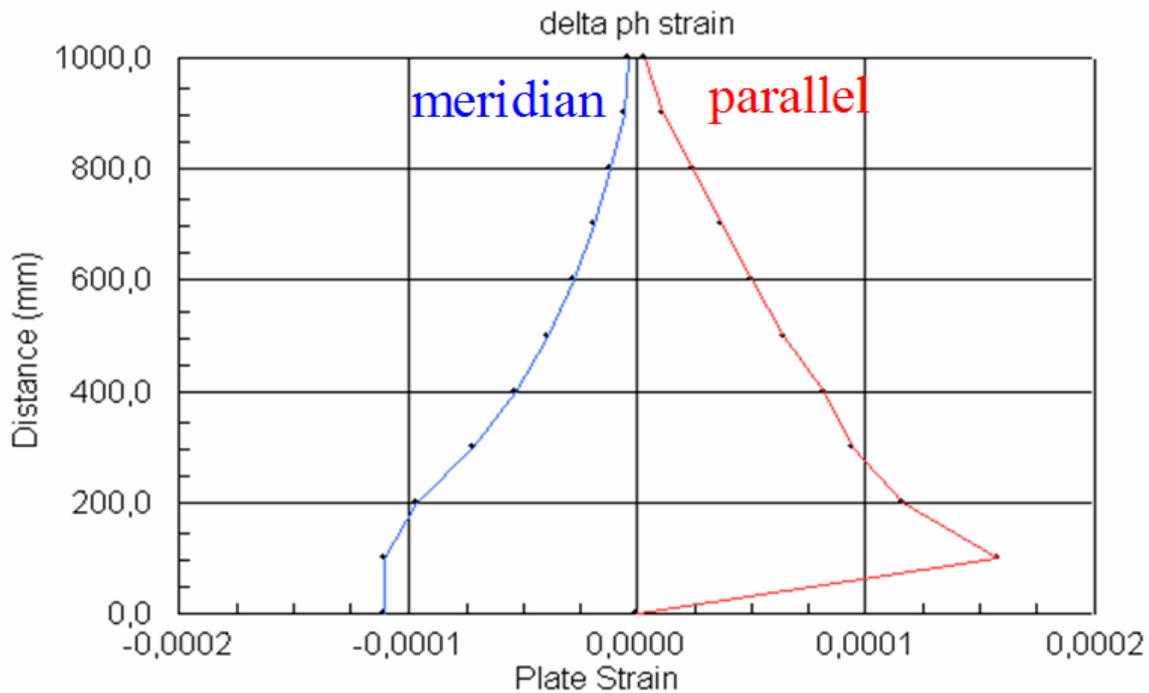


Figura 60





Le tensioni dinamiche sono al contrario delle statiche entrambe crescenti verso il basso. Anche in questo caso il vincolamento alla base provoca effetti visibili fino ai 18 cm di altezza. Le deformazioni andranno via via crescendo entrambe con un andamento fluido con unica interruzione fornita dall'incastro alla base. Infine possiamo quindi affrontare le tensioni tangenziali dinamiche, che saranno in parte applicate verso il basso in parte verso l'alto ottenendo i grafici riportati qui sotto:

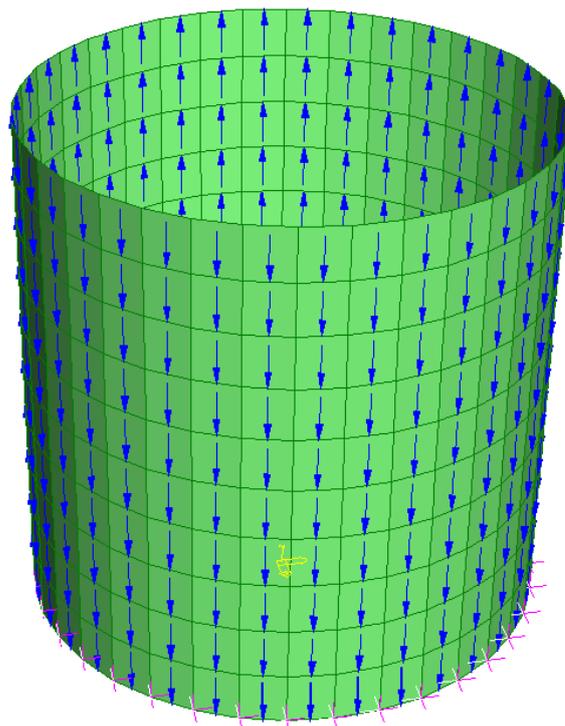
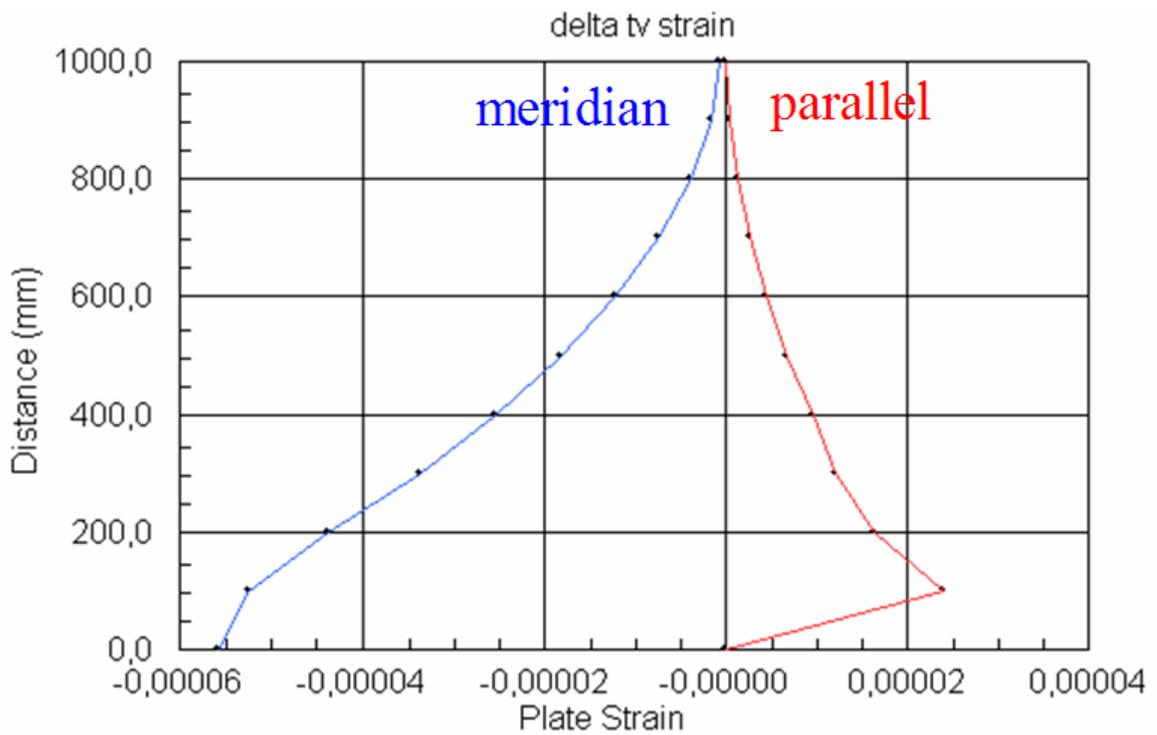
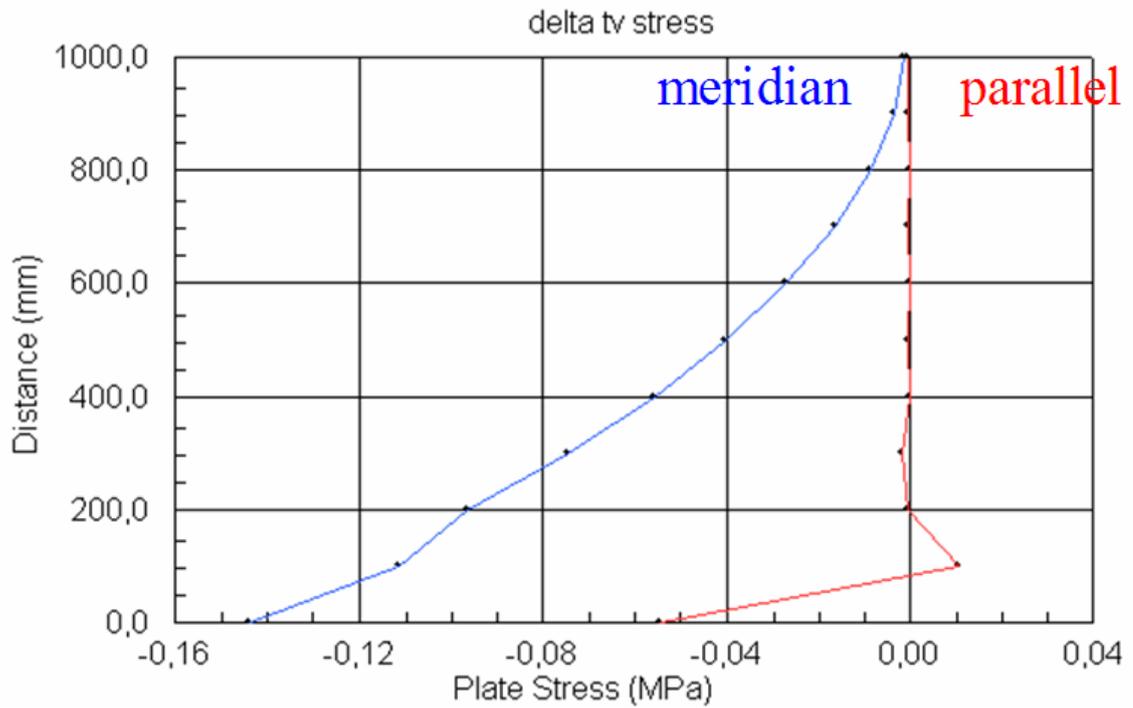


Figura 61



Le tensioni di meridiano crescono con l'avvicinarsi della base, mentre quelle di parallelo sono costanti e di valore nullo. Somiglianti come andamento agli effetti di quelle statiche. Le deformazioni sono entrambe crescenti a causa del legame tensioni- deformazioni già esposto in precedenza.

Risulterà quindi più chiaro rappresentare come il materiale insilato agisce sulle pareti in condizioni prive di sollecitazione sismica. Quindi il caso statico avrà pressioni e deformazioni mostrate nei grafici riportati sotto:

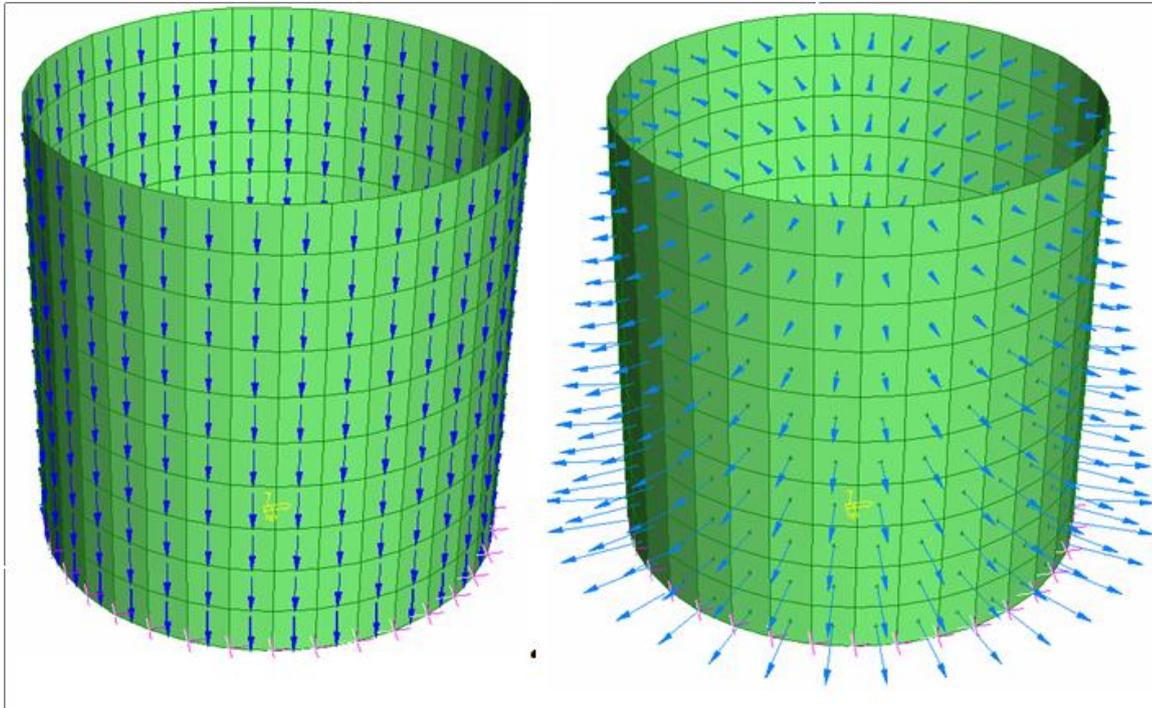
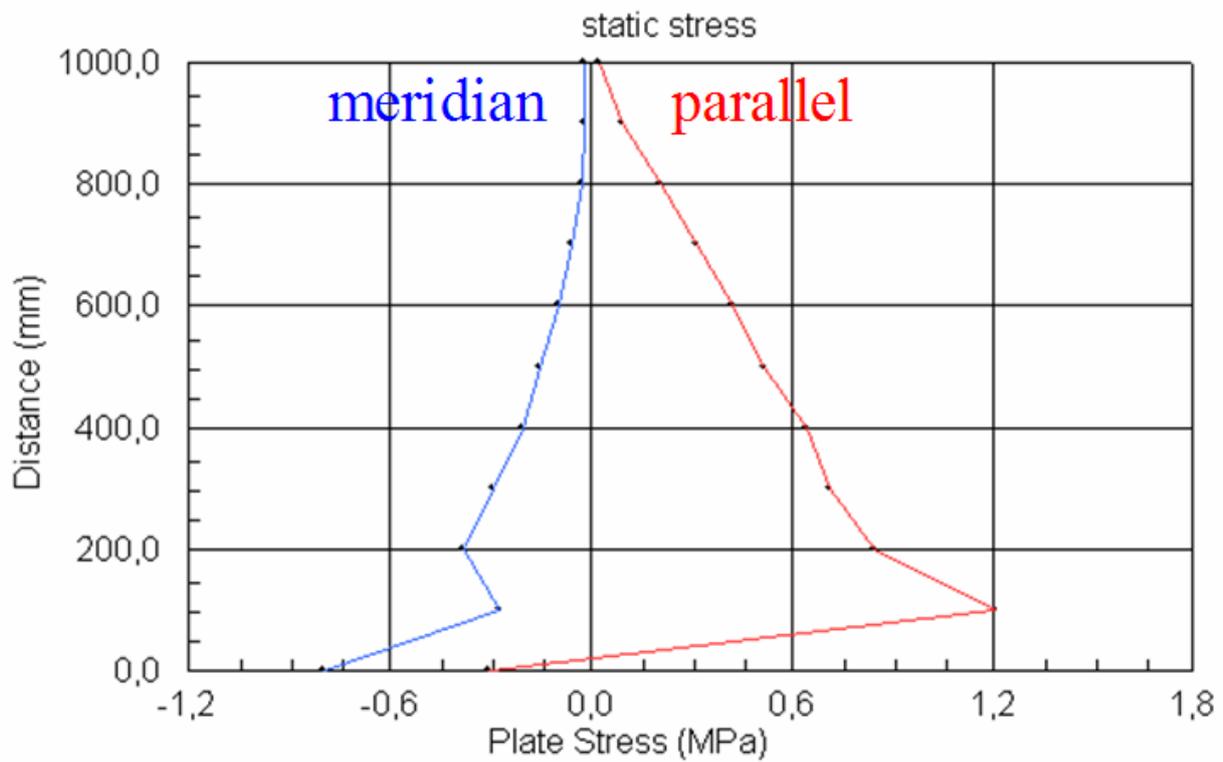
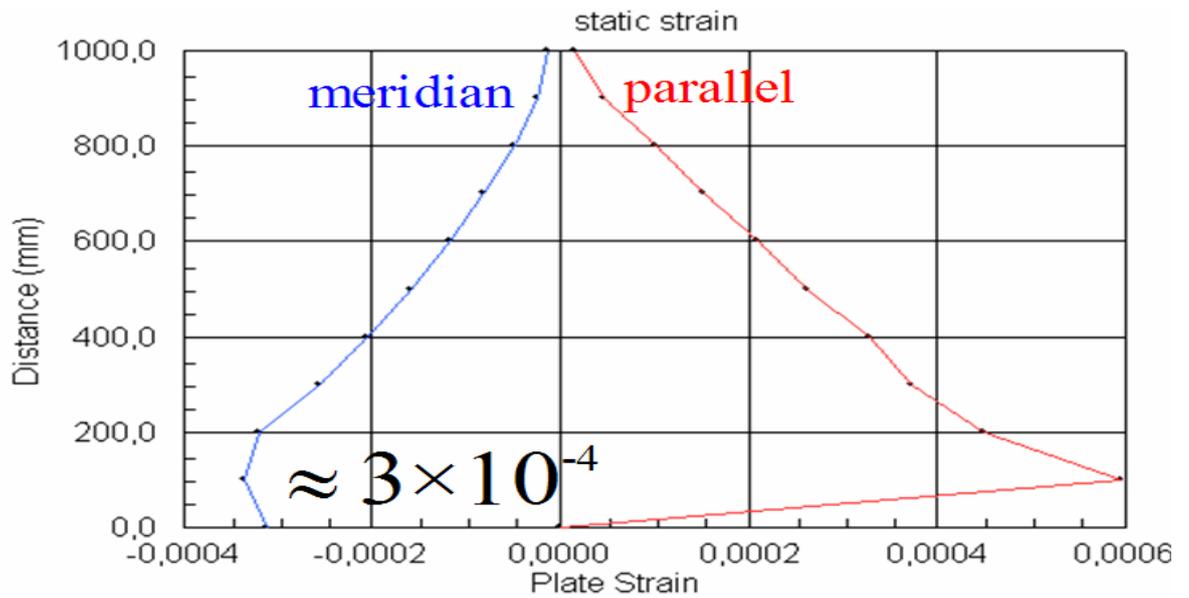


Figura 62





Le tensioni e deformazioni derivanti dalle condizioni statiche hanno andamento crescente verso il basso, con una chiara incidenza sul loro andamento dell'incastro al fondo. Le deformazioni in modo analogo hanno andamento crescente paragonabile alle tensioni. Hanno un ordine di grandezza di 10^{-4} a $0,75H$.

L'analisi può infine terminare con l'osservazione delle tensioni e deformazioni derivanti dalla somma alle condizioni statiche delle pressioni dinamiche derivanti dal sisma. In questo modo si avranno le tensioni massime a cui la parete sarà sottoposta e le corrispondenti deformazioni richieste.

Quindi le pressioni e deformazioni totali lungo l'altezza saranno graficate in questo modo:

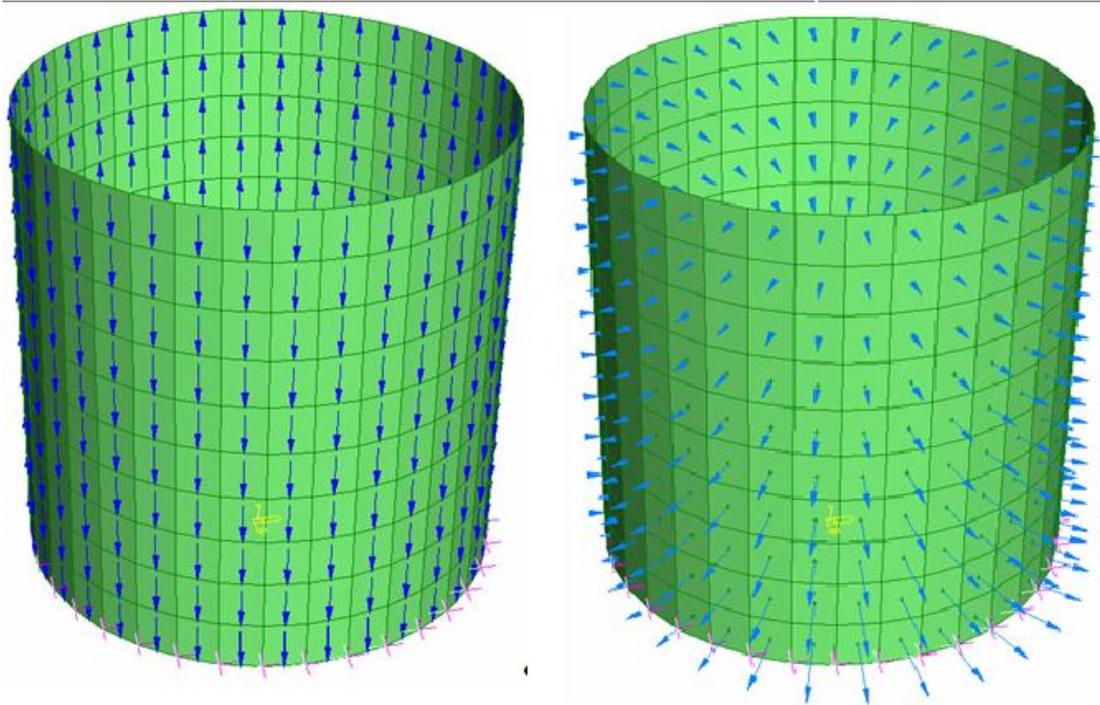
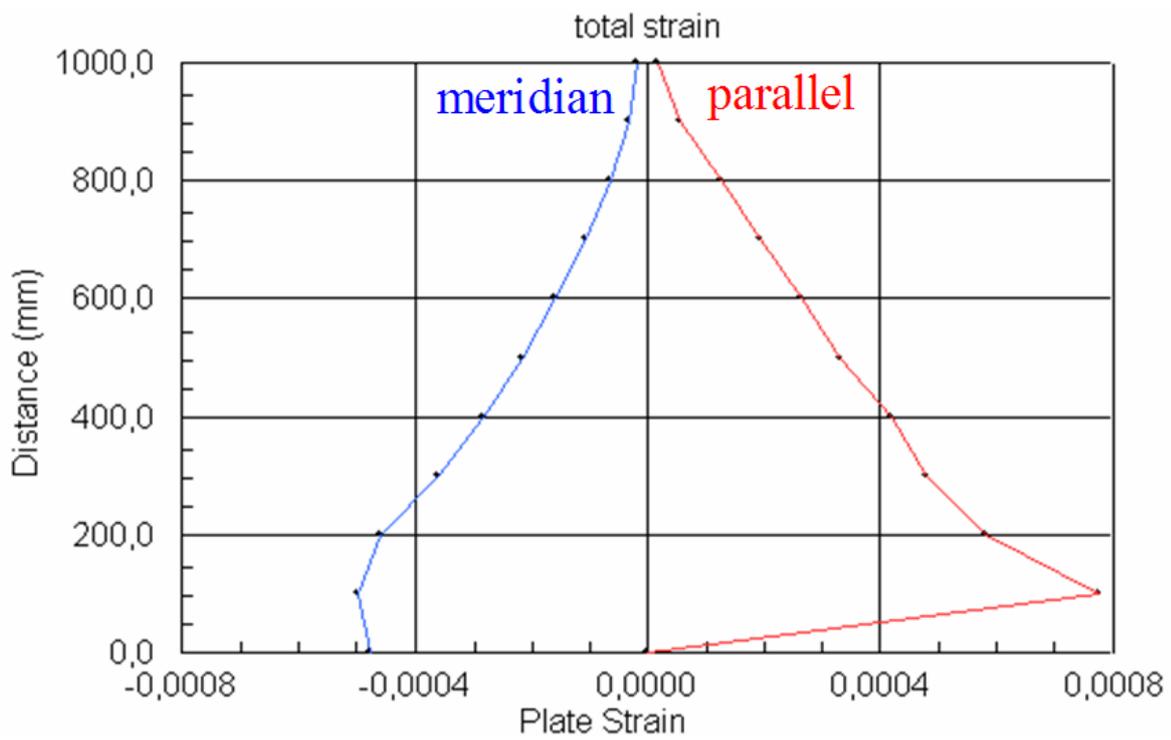
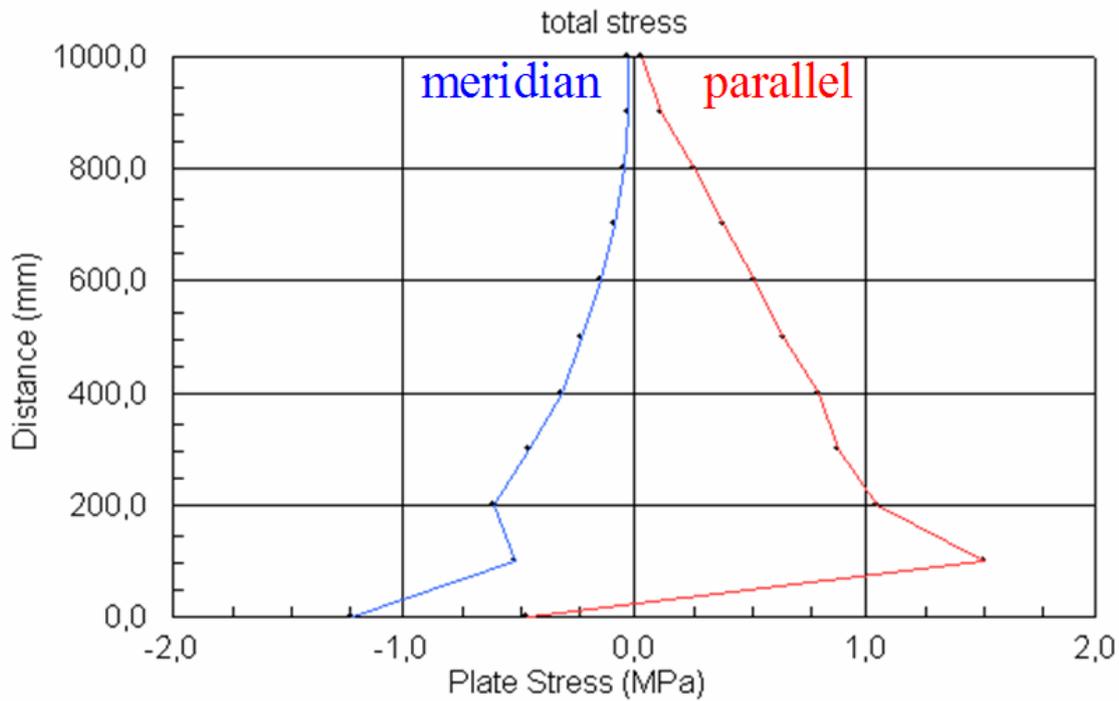


Figura 63



Anche per quanto riguarda le tensioni totali si osserva che crescono verso il basso e vengono alterate dal fondo ad una ventina di centimetri dalla base, le deformazioni coincidono come andamento alle tensioni appena descritte e hanno un ordine di grandezza di 10^{-4} .

12.5.2. Provino con spessore da 4mm

La ricerca condotta all'unisono con le altre università non ha scelto fin dal principio lo spessore, quindi avremo lo studio anche nei due spessori rimanenti.

Trattando i 4 mm si andranno a studiare con metodologia del tutto analoga le varie tensioni e deformazioni statiche e dinamiche al fine terminata l'analisi del confronto con il precedente e il successivo spessore. Quindi analizziamo prima di tutto le tensioni e deformazioni statiche, quindi avremo le pressioni orizzontali che daranno luogo:

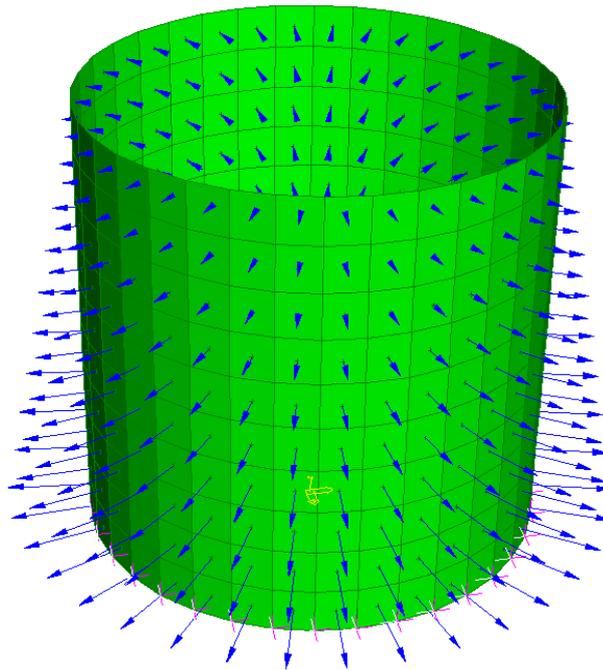
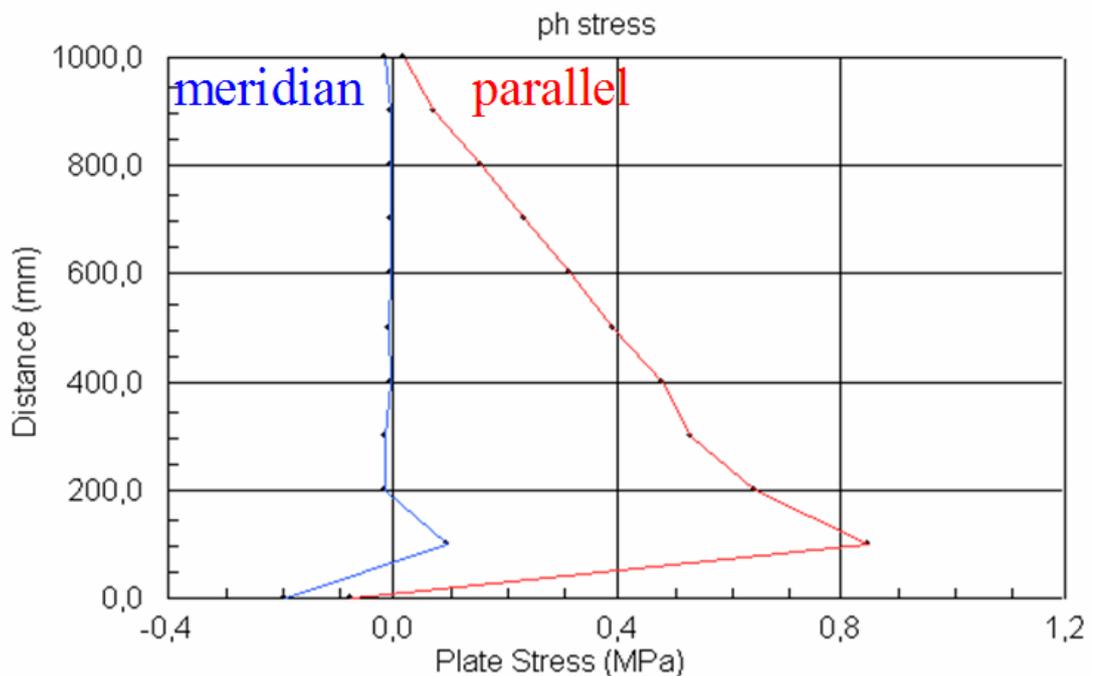
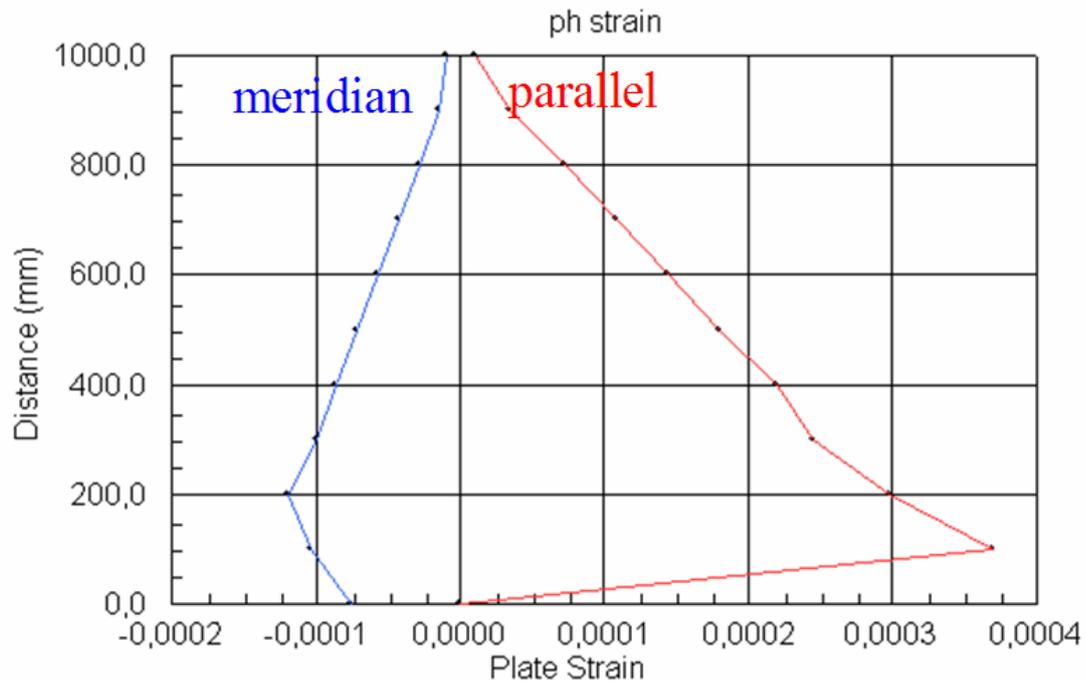


Figura 64





Le tensioni statiche di meridiano risultano essere costanti lungo l'altezza mentre quelle di parallelo crescenti verso la base. Entrambe le tensioni sono influenzate nei 18 centimetri bassi dall'effetto dell'incastro alla base, come del resto è visibile nel grafico delle deformazioni.

Le deformazioni di meridiano si discostano dall'andamento delle tensioni corrispondenti, infatti risultano crescenti verso il basso. Le deformazioni di parallelo ricalcano invece l'andamento delle tensioni di parallelo.

Consideriamo quindi le tensioni tangenziali ed andiamo ad osservare le tensioni e deformazioni:

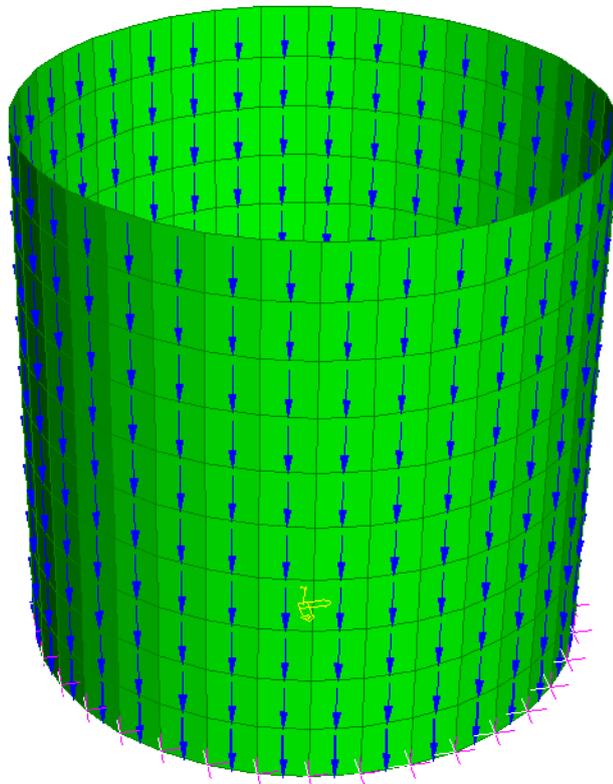
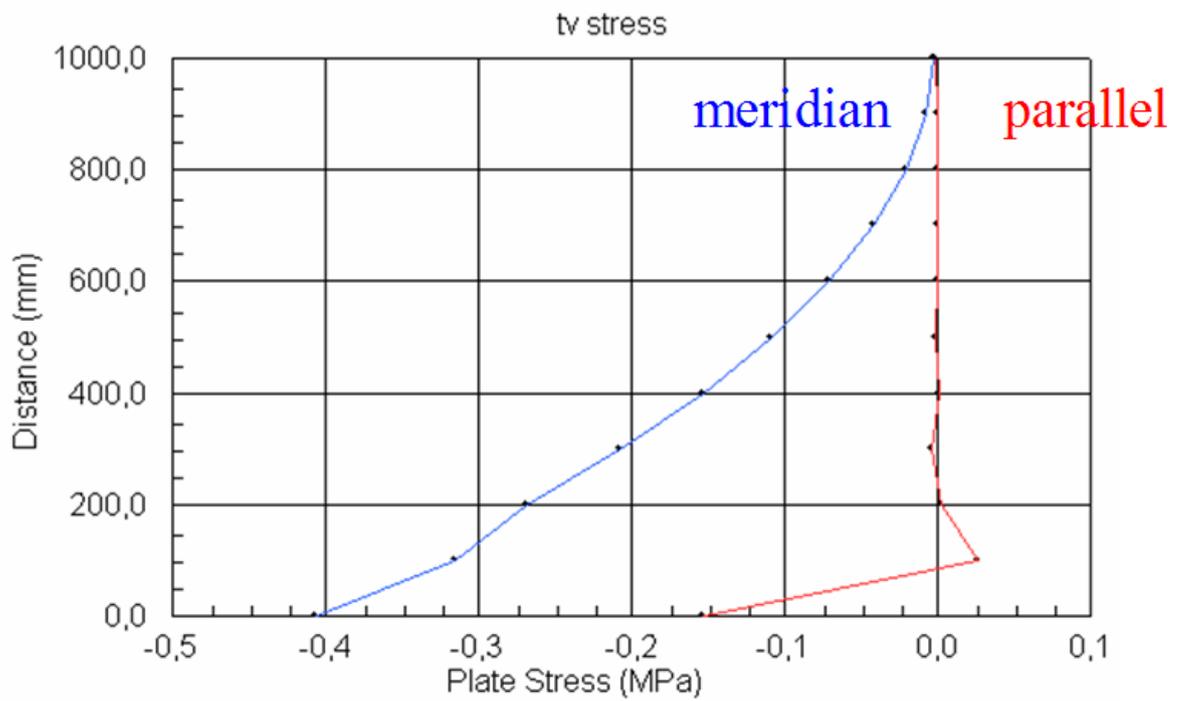
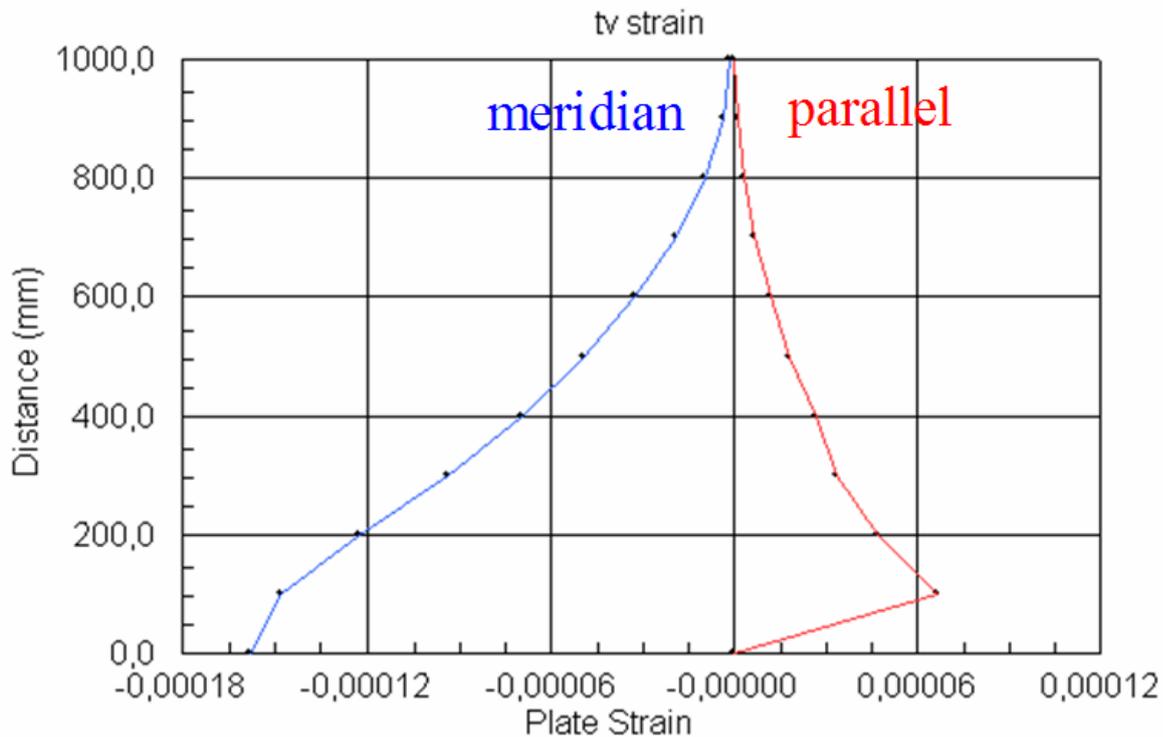


Figura 65





Parallelaamente al precedente spessore le tensioni di parallelo risultano costanti sul valore nullo mentre quelle di meridiano crescenti verso il basso.

Le deformazioni risultano entrambe crescenti, quelle di meridiano in compressione mentre quelle di parallelo in trazione.

Entrambe, subiscono nella porzione più bassa dell'effetto incastro alla base, che turba l'andamento di crescita delle tensioni di meridiano e delle deformazioni.

Ci avviciniamo ora allo studio degli effetti delle sollecitazioni dinamiche, affrontiamo quindi gli effetti delle pressioni orizzontali:

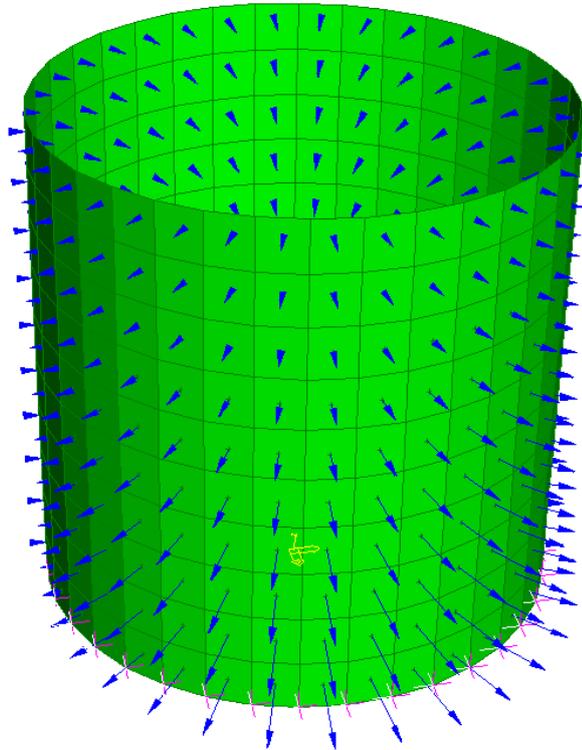
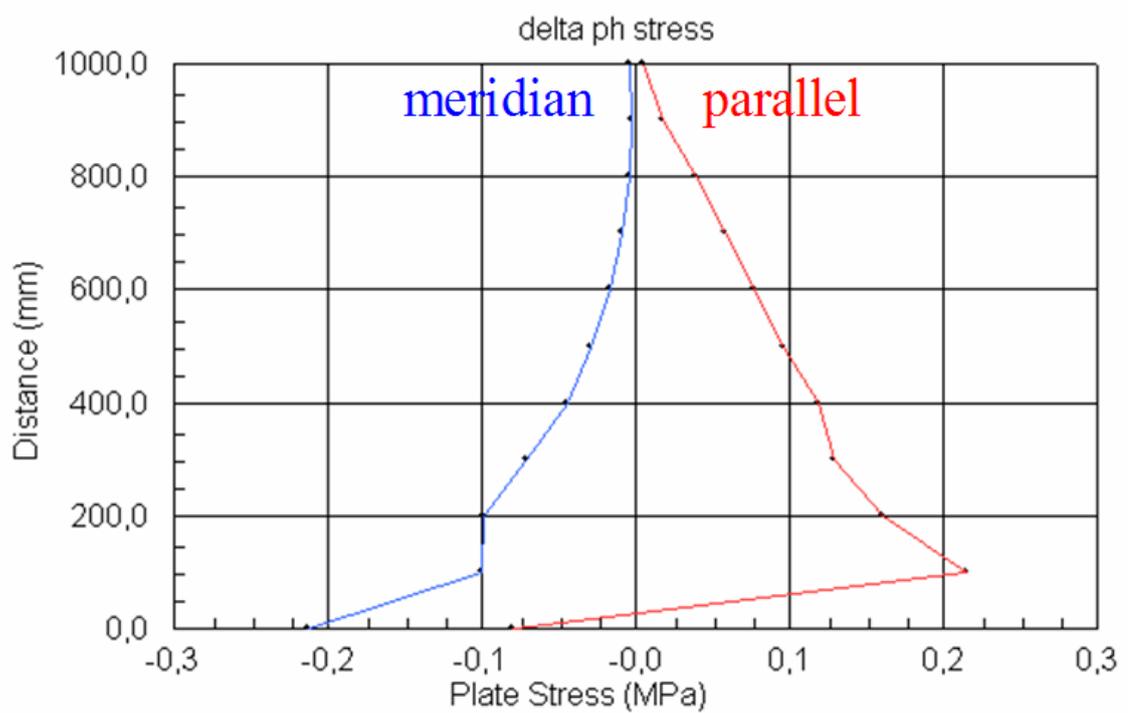
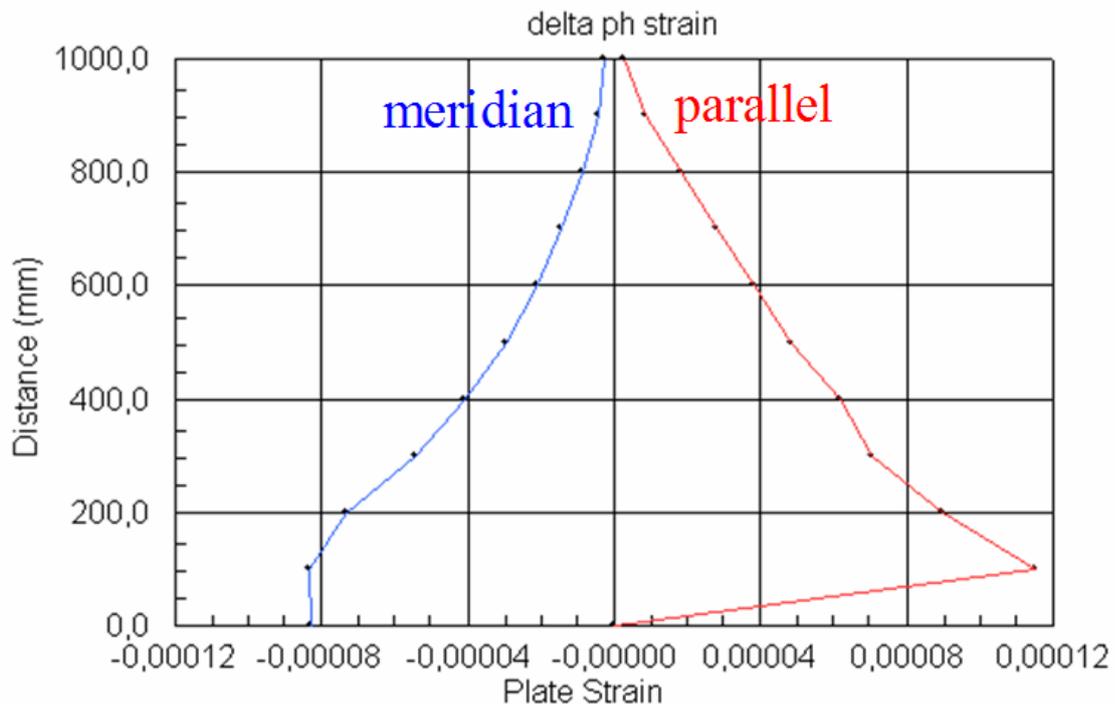


Figura 66





L'andamento delle pressioni e deformazioni risulta crescente verso il basso, e risulta inoltre evidente l'alterazione dei risultati nella fascia più bassa. L'andamento è paragonabile a quello determinato con lo spessore precedente ma ovviamente differisce di entità.

Continuiamo con le pressioni tangenziali dinamiche, analizziamo quindi tensioni e deformazioni:

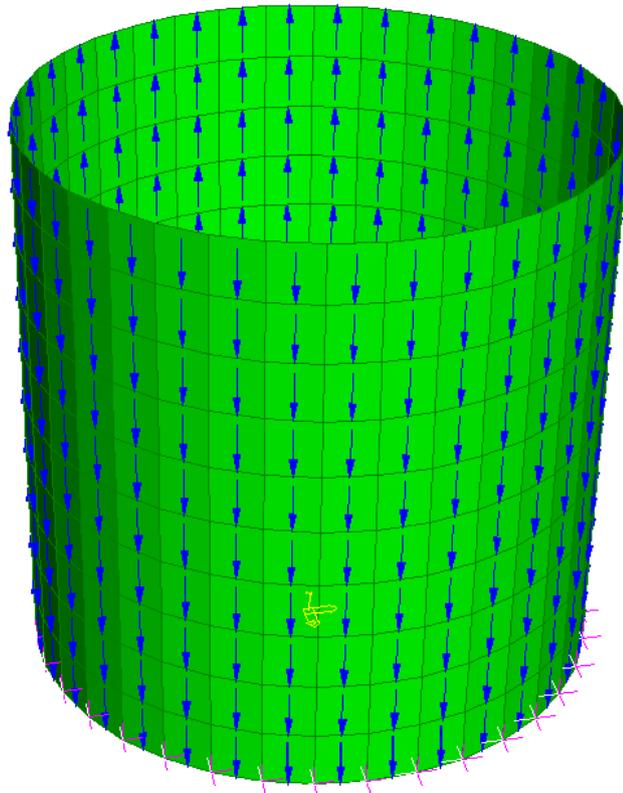
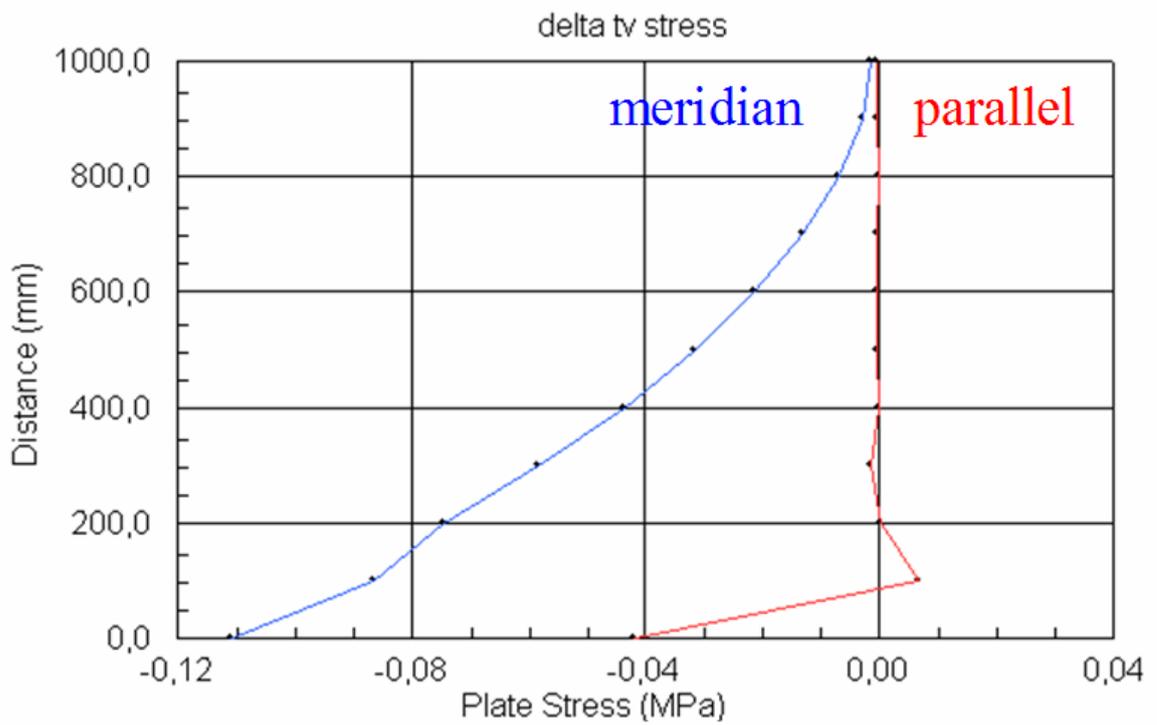
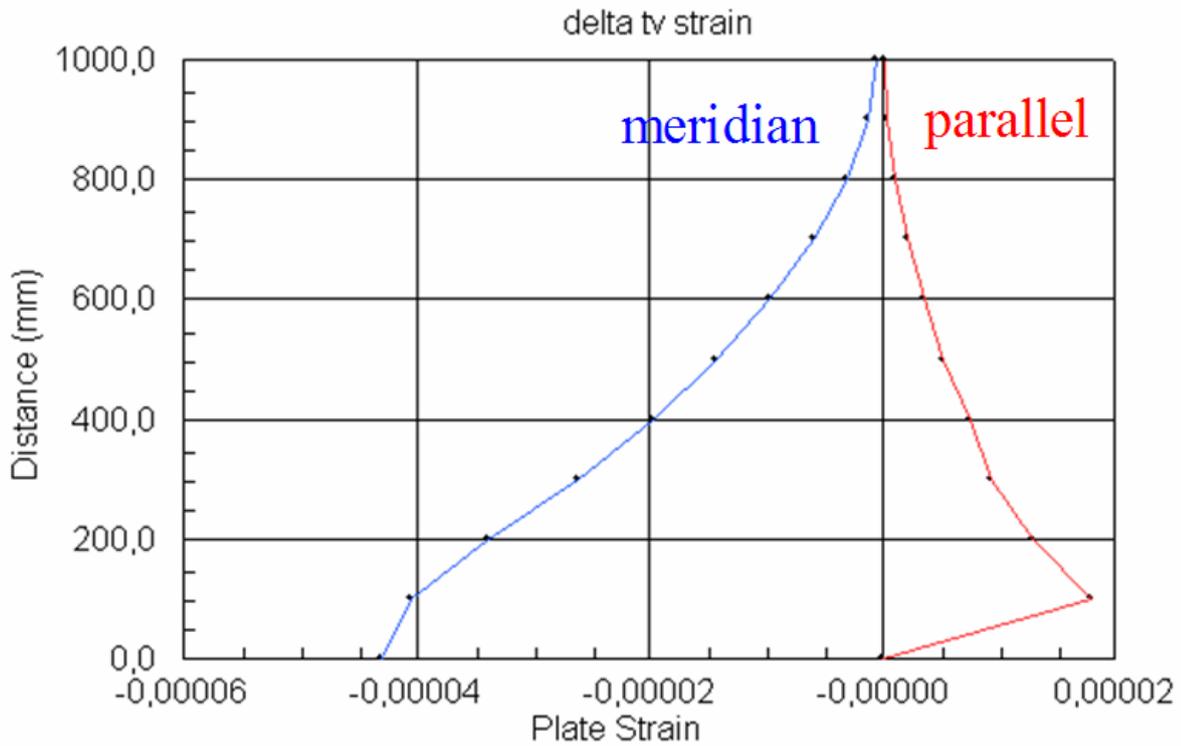


Figura 67





Le tensioni di meridiano decrescono con l'altezza, mentre quelle di parallelo sono costanti sul valore nullo. A circa 20 cm si scorge l'incidenza del fondo come è notevole anche nelle deformazione. Queste sono entrambi crescenti verso la base, spiegabile con un legame tensioni-deformazioni:

Andiamo ora ad analizzare la condizione in cui il provino non è sollecitato da sisma, ma è soggetto alle sole pressioni statiche che il materiale insilato genera sulla parete in regime normale, i grafici sottostanti mostreranno i risultati:

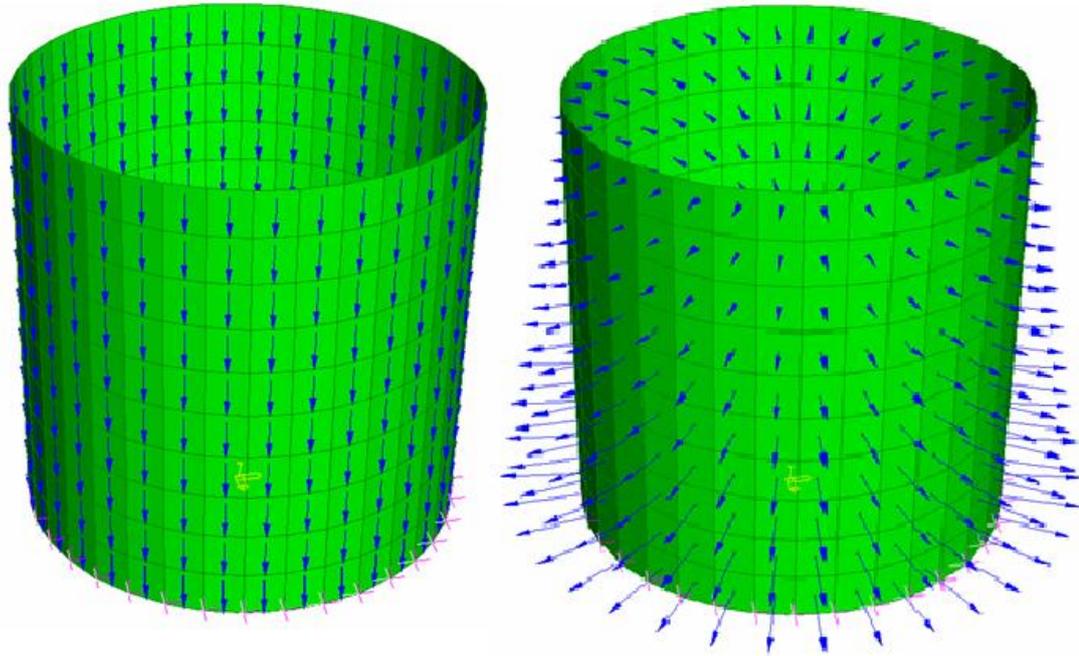
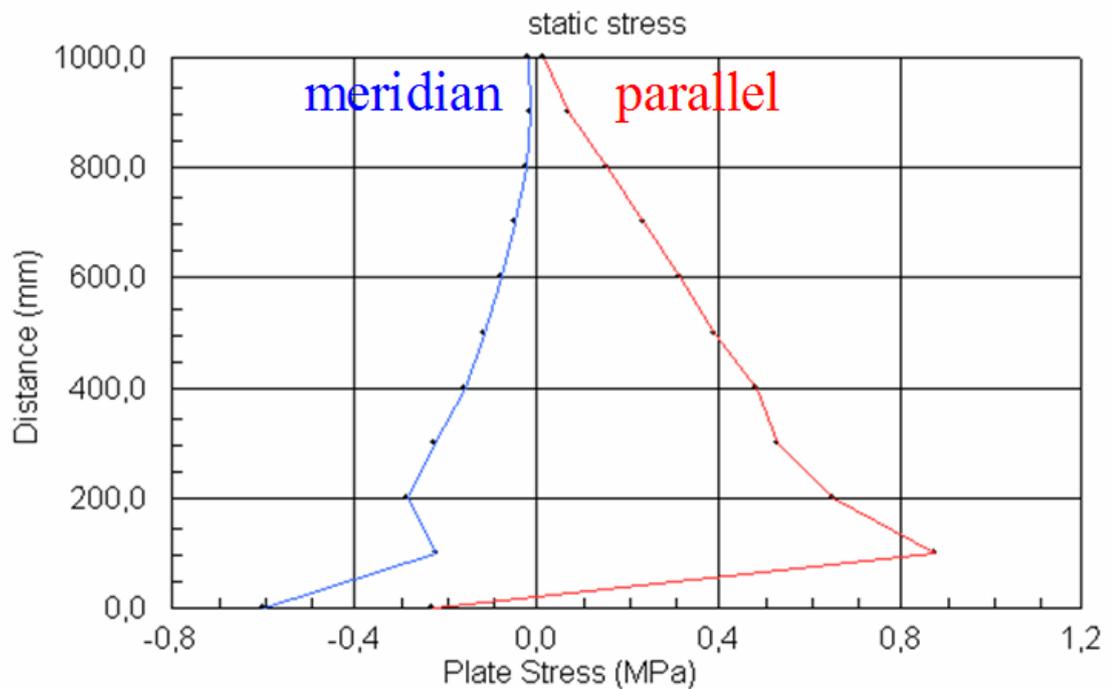
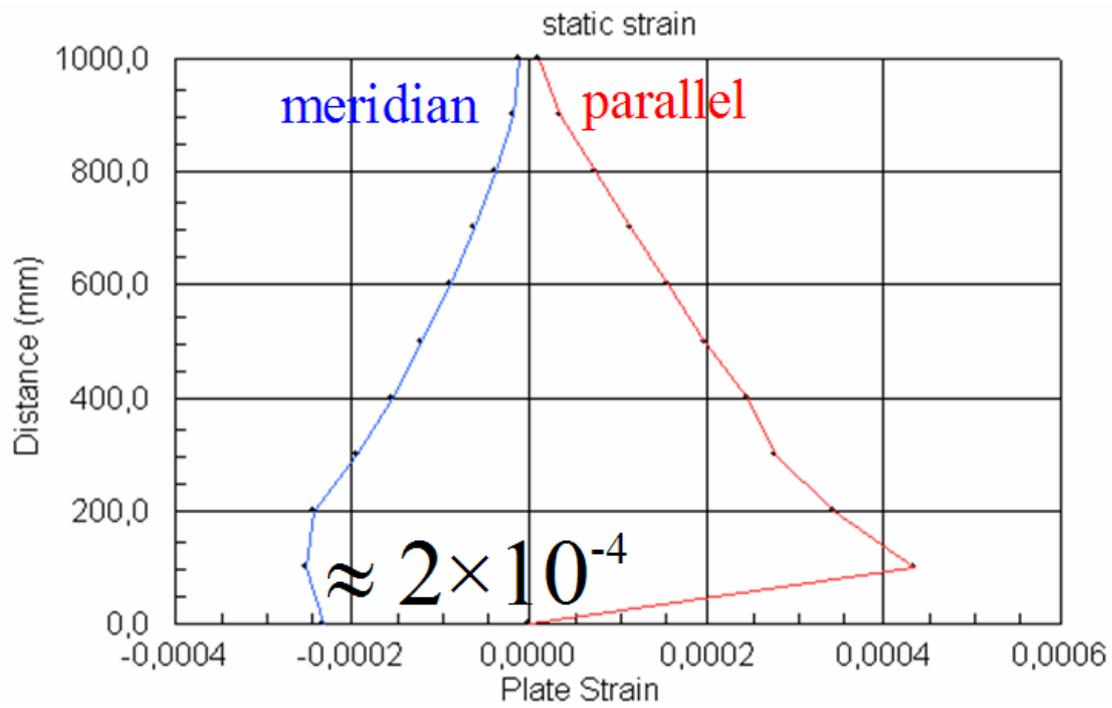


Figura 68





Le tensioni e deformazioni statiche sono crescenti verso il basso con evidenza dell'effetto di base. Le deformazioni in particolar modo sono dell'ordine di grandezza di 10^{-4} come in precedenza.

Consideriamo infine la condizione totale, cioè l'effetto della sollecitazione sismica sullo stato statico del provino che genera quindi tensioni e deformazioni:

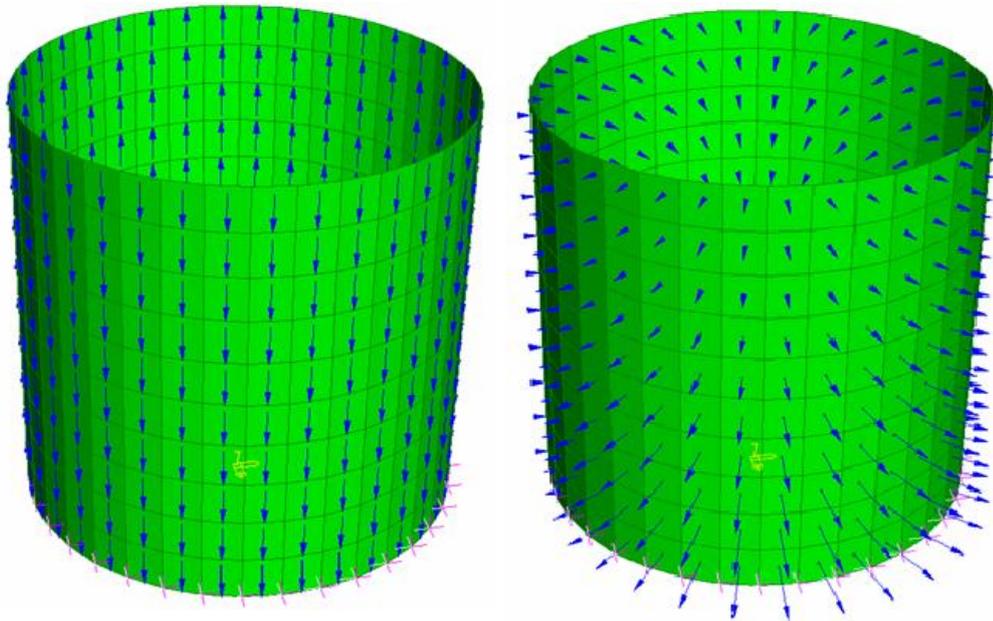
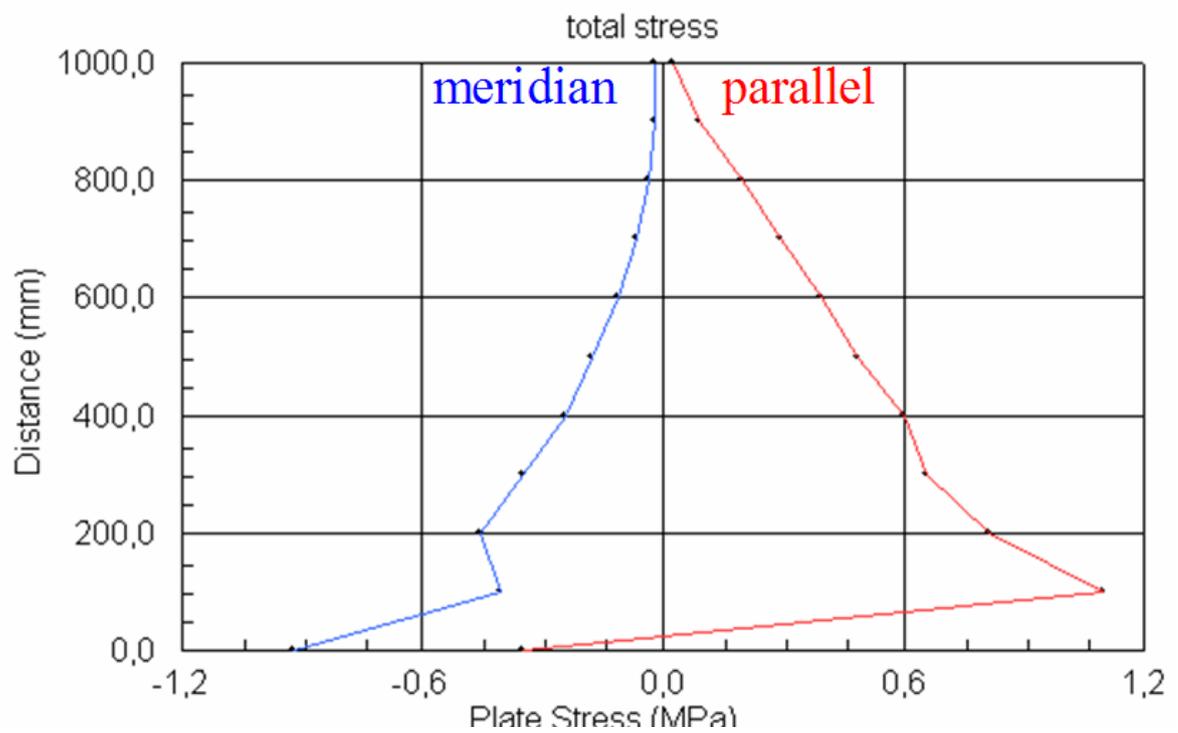
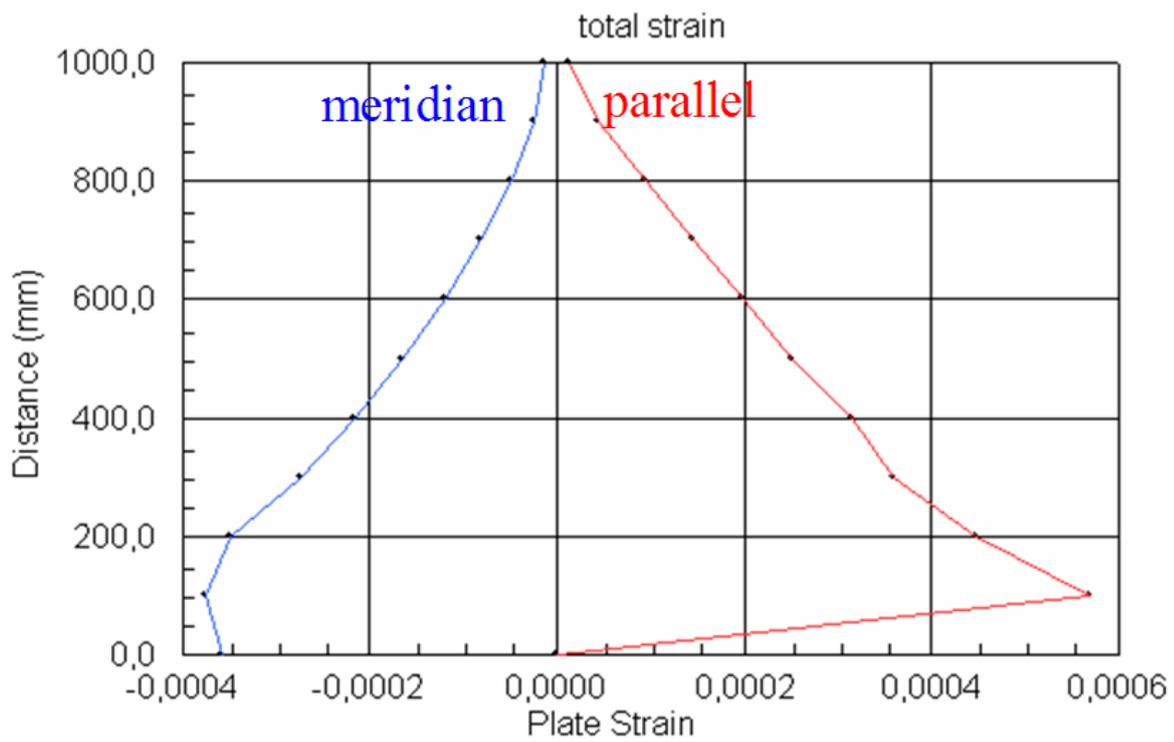


Figura 69





Sia le tensioni che le deformazioni sono crescenti verso la base, con chiara incidenza ad una ventina di centimetri dal fondo degli incastri visibili nella figura riportata in alto.

12.5.3. Provino con spessore da 5mm

Consideriamo ora l'ultimo spessore di provino, con la medesima metodologia delle precedenti analisi. Le pressioni orizzontali provocano tensioni e deformazioni riportate nei grafici sottostanti.

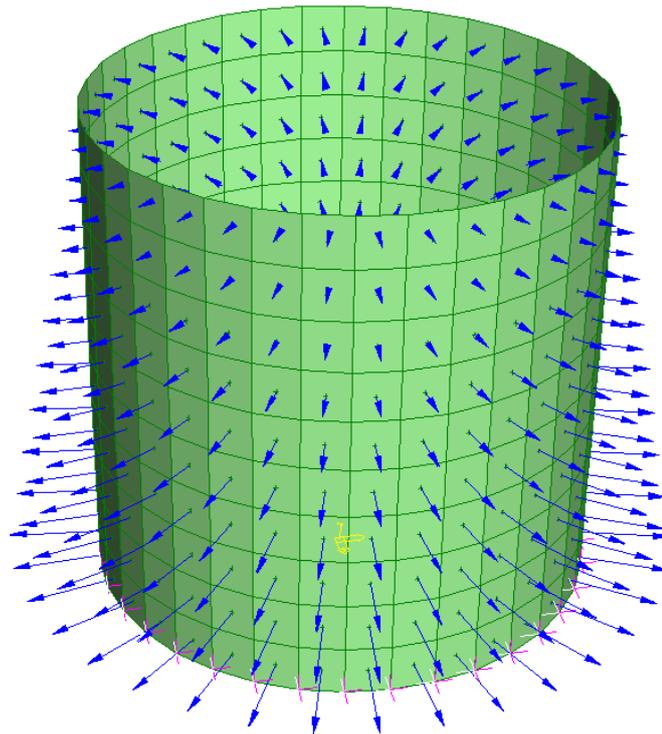
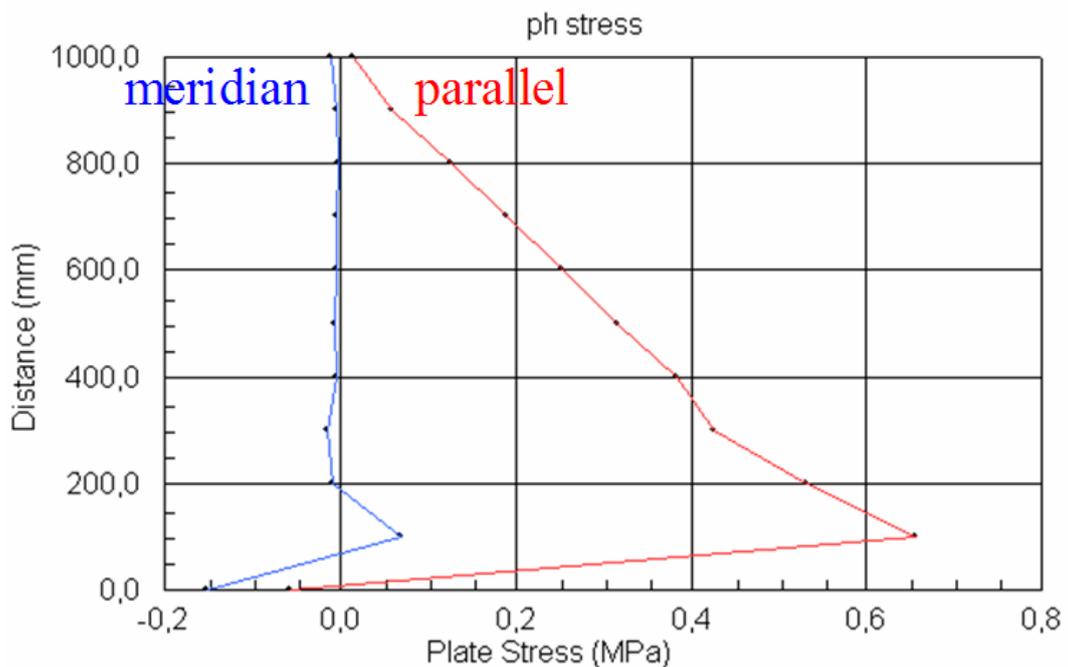
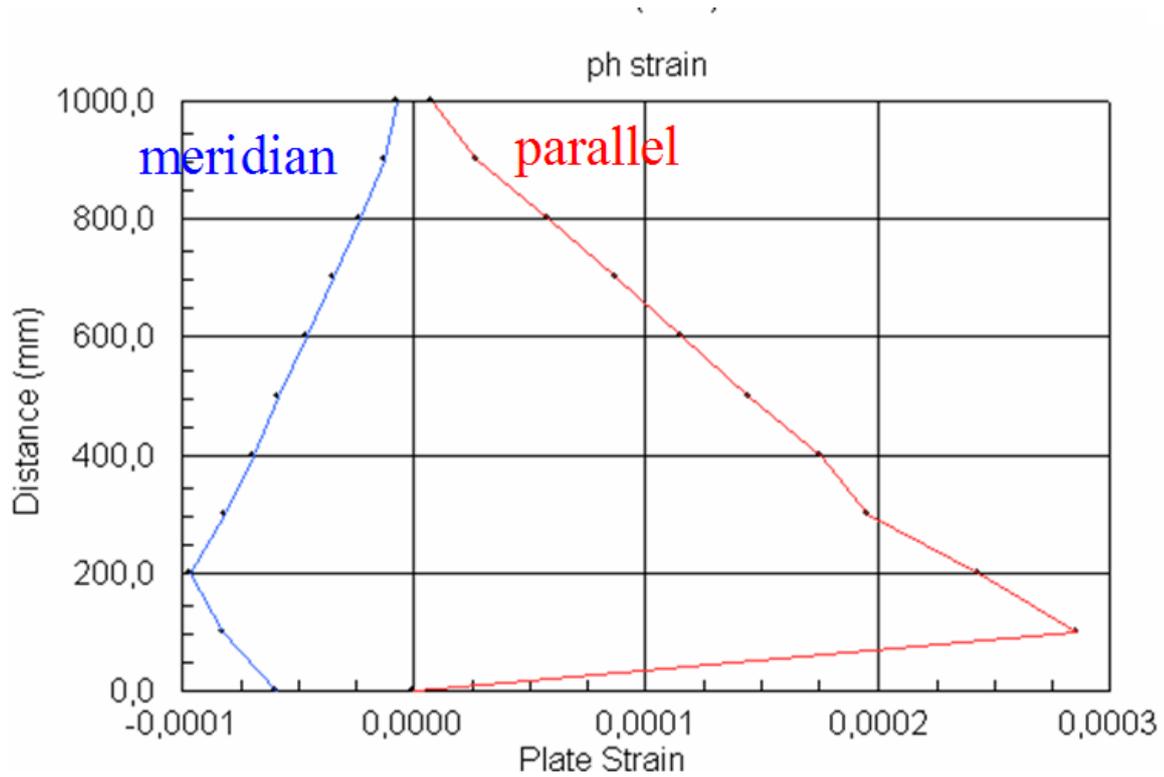


Figura 70





Le tensioni di meridiano risultano essere costanti e di valore nullo, mentre quelle di parallelo crescono con l'avvicinarsi alla base. Le deformazioni risultano invece entrambe crescenti motivate tramite la legge tensioni-deformazioni che le lega.

Consideriamo ora le tensioni tangenziali statiche, tensioni verso il basso che l'insilato induce sulla parete e che vengono ad essere configurate nel modello come riportato in figura e generano grafici di tensioni e deformazioni come quelli sotto riportati:

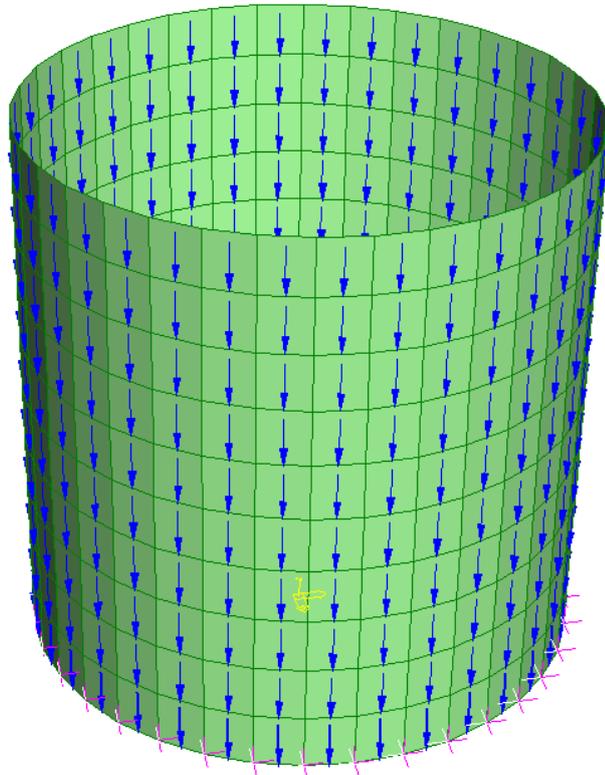
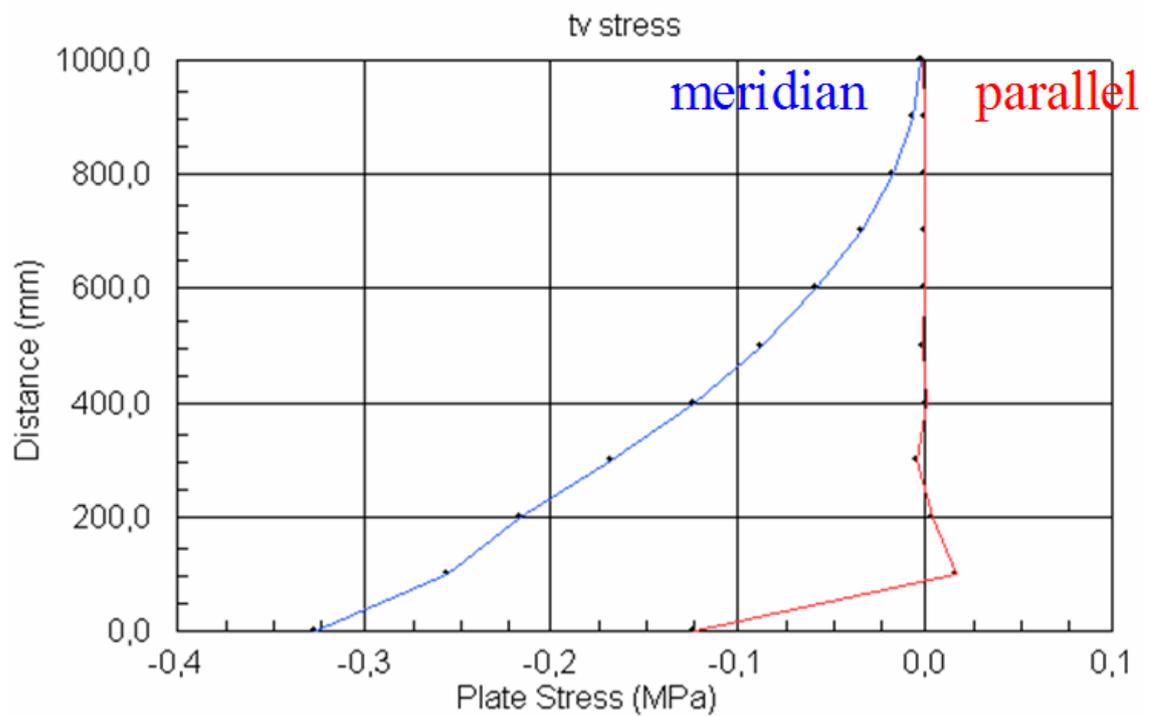
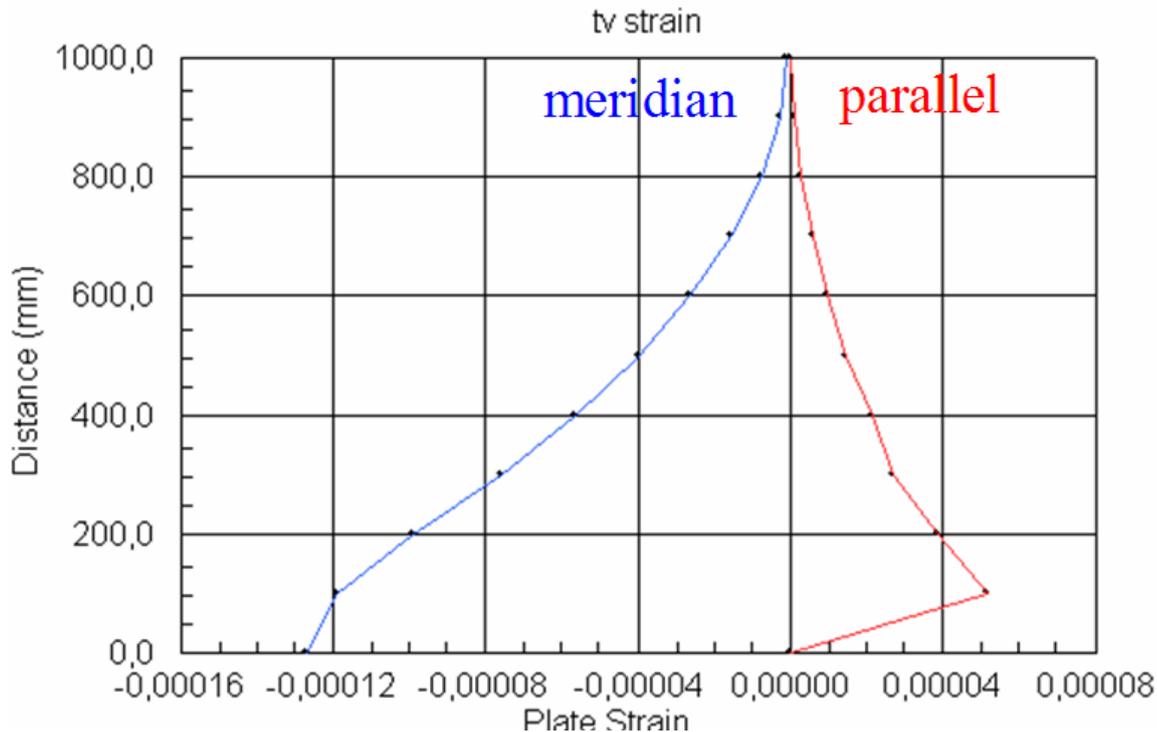


Figura 71





Le tensioni tangenziali statiche di meridiano vanno via via crescendo verso la base del silo e hanno segno negativo, quelle di parallelo invece rimangono pressochè costanti e di valore nullo.

Come precedentemente segnalato la porzione terminale, corrispondente ad una lunghezza d'onda avrà influenza sensibile degli effetti dell'incastro alla base, e genererà quindi una alterazione ben visibile dell'andamento delle tensioni. Questo a spiegare il picco insolito delle tensioni tangenziali di parallelo circa a 15 – 20 cm dalla base e la lieve diminuzione dell'tv di parallelo rispetto all'andamento globale.

Per quanto invece riguarda le deformazioni è visibile una corrispondenza diretta tra tensioni e deformazioni di meridiano, mentre invece è distinguibile una chiara differenza tra le due grandezze di parallelo. Quindi avremo tensioni tangenziali di parallelo costanti e deformazioni crescenti verso il basso, giustificabili tramite la legge di legame tensioni-deformazioni.

Quindi avremo per quanto riguarda i meridiani un legame tra tensioni e deformazioni che sarà sintetizzabile tramite la formula seguente, in cui sostituiamo le grandezze da noi utilizzate.

Occupiamoci ora delle sollecitazioni dinamiche, le pressioni orizzontali dovute alla sollecitazione sismica genereranno i diagrammi di tensioni e deformazioni qui riportati:

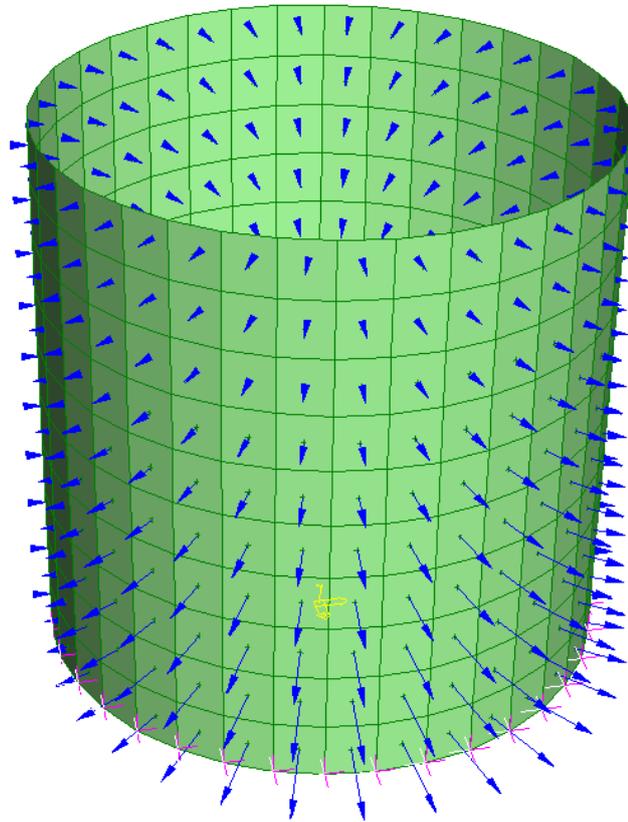
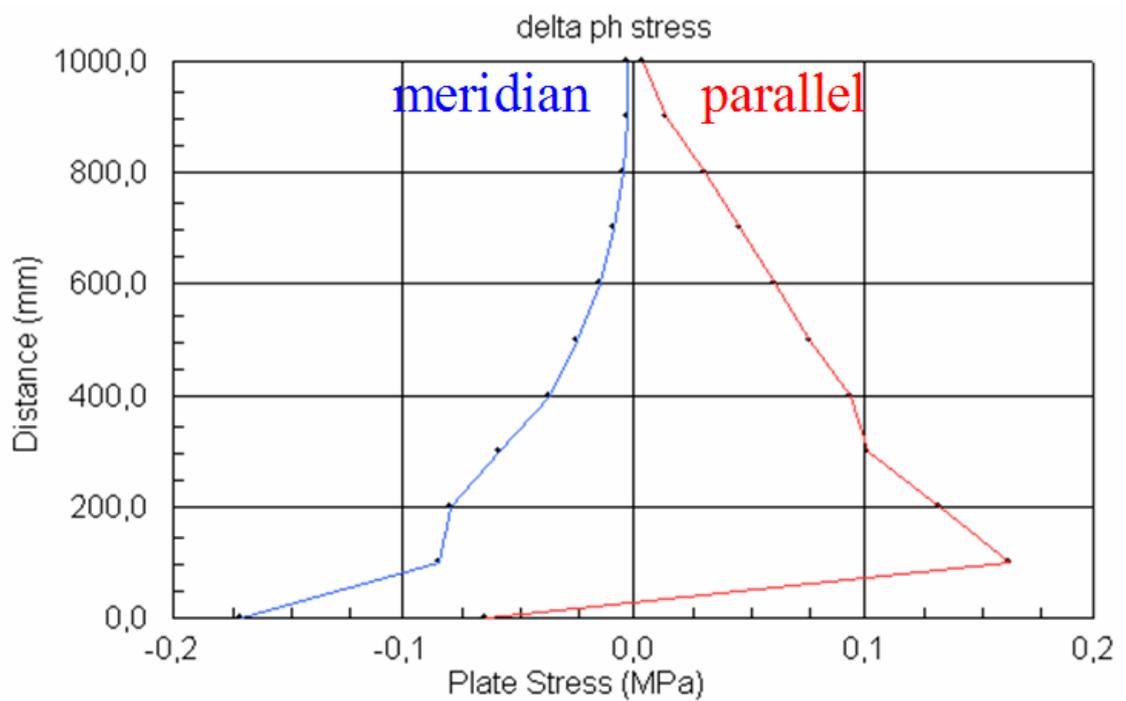
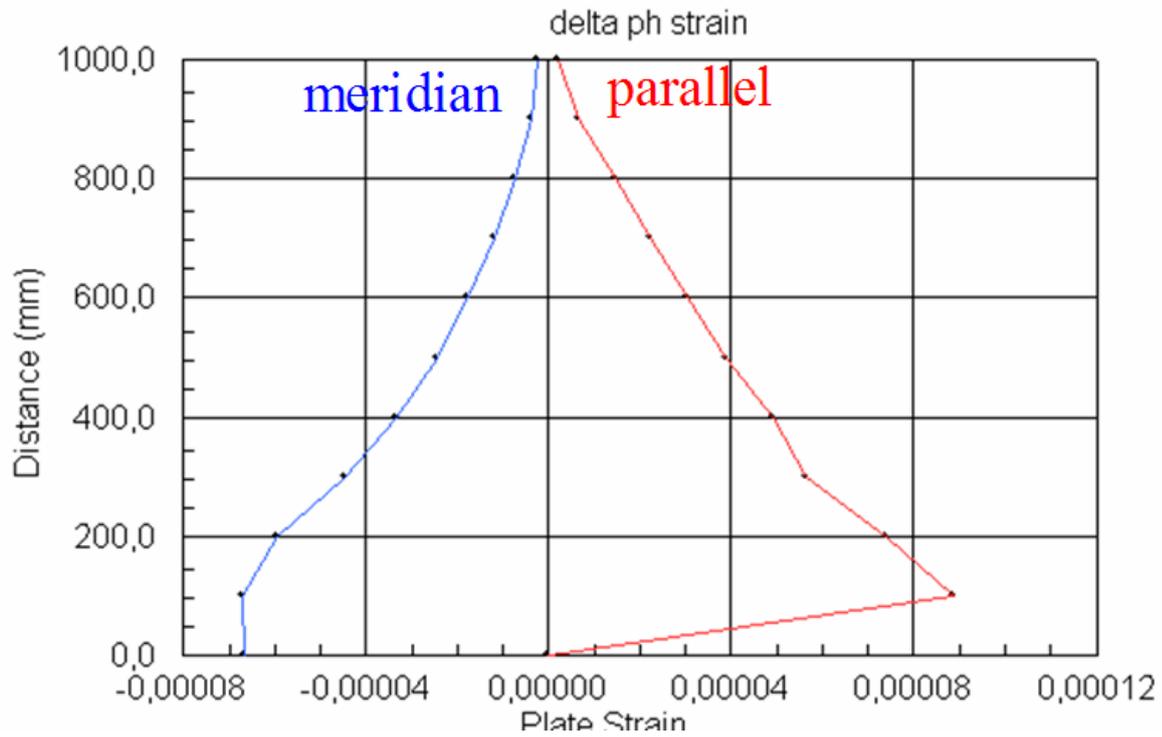


Figura 72





Nel caso delle pressioni orizzontali dinamiche la corrispondenza tra l'andamento delle tensioni e quello delle deformazioni è più palpabile, tutte le grandezze vedono una riduzione con l'altezza del loro valore.

La fascia più bassa è evidentemente influenzata dall'incastro al fondo, e provoca infatti picchi o decrescite non coerenti con l'andamento generale.

Consideriamo in ultimo le sollecitazioni tangenziali dinamiche, collocate in parte verso l'alto, in parte verso il basso a seconda dell'entrata del sisma:

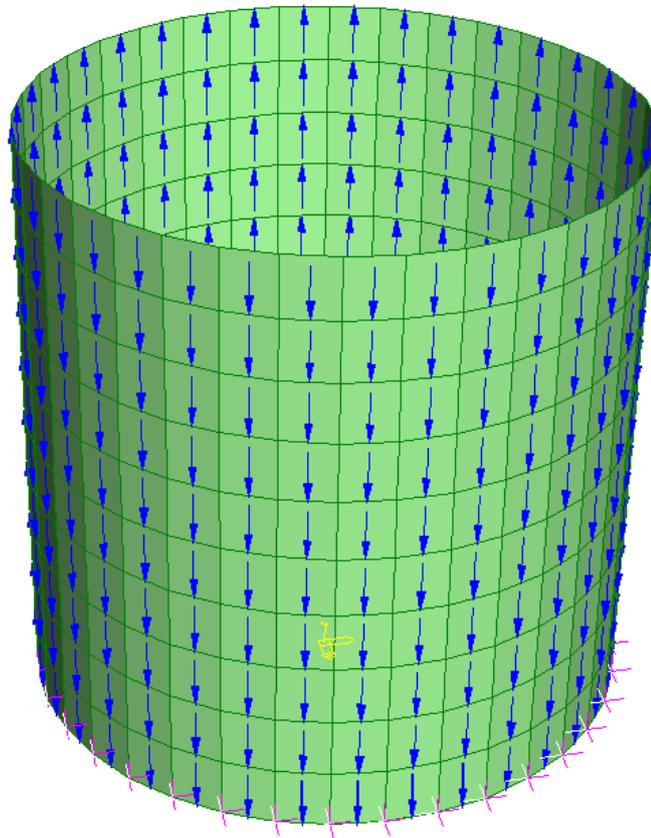
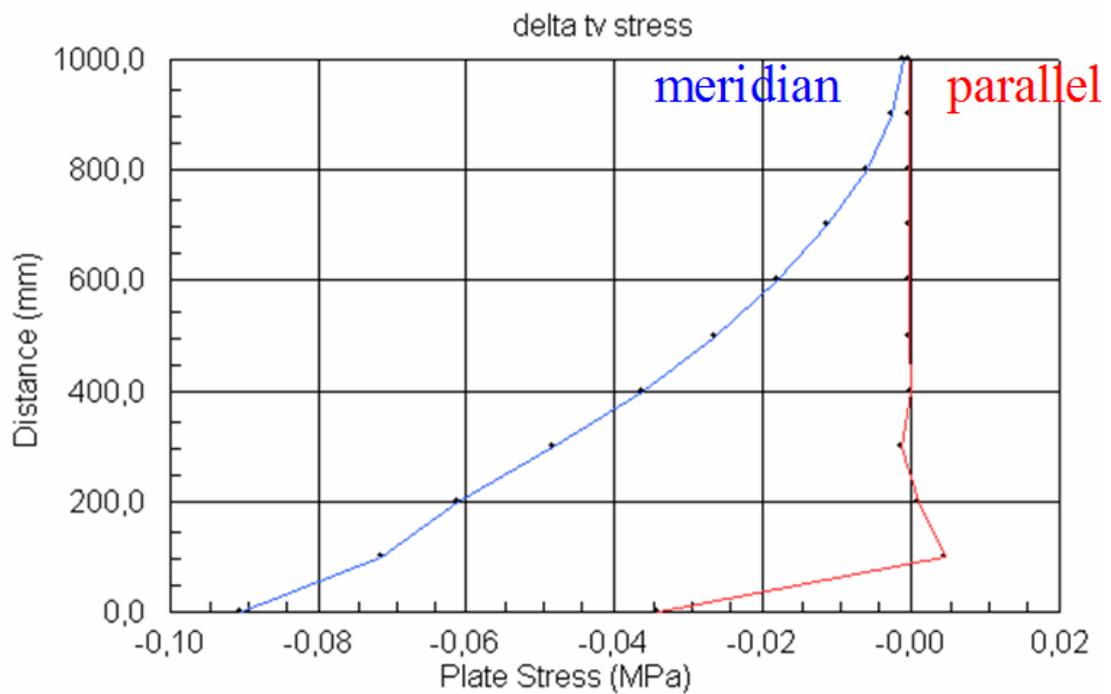
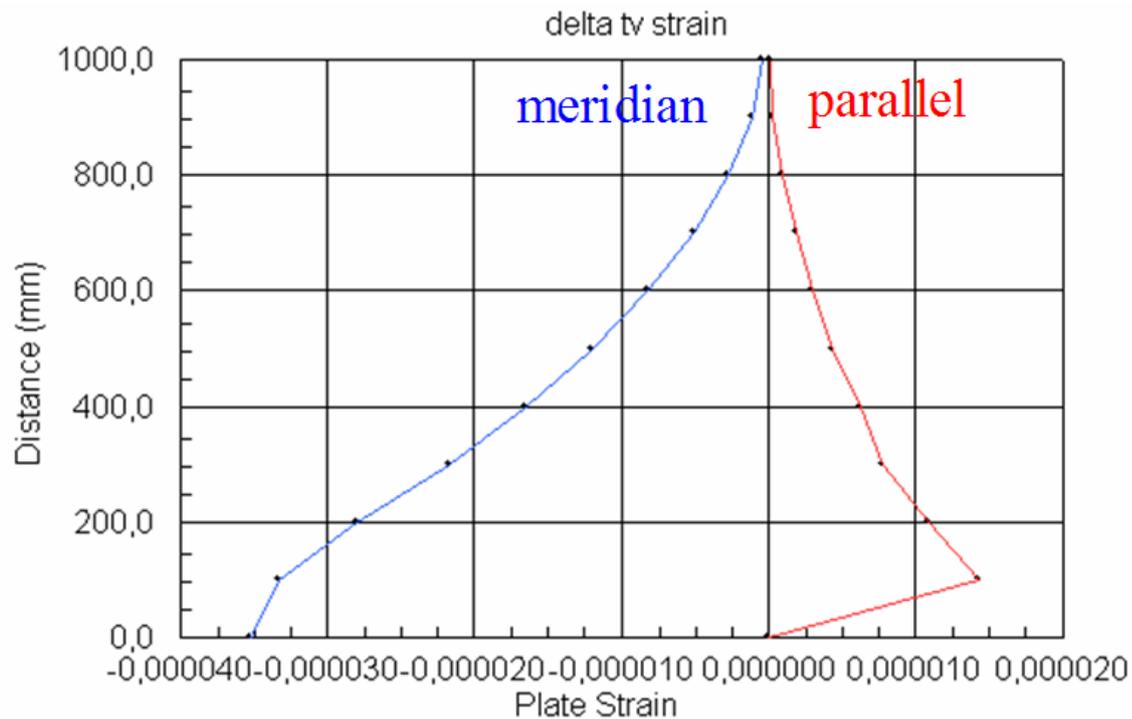


Figura 73





Le tensioni di meridiano generate dalle tensioni tangenziali dinamiche sono decrescenti con l'aumentare dell'altezza, mentre quelle di parallelo sono costanti e di valore praticamente nullo.

Le deformazioni sono entrambe crescenti verso la base, grazie al legame tensione-deformazione. L'effetto del fondo è esplicitato dai picchi visibili ad una ventina di centimetri dal fondo, o comunque dalle variazioni di andamento globale presenti nella suddetta fascia.

Considerando poi i due casi nel loro complesso: caso statico e caso dinamico totale si potrà dire che il caso statico si avrà attraverso la somma tra le due sollecitazioni statiche descritte pocanzi:

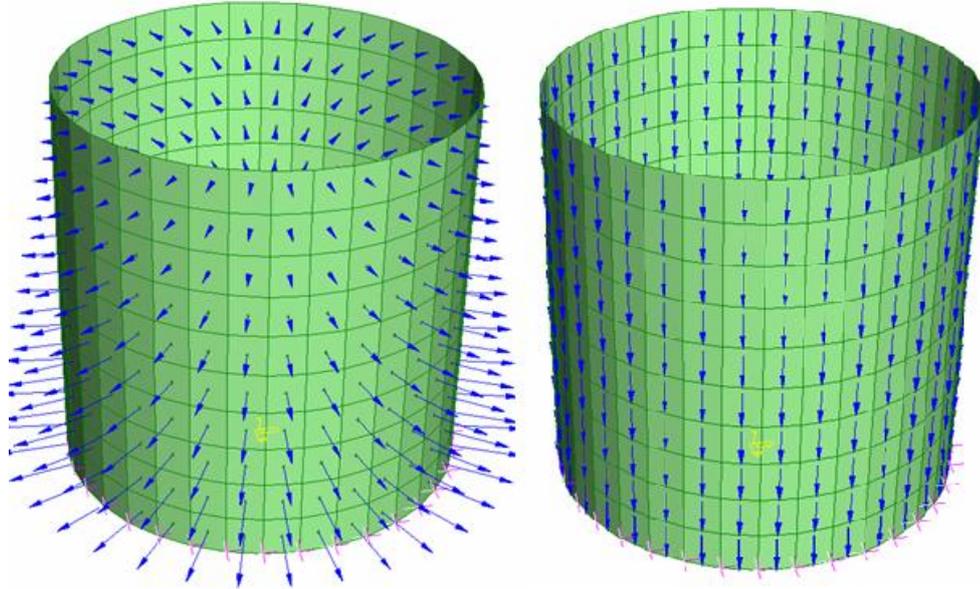
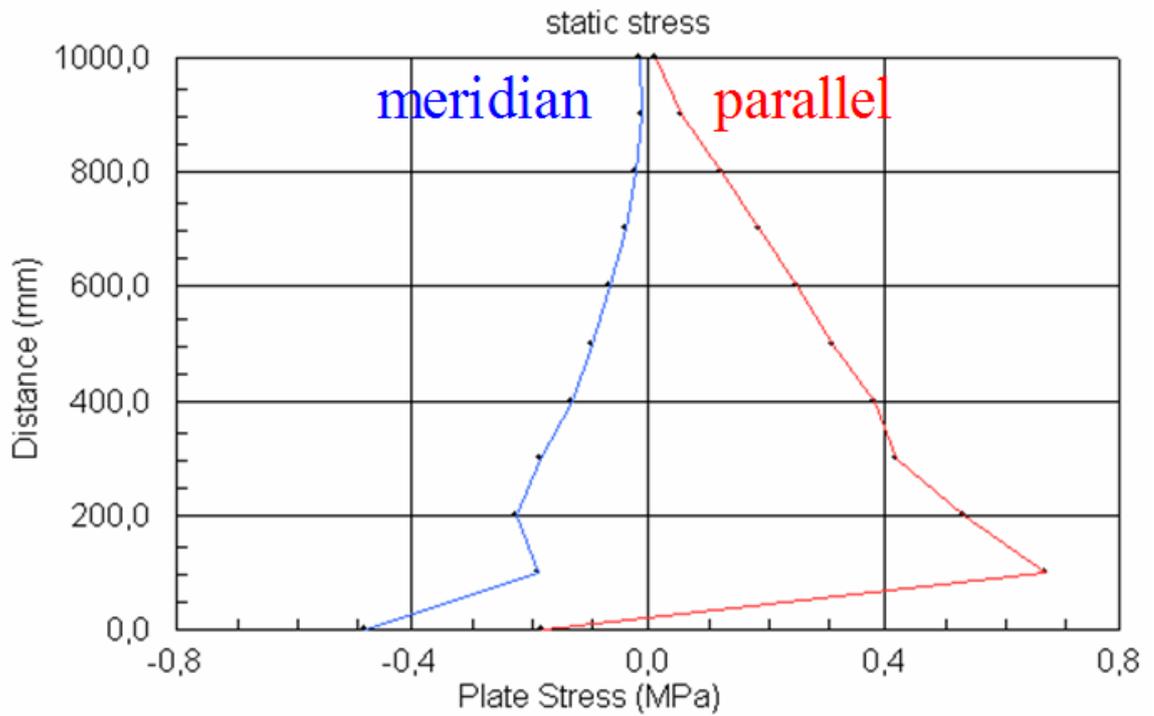
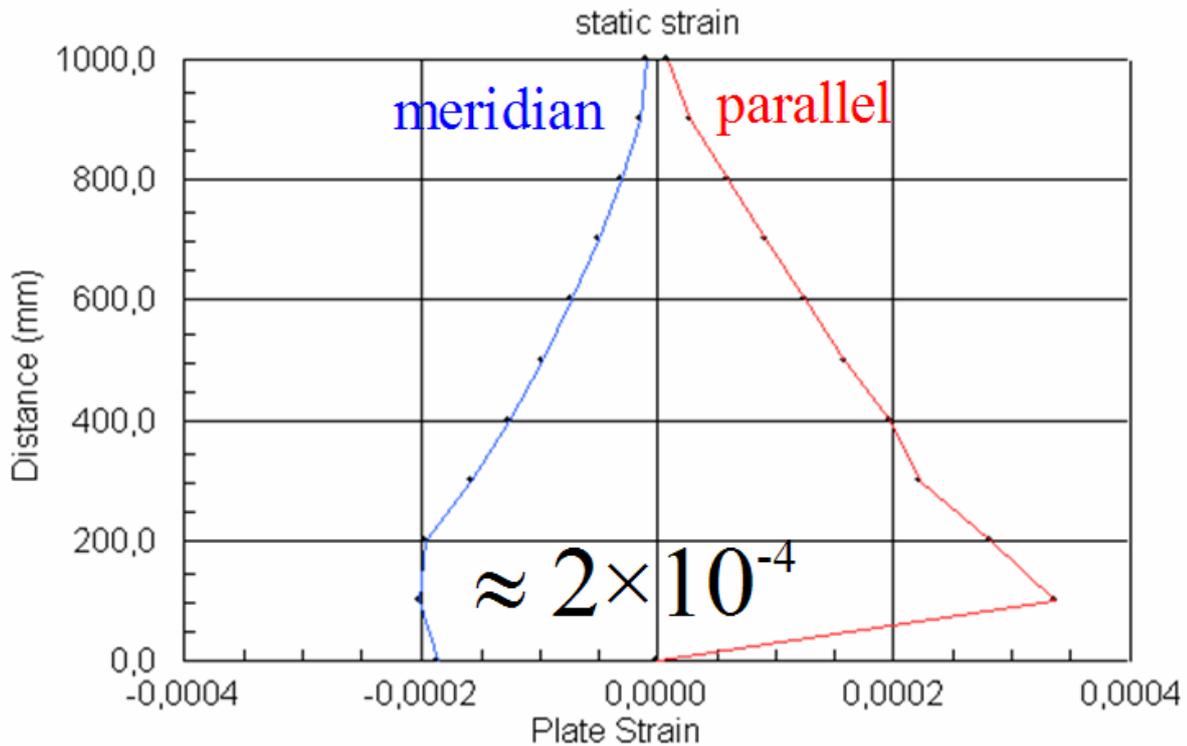


Figura 74





Quindi nella condizione statica si avranno sollecitazioni che porteranno a tensioni crescenti se ci si abbassa verso la base del silo, con tensioni di meridiano di compressione e tensioni di parallelo di trazione. Le deformazioni saranno corrispondenti alle tensioni con un'ordine di grandezza comunque paragonabile ai precedenti spessori cioè circa 10^{-4} .

Occorre ricordare che la fascia più bassa non fornisce risultati attendibili in quanto influenzata dal vicolo di incastro posto in sostituzione della base.

Infine analizziamo il caso totale in cui il silo così trattato è sollecitato da sisma, si avranno quindi la somma degli altri due casi dinamici per ottenere tensioni e deformazioni graficati qui sotto:

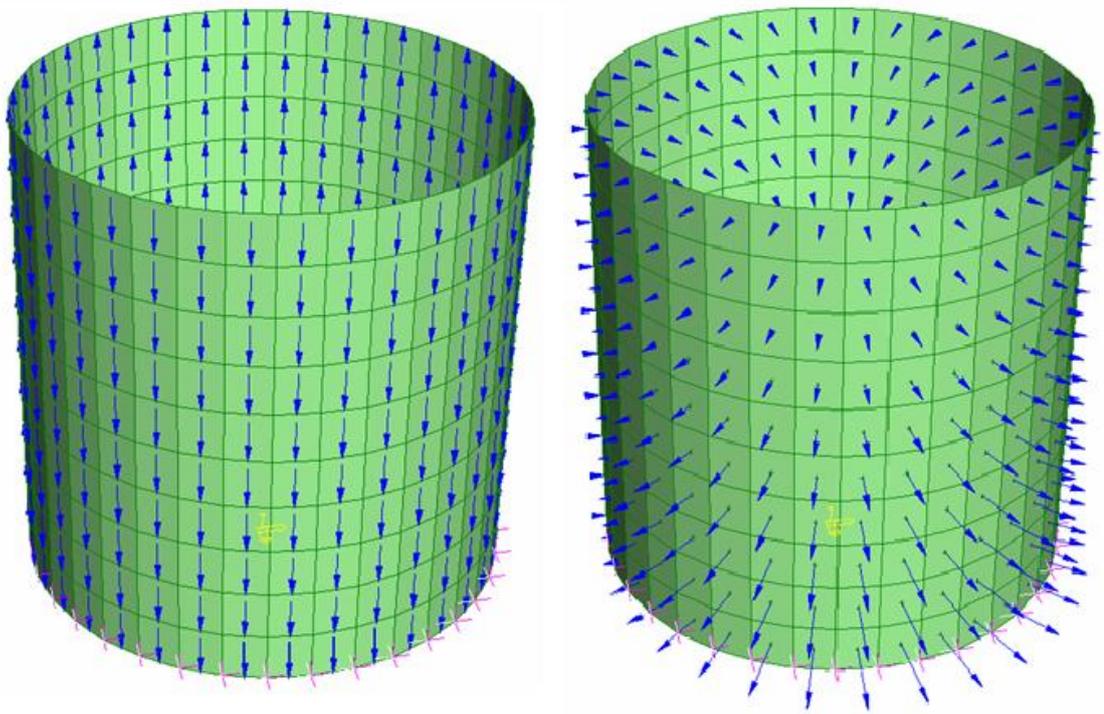
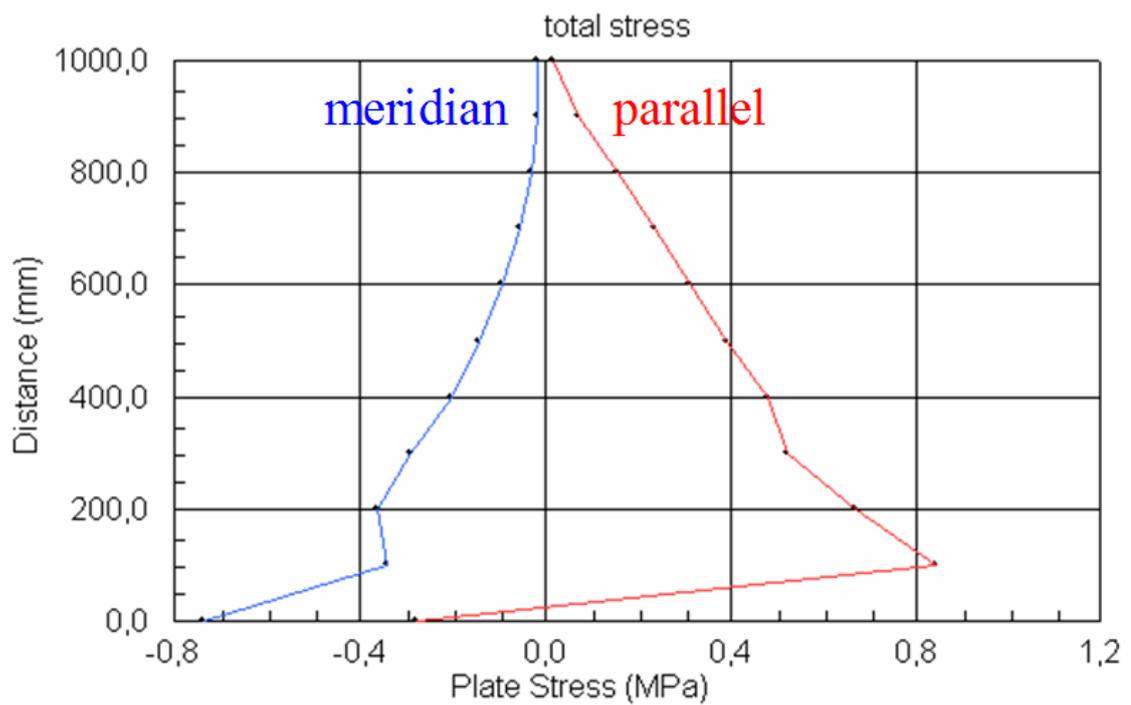
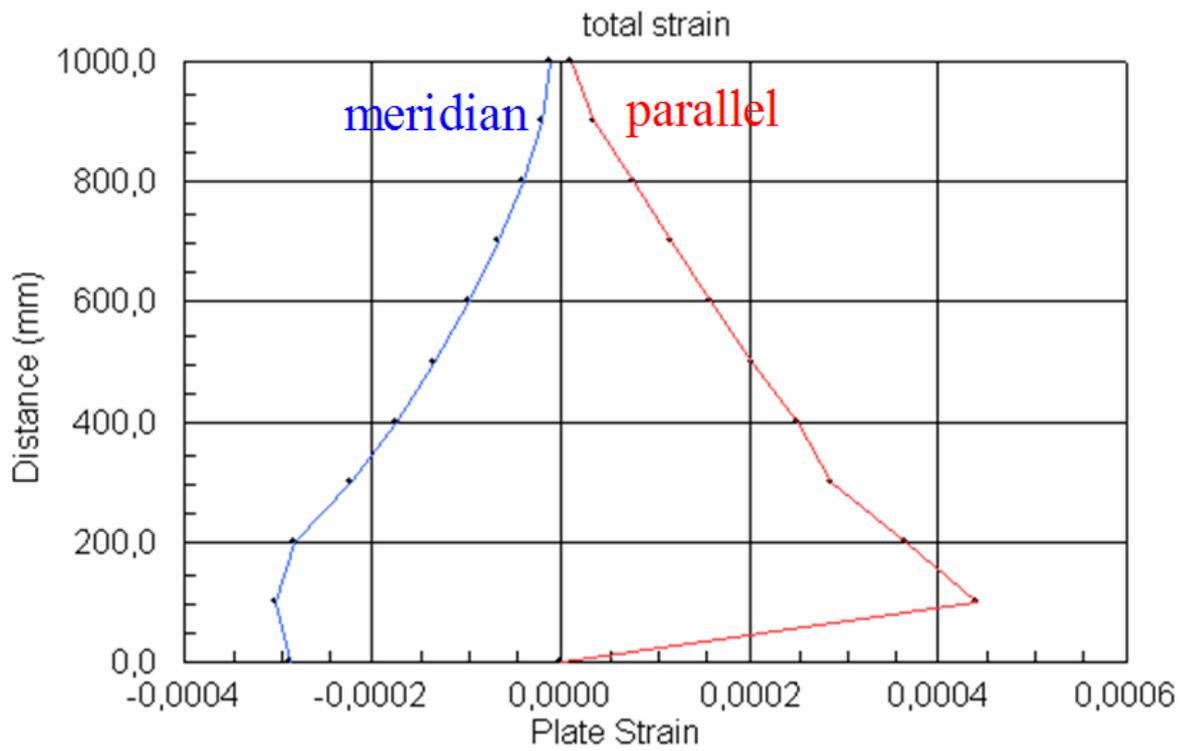


Figura 75

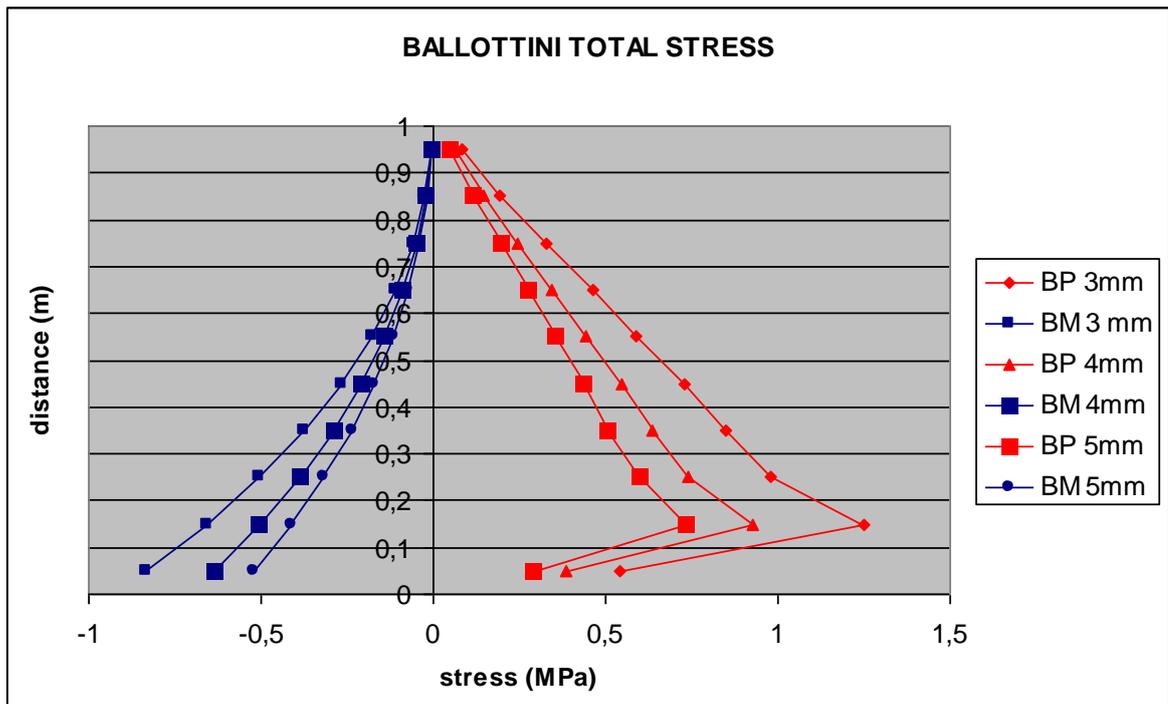




Le tensioni totali hanno un andamento crescente verso il basso sia per quelle di parallelo che di meridiano, vengono ad essere influenzate a circa 20 cm dal fondo dall'incastro alla base, e queste vengono a generare deformazioni analoghe come andamento.

12.5.4. Confronto 3,4, e5 mm e conclusioni

Risulta di assoluta importanza un confronto tra gli spessori appena analizzati, sia per tensioni che per deformazioni. I grafici sottostanti mostrano quindi l'andamento delle tensioni totali e deformazioni totali di meridiano e parallelo:

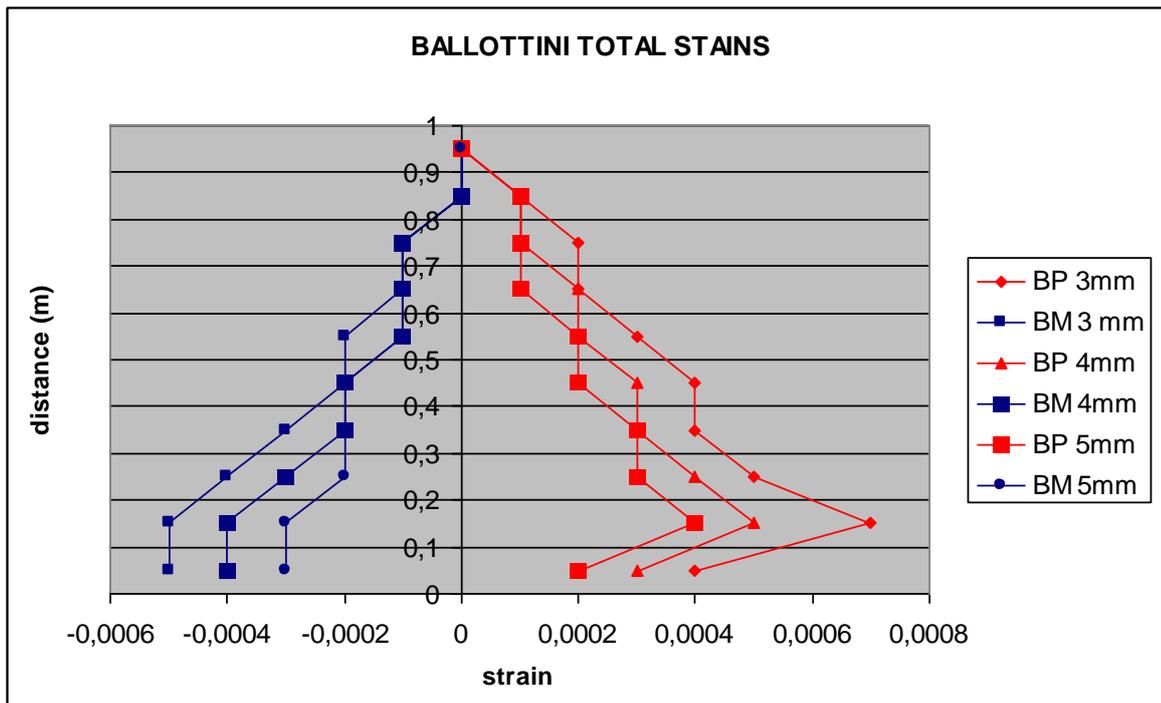


Le tensioni di meridiano, graficate in blu, mostrano come siano maggiormente rilevanti nel provino con spessore minore, cioè quello da 3 mm, per poi gradatamente diminuire sino ai valori relativi a quello da 5 mm.

Le tensioni di parallelo percorrono esattamente la stessa logica, quelle più rilevanti saranno per il provino da 3 mm.

Le tensioni di meridiano sono in generale meno influenzate dal vincolamento di base, mentre quelle di parallelo hanno un picco nella fascia di influenza che è costante al variare dello spessore in quanto dipendente dalla lunghezza d'onda.

Si prosegue quindi con la visualizzazione anche delle deformazioni derivanti da questo stato tensionale appena descritto, avremo il confronto nel grafico sottostante:



Le deformazioni totali hanno entità ridotta, hanno quindi per approssimazioni un aspetto a gradini, per tolleranze di calcolo. La rilevazione reale sarà quindi leggermente differente da quella riportata ma non in entità rilevante.

Le deformazioni di meridiano mostrano come soprattutto verso il fondo si abbia entità maggiormente rilevante per il provino a 3 mm, ma con valori molto vicini a quelli degli altri spessori.

Le deformazioni di parallelo risultano invece più distaccate, soprattutto quelle di entità maggiore, cioè quelle da 3 mm.

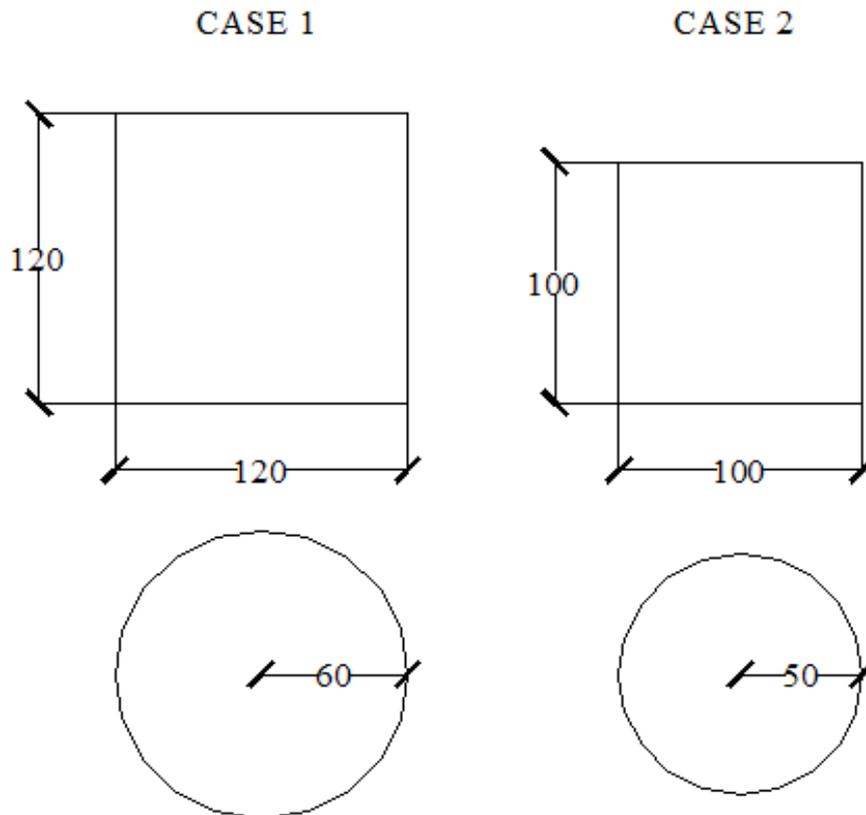
In conclusione si può affermare che la scelta ottimale sarebbe un provino di 3 mm di spessore. La sua maggiore deformabilità permetterebbe uno stato tensionale della parete maggiormente rilevante e quindi generante anche una più evidente deformazione. Queste due conclusioni sono utili al fine della rilevazione delle pressioni sulla parete del silo, soprattutto legata alla precisione di misura dei sensori.

13. Confronto tra i provini 1 e 2

Ancor più importante del confronto dei vari spessori per ogni tipologia di provino, è il confronto tra le due proposte di dimensioni in termini prima di pressioni, poi di beneficio rispetto all'Eurocodice e infine in termini di risultati di tensioni e deformazioni.

Questo confronto potrà fornire in termini di differenza tra i due provini, i mezzi per compiere una scelta consapevole delle dimensioni da scegliere al fine di ottimizzare i dati che fuoriusciranno dalla prova. La prova viene progettata nei minimi particolari e ipotizzando alcune varianti proprio per non avere sorprese di risultati non utilizzabili o eventuali imprevisti.

A tal fine si inizia quindi a confrontare le pressioni calcolate rispettivamente per il CASE 1, cioè il provino da 120 cm e il CASE 2, da 100 cm come si può osservare nello schema sottostante.



Quindi gli schemi precedentemente studiati singolarmente vengono ad essere affiancati e posti al confronto. Ad ogni altezza prescelta si avrà quindi il paragone in termini di N/cm^2 sia per le pressioni statiche (graficate in blu) che per le delta ph dinamiche (graficate in rosso). Inoltre verranno riportate anche le pressioni totali alla quota specificata.

Iniziando ad una quota di 0,25H dal pelo libero del materiale avremo:

CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.192 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.048 \frac{N}{cm^2}$$

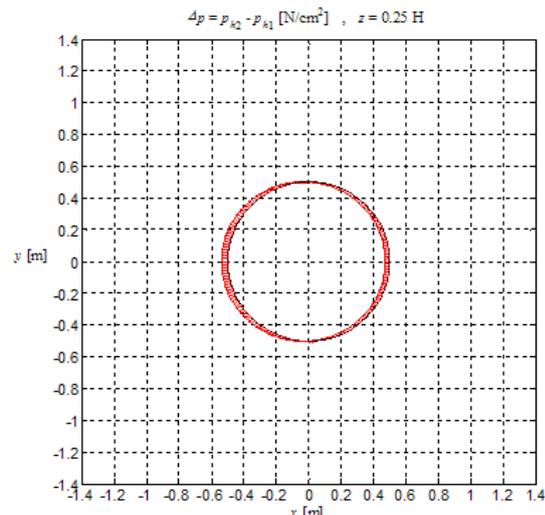
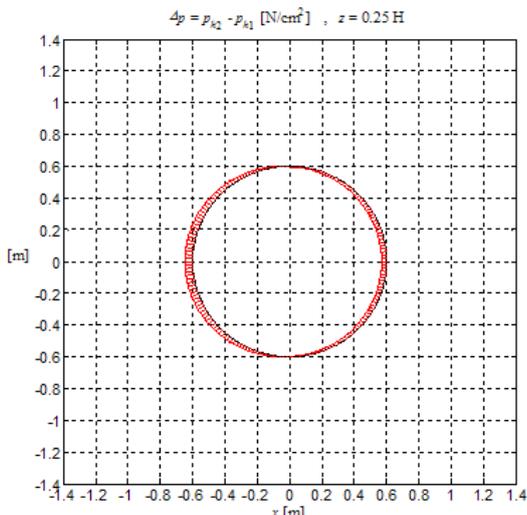
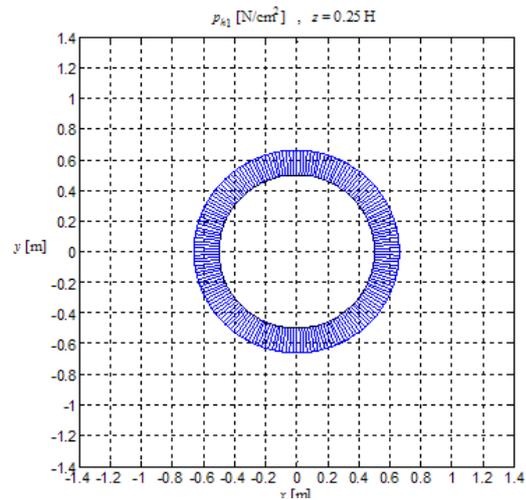
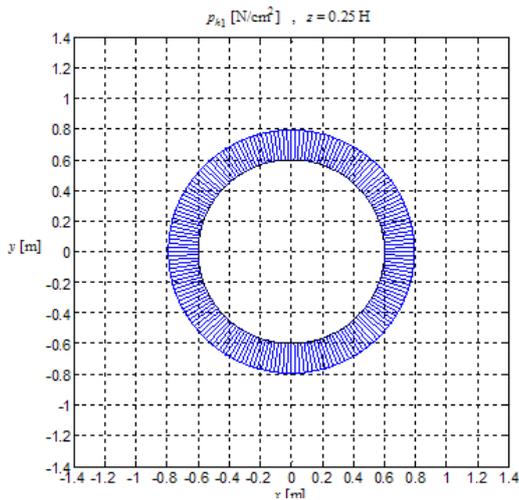
$$p_{h,tot,max} = 0.24 \frac{N}{cm^2}$$

CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.16 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.04 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.2 \frac{N}{cm^2}$$



Questo primo confronto porta ad evidenziare che la variazione geometrica del provino incide sia sulle pressioni statiche che su quelle dinamiche anche se in entità diverse.

La differenza è in entrambi i casi, cioè sia statico che dinamico, di circa il 17%. La differenza anche se non ingente è comunque rilevante al fine della rilevazione dei risultati e l'affidabilità delle misurazione dei sensori.

Passiamo quindi alla quota corrispondente a metà altezza del silo, cioè 0,5H ed avremo in analogia alla precedente:

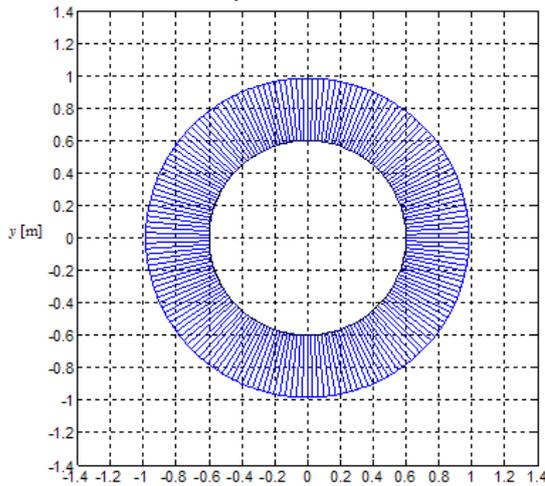
CASE 1

D=120

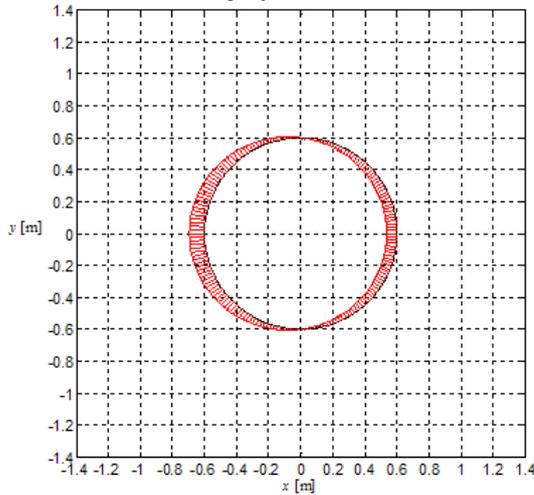
$$p_{h1} = 0.384 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.096 \frac{N}{cm^2}$$

$$P_{h,tot,max} = 0.48 \frac{N}{cm^2}$$

p_{k1} [N/cm²] , z = 0.50 H



$\Delta p = p_{k2} - p_{k1}$ [N/cm²] , z = 0.50 H



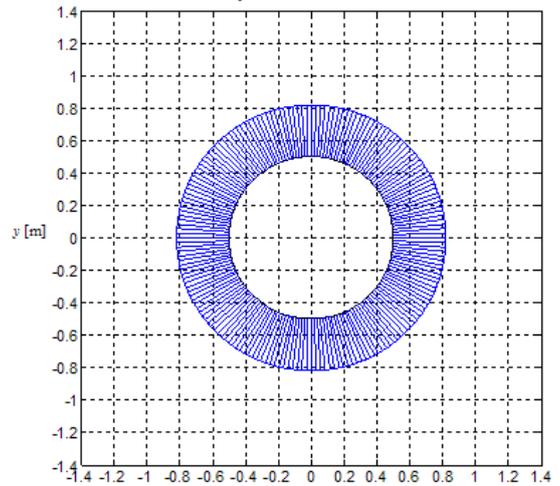
CASE 2

D=100

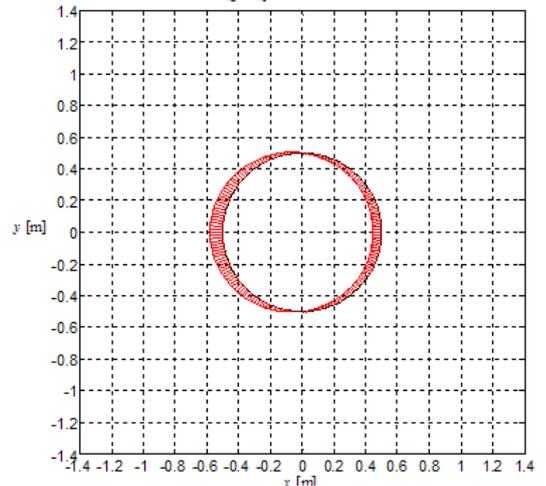
$$p_{h1} = 0.32 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.08 \frac{N}{cm^2}$$

$$P_{h,tot,max} = 0.4 \frac{N}{cm^2}$$

p_{k1} [N/cm²] , z = 0.50 H



$\Delta p = p_{k2} - p_{k1}$ [N/cm²] , z = 0.50 H



Come alla quota precedente si evidenzia un'entità di pressioni più elevata nel provino più grande, ma si mantiene costante la differenza percentuale ad un 17% di variazione.

Osservando il silo a quota 0,75H avremo invece:

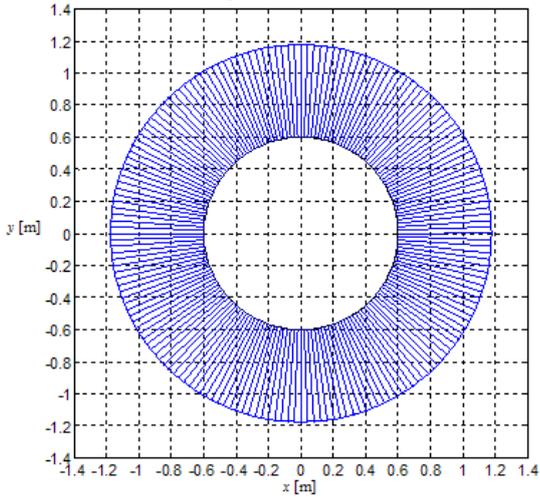
CASE 1

$D=120$

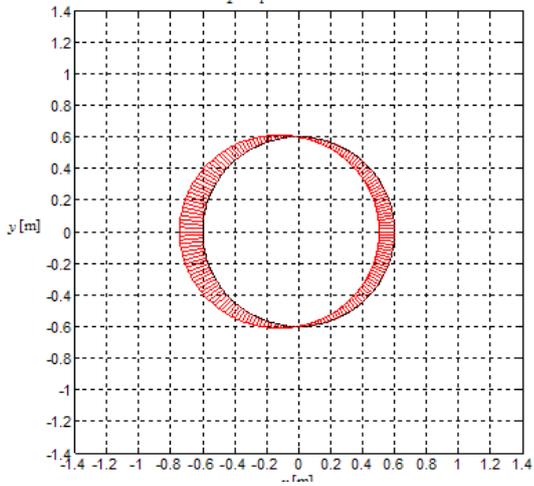
$p_{h1} = 0.576 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.144 \frac{N}{cm^2}$

$p_{h,tot,max} = 0.72 \frac{N}{cm^2}$

$p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.75 H$



$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.75 H$



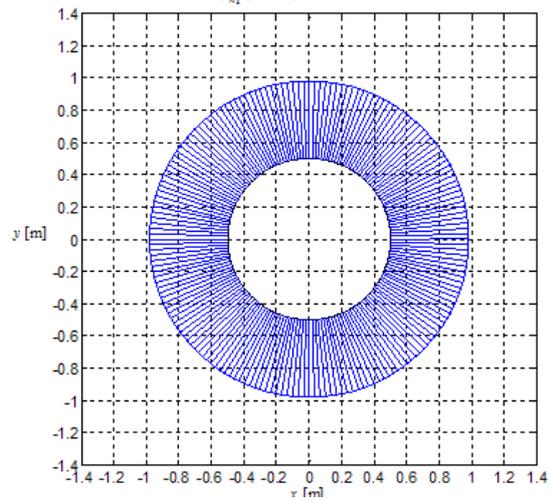
CASE 2

$D=100$

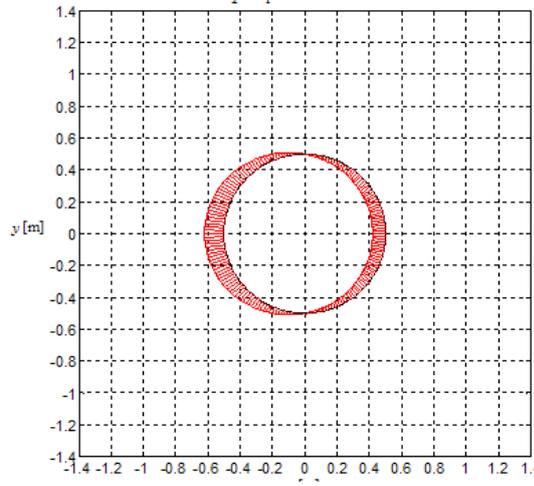
$p_{h1} = 0.48 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.12 \frac{N}{cm^2}$

$p_{h,tot,max} = 0.6 \frac{N}{cm^2}$

$p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.75 H$



$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.75 H$



L'entità di queste pressioni sono le massime rilevabili successivamente come tensioni e deformazioni. Il giovamento in termini di entità di risultati sarà sempre pari al 17% circa.

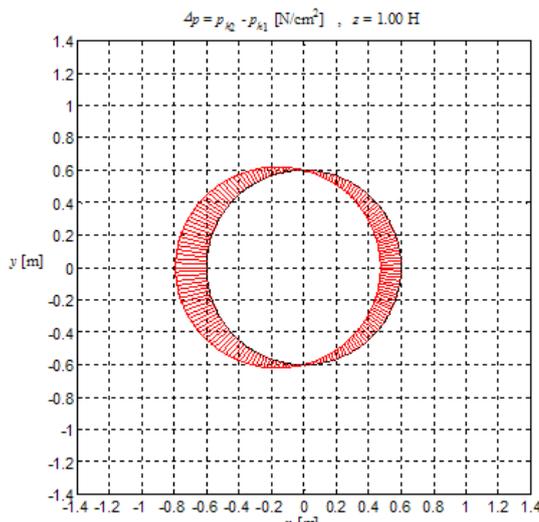
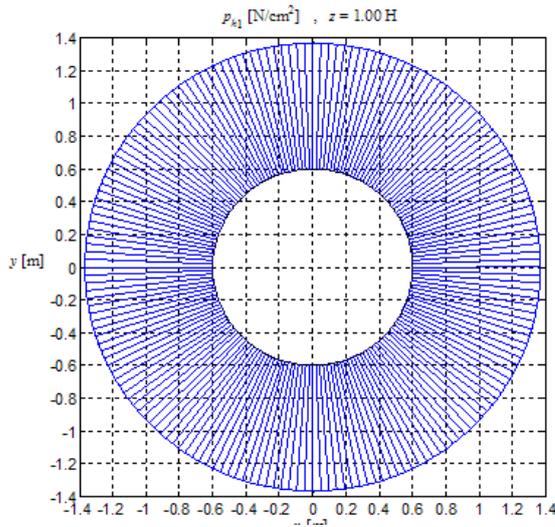
Alla base, cioè ad H, avremo l'entità maggiore di pressioni, anche se nel provino genereranno tensioni e deformazioni non leggibili in modo corretto per il vincolo troppo vicino che inficia il risultato:

CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.768 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.96 \frac{N}{cm^2}$$

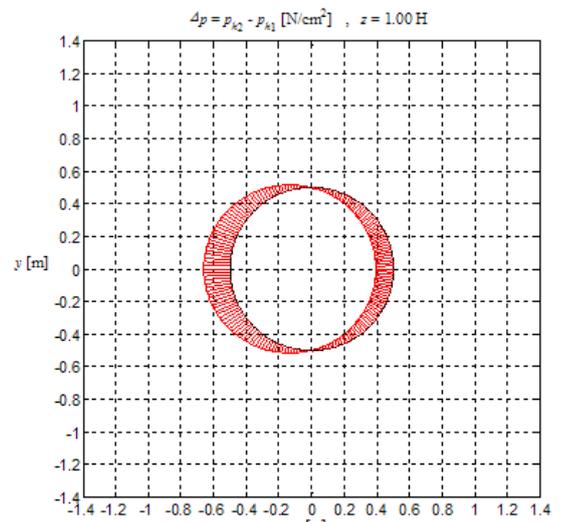
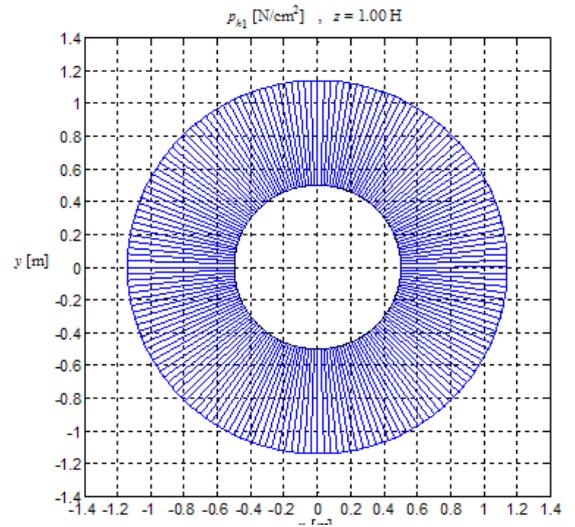


CASE 2

D=100

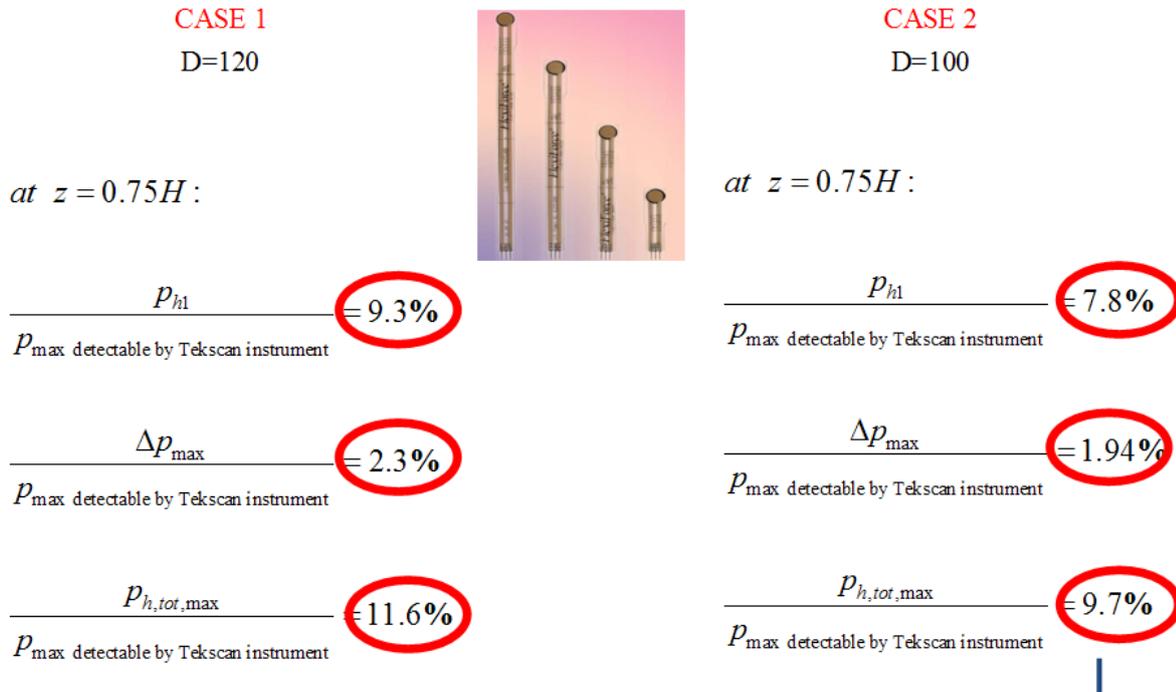
$$p_{h1} = 0.64 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.16 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.8 \frac{N}{cm^2}$$



13.1.1. Confronto riguardo le rilevazioni dei sensori

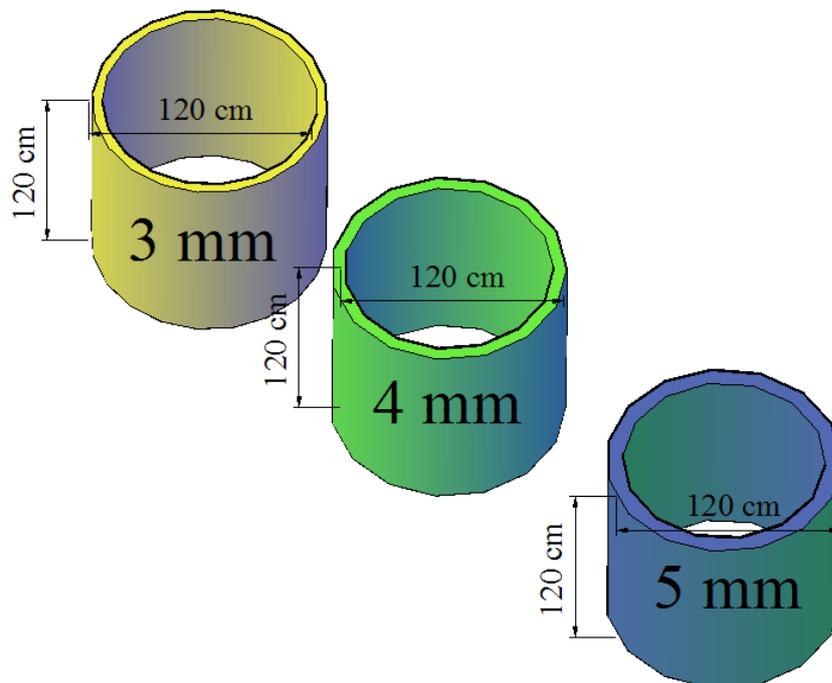
Considerando le percentuali generato dal rapporto tra pressione generata e pressione massima misurabile avremo:



Quindi la differenza tra i due provini risulta essere circa un 2%, si apprezza maggiormente il provino che genera percentuali maggiori, in quanto la linearità è sul 3%, quindi più ci si allontana da questo valore più l'errore sarà ininfluenza.

14. Provino 1 – 120 cm – Steel balls

La prova che si progetta con questo documento prevede un dispendio notevole di tempo di progettazione e di denaro. Per questo fissato il contenitore previsto alla base vibrante si prevede di variare materiale insilato durante la prova così da ottenere la massima gamma di risultati possibile. Quindi si considerano i provini di spessore 3, 4 e 5 mm come in precedenza con diametro e altezza di 120 cm ma con un insilato differente.



Si considera come insilato alternativo quello composto da sfere di acciaio che enfatizzerebbero maggiormente gli effetti dell'accelerazione sul provino. Si ripercorrerà quindi l'intero percorso esposto per i provini precedenti ma con un evidente differenza in termini di entità di risultati.

Per evitare la ridondanza e per brevità si affronterà l'analisi in modo più essenziale del precedente approccio, cioè osservando direttamente il confronto tra i risultati dei tre spessori diversi dei provini.

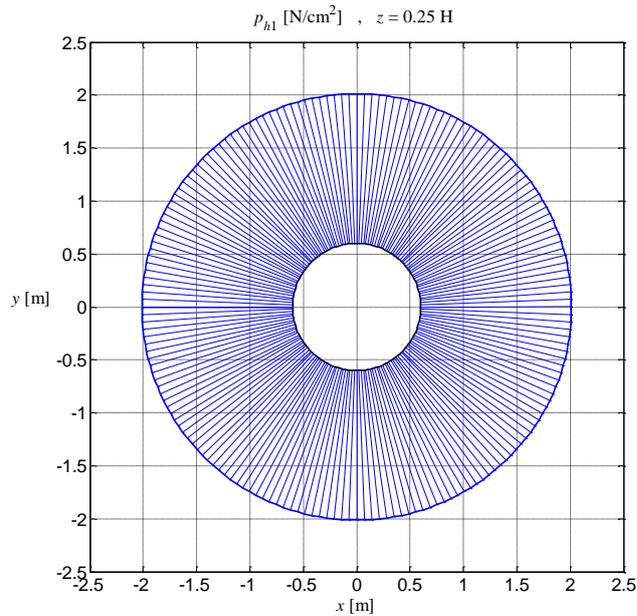
Ripercorriamo quindi per prima cosa l'individuazione delle pressioni da imporre.

14.1. Calcolo delle pressioni

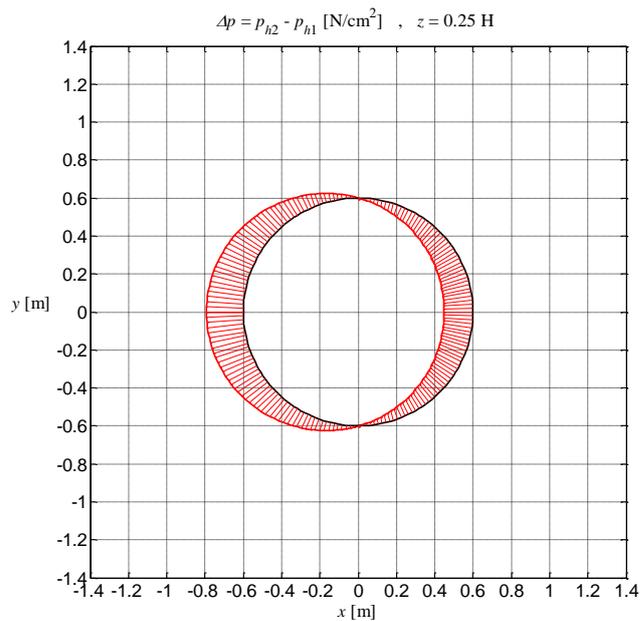
Si andranno a mostrare di seguito le pressioni $p_{h,GW}$ e Δp_{max} a varie quote z .. Queste verranno ad essere il carico per l'analisi statica equivalente.

Quota 0,25H:

$$p_{h,GW} = 1,413 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 1413 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



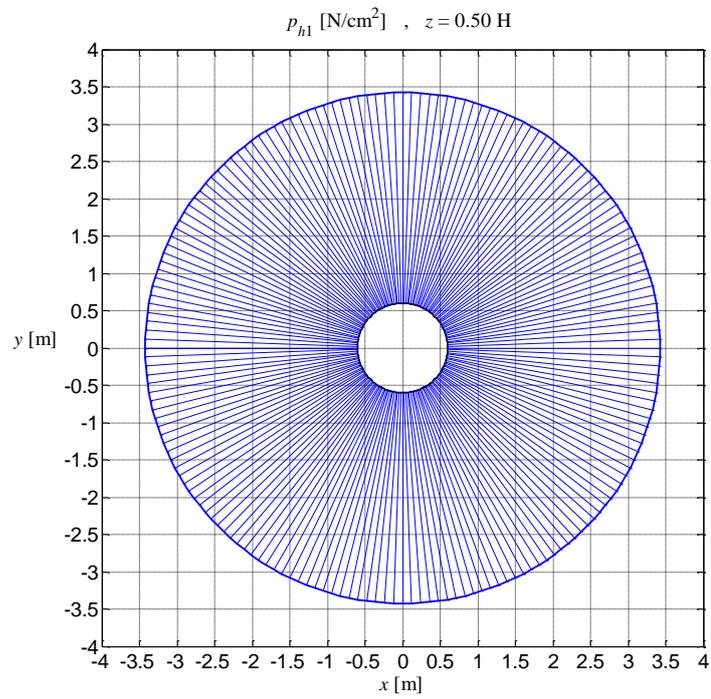
$$\Delta p_{h,GW} = 0,1927 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 192,7 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



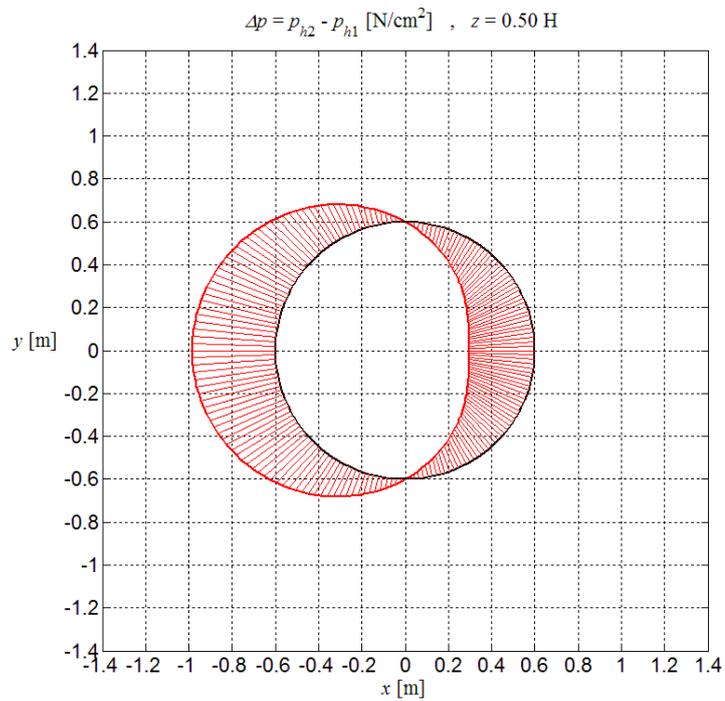
$$p_{h,tot,max} = 1,606 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 1606 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota 0,5H:

$$p_{h,GW} = 2,826 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 2826 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



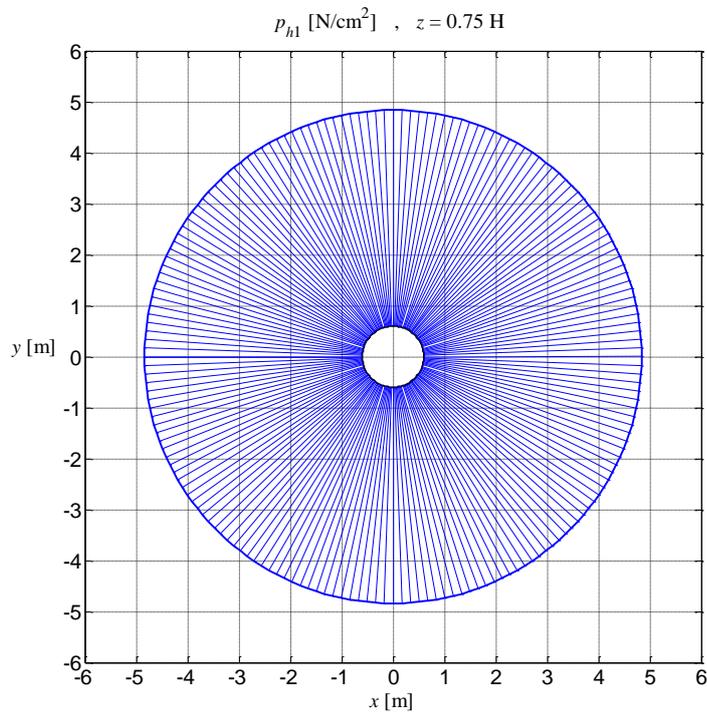
$$\Delta p_{h,GW} = 0,3854 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 385,4 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



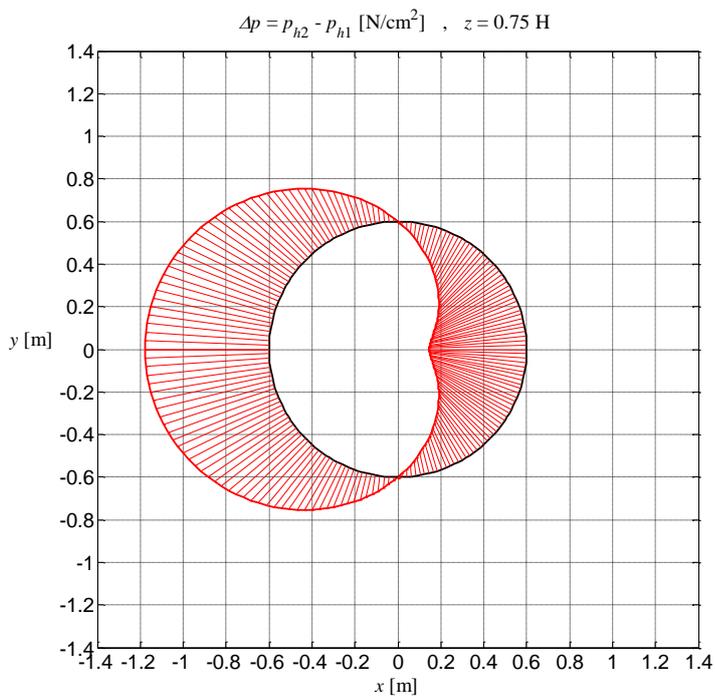
$$p_{h,tot,max} = 3,2114 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 3211,4 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota 0,75H:

$$p_{h,GW} = 4,239 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 4239 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



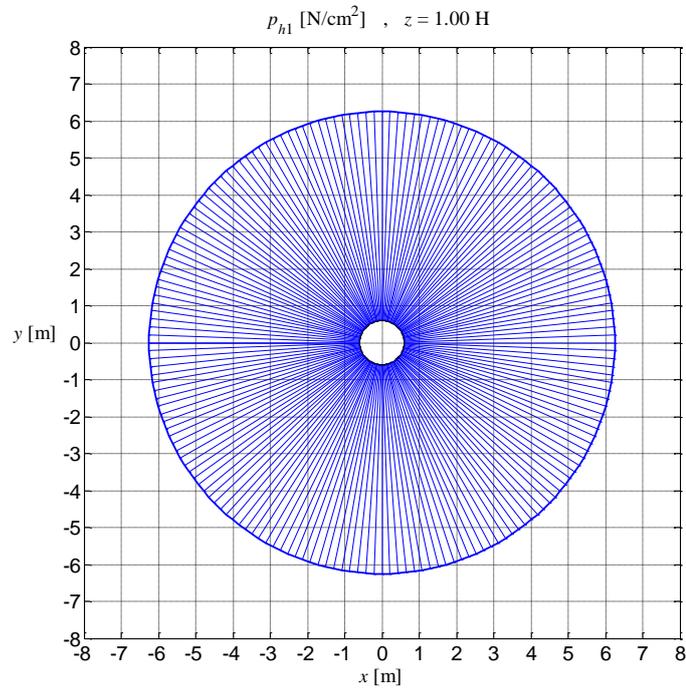
$$\Delta p_{h,GW} = 0,578 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 578 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



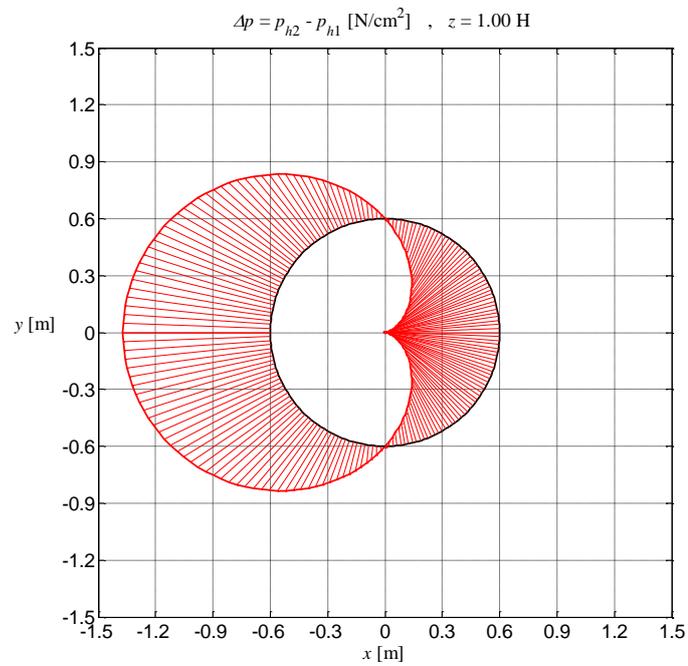
$$p_{h,tot,max} = 4,817 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 4817 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota H:

$$p_{h,GW} = 5,652 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 5652 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,7707 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 770,7 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$p_{h,tot,max} = 6,4227 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 6422,7 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

14.2. Compatibilità tra pressioni e sensori

14.2.1. Sensori a rilevazione superficiale

I sensori di questa tipologia scelti in precedenza hanno range tra 0 e 3,4 N/cm². Se ci si mantiene coerenti a questa scelta non sarà possibile utilizzarlo con l'insilato di sfere d'acciaio come si può verificare tramite i semplici calcoli seguenti.

Considerando le pressioni a 0,75 H avremo valori:

$$p_{hl} = 4.239 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.578 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 4.817 \frac{N}{cm^2}$$

Si verifica quindi che le percentuali formate dal rapporto pressione sollecitante- pressione percepibile non sono accettabili, occorrerebbe variare il sensore:

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{hl}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.239 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 1.25 = 125\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.578 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 0.17 = 17\%$$

$$\frac{p_{h,tot,\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.817 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 1.42 = 142\%$$

Occorrerebbe però un sensore da 0 a 6-7 N/cm², il che consentirebbe di utilizzarlo per entrambi gli insilati.

14.2.2. Sensori a rilevazione puntuale

Verifichiamo invece la compatibilità con il sensore puntuale che si è precedentemente ipotizzato di utilizzare in alternativa al diffuso ed avremo:

at $z = 0.75H$:

$$\frac{P_{hl}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.239 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.68 = 68\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.578 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.09 = 9\%$$

$$\frac{P_{h,tot,max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.817 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.78 = 78\%$$

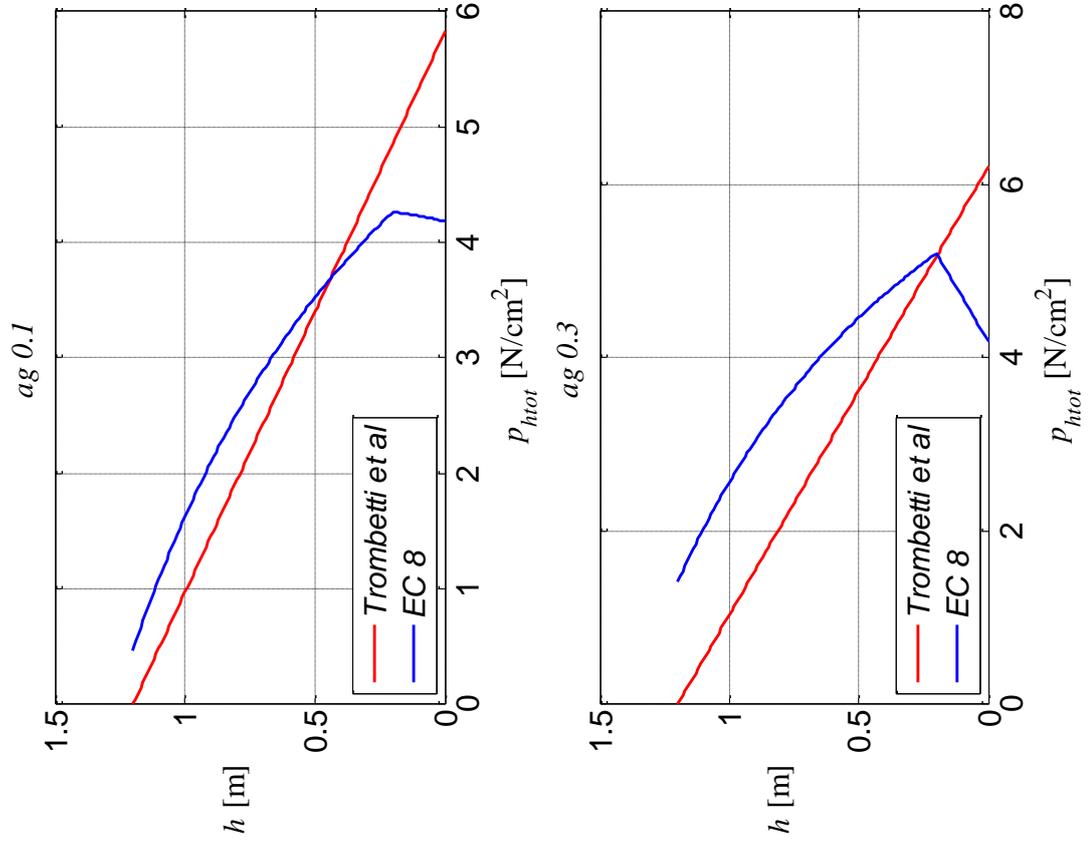
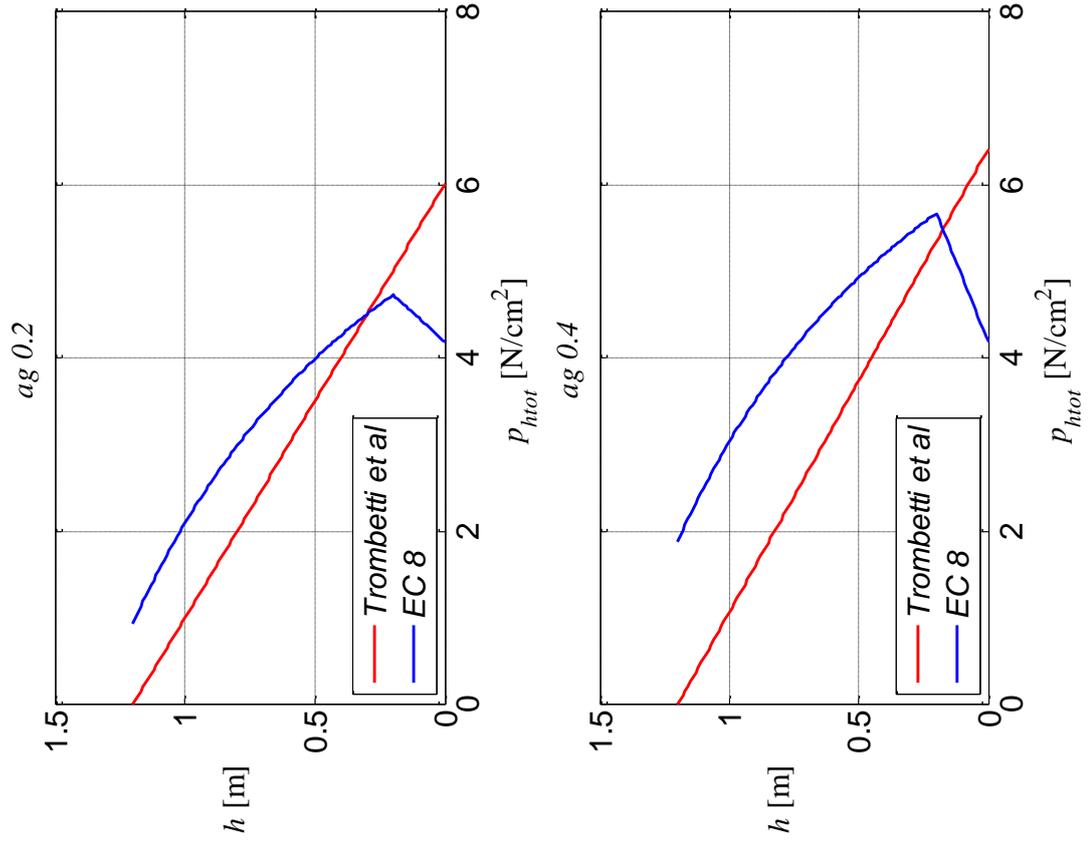
Essendo l'errore minore o uguale al $\pm 3\%$ come in precedenza possiamo dichiarare compatibili le pressioni con quelle rilevabili dal sensore, e quindi risulta che il sensore a rilevazione puntuale in oggetto è compatibile con entrambi gli insilati in esame.

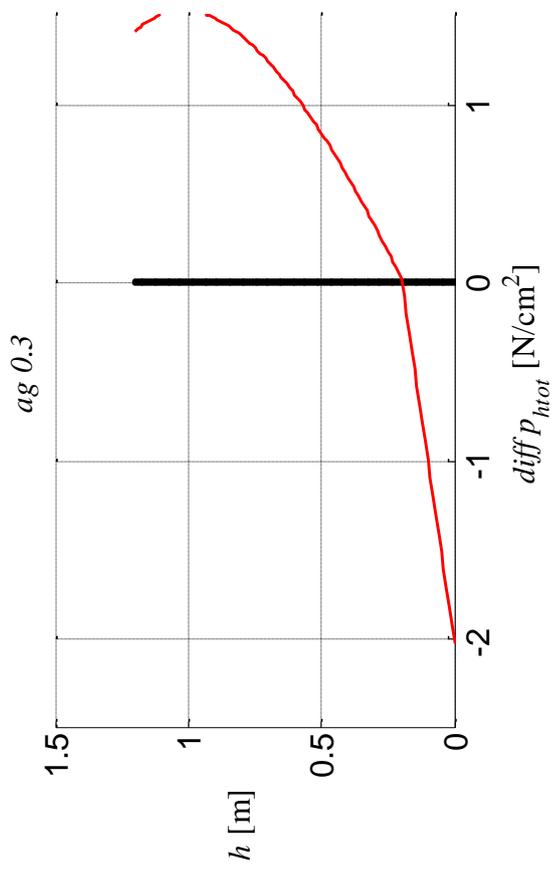
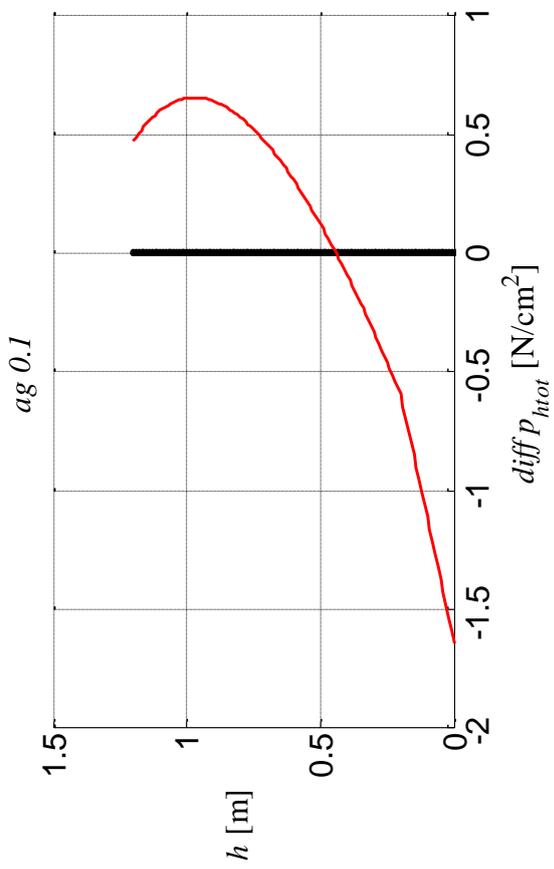
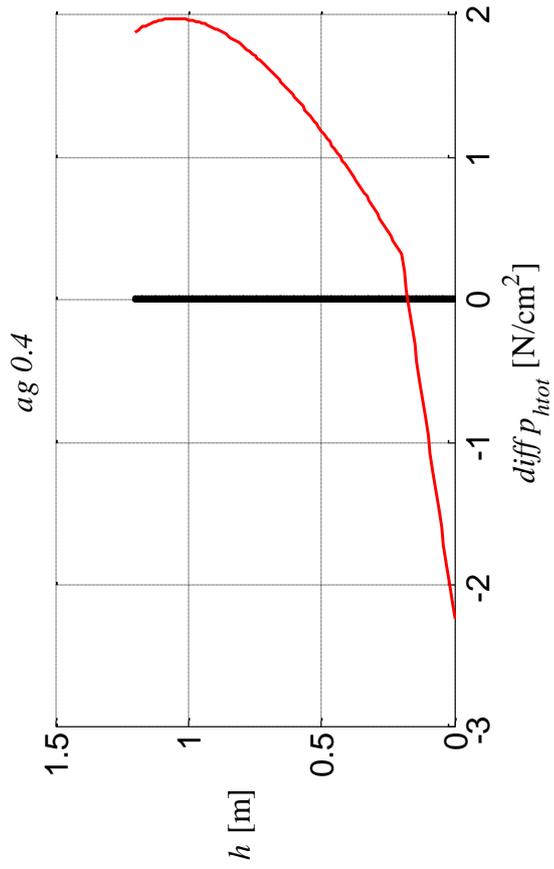
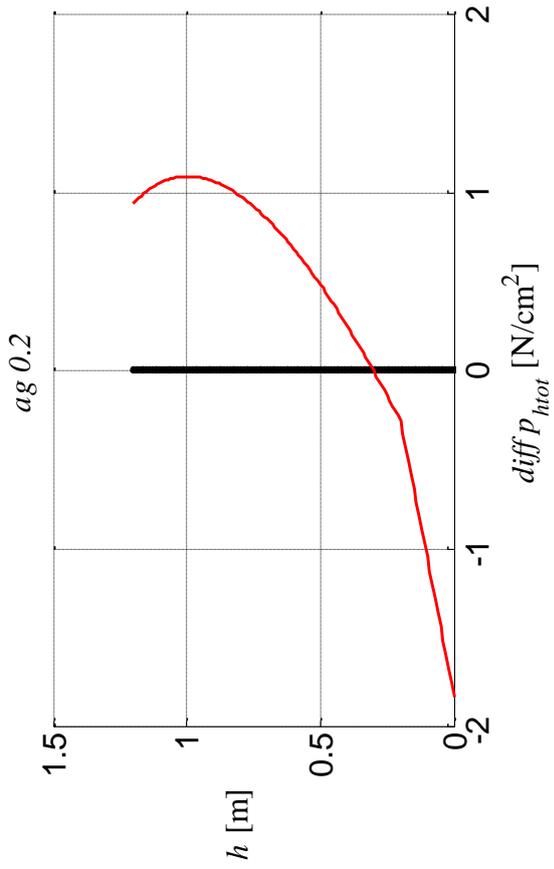
14.3. Confronto con l'EC8

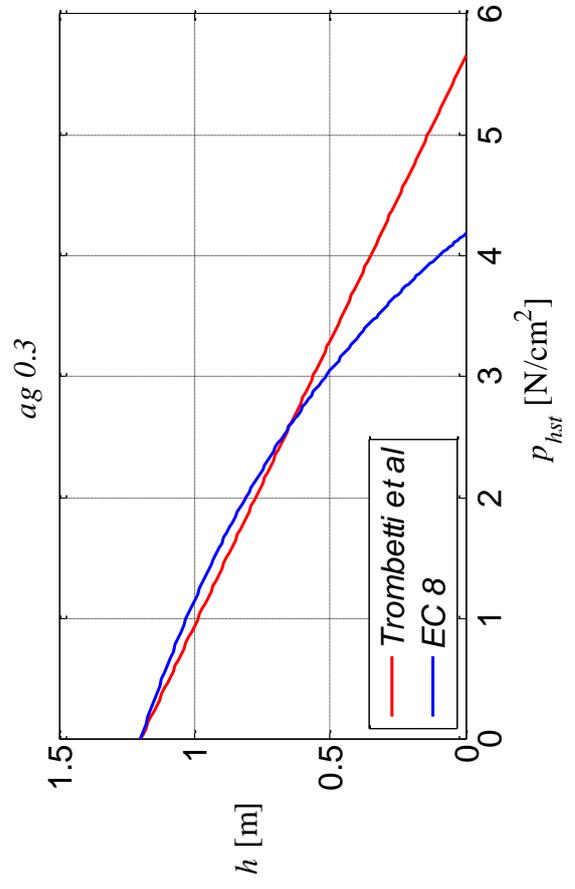
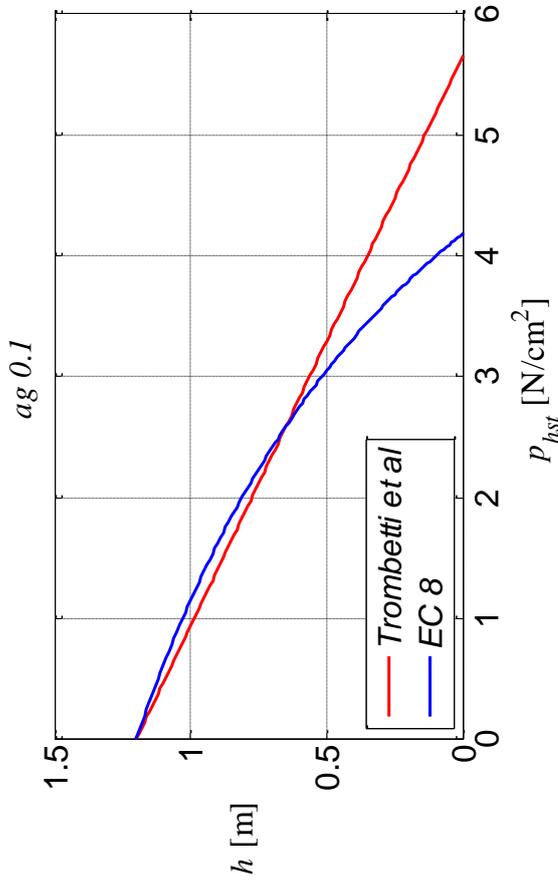
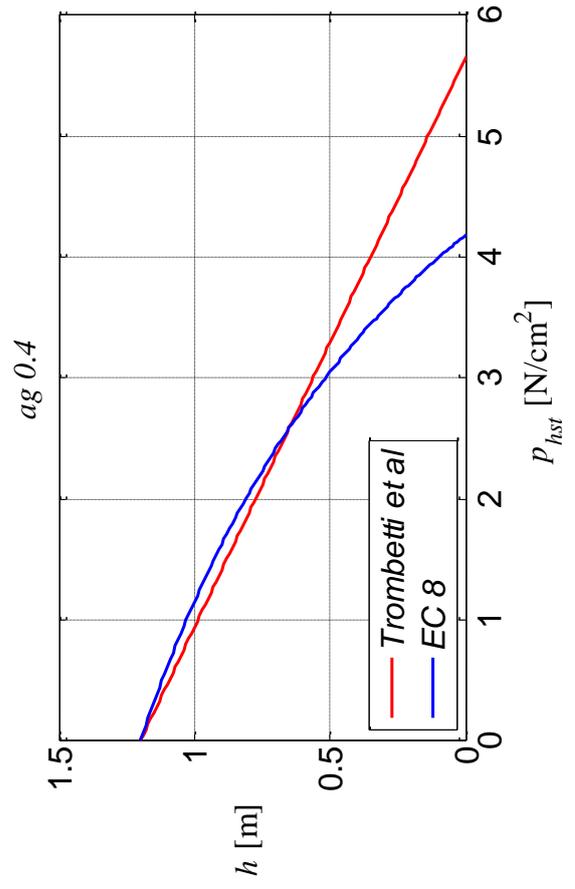
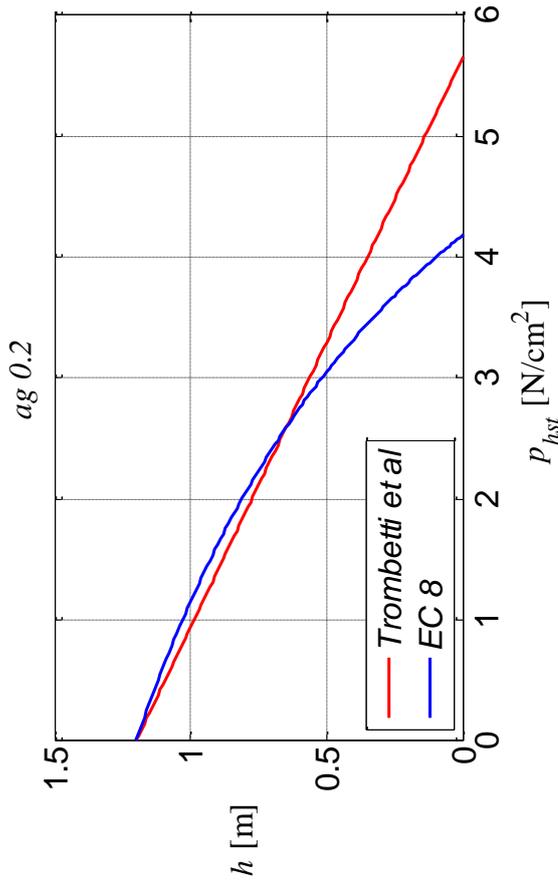
Si ripercorre come in precedenza il confronto con la normativa vigente, acquistando consapevolezza sul beneficio che la nuova teoria può fornire nella stima delle pressioni.

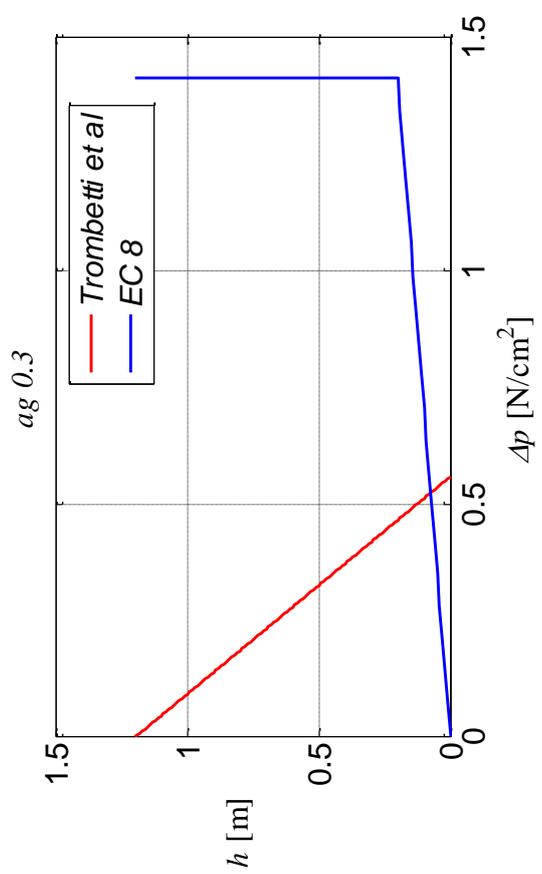
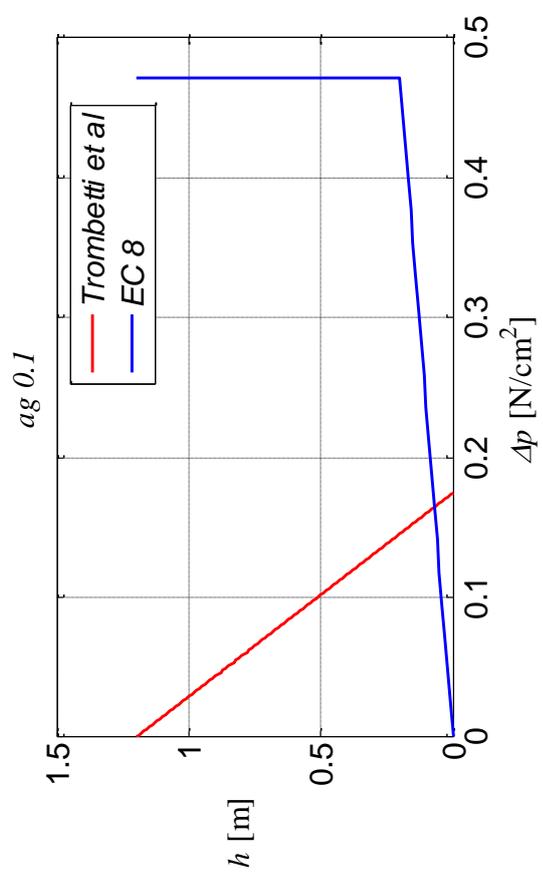
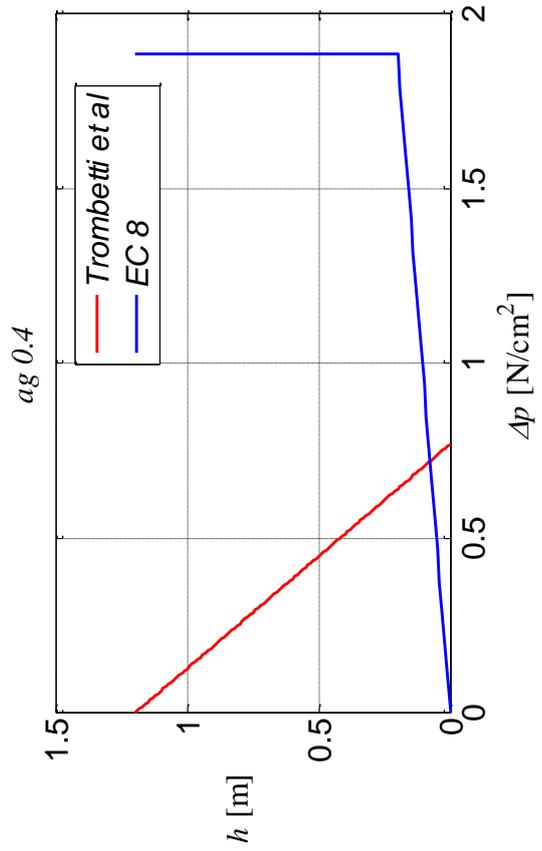
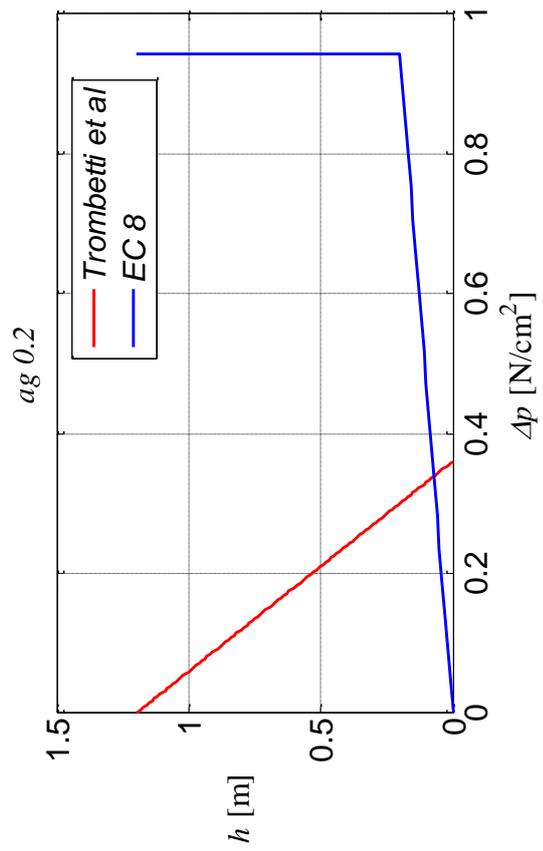
Per quanto riguarda le pressioni totali avremo come in precedenza che il divario tra le due norme aumenta con l'aumentare della sollecitazione e risulta massimo a circa un terzo dell'altezza del silo dal pelo libero del materiale. Concetto che viene infatti esplicitato nella serie di grafici successivi tracciati la differenza tra i valori ad ugual altezza delle due teorie. Si può inoltre affermare che il divario è per la sua quasi totalità da imputare alla componente dinamica, infatti i grafici che vanno ad esplicitare la pressione statica (p_{st}) mostrano una stima molto simile da parte dell'Eurocodice e della nuova teoria. I valori si discostano solo nella fascia più vicina al fondo, sede però dell'incidenza del svincolamento. L'ultima serie di grafici fornisce la conferma al concetto appena esposto mostrando il forte divario tra norma e teoria in fase sperimentale. L'Eurocodice fornisce una stima per la quasi totalità dell'altezza costante, mentre la nuova teoria studiata fornisce una stima basata su un valore via via decrescente con l'altezza.

La svolta della teoria è quindi svelata dai grafici di Δp in cui si va a “svalutare” la stima dell'Eurocodice grazie alla suddivisione dell'insilato nelle due porzioni studiate nella parte 1 dedicata agli sviluppi analitici.



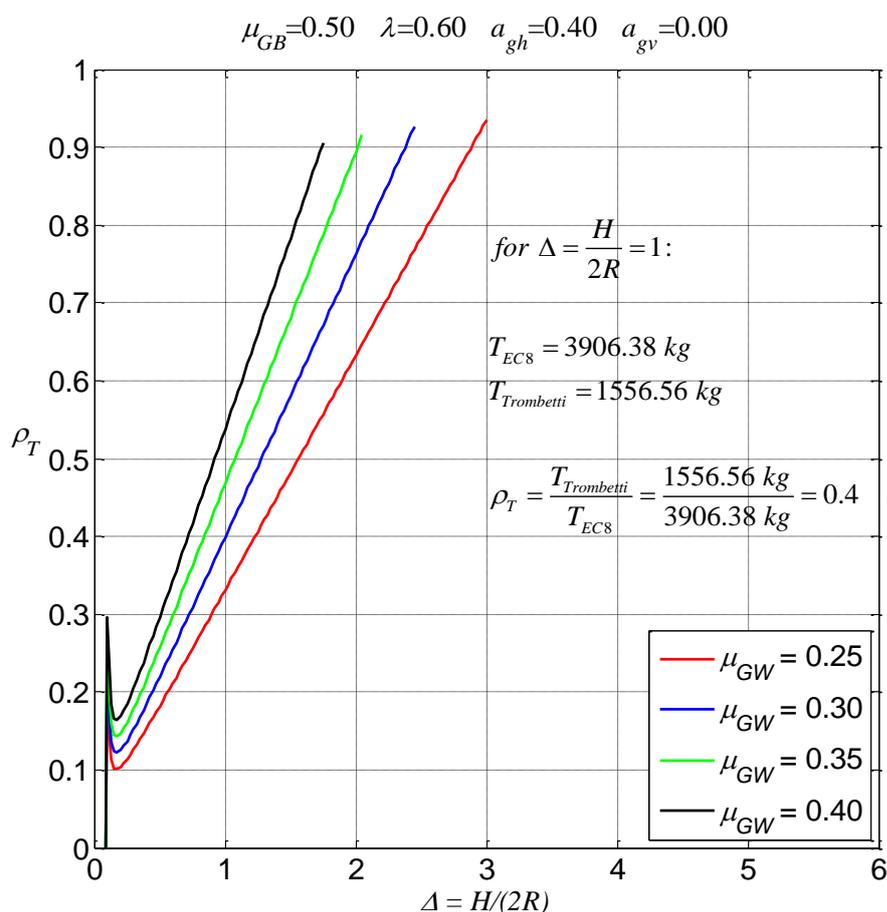




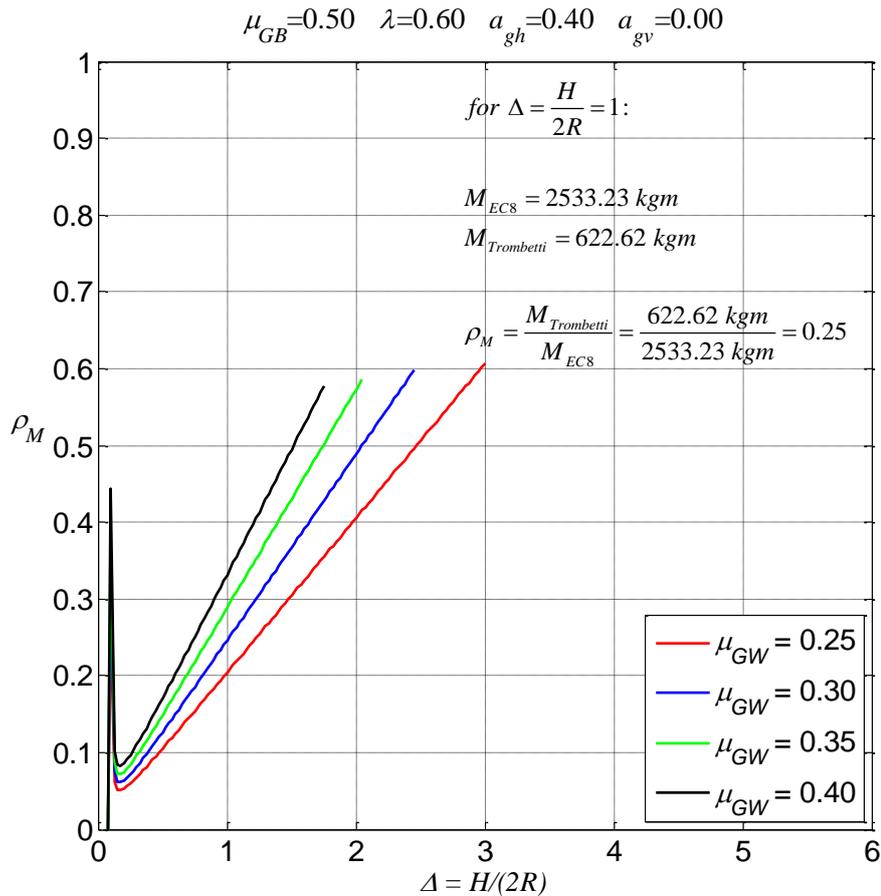


14.4. Azioni alla base del silo

Soffermiamoci ora sull'entità del beneficio ottenuto dall'elaborazione della teoria. Come visibile nel grafico sottostante il beneficio riguardante i valori del taglio si mantiene pressochè invariato rispetto a quello dei Ballotini glass, questo perché al fine di rispettare i limiti di applicabilità della teoria è stato necessario utilizzare un valore di coefficiente di attrito abbastanza basso, cioè 0,3, quando in precedenza era 0,5. Il grande vantaggio dell'utilizzo delle sfere di acciaio è però la possibilità di ottenere entità di pressioni molto più captabili rispetto alle precedenti, tali da non creare problemi di sensibilità e leggibilità nei sensori. Inoltre questo porterà anche ad una più sensibile lettura ad occhio nudo della deformazione del provino stesso.



Allo stesso modo anche il beneficio fornito dal rapporto fra i momenti è quasi invariato, e segue le medesime regole. Si otterrà quindi il grafico sottostante:

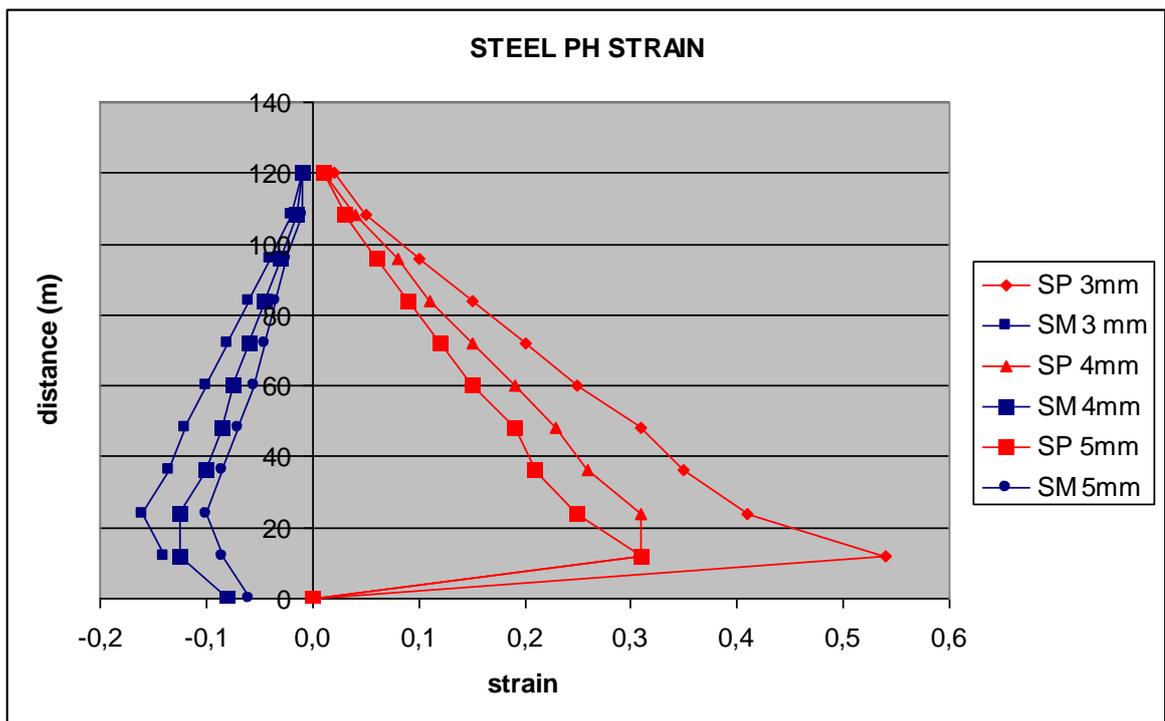
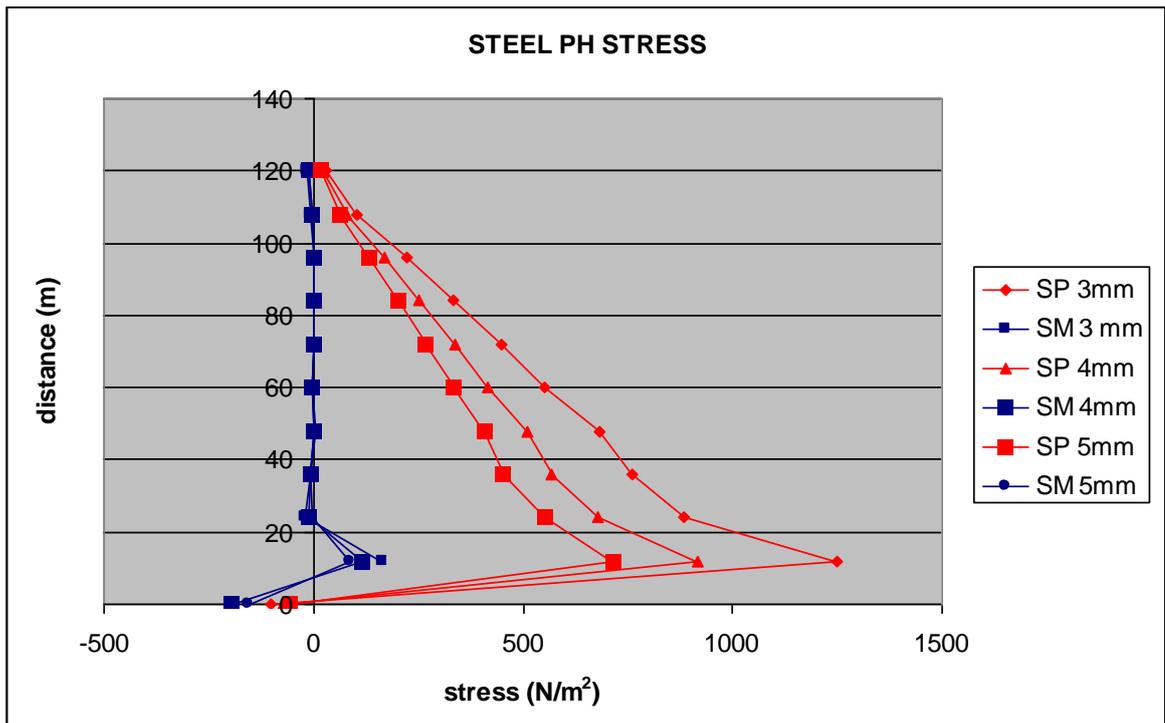


14.5. Risultati dell'analisi

Come introdotto in precedenza si espongono i risultati della teoria confrontando sullo stesso grafico tutti gli spessori così da poter cogliere in un'immagine tutte le nozioni necessarie. Si ripercorrono però come in precedenza tutte le componenti dell'azione, prima statiche poi dinamiche.

Consideriamo le pressioni normali statiche, quelle di meridiano sono pressochè nulle per tutta l'altezza del silo e si mantengono tali per tutti gli spessori. L'unica variazione rilevante dal valore nullo risulta essere nella fascia bassa, verso la base, in cui si ha l'influenza del vincolo di fondo che perturbano i risultati reali.

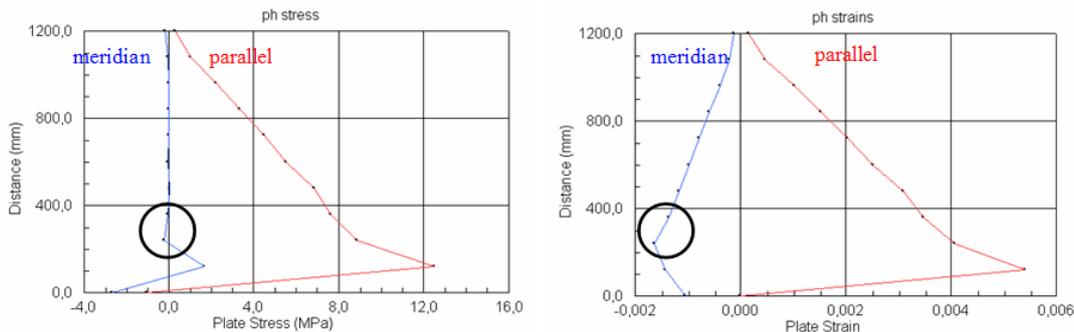
La fascia di cui parliamo è più o meno di una ventina di centimetri, e questa destabilizza i risultati anche per quanto riguarda le tensioni di parallelo. Le tensioni di parallelo sono invece crescenti verso la base con un andamento regolare destabilizzato solo dall'effetto del svincolamento vicino alla base.



Il grafico delle deformazioni vede sia lungo il parallelo che lungo il meridiano una crescita verso la base interrotta solo dall'effetto di fondo. Il grafico esplicita a chiare lettere che il legame tensioni-deformazioni non lega deformazione di parallelo alla sola tensione di parallelo ma anche a quella di meridiano e viceversa, come infatti si può verificare:

$$\varepsilon_M = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot (\sigma_P + \sigma_z)] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot \sigma_P]$$

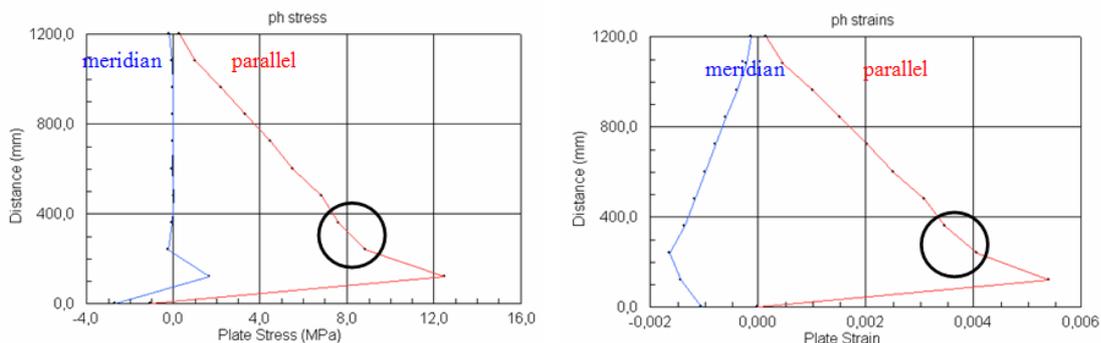
at 0,75 H



$$\varepsilon_M = \frac{1}{2200} \cdot \left[-\left(\frac{0.0612 + 0.1981}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{7.6223 + 8.8597}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [-0.40505 - 0.38 \cdot 8.241] = -0,001\epsilon$$

$$\varepsilon_P = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot (\sigma_M + \sigma_z)] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot \sigma_M]$$

at 0,75 H

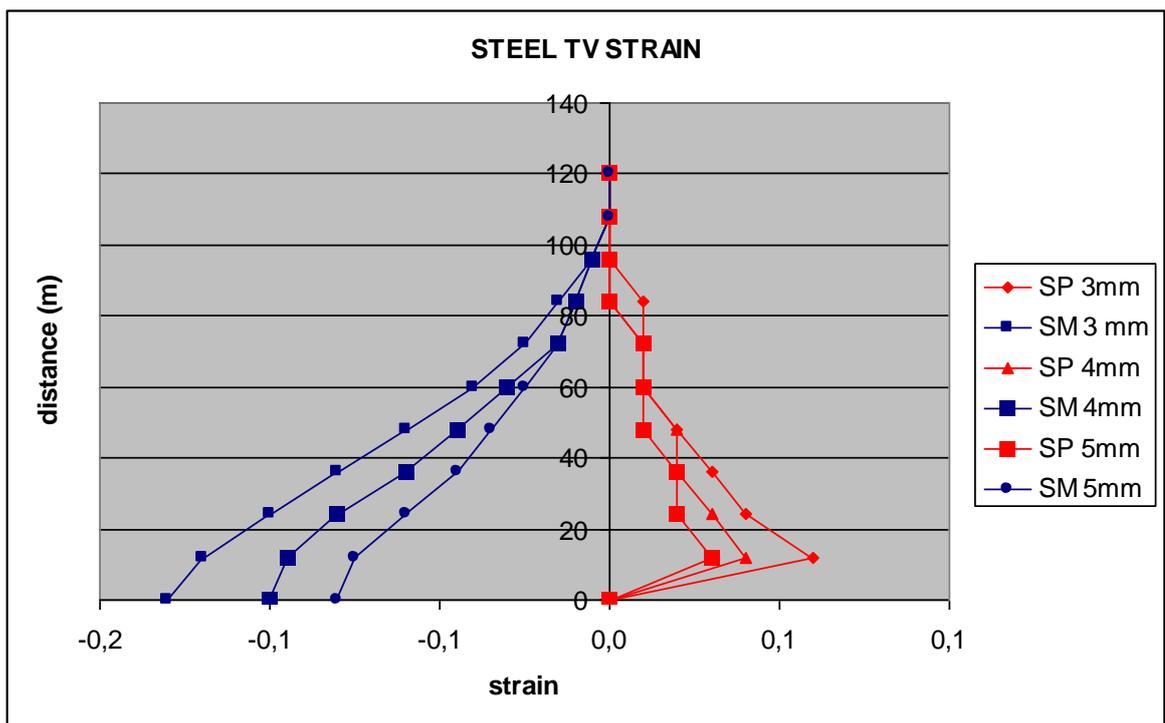
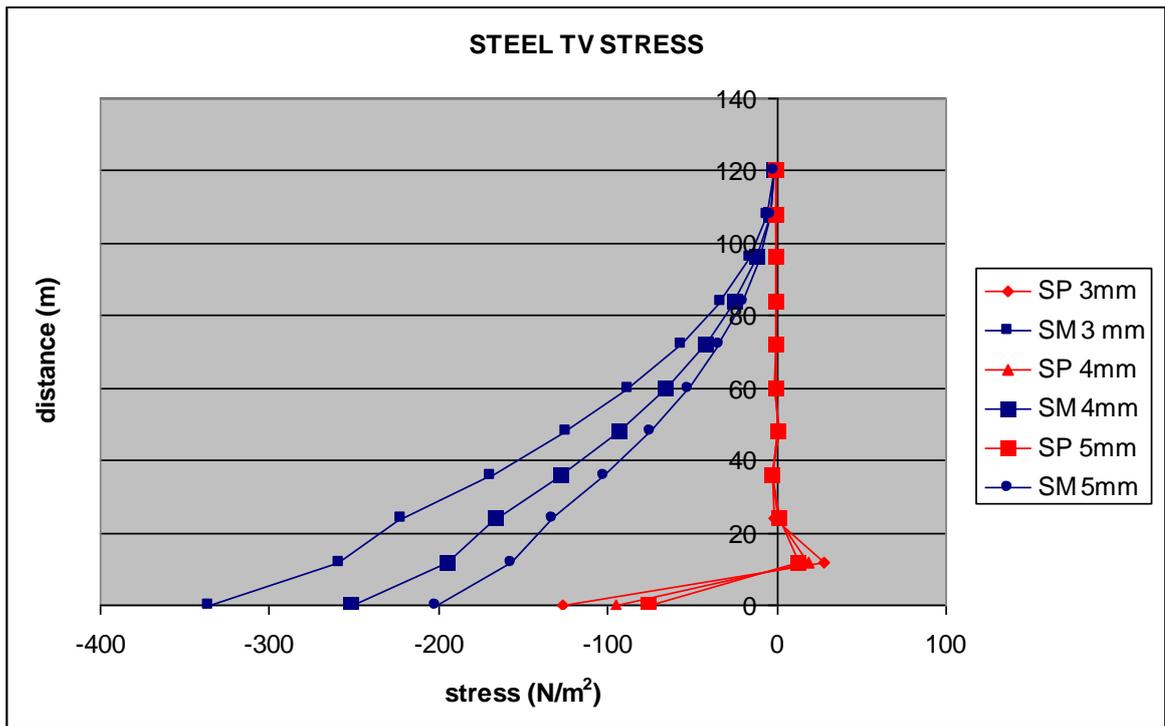


$$\varepsilon_P = \frac{1}{2200} \cdot \left[\left(\frac{7.6223 + 8.8597}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{-0.0612 - 0.1981}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [8,241 + 0.38 \cdot 0.1297] = 0.00376$$

Le figure soprastanti mostrano per il solo provino da 3 mm i legami reali tra le grandezze, per questo l'andamento delle deformazioni non ricalca quello delle tensioni.

In conclusione si può dire quindi che per quanto riguarda lo spessore risulta più enfaticamente i risultati quello da 3 mm, soprattutto per le tensioni e deformazioni di parallelo, quelle di meridiano in realtà non variano in modo significativo.

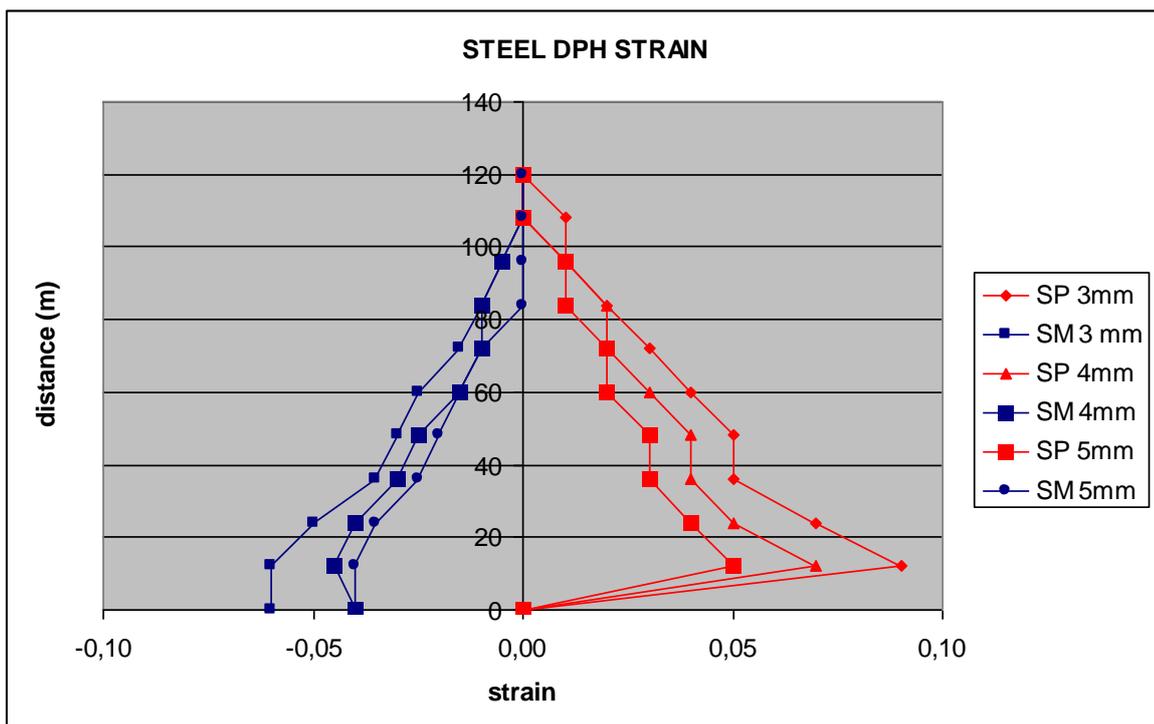
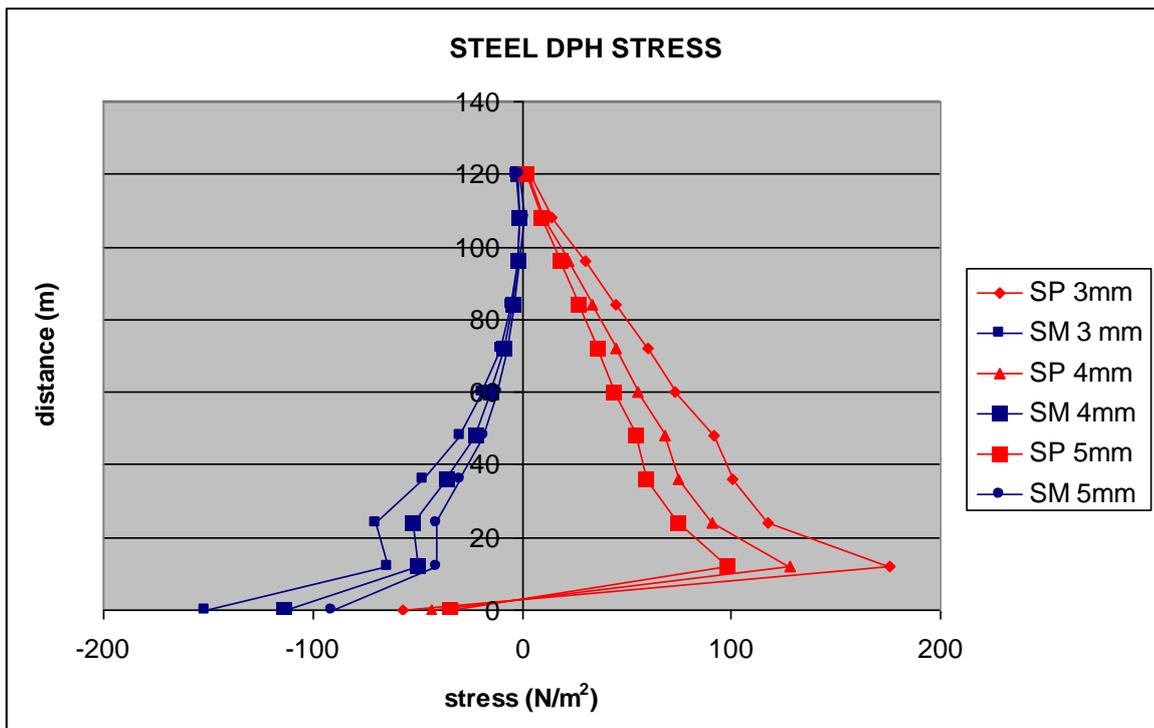
Consideriamo ora le tensioni tangenziali statiche. Le tensioni di meridiano crescono verso la base, mentre quelle di parallelo sono pressochè nulle. L'effetto del fondo è più evidente in quest'ultime piuttosto che nelle prime.



Le deformazioni derivanti dalle tensioni tangenziali le ricalcano solo in parte, quelle di meridiano non si fermano sul valore nullo ma sono crescenti.

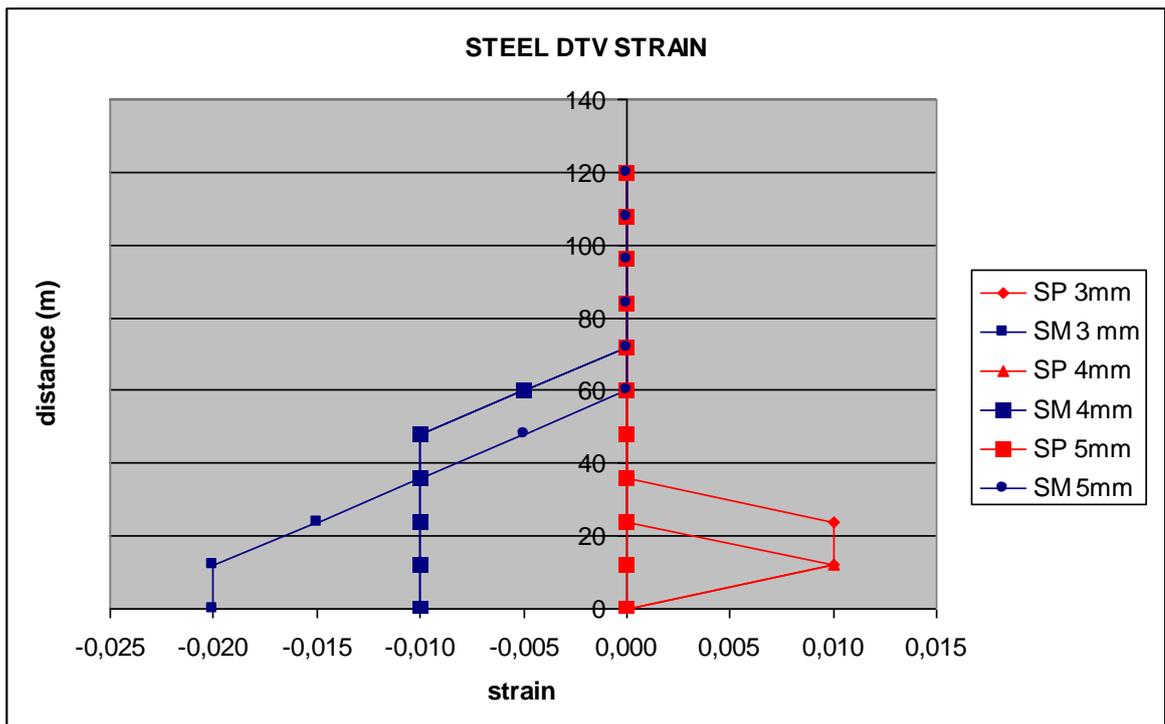
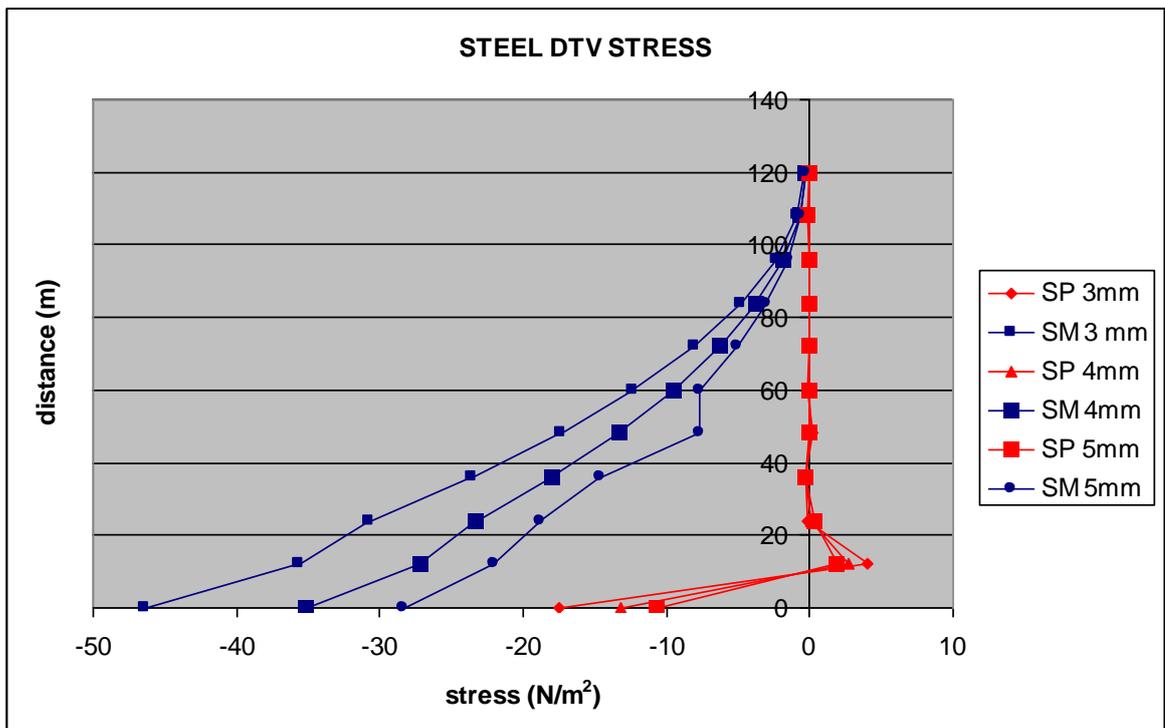
Se per quanto riguarda tensioni e deformazioni di parallelo non risulta molto importante lo spessore, per quanto riguarda quelle di meridiano è più conveniente quello più sottile.

Le tensioni normali dinamiche decrescono con l'altezza e sono turbate dall'effetto vincolo nella fascia della lunghezza d'onda. Il legame con le deformazioni è lo stesso che lega tensioni e deformazioni statiche, e si può chiaramente leggere dal grafico delle deformazioni. Anche per le tensioni e deformazioni dinamiche rimane più conveniente il provino da 3 mm, che accentua maggiormente l'entità dei risultati.



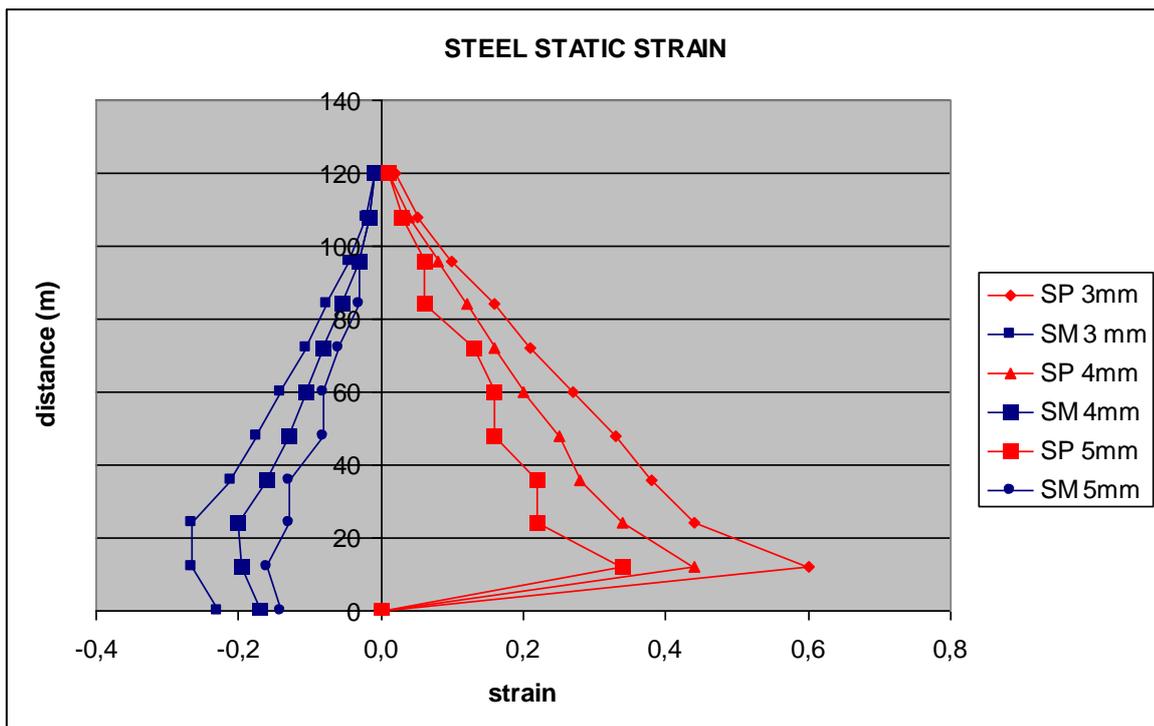
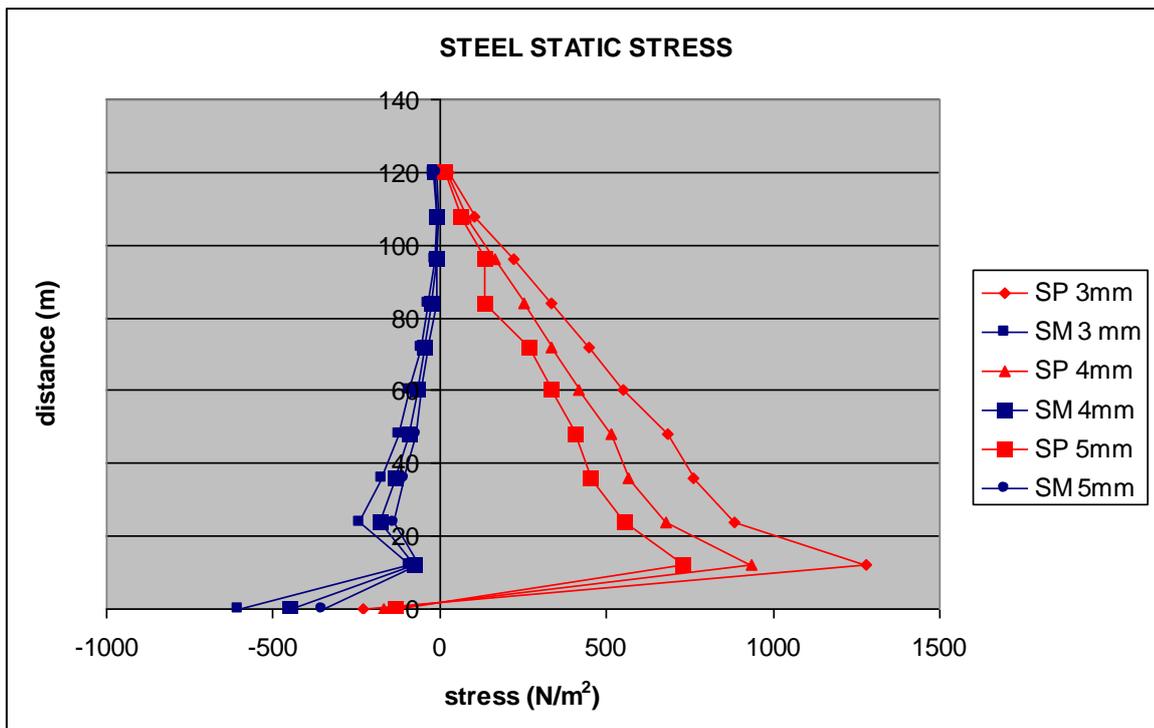
Le tensioni tangenziali dinamiche di meridiano crescono verso la base, mentre quelle di parallelo rimangono nulle. Le deformazioni sono però di distribuzione diversa dalle precedenti in quanto di entità talmente debole da non essere tracciabili.

Perfettamente visibile rimane però l'effetto del fondo. Lo spessore ideale è comunque quello dei 3 mm, solo per le tensioni di meridiano, in quanto ininfluenza per il resto.

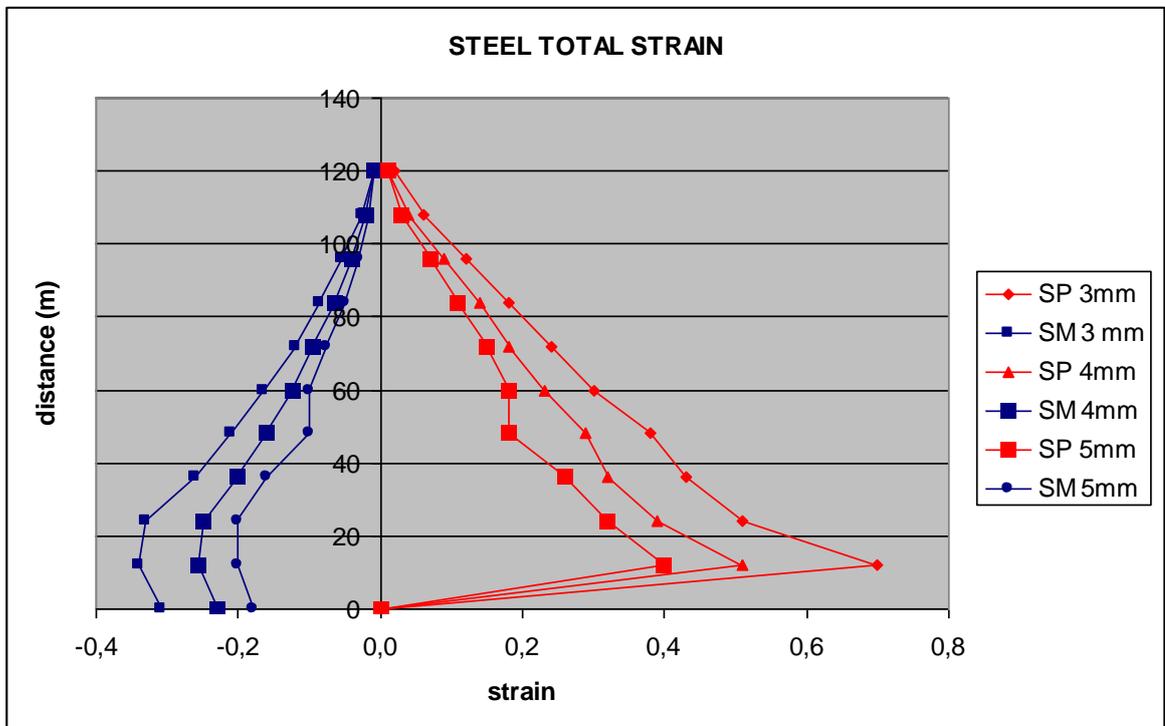
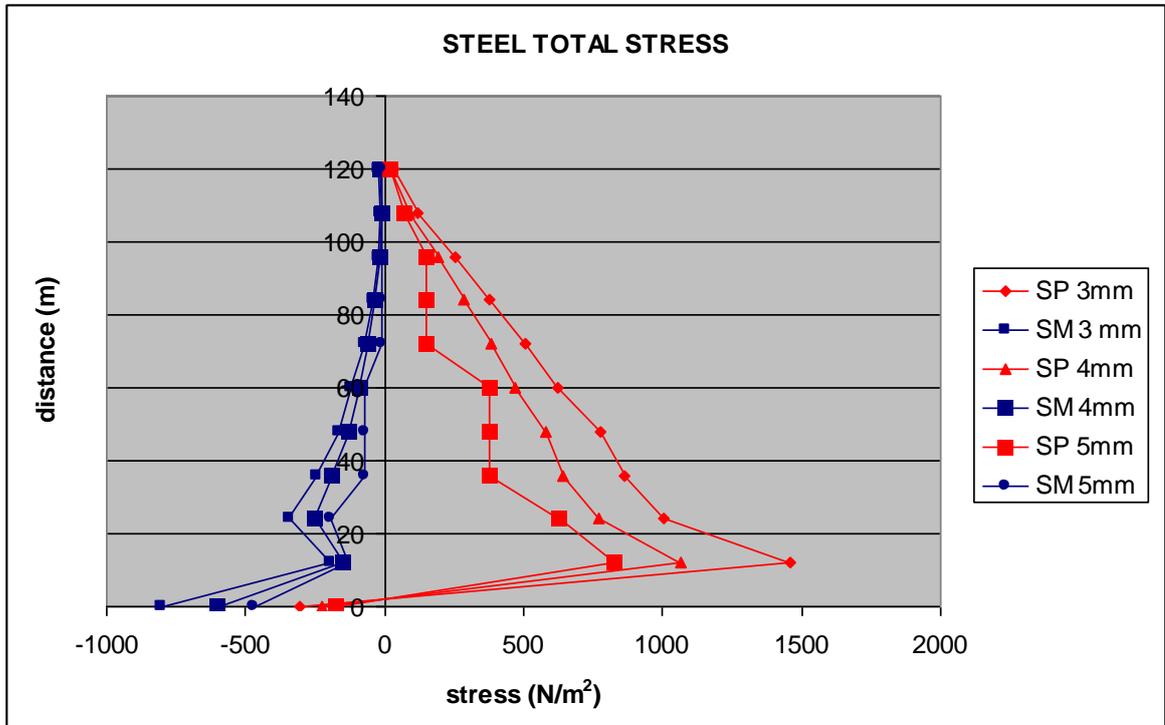


Giungiamo quindi finalmente alle combinazioni di carico, la combinazione statica riassume il comportamento senza sollecitazione sismica ed è ottenuta dalla somma delle ph e delle tv già esaminate.

Le tensioni e le deformazioni sono crescenti verso la base e nella fascia entro i 20 cm sono alterate dall'effetto del svincolamento del fondo.



Le tensioni e deformazioni totali riassumono tutto il comportamento del silo sotto sisma. Le tensioni e le deformazioni anche questa volta crescono verso il basso e in sintesi occorrerebbe utilizzare il silo più sottile per avere risultati più enfatizzati.



15. Provino 4 – 100 cm – Steel balls

Come in precedenza per praticità di trasmissione dei concetti viene ad essere contratta la trattazione mostrando tutti e tre gli spessori di provini in contemporanea. Si analizzano infatti tre provini di 100 cm di diametro e altezza, al fine di avere per un diverso insilato i medesimi riscontri già avuti con il medesimo provino riempito di steel balls.

Si analizza inoltre ogni punto affrontato per gli altri, andando così a confrontare i risultati con quelli che fornirebbe l'Eurocodice per questo caso specifico, a verificare la compatibilità dei sensori e ad osservare il beneficio fornito dalla nuova teoria su questo caso specifico.

Ripercorriamo quindi per prima cosa l'individuazione delle pressioni da imporre.

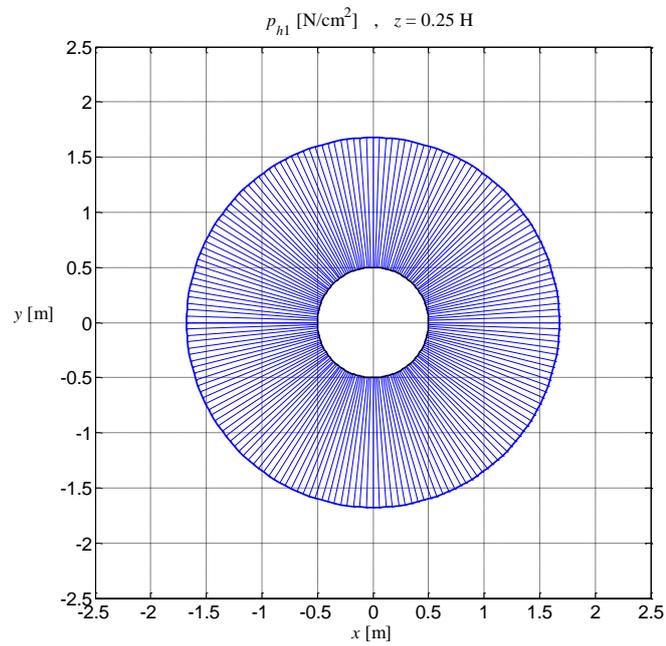
15.1. Calcolo delle pressioni

Si andranno a mostrare di seguito le pressioni $p_{h,GW}$ e Δp_{max} a varie quote z con origine al pelo libero del materiale.. Queste verranno ad essere il carico per l'analisi statica equivalente che si andrà a compiere sul modello FEM realizzato.

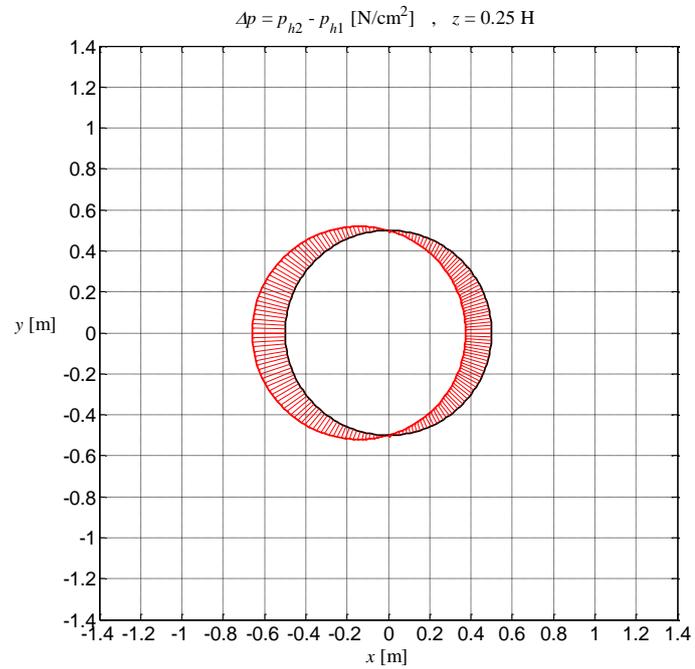
Le pressioni saranno ottenute tramite l'utilizzo di un foglio Matlab, ottenendo i grafici e i dati delle pagine seguenti.

Quota 0,25H:

$$p_{h,GW} = 1,1775 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 1177,5 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



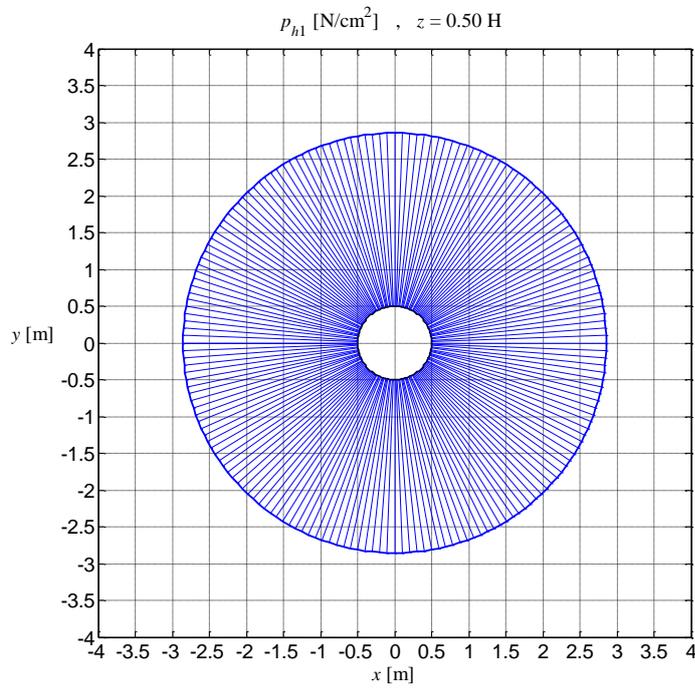
$$\Delta p_{h,GW} = 0,1606 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 160,6 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



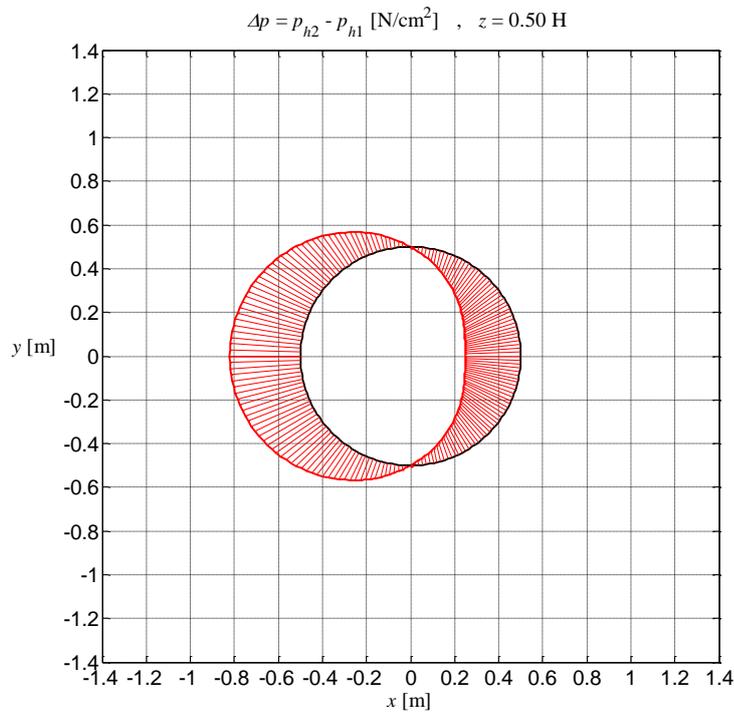
$$p_{h,tot,max} = 1,3381 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 1338,1 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota 0,5H:

$$p_{h,GW} = 2,355 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 2355 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



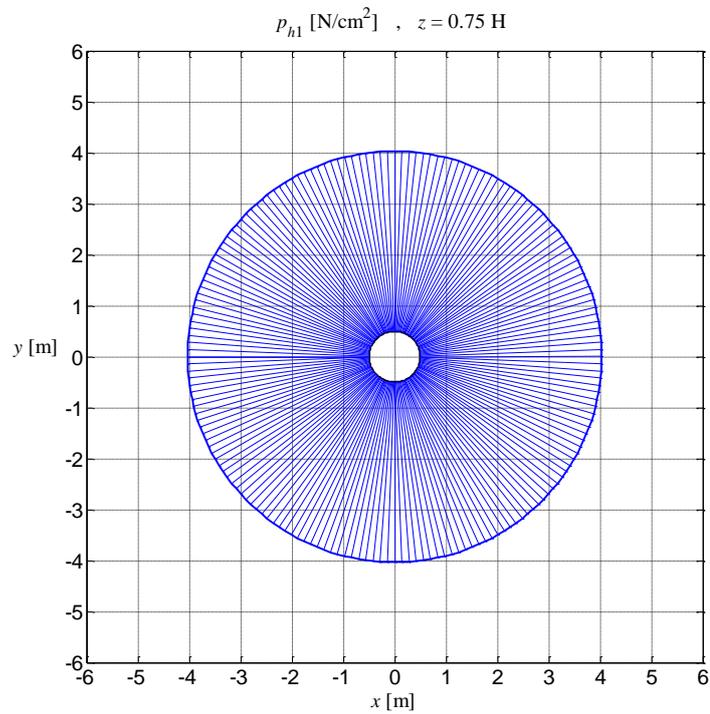
$$\Delta p_{h,GW} = 0,3211 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 321,1 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



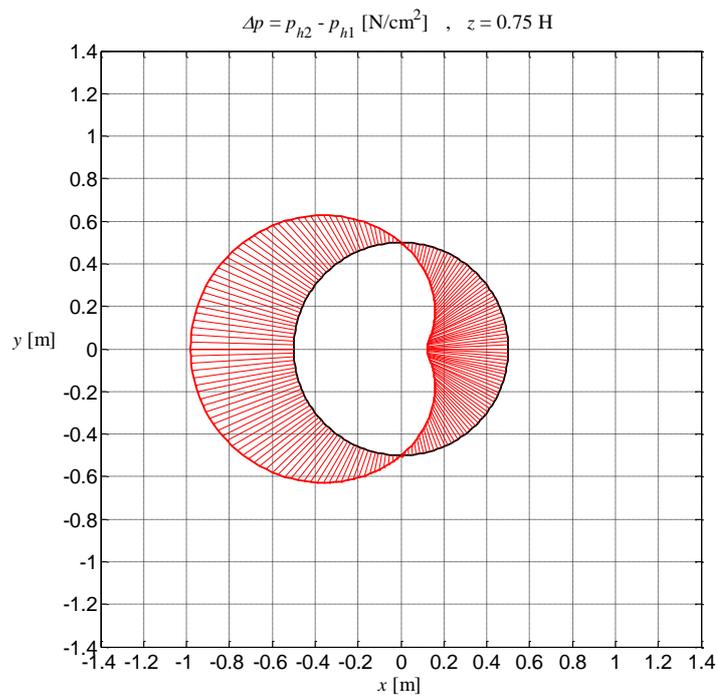
$$p_{h,tot,max} = 2,6771 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 2677,1 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota 0,75H:

$$p_{h,GW} = 3,5325 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 3532,5 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



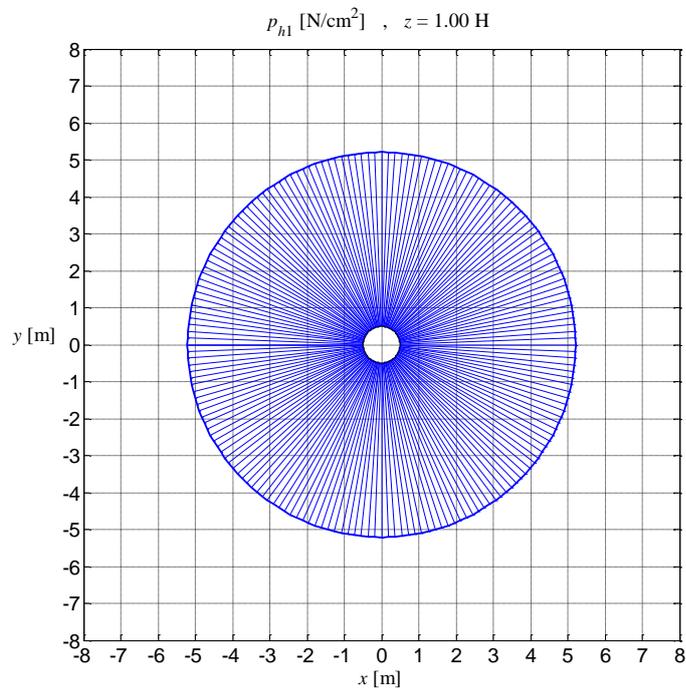
$$\Delta p_{h,GW} = 0,4817 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 481,7 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



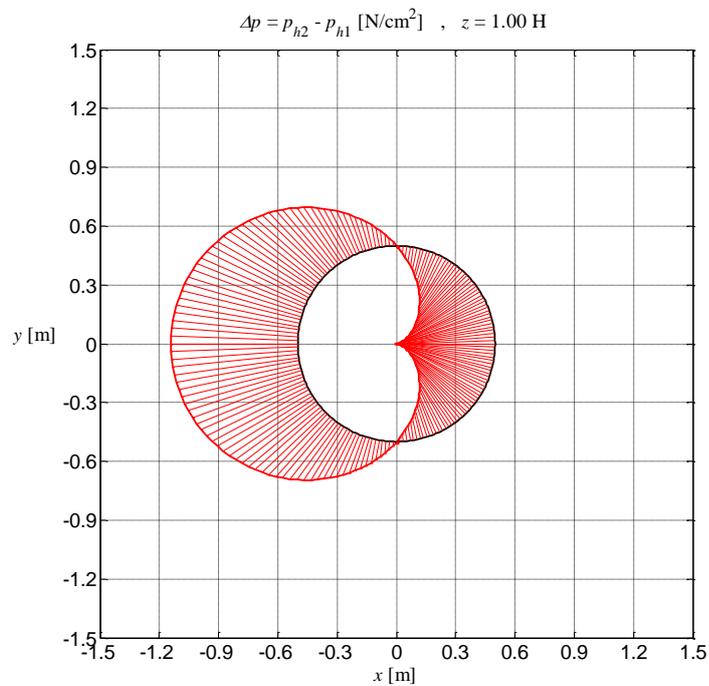
$$p_{h,tot,max} = 4,0142 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 4014,2 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

Quota H:

$$p_{h,GW} = 4,71 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 4710 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$\Delta p_{h,GW} = 0,6423 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 642,3 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$



$$p_{h,tot,max} = 5,3523 \left[\frac{N}{cm^2} \right] = 5352,3 \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

15.2. Compatibilità tra pressioni e sensori

15.2.1. Sensori a rilevazione superficiale

Come in precedenza andiamo a verificare la compatibilità tra il sensore prescelto e le pressioni del provino attuale.

Considerando le pressioni a 0,75 H avremo valori:

$$p_{h1} = 3.5325 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.4817 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 4.0142 \frac{N}{cm^2}$$

Si verifica quindi che le percentuali formate dal rapporto pressione sollecitante- pressione percepibile non sono accettabili, occorrerebbe variare il sensore:

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{h1}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{3.5325 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 1.04 = 104\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.4817 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 0.14 = 14\%$$

$$\frac{p_{h,tot,\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.0142 \frac{N}{cm^2}}{3.4 \frac{N}{cm^2}} = 1,18 = 118\%$$

Occorrerebbe però un sensore da 0 a 6-7 N/cm², il che consentirebbe di utilizzarlo per entrambi gli insilati come già accaduto per il provino con steel balls più grande.

15.2.2. Sensori a rilevazione puntuale

Verifichiamo invece la compatibilità con il sensore puntuale che si è precedentemente ipotizzato di utilizzare in alternativa al diffuso ed avremo:

at $z = 0.75H$:

$$\frac{P_{h1}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{3.5325 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.57 = 57\%$$

$$\frac{\Delta P_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.4817 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.08 = 8\%$$

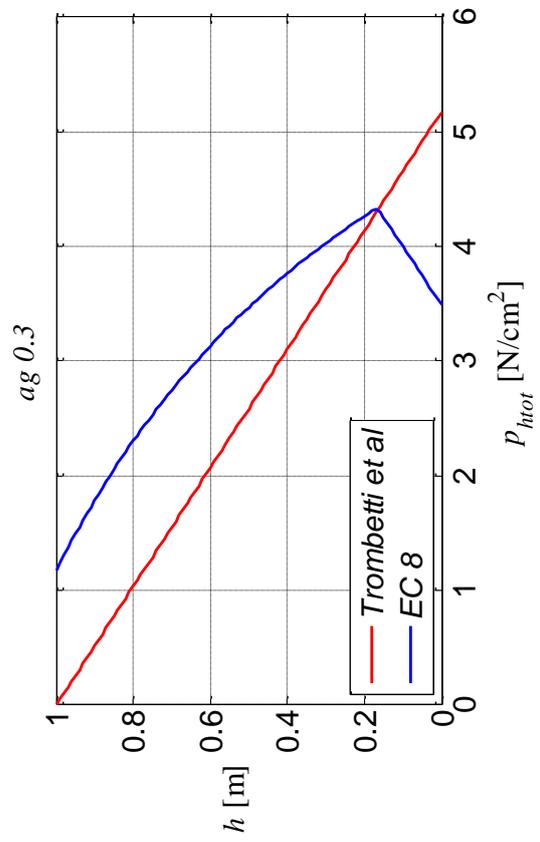
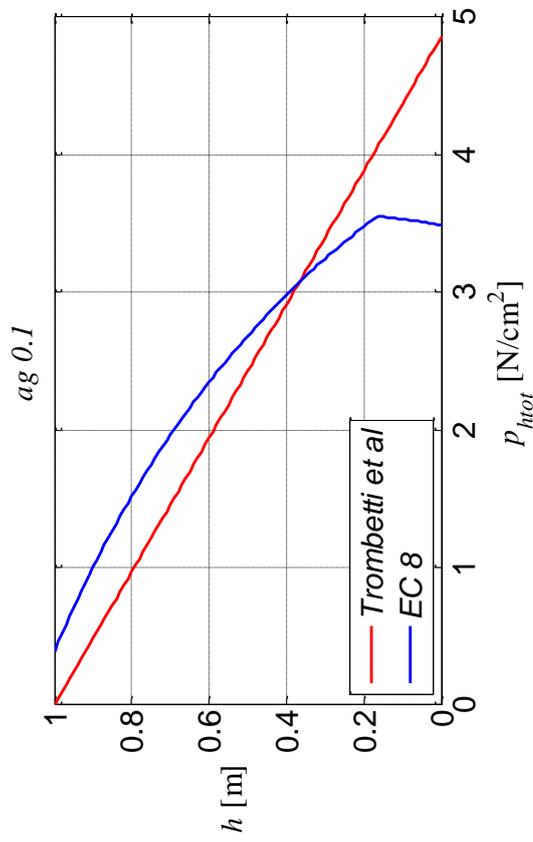
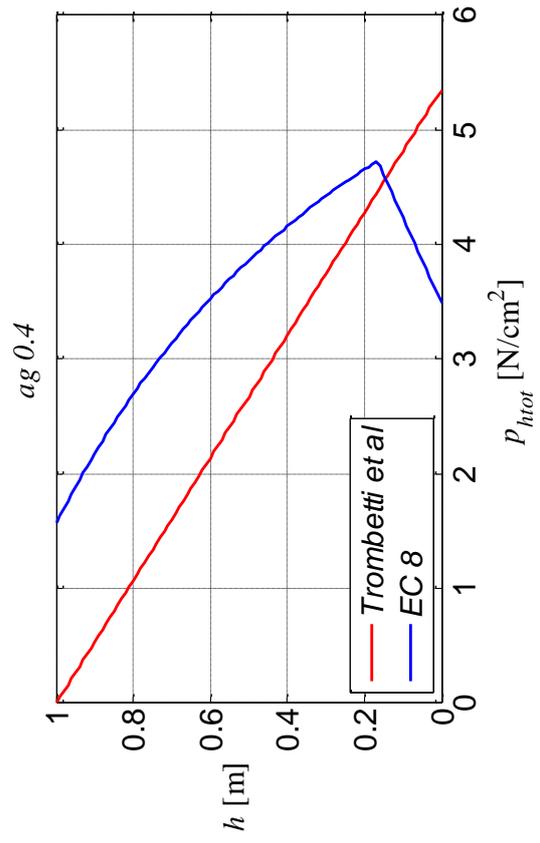
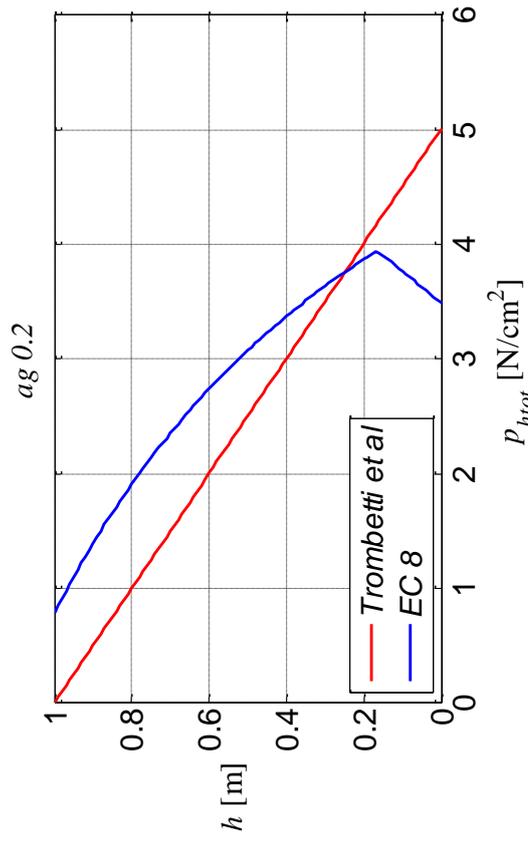
$$\frac{P_{h, \text{tot}, \max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.0142 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.65 = 65\%$$

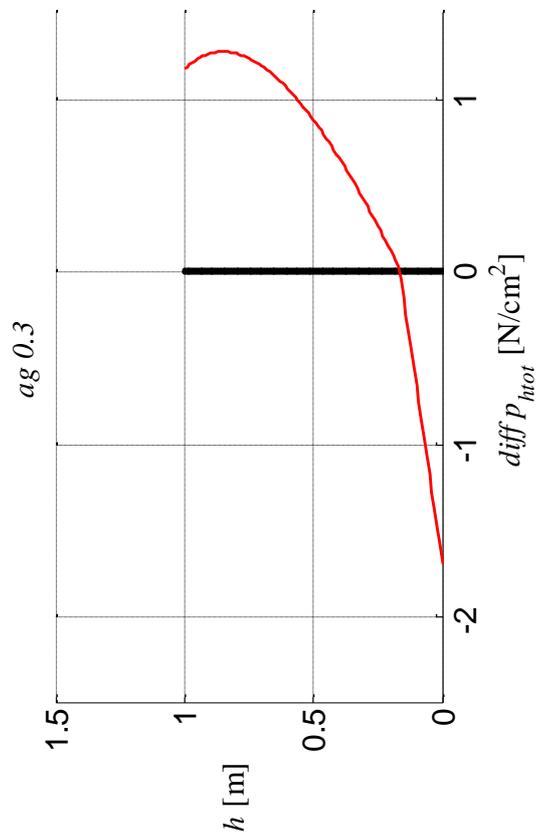
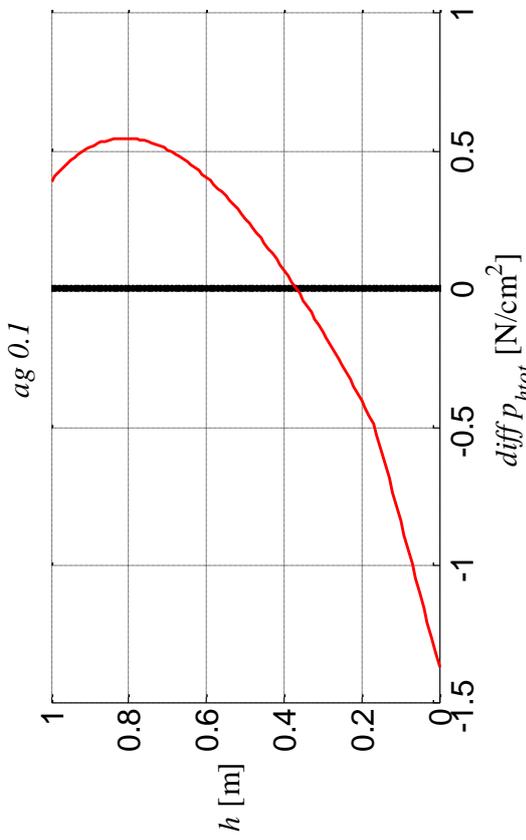
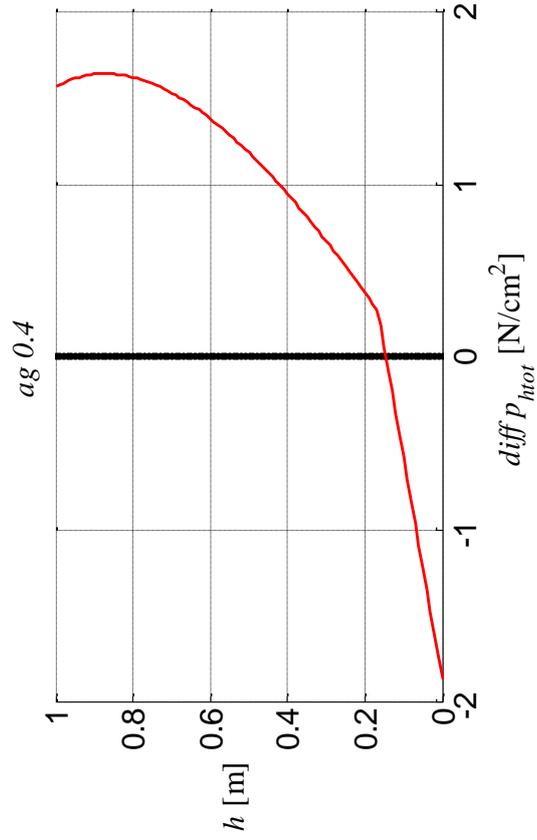
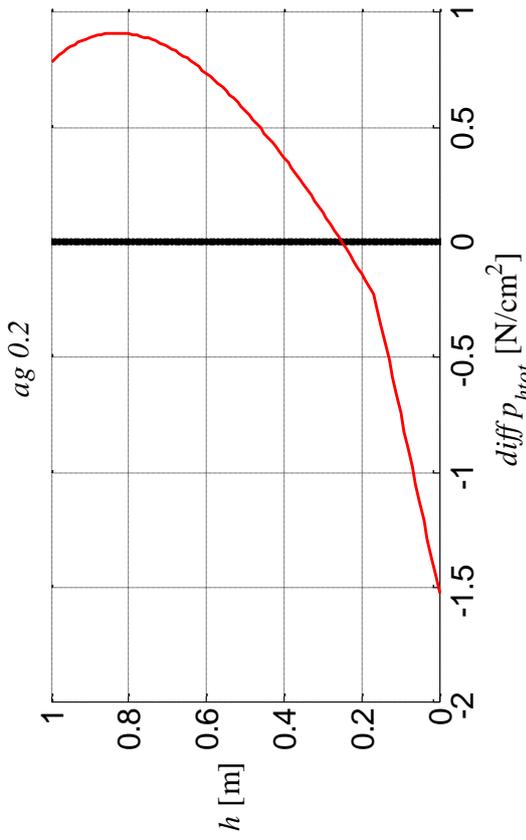
Si può quindi dire che tutti i provini e tutti gli insilati saranno compatibili con questa tipologia di sensore.

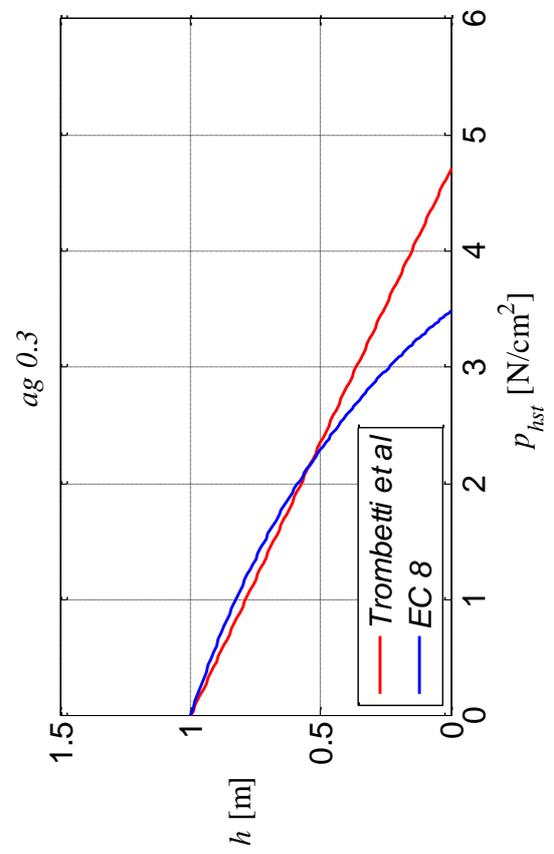
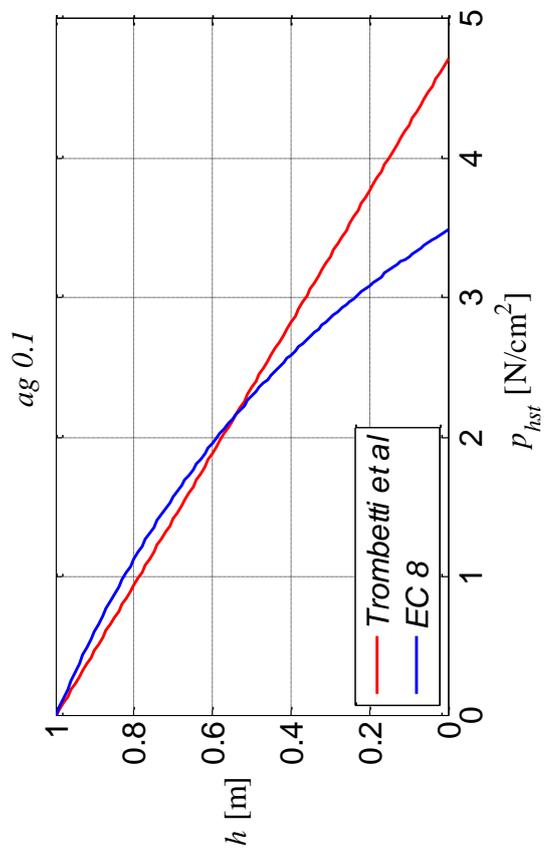
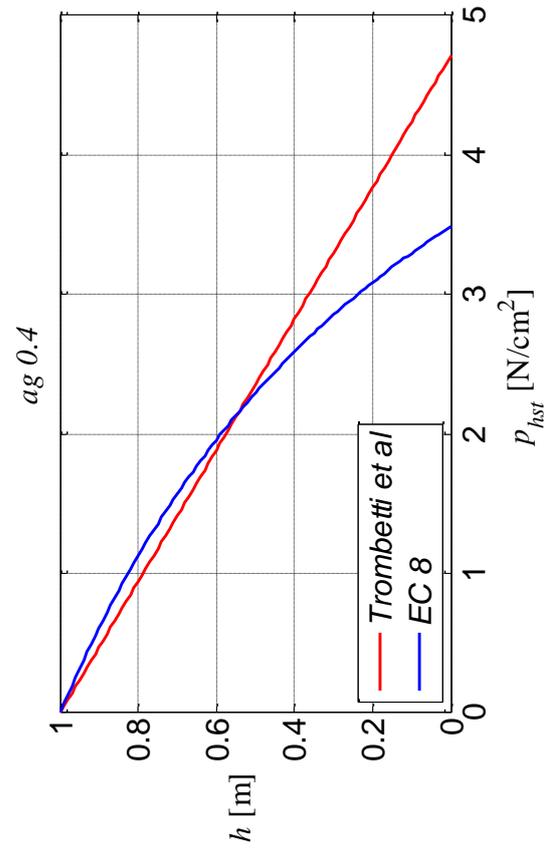
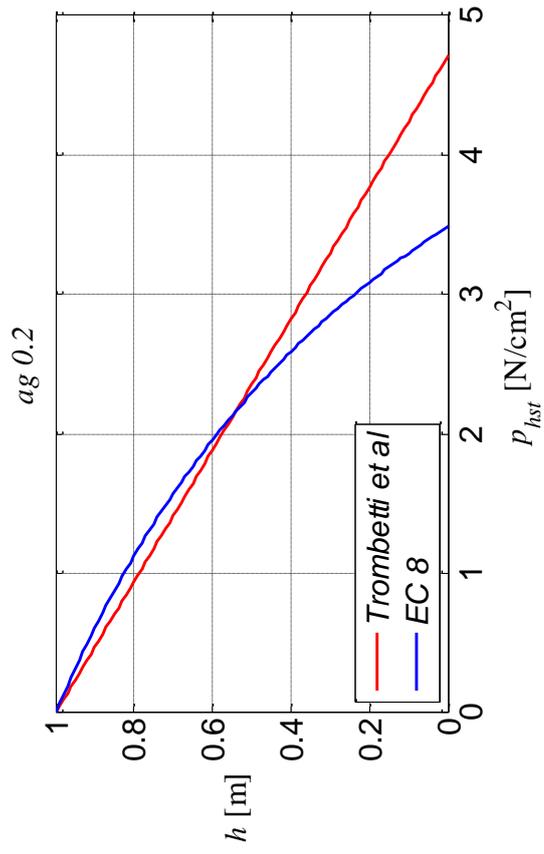
15.3. Confronto con l'EC8

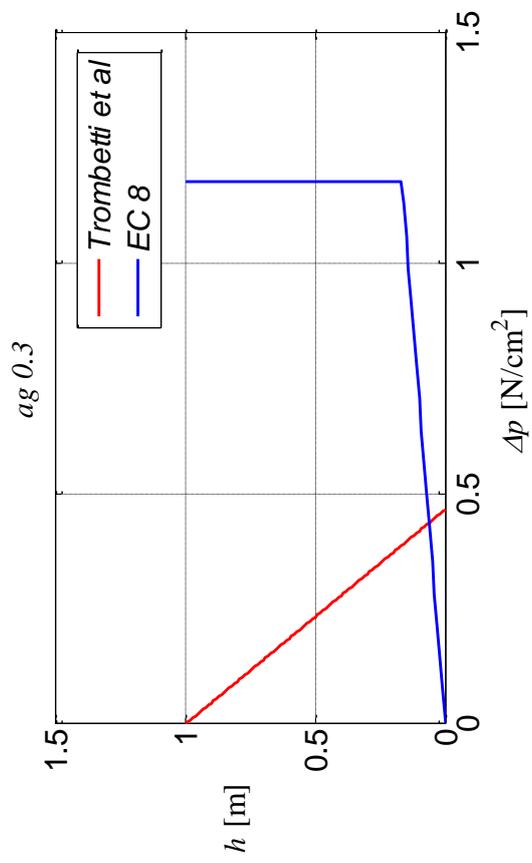
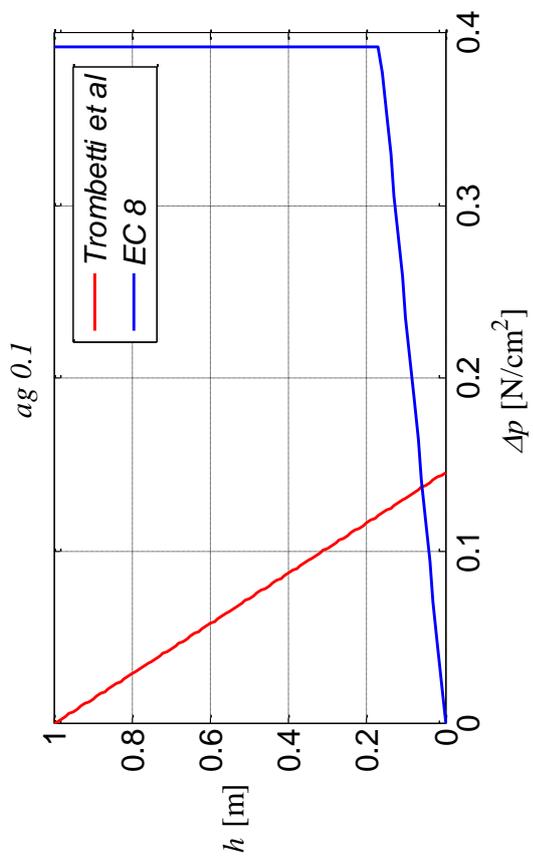
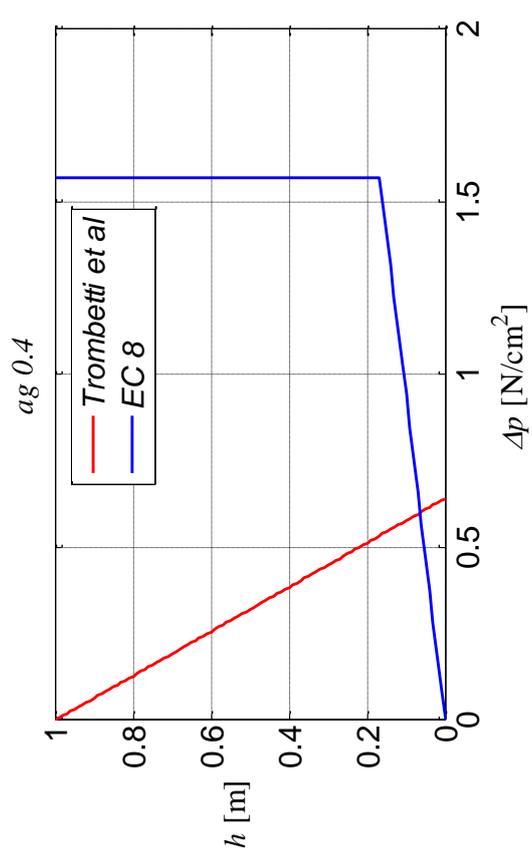
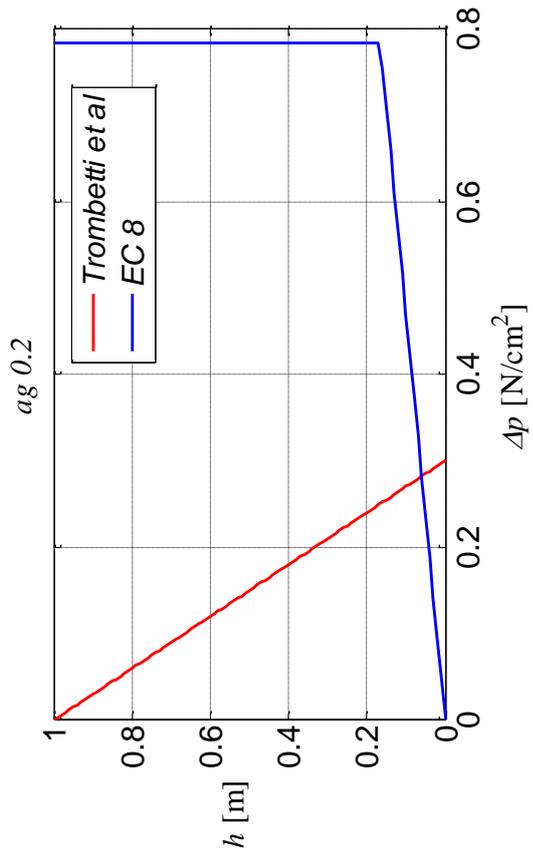
Il confronto con l'Eurocodice è essenziale per definire successivamente il beneficio derivante dalla nuova teoria. I primi grafici, che descrivono la pressioni orizzontali totali mostrano come la differenza maggiore tra le due teorie è ad un terzo dal pelo libero e come la teoria di Trombetti et al. sia lineare e mostri come l'Eurocodice sovrastimi di molto il valore reale. Si nota inoltre che man mano che l'accelerazione applicata aumenta andrà enfatizzandosi il divario tra le due teorie. Questa differenza viene graficata nei diagrammi successivi, che mostrano l'andamento lungo l'altezza del divario tra le teorie.

Successivamente si indaga su quale componente tra quella statica e quella dinamica è responsabile del divario, e ne risulta un'evidente responsabilità della parte dinamica. La norma vigente infatti vede una quota parte dinamica costante con l'altezza quando invece nella nuova teoria è decrescente man mano che si va verso il pelo libero dell'insilato.



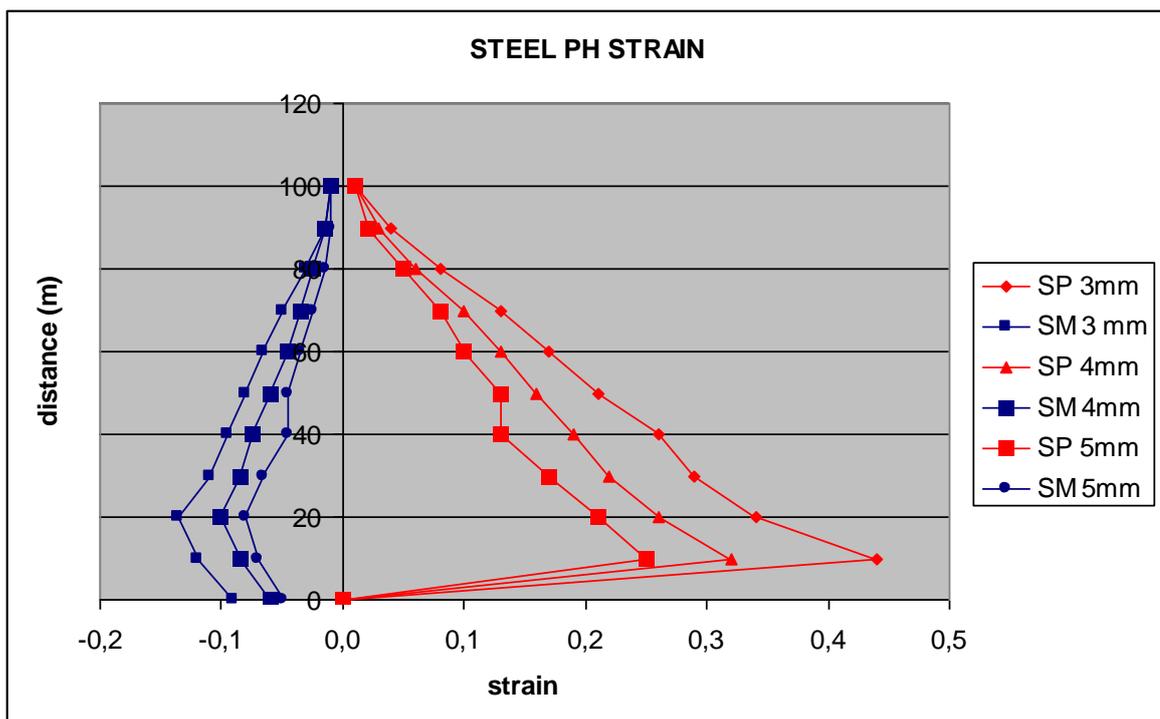
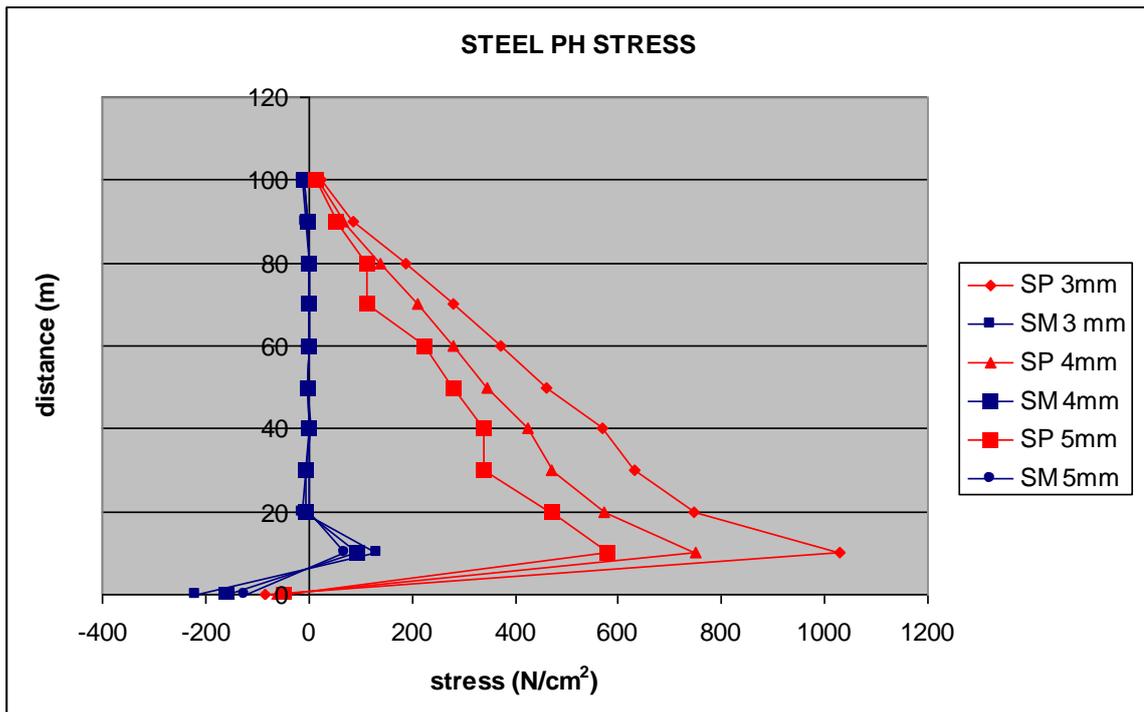




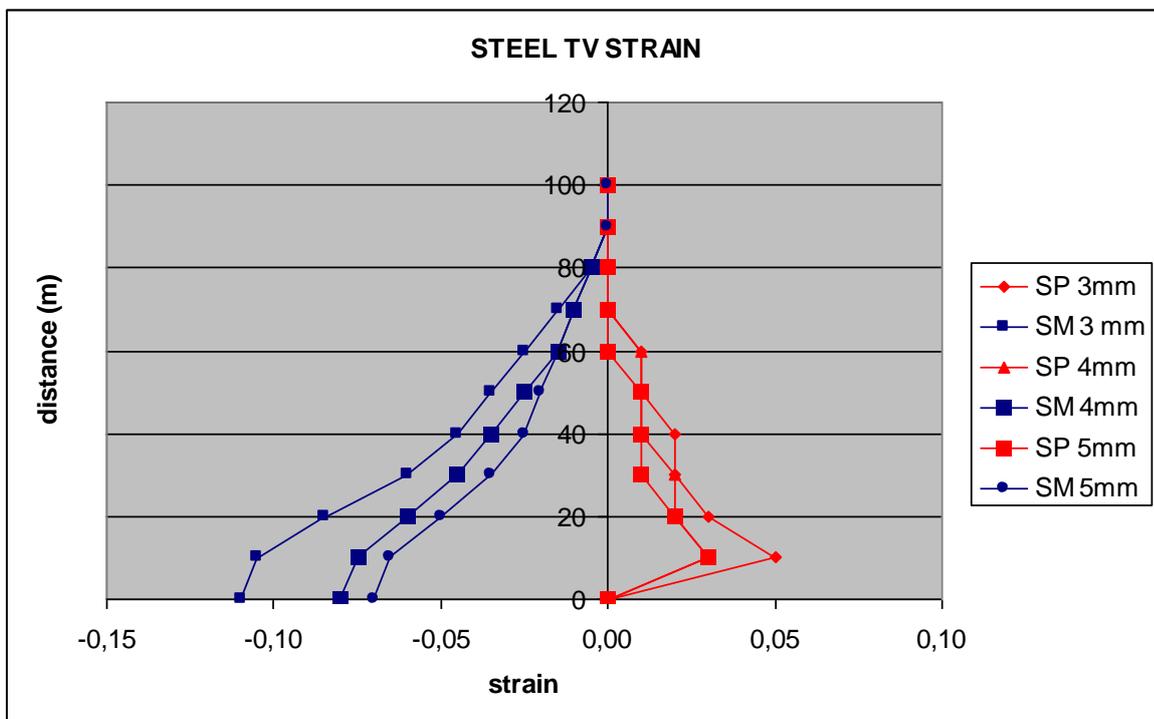
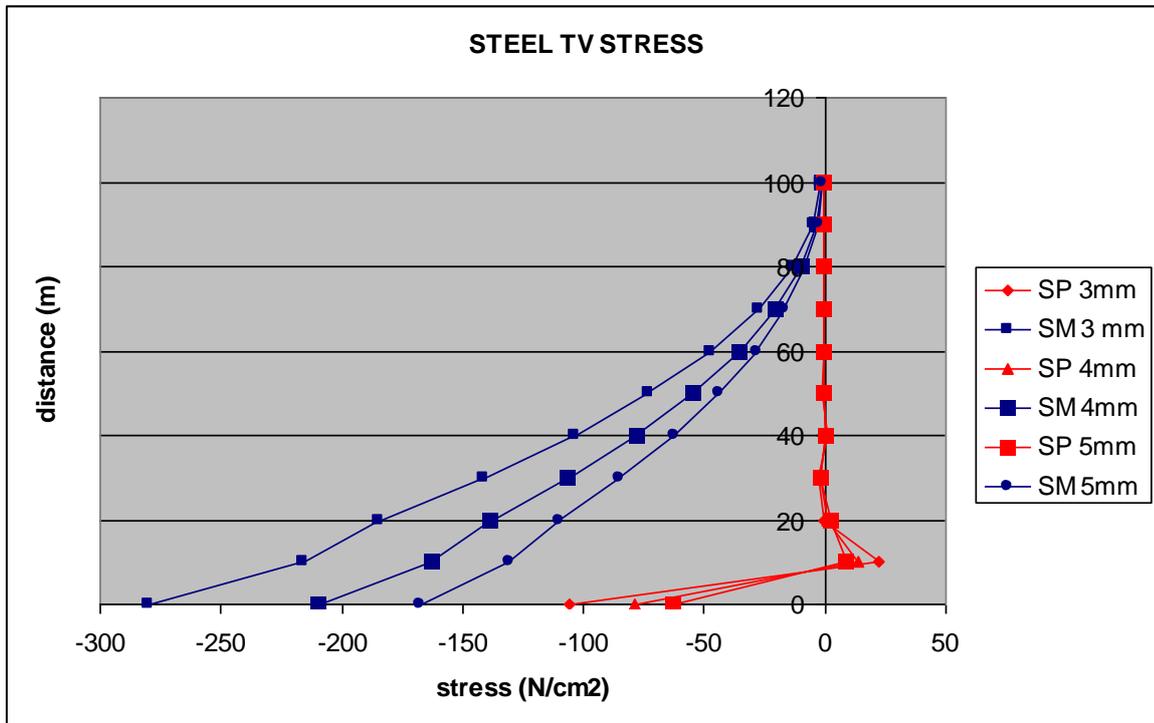


15.4. Risultati dell'analisi

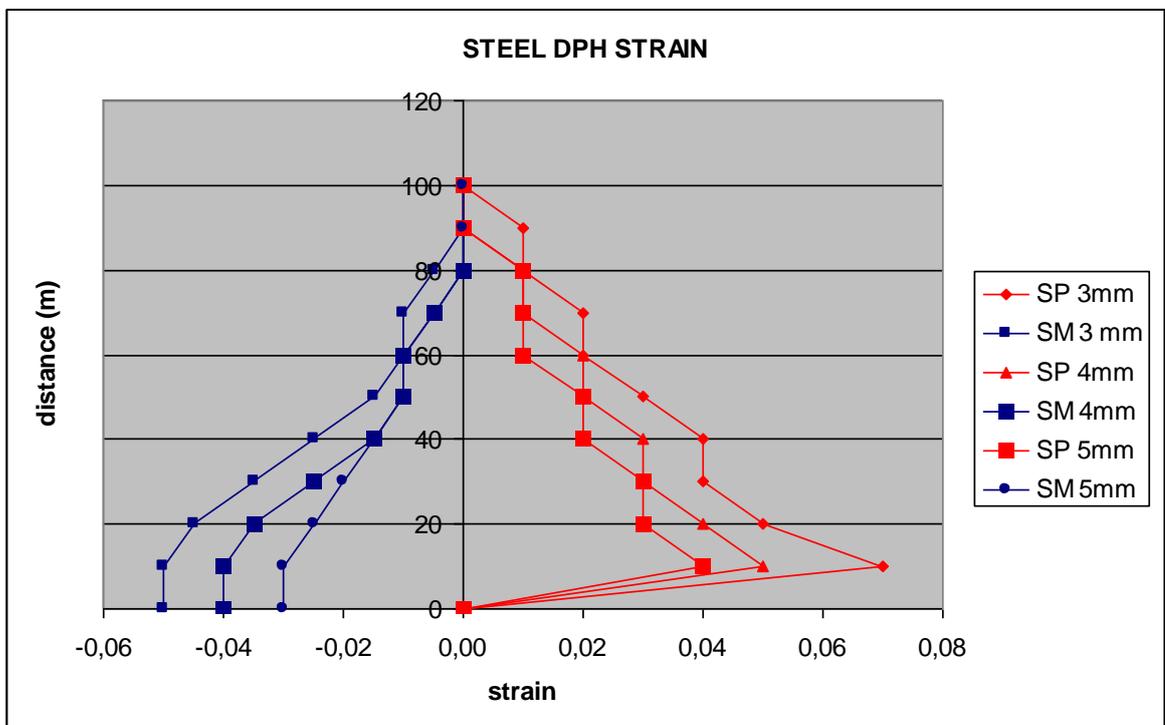
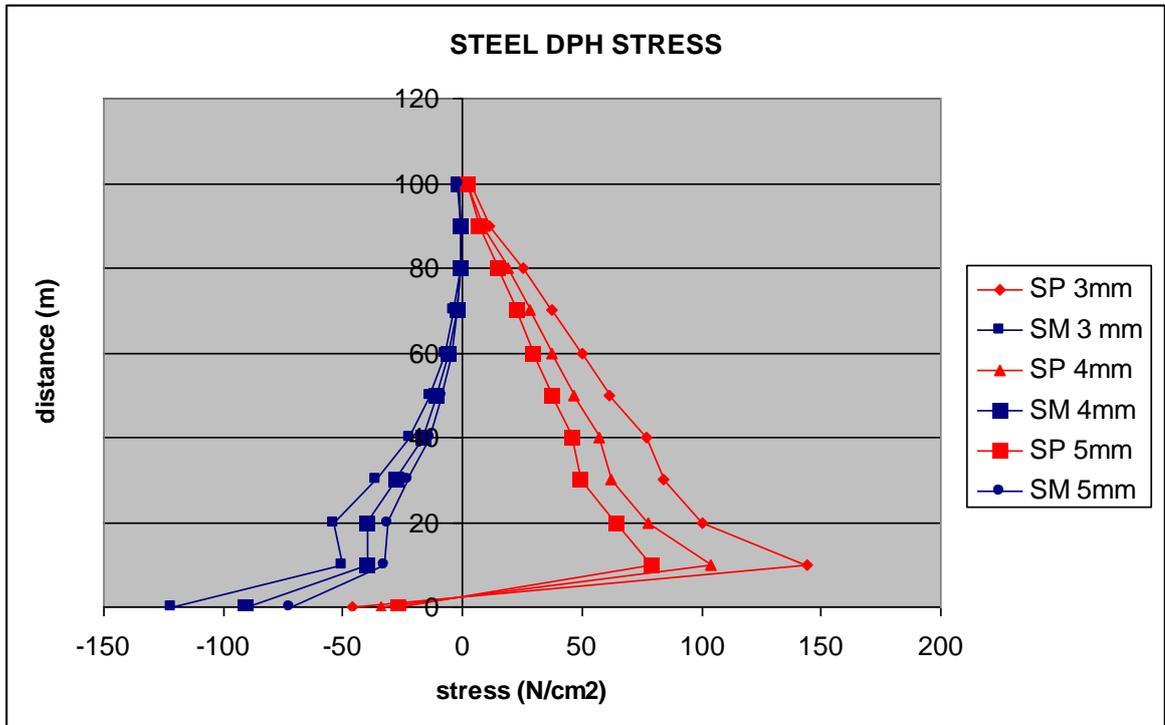
Giungiamo quindi all'analisi dei risultati ottenuti. Le tensioni normali statiche hanno un andamento totalmente paragonabile a quello del provino precedente ma di entità minore. Le tensioni di parallelo sono crescenti mentre quelle di meridiano nulle, le deformazioni sono entrambe crescenti a causa del legame tensioni-deformazioni già imposto in precedenza.



Per le tensioni tangenziali statiche avremo un andamento di quelle di meridiano crescente, mentre quelle di parallelo nulle. Le deformazioni sono invece entrambi crescenti.



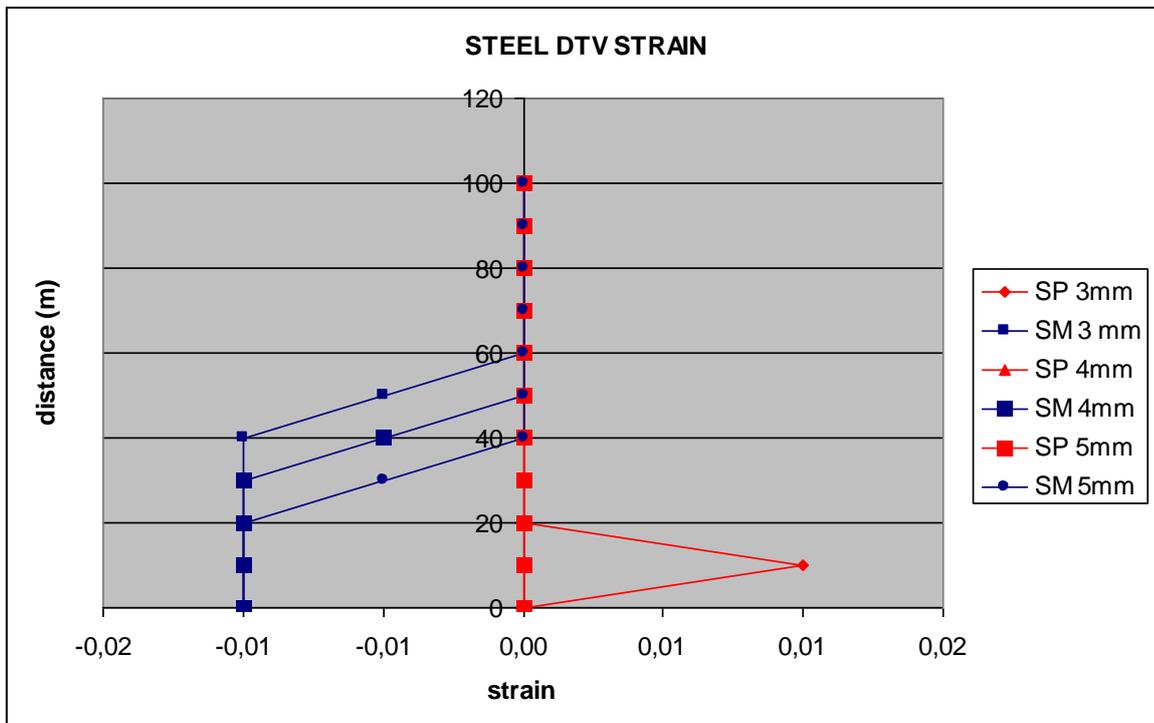
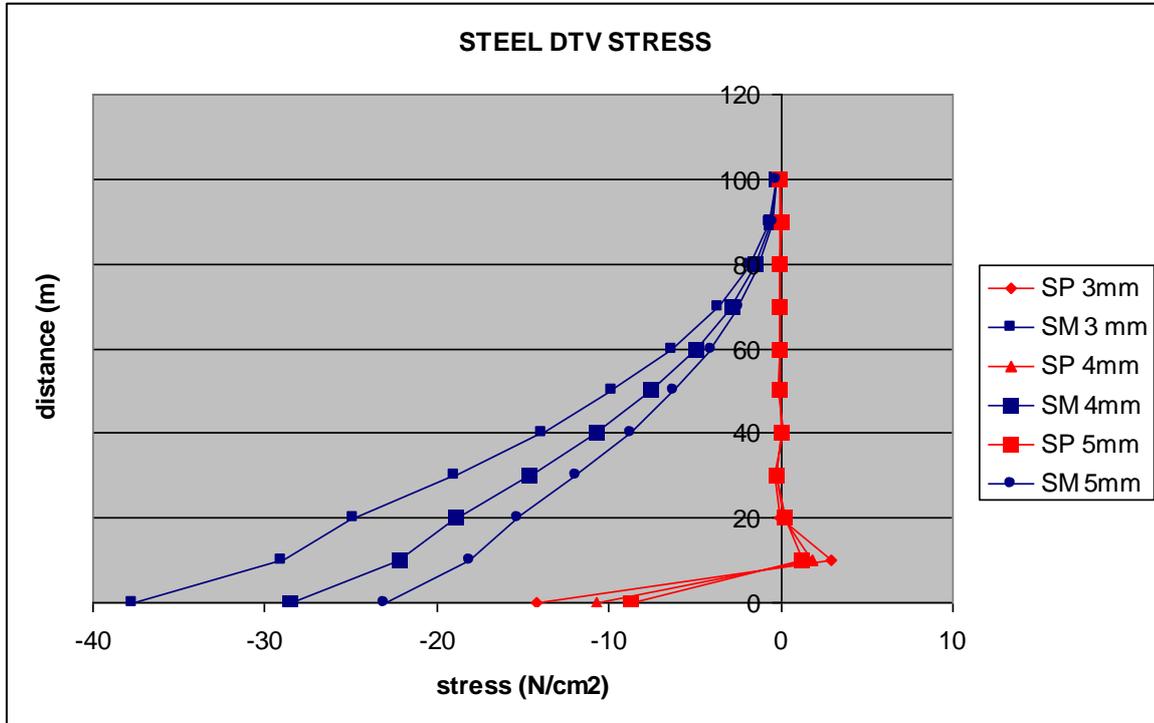
Le tensioni normali dinamiche avranno un andamento crescente verso la base, con chiara incidenza del svincolamento di base, ed anche le deformazioni avranno il medesimo andamento.



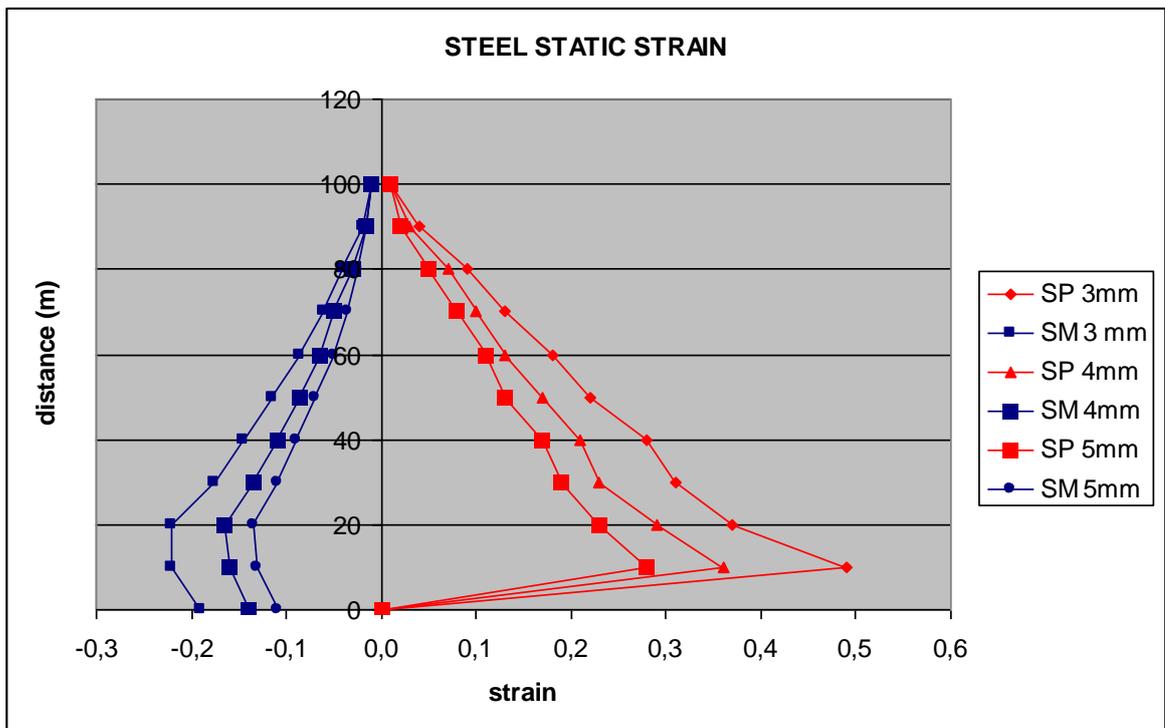
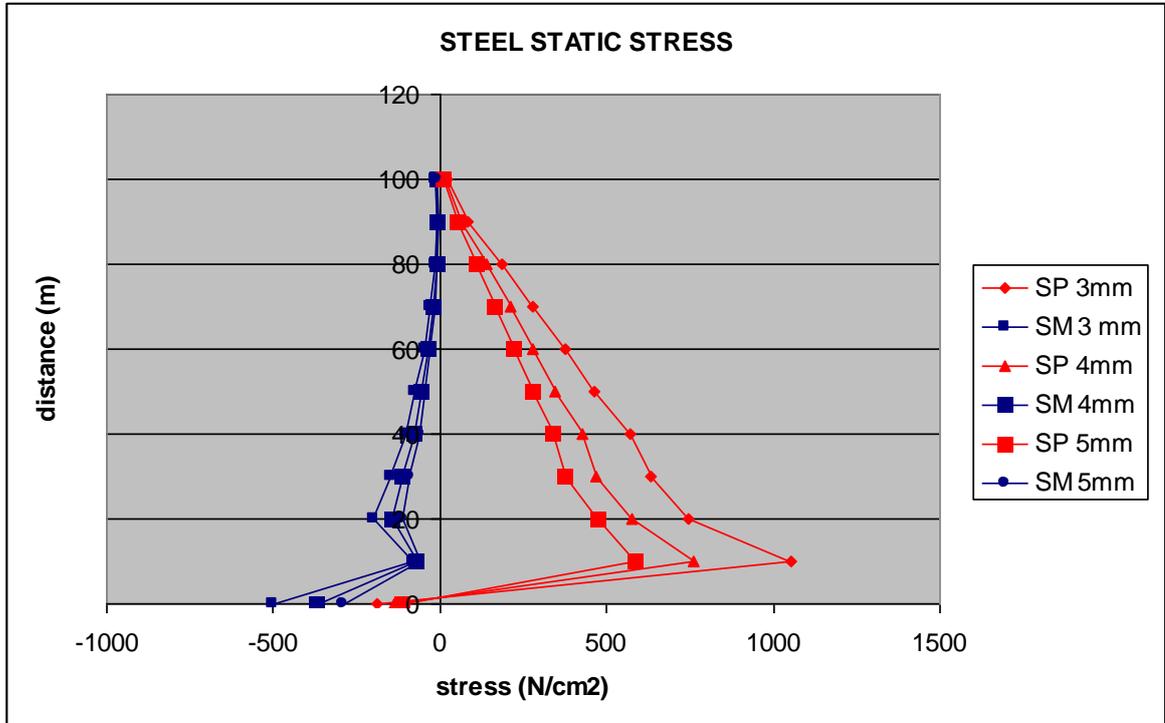
Come in precedenza la convenienza del provino di spessore minore è nell'enfatizzazione dell'entità delle grandezze in gioco.

Le tensioni tangenziali dinamiche avranno un andamento molto simile a quelle statiche, con un crescendo di quelle di meridiano e un mantenimento sul valore nullo

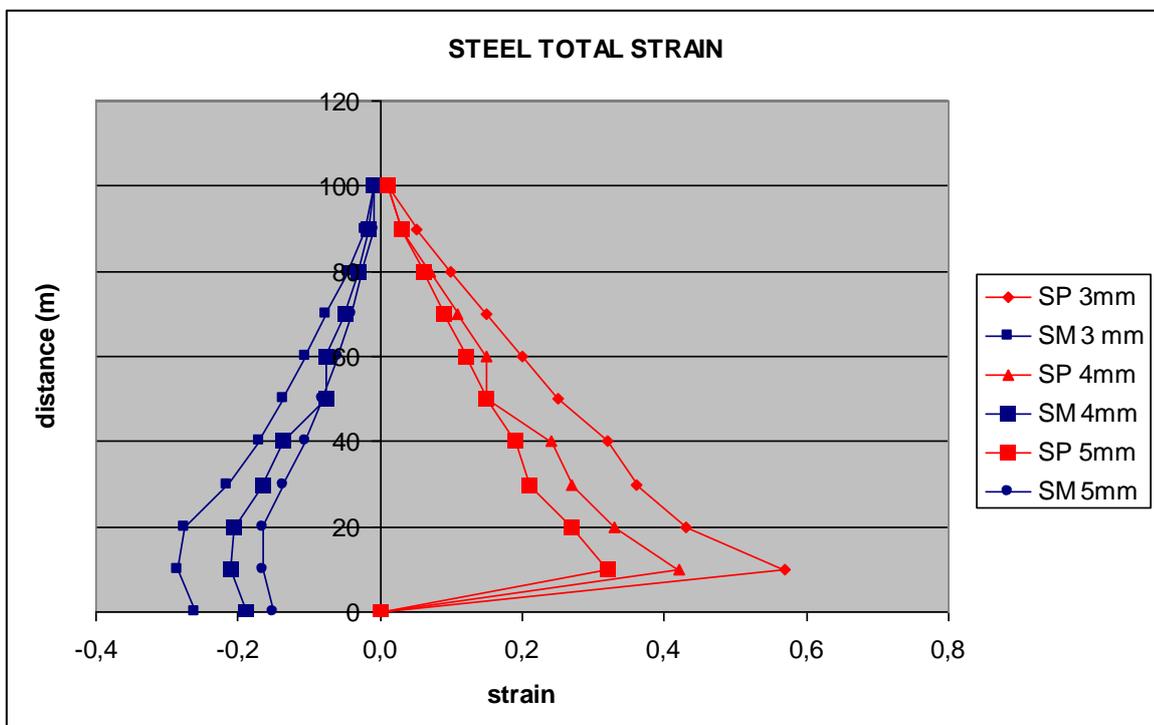
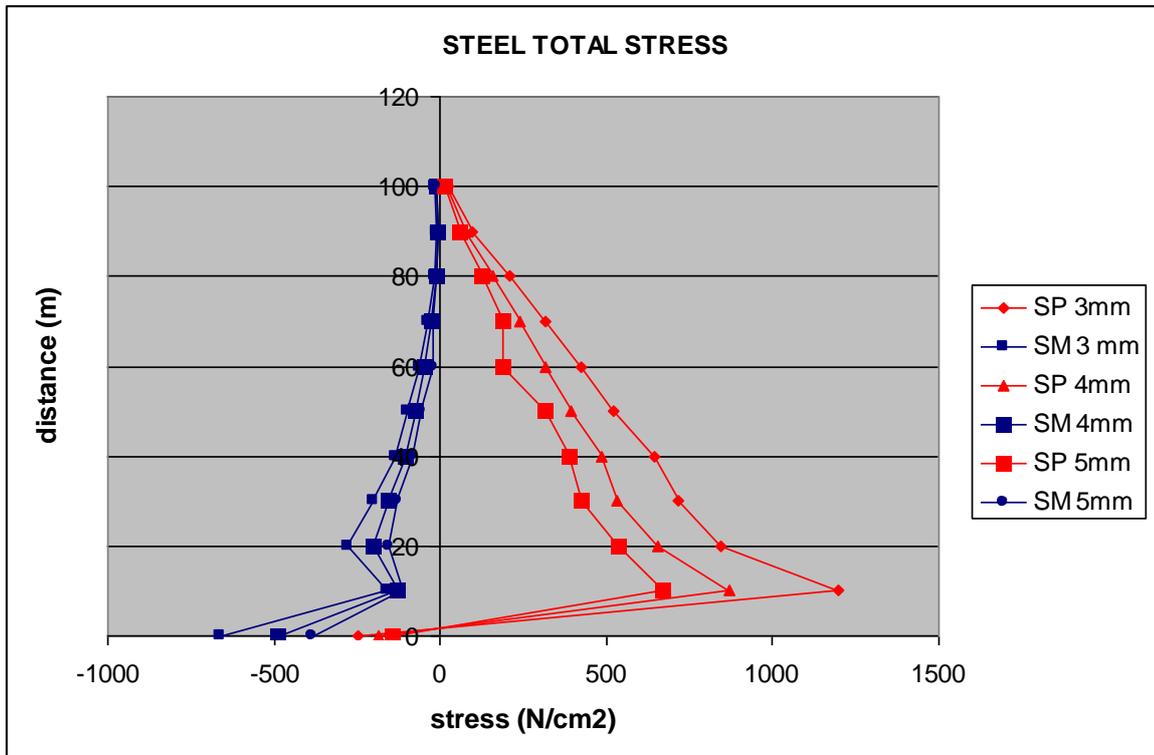
Le deformazioni non saranno leggibili in modo chiaro a livello di andamento a causa dell'entità esigua.



Quindi considerando le combinazioni di carico avremo che in ambito statico le tensioni sono crescenti verso la base, così come le deformazioni. La fascia intorno ai 18 cm vede l'incidenza del vincolo in modo più che evidente. Il provino più sottile enfatizzerà maggiormente le entità delle grandezze a parità di geometria installata.



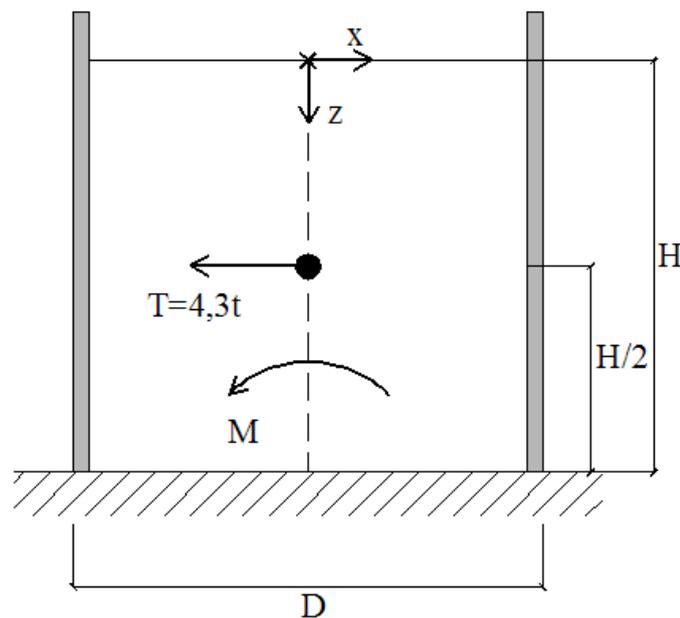
La combinazione totale mostra la sollecitazione sotto sisma. L'andamento delle tensioni sarà paragonabile al precedente ma di entità maggiore, così come le deformazioni.



In conclusione converrebbe esaminare in ogni modo un provino di spessore di 3 mm.

16. Verifica del peso del provino con insilato in acciaio

La tavola vibrante di Bristol tramite la quale si eseguiranno i tests ha già utilizzato i Ballotini glass, questi hanno un peso perfettamente compatibile con le caratteristiche della strumentazione. Gli steel balls non essendo mai stati utilizzati in tale contesto devono essere controllati in tal senso. Occorre verificare se il peso dell'insilato è compatibile con le possibilità della strumentazione disponibile.



A tal fine possiamo dire che andremo a verificare per il provino maggiore, così sarà implicitamente soddisfatta anche per l'altro:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H = \pi \cdot 0,6^2 \cdot 1,2 = 1,36 \text{ [m}^3\text{]} \quad [16.1]$$

Il limite di portata della piastra è 15 tonnellate, quindi avremo:

$$P = V \cdot \gamma = 1,36 \cdot 7850 = 10676 \text{ [Kg]} < 15000 \text{ [Kg]} \quad [16.2]$$

La dinamicità del problema porterà inoltre a sostenere:

$$T = \frac{W}{g} \cdot a_{eh} \cdot g = 10676 \cdot 0,4 = 4270,4 \text{ [Kg]} \quad [16.3]$$

$$M_{base} = T \cdot \frac{H}{2} = 4270,4 \cdot 0,6 = 2562,2 \text{ [Kg} \cdot \text{m]}$$

Quindi avremo una perfetta compatibilità tra la strumentazione e l'insilato studiato.

17. Studio dei modi di vibrare

Dopo aver studiato la distribuzione delle pressioni e le tensioni e deformazioni che generano sarà opportuno uno studio dei modi di vibrare.

Si affronterà quindi la determinazione del primo modo di vibrare attivato su ognuno dei provini studiati, per ogni spessore e confrontando il periodo del silo vuoto.

Il modo di vibrare viene ottenuto tramite un'analisi delle frequenze naturali compiuto su vari modelli FEM appositamente realizzati. Viene analizzato prima di tutto la parete del silo vuoto, si applicano poi le masse della quota parte A2 cioè della porzione che si aggrappa alla parete ed in ultimo si applica la massa dell'intero insilato.

Tramite questo studio si individua frequenza e quindi periodo che va ad attivare il primo modo di vibrare visibile nelle immagini che seguono.

Il programma che utilizzeremo fornirà a termine delle analisi il numero di modi richiesti in ordine di frequenza crescenti e quindi in termini di periodo decrescenti.

Lo studio si basa sulla ricerca del primo modo in quanto rappresentante gran parte del comportamento dinamico della struttura, la forma della deformata sarà simile a quella nella figura sottostante se consideriamo una sezione del cilindro.



Il primo modo viene quindi individuato osservando le deformate della struttura e viene studiato il valore di periodo corrispondente.

17.1. Provino vuoto

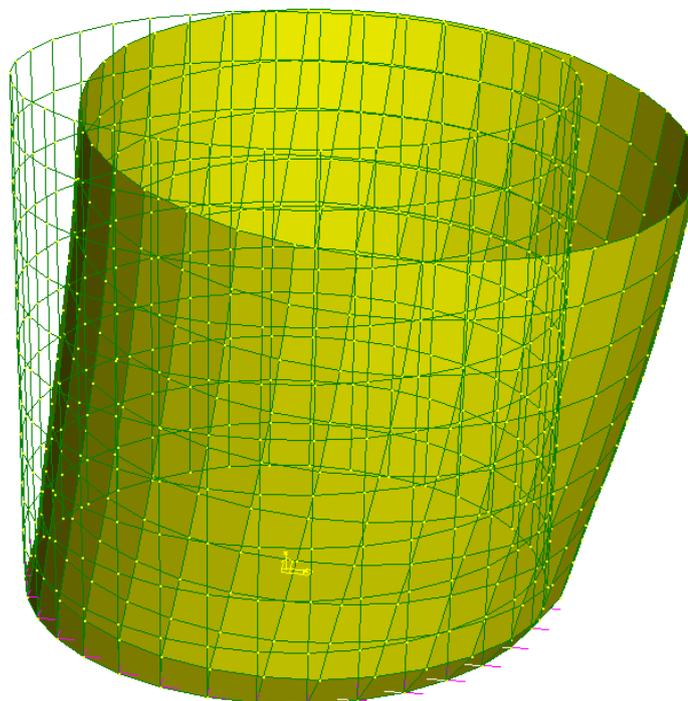


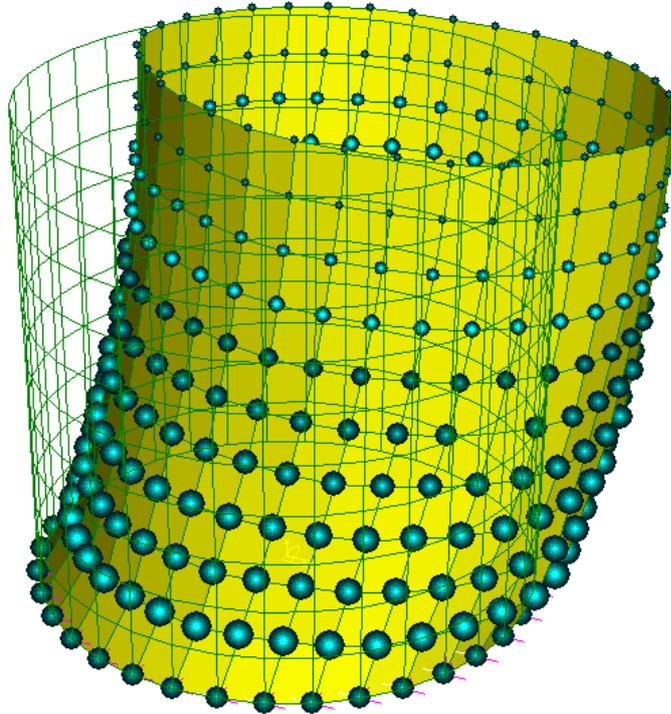
Figura 76

Quindi compiendo sul silo vuoto un'analisi di frequenza naturale avremo i risultati riassunti nella abella seguente, che comprende numero del modo e periodo:

t [mm]	T vuoto - 120 cm [sec]		T vuoto - 100 cm [sec]	
	n° modo		n° modo	
3	61	0,0099	51	0,008
4	47	0,0099	39	0,008
5	39	0,0099	29	0,008

I periodi visionati praticamente non differiscono al variare dello spessore, ma anche al variare della geometria non si hanno grandi cambiamenti, quello di diametro minore ha infatti un periodo pari circa all'80% dell'altro.

17.2. Provino con la porzione A2



Applichiamo quindi la massa corrispondente alla porzione denominata nei precedenti capitoli come A2. In questo modo potremmo capire la differenza tra i periodi generati se solo questa quota parte agisce sulle pareti, come sostenuto dalla teoria Trombetti et al. e quelli generati dall'intero insilato gravante sulle pareti quando è in azione il sisma.

17.2.1. Ballottini glass

I risultati per il primo insilato saranno quindi quelli riportati nella tabella:

t [mm]	T con A2 - 120 cm [sec]		T con A2 - 100 cm [sec]	
	n° modo		n° modo	
3	89	0,020	69	0,016
4	61	0,018	49	0,014
5	49	0,017	40	0,013

Considerando entrambi i provini possiamo dire che all'aumento dello spessore abbiamo una differenza tra i periodi pari circa ad un 5-10% dello spessore più sottile. Mentre ponendo a confronto le due geometrie avremo che il provino minore sarà circa il 76-80% dell'altro.

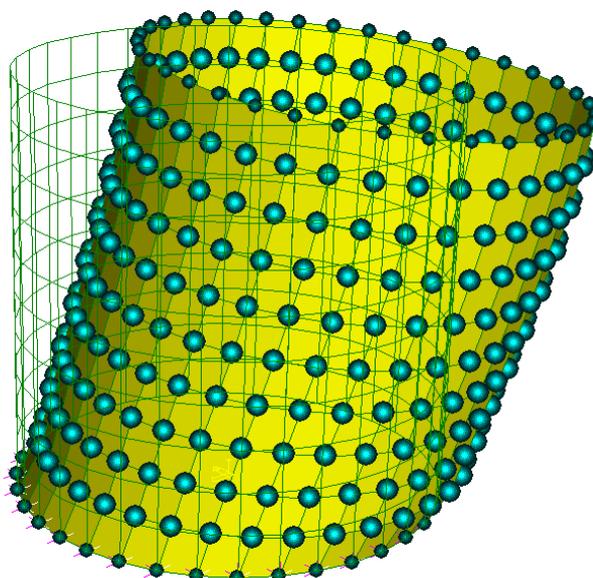
17.2.2. Steel balls

Consideriamo quindi il secondo insilato ed avremo:

t [mm]	T con A2 - 120 cm [sec]		T con A2 - 100 cm [sec]	
	n° modo		n° modo	
3	90	0,038	74	0,030
4	64	0,034	51	0,026
5	51	0,031	41	0,024

La differenza tra i periodi dei vari spessori a geometria costante è circa un 10% come in precedenza e allo stesso modo il paragone tra le due geometrie troverà il minore pari al 76-80% dell'altro.

17.3. Provino con l'intero insilato



Terminiamo ora considerando la massa dell'intero insilato gravante sulle pareti, così da poter porre i risultati a confronti con i precedenti. Tutta la massa sarà quindi come prima suddivisa per i vari nodi di cui è composto il modello ed otterremo i risultati per tutte le geometrie e gli insilati.

17.3.1. Ballottini glass

Il primo insilato fornisce:

t [mm]	T pieno - 120 cm [sec]		T pieno - 100 cm [sec]	
	n° modo		n° modo	
3	61	0,038	51	0,030
4	47	0,033	39	0,025
5	39	0,030	29	0,023

Anche in questo ultimo caso avremo che a parità di geometria il periodo del provino di minor diametro sarà circa un 75-80% dell'altro e a parità di geometria avremo una differenza a cambio spessore di circa 10-15%.

17.3.2. Steel balls

Il secondo insilato avrà risultati:

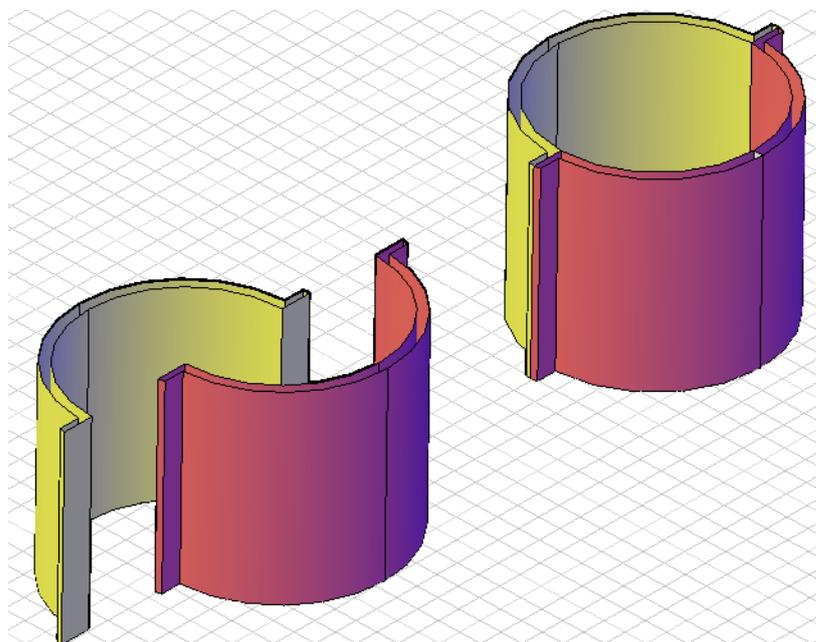
t [mm]	T pieno - 120 cm [sec]		T pieno - 100 cm [sec]	
	n° modo		n° modo	
3	60	0,08	51	0,062
4	47	0,07	39	0,054
5	39	0,06	29	0,048

L'insilato in acciaio porta alle medesime differenze denunciate in precedenza, abbiamo periodi della geometria minore pari circa ad un 80% dell'altro e differenze circa del 10% tra le variazioni di spessore.

18. Scelta del provino definitivo

I provini esaminati sin ora sono quindi due, e i risultati esposti in questa tesi sono stati inviati al gruppo di ricerca di Bristol, il quale conoscendo alla perfezione il laboratorio che si utilizzerà per le prove ha potuto esprimersi sulla modalità di realizzazione e sulla dimensione del provino definitivo.

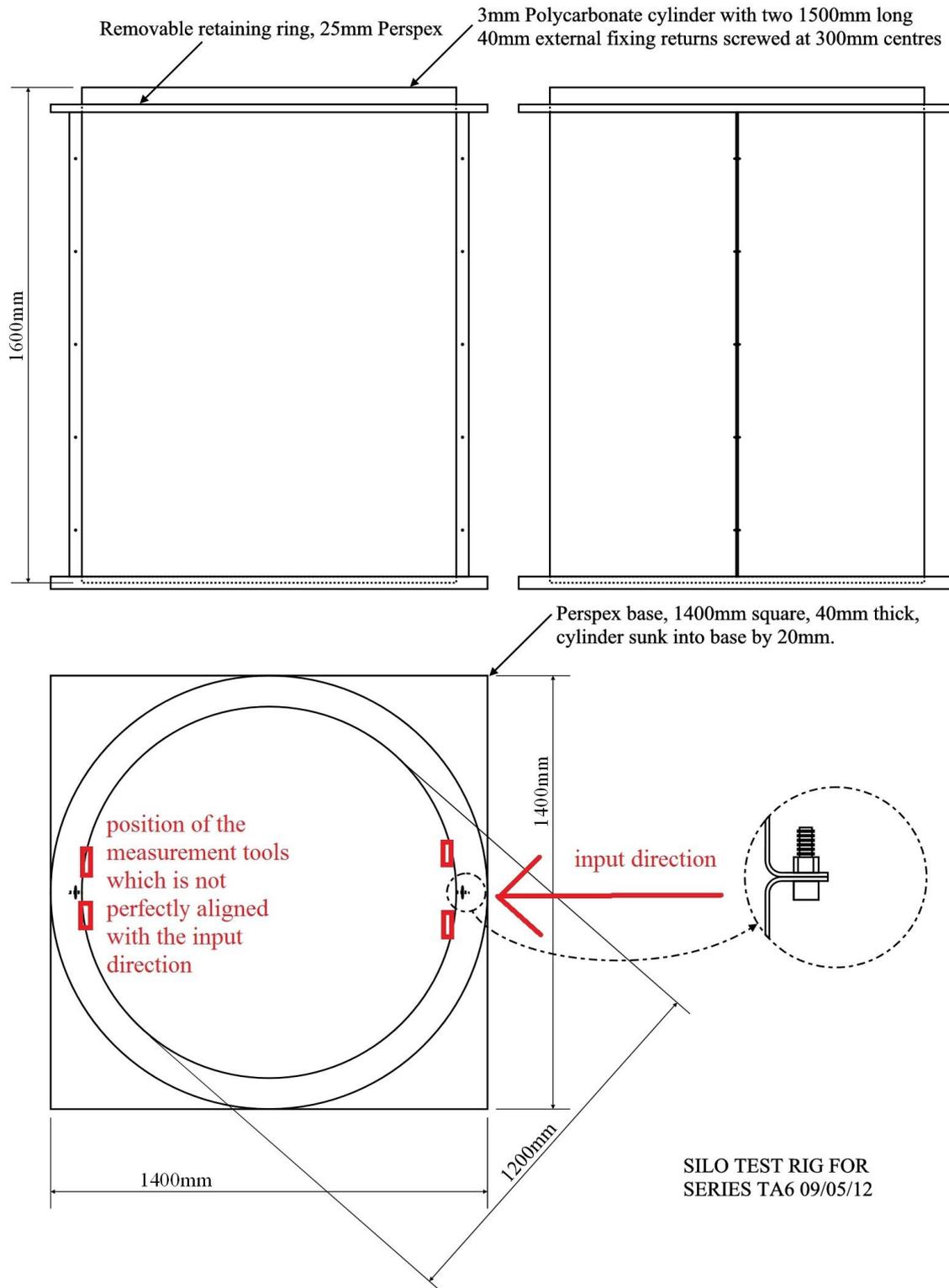
I test verranno quindi eseguiti su di un provino di 120 cm di altezza e diametro e di 3 mm di spessore, cioè quello che maggiormente enfatizza i risultati come spiegato in precedenza.



Il provino cilindrico è realizzato da “fogli di polycarbonato”, in quanto i tubi non vengono prodotti in un diametro così elevato. Quindi si decide di utilizzare due U di polycarbonato che verranno fissate a formare il cilindro attraverso connessioni bullonate e colla.

La struttura viene poi posizionata su di una base in cui sarà incastrata grazie ad un piccolo gradino di spessore e fissata mediante colla. La descrizione è sicuramente resa più chiara dalla tavola di disegno esecutivo seguente, che mostra come la base sia quadrata e come abbia due spessori, uno interno più sottile ed uno esterno più spesso, tramite il quale si realizza quindi l'incastro.

Nel progetto appare anche la metodologia presunta di entrata del sisma, cioè della sollecitazione che si imporrà nel test e della posizione presunta dei sensori che si posizioneranno.

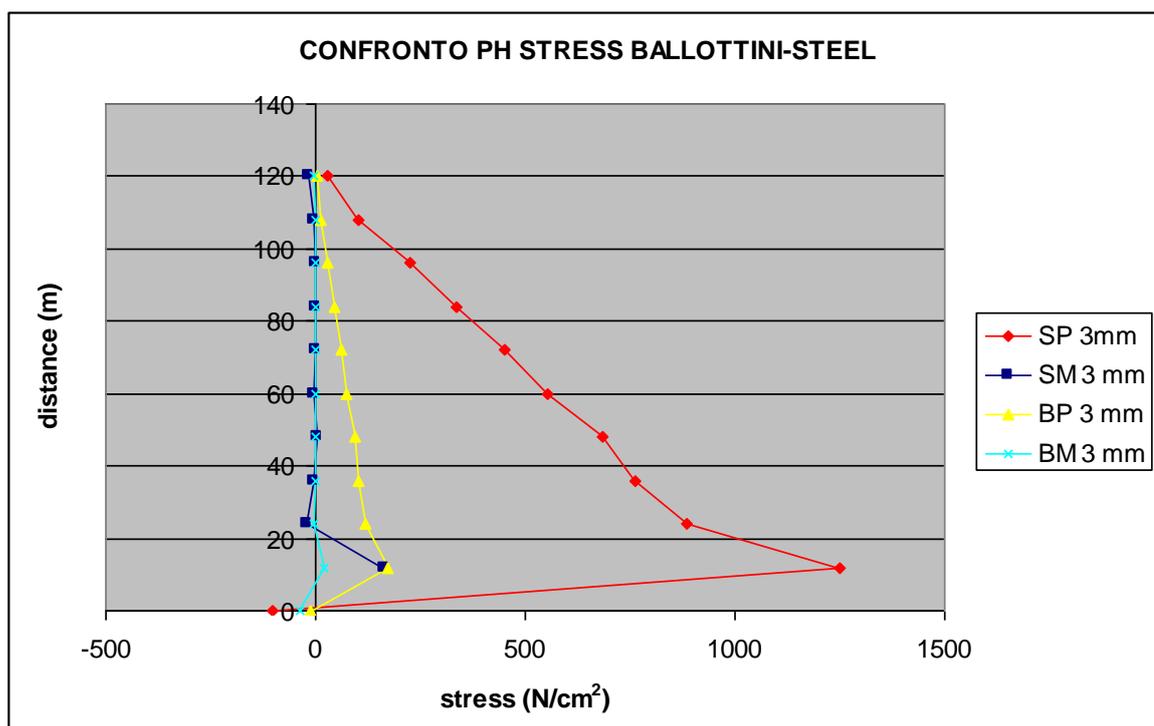


Quindi si considereranno definitivi gli studi compiuti sul provino numero 1, sia con all'interno le sfere di vetro che le sfere di acciaio. Quindi sarà possibile studiare gli effetti locali di imperfezioni e vincoli in modo tale da verificarne l'alterazione sui risultati appena determinati.

19. Confronto tra i due insilati per il Provino 1

Come affermato in precedenza si potranno testare vari insilati oltre ai Ballottini glass, in questa sede si metteranno quindi a confronto i risultati ottenuti con i due insilati, cioè sfere di acciaio e sfere di vetro, così da osservare la variazione di entità di risultati che li separa. Le sfere di acciaio hanno densità maggiore rispetto a quelle in vetro, questo si ripercuoterà sulle pressioni che si applicheranno sulla parete cilindrica, che saranno anch'esse maggiori. Conseguenza della natura del materiale porta quindi a tensioni e deformazioni maggiori della parete in polycarbonato se all'interno posizioniamo sfere di acciaio. Entrambi gli insilati da i calcoli precedentemente effettuati forniscono paragonabili valori di ρ_T e ρ_M cioè risultano simili tra loro nella differenza che provocano in termini di taglio e momento rispetto all'Eurocodice.

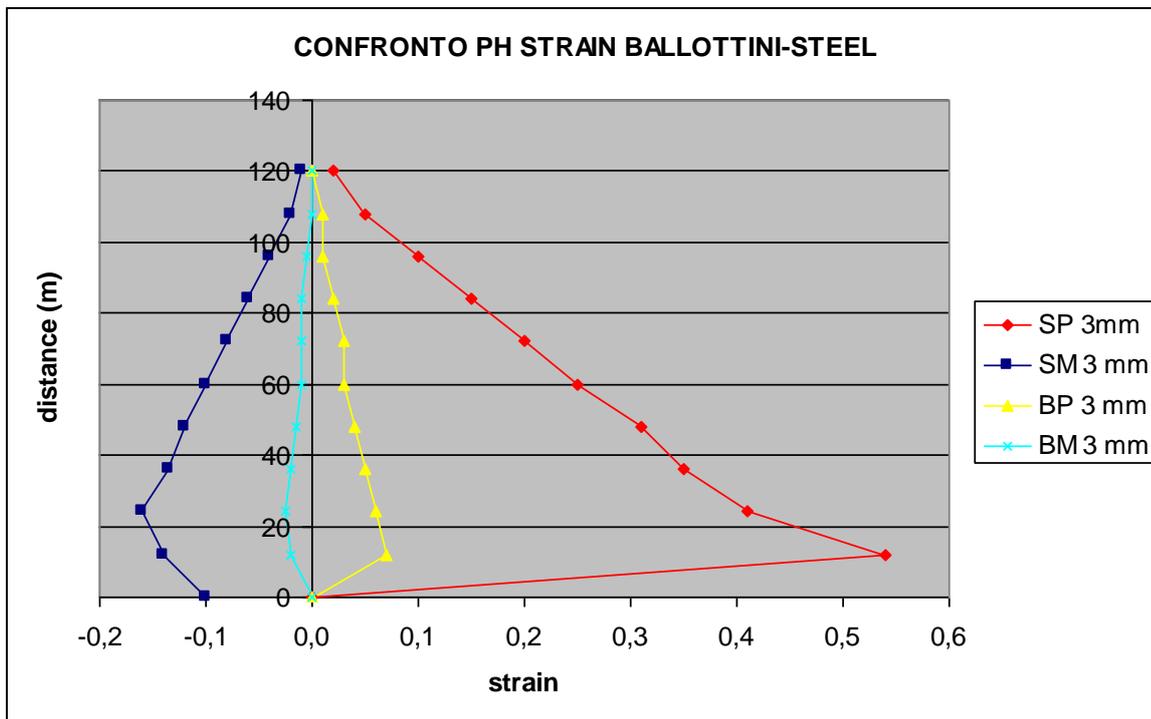
Consideriamo quindi ogni componente esaminata in precedenza:



Nonostante questo, è facilmente visibile dal grafico soprastante come le sfere di acciaio portino a range di tensioni di molto superiori rispetto a quelle di vetro. Questa verifica risulta importante soprattutto per la facilità di rilevazione da parte dei sensori dei dati che si otterranno, infatti trattando tensioni e deformazioni paragonabili all'errore da essi compiuti si rischierebbe di inficiare le rilevazioni.

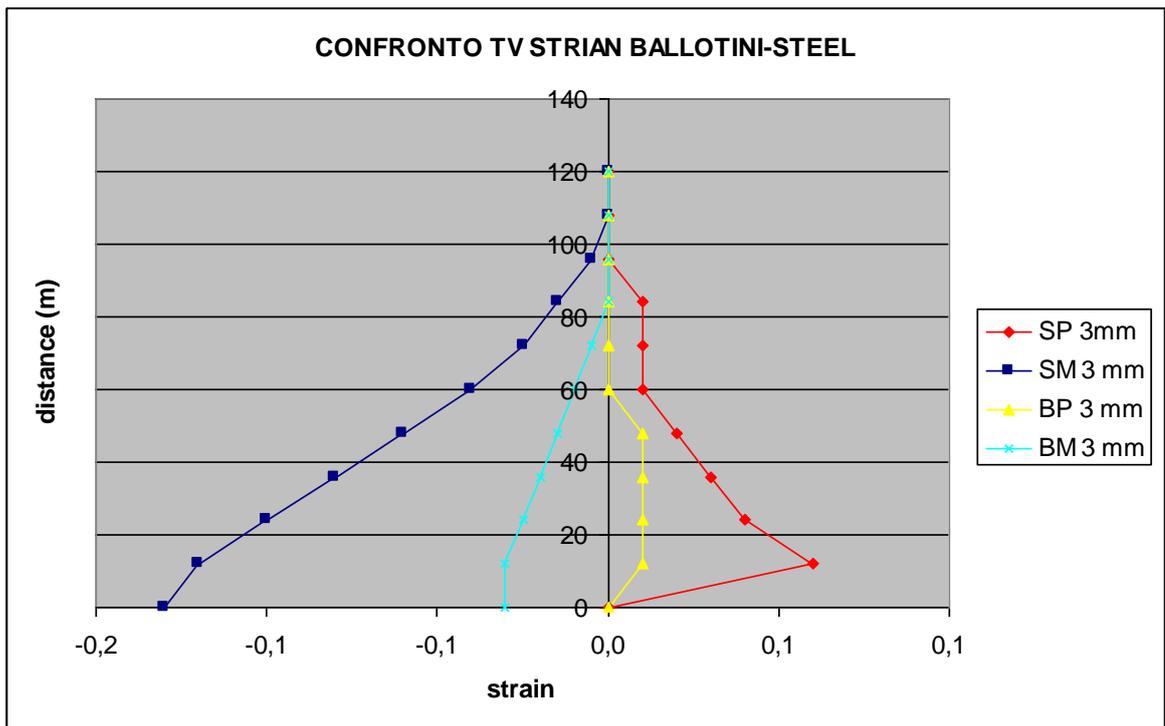
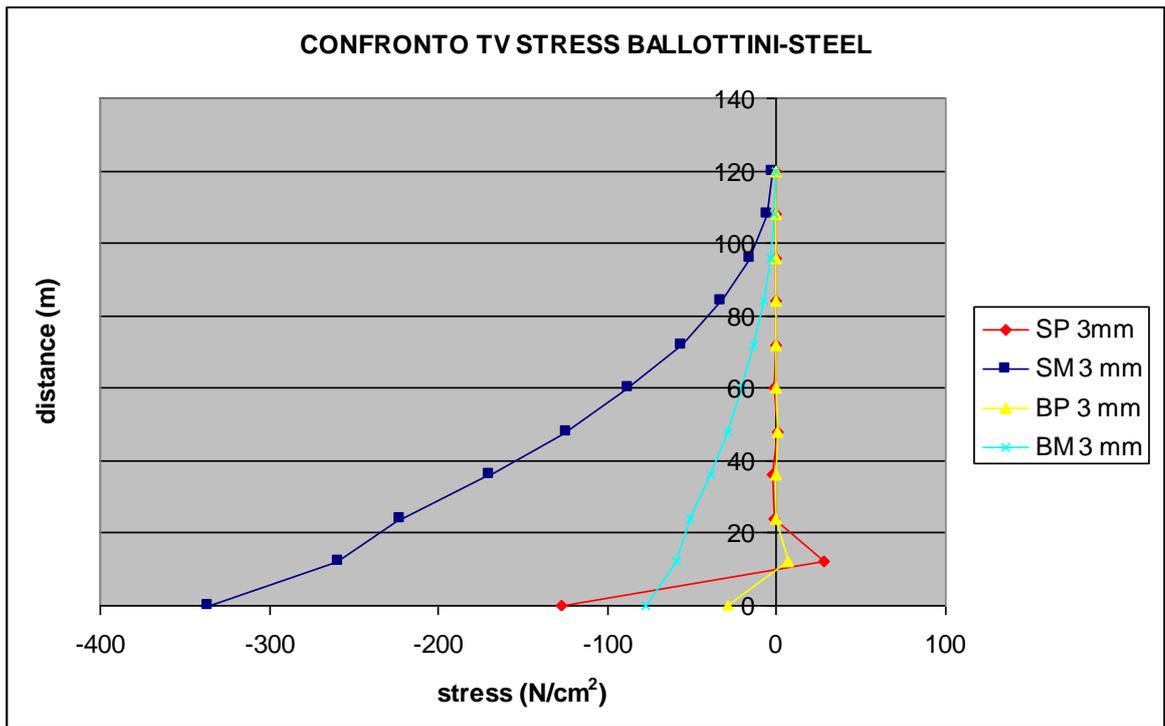
I valori ottenuti con l'insilato di sfere di vetro saranno per quanto riguarda le tensioni di parallelo circa un 14% di quelle ottenuti dalle sfere di acciaio, mentre quelle di meridiano sono circa un 30%. Avremo differenze medie che per le tensioni di parallelo saranno sui 400 N/cm^2 , mentre per quelle di meridiano sui 40 N/cm^2 .

Le deformazioni ripercorrono sì l'andamento delle tensioni ma causa la legge di legame tensioni-deformazioni queste differiscono per circa un 10% sia per le deformazioni di meridiano che di parallelo.

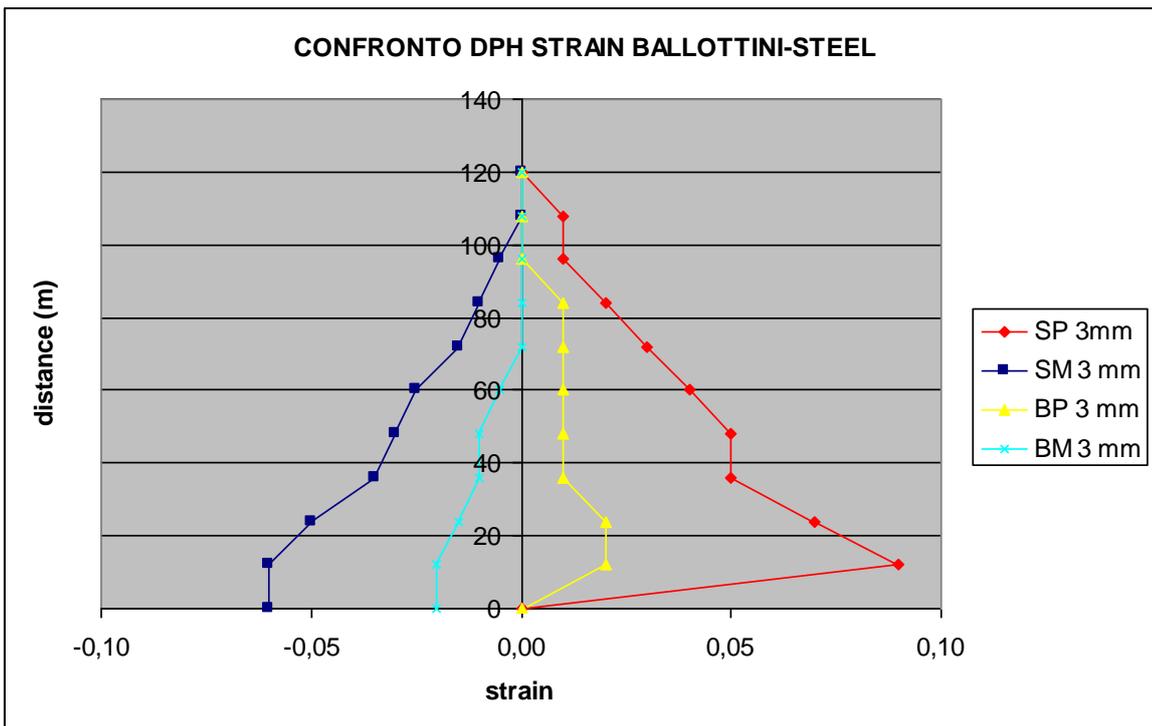
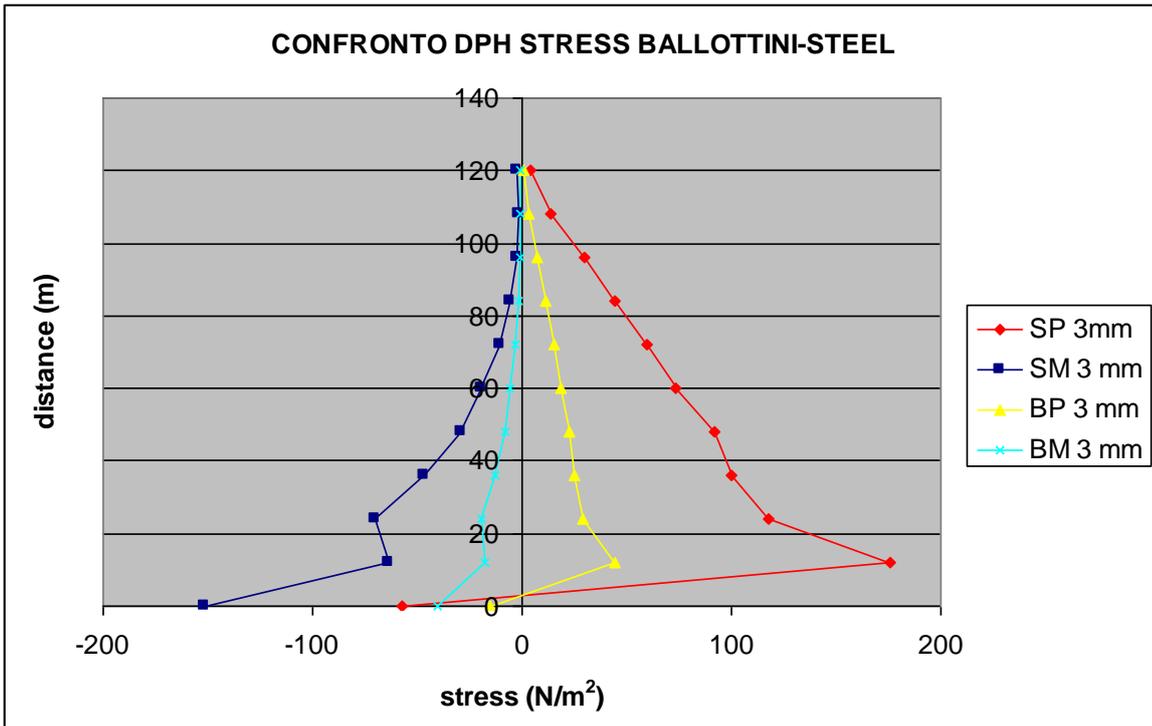


Per quanto riguarda invece le tensioni tangenziali avremo una differenza più che sensibile al primo sguardo soprattutto per le tensioni di meridiano ma sia per quelle di parallelo che per quelle di meridiano vedremo i Ballottini glass suscitare tensioni pari circa ad un 23-24% dell'altro insilato. La differenza sarà per le tensioni di parallelo circa di un 11 N/cm^2 mentre quelle di meridiano differiranno in media di 90 N/cm^2 .

Le deformazioni ad esse associate vedono quelle delle sfere di acciaio essere in media circa un 10-15% dell'acciaio.



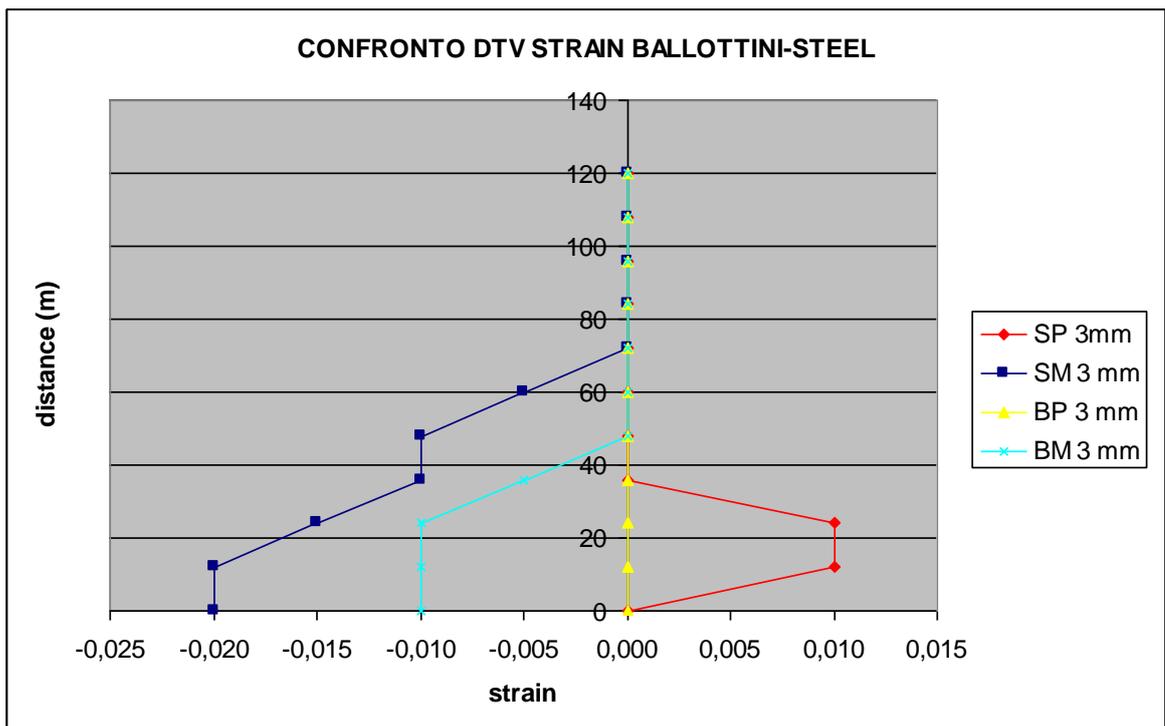
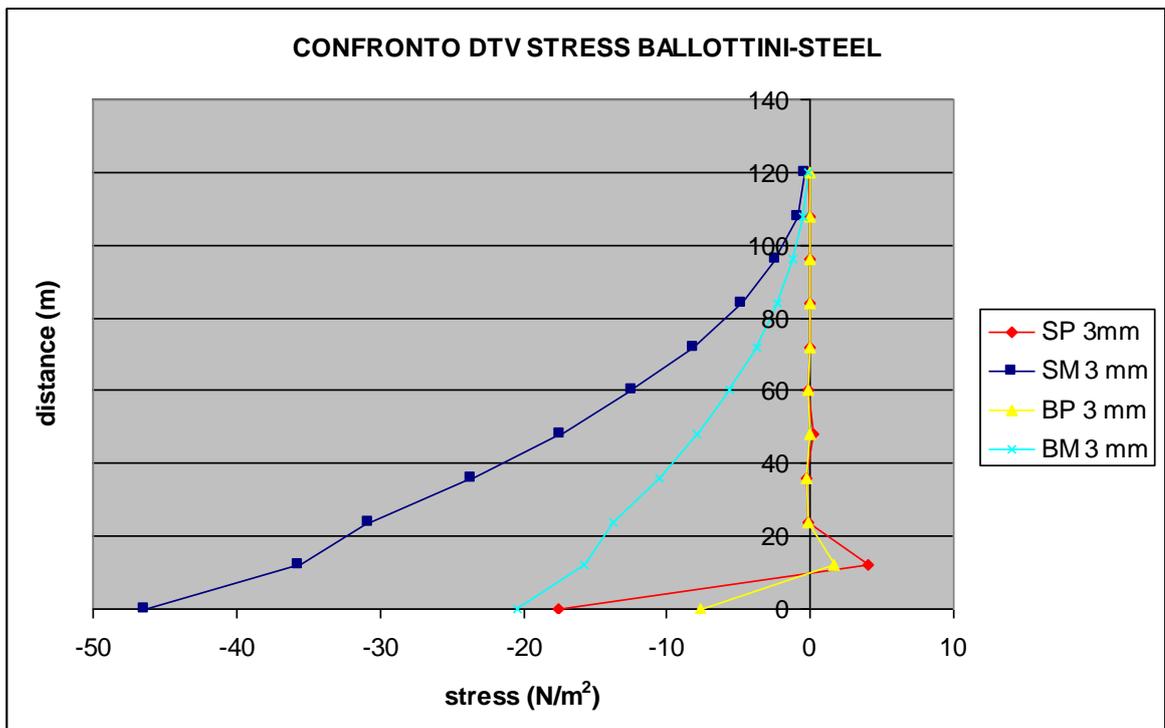
Per quanto riguarda le tensioni e deformazioni dinamiche possiamo considerare in primis le pressioni normali. Il primo insilato, cioè quello di sfere di vetro, porta a risultati circa pari a un 25-30% di quello con l'acciaio sia per la componente di parallelo che di meridiano. Le differenze sono in media di 50 N/cm² per le tensioni di parallelo e intorno ai 30 N/cm² per quelle di meridiano.



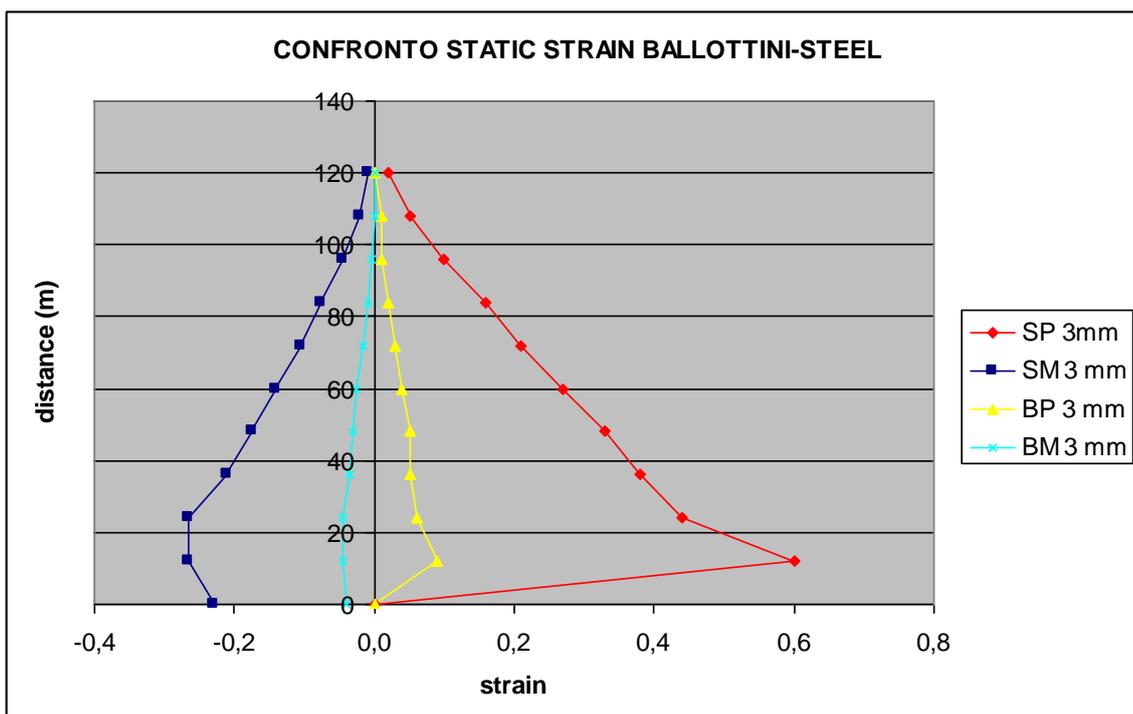
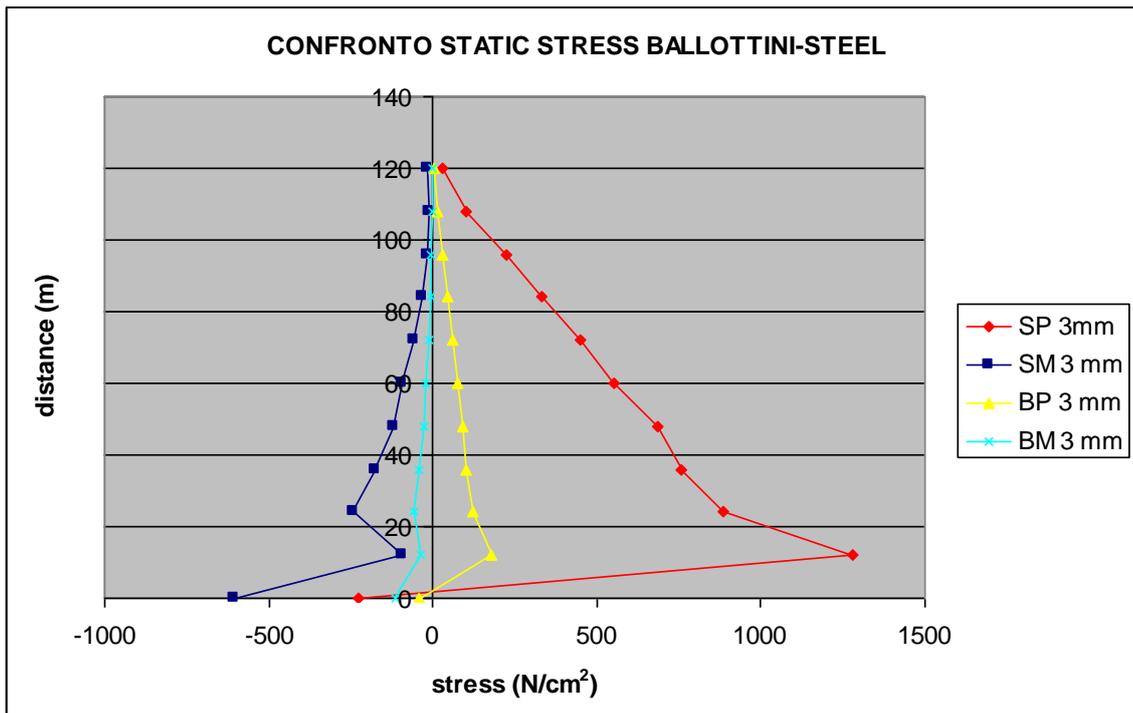
Le deformazioni provocate dai Ballottini glass sono circa un 15-20% di quelle provocate dagli steel balls.

Le tensioni tangenziali dinamiche derivate dall'utilizzo del primo insilato saranno circa un 40-50% di quelle ottenibili utilizzando il secondo, per la componente di parallelo la differenza è di 1 N/cm^2 mentre per quella di meridiano di circa 10 N/cm^2 .

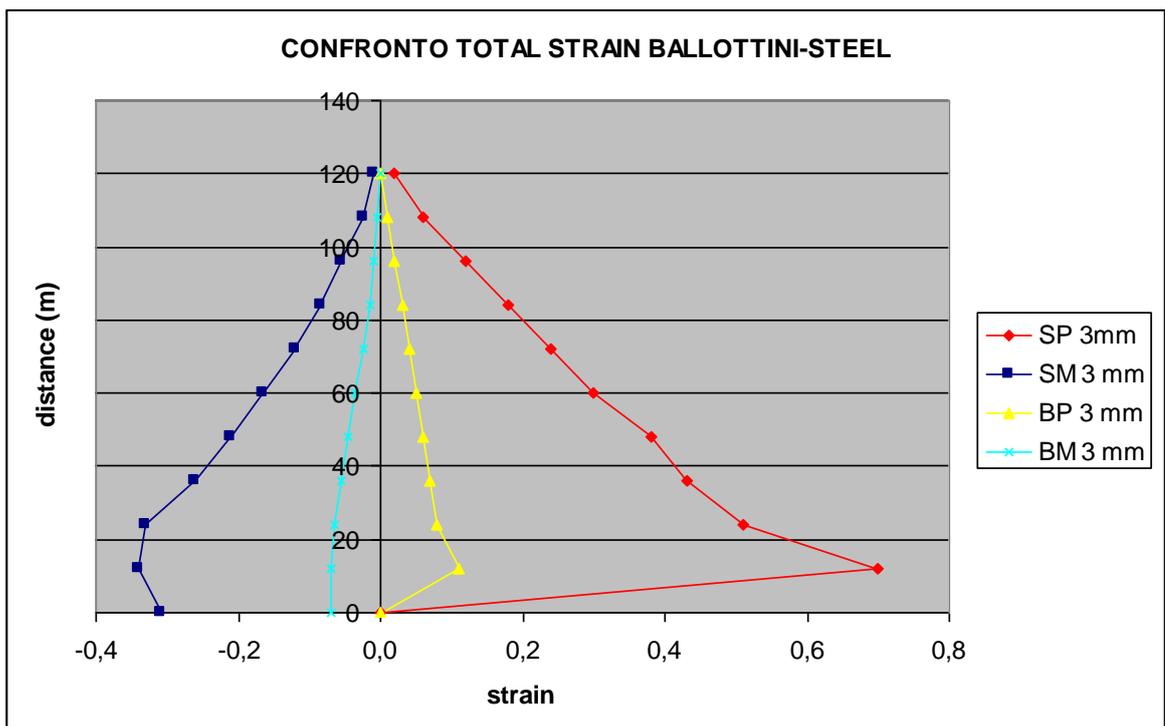
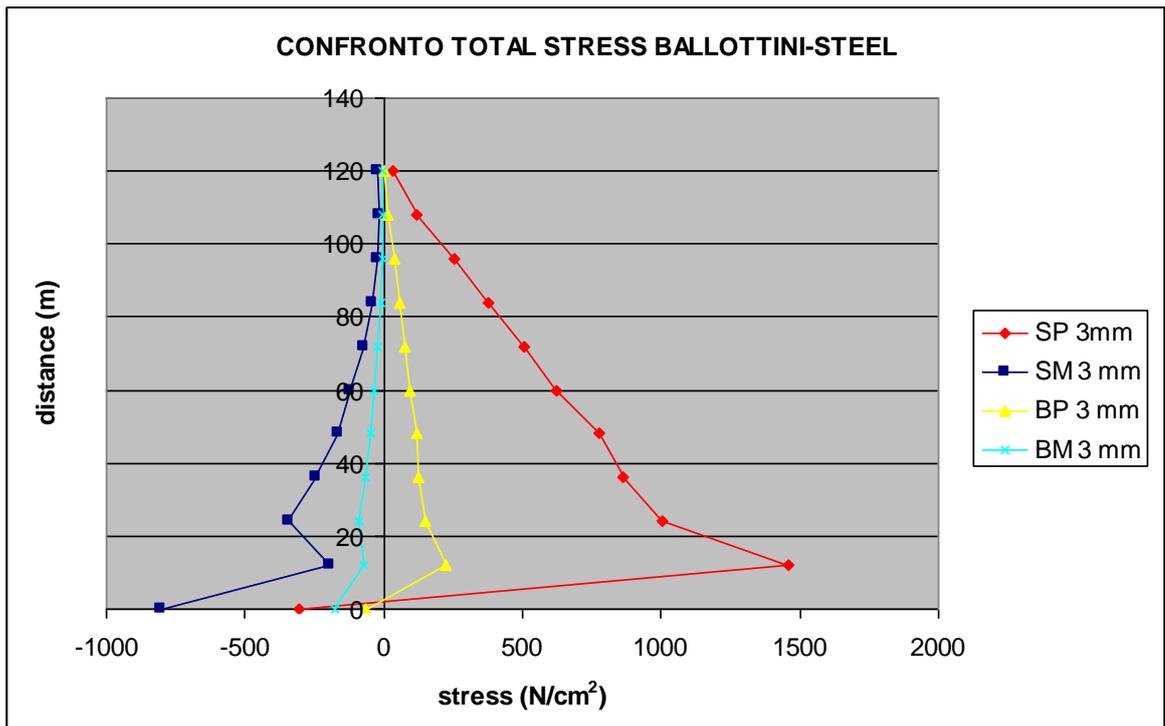
Le deformazioni di meridiano risultano essere un 20% delle massime, mentre quelle di parallelo hanno valore così minimo che non è palpabile grande differenza.



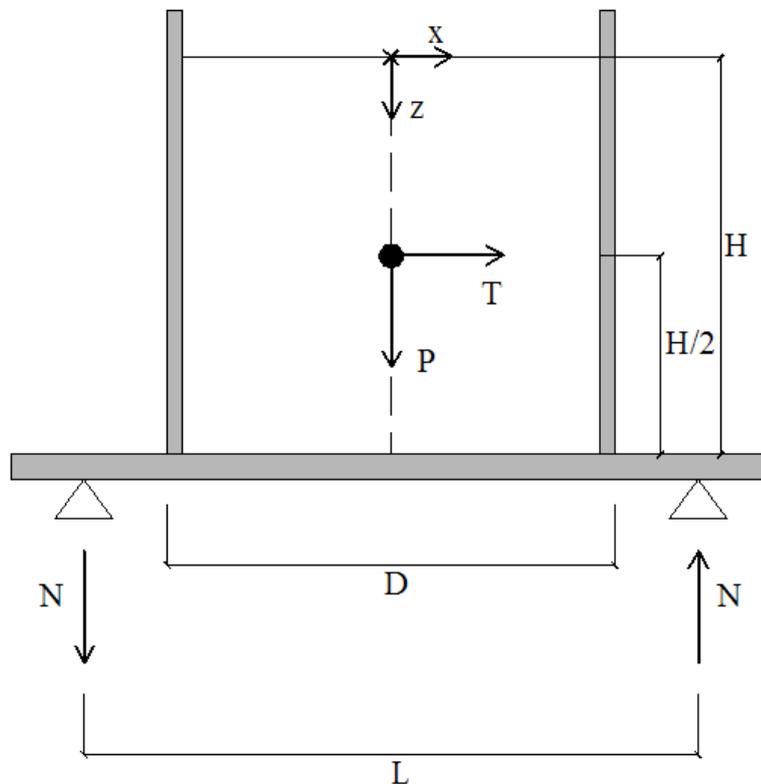
Esaminiamo quindi la combinazione di carico statica, in cui per quanto riguarda le tensioni di parallelo avremo che il primo insilato è circa il 14% del rimanente. Le tensioni di meridiano saranno invece circa il 24%. La differenza media tra le tensioni di parallelo è circa di 400-450 N/cm² mentre per quelle di meridiano avremo in media 100 N/cm². Le deformazioni dovute ai Ballottini glass sono invece pari circa ad un 10-15% in media rispetto a quelle generate dall'acciaio.



La combinazione di carico totale dovuta quindi anche all'azione sismica avremo che le tensioni di parallelo del primo insilato sono solo il 15% di quelle ottenibili con l'altro insilato, mentre quelle di meridiano saranno circa il 20-25 %. La differenza tra le tensioni di parallelo sarà infatti in media di 500 N/cm² mentre quella tra le tensioni di meridiano sarà di circa 150. Le deformazioni saranno circa il 15-20% di quelle suscitate dall'acciaio sia per la componente di meridiano che per quella di parallelo.



20. Calcolo degli attacchi bullonati



Il sistema deve essere fissato alla piastra vibrante tramite collegamenti bullonati. Il dimensionamento dei collegamenti viene compiuto con i dati relativi agli steel balls, così da soddisfare implicitamente la verifica anche con i Ballottini glass e con qualunque insilato di caratteristiche intermedie tra i due o minori.

Quindi consideriamo innanzitutto i dati già calcolati precedentemente per la verifica del peso del provino con insilato in acciaio. Per semplicità si riportano qui sotto:

$$P = V \cdot \gamma = 1,36 \cdot 7850 = 10676 \text{ [Kg]} < 15000 \text{ [Kg]}$$

$$T = \frac{W}{g} \cdot a_{eh} \cdot g = 10676 \cdot 0,4 = 4270,4 \text{ [Kg]}$$

$$M = T \cdot \frac{H}{2} = 4270,4 \cdot 0,6 = 2562,2 \text{ [Kg} \cdot \text{m]}$$

Quindi potremmo scrivere l'equazione di equilibrio per la sollecitazione dinamica considerando 4 bulloni avremo che lo sforzo normale su ogni bullone sarà:

$$2 \cdot N \cdot L = T \cdot \frac{H}{2}$$

$$N = \frac{2562,2}{1,2 \cdot 2} = 1068 \text{ [Kg]} = 10680 \text{ [N]}$$

Al fine del dimensionamento non si considera il contributo stabilizzante del peso proprio.

Oltre allo sforzo normale avremo anche la sollecitazione tagliante che con 4 bullonature sarà esattamente pari allo sforzo normale.

$$N = \frac{2562,2}{1,2 \cdot 2} = 1068 \text{ [Kg]} = 10680 \text{ [N]}$$

Ipotizziamo bulloni M12 classe 4.6.

La resistenza a taglio dei bulloni sarà fornita da:

$$F_{v,Rd} = \frac{0,6 \cdot f_{tb} \cdot A_{res}}{\gamma_{M2}} = \frac{0,6 \cdot 400 \left[\frac{N}{mm^2} \right] \cdot 113,1 \text{ [mm}^2]}{1,25} = 21715,2 \text{ [N]}$$

Mentre a trazione avremo:

$$F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot f_{tb} \cdot A_{res}}{\gamma_{M2}} = \frac{0,9 \cdot 400 \cdot 113,1}{1,25} = 32572,8 \text{ [N]}$$

E si verifica quindi la condizione di taglio e trazione contemporanei avremo:

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1,4 \cdot F_{t,Rd}} < 1$$

$$\frac{10680}{21715,2} + \frac{10680}{1,4 \cdot 32572,8} = 0,73 < 1$$

I bulloni sono verificati, quindi si può fissare la piastra con 4 bulloni M12 con classe 4.6 o maggiori.

Oltre alla trazione sui collegamenti bullonati agirà il taglio che avrà entità uguale alla trazione:

$$T = \frac{4270,4}{4} = 2135,2 \text{ [Kg]}$$

21. Studio degli effetti locali

Nel presente capitolo ci si soffermerà sugli effetti locali che potrebbero influenzare la prova riguardanti l'applicazione di un fondello al provino e la presenza di difetti sul corpo del silo dovuti principalmente alla modalità di realizzazione del provino stesso. Lo studio verrà compiuto tramite la modellazione di tali oggetti tramite programma di calcolo così da verificarne l'effettiva rilevanza sul risultato atteso.

21.1. Fondello

La prova verrà eseguita utilizzando una tavola vibrante, cioè una strumentazione composta da una platea a cui sono solidali pistoni che consentono il movimento. Al fine di poter fissare il provino realizzato in policarbonato e plexiglass alla platea vi sono apposti fori tramite i quali poter realizzare un'unione bullonata. La base del silo viene quindi realizzata attraverso una piastra di plexiglass di 40 mm di spessore a fondo silo.

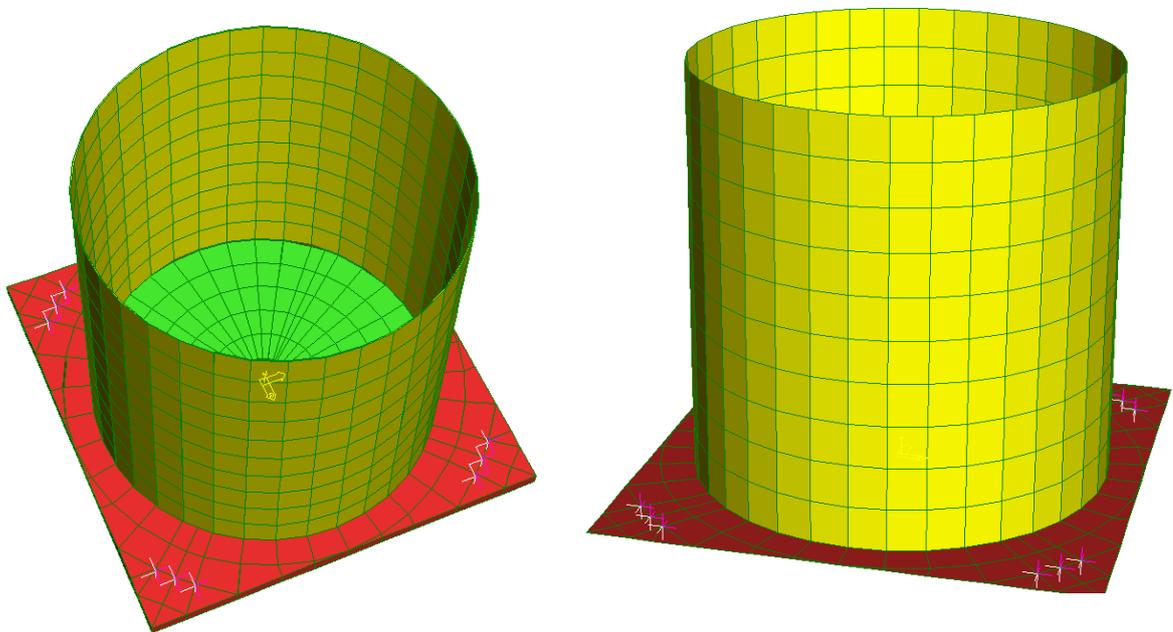


Figura 77

Il fondello avrà spessore maggiorato in quanto non dovrà agevolare spostamenti e deformazioni e sarà comunque realizzato in plexiglass al fine di sfruttare il maggior valore di modulo elastico.

Al fine di consentire un miglior ancoraggio del silo e un suo completo fissaggio alla base la parete cilindrica è affondata nella piastra per una profondità di 20 mm. L'incastro sarà ulteriormente rafforzato tramite un incollaggio.

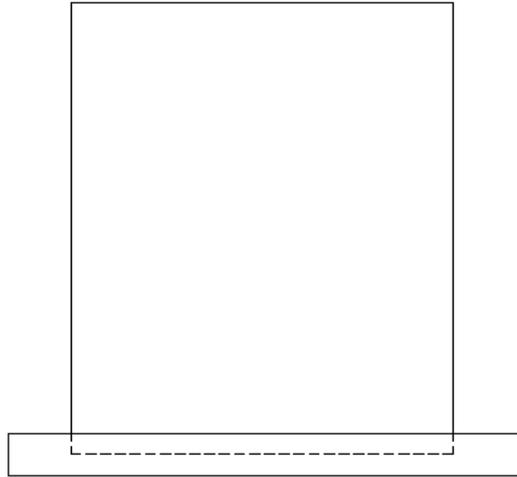


Figura 78

Si realizza quindi un modello FEM che ha il compito di simulare la struttura appena descritta.

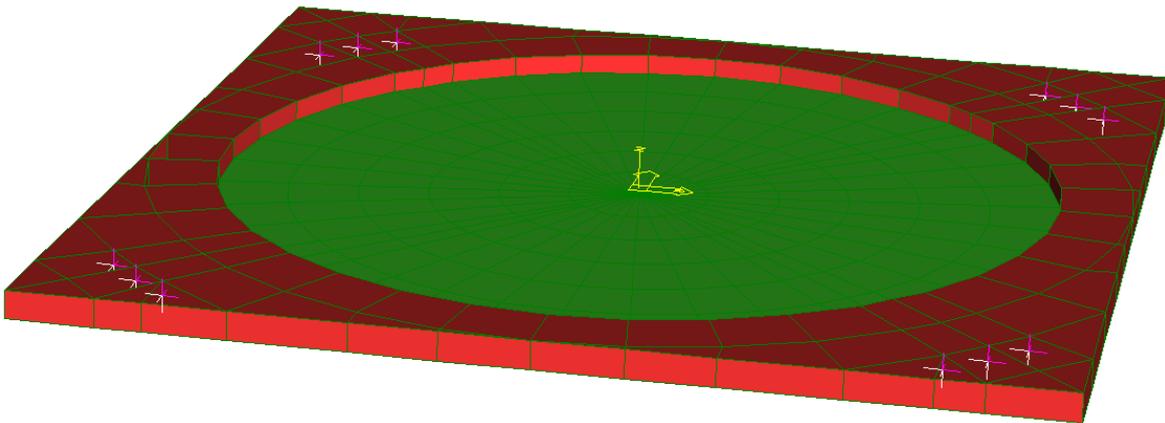


Figura 79

Se ci si concentra sul fondello avremo una modellazione composta dalla porzione esterna di plate (rosse) con spessore di 40 mm e una porzione interna alla proiezione in pianta del cilindro con spessore di 20 mm e "offsetata" verso il basso di 20 mm così da corrispondere geometricamente alla porzione esterna.

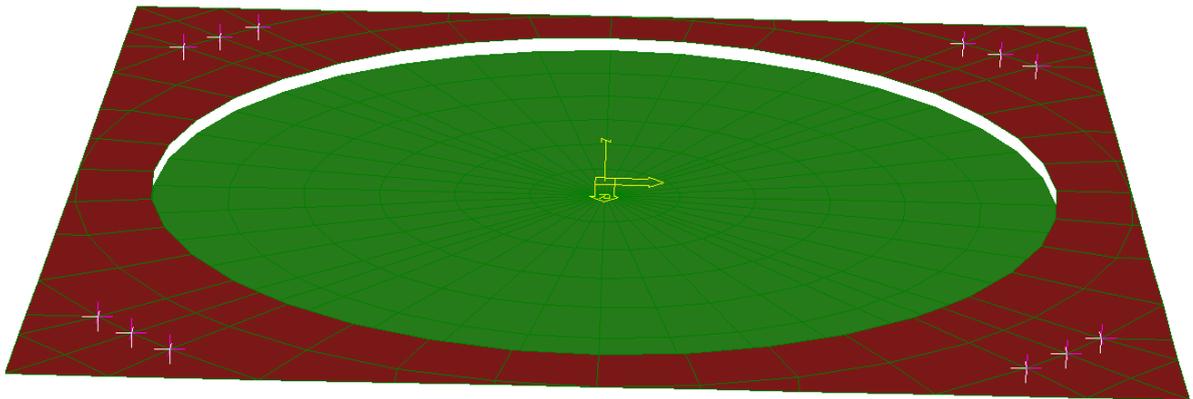


Figura 80

Al principio studiamo il fondo vincolato ai soli quattro angoli, così da consentire tutti gli spostamenti e rotazioni, così da capire quali vincoli porre nello studio successivo. Quindi su questa tipologia di modello si andranno a studiare gli spostamenti verticali.

21.1.1. Studio degli spostamenti

Il comportamento della base viene studiato attraverso l'ausilio di due configurazioni limite che chiameremo "Caso A" e "Caso B", queste andranno ad approssimare il comportamento reale e a poter stimare se la piastra di base soffrirà di problemi di distacco dalla pedana vibrante. Si verifica infatti che il distacco piastra-pedana sia trascurabile quando abbiamo la sollecitazione totale sul provino proposto, a tal fine il caso A vedrà la piastra libera di muoversi nello spazio, mentre nel caso B avremo l'imposizione di appoggi nei punti di compressione come descriveremo tra poco.

Andiamo quindi a verificare le problematiche appena esposta in modo da ottenere le informazioni necessarie alla scelta dei vincoli di base corretti per poter studiare gli effetti della presenza della base sulle pareti del silo.

21.1.1.1. “Caso A”

Consideriamo quindi il modello FEM appena descritto, in cui tutti i nodi della base vengono lasciati liberi di spostarsi e ruotare eccezion fatta per le quattro zone in cui si inseriscono incastrati a simulare l'unione bullonata con la tavola vibrante.

Si compie quindi un'analisi statica lineare e si analizzano i risultati relativi alle singole pressioni dinamiche esplicitate nel capitolo di dimostrazione della teoria.

In particolare si andranno a individuare i nodi che saranno sottoposti a spostamento verticale concorde all'asse z cioè verticale verso l'alto, caso che si può concretizzare solo nelle condizioni dinamiche ovviamente.

Questo obiettivo è dettato dall'esigenza di scegliere i vincoli alla base per lo studio degli effetti del fondello sulle pareti del silo, si verifica se la piastra tenda o meno a staccarsi dalla tavola vibrante durante la prova.

Isolando la sola base avremmo per ogni componente di sollecitazione le mappe che descriveranno la variazione di spostamento, sottoposti alle $\Delta p_{h,GW}$ avremo la mappa di Figura 81.

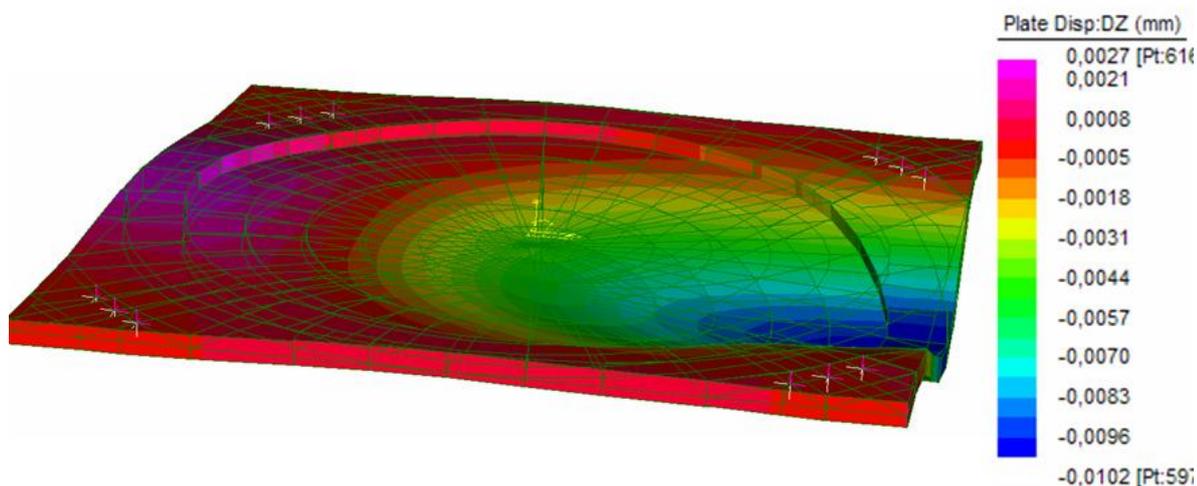


Figura 81

Questa prima mappa evidenzia come le pressioni dinamiche orizzontali tendano a far deformare la base verso il basso nella parte opposta rispetto all'entrata del sisma e verso l'alto dalla parte opposta. Nella mappa avremo quindi spostamenti verso l'alto nella porzione dal rosso al fucsia, possiamo per chiarezza isolare i soli spostamenti verso l'alto ed otterremo la mappa in Figura 82:

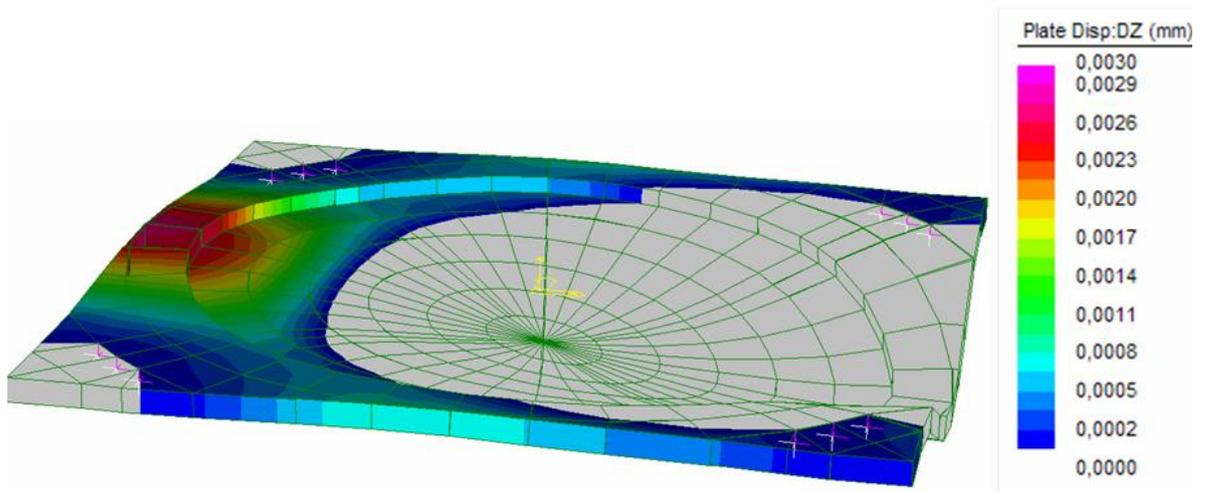


Figura 82

In questa seconda mappa sono leggibili chiaramente i sollevamenti che si otterrebbero se la piastra fosse libera di deformarsi, la loro entità risulta quindi minima, con influenza sul comportamento globale pressochè trascurabile in quanto aventi come massimo $3 \cdot 10^{-3} [mm]$.

Considerando poi la sollecitazione dinamica tagliante avremo le $\Delta\tau_{h,GW}$ che origineranno nella base gli spostamenti visibili in Figura 83.

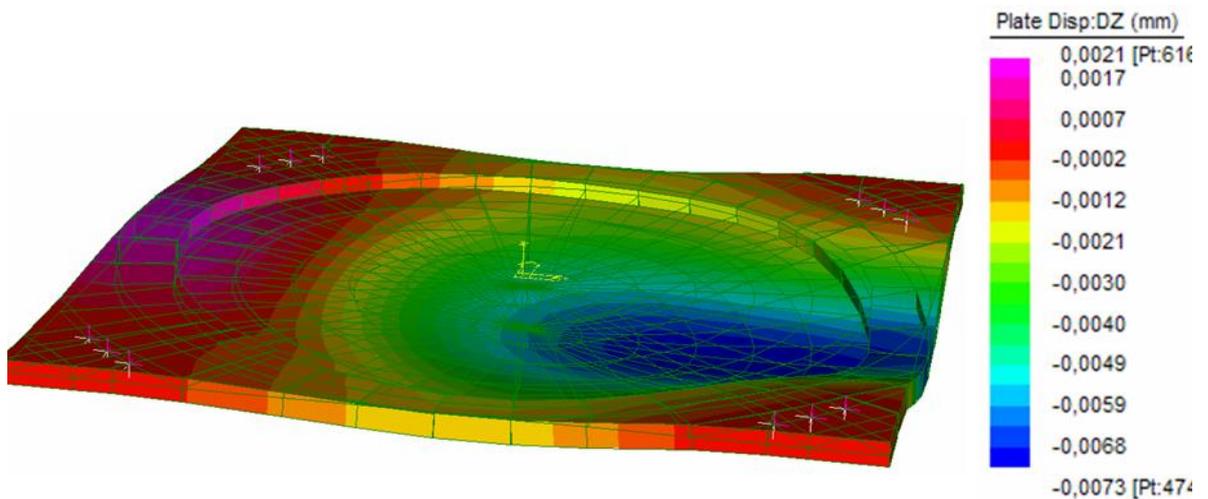


Figura 83

Come nel precedente caso le tensioni tangenziali tendono alla deformazione verso il basso al lato opposto dell'ingresso del sisma, isolando i soli spostamenti verso l'alto avremo:

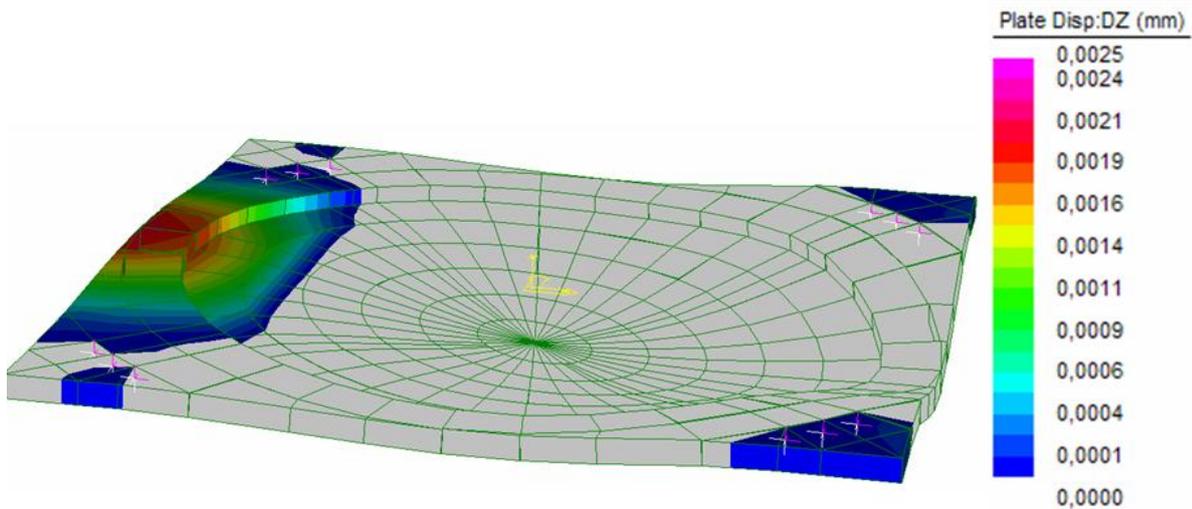


Figura 84

Gli innalzamenti sono quindi del medesimo ordine di grandezza di quelle rilevati a seguito dell'applicazione delle tensioni tangenziali, quindi si trascurano in quanto aventi un massimo di $2,5 \cdot 10^{-3} [mm]$.

Si può quindi concludere che la problematica dei vicoli unilaterali necessaria alla base per essere completamente aderenti alla realtà è sorpassata, infatti nessun nodo si distacca in modo rilevante dal piano in cui si approssima l'aderenza alla tavola vibrante come si può vedere osservando gli spostamenti totali:

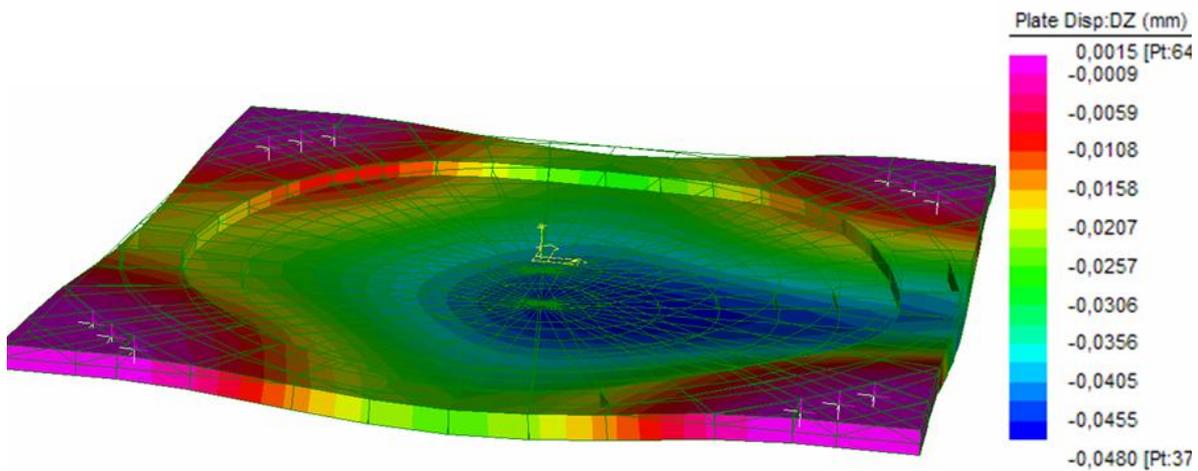


Figura 85

Isolando i soli spostamenti verso l'alto si potrà verificare ulteriormente quanto confermato, infatti i soli angoli della piastra sono innalzati leggermente a causa delle sollecitazioni statiche

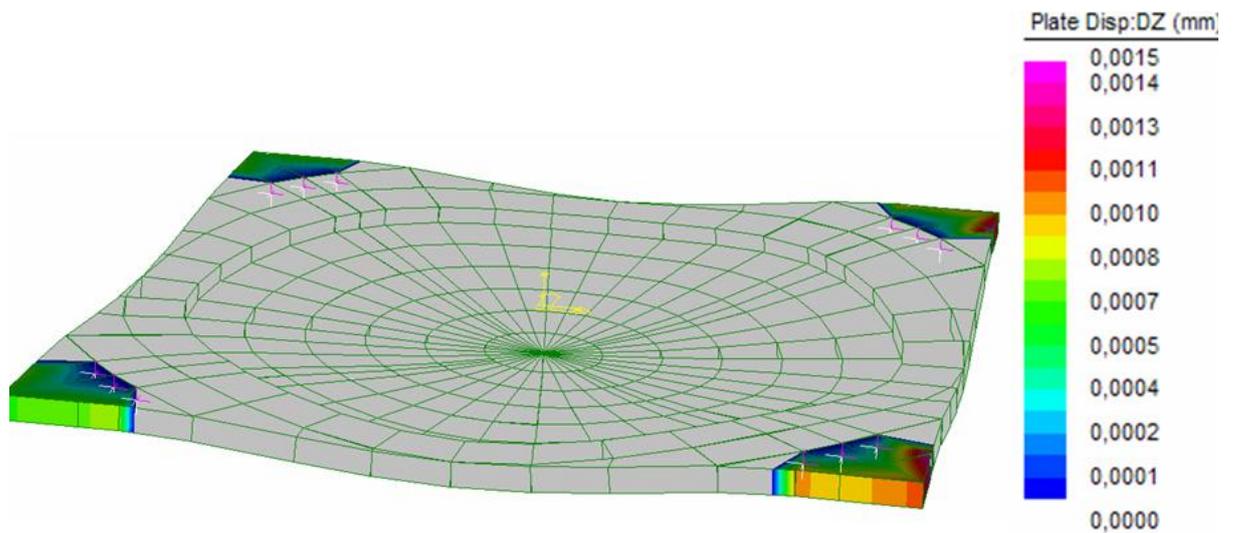
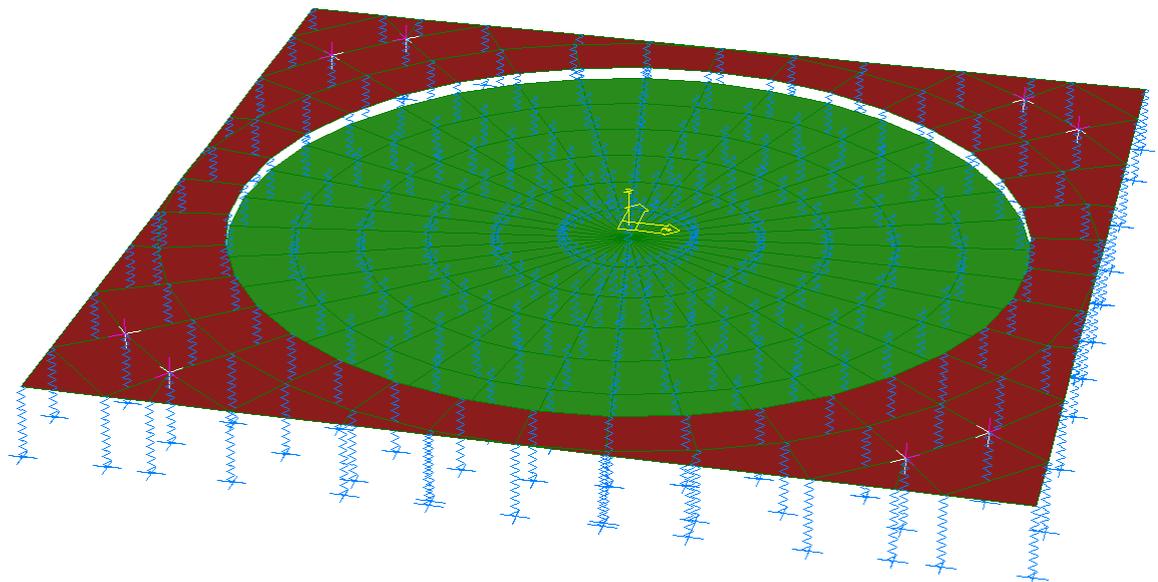


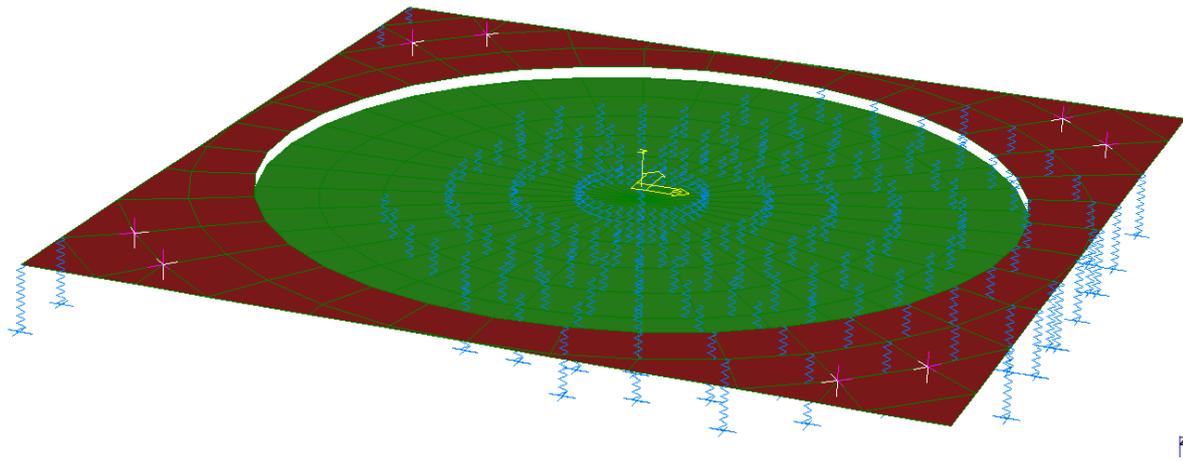
Figura 86

21.1.1.2. “Caso B”

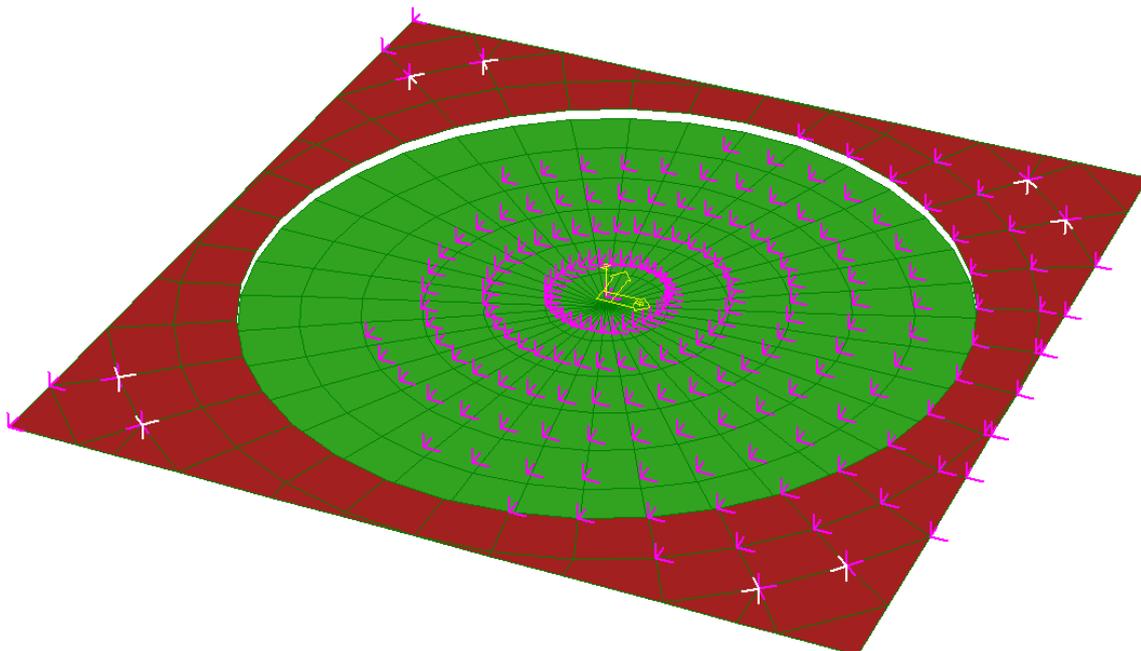
La seconda condizione limite vede l'imposizione di molle di rigidezza fissata a tutti i nodi di base, compiendo un'analisi statica lineare si andranno ad individuare le molle in trazione, cioè quelle che indicano.



Le molle in trazione vengono eliminate, il risultato è un modello che imporrà molle che resisteranno solo a compressione imposte quindi solo nei nodi che hanno spostamenti verso il basso. Questi non sono consentiti in quanto non realistici, infatti la tavola vibrante a cui il provino sarà fissato non consentirà la compressione verso il basso della base, mentre non potrà opporsi al suo sollevamento.

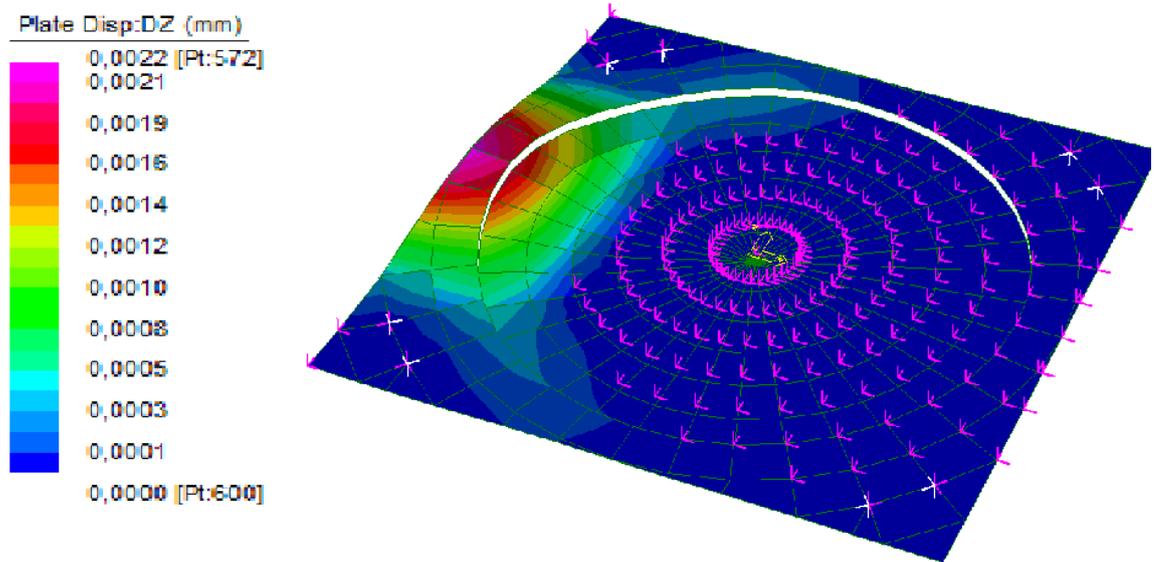


Le molle rimaste vengono sostituite quindi da appoggi, in modo tale da simulare il contrasto fornito dal piano che sosterrà la struttura. Compiendo nuovamente l'analisi si possono verificare le entità di spostamenti verso l'alto che si possono prevedere.



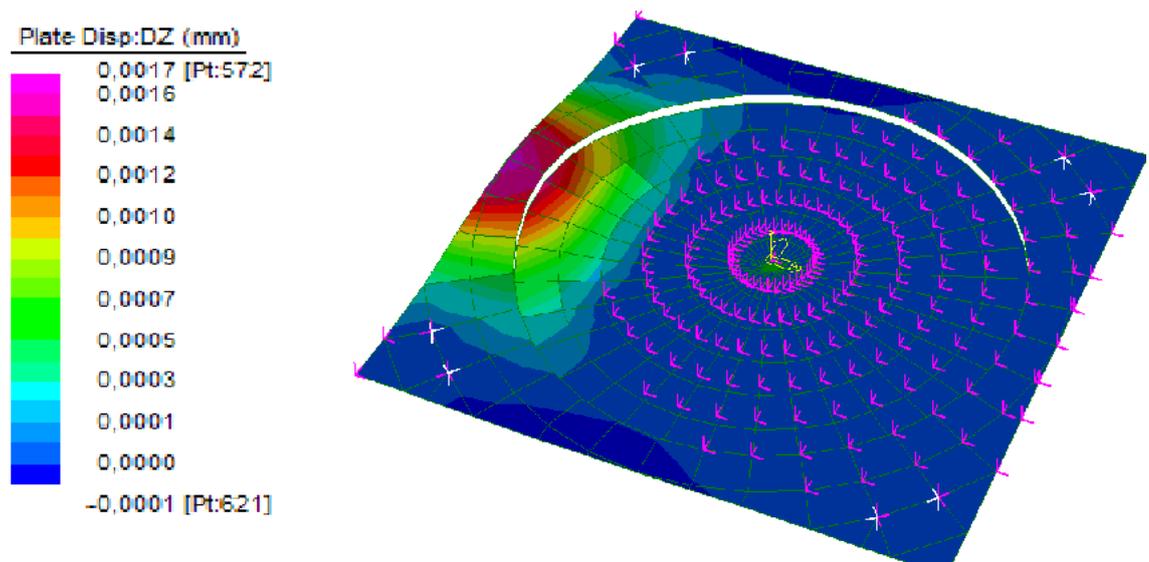
Si considereranno quindi le singole componenti dinamiche e la combinazione totale.

Quindi per quanto riguarda le pressioni normali dinamiche cioè le $\Delta p_{h,GW}$ avremo:



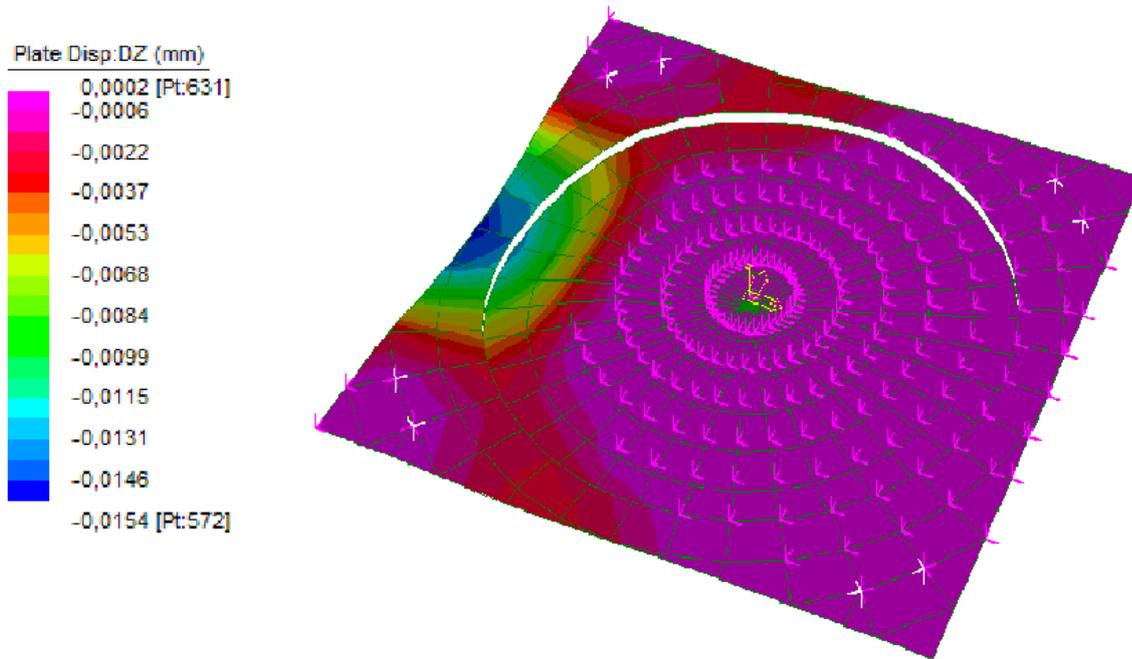
Quindi avremo per la sola componente in esame un sollevamento concentrato nella mezzeria di uno dei bordi. L'entità del sollevamento è comunque esigua e paragonabile al massimo sollevamento ottenuto nel caso limite precedente in cui il massimo era 0,0027 mm.

Le tv dinamiche cioè $\Delta \tau_{h,GW}$:

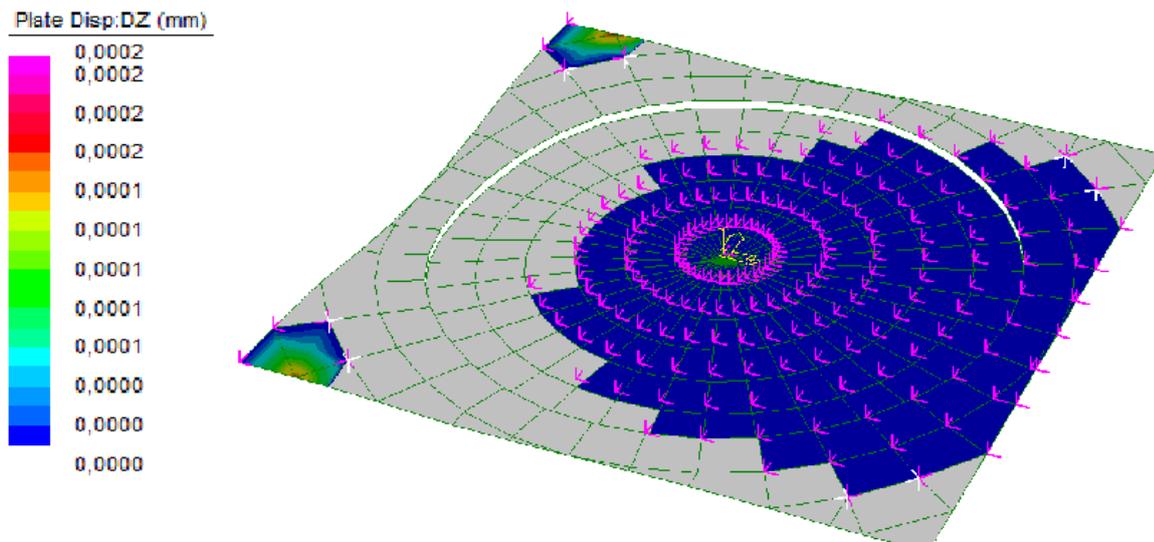


L'entità degli spostamenti è comunque esigua, ma completamente paragonabile alla precedentemente individuata.

La combinazione totale conferma la precedente condizione limite, cioè che il sollevamento viene neutralizzato dall'effetto stabilizzante del carico statico applicato come si può vedere dalla mappa sottostante:



Quindi isolando i soli spostamenti positivi, cioè verso l'alto avremo:



Quindi come chiaramente visibile dalla mappa gli spostamenti prima presenti se combinate alle forze statiche si annullano quasi in tutta la piastra. Si può quindi dedurre che il sollevamento sarà una problematica risolta dal carico statico del provino stesso.

21.1.1.3. Conclusioni sui due stati limite

Le due analisi giungono quindi ad una conclusione congiunta, cioè quella che il carico statico fornisce bilanciamento al sollevamento provocato da quello dinamico. Tale conclusione porta a poter applicare degli appoggi che consentano tutte le rotazioni e gli spostamenti solo nel piano all'intero set di nodi della base al fine dello studio degli effetti della base sulle pareti del silo.

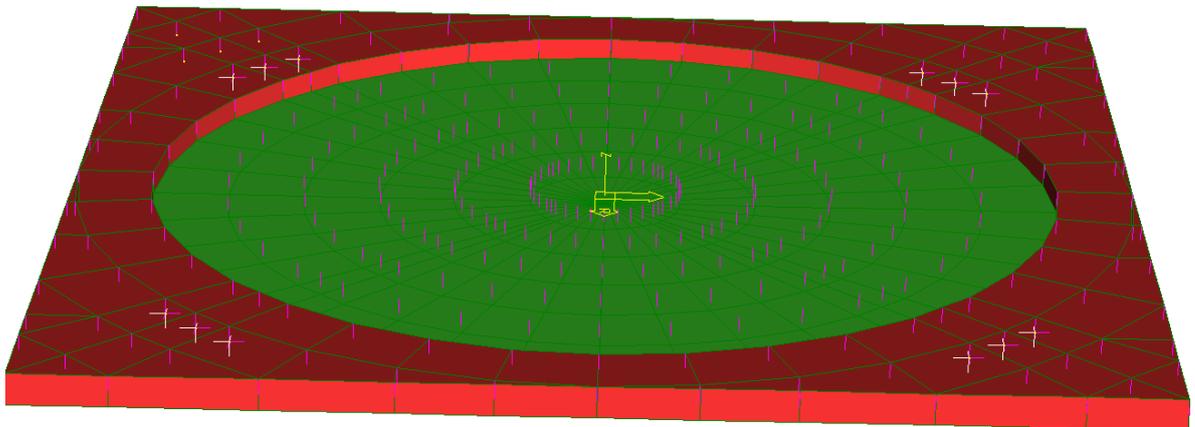


Figura 87

Ci si appresta quindi a verificare se l'effetto della presenza di questa base possa essere approssimata con le precedenti analisi calcolate solamente con incastri ai nodi di base.

21.2. Lunghezza di influenza del vincolamento

Per poter valutare da quale altezza dalla base del silo considerare attendibili i risultati e quindi non inficiati dall'influenza del svincolamento approssimativo che vi si andrà a porre occorre analizzare la parete. Se si considera una delle direttrici del silo si potrà considerarla come una trave su suolo elastico e determinare la distanza dal vincolamento alla quale i suoi effetti non saranno sostanzialmente importanti, o comunque ridotti a tal punto da poter essere considerati nulli.

La determinazione di questa lunghezza risulta di grande importanza al fine di scegliere la posizione di rilevazione delle pressioni tramite i sensori, infatti permetterà di estrapolare solo le misurazioni depurate dall'effetto del fondo.

21.2.1. La trave sul suolo alla Winkler

21.2.1.1. Trave illimitata

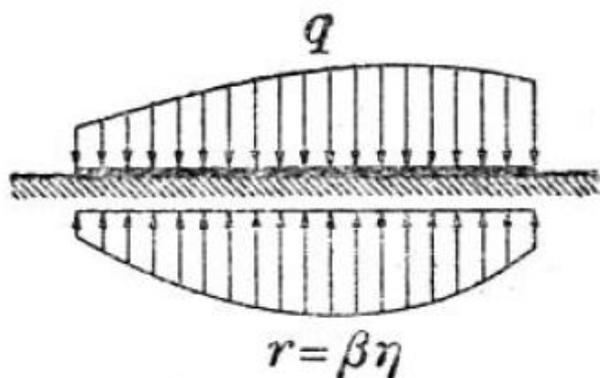


Figura 88

Si consideri una trave a momento d'inerzia costante J , lunghezza L , e giacente su suolo alla Winkler. Il carico sia un generico q , e si può considerare l'equazione della linea elastica:

$$EJ \cdot \frac{d^4 w}{dx^4} = q - r \quad [21.1]$$

In cui E è il modulo di Young, w lo spostamento verso il basso della trave ed r è la reazione del terreno. La reazione del terreno sarà fornita dall'ipotesi di Winkler che vede questa come:

$$r = \beta \cdot w \quad [21.2]$$

In cui β è una grandezza di dimensione $[FL^{-2}]$ pari a $\beta = k \cdot b$ e quindi sostituendo avremo:

$$EJ \cdot \frac{d^4 w}{dx^4} + \beta \cdot w = q \quad [21.3]$$

Quindi avremo un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti, risolvibile individuando un integrale generale e uno particolare, il primo sarà:

$$EJ \cdot \frac{d^4 w}{dx^4} + \beta \cdot w = 0 \quad [21.4]$$

E' possibile quindi semplificare l'equazione ponendo:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4 \cdot E \cdot J}} \quad [21.5]$$

Per cui avremo:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4 \cdot \alpha^4 \cdot w = 0 \quad [21.6]$$

Quindi con integrale generale corrispondente:

$$w = C_1 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \cos \alpha x + C_2 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin \alpha x + C_3 \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos \alpha x + C_4 \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin \alpha x \quad [21.7]$$

Le quattro costanti saranno determinabili tramite l'imposizione delle condizioni al contorno, tramite la determinazione delle quali si determinerà w e quindi le sollecitazioni sulla trave.

21.2.1.2. Trave semillimitata

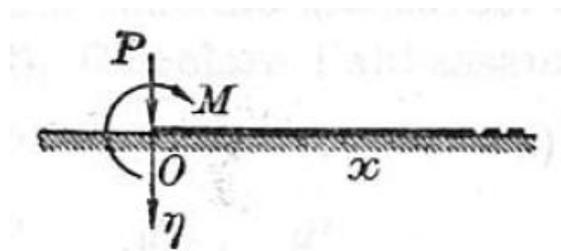


Figura 89

Considerando la soluzione precedentemente esposta si può dedurre che le costanti C_3 e C_4 sono nulle essendo ad $x \rightarrow \infty$, quindi avremo come soluzione dell'integrale generale:

$$w = C_1 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \cos \alpha x + C_2 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin \alpha x \quad [21.8]$$

Quindi derivando l'espressione avremo:

$$w = -\alpha \cdot C_1 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \cos \alpha x - \alpha \cdot C_1 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \operatorname{sen} \alpha x - \alpha \cdot C_2 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \operatorname{sen} \alpha x + \alpha \cdot C_2 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \cos \alpha x \quad [21.9]$$

Quindi avremo una formula ricorrente per tutte le derivate della funzione principale pari a:

$$w^n = e^{-\alpha x} (C_1^n \cdot \cos \alpha x + C_2^n \cdot e^{-\alpha x} \cdot \operatorname{sen} \alpha x) \quad [21.10]$$

Quindi oltre allo spostamento risulteranno note tutte le sollecitazioni.

Si può inoltre osservare che l'ultima equazione mostra una componente trigonometrica, e quindi periodica, e una componente esponenziale, cioè di smorzamento, quindi arriveremo alla definizione di una funzione periodica smorzata.

Se si valuta il periodo della funzione oscillatoria avremo una lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\alpha} \quad [21.11]$$

Se si valuta quindi il fattore di smorzamento avremo:

$$e^{-\alpha(x+\lambda)} = e^{-\alpha x} \cdot e^{-\alpha \lambda} = e^{-\alpha x} \cdot e^{-2\pi} = e^{-\alpha x} \cdot \frac{1}{535} \quad [21.12]$$

Quindi ad una distanza pari a $x+\lambda$ avremo quindi una frazione 1/535 volte.

21.2.2. Calcolo della distanza di influenza per i provini in esame

Al fine di valutare la distanza a cui l'effetto del vincolo viene ad essere ininfluenza si calcola ora per le due dimensioni di provini che sono studiate in questo documento.

In questo modo potremmo valutare come "scremare" i risultati ottenuti.

21.2.2.1. Provino da 120 cm di altezza

Consideriamo quindi il provino con diametro e altezza di 120 cm.

Occorre calcolare per prima cosa il coefficiente β :

$$\beta = \frac{E \cdot s}{R^2} = \frac{2200 \cdot 3}{600^2} = 0,0183 \quad [21.13]$$

Determiniamo quindi il coefficiente α :

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4 \cdot E \cdot J}} = \sqrt[4]{\frac{0,0183}{4 \cdot 2200 \cdot \frac{1 \cdot 3^3}{12}}} = 0,031 \quad [21.14]$$

Quindi avremo una lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\alpha} = 202,7 \text{ [mm]} = 20,3 \text{ [cm]} \quad [21.15]$$

Quindi avremo una lettura dei risultati non turbata dal svincolamento del fondo ad una distanza dal vincolo pari circa 20 cm, questo sarà evidenziato con una variazione delle pressioni al di sotto di questa quota. A questa distanza l'incidenza del fondo sarà smorzata di $\frac{1}{535}$ del suo valore.

21.2.2.2. Provino da 100 cm di altezza

Consideriamo quindi il provino con diametro e altezza di 120 cm.

Occorre calcolare per prima cosa il coefficiente β :

$$\beta = \frac{E \cdot s}{R^2} = \frac{2200 \cdot 3}{500^2} = 0,0264 \quad [21.16]$$

Determiniamo quindi il coefficiente α :

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4 \cdot E \cdot J}} = \sqrt[4]{\frac{0,0264}{4 \cdot 2200 \cdot \frac{1 \cdot 3^3}{12}}} = 0,034 \quad [21.17]$$

Quindi avremo una lunghezza d'onda:

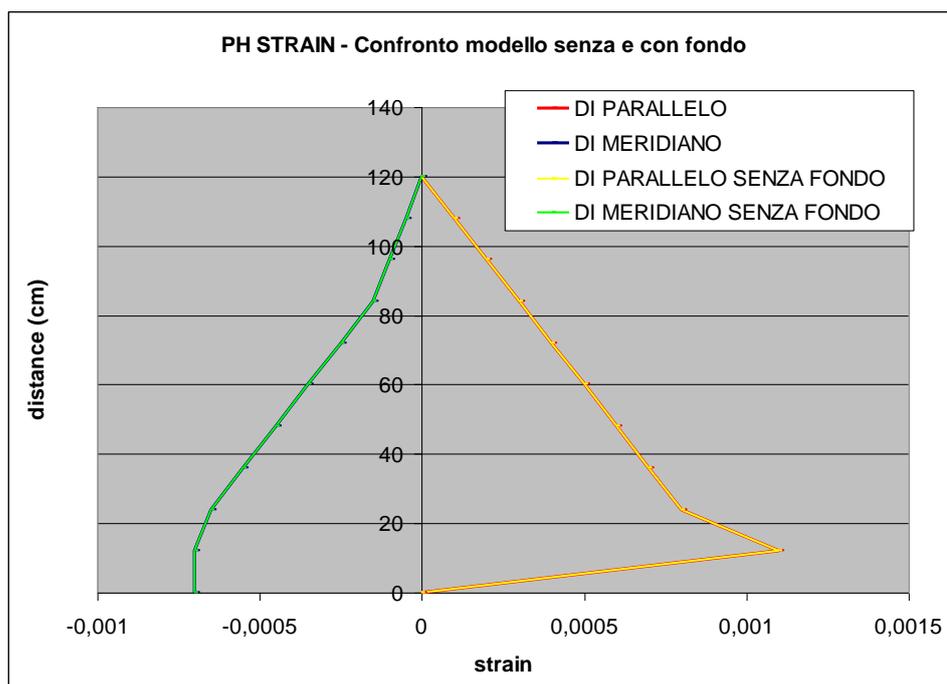
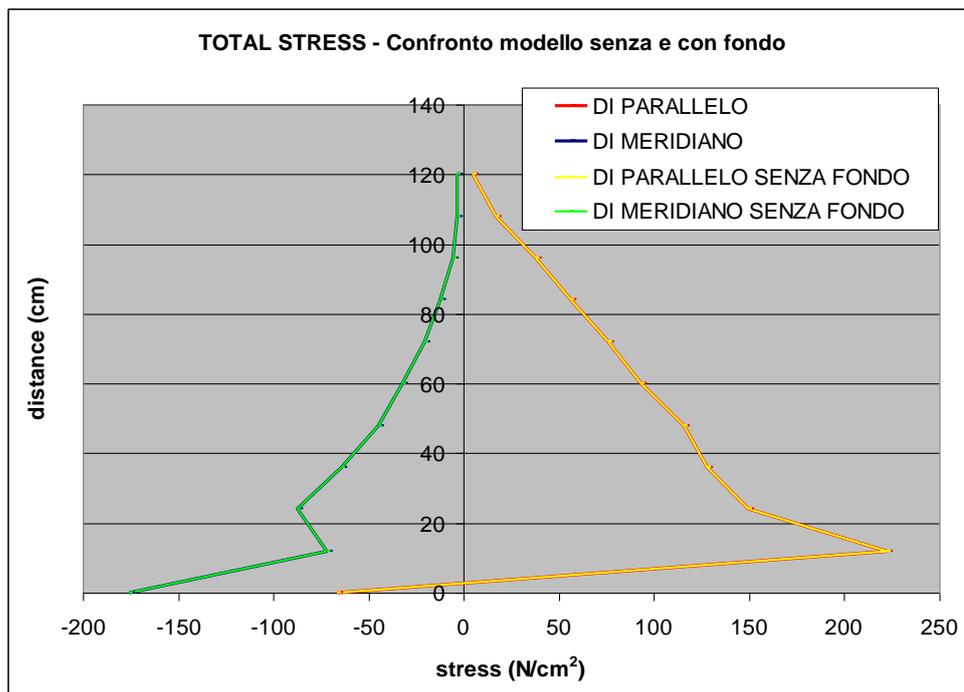
$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\alpha} = 184,8 \text{ [mm]} = 18,5 \text{ [cm]} \quad [21.18]$$

Quindi avremo una lettura dei risultati non turbata dal svincolamento del fondo ad una distanza dal vincolo pari circa 18 cm, questo sarà evidenziato con una variazione delle pressioni al di sotto di questa quota. A questa distanza l'incidenza del fondo sarà smorzata di $\frac{1}{535}$ del suo valore.

21.3. Confronto provini con e senza base

Alla luce delle considerazioni sopra esposte compiamo l'analisi del silo con vincoli alla base che vedono quattro zone incastrate a simulare i collegamenti bullonati e i rimanenti nodi in grado di traslare nel piano R- θ o X-Y ma non in Z e con rotazioni libere.

Il fine dello studio è quello di evidenziare i cambiamenti dei risultati dovuti al passaggio tra modello con silos incastrato alla base e modello con fondo modellato.



22. Saldature del cilindro

Il progetto costruttivo del provino da sottoporre alla prova prevede la realizzazione del corpo del silo tramite due U di policarbonato congiunte in una “saldatura” per tutta l’altezza realizzata con viti ad un dato interasse in modo da fornire garanzia di mantenimento delle sezioni piane.

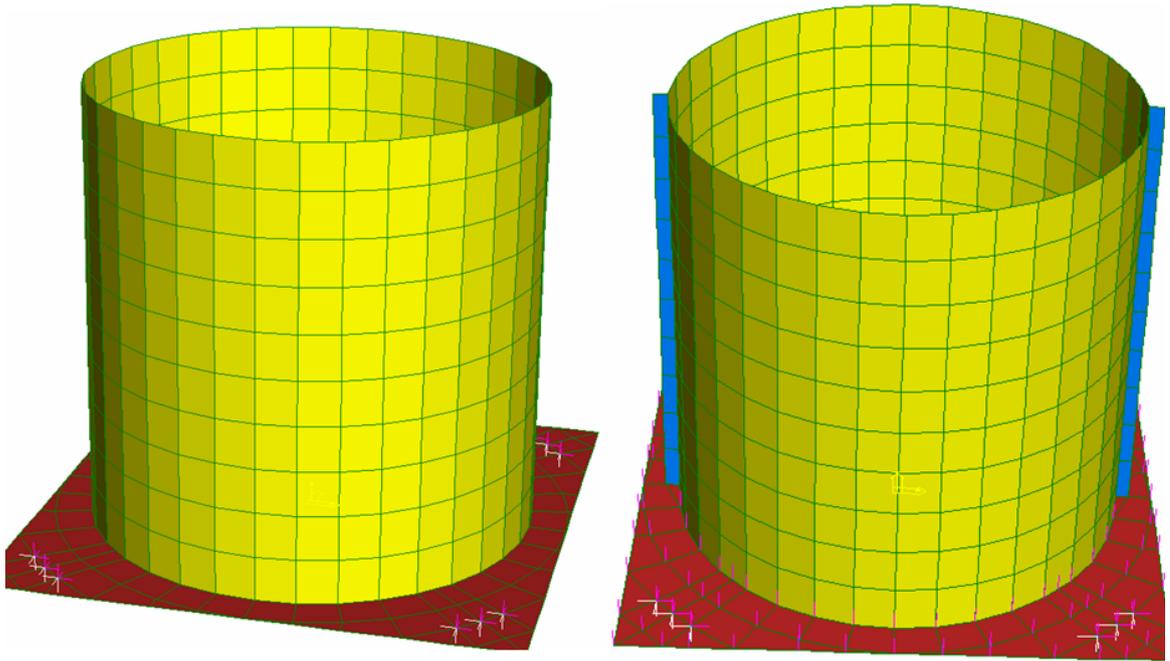


Figura 90

Questa metodologia costruttiva impone quindi una imperfezione nel modello elaborato che lo porta a fornire risultati che differiscono da quelli osservati sin ora.

22.1. Ipotesi di direzione di ingresso del sisma

Si ipotizzeranno due entrate del sisma:

- Direzione coincidente con il giunto
- Direzione perpendicolare al giunto

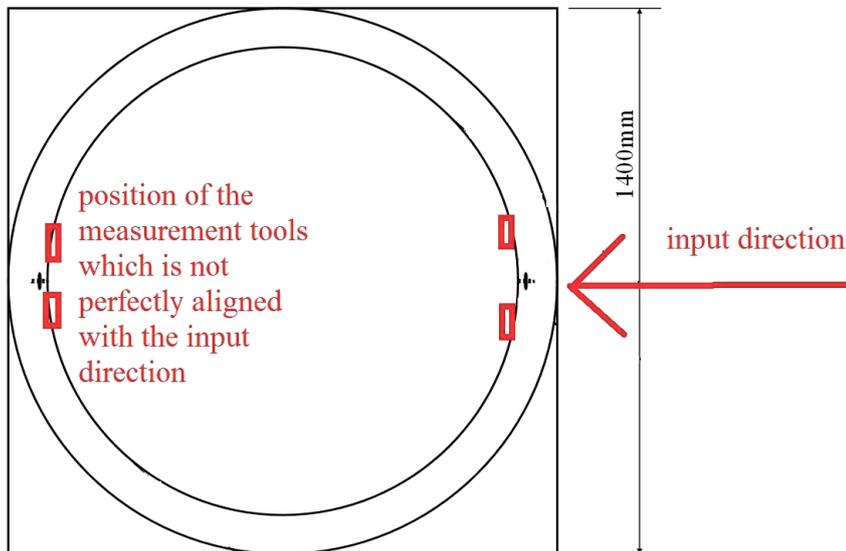
La condizione in cui risultano esserci più problematiche applicative e di posizionamento dei sensori è senza alcun dubbio la prima. Occorrerà infatti posizionare i sensori in posizione diversa rispetto al massimo delle tensioni.

Risulta utile studiare quindi sino a quale entità di angolo θ viene ad incidere l'influenza dell'imperfezione, così da confrontare i risultati di con e senza giunzione ed avere nuovamente una previsione di risultato coerente alla prova.

22.1.1. Entrata del sisma coincidente con il giunto

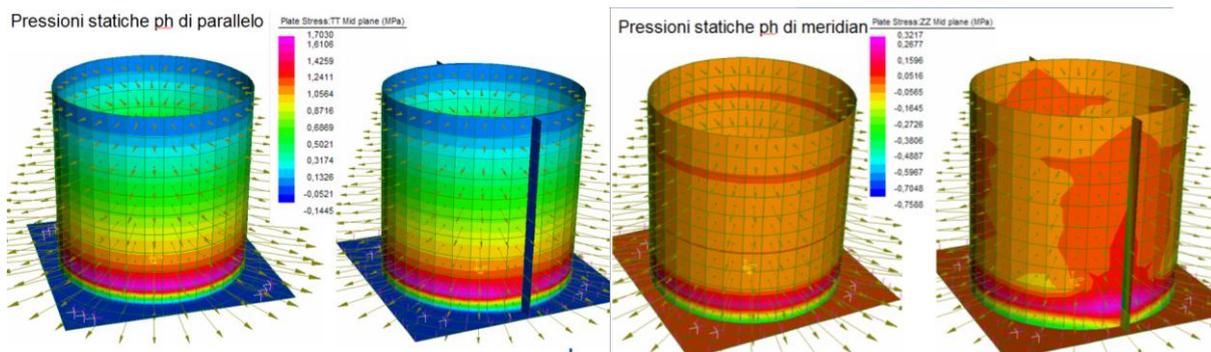
Consideriamo un confronto tra il modello sino ad ora studiato e uno in cui è considerato un ringrosso dovuto alla presenza delle giunzioni del polycarbonato, andiamo ad osservare gli effetti sulla distribuzione delle pressioni.

Quindi possiamo considerare ogni componente di pressione al fine di individuare il punto opportuno all'installazione degli strumenti che saranno utilizzati nella prova.



Fino ad ora le pressioni sono state misurate nel punto di massimo, ora occorrerà cambiare in quanto in questa posizione sarà introdotta la giunzione.

Si considerano la p_h statiche, avremo un confronto per le pressioni di parallelo e di meridiano avremo:

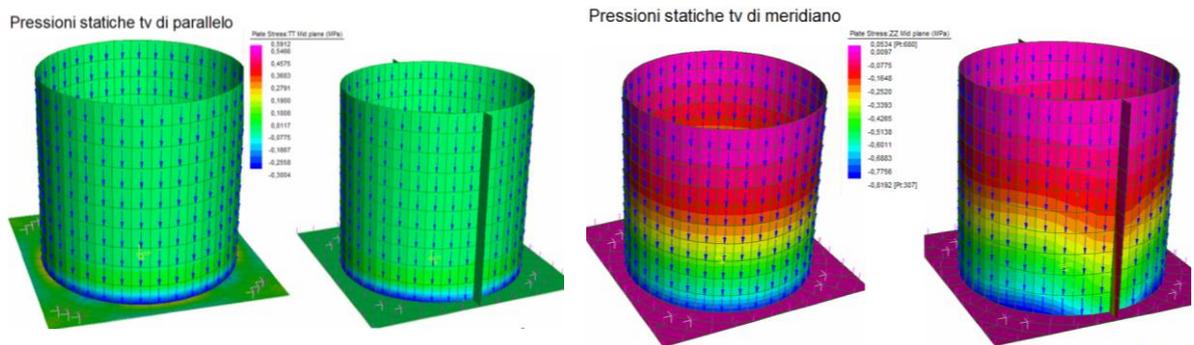


Considerando quindi nel particolare il punto di massimo e gli elementi plates da 20° per ogni direzione. Così da valutare se e in quale entità alla verticale a 20° dal massimo esista ancora un'incidenza della saldatura sui valori misurabili.

Le pressioni di parallelo non vengono intaccate particolarmente dall'istallazione della giunzione, la variazione più evidente risulta essere soprattutto alla base, intorno ad 0,1-0,2H, e quindi non rilevanti alla misurazione delle pressioni perché ricadenti nella fascia scartata perché influenzata dal svincolamento di base.

Le pressioni rilevate di meridiano sono più suscettibili della presenza dell'imperfezione, per la quasi totalità dell'altezza si avrà una differenza di circa un 5% per uno spazio paragonabile ad un $\theta = 10^\circ$.

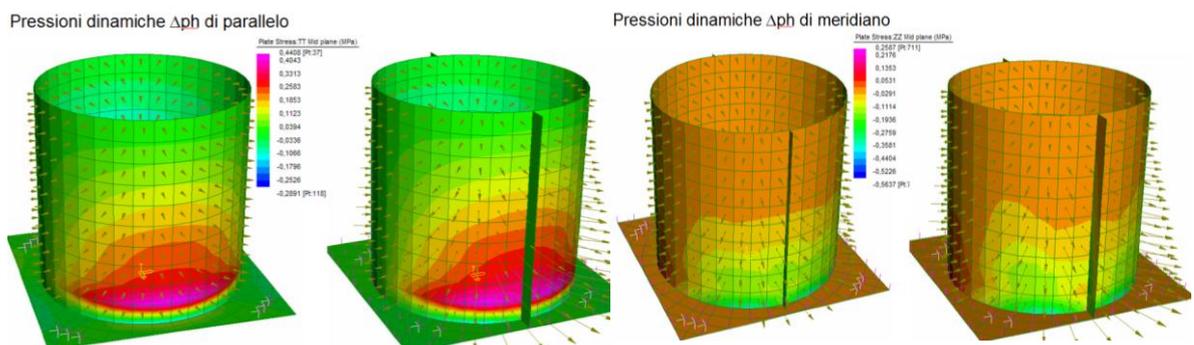
Passando alle sollecitazioni statiche tangenziali avremo:



La componente di parallelo non subisce variazioni di entità rilevante, quelle più incisive sono invece quelle di meridiano.

L'influenza dell'imperfezione va via via smorzandosi verso l'alto, ed è evidente considerando un'altezza z che alla medesima nel secondo modello avremo una differenza anche del 14%. I risultati prima a quota z subiscono quindi un abbassamento di quota.

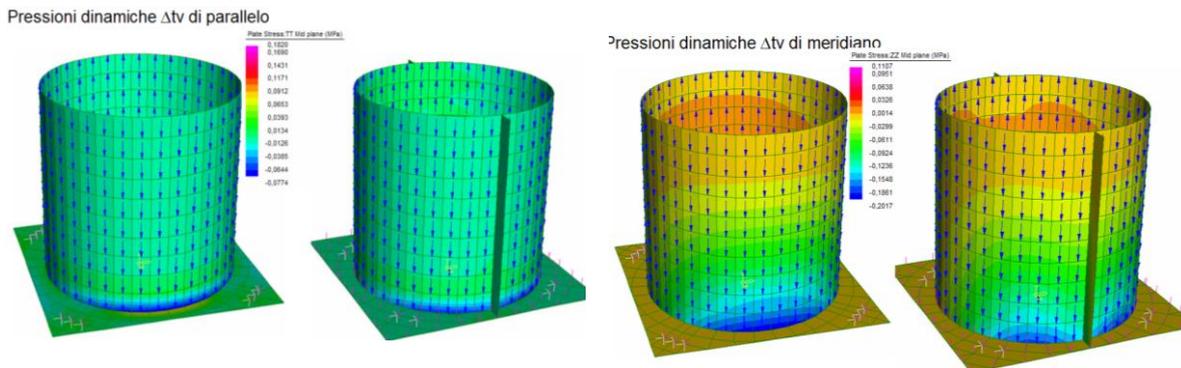
Passiamo ora ad osservare i risultati per il caso dinamico, entrambe le componenti della sollecitazione normale subiscono variazioni, anche se di entità non elevata.



La mappa delle tensioni di parallelo mostra come a parità di z le tensioni differiscano di circa un 5 %, saranno maggiori dopo l'inserimento dell'irrigidimento.

La componente di meridiano vede invece una variazione quasi nulla, tranne per le tensioni occupanti la fascia più bassa del silo, quella in cui però le misure non saranno attendibili per l'influenza del vincolo.

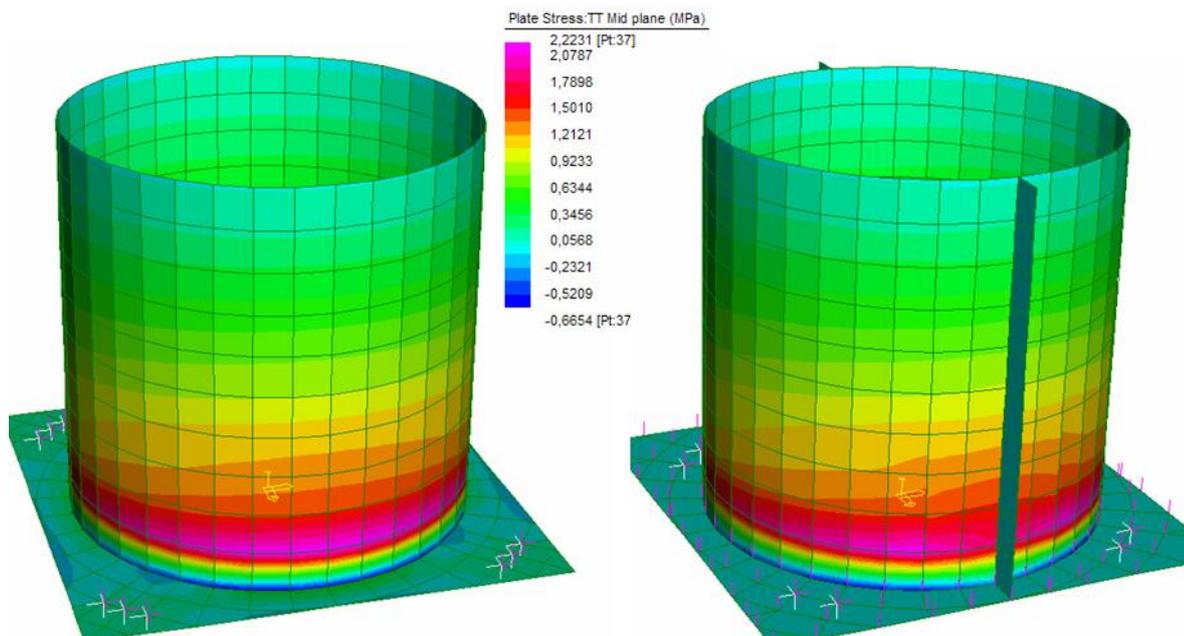
Le tensioni tangenziali vedranno la componente di parallelo invariata, mentre l'irrigidimento susciterà variazioni sulla componente di meridiano:



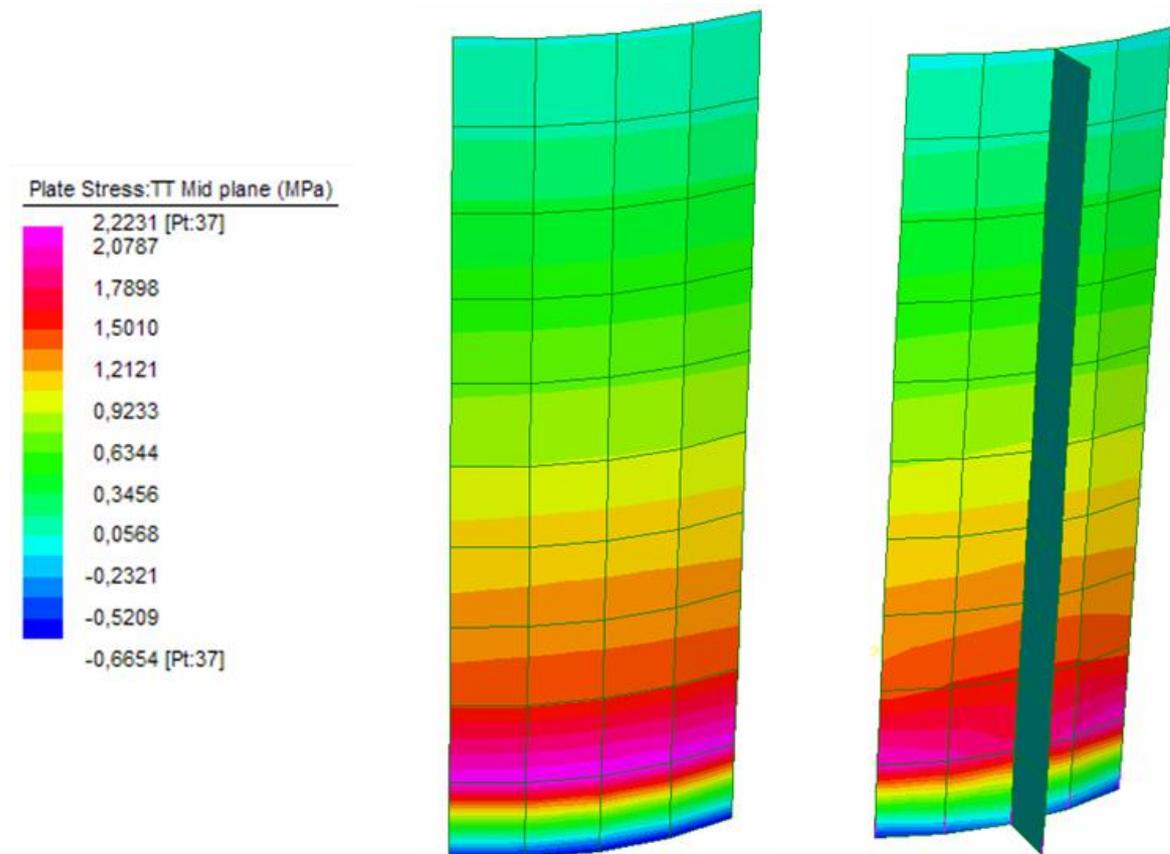
Questa componente avrà infatti a parità di z avremo una variazione di circa un 2-3%, quindi comunque molto basso.

Affrontiamo quindi le tensioni totali in modo più approfondito, in quanto somma di tutte le condizioni precedenti:

La componente di parallelo come visibile nella figura seguente non è soggetta ad ingenti variazioni dopo l'inserimento del giunto.

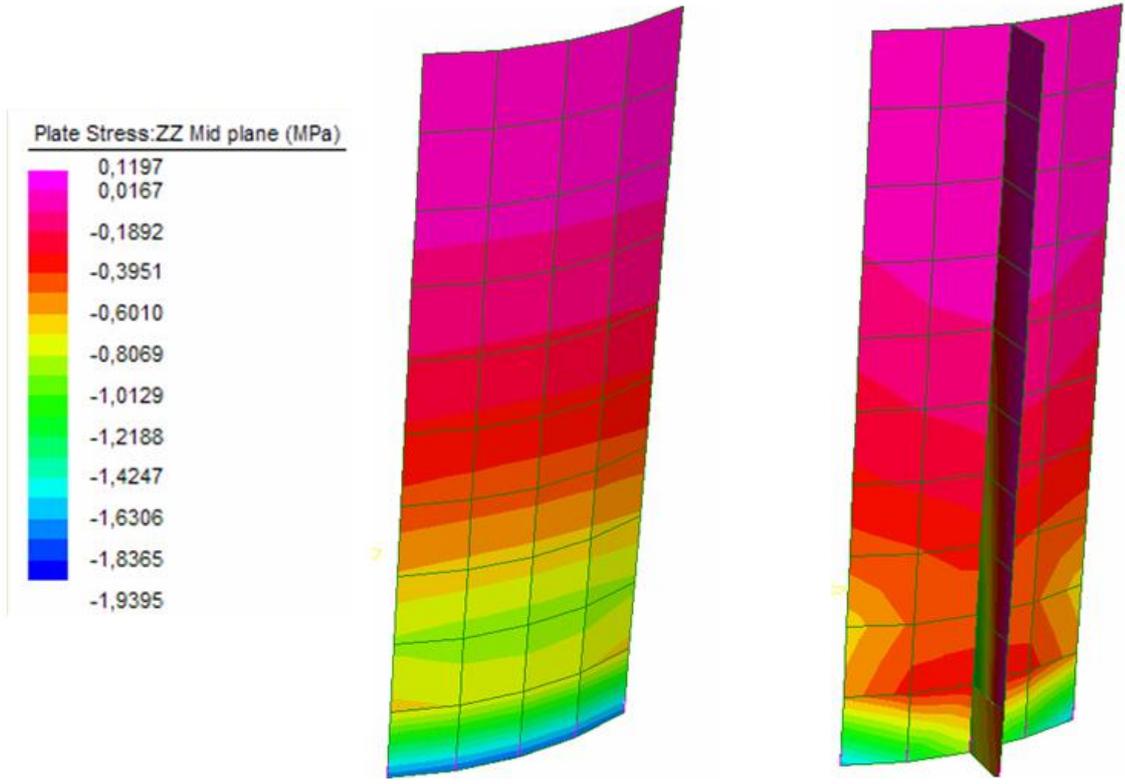
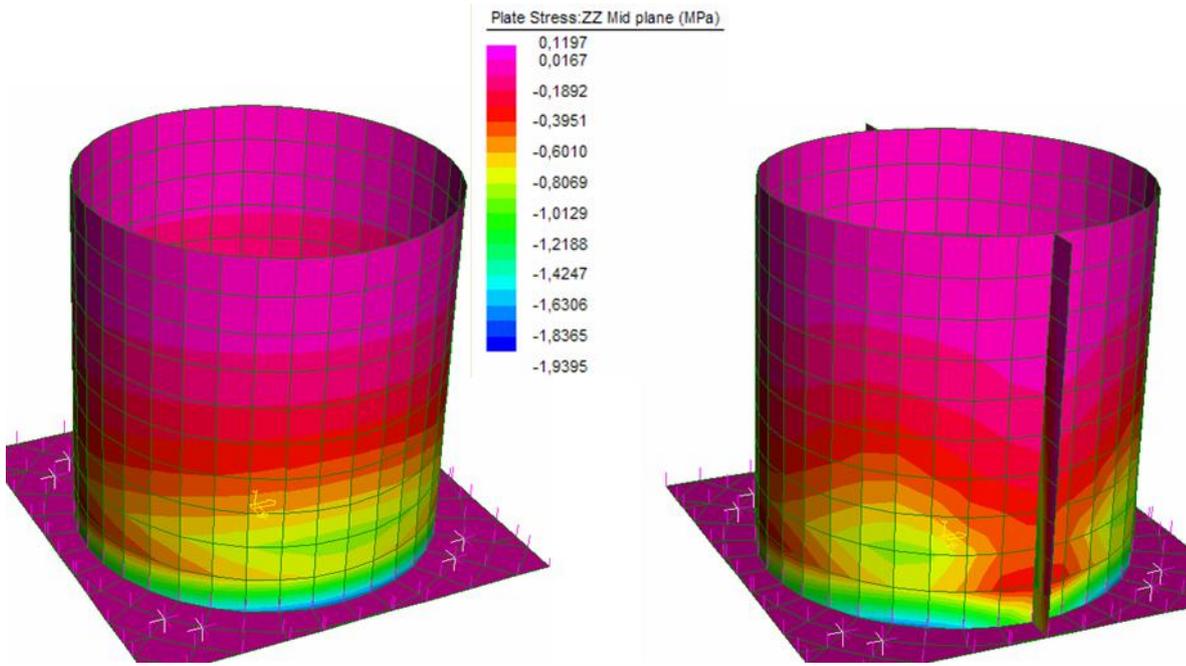


Se consideriamo in particolare la porzione di guscio dalla verticale dei massimi a quella a distanza di 20° avremo la figura sottostante:



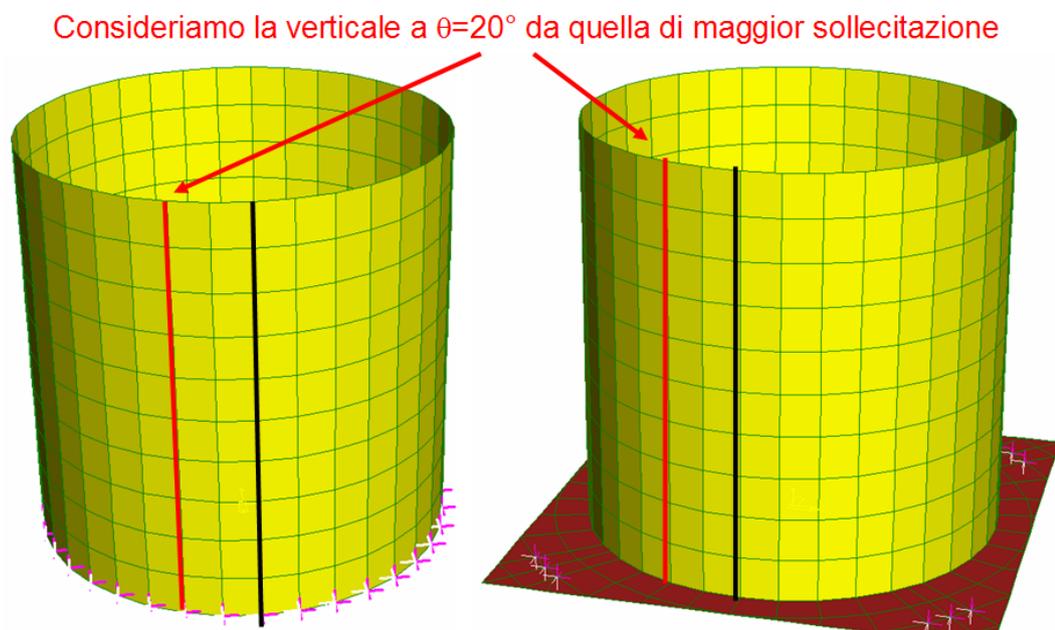
Come si può osservare l'incidenza maggiore risulta essere nella fascia più bassa del modello, quella vicina alla base. I dati tratti da quella porzione però non vengono considerati attendibili, quindi si possono ignorare tali differenze. Si può concludere quindi che per questa componente la differenza è pressochè irrilevante.

La componente di meridiano avrà una mappa che al primo sguardo risulta profondamente diversa dopo l'inserimento dell'imperfezione:



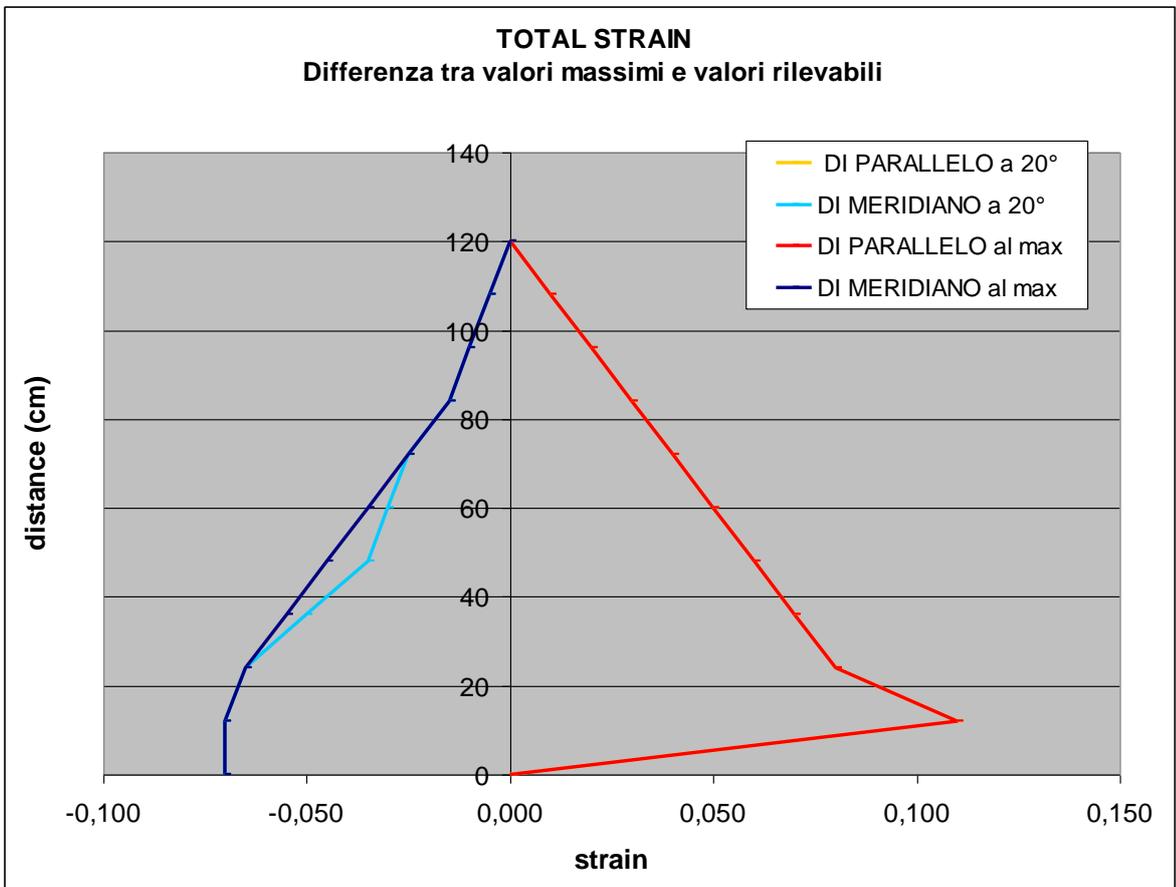
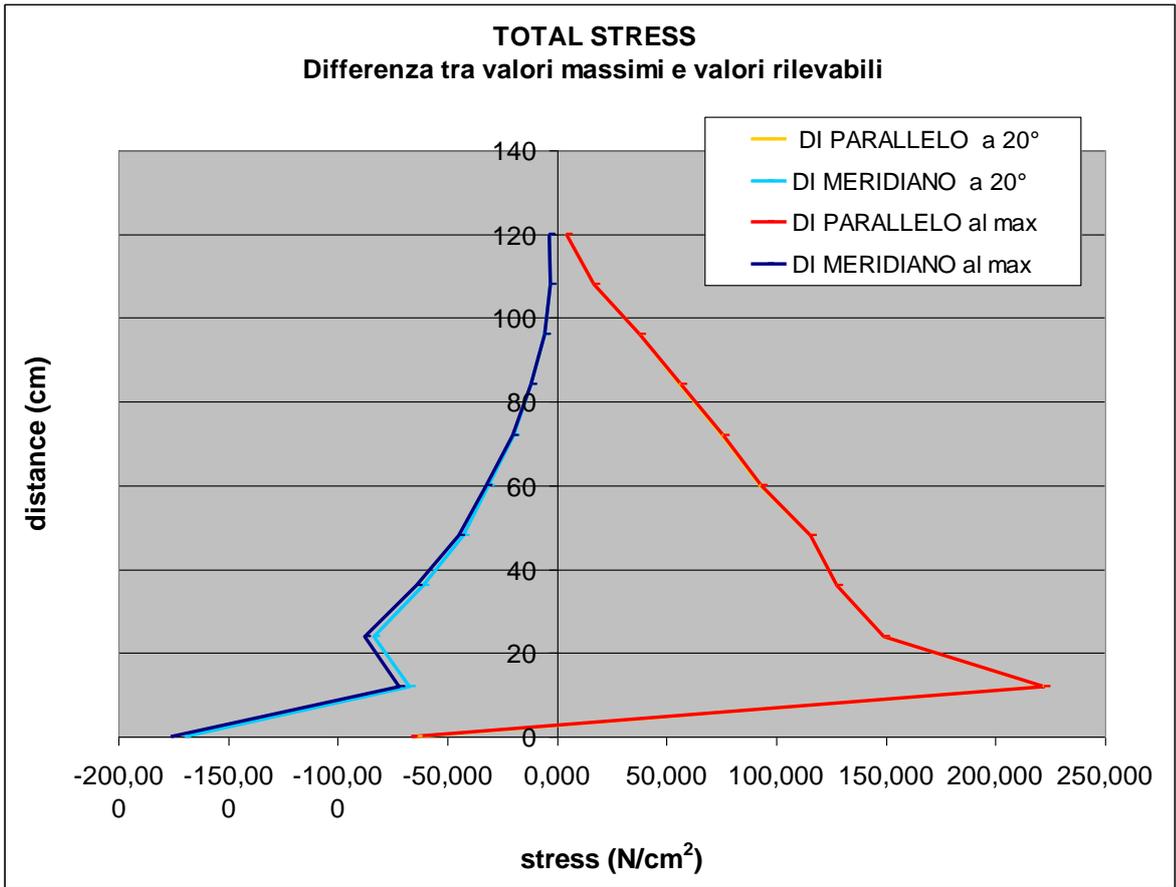
Si può commentare l'immagine dicendo che nei primi 2/3 di silos dall'alto le variazioni di entità di tensioni sono nella verticale più vicina al giunto circa di un 10%, andando però a diminuire allontanandosi sino ad annullare il divario alla verticale circa ai 20°, come si può vedere anche dal particolare nella figura. Il divario maggiore risulta essere nei primi 20 cm dalla base del silo, quindi circa i primi due elementi finiti dal basso, qui la differenza è anche maggiore al 20%, ma offre risultati poco attendibili dovuti all'influenza vincolare.

Concludiamo quindi quest'analisi dicendo che le variazioni suscitate dall'elemento giunto, che permette la realizzazione del sito sono sufficientemente smorzate se si considera la verticale a 20° di distanza per le misurazioni con sensori.



Si potranno posizionare in questa posizione i sensori, in quanto non vi sarà la possibilità di rilevazione dei massimi se si deciderà che la direzione di ingresso sisma sia quella corrispondente alla giuntura. A tal fine occorrerà verificare in anticipo la differenza tra i valori massimi su cui si è lavorato sin ora e quelli alla distanza rilevabile. In questo modo si riuscirà a prevedere la diminuzione dei valori rilevati e capire se i sensori scelti siano comunque corretti e si potranno poi confrontare con i risultati rilevabili dalla condizione che vede il sisma entrante in direzione perpendicolare a questa.

Si studiano quindi le tensioni totali tramite i due grafici seguenti:



Considerando le tensioni di parallelo dal pelo libero del materiale abbiamo una differenza si mantiene intorno allo 0,58% sino alla fascia alla base. Gli ultimi venti centimetri circa sono influenzati dal vincolo di base, hanno quindi un comportamento non uniforme rispetto al resto del provino, la differenza assume infatti in media una differenza dell'1,8%. Questa variazione però non è considerata una minaccia, in quanto come affermato in precedenza non saranno considerate le misurazioni inficiate dall'influenza vincolare.

Le tensioni di parallelo sono invece quelle in cui più è avvertibile la differenza tra le due rilevazioni. Dal pelo libero del materiale avremmo una differenza media del 4%, alla base si toccherà poco meno di un 7%, ma a fronte di ciò che è stato detto in precedenza non sarà oggetto di approfondimento.

Le deformazioni avranno differenza rilevante solo per la porzione centrale della componente di meridiano, in cui la differenza sarà in media del 15%.

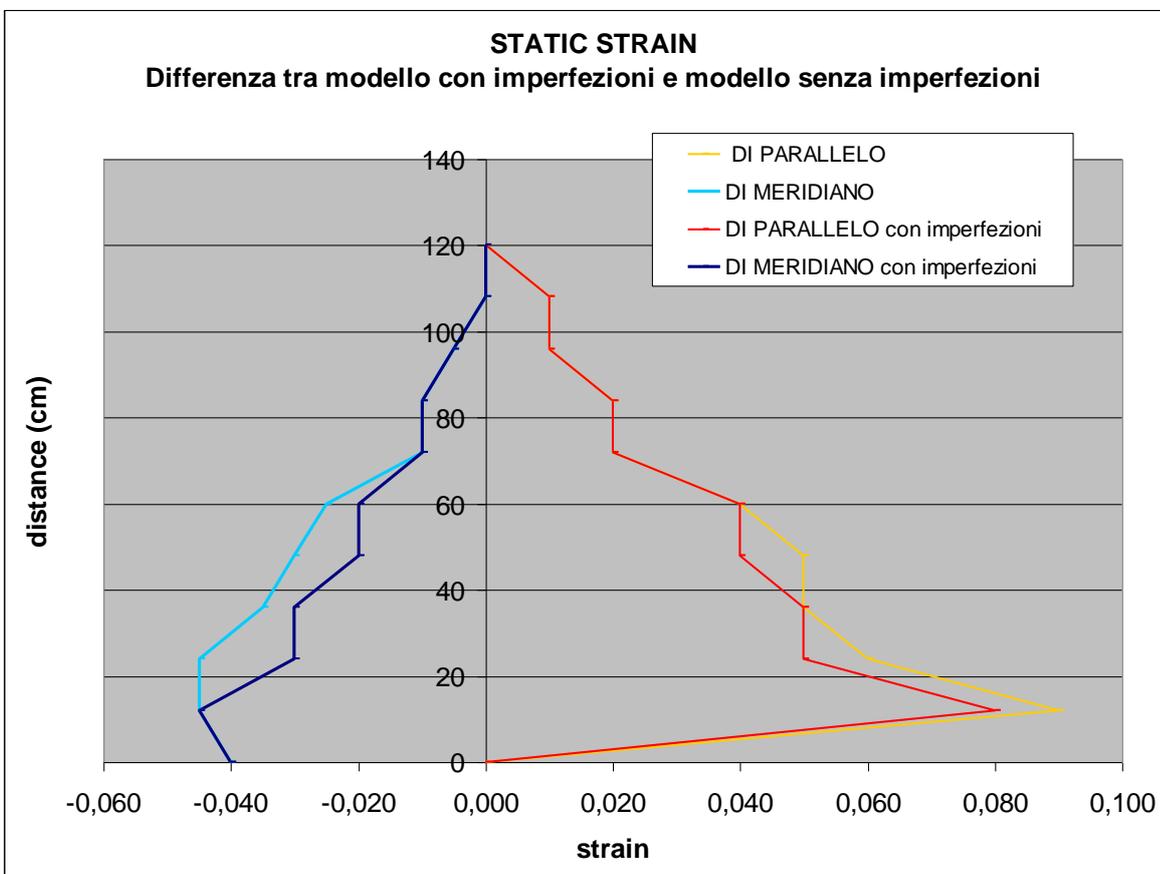
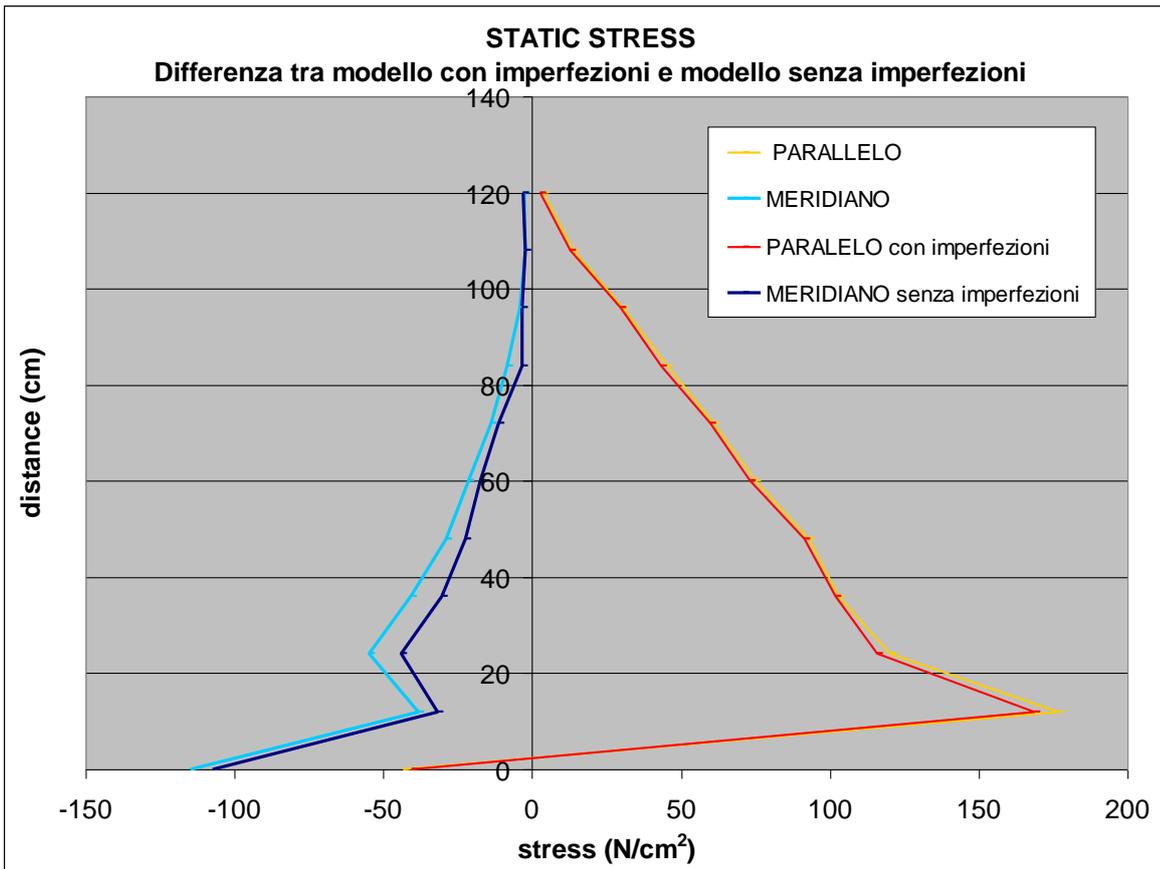
22.1.2. Confronto tra modello con e senza incidenza del giunto

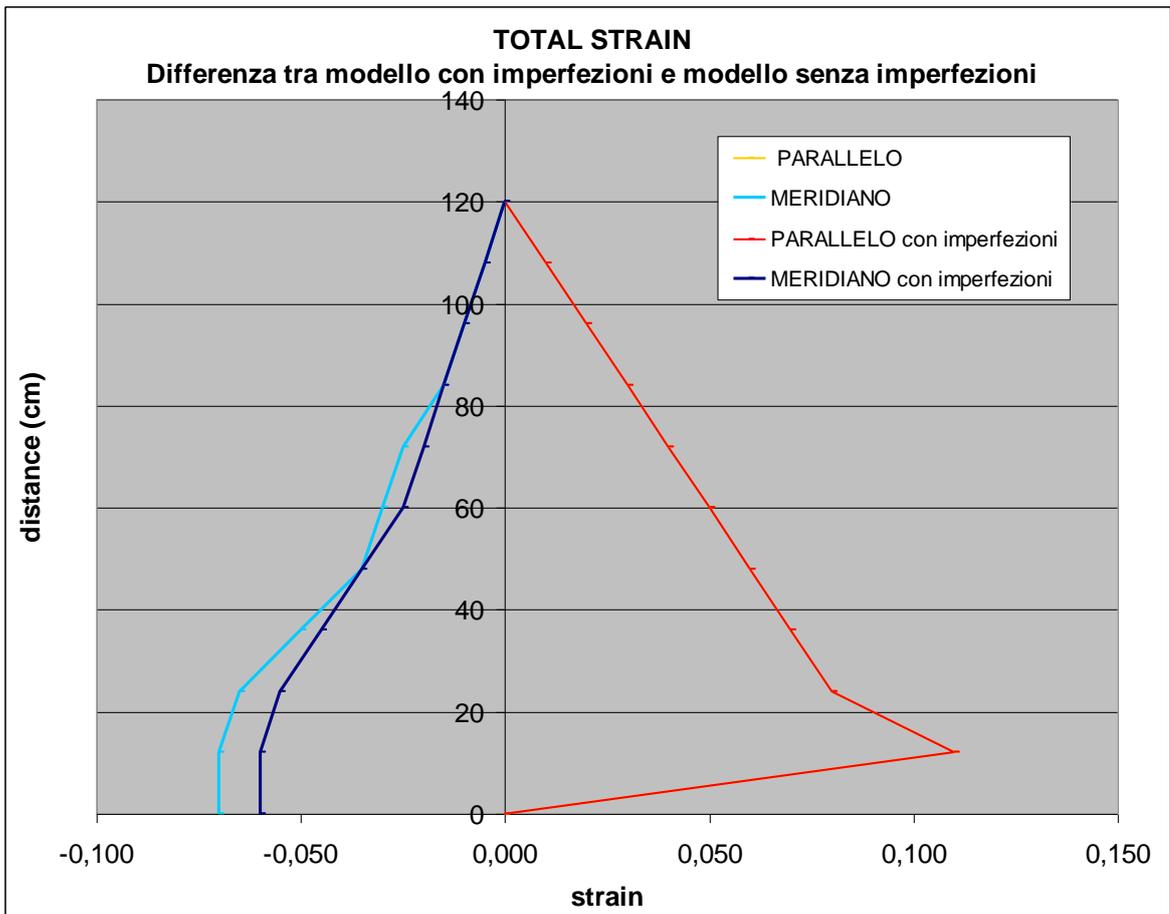
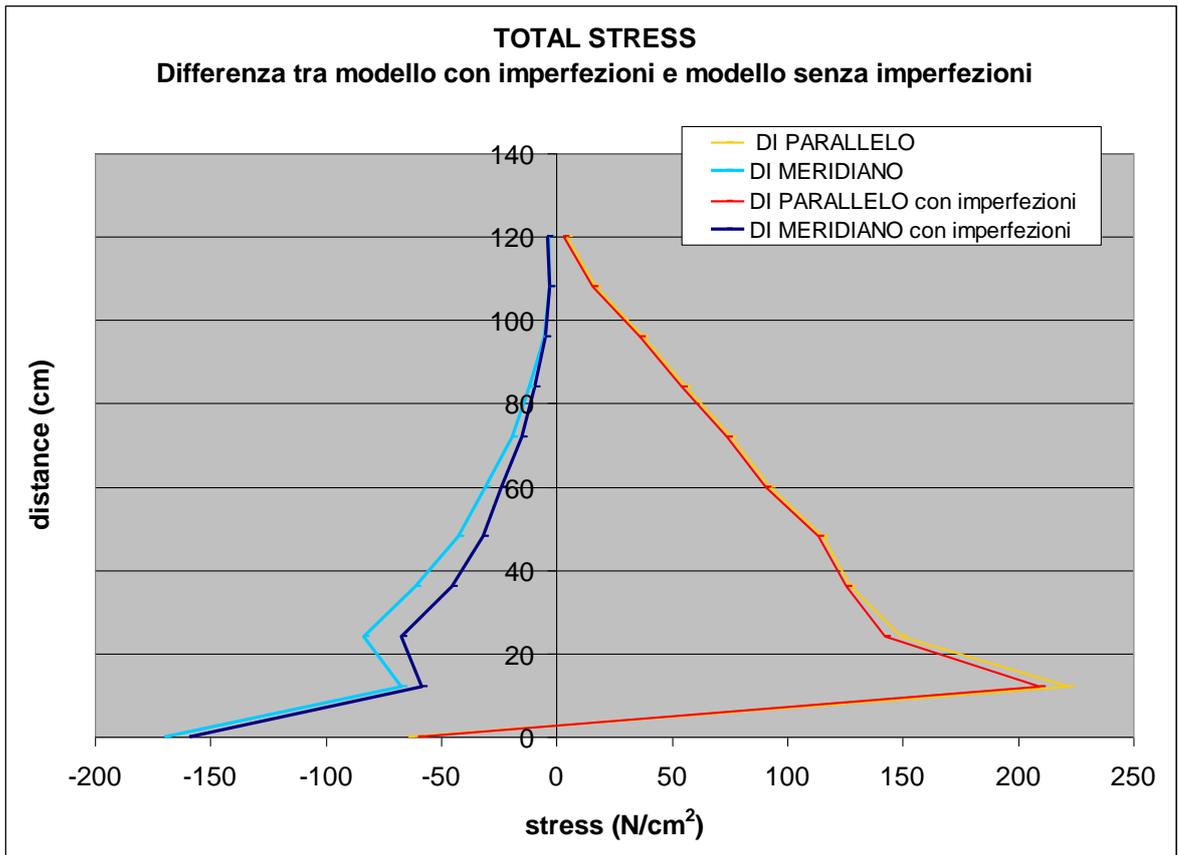
Consideriamo al fine di questo confronto le sole combinazioni di carico esaminate, quindi statica e totale, cioè con l'applicazione alla statica di una sollecitazione equivalente al sisma.

La condizione statica vede una differenza maggiore per la componente di meridiano rispetto a quella di parallelo. Le tensioni di parallelo differiscono infatti in media di circa un 8%, mentre quelle di meridiano circa il doppio. Il medesimo rapporto si ritrova nel grafico delle deformazioni, in cui nella porzione centrale abbiamo in media rispettivamente un 16 e 25% di divario.

La componente di parallelo della condizione totale vedrà differenze circa di un 6%, quelle di meridiano maggiori, di circa un 17% nella porzione centrale.

Le deformazioni di entrambe le componenti hanno circa una differenza del 15% nei valori centrali di z.





Allegato 1 – Limiti di applicazione della teoria



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
SP4-Capacities



SERIES

SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

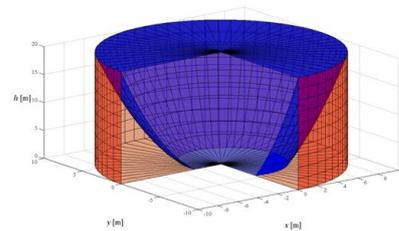


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es

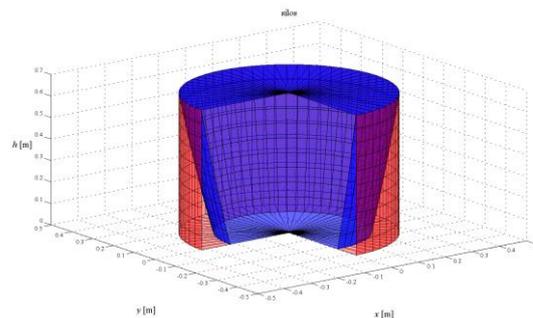


Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



THEORY'S MATHEMATICALS LIMITS

1. Existence of $A1$
2. Existence of $A2$
3. Existence of s
4. Existence of $P_{h,GW}$
5. To avoid grain sliding at the base





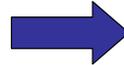
1. Existence of A1

PHYSICAL SIGNIFICANCE



EXISTENCE OF GRAIN THAT WEIGHS ON LOWER LEVEL; TO LIMIT A2

MATHEMATICAL CONDITIONS



$$s(\vartheta, z = H) < R \quad \forall \vartheta$$

RESULTS

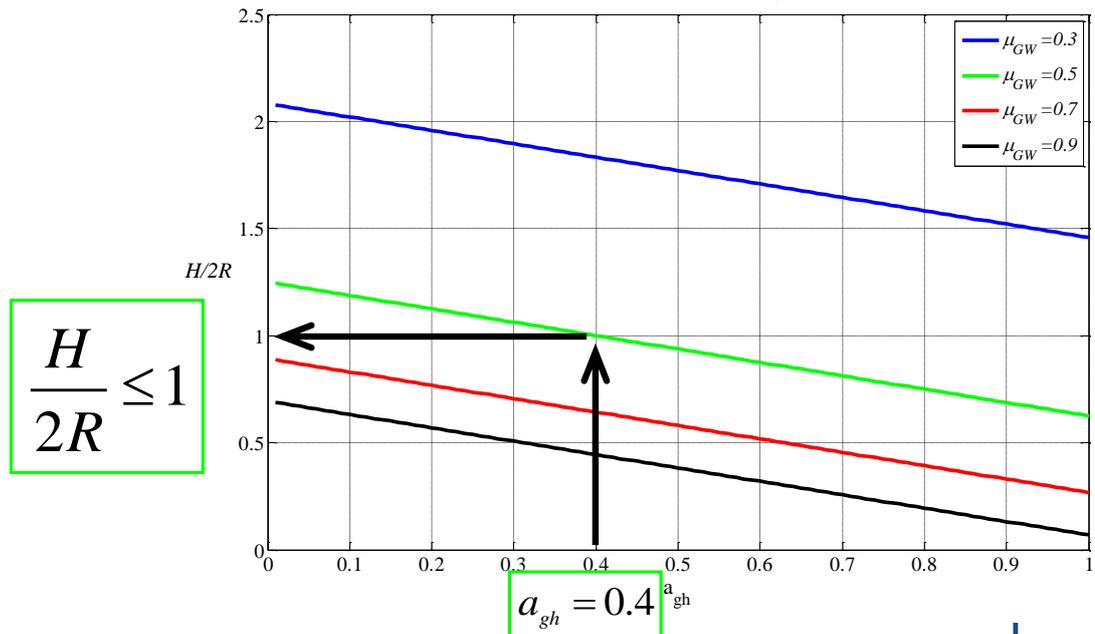


$$\frac{H}{2R} < \frac{1}{2 \cdot \beta(z = H, \vartheta = 0)} = \frac{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}$$



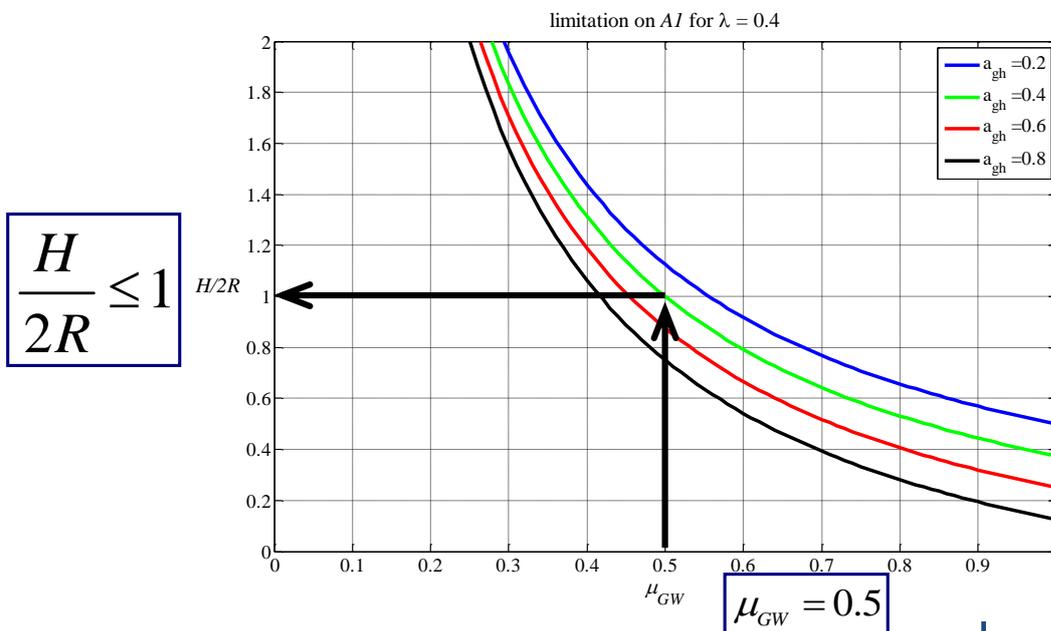
1. Existence of A1

limitation on A1 for $\lambda = 0.4$





1. Existence of A1



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



2. Existence of A2

PHYSICAL SIGNIFICANCE



EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS

MATHEMATICAL CONDITIONS



$$s(\vartheta, z = H) > 0 \quad \forall \vartheta$$

RESULTS

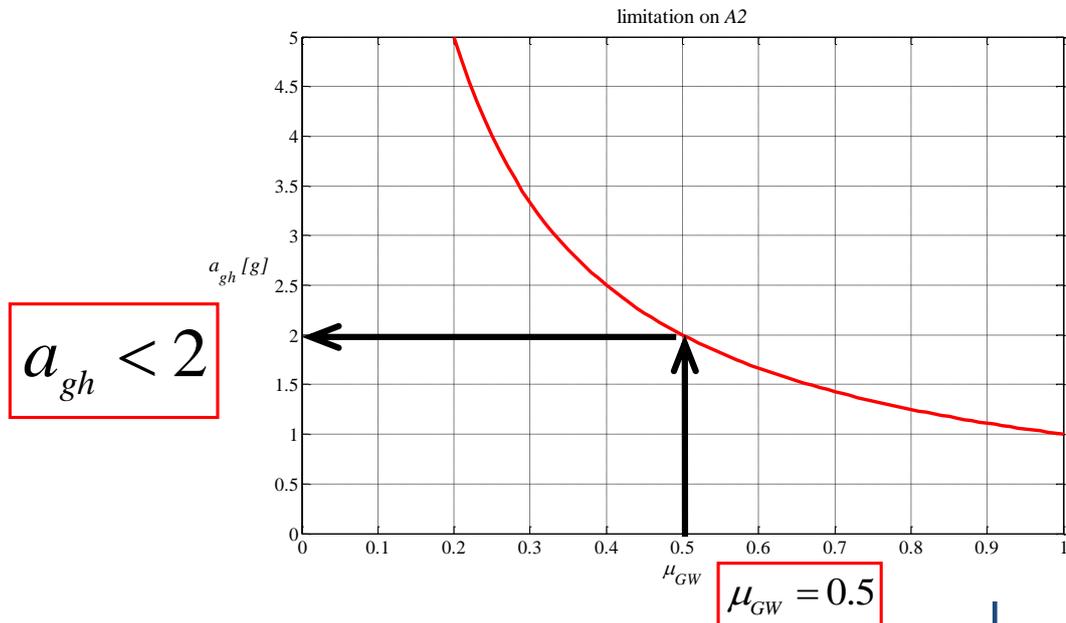


$$a_{gh} < \frac{1}{v \cdot \mu_{GW}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



2. Existence of A_2



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



2. Existence of s

PHYSICAL SIGNIFICANCE



EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS

MATHEMATICAL CONDITIONS



$$s(z, \mathcal{G}) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z}$$



$$R^2 - R \cdot \beta \cdot z > 0$$

RESULTS

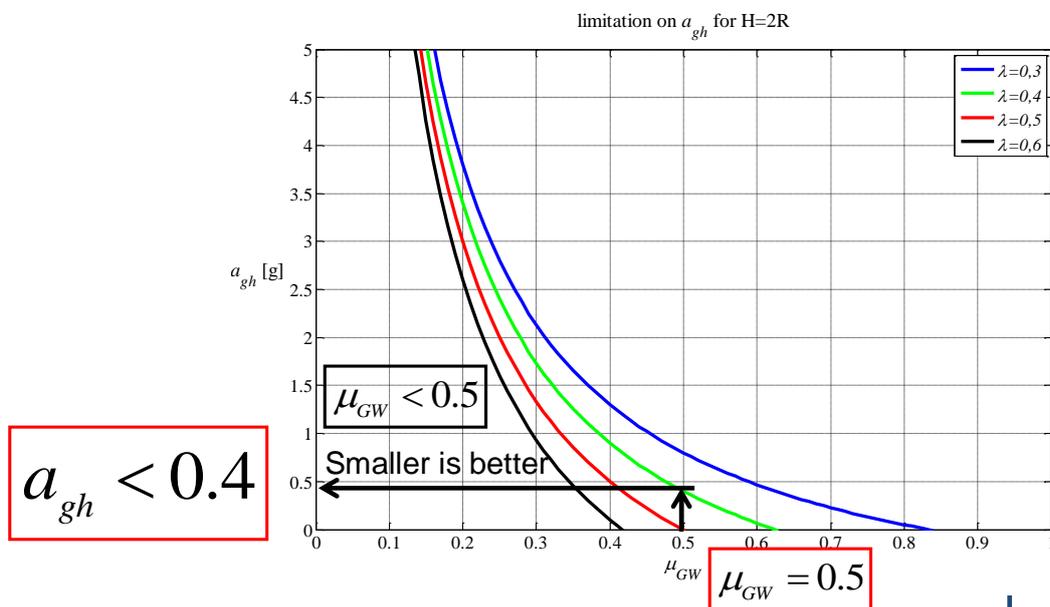


$$a_{gh} < \left(1 - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot H}{R}\right) \cdot \frac{1}{v \cdot \mu_{GW}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



3. Existence of s



4. Existence of $P_{h,GW}$

PHYSICAL SIGNIFICANCE



EXISTENCE OF RADIAL PRESSURE ON WALLS

MATHEMATICAL CONDITIONS



$$P_{h,GW}(z, \theta) = \frac{P_{h,GG}}{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$$



$$1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW} \neq 0$$

RESULTS

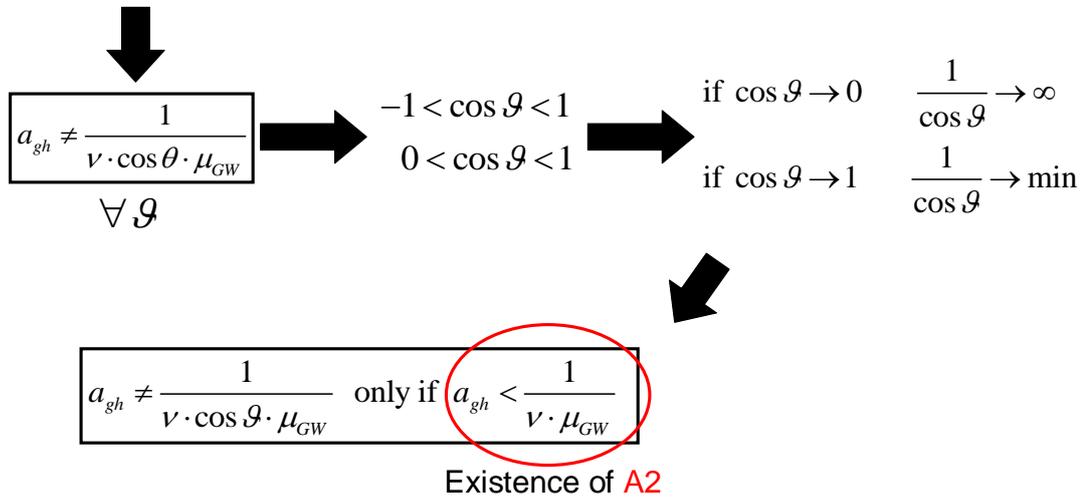


$$a_{gh} \neq \frac{1}{\nu \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}} \quad \forall \theta$$



4. Existence of $P_{h,GW}$

RESULTS



5. To avoid grain sliding at the base

PHYSICAL SIGNIFICANCE



TO AVOID GRAIN SLIDING AT THE BASE

MATHEMATICAL CONDITIONS



$$a_{gh} \leq (1 - |a_{gv}|) \mu_{GB}$$

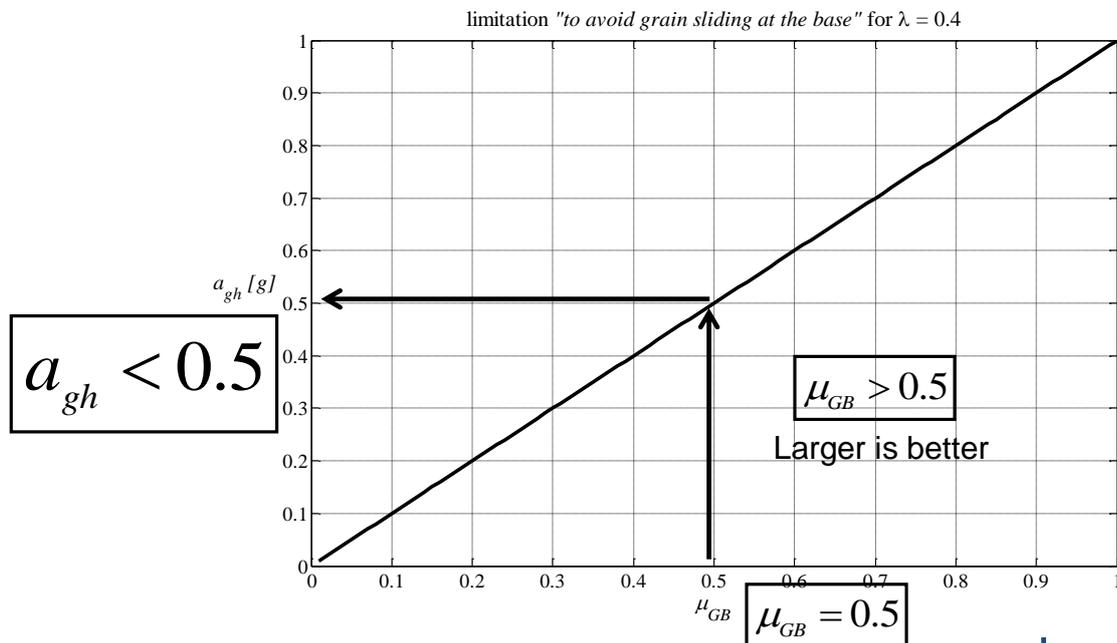
RESULTS



$$a_{gh} \leq (1 - |a_{gv}|) \mu_{GB}$$



5. To avoid grain sliding at the base



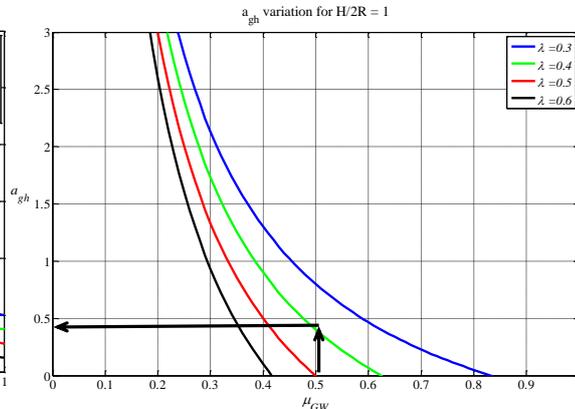
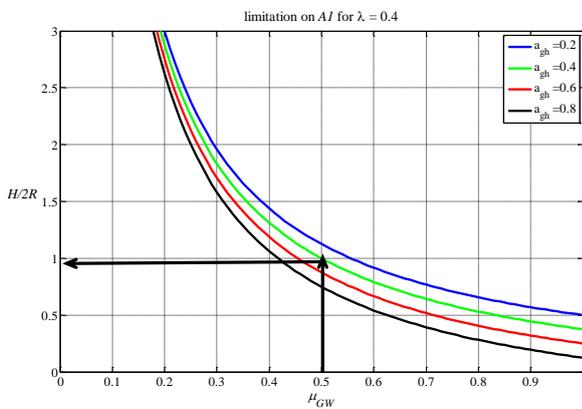
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



LIMITATIONS

$$\frac{H}{2R} < \frac{1 - v \cdot a_{gh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}$$

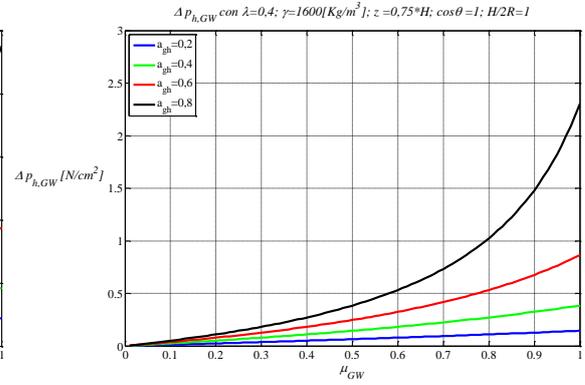
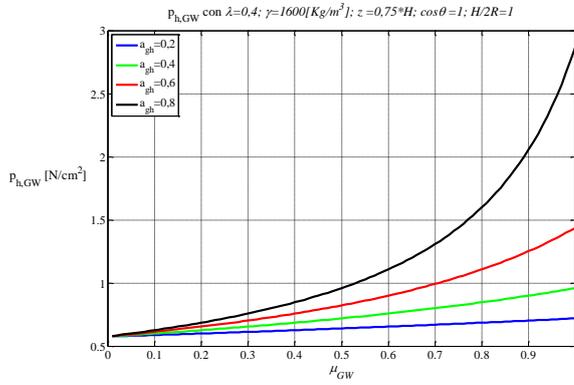
$$a_{gh} < \frac{1 - (4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW})}{v \cdot \mu_{GW}}$$



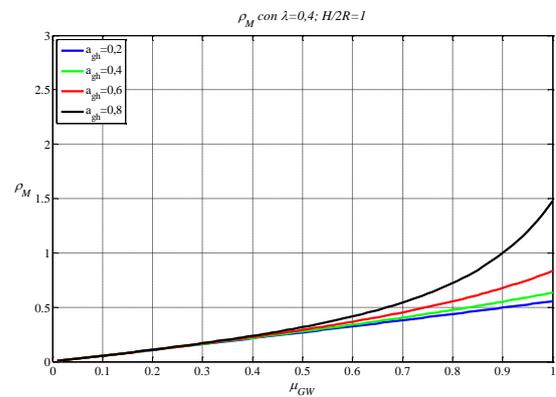
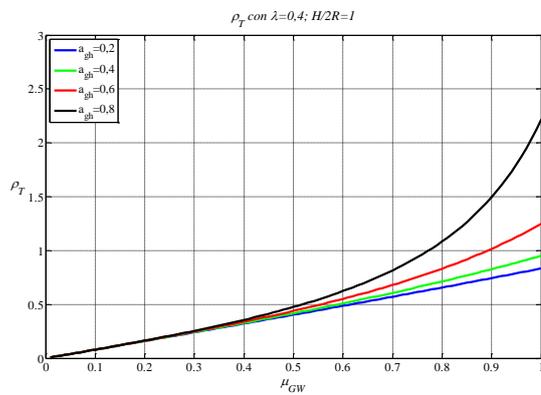
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



PRESSURE

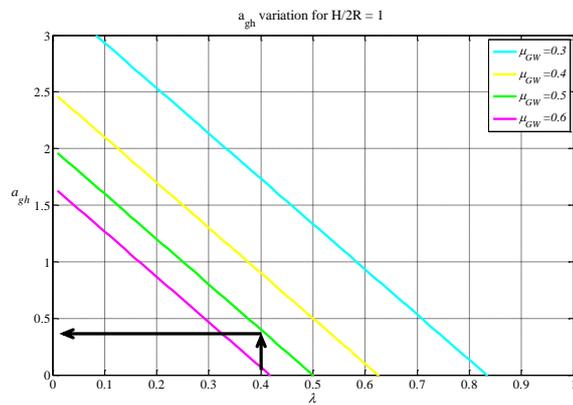
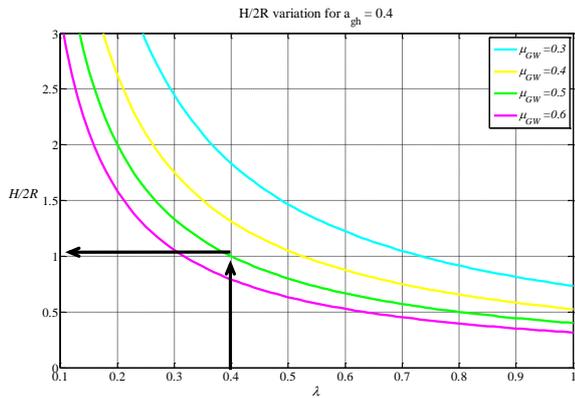


T&M COMPARISONS





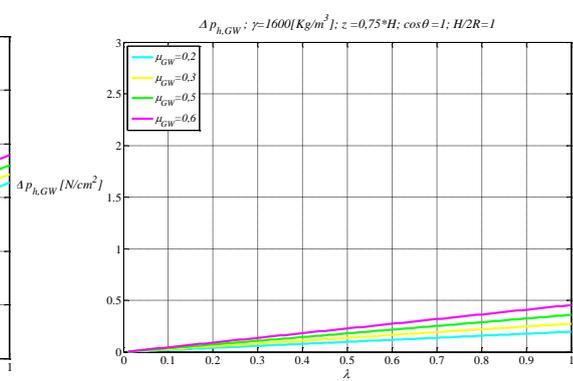
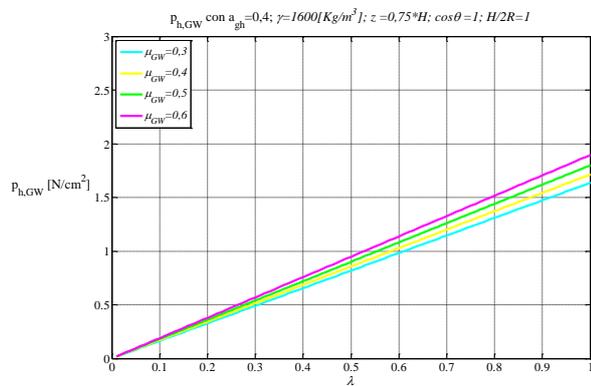
LIMITATIONS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



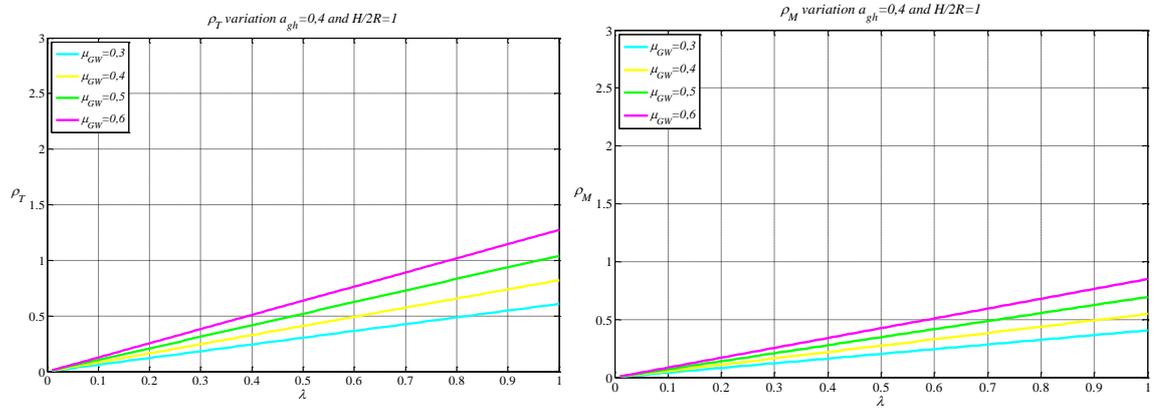
PRESSURE



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



T&M COMPARISONS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACCELERATION RANGE

Maximum value for the acceleration:

$$a_g \leq 0.4$$

For reference all following analyses have been conducted assuming:

$$a_g = 0.40$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Allegato 2 – Provino 1



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
SP4-Capacities



SERIES
SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

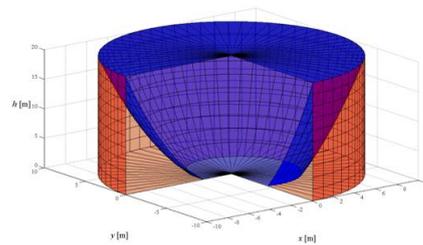


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es



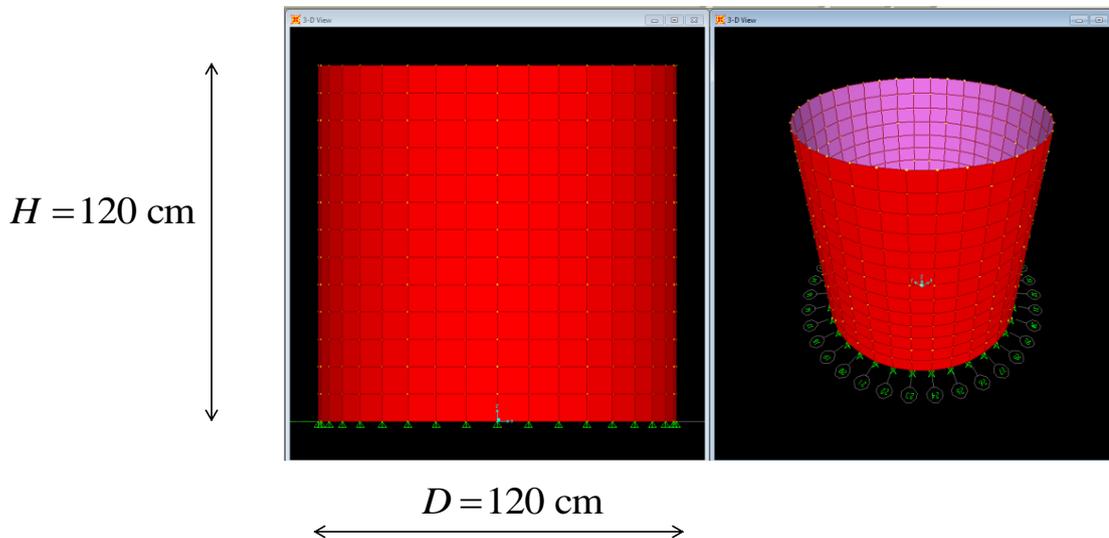
Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



THE SPECIMEN (second tentative $H=D=1.2\text{m}$)



SPECIMEN DATA



SPECIMEN DATA

SILO:

$H > 120$ cm

$D = 120$ cm

$t_{wall} = 3,4,5$ mm

material: POLICARBONATE

$$\gamma = 1200 \frac{kgf}{m^3}$$

$E = 2200$ MPa

CONTENT:

$H = 120$ cm

* = to be checked

** = to be verified during Phase 0 (Rig development) of the test

material: BALLOTTINI GLASS

$$\gamma = 1600 \frac{kgf}{m^3} **$$

$E = 35000 \div 70000$ MPa *

$\varphi = 35^\circ$ (internal friction angle) **



PARAMETERS

constant additional accelerations:

$$0 \leq a_{gh} \leq 0.60g$$

$$a_{gv} = 0 \Rightarrow v = 1$$

friction coefficients (glass-plexiglass):

$$\mu_{GW} = 0.5$$

$$\mu_{GB} = 0.5$$



pressure ratio:

$$\lambda_{\text{RANKINE-static}} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0.27$$

$$\lambda_{\text{CAMIZ-dynamic}} = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} = 0.5$$

$$\lambda \cong 0.4$$

<http://www.engineershandbook.com/Table s/frictioncoefficients.htm>

Material 1	Material 2	Coefficient of friction			
		dry		greasy	
		static	dynamic (sliding)	static	dynamic (sliding)
Glass	Glass	0.9-1.0	0.4	0.1-0.6	0.09-0.12
Glass	Metal	0.5-0.7		0.2-0.3	
Glass	Nickel	0.78	0.56		
Plexiglass	Plexiglass	0.8		0.8	
Plexiglass	Steel	0.4-0.5		0.4-0.5	

**** Note that this value is significantly smaller with respect to that generally adopted for grain ($\lambda = 0.6$)**



about λ from Pozzati's text

140 Capitolo quarto

carico appeso alla parete a causa dell'attrito e quindi massimo lo sforzo normale verticale n_x della parete (fig. 4.4). La sollecitazione n_x , che è riferita al tratto lungo 1 della parete stessa, si ricava immediatamente per differenza

fra il peso $\gamma A y$ del materiale sopra la sezione alla generica quota y e la reazione $p_x A$ del materiale sottostante (fig. 4.4); ossia

$$n_{x,max} = (\gamma y - p_{x,max}) A : l_{ms} \quad [4.8]$$

essendo l_{ms} la lunghezza della linea media fra i due contorni ($l_{ms} = 2\pi r_m$ per una cella circolare); naturalmente al valore [4.8], conseguente alla presenza del solo materiale insilato, vanno aggiunti i contributi delle rimanenti azioni (peso proprio, copertura).

b) I valori [4.6] delle pressioni massime possono essere ottenuti anche per via diretta; per la terza delle [4.1], con l'aumentare della pressione p_x aumenta di pari passo τ_x . Consideriamo allora uno strato di materiale avente lo spessore dy ; essendo da un lato crescente p_x , quindi anche τ_x , e dall'altro mantenendosi a qualunque quota costante il peso $\gamma \cdot A dy$ di ogni elemento di materiale, oltre una certa profondità l'azione di sostentamento derivante dall'attrito sarà in grado di equilibrare pressoché completamente il peso dei vari straterelli, per cui questi risulteranno appesi alle pareti e non si avrà più alcun sensibile incremento della p_x . Mettendo in formula il discorso fatto si ha, per $y = \infty$,

$$\tau_x \cdot l \cdot dy = \gamma A \cdot dy,$$

e si ottengono quindi le relazioni [4.6], poiché $\tau_x = p_x \lambda f$ e $p_x = \lambda p_s$.

c) I valori di $\lambda = \frac{p_x}{p_s}$, $f = \frac{\tau_x}{p_x}$.

Koenen propose (1896) di adottare per λ il valore che Rankine aveva definito nel caso limite illustrato nel par. 3.3.2

$$\lambda = \text{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) = \frac{1 - \text{sen } \varphi}{1 + \text{sen } \varphi} \quad [4.9]$$

Pressioni sulle pareti dei silii 141

ossia nel caso della spinta attiva per un terreno illimitato; ma era evidente la contraddizione di attribuire a λ il valore di Rankine (valido nel caso in cui, essendo γ direzione principale, τ_x risulta nulla) proprio quando la tensione tangenziale τ_x gioca invece un ruolo essenziale.

Il rapporto fra pressione orizzontale e verticale doveva quindi venir determinato ammettendo la presenza della τ_x , e così è stato fatto, come venne mostrato nel par. 3.3.4 provando per λ un'espressione (Camiz, v. nota 3.14) che, per $\delta = 0$, coincide con la [4.9], e per il massimo valore di δ ($\delta = \varphi$) diventa (Buisman, v. bibl.)

$$\lambda = \frac{1 - \text{sen}^2 \varphi}{1 + \text{sen}^2 \varphi} \quad [4.10]$$

4.2.2. L'ausilio delle esperienze. Valori di λ , f .

a) Il problema delle azioni trasmesse alle pareti dei silii è assai complesso e si presenta quanto mai opportuno l'appello a indicazioni sperimentali che, pur presentando grande dispersione, consentono di trarre alcune utili indicazioni.

Inanzi tutto le ipotesi di Janssen sembrano sostanzialmente confermate: i valori dei coefficienti λ , f , variando y , si mantengono abbastanza uniformi; e l'uniformità della pressione p_x su ogni sezione si presenta naturalmente più verosimile quando il materiale è in quiete, il foro per lo scarico è centrato e la cella è snella. Inoltre la più parte delle esperienze mostra concordemente la grande differenza fra i regimi delle pressioni che si hanno, pur essendo i livelli di riempimento uguali, con le bocche di scarico chiuse e aperte ^{44b}.

Il fatto è, per esempio, bene evidente esaminando la fig. 4.5 che riporta i risultati di significative prove con materiale granulare: il valore di λ in genere aumenta sensibilmente e in misura irregolare quando lo scarico è in atto, ma risulta, anche in regime statico, maggiore del valore [4.9] di Koenen-Rankine.

Il valore limite p_x non dipende da λ , secondo la [4.6]; ma, naturalmente, dipende da λ la pressione p_s per la presenza nella [4.5] della funzione $\psi(y)$. Aumentando il valore di λ diminuisce ψ , e aumentano quindi, alle varie quote y , i valori della funzione $\psi(y)$; e si ha in definitiva che un incremento positivo del valore di λ comporta, per p_x , un aumento in ogni punto, ma più sensibile nella parte alta della cella (fig. 4.3c). Pertanto i silii proporzionati con il valore [4.9] di λ proposto da Koenen hanno un più ridotto coefficiente di sicurezza, relativamente a p_x , nella loro parte più alta; e ciò spesso nell'in-

^{44a} I valori di λ calcolati con la (4.9) (Koenen-Rankine), e con la [4.10] (Camiz-Buisman) sono sensibilmente diversi e i secondi sono più prossimi a quelli ottenuti sperimentalmente, come si dirà in seguito. Ad esempio, per $\varphi = 20^\circ - 25^\circ - 30^\circ - 35^\circ - 40^\circ - 45^\circ$, i valori che si ottengono con la prima o la seconda (posti fra parentesi) delle due formule sono: 0,699 (0,791) - 0,406 (0,697) - 0,333 (0,600) - 0,271 (0,505) - 0,217 (0,415) - 0,172 (0,333).

^{44b} Sono stati suggeriti alcuni accorgimenti per ridurre l'aumento delle spinte all'atto dello scarico del materiale. Si veda Koppers, *op. cit.* (v. bibl.), p. 55: l'applicazione di un tubo forato, alto poco meno della cella e in asse con la bocca d'uscita, fa sì che non si metta in movimento l'intera massa.



about λ from Pozzati's text

• RANKINE's Theory: $\tau_v = 0$ $\lambda = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \Rightarrow 0.27$

• CAMIZ's Theory: $\tau_v \neq 0$

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \Rightarrow 0.50$$

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\varphi = 35^\circ$ Ballottini glass



about μ from Pozzati's text

Static
Dynamic

Fig. 4.7 b)

mulari e in polvere», ossia in regime statico, i seguenti dati (indicando, come si è detto, δ , φ con δ_s , φ_s):

$\delta_s = \varphi$ (pareti molto scabre), $\delta_s = 0,5\varphi$ (pareti lisce), $f_s = \text{tg } \delta_s$, [4.11]

e se le pareti sono abbastanza lisce:

$\delta_s = 0,75\varphi$; [4.12]

per λ_s valori compresi fra 0,35 e 0,55 (tab. 3.7, p. 116), e quando l'angolo di attrito si aggiri sui 30° e le pareti siano abbastanza lisce

144 Capitolo quarto

e quando il valore di φ si aggiri intorno ai 30° e le pareti siano abbastanza lisce

$\delta_s = 0,6\varphi = 18^\circ$, $f_s = \text{tg } \delta_s \approx 0,32$, $\lambda_s \approx 0,9$. [4.16]

A titolo di orientamento può essere utile avere anche presente che, per materiali granulari con $\varphi = 30^\circ$ e per teste circolari, i valori della distanza y_{00} definita dalla [4.3], valgono, in regime statico e dinamico,

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\beta = 0.6$ for surface fairly smooth
 $\beta = 0.5$ for surface smooth

$$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.6 \cdot 35^\circ) \approx 0.38$$

$$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.5 \cdot 35^\circ) \approx 0.315$$

$\varphi = 35^\circ$ ******

Ballottini glass

+ sand & glue \rightarrow $\mu = 0.4 \approx 0.5$

$\mu_{ideal} = 0.48$

For reference all following analyses have been conducted assuming

$\mu = 0.5$



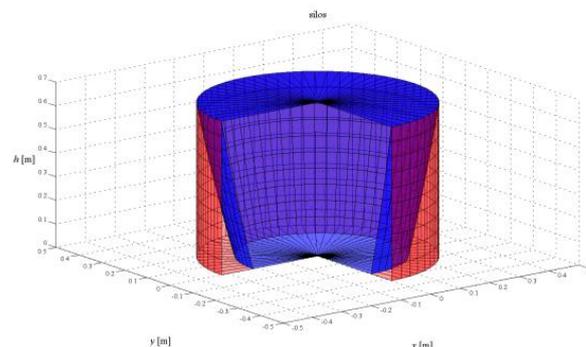
CHECK OF THE PARAMETERS WITH RESPECT TO THE THEORY'S LIMITS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



THEORY'S MATHEMATICALS LIMITS

1. Existence of $A1$
2. Existence of $A2$
3. Existence of s
4. Existence of $P_{h,GW}$
5. To avoid grain sliding at the base



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



1. Existence of A1

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT WEIGHS ON LOWER LEVEL; ⇒ TO LIMIT A2
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\mathcal{G}, z = H) < R \quad \forall \mathcal{G}$
RESULTS: LIMIT	$\frac{H}{2R} < \frac{1}{2 \cdot \beta(z = H, \mathcal{G} = 0)} = \frac{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} = 0.2 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.125$ $a_{gh} = 0.4 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.000$ $a_{gh} = 0.6 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 0.875$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



2. Existence of A2

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\mathcal{G}, z = H) > 0 \quad \forall \mathcal{G}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} < 2.00$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



3. Existence of s

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(z, \vartheta) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z}$ $R^2 - R \cdot \beta \cdot z > 0$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \left(1 - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot H}{R}\right) \cdot \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} < 0.4$



4. Existence of $p_{h,GW}$

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF RADIAL PRESSURE ON WALLS
MATHEMATICAL CONDITIONS	$p_{h,GW}(z, \theta) = \frac{p_{h,GG}}{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ $1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW} \neq 0$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \neq \frac{1}{\nu \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} \neq \frac{2.00}{\cos \theta}$ $\forall \vartheta$



5. To avoid grain sliding at the base

PHYSICAL SIGNIFICANCE	TO AVOID GRAIN SLIDING AT THE BASE
MATHEMATICAL CONDITIONS	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$ $a_{gh} \leq 0.50$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACCELERATION RANGE

Maximum value for the acceleration:

$$a_g \leq 0.4$$

For reference all following analyses have been conducted assuming:

$$a_g = 0.40$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

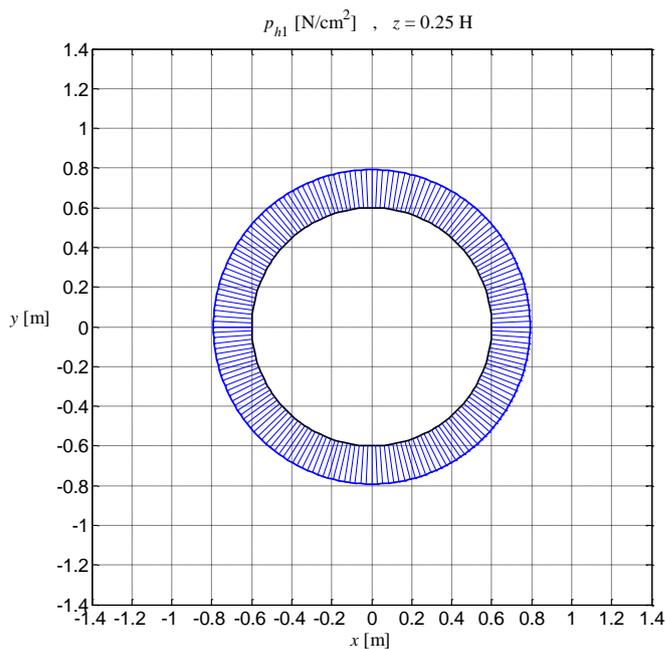


PRESSURES ACCORDING TO THE PROPOSED THEORY

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.25 H$



$$p_{h1} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

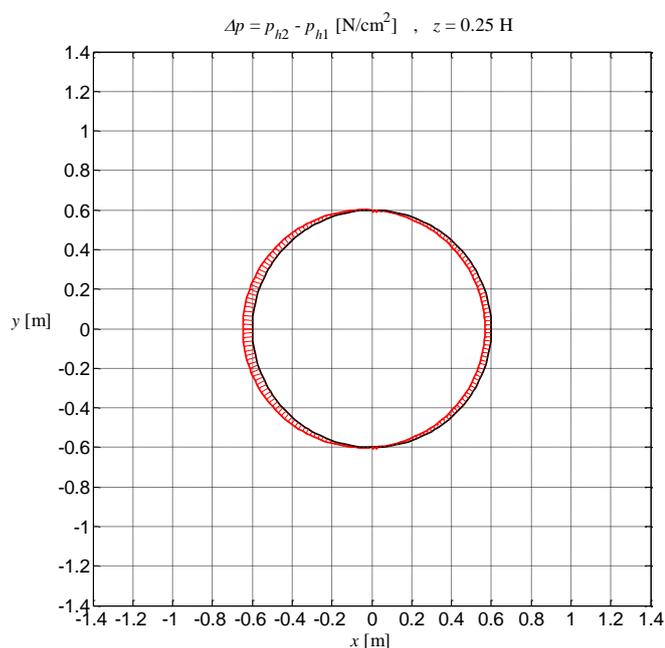
$$\Delta p_{\max} = 0.048 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.24 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.25 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

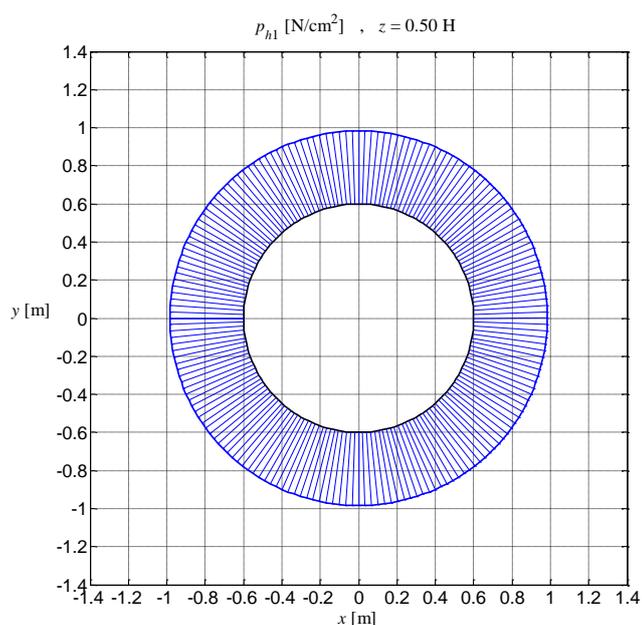
$$\Delta p_{\max} = 0.048 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.24 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.50 H$



$$p_{h1} = 0.384 \frac{N}{cm^2}$$

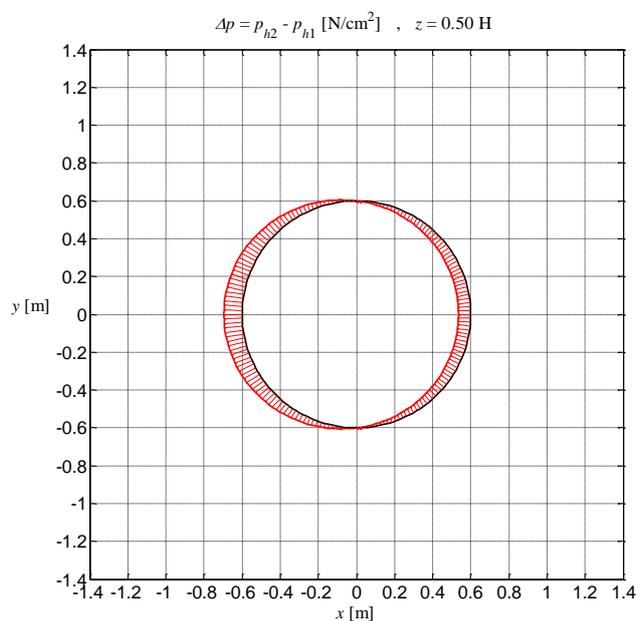
$$\Delta p_{\max} = 0.096 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.48 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.50 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.384 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

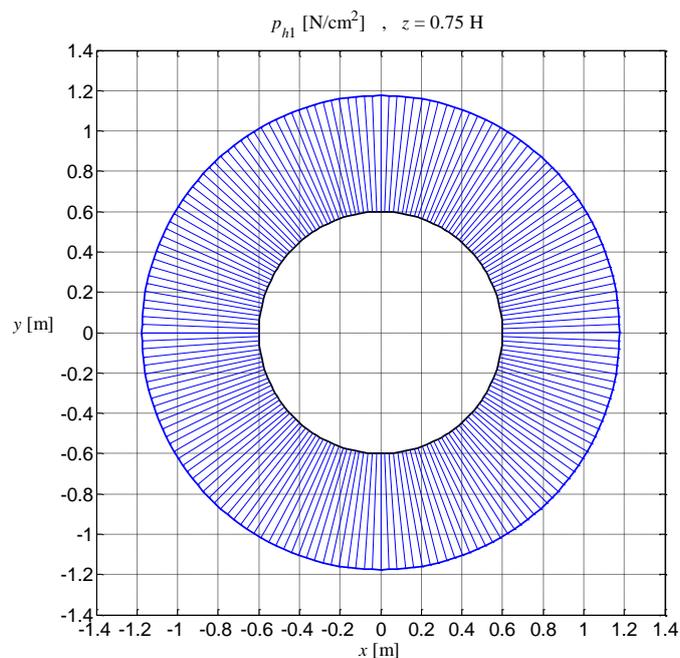
$$\Delta p_{\max} = 0.096 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 0.48 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.75 H$



$$p_{h1} = 0.576 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

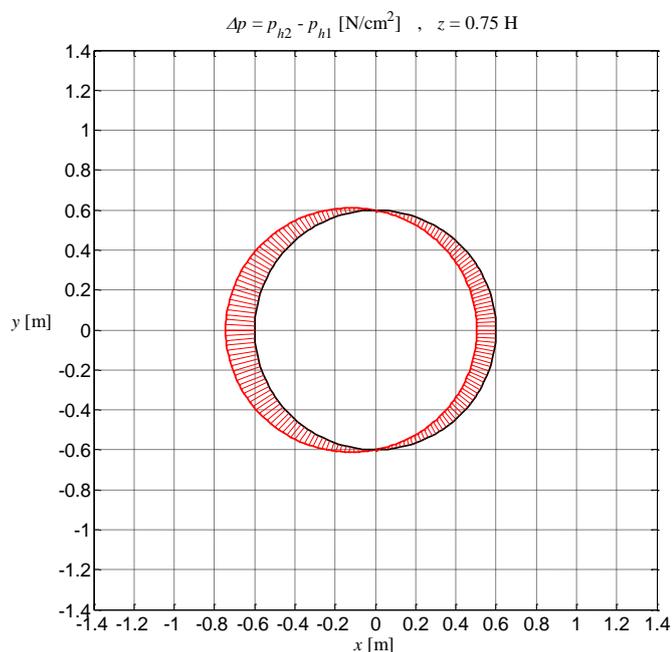
$$\Delta p_{\max} = 0.144 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 0.72 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.75 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.576 \frac{N}{cm^2}$$

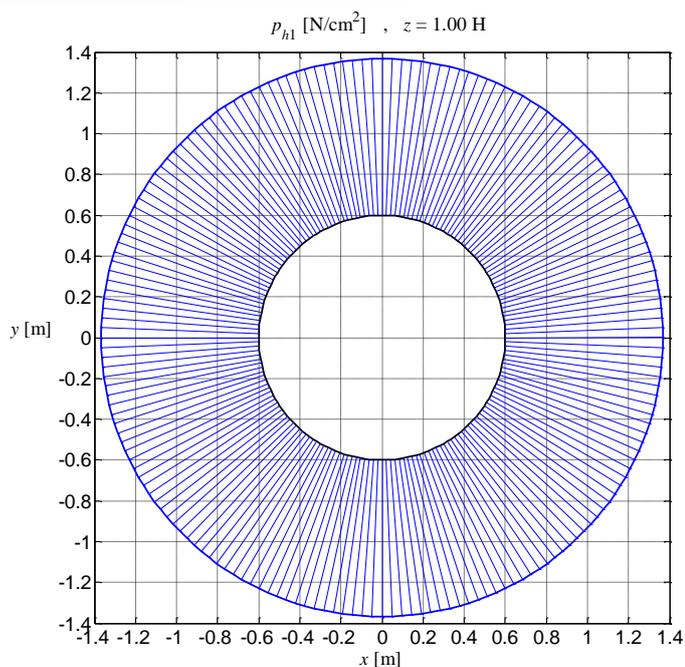
$$\Delta p_{\max} = 0.144 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.72 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 1.00 H$ (AT THE BOTTOM / BASE)



$$p_{h1} = 0.768 \frac{N}{cm^2}$$

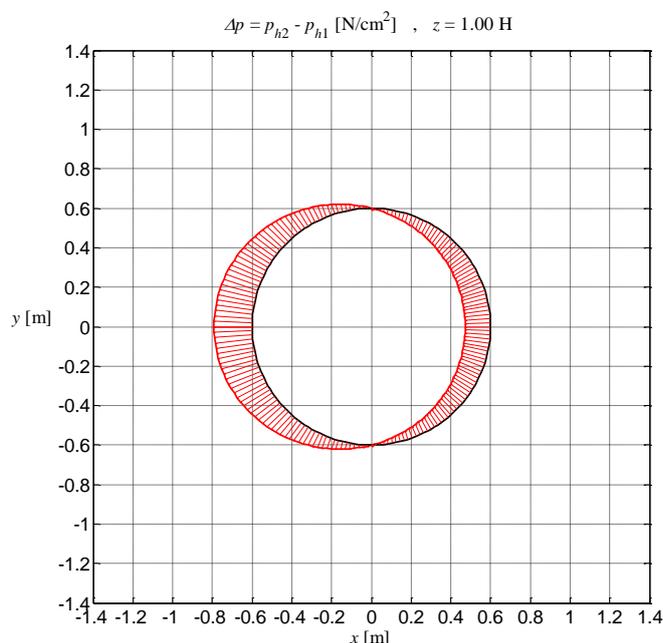
$$\Delta p_{\max} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.96 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 1.00 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION (AT THE BASE)



$$p_{h1} = 0.768 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.96 \frac{N}{cm^2}$$



FlexiForce Flyer Model A201

- **Diameter** of Sensible Area: 9,53 mm
- **A = Sensible area** = $\pi D^2 / 4 = 71,29 \text{ mm}^2 = 71,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
- **Range** of the first level: **0 - 4,4 N**



$$\frac{4.40}{71.29} 10^6 \frac{N}{m^2} \approx 62000 \frac{N}{m^2} \approx 6.2 \frac{N}{cm^2}$$



Max pressure measurable by the instrument



FlexiForce Flyer Model A201

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{h1}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.576 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.093 = 9.3\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.144 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.0232 = 2.3\%$$

$$\frac{p_{h, \text{tot}, \max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.72 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.116 = 11.6\%$$

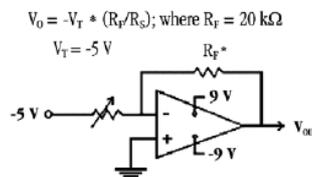


FlexiForce Flyer Model A201

Standard Force Ranges (as tested with circuit shown below)

- 0 - 1 lb. (4.4 N)
- 0 - 25 lbs. (110 N)
- 0 - 100 lbs. (440 N)

In order to measure forces above 100lbs (500, 1000lbs), simply apply a lower drive voltage and reduce the resistance of the feedback resistor (1kohm min.)



$V_0 = -V_T * (R_F/R_S)$; where $R_F = 20 \text{ k}\Omega$
 $V_T = -5 \text{ V}$

*The range for R_F is 1 $\text{k}\Omega$ to 100 $\text{k}\Omega$
 **Resistance at no load is 20 $\text{M}\Omega$

Typical Performance

Linearity (Error)	< ±5%
Repeatability	< ±2.5% of Full Scale
Hysteresis	< 4.5 % of Full Scale
Drift	< 3% per Logarithmic Time Scale
Rise Time	< 20 μsec
Operating Temperature	15°F - 140°F (-9°C - 60°C)*

Evaluation Conditions

Line drawn from 0 to 50% load
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Constant Load of 25 lbs. (111 N)
 Impact Load, Output recorded on Oscilloscope

*Force reading change per degree of temperature change = ±0.2%/°F (0.36%/°C)
 **For loads less than 10 lbs., the operating temperature can be increased to 165°F (74°C)

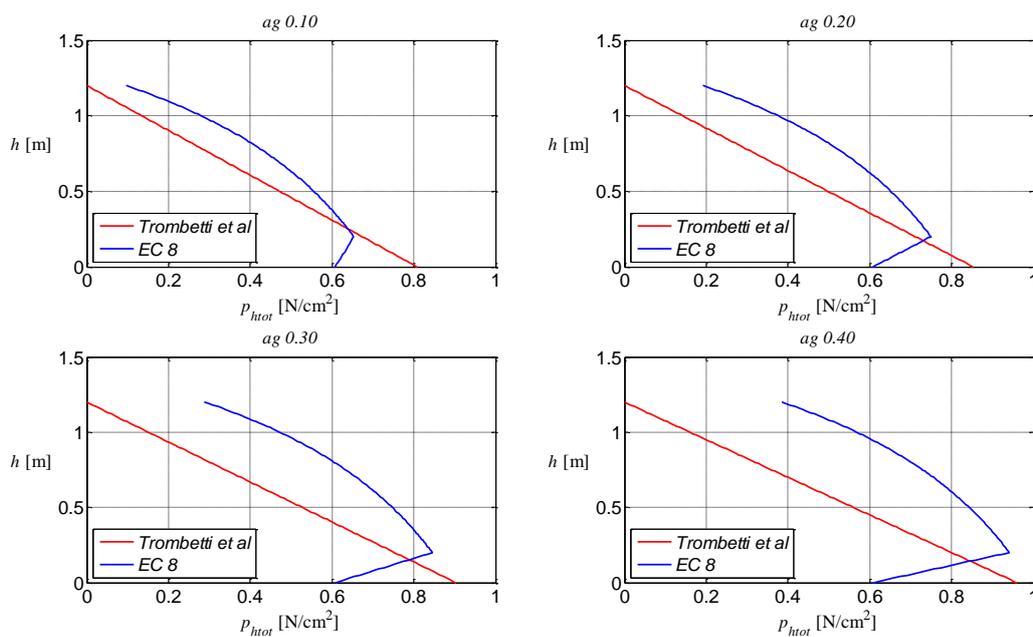


PRESSURES: COMPARISON WITH EC8

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



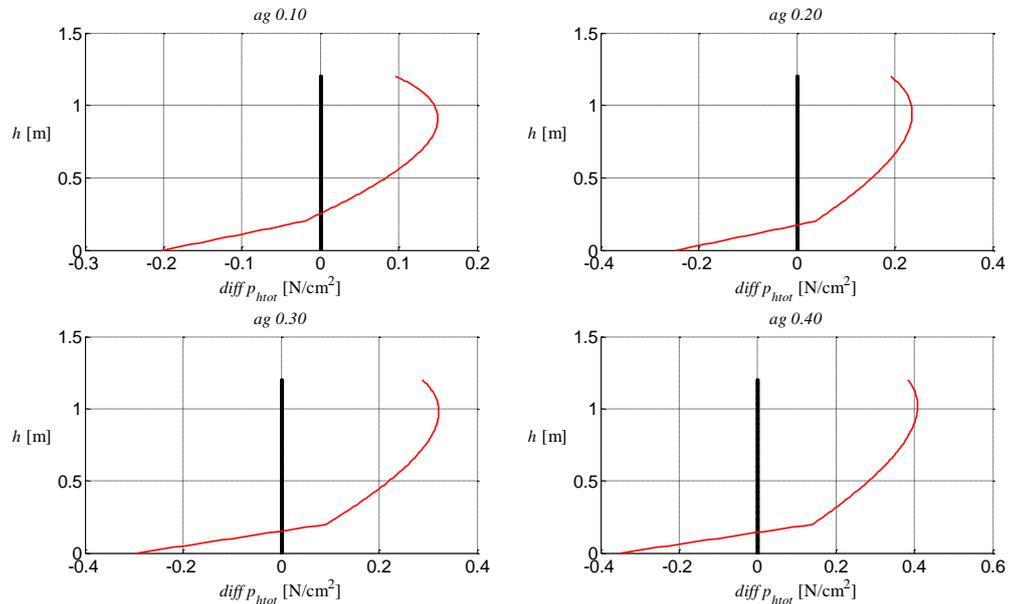
Comparison of total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



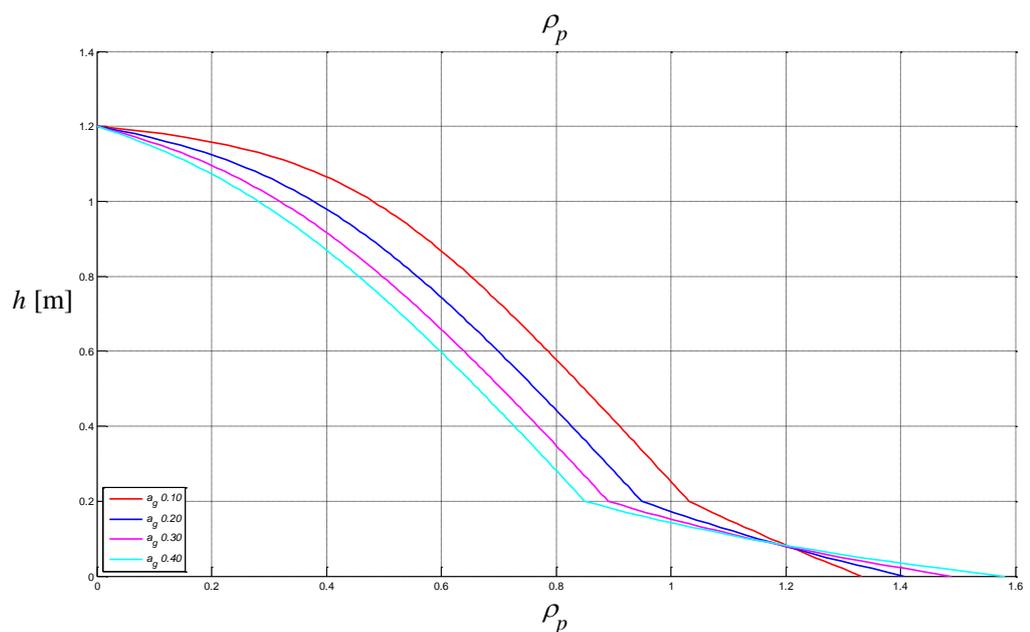
Differences between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



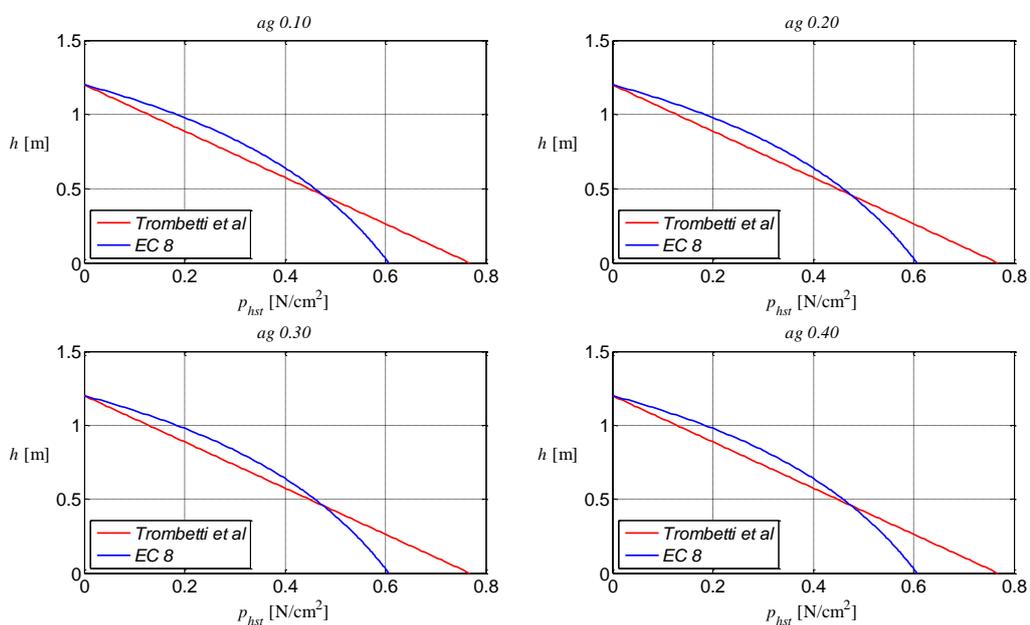
Ratios between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



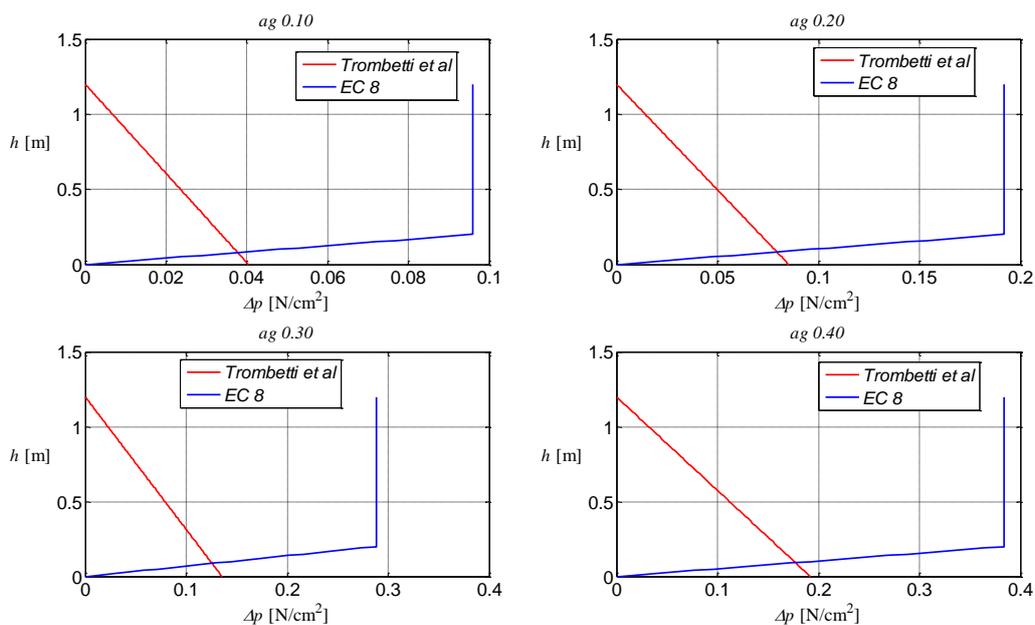
Comparison of static pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Comparison of delta-pressures (due to horizontal acceleration)



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

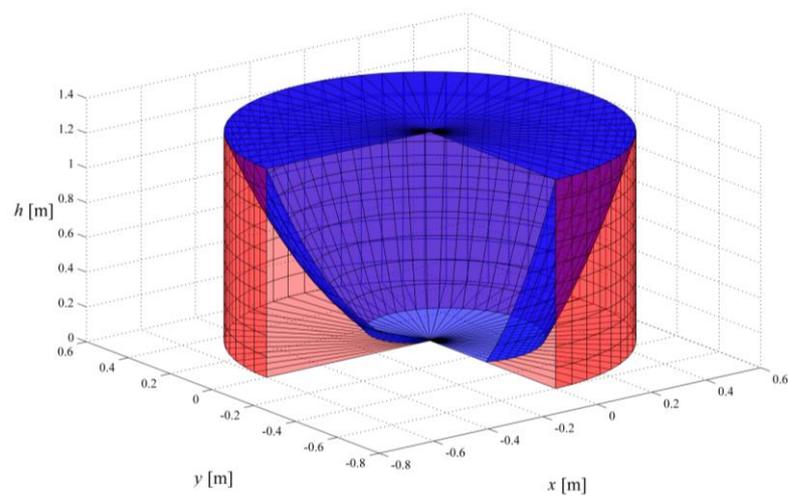


VOLUMES

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



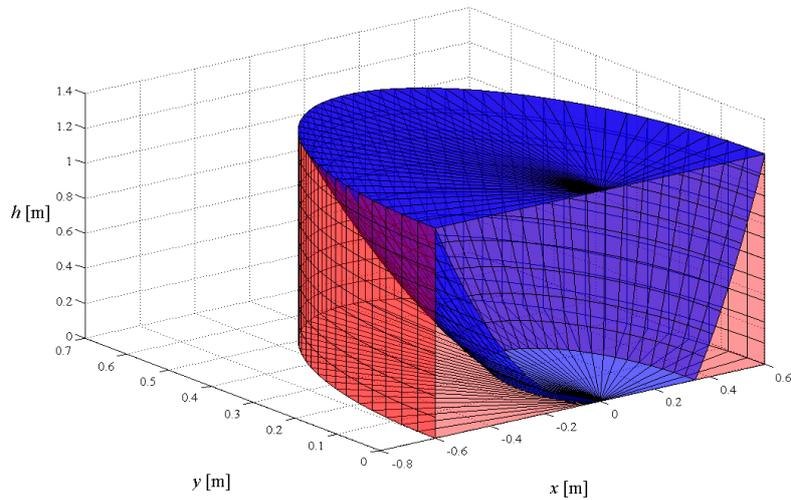
$$V_{A1} = \pi \cdot R \cdot H^2 \left(1 - \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right)$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



$$V_{blue} = 0,83 \text{ m}^3$$

$$V_{red} = 0,53 \text{ m}^3$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS AT THE BASE OF SILO WALLS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



BASE ACTIONS

PROPOSED THEORY

EC8

$$T_{Trombetti} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

$$M_{Trombetti} = \frac{1}{3} \cdot a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

vs.

$$T_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(H - \frac{R}{6} \right)$$

$$M_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{2} \cdot \left(H^2 - \frac{R^2}{27} \right)$$



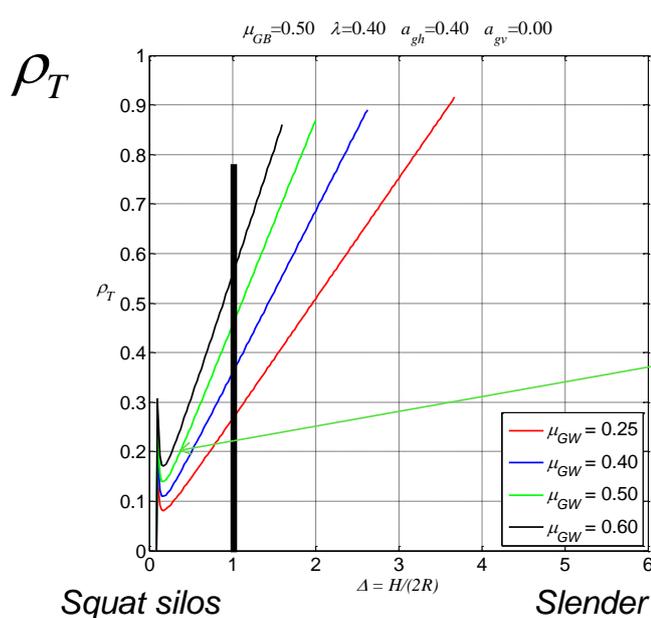
$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}}$$

$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$T_{EC8} = 796.21 \text{ kg}$

$T_{Trombetti} = 361.91 \text{ kg}$

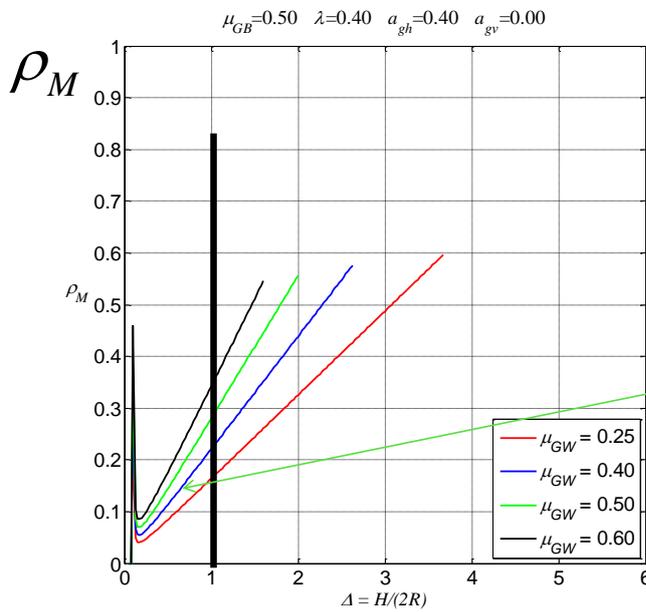
$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}} = \frac{361.91 \text{ kg}}{796.21 \text{ kg}} = 0.454$

$$\Delta = \frac{H}{2R}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$M_{EC8} = 516.33 \text{ kgm}$

$M_{Trombetti} = 144.76 \text{ kgm}$

$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}} = \frac{144.76 \text{ kgm}}{516.33 \text{ kgm}} = 0.28$

$\Delta = \frac{H}{2R}$

Squat silos

Slender silos

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



EXPECTED STRESSES AND STRAINS WITH THE FEM MODEL

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad a_{gv} = 0 \quad (\nu = 1)$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \tau_{v0,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h2,GW} - p_{h1,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \tau_{v2,GW} - \tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$



ACTIONS at the bottom

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.4 \cdot 1600 \frac{kg}{m^3} \cdot 1.2m = 768 \frac{kg}{m^2}$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.5 \cdot 0.4 \cdot 1600 \frac{kg}{m^3} \cdot 1.2m = 384 \frac{kg}{m^2}$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 768 \frac{kg}{m^2}$$

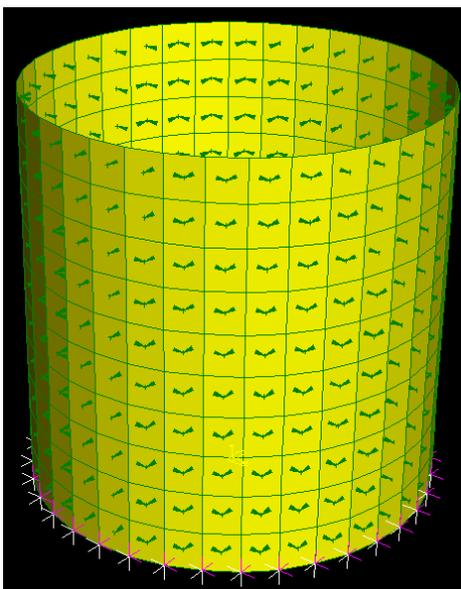
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 384 \frac{kg}{m^2}$$

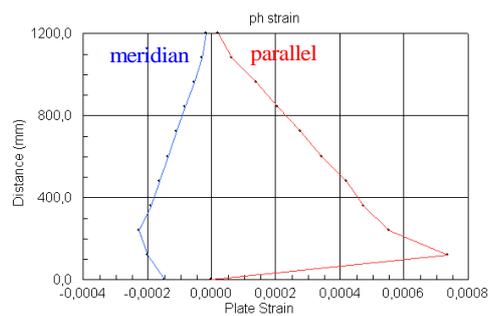
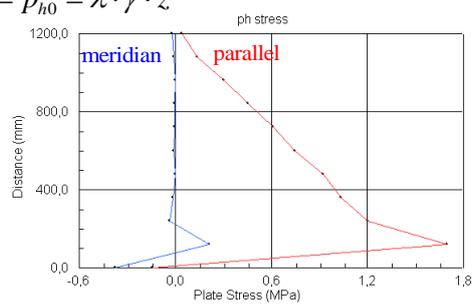
$t = 3 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures



$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

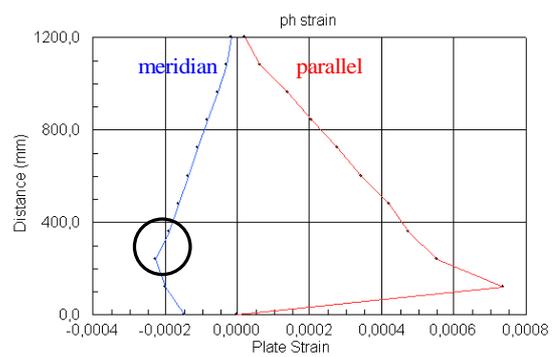
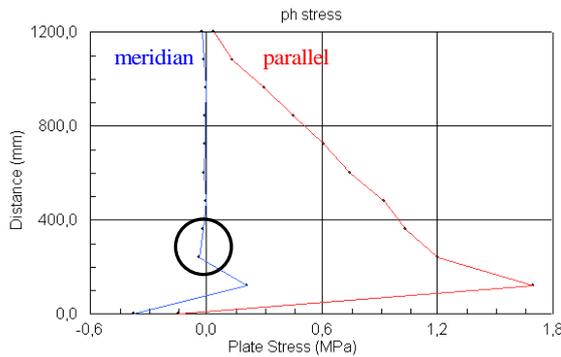




STRESS&STRAIN - MERIDIAN

$$\varepsilon_M = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot (\sigma_P + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot \sigma_P]$$

at 0,75 H



$$\varepsilon_M = \frac{1}{2200} \cdot \left[-\left(\frac{0.0169 + 0.0368}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{1.0358 + 1.2044}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [-0.054 - 0.38 \cdot 1.12] = -0,00022$$

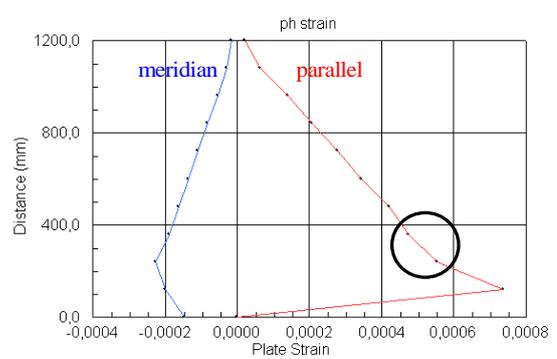
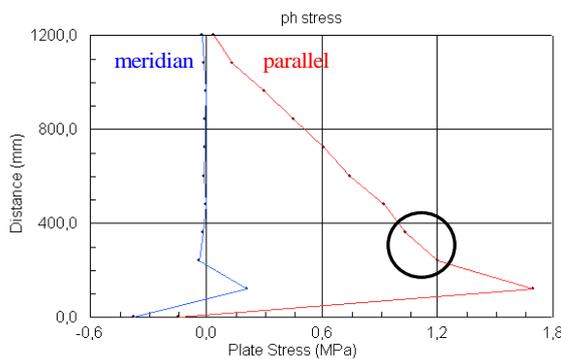
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STRESS&STRAIN - MERIDIAN

$$\varepsilon_P = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot (\sigma_M + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot \sigma_M]$$

at 0,75 H



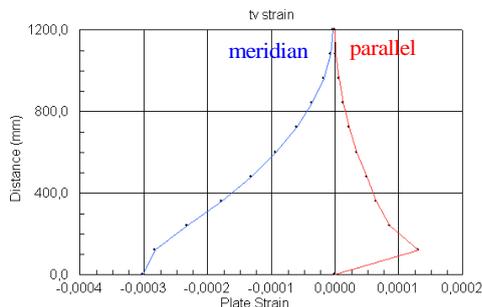
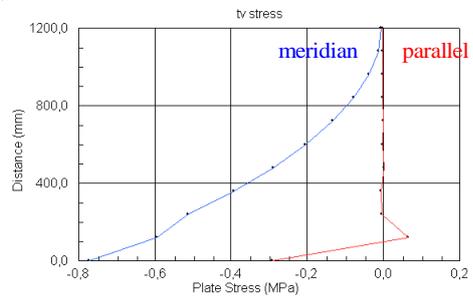
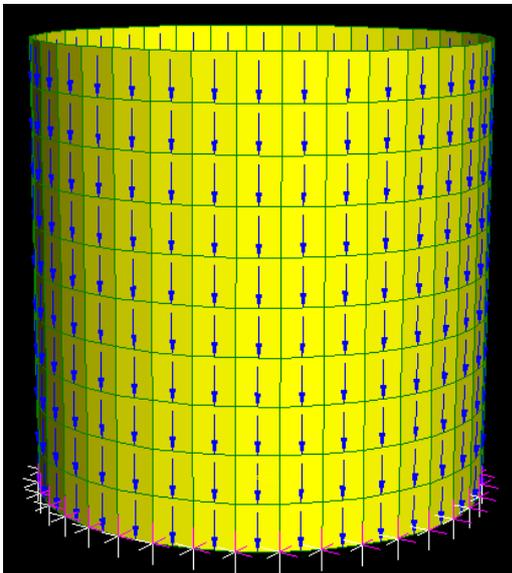
$$\varepsilon_P = \frac{1}{2200} \cdot \left[\left(\frac{1.0358 + 1.2044}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{0.0169 + 0.0368}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [1.12 - 0.38 \cdot 0.054] = 0.0005$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v, GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

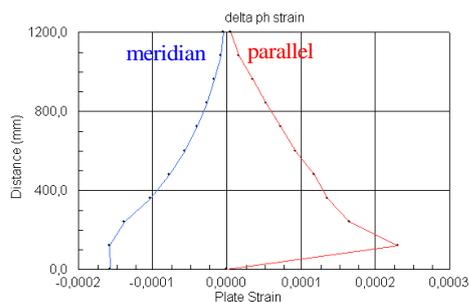
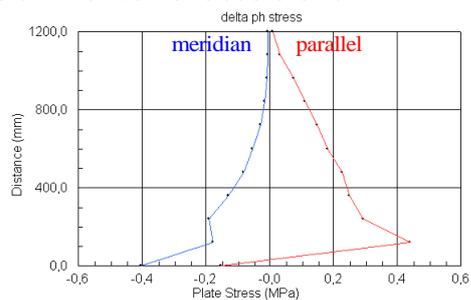
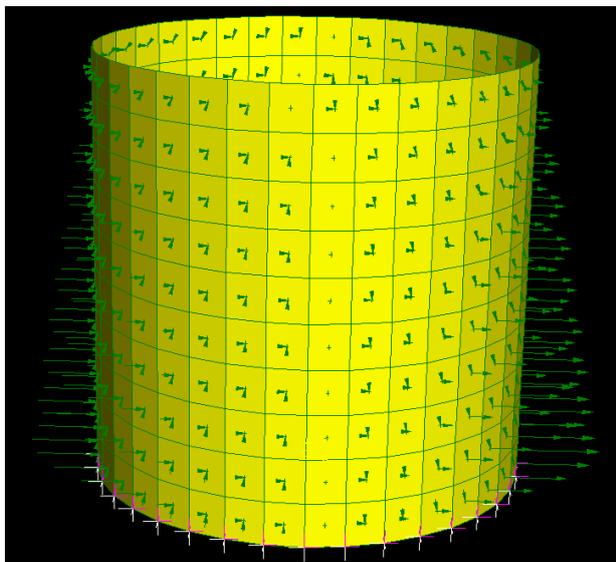


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

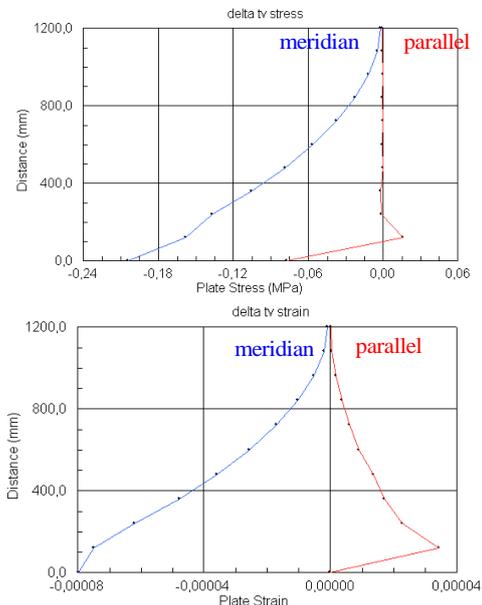
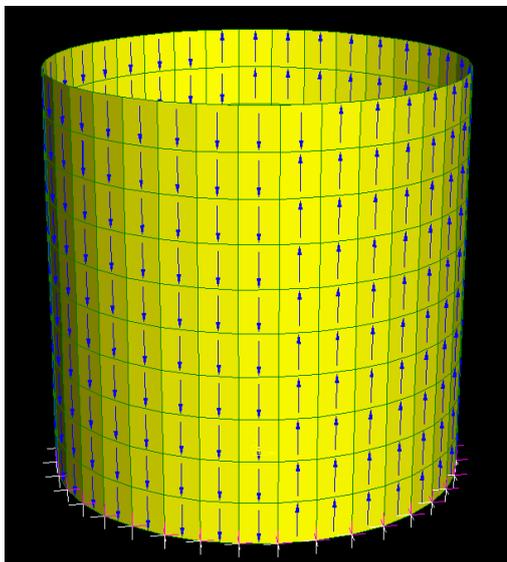


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

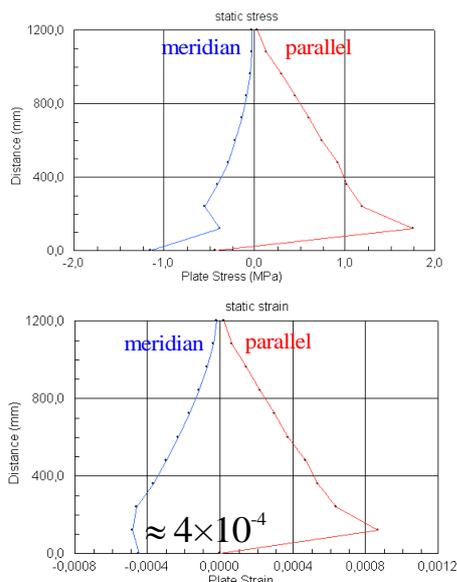
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

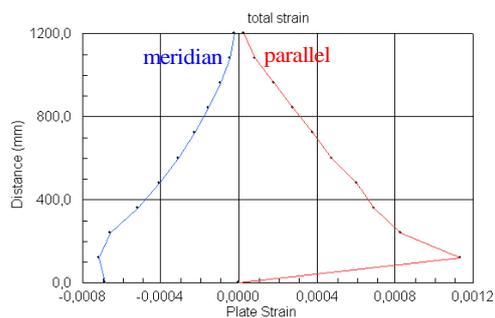
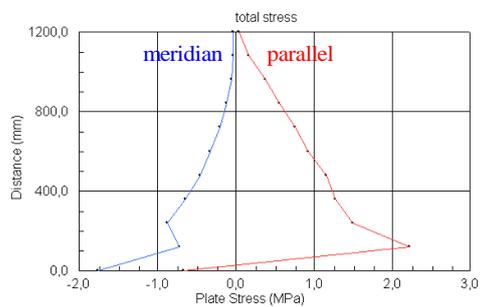
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



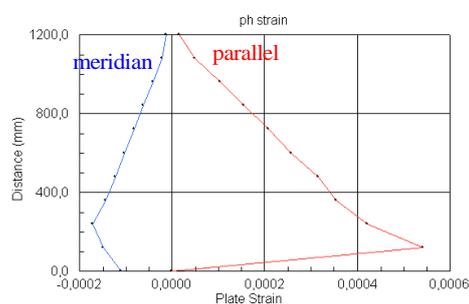
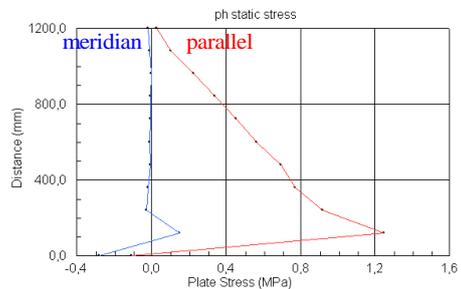
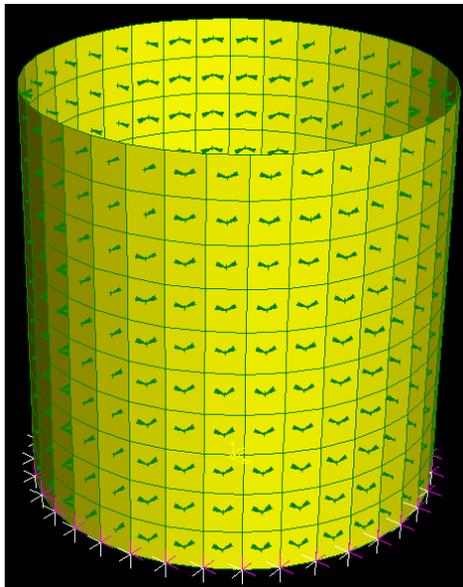
$t = 4 \text{ mm}$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

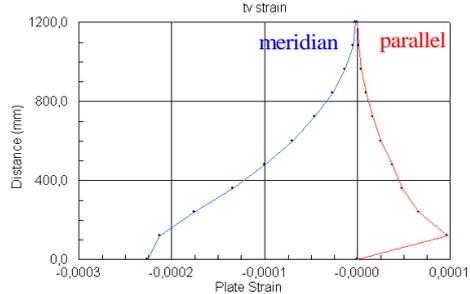
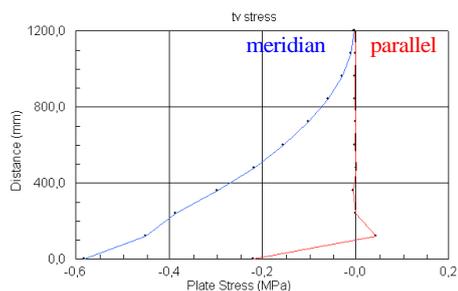
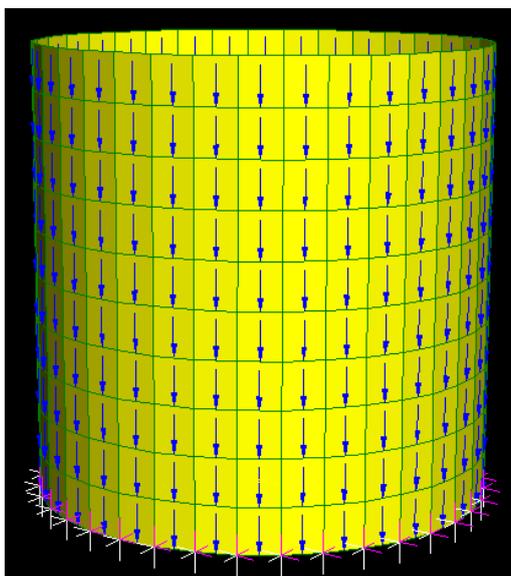
$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses

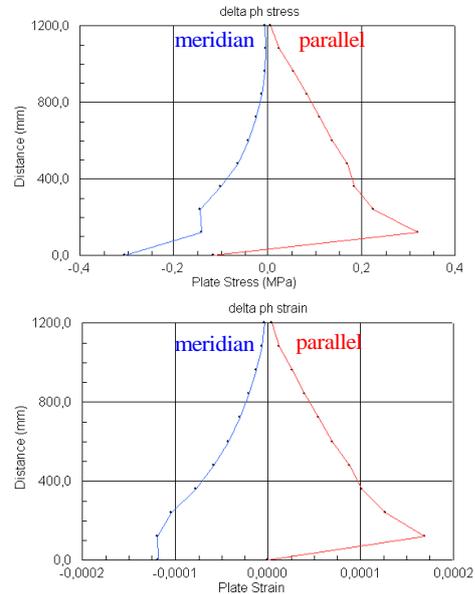
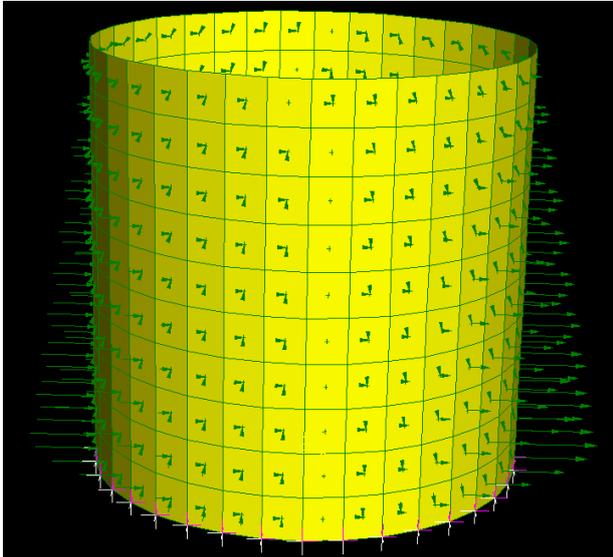
$$\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$$





ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

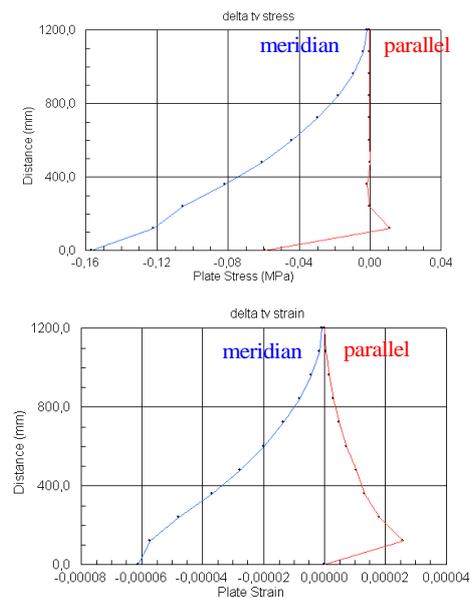
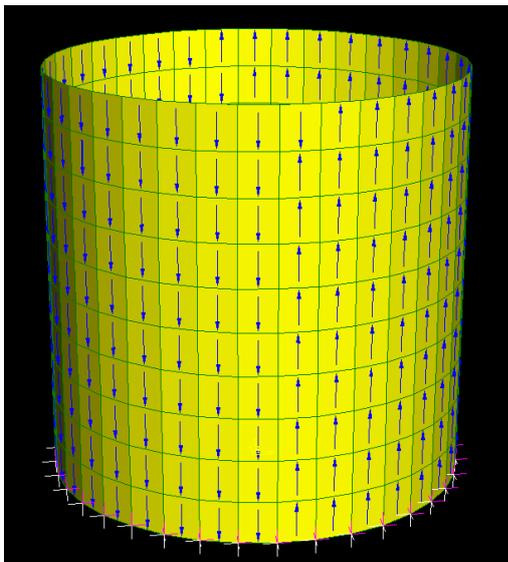


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

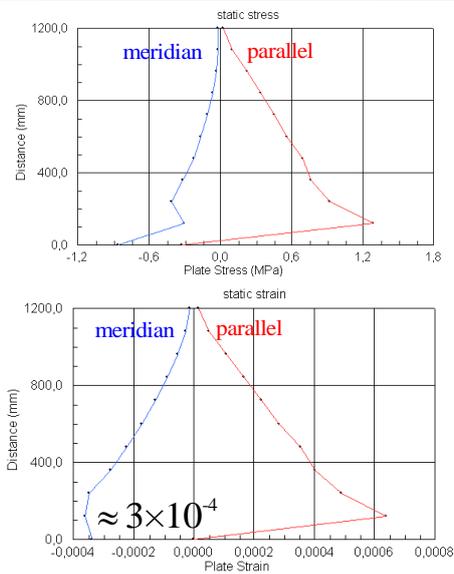
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

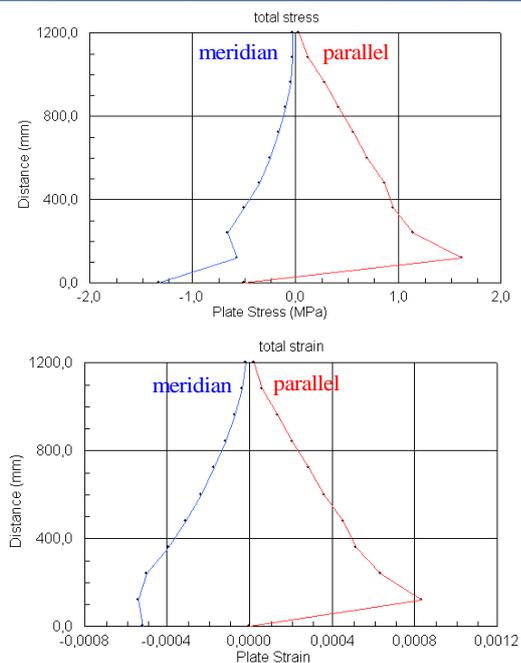
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



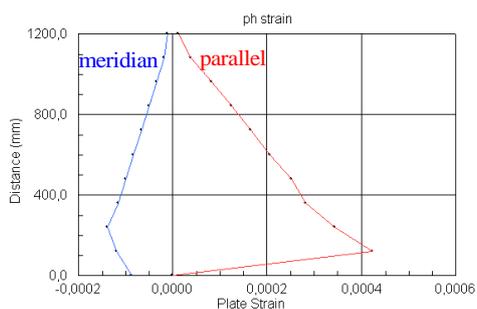
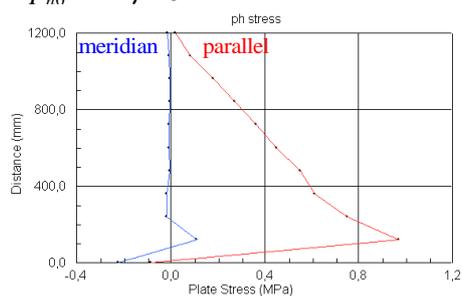
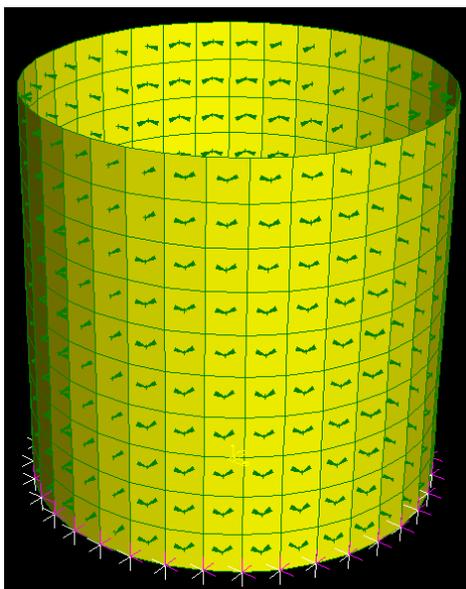
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

$t = 5 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

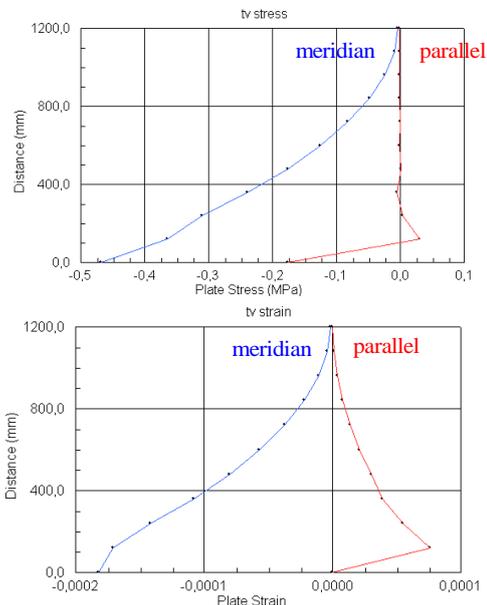
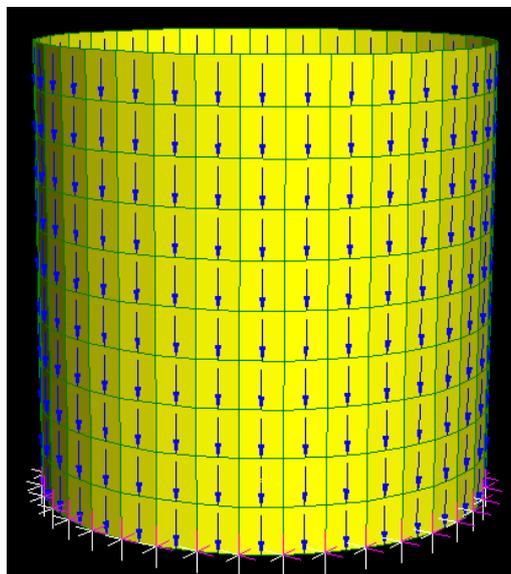
$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$





ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v.l.GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

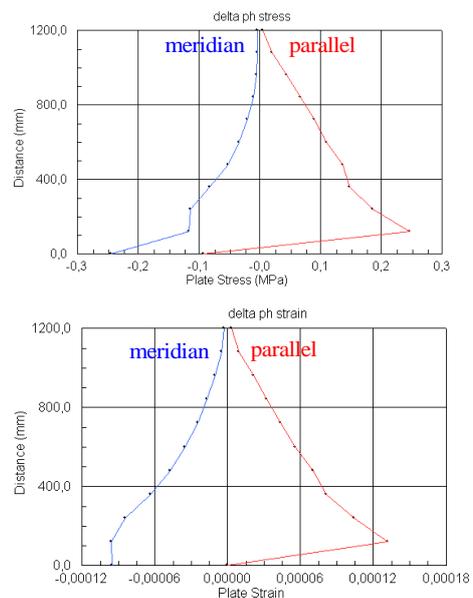
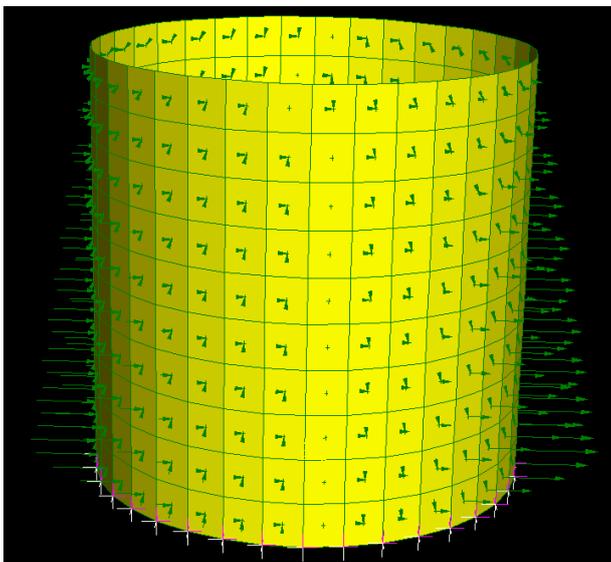


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

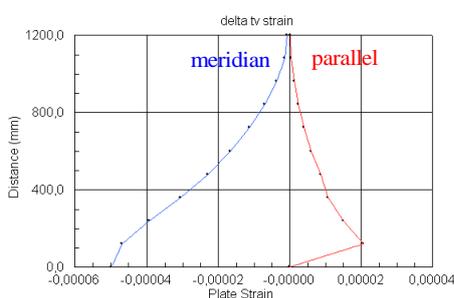
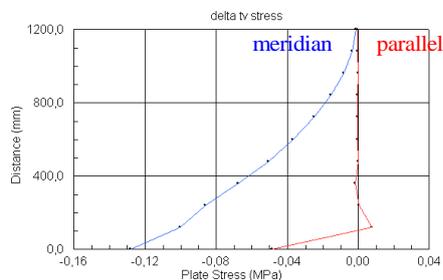
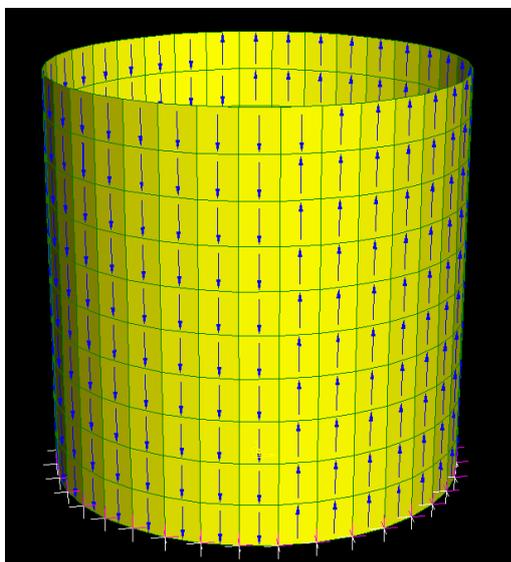


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

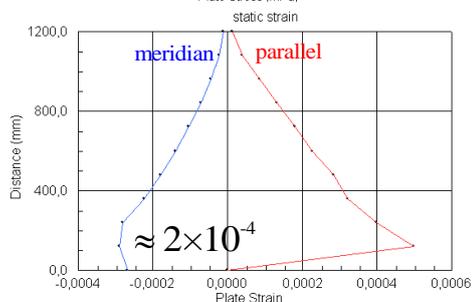
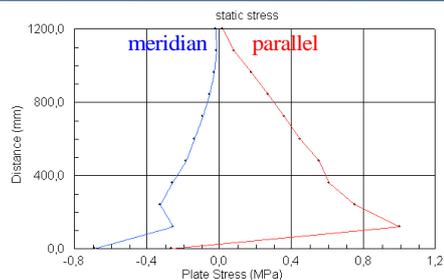
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

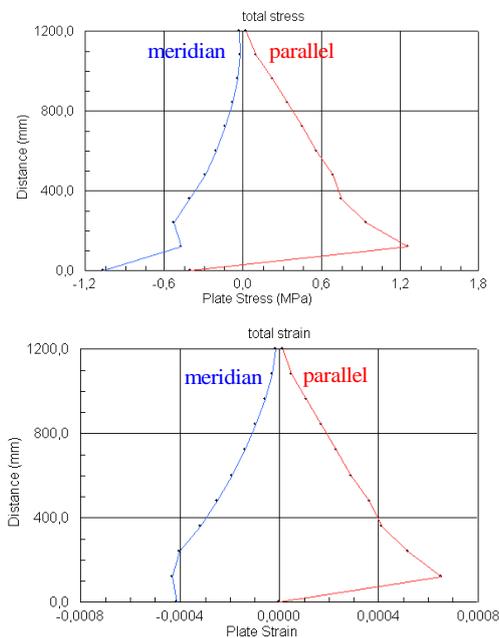
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



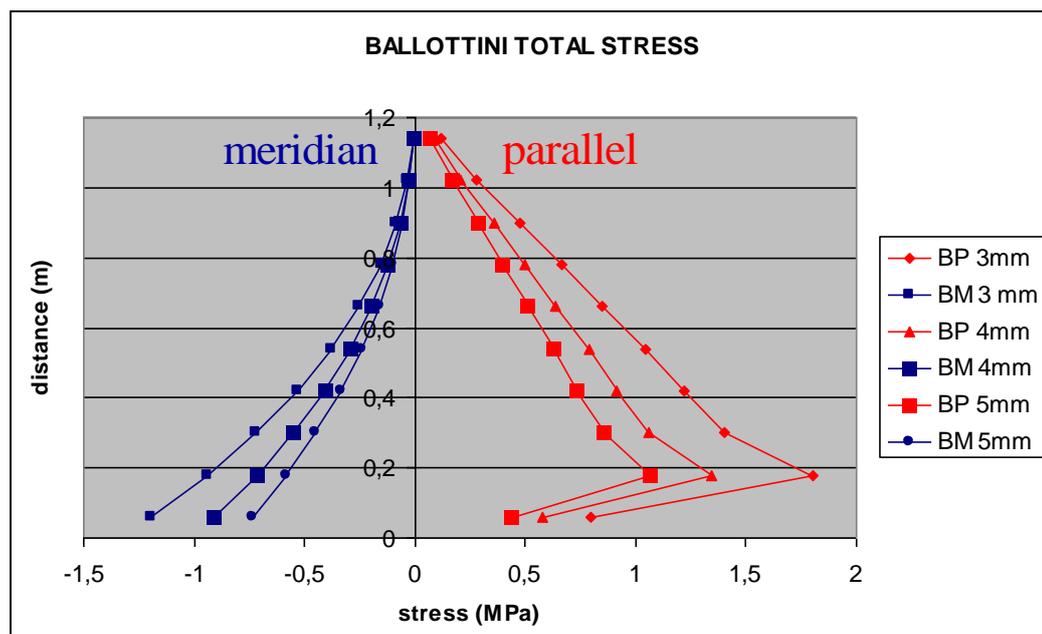
TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



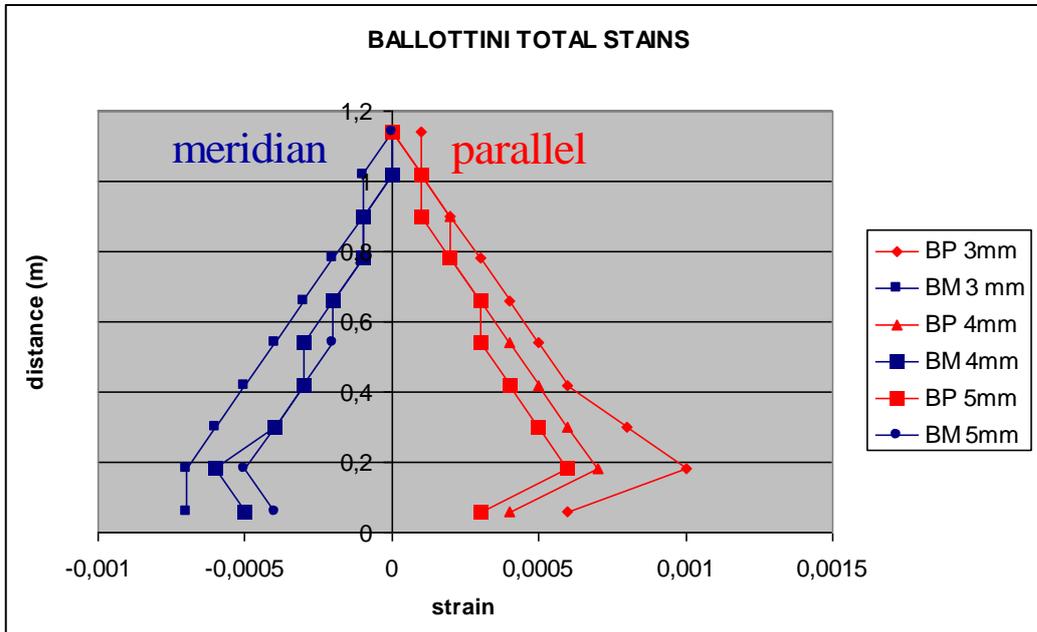
COMPARISON



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



MODES AND PERIODS OF VIBRATION

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



4 CASES

EMPTY Specimen

with A2 (red
portion)

mass

with A1 (blue portion) +
A2 (red portion)
mass, i.e. ALL grain
modelled as mass

with ALL grain
modelled as elastic
material

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



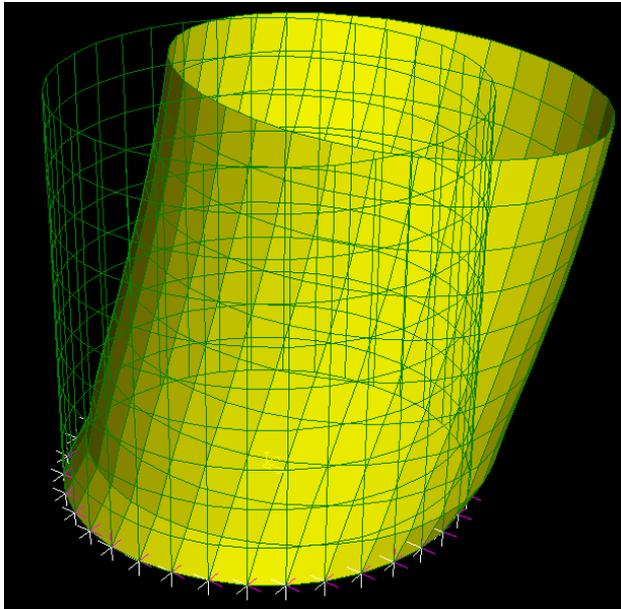
Case 1:

MODES AND PERIODS OF
VIBRATION
OF THE **EMPTY SILO**

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 61
T=0,00989 sec

t=4mm → MODO 47
T=0,00989 sec

t=5mm → MODO 39
T=0,00989 sec

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



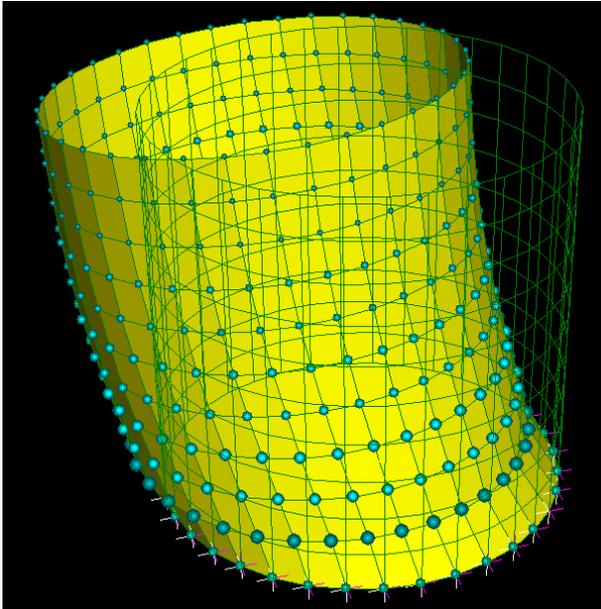
Case 2:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE **SILO + RED VOLUME**

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 89
T=0,0201 sec

t=4mm → MODO 61
T=0,0180 sec

t=5mm → MODO 49
T=0,0167 sec

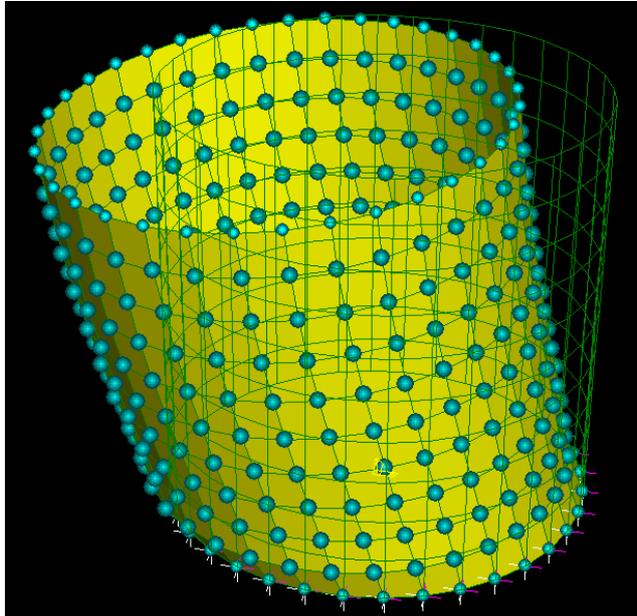


Case 3:

MODES AND PERIODS OF
VIBRATION
OF THE SILO + RED VOLUME
+ BLUE VOLUME



FIRST MODE



t=3mm → MODO 61
T=0,0378 sec

t=4mm → MODO 47
T=0,0331 sec

t=5mm → MODO 39
T=0,0299 sec

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON

MODES

t [mm]	T empty [sec]	T + red volume [sec]	T +red and blue volume [sec]
3	0,00989	0,0201	0,0378
4	0,00989	0,0180	0,0331
5	0,00989	0,0167	0,0299

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Allegato 3 – Provino 2



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
SP4-Capacities



SERIES

SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

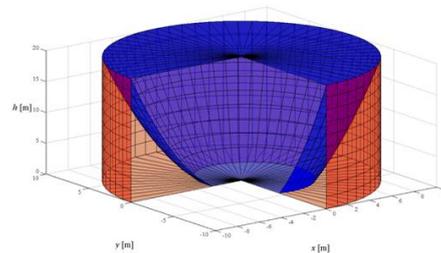


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es



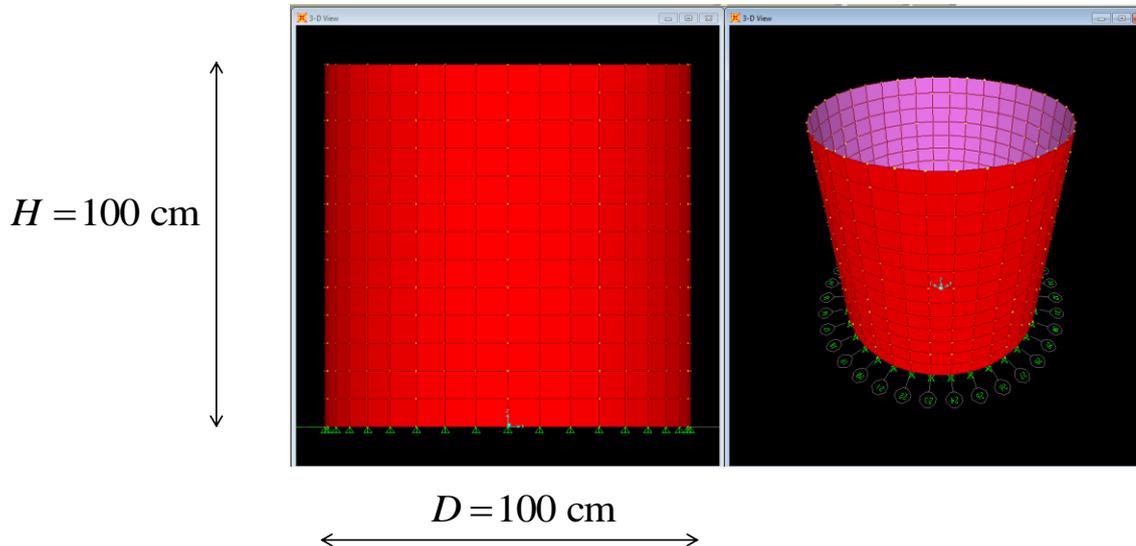
Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



THE SPECIMEN (second tentative $H=D=1.0\text{m}$)



SPECIMEN DATA



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



SPECIMEN DATA

SILO:

$$H > 100 \text{ cm}$$

$$D = 100 \text{ cm}$$

$$t_{\text{wall}} = 3, 4, 5 \text{ mm}$$

material: POLICARBONATE

$$\gamma = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$E = 2200 \text{ MPa}$$

CONTENT:

$$H = 100 \text{ cm}$$

* = to be checked

** = to be verified during Phase 0 (Rig development) of the test

material: BALLOTTINI GLASS

$$\gamma = 1600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} **$$

$$E = 35000 \div 70000 \text{ MPa} *$$

$$\varphi = 35^\circ \text{ (internal friction angle)} **$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



PARAMETERS

constant additional accelerations:

$$0 \leq a_{gh} \leq 0.60g$$

$$a_{gv} = 0 \Rightarrow v = 1$$

friction coefficients (glass-plexiglass):

$$\mu_{GW} = 0.5$$

$$\mu_{GB} = 0.5$$



pressure ratio:

$$\lambda_{\text{RANKINE-static}} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0.27$$

$$\lambda_{\text{CAMIZ-dynamic}} = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} = 0.5$$

$$\lambda \cong 0.4$$

****** Note that this value is significantly smaller with respect to that generally adopted for grain ($\lambda = 0.6$)

<http://www.engineershandbook.com/Table/frictioncoefficients.htm>

Material 1	Material 2	Coefficient of friction			
		dry		greasy	
		static	dynamic (sliding)	static	dynamic (sliding)
Glass	Glass	0.9-1.0	0.4	0.1-0.6	0.09-0.12
Glass	Metal	0.5-0.7		0.2-0.3	
Glass	Nickel	0.78	0.56		
Plexiglass	Plexiglass	0.8		0.8	
Plexiglass	Steel	0.4-0.5		0.4-0.5	



about λ from Pozzati's text

carico appeso alla parete a causa dell'attrito e quindi massimo lo sforzo normale verticale n_v della parete (fig. 4.4). La sollecitazione n_v , che è riferita al tratto lungo l della parete stessa, si ricava immediatamente per differenza

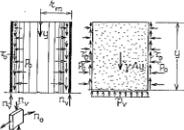


Fig. 4.4

fra il peso $\gamma A y$ del materiale sopra la sezione alla generica quota y e la reazione $p_v A$ del materiale sottostante (fig. 4.4); ossia

$$n_{v,max} = (\gamma y - p_{v,min}) A : l_m \quad [4.8]$$

essendo l_m la lunghezza della linea media fra i due contorni ($l_m = 2\pi r_m$ per una cella circolare); naturalmente al valore [4.8], conseguente alla presenza del solo materiale inilato, vanno aggiunti i contributi delle rimanenti azioni (peso proprio, copertura).

b) I valori [4.6] delle pressioni massime possono essere ottenuti anche per via diretta; per la terza delle [4.1], con l'aumentare della pressione p_v aumenta di pari passo τ_v . Consideriamo allora uno strato di materiale avente lo spessore dy ; essendo da un lato crescente p_v , quindi anche τ_v , e dall'altro mantenendosi a qualunque quota costante il peso $\gamma \cdot A \cdot dy$ di ogni elemento di materiale, oltre una certa profondità l'azione di sostentamento derivante dall'attrito sarà in grado di equilibrare pressoché completamente il peso dei vari straterelli, per cui questi risulteranno appesi alle pareti e non si avrà più alcun sensibile incremento della p_v . Mettendo in formula il discorso fatto si ha, per $y = \infty$,

$$\tau_v \cdot l \cdot dy = \gamma A \cdot dy,$$

e si ottengono quindi le relazioni [4.6], poiché $\tau_v = p_v \lambda f$ e $p_v = \lambda p_v$.

c) I valori di $\lambda = \frac{p_h}{p_v}$, $f = \frac{\tau_v}{p_v}$.

Koenen propose (1896) di adottare per λ il valore che Rankine aveva definito nel caso limite illustrato nel par. 3.3.2

$$\lambda = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad [4.9]$$

ossia nel caso della spinta attiva per un terreno illimitato; ma era evidente la contraddizione di attribuire a λ il valore di Rankine (valido nel caso in cui, essendo y direzione principale, τ_v risulta nulla) proprio quando la tensione tangenziale τ_v gioca invece un ruolo essenziale.

Il rapporto fra pressione orizzontale e verticale doveva quindi venir determinato ammettendo la presenza della τ_v e così è stato fatto, come venne mostrato nel par. 3.3.4 servendo per λ un'espressione (Camiz, v. nota 3.14) che, per $\delta = 0$, coincide con la [4.9], e per il massimo valore di δ ($\delta = \varphi$) diventa (Buisman, v. bibl.)

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \quad [4.10]$$

4.2.2. L'ausilio delle esperienze. Valori di λ , f.

a) Il problema delle azioni trasmesse alle pareti dei silii è assai complesso e si presenta quanto mai opportuno l'appello a indicazioni sperimentali che, pur presentando grande dispersione, consentono di trarre alcune utili indicazioni.

Innanzi tutto le ipotesi di Janssen sembrano sostanzialmente confermate: i valori dei coefficienti λ , f , variando y , si mantengono abbastanza uniformi; e l'uniformità della pressione p_v su ogni sezione si presenta naturalmente più verosimile quando il materiale è in quiete, il foro per lo scarico è centrato e la cella è snella. Inoltre la più parte delle esperienze mostra concordemente la grande differenza fra i regimi delle pressioni che si hanno, pur essendo i livelli di riempimento uguali, con le bocche di scarico chiuse e aperte⁴⁴⁸. Il fatto è, per esempio, bene evidente esaminando la fig. 4.5 che riporta i risultati di significative prove con materiale granulare: il valore di λ in genere aumenta sensibilmente e in misura irregolare quando lo scarico è in atto, ma risulta, anche in regime statico, maggiore del valore [4.9] di Koenen-Rankine. Il valore limite p_v non dipende da λ , secondo la [4.6]; ma, naturalmente, dipende da λ la pressione p_v per la presenza nella [4.5] della funzione $\psi(y)$. Aumentando il valore di λ diminuisce ψ_v e aumentano quindi, alle varie quote y , i valori della funzione $\psi(y)$; e si ha in definitiva che un incremento positivo del valore di λ comporta, per p_v , un aumento in ogni punto, ma più sensibile nella parte alta della cella (fig. 4.3a). Pertanto i silii proporzionati con il valore [4.9] di λ proposto da Koenen hanno un più ridotto coefficiente di sicurezza, relativamente a p_v , nella loro parte più alta; e ciò spesso nell'in-

⁴⁴⁸ I valori di λ calcolati con la [4.9] (Koenen-Rankine), e con la [4.10] (Camiz-Buisman) sono sensibilmente diversi e i secondi sono più prossimi a quelli ottenuti sperimentalmente, come si dirà in seguito. Ad esempio, per $\varphi = 20^\circ - 25^\circ - 30^\circ - 35^\circ - 40^\circ - 45^\circ$, i valori che si ottengono con la prima e la seconda (posti fra parentesi) delle due formule sono: 0,600 (0,791) - 0,406 (0,697) - 0,333 (0,600) - 0,271 (0,505) - 0,217 (0,415) - 0,172 (0,333).



about λ from Pozzati's text

• RANKINE's Theory: $\tau_v = 0$ $\lambda = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \Rightarrow 0.27$

• CAMIZ's Theory: $\tau_v \neq 0$

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \Rightarrow 0.50$$

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\varphi = 35^\circ$ Ballottini glass



about μ from Pozzati's text

Static

Dynamic

Fig. 4.7 b)

nulari « in parete », ossia in regime statico, i seguenti dati (misurando, come si è detto, δ_s con δ_m e φ_s):
 $\delta_s = \varphi$ (pareti molto scabre), $\delta_s = 0,5\varphi$ (pareti lisce), $f_s = \text{tg } \delta_s$ [4.11]
 e se le pareti sono abbastanza lisce:
 $\delta_s = 0,75\varphi$; [4.12]
 per λ_s valori compresi fra 0,35 e 0,55 (tab. 3.7 p. 116), e quando l'angolo di attrito si aggira sui 30° e le pareti siano abbastanza lisce

144 Capitolo quarto

e quando il valore di φ si aggira intorno ai 30° e le pareti siano abbastanza lisce
 $\delta_s = 0,6\varphi = 18^\circ$, $f_s = \text{tg } \delta_s \approx 0,32$, $\lambda_s \approx 0,9$. [4.16]
 A titolo di orientamento può essere utile avere anche presente che, per materiali granulari con $\varphi = 30^\circ$ e per celle circolari, i valori della distanza γ_m definita dalla [4.3], valgono, in regime statico e dinamico,

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\beta = 0.6$ for surface fairly smooth
 $\beta = 0.5$ for surface smooth

$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.6 \cdot 35^\circ) \approx 0.38$

$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.5 \cdot 35^\circ) \approx 0.315$

$\varphi = 35^\circ$ ******
Ballottini glass

+ sand & glue \rightarrow $\mu = 0.4 \approx 0.5$

$\mu_{ideal} = 0.48$

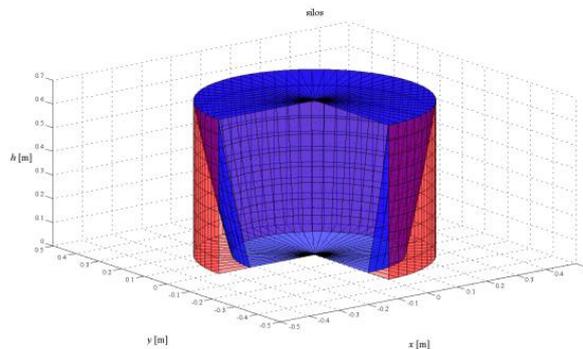
For reference all following analyses have been conducted assuming

$\mu = 0.5$

CHECK OF THE PARAMETERS WITH RESPECT TO THE THEORY'S LIMITS

THEORY'S MATHEMATICALS LIMITS

1. Existence of $A1$
2. Existence of $A2$
3. Existence of s
4. Existence of $P_{h,GW}$
5. To avoid grain sliding at the base





1. Existence of A1

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT WEIGHS ON LOWER LEVEL; ⇒ TO LIMIT A2
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\mathcal{G}, z = H) < R \quad \forall \mathcal{G}$
RESULTS: LIMIT	$\frac{H}{2R} < \frac{1}{2 \cdot \beta(z = H, \mathcal{G} = 0)} = \frac{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} = 0.2 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.125$ $a_{gh} = 0.4 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.000$ $a_{gh} = 0.6 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 0.875$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



2. Existence of A2

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\mathcal{G}, z = H) > 0 \quad \forall \mathcal{G}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} < 2.00$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



3. Existence of s

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(z, \vartheta) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z}$ <div style="text-align: center;"> \swarrow $R^2 - R \cdot \beta \cdot z > 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \left(1 - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot H}{R}\right) \cdot \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: #00FF00; padding: 5px;"> $a_{gh} < 0.4$ </div>



4. Existence of $P_{h,GW}$

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF RADIAL PRESSURE ON WALLS
MATHEMATICAL CONDITIONS	$P_{h,GW}(z, \theta) = \frac{P_{h,GG}}{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center;"> $1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW} \neq 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \neq \frac{1}{\nu \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: #00FF00; padding: 5px;"> $a_{gh} \neq \frac{2.00}{\cos \theta}$ </div> <div style="text-align: right; font-size: 2em; margin-top: 10px;"> $\forall \vartheta$ </div>



5. To avoid grain sliding at the base

PHYSICAL SIGNIFICANCE	TO AVOID GRAIN SLIDING AT THE BASE
MATHEMATICAL CONDITIONS	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$ $a_{gh} \leq 0.50$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACCELERATION RANGE

Maximum value for the acceleration:

$$a_g \leq 0.4$$

For reference all following analyses have been conducted assuming:

$$a_g = 0.40$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

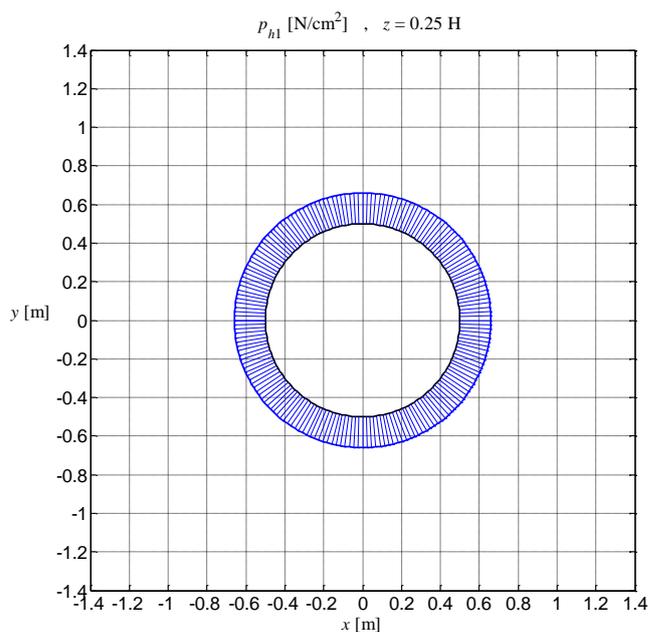


PRESSURES ACCORDING TO THE PROPOSED THEORY

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.25 H$



$$p_{h1} = 0.16 \frac{N}{cm^2}$$

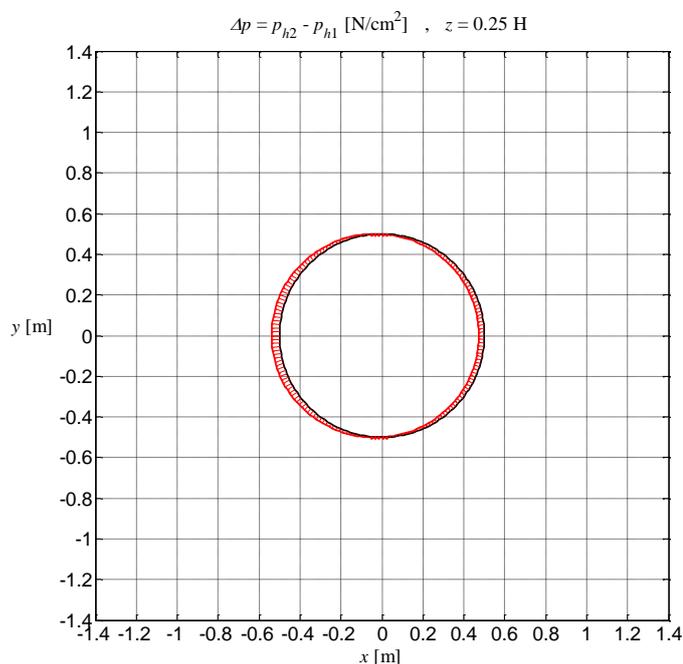
$$\Delta p_{\max} = 0.04 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.2 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.25 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.16 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

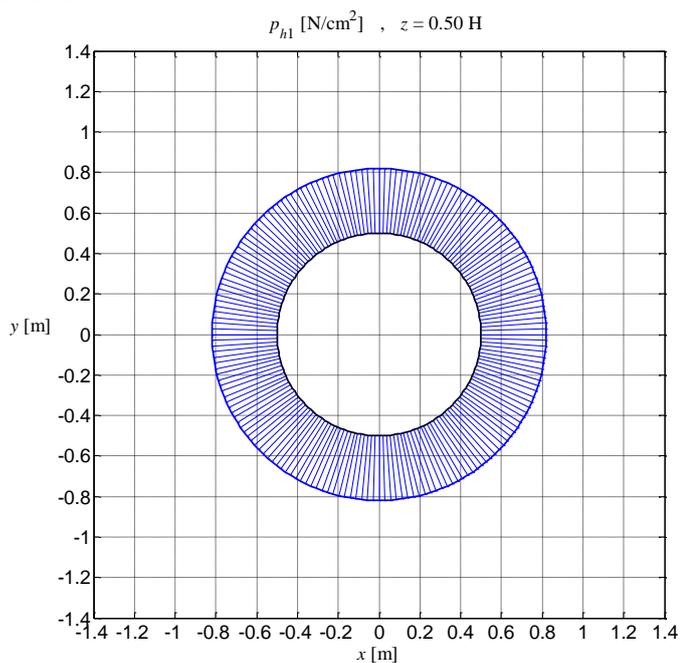
$$\Delta p_{\max} = 0.04 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 0.2 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.50 H$



$$p_{h1} = 0.32 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

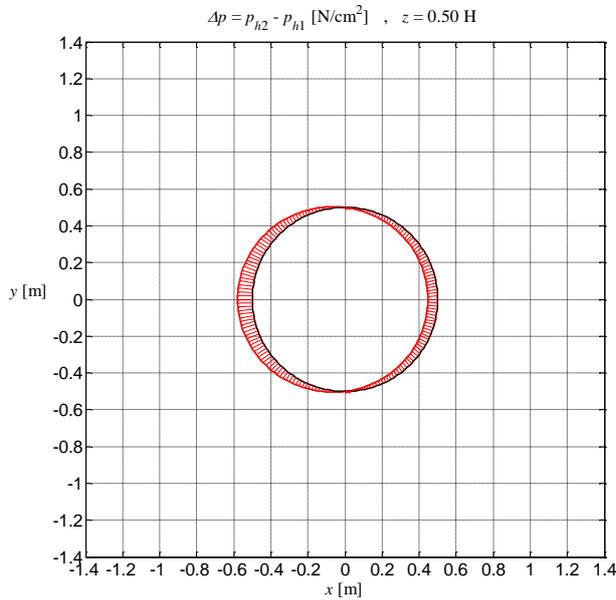
$$\Delta p_{\max} = 0.08 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 0.4 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.50 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.32 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

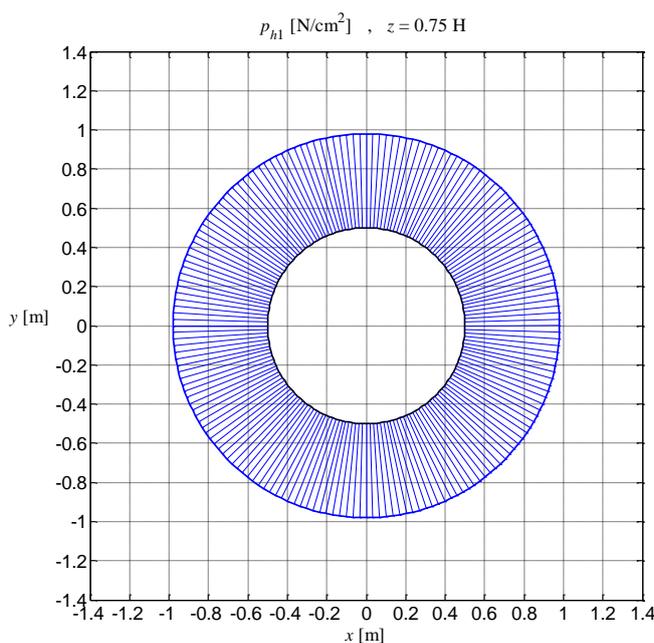
$$\Delta p_{\max} = 0.08 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.4 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.75 H$



$$p_{h1} = 0.48 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

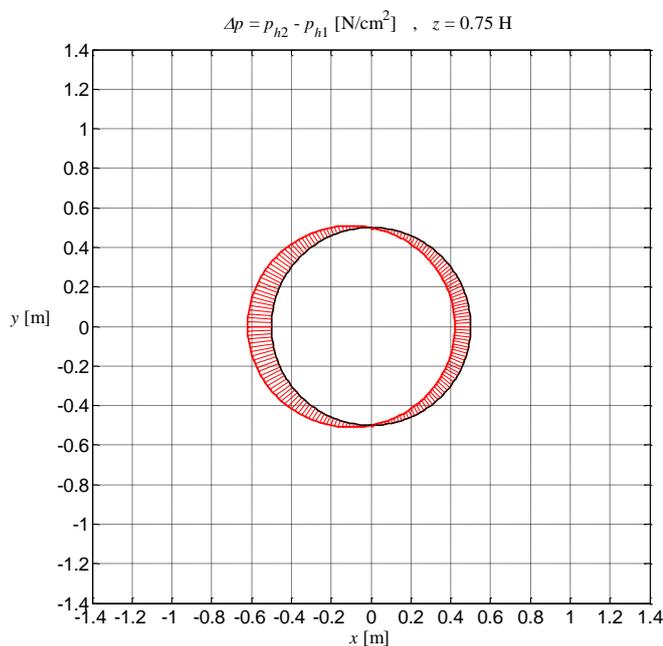
$$\Delta p_{\max} = 0.12 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.6 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.75 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.48 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

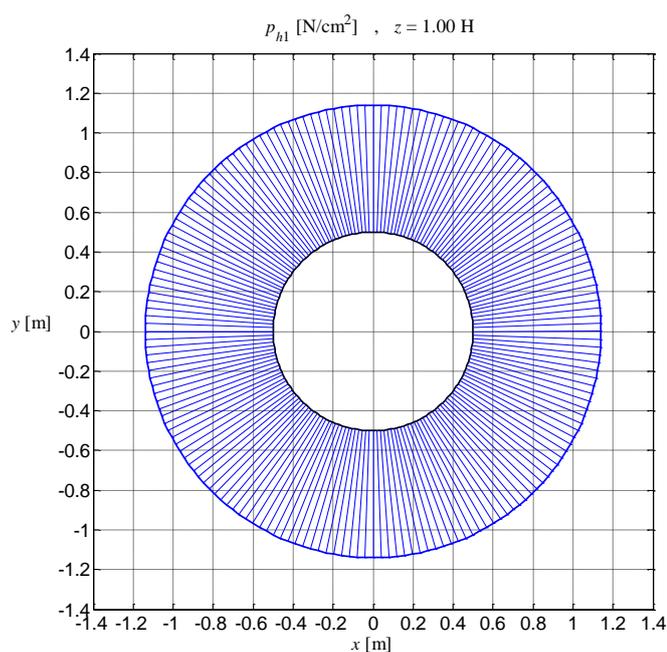
$$\Delta p_{\max} = 0.12 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 0.6 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 1.00 H$ (AT THE BOTTOM / BASE)



$$p_{h1} = 0.64 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

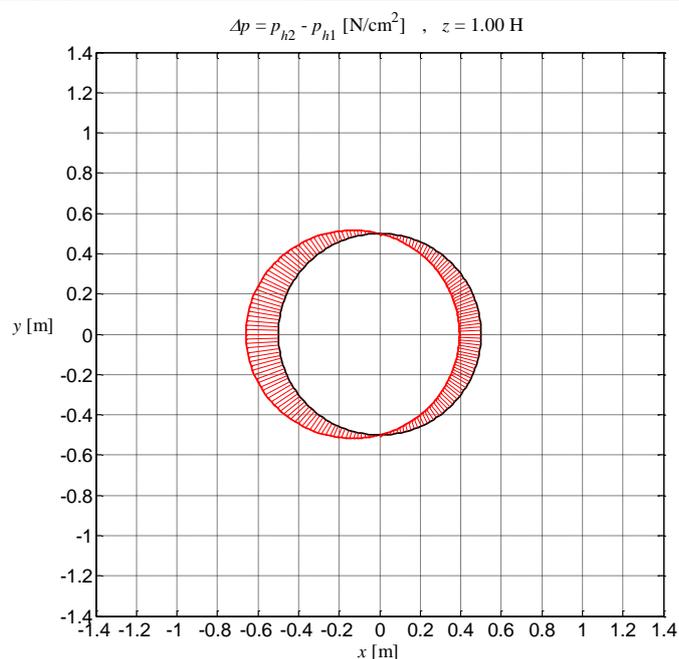
$$\Delta p_{\max} = 0.16 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 0.8 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 1.00 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION (AT THE BASE)



$$p_{h1} = 0.64 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.16 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h, \text{tot}, \max} = 0.8 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

- **Diameter** of Sensible Area: 9,53 mm
- **A = Sensible area** = $\pi D^2 / 4 = 71,29 \text{ mm}^2 = 71,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
- **Range** of the first level: **0 - 4,4 N**



$$\frac{4.40}{71.29} 10^6 \frac{N}{m^2} \approx 62000 \frac{N}{m^2} \approx 6.2 \frac{N}{cm^2}$$



Max pressure
measurable by the
instrument

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

at $z = 0.75H$:

$$\frac{P_{h1}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.48 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.0774 = 7,8\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.12 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.0194 = 1,94\%$$

$$\frac{P_{h,tot,max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.6 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.097 = 9,7\%$$

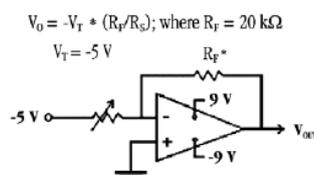


FlexiForce Flyer Model A201

Standard Force Ranges (as tested with circuit shown below)

- 0 - 1 lb. (4.4 N)
- 0 - 25 lbs. (110 N)
- 0 - 100 lbs. (440 N)

In order to measure forces above 100lbs (500, 1000lbs), simply apply a lower drive voltage and reduce the resistance of the feedback resistor (1kohm min.)



*The range for R_f is 1 $\text{k}\Omega$ to 100 $\text{k}\Omega$
 **Resistance at no load is 20 $\text{M}\Omega$

Typical Performance

- Linearity (Error) **< ±5%**
- Repeatability < ±2.5% of Full Scale
- Hysteresis < 4.5 % of Full Scale
- Drift < 3% per Logarithmic Time Scale
- Rise Time < 20 μsec
- Operating Temperature 15°F - 140°F (-9°C - 60°C)*

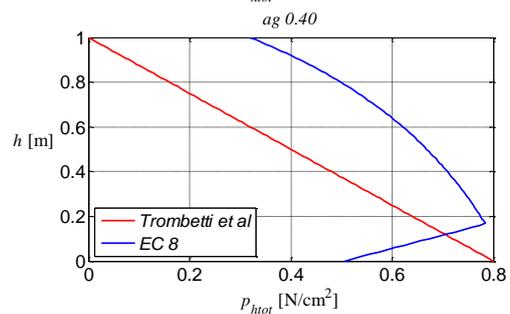
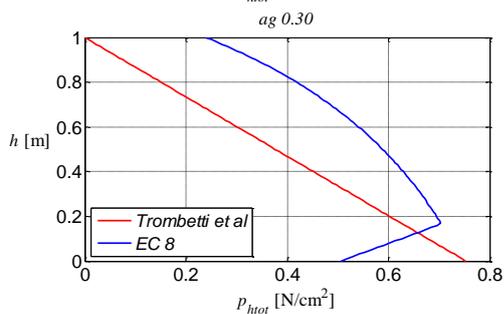
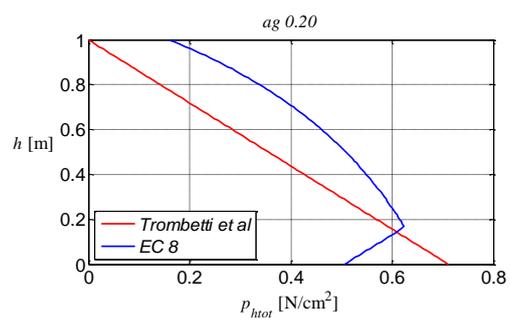
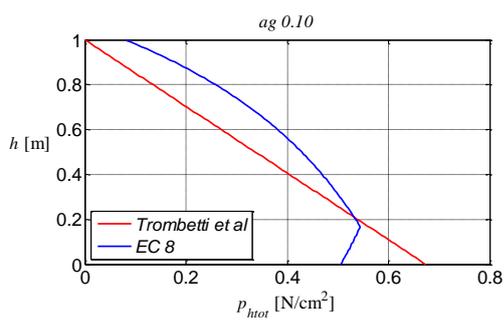
*Force reading change per degree of temperature change - ±0.2%/°F (0.36%/°C)
 *For loads less than 10 lbs., the operating temperature can be increased to 165°F (74°C)

Evaluation Conditions

- Line drawn from 0 to 50% load
- Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
- Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
- Constant Load of 25 lbs. (111 N)
- Impact Load, Output recorded on Oscilloscope

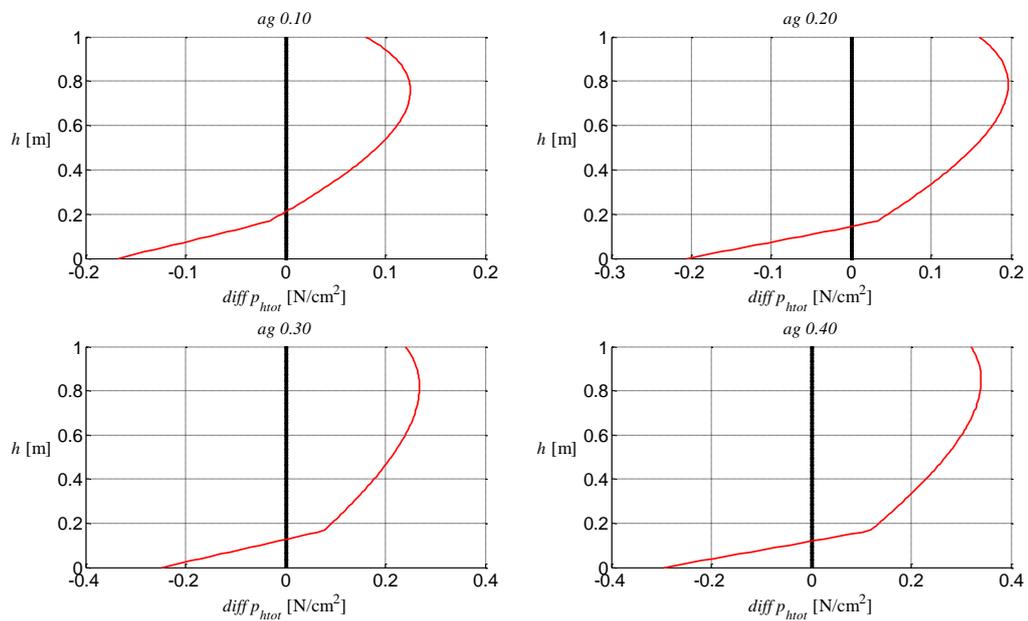
PRESSURES: COMPARISON WITH EC8

Comparison of total pressures





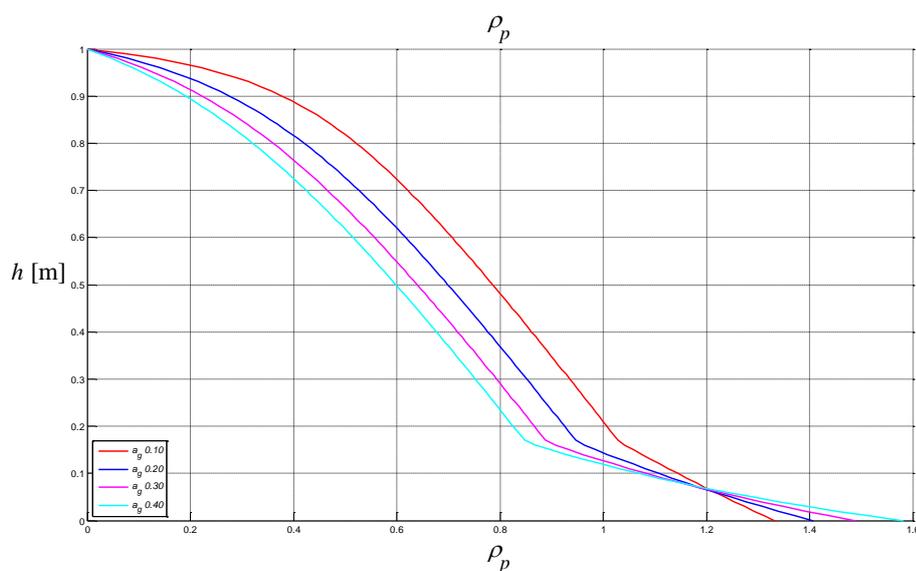
Differences between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



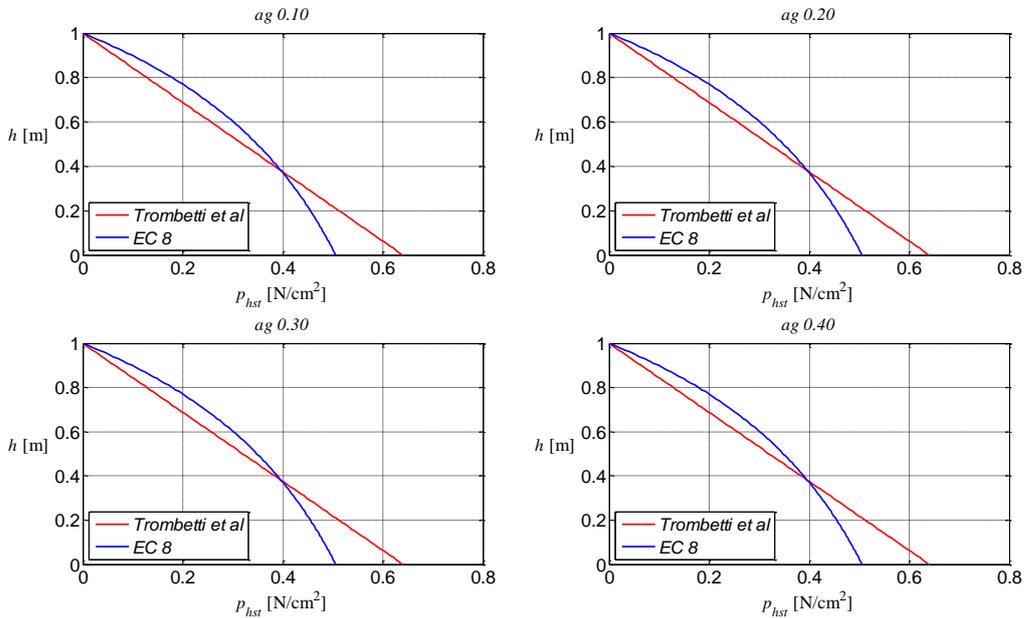
Ratios between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



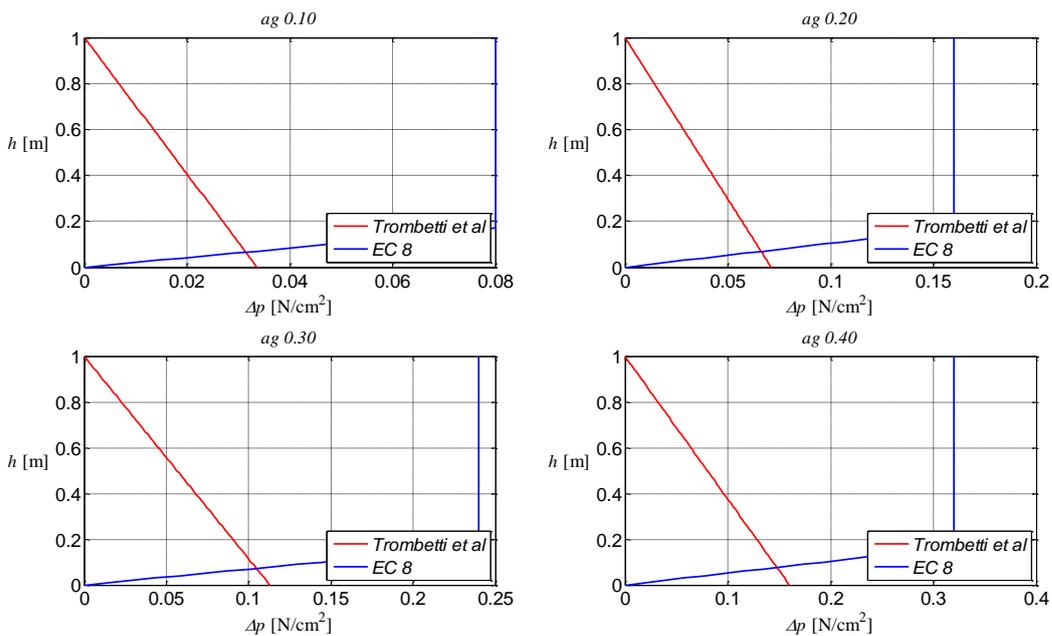
Comparison of static pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Comparison of delta-pressures (due to horizontal acceleration)



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

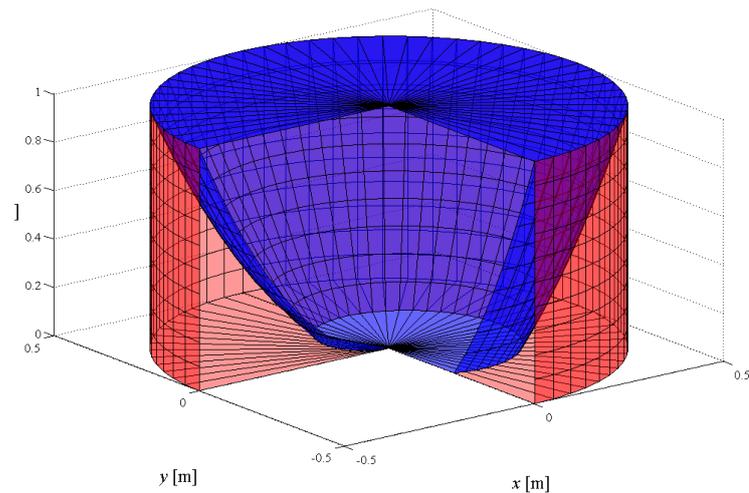


VOLUMES

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



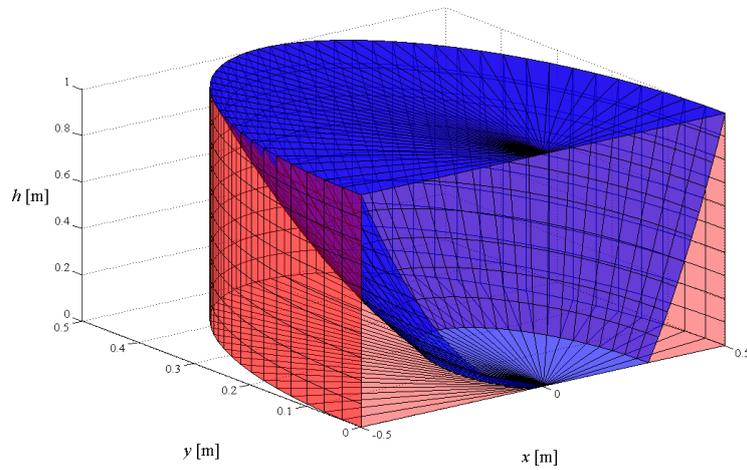
$$V_{A1} = \pi \cdot R \cdot H^2 \left(1 - \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right)$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



$$V_{blue} = 0,48 m^3$$

$$V_{red} = 0,305 m^3$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS AT THE BASE OF SILO WALLS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



BASE ACTIONS

PROPOSED THEORY

EC8

$$T_{Trombetti} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

$$M_{Trombetti} = \frac{1}{3} \cdot a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

vs.

$$T_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(H - \frac{R}{6} \right)$$

$$M_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{2} \cdot \left(H^2 - \frac{R^2}{27} \right)$$



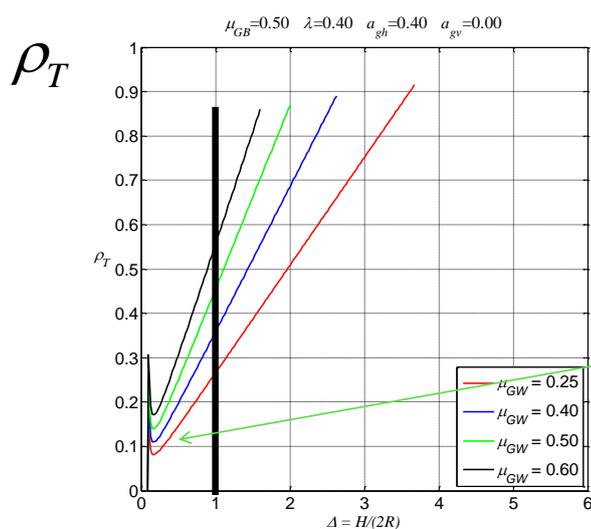
$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}}$$

$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$$T_{EC8} = 460,77 \text{ kg}$$

$$T_{Trombetti} = 209,44 \text{ kg}$$

$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}} = \frac{209,44 \text{ kg}}{460,77 \text{ kg}} = 0,45$$

Squat silos

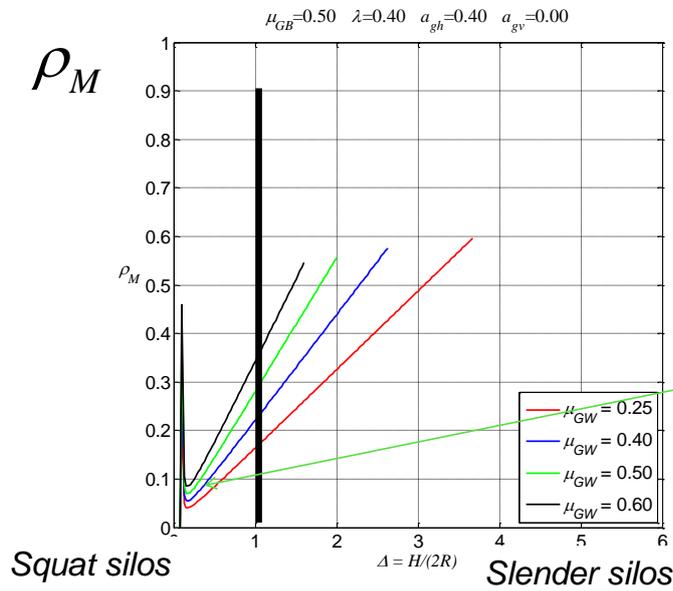
Slender silos

$$\Delta = \frac{H}{2R}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$M_{EC8} = 249 \text{ kgm}$

$M_{Trombetti} = 69,81 \text{ kgm}$

$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}} = \frac{69,81 \text{ kgm}}{249 \text{ kgm}} = 0,28$

$\Delta = \frac{H}{2R}$



EXPECTED STRESSES AND STRAINS WITH THE FEM MODEL



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad a_{gv} = 0 \quad (v=1)$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \tau_{v0,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h2,GW} - p_{h1,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \tau_{v2,GW} - \tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS at the bottom

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.4 \cdot 1600 \frac{kg}{m^3} \cdot 1.0m = 640 \frac{kg}{m^2}$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.5 \cdot 0.4 \cdot 1600 \frac{kg}{m^3} \cdot 1.0m = 320 \frac{kg}{m^2}$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 640 \frac{kg}{m^2}$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 320 \frac{kg}{m^2}$$

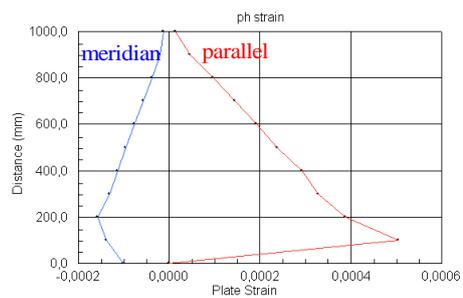
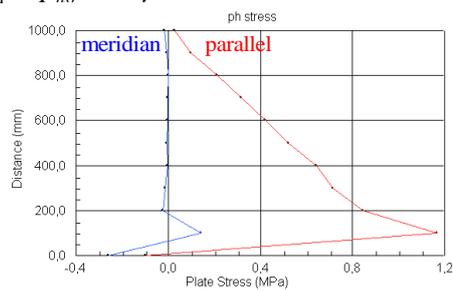
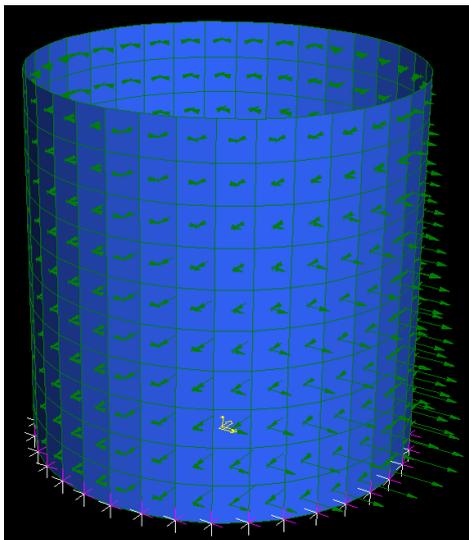
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

$t = 3 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{hl} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

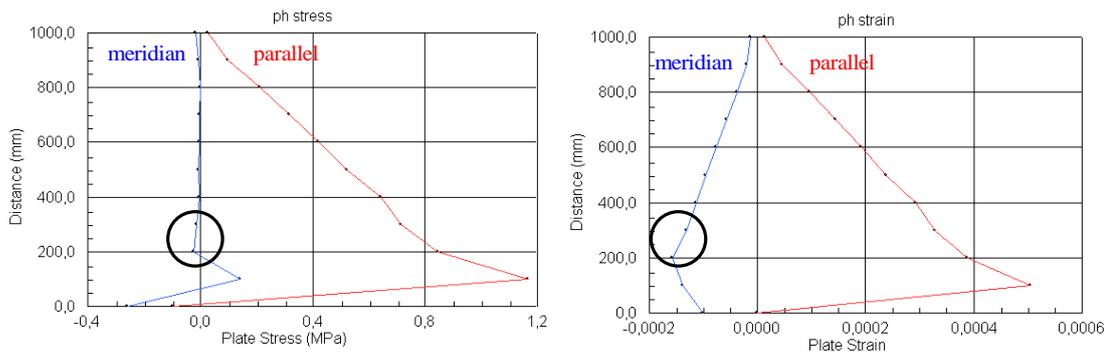




STRESS&STRAIN - MERIDIAN

$$\varepsilon_M = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot (\sigma_P + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot \sigma_P]$$

at 0,75 H



$$\varepsilon_M = \frac{1}{2200} \cdot \left[-\left(\frac{0.0144 + 0.0235}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{0.7171 + 0.8458}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [-0,019 - 0.38 \cdot 0,78] = -0,00014$$

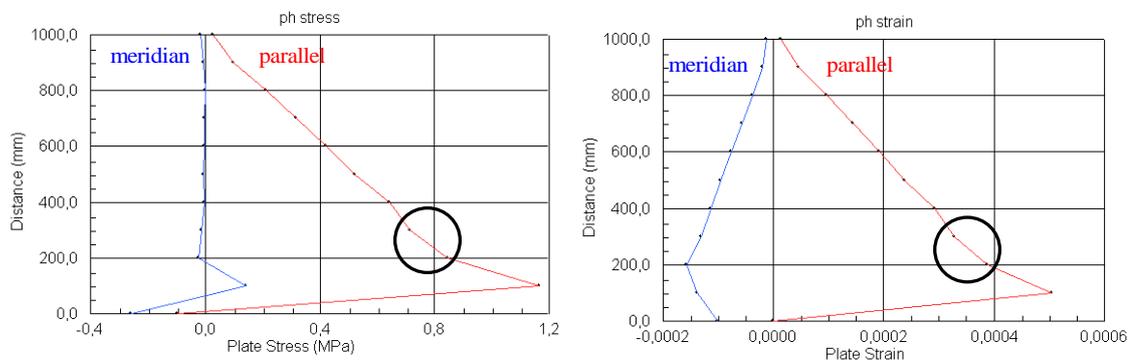
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STRESS&STRAIN - PARALLEL

$$\varepsilon_P = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot (\sigma_M + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot \sigma_M]$$

at 0,75 H



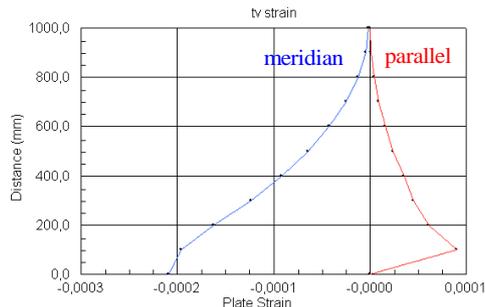
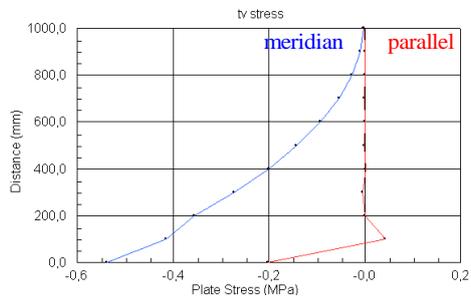
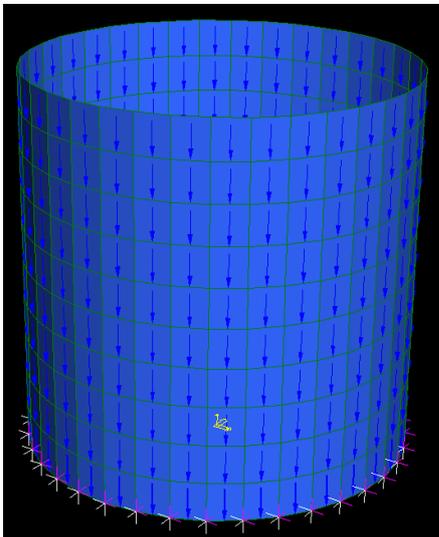
$$\varepsilon_P = \frac{1}{2200} \cdot \left[\left(\frac{0.7171 + 0.8458}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{0.0144 + 0.0235}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [0.78 - 0.38 \cdot 0.019] = 0.00035$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{vL, GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

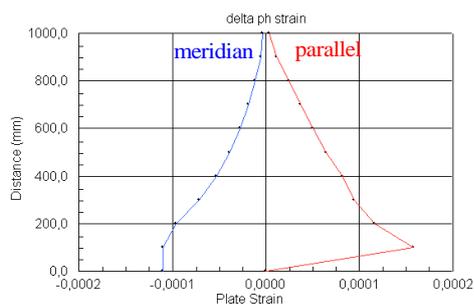
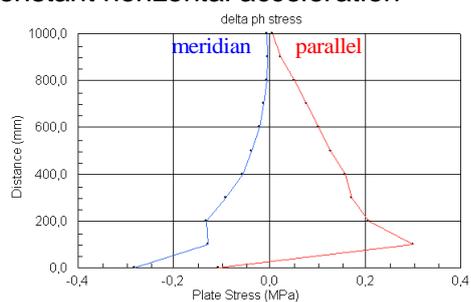
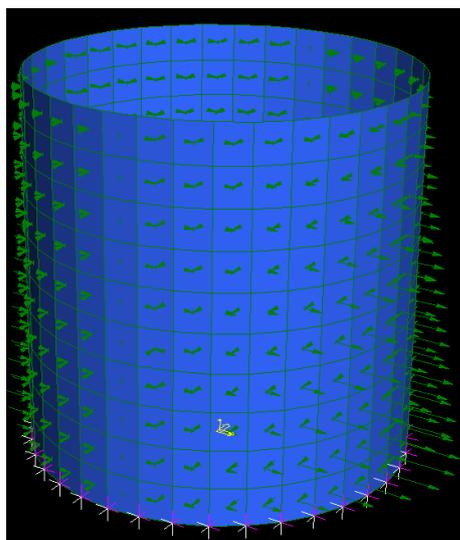


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

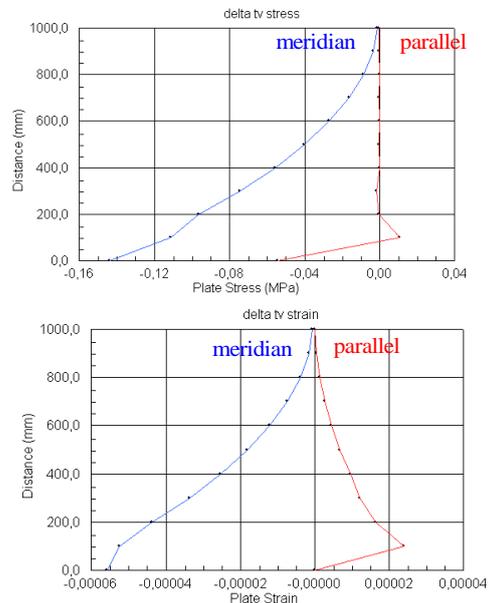
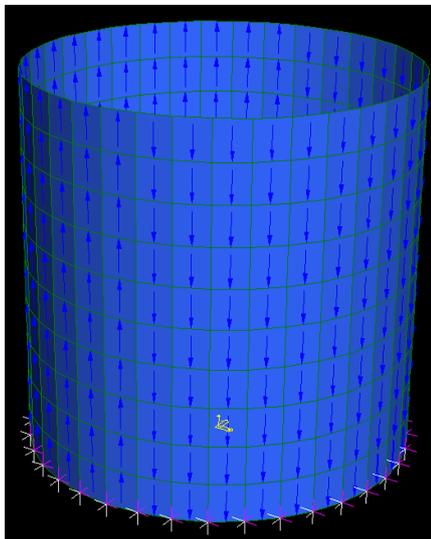


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

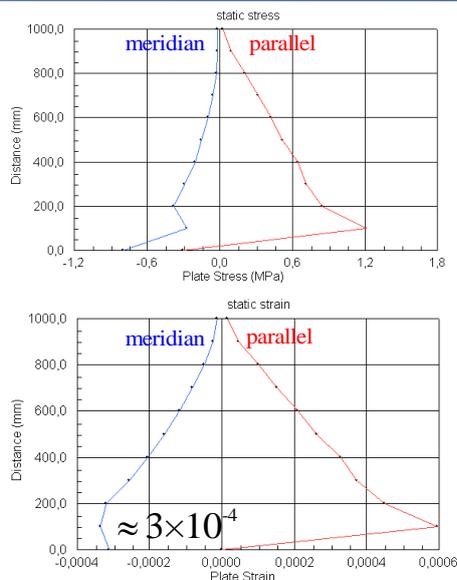
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

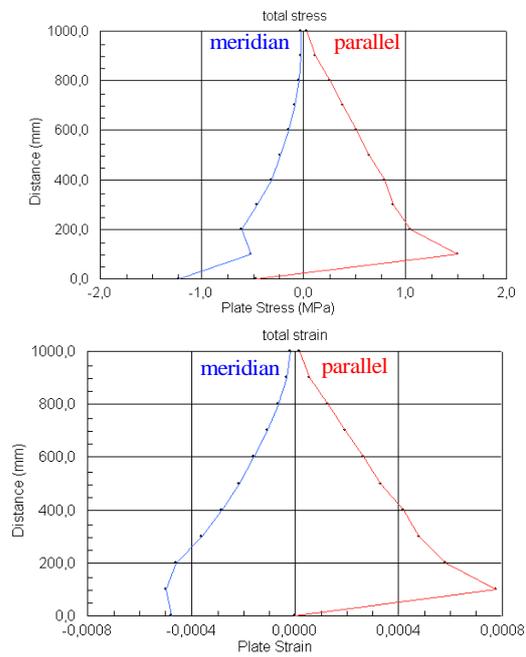
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



$t = 4 \text{ mm}$

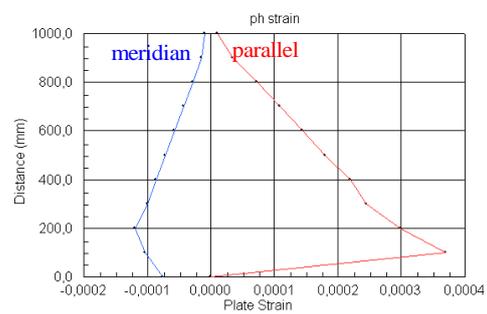
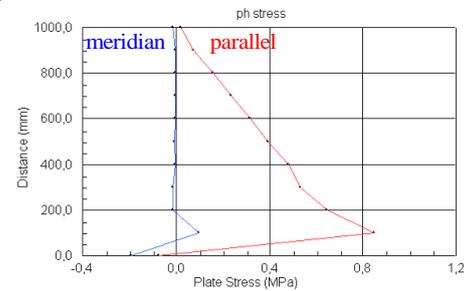
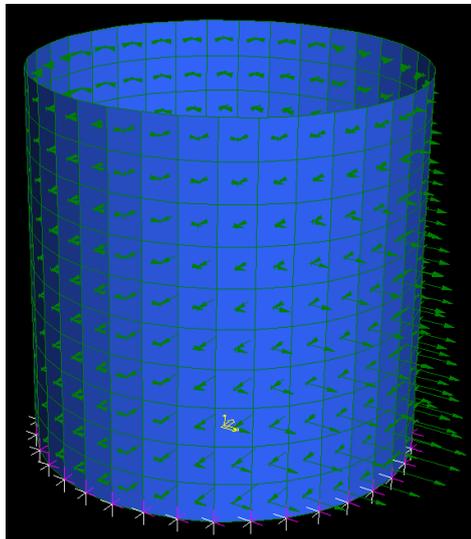
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{hl} = p_{ho} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

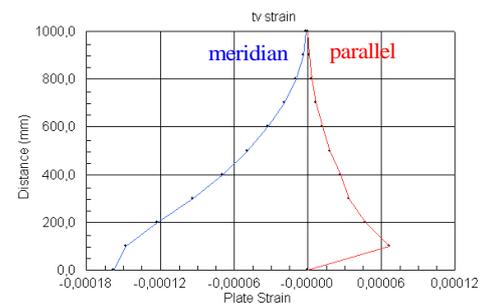
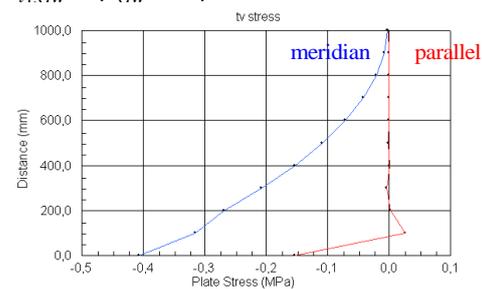
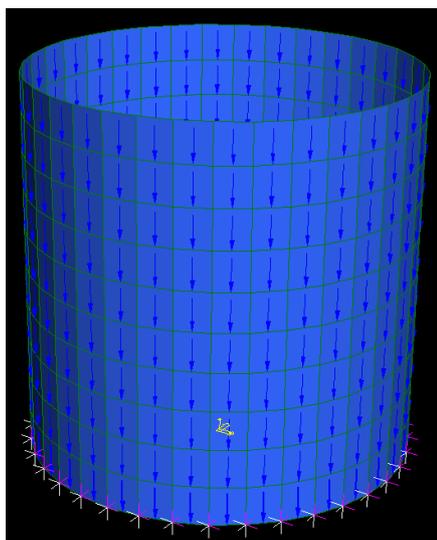


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v1.GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

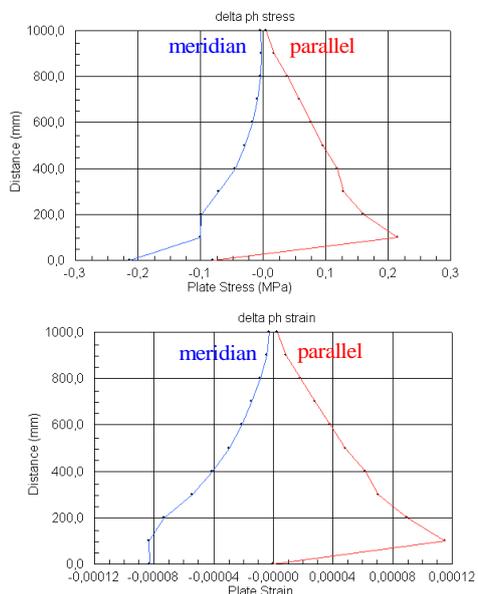
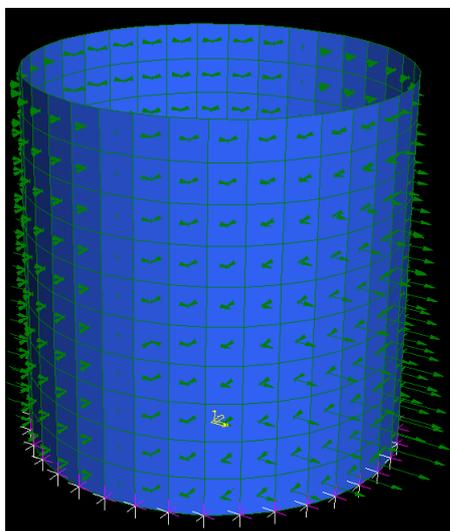


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

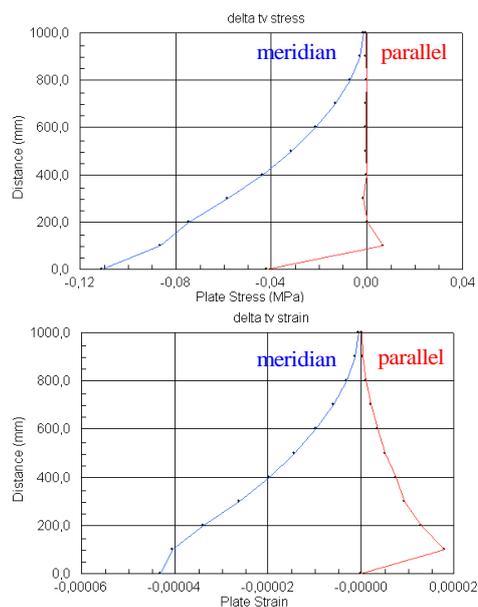
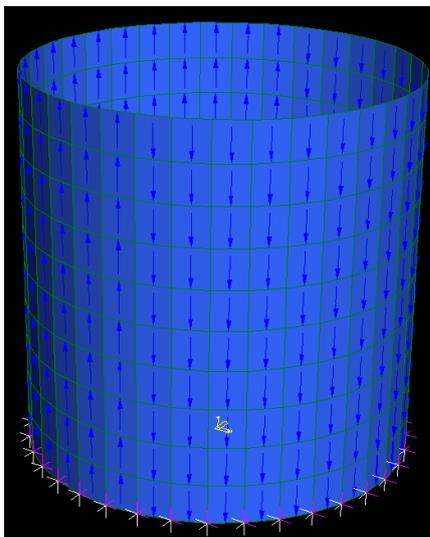


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

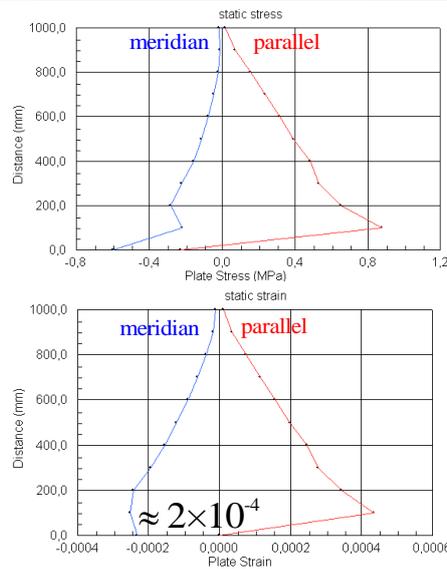
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

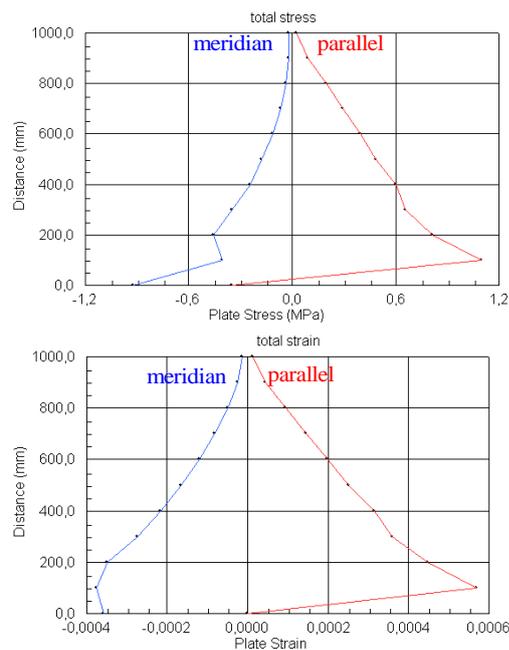
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



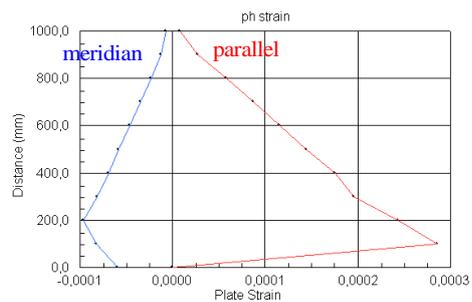
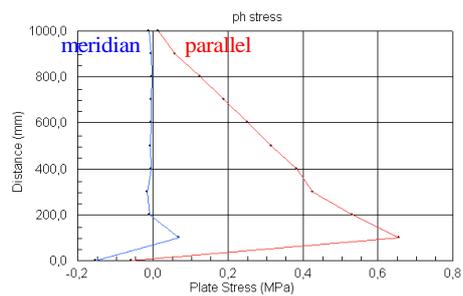
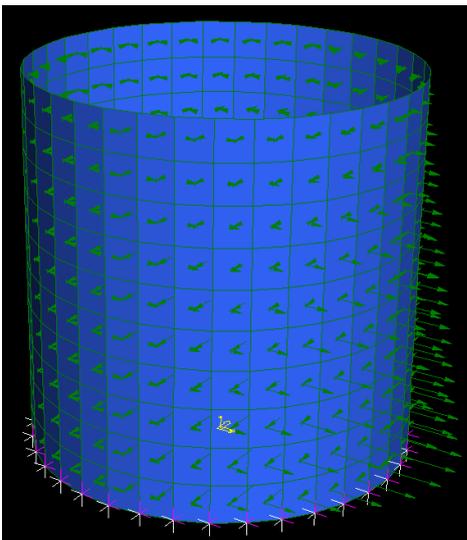
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

$t = 5 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

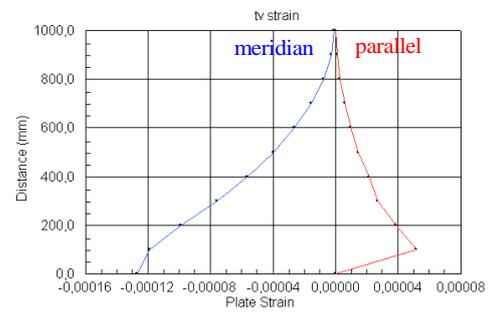
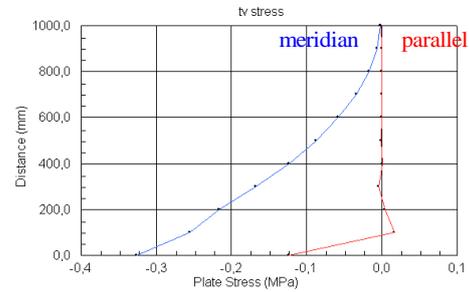
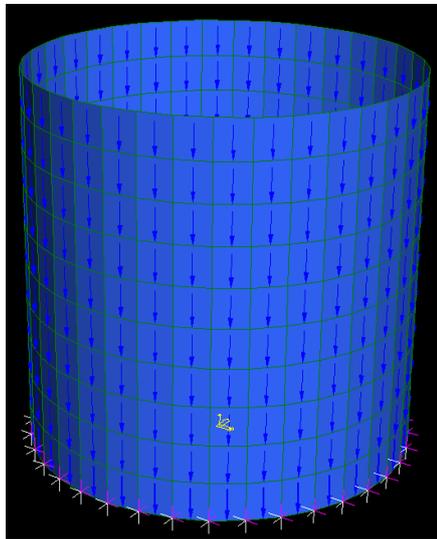
$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$





ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v, GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

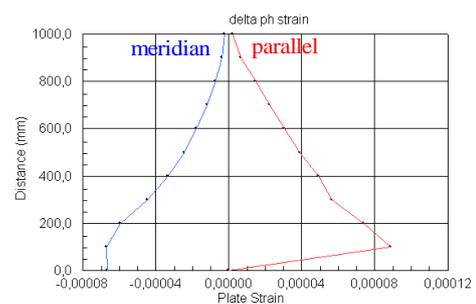
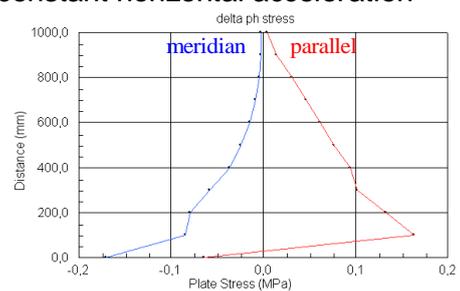
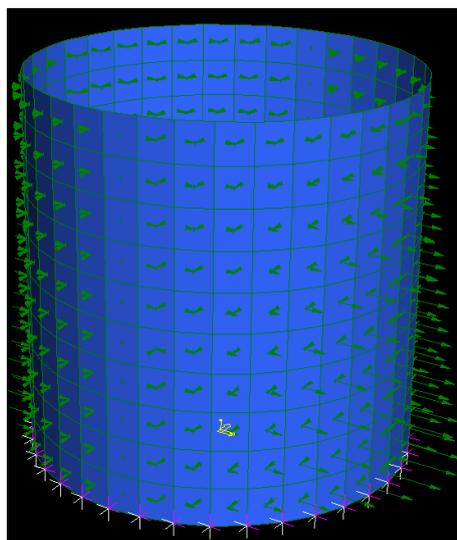


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

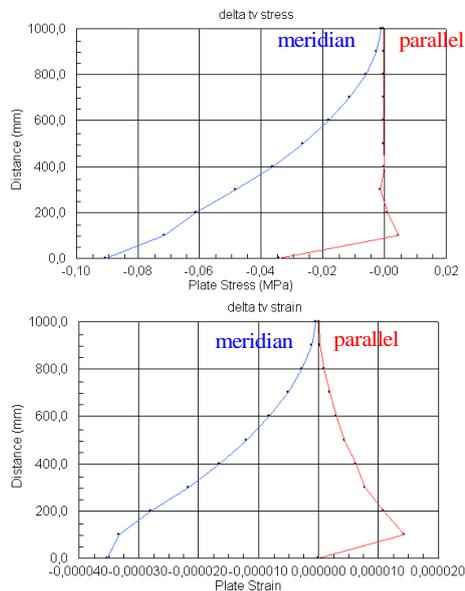
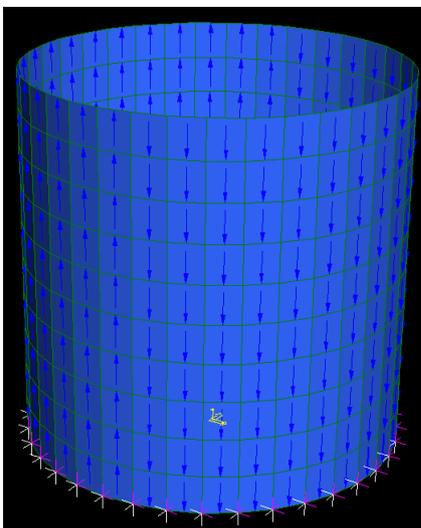


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

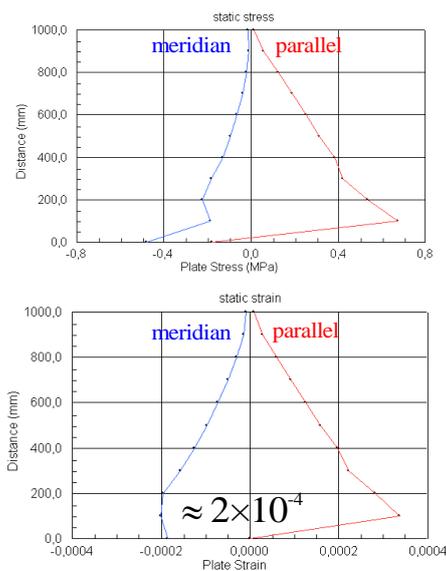
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

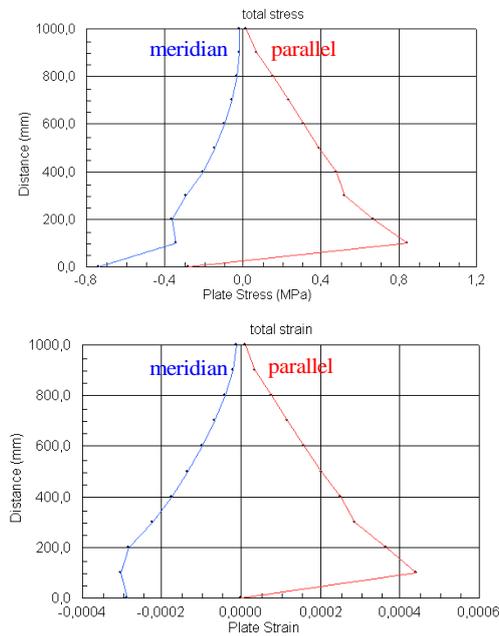
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



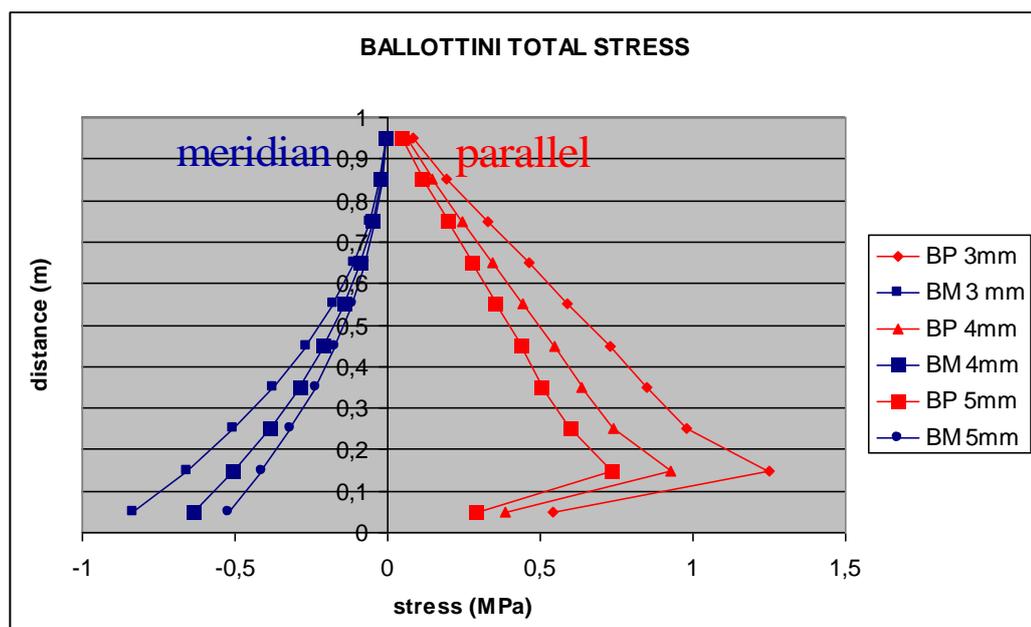
TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



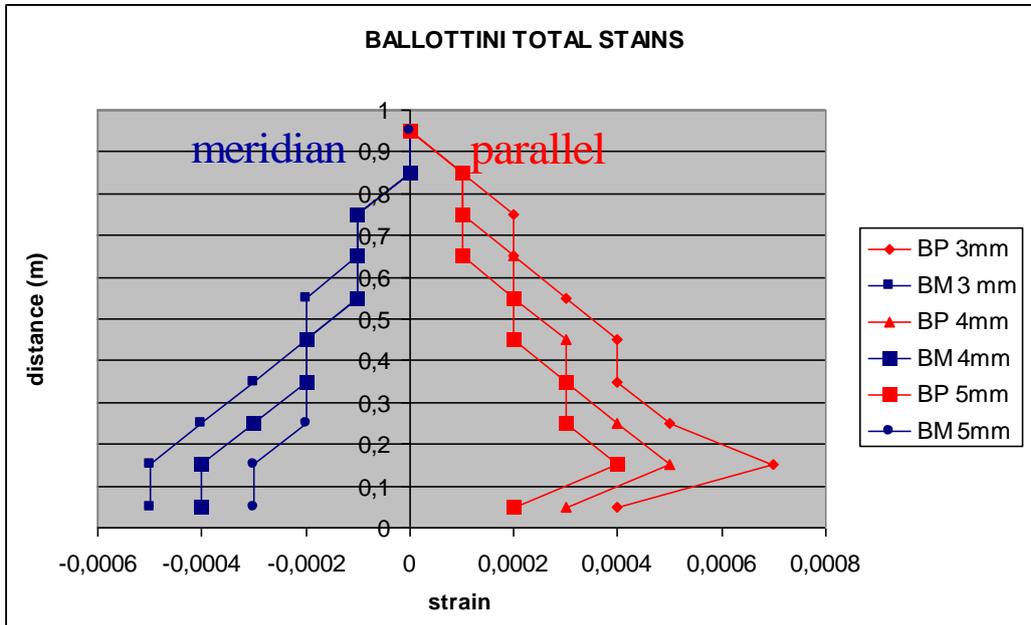
COMPARATION



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARATION



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



MODES AND PERIODS OF VIBRATION

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



4 CASES

EMPTY Specimen

with A2 (red
portion)

mass

with A1 (blue portion) +
A2 (red portion)
mass, i.e. ALL grain
modelled as mass

with ALL grain
modelled as elastic
material

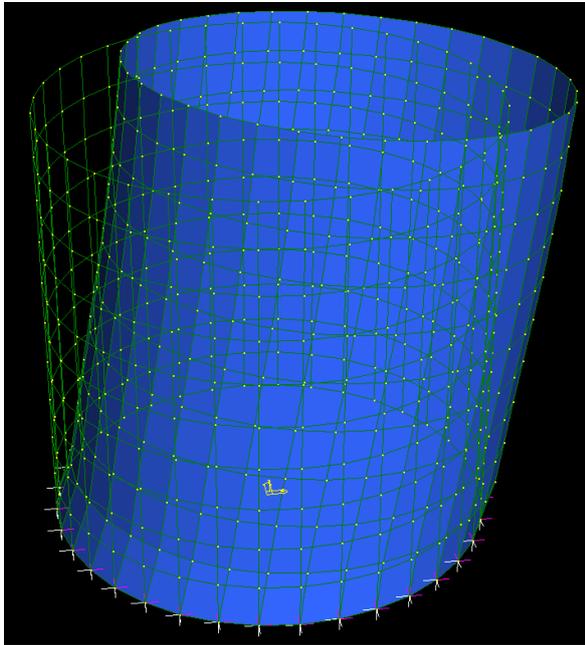


Case 1:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE EMPTY SILO



FIRST MODE



t=3mm → MODO 51
T=0,00824 sec

t=4mm → MODO 39
T=0,00824 sec

t=5mm → MODO 29
T=0,00824 sec

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



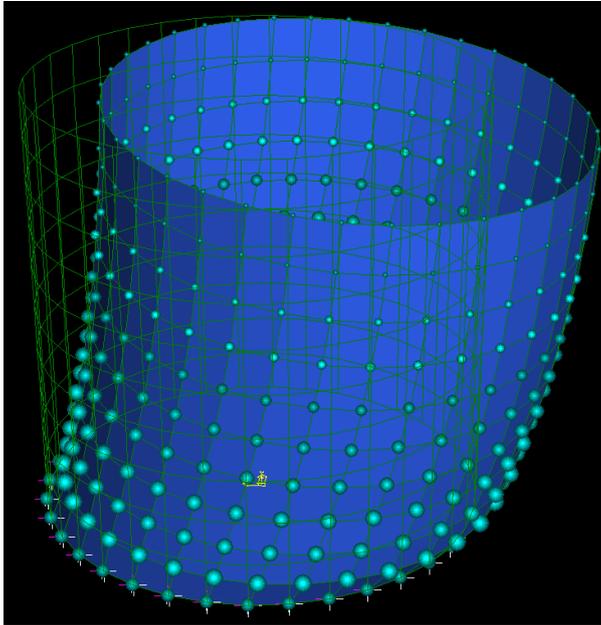
Case 2:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE **SILO + RED VOLUME**

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 69
T=0,0156 sec

t=4mm → MODO 49
T=0,0141 sec

t=5mm → MODO 40
T=0,0131 sec

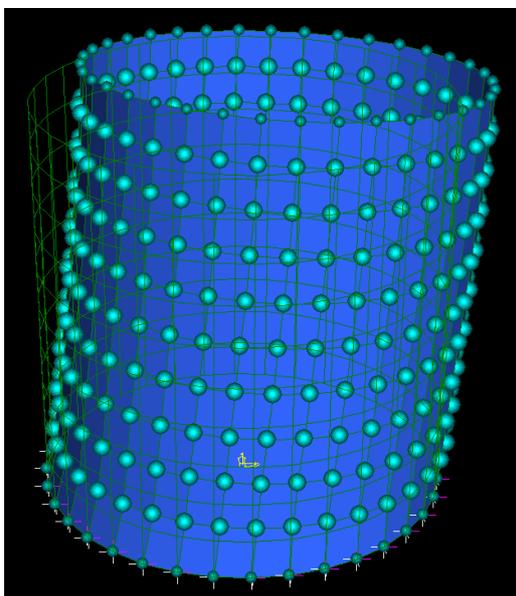


Case 3:

MODES AND PERIODS OF
VIBRATION
OF THE SILO + RED VOLUME
+ BLUE VOLUME



FIRST MODE



t=3mm → MODO 51
T=0,029 sec

t=4mm → MODO 39
T=0,0254 sec

t=5mm → MODO 29
T=0,023 sec



COMPARISON

MODES

t [mm]	T empty [sec]	T + red volume [sec]	T +red and blue volume [sec]
3	0,00824	0,0156	0,029
4	0,00824	0,0151	0,0254
5	0,00824	0,0141	0,023

Allegato 4 – Provino 3



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
SP4-Capacities



SERIES

SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

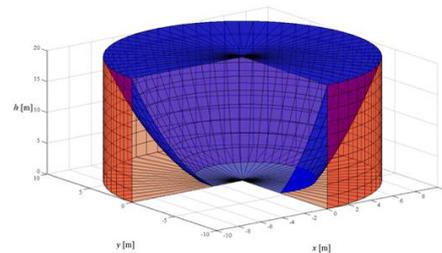


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es



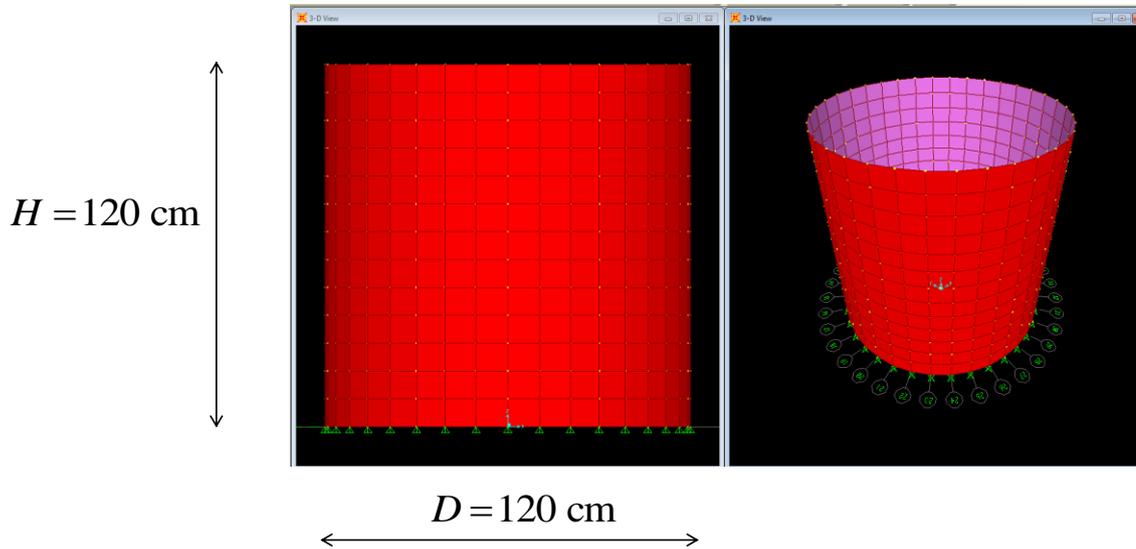
Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



THE SPECIMEN (second tentative $H=D=1.2\text{m}$)



SPECIMEN DATA



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



SPECIMEN DATA

SILO:

$$H > 120 \text{ cm}$$

$$D = 120 \text{ cm}$$

$$t_{\text{wall}} = 3, 4, 5 \text{ mm}$$

material: POLICARBONATE

$$\gamma = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$E = 2200 \text{ MPa}$$

CONTENT:

$$H = 120 \text{ cm}$$

* = to be checked

** = to be verified during Phase 0 (Rig development) of the test

material: STEEL BALLS

$$\gamma = 7850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} **$$

$$E = 210000 \text{ MPa} *$$

$$\varphi = 22^\circ \text{ (internal friction angle) **}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



PARAMETERS

constant additional accelerations:

$$0 \leq a_{gh} \leq 0.40g$$

$$a_{gv} = 0 \Rightarrow v = 1$$

friction coefficients (steel-polycarbonate):

$$\mu_{GW} = 0.35 \quad **$$

$$\mu_{GB} = 0.35$$



pressure ratio:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{RANKINE-static}} &= \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0.45 \\ \lambda_{\text{CAMIZ-dynamic}} &= \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} = 0.75 \end{aligned} \right\} \lambda \cong 0.6 \quad **$$

<http://www.engineershandbook.com/Table/s/frictioncoefficients.htm>

Material 1	Material 2	Coefficient of friction			
		dry		greasy	
		static	dynamic (sliding)	static	dynamic (sliding)
Glass	Glass	0.9-1.0	0.4	0.1-0.6	0.09-0.12
Glass	Metal	0.5-0.7		0.2-0.3	
Glass	Nickel	0.78	0.56		
Plexiglass	Plexiglass	0.8		0.8	
Plexiglass	Steel	0.4-0.5		0.4-0.5	



about λ from Pozzati's text

140 Capitolo quarto

carico appeso alla parete a causa dell'attrito e quindi massimo lo sforzo normale verticale n , della parete (fig. 4.4). La sollecitazione n , che è riferita al tratto lungo l della parete stessa, si ricava immediatamente per differenza

Fig. 4.4

fra il peso $\gamma A y$ del materiale sopra la sezione alla generica quota y e la reazione $p_n A$ del materiale sottostante (fig. 4.4); ossia

$$n_{v,max} = (\gamma y - p_{n,max}) A : l_m \quad [4.8]$$

essendo l_m la lunghezza della linea media fra i due contorni ($l_m = 2\pi r_m$ per una cella circolare); naturalmente al valore [4.8], conseguente alla presenza del solo materiale insilato, vanno aggiunti i contributi delle rimanenti azioni (peso proprio, copertura).

b) I valori [4.6] delle pressioni massime possono essere ottenuti anche per via diretta; per la terza delle [4.1], con l'aumentare della pressione p_n aumenta di pari passo τ_v . Consideriamo allora uno strato di materiale avente lo spessore dy ; essendo da un lato crescente p_n , quindi anche τ_v , e dall'altro mantenendosi a qualunque quota costante il peso $\gamma \cdot A \cdot dy$ di ogni elemento di materiale, oltre una certa profondità l'azione di sostentamento derivante dall'attrito sarà in grado di equilibrare pressoché completamente il peso dei vari straterelli, per cui questi risulteranno appesi alle pareti e non si avrà più alcun sensibile incremento della p_n . Mettendo in formula il discorso fatto si ha, per $y = \infty$,

$$\tau_v l \cdot dy = \gamma A \cdot dy,$$

e si ottengono quindi le relazioni [4.6], poiché $\tau_v = p_n \lambda f$ e $p_n = \lambda p_v$.

c) I valori di $\lambda = \frac{p_n}{p_v}$, $f = \frac{\tau_v}{p_n}$.

Koenen propose (1896) di adottare per λ il valore che Rankine aveva definito nel caso limite illustrato nel par. 3.3.2

$$\lambda = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad [4.9]$$

Pressioni sulle pareti dei silo 141

ossia nel caso della spinta attiva per un terreno illimitato; ma era evidente la contraddizione di attribuire a λ il valore di Rankine (valido nel caso in cui, essendo y direzione principale, τ_v risulta nullo) proprio quando la tensione tangenziale τ_v gioca invece un ruolo essenziale.

Il rapporto fra pressione orizzontale e verticale doveva quindi venir determinato ammettendo la presenza della τ_v e così è stato fatto, come venne mostrato nel par. 3.3.4 servendo per λ un'espressione (Camiz, v. nota 3.14) che, per $\delta = 0$, coincide con la [4.9], e per il massimo valore di δ ($\delta = \varphi$) diventa (Buisman, v. bibl.)

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \quad [4.10]$$

4.2.2. L'ausilio delle esperienze. Valori di λ , f .

a) Il problema delle azioni trasmesse alle pareti dei silo è assai complesso e si presenta quanto mai opportuno l'appello a indicazioni sperimentali che, pur presentando grande dispersione, consentono di trarre alcune utili indicazioni.

Innanzi tutto le ipotesi di Janssen sembrano sostanzialmente confermate: i valori dei coefficienti λ , f , variando y , si mantengono abbastanza uniformi; e l'uniformità della pressione p_n su ogni sezione si presenta naturalmente più verosimile quando il materiale è in quiete, il foro per lo scarico è centrato e la cella è snella. Inoltre la più parte delle esperienze mostra concordemente la grande differenza fra i regimi delle pressioni che si hanno, pur essendo i livelli di riempimento uguali, con le bocche di scarico chiuse e aperte ⁴⁴⁸. Il fatto è, per esempio, bene evidente esaminando la fig. 4.5 che riporta i risultati di significative prove con materiale granulare: il valore di λ in genere aumenta sensibilmente e in misura irregolare quando lo scarico è in atto, ma risulta, anche in regime statico, maggiore del valore [4.9] di Koenen-Rankine.

Il valore limite p_n non dipende da λ , secondo la [4.6]; ma, naturalmente, dipende da λ la pressione p_v per la presenza nella [4.5] della funzione $\psi(y)$. Aumentando il valore di λ diminuisce p_v e aumentano quindi, alle varie quote y , i valori della funzione $\psi(y)$; e si ha in definitiva che un incremento positivo del valore di λ comporta, per p_n , un aumento in ogni punto, ma più sensibile nella parte alta della cella (fig. 4.3a). Pertanto i silo proporzionati con il valore [4.9] di λ proposto da Koenen hanno un più ridotto coefficiente di sicurezza, relativamente a p_n nella loro parte più alta; e ciò spesso nell'in-

⁴⁴⁸ I valori di λ calcolati con la [4.9] (Koenen-Rankine), e con la [4.10] (Camiz-Buisman) sono sensibilmente diversi e i secondi sono più prossimi a quelli ottenuti sperimentalmente, come si dirà in seguito. Ad esempio, per $\varphi = 20^\circ - 25^\circ - 30^\circ - 35^\circ - 40^\circ - 45^\circ$, i valori che si ottengono con la prima e la seconda (posti fra parentesi delle due formule) sono: 0,600 (0,791) - 0,406 (0,697) - 0,333 (0,600) - 0,271 (0,505) - 0,217 (0,415) - 0,172 (0,333).

⁴⁴⁹ Sono stati suggeriti per ridurre l'aumento delle quote all'atto dello scarico del materiale. Si veda RZMONT, op. cit. (v. bibl.), p. 55; l'applicazione di un tubo forato, alto poco meno della cella e in asse con la bocca d'uscita, fa sì che non si metta in movimento l'intera massa.



about λ from Pozzati's text

• RANKINE's Theory: $\tau_v = 0$ $\lambda = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \Rightarrow 0.45$

• CAMIZ's Theory: $\tau_v \neq 0$

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \Rightarrow 0.75$$

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\varphi = 22^\circ$ Steel balls



about μ from Pozzati's text

Static

Dynamic

Fig. 4.7 b)

nulari « in parete », ossia in regime statico, i seguenti dati (misurando, come si è detto, δ , φ con δ_p , φ_p):
 $\delta_s = \varphi$ (pareti molto scabre), $\delta_s = 0,5\varphi$ (pareti lisce), $f_s = \text{tg } \delta_s$ [4.11]
 e se le pareti sono abbastanza lisce:
 $\delta_s = 0,75\varphi$; [4.12]
 per λ_s valori compresi fra 0,35 e 0,55 (tab. 3.7 p. 116), e quando l'angolo di attrito si aggiri sui 30° e le pareti siano abbastanza lisce

144 Capitolo quarto

e quando il valore di φ si aggiri intorno ai 30° e le pareti siano abbastanza lisce
 $\delta_s = 0,6\varphi = 18^\circ$, $f_s = \text{tg } \delta_s \approx 0,32$, $\lambda_s \approx 0,9$. [4.16]
 A titolo di orientamento può essere utile avere anche presente che, per materiali granulari con $\varphi = 30^\circ$ e per celle circolari, i valori della distanza γ_m definita dalla [4.3], valgono, in regime statico e dinamico,

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\beta = 0.6$ for surface fairly smooth
 $\beta = 0.5$ for surface smooth

$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.6 \cdot 22^\circ) \approx 0.23$

$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.5 \cdot 22^\circ) \approx 0.19$

$\varphi = 22^\circ$ ******
Steel balls

+ sand & glue \rightarrow $\mu = 0.3 \approx 0.4$

$\mu_{ideal} = 0.35$

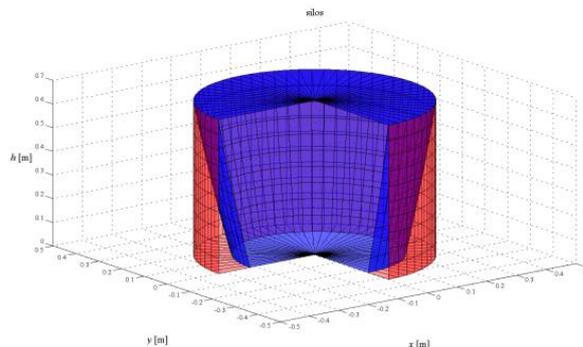
For reference all following analyses have been conducted assuming

$\mu = 0.3$

CHECK OF THE PARAMETERS WITH RESPECT TO THE THEORY'S LIMITS

THEORY'S MATHEMATICALS LIMITS

1. Existence of $A1$
2. Existence of $A2$
3. Existence of s
4. Existence of $P_{h,GW}$
5. To avoid grain sliding at the base





1. Existence of A1

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT WEIGHS ON LOWER LEVEL; ⇒ TO LIMIT A2
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\mathcal{G}, z = H) < R \quad \forall \mathcal{G}$
RESULTS: LIMIT	$\frac{H}{2R} < \frac{1}{2 \cdot \beta(z = H, \mathcal{G} = 0)} = \frac{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} = 0.2 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.306$ $a_{gh} = 0.4 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.222$ $a_{gh} = 0.6 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.139$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



2. Existence of A2

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\mathcal{G}, z = H) > 0 \quad \forall \mathcal{G}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} < 3.33$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



3. Existence of s

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(z, \vartheta) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z}$ <div style="text-align: center;"> $R^2 - R \cdot \beta \cdot z > 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \left(1 - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot H}{R}\right) \cdot \frac{1}{v \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: #00FF00; padding: 5px;"> $a_{gh} < 0.93$ </div>



4. Existence of $P_{h,GW}$

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF RADIAL PRESSURE ON WALLS
MATHEMATICAL CONDITIONS	$P_{h,GW}(z, \theta) = \frac{P_{h,GG}}{1 - v \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center;"> $1 - v \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW} \neq 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \neq \frac{1}{v \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: #00FF00; padding: 5px;"> $a_{gh} \neq \frac{3.33}{\cos \theta}$ </div> <div style="text-align: right; font-size: 2em; margin-top: 10px;"> $\forall \vartheta$ </div>



5. To avoid grain sliding at the base

PHYSICAL SIGNIFICANCE	TO AVOID GRAIN SLIDING AT THE BASE
MATHEMATICAL CONDITIONS	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$ $a_{gh} \leq 0.40$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACCELERATION RANGE

Maximum value for the acceleration:

$$a_g \leq 0.4$$

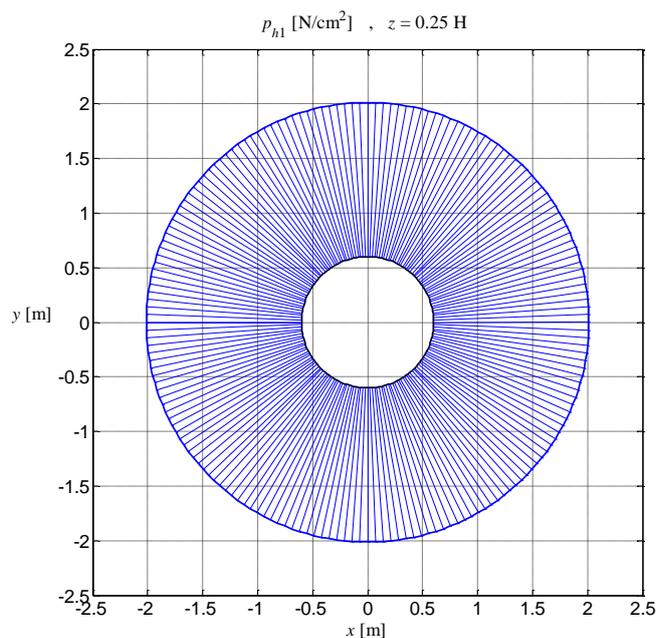
For reference all following analyses have been conducted assuming:

$$a_g = 0.40$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

PRESSURES ACCORDING TO THE PROPOSED THEORY

STATIC PRESSURES $z = 0.25 H$



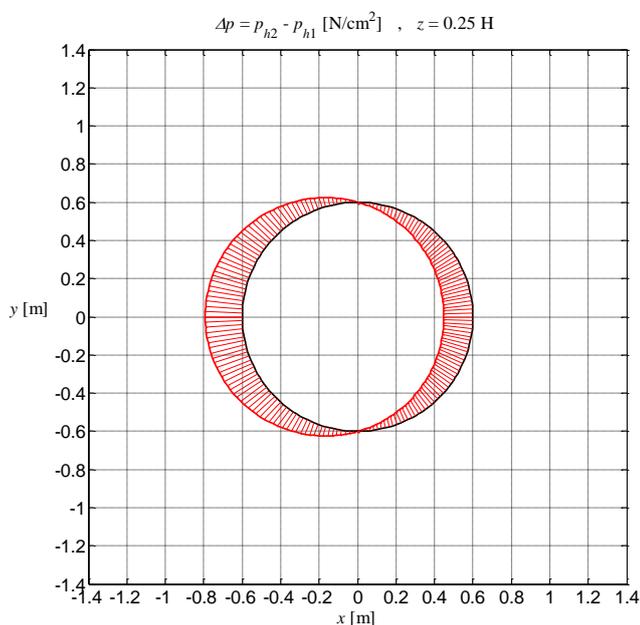
$$p_{h1} = 1.413 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.1927 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 1.6057 \frac{N}{cm^2}$$



Δ PRESSURES $z = 0.25 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 1.413 \frac{N}{cm^2}$$

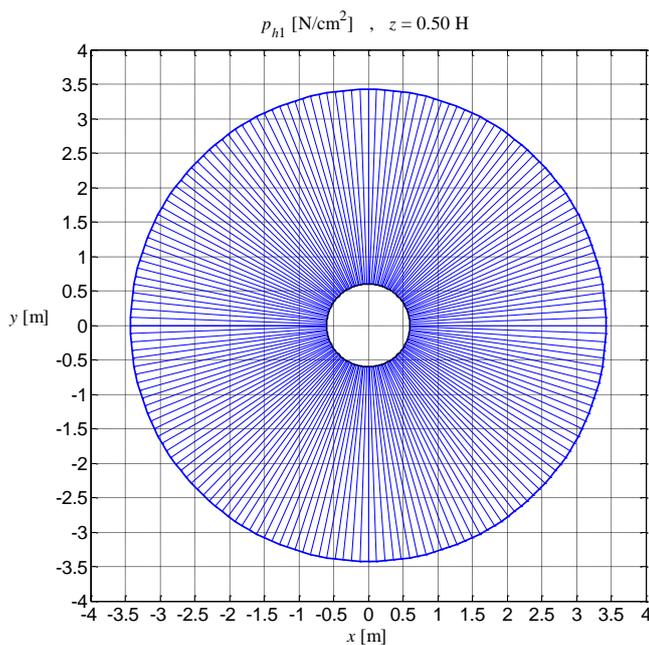
$$\Delta p_{\max} = 0.1927 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 1.6057 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.50 H$



$$p_{h1} = 2.826 \frac{N}{cm^2}$$

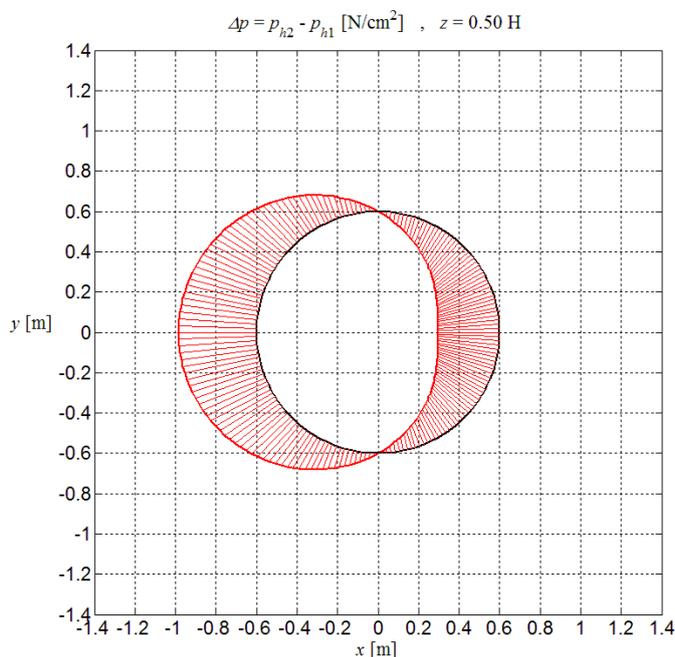
$$\Delta p_{\max} = 0.3854 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 3.2114 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.50 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 2.826 \frac{N}{cm^2}$$

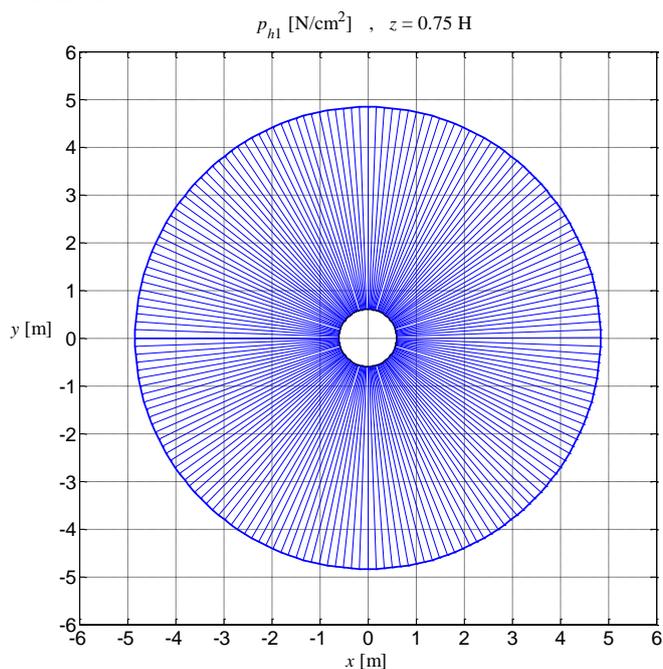
$$\Delta p_{\max} = 0.3854 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 3.2114 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.75 H$



$$p_{h1} = 4.239 \frac{N}{cm^2}$$

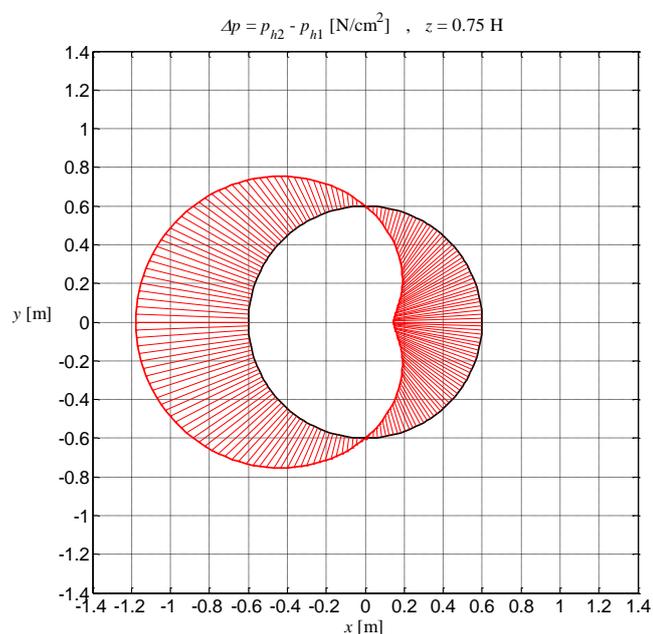
$$\Delta p_{\max} = 0.578 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 4.817 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.75 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 4.239 \frac{N}{cm^2}$$

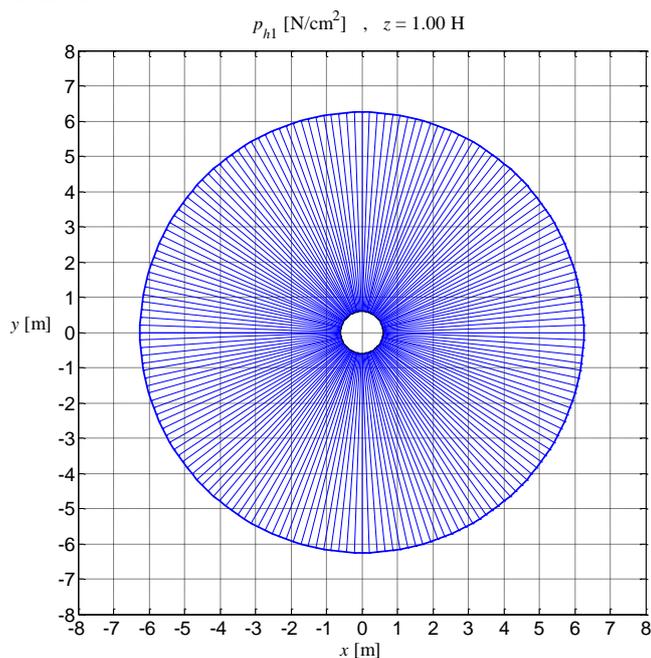
$$\Delta p_{\max} = 0.578 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 4.817 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 1.00 H$ (AT THE BOTTOM / BASE)



$$p_{h1} = 5.652 \frac{N}{cm^2}$$

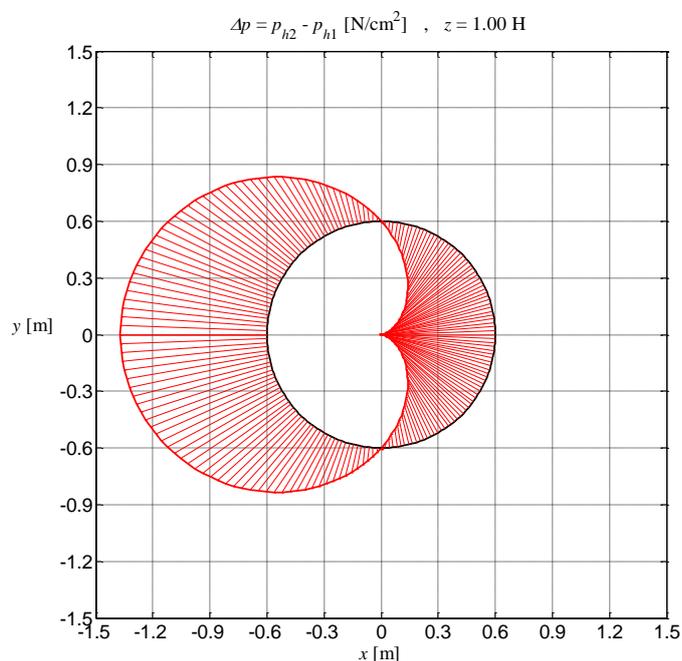
$$\Delta p_{\max} = 0.7707 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 6.4227 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 1.00 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION (AT THE BASE)



$$p_{h1} = 5.652 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.7707 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 6.4227 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

- **Diameter** of Sensible Area: 9,53 mm
- **A = Sensible area** = $\pi D^2 / 4 = 71,29 \text{ mm}^2 = 71,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
- **Range** of the first level: **0 - 4,4 N**



$$\frac{4.40}{71.29} 10^6 \frac{N}{m^2} \approx 62000 \frac{N}{m^2} \approx 6.2 \frac{N}{cm^2}$$



Max pressure
measurable by the
instrument

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{h1}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.239 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.68 = 68\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.578 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.0232 = 9.3\%$$

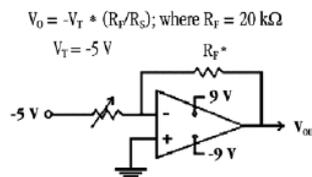
$$\frac{p_{h, tot, \max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.817 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.116 = 77.7\%$$



FlexiForce Flyer Model A201

Standard Force Ranges (as tested with circuit shown below)

- 0 - 1 lb. (4.4 N)
 - 0 - 25 lbs. (110 N)
 - 0 - 100 lbs. (440 N)
- In order to measure forces above 100lbs (500, 1000lbs), simply apply a lower drive voltage and reduce the resistance of the feedback resistor (1kohm min.)



$V_0 = -V_T * (R_F/R_S)$; where $R_F = 20 \text{ k}\Omega$
 $V_T = -5 \text{ V}$
 *The range for R_F is 1 $\text{k}\Omega$ to 100 $\text{k}\Omega$
 **Resistance at no load is 20 $\text{M}\Omega$

Typical Performance

Linearity (Error)	< $\pm 5\%$
Repeatability	< $\pm 2.5\%$ of Full Scale
Hysteresis	< 4.5 % of Full Scale
Drift	< 3% per Logarithmic Time Scale
Rise Time	< 20 μsec
Operating Temperature	15°F - 140°F (-9°C - 60°C)*

Evaluation Conditions

Line drawn from 0 to 50% load
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Constant Load of 25 lbs. (111 N)
 Impact Load, Output recorded on Oscilloscope

*Force reading change per degree of temperature change = $\pm 0.2\%/^{\circ}\text{F}$ (0.36%/°C)
 **For loads less than 10 lbs., the operating temperature can be increased to 165°F (74°C)

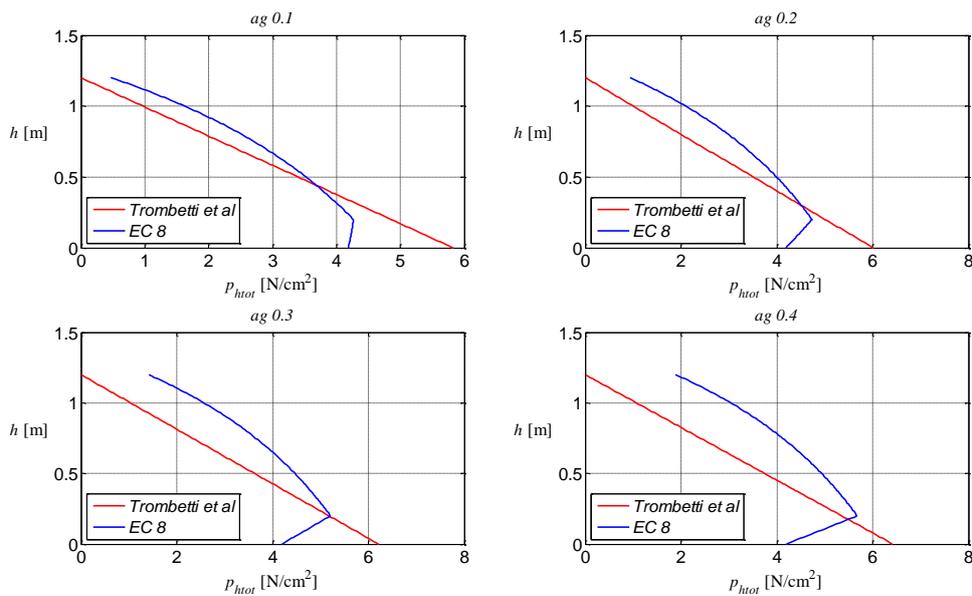


PRESSURES: COMPARISON WITH EC8

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



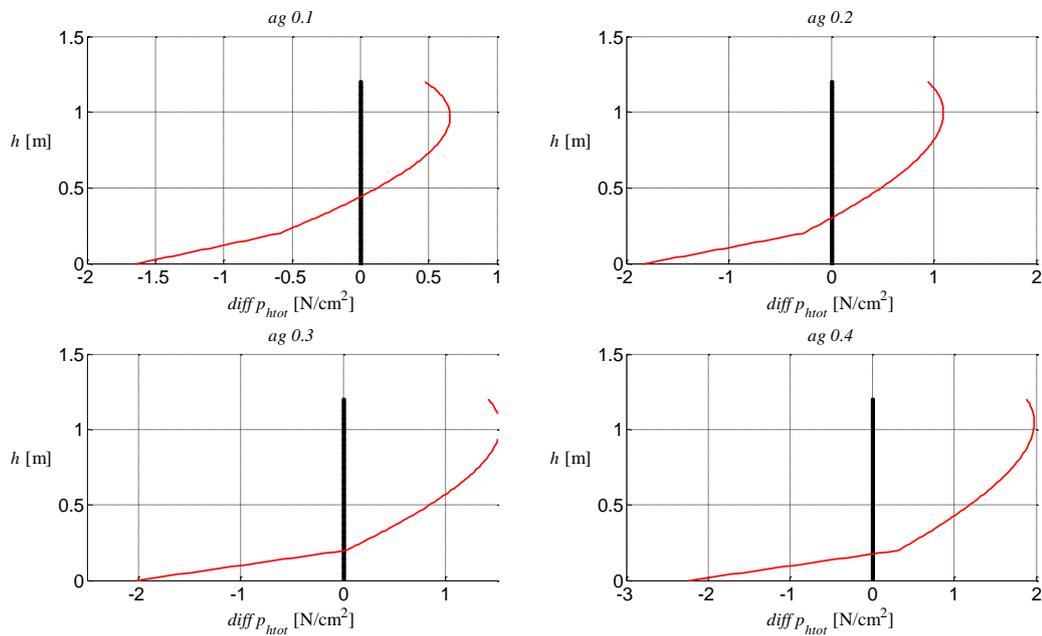
Comparison of total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



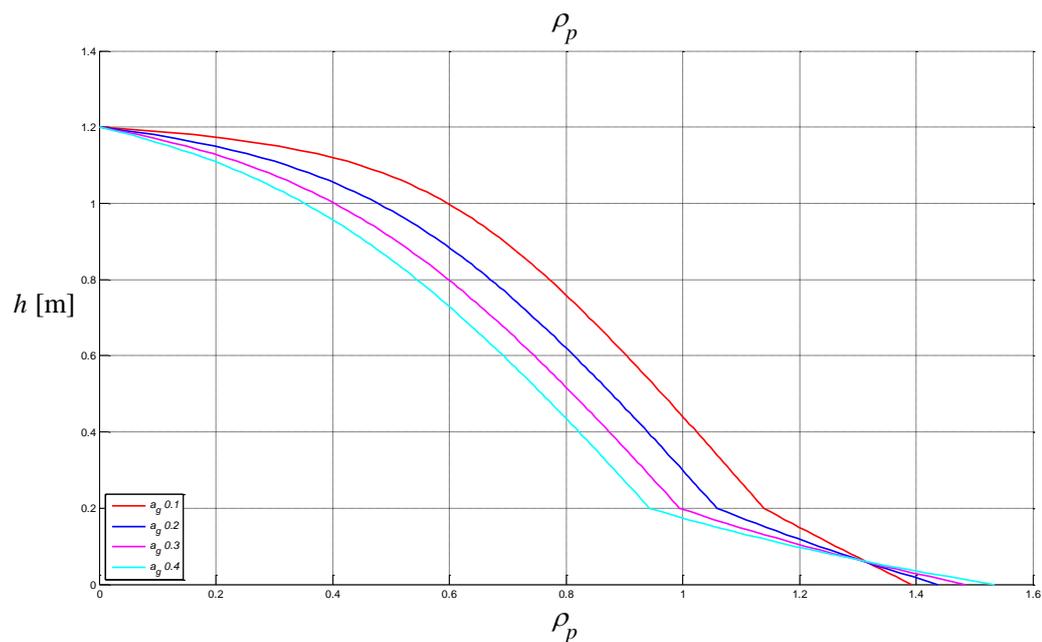
Differences between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



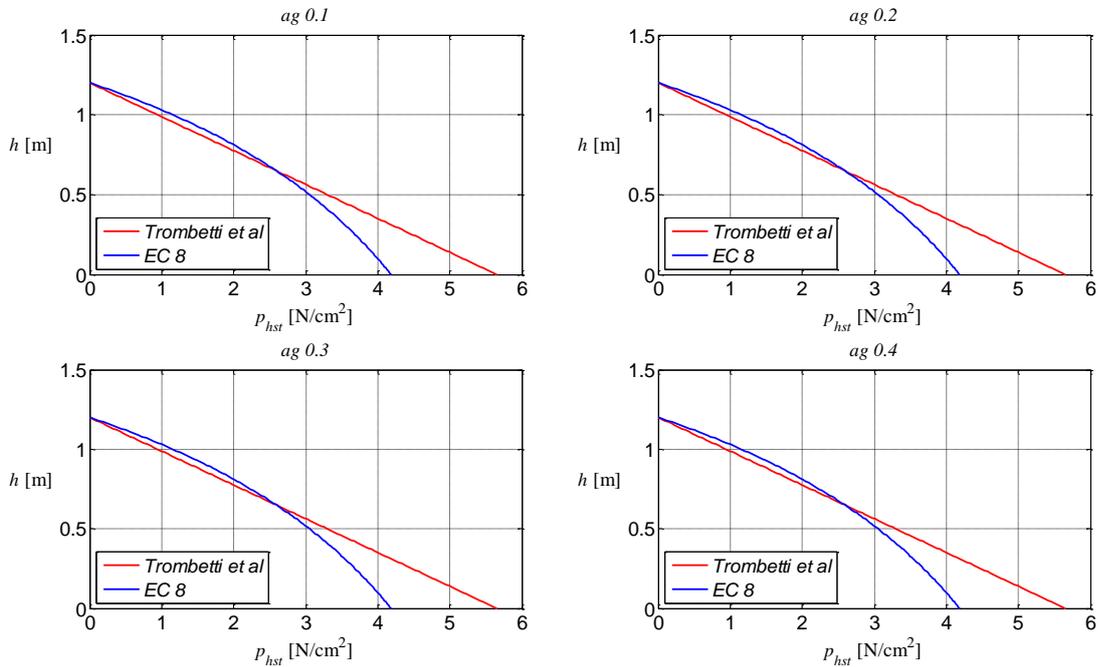
Ratios between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



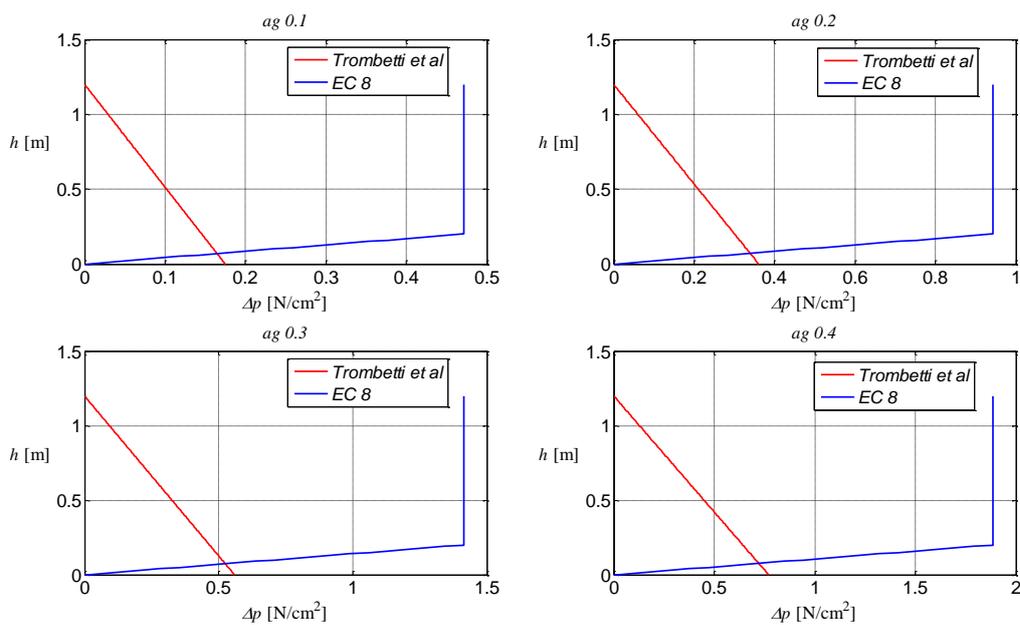
Comparison of static pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Comparison of delta-pressures (due to horizontal acceleration)



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

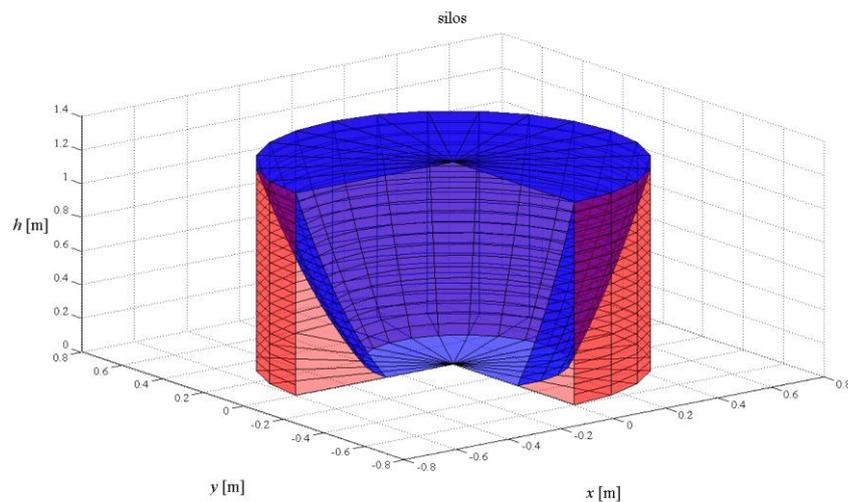


VOLUMES

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



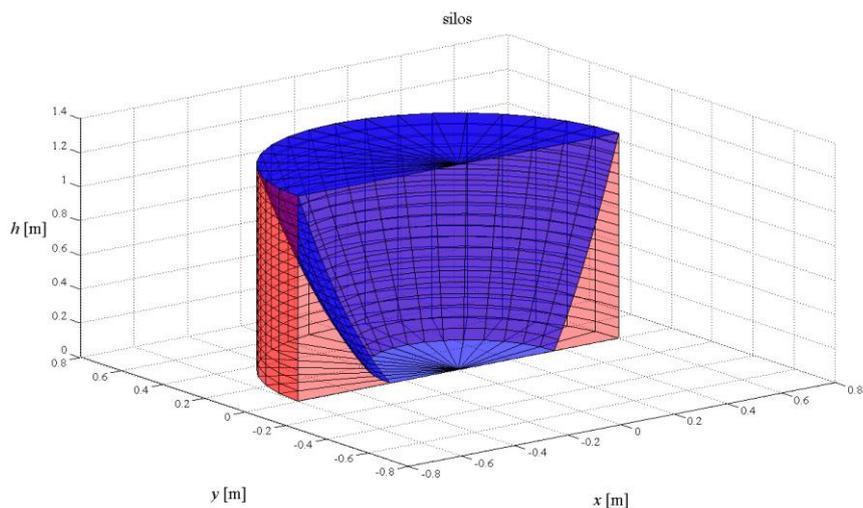
$$V_{A1} = \pi \cdot R \cdot H^2 \left(1 - \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right)$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS AT THE BASE OF SILO WALLS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



BASE ACTIONS

PROPOSED THEORY

EC8

$$T_{Trombetti} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

$$M_{Trombetti} = \frac{1}{3} \cdot a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

vs.

$$T_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(H - \frac{R}{6} \right)$$

$$M_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{2} \cdot \left(H^2 - \frac{R^2}{27} \right)$$



$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}}$$

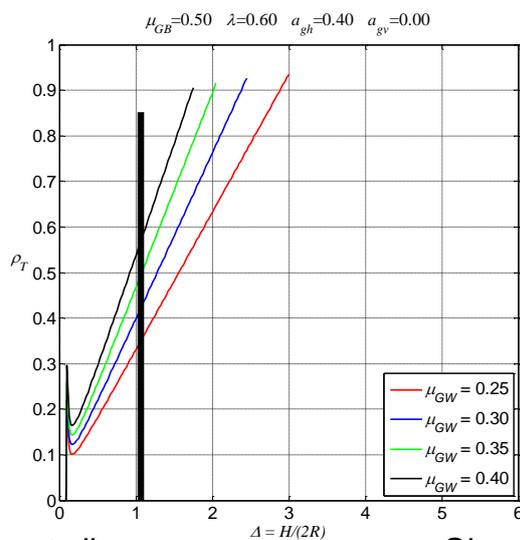
$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON

ρ_T



Squat silos

Slender silos

for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$$T_{EC8} = 3906.38 \text{ kg}$$

$$T_{Trombetti} = 1556.56 \text{ kg}$$

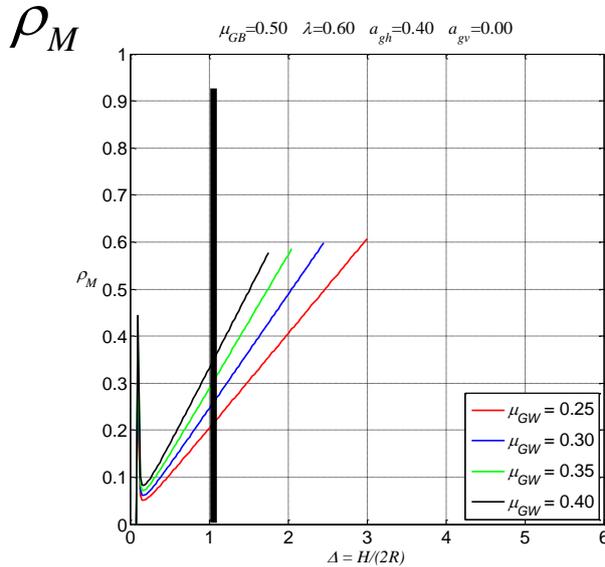
$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}} = \frac{1556.56 \text{ kg}}{3906.38 \text{ kg}} = 0.4$$

$$\Delta = \frac{H}{2R}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$M_{EC8} = 2533.23 \text{ kgm}$

$M_{Trombetti} = 622.62 \text{ kgm}$

$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}} = \frac{622.62 \text{ kgm}}{2533.23 \text{ kgm}} = 0.25$

$\Delta = \frac{H}{2R}$

Squat silos

Slender silos

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



EXPECTED STRESSES AND STRAINS WITH THE FEM MODEL

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad a_{gv} = 0 \quad (\nu = 1)$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \tau_{v0,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h2,GW} - p_{h1,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \tau_{v2,GW} - \tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS at the bottom

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.6 \cdot 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2\text{m} = 5652 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.3 \cdot 0.6 \cdot 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2\text{m} = 1695.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 5652 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 1695.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

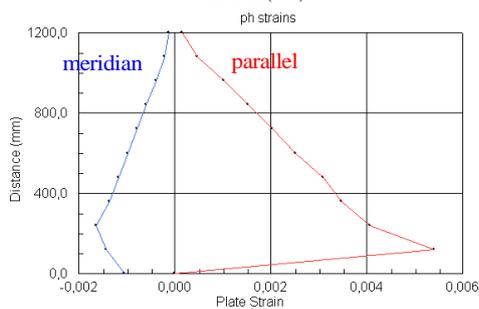
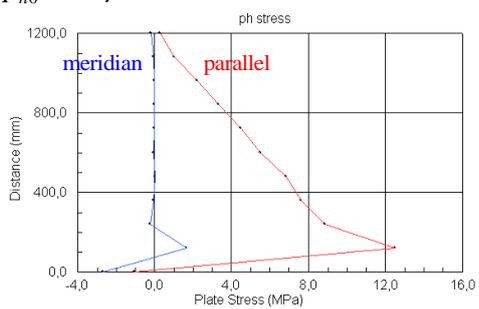
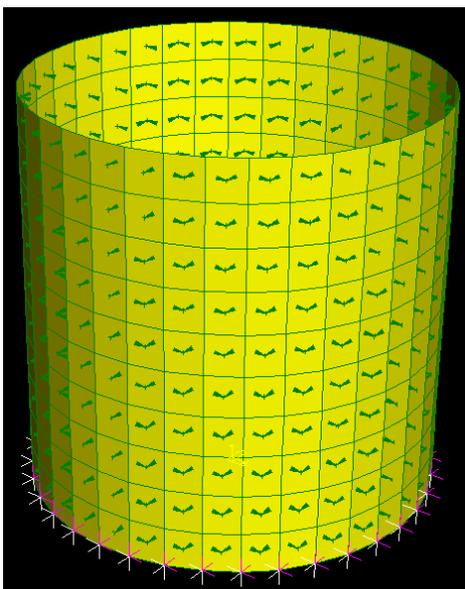
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

$t = 3 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{hl} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

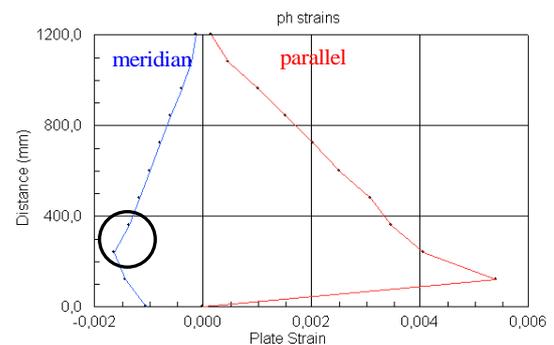
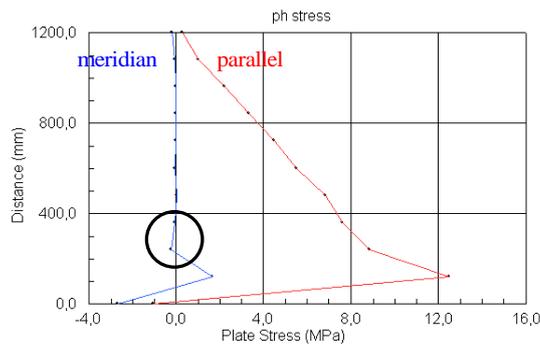




STRESS&STRAIN - MERIDIAN

$$\varepsilon_M = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot (\sigma_P + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot \sigma_P]$$

at 0,75 H



$$\varepsilon_M = \frac{1}{2200} \cdot \left[-\left(\frac{0,0612 + 0,1981}{2} \right) - 0,38 \cdot \left(\frac{7,6223 + 8,8597}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [-0,40505 - 0,38 \cdot 8,241] = -0,0016$$

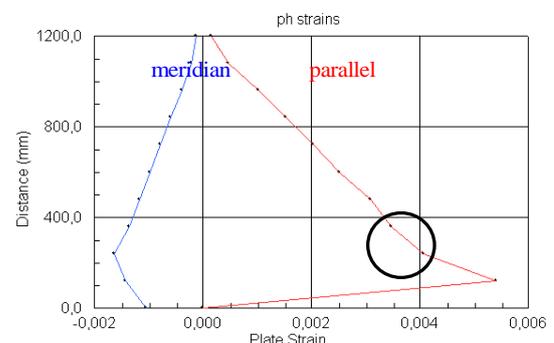
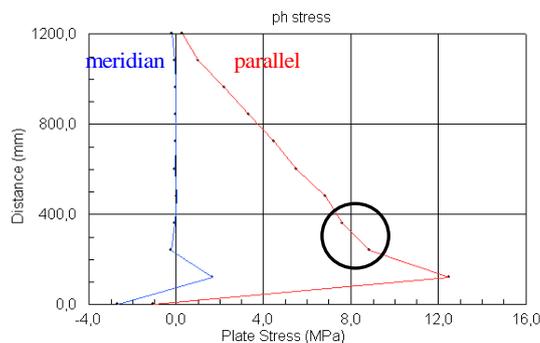
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STRESS&STRAIN - MERIDIAN

$$\varepsilon_P = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot (\sigma_M + \cancel{\sigma_z})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot \sigma_M]$$

at 0,75 H



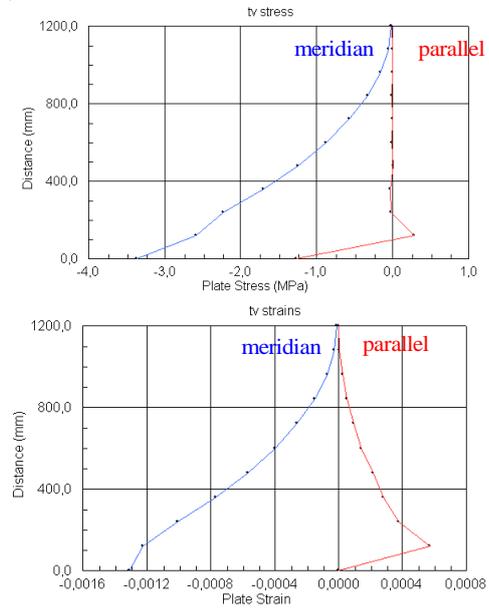
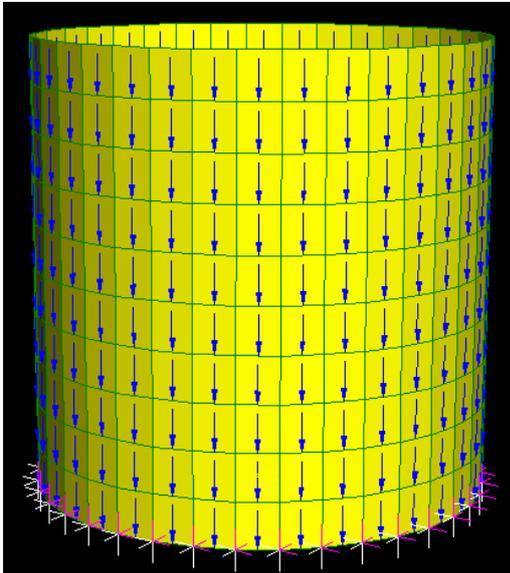
$$\varepsilon_P = \frac{1}{2200} \cdot \left[\left(\frac{7,6223 + 8,8597}{2} \right) - 0,38 \cdot \left(\frac{-0,0612 - 0,1981}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [8,241 + 0,38 \cdot 0,1297] = 0,00376$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v, GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

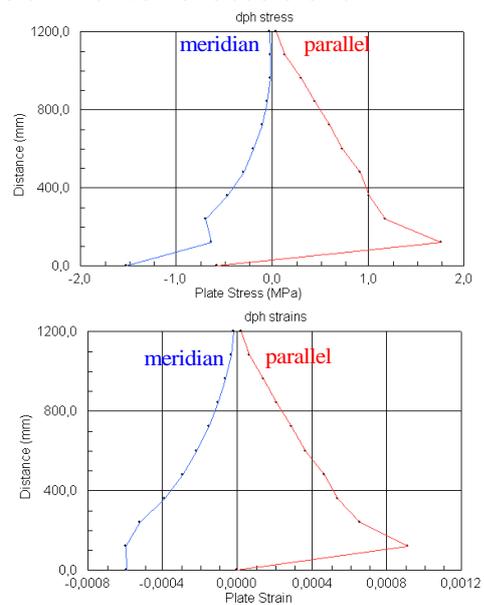
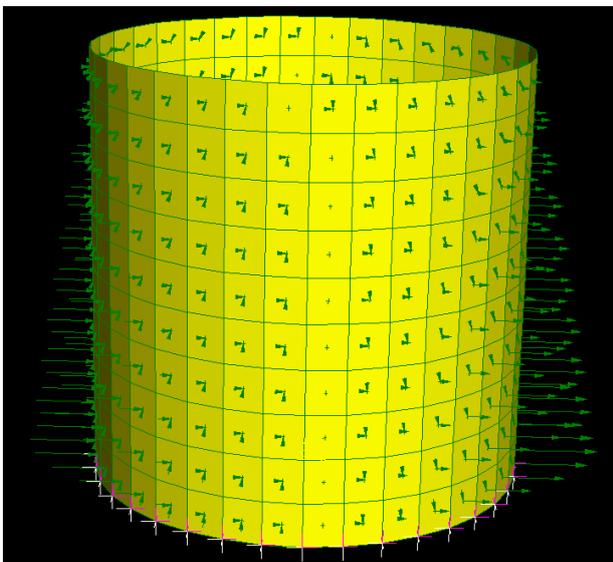


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

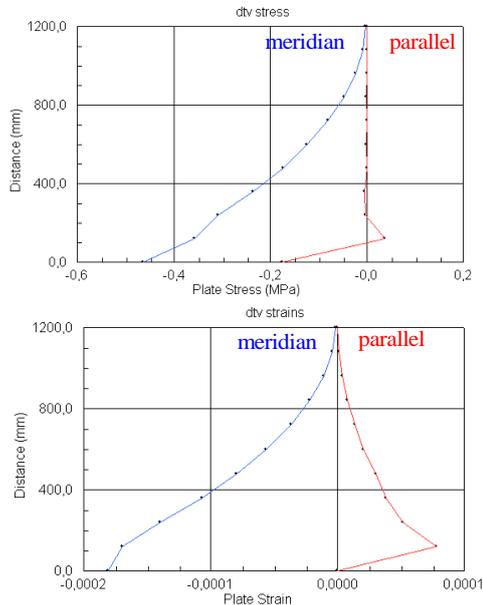
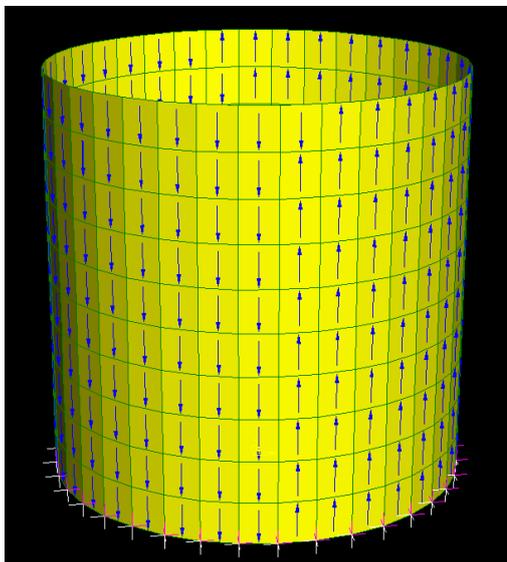


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

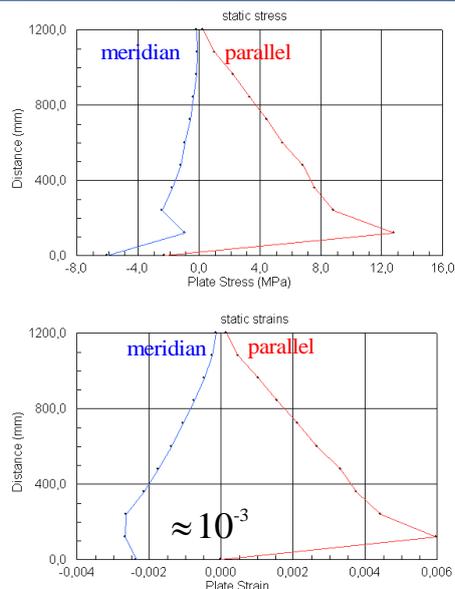
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

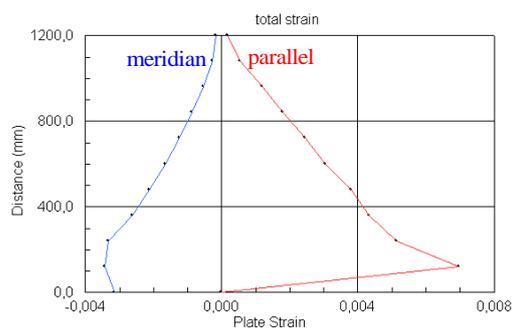
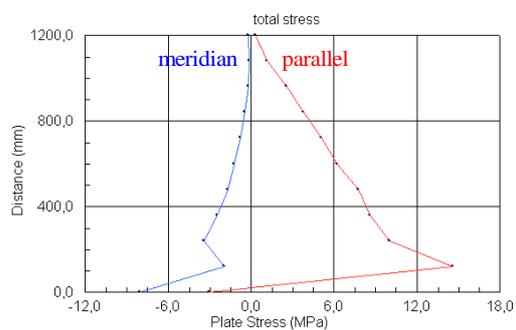
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



$t = 4 \text{ mm}$

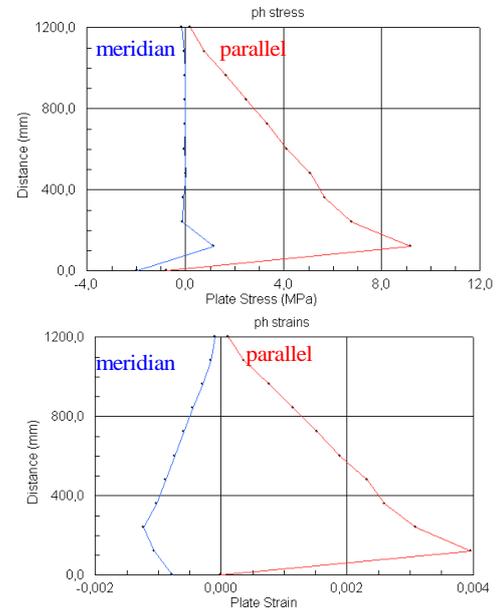
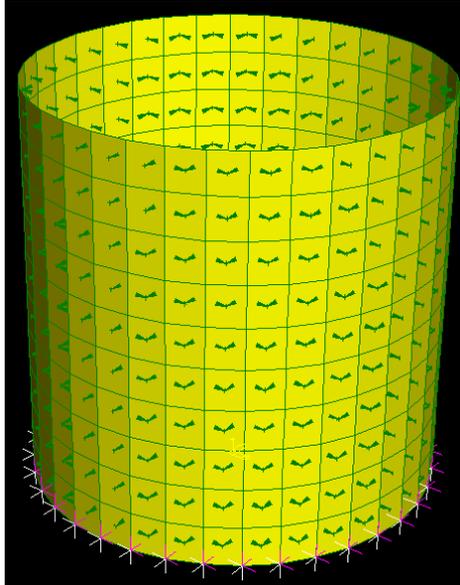
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

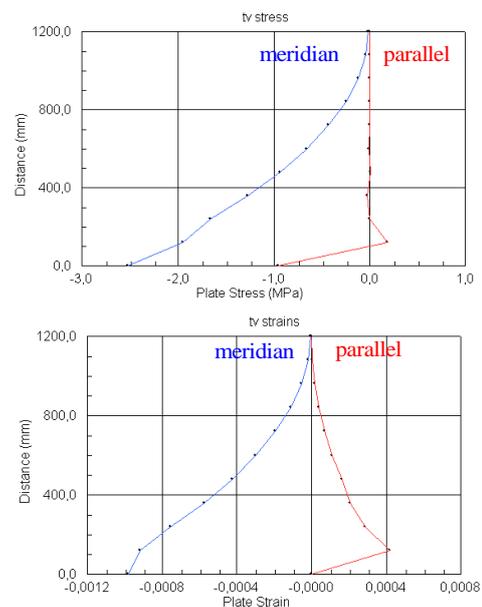
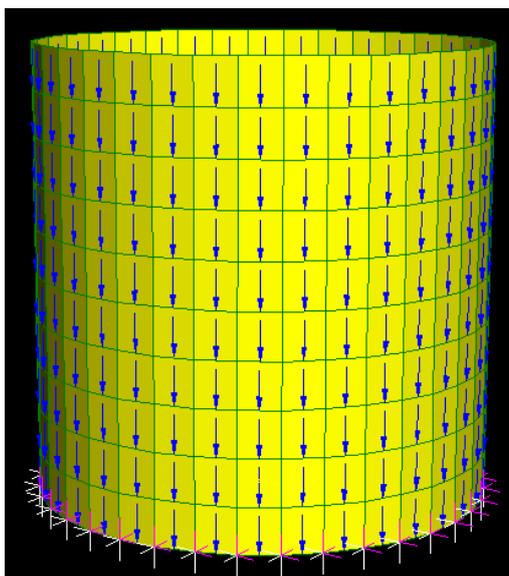


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

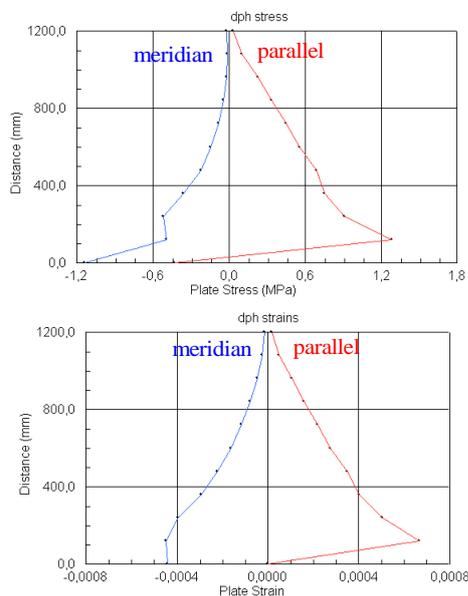
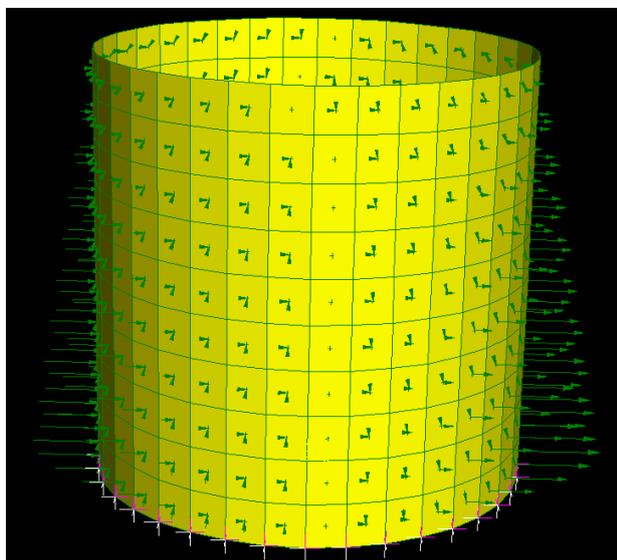


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

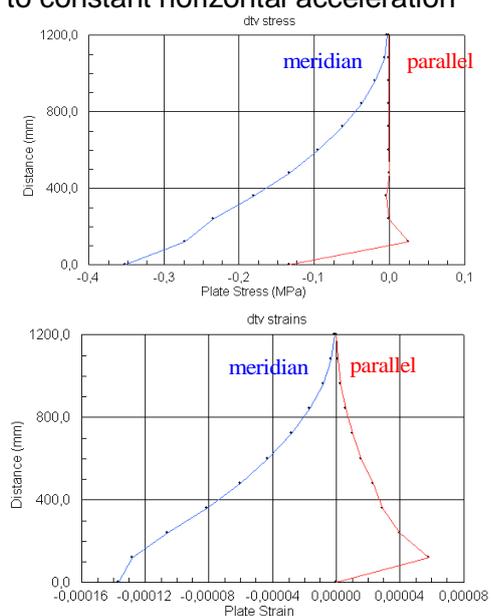
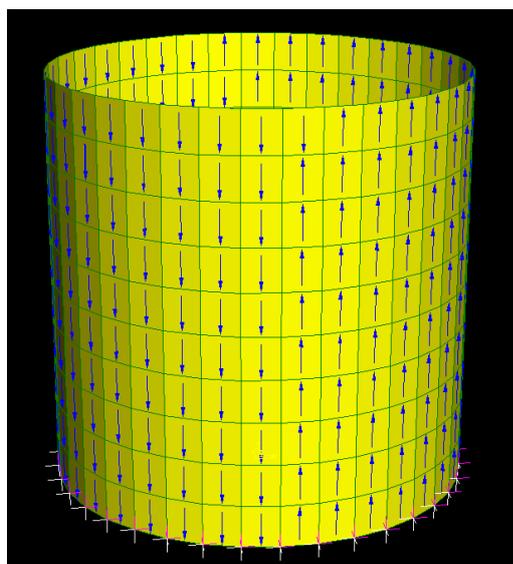


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

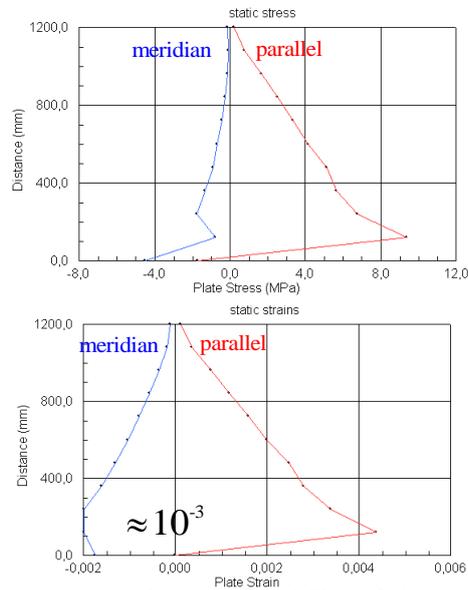
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

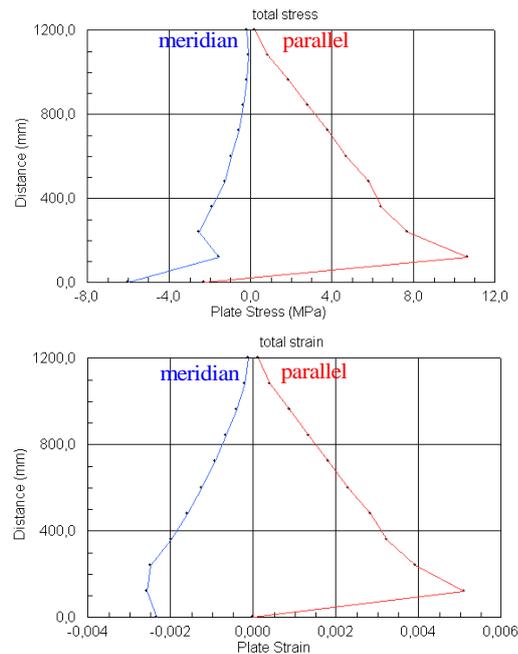
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



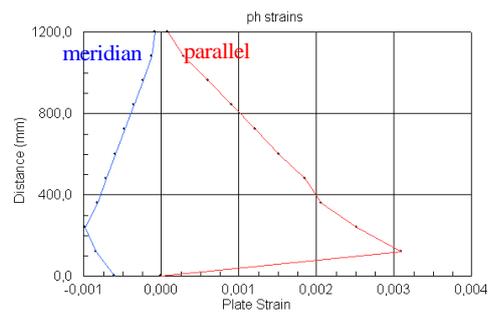
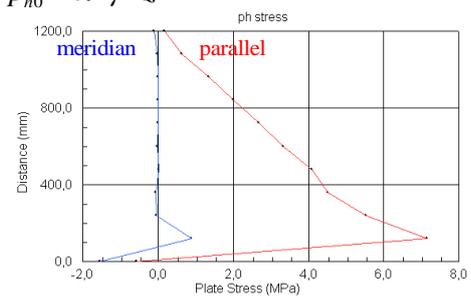
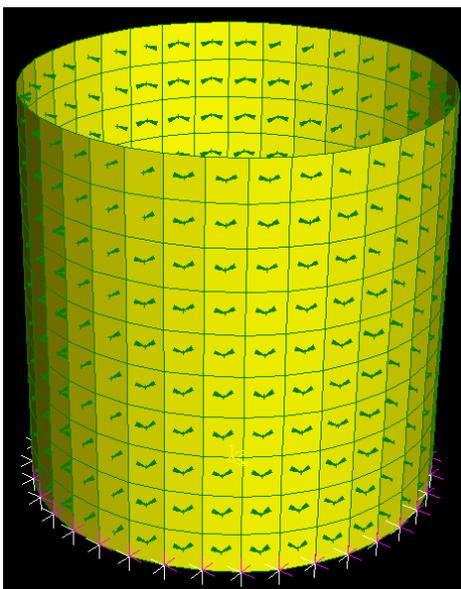
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

$t = 5 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

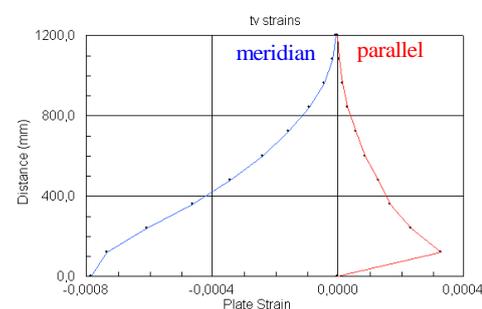
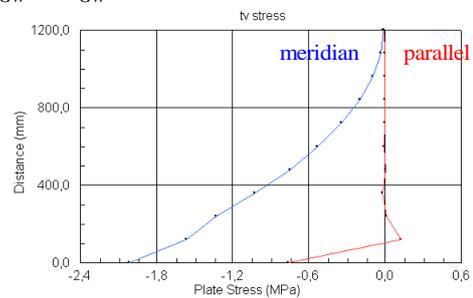
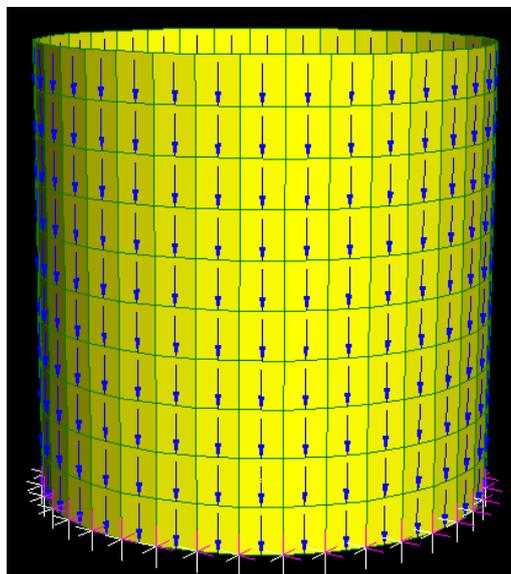
$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$





ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v, GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

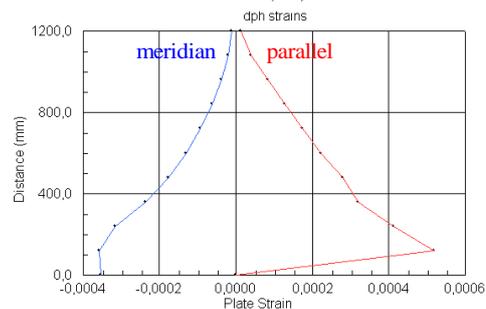
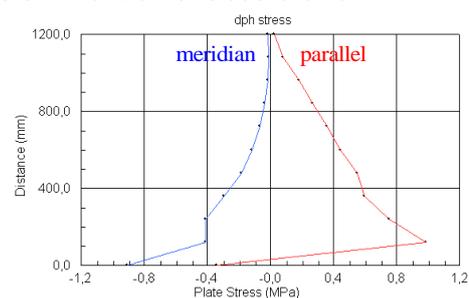
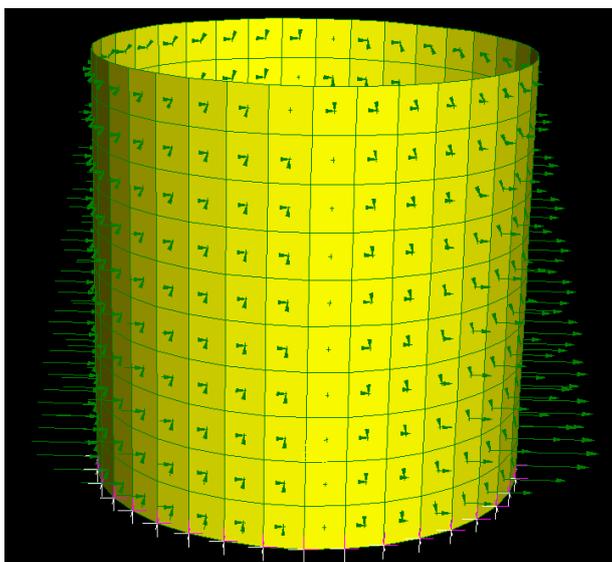


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

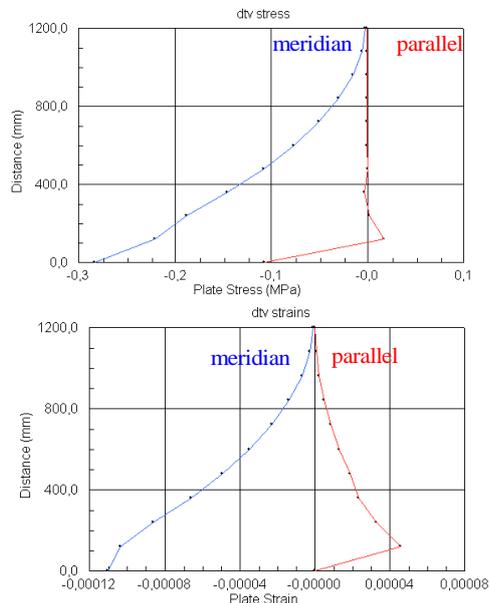
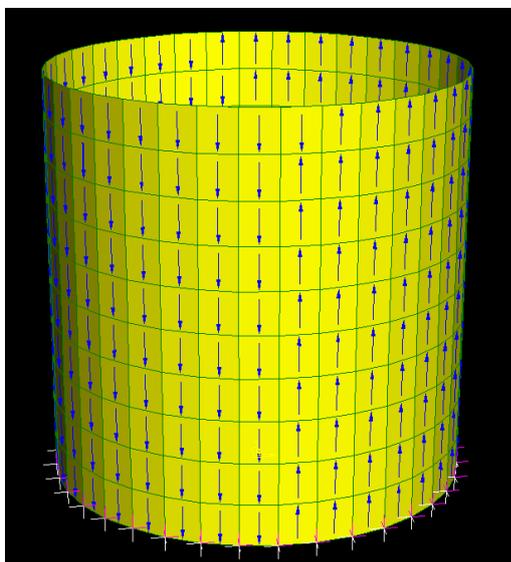


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

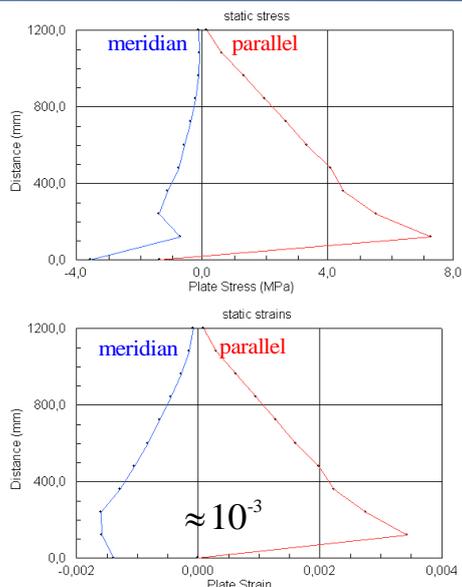
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

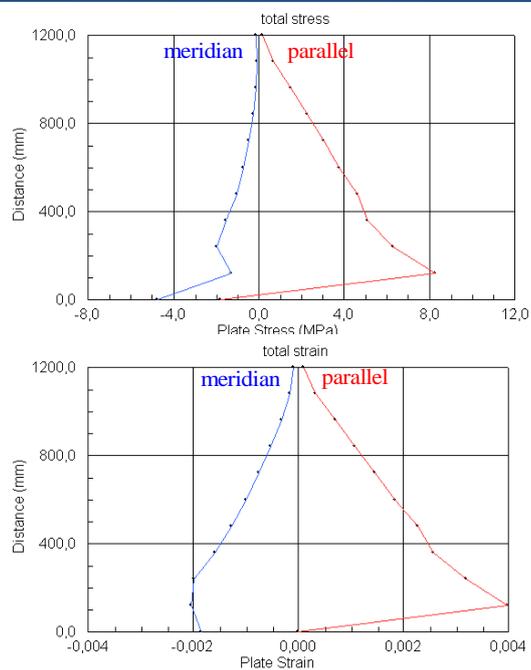
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



MODES AND PERIODS OF VIBRATION

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



4 CASES

EMPTY Specimen

with A2 (red
portion)

mass

with A1 (blue portion) +
A2 (red portion)
mass, i.e. ALL grain
modelled as mass

with ALL grain
modelled as elastic
material

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



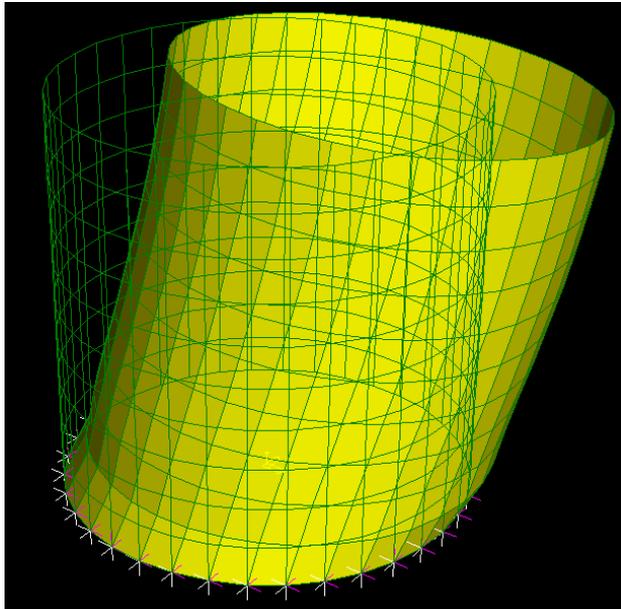
Case 1:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE EMPTY SILO

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 61
T=0,00989 sec

t=4mm → MODO 47
T=0,00989 sec

t=5mm → MODO 39
T=0,00989 sec

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



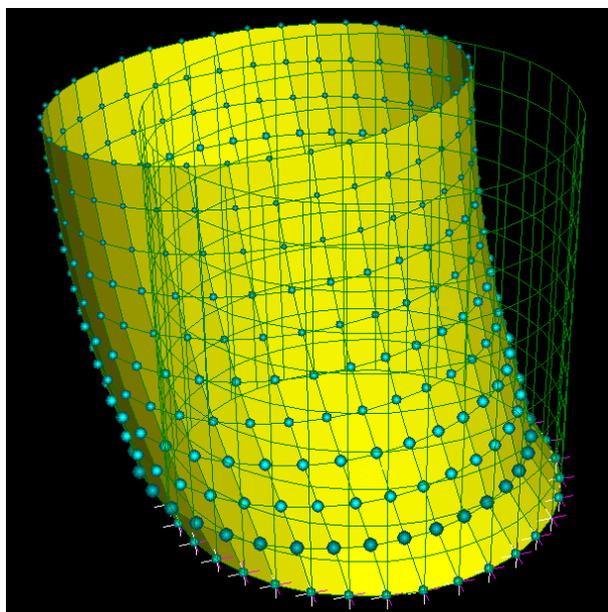
Case 2:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE **SILO + RED VOLUME**

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 90
T=0,038 sec

t=4mm → MODO 64
T=0,034 sec

t=5mm → MODO 51
T=0,031 sec

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



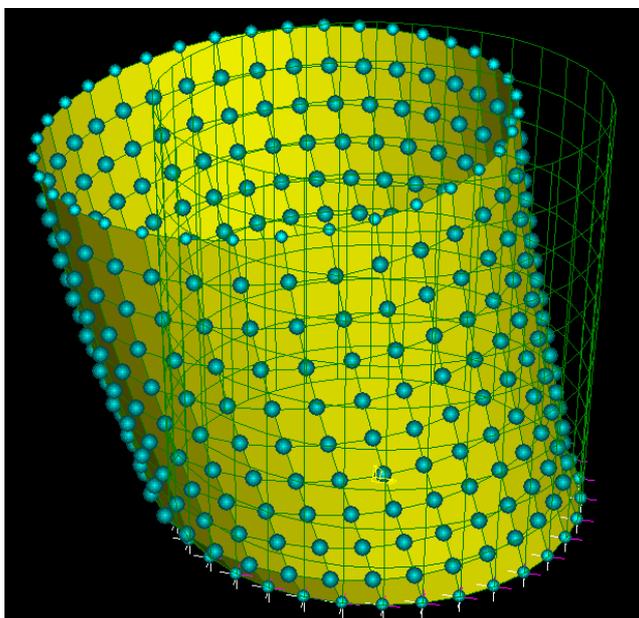
Case 3:

MODES AND PERIODS OF
VIBRATION
OF THE SILO + RED VOLUME
+ BLUE VOLUME

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 60
T=0,08 sec

t=4mm → MODO 47
T=0,07 sec

t=5mm → MODO 39
T=0,06 sec



COMPARISON

MODES

t [mm]	T empty [sec]	T + red volume [sec]	T +red and blue volume [sec]
3	0,00989	0,038	0,08
4	0,00989	0,034	0,07
5	0,00989	0,031	0,06

Allegato 5 – Provino 4



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
 FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
 SP4-Capacities



SERIES
 SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
 FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
 Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

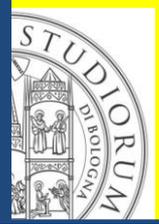
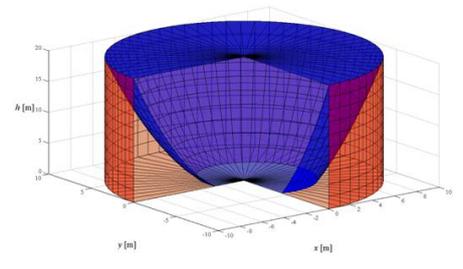


ALMA MATER STUDIORUM
 UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es



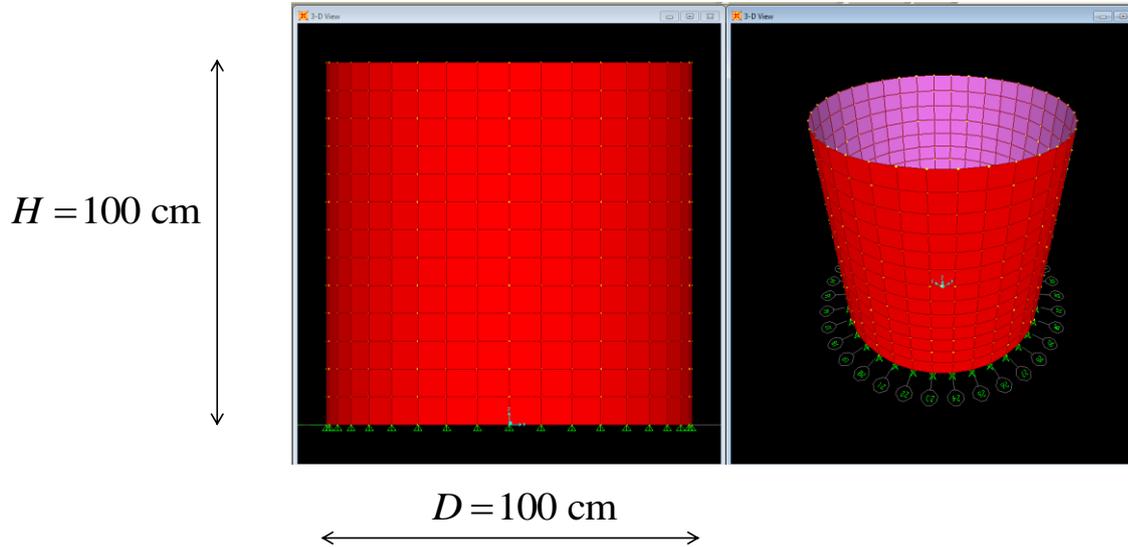
Universitat d'Alacant
 Universidad de Alicante



THE SPECIMEN (second tentative H=D=1.0m)



SPECIMEN DATA



SPECIMEN DATA

SILO:

$$H > 100 \text{ cm}$$

$$D = 100 \text{ cm}$$

$$t_{wall} = 3,4,5 \text{ mm}$$

material: POLICARBONATE

$$\gamma = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$E = 2200 \text{ MPa}$$

CONTENT:

$$H = 100 \text{ cm}$$

* = to be checked

** = to be verified during Phase 0 (Rig development) of the test

material: STEEL BALLS

$$\gamma = 7850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} **$$

$$E = 210000 \text{ MPa} *$$

$$\varphi = 22^\circ \text{ (internal friction angle) **}$$



PARAMETERS

constant additional accelerations:

$$0 \leq a_{gh} \leq 0.40g$$

$$a_{gv} = 0 \Rightarrow \nu = 1$$

friction coefficients (glass-plexiglass):

$$\mu_{GW} = 0.3$$

$$\mu_{GB} = 0.3$$

pressure ratio:

$$\lambda_{RANKINE-static} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0.45$$

$$\lambda_{CAMIZ-dynamic} = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} = 0.75$$

$$\lambda \cong 0.6$$

<http://www.engineershandbook.com/Table/s/frictioncoefficients.htm>

Material 1	Material 2	Coefficient of friction			
		dry		greasy	
		static	dynamic (sliding)	static	dynamic (sliding)
Glass	Glass	0.9-1.0	0.4	0.1-0.6	0.09-0.12
Glass	Metal	0.5-0.7		0.2-0.3	
Glass	Nickel	0.78	0.56		
Plexiglass	Plexiglass	0.8		0.8	
Plexiglass	Steel	0.4-0.5		0.4-0.5	



about λ from Pozzati's text

140 Capitolo quarto

carico appeso alla parete a causa dell'attrito e quindi massimo lo sforzo normale verticale p_v della parete (fig. 4.4). La sollecitazione p_v , che è riferita al tratto lungo l della parete stessa, si ricava immediatamente per differenza

Fig. 4.4

fra il peso $\gamma A y$ del materiale sopra la sezione alla generica quota y e la reazione $p_v A$ del materiale sottostante (fig. 4.4); ossia

$$p_{v,max} = (\gamma y - p_{v,max}) A : l_m \quad [4.8]$$

essendo l_m la lunghezza della linea media fra i due contorni ($l_m = 2\pi r_m$ per una cella circolare); naturalmente al valore [4.8], conseguente alla presenza del solo materiale insediato, vanno aggiunti i contributi delle rimanenti azioni (peso proprio, copertura).

b) I valori [4.6] delle pressioni massime possono essere ottenuti anche per via diretta; per la terza delle [4.1], con l'aumentare della pressione p_v , aumenta di pari passo τ_v . Consideriamo allora uno strato di materiale avente lo spessore dy ; essendo da un lato crescente p_v , quindi anche τ_v , e dall'altro mantenendosi a qualunque quota costante il peso $\gamma \cdot A dy$ di ogni elemento di materiale, oltre una certa profondità l'azione di sostentamento derivante dall'attrito sarà in grado di equilibrare pressoché completamente il peso dei vari straterelli, per cui questi risulteranno appesi alle pareti e non si avrà più alcun sensibile incremento della p_v . Mettendo in formula il discorso fatto si ha, per $\nu = \infty$,

$$\tau_v l \cdot dy = \gamma A \cdot dy,$$

e si ottengono quindi le relazioni [4.6], poiché $\tau_v = p_v \lambda f$ e $p_v = \lambda p_v$.

c) I valori di $\lambda = \frac{p_v}{p_v}$, $f = \frac{\tau_v}{p_v}$.

Koenen propose (1896) di adottare per λ il valore che Rankine aveva definito nel caso limite illustrato nel par. 3.3.2

$$\lambda = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad [4.9]$$

141 Pressioni sulle pareti dei silii

ossia nel caso della spinta attiva per un terreno illimitato; ma era evidente la contraddizione di attribuire a λ il valore di Rankine (valido nel caso in cui, essendo y direzione principale, τ_v risulta nulla) proprio quando la tensione tangenziale τ_v gioca invece un ruolo essenziale.

Il rapporto fra pressione orizzontale e verticale doveva quindi venir determinato ammettendo la presenza della τ_v e così è stato fatto, come venne mostrato nel par. 3.3.4 servendo per λ un'espressione (Camiz, v. nota 3.14) che, per $\delta = 0$, coincide con la [4.9], e per il massimo valore di δ ($\delta = \varphi$) diventa (Buisman, v. bibl.)

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \quad (4.9) \quad [4.10]$$

4.2.2. L'ansito delle esperienze. Valori di λ , f.

a) Il problema delle azioni trasmesse alle pareti dei silii è assai complesso e si presenta quanto mai opportuno l'appello a indicazioni sperimentali che, pur presentando grande dispersione, consentano di trarre alcune utili indicazioni.

Innanzi tutto le ipotesi di Janssen sembrano sostanzialmente confermate: i valori dei coefficienti λ, f , variando y , si mantengono abbastanza uniformi; e l'uniformità della pressione p_v su ogni sezione si presenta naturalmente più verosimile quando il materiale è in quiete, il foro per lo scarico è centrato e la cella è snella. Inoltre la più parte delle esperienze mostra concordemente la grande differenza fra i regimi delle pressioni che si hanno, pur essendo i livelli di riempimento uguali, con le bocche di scarico chiuse e aperte ⁴⁴⁾. Il fatto è, per esempio, bene evidente esaminando la fig. 4.5 che riporta i risultati di significative prove con materiale granulare: il valore di λ in genere aumenta sensibilmente e in misura irregolare quando lo scarico è in alto, ma risulta, anche in regime statico, maggiore del valore [4.9] di Koenen-Rankine.

Il valore limite p_v non dipende da λ , secondo la [4.6]; ma, naturalmente, dipende da λ la pressione p_v per la presenza nella [4.5] della funzione $\psi(y)$. Aumentando il valore di λ diminuisce ψ , e aumentano quindi, alle varie quote y , i valori della funzione $\psi(y)$; e si ha in definitiva che un incremento positivo del valore di λ comporta, per p_v , un aumento in ogni punto, ma più sensibile nella parte alta della cella (fig. 4.3a). Pertanto i silii proporzionati con il valore [4.9] di λ proposto da Koenen hanno un più ridotto coefficiente di sicurezza, relativamente a p_v , nella loro parte più alta; e ciò spesso nell'in-

⁴⁴⁾ I valori di λ calcolati con la [4.9] (Koenen-Rankine), e con la [4.10] (Camiz-Buisman) sono sensibilmente diversi e i secondi sono più prossimi a quelli ottenuti sperimentalmente, come si dirà in seguito. Ad esempio, per $\varphi = 20^\circ - 25^\circ - 30^\circ - 35^\circ - 40^\circ - 45^\circ$, i valori che si ottengono con la prima o la seconda (posti fra parentesi) delle due formule sono: 0,400 (0,791) - 0,406 (0,697) - 0,333 (0,600) - 0,271 (0,505) - 0,217 (0,415) - 0,172 (0,333).

⁴⁵⁾ Sono stati suggeriti alcuni accorgimenti per ridurre l'aumento delle spinte all'atto dello scarico del materiale. Si veda REZBERG, op. cit. (v. bibl.), p. 55: l'applicazione di un tubo forato, alto poco meno della cella e in asse con la bocca d'uscita, fa sì che non si metta in movimento l'intera massa.



about λ from Pozzati's text

• RANKINE's Theory: $\tau_v = 0$ $\lambda = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \Rightarrow 0.45$

• CAMIZ's Theory: $\tau_v \neq 0$

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \Rightarrow 0.75$$

**
= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\varphi = 22^\circ$ Steel balls
**



about μ from Pozzati's text

Static
Dynamic

Fig. 4.7 b)

materiali « in quiete », ossia in regime statico, i seguenti dati (indicando, come si è detto, δ , φ con δ_s , φ_s):
 $\delta_s = \varphi$ (pareti molto scabre), $\delta_s = 0,5\varphi$ (pareti lisce), $f_s = \text{tg } \delta_s$ [4.11]
 e se le pareti sono abbastanza lisce:
 $\delta_s = 0,75\varphi$; [4.12]
 per λ_s , valori compresi fra 0,35 e 0,55 (tab. 3.7, p. 116), e quando l'angolo di attrito si aggiri sui 30° e le pareti siano abbastanza lisce

144 Capitolo quarto
 e quando il valore di φ si aggiri intorno ai 30° e le pareti siano abbastanza lisce
 $\delta_s = 0,6\varphi = 18^\circ$, $f_s = \text{tg } \delta_s \approx 0,32$, $\lambda_s \approx 0,9$. [4.16]
 A titolo di orientamento può essere utile avere anche presente che, per materiali granulari con $\varphi = 30^\circ$ e per celle circolari, i valori della distanza γ_{st} definita dalla [4.3], valgono, in regime statico e dinamico,

**
= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\beta = 0.6$ for surface fairly smooth
 $\beta = 0.5$ for surface smooth

$$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.6 \cdot 22^\circ) \approx 0.23$$

$$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.5 \cdot 22^\circ) \approx 0.19$$

$\varphi = 22^\circ$ **
Steel balls

+ sand & glue \rightarrow $\mu = 0.3 \approx 0.4$

$\mu_{ideal} = 0.35$

For reference all following analyses have been conducted assuming

$\mu = 0.3$



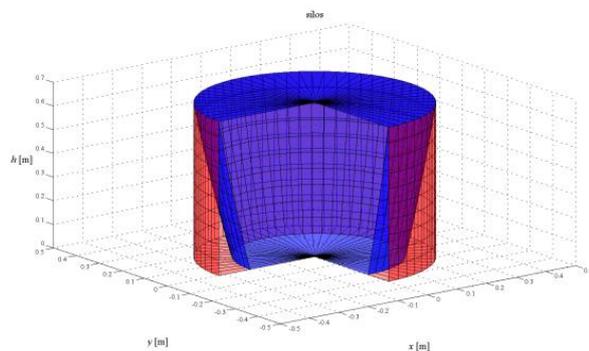
CHECK OF THE PARAMETERS WITH RESPECT TO THE THEORY'S LIMITS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



THEORY'S MATHEMATICALS LIMITS

1. Existence of $A1$
2. Existence of $A2$
3. Existence of s
4. Existence of $P_{h,GW}$
5. To avoid grain sliding at the base



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



1. Existence of A1

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT WEIGHS ON LOWER LEVEL; ⇒ TO LIMIT A2
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\vartheta, z = H) < R \quad \forall \vartheta$
RESULTS: LIMIT	$\frac{H}{2R} < \frac{1}{2 \cdot \beta(z = H, \vartheta = 0)} = \frac{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} = 0.2 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.306$ $a_{gh} = 0.4 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.222$ $a_{gh} = 0.6 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.139$



2. Existence of A2

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\vartheta, z = H) > 0 \quad \forall \vartheta$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} < 3.33$



3. Existence of s

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(z, \vartheta) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z}$ <div style="text-align: center;"> $R^2 - R \cdot \beta \cdot z > 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \left(1 - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot H}{R}\right) \cdot \frac{1}{v \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: green; color: black; padding: 5px;"> $a_{gh} < 0.93$ </div>



4. Existence of $p_{h,GW}$

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF RADIAL PRESSURE ON WALLS
MATHEMATICAL CONDITIONS	$p_{h,GW}(z, \theta) = \frac{p_{h,GG}}{1 - v \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center;"> $1 - v \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW} \neq 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \neq \frac{1}{v \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: green; color: black; padding: 5px;"> $a_{gh} \neq \frac{3.33}{\cos \theta}$ </div> <div style="text-align: right; font-size: 2em; margin-top: 10px;"> $\forall \vartheta$ </div>



5. To avoid grain sliding at the base

PHYSICAL SIGNIFICANCE	TO AVOID GRAIN SLIDING AT THE BASE
MATHEMATICAL CONDITIONS	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$ $a_{gh} \leq 0.40$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACCELERATION RANGE

Maximum value for the acceleration:

$$a_g \leq 0.4$$

For reference all following analyses have been conducted assuming:

$$a_g = 0.40$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

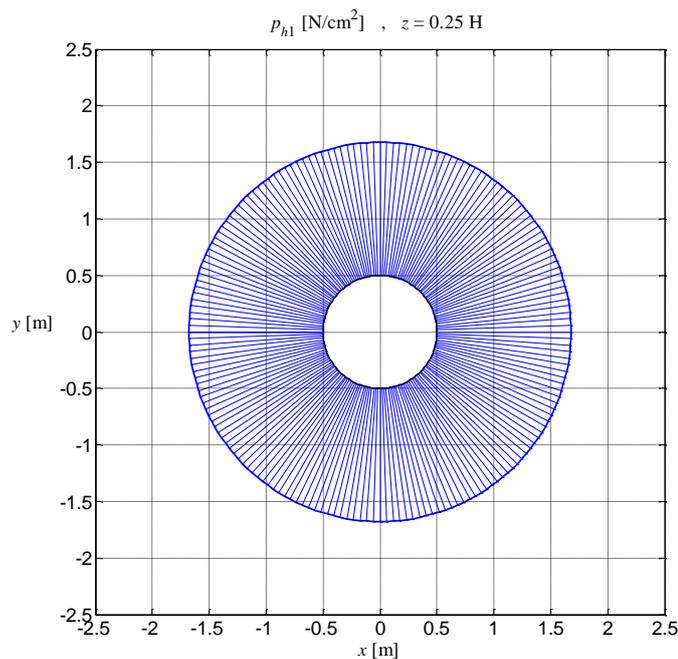


PRESSURES ACCORDING TO THE PROPOSED THEORY

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.25 H$



$$p_{h1} = 1.1775 \frac{N}{cm^2}$$

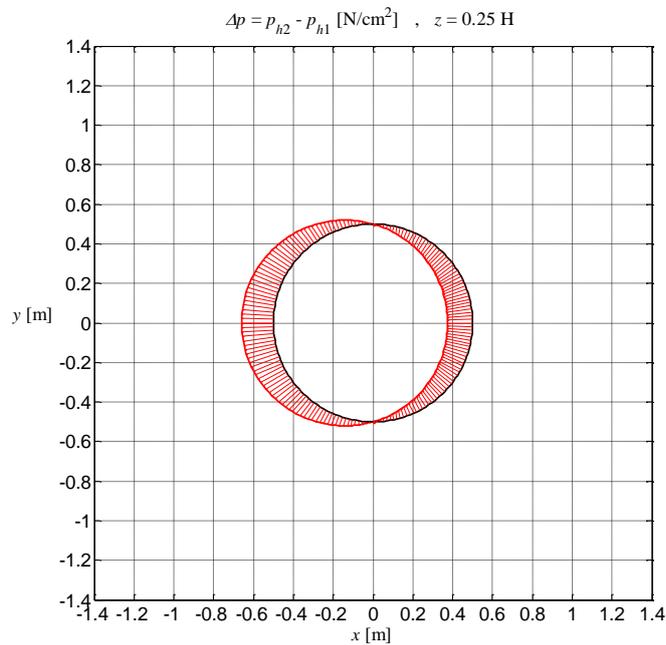
$$\Delta p_{\max} = 0.1606 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 1.3381 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.25 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 1.1775 \frac{N}{cm^2}$$

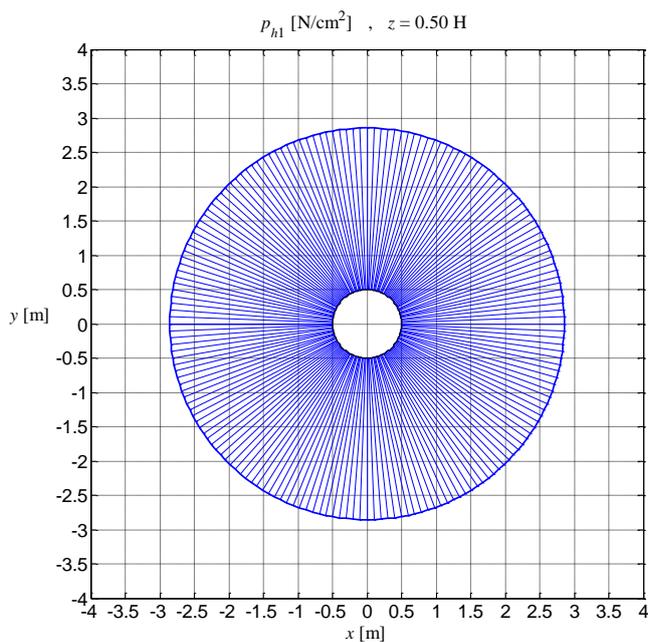
$$\Delta p_{\max} = 0.1606 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 1.3381 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.50 H$



$$p_{h1} = 2.355 \frac{N}{cm^2}$$

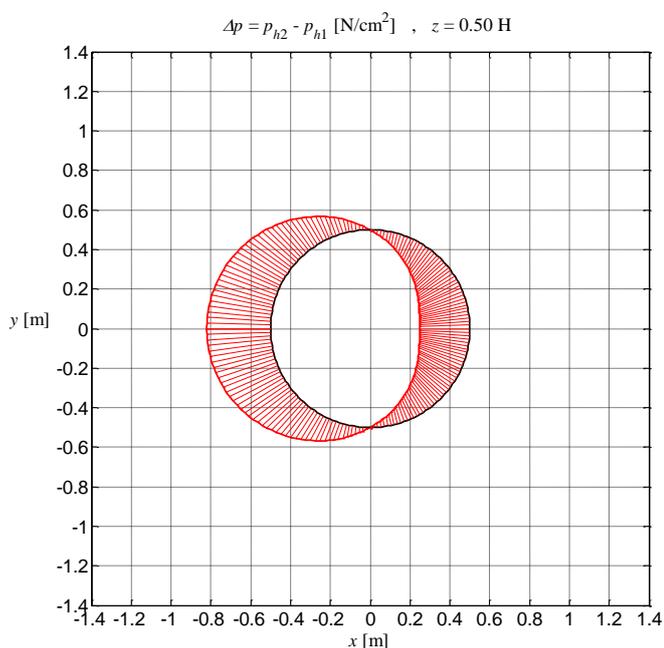
$$\Delta p_{\max} = 0.3211 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 2.6761 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.50 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 2.355 \frac{N}{cm^2}$$

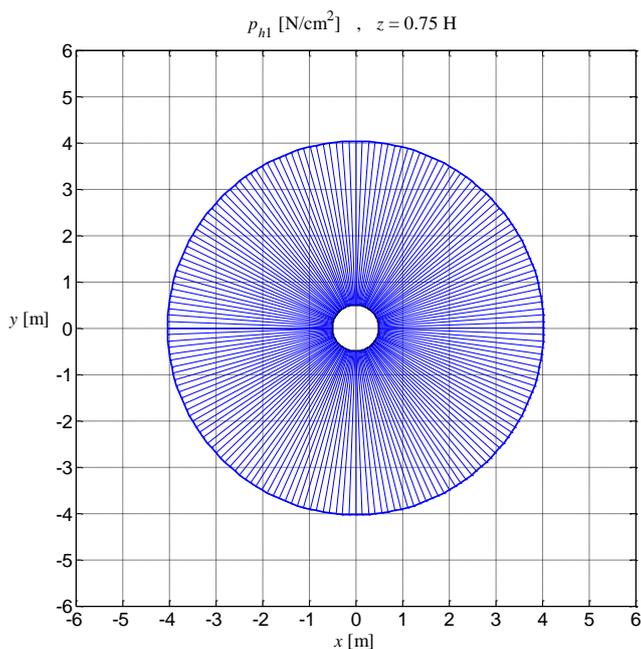
$$\Delta p_{\max} = 0.3211 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 2.6761 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.75 H$



$$p_{h1} = 3.5325 \frac{N}{cm^2}$$

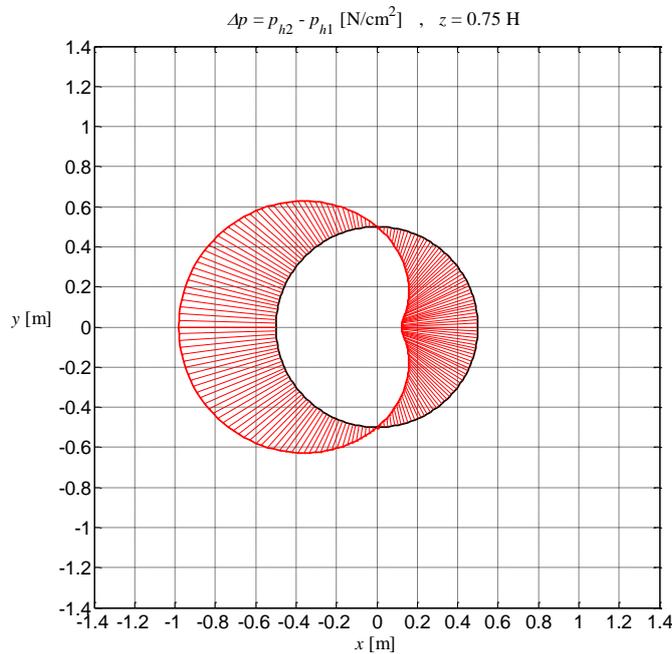
$$\Delta p_{\max} = 0.4817 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 4.0142 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.75 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 3.5325 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

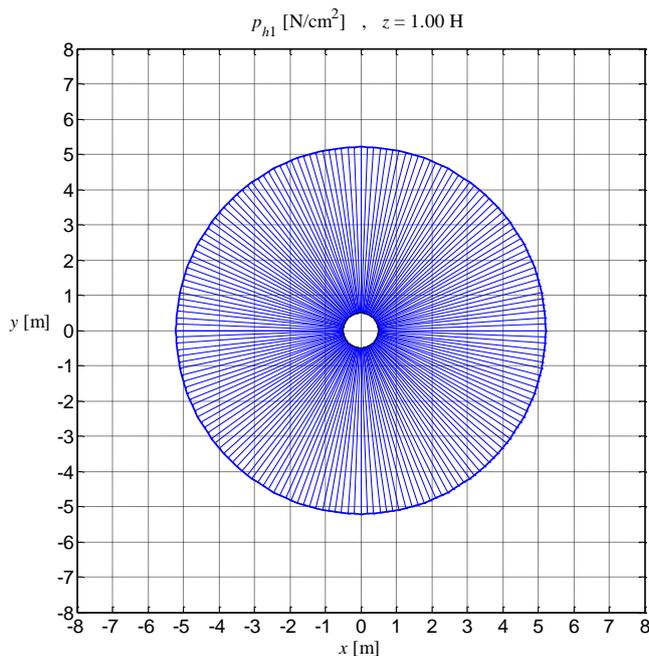
$$\Delta p_{\max} = 0.4817 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 4.0142 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 1.00 H$ (AT THE BOTTOM / BASE)



$$p_{h1} = 4.71 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

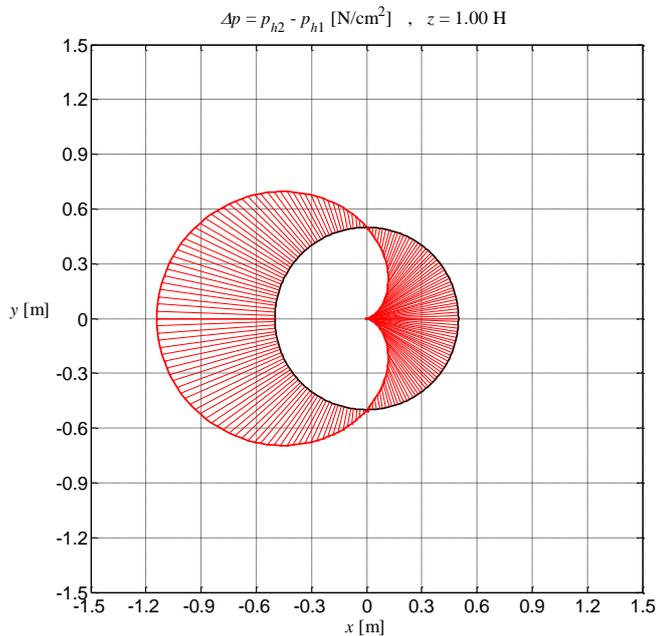
$$\Delta p_{\max} = 0.6423 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,\text{tot},\max} = 5.3523 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 1.00$ H DUE TO DYNAMIC ACTION (AT THE BASE)



$$p_{h1} = 4.71 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.6423 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 5.3523 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

- **Diameter** of Sensible Area: 9,53 mm
- **A = Sensible area** = $\pi D^2 / 4 = 71,29 \text{ mm}^2 = 71,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
- **Range** of the first level: **0 - 4,4 N**



$$\frac{4.40}{71.29} 10^6 \frac{N}{m^2} \approx 62000 \frac{N}{m^2} \approx 6.2 \frac{N}{cm^2}$$



Max pressure
measurable by the
instrument

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{h1}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{3.5325 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.57 = 57\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.4817 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.078 = 7.8\%$$

$$\frac{p_{h, \text{tot}, \max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{4.0142 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.65 = 65\%$$



DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

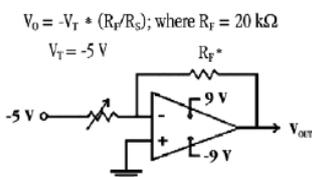


FlexiForce Flyer Model A201

Standard Force Ranges (as tested with circuit shown below)

- 0 - 1 lb. (4.4 N)
- 0 - 25 lbs. (110 N)
- 0 - 100 lbs. (440 N)

In order to measure forces above 100lbs (500, 1000lbs), simply apply a lower drive voltage and reduce the resistance of the feedback resistor (1kohm min.)



*The range for R_f is 1 k Ω to 100 k Ω
 **Resistance at no load is 20 M Ω

Typical Performance

Linearity (Error)	< $\pm 5\%$
Repeatability	< $\pm 2.5\%$ of Full Scale
Hysteresis	< 4.5 % of Full Scale
Drift	< 3% per Logarithmic Time Scale
Rise Time	< 20 μsec
Operating Temperature	15°F - 140°F (-9°C - 60°C)*

*Force reading change per degree of temperature change = $\pm 0.2\%/^{\circ}\text{F}$ (0.36%/°C)
 *For loads less than 10 lbs., the operating temperature can be increased to 165°F (74°C)

Evaluation Conditions

Line drawn from 0 to 50% load
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Constant Load of 25 lbs. (111 N)
 Impact Load, Output recorded on Oscilloscope

DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

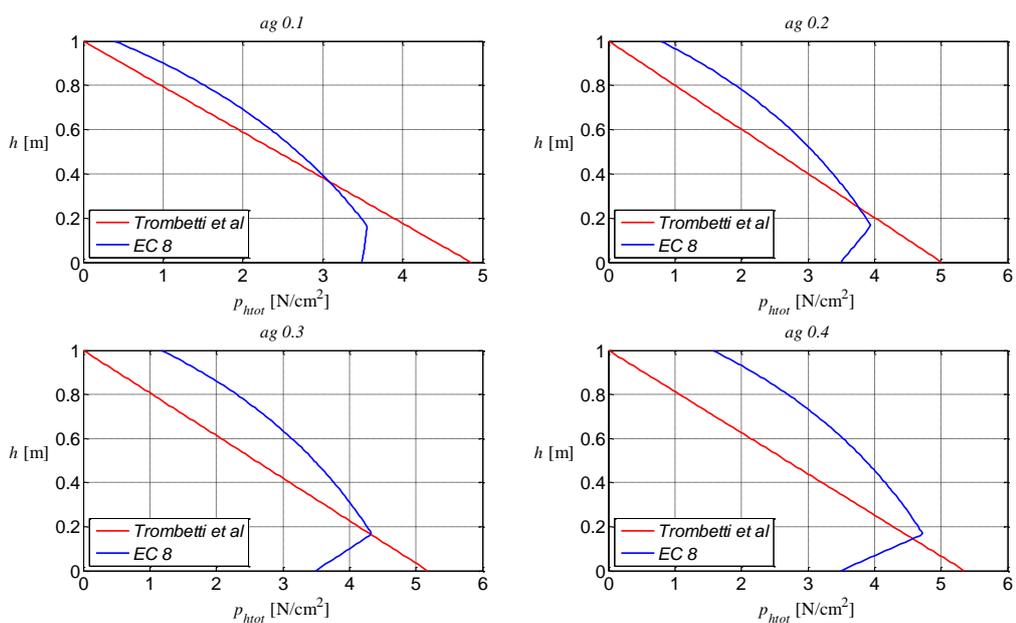


PRESSURES: COMPARISON WITH EC8

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



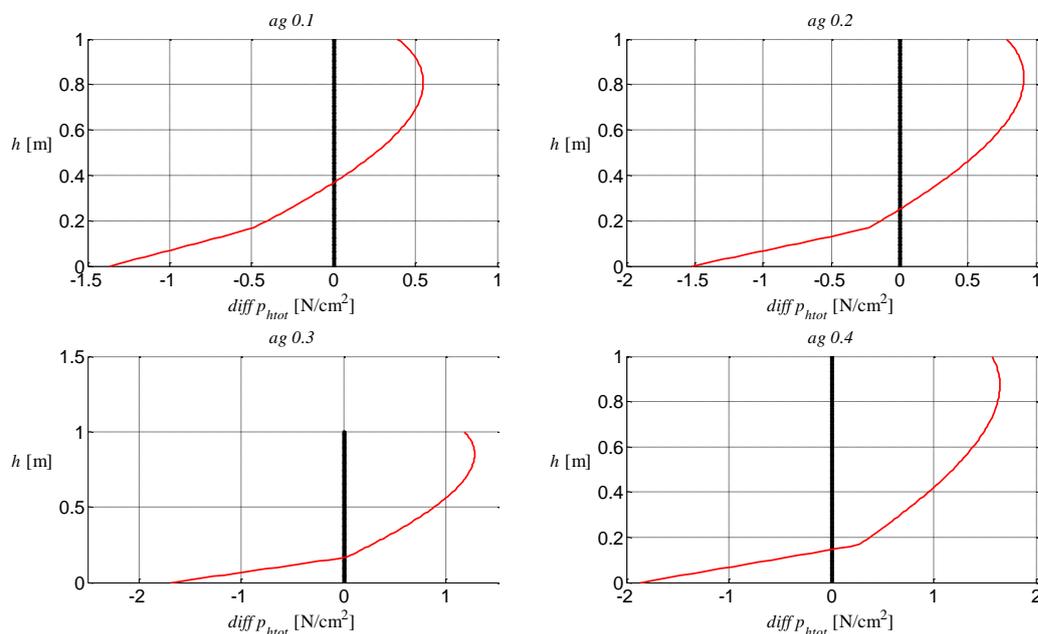
Comparison of total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



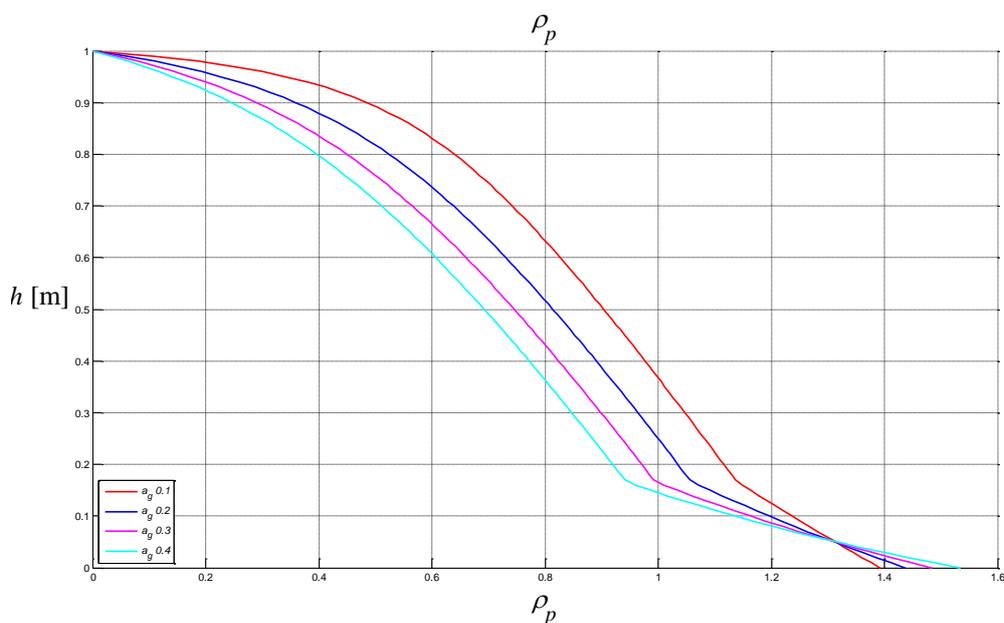
Differences between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



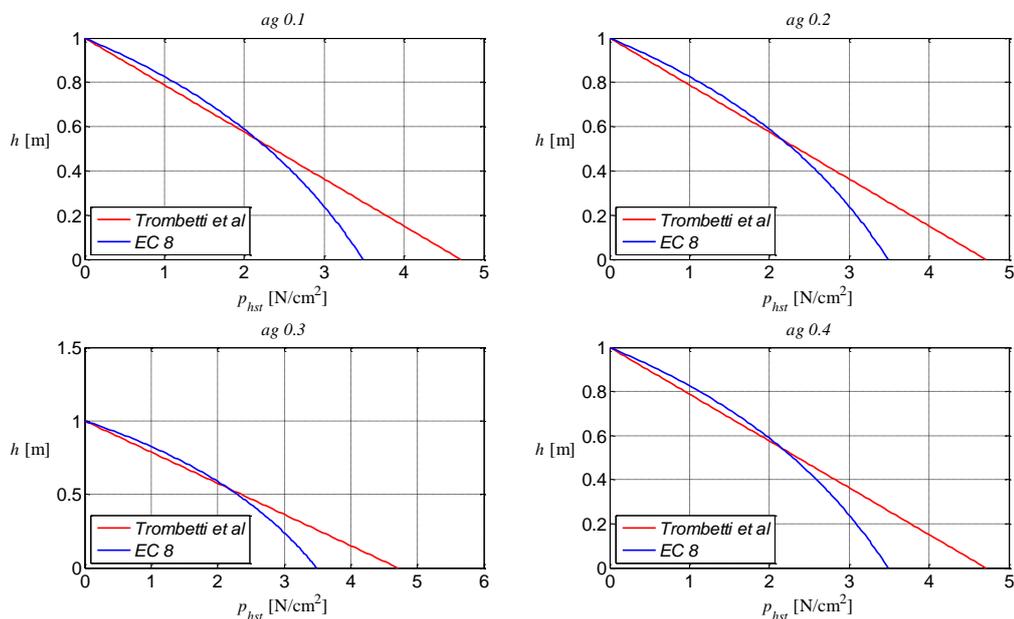
Ratios between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



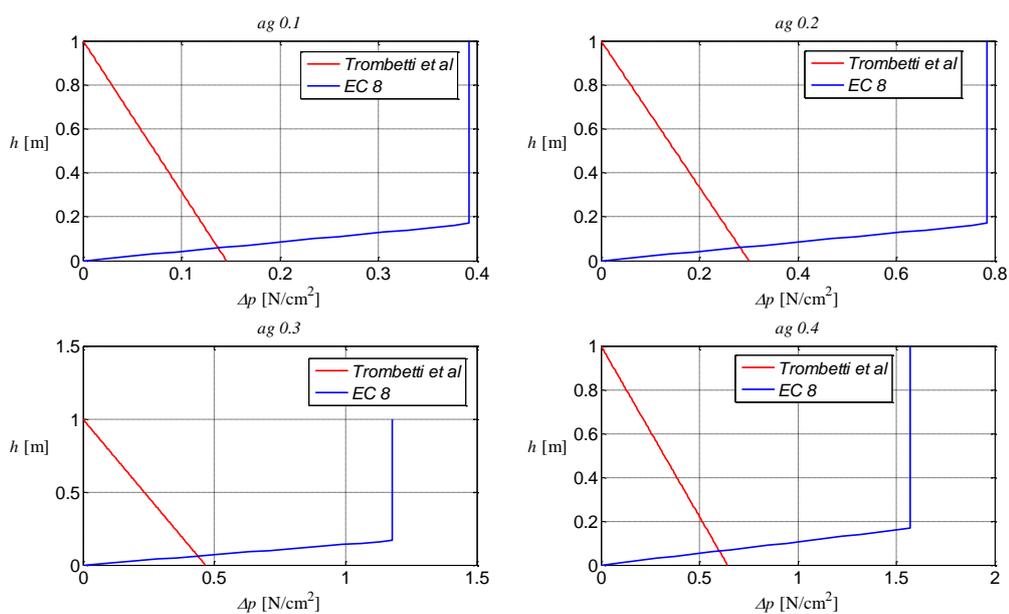
Comparison of static pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Comparison of delta-pressures (due to horizontal acceleration)



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

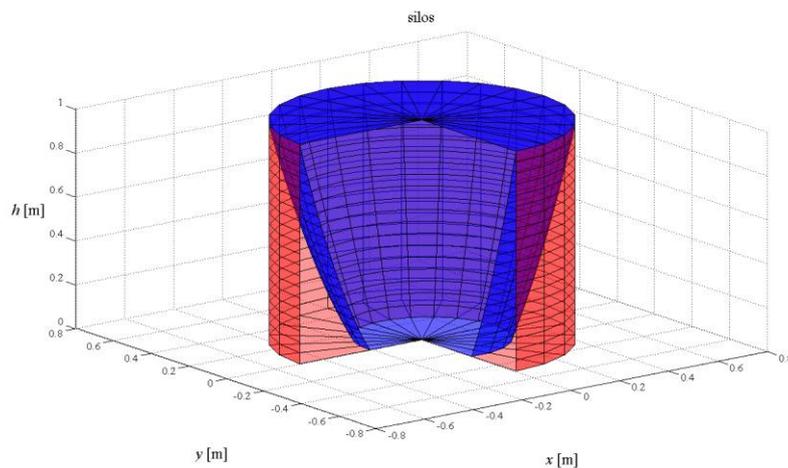


VOLUMES

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



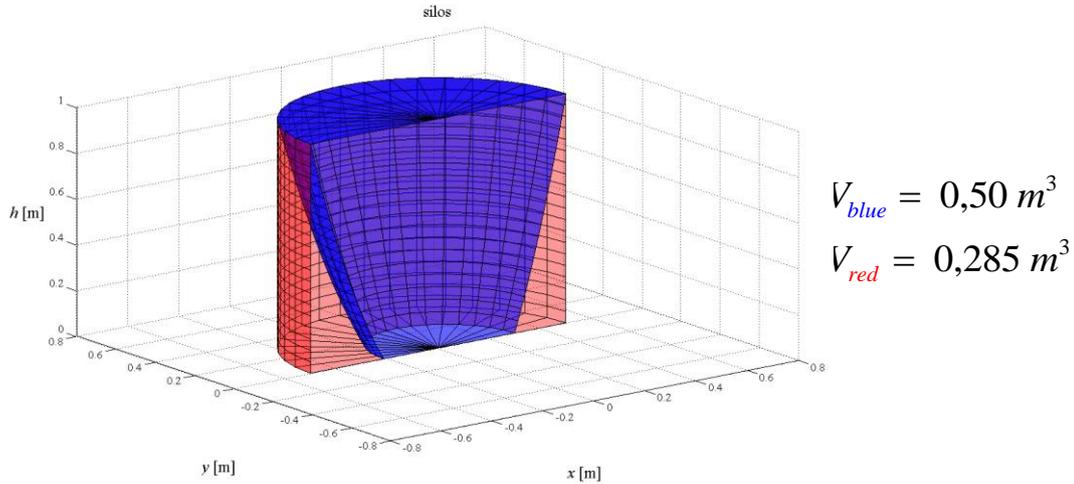
$$V_{A1} = \pi \cdot R \cdot H^2 \left(1 - \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right)$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS AT THE BASE OF SILO WALLS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



BASE ACTIONS

PROPOSED THEORY

$$T_{Trombetti} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

$$M_{Trombetti} = \frac{1}{3} \cdot a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

EC8

$$T_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(H - \frac{R}{6} \right)$$

vs.

$$M_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{2} \cdot \left(H^2 - \frac{R^2}{27} \right)$$



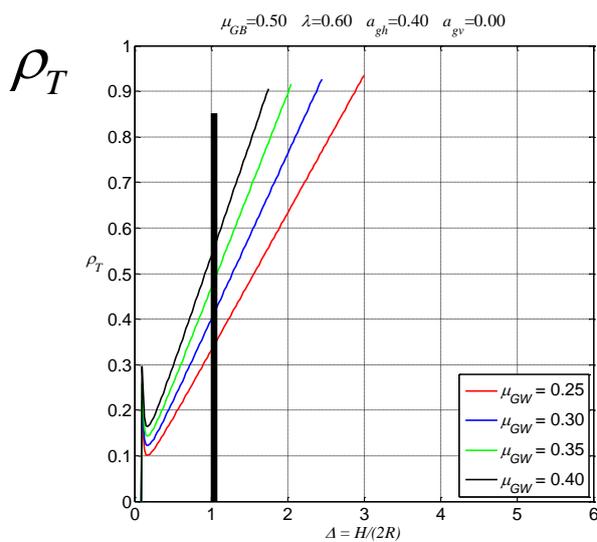
$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}}$$

$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$$T_{EC8} = 2260.64 \text{ kg}$$

$$T_{Trombetti} = 900.79 \text{ kg}$$

$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}} = \frac{900.79 \text{ kg}}{2260.64 \text{ kg}} = 0.4$$

$$\Delta = \frac{H}{2R}$$

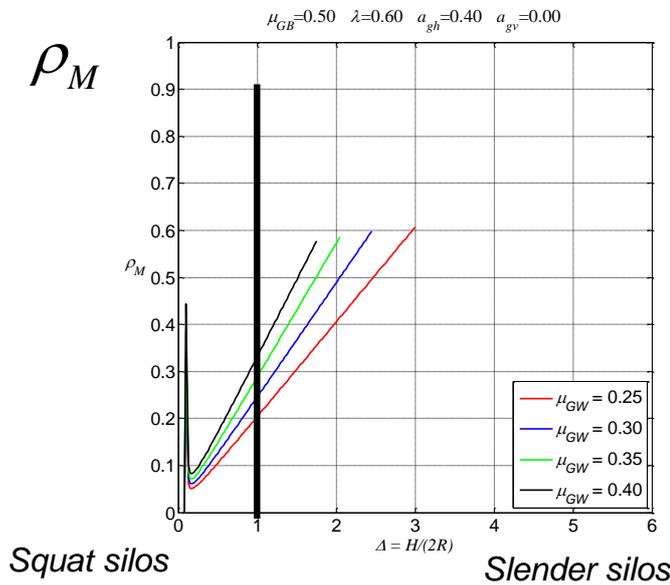
Squat silos

Slender silos

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$M_{EC8} = 1221.66 \text{ kgm}$

$M_{Trombetti} = 300.26 \text{ kgm}$

$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}} = \frac{300.26 \text{ kgm}}{1221.66 \text{ kgm}} = 0.28$

$\Delta = \frac{H}{2R}$



EXPECTED STRESSES AND STRAINS WITH THE FEM MODEL



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad a_{gv} = 0 \quad (\nu = 1)$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \tau_{v0,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h2,GW} - p_{h1,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \tau_{v2,GW} - \tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS at the bottom

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.6 \cdot 7850 \frac{kg}{m^3} \cdot 1.0m = 4710 \frac{kg}{m^2}$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.3 \cdot 0.6 \cdot 7850 \frac{kg}{m^3} \cdot 1.0m = 1413 \frac{kg}{m^2}$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 4710 \frac{kg}{m^2}$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

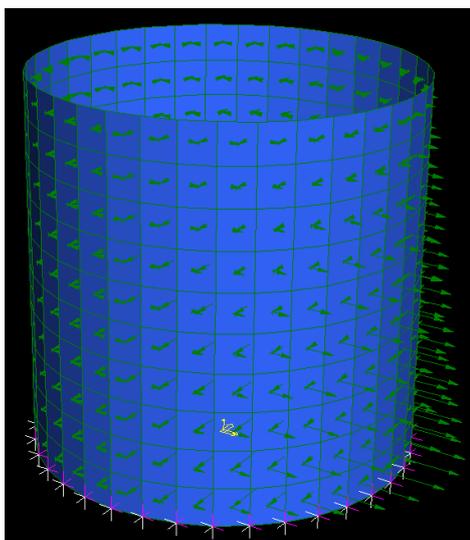
$$\Delta \tau_{v,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.3 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 1413 \frac{kg}{m^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

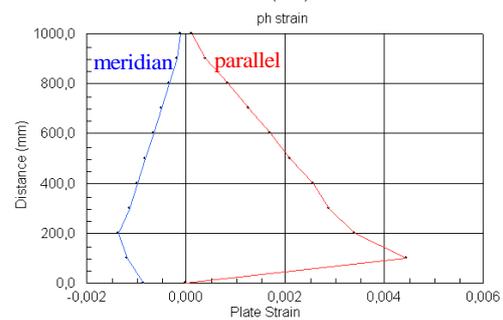
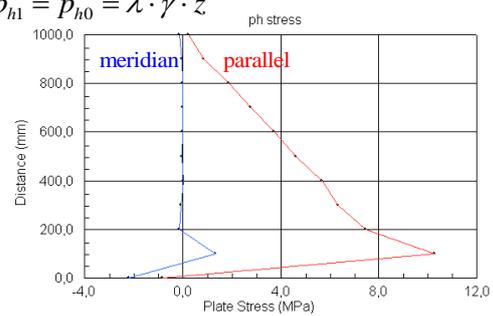
$t = 3 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures



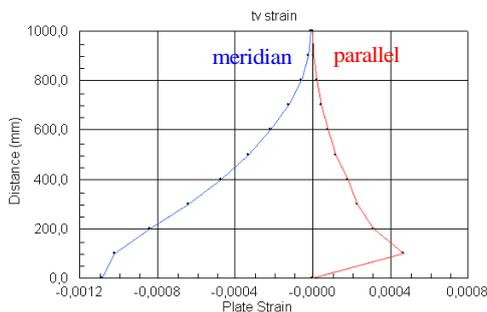
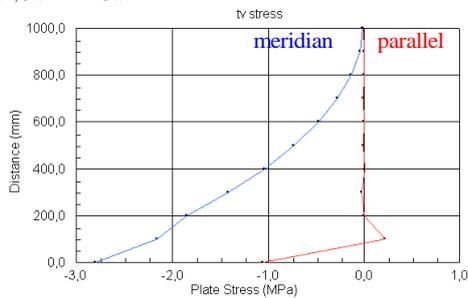
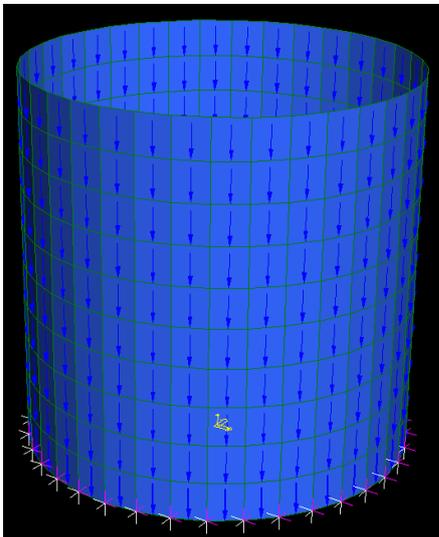
$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$





ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

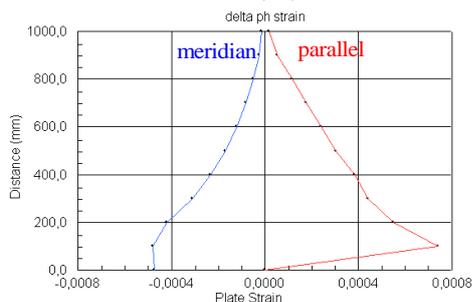
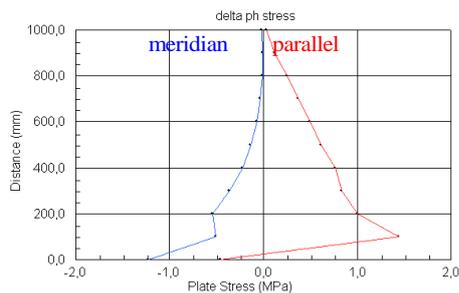
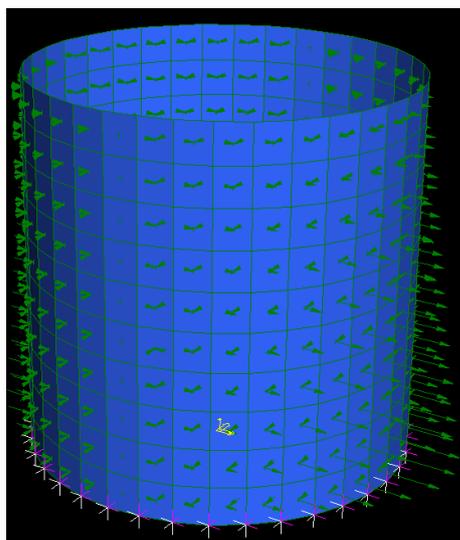


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

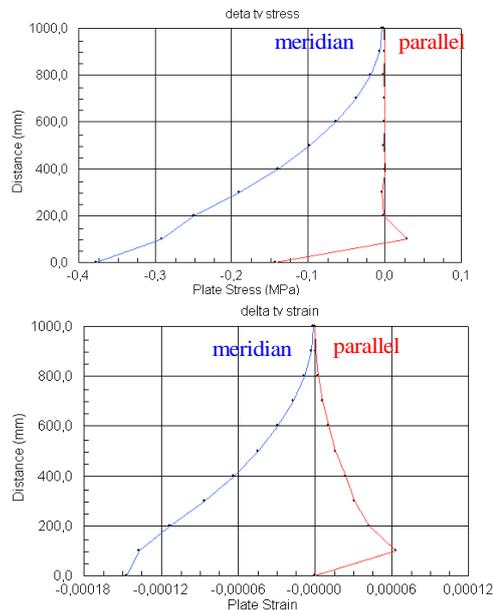
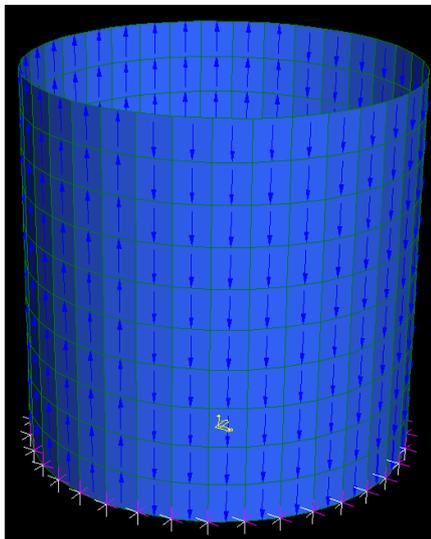


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

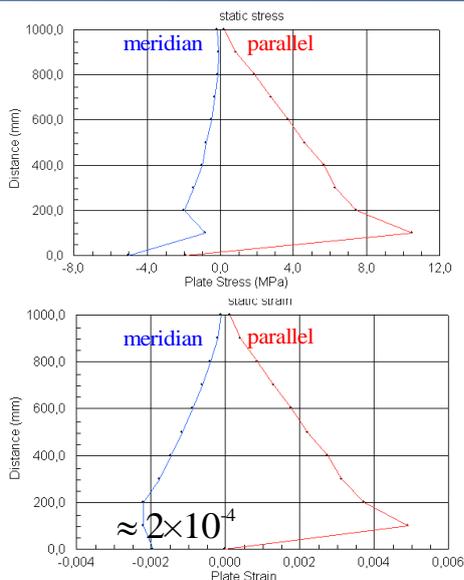
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

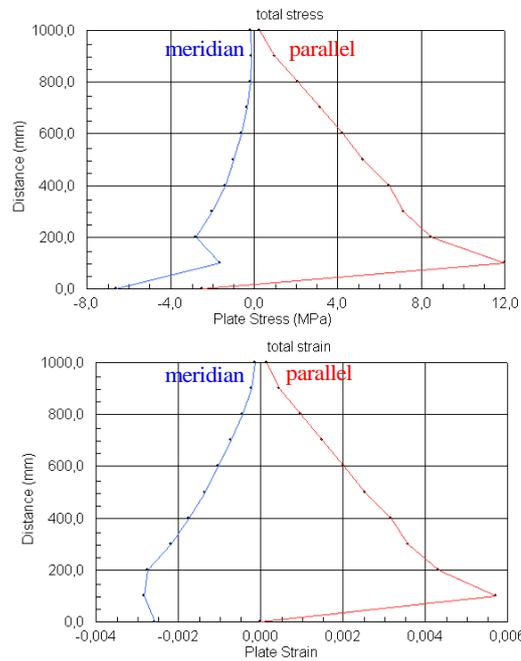
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



$t = 4 \text{ mm}$

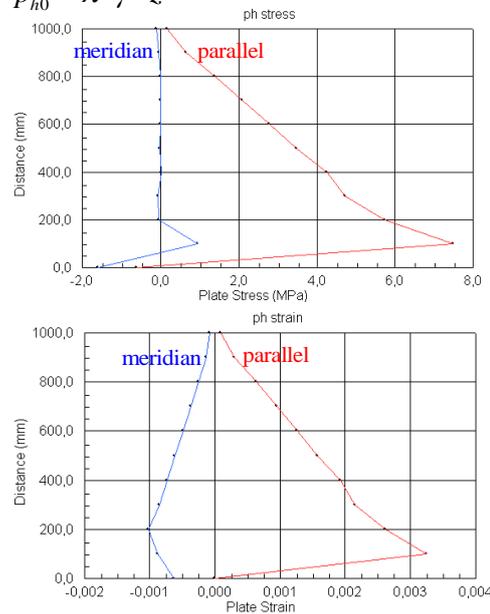
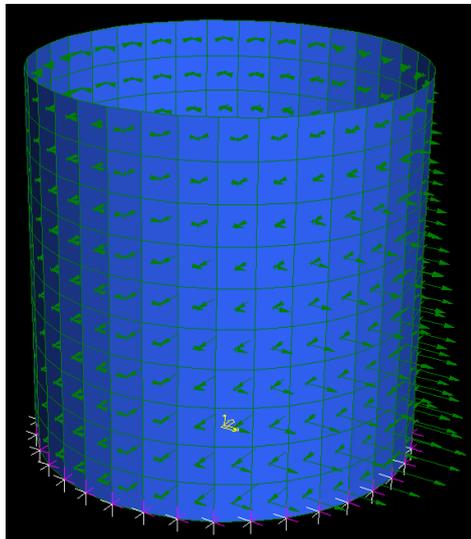
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

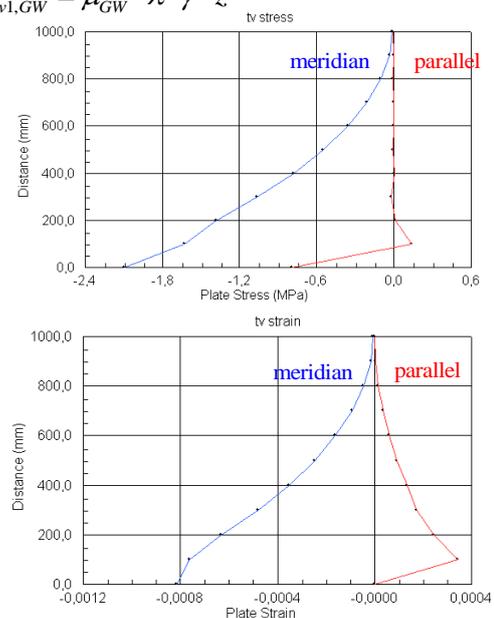
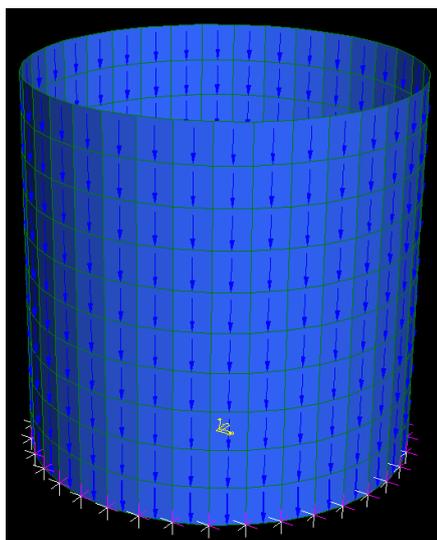


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

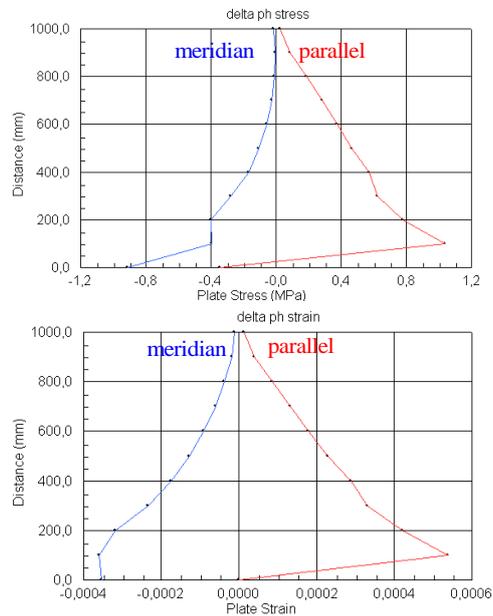
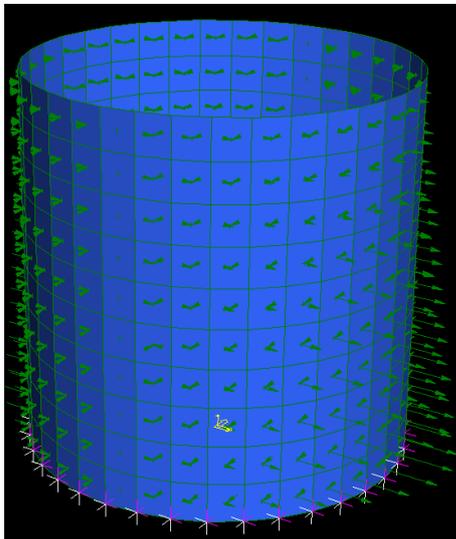


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

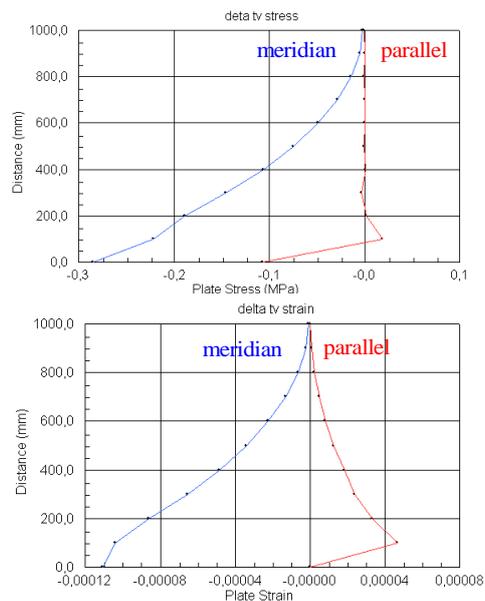
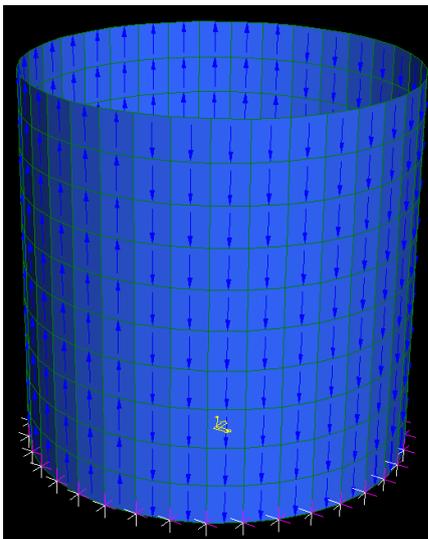


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

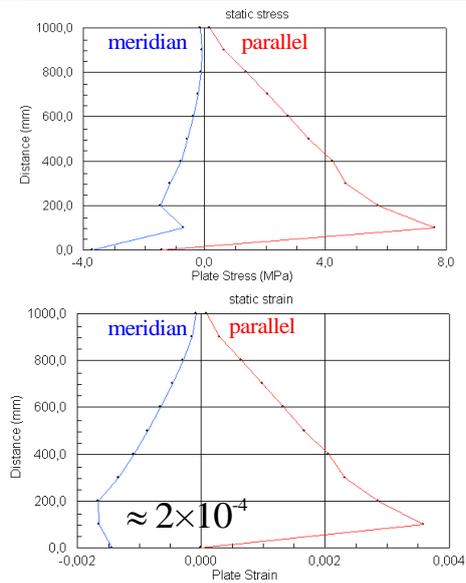
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

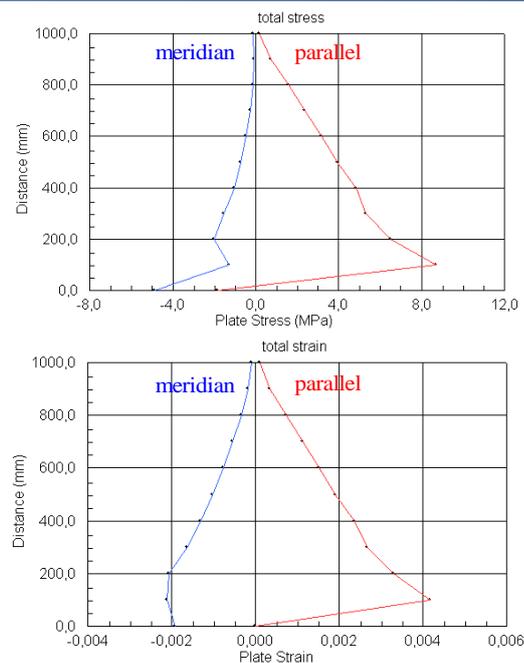
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS

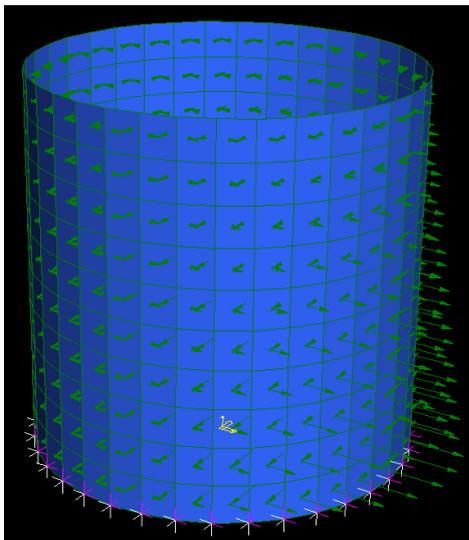


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

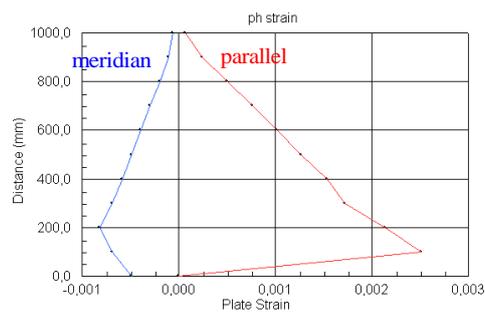
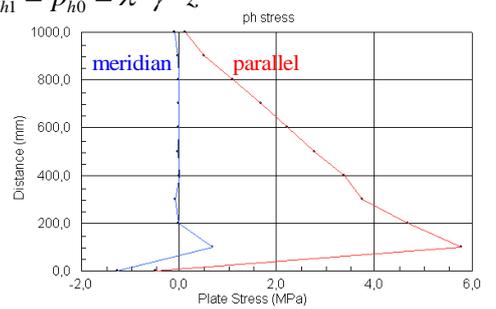
$t = 5 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures



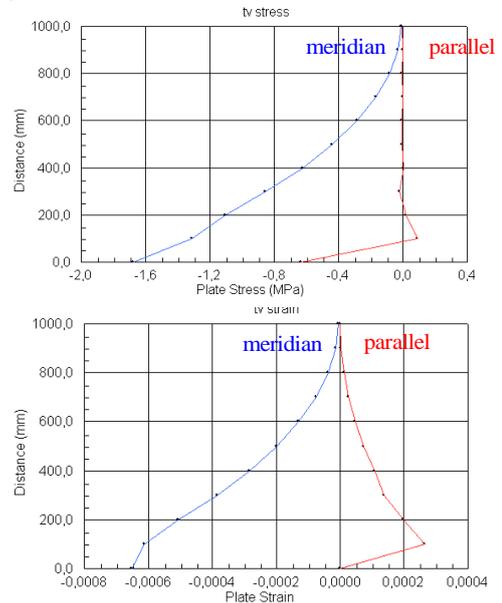
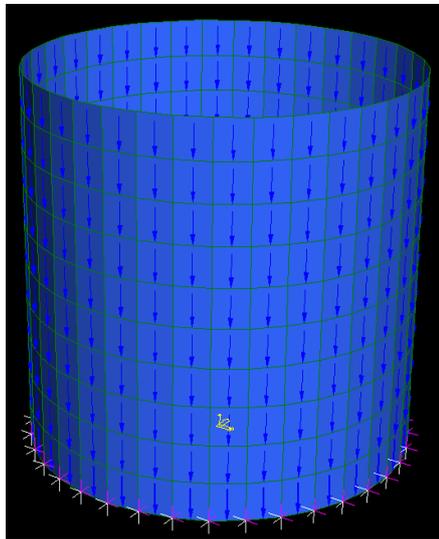
$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$





ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v, GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

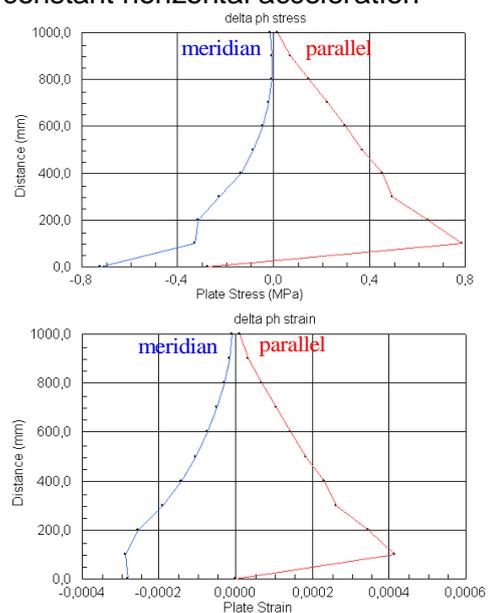
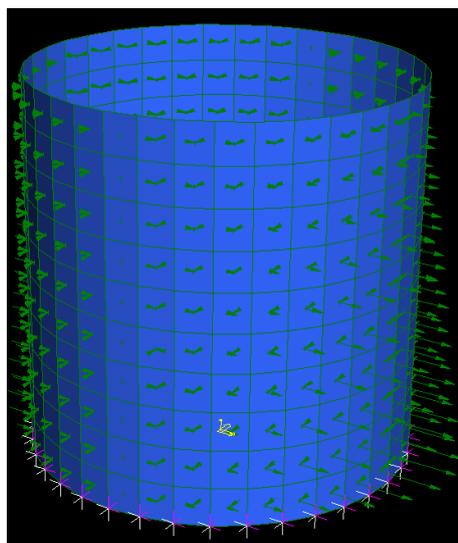


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

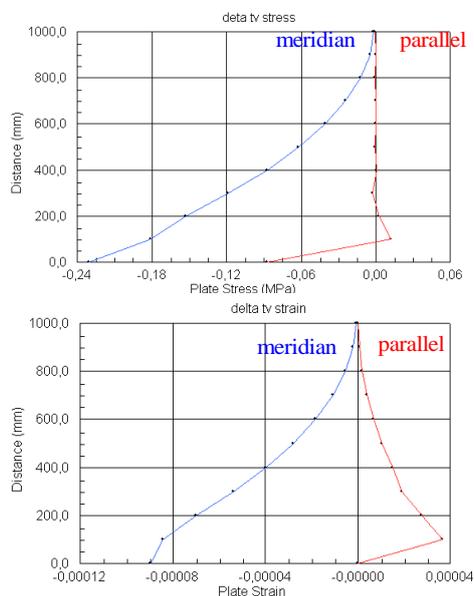
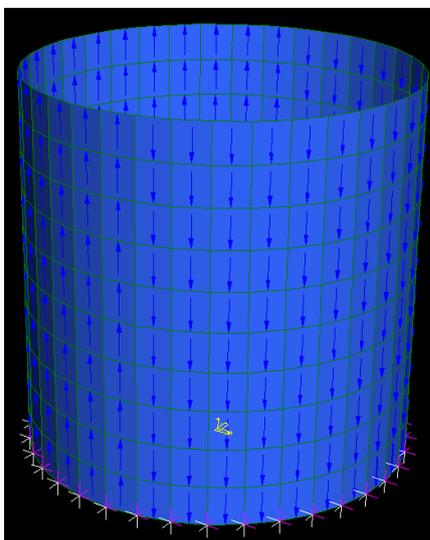


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

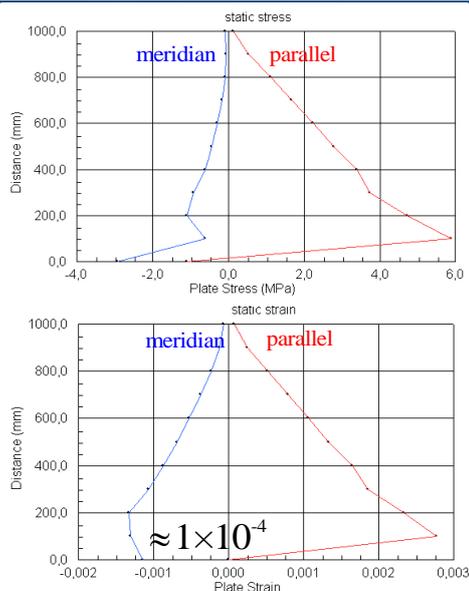
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

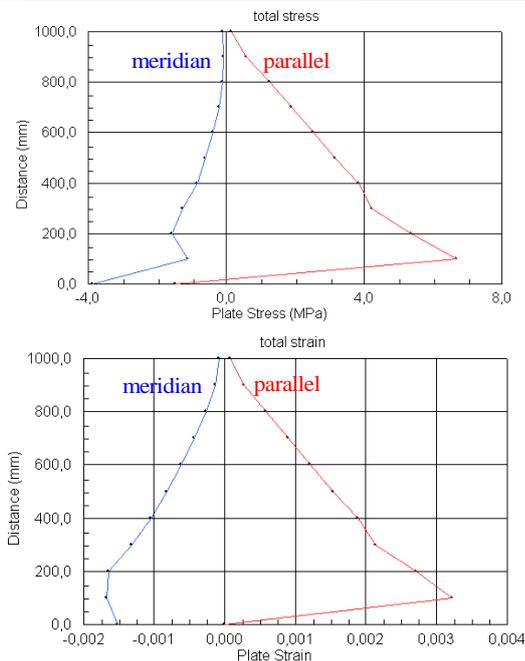
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



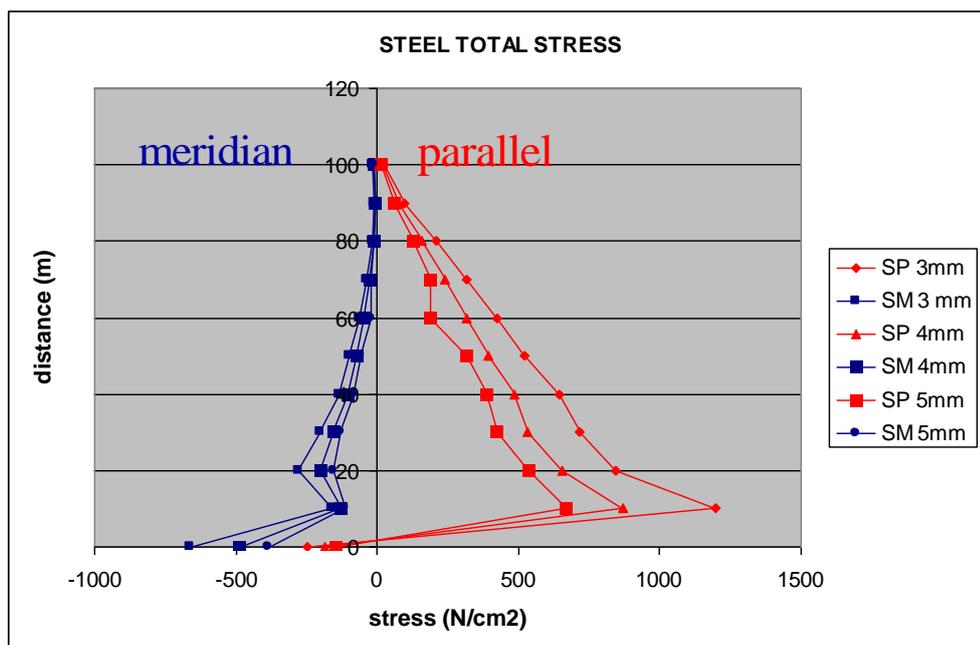
TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



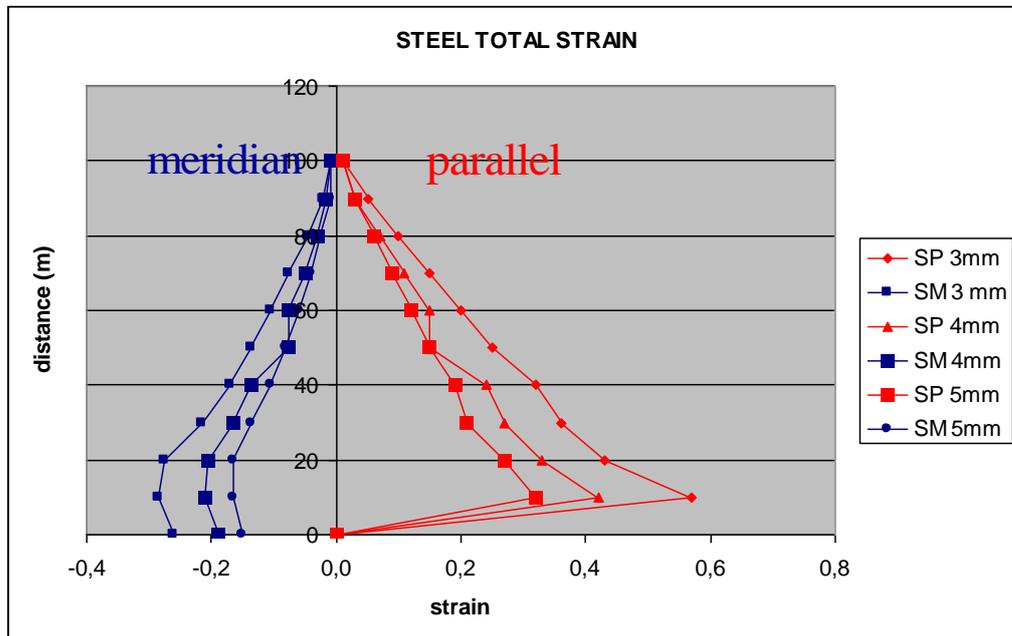
COMPARATION



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARATION



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



MODES AND PERIODS OF VIBRATION

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



4 CASES

EMPTY Specimen

with A2 (red
portion)

mass

with A1 (blue portion) +
A2 (red portion)
mass, i.e. ALL grain
modelled as mass

with ALL grain
modelled as elastic
material

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



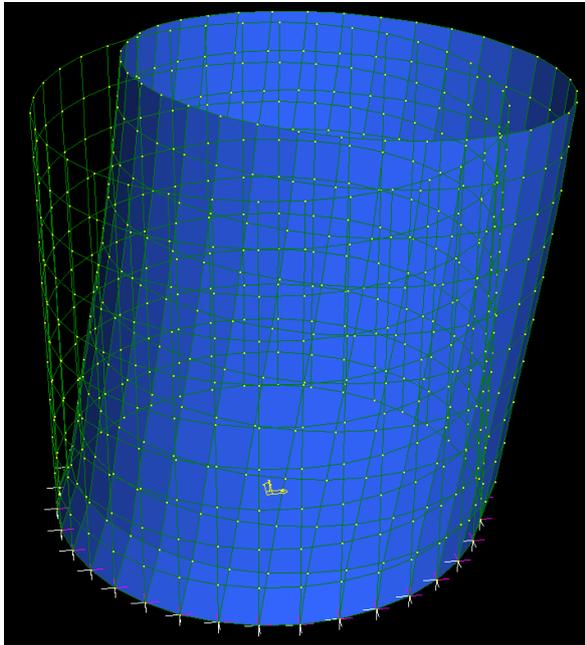
Case 1:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE EMPTY SILO

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 51
T=0,00824 sec

t=4mm → MODO 39
T=0,00824 sec

t=5mm → MODO 29
T=0,00824 sec

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



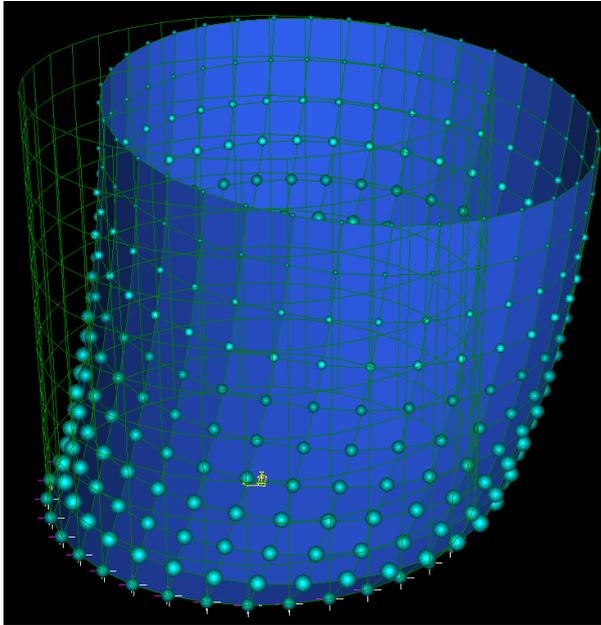
Case 2:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE **SILO + RED VOLUME**

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



t=3mm → MODO 74
T=0,02977 sec

t=4mm → MODO 51
T=0,02607 sec

t=5mm → MODO 41
T=0,02358 sec

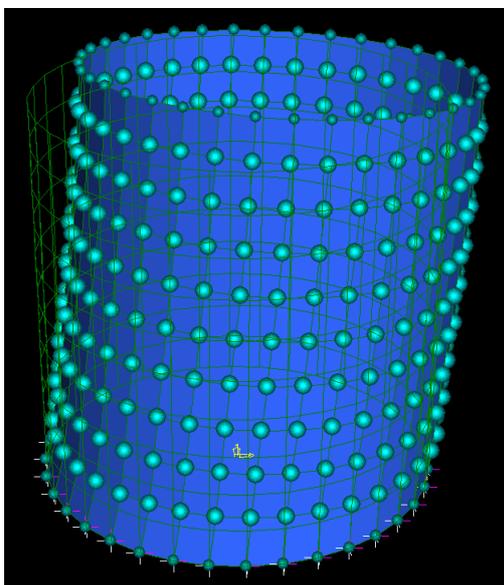


Case 3:

MODES AND PERIODS OF
VIBRATION
OF THE SILO + RED VOLUME
+ BLUE VOLUME



FIRST MODE



t=3mm → MODO 51
T=0,06204 sec

t=4mm → MODO 39
T=0,05386 sec

t=5mm → MODO 29
T=0,04830 sec



COMPARISON

MODES

t [mm]	T empty [sec]	T + red volume [sec]	T +red and blue volume [sec]
3	0,00824	0,03	0,062
4	0,00824	0,026	0,054
5	0,00824	0,024	0,048

Allegato 6 – Confronto provini 1 e 3



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
SP4-Capacities



SERIES

SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

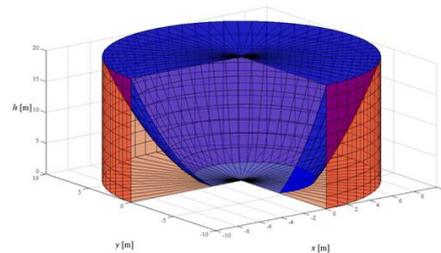


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



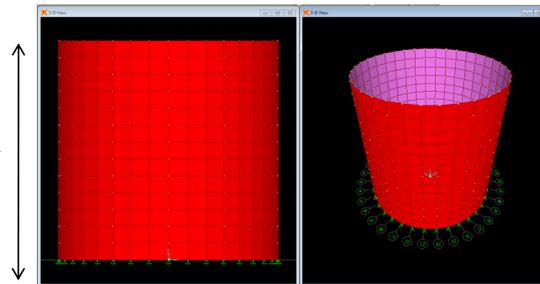
THE SPECIMEN (second tentative $H=D=1.2\text{m}$)



SPECIMEN DATA

CASE 1

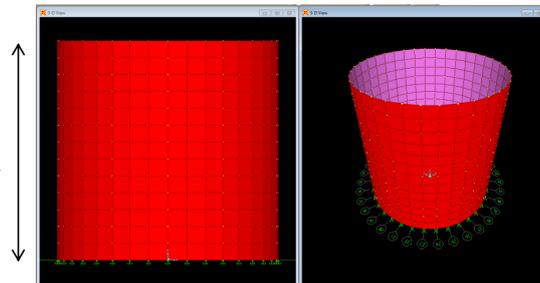
$H = 120 \text{ cm}$



$D = 120 \text{ cm}$

CASE 2

$H = 100 \text{ cm}$



$D = 100 \text{ cm}$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



SPECIMEN DATA

SILO:

CASE 1

$H > 120 \text{ cm}$

$D = 120 \text{ cm}$

$t_{\text{wall}} = 3, 4, 5 \text{ mm}$

CASE 2

$H > 100 \text{ cm}$

$D = 100 \text{ cm}$

$t_{\text{wall}} = 3, 4, 5 \text{ mm}$

material: POLICARBONATE

$\gamma = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$

$E = 2200 \text{ MPa}$

CONTENT:

$H = 120 \text{ cm}$

* = to be checked

** = to be verified during Phase 0 (Rig development) of the test

material: BALLOTTINI GLASS

$\gamma = 1600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$ **

$E = 35000 \div 70000 \text{ MPa}$ *

$\phi = 35^\circ$ (internal friction angle) **

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



PRESSURES ACCORDING TO THE PROPOSED THEORY

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



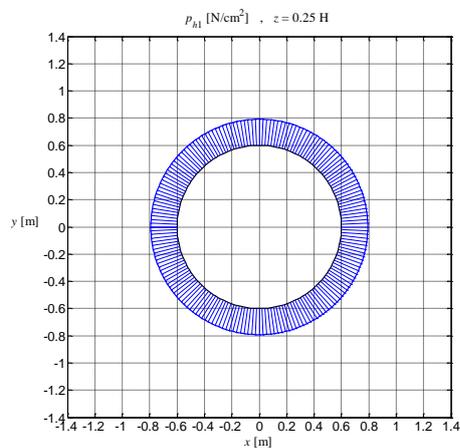
STATIC PRESSURES $z = 0.25 H$

CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.192 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.048 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.24 \frac{N}{cm^2}$$

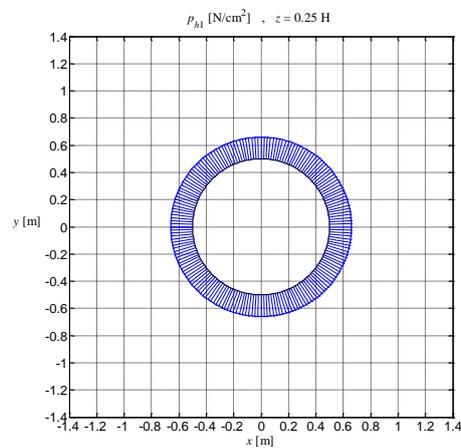


CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.16 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.04 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.2 \frac{N}{cm^2}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.25 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION

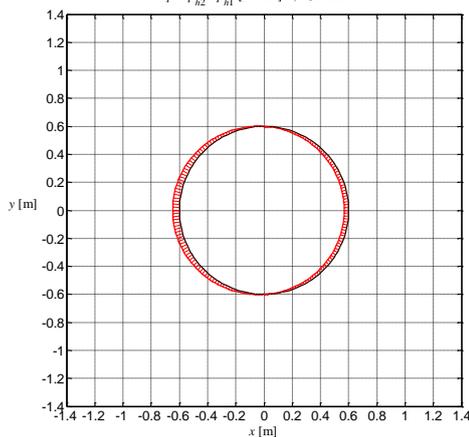
CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.192 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.048 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.24 \frac{N}{cm^2}$$

$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.25 H$



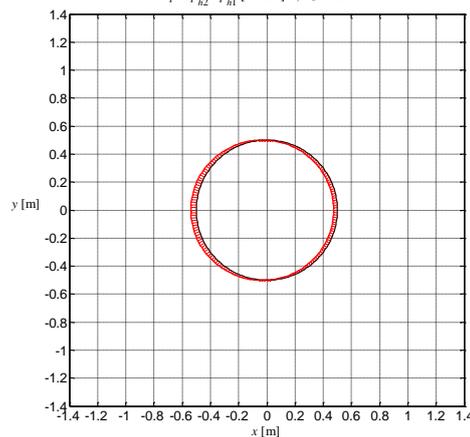
CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.16 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.04 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.2 \frac{N}{cm^2}$$

$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.25 H$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.5 H$

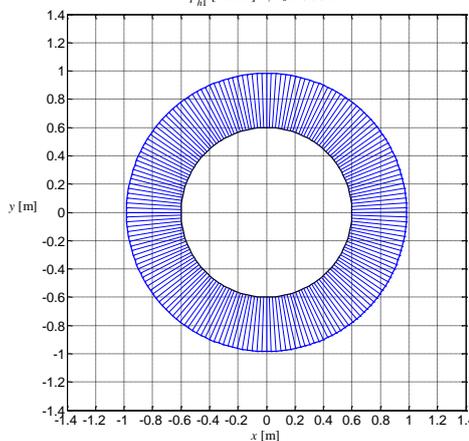
CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.384 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.096 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.48 \frac{N}{cm^2}$$

$p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.50 H$



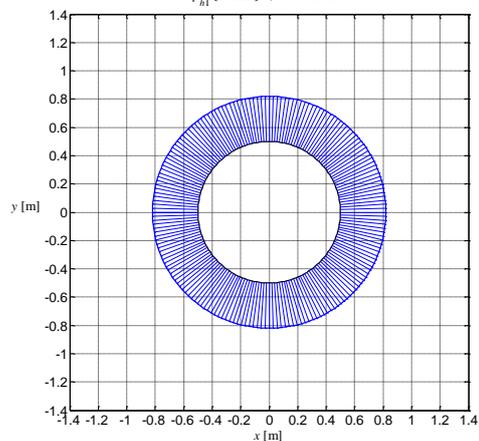
CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.32 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.08 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.4 \frac{N}{cm^2}$$

$p_{h1} [N/cm^2] , z = 0.50 H$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.5 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION

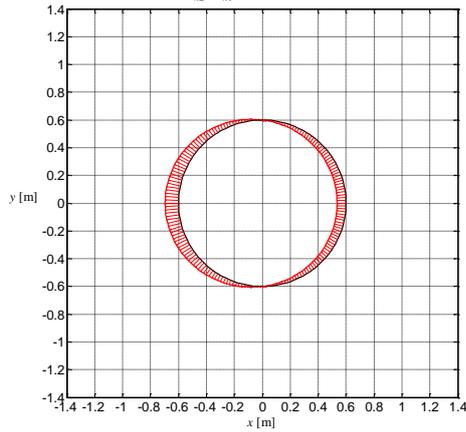
CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.384 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.096 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.48 \frac{N}{cm^2}$$

$\Delta p = p_{h2} - p_{h1}$ [N/cm²] , $z = 0.50 H$



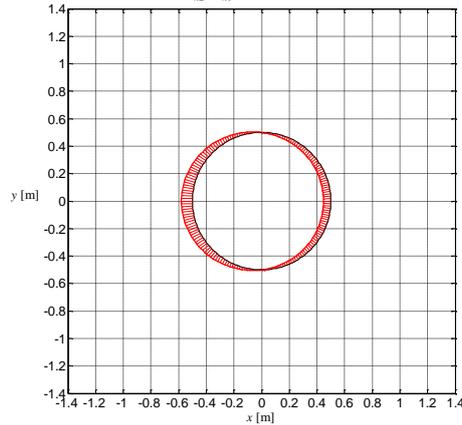
CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.32 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.08 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.4 \frac{N}{cm^2}$$

$\Delta p = p_{h2} - p_{h1}$ [N/cm²] , $z = 0.50 H$



DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.75 H$

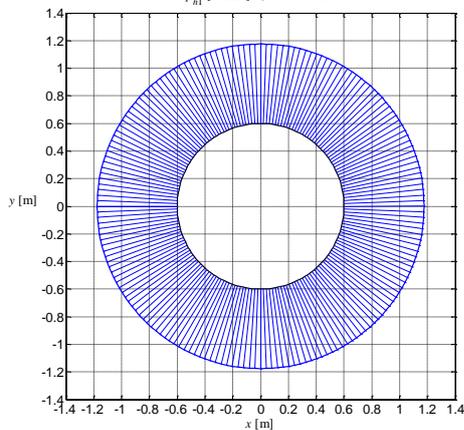
CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.576 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.144 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.72 \frac{N}{cm^2}$$

p_{h1} [N/cm²] , $z = 0.75 H$



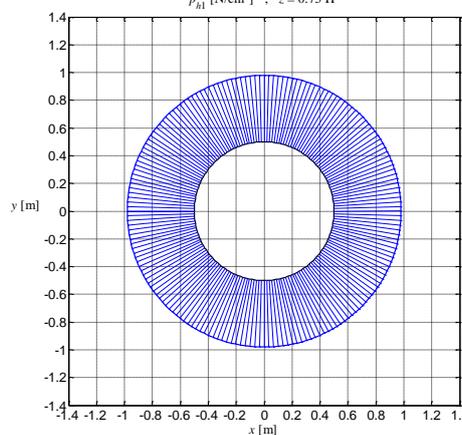
CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.48 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.12 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.6 \frac{N}{cm^2}$$

p_{h1} [N/cm²] , $z = 0.75 H$



DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.75 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION

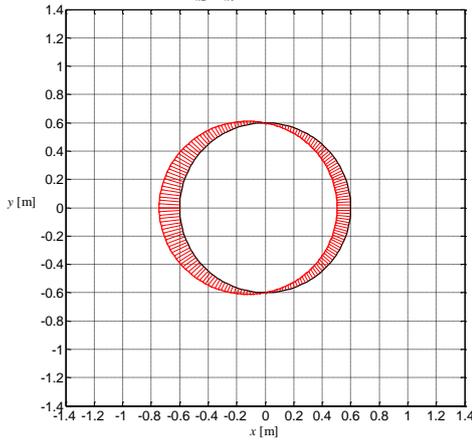
CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.576 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.144 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.72 \frac{N}{cm^2}$$

$\Delta p = p_{h2} - p_{h1}$ [N/cm²] , $z = 0.75 H$



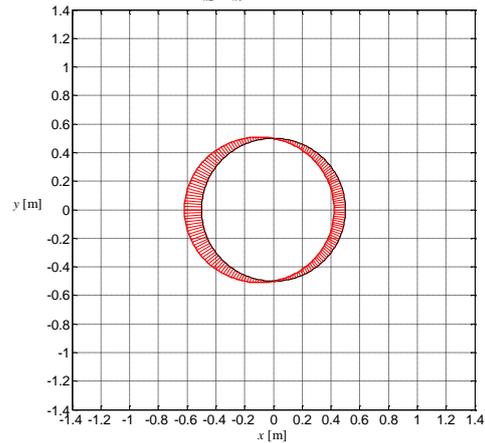
CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.48 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.12 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.6 \frac{N}{cm^2}$$

$\Delta p = p_{h2} - p_{h1}$ [N/cm²] , $z = 0.75 H$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 1.00 H$ (AT THE BOTTOM / BASE)

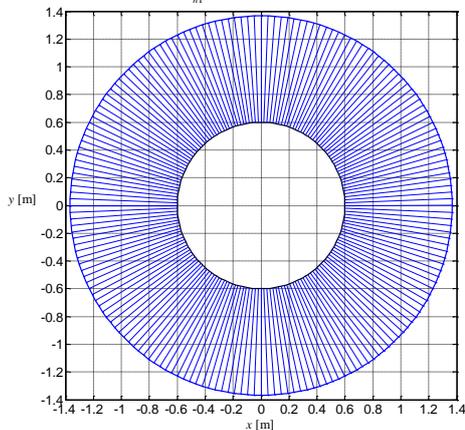
CASE 1

D=120

$$p_{h1} = 0.768 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.96 \frac{N}{cm^2}$$

p_{h1} [N/cm²] , $z = 1.00 H$



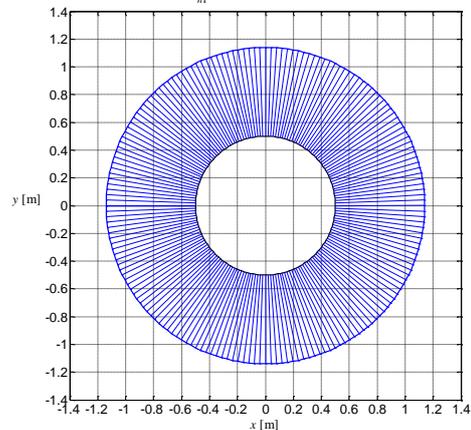
CASE 2

D=100

$$p_{h1} = 0.64 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.16 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.8 \frac{N}{cm^2}$$

p_{h1} [N/cm²] , $z = 1.00 H$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 1.00$ H DUE TO DYNAMIC ACTION (AT THE BASE)

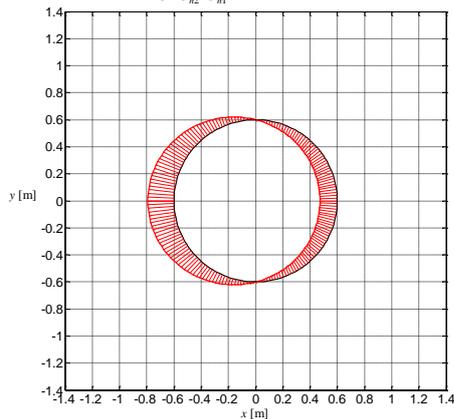
CASE 1

$$D=120$$

$$p_{h1} = 0.768 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.96 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} [N/cm^2] \quad , \quad z = 1.00 \text{ H}$$



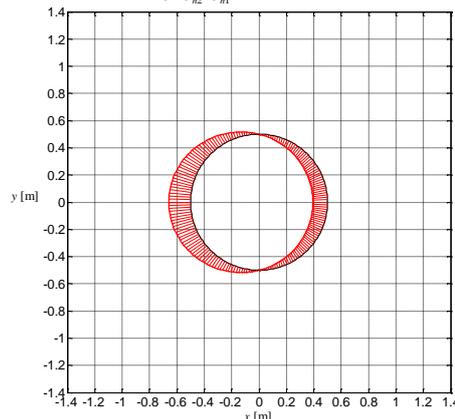
CASE 2

$$D=100$$

$$p_{h1} = 0.64 \frac{N}{cm^2} ; \Delta p_{max} = 0.16 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.8 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p = p_{h2} - p_{h1} [N/cm^2] \quad , \quad z = 1.00 \text{ H}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

- Diameter of Sensible Area: 9.53 mm
- $A = \text{Sensible area} = \pi D^2 / 4 = 71.29 \text{ mm}^2 = 71.29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
- Range of the first level: **0 – 4.4 N**



$$\frac{4.40}{71.29} 10^6 \frac{N}{m^2} \approx 62000 \frac{N}{m^2} \approx 6.2 \frac{N}{cm^2}$$



Max pressure
measurable by the
instrument

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

CASE 1

D=120

at $z = 0.75H$:

$$\frac{P_{h1}}{P_{\max} \text{ detectable by Tekscan instrument}} = 9.3\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max} \text{ detectable by Tekscan instrument}} = 2.3\%$$

$$\frac{P_{h,tot,max}}{P_{\max} \text{ detectable by Tekscan instrument}} = 11.6\%$$



CASE 2

D=100

at $z = 0.75H$:

$$\frac{P_{h1}}{P_{\max} \text{ detectable by Tekscan instrument}} = 7.8\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max} \text{ detectable by Tekscan instrument}} = 1.94\%$$

$$\frac{P_{h,tot,max}}{P_{\max} \text{ detectable by Tekscan instrument}} = 9.7\%$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

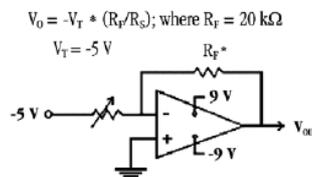


FlexiForce Flyer Model A201

Standard Force Ranges (as tested with circuit shown below)

- 0 - 1 lb. (4.4 N)
- 0 - 25 lbs. (110 N)
- 0 - 100 lbs. (440 N)

In order to measure forces above 100lbs (500, 1000lbs), simply apply a lower drive voltage and reduce the resistance of the feedback resistor (1kohm min.)



*The range for R_f is 1 $\text{k}\Omega$ to 100 $\text{k}\Omega$
 **Resistance at no load is 20 $\text{M}\Omega$

Typical Performance

Linearity (Error)	< $\pm 5\%$
Repeatability	< $\pm 2.5\%$ of Full Scale
Hysteresis	< 4.5 % of Full Scale
Drift	< 3% per Logarithmic Time Scale
Rise Time	< 20 μsec
Operating Temperature	15°F - 140°F (-9°C - 60°C)*

Evaluation Conditions

Line drawn from 0 to 50% load
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Constant Load of 25 lbs. (111 N)
 Impact Load, Output recorded on Oscilloscope

*Force reading change per degree of temperature change = $\pm 0.2\%/^{\circ}\text{F}$ (0.36%/°C)
 **For loads less than 10 lbs., the operating temperature can be increased to 165°F (74°C)

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



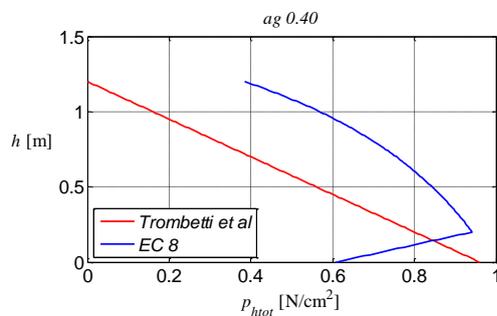
PRESSURES: COMPARISON WITH EC8

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

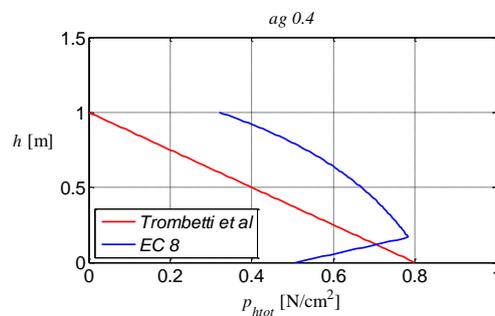


Comparison of total pressures

CASE 1
D=120



CASE 2
D=100



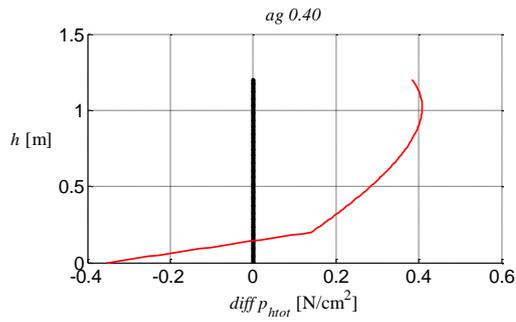
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Differences between total pressures

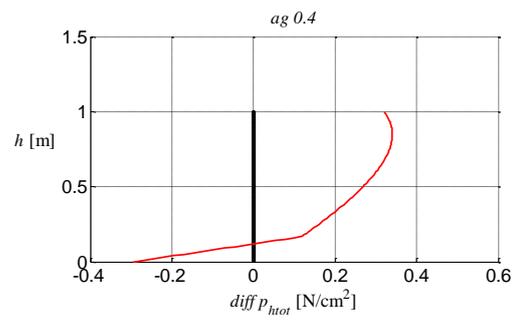
CASE 1

D=120



CASE 2

D=100



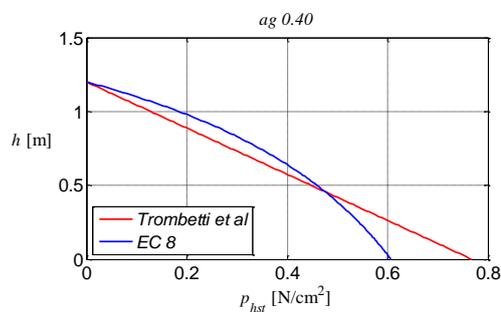
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Comparison of static pressures

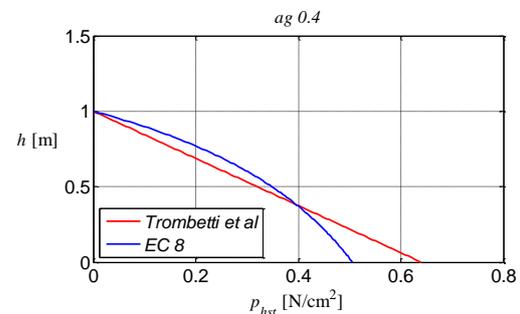
CASE 1

D=120



CASE 2

D=100



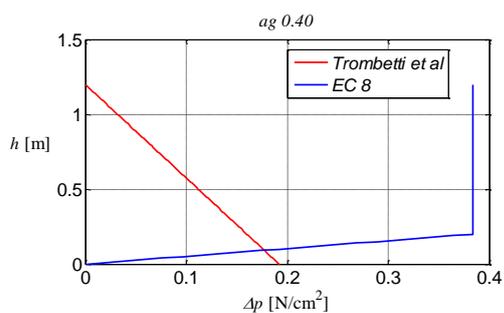
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Comparison of delta-pressures (due to horizontal acceleration)

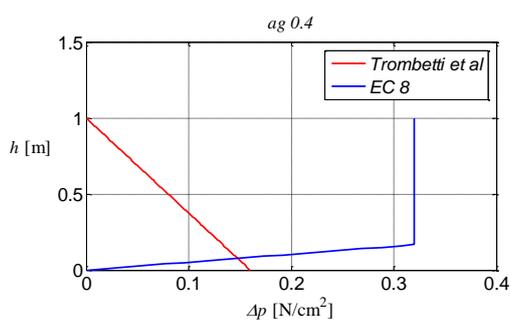
CASE 1

D=120



CASE 2

D=100



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS AT THE BASE OF SILO WALLS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



BASE ACTIONS

PROPOSED THEORY

$$T_{Trombetti} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

$$M_{Trombetti} = \frac{1}{3} \cdot a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

EC8

$$T_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(H - \frac{R}{6} \right)$$

vs.

$$M_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{2} \cdot \left(H^2 - \frac{R^2}{27} \right)$$



$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}}$$

$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON ρ_T ρ_M

CASE 1

D=120

$$\text{for } \Delta = \frac{H}{2R} = 1:$$

$$T_{EC8} = 796.21 \text{ kg}$$

$$T_{Trombetti} = 361.91 \text{ kg}$$

$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}} = \frac{361.91 \text{ kg}}{796.21 \text{ kg}} = 0.45$$

$$M_{EC8} = 516.33 \text{ kgm}$$

$$M_{Trombetti} = 144.76 \text{ kgm}$$

$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}} = \frac{144.76 \text{ kgm}}{516.33 \text{ kgm}} = 0.28$$

CASE 2

D=100

$$\text{for } \Delta = \frac{H}{2R} = 1:$$

$$T_{EC8} = 460.77 \text{ kg}$$

$$T_{Trombetti} = 209.44 \text{ kg}$$

$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}} = \frac{209.44 \text{ kg}}{460.77 \text{ kg}} = 0.45$$

$$M_{EC8} = 249 \text{ kgm}$$

$$M_{Trombetti} = 69.81 \text{ kgm}$$

$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}} = \frac{69.81 \text{ kgm}}{249 \text{ kgm}} = 0.28$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



EXPECTED STRESSES AND STRAINS WITH THE FEM MODEL

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad a_{gv} = 0 \quad (\nu = 1)$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \tau_{v0,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h2,GW} - p_{h1,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \tau_{v2,GW} - \tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS at the bottom

CASE 1

D=120

1.

$$p_{hl} = 0.4 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2 \text{m} = 768 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

2.

$$\tau_{v1,GW} = 0.5 \cdot 0.4 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2 \text{m} = 384 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

3.

$$\Delta p_{h,GW} = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 768 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

4.

$$\Delta \tau_{v,GW} = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 384 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

CASE 2

D=100

1.

$$p_{hl} = 0.4 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.0 \text{m} = 640 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

2.

$$\tau_{v1,GW} = 0.5 \cdot 0.4 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.0 \text{m} = 320 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

3.

$$\Delta p_{h,GW} = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 640 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

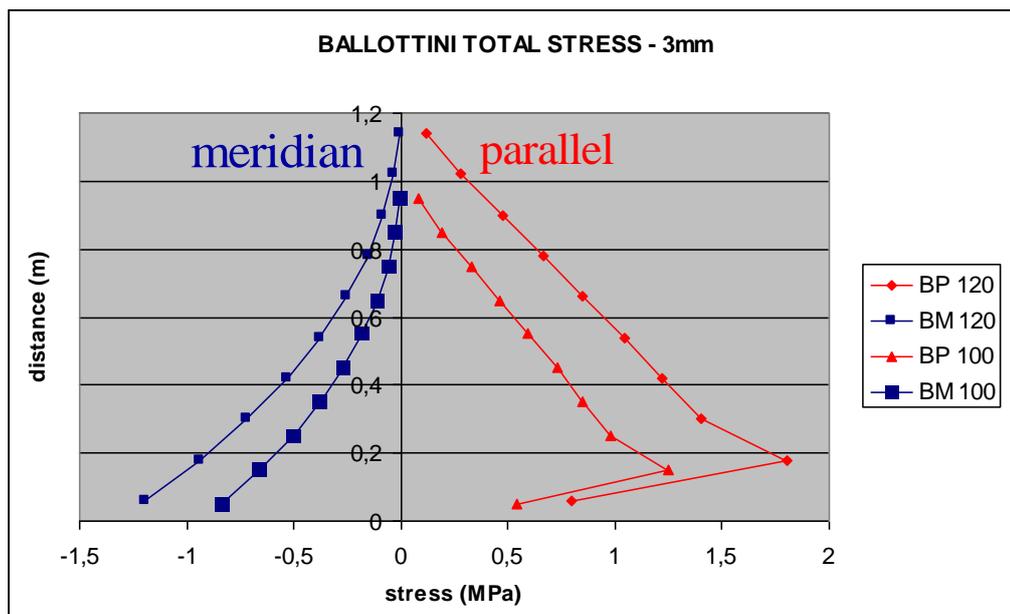
4.

$$\Delta \tau_{v,GW} = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 320 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



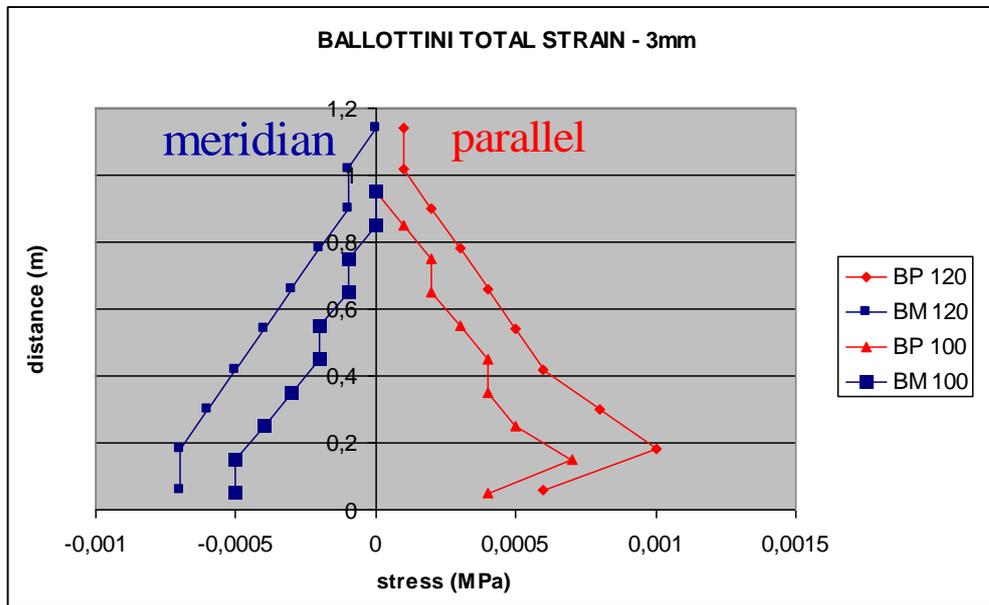
COMPARISON 3 mm



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



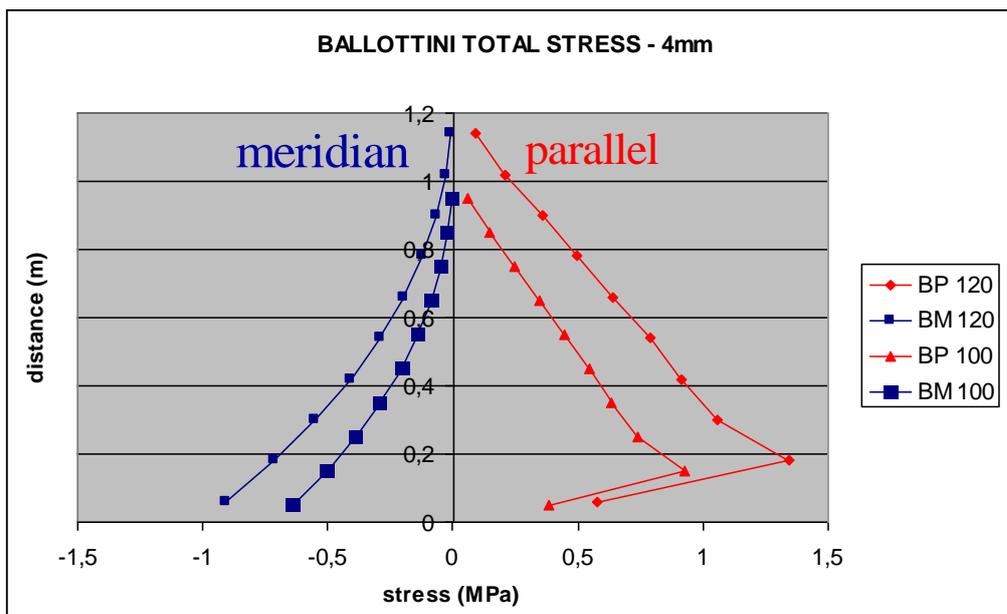
COMPARISON 3 mm



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



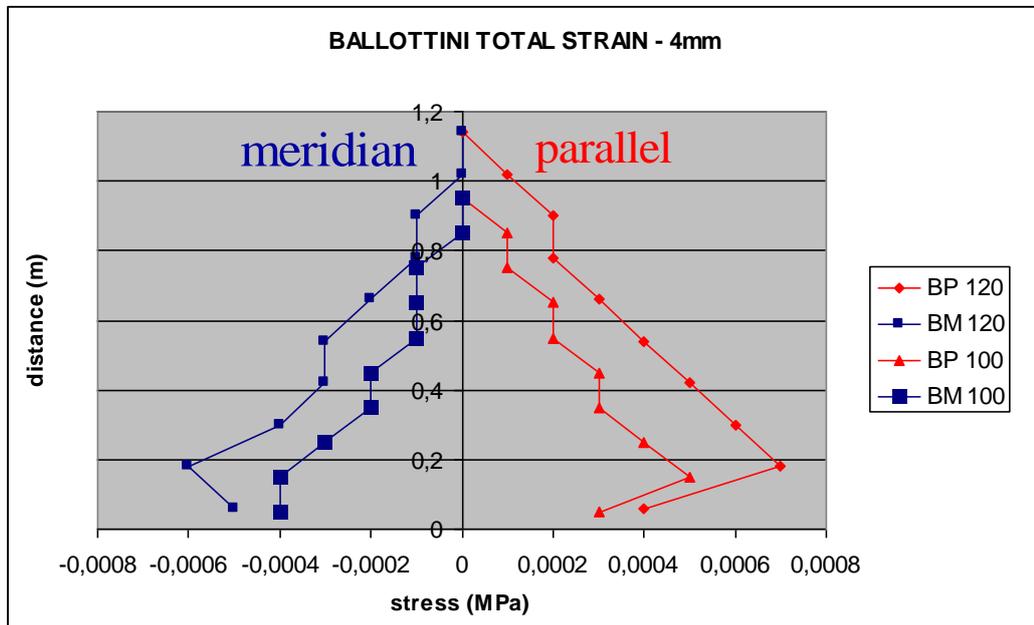
COMPARISON 4 mm



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



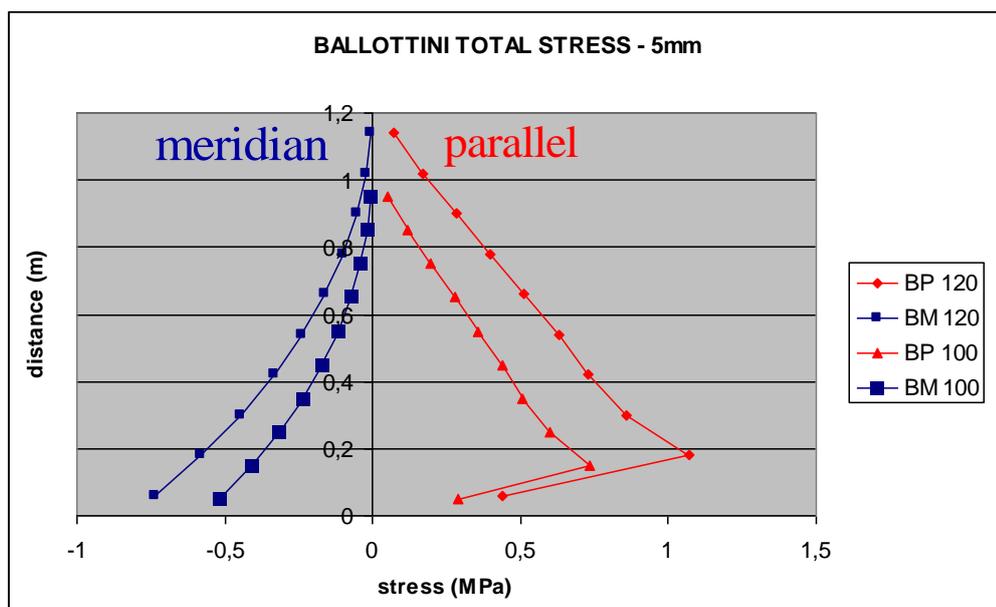
COMPARISON 4 mm



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



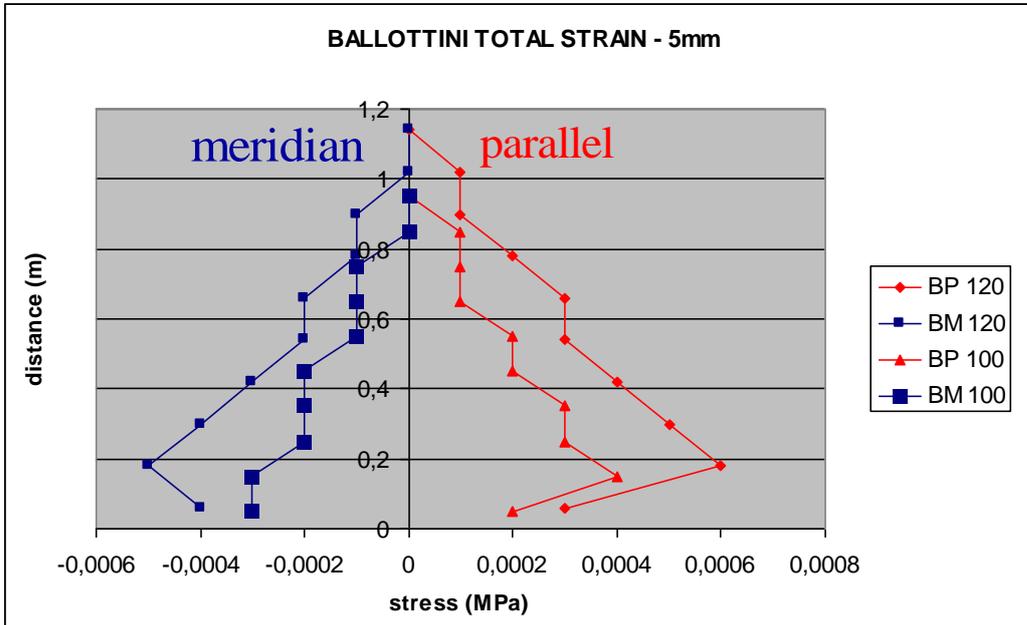
COMPARISON 5 mm



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON 5 mm



MODES AND PERIODS OF VIBRATION



COMPARISON

CASE 1

D=120

t [mm]	T empty [sec]	T + red volume [sec]	T +red and blue volume [sec]
3	0.0099	0.020	0.038
4	0.0099	0.018	0.033
5	0.0099	0.017	0.030

CASE 2

D=100

t [mm]	T empty [sec]	T + red volume [sec]	T +red and blue volume [sec]
3	0.0082	0.016	0.029
4	0.0082	0.015	0.025
5	0.0082	0.014	0.023

Allegato 7 – Provino definitivo



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
SP4-Capacities



SERIES

SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

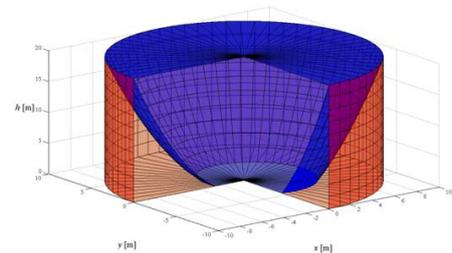


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es



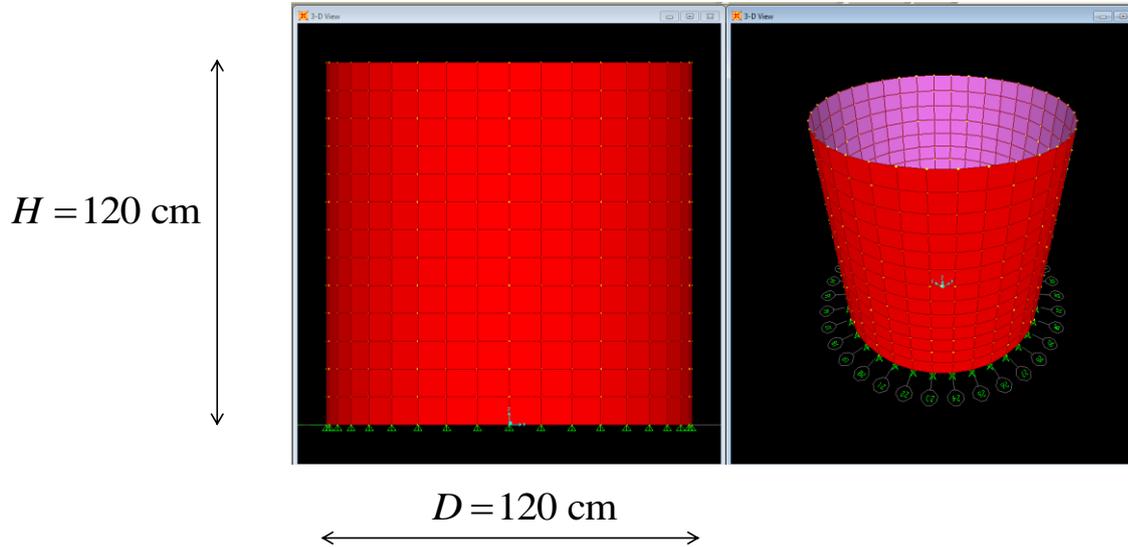
Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



THE SPECIMEN (second tentative $H=D=1.2\text{m}$)



SPECIMEN DATA



SPECIMEN DATA

SILO:

$H > 120 \text{ cm}$

$D = 120 \text{ cm}$

$t_{wall} = 3 \text{ mm}$

material: POLICARBONATE

$$\gamma = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$E = 2200 \text{ MPa}$

CONTENT:

$H = 120 \text{ cm}$

= to be checked

= to be verified
during Phase 0 (Rig
development) of the
test

material: BALLOTTINI GLASS

$$\gamma = 1600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \text{ **}$$

$E = 35000 \div 70000 \text{ MPa} \text{ *}$

$\phi = 35^\circ$ (internal friction angle) ******



PARAMETERS

constant additional accelerations:

$$0 \leq a_{gh} \leq 0.60g$$

$$a_{gv} = 0 \Rightarrow \nu = 1$$

friction coefficients (glass-plexiglass):

$$\mu_{GW} = 0.5$$

$$\mu_{GB} = 0.5$$

pressure ratio:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{RANKINE-static}} &= \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = 0.27 \\ \lambda_{\text{CAMIZ-dynamic}} &= \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} = 0.5 \end{aligned} \right\} \lambda \cong 0.4$$

<http://www.engineershandbook.com/Table/s/frictioncoefficients.htm>

Material 1	Material 2	Coefficient of friction			
		dry		greasy	
		static	dynamic (sliding)	static	dynamic (sliding)
Glass	Glass	0.9-1.0	0.4	0.1-0.6	0.09-0.12
Glass	Metal	0.5-0.7		0.2-0.3	
Glass	Nickel	0.78	0.56		
Plexiglass	Plexiglass	0.8		0.8	
Plexiglass	Steel	0.4-0.5		0.4-0.5	

**** Note that this value is significantly smaller with respect to that generally adopted for grain ($\lambda = 0.6$)**



about λ from Pozzati's text

140 Capitolo quarto

carico appeso alla parete a causa dell'attrito e quindi massimo lo sforzo normale verticale p_v della parete (fig. 4.4). La sollecitazione p_v , che è riferita al tratto lungo l della parete stessa, si ricava immediatamente per differenza

Fig. 4.4

fra il peso $\gamma A y$ del materiale sopra la sezione alla generica quota y e la reazione $p_v A$ del materiale sottostante (fig. 4.4); ossia

$$p_{v,max} = (\gamma y - p_{v,max}) A : l_{m} \quad [4.8]$$

essendo l_m la lunghezza della linea media fra i due contorni ($l_m = 2r_{m,c}$ per una cella circolare); naturalmente al valore [4.8], conseguente alla presenza del solo materiale insediato, vanno aggiunti i contributi delle rimanenti azioni (peso proprio, copertura).

b) I valori [4.6] delle pressioni massime possono essere ottenuti anche per via diretta; per la terza delle [4.1], con l'aumentare della pressione p_v , aumenta di pari passo τ_v . Consideriamo allora uno strato di materiale avente lo spessore dy ; essendo da un lato crescente p_v , quindi anche τ_v , e dall'altro mantenendosi a qualunque quota costante il peso $\gamma \cdot A dy$ di ogni elemento di materiale, oltre una certa profondità l'azione di sostentamento derivante dall'attrito sarà in grado di equilibrare pressoché completamente il peso dei vari straterelli, per cui questi risulteranno appesi alle pareti e non si avrà più alcun sensibile incremento della p_v . Mettendo in formula il discorso fatto si ha, per $\nu = \infty$,

$$\tau_v l \cdot dy = \gamma A \cdot dy,$$

e si ottengono quindi le relazioni [4.6], poiché $\tau_v = p_v \lambda f$ e $p_v = \lambda p_v$.

c) I valori di $\lambda = \frac{p_v}{p_v}$, $f = \frac{\tau_v}{p_v}$.

Koenen propose (1896) di adottare per λ il valore che Rankine aveva definito nel caso limite illustrato nel par. 3.3.2

$$\lambda = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad [4.9]$$

141 Pressioni sulle pareti dei silii

ossia nel caso della spinta attiva per un terreno illimitato; ma era evidente la contraddizione di attribuire a λ il valore di Rankine (valido nel caso in cui, essendo y direzione principale, τ_v risulta nulla) proprio quando la tensione tangenziale τ_v gioca invece un ruolo essenziale.

Il rapporto fra pressione orizzontale e verticale doveva quindi venir determinato ammettendo la presenza della τ_v e così è stato fatto, come venne mostrato nel par. 3.3.4 servendo per λ un'espressione (Camiz, v. nota 3.14) che, per $\delta = 0$, coincide con la [4.9], e per il massimo valore di δ ($\delta = \varphi$) diventa (Buisman, v. bibl.)

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \quad (4.9) \quad [4.10]$$

4.2.2. L'esito delle esperienze. Valori di λ , f.

a) Il problema delle azioni trasmesse alle pareti dei silii è assai complesso e si presenta quanto mai opportuno l'appello a indicazioni sperimentali che, pur presentando grande dispersione, consentano di trarre alcune utili indicazioni.

Innanzi tutto le ipotesi di Janssen sembrano sostanzialmente confermate: i valori dei coefficienti λ, f , variando y , si mantengono abbastanza uniformi; e l'uniformità della pressione p_v su ogni sezione si presenta naturalmente più verosimile quando il materiale è in quiete, il foro per lo scarico è centrato e la cella è snella. Inoltre la più parte delle esperienze mostra concordemente la grande differenza fra i regimi delle pressioni che si hanno, pur essendo i livelli di riempimento uguali, con le bocche di scarico chiuse e aperte ⁴⁴⁾. Il fatto è, per esempio, bene evidente esaminando la fig. 4.5 che riporta i risultati di significative prove con materiale granulare: il valore di λ in genere aumenta sensibilmente e in misura irregolare quando lo scarico è in alto, ma risulta, anche in regime statico, maggiore del valore [4.9] di Koenen-Rankine.

Il valore limite p_v non dipende da λ , secondo la [4.6]; ma, naturalmente, dipende da λ la pressione p_v per la presenza nella [4.5] della funzione $\psi(y)$. Aumentando il valore di λ diminuisce ψ , e aumentano quindi, alle varie quote y , i valori della funzione $\psi(y)$; e si ha in definitiva che un incremento positivo del valore di λ comporta, per p_v , un aumento in ogni punto, ma più sensibile nella parte alta della cella (fig. 4.3a). Pertanto i silii proporzionati con il valore [4.9] di λ proposto da Koenen hanno un più ridotto coefficiente di sicurezza, relativamente a p_v , nella loro parte più alta; e ciò spesso nell'in-

⁴⁴⁾ I valori di λ calcolati con la [4.9] (Koenen-Rankine), e con la [4.10] (Camiz-Buisman) sono sensibilmente diversi e i secondi sono più prossimi a quelli ottenuti sperimentalmente, come si dirà in seguito. Ad esempio, per $\varphi = 20^\circ - 25^\circ - 30^\circ - 35^\circ - 40^\circ - 45^\circ$, i valori che si ottengono con la prima o la seconda (posti fra parentesi) delle due formule sono: 0,400 (0,791) - 0,406 (0,697) - 0,333 (0,600) - 0,271 (0,505) - 0,217 (0,415) - 0,172 (0,333).

⁴⁵⁾ Sono stati suggeriti alcuni accorgimenti per ridurre l'aumento delle spinte all'atto dello scarico del materiale. Si veda REZBERG, op. cit. (v. bibl.), p. 55: l'applicazione di un tubo forato, alto poco meno della cella e in asse con la bocca d'uscita, fa sì che non si metta in movimento l'intera massa.



about λ from Pozzati's text

• RANKINE's Theory: $\tau_v = 0$ $\lambda = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \Rightarrow 0.27$

• CAMIZ's Theory: $\tau_v \neq 0$

$$\lambda = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \Rightarrow 0.50$$

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\varphi = 35^\circ$ Ballottini glass



about μ from Pozzati's text

Static
Dynamic

Fig. 4.7 b)

mulari « in quiete », ossia in regime statico, i seguenti dati (indicando, come si è detto, δ , φ con δ_s , φ_s):
 $\delta_s = \varphi$ (pareti molto scabre), $\delta_s = 0,5\varphi$ (pareti lisce), $f_s = \text{tg } \delta_s$ [4.11]
 e se le pareti sono abbastanza lisce:
 $\delta_s = 0,75\varphi$; [4.12]
 per λ_s , valori compresi fra 0,35 e 0,55 (tab. 3.7, p. 116), e quando l'angolo di attrito si aggiri sui 30° e le pareti siano abbastanza lisce

144 Capitolo quarto
 e quando il valore di φ si aggiri intorno ai 30° e le pareti siano abbastanza lisce
 $\delta_s = 0,6\varphi = 18^\circ$, $f_s = \text{tg } \delta_s \approx 0,32$, $\lambda_s \approx 0,9$. [4.16]
 A titolo di orientamento può essere utile avere anche presente che, per materiali granulari con $\varphi = 30^\circ$ e per celle circolari, i valori della distanza γ_m definita dalla [4.3], valgono, in regime statico e dinamico,

= to be verified during
Phase 0 (Rig development)
of the test

$\beta = 0.6$ for surface fairly smooth
 $\beta = 0.5$ for surface smooth

$$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.6 \cdot 35^\circ) \approx 0.38$$

$$\mu = \tan(\beta \cdot \varphi) = \tan(0.5 \cdot 35^\circ) \approx 0.315$$

$\varphi = 35^\circ$ ******

Ballottini glass

+ sand & glue \rightarrow $\mu = 0.4 \approx 0.5$

$\mu_{ideal} = 0.48$

For reference all following analyses have been conducted assuming

$\mu = 0.5$



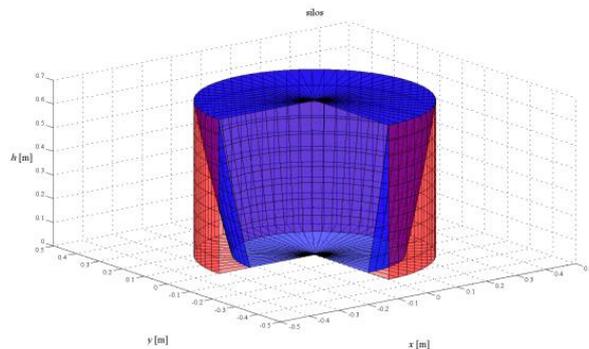
CHECK OF THE PARAMETERS WITH RESPECT TO THE THEORY'S LIMITS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



THEORY'S MATHEMATICALS LIMITS

1. Existence of $A1$
2. Existence of $A2$
3. Existence of s
4. Existence of $P_{h,GW}$
5. To avoid grain sliding at the base



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



1. Existence of A1

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT WEIGHS ON LOWER LEVEL; ⇒ TO LIMIT A2
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\vartheta, z = H) < R \quad \forall \vartheta$
RESULTS: LIMIT	$\frac{H}{2R} < \frac{1}{2 \cdot \beta(z = H, \vartheta = 0)} = \frac{1 - \nu \cdot a_{gh} \cdot \mu_{GW}}{4 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} = 0.2 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.125$ $a_{gh} = 0.4 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 1.000$ $a_{gh} = 0.6 \Rightarrow \frac{H}{2R} < 0.875$



2. Existence of A2

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(\vartheta, z = H) > 0 \quad \forall \vartheta$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \frac{1}{\nu \cdot \mu_{GW}}$ $a_{gh} < 2.00$



3. Existence of s

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF GRAIN THAT ARE GRIPPIN ON THE WALLS;
MATHEMATICAL CONDITIONS	$s(z, \vartheta) = R - \sqrt{R^2 - R \cdot \beta \cdot z}$ <div style="text-align: center;"> $R^2 - R \cdot \beta \cdot z > 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} < \left(1 - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \mu_{GW} \cdot H}{R}\right) \cdot \frac{1}{v \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: green; color: black; padding: 5px;"> $a_{gh} < 0.4$ </div>



4. Existence of $p_{h,GW}$

PHYSICAL SIGNIFICANCE	EXISTENCE OF RADIAL PRESSURE ON WALLS
MATHEMATICAL CONDITIONS	$p_{h,GW}(z, \theta) = \frac{P_{h,GG}}{1 - v \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center;"> $1 - v \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW} \neq 0$ </div>
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \neq \frac{1}{v \cdot \cos \theta \cdot \mu_{GW}}$ <div style="text-align: center; background-color: green; color: black; padding: 5px;"> $a_{gh} \neq \frac{2.00}{\cos \theta}$ </div> <div style="text-align: right; font-size: 2em; margin-top: 10px;"> $\forall \vartheta$ </div>



5. To avoid grain sliding at the base

PHYSICAL SIGNIFICANCE	TO AVOID GRAIN SLIDING AT THE BASE
MATHEMATICAL CONDITIONS	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$
RESULTS: LIMIT	$a_{gh} \leq (1 - a_{gv}) \mu_{GB}$ $a_{gh} \leq 0.50$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACCELERATION RANGE

Maximum value for the acceleration:

$$a_g \leq 0.4$$

For reference all following analyses have been conducted assuming:

$$a_g = 0.40$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

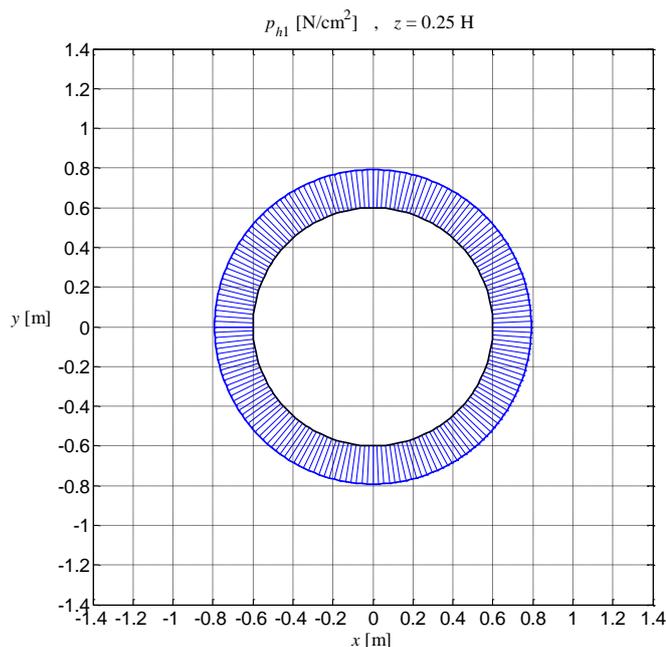


PRESSURES ACCORDING TO THE PROPOSED THEORY

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.25 H$



$$p_{h1} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

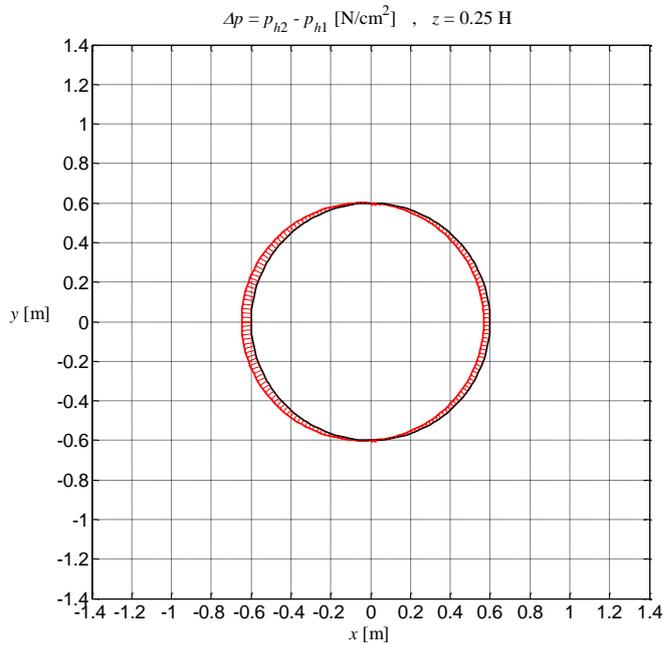
$$\Delta p_{\max} = 0.048 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.24 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.25 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.192 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

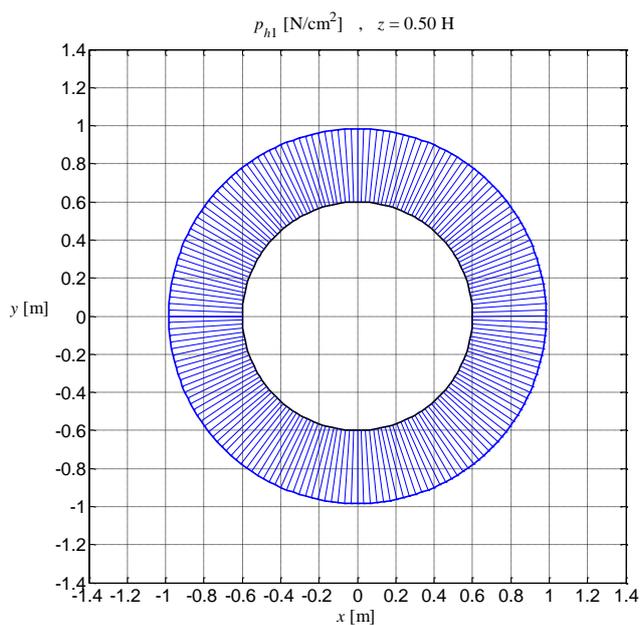
$$\Delta p_{\max} = 0.048 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.24 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.50 H$



$$p_{h1} = 0.384 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

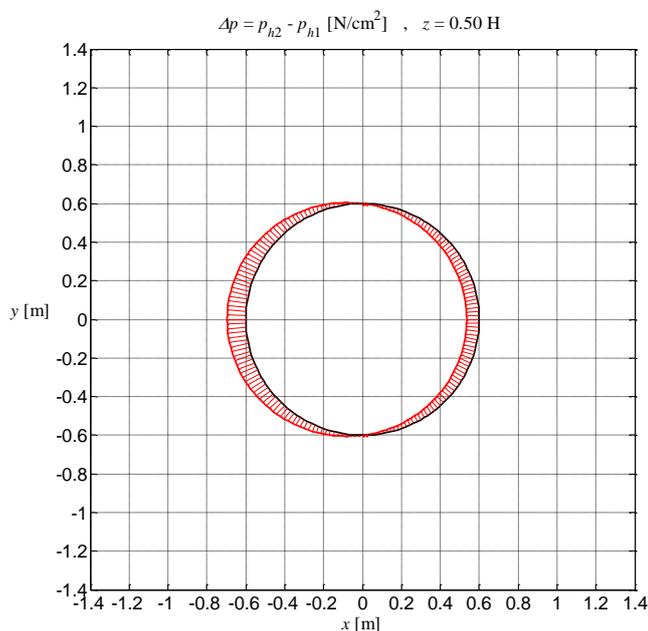
$$\Delta p_{\max} = 0.096 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.48 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.50$ H DUE TO DYNAMIC ACTION



$$p_{h1} = 0.384 \frac{N}{cm^2}$$

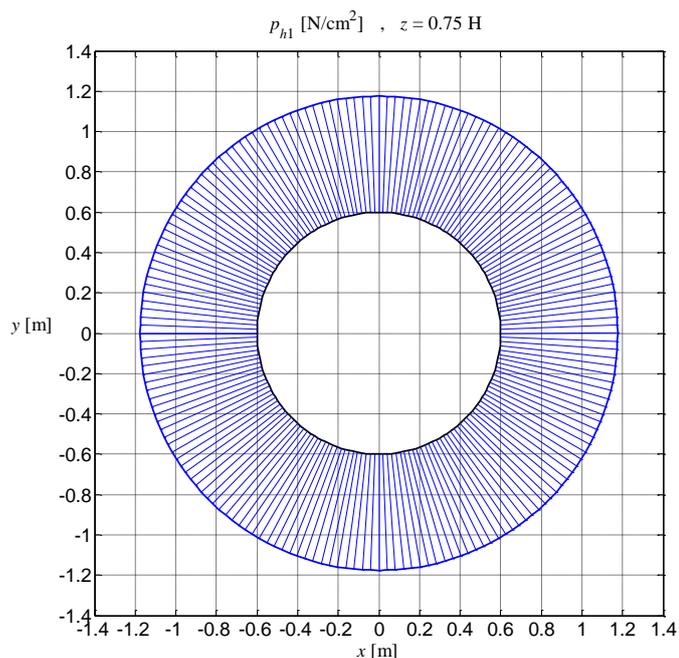
$$\Delta p_{\max} = 0.096 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.48 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC PRESSURES $z = 0.75$ H



$$p_{h1} = 0.576 \frac{N}{cm^2}$$

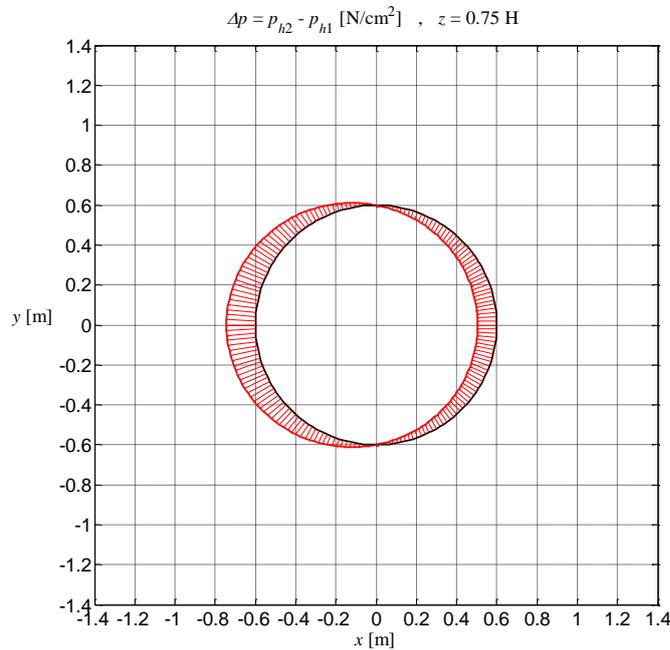
$$\Delta p_{\max} = 0.144 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.72 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Δ PRESSURES $z = 0.75 H$ DUE TO DYNAMIC ACTION



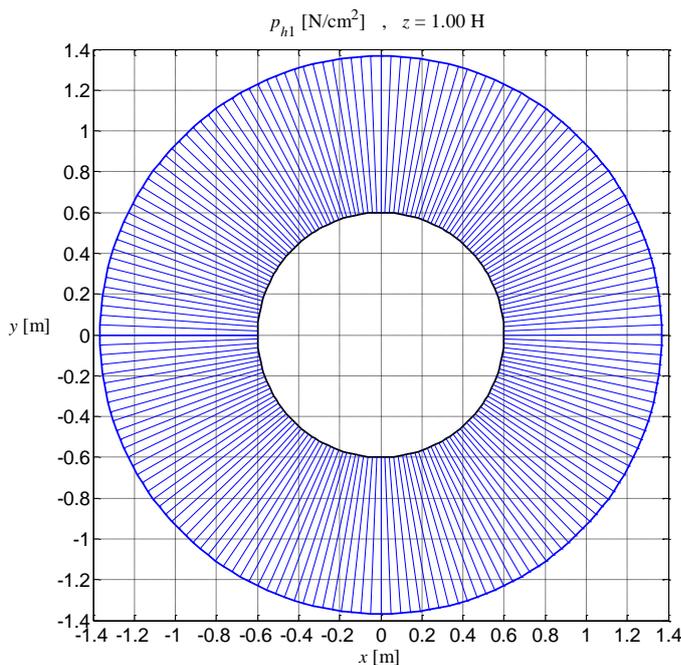
$$p_{h1} = 0.576 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.144 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.72 \frac{N}{cm^2}$$



STATIC PRESSURES $z = 1.00 H$ (AT THE BOTTOM / BASE)



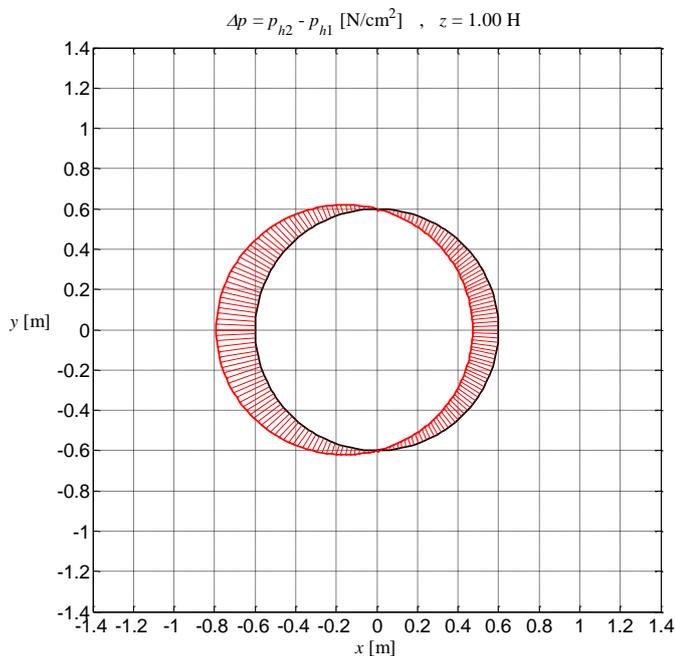
$$p_{h1} = 0.768 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,max} = 0.96 \frac{N}{cm^2}$$



Δ PRESSURES $z = 1.00$ H DUE TO DYNAMIC ACTION (AT THE BASE)



$$p_{h1} = 0.768 \frac{N}{cm^2}$$

$$\Delta p_{\max} = 0.192 \frac{N}{cm^2}$$

$$p_{h,tot,\max} = 0.96 \frac{N}{cm^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

- Diameter of Sensible Area: 9,53 mm
- $A = \text{Sensible area} = \pi D^2 / 4 = 71,29 \text{ mm}^2 = 71,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
- Range of the first level: **0 - 4,4 N**



$$\frac{4.40}{71.29} 10^6 \frac{N}{m^2} \approx 62000 \frac{N}{m^2} \approx 6.2 \frac{N}{cm^2}$$



Max pressure measurable by the instrument

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FlexiForce Flyer Model A201

at $z = 0.75H$:

$$\frac{p_{h1}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.576 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.093 = 9.3\%$$

$$\frac{\Delta p_{\max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.144 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.0232 = 2.3\%$$

$$\frac{p_{h, \text{tot}, \max}}{P_{\max \text{ detectable by Tekscan instrument}}} = \frac{0.72 \frac{N}{cm^2}}{6.2 \frac{N}{cm^2}} = 0.116 = 11.6\%$$

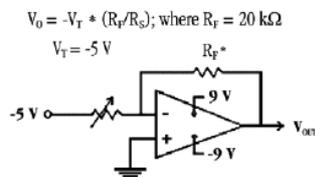


FlexiForce Flyer Model A201

Standard Force Ranges (as tested with circuit shown below)

- 0 - 1 lb. (4.4 N)
- 0 - 25 lbs. (110 N)
- 0 - 100 lbs. (440 N)

In order to measure forces above 100lbs (500, 1000lbs), simply apply a lower drive voltage and reduce the resistance of the feedback resistor (1kohm min.)



*The range for R_f is 1 k Ω to 100 k Ω
 **Resistance at no load is 20 M Ω

Typical Performance

Linearity (Error)	< $\pm 5\%$
Repeatability	< $\pm 2.5\%$ of Full Scale
Hysteresis	< 4.5 % of Full Scale
Drift	< 3% per Logarithmic Time Scale
Rise Time	< 20 μsec
Operating Temperature	15°F - 140°F (-9°C - 60°C)*

*Force reading change per degree of temperature change = $\pm 0.2\%/^{\circ}\text{F}$ (0.36%/°C)
 *For loads less than 10 lbs., the operating temperature can be increased to 165°F (74°C)

Evaluation Conditions

Line drawn from 0 to 50% load
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Conditioned Sensor, 80% of Full Force Applied
 Constant Load of 25 lbs. (111 N)
 Impact Load, Output recorded on Oscilloscope

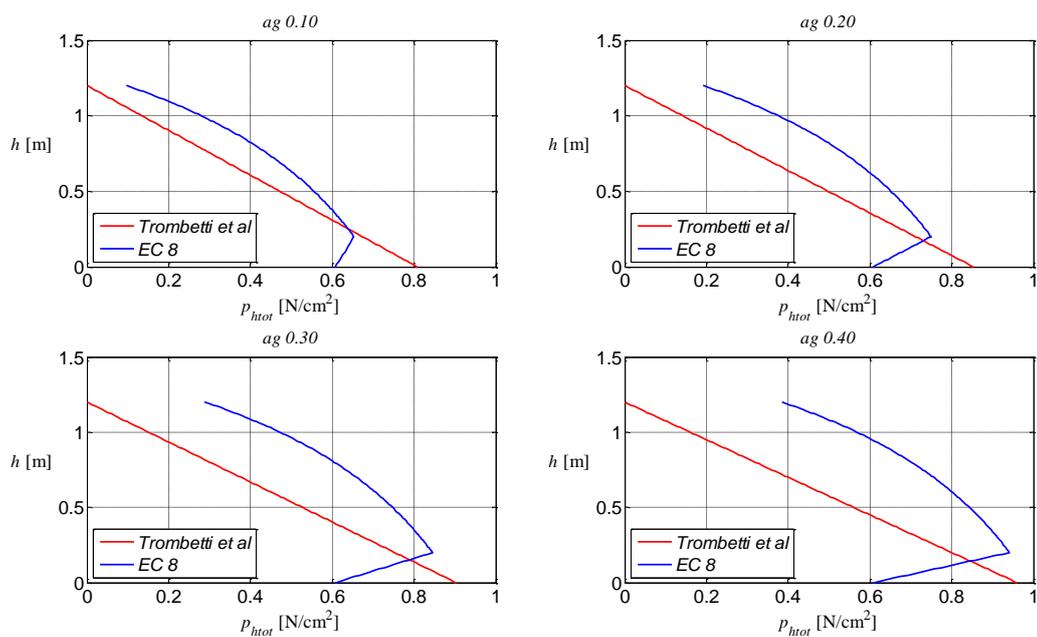


PRESSURES: COMPARISON WITH EC8

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



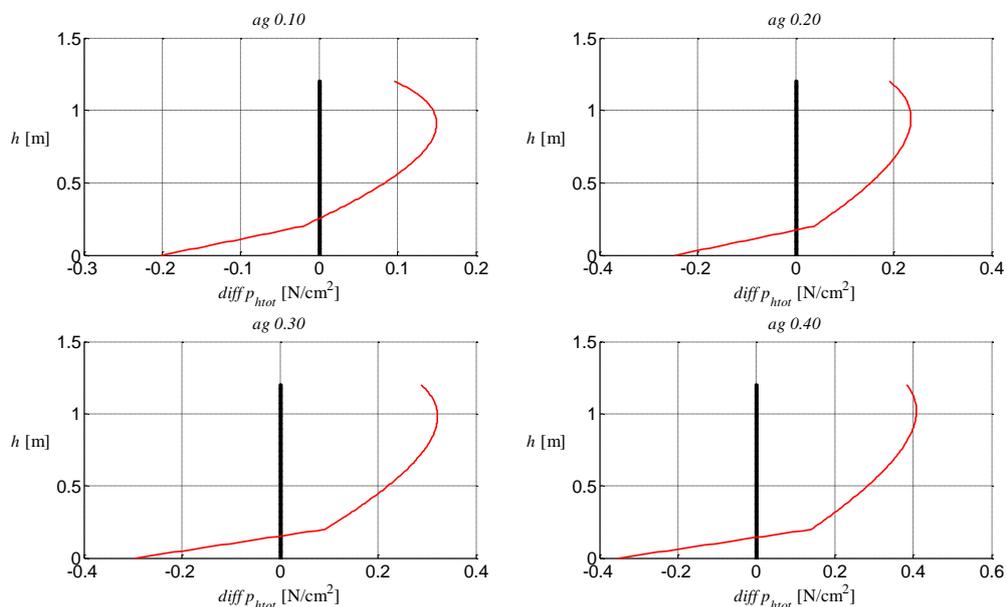
Comparison of total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



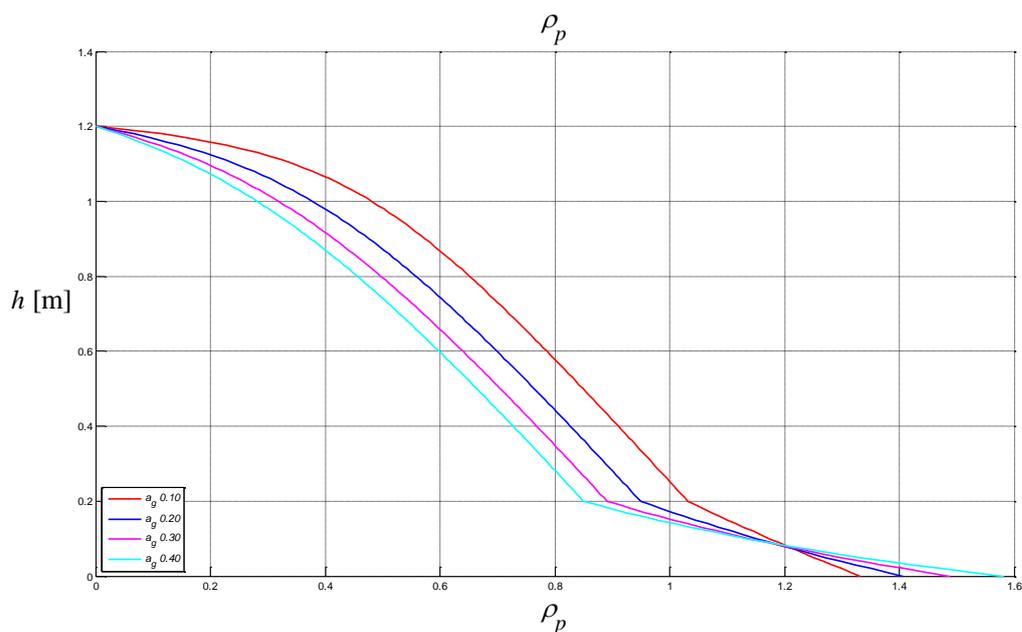
Differences between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



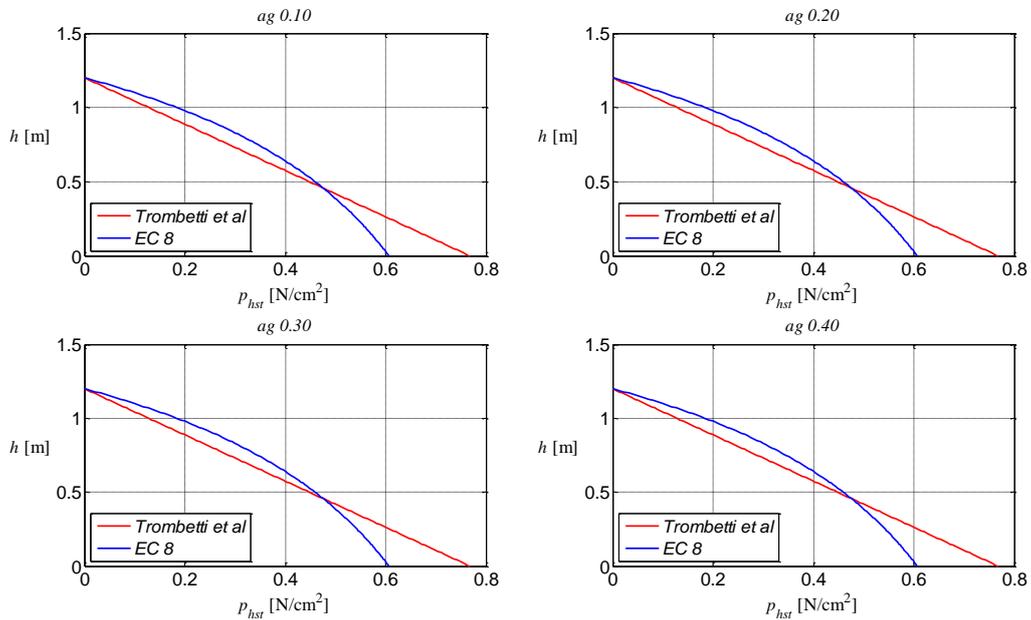
Ratios between total pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



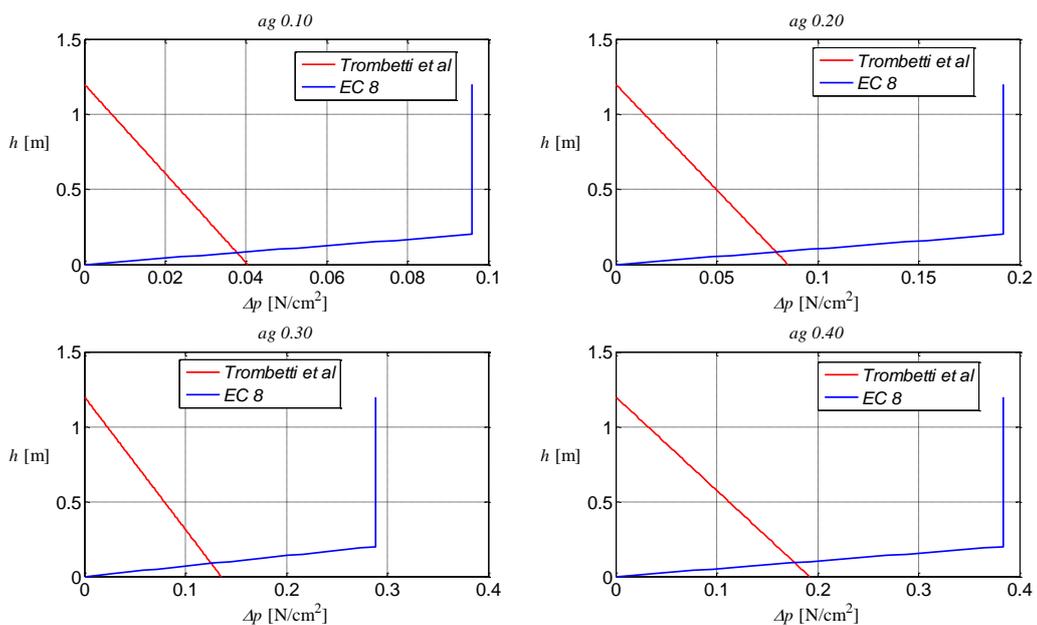
Comparison of static pressures



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Comparison of delta-pressures (due to horizontal acceleration)



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

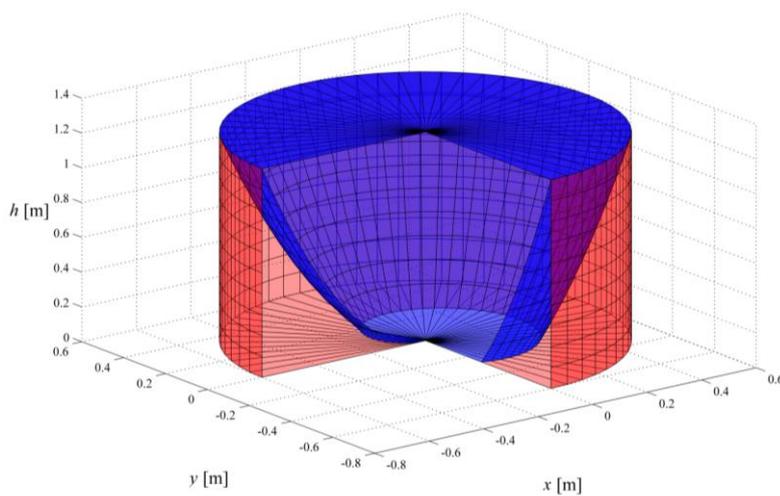


VOLUMES

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



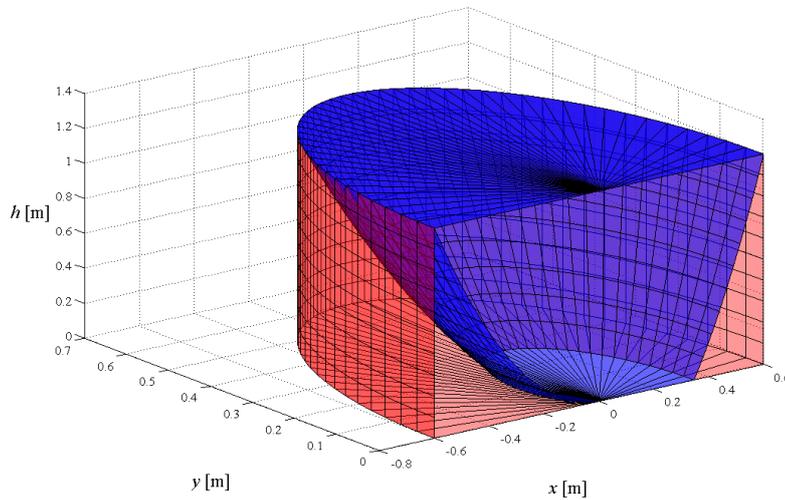
$$V_{A1} = \pi \cdot R \cdot H^2 \left(1 - \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}} \right)$$

$$V_{A2} = \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{\sqrt{1 - v^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



VOLUMES



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS AT THE BASE OF SILO WALLS

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



BASE ACTIONS

PROPOSED THEORY

EC8

$$T_{Trombetti} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^2 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

$$M_{Trombetti} = \frac{1}{3} \cdot a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R \cdot H^3 \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \mu_{GW}}{1 - \nu^2 \cdot a_{gh}^2 \cdot \mu_{GW}^2} \right)$$

$$T_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(H - \frac{R}{6} \right)$$

vs.

$$M_{EC8} = a_{gh} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{2} \cdot \left(H^2 - \frac{R^2}{27} \right)$$



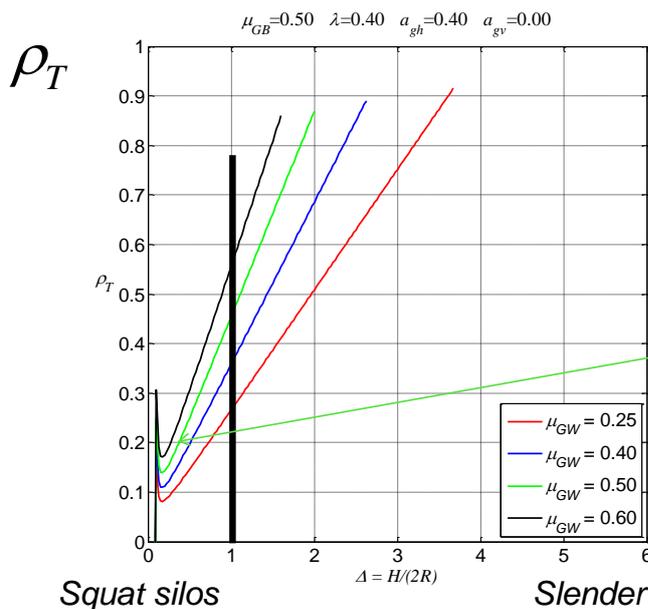
$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}}$$

$$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$$T_{EC8} = 796.21 \text{ kg}$$

$$T_{Trombetti} = 361.91 \text{ kg}$$

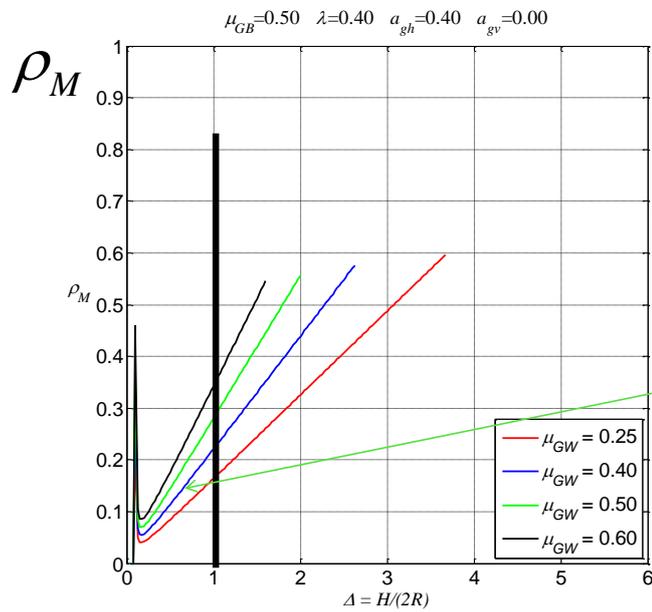
$$\rho_T = \frac{T_{Trombetti}}{T_{EC8}} = \frac{361.91 \text{ kg}}{796.21 \text{ kg}} = 0.454$$

$$\Delta = \frac{H}{2R}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



COMPARISON



for $\Delta = \frac{H}{2R} = 1$:

$M_{EC8} = 516.33 \text{ kgm}$

$M_{Trombetti} = 144.76 \text{ kgm}$

$\rho_M = \frac{M_{Trombetti}}{M_{EC8}} = \frac{144.76 \text{ kgm}}{516.33 \text{ kgm}} = 0.28$

$\Delta = \frac{H}{2R}$

Squat silos

Slender silos



EXPECTED STRESSES AND STRAINS WITH THE FEM MODEL



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z \quad a_{gv} = 0 \quad (\nu = 1)$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \tau_{v0,GW} = \mu_{GW} \cdot p_{h0,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = p_{h2,GW} - p_{h1,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta \tau_{v,GW} = \tau_{v2,GW} - \tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z)$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS at the bottom

1. Static horizontal pressures

$$p_{h1} = \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.4 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2\text{m} = 768 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

2. Static vertical tangential stresses

$$\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z = 0.5 \cdot 0.4 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2\text{m} = 384 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

$$\Delta p_{h,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 768 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration

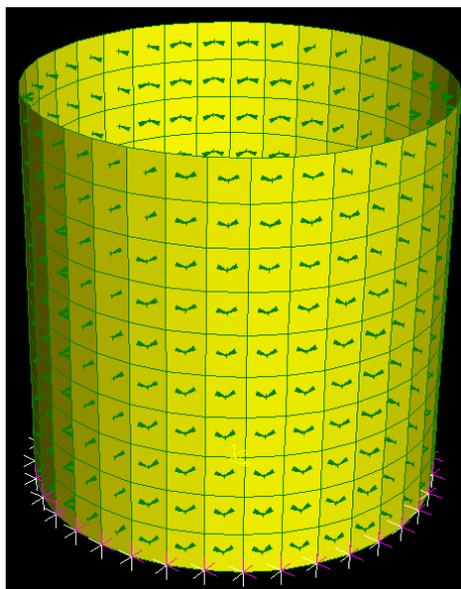
$$\Delta \tau_{v,GW} = \left(\frac{\mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta}{1 - \mu_{GW} \cdot a_{gh} \cdot \cos \theta} \right) \cdot \mu_{GW} \cdot (\lambda \cdot \gamma \cdot z) = \left(\frac{0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta}{1 - 0.5 \cdot 0.4 \cdot \cos \theta} \right) \cdot 384 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

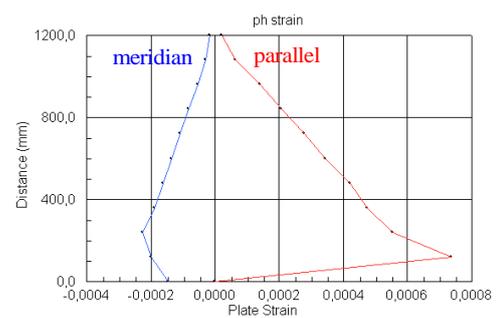
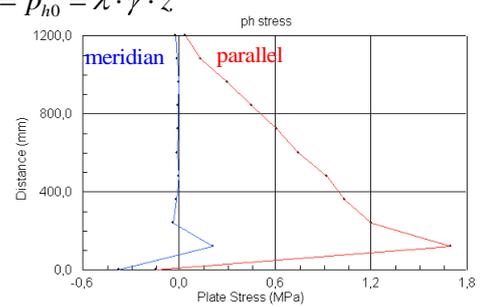
$t = 3 \text{ mm}$

ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

1. Static horizontal pressures



$$p_{h1} = p_{h0} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$$

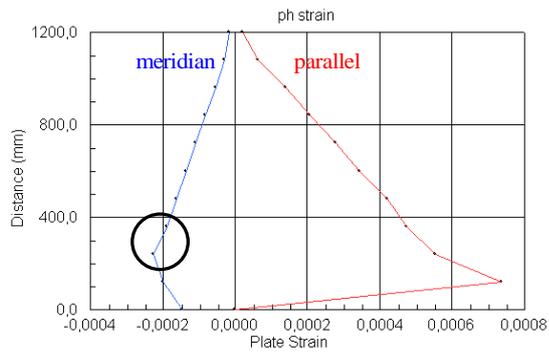
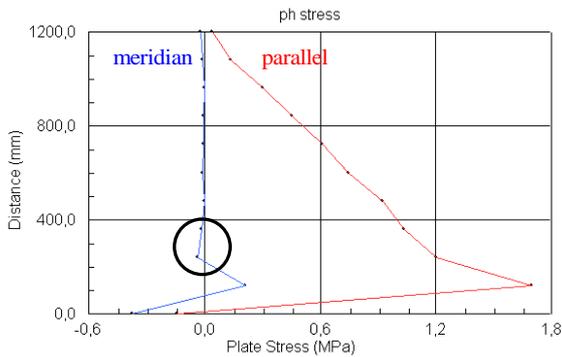




STRESS&STRAIN - MERIDIAN

$$\varepsilon_M = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot (\sigma_P + \cancel{\sigma_M})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_M - \nu \cdot \sigma_P]$$

at 0,75 H



$$\varepsilon_M = \frac{1}{2200} \cdot \left[-\left(\frac{0.0169 + 0.0368}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{1.0358 + 1.2044}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [-0.054 - 0.38 \cdot 1.12] = -0.00022$$

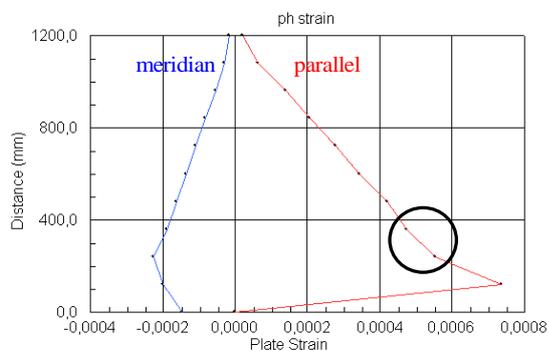
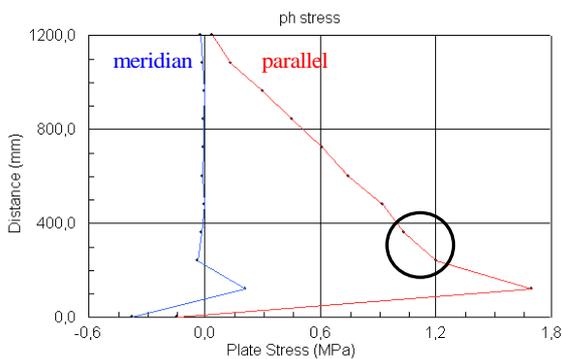
DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STRESS&STRAIN - MERIDIAN

$$\varepsilon_P = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot (\sigma_M + \cancel{\sigma_P})] = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_P - \nu \cdot \sigma_M]$$

at 0,75 H



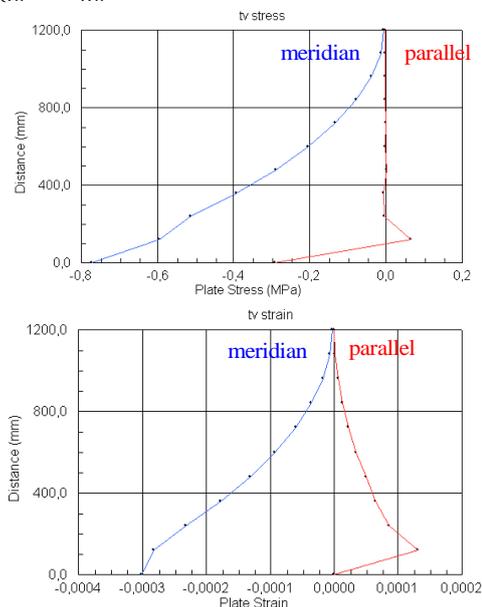
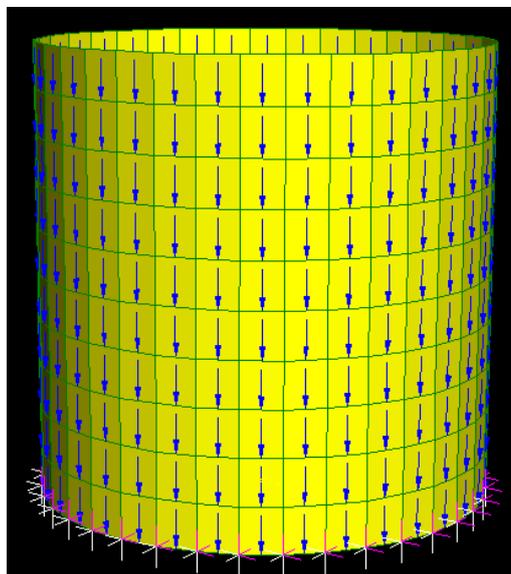
$$\varepsilon_P = \frac{1}{2200} \cdot \left[\left(\frac{1.0358 + 1.2044}{2} \right) - 0.38 \cdot \left(\frac{0.0169 + 0.0368}{2} \right) \right] = \frac{1}{2200} \cdot [1.12 - 0.38 \cdot 0.054] = 0.0005$$

DICAM - ALMA MATER STUDIUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

2. Static vertical tangential stresses $\tau_{v1,GW} = \mu_{GW} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot z$

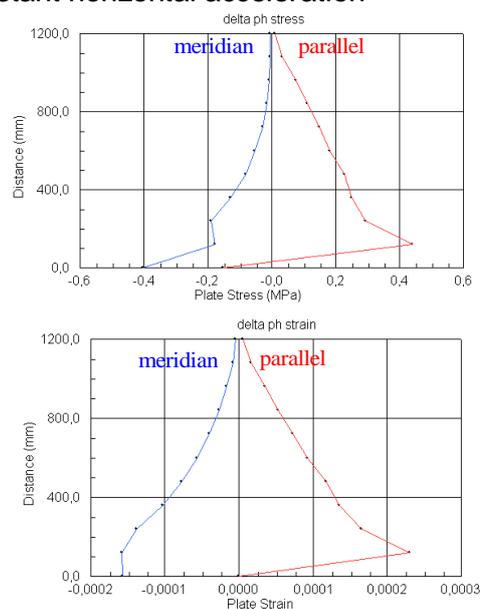
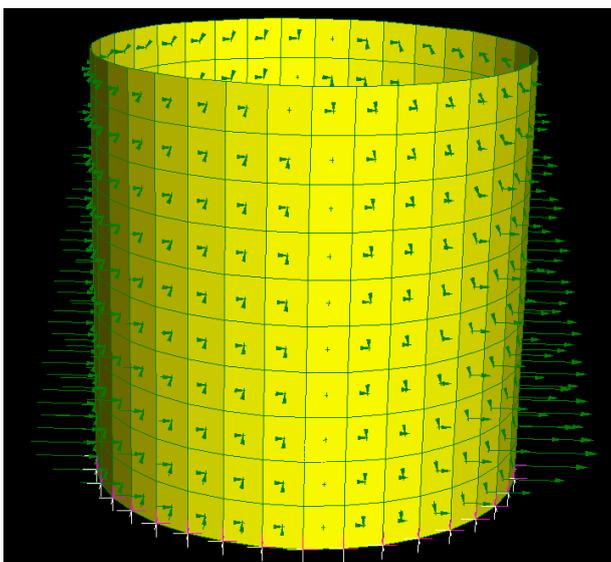


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

3. Horizontal pressure variation due to constant horizontal acceleration

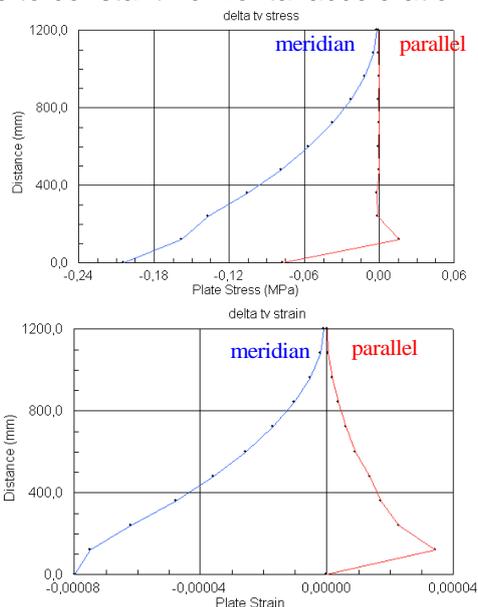
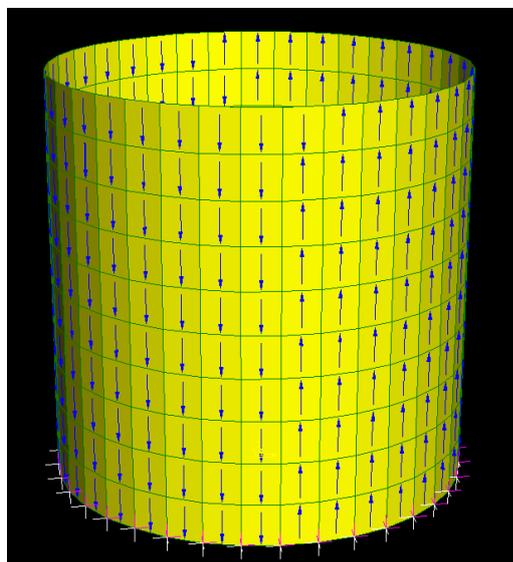


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



ACTIONS APPLIED TO THE FEM MODEL

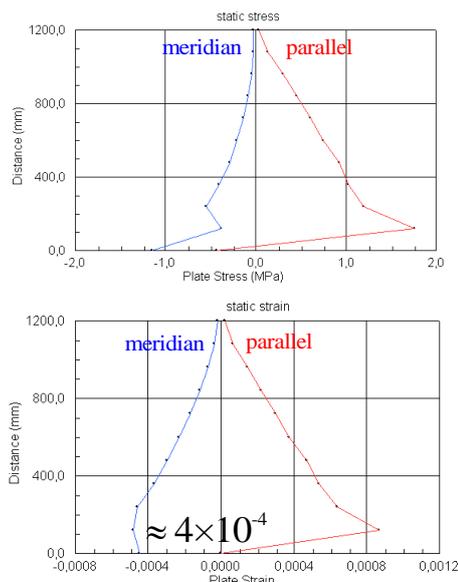
4. Vertical tangential stress variation due to constant horizontal acceleration



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



STATIC STRESSES and STRAINS



measurement minimum capability of the strain-gauges:

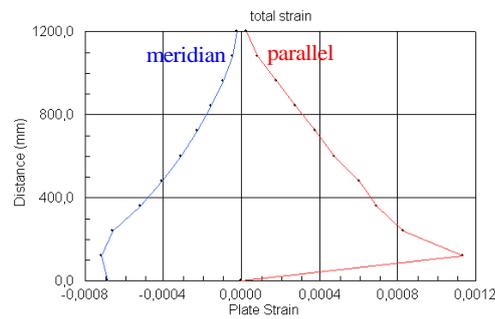
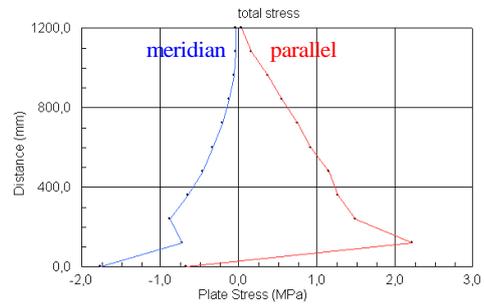
$$2 \times 10^{-6}$$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



TOTAL STRESSES and STRAINS



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



MODES AND PERIODS OF VIBRATION

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



4 CASES

EMPTY Specimen

with A2 (red
portion)

mass

with A1 (blue portion) +
A2 (red portion)
mass, i.e. ALL grain
modelled as mass

with ALL grain
modelled as elastic
material

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



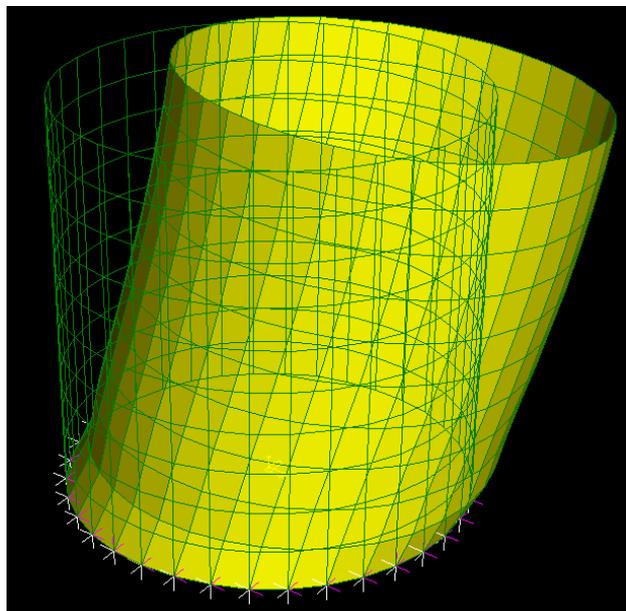
Case 1:

MODES AND PERIODS OF VIBRATION OF THE EMPTY SILO

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



$t=3\text{mm} \rightarrow \text{MODO 61}$
 $T=0,00989 \text{ sec}$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



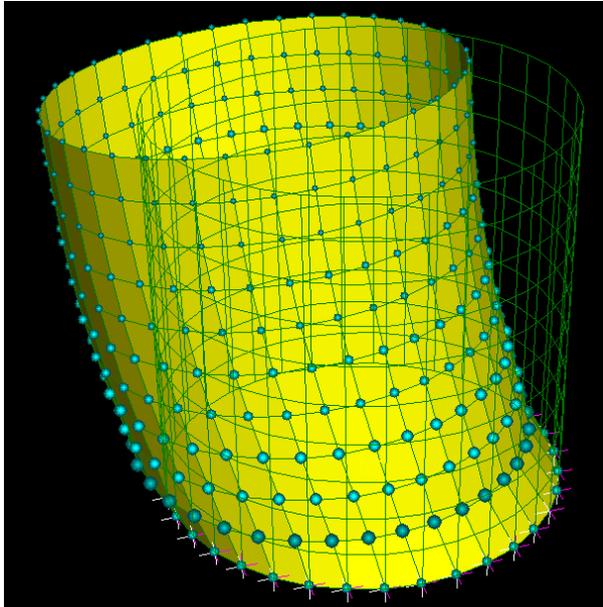
Case 2:

MODES AND PERIODS OF
VIBRATION
OF THE **SILO + RED VOLUME**

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



$t=3\text{mm} \rightarrow \text{MODO } 89$
 $T=0,0201 \text{ sec}$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



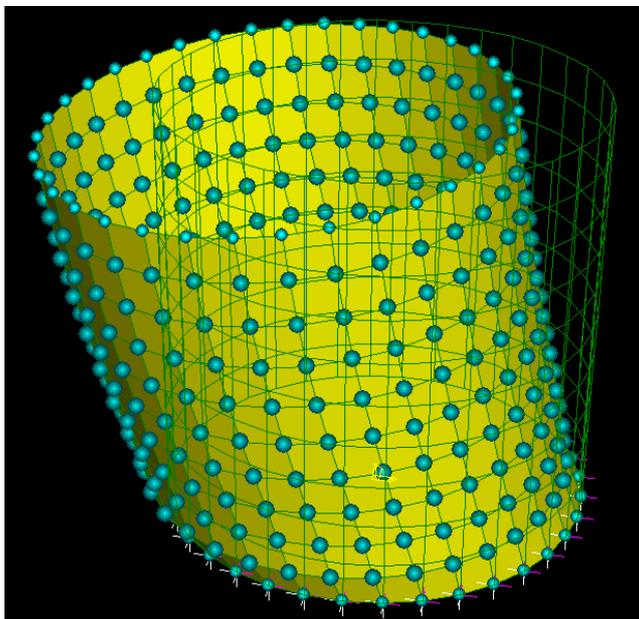
Case 3:

MODES AND PERIODS OF
VIBRATION
OF THE SILO + RED VOLUME
+ BLUE VOLUME

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



FIRST MODE



$t=3\text{mm} \rightarrow \text{MODO 61}$
 $T=0,0378 \text{ sec}$

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



MODES

t [mm]	T empty [sec]	T + red volume [sec]	T +red and blue volume [sec]
3	0,00989	0,0201	0,0378

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Allegato 8 – Progettazione del fondo



COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES
FP7- INFRASTRUCTURES-2008-1
SP4-Capacities



SERIES

SEISMIC ENGINEERING RESEARCH INFRASTRUCTURES
FOR EUROPEAN SYNERGIES

“Assessment of the seismic behaviour of flat-bottom silos containing grain-like materials”

Dora Foti
d.foti@poliba.it



POLITECNICO DI BARI

Tomaso Trombetti
tomaso.trombetti@unibo.it
Stefano Silvestri
stefano.silvestri@unibo.it

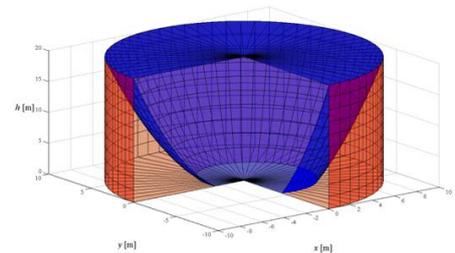


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Salvador Ivorra Chorro
sivorra@ua.es



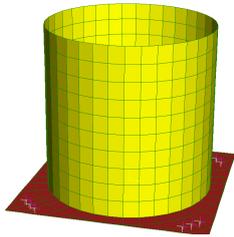
Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



Verify the amount of detachment
between the base and shaking
table

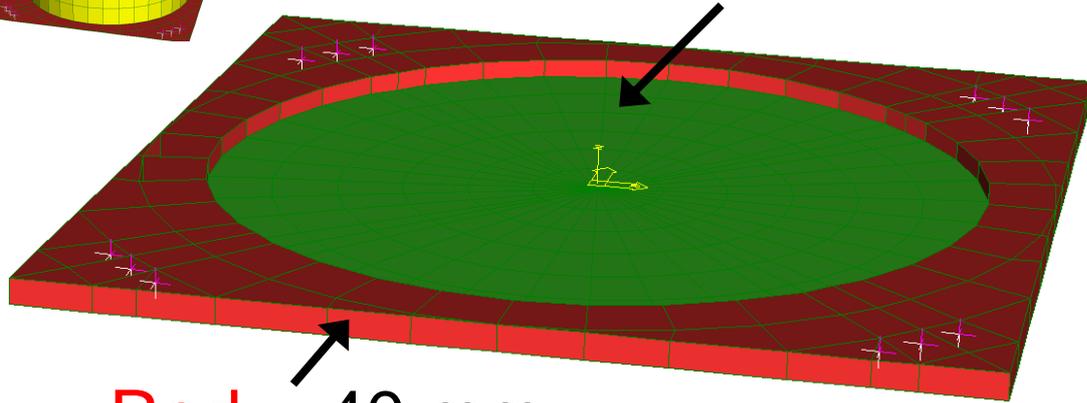


Geometry of the base



The green portion is placed in the correct position by an "offset plate"

Green = 20 mm



Red = 40 mm

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



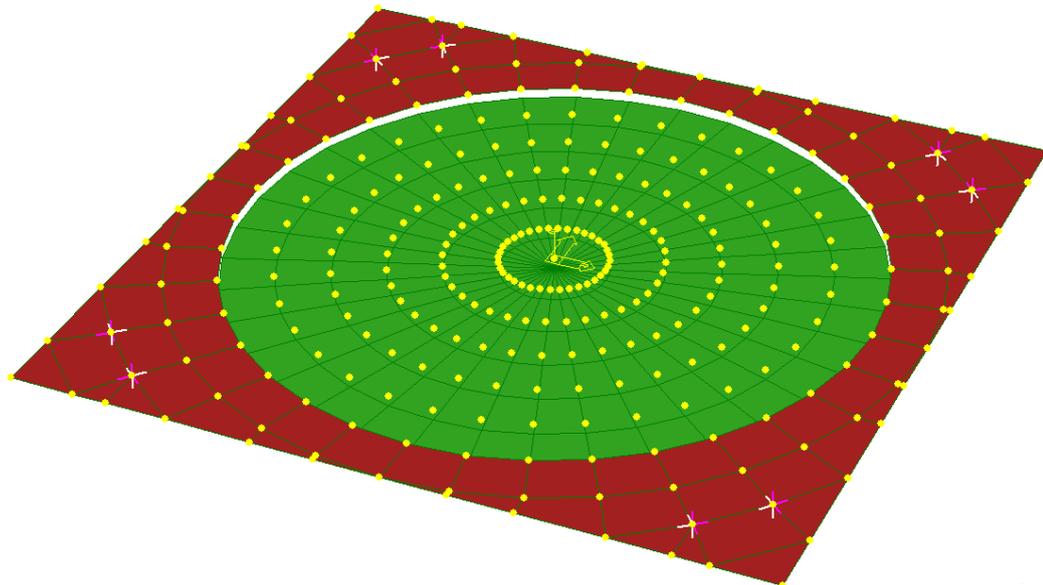
Case A

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Case A

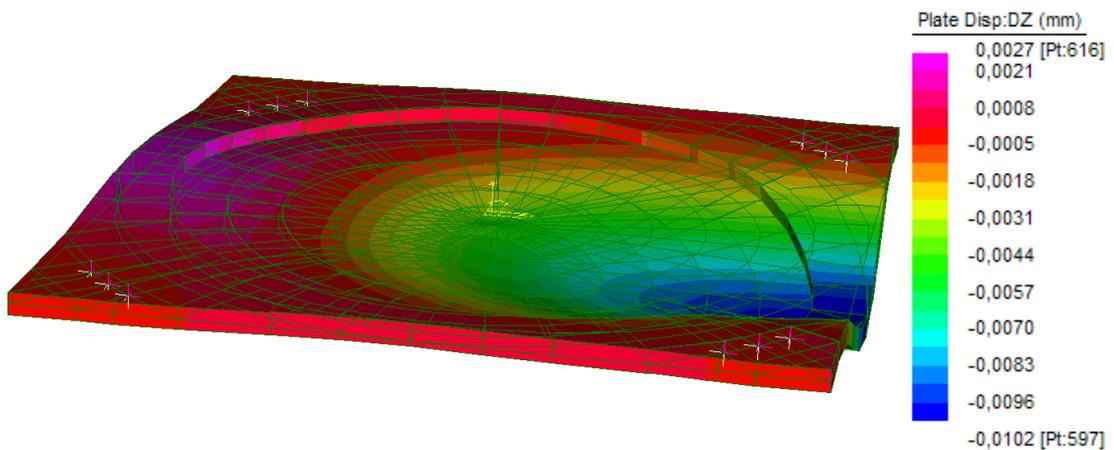
The base is bound by the screws at the corners, all remaining nodes are free



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



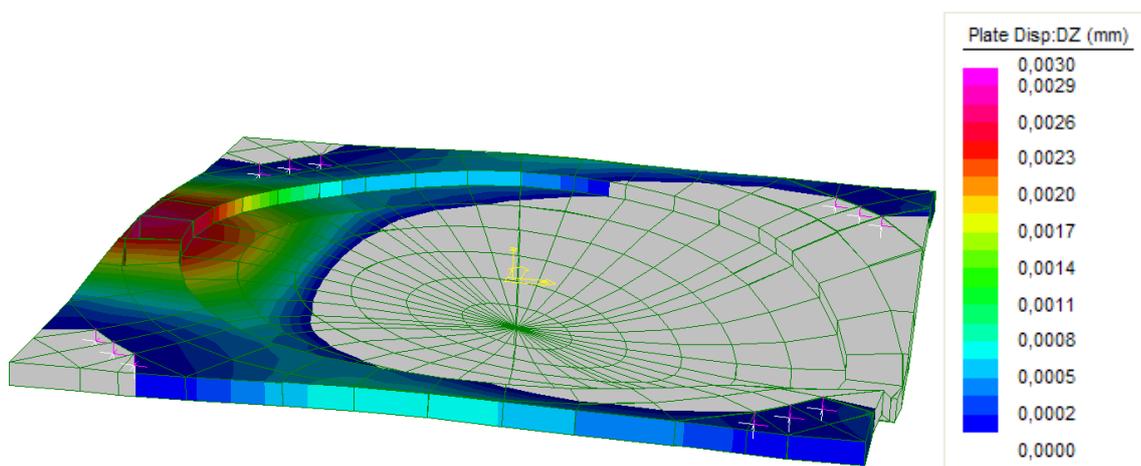
Displacements caused by $\Delta P h$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



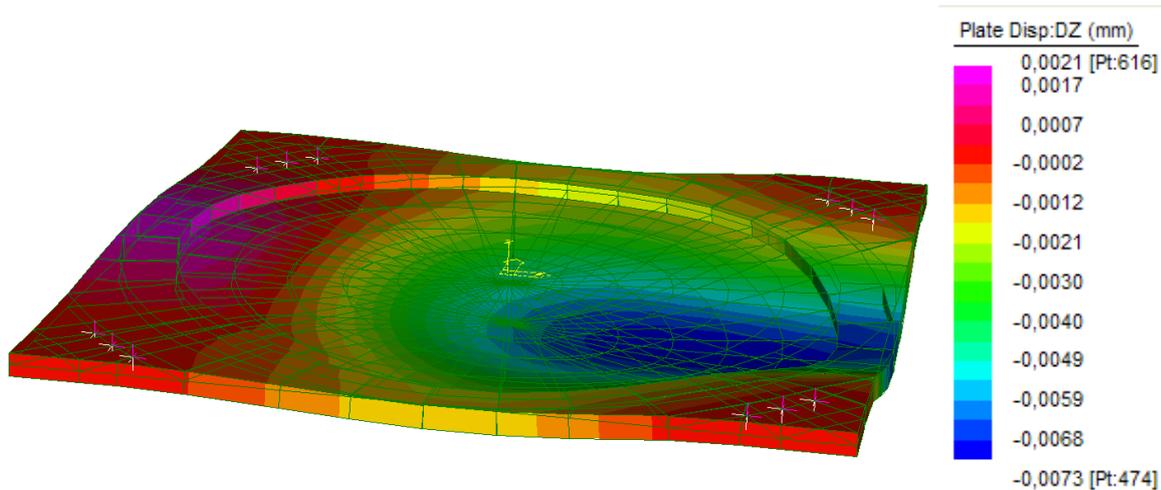
Map of the upward movements



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



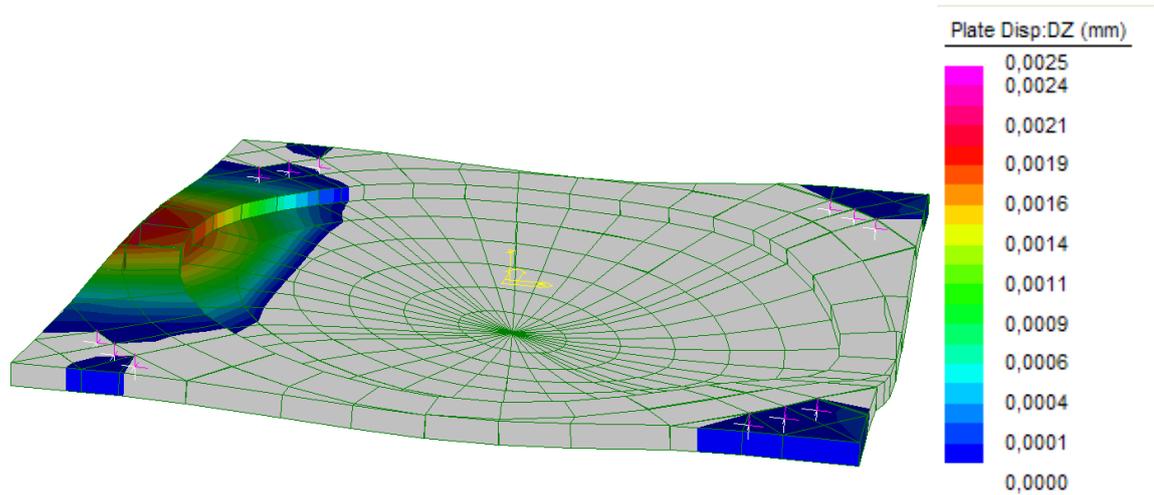
Displacements caused by Δtv



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



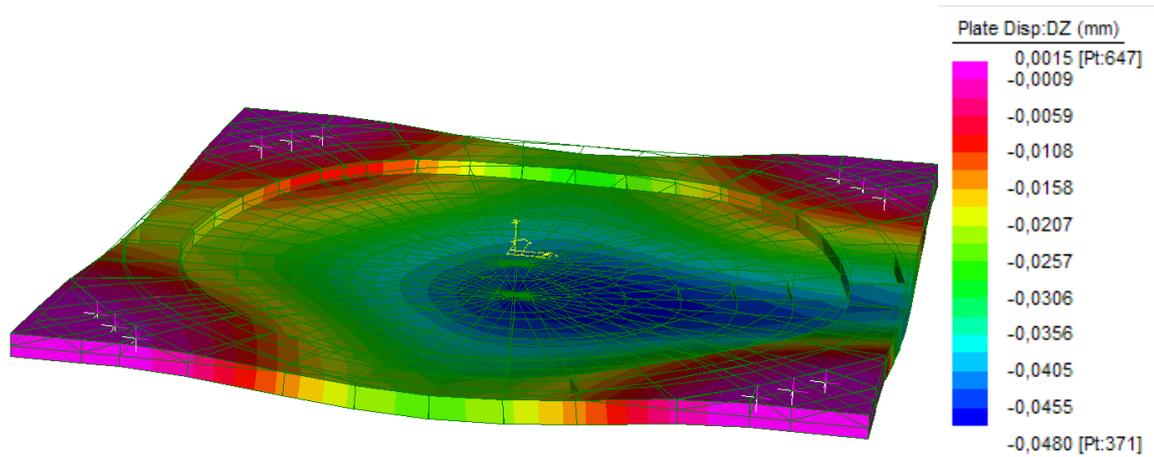
Map of the upward movements



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Total displacements

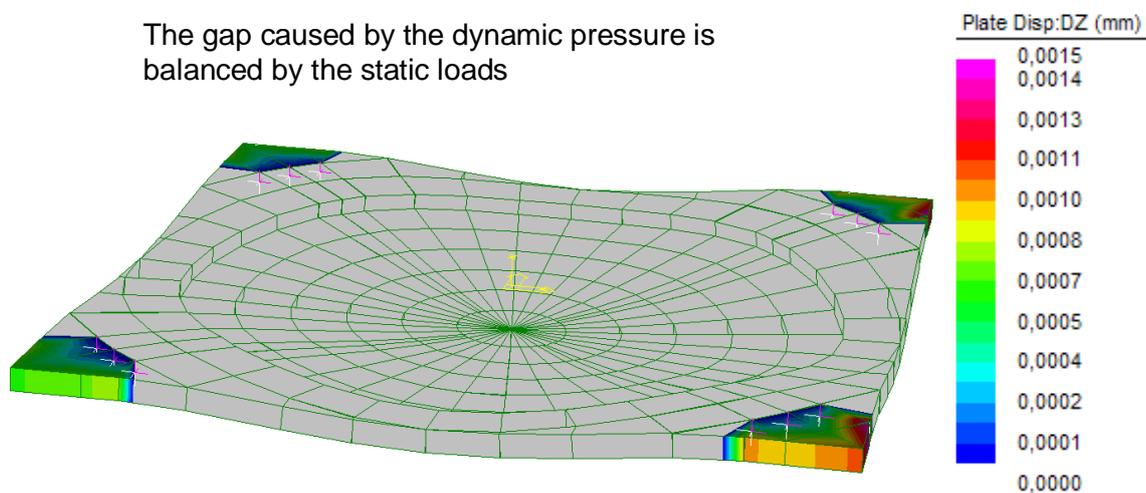


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Map of the total upward movements

The gap caused by the dynamic pressure is balanced by the static loads

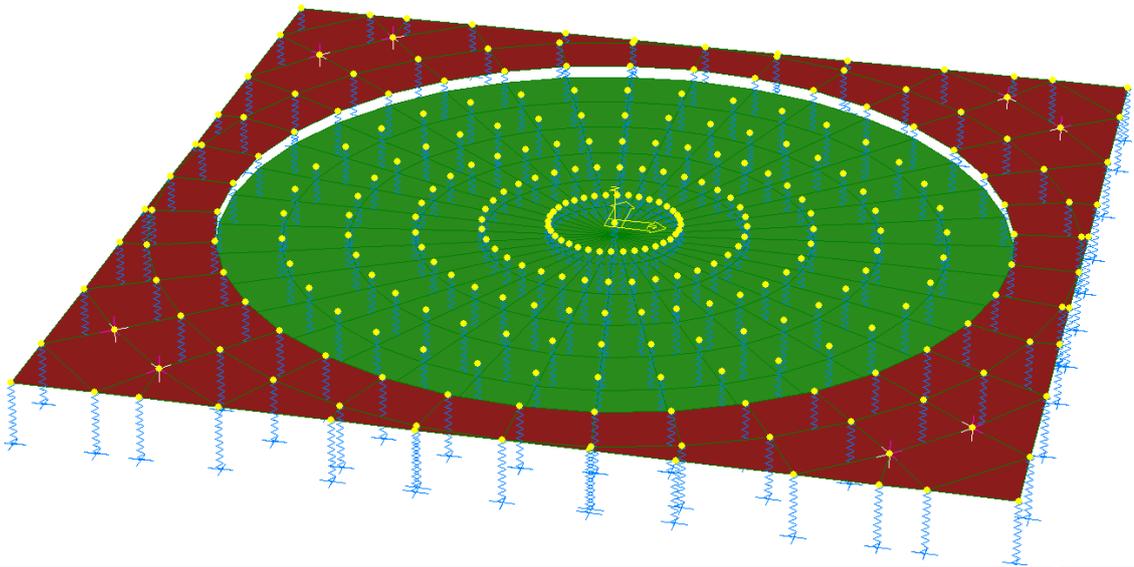


Case B



Case B

The base is bound by the screws at the corners, all remaining nodes are linked by springs

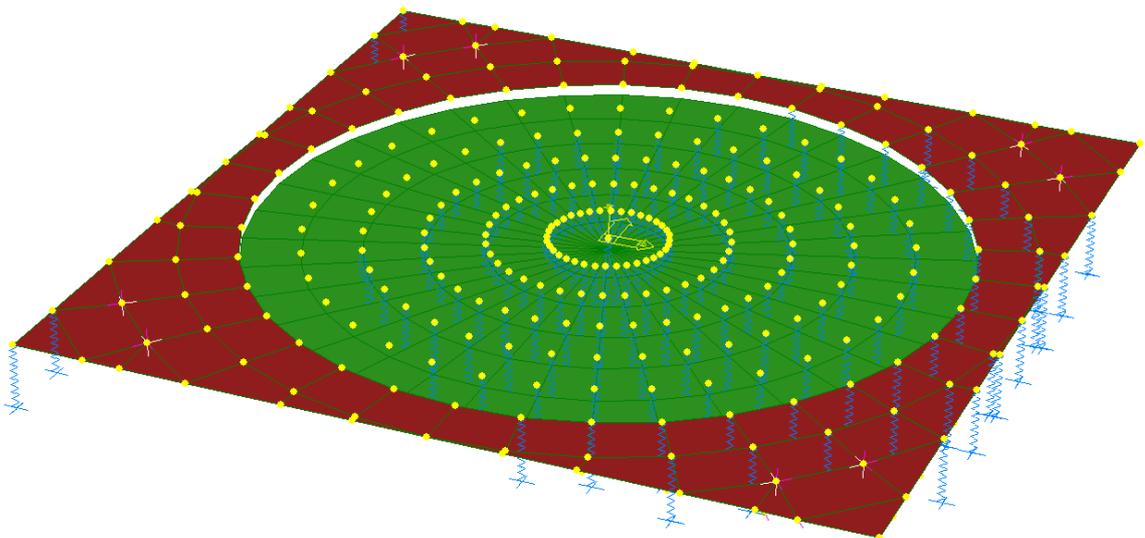


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Case B

The springs in traction after the analysis are removed

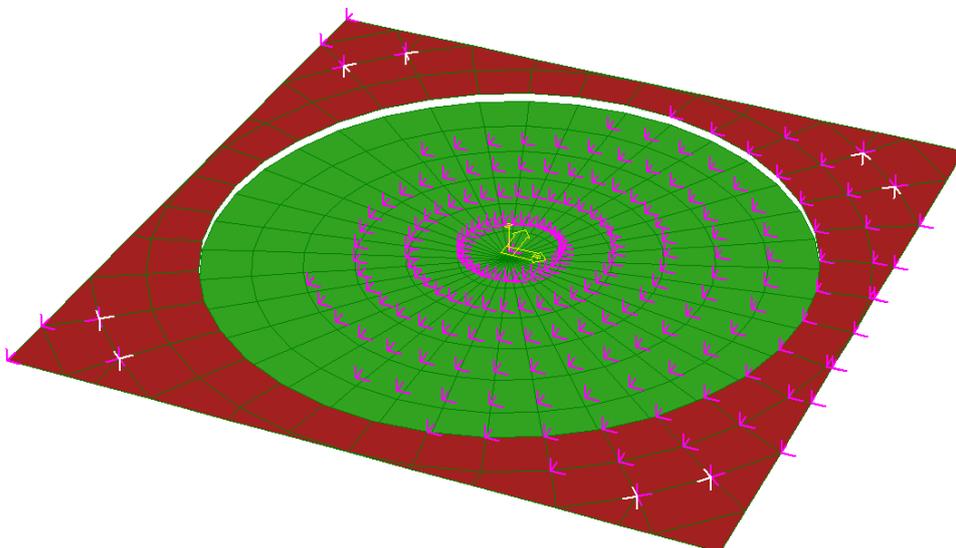


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Case B

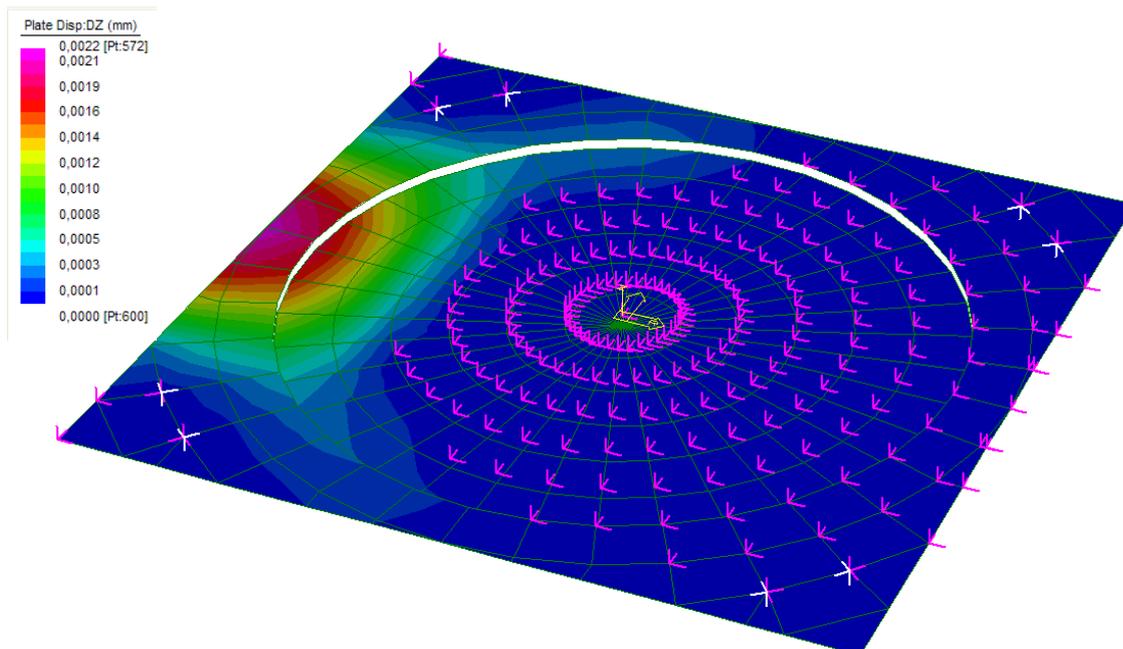
The springs in compression are replaced by support



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



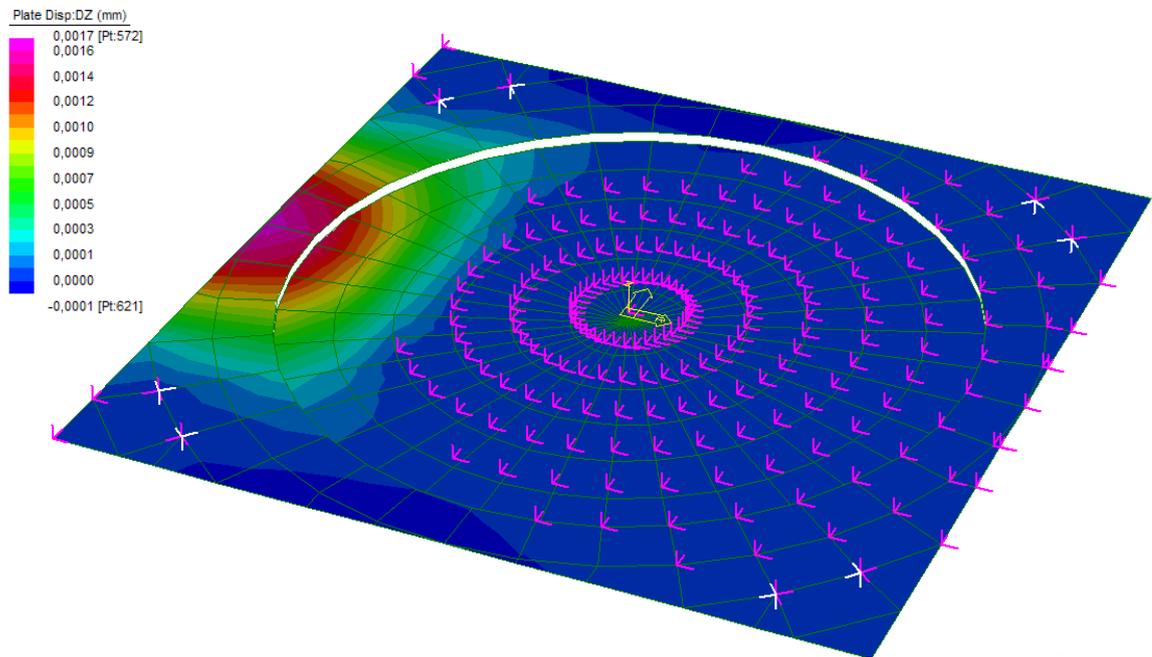
Displacements caused by ΔPh



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



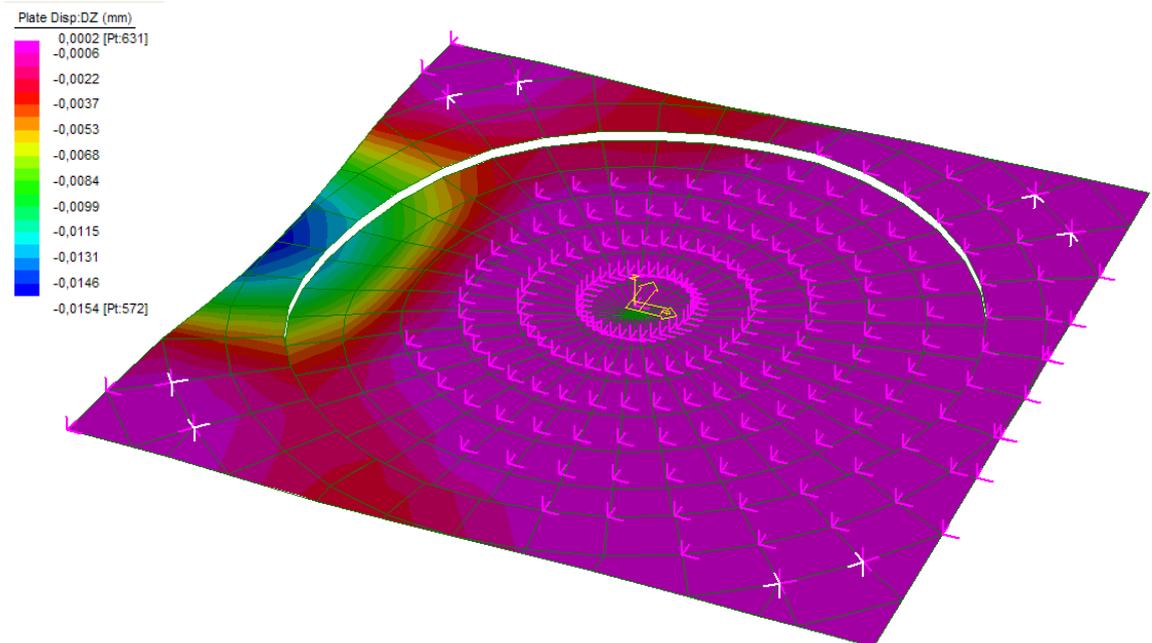
Displacements caused by Δtv



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



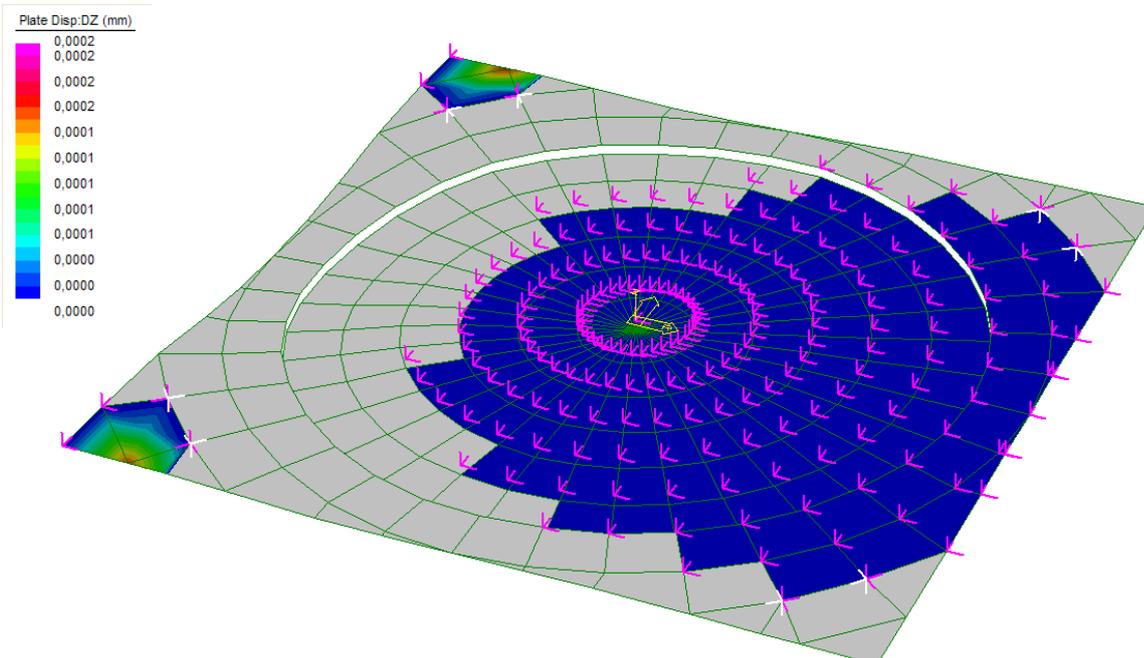
Total displacements



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



Map of the total upward movements



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

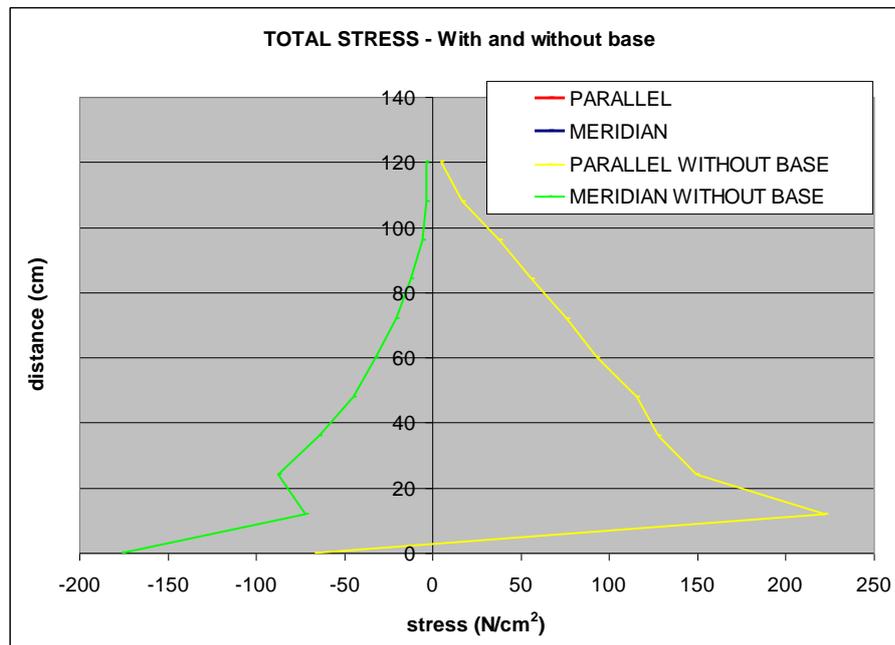


Tests of the equivalence between modeling with and without base

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



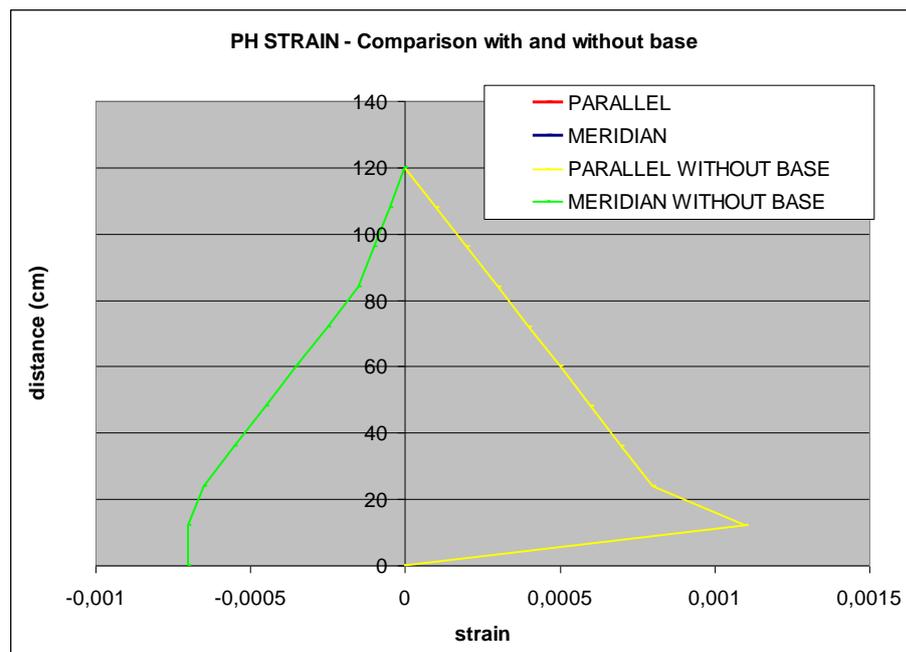
Comparison between the point of maximum



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



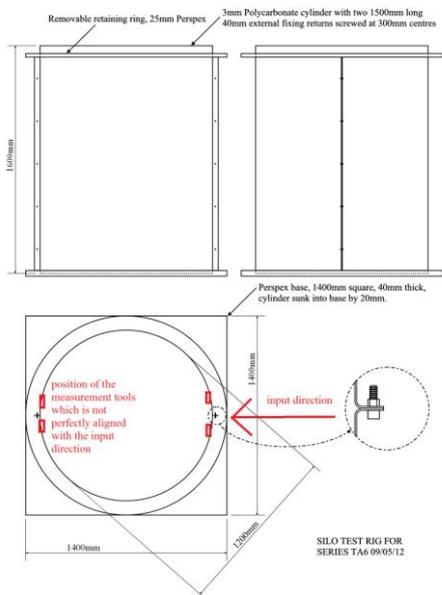
Comparison between the point of maximum



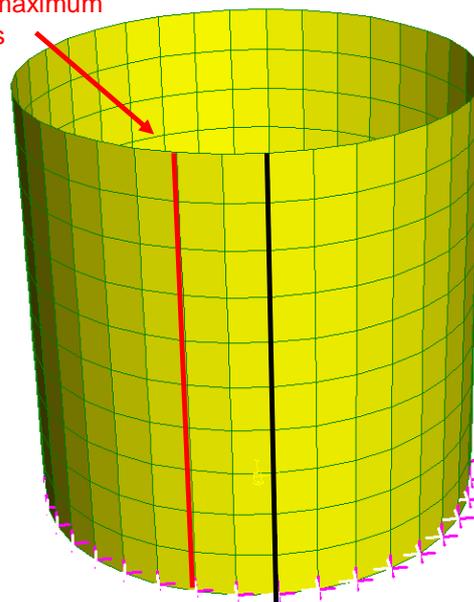
DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Study of the influence of the junctions between the two “U” portions

Working drawing

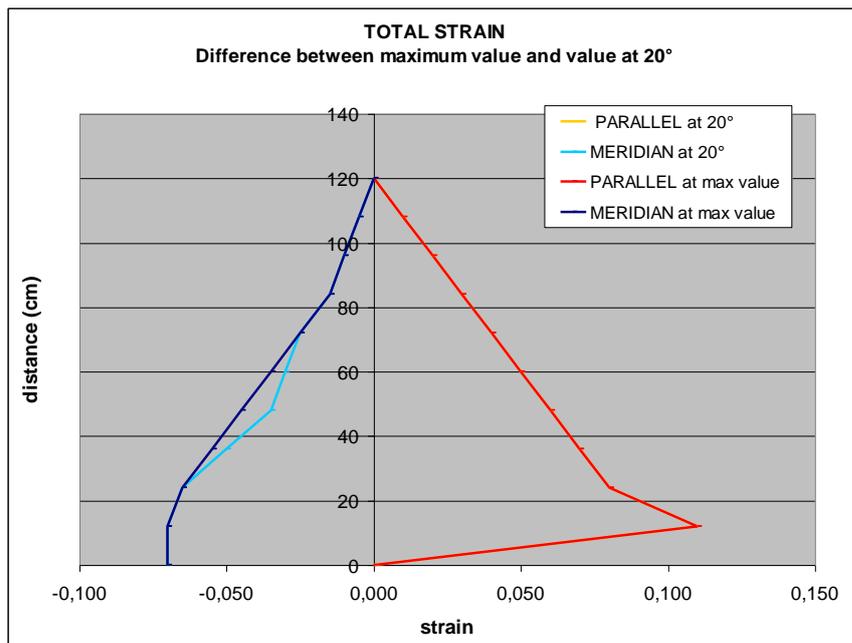
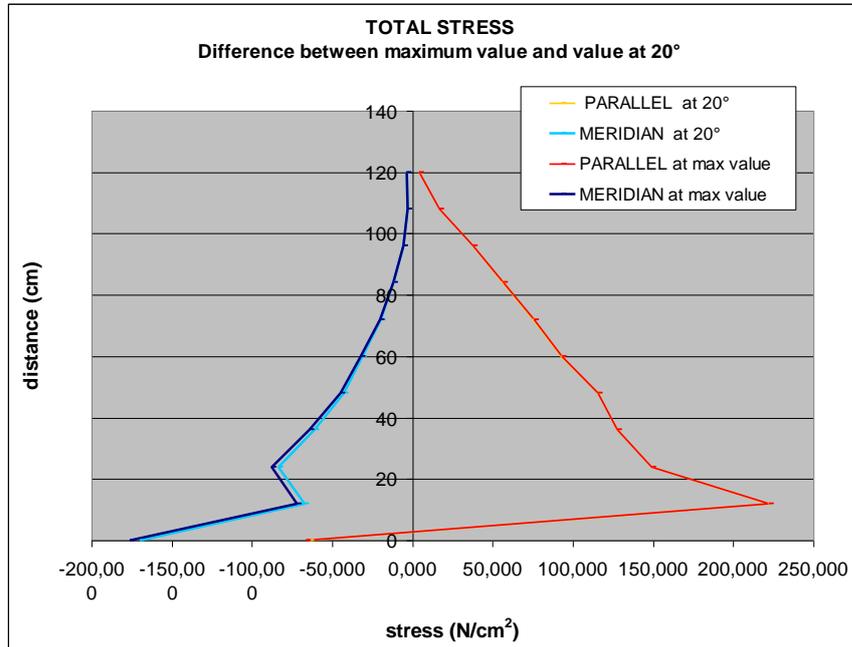


Consider a vertical to 20° from the maximum stress





Difference between the maximum values and those at 20°



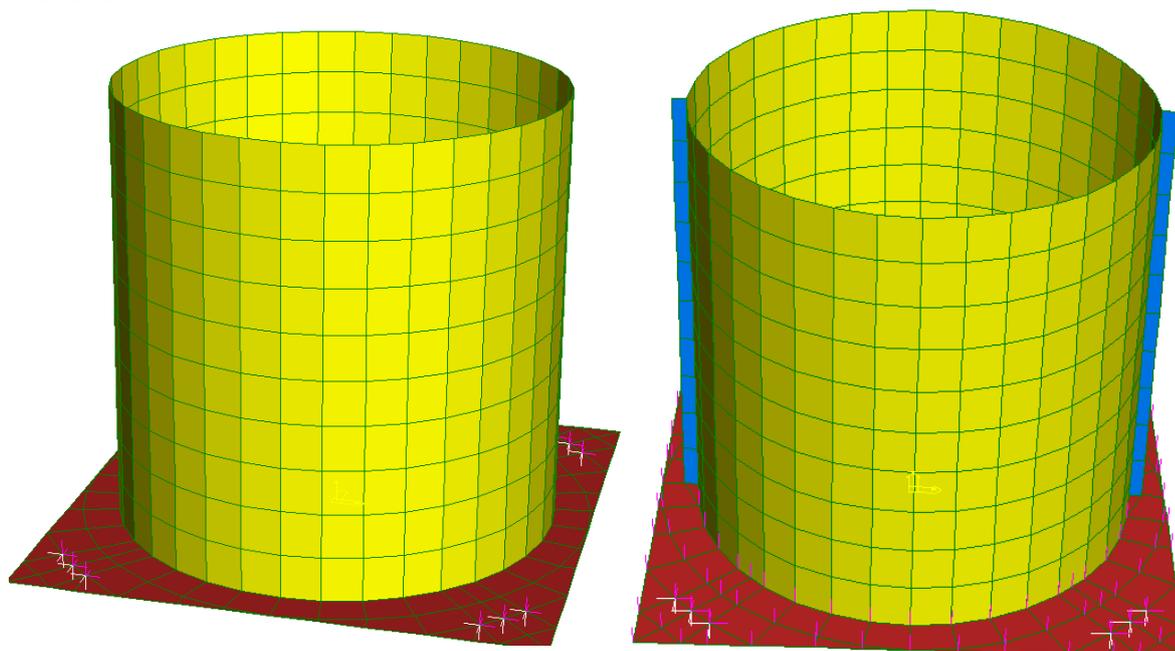


Influence of joints on the tension maps

DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



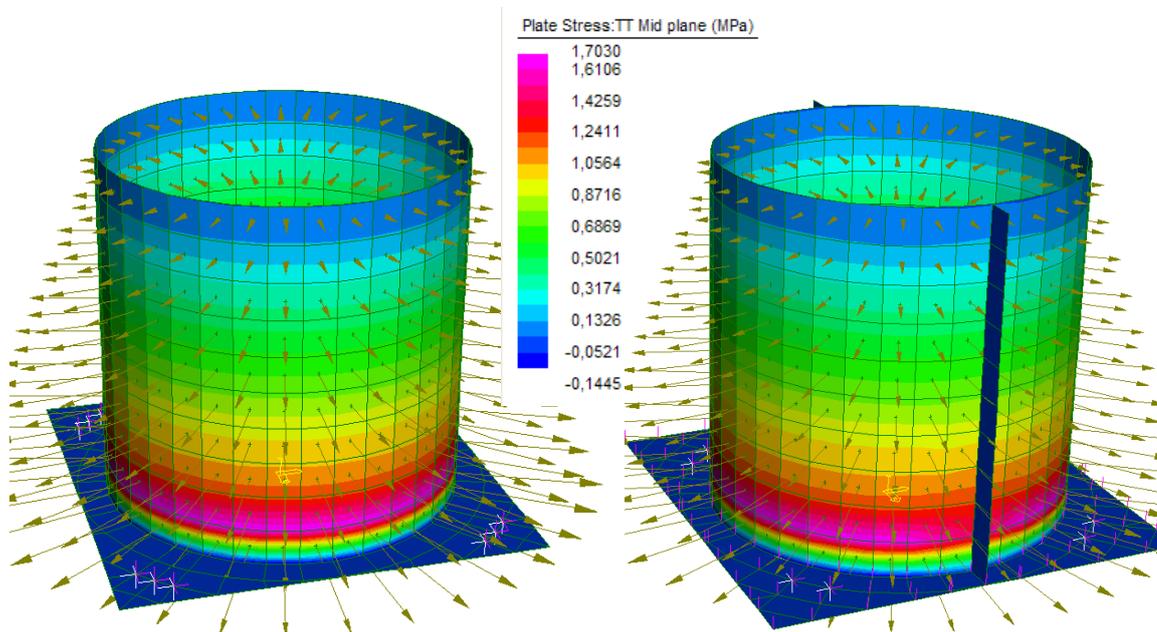
Comparison with and without joints



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



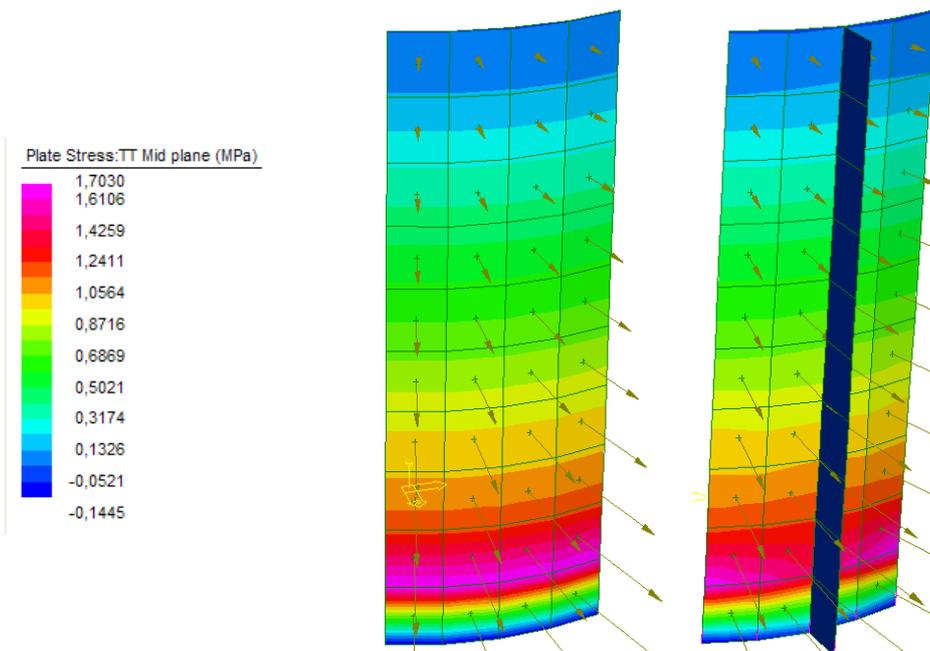
Static pressures of parallel



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



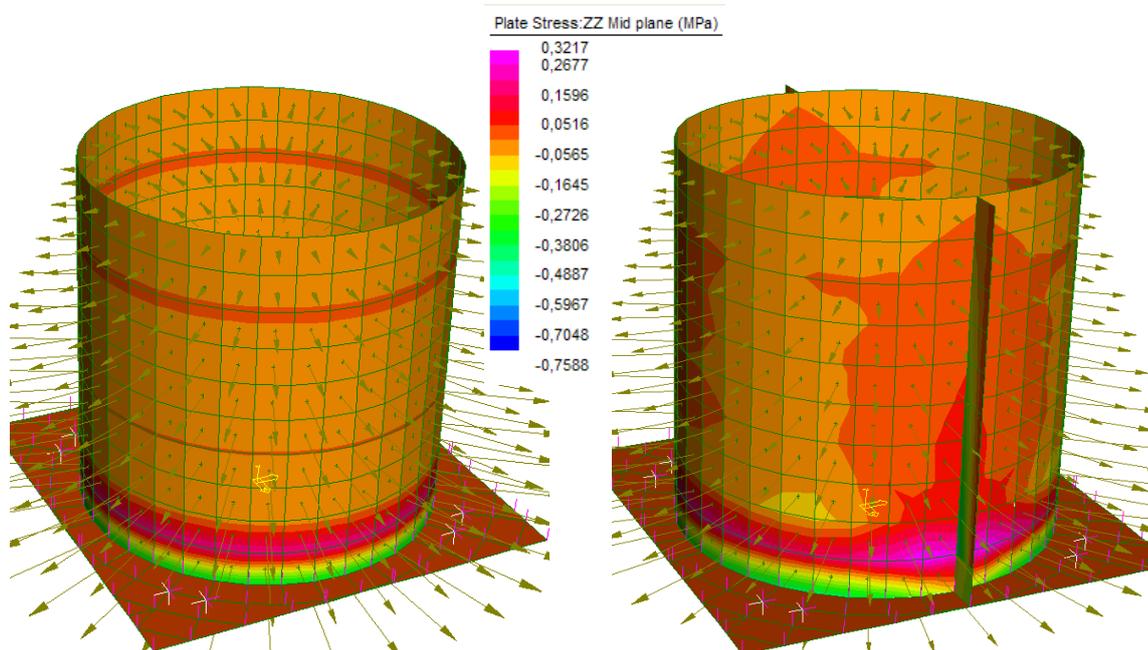
Wall portion between $\theta = - 20^\circ$ a $\theta = + 20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



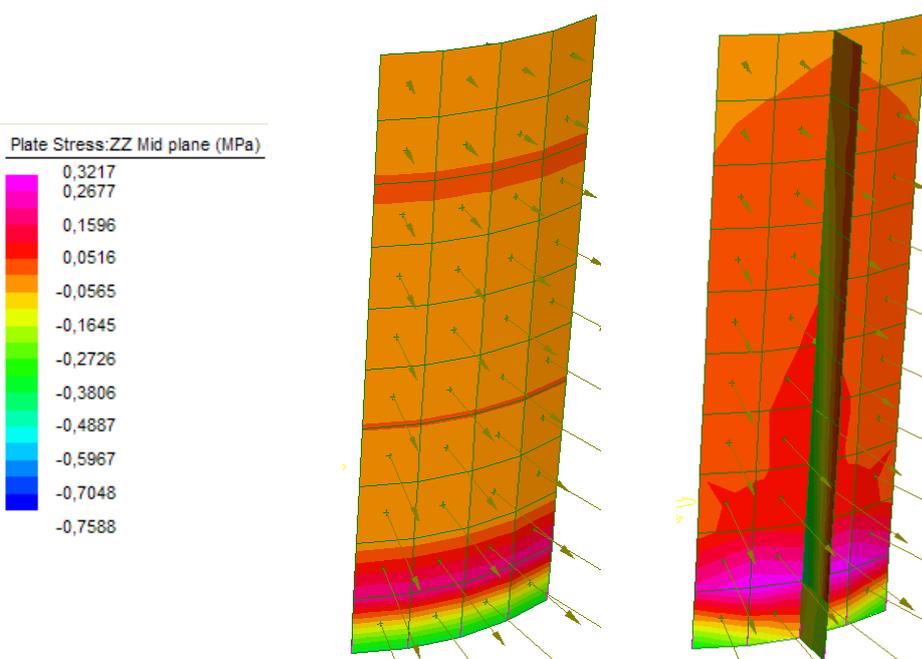
Static pressures of meridian



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



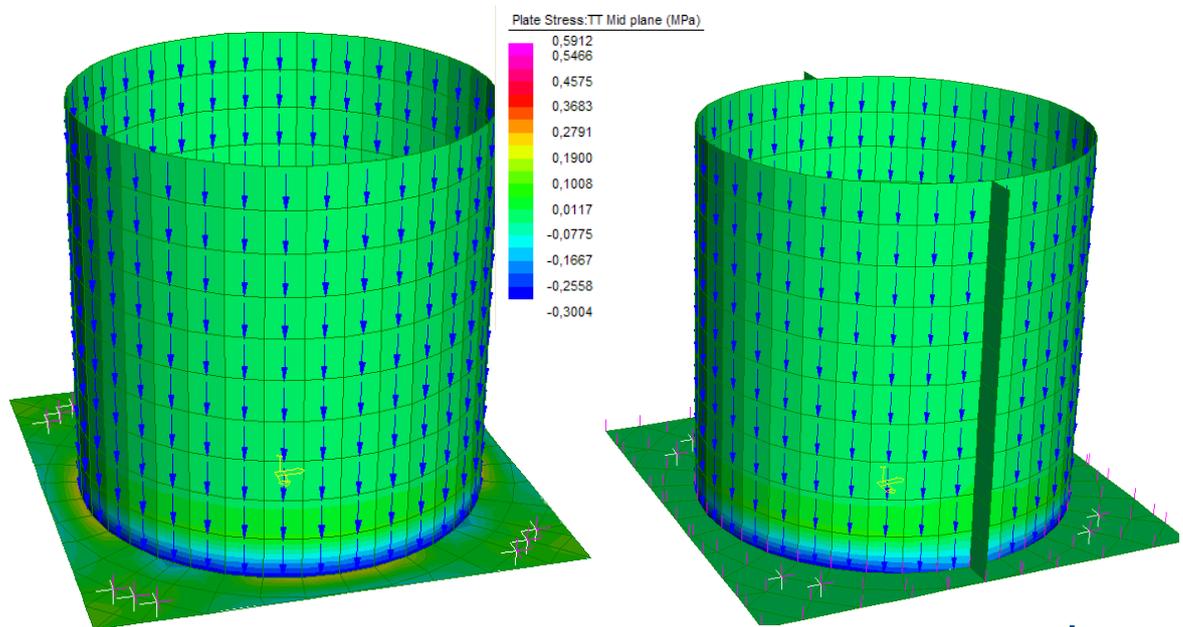
Wall portion between $\theta = -20^\circ$ a $\theta = +20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



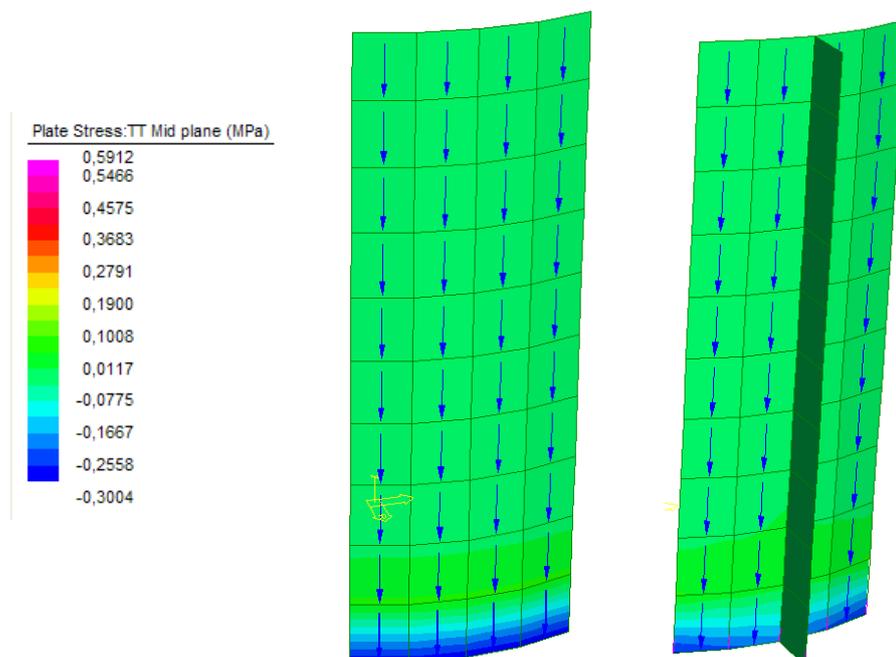
Static tangential pressures of parallel



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



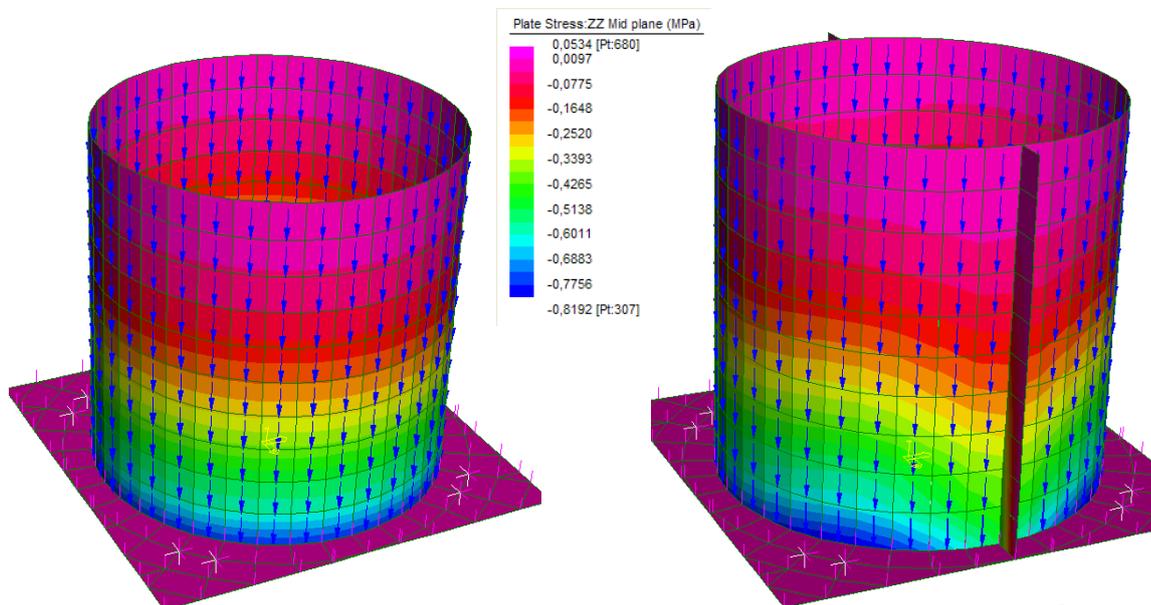
Wall portion between $\theta = - 20^\circ$ a $\theta = + 20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



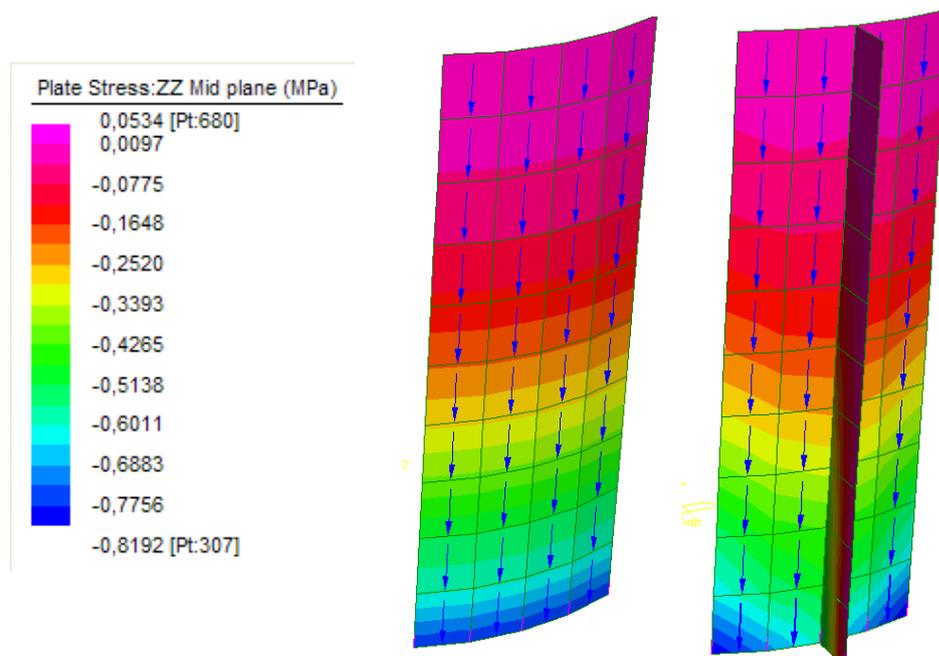
Static tangential pressures of meridian



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



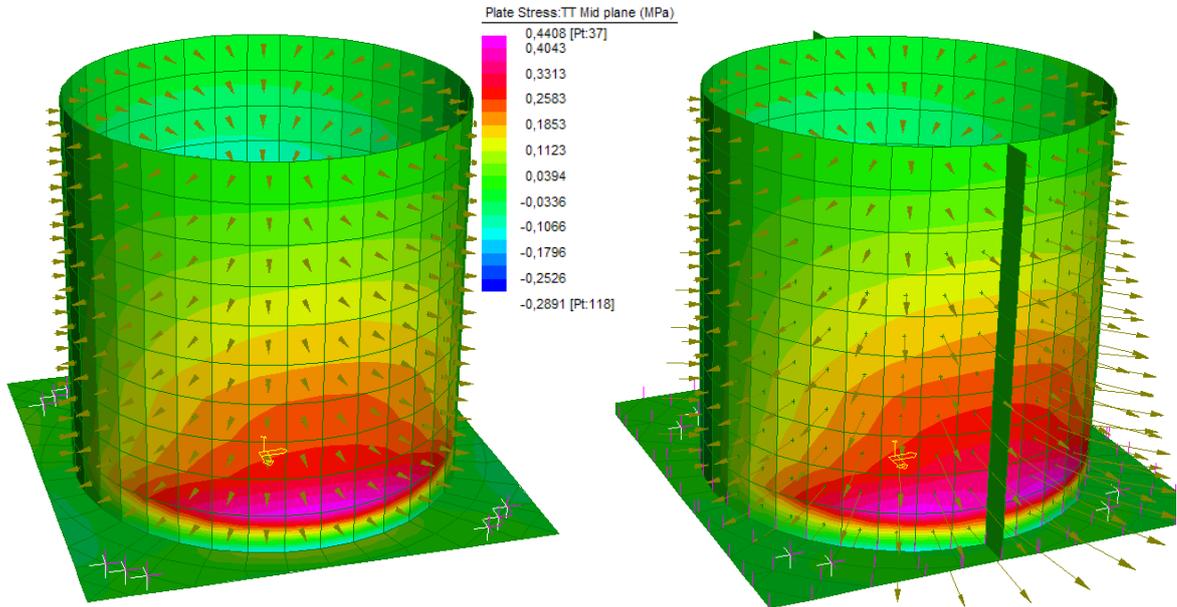
Wall portion between $\theta = - 20^\circ$ a $\theta = + 20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



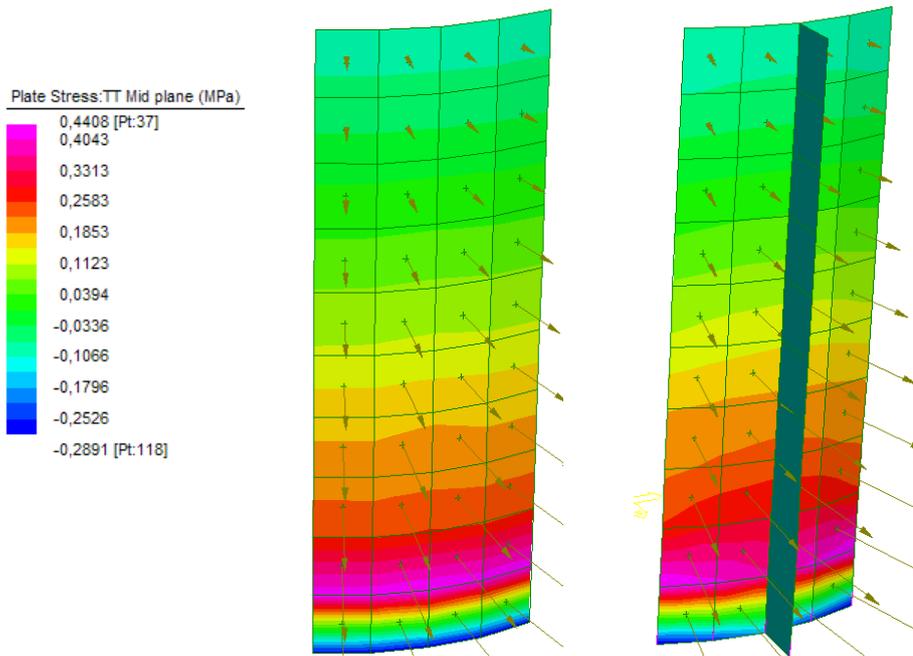
Dynamics pressures of parallel



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



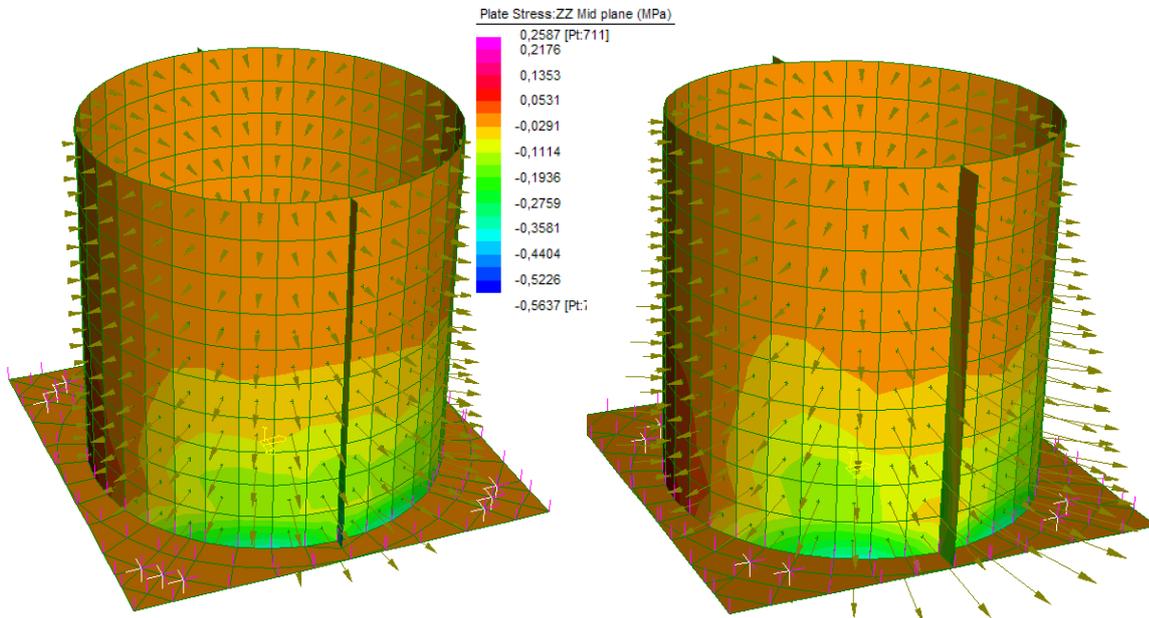
Wall portion between $\theta = -20^\circ$ a $\theta = +20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



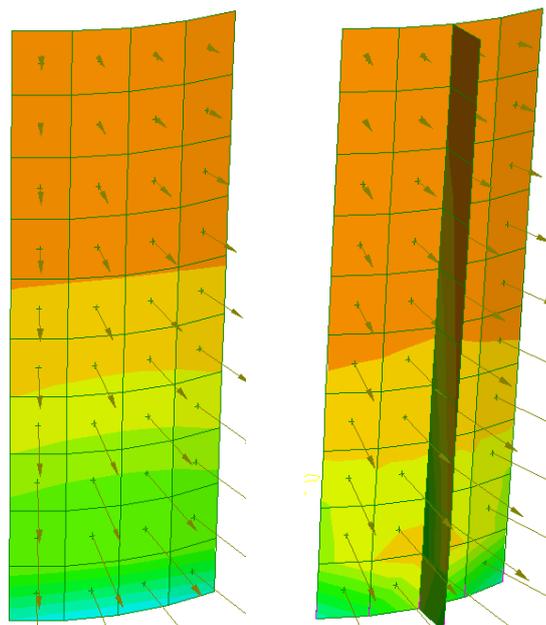
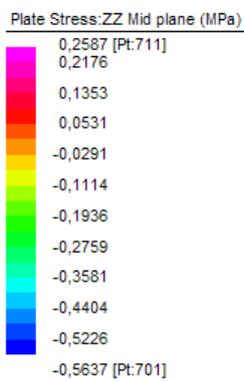
Dynamics pressures of meridian



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



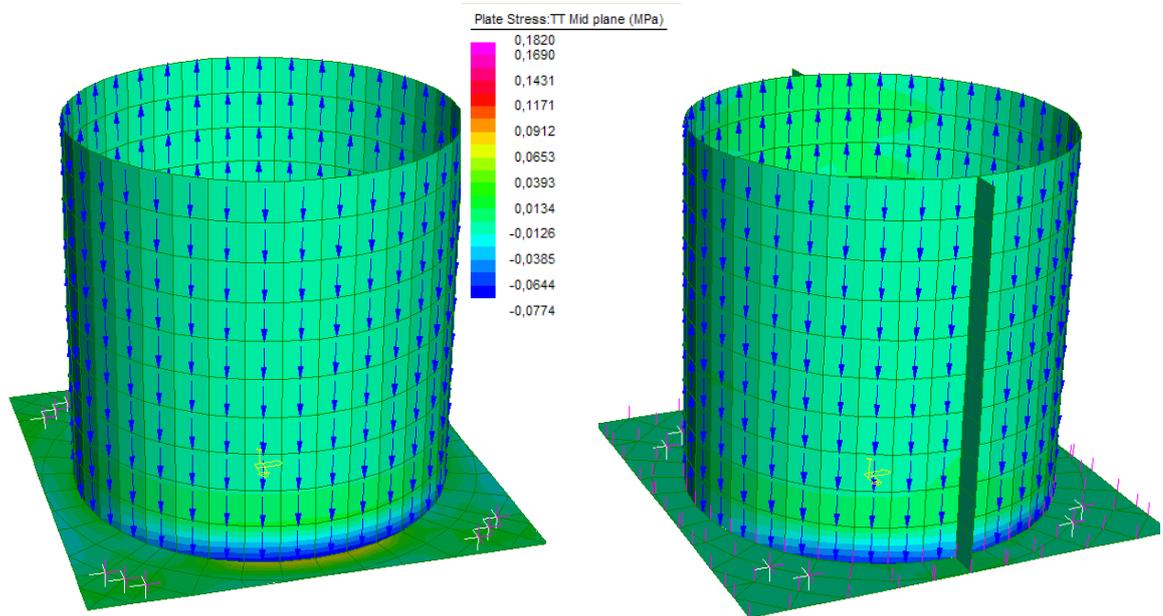
Wall portion between $\theta = - 20^\circ$ a $\theta = + 20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



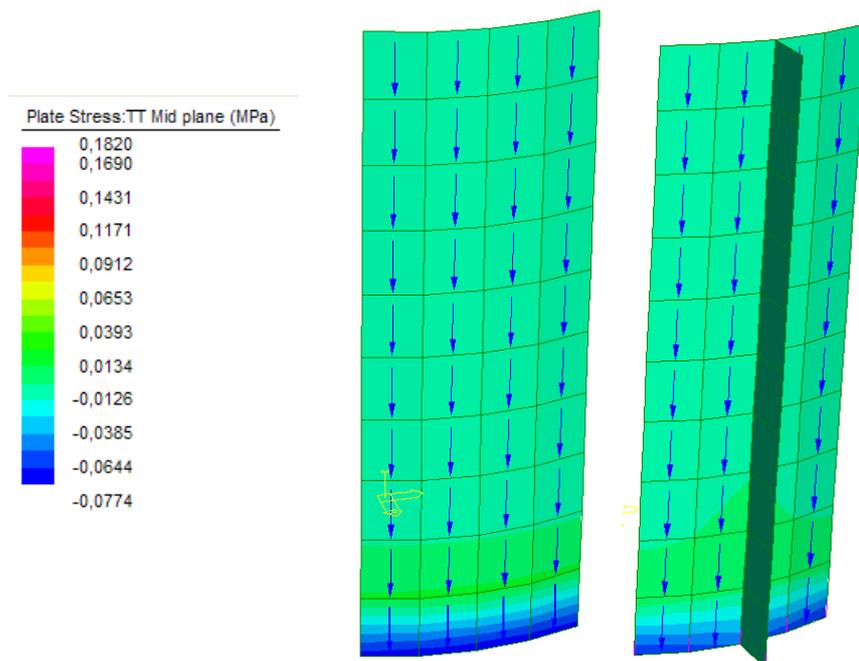
Dynamics tangential pressures of parallel



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



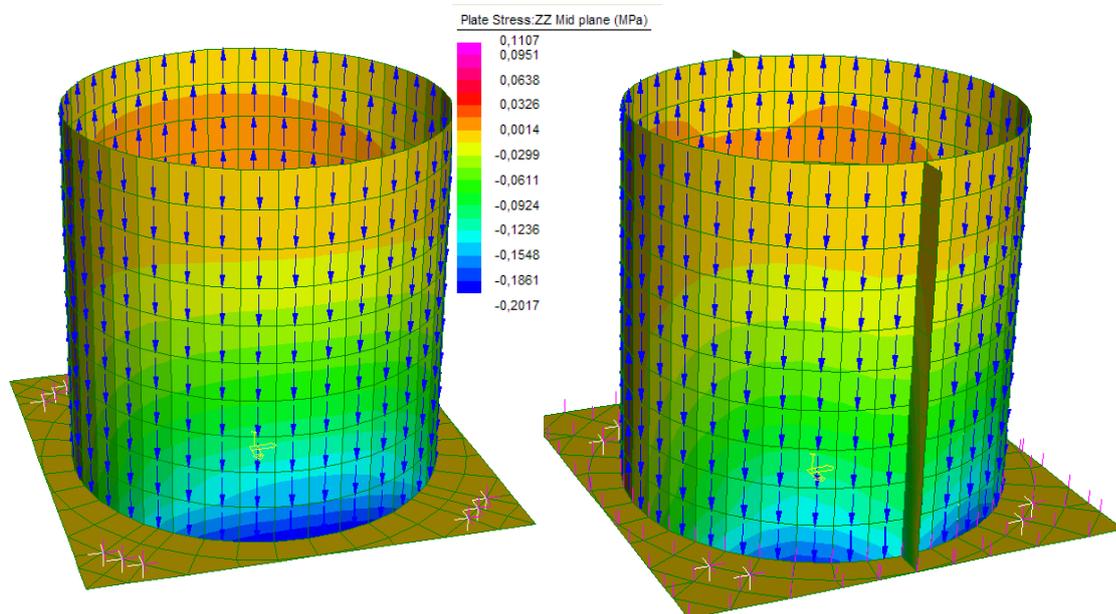
Wall portion between $\theta = - 20^\circ$ a $\theta = + 20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



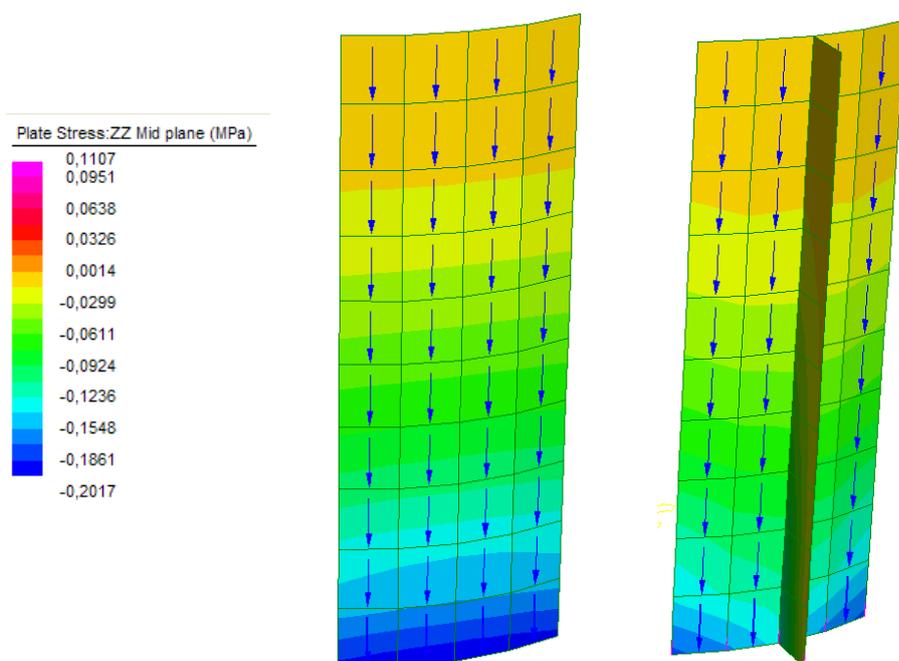
Dynamics tangential pressures of meridian



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



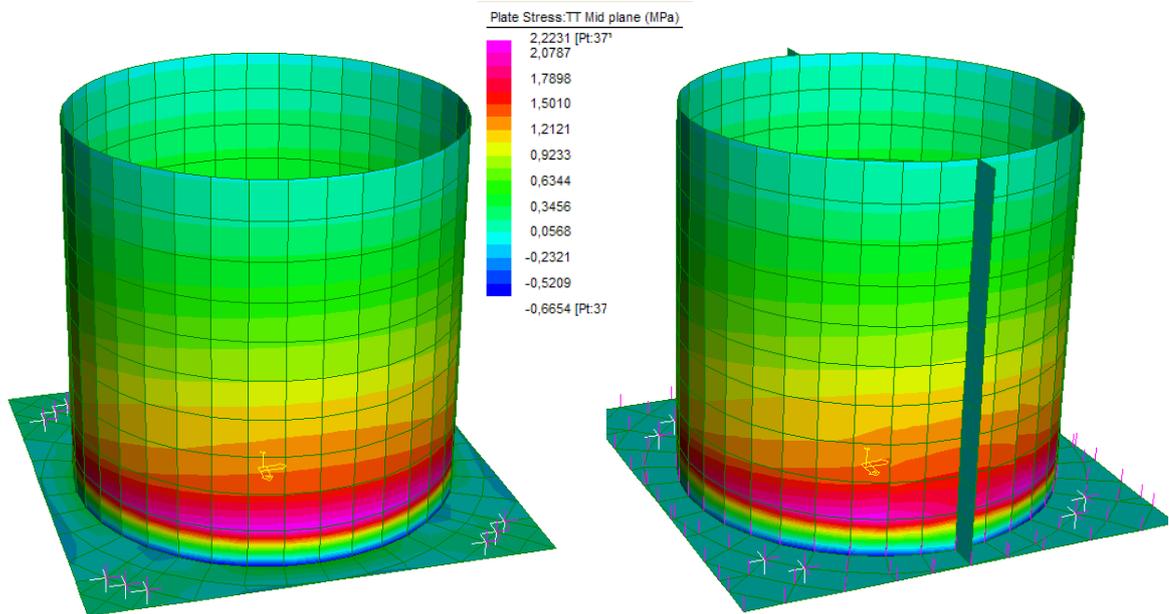
Wall portion between $\theta = -20^\circ$ a $\theta = +20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



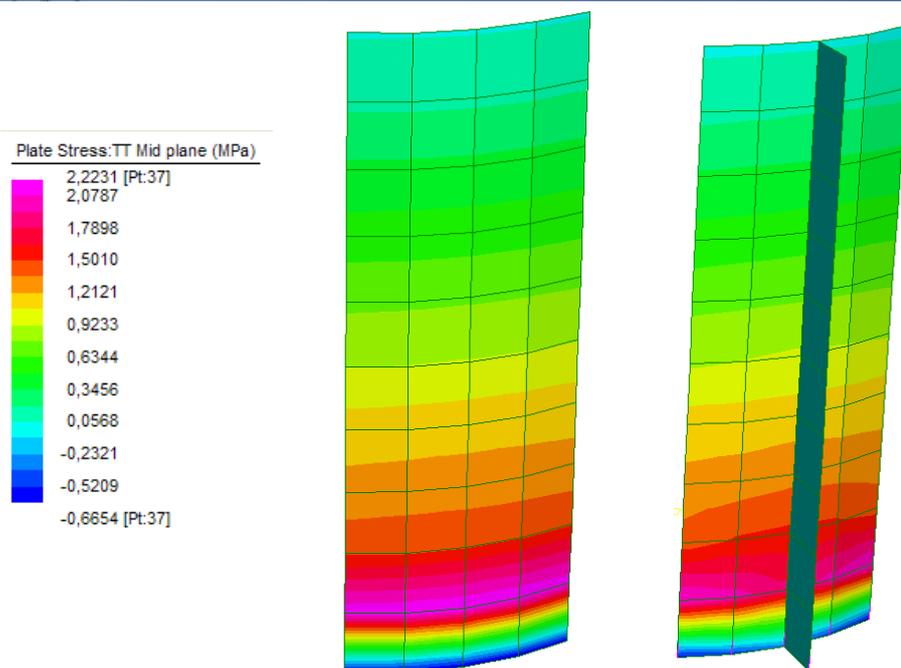
Total pressures of parallel



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



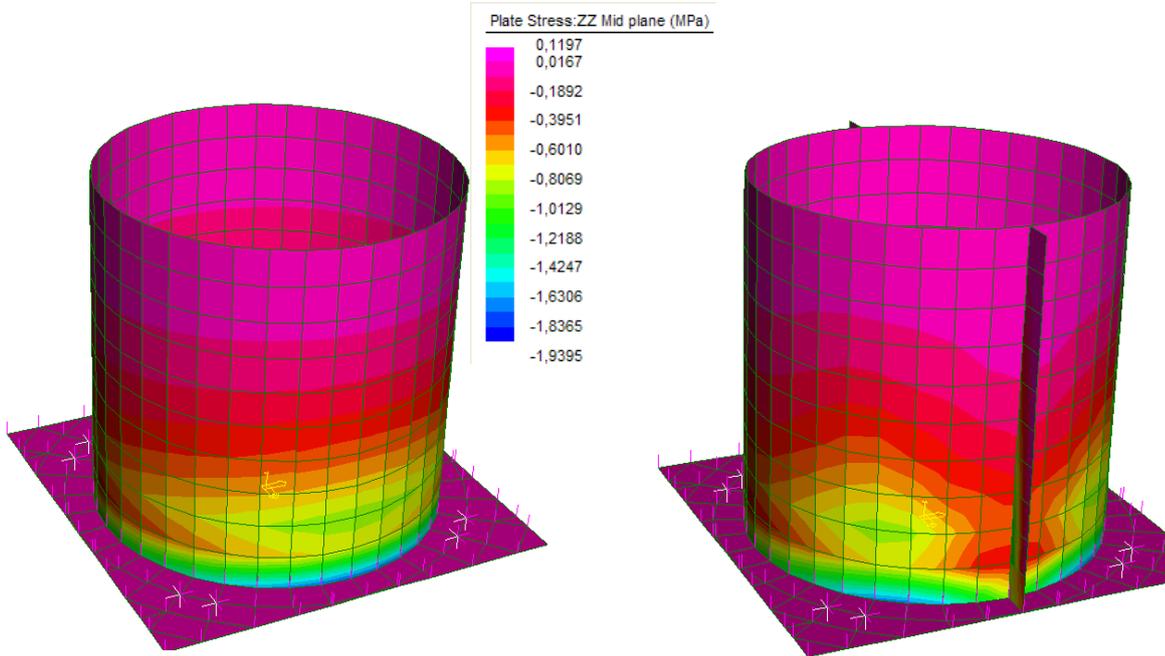
Wall portion between $\theta = - 20^\circ$ a $\theta = + 20^\circ$



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



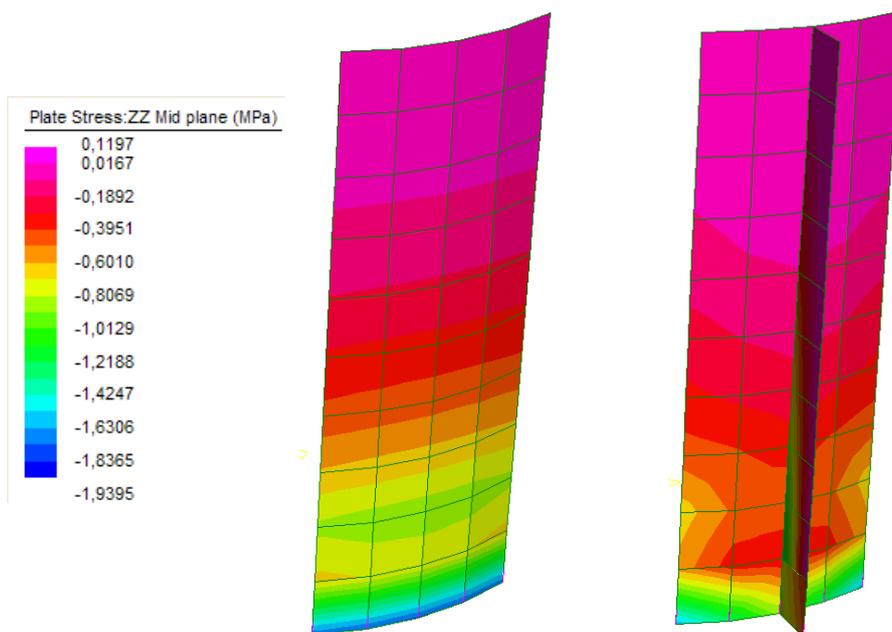
Total pressures of meridian



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



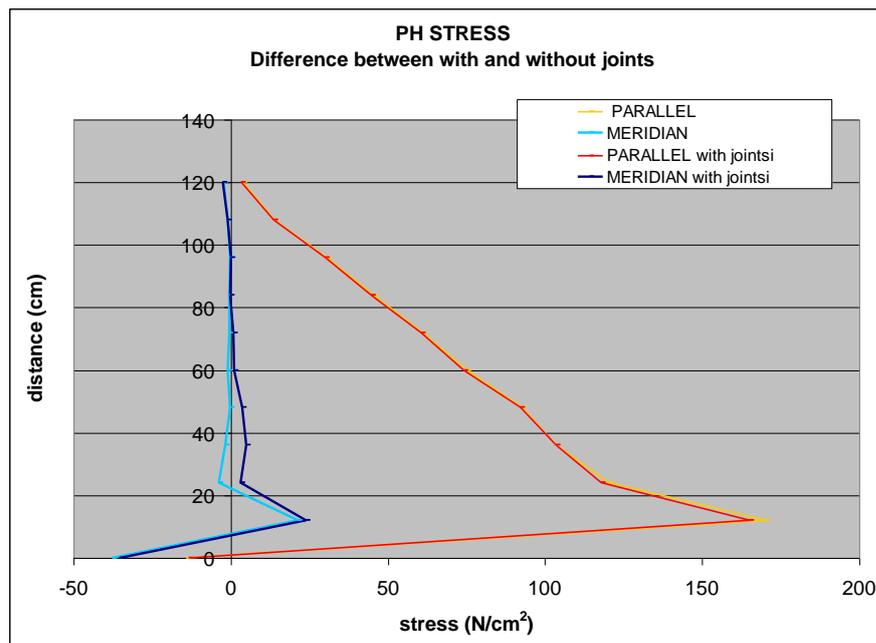
Wall portion between $\theta = - 20^\circ$ a $\theta = + 20^\circ$

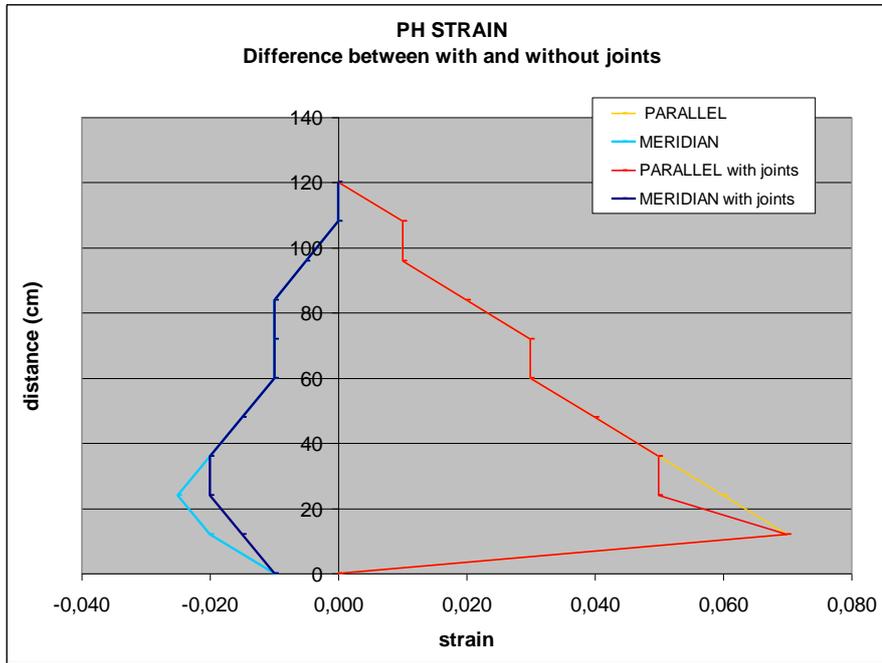


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

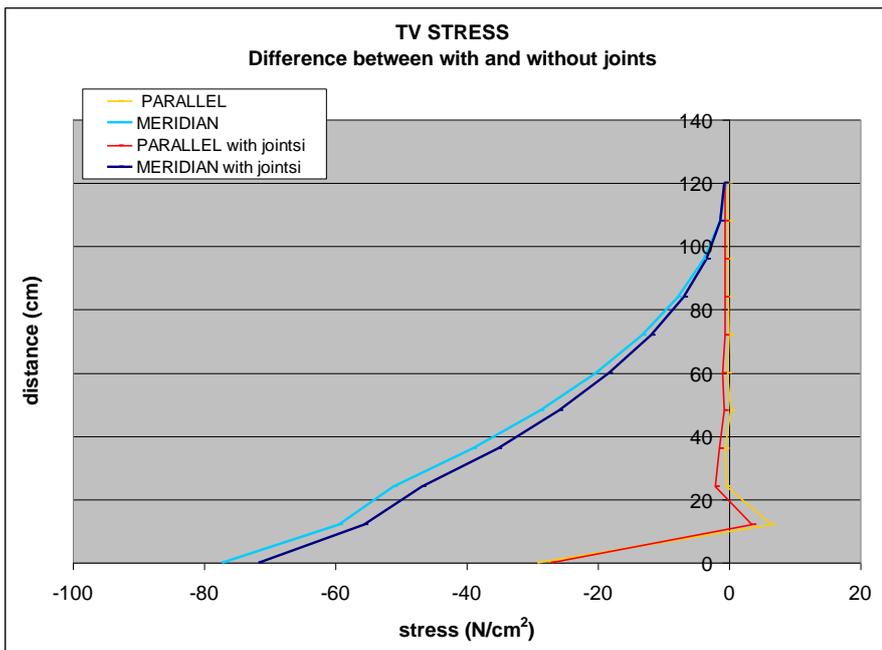


Comparison with and without joints measure at 20° from the maximum

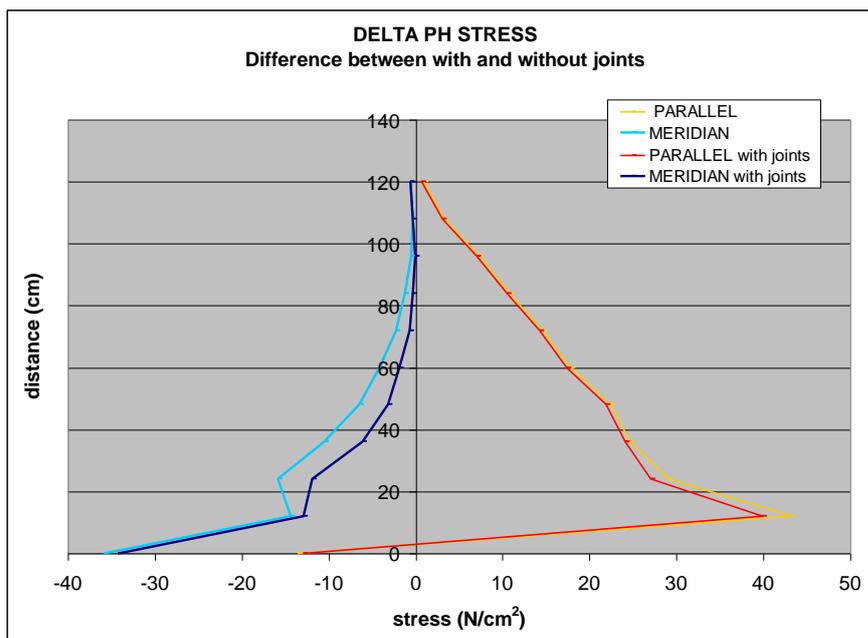
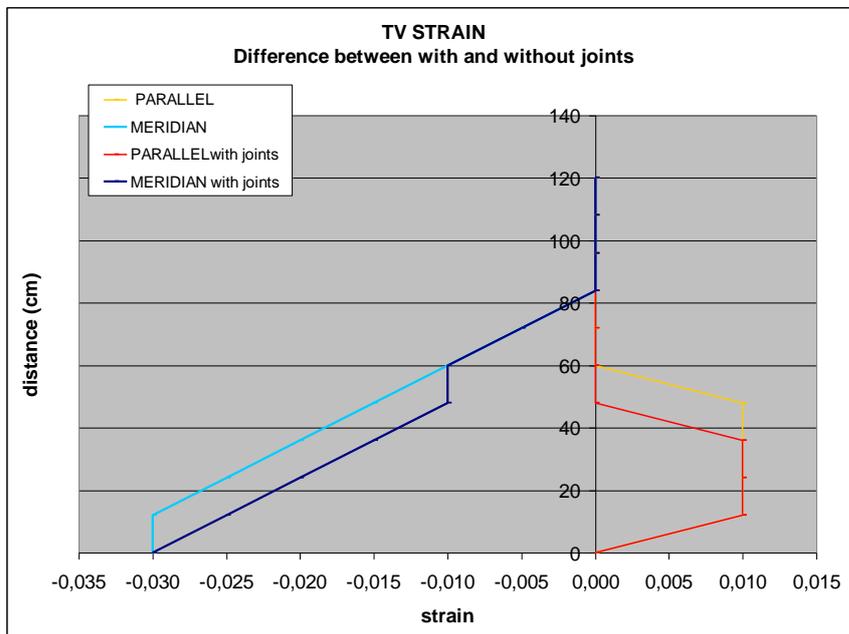


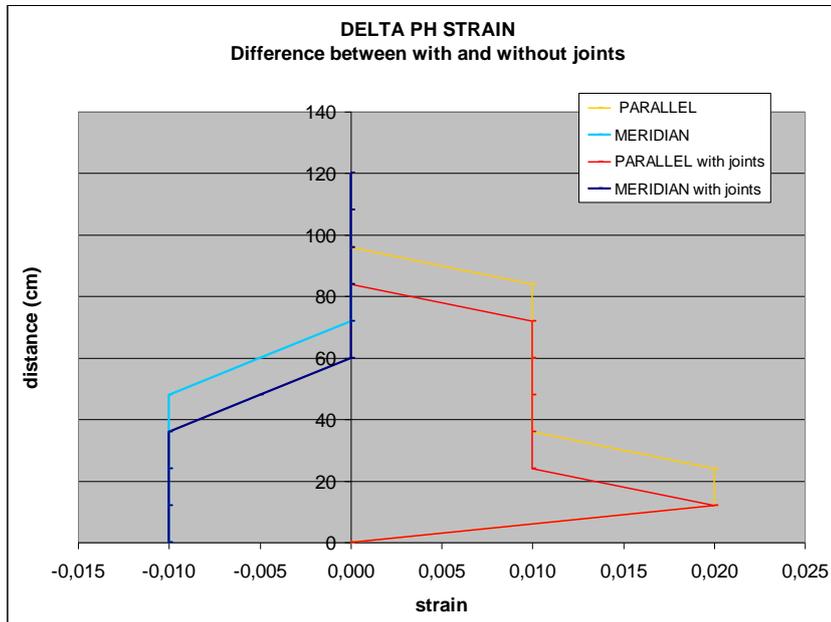


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

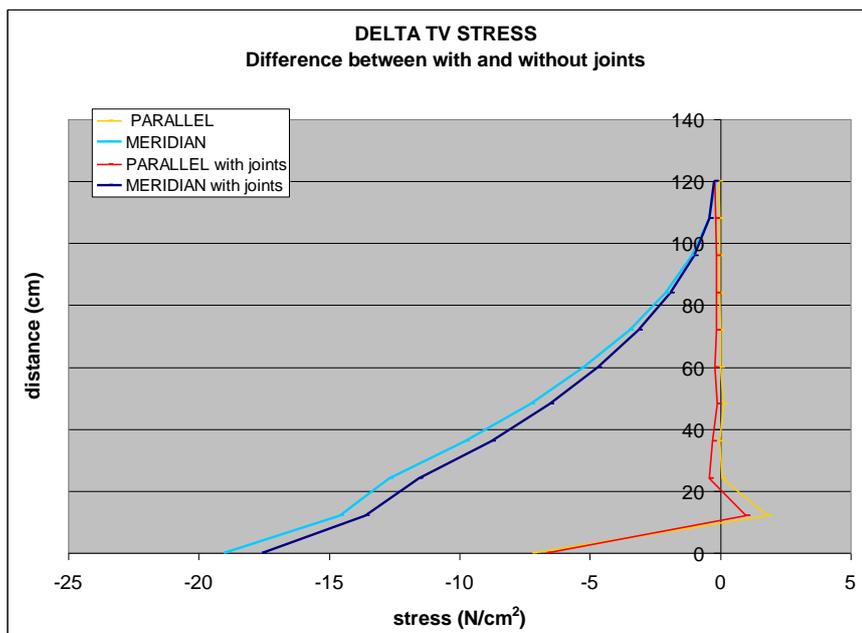


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

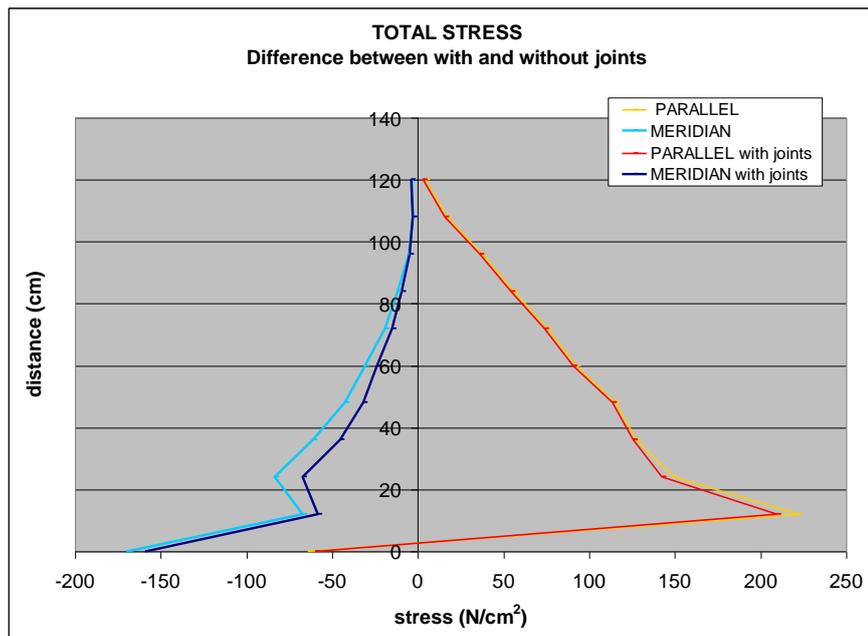
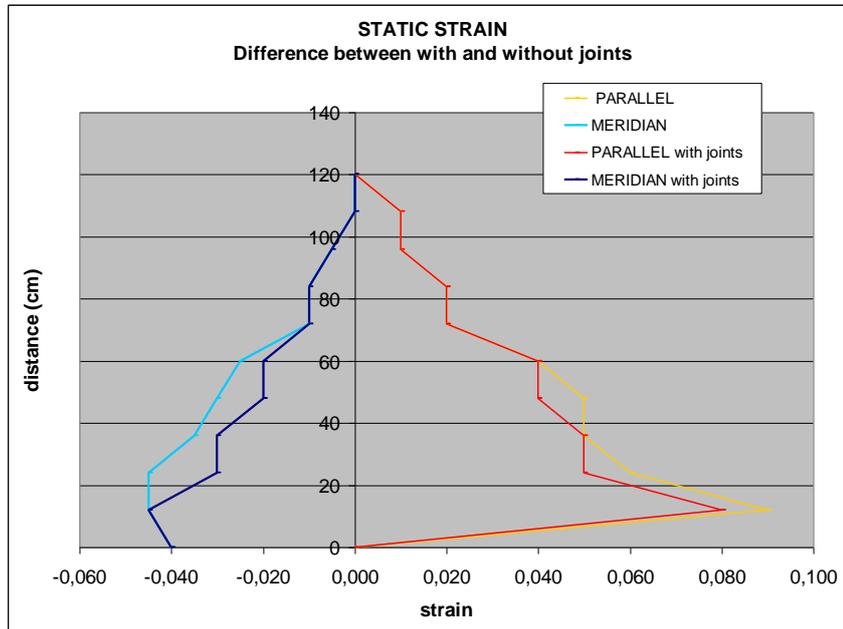


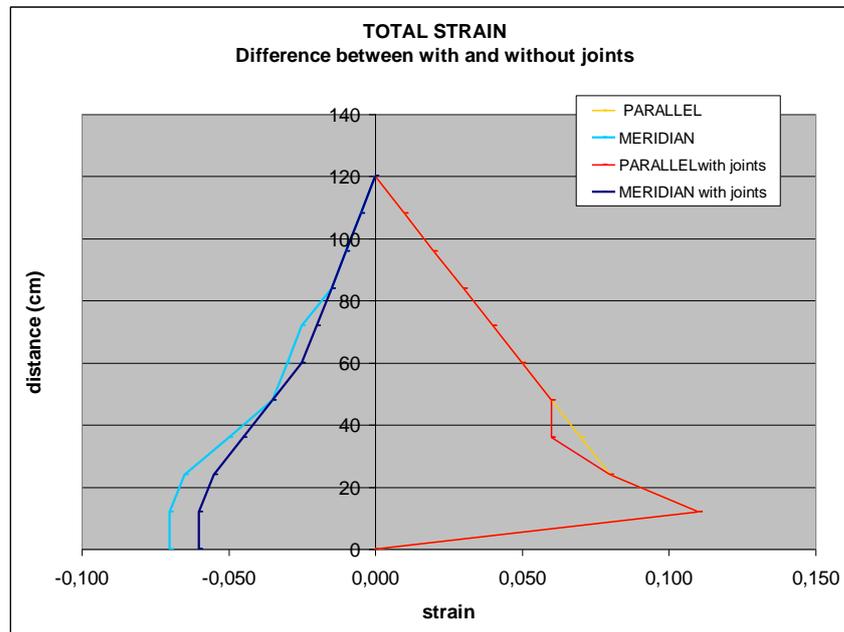


DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA



DICAM - ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA





Note bibliografiche

- Stefano Silvestri, Giada Gasparini, Tomaso Trombetti, Dora Foti “On the evaluation of the orizontal forces produced by grain-like material inside silos during earthquakes”
- Pozzati – Ceccoli, “Teoria e tecnica delle strutture” volume primo, UTET
- Odone Belluzzi, “Scienza delle costruzioni” volum1 e 3, Zanichelli
- Eurocodice 8 parte 4
- www.series.upatras.gr
- www.bris.ac.uk
- www.indat.it
- <http://www.tekscan.com>
- <http://www.bristol.ac.uk>

Un sentito ringraziamento ai Professori Silvestri e Trombetti che mi hanno permesso di trattare questo argomento grazie al loro supporto e alla loro guida.

Erica Carboni