

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

**PROPRIETÀ GENERALI
DEI PIANETI DEL SISTEMA SOLARE
E RICERCA DI PIANETI ESTERNI**

Relatore:
Chiar.ma Prof.ssa
Marcella Brusa

Presentata da:
Serena Poggi

**Sessione III
Anno Accademico 2024-2025**

Sommario

La tesi presenta una sintesi delle principali proprietà fisiche dei pianeti del Sistema Solare e una panoramica dei metodi attualmente utilizzati per la ricerca dei pianeti extrasolari. Nel primo capitolo vengono discussi i criteri odierni per la classificazione dei corpi celesti, la struttura e formazione del Sistema Solare, e le proprietà fisiche e dinamiche dei pianeti deducibili dalle osservazioni. Il secondo capitolo è invece dedicato a cinque dei metodi per la ricerca di esopianeti più consolidati, evidenziandone i principi fisici su cui si basano, le loro potenzialità e i limiti. La trattazione si conclude con un breve approfondimento sulle condizioni di abitabilità planetaria e sulla ricerca di biofirme atmosferiche, un campo ancora in fase di sviluppo ma ricco di prospettive per la ricerca futura.

Indice

1	I pianeti del Sistema Solare	1
1.1	Definizione di pianeta	1
1.2	Il Sistema Solare	2
1.2.1	Formazione del Sistema Solare	3
1.2.2	Pianeti rocciosi	3
1.2.3	Pianeti giganti	4
1.2.4	Grandezze del Sistema Solare	4
1.3	Proprietà fisiche dei pianeti del Sistema Solare	4
1.3.1	Dinamica	5
1.3.2	Dimensione, massa e composizione chimica	5
1.3.3	Rotazione e forma	6
1.3.4	Temperatura superficiale e interna	7
1.3.5	Atmosfera	7
1.3.6	Magnetosfera	7
2	Ricerca di pianeti esterni	8
2.1	Metodi per la ricerca di esopianeti	8
2.1.1	Transiti	8
2.1.2	Velocità radiali	10
2.1.3	Microlensing gravitazionale	11
2.1.4	Imaging diretto	12
2.1.5	Astrometria	13
2.1.6	Altri metodi	13
2.2	Abitabilità degli esopianeti	14
2.2.1	Biofirme e il caso di K2-18 b	14
3	Conclusioni	15
A	Appendice	16
	Bibliografia	17

1 I pianeti del Sistema Solare

Il cielo stellato ha affascinato l'uomo per millenni: già nella Grecia pre-classica, a partire dalla scuola di Mileto, vennero sviluppati modelli cosmologici sempre più elaborati, che cercavano di descrivere il moto dei corpi celesti osservabili. Inizialmente anche il Sole e la Luna erano considerati pianeti, insieme a Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno, noti per il loro moto rispetto alle stelle fisse. Con l'invenzione del telescopio la conoscenza del Sistema Solare si è ampliata rapidamente: Urano fu scoperto da William Herschel nel 1781, Nettuno fu previsto teoricamente e poi osservato nel 1846, e infine Plutone fu individuato nel 1930, ma venne successivamente riclassificato come pianeta nano nel 2006. [1]

A partire dagli anni Sessanta, l'avvento delle missioni spaziali ha permesso di studiare a una distanza molto più ridotta i pianeti, fornendo dati essenziali sulla loro dinamica, struttura e composizione, e permettendo una comprensione sempre più approfondita della loro natura ed evoluzione.

1.1 Definizione di pianeta

Con la scoperta di un numero sempre più elevato di corpi trans-nettuniani (TNO), tra cui Eris, più massivo di Plutone e dotato di un satellite, risultò necessario stabilire con maggiore rigore scientifico quali corpi fossero classificabili come pianeti. Tale decisione venne presa all'Assemblea Generale dell'Unione Astronomica Internazionale tenutasi a Praga nel 2006. Secondo la definizione attualmente in vigore, un corpo celeste è classificato come pianeta se:

- È in orbita attorno al Sole.
- Possiede una massa sufficiente da raggiungere l'equilibrio idrostatico, assumendo una forma sferoidale.
- Ha ripulito la sua orbita da oggetti di massa comparabile (dominanza orbitale).

I corpi che soddisfano solo le prime due condizioni sono classificati come pianeti nani, come nel caso di Plutone; gli oggetti che orbitano intorno a corpi diversi dal Sole sono denominati satelliti, mentre tutti gli altri rientrano nella categoria dei corpi minori del Sistema Solare.

Primo criterio. Il primo requisito necessario per un pianeta è essere in orbita attorno al Sole. Questo criterio fisicamente si traduce con la richiesta che il corpo abbia un'orbita stabile e chiusa attorno al Sole, ossia che possieda energia meccanica totale $E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} < 0$. In particolare si ha $E_{pot} < 0$ poiché la gravità è una forza attrattiva, per cui deve valere $E_{kin} < |E_{pot}|$, cioè $v_{pianeta} < v_{fuga}$.

La dinamica dei pianeti viene trattata successivamente nel paragrafo 1.3.1.

Secondo criterio. La condizione di equilibrio idrostatico esprime il bilanciamento tra il gradiente di pressione e la forza gravitazionale in ogni punto del pianeta. Essenzialmente, significa che la massa deve essere abbastanza elevata da fare in modo che la superficie del corpo segua approssimativamente una superficie equipotenziale di gravità. La formula finale, ricavata in appendice (A), si scrive come:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad (1)$$

dove $P(r)$ e $M(r)$ sono la pressione e la massa contenuta a una distanza r , G la costante di gravitazione universale, e $\rho(r)$ la densità locale.

Terzo criterio. Il criterio relativo alla dominanza orbitale dei pianeti è espresso in modo qualitativo; tuttavia, nel tempo sono stati proposti diversi parametri quantitativi per stabilire quali corpi soddisfano tale criterio [2]. Ad esempio, ad oggi uno dei parametri considerati in letteratura di dinamica planetaria è quello di Margot, 2015 [3], che si basa solamente su quantità misurabili e ha il vantaggio di essere applicabile anche agli esopianeti. Il parametro che discrimina i pianeti con dominanza orbitale dai pianeti nani si fonda sulla capacità di un corpo di ripulire la propria orbita in un tempo finito, ed è definito come:

$$\Pi = \frac{M_p}{M_{clear}} \propto \frac{M_p/M_\oplus}{(M_*/M_\odot)^{5/2} \cdot (a_p/1AU)^{9/8}} \quad (2)$$

ovvero Π rappresenta il rapporto tra la massa di un pianeta e la massa necessaria per la pulizia dell'orbita, dove M_p è la massa del pianeta espressa in unità di masse terrestri, M_* la massa della stella centrale in unità di masse solari, e a_p il semiasse maggiore dell'orbita del corpo in unità astronomiche.

Pertanto, per $\Pi > 1$ il corpo domina gravitazionalmente la propria orbita, viceversa con $\Pi < 1$ il corpo non domina e può essere classificato come pianeta nano. Inoltre, come si può osservare, in un sistema con stessa stella centrale, corpi più distanti richiedono una massa maggiore per raggiungere la dominanza orbitale. Numericamente, per la Terra si ottiene $\Pi_\oplus = 810$, mentre per Plutone $\Pi_{Plutone} = 0.028$.

Uno studio recente propone inoltre limiti di massa per i pianeti [4]:

$$0.02M_\oplus < M < 13M_{Jupiter} \Rightarrow 10^{23} \text{ kg} < M < 2.5 \cdot 10^{28} \text{ kg},$$

stabilendo una soglia minima necessaria per l'equilibrio idrostatico e un limite superiore oltre il quale inizia la fusione del deuterio, tipica delle nane brune.

1.2 Il Sistema Solare

Chiamiamo *Sistema Solare* l'insieme dei corpi soggetti all'attrazione gravitazionale del Sole, che comprende 8 pianeti con i rispettivi satelliti, pianeti nani, asteroidi, comete, meteore e particelle minori che formano gli anelli. I pianeti sono divisi convenzionalmente in due categorie principali: rocciosi/terrestri e giganti/gioviani, sulla base della loro struttura e apparenza; a separare queste classi non vi è solo una distinzione teorica, ma anche l'estensione fisica tra Marte e Giove della fascia degli asteroidi. Altri asteroidi sono localizzati in punti di equilibrio del sistema Sole-Giove (punti Lagrangiani), mentre oltre Nettuno si estende la fascia di Kuiper, un disco di corpi ghiacciati incluso nell'alone della Nube di Oort, che ospita anche comete a lungo periodo e corpi ai margini estremi dell'influenza gravitazionale del Sole.

Viene ora introdotta brevemente la teoria della formazione del Sistema Solare, e presentati gli 8 pianeti principali, mentre i corpi minori esulano dalla trattazione.

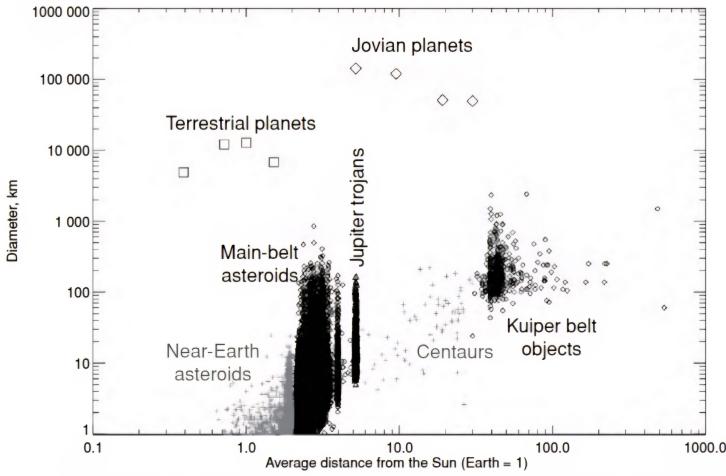


Figura 1: Inventario degli oggetti che orbitano attorno al Sole. L'asse x indica la distanza dal Sole in unità astronomiche, l'asse y i diametri in km. [5]

1.2.1 Formazione del Sistema Solare

La nostra galassia contiene molte nubi molecolari giganti (GMC), le quali sono le regioni più fredde e dense del mezzo interstellare, e presentano disomogeneità che sono il luogo in cui avviene la formazione stellare. Secondo la teoria di formazione più accreditata, circa 4.6 miliardi di anni fa un evento particolarmente energetico, probabilmente l'onda d'urto causata dall'esplosione di una supernova vicina, innescò il collasso gravitazionale di una di queste nubi giganti. Questa contrazione formò un disco piano e rotante di gas e polveri al cui centro iniziò ad accumularsi materia: il nucleo centrale, chiamato *protosole*, finì per accumulare il 99.9% di tutta la massa del disco. Con l'aumento della temperatura al centro, iniziò la fusione dell'idrogeno in elio nel *core* del protosole, e la stella raggiunse la sua forma attuale. Allo stesso tempo, la maggior parte del materiale non assorbito dal Sole si unì in frammenti di dimensioni sempre maggiori, i *planetesimi*, gli embrioni dei pianeti, mentre il resto finì per dare forma a satelliti, asteroidi e comete.

1.2.2 Pianeti rocciosi

La distanza dal Sole è un fattore determinante nell'evoluzione dei planetesimi: secondo la teoria di accrescimento del nucleo, è possibile definire una *snow line*, ossia il raggio nel disco protoplanetario oltre il quale la temperatura era sufficientemente bassa da consentire la condensazione dei composti dell'idrogeno [6]. Nelle regioni interne (prima della *snow line*, quindi entro ~ 3 UA), troppo calde per la solidificazione di acqua e metano, i planetesimi erano costituiti quasi esclusivamente da metalli e silicati, e diedero origine ai pianeti rocciosi. Durante l'accrescimento, il riscaldamento interno ha causato la fusione parziale dei materiali e la differenziazione in nucleo metallico, mantello di roccia fusa e crosta rocciosa; successivamente, processi di bombardamento e attività geologica hanno trasformato Mercurio, Venere, Terra e Marte nella forma che osserviamo oggi.

In generale, i pianeti rocciosi sono corpi di dimensioni e masse ridotte, atmosfere sottili di composizioni variabili e una superficie solida; inoltre la loro gravità, nonostante la piccola massa, è paragonabile a quella dei pianeti giganti.

1.2.3 Pianeti giganti

Nelle regioni esterne del disco protoplanetario, oltre la *snow line*, le temperature inferiori dovute alla maggiore distanza dal Sole favorirono la condensazione dei ghiacci e un rapido accrescimento di massa, presente in grande quantità per via del vento solare, che trascinava le sostanze più leggere lontano dal protosole. La regione intermedia, perturbata dalle forze mareali dei pianeti sia interni che esterni in formazione, diede origine alla cintura degli asteroidi; i planetesimi più lontani, invece, poterono catturare grandi quantità di idrogeno ed elio dal disco e formarono i pianeti giganti. All'aumentare della distanza dal centro, però, la distribuzione di massa decresceva, causando la formazione di pianeti più piccoli: i pianeti esterni si suddividono infatti in *giganti gassosi*, ovvero Giove e Saturno, composti prevalentemente da idrogeno ed elio, e *giganti ghiacciati*, cioè Urano e Nettuno, ricchi di acqua, ammoniaca e metano in forma solida o liquida. Tutti presentano forti campi magnetici, sistemi di anelli molto estesi e numerosi satelliti; non possiedono una superficie solida e ben definita, ma mostrano una transizione graduale dallo stato gassoso a quello liquido e solido avvicinandosi verso l'interno. Urano e Nettuno, infine, sono caratterizzati da assi di rotazione fortemente inclinati.

1.2.4 Grandezze del Sistema Solare

Le principali grandezze degli 8 pianeti del Sistema Solare sono riassunte nella tabella che segue.

	Mercurio	Venere	Terra	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno
Distanza [UA]	0.39	0.72	1	1.52	5.2	9.5	19.2	30
Massa [M_{\oplus}]	0.06	0.8	1	0.1	318	95	14.5	17
Raggio [km]	2440	6052	6378	3397	71,492	60,268	25,559	24,764
Densità media [g cm^{-3}]	5.4	5.2	5.5	3.9	1.3	0.7	1.3	1.8
Temperatura [K]	130-615	750	300	220	140	100	65	55
Rotazione	59 d	243 d	1 d	25 h	10 h	10.5 h	17 h	16 h
Rivoluzione	88 d	225 d	365 d	687 d	12 yr	29 yr	84 yr	164 yr
Satelliti	0	0	1	2	69	≈ 200	27	14
Inclinazione	$\approx 0^\circ$	177.4°	23.4°	25.2°	3.1°	26.7°	97.8°	28.3°
Eccentricità	0.2	0.007	0.017	0.09	0.05	0.05	0.05	0.008
Albedo	0.106	0.65	0.367	0.15	0.52	0.47	0.51	0.41
Magnitudine [mag]	-	-	-	-2.01	-2.70	+0.67	+5.52	+7.84
Gravità [m/s^2]	3.70	8.87	9.81	3.71	24.79	8.96	8.69	11.00

Tabella 1: Principali grandezze dei pianeti del Sistema Solare. Come distanza viene considerata la lunghezza del semiasse maggiore dell'orbita, la massa è data in unità di masse terrestri ($M_{\oplus} = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$), mentre l'inclinazione indica l'angolo formato dall'equatore rispetto all'eclittica. Per temperatura si intende quella superficiale, mentre la magnitudine è misurata all'opposizione. Infine, l'albedo indica la frazione di flusso solare riflessa dal pianeta, e la gravità superficiale è misurata all'equatore. [7] [8]

1.3 Proprietà fisiche dei pianeti del Sistema Solare

Le osservazioni condotte da Terra e attraverso satelliti hanno permesso di determinare con grande precisione molte delle proprietà fisiche dei pianeti del Sistema Solare. In particolare, è possibile studiarne la dinamica orbitale (1.3.1), la dimensione e la

massa (1.3.2), la rotazione (1.3.3), la temperatura (1.3.4), e infine la composizione dell'atmosfera (1.3.5) e della magnetosfera (1.3.6).

1.3.1 Dinamica

Tutti i pianeti e gli asteroidi ruotano attorno al Sole nella direzione della rotazione solare (antioraria). I piani orbitali hanno inclinazioni che differiscono tra loro di pochi gradi, e giacciono all'incirca sul piano dell'equatore solare. Quasi tutti i pianeti presentano moto di rotazione antiorario attorno al proprio asse, con le eccezioni di Venere e Urano, i quali possiedono rotazione retrograda (oraria), probabilmente dovuta a violenti impatti risalenti al periodo di formazione del Sistema Solare.

Il moto dei pianeti attorno al Sole è descritto dalle tre leggi che Keplero, nel XVII secolo, dedusse direttamente dalle osservazioni.

I legge: L'orbita del pianeta è ellittica, e il Sole occupa uno dei due fuochi. Definendo a semiasse maggiore, b semiasse minore, e eccentricità ($e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$), e θ l'angolo misurato a partire dal perielio, la distanza eliocentrica si può esprimere come:

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta)} \quad (3)$$

II legge: La velocità areolare è costante.

Questo significa che i pianeti si muovono più veloci al perielio e più lenti all'afelio. Matematicamente, si scrive:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta} = \text{cost} \quad (4)$$

III legge: Il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore e il quadrato del periodo di rivoluzione è costante.

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_\odot + m_p)}{4\pi^2} \approx \frac{GM_\odot}{4\pi^2} = \text{cost} \quad (5)$$

Il membro a sinistra dell'equazione è costante solo nel caso in cui $M_\odot \gg m_p$, ma ciò è verificato sempre nel caso del Sistema Solare poiché si ha $M_\odot \approx 1000 \sum m_p$ [9]. Dunque questa legge mostra che il rapporto a^3/P^2 è lo stesso per tutti i pianeti del Sistema Solare, perciò i pianeti più lontani si muovono più lentamente.

1.3.2 Dimensione, massa e composizione chimica

I corpi del Sistema Solare presentano un'ampia variabilità di dimensioni e forme. La dimensione di un oggetto può essere stimata conoscendone la distanza, secondo la relazione $D = \theta \cdot r$, dove D è il diametro, θ la dimensione angolare in radianti e r la distanza dall'osservatore. Tuttavia, la limitata risoluzione delle osservazioni da Terra origina incertezze significative sulla misura di θ , soprattutto per i corpi di piccole dimensioni: per questo motivo, un metodo più efficace per dedurre le dimensioni è il cosiddetto *metodo radiometrico*, che confronta osservazioni nel visibile e nell'infrarosso [5]: nel visibile si misura la luce solare riflessa, che dipende dal diametro e dall'albedo, mentre nell'infrarosso si osserva la radiazione termica emessa, che dipende dal diametro e dalla temperatura di equilibrio. La combinazione dei due flussi permette di determinare in modo univoco il diametro effettivo, l'albedo

del corpo osservato e la temperatura di equilibrio.

La massa di un oggetto, invece, può essere dedotta dalla forza gravitazionale che esso esercita sugli altri corpi, in particolare dallo studio del periodo orbitale dei satelliti naturali o delle perturbazioni gravitazionali esercitate sugli altri pianeti. Nettuno e Plutone sono stati infatti scoperti dalle anomalie che presentava l'orbita di Urano. Conoscendo massa e dimensione di un pianeta è possibile ricavarne la densità media, $\bar{\rho} = m/V$, che fornisce indicazioni sulla composizione chimica prevalente del suo interno:

- $\bar{\rho} < 0.01 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow$ prevalenza di gas leggeri (H, He)
- $0.5 < \bar{\rho} < 1.5 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow$ carbonio e composti dell'idrogeno ghiacciati
- $\bar{\rho} \approx 3.3 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow$ rocce silicate (es. basalto)
- $\bar{\rho} \approx 7.9 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow$ metalli (ferro, nichel)

1.3.3 Rotazione e forma

La forma di un pianeta è determinata da vari fattori: l'autogravità genera corpi con forma sferica, ma l'accrescimento di materia, collisioni e altri processi geologici interni possono creare irregolarità nella forma. Esiste inoltre una relazione tra la rotazione dei pianeti e il loro appiattimento ai poli, causata dalla forza centrifuga che si genera con la rotazione. Tutti i pianeti possiedono un moto di rotazione attorno al proprio asse, di conseguenza tutti presentano una deviazione dalla forma perfettamente sferica, di entità variabile a seconda del materiale di cui sono composti e dalla velocità di rotazione. Definendo R_e e R_p rispettivamente il raggio equoriale e polare, la forma di un pianeta si può esprimere come:

$$\frac{x^2}{R_e^2} + \frac{y^2}{R_e^2} + \frac{z^2}{R_p^2} = 1 \quad (6)$$

Viene definito *appiattimento dinamico* la quantità $f = \frac{R_e - R_p}{R_e}$, che risulta essere sempre positiva in quanto $R_e > R_p$. L'appiattimento polare è maggiore per i pianeti che hanno una bassa densità e una rotazione rapida: questo è il caso di Saturno, che ha un periodo di rotazione di solo 10.5 ore (Tab. 1), e mostra un appiattimento di 0.1, facilmente osservabile.

Esiste però un limite superiore al tasso di rotazione di un corpo prima che esso si disintegri per via delle forze centrifughe. Se si assume che il pianeta sia tenuto insieme solo dalla gravità, si può approssimare il tasso massimo di rotazione uguagliando la forza centrifuga e quella gravitazionale. Definendo m la massa di test sulla superficie a distanza R dal centro, e M la massa del pianeta, vale:

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \quad (7)$$

Sostituendo il periodo di rotazione $P = 2\pi R/v$ e la densità $\rho = M/R^3$ si ricava il periodo minimo consentito:

$$P = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} \quad (8)$$

1.3.4 Temperatura superficiale e interna

La temperatura superficiale di equilibrio di un pianeta può essere ricavata dal bilancio tra la radiazione solare assorbita e quella riemessa nello spazio (già discusso nel paragrafo 1.3.2). In assenza di atmosfera, essa coincide con la temperatura effettiva di corpo nero, mentre la presenza dei gas serra, che assorbono parte della radiazione infrarossa emessa dalla superficie, produce un aumento della temperatura rispetto al valore teorico atteso.

La temperatura interna dei pianeti è invece molto più alta rispetto a quella superficiale. Le principali fonti di calore sono il residuo dell'energia gravitazionale liberata durante la formazione e l'accrescimento del pianeta, il decadimento radioattivo di isotopi instabili, l'energia rilasciata dagli impatti di meteoriti e i processi di differenziazione interna, che hanno portato alla stratificazione dei materiali.

La dispersione del calore avviene attraverso convezione e vulcanismo: nei pianeti terrestri la convezione nel mantello trasferisce lentamente energia verso la superficie, causando anche il moto delle placche tettoniche; nei pianeti giganti, privi di una crosta rocciosa, la convezione può arrivare fino agli strati più esterni, permettendo un'irradiazione nello spazio di più energia rispetto a quella ricevuta dal Sole. Il vulcanismo, anch'esso legato alla convezione, causa dispersione del calore per via della fuoriuscita del materiale del mantello.

1.3.5 Atmosfera

Tutti i pianeti e alcuni satelliti presentano atmosfere, ma con composizioni, densità e spessori molto differenti. I pianeti giganti sono circondati da uno spesso involucro di idrogeno ed elio, l'atmosfera di Mercurio è estremamente rarefatta, mentre quella di Venere, composta da CO₂, è così densa da renderne impossibile l'osservazione della superficie a lunghezze d'onda visibili. Le atmosfere vengono generate dall'acquisizione di particelle attraverso impatti con comete ed emissioni di gas dovute a processi interni, rimangono intrappolate dal campo gravitazionale dei pianeti, ed esercitano una pressione sul terreno che dipende dal loro spessore. Assumendo la condizione di equilibrio idrostatico e l'equazione di stato dei gas perfetti, si ricava:

$$P = P_0 \cdot e^{-\int_0^H \frac{dh}{H}} \quad (9)$$

dove P_0 indica la pressione esercitata sulla superficie, e H l'altezza di scala della pressione, che ha dimensioni di una lunghezza ed è definita come $H = kT/\mu g$ (μ peso molecolare medio).

L'altezza di scala e la temperatura definiscono la permanenza dell'atmosfera stessa: anche nel caso in cui la velocità media sia inferiore alla velocità di fuga, alcune particelle della coda di distribuzione di velocità presentano $v > v_{fuga}$, causando una lenta evaporazione dell'atmosfera. Comunque, è possibile stimare che se $\bar{v} < 0.2 \cdot v_{fuga}$, almeno metà dell'atmosfera può persistere oltre un miliardo di anni, rendendo trascurabile la fuga delle particelle. [7]

1.3.6 Magnetosfera

Nonostante non sia ancora chiara l'origine dei campi magnetici dei pianeti, si ipotizza che essi vengano generati da un effetto dinamo prodotto dalla rotazione dei pianeti con interno convettivo composto da un materiale conduttore. La regione attorno a

un pianeta dominata dal suo campo magnetico è detta *magnetosfera*, il cui limite più esterno prende il nome di *magnetopausa*. Le dimensioni e la forma della magnetosfera dipendono dalla forza del campo magnetico e dal vento solare, un flusso di particelle cariche proveniente dal Sole. In generale, essa presenta un appiattimento dal lato rivolto verso il Sole, dove si genera un'onda d'urto di prua, e una lunga coda dal lato opposto. Alla distanza della Terra il vento solare ha una velocità media di circa 500 km/s, e una densità di 5 – 10 particelle/cm³, nonostante entrambi i valori varino in funzione dell'attività solare. Una parte delle particelle cariche che arrivano nella magnetopausa vengono catturate dal campo magnetico del pianeta e accelerate a grandi velocità, formando le *Fasce di Van Allen*; da lì, le particelle cariche possono collidere con quelle atmosferiche, ionizzandole e causando un'emissione di radiazione, le aurore boreali, il cui colore visibile dipende dagli elementi coinvolti. Fenomeni analoghi sono stati rilevati anche su Giove, Saturno e Urano.

2 Ricerca di pianeti esterni

Per secoli l'uomo ha conosciuto un solo sistema planetario, il proprio. La rivoluzione copernicana ha dato inizio alla progressiva perdita di centralità della Terra nell'Universo, e l'ipotesi dell'esistenza di mondi orbitanti attorno ad altre stelle, inizialmente considerata eretica, è divenuta col tempo una possibilità plausibile. Solo grazie al recente e rapido sviluppo tecnologico è stato possibile per l'uomo confermare sperimentalmente l'esistenza di altri sistemi planetari. Il primo pianeta extrasolare scoperto attorno a una stella simile al Sole, nel 1995, fu 51 Pegasi b, un gigante gassoso distante 50 anni luce. A esattamente 30 anni dalla scoperta, il numero di esopianeti confermati ha superato la soglia dei 6000.

In particolare, la NASA riporta la conferma di 6042 esopianeti, classificati in base alle loro proprietà fisiche: 2049 simili a Urano e Nettuno, 1997 giganti gassosi come Giove e Saturno, 1769 *Super Terre*, più massivi dei pianeti terrestri ma meno dei pianeti giganti, 220 terrestri, con interni ferrosi, e 7 non classificati. [10]

2.1 Metodi per la ricerca di esopianeti

I pianeti extrasolari sono oggetti di piccole dimensioni, molto distanti, che non emettono luce propria ma riflettono una frazione della luce stellare incidente, e si trovano vicini a stelle brillanti: questo rende la loro individuazione particolarmente complessa. Nel tempo sono stati sviluppati diversi metodi osservativi per rilevarli: alcuni di essi sono diretti, ovvero basati sull'osservazione diretta della luce riflessa; molti sono invece indiretti, poiché sfruttano le perturbazioni che il pianeta esercita sulla stella attorno a cui orbita. Nei paragrafi che seguono vengono descritti in maggior dettaglio i metodi principali per la rilevazione degli esopianeti, presentati in ordine decrescente di efficacia.

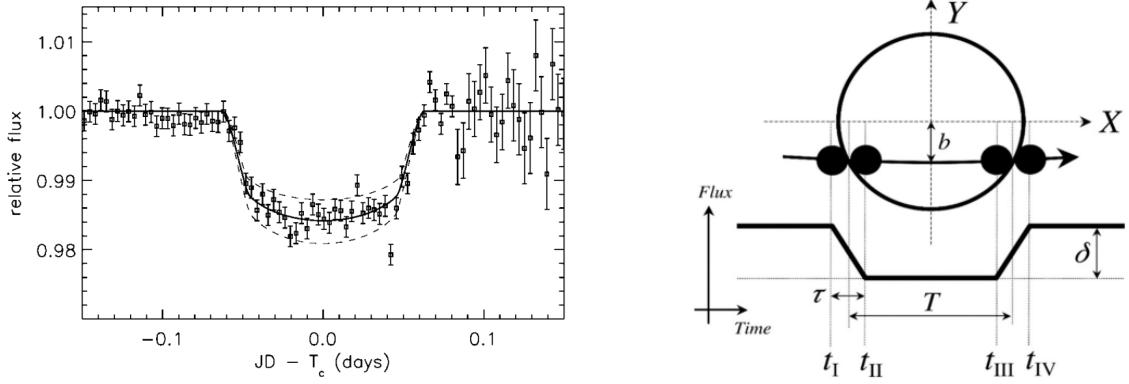
2.1.1 Transiti

Il metodo dei transiti planetari ha permesso finora la scoperta del 73.8% degli esopianeti noti [10], rilevati per la maggior parte grazie alla missione Kepler della NASA (2009-2018). Esso consiste nell'osservazione della diminuzione periodica della luminosità di una stella ogni volta che il pianeta, durante la sua orbita, la eclissa

parzialmente (Fig. 2a). Perché il fenomeno sia osservabile è necessario un corretto allineamento geometrico tra osservatore, pianeta e stella, i quali devono essere all’incirca collineari; di conseguenza, la probabilità geometrica che ciò avvenga casualmente è molto bassa. La variazione relativa del flusso osservato è pari a:

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{4\pi R_p^2}{4\pi R_*^2} \approx \left(\frac{R_p}{R_*}\right)^2 \quad (10)$$

Dall’analisi della curva di luce del transito si possono ricavare informazioni fondamentali sulla dimensione del pianeta e sui parametri orbitali del sistema.



(a) Flusso misurato in funzione del tempo per HD209458b, il primo esopianeta rilevato con il metodo dei transiti. [11]

(b) Schema riassuntivo del fenomeno di eclissi e parametri caratteristici. [12]

Figura 2: Metodo dei transiti.

I principali parametri osservativi sono il parametro di impatto b , che misura la distanza proiettata tra la traiettoria del pianeta e il centro del discostellare; τ , il tempo di ingresso completo nel disco, T la durata del transito, P il periodo orbitale e i l’angolo di inclinazione dell’orbita (Fig. 2b). Dallo studio del tempo τ è possibile ricavare il raggio del pianeta, infatti lo spazio percorso è $2R_p$, e dalle leggi del moto esso è uguale a $v \cdot \tau$, da cui $R_p = 0.5v\tau$.

Inoltre, assumendo $i \approx 90^\circ$, la durata complessiva del transito è data dalla seguente formula approssimata [13]:

$$T = \frac{PR_*}{\pi a} \sqrt{\left(1 + \frac{R_p}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2} \quad (11)$$

dove $a \cos i = b \cdot R_*$, per cui la durata del transito dipende anche dal parametro di impatto.

Nella curva di luce si osserva spesso anche un transito secondario, ovvero una lieve diminuzione della luce in corrispondenza dell’occultamento del pianeta dietro alla stella, perché viene sottratta la componente di luce riflessa dal pianeta.

In conclusione, il metodo dei transiti risulta utile prevalentemente per pianeti di grande raggio, con orbite ravvicinate (a piccolo) e periodi orbitali brevi, perché producono variazioni di flusso più marcate. Questi risultati sono validi se il *limb darkening*, l’oscuramento al bordo, è trascurabile.

2.1.2 Velocità radiali

Il 19.1% degli esopianeti è stato rilevato con il metodo delle velocità radiali, il più utilizzato prima dello sviluppo del metodo dei transiti, e con il quale fu individuato per la prima volta 51 Pegasi b. Questo metodo si basa sullo studio della perturbazione gravitazionale che il pianeta esercita sulla propria stella: infatti, in un sistema a due corpi, entrambi gli oggetti ruotano attorno al centro di massa comune. La stella mostra quindi un moto periodico lungo la linea di vista, che si traduce in un’alternanza di redshift e blueshift delle righe spettrali osservate. Questo metodo è applicabile solo in presenza di una componente radiale del moto e di una massa sufficientemente elevata, in quanto masse troppo piccole producono $\Delta\lambda$ non osservabili. L’effetto Doppler è descritto dalla relazione:

$$\frac{\lambda_{oss} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \quad (12)$$

che consente di ricavare la velocità radiale v_r della stella dallo studio dello shift delle proprie righe spettrali.

Indicando con a_* il semiasse maggiore dell’orbita della stella attorno al baricentro del sistema, per l’equazione del centro di massa vale:

$$\sum_i M_i a_i = 0 \Rightarrow M_p a_p = M_* a_* \Rightarrow a_* = (M_p a_p) / M_* \quad (13)$$

Assumendo orbite circolari e ponendo $a = a_p + a_*$, si ricava $a_* = (a M_p) / (M_p + M_*)$, che inserito nella formula dell’ampiezza della velocità radiale della stella fornisce:

$$K = \frac{2\pi a_*}{P} \sin i = \frac{2\pi}{P} \frac{a M_p}{M_* + M_p} \sin i \quad (14)$$

Combinando la terza legge di Keplero con questo risultato, dopo aver calcolato la formula inversa per a , si ricava la funzione di massa [9]:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_p + M_*)}{4\pi^2} \Rightarrow \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_p + M_*)^2} = \frac{K^3 P}{2\pi G} \quad (15)$$

e la formula esplicita di K più comunemente utilizzata [7]:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_* + M_p)^{2/3}} \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} \quad (16)$$

La velocità radiale della stella e il periodo sono misurabili dagli spettri, ma le singole masse o la massa totale non possono essere calcolate senza approssimazioni. Dal momento, però, che $M_* \gg M_p$, si può scrivere $(M_* + M_p)^2 \approx M_*^2$, per cui si ricava la massa del pianeta:

$$M_p \sin i \approx \left(\frac{M_*^2 K^3 P}{2\pi G} \right)^{1/3} \quad (17)$$

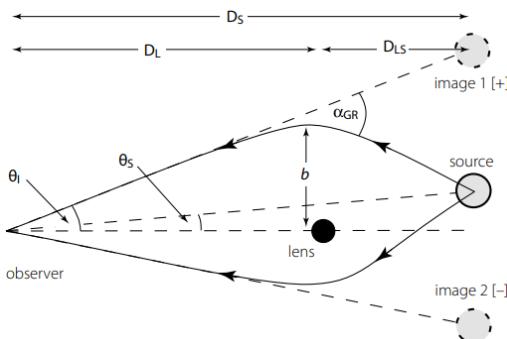
Dai dati spettroscopici non è ricavabile l’inclinazione dell’orbita, per cui il valore che si ottiene, $M_p \sin i$, fornisce solo la massa M_p massima possibile del pianeta, poiché $\sin i \leq 1$. Se avviene anche il transito del pianeta davanti alla stella è possibile combinare i due metodi appena descritti, l’inclinazione è in tal caso approssimabile a $i \approx 90^\circ$, ed è possibile ottenere una descrizione più completa dell’esopianeta.

2.1.3 Microlensing gravitazionale

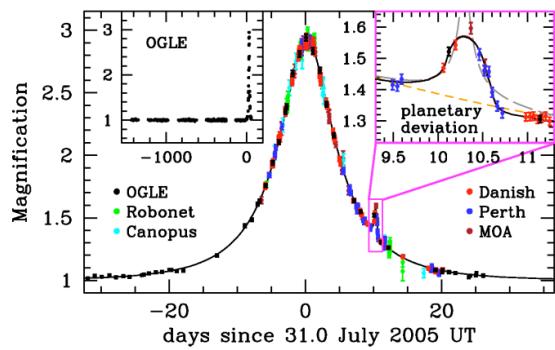
Secondo la relatività generale, la presenza di massa deforma la geometria dello spazio-tempo e devia il percorso della radiazione elettromagnetica. Questo effetto può essere sfruttato per rilevare esopianeti: una stella interposta tra l'osservatore e una sorgente più distante può agire come lente gravitazionale, amplificando il flusso apparente della sorgente. Se inoltre è presente un pianeta che orbita la stella-lente, e si trova allineato correttamente durante l'osservazione, esso funge da lente secondaria, modificando ulteriormente la curva di luce, e rendendo possibile l'individuazione del pianeta stesso. Un parametro importante per la descrizione del fenomeno è il *raggio angolare di Einstein* θ_E , da cui si ricava il corrispondente *raggio di Einstein* lineare R_E :

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM_L}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_L D_S}} \quad \Rightarrow \quad R_E = \theta_E D_L = \sqrt{\frac{4GM_L}{c^2} \frac{D_L D_{LS}}{D_S}} \quad (18)$$

dove D_L , D_S e D_{LS} indicano rispettivamente la distanza osservatore–lente, osservatore–sorgente e lente–sorgente (Fig. 3a).



(a) Schema del fenomeno di lensing gravitazionale. Una sorgente a distanza angolare θ_S dalla lente genera due immagini in posizioni specifiche. [14]



(b) Curva di luce osservata dell'evento di microlensing OGLE-2005-BLG-390, che ha portato alla scoperta di un pianeta di $5.5 M_\oplus$ in orbita a 2.6 UA. [15]

Figura 3: Metodo del microlensing gravitazionale.

La posizione delle immagini prodotte dalla lente è determinata dall'equazione:

$$\theta_{+,-} = \frac{1}{2}(\theta_S \pm \sqrt{\theta_S^2 + 4\theta_E^2}) \quad (19)$$

ovvero la sorgente forma due immagini poste in zone diametralmente opposte: una esterna al raggio di Einstein, con flusso amplificato (si parla di magnificazione > 1), e una interna al raggio, deamplificata (magnificazione < 1). Per il teorema di Liouville, tuttavia, la brillanza superficiale $\Sigma = F/\Omega$, ossia il flusso per unità di angolo solido, è conservata tra la sorgente e ciascuna delle immagini. In caso di perfetto allineamento si forma il cosiddetto *anello di Einstein*, di raggio angolare θ_E , che circonda la lente. Se il pianeta della stella-lente, durante la sua orbita, transita nelle regioni in cui avviene la deflessione della luce, la sua massa produce una variazione caratteristica nella curva di luce, un *"blip"*, come quello presente in Fig. 3b. Nonostante l'amplificazione prodotta dal pianeta sia molto piccola, da cui

il termine *microlensing*, essa è comunque osservabile, infatti con questa tecnica sono stati individuati il 4.2% degli esopianeti confermati. Il grande vantaggio del metodo è la possibilità di applicarlo anche per sistemi planetari molto distanti, fino al centro della galassia, e pianeti terrestri di piccola massa. Tuttavia, l'allineamento richiesto è estremamente improbabile e non ripetibile, dato che la sorgente e la lente non sono legate gravitazionalmente, per cui l'evento è osservabile una volta sola.

2.1.4 Imaging diretto

Il quarto metodo in ordine di efficacia è l'imaging diretto, che ha permesso la detec-
tion dell'1.4% degli esopianeti noti. Il metodo, l'unico diretto qui trattato, consiste
nell'osservazione della luce stellare riflessa dal pianeta oppure della sua emissione
termica, rilevata soprattutto nell'infrarosso. Il rapporto tra la brillanza del pianeta
e quella della stella dipende da molti fattori, quali la classe spettrale della stella,
il semiasse maggiore dell'orbita, la massa, composizione, raggio ed età del piane-
ta, le proprietà di scattering dell'atmosfera e la lunghezza d'onda di osservazione
[14]. Definendo $p(\lambda)$ l'albedo geometrico e $g(\alpha)$ una funzione di fase, che tiene conto
dell'angolo tra stella-pianeta-osservatore, il rapporto di flusso è:

$$\frac{f_p(\alpha, \lambda)}{f_*(\lambda)} = p(\lambda) \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 g(\alpha) \quad (20)$$

e ha valori tipici estremamente bassi, ad esempio per pianeti simili alla Terra vale
 $\sim 10^{-10}$ nel visibile e $\sim 10^{-5}$ nell'infrarosso. A ciò si aggiunge la piccola separazione
angolare tra stella e pianeta, spesso compresa tra 0.1 e 0.5 arcsec, che rende difficile
distinguerli: da Terra, il pianeta è immerso nel profilo di seeing della stella, dell'or-
dine di 0.3–1 arcsec. Anche quando la turbolenza atmosferica è corretta mediante
ottiche adattive, o eliminata tramite osservazioni dallo spazio, la rilevazione rimane
complessa a causa della luce diffratta dagli elementi del telescopio e dalla presenza
di *speckles*, ovvero piccole strutture luminose generate da aberrazioni residue del
fronte d'onda. Per attenuare la luce stellare e rilevare al meglio il pianeta si può
quindi ricorrere a diverse tecniche:

- uso di grandi aperture, per migliorare la risoluzione angolare e il rapporto segnale-rumore
- uso dell'ottica adattiva da Terra oppure osservazioni dallo Spazio per eliminare la turbolenza atmosferica
- uso di maschere coronografiche per sopprimere la luce della stella
- osservazioni a lunghezze d'onda maggiori, che aumentano il contrasto piane-
ta-stella
- uso di interferometri per aumentare ulteriormente la risoluzione
- tecniche di post-processing per correggere le aberrazioni residue

In conclusione, l'imaging diretto rimane una sfida tecnica notevole. Nonostante lo
sviluppo costante di strumenti da terra e lo studio di coronografi e interferometri
spaziali, la difficoltà intrinseca del metodo richiede tecnologie sempre più avanzate
per rilevare esopianeti più piccoli e lontani.

2.1.5 Astrometria

L'ultimo dei metodi più comunemente considerati per la detection di esopianeti è l'astrometria, con cui sono stati rilevati lo 0.08% dei pianeti extrasolari confermati. Come per le velocità radiali, questo metodo si basa sul moto della stella attorno al centro di massa del sistema. In questo caso, però, l'osservabile è lo spostamento angolare della stella nel piano del cielo, la quale descrive un'ellisse se il baricentro è sufficientemente lontano dalla stella. Approssimando $M_* + M_p \approx M_*$, il semiasse maggiore α è dato da:

$$\alpha [\text{UA}] \approx \frac{M_p}{M_*} a \iff \alpha [\text{arcsec}] \approx \left(\frac{M_p}{M_*} \right) \left(\frac{a}{1 \text{ AU}} \right) \left(\frac{d}{1 \text{ pc}} \right)^{-1} \quad (21)$$

dove a rappresenta il semiasse maggiore dell'orbita del pianeta e d la distanza della stella. L'effetto astrometrico è quindi proporzionale ad a e M_p , e inversamente proporzionale alla distanza d , dunque risulta più efficace per pianeti massivi che orbitano a grande distanza dalla stella, e per sistemi vicini all'osservatore.

L'astrometria deve inoltre distinguere i tre contributi primari al moto apparente di una stella: il moto di traslazione dell'intero sistema, chiamato *moto proprio*, la *parallasse*, generata dal moto di rivoluzione annuale della Terra attorno al Sole, e gli effetti gravitazionali dovuti al pianeta in orbita (Fig. 4).

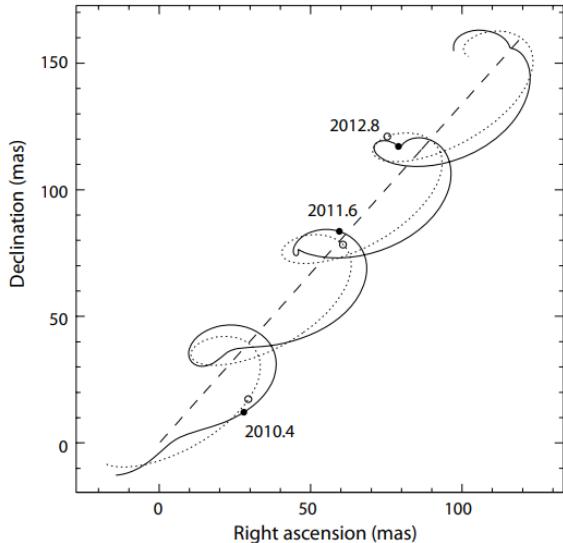


Figura 4: Schema del percorso nel cielo di una stella a $d = 50$ kpc, con un moto proprio di 50 mas yr^{-1} , e attorno a cui orbita un pianeta di $M_p = 15M_J$, $e = 0.2$, e $a = 0.6 \text{ UA}$. La linea tratteggiata indica il moto del baricentro come visto dal baricentro del Sistema Solare, la linea punitata mostra l'effetto dato dalla parallasse, mentre la linea continua segna il moto della stella dovuto alla presenza del pianeta in orbita. L'effetto è stato ingrandito di un fattore 30, e il tempo, espresso in anni, è arbitrario. [14]

Diversamente dalle misure ottenute col metodo delle velocità radiali, che presentano una degenerazione intrinseca $M_p \sin i$ dovuta all'inclinazione i dell'orbita, le misure astrometriche forniscono invece M_p e i separatamente: i si ottiene dalla forma dell'ellisse e dal rapporto dei suoi semiassi, mentre M_p stimando la massa della stella dal suo tipo spettrale o da modelli evoluzionistici. Osservazioni astrometriche e Doppler combinate possono però consentire una ricostruzione migliore e più completa della geometria tridimensionale dell'orbita, e di ottenere misure più precise delle masse coinvolte.

2.1.6 Altri metodi

Per l'individuazione di pianeti extrasolari esistono inoltre diversi altri metodi, che coprono l'≈ 1.4% dei pianeti rilevati rimanenti. Per esempio, è possibile identificare

variazioni nel periodo intercorso tra eventi regolari e prevedibili, causate dalle perturbazioni gravitazionali del pianeta in orbita: questo è il caso dei metodi di *timing variations*, come il metodo della variazione del tempo di transito (*Transit Timing Variations*, TTV) e la variazione del tempo di eclissi in sistemi binari (*Eclipse Timing Variations*, ETV). Altri metodi analizzano le variazioni di luminosità osservata della stella (*Orbital Brightness Modulation*), dovute a effetti combinati di riflessione, emissione termica e distorsione mareale del pianeta, una volta escluse variazioni intrinseche della stella; oppure studiano perturbazioni nella velocità del gas nei dischi protoplanetari (*Disk Kinematics*), poiché la presenza di un pianeta può imprimere anomalie locali nei profili di velocità del disco.

2.2 Abitabilità degli esopianeti

A partire dalla scoperta del primo esopianeta, una delle priorità della scienza è divenuta la ricerca di pianeti abitabili, e quindi la ricerca di vita all'infuori della Terra. Per *abitabilità* si intendono le condizioni ambientali che soddisfano i requisiti essenziali per sostenere la vita, definite sulla base delle condizioni terrestri. Un ambiente abitabile deve quindi soddisfare quattro requisiti fondamentali [16]:

- Presenza di acqua liquida sulla superficie. Tradizionalmente si definisce *zona di abitabilità* l'area anulare intorno a una stella in cui le temperature consentono la presenza di acqua liquida. Essa dipende tuttavia da numerose assunzioni riguardo al pianeta, per cui rappresenta una guida utile ma non esaustiva per la ricerca della vita.
- Presenza di elementi bioessenziali in grado di formare le molecole alla base delle strutture biologiche. In particolare carbonio, idrogeno, ossigeno e azoto costituiscono il 97% in massa degli organismi viventi sulla Terra.
- Presenza di una fonte di energia utilizzabile, fondamentale per la sopravvivenza e lo svolgimento delle funzioni biologiche. Gli organismi autotrofi ricavano energia da luce solare e reazioni chimiche, mentre quelli eterotrofi si nutrono di sostanze organiche già formate. In entrambi i casi, l'energia disponibile viene convertita in energia chimica, cioè in molecole come l'adenosina trifosfato (ATP), fondamentale per il trasporto di energia.
- Condizioni ambientali compatibili con la stabilità dei processi biologici. In particolare temperatura, pressione, pH, salinità e radiazioni ionizzanti devono rientrare entro certi intervalli che permettono un corretto funzionamento delle funzioni vitali.

Attualmente, una parte della ricerca di pianeti abitabili si concentra sui pianeti *iceani*, che presentano oceani sulla superficie e atmosfere ricche di idrogeno molecolare. Le loro minori densità, raggi maggiori e atmosfera dominata da H₂ rende più semplice rilevarli e caratterizzarne la composizione atmosferica. Inoltre, la loro zona di abitabilità risulta più ampia rispetto a quella dei pianeti terrestri. [17]

2.2.1 Biofirme e il caso di K2-18 b

Una volta identificati ambienti potenzialmente abitabili, la ricerca della vita avviene tramite l'individuazione di biofirme, ovvero segnali osservabili indicativi di

processi biologici, come la presenza di specifiche molecole nell'atmosfera rilevabili con la spettroscopia. Un esempio è il caso del pianeta iceano K2-18 b, di massa $M = 8.63 \pm 1.35 M_{\oplus}$, raggio $R = 2.61 \pm 0.09 R_{\oplus}$, e situato nella zona abitabile di una stella M2.5V. Osservazioni nel vicino infrarosso condotte con JWST hanno evidenziato nell'atmosfera del pianeta le molecole CH_4 e CO_2 , oltre a un possibile debole segnale di dimetilsolfuro (DMS), tutte potenziali biofirme. Uno studio pubblicato nell'aprile 2025 ha analizzato K2-18 b nel medio infrarosso ($\sim 6 - 12 \mu\text{m}$), usando lo spettrografo JWST MIRI [17]. I risultati mostrano un'evidenza solo per la presenza di dimetilsolfuro (DMS) e dimetildisolfuro (DMDS), due molecole difficilmente distinguibili a causa della degenerazione delle loro linee spettrali nelle lunghezze d'onda osservate. Esse mostrano abbondanze tali da suggerire la presenza di attività biologica, poiché sulla Terra entrambe le molecole sono prodotte unicamente da biota marino, e le concentrazioni rilevate non sono spiegabili da produzione abiotica. Tuttavia, la significatività statistica del segnale combinato di DMDS e/o DMS è pari a $2.9\sigma - 3.2\sigma$, cioè al limite inferiore della robustezza tipicamente richiesta per risultati scientifici. Questo studio è quindi solo il primo passo nella ricerca di biofirme su pianeti iceani, ma sono necessari ulteriori studi e ipotesi che possano spiegare i dati ottenuti.

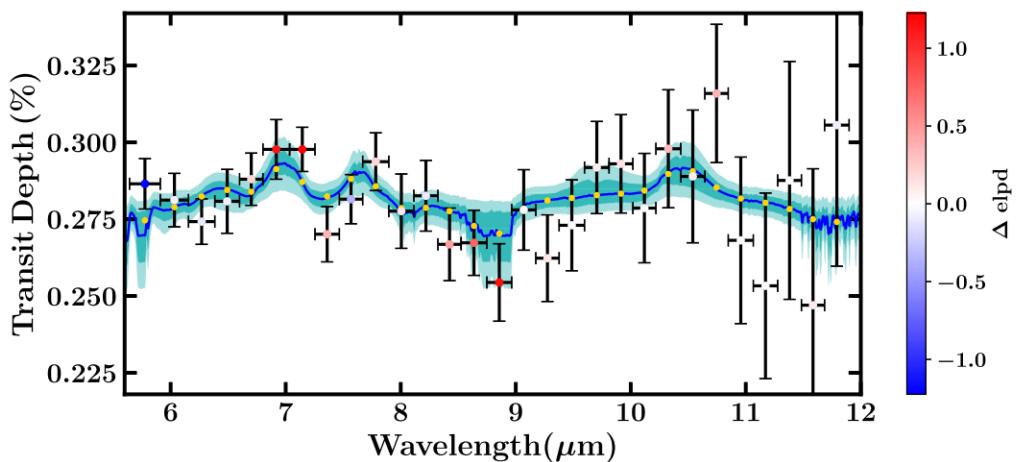


Figura 5: Spettro di trasmissione di K2-18 b ottenuto nel medio infrarosso con lo strumento JWST MIRI LRS. I punti con le bande d'errore denotano lo spettro osservato, la linea blu indica il fit ai dati, e le regioni sfumate rappresentano intervalli 1σ e 2σ . Il colore di ogni punto è definito dalla differenza tra il modello atmosferico con DMDS e DMS e il modello in cui entrambe le molecole sono assenti: i punti rossi denotano un migliore accordo con il modello che contiene entrambe le molecole, mentre i punti blu indicano una preferenza per il modello senza le due molecole. [17]

3 Conclusioni

In conclusione, lo studio dei pianeti è progredito enormemente grazie al miglioramento delle tecnologie utilizzate, e può portare col tempo a risultati sempre più precisi. La ricerca di esopianeti è complicata dalla grande distanza e dalla difficoltà di osservazione, ma già molti risultati hanno fornito risposte un tempo inimmaginabili. Ulteriori studi e sviluppi della tecnologia potranno arricchire ulteriormente le nostre conoscenze, e dare forse una risposta alla domanda millenaria sull'esistenza di altra vita nell'Universo.

A Appendice

Equilibrio idrostatico

L'equilibrio idrostatico è una condizione fondamentale in astrofisica, necessaria per comprendere la struttura ed evoluzione delle stelle, dei pianeti e di altri corpi celesti. Esso descrive il bilanciamento di forze che mantiene la stabilità di un corpo, infatti la gravità, che tenderebbe a far collassare la materia verso il centro, viene contrastata dalla pressione interna generata dal gas. La formula deve essere valida in ogni punto dell'oggetto, per cui si assume un corpo sferico formato da singoli gusci infinitesimi (Fig. 6).

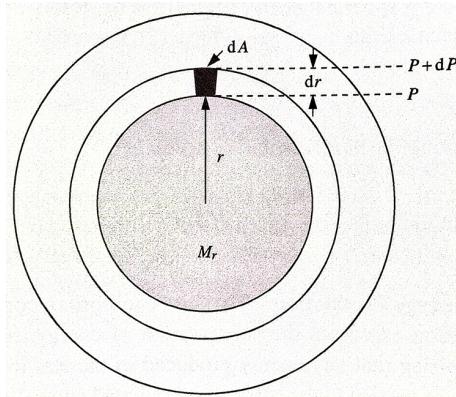


Figura 6: Schema della struttura del corpo celeste utilizzato per la derivazione dell'equilibrio idrostatico. Nel calcolo si considera un cubo infinitesimo a distanza r dal centro, di lato dr e area di ogni faccia dA . [7]

Il bilanciamento descritto dall'equilibrio idrostatico si esprime come:

$$F_{\text{press}} + F_g = 0 \quad (22)$$

La forza di pressione si ottiene dalla differenza di pressione esercitata sulle due facce del cubo perpendicolari al raggio:

- Pressione sulla faccia inferiore: $P(r)dA$
- Pressione sulla faccia superiore: $P(r + dr)dA = (P(r) + \frac{dP(r)}{dr}dr)dA$

Da cui:

$$F_{\text{press}} = P(r + dr)dA - P(r)dA = \left(P(r) + \frac{dP(r)}{dr}dr - P(r) \right) dA \quad (23)$$

ovvero:

$$F_{\text{press}} = \frac{dP(r)}{dr}drdA \quad (24)$$

La forza di gravità invece si scrive:

$$F_g = \frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)drdA \quad (25)$$

dove $M(r)$ rappresenta la massa contenuta nella sfera di raggio r , ρ è la densità, e $\rho(r)drdA$ è la massa dm del cubo infinitesimo.

Unendo ora le due formule, partendo dall'Eq. 22, si ha:

$$F_{\text{press}} + F_g = \frac{dP(r)}{dr}drdA + \frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)drdA = 0 \quad (26)$$

da cui:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r) \quad (27)$$

che esprime la formula finale dell'equilibrio idrostatico.

Bibliografia

- [1] Marcella Brusa. *Storia dell'astronomia*. Dispense e appunti del corso, 2024.
- [2] S. Alan Stern e Harold F. Levison. “Regarding the criteria for planethood and proposed planetary classification schemes”. In: *Highlights of Astronomy* 12 (gen. 2002), pp. 205–213.
- [3] Jean-Luc Margot. “A QUANTITATIVE CRITERION FOR DEFINING PLANETS”. In: *The Astronomical Journal* 150.6 (dic. 2015), p. 185. ISSN: 1538-3881. DOI: 10.1088/0004-6256/150/6/185. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0004-6256/150/6/185>.
- [4] Madhu Kashyap Jagadeesh et al. *(Re)-Defining Planets – the Fundamental Plane of Planets*. 2025. arXiv: 2506 . 16063 [astro-ph.EP]. URL: <https://arxiv.org/abs/2506.16063>.
- [5] Imke de Pater e Jack J. Lissauer. *Planetary Sciences*. 2^a ed. Cambridge University Press, 2015.
- [6] D. Suzuki et al. “THE EXOPLANET MASS-RATIO FUNCTION FROM THE MOA-II SURVEY: DISCOVERY OF A BREAK AND LIKELY PEAK AT A NEPTUNE MASS”. In: *The Astrophysical Journal* 833.2 (dic. 2016), p. 145. DOI: 10.3847/1538-4357/833/2/145. URL: <https://doi.org/10.3847/1538-4357/833/2/145>.
- [7] Hannu Karttunen et al. *Fundamental Astronomy*. Springer, 2017.
- [8] National Geographic. *Il Sistema Solare*. Collana: Atlante del Cosmo, volume n.3. RBA Italia, 2018.
- [9] Michele Ennio Maria Moresco. *Astronomia*. Dispense e appunti del corso, 2023.
- [10] NASA. *Exoplanets*. 2025. URL: <https://science.nasa.gov/exoplanets/> (visitato il giorno 09/11/2025).
- [11] David Charbonneau et al. “Detection of Planetary Transits Across a Sun-like Star”. In: *The Astrophysical Journal* 529.1 (dic. 1999), p. L45. DOI: 10.1086/312457. URL: <https://doi.org/10.1086/312457>.
- [12] Ziqi Dai et al. “Five Methods of Exoplanet Detection”. In: *Journal of Physics: Conference Series* 2012.1 (set. 2021), p. 012135. DOI: 10.1088/1742-6596/

- 2012/1/012135. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2012/1/012135>.
- [13] S. Seager e G. Mallén-Ornelas. “A Unique Solution of Planet and Star Parameters from an Extrasolar Planet Transit Light Curve”. In: 585.2 (mar. 2003), pp. 1038–1055. DOI: 10.1086/346105. arXiv: astro-ph/0206228 [astro-ph].
 - [14] Michael Perryman. *The Exoplanet Handbook*. Cambridge University Press, 2011.
 - [15] J.-P. Beaulieu et al. “Discovery of a cool planet of 5.5 Earth masses through gravitational microlensing”. In: 439.7075 (gen. 2006), pp. 437–440. DOI: 10.1038/nature04441. arXiv: astro-ph/0601563 [astro-ph].
 - [16] Nikku Madhusudhan. *Habitability and Biosignatures*. 2025. arXiv: 2503.22990 [astro-ph.EP]. URL: <https://arxiv.org/abs/2503.22990>.
 - [17] Nikku Madhusudhan et al. “New Constraints on DMS and DMDS in the Atmosphere of K2-18 b from JWST MIRI”. In: *The Astrophysical Journal Letters* 983.2 (apr. 2025), p. L40. DOI: 10.3847/2041-8213/adc1c8. URL: <https://doi.org/10.3847/2041-8213/adc1c8>.
 - [18] NASA. *The Habitable Zone*. 2025. URL: <https://science.nasa.gov/exoplanets/habitable-zone/> (visitato il giorno 19/11/2025).
 - [19] Leonardo Testi. *Exoplanets: formation, populations, and atmospheres*. Dispense del corso, 2025.