



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Studio e validazione sperimentale della traiettoria di un lanciatore in scala ridotta

Relatore:

Chiar.mo Prof.
Fabrizio Giulietti

Presentata da :
Francesco Pietro Ricco

Sessione Ottobre 2025

Anno Accademico 2024-2025

A Mamma, Papa e Francesca

Sommario

La presente tesi si propone di sviluppare un modello per la propulsione, la dinamica e la cinematica di un razzo ad acqua, confrontando i risultati della simulazione con i dati sperimentali raccolti attraverso un'unità inerziale. L'obiettivo principale è validare l'accuratezza del modello e valutarne la compatibilità con il comportamento reale del lanciatore.

Viene analizzata la spinta del razzo ad acqua nei diversi regimi di volo e presentato il modello matematico che descrive la propulsione, basato sulle equazioni della conservazione della quantità di moto e della dinamica dei fluidi. Inoltre si esamina la variazione della pressione all'interno della bottiglia durante le fasi di volo e si introducono le equazioni necessarie per modellare il comportamento del gas e del liquido nel razzo.

Un altro aspetto fondamentale trattato riguarda l'impiego dell'IMU per la raccolta dei dati sperimentali e il metodo di elaborazione delle misure. Particolare attenzione è dedicata alla correzione degli errori, inclusa la gestione del bias, al fine di migliorare l'affidabilità delle misurazioni.

Successivamente, viene implementato il modello matematico del razzo in Simulink, descrivendo le equazioni della dinamica e cinematica, nonché le ipotesi adottate per la modellazione del volo. I dati sperimentali acquisiti dall'IMU vengono quindi confrontati con quelli ottenuti dalla simulazione, analizzando traiettorie, velocità e accelerazioni per valutare la validità del modello sviluppato.

Infine, si presentano le conclusioni dello studio, evidenziando la coerenza tra il modello simulato e i dati sperimentali. Vengono inoltre discusse le limitazioni del lavoro svolto e le possibili evoluzioni future del progetto.

Indice

1	Introduzione	6
1.1	Obiettivo	6
1.2	Attività svolte	6
2	Descrizione e Studio Manuale Stewart Platform	8
2.1	Componenti della stewart platform	8
2.2	Stewart Platform Simulink model	9
3	Funzionamento Unità inerziale	9
3.1	Trattamento dati unità inerziale	9
4	Test sull'unità inerziale	10
4.1	Test 1	11
4.2	Test 2	14
4.3	Test 3	16
4.4	Test 4	17
5	Razzo ad acqua	19
5.1	Test con il razzo ad acqua	21
5.2	Dati raccolti	22
5.3	Traiettoria ricostruita	24
6	Bias	25
6.1	Introduzione al Bias delle Unità Inerziali	25
6.2	Il Bias Run-to-Run della Nostra Unità Inerziale	25
6.3	La Manovra di Flip per la Stima del Bias	25
7	Codice per la calibrazione del bias	27
7.1	Inizializzazione e Caricamento dei Dati	28
7.2	Selezione dei Dati di Flip	28
7.3	Conversione delle Accelerazioni in m/s^2	28
7.4	Creazione delle Forze Gravitazionali Attese	28
7.5	Calcolo del Bias	28
7.6	Compilazione dei Dati Complessivi	28
7.7	Stima e Correzione del Bias	29
7.8	Traiettoria corretta	30
8	Simulazione del razzo ad acqua	31
8.1	Determinazione del Coefficiente di Resistenza Aerodinamica (C_D)	31
8.2	Test per la determinazione del coefficiente di resistenza (C_D)	32
8.3	Codice utilizzato per il calcolo del C_D	35
9	Confronto finale e conclusioni	37
10	Ringraziamenti	38

1 Introduzione

Il tirocinio si è svolto prevalentemente presso il Dipartimento di Ingegneria Industriale, sotto la supervisione del docente e tutor Fabrizio Giulietti

1.1 Obiettivo

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è sviluppare un codice in grado di ricostruire con precisione la traiettoria di un razzo ad acqua utilizzando i dati raccolti da un'unità inerziale. Questa unità, composta da accelerometri e giroscopi, fornisce informazioni fondamentali sul moto del razzo, ma i dati grezzi acquisiti necessitano di un opportuno trattamento per poter essere trasformati in una traiettoria significativa. Il progetto si inserisce nell'ambito dell'analisi e della validazione sperimentale di strumenti di misura inerziale, con l'obiettivo di ottenere una rappresentazione affidabile della dinamica di volo. La capacità di ricostruire accuratamente la traiettoria non solo permette di verificare le prestazioni del razzo, ma costituisce anche un passo importante verso l'integrazione di sistemi di navigazione più avanzati basati su sensori inerziali.

Attraverso questo confronto è stato possibile valutare l'accuratezza delle misurazioni e individuare discrepanze e analizzare i limiti del metodo di ricostruzione della traiettoria adottato.

1.2 Attività svolte

Il lavoro svolto si è articolato in diverse fasi, ognuna mirata a garantire una ricostruzione il più possibile fedele della traiettoria reale. Inizialmente, sono stati condotti test sperimentali sull'unità inerziale al fine di valutare la qualità e l'affidabilità dei dati acquisiti, identificando eventuali errori e limitazioni dello strumento. Successivamente, è stato sviluppato un codice specifico per l'elaborazione dei dati, con l'obiettivo di trasformare le misure grezze in una rappresentazione accurata della traiettoria del razzo. Un aspetto cruciale del lavoro ha riguardato l'introduzione della compensazione del bias, un fattore che può influenzare negativamente la precisione della ricostruzione a causa della deriva degli strumenti nel tempo. Infine, per verificare l'affidabilità del metodo proposto, i risultati ottenuti dal codice sono stati confrontati con quelli forniti da un simulatore sviluppato in Simulink. Il confronto ha permesso di valutare l'accuratezza del modello implementato, identificando eventuali margini di miglioramento e validando le scelte metodologiche adottate.



Figura 1: Stewart Platform

2 Descrizione e Studio Manuale Stewart Platform

La piattaforma analizzata denominata 'ACROME stewart platform', è progettata per eseguire piccoli movimenti lungo i tre assi e per effettuare rotazioni attorno a ciascuno di essi.

2.1 Componenti della stewart platform

Questa piattaforma è costituita da diversi componenti:

1. MPU-6050 six-Axis: modulo che integra un accelerometro e un giroscopio
2. Attuatori lineari: sono dei semplici attuatori che trasformano segnali elettrici in energia meccanica
3. Arduino Mega 2560: un dispositivo impiegato per la gestione e il design di sistemi robotici
4. ACROME Power Distribution Box: unità a cui sono collegate tutte le connessioni, responsabile della distribuzione di potenza delle varie unità
5. Piattaforme: composta dalla piattaforma di base necessaria per stabilizzare e la piattaforma superiore movimentata dagli attuatori nelle varie configurazioni
6. Cavi: Elementi fondamentali per il collegamento tra computer e piattaforma

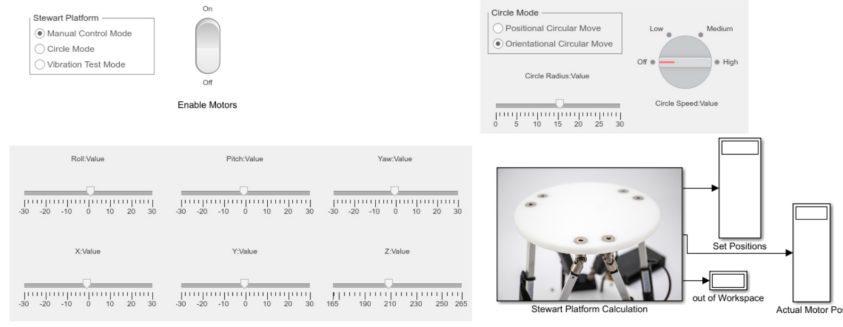


Figura 2: Stewart Platform Modello Simulink

2.2 Stewart Platform Simulink model

E' stato utilizzato un progetto simulink per muovere la piattaforma. Dalla figura si evince come sia caratterizzato da diverse modalità, manuale ,circle e vibration test: Per i test condotti è stata adottata la modalità manuale che permette di muovere la piattaforma, e impostare movimenti standardizzati dalla piattaforma. Grazie a questa configurazione, è stato possibile muovere la piattaforma da un computer del laboratorio ed eseguire i test.

3 Funzionamento Unità inerziale

Dopo aver approfondito il funzionamento della piattaforma, è stato necessario analizzare nel dettaglio il funzionamento dell'unità inerziale. In particolare è stata impiegata l'unità inerziale WT901SDCL, realizzata da WITMOTION.

Questo dispositivo integra un accelerometro e un giroscopio, permettendo di rilevare in tempo reale sia le accelerazioni che le velocità angolari. Le informazioni raccolte sono fondamentali per la ricostruzione della traiettoria nel tempo, che verrà poi confrontata con la traiettoria reale, ottenuta grazie alla Stewart Platform. Questo confronto consentirà di valutare l'accuratezza delle misurazioni e l'affidabilità del metodo utilizzato.

3.1 Trattamento dati unità inerziale

L'unità inerziale raccoglie i dati in forma .txt, consentendone l'elaborazione successivamente tramite MATLAB. In collaborazione con il collega Carlo Gargiulo, è stato sviluppato uno script in grado di convertire questi dati in una matrice facilmente gestibile all'interno dell'ambiente MATLAB.

Una volta resi disponibili tutti i dati, è stato necessario studiare un metodo per ricostruire la traiettoria a partire dalle accelerazioni e dagli angoli rilevati. Questo passaggio è stato cruciale, affinché si ottenesse una traiettoria accurata risultava necessario integrare le accelerazioni rispetto agli assi NED e non rispetto agli assi body. Qualora fosse stato eseguito l'integrazione nel sistema body, avremmo ottenuto una traiettoria non corrispondente alla realtà, compromettendo così l'accuratezza dell'analisi.

Si procede con la scrittura della matrice di rotazione su MatLab [2]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \cos(\theta) \sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) - \cos(\phi) \sin(\psi) & \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) & \sin(\phi) \cos(\theta) \\ \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi) & \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

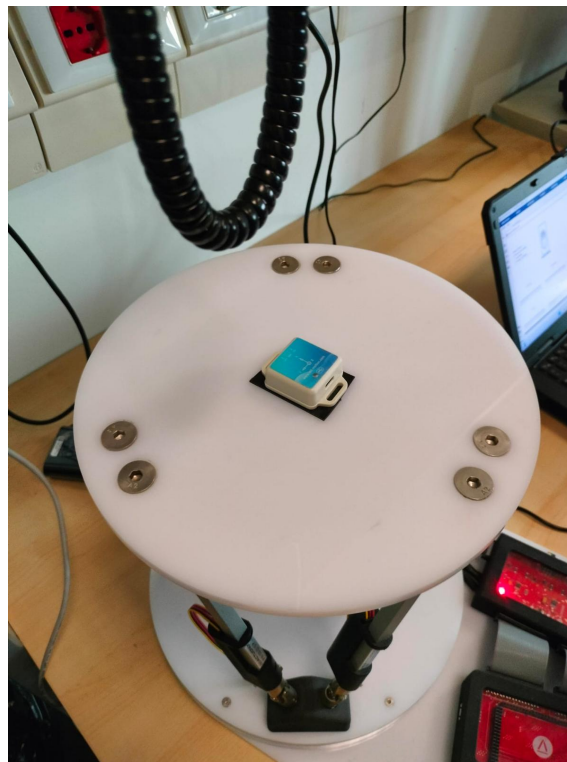
Una volta trasformate le accelerazioni nel sistema NED, è stato necessario sottrarre l'effetto della gravità terrestre , successivamente le accelerazioni sono state integrate due volte per ottenere la posizione punto per punto nel tempo. In questo modo è stata ricostruita la traiettoria dell'unità inerziale nel tempo .

4 Test sull'unità inerziale

Dopo aver approfondito il funzionamento sia della piattaforma sia dell'unità inerziale, è stato possibile avviare la fase di test dell'unità inerziale. Come primo passo è stata posizionata l'unità inerziale sulla piattaforma, in modo da garantire che essa non subisca movimenti durante l'animazione. Per fissarla adeguatamente è stato utilizzato dello scotch biadesivo e fissata come mostrato in Figura 3. Sono stati eseguiti 4 test principali :

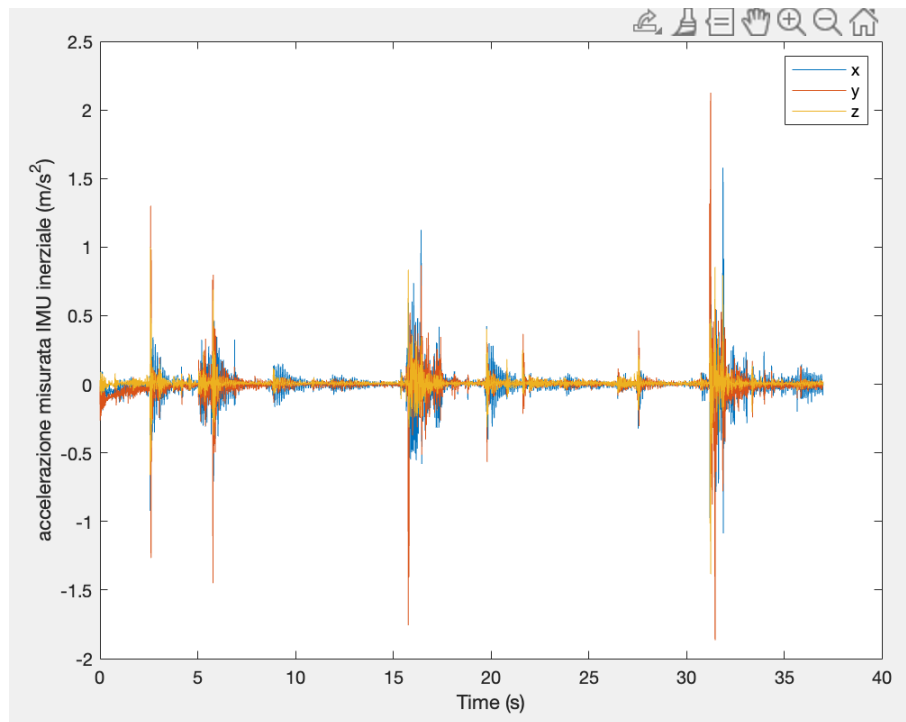
- 1.Roll 20(grad), inclinazione della piattaforma di 20 gradi attorno a x
- 2.Pitch 20(grad) , inclinazione della piattaforma di 20 gradi attorno ad y per due volte
- 3.Yaw 20(grad) , inclinazione della piattaforma di 20 gradi attorno a z
- 4.Spostamento lungo y, movimento della piattaforma lungo y prima in una direzione poi nel verso opposto

Si procederà con l'analisi dei dati della piattaforma inerziale una volta che è stata sottoposta ai suddetti movimenti, sono stati confrontati con i movimenti reali e testati con il programma MATLAB per la ricostruzione della traiettoria, che servirà per i test con il razzo ad acqua. Per garantire coerenza nelle misurazioni, la piattaforma inerziale è stata posizionata in modo tale che le rotazioni attorno agli assi x,y e z corrispondano rispettivamente a rotazioni della piattaforma di Roll,Pitch e Yaw.



4.1 Test 1

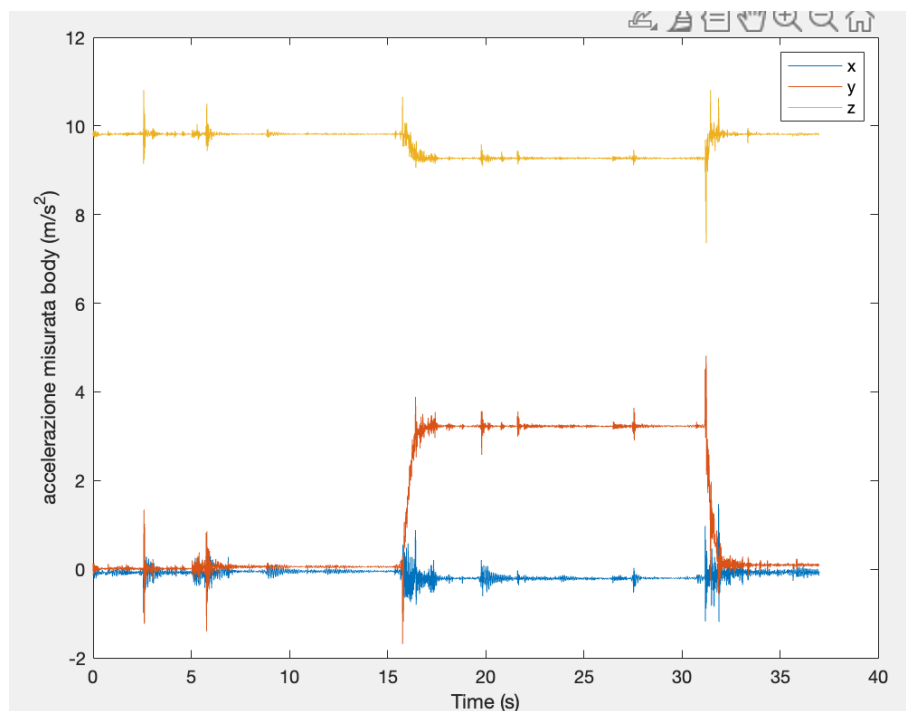
Il primo test come anticipato, consiste nell' inclinare la piattaforma di 20 gradi rispetto all'asse x. Dopo aver posizionato l'unità sulla piattaforma, è stata avviata la registrazione dei dati successivamente è stato eseguito il movimento standardizzato. Di seguito vengono riportati e analizzati i dati da discutere:



Nel primo grafico sono rappresentate le accelerazioni ruotate. È evidente come queste siano quasi sempre prossime allo zero, ad eccezione di alcuni picchi dovuti al movimento della piattaforma. Tuttavia, tali picchi sono trascurabili e possono essere considerati come rumore.

Questa prima osservazione è significativa: integrando le accelerazioni ruotate ed eliminando i picchi indesiderati, il risultato ottenuto conferma che la piattaforma non subisce movimenti rispetto al sistema di riferimento NED.

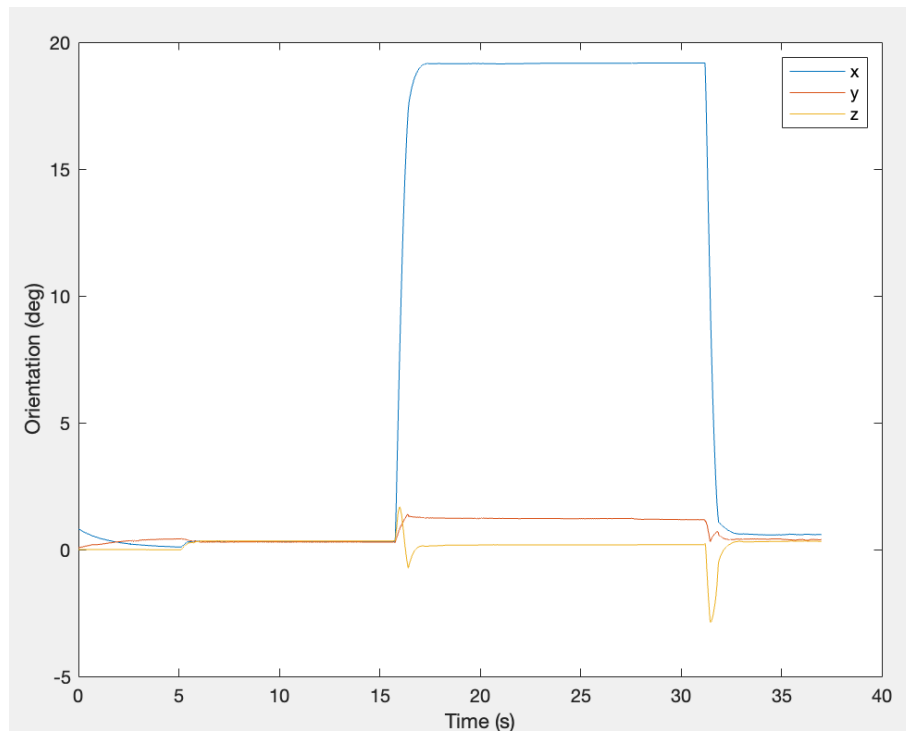
Per approfondire ulteriormente l'analisi, si esamineranno ora altri due grafici.



Nel secondo grafico sono rappresentate le accelerazioni misurate nel sistema body, ovvero i dati non modificati da alcun tipo di elaborazione. Queste accelerazioni corrispondono a ciò che l'unità inerziale ha rilevato durante l'inclinazione di 20 gradi attorno all'asse x.

Come si può osservare, i dati ottenuti sono coerenti con la realtà: dal momento che la rotazione avviene attorno all'asse x, non si registra alcuna componente di accelerazione lungo questo asse. Come previsto, quando la piattaforma viene inclinata, la componente di accelerazione gravitazionale lungo l'asse z diminuisce, mentre quella lungo l'asse y aumenta per compensazione.

Questo comportamento conferma il corretto funzionamento dell'unità inerziale e la validità delle misure acquisite.



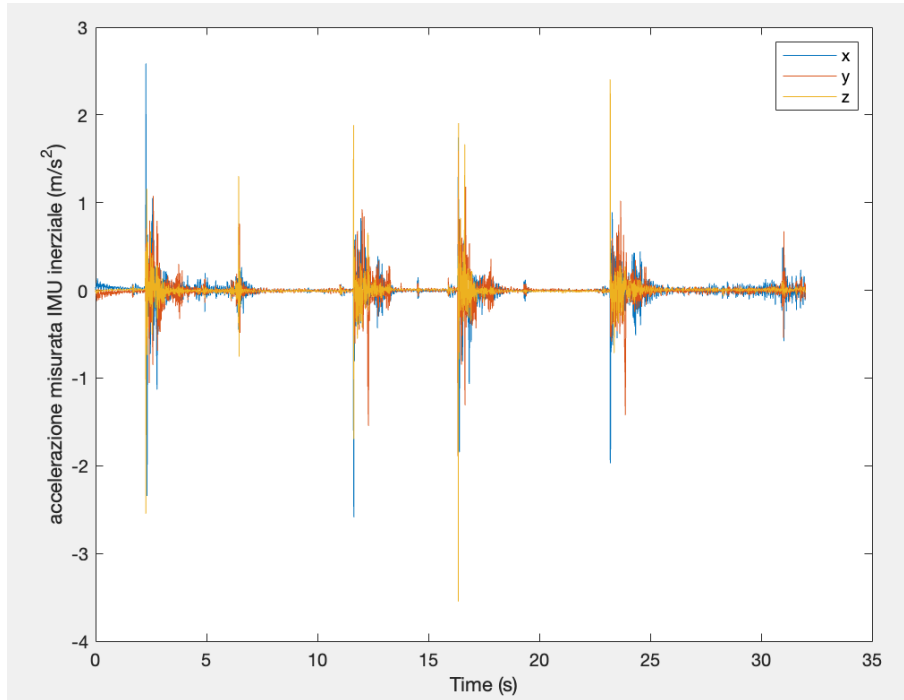
Nel terzo grafico sono riportate le misure degli angoli in funzione del tempo. Come nei precedenti risultati, anche in questo caso i dati ottenuti sono coerenti con la realtà: quando la piattaforma viene inclinata di circa 20 gradi, si osserva un'immediata rotazione attorno all'asse x di pari entità.

È interessante notare che, nel momento stesso in cui la piattaforma viene spostata, le accelerazioni nel sistema body subiscono una variazione, mentre le accelerazioni inerziali, prive della componente gravitazionale, presentano dei picchi. Questi ultimi non devono essere considerati nel processo di integrazione delle accelerazioni, in quanto rappresentano misure spurie che potrebbero introdurre errori nella ricostruzione della traiettoria.

Terminato il primo test positivamente, è stato riscontrato totale congruenza tra la realtà e le misure dell'unità inerziale grazie alla Stewart Platform. Successivamente sono state effettuate le medesime analisi.

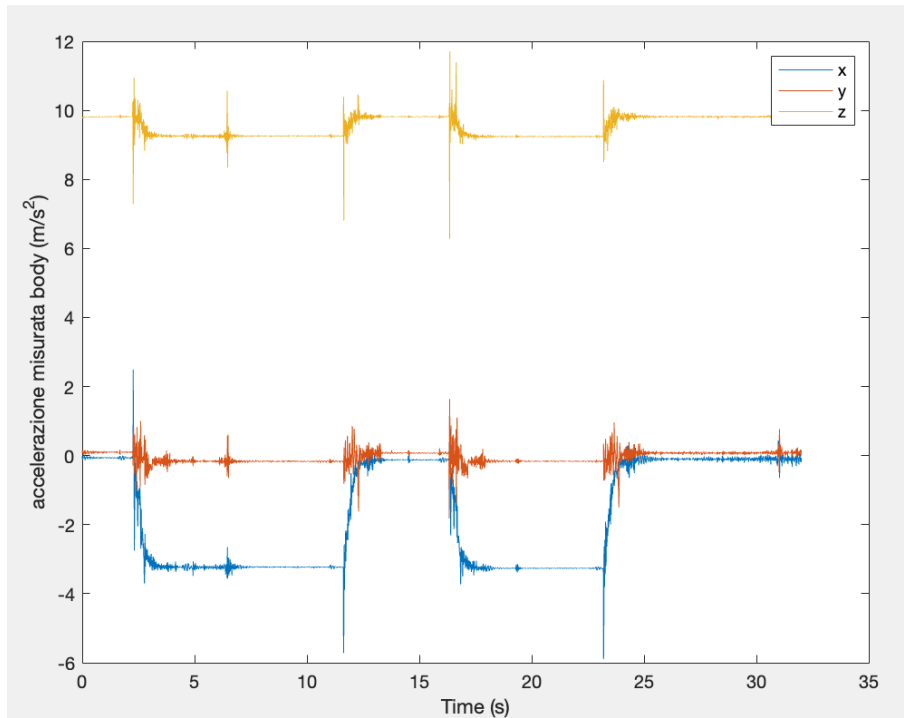
4.2 Test 2

Il Test 2 consiste nel ruotare la piattaforma attorno all'asse y, in questo test si è ruotata inizialmente la piattaforma a riportandola successivamente a zero, come ultimo step è stata ruotata nuovamente.



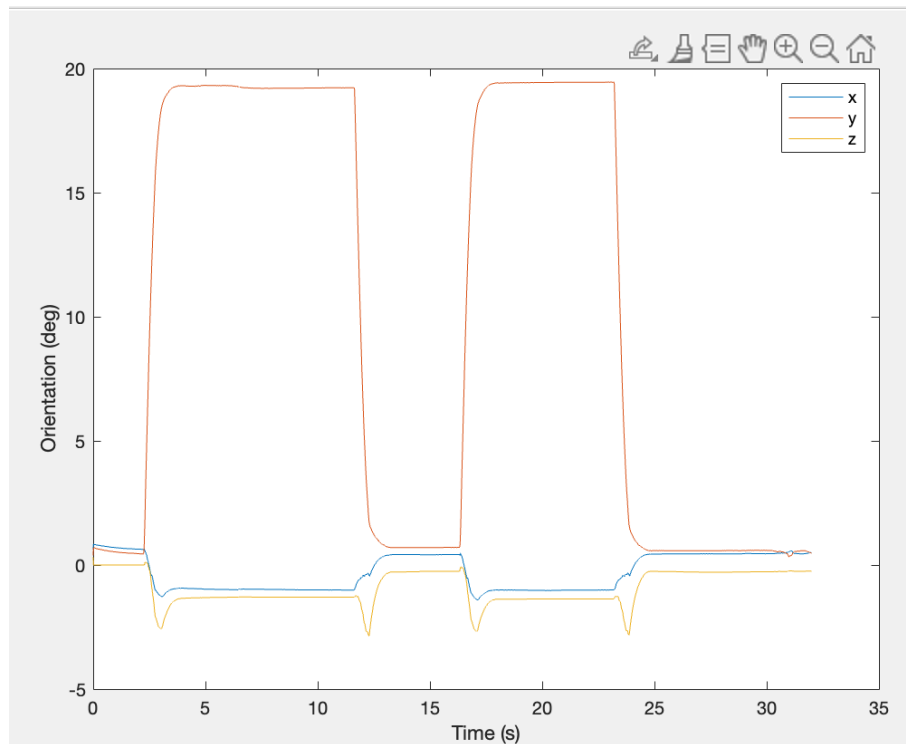
Nel grafico vengono rappresentate le accelerazioni inerziali al netto della componente gravitazionale.

Si può osservare che, a eccezione di alcuni picchi di entità trascurabile, le accelerazioni risultano tutte nulle. Questo risultato è coerente con la realtà, poiché l'unità inerziale rimane ferma rispetto al sistema di riferimento NED (North-East-Down), confermando così l'accuratezza delle misure effettuate.



Nel secondo grafico vengono rappresentate le accelerazioni nel sistema di riferimento body, misurate dall'unità inerziale. In entrambi i momenti in cui la piattaforma ruota, le accelerazioni rilevate risultano coerenti tra loro. Mostrando che qualora l'unità venga posizionata nello stesso identico modo in due intervalli di tempo distinti, essa fornisce misure perfettamente sovrapponibili, a conferma della sua affidabilità.

Inoltre, come previsto, si osserva che l'accelerazione gravitazionale presenta componenti lungo gli assi x e z. Questo risultato fornisce un'ulteriore conferma del corretto funzionamento dell'unità inerziale e della sua capacità di misurare con precisione le accelerazioni nel sistema di riferimento scelto.



Nel terzo grafico vengono riportate le misure degli angoli in funzione del tempo. Ogni volta che la piattaforma viene ruotata, l'unità inerziale rileva il cambiamento e fornisce una misura dettagliata dell'angolo.

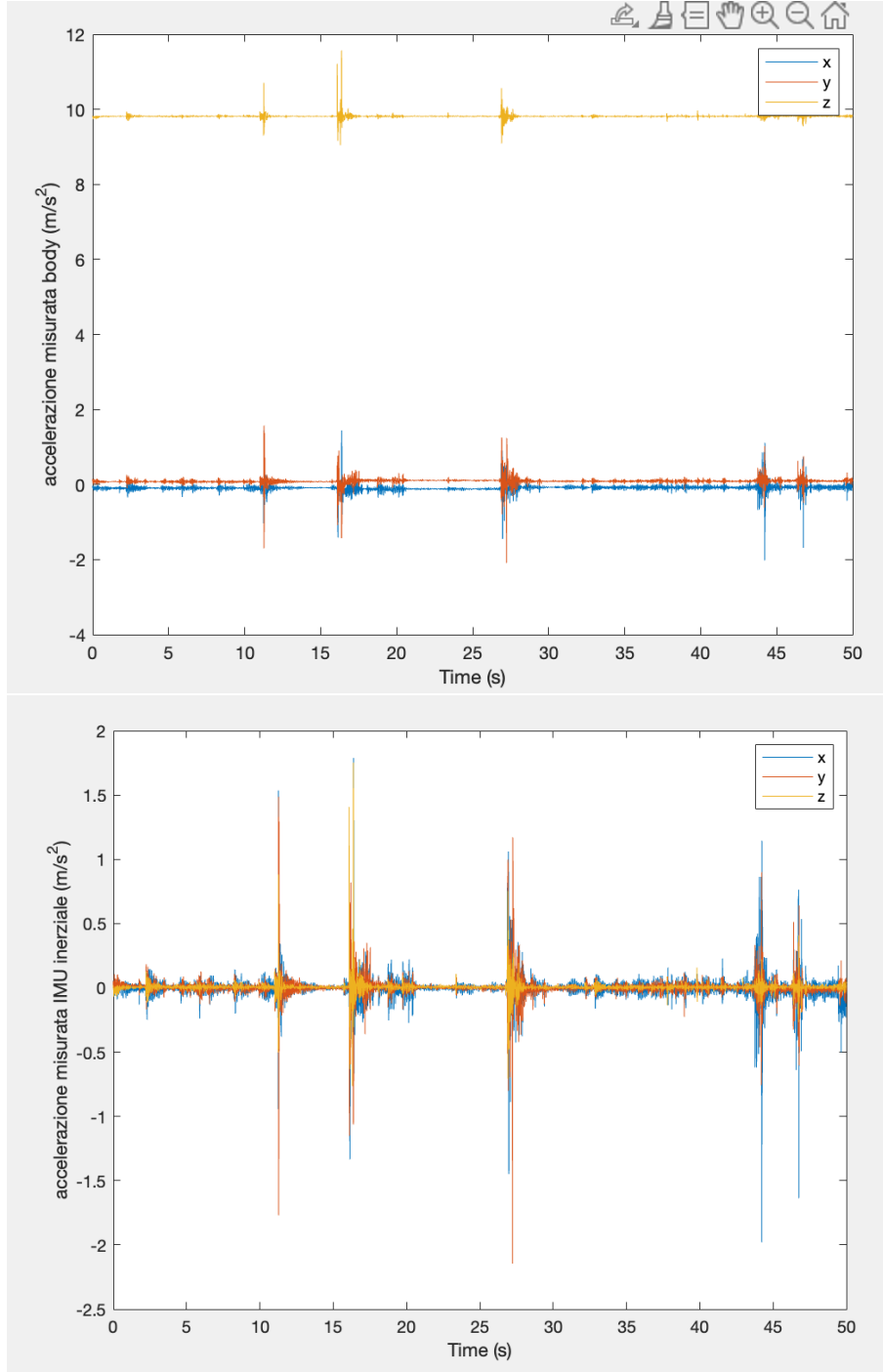
Si può osservare come, oltre alla variazione dell'angolo attorno all'asse y, si verifichino leggere variazioni anche negli angoli rispetto agli assi x e z. Accade che per poter garantire una rotazione di 20 gradi attorno all'asse y, la piattaforma deve inclinarsi leggermente anche lungo gli altri due assi.

Tale scostamento angolare non rappresenta un problema, in primo luogo, perché l'entità della variazione è molto ridotta; in secondo luogo, perché conferma ulteriormente la precisione della misura fornita dall'unità inerziale, dimostrando la sua capacità di rilevare anche minime deviazioni.

Secondo test concluso positivamente, anche in questo caso è stato possibile riscontrare una congruenza tra i dati e la realtà, constatando anche come l'unità fornisca gli stessi dati quando si ritrova nella stessa posizione in due intervalli di tempo distinti.

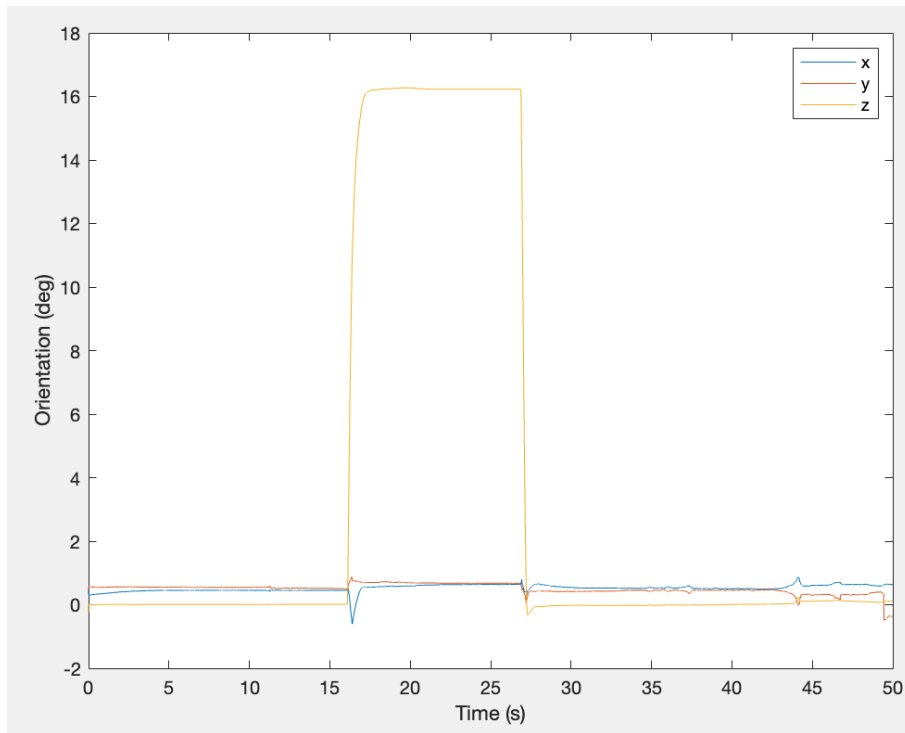
4.3 Test 3

Il Test 3 consiste nel ruotare l'unità attorno al suo asse z, in questo caso dovremmo notare una invarianza nelle accelerazioni misurate in body poichè il piano xy non viene modificato durante questo tipo di rotazione.



Nei due grafici vengono rappresentate, le accelerazioni misurate nel sistema di riferimento body e le accelerazioni inerziali. Come accennato in precedenza, si può osservare l'assenza di variazioni significative nelle accelerazioni, sia in quelle inerziali, come previsto, sia in quelle misurate nel sistema body.

Questo accade poichè, l'accelerazione gravitazionale rimane parallela all'asse z, senza proiettarsi sugli altri assi. Di conseguenza, le sue componenti non vengono distribuite tra gli assi x e y, determinando una stabilità nei valori registrati.

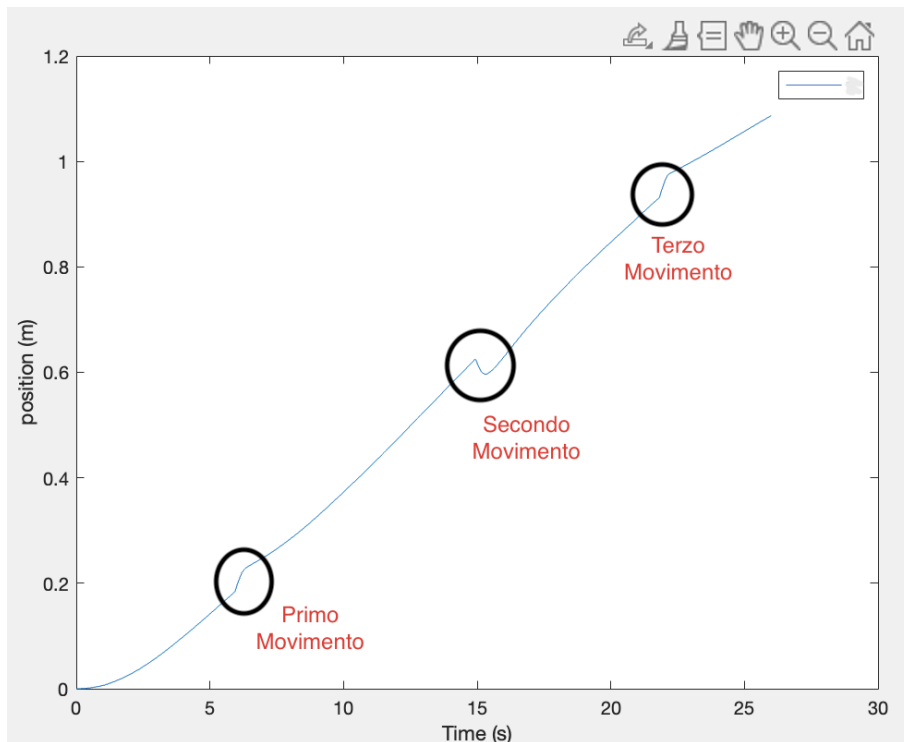


Nel terzo grafico si è constatato la congrua variazione dell'asse z per l'unità

4.4 Test 4

Nel Test 4, è stato effettuato un primo tentativo di calcolo della traiettoria. Dopo aver posizionato l'unità sulla piattaforma, è stata posizionata lungo l'asse y, prima in un verso e poi nell'altro. Successivamente, sono stati integrati i dati ottenuti e verificati i risultati per valutare la loro coerenza con la realtà.

Questo test ha rappresentato un passaggio fondamentale per comprendere il comportamento del sistema e valutare l'accuratezza della ricostruzione della traiettoria, permettendo di individuare eventuali errori e affinare il metodo di analisi.



Nel grafico è rappresentata la variazione della posizione lungo l'asse y nel tempo. Come è possibile evincere, questa posizione è soggetta a errori dovuti al bias della piattaforma inerziale.

Tuttavia, il grafico fornisce informazioni significative, permettendo di distinguere chiaramente i tre movimenti effettuati dalla piattaforma.

Nel primo movimento, la piattaforma avanza, si osserva una variazione istantanea della posizione dovuta allo spostamento. Successivamente, nel secondo movimento, la piattaforma torna verso il punto iniziale, superandolo leggermente verso il basso. Infine, nel terzo movimento, ritorna nuovamente alla posizione di partenza.

Si nota come il bias introduca un andamento quasi lineare nella posizione lungo y , influenzando la precisione della traiettoria. Tuttavia, adottando opportune misure per compensare questo effetto, è possibile ottenere una ricostruzione accurata della traiettoria percorsa.

5 Razzo ad acqua

In questo studio il razzo ad acqua utilizzato rappresenta un semplice ma efficace esempio di sistema propulsivo basato sull'espulsione di un fluido per generare spinta. Grazie alla sua progettazione, consente di studiare in modo pratico e sperimentale i principi della dinamica del volo e della propulsione a reazione. Sebbene il suo funzionamento si basi su concetti elementari, la sua realizzazione richiede un'attenta progettazione per garantire stabilità e prestazioni ottimali durante il lancio e il volo.

La struttura del razzo è costituita da una bottiglia di plastica da 1,5 litri, che svolge un doppio ruolo: da un lato funge da serbatoio per l'acqua, il fluido espulso genera la spinta, e dall'altro costituisce la camera di pressione, all'interno della quale viene immagazzinata l'aria compressa necessaria per il lancio. L'aria viene introdotta attraverso una pompa manuale dotata di manometro, che consente di monitorare con precisione la pressione interna e di impostare con accuratezza le condizioni iniziali del volo. Questo aspetto è fondamentale, poiché la quantità di pressione immagazzinata influenza direttamente la velocità di espulsione dell'acqua e, di conseguenza, la traiettoria e l'altitudine massima raggiunta dal razzo.

Per garantire un lancio stabile e sicuro, il razzo è stato posizionato su una piattaforma di lancio appositamente progettata. La bottiglia è stata incastrata in maniera ergonomica all'interno di un sistema che permette non solo di far passare l'aria al suo interno, ma anche di trattenerla in modo sicuro fino al momento del rilascio. Questo meccanismo è stato realizzato in modo tale da assicurare una tenuta efficace della pressione, evitando perdite che potrebbero compromettere la spinta. Il rilascio dell'aria compressa avviene tramite un pulsante collegato a un filo che agisce meccanicamente sul sistema di sgancio, permettendo di avviare il lancio in modo controllato e sicuro.

Per migliorare la sicurezza e la resistenza agli impatti, la parte anteriore del razzo è dotata di un'ogiva realizzata in gomma piuma. Questo elemento è stato progettato appositamente per attutire l'impatto con il suolo e ridurre i danni strutturali durante l'atterraggio, prolungando così la vita utile del razzo e permettendo di eseguire più lanci. Alla base della bottiglia, è stato installato un ugello costruito in modo da incastrarsi perfettamente al posto del tappo originale. Questo componente è essenziale per garantire il rilascio controllato dell'acqua e dell'aria compressa, regolando così la spinta e assicurando un'uscita del fluido in maniera efficiente.

Un aspetto cruciale per il buon funzionamento del razzo è la stabilità in volo. Per questo motivo, sono state aggiunte delle alette stabilizzatrici nella parte posteriore della struttura. Queste hanno il compito di ridurre al minimo eventuali deviazioni dalla traiettoria desiderata e di garantire che il razzo mantenga sempre la stessa direzione della velocità durante il volo. La loro presenza è fondamentale per evitare rotazioni incontrollate o variazioni impreviste nella traiettoria, che potrebbero compromettere la precisione delle misurazioni e la sicurezza del lancio.



Foto del razzo utilizzato

Grazie a questa configurazione, il razzo ad acqua utilizzato rappresenta un modello bilanciato ed efficace, in grado di offrire un'ottima combinazione di semplicità costruttiva e funzionalità aerodinamica. La sua progettazione ha tenuto conto di diversi fattori chiave, permettendo di realizzare un sistema affidabile per lo studio sperimentale della dinamica del volo e della propulsione.

5.1 Test con il razzo ad acqua

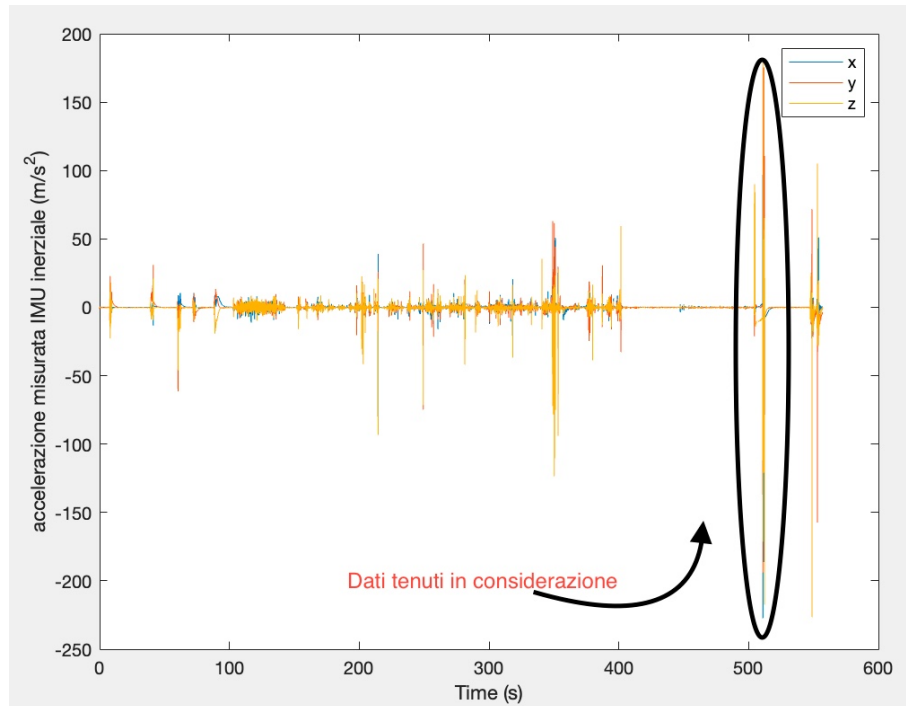
Per validare il modello di ricostruzione della traiettoria e verificare l'affidabilità del codice sviluppato, sono stati condotti diversi test sperimentali sul razzo ad acqua. In quest'analisi, il razzo è stato lanciato seguendo una traiettoria rettilinea, riducendo così la complessità delle forze in gioco e semplificando l'interpretazione dei dati raccolti. Questa scelta ha permesso di garantire una prima validazione del metodo di ricostruzione, evitando complicazioni dovute a traiettorie paraboliche o a disturbi aerodinamici significativi. L'obiettivo principale di questi test è stato quello di confrontare la traiettoria reale del razzo con quella ricostruita dal codice, valutando la precisione del modello e individuando eventuali discrepanze dovute a errori di misura o a imprecisioni nel trattamento dei dati.

Affinché i risultati fossero quanto più affidabili e rappresentativi del moto effettivo del razzo, è stato necessario un attento filtraggio dei dati acquisiti dall'unità inerziale. Durante ogni test, i sensori hanno registrato informazioni per tutta la durata dell'esperimento, comprese le fasi precedenti e successive al lancio, che però non erano utili per la ricostruzione della traiettoria. Questi dati, se non fossero gestiti in maniera opportuna, avrebbero potuto introdurre errori significativi nel modello, compromettendo la precisione della ricostruzione. Per questo motivo, è stata effettuata una scrematura delle informazioni, selezionando esclusivamente quelle relative alla fase di volo del razzo e scartando le misurazioni irrilevanti o potenzialmente fuorvianti.

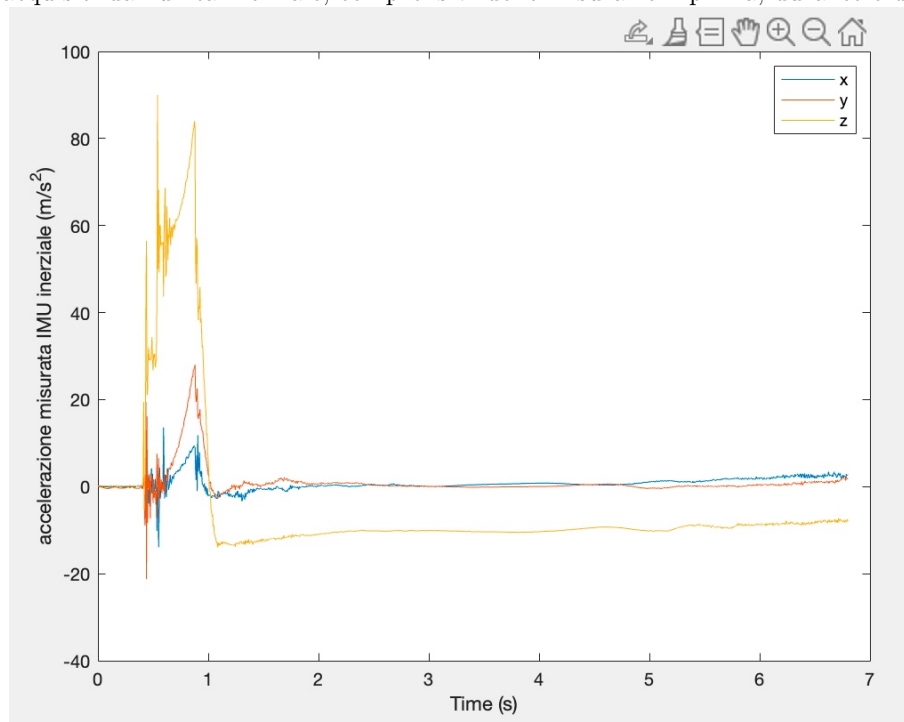
L'analisi dei dati filtrati ha permesso di ottenere una rappresentazione più chiara e precisa della traiettoria seguita dal razzo, consentendo un confronto diretto tra i risultati sperimentali e le previsioni teoriche. Questo processo di validazione è stato fondamentale per individuare eventuali margini di miglioramento nel codice di ricostruzione, permettendo di correggere o compensare possibili errori legati alla deriva dei sensori, al rumore nei dati acquisiti o ad altre fonti di imprecisione. I test hanno quindi rappresentato una fase cruciale dello studio, fornendo indicazioni utili per ottimizzare il metodo di analisi e migliorare l'affidabilità delle misure ottenute.

5.2 Dati raccolti

Per comprendere meglio il processo di analisi dei dati, vengono riportate due immagini che illustrano la differenza tra i dati grezzi acquisiti dall'unità inerziale e quelli filtrati per la ricostruzione della traiettoria. La prima immagine mostra l'insieme completo delle misurazioni raccolte, che includono anche dati registrati prima e dopo il lancio. La seconda immagine, invece, rappresenta i dati estrapolati relativi esclusivamente alla fase di volo del razzo, ottenuti attraverso un processo di scrematura volto a rimuovere informazioni non pertinenti e ridurre il rischio di errori nell'analisi.



Dati grezzi acquisiti dall'unità inerziale, comprensivi delle misurazioni prima, durante e dopo il



lancio.

Dati filtrati, che mostrano esclusivamente la fase di volo del razzo, eliminando le misurazioni non pertinenti.

Osservando le immagini, si nota come i dati grezzi (Figura 1) contengano informazioni relative a tutto l'intervallo temporale in cui l'unità inerziale è stata attiva, includendo misurazioni registrate prima del lancio, durante il volo e dopo l'atterraggio. Tuttavia, per ricostruire correttamente la

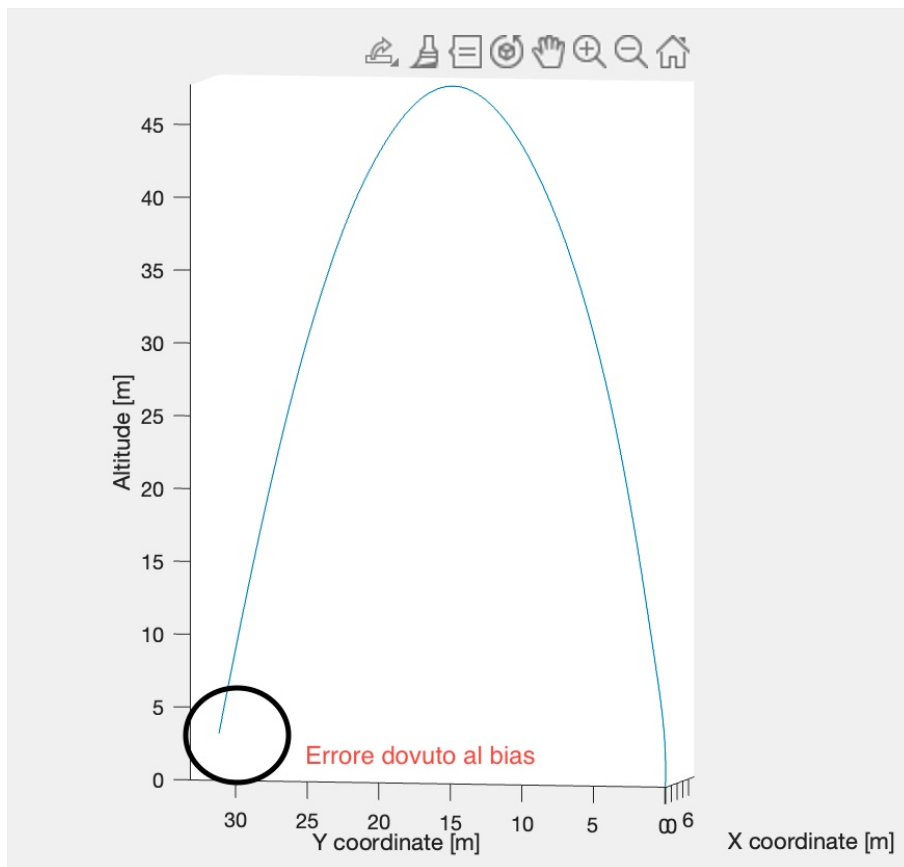
traiettoria del razzo, è stato necessario selezionare solo la fase di volo, come evidenziato nella Figura 2.

L'andamento dei dati estrapolati riflette perfettamente le fasi tipiche dell'accelerazione di un razzo ad acqua. Inizialmente, si osserva un rapido incremento dell'accelerazione nel momento in cui il razzo viene rilasciato e l'acqua viene espulsa dall'ugello, generando la spinta. Questa fase è seguita da una graduale diminuzione dell'accelerazione man mano che il razzo esaurisce la spinta propulsiva e inizia a salire per inerzia. Successivamente, si verifica una breve fase di accelerazione negativa dovuta alla decelerazione causata dalla resistenza dell'aria e dalla forza di gravità, che porta infine il razzo al punto di apogeo. Da qui in poi, il moto diventa prevalentemente di caduta libera, con un aumento dell'accelerazione verso il basso fino all'impatto con il suolo.

Il filtraggio dei dati ha dunque permesso di isolare con precisione queste fasi, garantendo una migliore interpretazione della traiettoria effettiva seguita dal razzo e validando l'efficacia del codice di ricostruzione sviluppato.

5.3 Traiettoria ricostruita

Dopo aver selezionato e filtrato i dati relativi alla fase di volo del razzo, si è passati all'elaborazione attraverso il codice sviluppato per la ricostruzione della traiettoria. La terza immagine mostra il risultato di questa elaborazione, rappresentando la traiettoria del razzo in uno spazio tridimensionale. Questo passaggio è fondamentale per visualizzare il percorso effettivo seguito dal razzo e confrontarlo con le previsioni teoriche.



Traiettoria 3D ricostruita a partire dai dati filtrati tramite il codice di elaborazione.

Analizzando la traiettoria ricostruita, si nota come essa segua l'andamento atteso di un lancio balistico, con una fase iniziale di forte accelerazione dovuta alla spinta dell'acqua, seguita da una fase ascendente che culmina nell'apogeo e infine nella fase discendente. Tuttavia, osservando attentamente il grafico, è evidente la presenza di una discontinuità nella traiettoria, che indica la mancanza di una porzione di dati.

Questa perdita di informazioni è attribuibile all'errore di bias presente nei dati raccolti dall'unità inerziale. Il bias introduce una deriva nei valori di accelerazione e velocità integrati per ottenere la traiettoria, portando a un'inaccuratezza progressiva nella ricostruzione del percorso. Per ottenere un risultato più accurato e coerente con la realtà fisica del lancio, sarà quindi necessario applicare delle correzioni al modello, come verrà discusso nel capitolo successivo.

6 Bias

6.1 Introduzione al Bias delle Unità Inerziali

Le unità inerziali, composte principalmente da accelerometri e giroscopi, sono strumenti fondamentali per la misura del moto di un corpo, poiché permettono di acquisire dati relativi all'accelerazione e alla velocità angolare lungo i tre assi principali. Tuttavia, a causa di imperfezioni nei sensori, errori elettronici, variazioni termiche e altri fattori ambientali, i dati acquisiti non sono mai perfettamente accurati. Tra gli errori più significativi che influenzano le misurazioni troviamo il bias, un valore di offset sistematico che si sovrappone ai dati reali e che, se non corretto, può portare a deviazioni significative. Questo errore è particolarmente critico nei sistemi inerziali, poiché le accelerazioni registrate vengono integrate per ottenere velocità e posizione, il che amplifica nel tempo qualsiasi errore iniziale.

Se il bias non viene opportunamente gestito, anche una piccola deviazione nelle misure di accelerazione può portare, dopo l'integrazione, a errori considerevoli nella ricostruzione della traiettoria. In applicazioni come lo studio del moto di un razzo ad acqua, dove l'accuratezza della traiettoria è fondamentale, è quindi essenziale sviluppare una strategia efficace per identificare e correggere questo errore prima dell'analisi effettiva dei dati.

6.2 Il Bias Run-to-Run della Nostra Unità Inerziale

Nel caso specifico della nostra unità inerziale, il bias non è costante nel tempo, ma varia ogni volta che il sistema viene acceso. Questo tipo di errore, noto come bias run-to-run, è particolarmente problematico poiché non può essere corretto con un'unica calibrazione fissa: ogni nuovo utilizzo dell'unità richiede una nuova stima del bias. Il valore dell'offset cambia a ogni avvio del dispositivo a causa di variazioni nei componenti elettronici, temperature diverse e fluttuazioni nella risposta dei sensori.

Questa variabilità impone la necessità di una procedura di calibrazione ripetibile e affidabile per ottenere una stima accurata del bias prima di ogni test. Senza un'adeguata correzione, i dati raccolti dall'unità inerziale sarebbero affetti da errori progressivi che comprometterebbero la ricostruzione della traiettoria.

6.3 La Manovra di Flip per la Stima del Bias

Per determinare il bias iniziale e correggerlo, è stata sviluppata una procedura denominata flip, che permette di stimare l'offset del sensore attraverso un metodo semplice ma efficace. Il principio di base di questa manovra è quello di posizionare l'unità inerziale in configurazioni ben definite, in cui l'unica accelerazione presente dovrebbe essere quella della gravità terrestre. Misurando i valori registrati dal sensore e confrontandoli con quelli attesi, è possibile stimare l'errore di bias e correggerlo in modo preciso.

La procedura si articola nei seguenti passaggi:

1. Misura lungo i tre assi positivi: l'unità inerziale viene posizionata in modo tale che ciascuno dei tre assi principali (X, Y, Z) punti successivamente verso l'alto. In queste configurazioni, il sensore dovrebbe registrare un'accelerazione di $+1g$ lungo l'asse orientato in verticale e $0g$ sugli altri due assi.

2. Misura lungo i tre assi negativi: la stessa operazione viene ripetuta posizionando i tre assi in direzione opposta, in modo che l'unità rilevi $-1g$ lungo l'asse verticale e $0g$ sugli altri due assi.

3. Campionamento dei dati: per ogni configurazione, vengono acquisiti più campioni di dati in un breve intervallo di tempo. Questa operazione serve a ridurre il rumore nei dati e a ottenere una stima più stabile e affidabile del bias.

4. Confronto con i valori attesi: per ciascun asse, il valore registrato dal sensore viene confrontato con quello teorico. Poiché idealmente il sensore dovrebbe misurare esattamente $\pm 1g$ lungo l'asse verticale e $0g$ sugli altri due assi, qualsiasi deviazione da questi valori rappresenta un errore sistematico dovuto al bias del sensore.

7. Calcolo della media: per ottenere una stima più accurata, i valori di bias calcolati per ciascuna orientazione vengono mediati, riducendo l'effetto di eventuali fluttuazioni casuali nelle misure.

6. Compensazione del bias nei dati di volo: una volta ottenuto il valore di bias per ogni asse, questo viene sottratto dalle misure registrate durante il volo del razzo. Questo passaggio permette di correggere l'errore iniziale e di migliorare significativamente la precisione della traiettoria ricostruita.

L'implementazione della manovra di flip e la successiva correzione del bias rappresentano un passaggio cruciale per garantire l'affidabilità dei dati acquisiti. Come osservato nella ricostruzione della traiettoria 3D prima della correzione, la presenza del bias porta a una distorsione evidente, con una perdita di dati in alcuni segmenti del percorso. Se questo errore non venisse corretto, il modello di ricostruzione della traiettoria non sarebbe in grado di fornire risultati coerenti con la realtà fisica del moto del razzo.

La compensazione del bias permette di ottenere una rappresentazione più accurata della traiettoria e di migliorare il confronto tra i dati sperimentali e le previsioni teoriche. Nel capitolo successivo, verranno analizzati i risultati ottenuti dopo la correzione del bias, evidenziando i miglioramenti nella precisione della ricostruzione e valutando l'impatto di questa correzione sulla qualità complessiva dell'analisi.

7 Codice per la calibrazione del bias

```
1 %% raccolta dei dati
2 data1=data(150:1501,:); %corrisponde a [0,0,g]
3 data2=data(1989:7669,:); %corrisponde a [0,0,-g]
4 data3=data(8343:11794,:); %corrisponde a [0,-g,0]
5 data4=data(12610:14291,:); %corrisponde a [0,g,0]
6 data5=data(14912:17542,:); %corrisponde a [g,0,0]
7 data6=data(18176:20504,:); %corrisponde a [-g,0,0]
8 a_m_b=data(:,1:3)*9.81;
9 n=length(data);
10 n1=length(data1);
11 n2=length(data2);
12 n3=length(data3);
13 n4=length(data4);
14 n5=length(data5);
15 n6=length(data6);
16 a_m_b1=data1(:,1:3)*9.81; % accelerazioni body (m/s^2)
17 a_m_b2=data2(:,1:3)*9.81;
18 a_m_b3=data3(:,1:3)*9.81; % accelerazioni body (m/s^2)
19 a_m_b4=data4(:,1:3)*9.81;
20 a_m_b5=data5(:,1:3)*9.81; % accelerazioni body (m/s^2)
21 a_m_b6=data6(:,1:3)*9.81;
22 %% creazione dei dati aspettati
23 g_force1=zeros(size(a_m_b1));
24 for i=1:n1
25     g_force1(i,:)=[0,0,9.81];
26 end
27 g_force2=zeros(size(a_m_b2));
28 for i=1:n2
29     g_force2(i,:)=[0,0,-9.81];
30 end
31 g_force3=zeros(size(a_m_b3));
32 for i=1:n3
33     g_force3(i,:)=[0,-9.81,0];
34 end
35 g_force4=zeros(size(a_m_b4));
36 for i=1:n4
37     g_force4(i,:)=[0,9.81,0];
38 end
39 g_force5=zeros(size(a_m_b5));
40 for i=1:n5
41     g_force5(i,:)=[9.81,0,0];
42 end
43 g_force6=zeros(size(a_m_b6));
44 for i=1:n6
45     g_force6(i,:)=[-9.81,0,0];
46 end
47
48 %% sottrazione dei dati reali e quelli aspettati
49 a_m_b_mesasured_total=[a_m_b1;a_m_b2;a_m_b3;a_m_b4;a_m_b5;a_m_b6];
50 a_m_b_real=[g_force1;g_force2;g_force3;g_force4;g_force5;g_force6];
51 %% media per ricavarmi il bias
52 bias=mean(a_m_b_mesasured_total-a_m_b_real,1)
```

Nel presente capitolo, viene descritto il codice sviluppato per la calibrazione dell'unità inerziale e la stima del bias associato alle misurazioni effettuate durante la manovra di flip. Questo codice è stato scritto per analizzare i dati raccolti dall'unità inerziale, correggere gli errori sistematici introdotti dal sensore e stimare il bias, che rappresenta un errore costante che si manifesta ad ogni accensione dell'unità. Il processo di calibrazione descritto in questo capitolo include la selezione dei dati pertinenti, la loro conversione in unità di misura fisicamente significative, il calcolo delle

forze gravitazionali attese, e infine la stima del bias per ciascun asse del sensore. Ogni sezione del codice svolge una funzione specifica nel trattamento dei dati per garantire misurazioni accurate e affidabili. Di seguito viene descritta, passo dopo passo, la struttura e il funzionamento di ciascun segmento del codice.

7.1 Inizializzazione e Caricamento dei Dati

Il codice inizia con l'inizializzazione dell'ambiente di lavoro e il caricamento dei dati provenienti dal file "WIT00117-new.txt". L'uso dei comandi `clc`, `clear` e `close` assicura che la finestra dei comandi sia pulita, che tutte le variabili precedenti siano rimosse dalla memoria e che le eventuali figure aperte vengano chiuse. Successivamente, il codice utilizza la funzione `read-txt-witmotion` per leggere il contenuto del file di dati e memorizzarli in una matrice denominata `data`. Il numero di righe di questa matrice (ovvero il numero di misurazioni) viene determinato e memorizzato nella variabile `n`.

7.2 Selezione dei Dati di Flip

Dopo la lettura dei dati, il codice seleziona specifici segmenti relativi alla manovra di flip. La manovra di flip consiste nel posizionare l'unità inerziale in sei orientamenti distinti per misurare la gravità lungo ciascun asse. Ogni orientamento è rappresentato da una sezione di dati che corrisponde a una specifica direzione della gravità. Questi segmenti vengono estratti dal dataset principale, e la selezione è effettuata in modo da ottenere i dati relativi ai seguenti orientamenti:

- 1.Z positivo
- 2.Z negativo
- 3.Y positivo
- 4.Y negativo
- 5,X positivo
- 6.X negativo

Questa suddivisione dei dati permette di analizzare la risposta del sensore a diverse direzioni di accelerazione gravitazionale.

7.3 Conversione delle Accelerazioni in m/s^2

I dati raccolti dall'unità inerziale sono espressi in termini di gravità (g). Per rendere i dati più facilmente interpretabili, il codice converte le misure di accelerazione da g a m/s^2 . Questo passaggio è essenziale per l'analisi fisica dei dati, poiché rende le misurazioni compatibili con le unità di misura standard del sistema internazionale.

7.4 Creazione delle Forze Gravitazionali Attese

In questa fase, il codice calcola i valori teorici delle forze gravitazionali che ci si aspetta di misurare in base all'orientamento dell'unità durante la manovra di flip. Ogni orientamento implica una direzione specifica della gravità. Il codice crea sei vettori che rappresentano la forza gravitazionale attesa per ciascun orientamento, con un valore di 9.81 (metri al secondo quadrato) lungo l'asse verso il basso e zero lungo gli altri assi. Questo passaggio è cruciale per confrontare le misurazioni reali con i valori attesi e identificare le discrepanze dovute al bias.

7.5 Calcolo del Bias

Il codice calcola il bias del sensore, rappresenta la deviazione sistematica tra i dati misurati e quelli teorici. Il processo prevede il confronto tra i valori misurati di accelerazione (calcolati nei passi precedenti) e le forze gravitazionali teoriche per ciascun orientamento. La differenza tra i dati misurati e quelli attesi viene calcolata e successivamente mediata su tutte le misurazioni per ciascun asse. Questa media restituisce il valore del bias per ogni asse (X , Y , Z). Il bias è un errore sistematico che influisce su tutte le misurazioni raccolte dal sensore, ed è importante stimarlo accuratamente per correggere le misure future.

7.6 Compilazione dei Dati Complessivi

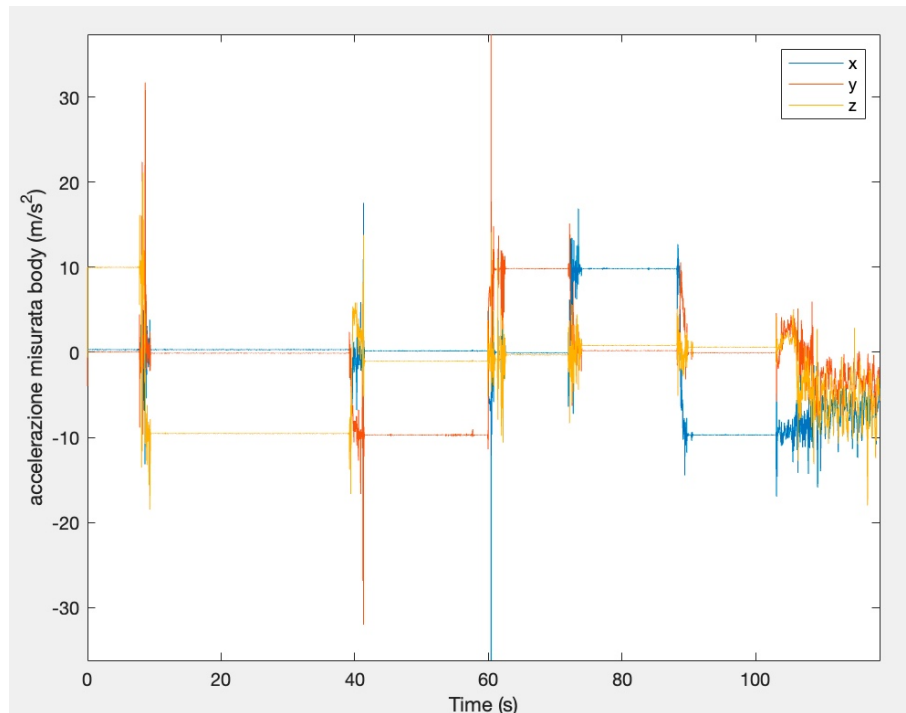
Il codice successivamente compone tutti i dati misurati (accelerazioni in m/s^2) raccolti durante la manovra di flip in una matrice unica, chiamata `a-m-b-mesaured-total`. Questa matrice contiene tutte le accelerazioni misurate lungo i sei orientamenti. Parallelamente, viene compilata una

matrice separata, a-m-b-real, contenente le forze gravitazionali teoriche per ciascun orientamento. Questi dati composti sono fondamentali per calcolare e correggere il bias, e per ottenere misurazioni più accurate nelle fasi successive del processo.

7.7 Stima e Correzione del Bias

Infine, il codice utilizza i valori di bias calcolati in precedenza per correggere le misurazioni. La correzione avviene sottraendo il bias stimato dai dati misurati, rendendo così i dati più precisi e affidabili. Il bias corretto viene utilizzato per migliorare la qualità delle misurazioni e ridurre l'influenza degli errori sistematici nelle fasi successive dell'analisi della traiettoria del razzo ad acqua.

L'immagine che segue mostra i dati raccolti durante la manovra di flip. In questa visualizzazione, si può osservare come i valori misurati si discostino dai valori teorici attesi a causa del bias presente nei sensori. La differenza tra i dati reali e quelli attesi viene successivamente utilizzata per stimare il bias e correggere i risultati.

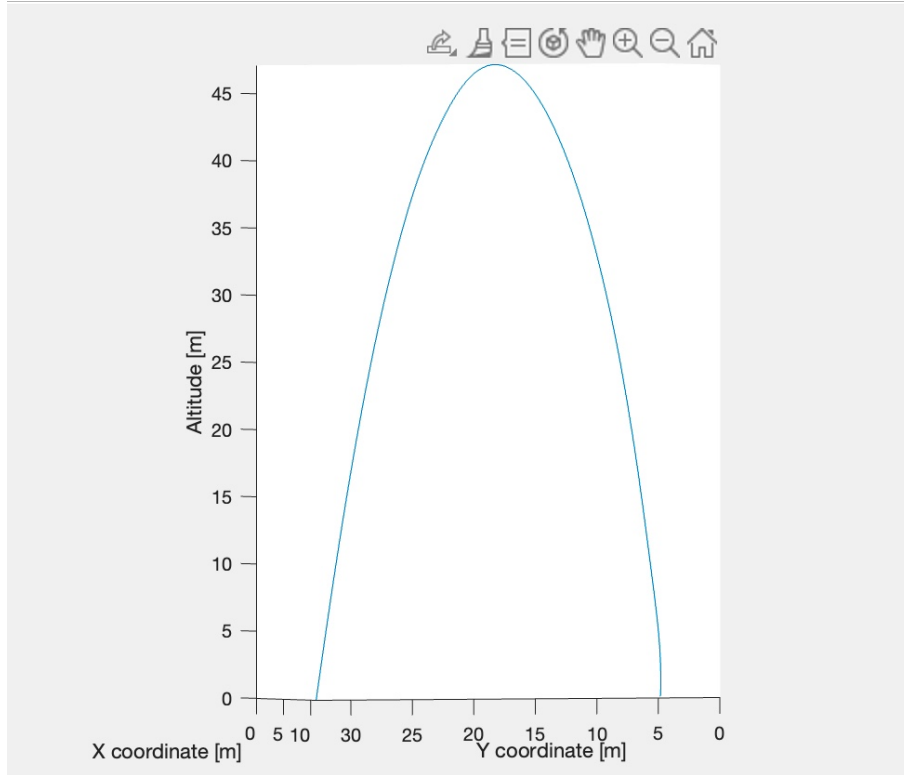


Dati raccolti durante la manovra di flip, confrontati con i valori teorici attesi lungo i tre assi.

7.8 Traiettoria corretta

Dopo aver stimato il bias dell'unità inerziale attraverso la manovra di flip, è stato necessario applicare questa correzione al codice di ricostruzione della traiettoria. Il bias è stato sottratto direttamente dalle accelerazioni misurate nel sistema di riferimento del corpo (body frame), migliorando così l'accuratezza delle misurazioni e riducendo l'errore sistematico presente nelle stime precedenti.

L'obiettivo di questa fase è quello di verificare come l'introduzione del bias influenzi la ricostruzione della traiettoria del razzo ad acqua. In particolare, il confronto tra la traiettoria prima e dopo la correzione permette di evidenziare l'efficacia del processo di calibrazione del sensore.



Traiettoria ricostruita dopo l'introduzione della correzione del bias, con un atterraggio più realistico rispetto alla traiettoria non corretta.

Dall'analisi dei risultati emerge che, prima dell'introduzione della correzione, la traiettoria ricostruita non intersecava il terreno in maniera realistica. Questo errore era dovuto alla presenza del bias nelle misurazioni delle accelerazioni, che introduceva una deviazione sistematica nella stima della velocità e della posizione del razzo. Di conseguenza, la traiettoria risultava affetta da un errore che portava a una stima errata della quota e del punto di impatto.

Dopo aver introdotto il bias nel codice di calcolo della traiettoria, si osserva che il profilo del volo diventa più coerente con le condizioni fisiche reali. In particolare, la traiettoria aggiornata mostra un comportamento più accurato nella fase di discesa, arrivando correttamente a toccare il terreno. Questo conferma come l'errore introdotto dal bias ha un impatto significativo sulla precisione della stima della traiettoria e che la sua correzione è fondamentale per ottenere risultati affidabili.

Di seguito viene riportata un'immagine che mostra la traiettoria ricostruita dopo l'introduzione del bias, mettendo in evidenza la differenza rispetto alla traiettoria originale.

8 Simulazione del razzo ad acqua

Per validare ulteriormente i risultati ottenuti dalla ricostruzione della traiettoria del razzo ad acqua, è stata introdotta una simulazione esterna che consente un confronto diretto tra i dati reali e quelli teorici. Questa simulazione è stata sviluppata in collaborazione con il collega Carlo Gargiulo basata su un modello fisico che descrive il comportamento del razzo durante il volo.

La simulazione considera l'espansione isoentropica del gas all'interno della bottiglia, ipotizzando che l'aria compressa, responsabile della propulsione, segua le leggi della termodinamica per un gas ideale. Inoltre, le equazioni utilizzate per descrivere la cinematica e la dinamica del razzo sono quelle citate in un testo scientifico di riferimento, garantendo così un modello fisico rigoroso e affidabile[1].

Questa simulazione esterna sarà utilizzata nei capitoli successivi per confrontare i risultati sperimentali con quelli teorici, permettendo di valutare l'accuratezza della ricostruzione della traiettoria e di individuare eventuali discrepanze dovute a fattori non considerati nel modello.

8.1 Determinazione del Coefficiente di Resistenza Aerodinamica (C_D)

Per procedere con la simulazione, è stato necessario determinare un coefficiente di resistenza aerodinamica C_d che potesse essere implementato nel modello. Il coefficiente di resistenza è un parametro fondamentale per descrivere l'effetto della forza aerodinamica che agisce sul razzo durante il volo, influenzandone la velocità e la traiettoria.

Poiché il valore di C_d dipende dalla forma del razzo, dal regime di flusso e da altri fattori aerodinamici, è stato necessario sviluppare un modello che fosse il più possibile rappresentativo della realtà. Tuttavia, per garantire che il valore stimato fosse accurato e congruo con le condizioni reali del volo del razzo, si è resa necessaria una validazione sperimentale.

Questa validazione è stata condotta attraverso un'analisi sperimentale da me effettuata, che verrà descritta nel capitolo successivo. Lo scopo di questo processo è stato quello di ottenere un valore di C_d che, una volta implementato nella simulazione, permettesse di riprodurre fedelmente il comportamento reale del razzo ad acqua.

Per determinare accuratamente il coefficiente di resistenza aerodinamica (C_d) del razzo ad acqua, è stato progettato un esperimento basato sulla caduta libera che sfrutta le caratteristiche dei sensori inerziali MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems). Questi sensori operano secondo il principio di un sistema massa-molla: quando l'unità è ferma, la massa interna è soggetta alla forza di gravità, che agisce su di essa deformando la molla. Questa deformazione consente al sensore di rilevare l'accelerazione gravitazionale, che in condizioni di riposo è costante e corrisponde all'accelerazione dovuta alla gravità terrestre, pari a circa 9.81 m/s^2 . Tuttavia, durante la fase di caduta libera, sia la massa interna del sensore che la sua struttura esterna vengono accelerate dalla gravità allo stesso modo. Di conseguenza, il sensore non percepisce più l'accelerazione gravitazionale, e la sua misurazione risulta essere quasi nulla, ossia l'accelerazione percepita sarà prossima a zero. Questo fenomeno, che elimina l'effetto della gravità, consente di isolare il profilo di resistenza aerodinamica durante il movimento del razzo.

Quando questo principio viene applicato al razzo ad acqua, durante la caduta libera, i sensori inerziali registrano solo le forze aerodinamiche che agiscono sul razzo, in quanto la gravità non ha più effetto sulle misurazioni. La resistenza aerodinamica (C_D) che si oppone al movimento del razzo è proporzionale alla velocità del razzo stesso, alla densità dell'aria e all'area della sezione trasversale del razzo. La relazione che descrive la resistenza aerodinamica è la seguente:

$$D = 1/2 S v C_d$$

dove:

C_D è il coefficiente di resistenza aerodinamica,

ρ è la densità dell'aria,

S è l'area della sezione trasversale del razzo,

v è la velocità del razzo.

Durante la fase di caduta libera, la resistenza aerodinamica è l'unica forza che si oppone al movimento del razzo, in quanto l'effetto della gravità è annullato. Questo consente di isolare il profilo di resistenza aerodinamica, il quale può essere analizzato in modo più preciso. L'analisi dei dati acquisiti durante la caduta libera permette di tracciare una curva che segue un andamento parabolico, rappresentando la variazione della resistenza in funzione della velocità.

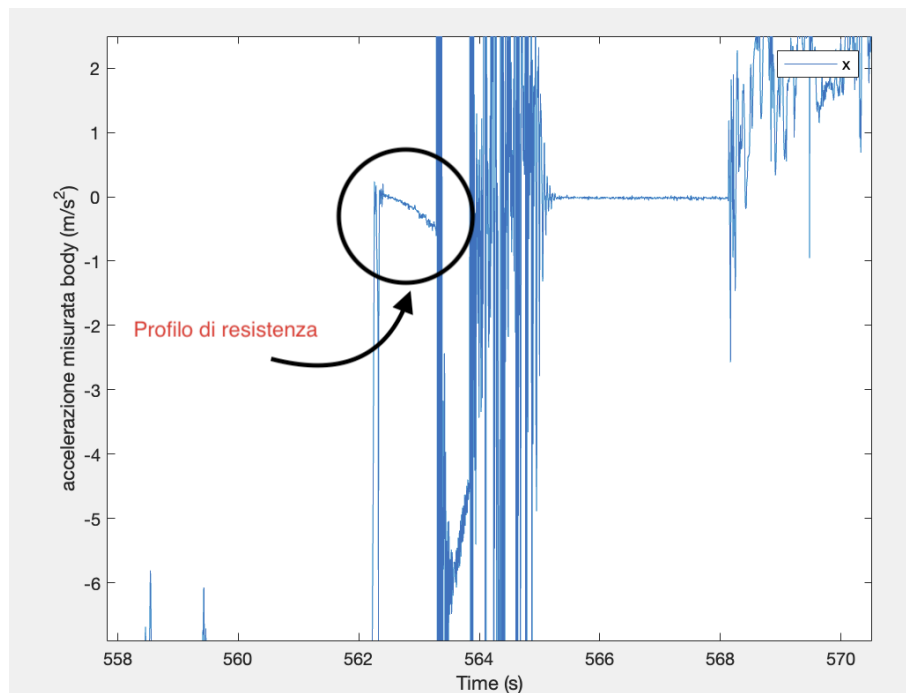
Utilizzando questi dati, è possibile determinare il valore del coefficiente di resistenza aerodinamica C_d . Quest'ultimo è un parametro cruciale per simulare con maggiore precisione il comportamento del razzo durante il volo. Una determinazione accurata di C_d è essenziale per migliorare

le simulazioni numeriche, in quanto consente di prevedere con maggiore affidabilità le prestazioni aerodinamiche del razzo e di ottimizzare il design in funzione delle forze resistenti durante il volo. In sintesi, il processo di isolamento e analisi del profilo di resistenza aerodinamica tramite la caduta libera è fondamentale per ottenere dati realistici e applicabili alla progettazione e simulazione del razzo ad acqua.

8.2 Test per la determinazione del coefficiente di resistenza (C_D)

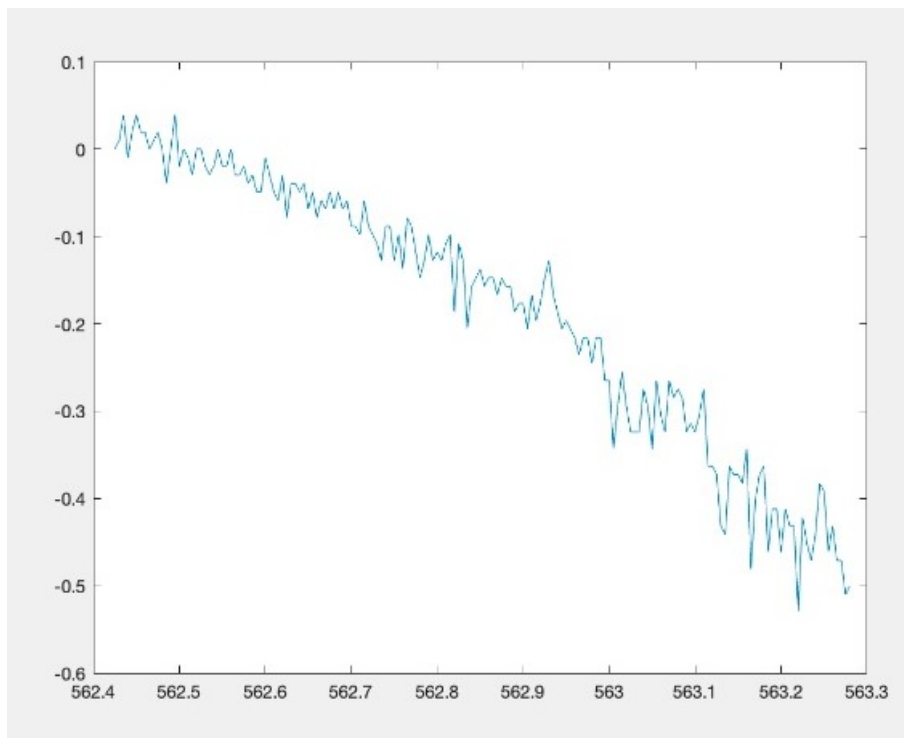
Per spiegare in modo chiaro e dettagliato il passaggio dalla teoria alla pratica, è necessario definire con precisione le condizioni dell'esperimento condotto. Il razzo è stato lanciato dal primo piano del laboratorio senza alcuna propulsione, al fine di replicare fedelmente l'esperimento teorico precedentemente descritto. Scelta fatta per al fine di garantire dei risultati il più possibile in linea con le previsioni teoriche e permettessero un'analisi accurata dei fenomeni fisici coinvolti.

Dopo il lancio, sono stati raccolti e analizzati i dati totali relativi alla traiettoria del razzo. In particolare, ci si è concentrati sui dati forniti dall'unità inerziale, che ha registrato una serie di parametri fondamentali per comprendere il comportamento del razzo in caduta. Questi dati sono stati successivamente scremati, selezionando solo quelli strettamente legati al profilo di resistenza aerodinamica.



Andamento della resistenza rilevato tra i dati

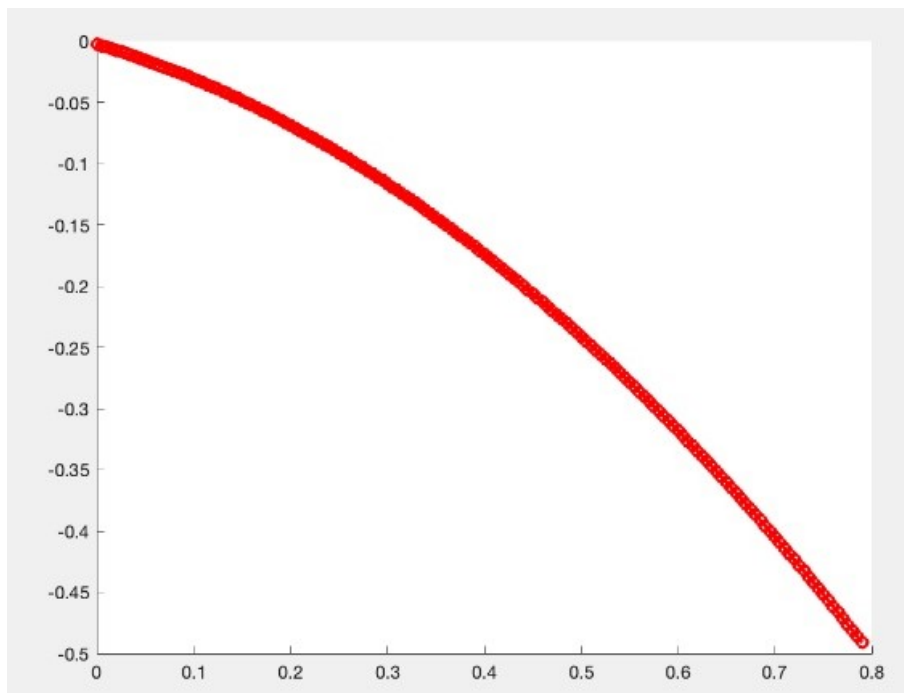
Attraverso questo processo di selezione e analisi, è stato possibile isolare l'andamento della resistenza incontrata dal razzo durante la caduta, fornendo così una base solida per un confronto diretto con i modelli teorici sviluppati in precedenza. L'obiettivo finale è stato quello di verificare la coerenza tra i dati sperimentali e le previsioni teoriche, individuando eventuali discrepanze e comprendendone le possibili cause.



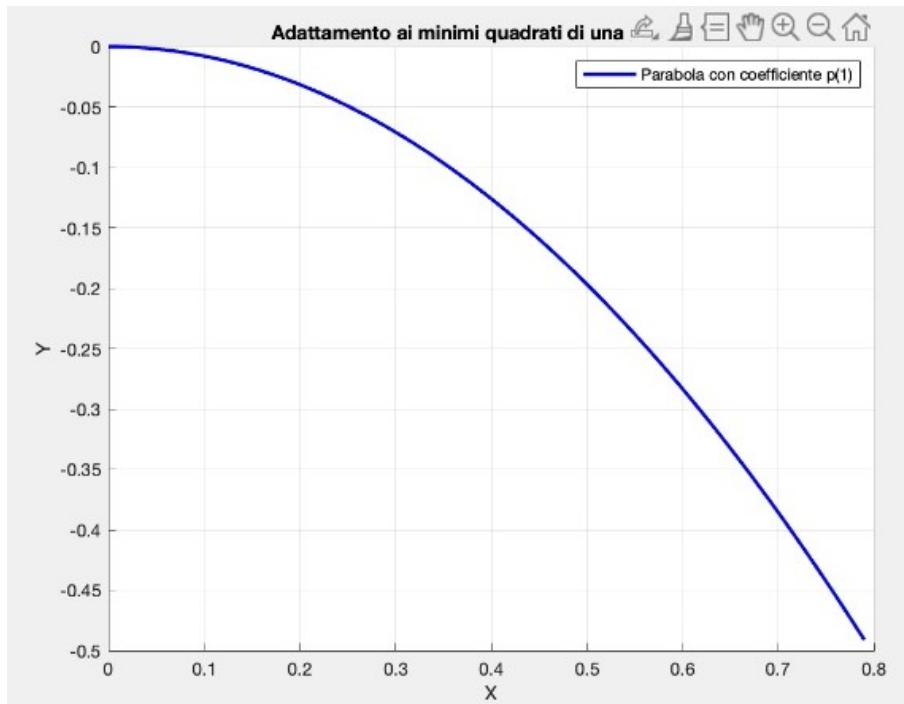
Profilo di resistenza isolato

Questo approccio metodologico ha consentito di condurre un'analisi dettagliata del comportamento del razzo in condizioni controllate, mettendo in luce gli effetti della resistenza aerodinamica e permettendo una migliore comprensione del fenomeno studiato.

Successivamente, è stato sviluppato un programma in MATLAB per analizzare i dati ottenuti e ricostruire una parabola ai minimi quadrati. Tuttavia, la parabola ottenuta non risultava completamente parabolica. Per ovviare a questo problema, è stato implementato un metodo per ottenere un andamento parabolico che si avvicinasse il più possibile alla parabola ai minimi quadrati. Questo ha permesso di estrapolare il coefficiente che viene moltiplicato per il tempo, da cui è stato possibile ricavare il coefficiente di resistenza.



Parabola ai minimi quadrati



Parabola con solo andamento parabolico

Conoscendo l'area trasversale del razzo, la velocità e la densità dell'aria, è stato quindi possibile determinare in modo accurato il coefficiente di resistenza aerodinamica. Il codice MATLAB sviluppato prevede diverse fasi, tra cui la selezione dei dati sperimentali, l'applicazione di un fit polinomiale di secondo grado e la generazione di curve che rappresentano l'andamento della resistenza. Le figure generate dal codice consentono di visualizzare chiaramente l'adattamento ai minimi quadrati e la successiva ricostruzione del comportamento parabolico.

Attraverso questo processo di selezione e analisi, è stato possibile isolare l'andamento della resistenza incontrata dal razzo durante la caduta, fornendo così una base solida per un confronto diretto con i modelli teorici sviluppati in precedenza. L'obiettivo finale è stato quello di verificare la coerenza tra i dati sperimentali e le previsioni teoriche, individuando eventuali discrepanze e comprendendone le possibili cause.

Questo approccio metodologico ha consentito di condurre un'analisi dettagliata del comportamento del razzo in condizioni controllate, mettendo in luce gli effetti della resistenza aerodinamica e permettendo una migliore comprensione del fenomeno studiato.

8.3 Codice utilizzato per il calcolo del C_D

```
1 a_m_b=(WIT00118new(:,1:3));
2 a=(WIT00118new(:,1:1));
3 a_m_b = table2array(a_m_b)*9.81;
4
5 n=size(a);
6 time=zeros(n);
7 for i=1:n-1
8     dt=0.005;
9     time(i+1)=time(i)+dt;
10 end
11 figure
12 plot(time,a_m_b(:,3))
13 ylabel("accelerazione misurata body (m/s^2)")
14 xlabel("Time (s)")
15 legend("x","y","z")
16
17 figure
18 plot(time(112486:112657),a_m_b(112486:112657,3))
19
20 x=time(112498:112657);
21 y=a_m_b(112498:112657,3);
22 x_fine_new1=zeros(size(x));
23 for i=1:159
24     dt=0.005;
25     x_fine_new1(i+1)=x_fine_new1(i)+dt;
26 end
27 p = polyfit(x_fine_new1, y, 2); % Fit di secondo grado (parabola)
28 x_fine = linspace(min(x), max(x), 159); % Crea 100 punti tra min(x)
    ) e max(x)
29 y_fitted = polyval(p, x_fine); % Calcola la parabola con i
    coefficienti trovati
30 %x_fine_new=x_fine-562.485
31 x_fine_new=zeros(size(y_fitted));
32 for i=1:158
33     dt=0.005;
34     x_fine_new(i+1)=x_fine_new(i)+dt;
35 end
36
37 %calcolo del coefficiente per la seconda parabola
38 for i=1:159
39     Z(i)=(p(1))*x_fine_new(i)^2+p(2)*x_fine_new(i)+p(3);
40 end
41
42
43     p2=Z(159)/x_fine_new(159)^2;
44
45
46 for i=1:159
47     Z1(i)=p2*(x_fine_new(i)^2);
48 end
49
50 figure
51 plot(x_fine_new1', y, 'ro', 'MarkerFaceColor', 'r', 'DisplayName',
    'Dati originali'); % Punti sperimentali
52 %hold on;
53
54 %plot(x_fine_new, y_fitted, 'b-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', '
    Parabola ai minimi quadrati'); % Fit della parabola
55 figure
```

```

56 hold on
57 plot(x_fine_new, Z, 'ro-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Parabola
    con coefficiente p(1)');
58 figure
59 hold on
60 plot(x_fine_new, Z1, 'b-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Parabola
    con coefficiente p(1)');
61 hold off;
62 grid on;
63 legend();
64 xlabel('X');
65 ylabel('Y');
66 title('Adattamento ai minimi quadrati di una parabola');
67
68 %estrapolazione del C_d
69
70 C_d=-(2*p2*0.187)/(1.225*0.0071*9.81^2);

```

9 Confronto finale e conclusioni

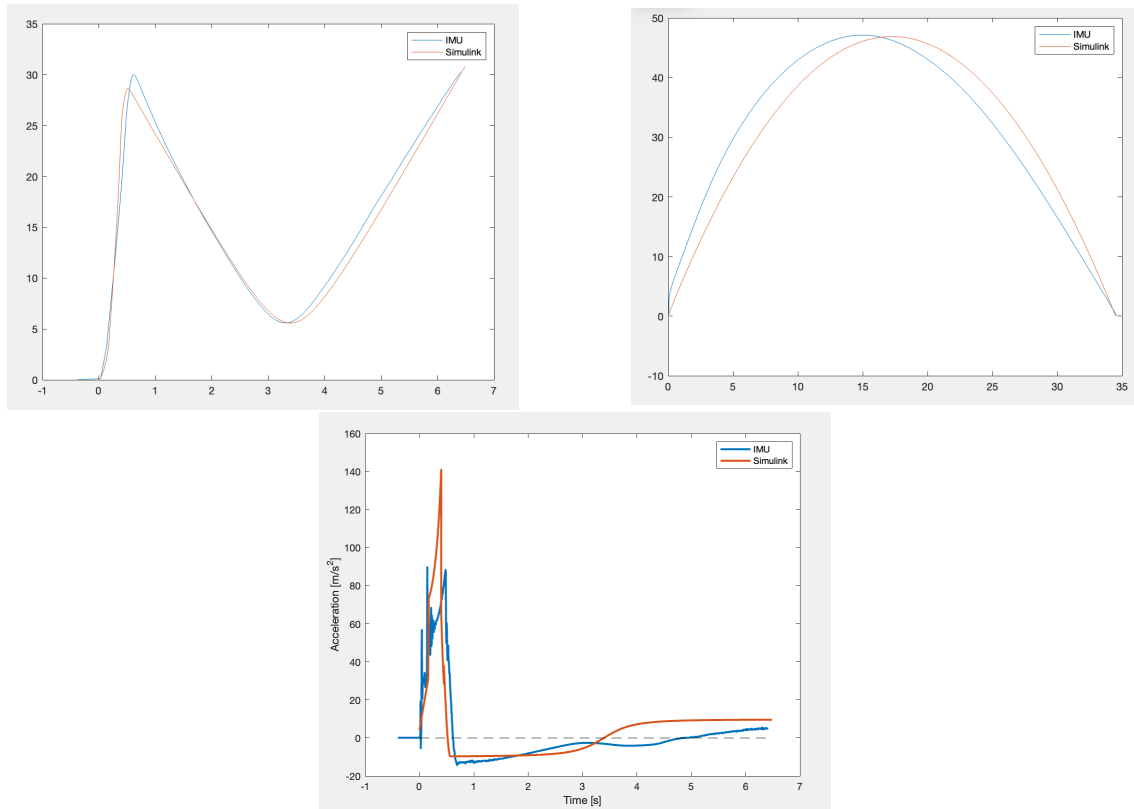
In questo capitolo sono analizzati i dati finali ottenuti dal confronto tra le accelerazioni, le posizioni e le velocità fornite dall'IMU generate dal Simulink. Questo confronto ha permesso di valutare l'affidabilità del modello implementato e di verificarne l'accuratezza rispetto ai dati simulati.

L'analisi dettagliata dei dati mostra che i risultati ottenuti attraverso il codice di ricostruzione della traiettoria, il calcolo del coefficiente di resistenza (C_d) e il calcolo del bias sono perfettamente compatibili con quelli forniti dal simulatore. La sovrapposizione quasi perfetta tra i dati sperimentali e quelli simulati evidenzia che il metodo sviluppato è altamente preciso e affidabile.

Le discrepanze minime rilevate tra i dati sperimentali e quelli simulati possono essere attribuite a fattori trascurabili, come piccole variazioni nelle condizioni sperimentali o nei parametri del sensore IMU. Tuttavia, tali differenze non compromettono la validità del modello, ma al contrario ne confermano la robustezza e la coerenza con il simulatore di riferimento.

Grazie a questo confronto, è possibile affermare le validazioni sperimentali effettuate durante il lavoro di tesi hanno avuto esito positivo. Il sistema di elaborazione e correzione dei dati IMU si è dimostrato efficace, fornendo risultati coerenti con le previsioni teoriche e con il simulatore di riferimento.

In conclusione, il lavoro svolto ha confermato la correttezza delle metodologie impiegate, garantendo la validità del modello sviluppato. La metodologia proposta si è rivelata solida e applicabile a diversi contesti in cui è necessario elaborare dati provenienti da sensori inerziali. Questo rappresenta un passo significativo nella validazione del sistema e nell'applicabilità della metodologia proposta per future analisi e implementazioni. Inoltre, i risultati ottenuti suggeriscono possibili sviluppi futuri, tra cui l'ottimizzazione dell'algoritmo di ricostruzione della traiettoria e l'integrazione con altri sensori per migliorare ulteriormente la precisione delle misure.



Velocità, Posizione e Accelerazioni confrontati tra dati dell'IMU e quelli creati dal simulatore

10 Ringraziamenti

Così si conclude un altro importante percorso della mia vita. Non è stato un cammino facile: ci sono stati momenti di gioia e soddisfazione, ma anche difficoltà, cadute e ripartenze. Tuttavia, proprio grazie a questi alti e bassi ho avuto la possibilità di crescere, di imparare molto e di maturare come persona. È questo, in fondo, ciò che più mi rende felice: nonostante il percorso sia giunto al termine, custodisco con orgoglio ciò che ho appreso e la persona che sono diventato lungo la strada.

Tutto questo non sarebbe stato possibile solo grazie alle mie forze, ma soprattutto grazie alle persone che mi hanno accompagnato e sostenuto, ciascuna a modo suo, in questo viaggio.

Ringrazio innanzitutto Mamma, che è sempre stata presente in ogni momento. Non mi hai mai fatto sentire solo o abbandonato a me stesso: sei stata un punto fermo, un sostegno costante che mi ha permesso di raggiungere questo traguardo. In questi anni sei stata non solo una mamma, ma anche un'amica a cui potevo raccontare tutto, anche se so di non essere sempre il migliore nel farlo. Il tuo ascolto, la tua comprensione e la tua forza sono stati per me fondamentali.

Ringrazio Papà, perché, anche se non siamo soliti parlare molto, riesci sempre a farmi sentire quanto tu creda in me. Ogni tuo consiglio di vita, semplice ma profondo, mi ha aiutato a guardare avanti con fiducia. Sei stato una spalla importante nei momenti di bisogno e, insieme a mamma, formate quella coppia di genitori che considero un modello perfetto. Mi avete insegnato il rispetto, la gentilezza, l'educazione e tanti altri valori che mi porto dietro con orgoglio e che mi accompagneranno per il resto della vita. Spero davvero che questo traguardo – perché non è solo mio, ma anche vostro – vi renda fieri della persona che avete contribuito a far crescere.

Un ringraziamento speciale va a Francesca, la mia sorellona. In questo percorso sei stata un esempio costante: la tua dedizione e la tua disciplina sono state per me fonte d'ispirazione. Guardando i risultati che hai raggiunto con sacrificio e impegno, ho trovato la motivazione per inseguire i miei obiettivi. Mi hai insegnato la forza e la determinazione, e continui a farlo ogni giorno. Sono orgoglioso di essere tuo fratello.

Ringrazio con tutto il cuore Daniela. Anche a distanza sei riuscita a riempire le mie giornate: con le videochiamate, i messaggi, le sorprese e il tuo affetto incondizionato mi hai fatto sentire sempre vicino a te. Grazie a te non mi sono mai sentito solo, e tutto questo è stato il carburante che mi ha permesso di andare avanti anche nei momenti più faticosi. Hai reso questo percorso più leggero e più bello, contribuendo a farmi diventare una persona migliore. Ti amo.

Un grazie enorme a Savio, Filippone e Antonio. Da tanto tempo riempite le mie giornate di risate e di leggerezza. Con voi ho condiviso gran parte della mia vita: ogni ricordo, ogni momento importante – anche quelli passati semplicemente senza far nulla – li ho vissuti con voi. Siete una parte fondamentale della mia storia e ci tengo a voi prima ancora che come amici, come persone. Vi voglio bene.

Ringrazio di cuore la mia famiglia allargata per esserci sempre stata: sapere di avere accanto a me un sostegno così grande è stato fondamentale in ogni fase di questo percorso.

Un pensiero speciale va anche a Gas, Carlo, Ardoro, Richi, Tobia, Talac, Luca, Thom, Marcello e Asia. Con voi ho condiviso esami, lezioni, serate, momenti di studio e di divertimento, e in alcuni casi anche la quotidianità da coinquilini. Siete stati una seconda casa per me, una compagnia sincera e accogliente che mi ha fatto sentire parte di un gruppo vero. Grazie per avermi accompagnato in ogni fase di questa avventura.

Non posso dimenticare i ragazzi di Rimini: con voi ho trovato un gruppo di amici genuino, sano, con cui divertirmi senza mai sentirmi giudicato. Avete reso più leggeri i momenti difficili e più intensi quelli felici. Ringrazio in particolare Tobia, che ha avuto il merito di farmi conoscere tutti voi.

Infine, un ultimo ringraziamento va a tutti quanti. Forse in alcuni passaggi sono stato ripetitivo, ma ciò che desidero trasmettere è soltanto la mia gratitudine sincera per ognuno di voi. Ognuno, con la propria presenza, il proprio sostegno o i propri insegnamenti, ha contribuito a rendermi la persona che sono oggi. Vi ringrazio ancora una volta: questo traguardo non segna una fine, ma un nuovo inizio. Adesso non ci resta che continuare a divertirci e a condividere insieme ciò che verrà.

Riferimenti bibliografici

- [1] T. S. Feeley and J. L. Speyer. Approximate optimal guidance for the advanced launch system. Technical report, NASA.
- [2] Matteo Zanzi. Elaborazione dati per la navigazione. Dispense del corso, 2024.