

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI
BOLOGNA

SCUOLA DI SCIENZE
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

**Passeggiate Matematiche e Storytelling:
un progetto didattico per la scuola secondaria
di secondo grado**

Relatore:
Prof.ssa
ALESSIA
CATTABRIGA

Presentata da:
GRETA FILINGERI

Tesi di Laurea in Didattica della Matematica
Anno Accademico 2024-2025

Indice

1	Letteratura di riferimento	7
1.1	Lo storytelling e la storia della matematica	7
1.2	MathCityMap nell'ambito delle math trails	19
2	Quadro teorico	27
2.1	Il ruolo dei fattori affettivi in matematica	27
2.2	Linee guida negli istituti professionali	40
3	Il contesto della sperimentazione	50
3.1	Il progetto <i>Passeggiate Matematiche a Bologna</i>	50
3.2	Il contesto scolastico	53
4	Descrizione della sperimentazione	56
4.1	Questionario iniziale	57
4.2	Osservazione in classe	60
4.3	Passeggiata Matematica	60
4.4	Attività post-passeggiata	63
5	Analisi dei dati	72
5.1	Il questionario preliminare	72
5.2	L'osservazione in classe	90
5.3	Le Passeggiate Matematiche	92
5.4	Il feedback post-attività	98
5.5	I cartelloni: matematici sui social	102
5.6	Le interviste finali	110
6	Conclusioni	122
A	Foto dei cartelloni finali	132

B	Interviste	147
B.1	L'intervista allo studente A di 3E	147
B.2	L'intervista allo studente M di 3G	152
B.3	L'intervista allo studente S di 2E	157

Elenco delle figure

2.1	Modello del continuo affettivo di McLeod, 1992, [22]	30
2.2	Modello riassuntivo del dominio affettivo di Grootenberg, 2003, [35]	30
2.3	Rappresentazione grafica del dominio affettivo di Op 't Eynde, 2005, [22]	31
2.4	Cubo del dominio affettivo di Hannula, 2011, [22]	32
2.5	Modello tridimensionale dell'atteggiamento in matematica, [15]	35
4.1	Percorso 1.	63
4.2	Percorso 2.	63
4.3	Percorso 3.	63
4.4	Esempio di visualizzazione della Word Cloud.	65
4.5	Esempio di visualizzazione della seconda domanda	66
4.6	Esempio di visualizzazione della terza domanda	67
5.1	Risposte alla domanda 3	73
5.2	Risposte alla domanda 4a	74
5.3	Risposte alla domanda 4b	75
5.4	Risposte alla domanda 4c	76
5.5	Risposte alla domanda 4d	77
5.6	Risposte alle domande 5 e 6	79
5.7	Risposte alla domanda 7a	80
5.8	Risposte alla domanda 7b	82
5.9	Risposte alla domanda 7c	83
5.10	Risposte alla domanda 7d	84
5.11	Risposte alla domanda 7e	85
5.12	Risposte alla domanda 7f	86
5.13	Risposte alla domanda 7g	87
5.14	Risposte alla domanda 7h	88
5.15	Risposte alla domanda 7i	89
5.16	I piedi che formano il contorno dell'esagono alla tappa di S.Maria Maddalena	93

5.17	I motivi geometrici delle colonne alla tappa della Specola . . .	93
5.18	Tracciano l'altezza per indicare il triangolo interno al trapezio	94
5.19	Tracciano le diagonali per indicare il triangolo interno all'esagono	94
5.20	Indica l'angolo piatto sulla colonna	94
5.21	Indica l'angolo interno all'esagono	94
5.22	Indica l'angolo interno al trapezio	94
5.23	La tappa del Portico dei Servi	96
5.24	La vista degli altri tre edifici della piazza dal portico del Dipartimento di Matematica	97
5.25	Word Cloud classe 2E	98
5.26	Word Cloud classe 3E	99
5.27	Word Cloud classe 3G	99
5.28	2E, Archimede	103
5.29	2E, Tartaglia	103
5.30	2E, Galilei	104
5.31	2E, Cardano	104
5.32	2E, Cavalieri	104
5.33	2E, Copernico	104
5.34	3E, Galilei	105
5.35	3E, Cardano	105
5.36	3E, Archimede	105
5.37	3E, Copernico	105
5.38	3G, Galilei	106
5.39	3G, Tartaglia	106
5.40	3G, Archimede	106
5.41	3G, Copernico	106
A.1	Archimede da Siracusa, classe 2E	133
A.2	Niccolò Fontana, classe 2E	134
A.3	Galileo Galilei, classe 2E	135
A.4	Gerolamo Cardano, classe 2E	136
A.5	Bonaventura Cavalieri, classe 2E	137
A.6	Niccolò Copernico, classe 2E	138
A.7	Galileo Galilei, classe 3E	139
A.8	Gerolamo Cardano, classe 3E	140
A.9	Archimede da Siracusa, classe 3E	141
A.10	Niccolò Copernico, classe 3E	142
A.11	Galileo Galilei, classe 3G	143
A.12	Niccolò Fontana, classe 3G	144
A.13	Archimede da Siracusa, classe 3G	145
A.14	Niccolò Copernico, classe 3G	146

Introduzione

Spesso e volentieri la matematica è vista dai più come una materia puramente scolastica, senza applicazioni nel mondo reale, noiosa, morta, incomprensibile. Il progetto su cui verte questa tesi è stato pensato come intervento didattico che possa contribuire a fare ricredere i giovani su tali idee, cercando di rendere la matematica che incontreranno viva, interattiva, coinvolgente, ed immergendola nel contesto storico e architettonico di Bologna. Non solo si osserverà la città attraverso la "lente matematica" del proprio "telescopio mentale", ma si darà anche nuova vita ai grandi matematici che camminarono per le nostre stesse strade a Bologna in passato.

Il progetto si articola in due attività principali: una *Passeggiata Matematica* per le strade di Bologna e la creazione di cartelloni sul tema *Matematici sui Social*. I feedback sono stati raccolti sia attraverso dei brevi sondaggi, sia con alcune interviste finali a studenti singoli.

Nella prima parte della tesi si propone una rassegna della letteratura di riferimento riguardo allo storytelling e all'utilizzo della storia della matematica in ambito didattico (Sezione 1.1) e riguardo alle math trails, anche con il supporto del portale MathCityMap (Sezione 1.2). Particolare attenzione è posta sui possibili risvolti nell'ambito dei fattori affettivi, di cui è successivamente presentata (Sezione 2.1) la letteratura di ricerca, nel quadro teorico, scegliendo come nucleo interpretativo per questo progetto il modello TMA (modello tridimensionale di atteggiamento). Si prosegue con uno sguardo alle Linee guida degli Istituti Professionali (Sezione 2.2) per presentare il quadro scolastico in cui si collocano le tre classi partecipanti al progetto, provenienti dall'indirizzo Servizi Commerciali dell'Istituto Primo Levi di Vignola. Viene poi presentato anche il macro-progetto dell'Università di Bologna all'interno del quale si sono collocate le Passeggiate Matematiche proposte alle classi, dal nome *Matematica, fisica e astronomia: passeggiate scientifiche per le strade di Bologna* (Sezione 3.1). Nella seconda parte, vengono descritte tutte le attività effettuate e gli strumenti di indagine utilizzati durante tutto il percorso (Sezione 4). Segue l'analisi dei dati e la loro interpretazione alla luce del modello TMA (Sezione 5).

Infine, vengono tratte alcune conclusioni sulle implicazioni del progetto in ambito didattico e altre considerazioni finali per una eventuale riproposta futura del progetto (Sezione 6).

Nell'appendice, sono riportate integralmente le tre interviste finali effettuate (Sezione B) e le immagini di tutti i cartelloni creati dalle classi coinvolte (Sezione A).

Capitolo 1

Letteratura di riferimento

1.1 Lo storytelling e la storia della matematica

In questo paragrafo si forniranno informazioni sulla pratica dello storytelling in ambito didattico e sui possibili risvolti dell'utilizzo della storia della matematica nell'insegnamento.

Esistono vari modi in cui la storia della matematica può essere inserita all'interno della pratica di insegnamento, con diversi obiettivi in mente. A questo proposito Jankvist [33] propone una classificazione teorica che separa i "come" (ossia i diversi approcci tramite cui utilizzare la storia della matematica) dai "perché" (ovvero gli obiettivi che si vogliono raggiungere). Procede poi ad analizzare quali combinazioni di "come" e "perché" possano risultare più efficaci in base agli aspetti su cui l'insegnante punta a lavorare. Anche di questi propone una distinzione: da un lato ci sono quelli interni alla disciplina matematica, dall'altro i cosiddetti "meta-aspetti", ovvero da quegli aspetti che riguardano l'intera disciplina da un punto di vista metacognitivo. Ad esempio, alcune domande sulla storia della matematica che mirano ad indagare sulla disciplina da una prospettiva dei meta-aspetti possono essere: come si evolve la matematica nel tempo? Il contesto sociale e culturale influenza tale evoluzione? In che modo?

Quelli che Jankvist [33] chiama i "perché" vengono divisi in due categorie: la storia come obiettivo, e la storia come strumento. La prima vede la storia della matematica come qualcosa di utile da imparare in sé, perché mostra alcuni aspetti riguardanti lo sviluppo e l'evoluzione della disciplina. Nella seconda categoria, invece, la storia è vista come uno strumento, appunto, per assistere e supportare il processo di insegnamento-apprendimento della matematica.

Per quanto riguarda la "storia come strumento", si riscontrano diversi vantaggi. Noi ci soffermeremo in particolare sugli aspetti legati alla motivazione e, in generale, ai fattori affettivi, la cui importanza nell'apprendimento della matematica sarà discussa nella Sezione 2.1. Possono tuttavia essere individuati numerosi ulteriori vantaggi anche a livello epistemologico e cognitivo, non solo per gli studenti, ma anche per gli insegnanti stessi [33]. Tra questi, ad esempio, si riporta un miglioramento significativo delle prestazioni, come osservato in uno studio di Ng su studenti singaporiani di circa 13 anni che hanno partecipato a un programma di potenziamento sulla matematica cinese antica [36]. Quello che si ipotizza è che la storia possa fornire punti di vista o modalità di rappresentazione diverse da quelle più diffuse nella matematica moderna, aiutando così gli studenti nell'apprendimento e nella comprensione dei concetti. Per un elenco più esaustivo dei vantaggi di un approccio storico a livello epistemologico e cognitivo si rimanda alla bibliografia di [33].

Ritornando all'ambito di maggiore interesse ai fini di questa tesi, ovvero quello dei fattori affettivi, tra i benefici della "storia come strumento" si cita, ad esempio, una maggiore motivazione, poiché un approccio storico è capace di generare interesse ed entusiasmo negli studenti [33]. A supporto di ciò, si può citare uno studio qualitativo di Ponza che riporta un miglioramento dell'atteggiamento e della motivazione in studenti di circa 13 anni, a seguito di un progetto sulla vita di Galois [36]. Un altro studio a cura di Dittrich, meno recente di quello di Ponza, che coinvolgeva alunni con un'età media di 17 anni, mostra effetti simili: a seguito di un'introduzione alle biografie di alcuni matematici e al loro contesto storico, è stato osservato un buon incremento dell'interesse verso la materia negli studenti [36].

Inoltre, la consapevolezza che dietro a un risultato matematico ci sia un lungo percorso, e che gli stessi concetti che agli studenti risultano ostici adesso abbiano suscitato dubbi e perplessità anche nei matematici dell'epoca, può generare conforto [33]. A questo proposito si cita uno studio di Lit, Siu e Wong [38] in cui si è presentata l'evoluzione storica del teorema di Pitagora a studenti di prima superiore, riscontrando un impatto positivo sull'atteggiamento verso la matematica. Un altro studio condotto nel 2008 da Ho [24], in cui l'autore ha integrato la storia dell'algebra nelle sue lezioni di algebra lineare volte a studenti di 17 anni, ha mostrato un miglioramento nel valore percepito della materia e nella perseveranza mostrata nella risoluzione di problemi matematici. Sfortunatamente, il campione preso in esame in questo caso era molto piccolo, ma si può ipotizzare un effetto generalmente positivo [36].

Attraverso la presentazione dell'evoluzione storica che ha portato all'acquisizione di un risultato matematico, così come tramite altre strategie, come ad esempio lo storytelling [45] (di cui parleremo poco sotto), si può anche cercare di umanizzare la matematica, così che gli alunni possano esserne meno intimoriti [33]. Toor e Mgombelo, con l'espressione "umanizzare la matematica", si riferiscono all'idea di rendere la materia più umana e comprensibile, nel senso che diventi più facile relazionarsi con essa, in modo tale che chi apprenda apprezzi la matematica attraverso lo sviluppo di una connessione personale con essa [45].

Nella categoria della "storia come obiettivo" invece rientra l'obiettivo di mostrare che la matematica è una disciplina che esiste e si evolve, nel tempo e nello spazio, che non è comparsa dal nulla, e soprattutto che c'è il contributo di tante persone, culture e contesti sociali dietro a questa evoluzione. In altre parole, la storia della matematica permette di imparare di più sui meta-aspetti della disciplina [33]. La disposizione personale verso la matematica, in termini di fattori affettivi, è influenzata da tanti aspetti, che saranno approfonditi nella Sezione 2.1. Su alcuni di questi (ad esempio il ruolo dell'errore e del fallimento, o la visione della disciplina, spesso percepita come statica e assoluta) si può intervenire con approcci presi da entrambe le categorie di "perché". La storia, infatti, ci può insegnare a non scoraggiarci di fronte a fallimenti, errori, incertezze o incomprensioni (storia come strumento), ma anche informarci del fatto che questa disciplina non è assoluta ed è frutto del lavoro di molti individui che si evolve nel tempo (storia come obiettivo) [33].

La ricerca ci suggerisce però che gli effetti di tali interventi sono più significativi nel breve termine. Una ricerca sperimentale di Lim e Chapman, a cui hanno partecipato due classi di studenti di età media di circa 17 anni, mostra come ci siano effetti significativi in termini di atteggiamento (in particolare nel valore percepito della disciplina) e motivazione (nello specifico è aumentata significativamente l'introiezione, di cui si parlerà meglio nella Sezione 2.1), osservati 4 mesi dopo la fine dell'esperimento, che vanno però a diminuire se rivalutati un anno dopo l'intervento. Per questo motivo, un certo grado di ricorrenza negli interventi di questo tipo può essere opportuno [36]. In contrasto con quanto si osserva in termini affettivi, gli effetti relativi ai risultati accademici appaiono non solo molto significativi, ma anche duraturi, in quanto ancora ben presenti anche nel controllo a distanza di un anno. Questo supporta l'idea di Fried secondo cui la storia è non solo la fonte da cui attingere per contestualizzare problemi e idee matematiche, ma anche un archivio di strategie alternative, spesso diverse da quelle della matematica moderna che si insegna a scuola, di risoluzione di questi problemi [36].

Passiamo adesso alla classificazione dei "come". Questi vengono classificati da Jankvist [33] in tre tipi di approccio: l'illuminazione, i moduli e l'approccio basato sulla storia.

Nel primo approccio, quello dell'illuminazione, le informazioni storiche fanno da supporto all'insegnamento dei contenuti matematici. Queste possono essere dei semplici fatti isolati, piccoli accenni che permettono di collocare in un contesto storico e temporale più o meno dettagliato i contenuti. A questa categoria appartiene anche l'utilizzo di aneddoti o storie al fine di "movimentare" un po' la disciplina [33] (si veda ad esempio [36]). L'approccio può anche essere usato nella forma di aneddoti e biografie di matematici, come suggerito da autori tra cui Bidwell, Wilson e Chauvot [46], ad esempio, o nella forma di motivazioni storiche per lo sviluppo dei contenuti (dettati da esigenze reali, legate alla società e al contesto storico dell'epoca), come suggerisce Katz [36]. In quest'ultimo studio, sono state raccolte anche alcune testimonianze degli studenti alla fine del progetto, per capire meglio la loro opinione riguardo all'utilizzo della storia della matematica in classe. Molti studenti hanno trovato queste lezioni in generale più divertenti, piacevoli e interessanti. Alcuni hanno aggiunto che il loro atteggiamento era migliorato proprio grazie alle storie e agli aneddoti sui matematici che erano stati integrati nelle lezioni. Uno studente in particolare ha detto che «la storia dà un volto alla matematica e la rende più significativa. Penso a Newton e Leibniz quando faccio derivate e integrali. Mi piacciono le storie sulla loro vita e sui duelli di calcolo infinitesimale» [36, pag. 206], confermando ancora una volta l'idea che umanizzare la matematica sia utile per un apprendimento significativo e duraturo [36].

D'altro canto si possono anche creare dei veri e propri "epiloghi storici" (il termine è preso in prestito da Lindstrøm [37], che nel suo testo di calcolo aggiungeva inserti di questo tipo alla fine di ogni capitolo) ricchi di fatti, nomi, date, aneddoti e informazioni sull'evoluzione dei risultati matematici o brevi estratti di fonti originali [33].

Un altro approccio che viene utilizzato, anche se in misura ridotta, da Lim e Chapman [36], è quello dei moduli. In generale Jankvist definisce i moduli come piccole unità didattiche con un focus storico, spesso basate su dei casi specifici [33]. In particolare l'esperimento di Lim e Chapman fa uso di brevi moduli che introducono problemi o metodi storici di risoluzione di problemi matematici del passato, in parte semplificati ed adattati al curriculum della classe. Questo tipo di approccio modulare rientra nei cosiddetti "pacchetti storici", materiali incentrati su un argomento ristretto e adatti ad un intervento didattico di due o tre lezioni [36]. A questo proposito, nelle testimo-

nianze degli studenti tratte da questo studio, alcune menzionano l'interesse per l'aspetto concreto di un approccio di questo tipo: «Posso vedere come la matematica veniva usata per risolvere problemi di vita reale nel passato e questo mi fa apprezzare di più la matematica» [36, pag. 206]. Questo è in linea con l'idea che la comprensione dei motivi che hanno spinto i matematici a sviluppare certi concetti possa permettere agli studenti di apprezzare maggiormente l'utilità e il valore della disciplina. A supporto poi dell'idea che la contestualizzazione storica dei problemi matematici sia utile anche a livello cognitivo, altre testimonianze menzionano una migliore comprensione delle formule matematiche e di come sono state sviluppate tra gli aspetti positivi di un approccio modulare [36].

Anche in questa categoria esistono, come per le illuminazioni, moduli di diverse ampiezze. Alcuni possono essere progettati per una durata complessiva di 10-15 lezioni, altri ancora possono estendersi anche per interi corsi. Per implementare questi moduli, Fauvel e van Maanen [19] suggeriscono varie modalità, tra cui, ad esempio, la lettura di fonti originali o la proposta di progetti, ricerche e lavori di gruppo agli studenti [33].

Infine abbiamo gli approcci che si ispirano direttamente all'evoluzione e alla storia della matematica. Qui la storia non viene discussa esplicitamente, ma costituisce la base, la scaletta su cui si progetta l'insegnamento. Gli argomenti vengono esposti e trattati in un ordine che si ispira proprio all'evoluzione storica della disciplina, seguendo l'ordine con cui i concetti sono stati proposti ed ampliati [33].

Un ultimo aspetto, di relativamente nuovo sviluppo rispetto a quelli già trattati, ma altrettanto interessante, è quello legato al ruolo che la storia della matematica può ricoprire in un approccio interdisciplinare: può fungere da strumento per mostrare le interrelazioni produttive tra la matematica e altre discipline come le scienze, la tecnologia, le arti [13]. In particolare, nel contesto dell'approccio STEM in ambito educativo, si sostiene che la storia possa fornire diversi importanti esempi di come avviene la ricerca. Questa, infatti, va avanti grazie al contributo di tante componenti: la ricerca attraverso l'esplorazione e la sperimentazione, attraverso l'applicazione del pensiero matematico nei vari ambiti della conoscenza, la ricerca come organizzazione di teorie. Quello che accomuna tutte queste attività è una continua spinta verso la conoscenza e l'innovazione. La storia può supportare questa visione e mostrare come la matematica dialoghi da sempre con le altre discipline contribuendo allo sviluppo in vari ambiti del sapere [13].

Per approfondire invece il ruolo dello *storytelling* nell'ambito della *Mathe-*

matics Education (ME), va prima precisato che cosa si intenda con *story*. Nel libro di Zazkis e Liljedahl [48], si riprendono più definizioni del termine "storia", tra cui una di Egan [17], in cui è descritta come un tipo particolare di unità narrativa che orienta le nostre emozioni nei confronti degli eventi presentati nella narrazione. Il valore di una storia in relazione alla pratica di insegnamento è proprio il suo potere di coinvolgere gli studenti dal punto di vista emotivo, e di conseguenza stimolare la loro immaginazione nell'ambito della disciplina [39]. Lo *storytelling* invece, nella prospettiva umanistica di Chapman, è definito come «un modo di specificare l'esperienza, una modalità di pensiero, un modo di dare senso alle azioni umane o un modo di conoscere.» [45, pag. 3276]. In questo senso fornire una storia, animare la disciplina, può servire ad umanizzare la matematica in modo tale che gli studenti cambino la loro visione di essa [45]. Secondo Zazkis e Liljedahl [48], lo storytelling permette di presentare dei contenuti in una forma che possa attrarre maggiormente gli studenti, creando del coinvolgimento, e trasmettendo la vitalità e l'importanza della disciplina scelta. La natura di una storia in ambito educativo è quindi duplice: da un lato permette di comunicare informazioni in una forma memorabile, dall'altra guida l'interlocutore (gli studenti in questo caso) su come sentirsi riguardo alle informazioni ricevute [48]. A tal proposito Schiro [43] suggerisce che lo storytelling possa diventare anche un mezzo per veicolare e trasmettere dei valori e delle credenze agli studenti: ad esempio si può sottolineare l'importanza del fallimento e dell'errore come uno step essenziale nel raggiungimento di un obiettivo matematico. L'accettazione dei fallimenti e degli errori come parte del naturale processo di apprendimento in matematica può essere ancora un'altra strategia utile ad umanizzare la materia [45]. Tra i vari effetti positivi dell'utilizzo di una storia in classe, oltre all'interesse che ne può derivare e la sua memorabilità, ci sono la possibile riduzione dell'ansia, la creazione di un'atmosfera confortevole e incoraggiante, la costruzione di un migliore rapporto tra l'insegnante e gli studenti [34], e le storie del "fare matematica" possono permettere agli alunni di sentirla più vicina, accessibile [39]. La curiosità verso i contenuti della storia può instillare negli alunni la voglia di riflettere su un particolare problema [9]. Storie contenenti figure di riferimento possono suscitare empatia, rendere il materiale presentato più umano, vivido e rilevante a livello personale, o fornire modelli di pensiero e di comportamento. Storie che contengono esempi specifici possono fornire agli studenti un punto di riferimento per quando si cimenteranno loro stessi nelle attività disciplinari. Questo è vero per tutte le discipline, inclusa la matematica [48].

"Raccontare una storia", invece, sempre secondo Egan [17], è un modo di assegnare un significato. E dare un significato alla matematica è un obiettivo molto importante, dato che spesso è percepita come una disciplina insensata,

caratterizzata solo dalla manipolazione di simboli [34]. Come si approfondirà meglio nella Sezione 2.1, i racconti degli studenti sulla matematica che sentiamo più spesso riguardano quanto le lezioni siano noiose, quanto certe esperienze matematiche siano state percepite come umilianti e scoraggianti, o quanto le attività matematiche sembrino inutili agli studenti [48].

Recentemente la ricerca ha esplorato più a fondo il potenziale dell'utilizzo dello *storytelling* all'interno dell'insegnamento della matematica, sia come mezzo per promuovere un atteggiamento positivo verso la disciplina, sia come strumento cognitivo per comprendere meglio la matematica [9].

Zazkis e Liljedahl [48] analizzano i vari elementi che caratterizzano una storia e come questi possano essere utilizzati nell'ottica della ME.

La trama, per cominciare, è un elemento essenziale di una storia, fondamentale perché guida chi ascolta durante tutta la narrazione. Indirizza le emozioni, e in parte anche i pensieri dell'ascoltatore, sollecitandolo a porsi delle domande e tenendo viva la sua attenzione [48]. La trama deve sempre essere creata in modo consapevole, tenendo a mente che l'obiettivo primario dello *storytelling* in questo caso è quello di umanizzare [45] la disciplina e conseguentemente suscitare interesse negli studenti, in modo tale che poi si relazionino con la matematica che si lega alla storia raccontata o è contenuta in essa [34]. Gli autori di [48] riportano un esempio pratico in cui raccontano della morte di Archimede, sviluppando la trama attorno ai suoi processi mentali, alla sua concentrazione profonda nel cercare di risolvere problemi, invece che sui fatti esterni. In questo caso, la storia fornisce indirettamente un esempio di come un matematico si comporta durante il *problem solving*, e può fungere da modello di comportamento per gli studenti nelle loro attività successive [48].

Un altro aspetto importante è quello dell'evocazione di immagini. Queste immagini, come si osserva nelle civiltà umane fin dalle prime trasmissioni orali, hanno il ruolo fondamentale di aiutare con la memorizzazione dei contenuti [43]. Una storia memorabile evoca nei lettori immagini vivide e particolari, lasciando un "impatto letterario" e rendendo la storia più gradevole [34]. A questo fine, un altro ingrediente che può essere utilizzato è l'umorismo [48], che può suscitare negli studenti emozioni molto diverse da quelle di cui fanno esperienza di solito durante le lezioni di matematica (vedi Sezione 2.1).

La conoscenza scientifica, e in particolare la matematica, sono viste come discipline "non umane", nel senso che spesso sono presentate come un insieme di risultati, con un senso generale di oggettività e sicurezza che mette da parte i processi umani che hanno portato a tali conclusioni [48]. Si perde la consapevolezza del fatto che la conoscenza raggiunta è il risultato del pensiero umano, e che il desiderio di raggiungerla spesso è nato in risposta

alle necessità, paure o speranze delle persone [17]. La sfera interna (emotiva e del pensiero umano) è quindi una parte importante, senza la quale non è facile comprendere a pieno il perché dell'evoluzione scientifica e matematica a cui siamo giunti [48]. Fornire più informazioni su questi aspetti può aiutare gli studenti a sentire più vicina la materia, a comprendere meglio lo scopo degli strumenti matematici che imparano ad utilizzare, e a ricordare per più tempo tutto ciò. In particolare gli studenti più grandi sembrano essere molto interessati a storie che forniscono il contesto storico, le emozioni umane e le motivazioni di una scoperta matematica [3]. Il "chi" di queste storie che umanizzano può essere un'intera civiltà (gli antichi greci per il teorema di Pitagora) o una singola persona (il classico esempio del piccolo Gauss che ricavava la formula per esprimere la somma dei primi 100 numeri naturali) [48]. L'ultimo elemento di cui si parla è il senso di meraviglia e di stupore, che può essere il motore che spinge alla ricerca intellettuale, a porsi domande. Stimolare la curiosità degli alunni, portandoli a domandarsi il perché delle cose, è il primo passo da fare per coinvolgerli a pieno nell'attività matematica. Quando poi gli studenti raggiungono le risposte che cercavano, attraverso i processi di esplorazione e scoperta, questo li porta ad una comprensione maggiore della matematica [48]. L'altro significato a cui ci si può rifare è quello più strettamente legato alla meraviglia, allo stimolare l'interesse degli studenti e la loro immaginazione [39]. Nel caso di Gauss, ad esempio, si può suscitare lo stupore degli studenti nel momento in cui si rendono conto che l'algoritmo è generalizzabile e flessibile, uno strumento tanto semplice quanto efficace, che può far percepire loro un senso di controllo su un grande numero di situazioni. Anche l'utilità dell'algoritmo e l'esplorazione di diverse situazioni reali in cui si applica possono essere fonte di interesse e stupore per gli studenti. Questi aspetti sono però spesso impliciti nella storia, ed è compito dell'insegnante muoversi in modo intenzionale per esplicitarli [48].

Dopo aver elencato le caratteristiche generali di una storia e come possono essere usate in matematica, si propone una classificazione delle storie, non da un punto di vista strettamente letterario (in base alla loro struttura), ma piuttosto in base al tipo di interazione con i contenuti matematici che la storia può fornire [48]. Vengono individuati cinque tipi di storie, precisando che una storia può facilmente ricadere in più di una categoria o in nessuna di queste, ma che questa panoramica può comunque risultare utile per analizzarle:

- *storie che danno un contesto o uno sfondo per un'attività matematica*
Le attività successive alla storia possono giocare un ruolo vitale nell'aiutare la storia ad assumere un significato. Spesso gli studenti capiscono concetti matematici complicati, quando questi sono presentati all'in-

terno di una storia, solo dopo aver interagito in prima persona con la matematica incontrata [3]. Secondo Schiro [43], ci sono tre diversi livelli di interazione con la matematica della storia, che possono essere richiesti agli alunni. Al livello base, c'è l'osservazione di cosa i personaggi fanno con la matematica in cui si imbattono, senza spiegazioni su come quella matematica si utilizzi. Il livello successivo è quello in cui un personaggio o il narratore, mentre la matematica viene fatta, esplicita il suo pensiero, mostrando a chi ascolta anche come si faccia. Il livello più alto ed efficace è quello in cui sono gli studenti stessi a dover fare la matematica della storia, in modo tale da capire bene sia la storia sia la matematica che le appartiene [43]. Spesso le attività che nascono a partire dalla storia sono pensate in modo da creare un ponte con la vita di tutti i giorni degli studenti. In questo modo, gli studenti risultano più coinvolti, e queste attività portano spesso e volentieri a delle discussioni sui concetti matematici, in cui la costruzione del sapere non è più solo individuale, ma sociale [3]. Le attività possono anche alternarsi con momenti narrativi in cui la storia prosegue e si evolve. Nel caso in cui tale processo si svolga nell'arco di più giorni, gli studenti potrebbero, nei tempi di attesa tra una porzione di storia e l'altra, finire per discutere e ripensare agli eventi e alle attività di cui hanno già fatto esperienza, ma anche immaginare e condividere le proprie idee su come risolvere i nuovi problemi che incontreranno [3].

- *storie che finiscono quando inizia l'interazione matematica, che fanno da introduzione*

Di questa categoria fanno parte ad esempio le cosiddette "storie d'origine", in cui si illustra come il matematico in questione sia giunto a ricercare certi argomenti e come abbiano avuto origine certe idee [3]. Secondo Egan [17], quando gli studenti vedono un concetto attraverso le emozioni che hanno accompagnato la sua scoperta, riescono anche ad arrivare al suo significato umano, e a ricordarsi che tutta la conoscenza è nata grazie a delle persone. La propensione per un tipo di comprensione storica sembra essere tipica dell'uomo, e diventa col crescere dell'età una ricerca sempre più articolata di schemi che possano aiutare ad assegnare dei significati alla realtà e alla propria conoscenza [17]. In questa ottica, fornire un contesto ai risultati matematici che si propongono può risultare molto efficace [48].

- *storie che accompagnano la matematica, intrecciandosi con l'attività matematica stessa*

Il passaggio da "storie che introducono" a "storie che accompagnano"

non è necessariamente difficile da attuare. Il modo in cui una storia viene raccontata può facilmente indurre questo passaggio, continuando a porre nuove domande e sviluppi che richiama regolarmente il concetto matematico a cui si vuole giungere, con generalizzazioni o variazioni del problema adatte. Il tipo di storia che si intreccia maggiormente con l'attività matematica è la "narrativa matematica pura", in cui è la matematica stessa ad essere la storia, e la prosa sta proprio negli sviluppi che portano le idee matematiche ad evolversi. È un tipo di narrativa in cui il conflitto avviene nell'ambito delle idee, stimolando la curiosità intellettuale. Questo però, soprattutto quando si tratta di concetti matematici avanzati, sembra essere un tipo di narrativa che richiede al lettore di avere già, in un certo senso, un gusto per l'astrazione matematica, per essere gradito [3]. Alcuni suggeriscono che un modo per inquadrare idee matematiche astratte in storie accessibili possa essere quello di rendere gli oggetti stessi dei personaggi nella storia, approccio spesso utilizzato con gli studenti più giovani, ma molto meno con studenti delle scuole secondarie [48].

- *storie che spiegano delle regole o dei concetti*

Queste storie possono aiutare a contrastare il fenomeno di memorizzazione passiva delle regole, che spesso agli occhi degli studenti sembrano quasi spuntare fuori dal nulla [48]. L'obiettivo sarebbe invece quello di mostrare agli studenti che i contenuti matematici che apprendono sono frutto di secoli di lavoro e portano con sé parte di una ricca cultura matematica [43]. Attraverso l'utilizzo di vari strumenti narrativi si può trovare un modo di dare un senso a fatti, algoritmi, regole. Questo perché spesso per noi è più immediato integrare nuove abilità e fatti nel proprio quadro concettuale in base al loro significato emozionale e alla loro rilevanza percepita (quindi in maniera narrativa), invece che in ordine cronologico o sequenziale [17]. Secondo Bruner [7] inoltre, il trasferimento di conoscenze e abilità da un dominio ad un altro non è affatto semplice. Una caratteristica della narrativa che può agevolare tale collegamento è quella che lui chiama "componibilità ermeneutica": il significato che l'individuo deduce da un testo deve essere visto alla luce delle singole parti costituenti, e viceversa le singole parti costituenti acquistano un significato in relazione al tutto. Questo perché una storia ha sempre un proprio sistema interno di validazione, una propria logica interna.

- *storie che presentano un indovinello o un rompicapo*

Tutti hanno sicuramente incontrato più volte nella loro esperienza sco-

lastica i cosiddetti *word problems*, i "problemi" di matematica in cui la situazione proposta è illustrata a parole. Questi sono delle versioni ridotte allo scheletro (molto meno dettagliate e senza l'elemento di guida narrativa per le emozioni degli studenti) di quello che è originariamente nato come storia [48]. In generale lo scopo principale con cui è nato questo tipo di storia è quello di mostrare che i fatti e le regole che gli studenti imparano a scuola hanno una rilevanza anche nel mondo reale. Purtroppo però, i problemi a parole che si incontrano in classe spesso riflettono un'idea della matematica scolastica come mero apprendimento di fatti simbolici, algoritmi e processi. Proprio per questo quello che ne risulta è una narrativa concisa, priva di coesione o impatto emotivo, in cui l'enfasi è posta solo sulla domanda finale, che non riesce a suscitare interesse negli studenti [43]. L'aspetto positivo di questa forma di problemi, che va mantenuto anche quando si ritorna alla forma originale di storie da cui derivano, è invece il fatto che spesso e volentieri contengono un linguaggio familiare agli studenti [3]. Questa forma linguistica più naturale può aiutare a comprendere meglio la situazione, per poi aumentare, solo successivamente e in modo graduale, il grado di astrazione della rappresentazione [43]. Questo può essere un mezzo per permettere agli studenti di sviluppare un modo informale e personale di esprimere quanto imparato, aumentando il coinvolgimento e il senso di appartenenza di tali concetti [9]. Per rendere più chiaro come un *word problem* può essere trasformato in una storia più coinvolgente, che presenta la stessa domanda matematica, si riporta un esempio ([3]) di seguito. Il *word problem*

"Kathy ha 3 gonne e 4 magliette. Quanti possibili outfit può indossare?"

può essere trasformato nella seguente storia (il testo originale fa riferimento al contesto delle high school americane):

"Kathy si è svegliata tardi per la scuola oggi. Non ha tempo di farsi la doccia, perché lo scuolabus sarà davanti casa sua tra 5 minuti. Però vuole assolutamente mettersi qualcosa di carino, dato che è il giorno prima del ballo scolastico, e potrebbe vedere Jim... Kathy guarda nel suo armadio e lo trova vuoto, tranne che per 3 gonne e 4 top. C'è una gonna nera, una rossa e una verde. I top invece sono bianco, rosa, giallo e blu. Forse dovrebbe indossare la gonna nera con il top giallo? O magari la gonna rossa e il top bianco? Quanti outfit diversi potrebbe indossare oggi a scuola?"

Una ricerca del 2008, tratta da una tesi dal titolo *Teaching secondary school mathematics through storytelling* [3], si è occupata proprio di proporre vari tipi di storie matematiche ad alcune classi di scuole secondarie di secondo grado e osservare quali effetti queste sortivano.

Prima di tutto si è notato che lo *storytelling* promuove delle interazioni dinamiche tra studenti e insegnanti e un ambiente di apprendimento positivo, come teorizzato in precedenza [39]. Il fatto che le storie scelte fossero narrate con gesti ed enfasi, invece che proposte in forma scritta, può portare ad un grande coinvolgimento e catturare l'interesse degli alunni in modo efficace. Il clima di serenità e condivisione che si crea può indurre gli studenti a rispondere e reagire in modo onesto alla storia, rivelando così indirettamente i propri interessi e bisogni [3].

In secondo luogo, si conferma che le storie narrate incoraggiano gli studenti ad applicare un particolare concetto o idea in contesti più ampi [3]. Quello che può avvenire spontaneamente spesso non è una vera e propria generalizzazione, ma una variazione. Quando uno studente discute della storia che ha ascoltato o gli viene richiesto di produrre lui stesso una nuova storia, egli potrebbe riprendere il particolare schema della storia originale ed espandere la sua applicabilità per soddisfare bisogni nuovi [23]. Questo avviene in modo più spontaneo di quanto succeda in una consegna tradizionale, dove tale generalizzazione è richiesta esplicitamente, perché qui spesso quello che li spinge ad attuarla è una progressione naturale delle proprie idee portata avanti dall'immaginazione [3].

Un altro aspetto positivo è che il contesto in cui lo *storytelling* presenta le idee matematiche è diverso dal solito, e, soprattutto se la pratica è ripetuta in più di un'occasione [3], mostra che la matematica è applicabile a storie e domini diversi, in una prospettiva più dinamica, flessibile e creativa [9].

L'elemento narrativo incoraggia anche gli studenti a vedere "le grandi idee" che stanno dietro a molti degli argomenti e concetti che affrontano a scuola. Comprendere questi principi più generali che permeano tutta la matematica (generalizzazione, ottimizzazione, ad esempio) può facilitare agli studenti il lavoro con concetti e procedure più particolari e dettagliati [3].

Un altro processo che viene incoraggiato tramite la narrazione di storie è la comunicazione di idee matematiche, in forma scritta o orale. Se gli studenti vengono spronati a scrivere delle loro storie in risposta, il processo di rielaborazione può aiutarli a comunicare le idee che sono state loro trasmesse con parole proprie e in modo unico. Questo sviluppa in loro un senso di controllo e una comprensione maggiore del linguaggio matematico [9], e può portare alla luce eventuali difficoltà a livello concettuale o procedurale [3].

1.2 MathCityMap nell'ambito delle math trails

L'obiettivo di questo paragrafo è quello di fornire informazioni, a partire dalla letteratura di riferimento, riguardo all'utilizzo di MathCityMap come strumento didattico.

Il progetto MathCityMap è nato alla Goethe University di Francoforte nel 2016, permettendo così di aggiungere un supporto digitale all'idea didattica delle cosiddette *mathematics trails* (in breve math trails) [21]. Per math trail si intende una «passeggiata in cui si possono scoprire o risolvere problemi matematici lungo il percorso» [44, pag. 6]. Il percorso viene completato mediante il supporto di una guida che può essere una persona, o un supporto fisico o digitale [49].

L'idea delle mathematics trails non è affatto nuova: i primi utilizzi di questo supporto didattico risalgono agli anni Ottanta del secolo scorso. Diverse sono le teorie legate all'apprendimento che suggeriscono l'utilità di tali attività, tra cui ad esempio la teoria di Bruner [8] sui tre livelli di rappresentazione cognitiva: la concretezza degli oggetti matematici trovati nelle math trails permetterebbe un'esplorazione a livello esecutivo, in cui si apprende attraverso azioni concrete e manipolazione diretta dell'ambiente, costruendo la propria comprensione del mondo attraverso il movimento e l'interazione fisica. Questa spesso trova poco spazio durante una lezione tradizionale in aula [49].

Oltre a questo utilizzo nel contesto scolastico, le math trails possono essere un ottimo strumento per la popolarizzazione della matematica e della *Mathematics Education* (ME) in contesti informali, attraverso attività extrascolastiche [44]. Con il termine "informale" riferito ad un contesto educativo, si intendono tutti quegli ambiti (famiglia, organizzazioni sportive, scoutismo, gruppi extrascolastici organizzati) caratterizzati da un certo grado di sistematicità e di intenzionalità nelle azioni educative, anche se minore rispetto all'ambito strettamente scolastico [12]. Una math trail può essere un'occasione per "fare matematica" fuori dall'edificio scolastico, estendendo il tempo impiegato a pensare a tale disciplina e ai problemi a lei legati. Soprattutto nei primi anni, gli organizzatori delle math trails erano spesso e volentieri parte del mondo scolastico, e quindi tendevano a creare percorsi che potessero essere sfruttati anche da insegnanti, creando validi programmi di ME che venivano resi più efficaci da questo strumento [44].

Tra i primissimi lavori, ad esempio, la math trail di Blane [6] per il centro di Melbourne era stata pensata come attività da proporre alle famiglie durante una settimana di vacanza scolastica. Tra le tappe erano presenti un'osser-

vazione di pattern circolare di disposizione di mattoni nel pavimento (alla scoperta dell'invarianza del π), la stima indiretta dell'altezza di una cattedrale utilizzando il suo riflesso in un laghetto, e una tappa di conteggio delle finestre sulla facciata di un grattacielo. Gli utenti, in queste prime math trails completamente analogiche, avevano a disposizione durante il percorso una brochure contenente domande a sfondo matematico, formulate con l'intenzione di stimolare il pensiero, a volte non aventi neanche una "singola risposta corretta" di per sé. La popolarità della math trail di Melbourne fu così tanta che l'allestimento fu mantenuto per alcuni mesi, molto più tempo della singola settimana prevista [44].

Anche nella ricerca più recente si sottolinea come le math trails possano aiutare a collegare i contenuti matematici appresi in classe al mondo reale, e a scoprire che la matematica è ovunque. Si usano diagrammi, rapporti di proporzionalità e vari strumenti del pensiero algebrico per risolvere problemi, si riflette su come migliorare i propri metodi di raccolta dati per aumentare la precisione dei risultati, si collabora per esprimere in modo chiaro il proprio pensiero. Le opportunità offerte dalle math trails possono contribuire a connettere studenti, insegnanti, ma anche famiglie e turisti, con l'ambiente circostante e, nel farlo, supportare lo sviluppo di skills di modellizzazione matematica ricche e significative [11].

Shoaf, nel suo libro intitolato *Math Trails* [44], propone un elenco delle caratteristiche generali di una mathematics trail, nella sua versione pre-digitalizzazione. L'idea è che tali attività siano pensate per tutti, e che quindi i problemi proposti nelle math trails debbano essere il più possibile interessanti ed inclusivi nel loro target. La varietà delle tappe, sia per livello di difficoltà sia per argomenti matematici, può essere un mezzo per permettere a tutti di contribuire al completamento della passeggiata e sentirsi soddisfatti dell'esperienza. A questo proposito, un'altra idea fondamentale è che l'esperienza sia collaborativa, di gruppo, per stimolare la comunicazione e il confronto di idee tra i partecipanti. Cambiano anche i tempi rispetto a quelli classici del contesto scolastico, che qui risultano in generale più dilatati, e possono essere gestiti dal gruppo in autonomia, senza limiti esterni. Lo spirito dietro alle math trails, e un messaggio che si spera di trasmettere all'utenza, è che la matematica si può trovare ovunque, in qualsiasi luogo. Un'ultima caratteristica è la temporaneità delle tappe, dovuta al problema della manutenzione di tutti gli eventuali allestimenti fisici del progetto [44]. Al giorno d'oggi, la digitalizzazione delle tappe permette in parte di ovviare a questo problema, lasciando le informazioni necessarie al completamento del percorso sempre a disposizione in un database online accessibile a tutti [26].

Tornando all'ottica di utilizzo delle math trails in ambito educativo, oltre alla possibilità di esplorazione a livello esecutivo teorizzata da Bruner [8], un altro aspetto positivo che emerge da alcuni studi di ricerca è che l'apprendimento fuori dall'edificio scolastico tende a influenzare positivamente gli studenti in termini di fattori affettivi [5], e, in generale, sembra che l'attività fisica moderata che viene eseguita durante la passeggiata contribuisca a delle migliori prestazioni mentali [49]. Inoltre, l'ambiente legato a queste esperienze viene percepito come più "spensierato" e "rassicurante" del normale contesto scolastico, promuovendo, attraverso la discussione in piccoli gruppi, un atteggiamento positivo verso la matematica [21].

Rispetto ad esperienze di tipo "secondario" (indirette, tramite l'utilizzo di strumenti multimediali o narrativi), le esperienze "primarie" (dirette) risultano più memorabili per gli studenti perché sono inserite dentro a un ambiente associativo [50]. Riprendendo la distinzione tra i tipi di rappresentazione di Bruner [8], questo tipo di esperienze permette di creare ponti tra azioni enattive (ad esempio misurare oggetti, parte del livello esecutivo), rappresentazioni iconiche (ad esempio creare un bozzetto dell'oggetto, schematizzandolo) e rappresentazioni simboliche (ad esempio la formula del volume di un oggetto). I luoghi di apprendimento esterni alla scuola, oltre a favorire questi processi, presentano spesso agli studenti delle situazioni iniziali complesse, il che offre loro la libertà di scoprire, di approcciarsi all'argomento tramite esplorazione attiva. Anche questo, in linea con l'idea costruttivista che la scoperta e l'esplorazione siano fondamentali per l'apprendimento, fa sì che la conoscenza prodotta in questi ambienti sia potenzialmente accessibile per tempi significativamente più lunghi [50].

A partire da questi potenziali benefici, l'utilizzo di MathCityMap contribuisce alla digitalizzazione delle math trails attraverso un portale web e un'applicazione per smartphone in cui possono essere inseriti e resi pubblici i percorsi matematici ideati [49].

L'utilizzo di MathCityMap, essendo questo uno strumento digitale progettato per contesti esterni alla tradizionale aula scolastica, fa parte di un tipo di apprendimento conosciuto come *mobile learning*. Il *mobile learning* si definisce come apprendimento che avviene mentre si è in movimento, tramite l'utilizzo di dispositivi elettronici portatili. L'apprendimento è, pertanto, facilitato da strumenti digitali, ormai molto semplici da portare con sé, come smartphone e tablet, e non è legato necessariamente ad un singolo luogo, come avviene invece in classe [50]. Questi strumenti digitali possono fornire rappresentazioni visive dinamiche, facilitando il collegamento tra situazioni di apprendimento diverse, e stimolando processi di apprendimento collaborativo [5]. Se, oltre

all'utilizzo di strumenti digitali, l'apprendimento è associato anche ad un oggetto del mondo reale, allora si parla di *U-learning* (apprendimento ubiquitario sensibile al contesto), una sottocategoria del *mobile learning* in cui rientra anche MathCityMap per l'importanza che viene data agli oggetti reali che si trovano nei luoghi scelti come parte del percorso [50].

In particolare, ogni percorso dell'app contiene delle tappe: cliccando sull'icona, si accede a una domanda, che può essere di otto tipologie, che variano in base alla tipologia di risposta prevista e che, sul portale ufficiale di MathCityMap [26], sono descritte come segue:

- Intervallo, il formato di tappa classico di MathCityMap, adatto a richieste che riguardano misure;
- Valore Esatto, formato che può essere usato per tappe di conteggio o problemi combinatori;
- Vettore (Intervallo), per quando si vogliono porre più domande riguardo ad un'attività di misurazione, ad esempio nei casi di geometria spaziale;
- Vettore (Valore Esatto), per porre più domande di conteggio nella stessa tappa;
- Insieme, per tappe che richiedono di immettere più risposte numeriche, il cui ordine non è però rilevante;
- Stazione di Informazioni, un formato di tappa che non prevede uno spazio di risposta nell'app, e può essere implementato per fornire fatti aggiuntivi (su edifici, persone o realtà storiche) durante la math trail, senza aggiungere una domanda;
- Riempi Gli Spazi, per tappe in cui si richiede di completare un testo inserendo parole o numeri negli spazi vuoti;
- Risposta Multipla, in cui gli utenti devono scegliere la risposta corretta (almeno una) tra alcune preimpostate (almeno due);
- Tappa GPS, formato che crea tappe in cui gli studenti devono trovare una certa posizione (ad esempio il baricentro di alcuni punti dati), o disporre loro stessi in una figura prestabilita (ad esempio, formando un triangolo equilatero), tramite l'utilizzo della geolocalizzazione nei loro cellulari;
- Sottotappe, formato che permette di pre-strutturare tappe più complesse, dividendole in sottotappe, obbligatorie o opzionali [26].

Una volta scelta la math trail da seguire, con l'utilizzo del sistema GPS integrato nell'app, gli utenti vengono guidati verso le singole tappe (è possibile sia seguire l'ordine prestabilito da chi ha ideato il percorso, sia completare le tappe in ordine sparso) e, una volta arrivati, possono leggere la domanda e provare a rispondere [5].

L'approccio di MathCityMap si può considerare un tipo di *mobile learning* "guidato dall'artefatto", per il ruolo centrale che gli oggetti reali hanno, e perché la tecnologia aiuta gli studenti a diventare matematicamente attivi nel contesto fuori dalla classe, presentando loro la consegna senza bisogno di una guida fisica. Oltre a non necessitare più di una persona addetta a illustrare il percorso, la digitalizzazione fornita da MathCityMap rende molto più semplice la creazione e l'allestimento di tappe in giro per la città. Anche la loro diffusione diventa molto più immediata, attraverso il database online che permette la condivisione istantanea dei percorsi creati in tutto il mondo [50].

Un aspetto importante dell'applicazione è il feedback immediato sulla risposta inserita: il sistema permette in questo modo agli studenti di provare a rispondere nuovamente alla domanda nel caso in cui la loro risposta risulti sbagliata [5]. Grazie al feedback, gli studenti possono discutere subito dell'errore commesso e ragionare insieme su altre possibili strade mentre si trovano ancora di fronte alla tappa, con un livello di coinvolgimento più alto rispetto al caso in cui dovessero ripensarci a fine percorso o in classe. Infatti, nello studio di Zender e Ludwig condotto su un campione di studenti tedeschi di 15 anni, si è potuto osservare come solo il 37% degli alunni fosse riuscito a risolvere i quesiti proposti nelle tappe al primo tentativo [49].

A questo si aggiunge la possibilità di inserire fino a tre suggerimenti a cui gli studenti possono accedere se lo ritengono necessario [5]. Questo sistema è pensato per permettere agli studenti un'autonomia maggiore nella risoluzione, ed ha impatti positivi sull'esperienza di apprendimento, sulla comunicazione nel gruppo e sulle loro prestazioni [20].

Infatti, durante una math trail assistita da MathCityMap, gli studenti hanno in generale più controllo sui loro processi di apprendimento: devono prendere più decisioni, nel raggiungere il luogo della tappa, nell'approccio da adottare per risolvere il quesito, e in come interagire con l'applicazione, e questo aumenta la loro autonomia. Il fatto che l'applicazione fornisca un supporto aggiuntivo tramite feedback e suggerimenti permette agli studenti di lavorare in modo indipendente e sentirsi più competenti. L'aspetto sociale dell'apprendimento è invece stimolato dal fatto che gli studenti vengano mandati a completare il percorso divisi in gruppi [50]. Tutti questi aspetti contribuiscono ad aumentare la motivazione degli studenti coinvolti in una

math trail con MathCityMap [20, 10].

Uno studio di Barlovits e Ludwig [5] mostra proprio come, mentre l'utilizzo dell'applicazione non ha un effetto significativamente migliore sui livelli di interesse e auto-efficacia degli studenti rispetto a una maths trail priva di supporti digitali, l'app può generare comunque dei benefici aggiuntivi dati dal sistema di feedback e suggerimenti. Gli studenti presi in esame sono infatti riusciti a completare più tappe grazie all'utilizzo di entrambe le funzionalità.

Lo studio di Zender e Ludwig [49] si è anche occupato di indagare i possibili effetti a lungo termine di un intervento didattico di questo tipo, mostrando che i risultati raggiunti rimangono più stabili rispetto a quelli del gruppo di controllo ¹, in linea con le teorie sull'importanza dell'apprendimento esecutivo di Bruner [8], e di Kovalik e Olsen [49]. Questo è possibile anche perché le domande poste, relative a oggetti reali, vengono percepite come più autentiche. L'app permette anche di aggiungere informazioni ulteriori sull'oggetto, sia nella descrizione della tappa, sia in approfondimenti posti in allegato, che possono essere usate per aumentare il senso di autenticità del quesito [50].

Il portale di MathCityMap permette anche di assegnare alle tappe di una maths trail dei punteggi, funzionalità che può essere usata anche per evitare che gli studenti provino a indovinare la risposta, poiché a partire dal secondo inserimento sbagliato l'app diminuisce il punteggio ottenibile tramite quella tappa [20]. Inoltre, con aggiornamenti più recenti, l'app permette all'insegnante di creare una classe digitale in cui gli studenti possono entrare, collegando il loro smartphone e condividendo la loro posizione in tempo reale. In questo modo, l'insegnante può comunicare con gli alunni tramite il portale e monitorare i loro progressi a distanza [50].

Zender e altri, nel loro articolo del 2020 sui nuovi sviluppi nell'ambito delle math trails [50], presentano in particolare uno studio indonesiano in cui alcune classi di studenti tra i 12 e i 15 anni hanno partecipato a due o tre math trails da 45 minuti invece di prendere parte alle usuali lezioni in classe. Le math trails sono state riproposte un anno dopo, e in entrambi i casi è

¹Lo studio ha coinvolto classi di studenti di 15 anni prese da diverse scuole dell'area di Francoforte. Per controllare la variabile scuola, in ognuna di queste almeno una classe ha fatto parte del gruppo di controllo e una del gruppo partecipante. Per controllare la variabile del rendimento in matematica, le classi sono state distribuite tra i due gruppi tenendo conto dei risultati di un test d'ingresso standardizzato (VERA8), e altre variabili come la qualità dell'insegnamento sono state randomizzate attraverso il numero di studenti partecipanti (273 attivi e 182 di controllo).

stato somministrato un questionario per indagare i livelli di motivazione e prestazione degli studenti prima e dopo l'intervento. Si è registrato un aumento significativo delle prestazioni rispetto al gruppo di controllo. A questo proposito, bisogna sottolineare che il numero di problemi risolti dal gruppo che si è cimentato nelle math trails era minore rispetto a quello di una lezione in aula con il libro di testo. Nonostante abbiano avuto meno possibilità di esercitarsi, i loro risultati nel test erano significativamente migliori [50].

La letteratura suggerisce, infatti, che i problemi forniti dall'applicazione di MathCityMap possano essere classificati come problemi "non di routine", cioè come problemi legati al mondo reale che richiedono l'utilizzo del pensiero critico e creativo per essere risolti. L'importanza di questo tipo di problemi nello sviluppo della competenza di *problem solving* è riconosciuta fin dai tempi di Polya [42], e studi più recenti mostrano come l'ottimismo e la motivazione supportino anche la creatività e la logica nella risoluzione di problemi. L'utilizzo di MathCityMap quindi può contribuire allo sviluppo e al potenziamento della competenza di *problem solving* negli studenti, mostrandosi utile come strumento per creare un ponte tra concetti matematici e situazioni reali [40], sottolineando l'utilità della matematica in problemi tratti dalla realtà [4], ma anche per aumentare i livelli di interesse e motivazione degli studenti durante l'apprendimento [40].

Tornando allo studio di Zender [50], i risultati mostrano che anche il punteggio medio riguardante la motivazione, che prima era negativo, è diventato fortemente positivo. A distanza di un anno, sono state ripetute sia la math trail che il test per rilevare il livello di motivazione, e il punteggio medio è rimasto lo stesso registrato subito dopo la prima trail. Nella sezione a risposte aperte del questionario, quasi un quarto degli studenti ha detto che la tecnologia mobile è stato il fattore più motivante, parlando di come si siano divertiti, ad esempio, a trovare le tappe sulla mappa digitale [50]. La curiosità, la motivazione e l'interesse per questo approccio diverso dalla lezione tradizionale in classe, tramite problemi fortemente connessi con il mondo reale, possono risultare significativi nell'indurre un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina. Anche il movimento contribuisce all'atteggiamento degli studenti nell'attività: il corpo gioca un ruolo decisivo nell'intero processo intellettuale, e perciò studenti che possono muoversi durante l'attività possono apprendere in modo più efficace. L'interazione tra coinvolgimento cognitivo, fisico e sociale tipico delle math trails promuove negli alunni un atteggiamento positivo attraverso l'apprendimento attivo, in cui gli studenti si impegnano in prima persona nel processo di apprendimento [4].

MathCityMap permette in un certo senso una simbiosi tra apprendimento analogico e digitale. Il primo si traduce nella possibilità di uscire dall'edifi-

cio scolastico, muoversi, discutere in gruppo, misurare e calcolare, toccando con mano gli oggetti da modellizzare. Gli strumenti digitali permettono di arricchire l'esperienza con suggerimenti, feedback, il supporto spaziale della mappa e la possibilità di comunicare a distanza con l'insegnante. I due tipi di approccio contribuiscono alla riuscita dell'attività, ognuno con elementi che l'altro non sarebbe in grado di fornire da solo, portando complessivamente ad un'esperienza di apprendimento coinvolgente ed efficace [50].

Capitolo 2

Quadro teorico

2.1 Il ruolo dei fattori affettivi in matematica

L'obiettivo di questo paragrafo è informare il lettore del ruolo fondamentale che i fattori affettivi rivestono nell'apprendimento della matematica.

In particolare l'attenzione sarà volta in misura maggiore ad aspetti quali l'atteggiamento, la disposizione emotiva e il sistema di convinzioni e credenze dell'individuo.

I fattori affettivi nella ricerca in maths education

L'idea che i fattori affettivi abbiano un'influenza significativa sull'apprendimento è ormai largamente condivisa dalla comunità di ricerca nell'ambito della *Maths Education* (ME), tant'è che alle conferenze dell'ERME¹ è da tempo presente un'intera sezione dedicata alle ricerche su *Affect and Mathematical Thinking* [22].

L'area dei fattori affettivi è vasta, e storicamente si possono osservare vari tentativi di fornire quadri strutturali e modelli applicativi tramite cui studiare le correlazioni tra questo ambito e quelli cognitivo ed epistemologico. Spesso, come ad esempio nel caso del costrutto di atteggiamento, che verrà trattato più in dettaglio successivamente, la ricerca in ME prende in prestito concetti sviluppati in altri domini di ricerca e li adatta per renderli più significativi nel contesto specifico. Nel caso dei fattori affettivi, le prime idee nascono dagli ambiti psicologico, delle scienze cognitive, dell'epistemologia, della semiotica, dell'antropologia, e vengono poi specializzate ed adattate al caso dell'apprendimento e insegnamento della matematica, a partire dalla prima metà del Novecento [2].

¹European Society for Research in Mathematics Education

In particolare si possono individuare due correnti di sviluppo principali a partire dagli anni Sessanta e Settanta del secolo scorso: quella già citata dell'atteggiamento e quella della cosiddetta "ansia matematica" [47]. Entrambe sembrano derivare dalla psicologia, in particolare la prima dalla psicologia sociale [47, 2], e ne risultano fortemente influenzate nei metodi di ricerca, prevalentemente quantitativi e considerati ormai non adatti ad una più profonda comprensione dei processi interni dello studente [35]. Nel caso dell'atteggiamento, i test utilizzati erano basati su scale di Likert o di Thurstone ², e associavano ogni risposta ad un punteggio, la cui somma collocava l'individuo in un punto della scala i cui estremi indicavano un atteggiamento nei confronti della matematica "positivo" o "negativo" [15]. Nel caso dell'ansia matematica, la scala più utilizzata era quella ideata da Richardson e Suinn nel 1972, la Mathematics Anxiety Rating Scale: anche in questo caso si tratta di una scala unidimensionale, di cui al giorno d'oggi esistono nuove varianti come la MARS e la AMAS. Anche il focus sembra essere lo stesso in entrambi gli ambiti, ovvero di tipo predittivo. Si ritiene che misurando il livello di ansia dell'individuo si possa trovare un fattore che influenza negativamente le prestazioni [47], e che l'atteggiamento possa incidere significativamente nelle scelte (ad esempio quella di seguire o meno corsi di matematica avanzati) e nel grado di "successo" in matematica [2].

Negli anni è cresciuta l'esigenza di chiarire i quadri teorici e le definizioni prese come riferimento nelle varie ricerche, poiché, come sottolinea Hart, i primi lavori non forniscono nessuna descrizione o definizione delle variabili prese in considerazione, e questo rende difficoltosi sia l'interpretazione dei risultati sia il confronto con altri studi [2]. La spinta decisiva si ebbe negli anni '80, con un ripensamento radicale dei fattori che possono contribuire alle difficoltà in matematica, in particolare nell'ambito del problem solving. Schonefeld esprime l'insoddisfazione per un'interpretazione puramente cognitiva dei fenomeni in tale contesto, portando alla riconsiderazione del ruolo degli aspetti metacognitivi e del cosiddetto *sense making*, il quale gli allievi

²Per la scala di Likert si presentano delle affermazioni con cui l'intervistato può esprimere un grado di accordo su una scala. La Likert è più immediata da costruire, semplicemente sommando i punteggi delle singole domande, mentre la Thurstone, più complessa, offre una maggiore accuratezza nella misurazione degli atteggiamenti. Si cerca un campione di giudici che esprimano il proprio grado di accordo (generalmente da 1 a 11) con alcune affermazioni. Per ogni affermazione, si calcola il valore medio e la varianza dei punteggi assegnati dai giudici. Le affermazioni con una varianza bassa (cioè, quelle su cui i giudici erano più concordi) sono considerate più affidabili. Queste affermazioni vengono poi presentate ai partecipanti, che indicano solo se sono d'accordo o meno con ciascuna, senza una scala. Il punteggio totale viene calcolato sommando i valori delle affermazioni con cui il partecipante è d'accordo.

costruiscono in maniera molto personale, sulla base di fattori come le proprie esperienze pregresse, le convinzioni e la visione relativa alla matematica, ossia sulla base del loro sistema di credenze [16]. A questo proposito, McLeod e Adams pubblicano, nel 1989, il celebre libro dal titolo “Affect and mathematical problem solving”, sulla base della teoria delle emozioni di Mandler, in cui discutono di come la concentrazione, la persistenza e l’attivazione di processi di controllo durante sessioni di problem solving subiscano l’influenza di emozioni, convinzioni e atteggiamenti [2].

Inoltre, si nota che, nelle descrizioni delle proprie attività da parte di importanti matematici quali Hardy, Hadamard o Poincaré, c’è una forte interazione tra aspetti cognitivi, metacognitivi ed emozionali [47], e in particolare questi ultimi sembrano avere un ruolo trainante nella fase creativa del processo matematico [16]. Un’altra prova di questa interazione viene dalle neuroscienze, che mostrano una relazione profonda tra emozioni e processi decisionali [47]. Chiaramente quindi, questi domini sono in qualche modo connessi, e la letteratura si occupa tuttora di studiare la presenza e rilevanza di tali interazioni.

Il primo quadro teorico che si riporta è quello che McLeod presenta nel suo *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* del 1992, considerato uno dei lavori fondanti del campo di ricerca dei fattori affettivi, anche perché con la pubblicazione di questo libro avviene una presa d’atto definitiva: è necessario includere la variabile affettiva negli studi in ME, poiché i fattori affettivi giocano un ruolo centrale nell’insegnamento-apprendimento della matematica [2]. McLeod suggerisce la visione del dominio affettivo nelle ME come un continuo, in cui credenze, atteggiamenti ed emozioni si collocano a livelli diversi di coinvolgimento affettivo, coinvolgimento cognitivo, intensità di risposta e stabilità di risposta [35]. In questo quadro teorico, schematicamente descritto in Figura 2.1, si pensa che le emozioni (Emotions) siano la dimensione più intensa, meno stabile e meno cognitiva, mentre le credenze (Beliefs) si trovano all’altro estremo del continuo, e gli atteggiamenti (Attitudes) si collocano tra queste due [22]. Questa concettualizzazione sembra suggerire una connessione più stretta tra gli aspetti più vicini tra loro [35].

In seguito DeBellis e Goldin aggiungono un quarto elemento, i valori, ma ritengono che così facendo non sia più possibile una disposizione lineare dei quattro concetti [47]. In particolare Goldin elabora un’ulteriore descrizione di quelli che lui chiama sottodomini affettivi. Definisce:

- le emozioni come stati d’animo che cambiano rapidamente, anche in

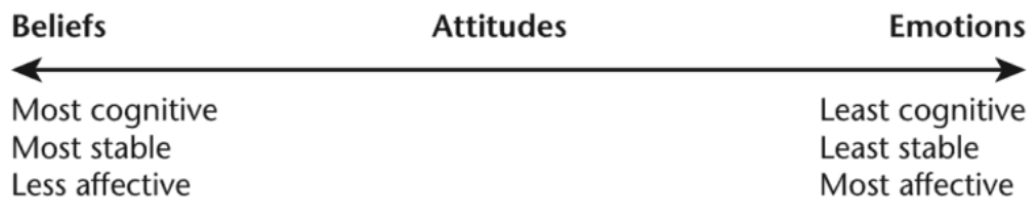


Figura 2.1: Modello del continuo affettivo di McLeod, 1992, [22]

intensità, di solito locali o molto contestualizzati,

- gli atteggiamenti come predisposizioni d'animo moderatamente stabili per classe di situazioni, che coinvolgono un misto di fattori affettivi e cognitivi,
- le credenze come rappresentazioni interne a cui l'individuo attribuisce verità, validità o applicabilità, di solito stabili e altamente cognitive, che possono anche essere ampiamente strutturate,
- i valori, l'etica e la morale come preferenze profonde, possibilmente sentite anche come "verità personali", stabili, altamente affettive e cognitive, che possono anche essere ampiamente strutturate [35].

A partire da questi ulteriori sviluppi, Grootenberg propone una rappresentazione di queste concettualizzazioni del dominio affettivo come in Figura 2.2. Teorizzazioni più recenti includono lo studio di costrutti come la motivazione,

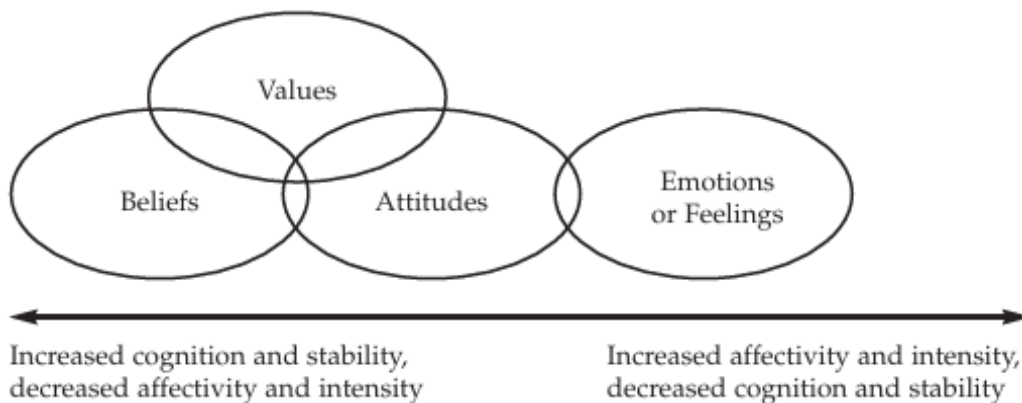


Figura 2.2: Modello riassuntivo del dominio affettivo di Grootenberg, 2003, [35]

la disposizione d'animo e l'interesse [47]. La rappresentazione grafica di Op

't Eynde riportata in Figure 2.3, ad esempio, include la dimensione motivazionale e pone l'attenzione anche sui diversi livelli di contesto sociale [22]. Il suo è un approccio socio-costruttivista, in cui la dimensione affettiva si fonda sul contesto sociale ed è definita a partire da esso [47].

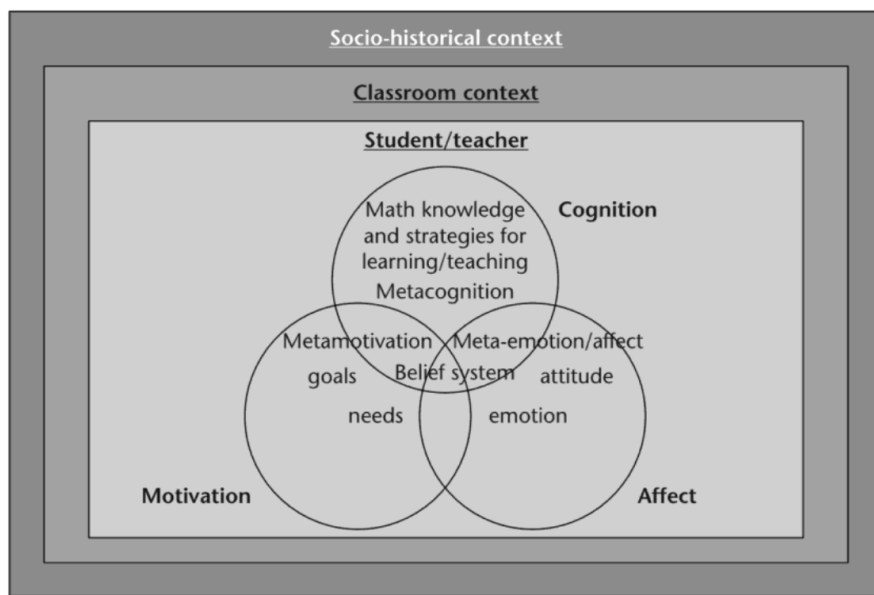


Figura 2.3: Rappresentazione grafica del dominio affettivo di Op 't Eynde, 2005, [22]

Una rappresentazione ancora più complessa ed articolata è quella che propone Hannula nel 2011, che rappresenta il dominio affettivo come un cubo, riportato in Figura 2.4:

- una dimensione si divide in cognitivo (quello che si crede), affettivo (quello che si sente) e motivazionale (quello che si desidera);
- in un'altra separa tre tipi di ricerca legate ai fattori affettivi (psicologica, sociale e fisiologica, le cosiddette *embodied theories*);
- nell'ultima separa costrutti relativi a processi dinamici (*state-type*) da quelli legati a disposizioni relativamente stabili (*trait-type*).

Si dà in ultimo un accenno degli sviluppi nello studio della motivazione, che hanno portato ad ulteriori categorizzazioni interne a questo ambito, come ad esempio la famosa teoria dell'auto-determinazione di Deci e Ryan, citata in molti articoli della bibliografia di [20, 10, ad esempio]. Questa teoria distingue la motivazione intrinseca (fare qualcosa perché intrinsecamente interessante o piacevole) da quella estrinseca (fare qualcosa perché porta ad un

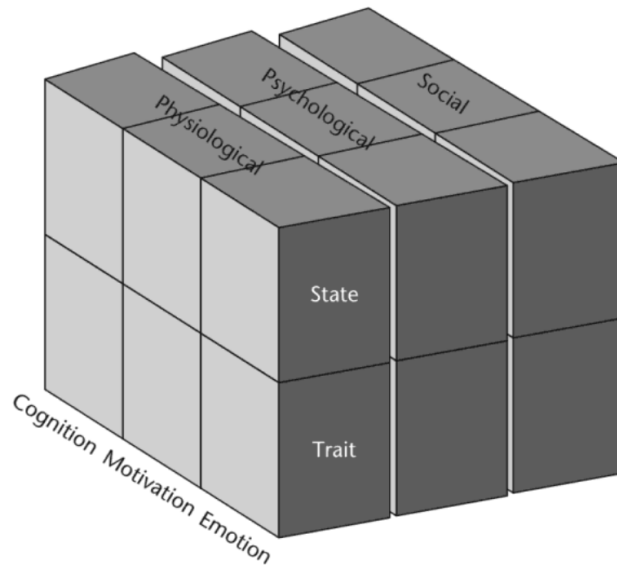


Figura 2.4: Cubo del dominio affettivo di Hannula, 2011, [22]

certo esito). Inoltre, afferma che l'origine dei comportamenti caratterizzati da motivazione intrinseca si può attribuire alla soddisfazione di tre bisogni psicologici: competenza (percezione di sé stessi come capaci di intraprendere l'attività), autonomia (percezione di un certo grado di indipendenza e controllo nelle decisioni) e rapporto (percezione di una connessione sociale, di appartenenza) [20]. Alcuni ricercatori hanno poi delineato cinque fattori attraverso cui misurare la motivazione, corrispondenti a livelli crescenti di auto-determinazione:

- amotivazione, nel caso di assenza di intento di portare avanti un'attività, associata a senso di incompetenza;
- regolazione esterna, una forma di motivazione estrinseca, in cui il comportamento è regolato da conseguenze esterne, come premi e punizioni;
- introiezione, una forma più internalizzata di motivazione, anche questa estrinseca, che entra in gioco quando l'individuo sente che dovrebbe partecipare in un'attività, e inizia ad imporre i propri premi e punizioni;
- identificazione, che avviene quando l'individuo sente proprie le ragioni del proprio comportamento, spesso quando la persona vuole partecipare all'attività per motivi personali non legati a premi e punizioni;

- motivazione intrinseca, in cui l'individuo vuole partecipare all'attività per il piacere e la soddisfazione che la partecipazione stessa, il processo, gli dà [36].

Atteggiamento, emozioni e credenze

Dopo questa panoramica della ricerca nell'ambito delle ME e dei fattori affettivi, si vuole approfondire in particolare la dimensione dell'atteggiamento e il suo ruolo di ponte tra emozioni e sistema di credenze e convinzioni (Figura 2.1).

Come già accennato, i primi studi del costrutto di atteggiamento derivano dalla psicologia sociale, e risentono di un'ottica comportamentista in cui il tratto è studiato prettamente al fine di prevedere alcune scelte e comportamenti dell'individuo [2]. L'approccio è fortemente deterministico, normativo, si cerca di provare la presenza di relazioni causa-effetto tra l'atteggiamento ed altri fattori, e i metodi di indagine sono puramente quantitativi, basati su test che restituiscono valori di misura: siamo nel pieno di quello che Di Martino chiama "il movimento delle misurazioni" nella ricerca in ME [1]. L'unico risultato significativo di questo primo periodo di ricerca è la comprovata presenza di differenze significative di genere in alcuni aspetti dell'atteggiamento: le ragazze tendevano ad avere atteggiamenti più negativi, in particolare riguardo al senso di auto-efficacia e fiducia in sé stesse (vedi modello TMA 2.5), e a percepire la matematica come un settore "maschile" del sapere. Fennema e Sherman ipotizzano che questo fenomeno possa essere dovuto al fatto che l'atteggiamento nei confronti della matematica riflette le proibizioni e prescrizioni culturali del contesto sociale di riferimento [2].

Dopo la svolta degli anni 80 grazie a figure come McLeod, Adams e lo psicologo George Mandler, invece, si passa alla visione, tuttora condivisa dalla comunità di ricerca, che il costrutto di atteggiamento possa servire ad interpretare (non più prevedere) comportamenti in attività matematiche complesse come il problem solving [15]. Ruffel, Mason e Allen parlano dell'atteggiamento come nozione complessa, costrutto che nasce dal desiderio dell'osservatore di avere uno strumento per interpretare l'osservazione, e non più come una qualità dell'individuo [1]. L'ottica diventa quella di una *working definition*, una definizione dinamica che si adatta in termini di complessità a quella del fenomeno studiato: a volte più diretta, quando si parla di semplici scelte, a volte più stratificata, quando il modello serve ad interpretare decisioni complesse, come quelle prese dagli studenti all'interno di attività matematiche strutturate [15]. Questa nuova multidimensionalità del modello rende inadeguati

i precedenti questionari, strumenti di misurazione unidimensionali: è molto limitante sintetizzare i numerosi aspetti dell'atteggiamento di un individuo attraverso un semplice numero [1]. Inoltre, così facendo non si ottengono dall'indagine informazioni utili ad interpretare l'osservazione, a tracciare un profilo di atteggiamento diverso per ognuno in base alle proprie risposte nei vari aspetti indagati [2].

Una ricerca di Polo e Zan della seconda metà degli anni 2000 [41] mostra come spesso l'atteggiamento negativo nei confronti della matematica sia usato quasi come diagnosi definitiva da parte degli insegnanti, invece che come punto di partenza per interventi mirati [2]. Perché sia attuabile questo shift operativo, però, serve prima di tutto avere a disposizione un modello di atteggiamento che permetta di individuare quali siano le componenti negative, su cui è opportuno lavorare con azioni di intervento differenziate.

In questo contesto si colloca la famosa indagine di ricerca *Me and maths': Towards a definition of attitude grounded on students' narratives* di Di Martino e Zan del 2010 [15]. L'idea dietro un'indagine di tipo narrativo, e in particolare autobiografica, è quella espressa da Bruner [7], secondo cui i racconti soggettivi degli studenti possano risultare molto più significativi, da un punto di vista affettivo, rispetto a un resoconto oggettivo. Questo perché nel raccontare, gli studenti introducono dei nessi causali, non dettati dalla logica, bensì di tipo sociale, etico o psicologico: si crea così una *verità narrativa* [14]. In questo studio di ricerca, in particolare, è stato proposto il tema "Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica fino ad oggi". Agli studenti è stato fornito solo il titolo, in modo tale che nel prodotto finale potessero emergere in modo spontaneo gli aspetti che l'alunno ritiene più rilevanti, che sente come importanti, nella sua narrazione personale. Il tema è stato proposto ad un campione molto ampio di studenti: 1496 alunni, di cui 707 provenienti da classi della scuola primaria (esclusa la prima), 369 dalla scuola secondaria di primo grado e 420 dalla scuola secondaria di secondo grado. Inoltre, per lasciare agli studenti più libertà di espressione possibile, i temi sono stati distribuiti da docenti non assegnati alla classe in matematica, e sono stati scritti in forma anonima. In questo modo, gli studenti potevano esprimere in libertà anche critiche ed emozioni negative forti, sia verso la matematica che verso l'insegnante.

Quello che è emerso dai racconti è un fenomeno di generale deterioramento del rapporto con la matematica col crescere dell'età, ma anche storie singole di evoluzione positiva [2]. Spesso in queste storie si possono identificare quelli che Bruner [7] definisce punti di svolta, momenti in cui lo studente ha sentito cambiare qualcosa nel suo atteggiamento, in concomitanza con episodi specifici, oppure legati a certi argomenti o attività, o ancora al momento

di transizione da una scuola ad un'altra [15]. Inoltre, il fattore mediatore più significativo nell'evoluzione del rapporto tra lo studente e la matematica sembra in generale essere l'insegnante, che quindi può influenzare l'atteggiamento dello studente in modo significativo [2].

Il risultato della rielaborazione dei dati della ricerca è il TMA (modello tridimensionale di atteggiamento), che è stato poi incluso nell'Enciclopedia della Mathematics Education, ed è attualmente il quadro teorico più citato nella ricerca sull'atteggiamento in ME [1]; in questo modello, descritto schematicamente in Figura 2.5, l'atteggiamento è caratterizzato come costrutto complesso, costituito dalla correlazione delle sue tre dimensioni: disposizione emozionale, visione della matematica e senso di auto-efficacia (o competenza percepita) [15].

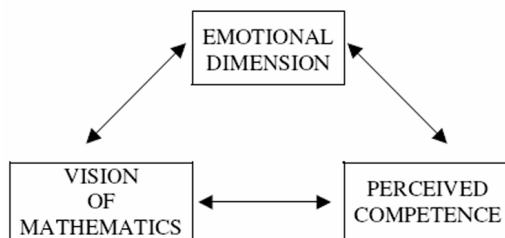


Figura 2.5: Modello tridimensionale dell'atteggiamento in matematica, [15]

Infatti, nei temi emerge con grande frequenza la disposizione emozionale, attraverso la dicotomia "la matematica mi piace/non mi piace" [2]. Il senso di auto-efficacia si ritrova invece nei racconti di esperienze di successo/fallimento, o nella percezione di quanto l'individuo riesca/non riesca in matematica (la sua competenza appunto) [15]. Infine, la visione della matematica viene esplicitata attraverso espressioni del tipo "la matematica è", che raccontano quali sono le convinzioni dell'individuo rispetto alla matematica, come il soggetto la "vede" [2].

Definendo cosa significhi, per ogni dimensione, che questa sia positiva o negativa nell'individuo, e prendendo in considerazione poi tutte le combinazioni possibili, si ottengono gli otto profili di atteggiamento delineati dal TMA. Una disposizione emozionale positiva è caratterizzata da un'associazione di emozioni positive alla matematica e pensieri come "la matematica mi piace". Il senso di auto-efficacia invece è, naturalmente, positivo quando è alto [2]. Per quanto riguarda la visione della matematica, Di Martino e Zan hanno scelto di identificare quella positiva con una visione relazionale, mentre quella negativa con una visione strumentale, anche se questa è una notevole sem-

plificazione del costrutto [15].

A partire dagli otto profili, di cui solo il primo è completamente positivo, si può pensare a degli interventi mirati legati ai singoli aspetti negativi. L'unico profilo che Di Martino ritiene non richieda probabilmente alcun tipo di intervento è quello di "atteggiamento negativo genuino", in cui risulta negativa solo la disposizione emozionale, e pertanto sembra essere legato a questioni di gusto, e non di paura verso la disciplina. Questo profilo è risultato l'unico vuoto a fronte di oltre 2000 temi raccolti [2]. Questo suggerisce che la dimensione emozionale negativa spesso e volentieri non è la dimensione più critica delle tre, ma va piuttosto interpretata come un segnale, affinché l'insegnante reindirizzi la sua attenzione sugli altri aspetti che necessitano di un intervento [15]. Le narrazioni portano a formulare un'idea generale di intervento che miri ad «aggancia[re] saldamente il piacere di far matematica ad un adeguato senso di auto-efficacia e ad una visione corretta della disciplina, cioè passa[re] agli allievi un'idea di successo legata ai processi e non ai prodotti» [2, pag. 57]. Il successo non deve essere legato all'assenza di errori, alla produzione di risposte corrette o ai tempi di risoluzione brevi, bensì all'utilizzo di processi tipici della matematica come l'argomentazione, il problem posing e solving, con determinazione e una buona padronanza delle proprie emozioni [2].

Tornando ad un'indagine dei fattori affettivi nella loro interezza, si può notare come, ad esempio nei modelli del continuo di McLeod (Figura 2.1) o Groo-tenberg (Figura 2.2), l'atteggiamento sia il costrutto in posizione centrale, e in un certo senso questo lo renda un possibile strumento per creare un ponte tra emozioni e credenze [16]. Le credenze sono un fattore particolarmente rilevante nei processi decisionali, e si ritiene che queste abbiano conseguenze comportamentali osservabili [16]. Inoltre, sono il costrutto affettivo ritenuto più stabile (Figure 2.1 e 2.2). Le emozioni sono invece più immediate, possono nascere in risposta ad oggetti (mi piace o meno tale oggetto), eventi (sono contento di ciò o meno) o agenti (approvo o meno), implicano reazioni fisiologiche ed influenzano i processi cognitivi in vari modi. Non sono però gli eventi, oggetti o agenti in sé a causare l'emozione, bensì l'interpretazione di questi ultimi. Questa interpretazione è a sua volta influenzata dalle credenze e dai valori dell'individuo, che possono talvolta anche generare discrepanze percettive o cognitive [16].

Attraverso un'ulteriore analisi [16] dei temi raccolti da Di Martino e Zan, si è indagata l'interazione tra credenze ed emozioni nell'ottica del modello TMA (Figura 2.5), sempre nella prospettiva dei nessi sociali, etici e psicologici di Bruner [14]. In alcuni temi emerge una disposizione emozionale negativa legata alla matematica in quanto oggetto, e quindi ad alcune visioni negative

della disciplina in sé: da certi viene vista come piena di regole e formule da ricordare, da altri come arida, che non lascia spazio ai sentimenti, da altri ancora come insensata, una disciplina in cui non è chiaro il motivo per cui si imparino certe cose, oppure come priva di spazio per esprimere le proprie idee [16].

Una interessante precisazione da fare è che una convinzione dell'utilità sociale della matematica non è necessariamente legata ad una disposizione emotiva positiva, ovvero al fatto che la matematica piaccia personalmente. Ci sono anche temi che esprimono la visione che la matematica sia una disciplina inutile e senza significato, per poi concludere che probabilmente la causa di questa visione è proprio il fatto che non gli piaccia: il rapporto causale teorizzato a priori in precedenza [1], nelle esperienze reali degli studenti risulta a volte ribaltato, a volte semplicemente non presente [16].

In altri temi emerge una disposizione emozionale negativa legata alla matematica in quanto teatro di eventi non piacevoli, o alle volte proprio come agente: sono i casi che gli autori collegano a un basso senso di auto-efficacia. Questo perché tale aspetto è fortemente legato all'idea che lo studente ha di successo in matematica: può avere una comprensione strumentale (legata al sapere le regole ed applicarle correttamente), relazionale (basata sul capire perché le regole funzionano e come sono interconnesse), o semplicemente attuare un'identificazione tra prestazione e voto scolastico, spesso delegando la responsabilità dell'eventuale fallimento all'insegnante. Questo influenzerà inevitabilmente la visione di cosa, nella propria esperienza in classe, conta come successo o come fallimento, e quindi quanto lo studente si sente competente. Anche in questo caso, come nel precedente, il nesso causale tra emozioni negative e basso senso di auto-efficacia non è né unidirezionale né necessariamente presente [16].

Per legare invece il senso di auto-efficacia e la visione della matematica tra loro in modo esplicito, gli studenti spesso si riferiscono implicitamente al terzo vertice del TMA [15]. In generale, da un'osservazione più globale, emerge anche che la visione della matematica sembra avere un ruolo cruciale nell'aumento sia di una disposizione emozionale negativa sia di un basso senso di auto-efficacia [16].

Fattori affettivi e competenze

Si conclude questo paragrafo con alcune riflessioni sul ruolo dei fattori affettivi nell'ottica dell'acquisizione di competenze.

I fattori affettivi sono ormai menzionati come componenti importanti per il raggiungimento degli obiettivi di competenza matematica in varie indicazioni ufficiali. Ad esempio, nel testo delle Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione del 2012, uno dei traguardi della competenza matematica per la scuola primaria è:

«Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà» [32, pag. 50].

La stessa dicitura è presente anche nelle Nuove Indicazioni Nazionali del 2025 [31, pag. 92]. Compare un riferimento esplicito all'atteggiamento, richiedendo come obiettivo che questo sia positivo, e legando tale concetto a una certa visione della matematica: disciplina che fornisce strumenti utili ad operare nella realtà [1]. Questo suggerisce anche un legame tra la capacità di modellizzazione matematica (a cui si fa riferimento con l'espressione "operare nella realtà") e l'atteggiamento in matematica [14].

Ancora, tra i traguardi di competenza in matematica al termine della scuola secondaria di primo grado, è presente:

«Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà» [32, pag. 51] e [31, pag. 95].

Infine, nella sezione che descrive l'insegnamento-apprendimento in matematica in generale, troviamo:

«Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche [...] Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo»[32, pag. 49].

Abbiamo un riferimento esplicito sia all'auto-regolazione emotiva, cioè a un atteggiamento caratterizzato da "fiducia e determinazione", sia a una visione della matematica corretta, relazionale. Le Indicazioni Nazionali considerano quindi, come fattori importanti nello sviluppo di competenze, tutte le componenti dell'atteggiamento delineate dal TMA [1].

Questi sono traguardi di competenza in uscita dal primo ciclo di studio, quindi sono importanti per tutti gli studenti, a prescindere dalle loro scelte scolastiche successive. Inoltre, il costrutto stesso di competenza è in generale visto come tridimensionale nella ricerca in didattica odierna: si basa su conoscenze, abilità e sulla cosiddetta "disponibilità ad agire", dimensione in cui i fattori affettivi, e più in generale, la dimensione interiore dell'individuo, giocano un ruolo fondamentale [12]. Anche tra le otto competenze chiave europee [18] (competenza alfabetica funzionale, competenza multilinguistica, competenza matematica e competenza di base in scienze e tecnologie, competenza digitale, competenza personale, sociale e capacità di imparare a imparare, competenza sociale e civica in materia di cittadinanza, competenza imprenditoriale, competenza in materia di consapevolezza ed espressione culturali), si parla di competenza matematica e disponibilità ad utilizzarla. Si riporta infatti che «la competenza matematica è la capacità di sviluppare e applicare il pensiero e la comprensione matematici per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. La competenza matematica comporta, a differenti livelli, la capacità di usare modelli matematici di pensiero e di presentazione (formule, modelli, costrutti, grafici, diagrammi) e la disponibilità a farlo. Le persone dovrebbero saper applicare i principi e i processi matematici di base nel contesto quotidiano nella sfera domestica e lavorativa (ad esempio in ambito finanziario) nonché seguire e vagliare concatenazioni di argomenti. Le persone dovrebbero essere in grado di svolgere un ragionamento matematico, di comprendere le prove matematiche e di comunicare in linguaggio matematico, oltre a saper usare i sussidi appropriati, tra i quali i dati statistici e i grafici, nonché di comprendere gli aspetti matematici della digitalizzazione. Un atteggiamento positivo in relazione alla matematica si basa sul rispetto della verità e sulla disponibilità a cercare le cause e a valutarne la validità» [18, pag. 9].

Si può notare nuovamente come i fattori affettivi giochino un ruolo fondamentale nell'acquisizione della competenza matematica, in quanto la dimensione affettiva influenza fortemente la "disponibilità" che l'individuo ha ad utilizzare quanto appreso. Nelle Linee Guida, come vedremo nella prossima sezione, si fa spesso riferimento proprio alla competenza matematica e all'acquisizione di una modalità operativa che, come appena visto, è legata anche alla dimensione affettiva del rapporto che l'individuo ha sviluppato nel corso degli anni con la disciplina matematica. I riferimenti, nella citazione sopra riportata, all'utilizzo di dati statistici, grafici e delle applicazioni all'ambito finanziario, risultano particolarmente vicini al futuro mondo lavorativo di chi, come gli alunni coinvolti in questo progetto, ha scelto alla scuola secondaria di secondo grado l'Indirizzo Professionale dei Servizi Commerciali.

2.2 Linee guida negli istituti professionali

L'obiettivo di questo paragrafo è informare il lettore sulla normativa scolastica vigente per gli istituti professionali, con una particolare attenzione verso l'indirizzo Servizi Commerciali, a cui appartengono le classi che hanno partecipato al progetto di tesi.

I percorsi di istruzione professionale della scuola secondaria di secondo grado si declinano attualmente secondo le cosiddette Linee Guida [30]. All'interno di questa categoria rientrano sia percorsi quinquennali di istruzione professionale finalizzati al rilascio di un diploma di scuola secondaria di secondo grado (di competenza statale), sia percorsi di istruzione e formazione professionale di competenza regionale, di durata triennale o quadriennale.

Le Linee Guida si inseriscono come normativa di riferimento in un contesto il cui obiettivo è preparare gli studenti non solo a un eventuale proseguimento degli studi, ma soprattutto all'inserimento diretto nel mondo del lavoro [30, sez 1.1]. In tale ottica, si pone l'accento sui seguenti aspetti:

- la duplice valenza formativa del "sistema lavoro" (imparare lavorando e imparare a lavorare), in un legame attivo e continuo con il contesto territoriale;
- l'attivazione diretta degli studenti visti come risorsa attiva, al fine di promuovere livelli sempre crescenti di autonomia e responsabilità nei giovani, valorizzati nelle loro capacità tramite prove tangibili e significative, in un'ottica di personalizzazione;
- l'assunzione di una prospettiva co-educativa da parte dei docenti, al fine di combattere la stigmatizzazione sociale diffusa negli istituti professionali, attraverso attività didattiche «in grado di suscitare l'intelligenza pratica, sociale, emotivo-relazionale, intuitiva, riflessiva ed argomentativa» [30, pag. 11] degli studenti, tramite l'utilizzo di tecniche come il peer tutoring, il problem based learning, il project based learning, il lavoro di gruppo...[30, sez 2.1]

Il profilo generale in uscita fa riferimento all'acquisizione di 12 competenze di riferimento, attraverso percorsi che «integrino, in modo armonico, competenze chiave di cittadinanza con competenze scientifiche, tecniche e operative, costitutive di figure professionali di livello intermedio» [30, pag. 14]. Le 12 competenze sono elencate di seguito:

- Agire in riferimento ad un sistema di valori, coerenti con i principi della Costituzione, in base ai quali essere in grado di valutare fatti e orientare i propri comportamenti personali, sociali e professionali
- Utilizzare il patrimonio lessicale ed espressivo della lingua italiana secondo le esigenze comunicative nei vari contesti: sociali, culturali, scientifici, economici, tecnologici e professionali
- Riconoscere gli aspetti geografici, ecologici, territoriali, dell'ambiente naturale ed antropico, le connessioni con le strutture demografiche, economiche, sociali, culturali e le trasformazioni intervenute nel corso del tempo
- Stabilire collegamenti tra le tradizioni culturali locali, nazionali ed internazionali, sia in una prospettiva interculturale sia ai fini della mobilità di studio e di lavoro
- Utilizzare i linguaggi settoriali delle lingue straniere previste dai percorsi di studio per interagire in diversi ambiti e contesti di studio e di lavoro
- Riconoscere il valore e le potenzialità dei beni artistici e ambientali;
- Individuare ed utilizzare le moderne forme di comunicazione visiva e multimediale, anche con riferimento alle strategie espressive e agli strumenti tecnici della comunicazione in rete;
- Utilizzare le reti e gli strumenti informatici nelle attività di studio, ricerca e approfondimento
- Riconoscere i principali aspetti comunicativi, culturali e relazionali dell'espressività corporea ed esercitare in modo efficace la pratica sportiva per il benessere individuale e collettivo
- Comprendere e utilizzare i principali concetti relativi all'economia, all'organizzazione, allo svolgimento dei processi produttivi e dei servizi
- Padroneggiare l'uso di strumenti tecnologici con particolare attenzione alla sicurezza e alla tutela della salute nei luoghi di vita e di lavoro, alla tutela della persona, dell'ambiente e del territorio
- Utilizzare i concetti e i fondamentali strumenti degli assi culturali per comprendere la realtà ed operare in campi applicativi

Un importante obiettivo della scuola rimane sempre quello di contrastare le disuguaglianze socio-culturali e i fenomeni di abbandono e dispersione scolastica, creando percorsi che favoriscano l'occupazione giovanile in un ambiente controllato e di raccordo con contesti lavorativi [30, Sez. 2.2.4].

Inseriamo di seguito una precisazione di carattere tecnico-organizzativo che risulterà però utile per comprendere meglio il profilo di una delle classi coinvolte nel progetto su cui verte questa tesi. È previsto un sistema di passaggio tra IP (istruzione professionale) e IeFP (istruzione e formazione professionale, di durata ridotta rispetto ad un percorso di scuola superiore di secondo grado tradizionale), previa verifica in ingresso al passaggio. Questa possibilità è attiva in entrambe le direzioni fino al terzo anno, e presente anche alla fine del quarto anno, solo per studenti di IeFP quadriennali che intendano passare al sistema IP [30, sez. 2.3]. Attraverso un percorso di tipo IeFP di durata triennale è possibile accedere ad un esame di qualifica, al superamento del quale il livello raggiunto nei traguardi di competenza del QNQ (Quadro Nazionale delle Qualifiche, per la lettura del quale si rimanda al documento ufficiale [30]) è 3. Nel caso di IeFP di durata quadriennale si accede al diploma professionale quadriennale di IeFP, con un livello nel QNQ compreso tra 3 e 4, mentre nel caso di percorso IP quinquennale si ottiene il diploma di istruzione professionale, con possibilità di acquisire anche il certificato di specializzazione tecnica superiore (IFTS), e un livello di competenze pari a 4 nel QNQ [30, sez. 3.1 e Parte Seconda sez. 1.1].

Le Linee Guida suggeriscono che la progettazione didattica debba essere svolta per unità di apprendimento (UdA) e che abbia come obiettivi prescrittivi i traguardi di competenza, in un modello su base interdisciplinare, con gli Assi Culturali [25] come modello di riferimento per le competenze obiettivo. Questo è un documento che delinea quattro aree principali di declinazione delle competenze, conoscenze e abilità fondamentali per l'assolvimento dell'obbligo di istruzione: l'asse dei linguaggi, l'asse matematico, l'asse scientifico-tecnologico, e l'asse storico-sociale. Nelle Linee Guida viene posta ripetutamente l'enfasi sulla personalizzazione della didattica, sull'utilizzo di metodologie che favoriscano il coinvolgimento attivo degli studenti e l'espressione dei loro diversi talenti e stili cognitivi [30, sez. 3].

Si precisa anche che gli insegnamenti dell'area generale (che nelle Linee Guida sono considerati come legati in particolare ai tre assi matematico, storico-sociale e dei linguaggi) comunicano, contribuiscono e sono sempre in relazione con quelli dell'area di indirizzo (più legati all'asse scientifico, tecnologico, professionale). La formazione che ne scaturisce è quella non solo di un diplomato-lavoratore o imprenditore, ma anche di un diplomato-cittadino

con una formazione culturale adeguata. Proprio per questo non è possibile ragionare "per compartimenti stagni", e anzi le Linee Guida parlano esplicitamente di percorsi didattici pluridisciplinari, possibilmente legati a "compiti di realtà", all'"agire in situazione" e in generale al problem solving in vari contesti, con livelli sempre crescenti di autonomia con il procedere del percorso scolastico [30, sez. 3]. Infatti, come obiettivi trasversali fondamentali, il cui sviluppo sia alla base delle proposte didattiche da attuare, vengono citati «la risoluzione di problemi, il lavoro di squadra, [lo sviluppo del] pensiero critico, [del]le abilità comunicative e negoziali, [del]le abilità analitiche, [del]la creatività e [del]le abilità interculturali» [30, pag. 50].

Nella declinazione intermedia delle competenze, le Linee Guida fanno riferimento al livello di autonomia e a quello di responsabilità raggiunti dagli studenti, in relazione alle 12 competenze chiave già citate. Si riportano di seguito i risultati di apprendimento intermedi di competenze (biennio, terzo anno, quarto anno, quinto anno) relative agli insegnamenti e alle attività di area generale che fanno riferimento, tra gli assi, anche a quello matematico [30, Allegato B].

Competenza in uscita n° 8: Utilizzare le reti e gli strumenti informatici nelle attività di studio, ricerca e approfondimento

Periodo/annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Assi culturali
Biennio	2	Utilizzare i principali dispositivi individuali e servizi di rete nell'ambito della vita quotidiana e in contesti di studio circoscritti rispettando le norme in materia di sicurezza e privacy.	Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale
Terzo anno	3	Utilizzare le reti e gli strumenti informatici e anche in situazioni di lavoro relative all'area professionale di riferimento.	
Quarto anno	3/4	Utilizzare le reti e gli strumenti informatici in modalità avanzata in situazioni di lavoro relative al settore di riferimento, adeguando i propri comportamenti al contesto organizzativo e professionale.	
Quinto anno	4	Utilizzare le reti e gli strumenti informatici in modalità avanzata in situazioni di lavoro relative al settore di riferimento, adeguando i propri comportamenti al contesto organizzativo e professionale anche nella prospettiva dell'apprendimento permanente.	

Competenza in uscita n° 10: Comprendere e utilizzare i principali concetti relativi all'economia, all'organizzazione, allo svolgimento dei processi produttivi e dei servizi

Periodo/annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Assi culturali
Biennio	2	Riconoscere le principali funzioni e processi di un'organizzazione e i principi di base dell'economia.	Asse matematico
Terzo anno	3	Applicare i concetti fondamentali relativi all'organizzazione aziendale e alla produzione di beni e servizi, per l'analisi di semplici casi aziendali relativi al settore professionale di riferimento.	
Quarto anno	3/4	Applicare i concetti fondamentali relativi all'organizzazione aziendale e alla produzione di beni e servizi per la soluzione di casi aziendali relativi al settore professionale di riferimento anche utilizzando documentazione tecnica e tecniche elementari di analisi statistica e matematica.	Asse storico-sociale
Quinto anno	4	Utilizzare concetti e modelli relativi all'organizzazione aziendale, alla produzione di beni e servizi e all'evoluzione del mercato del lavoro per affrontare casi pratici relativi all'area professionale di riferimento.	

Competenza in uscita n° 12: Utilizzare i concetti e i fondamentali strumenti degli assi culturali per comprendere la realtà ed operare in campi applicativi

Periodo/annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Assi culturali
Biennio	2	Utilizzare i concetti e gli strumenti fondamentali dell'asse culturale matematico per affrontare e risolvere problemi strutturati anche utilizzando strumenti e applicazioni informatiche.	Asse matematico
Terzo anno	3	Utilizzare i concetti e gli strumenti fondamentali dell'asse culturale matematico per affrontare e risolvere problemi strutturati, riferiti a situazioni applicative relative alla filiera di riferimento, anche utilizzando strumenti e applicazioni informatiche.	
Quarto anno	3/4	Utilizzare in modo flessibile i concetti e gli strumenti fondamentali dell'asse culturale matematico per affrontare e risolvere problemi non completamente strutturati, riferiti a situazioni applicative relative al settore di riferimento, anche utilizzando strumenti e applicazioni informatiche.	Asse storico-sociale
Quinto anno	4	Utilizzare in modo flessibile i concetti e gli strumenti fondamentali dell'asse culturale matematico per affrontare e risolvere problemi non completamente strutturati, riferiti a situazioni applicative relative al settore di riferimento, individuando strategie risolutive ottimali, anche utilizzando strumenti e applicazioni informatiche avanzate	

Per quanto riguarda invece i risultati di apprendimento intermedi dell'area di indirizzo, si riportano solo quelli relativi alle competenze obiettivo dell'indirizzo Servizi Commerciali. Di queste tabelle (una per competenza come nell'area generale) sono state selezionate solo le righe che tra gli assi culturali di riferimento menzionano quello matematico [30, Allegato C].

Competenza in uscita n° 1: Interagire nei sistemi aziendali riconoscendone i diversi modelli organizzativi, le diverse forme giuridiche con cui viene svolta l'attività e le modalità di trasmissione dei flussi informativi, collaborando alla stesura di documenti aziendali di rilevanza interna ed esterna e all'esecuzione degli adempimenti civilistici e fiscali ricorrenti.

Periodo/ annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Abilità	Conoscenze	Assi culturali coinvolti	Eventuali raccordi ¹
Biennio	2	Distinguere il sistema azienda negli elementi principali. Riconoscere i vari modelli organizzativi anche dalla loro rappresentazione grafica. Saper applicare gli strumenti del calcolo computistico in un contesto strutturato, con un numero limitato di situazioni diversificate.	Interpretare semplici organigrammi aziendali individuando i modelli organizzativi più diffusi. Eseguire semplici operazioni utilizzando il calcolo computistico (rapporti, proporzioni, riparti, calcolo percentuale) in sequenze diversificate con una gamma definita di variabili di contesto.	Il sistema azienda. Principi di organizzazione aziendale. Rapporti, proporzioni, riparti, calcolo percentuale.	Asse storico-sociale Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale	1, 10

Competenza in uscita n° 3: Collaborare alle attività di pianificazione, programmazione, rendicontazione, rappresentazione e comunicazione dei risultati della gestione, contribuendo alla valutazione dell'impatto economico e finanziario dei processi gestionali.

Periodo/ annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Abilità	Conoscenze	Assi culturali coinvolti	Eventuali raccordi ¹
Biennio	2	Programmare e monitorare, con criteri prestabiliti e sotto supervisione, semplici attività, in un contesto strutturato e un numero limitato di situazioni diversificate.	Applicare i principi di programmazione per semplici attività, anche di carattere personale, con successivo monitoraggio e rendicontazione, all'interno di uno schema predefinito.	Principi di programmazione delle attività in generale. Significato di monitoraggio e rendicontazione.	Asse storico-sociale Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale	

Competenza in uscita n° 2: Curare l'applicazione, l'adattamento e l'implementazione dei sistemi informativi aziendali, contribuendo a semplici personalizzazioni degli applicativi informatici e degli spazi di archiviazione aziendale, a supporto dei processi amministrativi, logistici o commerciali, tenendo conto delle norme, degli strumenti e dei processi che garantiscono il trattamento dei dati e la loro protezione in condizioni di sicurezza e riservatezza.

Periodo/ annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Abilità	Conoscenze	Assi culturali coinvolti	Eventuali racordi ¹
Biennio	2	Utilizzare gli strumenti informatici e i software di base per compiti assegnati secondo criteri prestabiliti, con un numero limitato di situazioni diversificate. Riconoscere le problematiche legate alle norme sulla privacy, sulla sicurezza e riservatezza dei dati in un numero limitato di situazioni, sotto supervisione, in un contesto strutturato.	Applicare le tecnologie informatiche di base per svolgere compiti semplici in sequenze diversificate, all'interno di una gamma definita di variabili di contesto. Utilizzare le funzioni di base di un sistema operativo. Utilizzare internet e i servizi connessi per la ricerca e per scopi di comunicazione, in particolare la posta elettronica. Riconoscere in generale i rischi dell'uso della rete con riferimento alla tutela della privacy e alla normativa sulla sicurezza e riservatezza dei dati.	Strumenti tecnologici, sistemi operativi e software di più ampia diffusione. Internet e i servizi connessi. Normativa generale sulla privacy e sulla sicurezza e riservatezza dei dati.	Asse storico-sociale Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale Asse dei linguaggi	5, 7, 8, 10, 11
Terzo anno	3	Utilizzare software applicativi secondo procedure e regole aziendali a supporto dei processi amministrativi, logistici, commerciali e di comunicazione. Realizzare semplici personalizzazioni di pagine web, individuando le modalità di realizzazione più adeguate. Assicurare il rispetto e la conformità del trattamento dei dati aziendali alle norme sulla privacy, sulla sicurezza e riservatezza.	Utilizzare tecnologie informatiche e software applicativi aziendali di più ampia diffusione a supporto della gestione dei processi amministrativi, logistici, commerciali e di comunicazione, in una gamma di situazioni mutevoli. Realizzare semplici personalizzazioni di pagine Web, attraverso adattamenti, riformulazioni e rielaborazioni. Applicare e interpretare la normativa sulla sicurezza e riservatezza nel trattamento dei dati e dei documenti in un contesto tipico aziendale.	Software professionali per la gestione dei processi amministrativi, logistici, commerciali e di comunicazione. Linguaggi di base del WEB. Normativa sulla sicurezza e riservatezza del trattamento dei dati aziendali.	Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale Asse dei linguaggi	5, 7, 8, 10, 11
Quarto anno	3/4	Applicare il sistema informativo contabile aziendale interpretandone i risultati. Realizzare personalizzazioni di pagine web, tenendo conto degli aspetti grafici e comunicativi, nel rispetto delle norme sulla privacy, sulla sicurezza e riservatezza dei dati aziendali.	Utilizzare il sistema informativo contabile aziendale in un contesto di difficoltà crescente. Realizzare personalizzazioni di pagine Web, anche in riferimento al Web semantico.	Sistema informativo contabile. Linguaggi di Markup e Web semantico.	Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale Asse dei linguaggi	5, 7, 8, 10, 11
Quinto anno	4	Curare l'applicazione, l'adattamento e l'implementazione dei sistemi informativi aziendali, contribuendo a semplici personalizzazioni degli applicativi informatici e degli spazi di archiviazione aziendale, a supporto dei processi amministrativi, logistici e commerciali, tenendo conto delle norme, degli strumenti e dei processi che garantiscono il trattamento dei dati e la loro protezione in condizioni di sicurezza e riservatezza.	Utilizzare responsabilmente le tecnologie informatiche a supporto della gestione digitale dei processi di amministrazione, logistici, commerciali e di comunicazione aziendali, anche attraverso adattamenti, riformulazioni e rielaborazioni di metodi, prassi e protocolli. Utilizzare Internet consapevolmente in riferimento alle reti di computer e ai protocolli di rete. Utilizzare i linguaggi informatici per la personalizzazione dei software applicativi e del web, in un contesto a difficoltà crescente.	Tecnologie informatiche per la gestione dei processi di amministrazione, logistica, commerciali e di comunicazione. Reti di computer e protocolli di rete. Linguaggi informatici per la personalizzazione dei software applicativi.	Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale Asse dei linguaggi	5, 7, 8, 10, 11

Competenza in uscita n° 7: Collaborare nella ricerca di soluzioni finanziarie e assicurative adeguate ed economicamente vantaggiose, tenendo conto delle dinamiche dei mercati di riferimento e dei macro-fenomeni economici nazionali e internazionali.

Periodo/ annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Abilità	Conoscenze	Assi culturali coinvolti	Eventuali raccordi ¹
Biennio	2	Comprendere le funzioni del sistema bancario. Risolvere semplici problemi finanziari sotto supervisione, in un contesto strutturato, con un numero limitato di situazioni diversificate.	Orientarsi nel sistema bancario. Utilizzare l'interesse e lo sconto per individuare soluzioni adeguate a semplici situazioni proposte.	Il sistema bancario e finanziario: soggetti, strumenti e funzioni; la relazione tra banche e clienti. L'interesse. Lo sconto.	Asse storico-sociale Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale	1, 10
Terzo anno	3	Operare la scelta degli adeguati strumenti di calcolo finanziario in un numero limitato di situazioni diversificate.	Utilizzare gli strumenti per il calcolo finanziario adattandoli alle diverse esigenze aziendali in un contesto mutevole. Scegliere tra gli strumenti di pagamento, quelli più adeguati alle esigenze aziendali.	Metodologie e strumenti per il calcolo finanziario. La moneta bancaria e gli strumenti di pagamento alternativi al contante: carte di debito, carte di credito, assegni e bonifici.	Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale	1, 10
Quarto anno	3/4	Individuare soluzioni finanziarie adeguate a specifiche esigenze aziendali.	Individuare le caratteristiche principali del sistema finanziario. Riconoscere le cause che danno origine al fabbisogno finanziario. Scegliere tra diverse forme di finanziamento.	Il fabbisogno finanziario e le fonti di copertura. Elementi e caratteristiche delle diverse forme di finanziamento.	Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale	1, 10
Quinto anno	4	Collaborare nella ricerca di soluzioni finanziarie e assicurative adeguate ed economicamente vantaggiose, tenendo conto delle dinamiche dei mercati di riferimento e dei macro-fenomeni economici nazionali e internazionali.	Scegliere tra diverse forme di investimento in funzione del rapporto tra rischio e rendimento. Orientarsi nella scelta dei prodotti assicurativi sia come forme di investimento, sia come strumenti di protezione previdenziale. Riconoscere le dinamiche dei mercati di riferimento nazionali e internazionali.	Caratteristiche degli investimenti e rapporto tra rischio e rendimento. Il mercato assicurativo. Caratteristiche dei mercati nazionali e internazionali.	Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale	1, 10, 12

Competenza in uscita n° 5: Collaborare alla realizzazione di azioni di marketing strategico ed operativo, all'analisi dei mercati, alla valutazione di campagne informative, pubblicitarie e promozionali del brand aziendale adeguate alla mission e alla policy aziendale, avvalendosi dei linguaggi più innovativi e anche degli aspetti visivi della comunicazione.

³Eventuali raccordi con le competenze di cui agli insegnamenti dell'area generale (Allegato 1 al Regolamento [29]).

Periodo/ annualità	Livelli del QNQ	Competenze intermedie	Abilità	Conoscenze	Assi culturali coinvolti	Eventuali raccordi ³
Quarto anno	3/4	Partecipare alla realizzazione di azioni di marketing strategico e operativo per la stesura di un piano di promozione di un brand, adattandolo alla realtà aziendale e al settore produttivo di riferimento.	Realizzare indagini di mercato con semplici strumenti statistici. Segmentare il mercato ed individuare il target di riferimento. Individuare e analizzare le esigenze comunicative dell'azienda traducendole in un progetto pubblicitario/comunicativo. Individuare il corretto posizionamento del prodotto/servizio dell'azienda. Applicare le leve del marketing mix. Applicare le principali tecniche di web marketing, inclusi i social media e i social network.	Modelli di analisi del mercato e della concorrenza. Elementi di statistica. Modelli di pianificazione strategica. Piano di marketing. Fasi della progettazione pubblicitaria e piano della comunicazione aziendale. Tecniche di web marketing. Leve del marketing mix. Caratteristiche dei social media e social network.	Asse dei linguaggi Asse matematico Asse scientifico, tecnologico e professionale	5, 7, 10

Come si evince dalle tabelle sopra riportate, la competenza matematica, intesa nel senso degli Assi Culturali [25], risulta significativa anche all'interno dei percorsi professionali, specialmente nel caso preso in esame dell'indirizzo Servizi Commerciali. Il mondo dell'economia, del marketing, delle banche, a cui questi studenti si stanno preparando, fa continuamente affidamento a nozioni di matematica (nelle tabelle troviamo riferimenti a statistica, matematica finanziaria, programmazione, calcolo computistico). Inoltre è richiesta la capacità di mettere in campo strategie come il *problem solving*, che viene citato numerose volte, e viene data grande importanza ai concetti di autonomia e responsabilità come metri di giudizio dell'acquisizione delle competenze da parte degli studenti. L'autonomia è intesa come margine di indipendenza delle attività, mentre la responsabilità fa riferimento alla quantità e qualità delle decisioni messe in campo per il raggiungimento di un risultato [30, Parte Seconda sez. 1.1.2].

Negli Assi Culturali si riporta proprio che «la competenza matematica comporta la capacità e la disponibilità a usare modelli matematici di pensiero (dialettico e algoritmico) e di rappresentazione grafica e simbolica (formule, modelli, costrutti, grafici, carte), la capacità di comprendere ed esprimere adeguatamente informazioni qualitative e quantitative, di esplorare situazioni problematiche, di porsi e risolvere problemi, di progettare e costruire modelli di situazioni reali» [25, pag. 9]. Questo è in linea con quanto viene richiesto ai diplomati dell'indirizzo Servizi Commerciali, con applicazioni al marketing, ai sistemi bancari, ai sistemi informatici aziendali, ma anche in modo molto più diretto nella competenza n. 12, ad esempio.

Ancora negli Assi viene detto che le finalità dell'asse matematico sono legate alla capacità di valutare la coerenza logica di argomentazioni, proprie e altrui, in contesti anche decisionali, e alla capacità di applicare la matematica di base nel contesto quotidiano, sia privato che lavorativo [25]. Infatti, più volte nelle tabelle compaiono richieste legate all'applicazione di criteri e schemi prestabiliti a situazioni diversificate.

Oltre all'acquisizione di abilità e conoscenze quindi, risulta centrale anche lo sviluppo di una disponibilità ad utilizzare tali risorse in contesti diversi da quello scolastico, vari e legati alla quotidianità così come al loro futuro ambito lavorativo, in linea con la definizione di competenza di cui si è parlato nella Sezione 2.1.

Capitolo 3

Il contesto della sperimentazione

3.1 Il progetto *Passeggiate Matematiche a Bologna*

L'obiettivo di questo paragrafo è illustrare un progetto del Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna all'interno di cui si colloca questa tesi.

Il progetto *Matematici a Bologna: nuovi itinerari per il turismo matematico* è stato il primo progetto di turismo matematico del Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna. Si tratta di un progetto di public engagement, che è nato nel 2023, finanziato dall'ateneo, con l'obiettivo di realizzare *math trails* per le strade di Bologna.

A questo progetto fa seguito, l'anno successivo, il progetto *Matematica, fisica e astronomia: passeggiate scientifiche per le strade di Bologna* che, oltre al Dipartimento di Matematica, coinvolge anche il Dipartimento di Fisica e Astronomia, la Biblioteca di Matematica, Fisica e Informatica, il Sistema Museale d'Ateneo, l'Ufficio di Ambito Territoriale di Bologna e l'INAF-OAS (Istituto Nazionale di Astrofisica - Osservatorio di Astrofisica e Scienza dello Spazio) di Bologna. Rispetto al primo progetto, con il coinvolgimento di questi nuovi enti, si sono potute organizzare attività caratterizzate dall'interdisciplinarietà e dal dialogo tra matematica, fisica e astronomia in tutte le successive iniziative.

In pieno spirito delle *scientific trails* (vedi Sezione 1.2), i percorsi realizzati sono pensati non solo per classi di scuole di ogni ordine e grado, ma anche per cittadini adulti, turisti, studenti universitari di qualunque Corso di Laurea. Attraverso queste passeggiate, chiunque voglia può provare a vedere la città di Bologna e i suoi monumenti da un punto di vista nuovo, scoprendo curiosità non più solo storiche, ma anche scientifiche, attraverso percorsi che

intrecciano la matematica, la fisica, l'astronomia, la storia e l'arte in modi inediti. Nel progetto, per descrivere il cambio di punto di vista veicolato dalle tappe viene usata una metafora suggestiva: l'aggiunta di un'altra lente di ricambio al nostro telescopio mentale. Non solo si potranno osservare i monumenti tramite le usuali lenti artistiche e storiche, collocando gli oggetti nel loro contesto culturale, ma si aggiungeranno a queste le lenti matematiche, fisiche e astronomiche, che consentiranno di notare altri aspetti degli oggetti artistici che abbiamo davanti, migliorando il nostro livello di lettura complessivo delle opere, degli artisti e del contesto culturale in cui hanno operato. Le tappe, da un lato cercano di spingere i fruitori ad allenare i propri occhi ad "osservare" la matematica, la fisica e l'astronomia che stanno nelle cose, dall'altro narrano storie sugli oggetti o sugli scienziati che fanno parte di quei luoghi, per aumentare il coinvolgimento e gettare luce su realtà storico-scientifiche ancora sconosciute ai più.

I percorsi vengono creati tramite l'ausilio dell'app MathCityMap, e perciò sono fruibili in completa autonomia dall'utenza senza bisogno di guide o percorsi cartacei (come descritto nella Sezione 1.2). I codici di riferimento dei percorsi proposti sono disponibili direttamente sul sito del progetto [27]. In questo modo è garantita la continuità e reperibilità dell'azione proposta, facilitando l'aggiornamento e l'aggiunta di nuove tappe o percorsi. Nell'ambito del progetto, è stata creata anche una caccia al tesoro all'interno del Dipartimento di Matematica, con l'intento di rendere il dipartimento uno spazio aperto all'incontro e in comunicazione con la società. Il materiale necessario per la caccia al tesoro è disponibile sul sito del progetto [27]. La presenza di materiali direttamente reperibili online, sia per la caccia al tesoro che per i vari percorsi, permette ai visitatori di approfondire successivamente particolari aspetti che li hanno incuriositi, e può essere utile anche per eventuali insegnanti che vogliano riprendere le tematiche emerse in un secondo momento, una volta tornati in classe. Inoltre, si dà così la possibilità di accedere ai materiali ad un pubblico il più possibile ampio, ad esempio anche a scuole che non si trovano necessariamente sul territorio bolognese e che potrebbero in generale avere poche proposte di potenziamento didattico a disposizione. Già prima del lancio dell'ultimo progetto *Matematica, fisica e astronomia: passeggiate scientifiche per le strade di Bologna*, le passeggiate organizzate dal DIFA in occasione del *Quantum Day* e quelle organizzate dal Dipartimento di Matematica nell'ambito del progetto *Matematici a Bologna: Nuovi itinerari per il turismo matematico* avevano registrato come risultati un aumento del coinvolgimento e dell'interesse del pubblico, con trend in aumento. Inoltre, nel questionario di gradimento post-passeggiata proposto, il 100% dei partecipanti ha risposto che parteciperebbe nuovamente alle passeggiate e lo consiglierebbe ad altri, e la maggior parte ritiene che l'esperienza abbia per-

messo loro di notare aspetti e conoscere storie, luoghi, personaggi nuovi. A questo il progetto *Matematica, fisica e astronomia: passeggiate scientifiche per le strade di Bologna* aggiunge una rivisitazione in chiave interdisciplinare e un ampliamento dei percorsi già realizzati, in modo tale che l'immagine risultante sia quella di un sapere coordinato, organico e che integra i punti di vista delle tre discipline coinvolte per raggiungere un pubblico ancora più ampio. L'idea che la scienza sia un'impresa collettiva viene rafforzata attraverso l'invito volto al pubblico di partecipare alla costruzione dei percorsi, promuovendo un atteggiamento positivo verso le discipline. In generale il progetto delle passeggiate scientifiche nella sua interezza cerca di promuovere l'acquisizione di competenze STEM e invitare i partecipanti a notare i collegamenti tra le discipline scientifiche, le arti, la creatività e l'innovazione, in un'ottica finalizzata al *lifelong learning*. Si vuole anche comunicare l'idea che le "scienze dure" non siano accessibili solo a pochi eletti, coinvolgendo il pubblico generale e possibilmente motivando più giovani, e soprattutto più giovani donne, ad intraprendere carriere STEM.

Un altro carattere di novità del secondo progetto è dato dalla documentazione dei percorsi e degli eventi attraverso una sinergia di azioni tra i dipartimenti e gli enti coinvolti. Si va a creare così una rete di collegamenti che permetterà di replicare ed estendere anche ad altri dipartimenti dell'Università di Bologna il modello delle passeggiate in futuro.

A livello pratico, alla realizzazione di tappe e percorsi di passeggiate scientifiche, si è aggiunta la progettazione di interventi di valorizzazione delle collezioni dipartimentali e la loro messa a sistema per la fruizione autonoma delle passeggiate e per alcune esposizioni temporanee durante gli eventi del *World Quantum Day*, del *Pi Day* e di un evento finale in occasione dei 400 anni dalla nascita dell'astronomo Cassini (che progettò la meridiana di San Petronio di Bologna), il giorno del solstizio d'estate.

Inoltre, è stato progettato e pubblicato un concorso per scuole secondarie di secondo grado, che si inserisce nell'ottica di contatto e collaborazione con il pubblico, e in particolare con gli istituti scolastici. Per partecipare le classi hanno prodotto un video su uno degli scienziati narrati nelle passeggiate, per poi includerli nelle tappe come approfondimenti o materiali di supporto. Il video vincitore è stato prodotto professionalmente a maggio di quest'anno.

Dopo l'evento di apertura del progetto e la presentazione del concorso e dei percorsi ideati, la celebrazione del *Pi Day* avrebbe dovuto segnare la chiusura del concorso video. In tale giornata era in programma, inoltre, una *math trail* che includeva nuove tappe inaugurate proprio quel giorno, e in cui alcuni studenti dell'università avrebbero svolto il ruolo di guide fisse nei luoghi di tappa, arricchendo l'esperienza dei partecipanti con approfondimenti e curiosità aggiuntive. Successivamente si sarebbe svolta anche una caccia al tesoro

matematica nel Dipartimento MAT, come avviene ormai da qualche anno in occasione del Pi Day. Tuttavia quest'anno non è stato possibile svolgere tutto ciò a causa di un'allerta meteo il 14 marzo, e la chiusura del concorso video è stata posticipata al 30 marzo.

Il *World Quantum Day*, 14 aprile, con protagonista in DIFA, è stato il momento per recuperare le attività non svolte e in cui si è annunciato il vincitore del concorso. Infine, nella giornata della chiusura del progetto con il solstizio d'estate, è stata organizzata un'osservazione pubblica del transito del disco solare sulla linea meridiana di San Petronio, con il supporto dell'INAF-OAS e le spiegazioni di fisici, astronomi ed astrofisici riguardo il funzionamento della meridiana, la sua storia e l'importanza delle misurazioni di Cassini ed è stata proposta una nuova *math trail* dedicata all'astronomo.

3.2 Il contesto scolastico

In questo paragrafo verranno fornite alcune informazioni sul contesto scolastico in cui si sono svolte le attività descritte in questa tesi.

Questo progetto di tesi è stato svolto con la collaborazione di tre insegnanti di scuola secondaria di secondo grado, che hanno dato la propria disponibilità a partecipare alle attività proposte con le loro classi dell'Istituto di Istruzione Superiore Primo Levi, che già da anni svolge progetti in collaborazione con l'Università di Bologna [28]. L'Istituto si trova a Vignola (Modena) e comprende tre sedi: la principale in via Resistenza 800, un ampliamento in via Resistenza 700 e una succursale in piazzetta Ivo Soli 1. La scuola dispone di numerosi laboratori, fissi e mobili, una biblioteca informatizzata, una palestra e un'aula magna recentemente ristrutturata e digitalizzata, e accoglie oltre 1400 studenti provenienti da un territorio vasto che comprende vari Comuni in provincia di Modena e Bologna. Un'elevata percentuale di alunni è in possesso di una buona preparazione di base e una percentuale significativa di questi proviene dalla scuola secondaria di primo grado con un livello di preparazione sufficiente o discreto. L'istituto dedica particolare attenzione agli studenti con Bisogni Educativi Speciali e non italofoni, che risultano generalmente ben integrati nel contesto scolastico anche grazie a progetti specifici, come i laboratori ITALBASE (laboratorio di alfabetizzazione) e ITALSTUDIO (laboratorio per l'acquisizione di linguaggi specifici delle discipline). Il contesto socio-economico delle famiglie è fortemente stratificato, e la scuola rappresenta per molti studenti un'opportunità per ridurre le disuguaglianze e migliorare la posizione economica e sociale della propria famiglia. Il contesto classe risulta pertanto spesso eterogeneo e favorisce il

confronto e lo scambio di valori e competenze tra gli studenti.

L'istituto è nato, nel 1995, dall'unione delle sedi di Vignola dell'Istituto Professionale per il Commercio (I.P.C.T.) "E. Morante", con sede principale a Sassuolo, e dell'Istituto Professionale per l'Industria e l'Artigianato (I.P.I.) "F. Corni", con sede principale a Modena. In seguito il nuovo "Polo Scolastico Professionale di Vignola" si è ampliato aggregando la sede di Vignola dell'Istituto Tecnico Industriale (I.T.I.) "F. Corni" di Modena nel 1999, dando così origine all'Istituto di Istruzione Superiore "Primo Levi". Infine, nel 2013, è stato aggiunto anche un Liceo Scientifico delle Scienze Applicate all'interno dell'Istituto. Il territorio circostante è caratterizzato da un tessuto produttivo dinamico, con piccole imprese artigiane e specializzate, e gli indirizzi tecnici e professionali dell'istituto, in particolare, rispondono alle esigenze di tale mercato locale, favorendo l'inserimento lavorativo dei diplomati in breve tempo. La scuola collabora frequentemente con enti locali, associazioni e aziende per l'inclusione, l'orientamento, l'ampliamento dell'offerta formativa e la lotta contro il fenomeno della dispersione scolastica. Tra queste, nel Piano Triennale dell'Offerta Formativa vengono citate l'Unione Terre dei Castelli e gli Enti Locali dell'Unione, la Fondazione Cassa di Risparmio di Vignola, le Associazioni di categoria, le Agenzie per l'impiego ed alcune associazioni di volontariato e del Terzo Settore, che vengono coinvolte in un'ottica di inclusione di tutti gli alunni. Gli indirizzi di studio attualmente offerti dall'istituto sono: Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, che nell'anno scolastico 2024-25 conta 236 studenti iscritti, Istituto Professionale Industria e Artigianato, con 240 studenti, Istituto Tecnico Industriale, con 572 studenti, e Istituto Professionale per i Servizi Commerciali (IPSC), con 321 studenti.

Nello specifico, le tre classi partecipanti fanno parte dell'IPSC: la classe 2E dell'indirizzo quinquennale, la classe 3E dell'indirizzo quinquennale e la classe 3G dell'indirizzo triennale IeFP. I partecipanti sono quindi studenti molto proiettati verso il mondo del lavoro, alcuni dei quali hanno persino scelto di intraprendere un percorso scolastico più breve del solito, alla fine del quale otterranno la Qualifica di terzo livello EQF di "Operatore amministrativo segretariale", o, qualora decidessero di proseguire gli studi per un altro anno (si veda Sezione 2.2), il Diploma professionale di quarto livello EQF in "Tecnico dell'amministrazione del personale". Come ogni realtà, però, anche questa non è completamente omogenea: ho avuto modo di parlare, durante le attività, anche con studenti che vogliono proseguire i loro studi a livello universitario, chi nel settore commerciale, economico, dei servizi, e chi, invece, cambiando completamente ambito di specializzazione.

È facile immaginare che il rapporto di questi studenti con la matematica non sia in genere dei migliori, dato confermato anche dall'analisi del questionario

in Sezione 5.1. Sono ragazzi più propensi al lavoro e alle materie d'indirizzo, percepite come più pratiche, e di conseguenza più utili, piuttosto che verso quelle teoriche, e, anche tra queste, la matematica si configura spesso come una delle più difficili da comprendere. In questo percorso di studi, oltre alle tradizionali lezioni di matematica, gli studenti ricevono anche delle lezioni di matematica finanziaria, finalizzate all'acquisizione di alcuni concetti specifici di ambito economico, visti anche dal punto di vista della matematica.

Anche la composizione delle classi è particolare: si trovano ragazzi che hanno fatto, per esempio, il passaggio da un IP ad un IeFP o viceversa, o che provengono da altri indirizzi o istituti (alcuni studenti si sono trasferiti dal Tecnico Tecnologico, altri da un istituto economico della stessa città, ad esempio). Riporto di seguito una tabella riassuntiva della composizione delle tre classi interessate.

Classe	Alunni	M/F	con disabilità	con BES	di cui con DSA
2E	27	4/23	3	4	2
3E	25	6/19	3	3	3
3G	20	7/13	2	5	3

Capitolo 4

Descrizione della sperimentazione

Questa sezione contiene una descrizione generale di come è stata progettata la sperimentazione e un successivo approfondimento delle attività di cui si compone.

L'obiettivo del progetto è quello di coinvolgere maggiormente gli studenti con attività alternative rispetto alla lezione tradizionale in aula, e far passare, per quanto possibile con un così breve intervento, il messaggio che anche la matematica può essere una disciplina umana e viva. Lo sviluppo di una buona competenza matematica e la disponibilità ad utilizzarla nella vita quotidiana e lavorativa sono riconosciuti come obiettivi fondamentali per ogni cittadino (Sezione 2.1), con particolare attenzione all'ambito lavorativo per gli studenti di un indirizzo Servizi Commerciali (Sezione 2.2), e un fattore importante ai fini del loro raggiungimento è proprio una disposizione affettiva positiva verso la disciplina. Con tale fine in mente, sono state proposte alle classi coinvolte due attività principali: una passeggiata matematica per le strade di Bologna, a cui è stata dedicata interamente una mattinata scolastica, e la successiva creazione, in gruppi, di alcuni cartelloni sui matematici protagonisti delle tappe.

La passeggiata matematica è stata proposta come attività in cui gli studenti avrebbero avuto la possibilità di lavorare in gruppo, collaborando e comunicando tra pari in un contesto informale e più spensierato rispetto all'aula scolastica tradizionale. Questo, unito alla moderata attività fisica all'aria aperta e al carattere di novità rispetto alle attività che vengono proposte più spesso in uscita didattica, avrebbe dovuto suscitare negli studenti emozioni positive ed influire sulla loro motivazione, almeno a livello situazionale (vedi Sezioni 2.1 e 1.2).

La creazione dei cartelloni si rifà invece alle attività di storytelling e all'utilizzo della storia della matematica in classe per umanizzare e movimentare

la disciplina (Sezione 1.1). Da un lato, l'approccio dell'illuminazione è usato già a partire dalla passeggiata per gettare luce sui matematici protagonisti delle tappe, e continua ad essere utilizzato dagli alunni stessi nella ricerca di informazioni sui matematici protagonisti dei cartelloni. Dall'altro, l'attività di storytelling è portata avanti proprio dagli alunni nella creazione di storie che li accompagnano durante la progettazione del cartellone ed emergono nel prodotto finale.

Per indagare i possibili effetti del progetto, ho somministrato agli studenti un questionario iniziale, osservato alcune lezioni di matematica nelle classi, preparato un sondaggio di gradimento post-passeggiata; inoltre, tre degli studenti partecipanti hanno partecipato ad un'intervista finale sull'intera esperienza.

Riporto di seguito uno schema temporale delle attività proposte, divise per classe.

Classe	Questionario iniziale	Osservazione in classe	Passeggiata matematica	Sondaggio, cartelloni	Intervista finale
2E	14/12	16/12, 23/01	25/02	07/03	26/05
3E	14/12	16/12, 23/01	28/02	07/03	26/05
3G	14/12	16/12, 23/01	18/02	22/02	27/05

Tabella 4.1: Date delle attività

4.1 Questionario iniziale

Come prima cosa è stato chiesto agli studenti di compilare un questionario sul loro rapporto generale con la matematica. Il modulo è stato compilato da tutti in forma cartacea durante un'ora di lezione in classe. Prima di distribuire i questionari, ho spiegato agli studenti quali attività avrebbero costituito l'intero progetto; inoltre ho detto loro che avevano la possibilità di compilare il questionario in forma anonima, e che le loro risposte non sarebbero state lette dai loro insegnanti di matematica: queste premesse sono state fatte per spingere gli studenti a dare risposte il più possibile sincere, senza che fossero influenzati dall'idea che le loro insegnanti potessero leggerle o dal fatto che il loro nome sarebbe stato associato a tali risposte.

Riporto di seguito il contenuto del questionario:

1. **Nome e cognome** (questa è una richiesta facoltativa!)
2. **Classe e sezione**

3. **Seleziona il voto che hai ottenuto in pagella alla fine del secondo quadrimestre dell'anno scorso** (questa è una richiesta facoltativa!)
- le risposte possibili sono "debito", 6, 7, 8, 9, 10
4. **In una scala da 1 a 4, quanto sei d'accordo con le seguenti affermazioni?** (dove 4 significa "sono assolutamente d'accordo")
- (a) La matematica è una materia che mi piace
 - (b) La matematica è utile alla società
 - (c) La matematica è utile a me
 - (d) Mi sento brav* in matematica
5. **Quali emozioni associ alla matematica in generale?** Scegli tutte le opzioni con cui ti trovi d'accordo
- le risposte possibili sono "divertimento", "sfida", "speranza", "orgoglio", "ansia", "paura", "vergogna", "rabbia", "noia" e "altro"
6. **Se hai scelto "Altro", puoi specificare qua.**
7. **In una scala da 1 a 4, quanto sei d'accordo con le seguenti affermazioni?** (dove 4 significa "sono assolutamente d'accordo")
- (a) In matematica è più frequente memorizzare e applicare ciò che si è imparato meccanicamente piuttosto che ciò che si è capito
 - (b) La matematica è un'attività solitaria da svolgere individualmente
 - (c) La matematica (imparata a scuola) ha poco o niente a che fare con la vita reale
 - (d) In matematica non c'è spazio per esprimere le proprie idee
 - (e) In matematica conta di più il risultato rispetto al ragionamento
 - (f) Per risolvere un problema di matematica devo applicare l'ultima regola che l'insegnante ha spiegato in classe
 - (g) Nei problemi matematici c'è sempre un solo procedimento per arrivare alla risposta giusta
 - (h) Essere brav* in matematica significa non fare mai errori
 - (i) Essere brav* in matematica significa saper fare sempre tutto da sol*

Il questionario ha lo scopo di indagare principalmente l'atteggiamento e le sue dimensioni, prendendo come riferimento il modello TMA (Sezione 2.1). In particolare, le domande 4a, 5 e 6 riguardano la disposizione emozionale, prima con la classica dicotomia "la matematica mi piace/non mi piace", e poi andando ad indagare più nel dettaglio quali emozioni gli studenti associano alla disciplina.

Le altre domande riguardano le loro percezioni di sé e della propria competenza (domanda 4d), la loro visione della matematica (domande 4b, 4c, 7a – g), e la loro idea di cosa significhi essere bravi in matematica (domande 7h e 7i), che, quindi, riguardano la loro visione della matematica, ma sono indirettamente influenzate dalla competenza percepita e dalle loro esperienze di fallimento/successo pregresse, collocandosi a cavallo tra queste due dimensioni.

In particolare tra le domande sulla matematica, la 4b e la 4c indagano l'utilità percepita, differenziando tra utilità a livello personale e sociale. A questo proposito la domanda 7c mira ad indagare se gli studenti sentono una discrepanza tra la matematica come disciplina generale e quella che imparano a scuola, magari considerando la prima come utile e la seconda come completamente scollegata dalla vita reale.

Le domande restanti indagano "come", secondo loro, si faccia matematica, se individualmente o in gruppo (7b), se in modo meccanico e mnemonico (7a) applicando sistematicamente le regole delle ultime lezioni (7f), se c'è spazio per esprimere idee (7d) e procedimenti diversi (7g).

Ovviamente, l'inserimento di risposte esclusivamente di tipo chiuso (salvo per la 6 in cui poteva trovare spazio una leggera personalizzazione) ha i suoi limiti a livello di analisi successiva (vedi Sezione 2.1, e in particolare 2.1 in cui si espande sulla ricerca qualitativa in ambito di fattori affettivi). Senza la possibilità di espressione a livello narrativo (tramite domande aperte), non è possibile cogliere le sfumature di significato più profonde nel rapporto tra il singolo e la disciplina [7].

Tuttavia, questo breve questionario può aiutarci ad acquisire una "idea generale" dell'utenza con cui ci siamo relazionati durante questo progetto, in termini di atteggiamento nei confronti della matematica.

Il questionario è servito anche da strumento interpretativo per i comportamenti che ho riscontrato durante le osservazioni in classe. Esattamente come per gli studenti quando narrano, anche l'osservatore fa esperienza di una versione filtrata della realtà, anche se cerca di essere il più oggettivo possibile. L'analisi del questionario può confermare o smentire le supposizioni e i collegamenti fatti a partire dall'osservazione in classe sul quadro generale di atteggiamento degli studenti.

4.2 Osservazione in classe

L'osservazione delle classi durante alcune lezioni di matematica è stata scelta come modalità per indagare in maniera qualitativa alcuni aspetti dell'atteggiamento degli alunni verso la materia. Mentre il questionario poteva fornire informazioni sul rapporto individuale dell'alunno con la matematica, attraverso domande chiuse, l'osservazione in classe è stata effettuata con l'obiettivo di condurre un'indagine più narrativa (nel senso specificato nella Sezione 2.1). Durante le lezioni avrei dovuto annotare quello che avevo percepito nelle tre classi, attraverso l'osservazione di atteggiamenti, frasi, gesti, e del clima percepito in classe, che si compone di tanti elementi non facilmente individuabili ed elencabili in un questionario. L'utilizzo di note descrittive avrebbe potuto catturare il contesto emotivo e le dinamiche di classe in modo efficace, arricchendo il quadro ottenuto tramite il questionario.

Ho osservato ogni classe per due lezioni da un'ora ciascuna in giornate diverse (Tabella 4.1). Per ogni lezione a cui ho partecipato, ho spiegato alla classe all'inizio dell'ora che in quella giornata sarei stata presente solo per osservare, e ho chiesto, per minimizzare la variabile della mia influenza sul loro comportamento, di fare come se non ci fossi (anche se realisticamente è improbabile che si riesca completamente nell'intento). Ho scelto, per lo stesso motivo e per avere una buona visuale sull'intera classe, di sedermi in un posto isolato e in una posizione il più laterale possibile. Durante la lezione, ho annotato sul telefono (anche sembrare come se fossi distratta dal cellulare poteva incoraggiare la classe a non sentirsi troppo osservati) i comportamenti, le frasi e i gesti che sul momento mi erano sembrati significativi, per poi rielaborare a fine lezione una bozza che tenesse conto anche del clima che avevo percepito e delle sensazioni che mi erano rimaste dalla lezione intera. Nell'analizzare ed interpretare quanto osservato, ho cercato di tenere sempre a mente la letteratura di riferimento in ambito di fattori affettivi (Sezione 2.1) e confrontare in un momento successivo le mie percezioni e supposizioni con le risposte degli alunni al questionario iniziale (Sezione 5.1).

4.3 Passeggiata Matematica

L'attività principale, in funzione della quale si è strutturato tutto il progetto, era proprio l'organizzazione di una passeggiata matematica per le strade di Bologna con ognuna delle classi coinvolte.

Per ogni classe, l'attività è stata organizzata allo stesso modo: la mattina della passeggiata, ho incontrato alla Stazione Centrale di Bologna la classe e tre docenti accompagnatori: l'insegnante di matematica e due insegnanti

della classe di altre materie. In 3E gli altri accompagnatori erano entrambi insegnanti di sostegno alla classe, mentre in 2E uno era di sostegno e uno di laboratorio di informatica, e in 3G uno era di italiano e uno di educazione fisica. Gli alunni sono stati divisi in tre gruppi, ad ognuno dei quali è stato assegnato un insegnante, seguendo una variazione del percorso presente sull'app MathCityMap. Questo è stato fatto per permettere ad ogni gruppo di lavorare indipendentemente alle tappe, senza sovrapporsi tra di loro. Uno dei tre gruppi (non quello assegnato all'insegnante di matematica) è stato accompagnato anche da me durante tutta l'attività.

La *math trail* utilizzata si trova tramite il codice 6819305, che è attualmente indicato anche sul sito del progetto *Passeggiate Matematiche* ¹. Riporto di seguito una breve descrizione delle tappe presenti al momento delle nostre passeggiate (da allora alla trail *Turismo matematico @BO* è stata aggiunta una tappa sulla Torre degli Asinelli) e degli approfondimenti proposti sull'app:

1. *Il Dipartimento di Matematica.*

Questa tappa richiede, attraverso delle deduzioni logiche, a partire dall'informazione che il Dipartimento è l'edificio con il numero civico più alto, e osservando, dal portico davanti al dipartimento, tutta la piazza di cui fa parte, di capire quale frase tra quelle proposte è vera:

- Nella piazza non ci sono civici pari
- Nella piazza non ci sono civici dispari
- Nella piazza manca un numero civico
- Nella piazza mancano due numeri civici

Approfondimento: La storia dell'edificio che ospita il dipartimento di matematica.

2. *Cavalieri a Bologna.*

Sulle pareti esterne della chiesa di Santa Maria della Mascarella si trova una lapide su Bonaventura Cavalieri e sulla sua permanenza a Bologna. Questa tappa chiede di indicare quante parole, tra quelle incise sulla lapide, iniziano con una lettera maiuscola.

Approfondimento: Link a un video su Youtube in cui è presentata un'attività di classe con riferimenti a Archimede, Galileo e Cavalieri e in cui si utilizza la geometria piana e alcuni principi sulle leve di fisica ².

¹<https://site.unibo.it/turismo-matematico/it/materiali/percorsi-in-citta>

²https://youtu.be/pt7tLVkG9RM?si=wzdBqI4SIrD_K9AQ

3. ***Copernico a Bologna.***

Qui è richiesto di completare un testo dato, con le informazioni presenti su un'altra lapide, stavolta dedicata all'astronomo Nicolò Copernico.

Approfondimento: Link ad un breve video sulla vita di Copernico ³.

4. ***La torre della Specola.***

Questa tappa riguarda i motivi geometrici incisi sulle colonne dei portici di Palazzo Poggi, di fronte alla Specola. Viene chiesto di indicare la misura dell'angolo adiacente alla base minore dei trapezi nel motivo.

Approfondimento: Link Wiki alla biografia di Eustachio Manfredi.

5. ***S. Maria Maddalena.***

La tappa riguarda i motivi geometrici presenti nel pavimento alla veneziana del portico davanti alla chiesa di Santa Maria Maddalena. In particolare si chiede di indicare quanti rombi contiene l'esagono regolare più grande costruibile unendo solo rombi.

Approfondimento: Vengono citati vari matematici in riferimento alla storia del teorema dei 5 colori e dei 4 colori.

6. ***Duelli matematici.***

Questa tappa è situata al Portico dei Servi, dove avvenivano i duelli matematici di Tartaglia, Cardano, Del Fiore e altri grandi matematici. In tema con le loro sfide matematiche, si chiede di trovare quale equazione, tra le quattro proposte, è soddisfatta dal numero di colonne presenti nel porticato.

Approfondimento: Link Youtube ad un cortometraggio su Niccolò Tartaglia ⁴.

7. ***Stelle e pentagoni.***

La tappa ha luogo in uno dei cortili interni del complesso delle chiese di Santo Stefano. Tra i mosaici presenti, si chiede di individuare la stella le cui punte sono pentagoni e contare quante punte ha.

Approfondimento: Il significato religioso del numero di punte delle stelle.

Le tappe sono sempre state svolte dal primo gruppo nell'ordine 2, 1, 5, 4, 6, 7, 3, dal secondo nell'ordine 7, 6, 4, 5, 1, 2, 3, e dal terzo nell'ordine 1, 5, 4, 2, 6, 7, 3 (si vedano Figure 4.1, 4.2 e 4.3).

Il ritrovo per tutti i gruppi era alla lapide di Copernico, la tappa più vicina alla Stazione Centrale. I percorsi in ordine alternativo sono stati inseriti su

³<https://strm01-ens.minoto-video.com/s/ca0c0dcc2518e428409e757240d2fd496650f377/NThaN7svpijQwebmq.mp4>

⁴<https://youtu.be/pkrGiJm8h4c?si=1fmt4J0UX3MdQHGA>

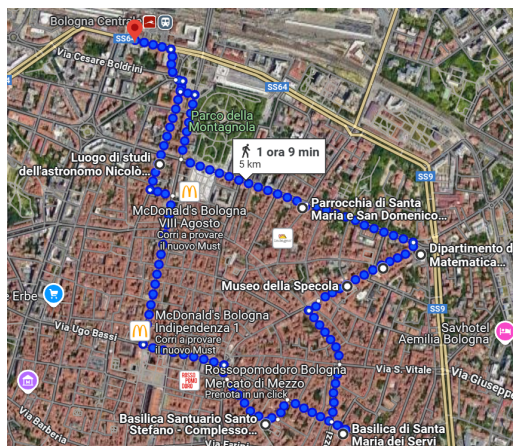


Figura 4.1: Percorso 1.

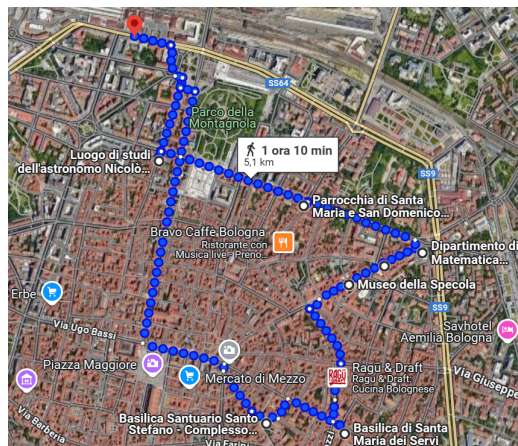


Figura 4.2: Percorso 2.

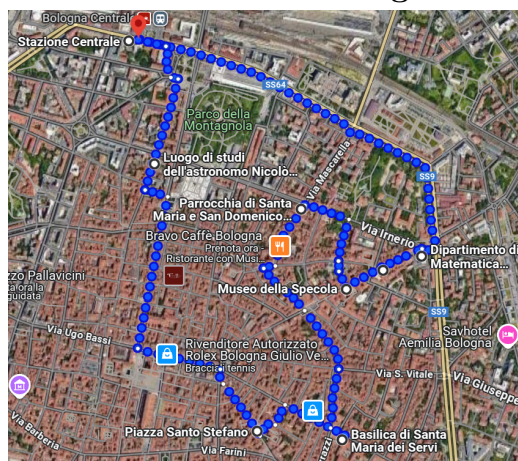


Figura 4.3: Percorso 3.

Google Maps, in modo tale che una persona potesse controllare la strada da percorrere (di solito io o l'insegnante accompagnatore). Nel frattempo, ad un alunno per ogni gruppo era stato assegnato il compito di utilizzare MathCityMap, leggere il contenuto delle tappe ed inserire per ogni domanda la risposta scelta dal gruppo sull'app.

4.4 Attività post-passeggiata

A distanza di non più di due settimane dal giorno della passeggiata matematica, sono tornata nelle classi per proporre un sondaggio molto veloce di gradimento dell'esperienza e un'attività di creazione di cartelloni a gruppi.

Quest'ultima è stata poi conclusa in autonomia, o durante le ore di matematica a scuola, o a casa, a discrezione dell'insegnante.

I matematici che ho scelto di includere sono Galileo Galilei, Bonaventura Cavalieri, Niccolò Copernico, Niccolò Tartaglia, Gerolamo Cardano e Archimede. A Cavalieri e Copernico sono state interamente dedicate le tappe 2 e 3 della passeggiata, legate proprio alle lapidi a loro dedicate a Bologna. Tartaglia e Cardano compaiono invece come protagonisti di duelli matematici nella tappa 6. Archimede e Galilei non sono personaggi il cui nome compare esplicitamente nel testo delle tappe proposte, ma la tappa 2 contiene un interessante approfondimento in cui si menziona anche il loro lavoro. A partire dalle tappe, i matematici scelti sono quelli su cui ho ritenuto più facile reperire informazioni online, in modo tale che gli studenti potessero avere una buona base su cui lavorare per la costruzione del cartellone. Anche il fatto che Archimede e Galilei non siano spesso ricordati per il loro contributo alla matematica (Archimede è spesso associato a scoperte di ambito fisico, mentre Galilei all'astronomia) è stato considerato nella scelta. Così facendo si sarebbe creata l'occasione per ricordare ancora una volta come queste scienze siano tutte interconnesse, in un'ottica interdisciplinare, e come spesso gli studiosi del passato erano competenti in più di una disciplina. Inoltre, proponendo sei matematici diversi sarebbe stato possibile creare gruppi piccoli anche nelle classi più numerose, con un massimo di quattro studenti per gruppo. Tuttavia, per un errore di comunicazione, in 3E i gruppi sono finiti per essere più numerosi di quanto previsto. Prima di questa attività ho chiesto alle docenti, subito dopo la passeggiata, di dividere gli studenti in gruppi, più piccoli di quelli della *math trail*, per un lavoro più efficace. In passeggiata non era stato possibile creare gruppi piccoli dato che sarebbero serviti troppi docenti accompagnatori (per la classe 2E, ad esempio, se i gruppi fossero stati gli stessi dei cartelloni, questo avrebbe significato richiedere la presenza di sei docenti diversi). Le insegnanti hanno poi assegnato ai gruppi il matematico su cui fare il cartellone, facendone scegliere ad ognuno uno diverso tra quelli proposti. Ho anche chiesto alle insegnanti di assegnare ai gruppi il compito di ricercare alcune informazioni sul matematico assegnato, anche a partire dagli approfondimenti delle tappe. Solo gli alunni della classe 2E sono arrivati in classe il giorno dell'attività con delle piccole ricerche stampate.

Sondaggio Mentimeter

Questa attività è stata progettata per ottenere un feedback sulla passeggiata in cui raccogliere ed analizzare le risposte di tutti i singoli alunni. Il sondaggio è molto più breve e meno dettagliato delle successive interviste, le quali

però è stato possibile realizzare solo su un campione di studenti. Il sondaggio proposto è stato realizzato in forma di presentazione sulla piattaforma *Mentimeter*. In questo modo, gli studenti potevano partecipare con il loro cellulare inserendo il codice del sondaggio sul sito *menti.com*. La particolarità della piattaforma è che, proiettando le slide create, queste si aggiornano automaticamente man mano che i partecipanti inviano le proprie risposte. Ho posto tre domande in tutto, una per ogni slide, che riporto di seguito:

- *Descrivi con un aggettivo la passeggiata matematica fatta*
- *Quali dei matematici incontrati conoscevi già?*
- *C'è qualcosa che ti ha sorpreso? Hai imparato qualche curiosità nuova?*

Per la prima domanda ho utilizzato la funzione *Word Cloud*, che permette di visualizzare le risposte come una nuvola di parole, in cui quelle più frequenti compaiono verso il centro e con un carattere più grande. Proprio perché la visualizzazione è dinamica, gli studenti continuavano ad inserire risposte e a guardare come la nuvola cambiava forma e grandezza. Riporto una Word Cloud vuota per dare un'idea della visualizzazione. Quelle finali delle varie classi si trovano nella Sezione 5.4, dove si analizza il feedback dato dal sondaggio. Lo scopo di questa domanda era quello di capire se la passeggiata matematica era stata un'esperienza gradita, analizzando se gli aggettivi usati per descriverla sono riconducibili ad emozioni positive, neutre o negative (vedi Sezione 2.1).



Figura 4.4: Esempio di visualizzazione della Word Cloud.

Per la seconda domanda, invece, attorno al nome dei matematici compare un pallino per ogni studente che li ha selezionati tra quelli già conosciuti, come rappresentato in Figura 4.5. Questa domanda mira ad indagare quanto sia stato forte il carattere di novità della passeggiata nel presentare le persone che hanno contribuito alla matematica, e non solo i contenuti della disciplina.



Figura 4.5: Esempio di visualizzazione della seconda domanda

Infine, la terza domanda è stata posta richiedendo delle risposte brevi, che sarebbero comparse interamente sulla slide, disposte in tre colonne (si veda Figura 4.6). La domanda è stata formulata intenzionalmente in modo abbastanza vago, in modo tale da permettere agli studenti di parlare in modo spontaneo di quello che è loro rimasto dopo l'esperienza, di quello che ha suscitato più interesse in loro o ha lasciato un'impressione maggiore.

Creazione di cartelloni su alcuni matematici

Una volta finito il sondaggio, gli alunni sono stati disposti a gruppi, con i banchi ad isole. È stata loro spiegata nuovamente la consegna, che le docenti avevano già anticipato sommariamente mentre assegnavano i personaggi e il compito di ricercare a casa delle informazioni su di loro. La traccia in questione, che ho proiettato come ultima slide della presentazione Mentimeter, è la seguente:

*Ora tocca a voi
E se vivessero ai giorni nostri?*



Figura 4.6: Esempio di visualizzazione della terza domanda

Immaginate che il matematico a voi assegnato sia un divulgatore attivo sui social ai giorni nostri. Usate il foglio per mostrare come ve lo immaginereste. Potete ad esempio:

- *provare a creare la sua bio Instagram/TikTok*
- *disegnare la sua foto profilo o dei suoi post*
- *mostrare come secondo voi promuoverebbe uno dei suoi risultati sui social, se lo avesse scoperto adesso*
- *combinare più idee assieme, anche diverse da queste, purché in tema!*

Provate anche a cercare su internet delle curiosità su di lui e ad includerle nel vostro lavoro finale, date vita al personaggio!

Lo scopo di questa attività è quello di "umanizzare la matematica" (Sezione 1.1): si vuole rafforzare l'idea che la matematica è una disciplina viva, frutto dei contributi attivi di tante persone, in modo tale che gli studenti possano percepirla meno distante. La passeggiata in questa prospettiva è servita a fornire un contesto reale, una città in cui vari matematici hanno davvero vissuto e lavorato insieme per contribuire al progresso scientifico. A partire dalla storia di questi matematici e dagli aneddoti presenti nelle tappe, il passo successivo è stato la creazione da parte degli studenti, in maniera autonoma, di un cartellone che modernizzasse queste figure e le inserisse anacronisticamente nel contesto odierno.

Il modo più vicino a loro ed affine alla loro quotidianità che ho pensato di proporre è proprio il contesto dei social media. Numerosi sono ormai gli

studiosi che si occupano di divulgazione scientifica e utilizzano ampiamente piattaforme come YouTube, Instagram o TikTok per raggiungere un pubblico vasto e non necessariamente amante delle materie scientifiche. La casualità degli algoritmi di visualizzazione di TikTok e dei Reels sulle altre piattaforme è una caratteristica che facilita proprio l'ampiezza della divulgazione.

Gli studenti sono quindi già familiari con l'idea che la divulgazione scientifica possa avvenire sui social, e la particolarità di questa attività sta proprio nell'attualizzare i personaggi storici visti, vederli come vivi e attivi, umanizzando di conseguenza il loro lavoro.

Durante la creazione dei cartelloni, le nozioni matematiche e scientifiche inserite non potevano più essere pensate come freddi fatti a sé stanti: il gruppo aveva bisogno di pensare a come i matematici potevano averci pensato o a come avrebbero voluto presentarlo al pubblico. In questo modo, la matematica poteva assumere un nuovo volto, come disciplina non calata dall'alto, ma attiva, fatta di persone che si impegnano per il progresso.

La classe 2E è stata divisa in sei gruppi, trattando così tutti i matematici proposti, mentre la 3G ha scelto Archimede, Copernico, Galilei e Tartaglia, e la 3E Archimede, Cardano, Copernico e Galilei. I tre personaggi ricorrenti nei cartelloni di tutte le classi sono quelli più votati nella seconda domanda del sondaggio, come si poteva immaginare, dato che non sono solo matematici e le loro scoperte negli altri ambiti della scienza vengono menzionate spesso, ad esempio in scienze o fisica, come già visto nella Sezione 4.4. Tutte le classi hanno iniziato il lavoro in classe, durante un'ora di lezione in cui sono stata presente anche io, e con la 3E sono riuscita, grazie ad un cambio orario, a rimanere con gli studenti per un'altra ora durante la progettazione. In totale la 3E ha impiegato 3 ore di lavoro in classe per realizzare i cartelloni, mentre la 3G e la 2E ne hanno impiegate 2 in classe e hanno finito il lavoro autonomamente a casa.

Interviste

Per indagare, con un approccio più vicino al narrativo (vedi Sezione 2.1), il feedback del progetto proposto, ho effettuato un'intervista finale, di tipo semi-strutturato, a tre degli studenti partecipanti. L'intervista è stata scelta come modalità per indagare eventuali differenze, e quindi gli eventuali effetti del progetto proposto, rispetto a quanto emerso nel questionario iniziale (Sezione 5.1) e durante l'osservazione delle classi (Sezione 5.2), alla luce del modello TMA.

Le domande per l'intervista sono state pensate con una struttura a blocchi per tematica. I blocchi di domande utilizzati sono i seguenti:

Le domande dell'intervista

1. Raccontami quello che ti ricordi dell'attività che abbiamo fatto.
Qual è stata la parte dell'esperienza che ti è piaciuta di più e perché?
È la parte che ti è piaciuta di meno? Perché?
2. Mi piacerebbe sapere come ti sei sentito durante l'attività, ti va di dirmelo?
Ti faccio vedere la nuvola di parole raccolte in classe, ti ricordi quale hai messo?
Adesso ti faccio vedere una domanda del questionario iniziale: si chiedeva di associare alcune emozioni alla matematica (domanda 5). Ti ricordi cosa hai messo?
Tra queste, quali sono quelle che assoceresti all'attività fatta?
3. C'è qualcosa che hai scoperto attraverso l'attività proposta?
Come valuti questa esperienza per te, utile? Inutile?
Ti faccio vedere un'altra domanda del questionario (domanda 4).
Ti va di dirmi cosa avevi risposto?
Ripensando all'attività, c'è qualcosa che vorresti aggiungere o modificare relativamente alla tua risposta?
4. Consigliaresti questa attività ad altri studenti della tua scuola? Oppure a studenti di altre scuole? Perché?
C'è qualcosa che cambieresti nell'attività? Perché?
5. C'è qualcos'altro che vorresti aggiungere all'intervista? Qualcosa che magari non ti ho già chiesto in queste domande?

Ogni blocco di domande punta ad indagare un aspetto diverso dell'attività. Il primo blocco ha la funzione di permettere all'intervistato di richiamare alla memoria le diverse parti del progetto: il questionario iniziale, la passeggiata matematica a Bologna e l'attività finale in classe con il sondaggio Mentimeter e i cartelloni, in modo tale da averli in mente nel momento in cui avrebbe risposto alle domande seguenti. La seconda parte di questo blocco, da usare solo se lo studente non avesse espresso dei giudizi di gradimento delle attività

già nel racconto iniziale, indaga la disposizione emotiva e il feedback in modo molto generale.

Il secondo blocco mira ad indagare se e come questo progetto possa avere un effetto sulla dimensione emotiva, nel contesto del modello TMA descritto in Sezione 2.5. Si chiede infatti sia di richiamare le emozioni che associano abitualmente alla matematica (domanda 5 del questionario iniziale descritta nella Sezione 4.1), sia di associare nuovamente le emozioni proposte, ma stavolta alle attività del progetto. La prima domanda del blocco punta a farli parlare delle loro emozioni e sensazioni durante l'attività in modo più libero e discorsivo.

Il terzo blocco si occupa degli aspetti legati alla visione della matematica e di sé stessi in matematica, indagando in particolare l'utilità percepita, prima con un approccio discorsivo e poi richiamando le risposte alla domanda 4 del questionario descritto nella Sezione 4.1. Nella domanda 4 si toccano anche la disposizione emotiva (4a) e la competenza percepita (4d), e si chiede all'intervistato se le sue risposte sono cambiate rispetto al momento dell'intervista. Il quarto blocco vuole raccogliere la loro opinione generale sull'attività, se la consiglierebbero ad altri studenti e se ci sono degli aspetti che cambierebbero. Infine, l'ultimo blocco serve a raccogliere eventuali commenti aggiuntivi da parte degli intervistati.

Fatta eccezione per il primo blocco e l'ultimo blocco, l'ordine dei blocchi è intercambiabile: questo ha permesso, durante le interviste di seguire gli spunti che l'intervistato forniva nelle sue risposte per decidere l'ordine con cui proporre le domande. Inoltre, sono state aggiunte delle domande ad hoc nel caso in cui l'intervistato desse degli spunti interessanti o menzionasse situazioni particolari, sempre con l'obiettivo di far parlare lo studente il più possibile delle sue emozioni, sensazioni, visioni e opinioni.

L'intervista è stata proposta individualmente a tre studenti, che nella trascrizione delle interviste sono stati chiamati S di 2E, A di 3E e M di 3G. Le interviste sono state condotte tre mesi dopo la fine del progetto, in modalità online, attraverso la piattaforma Meet e registrate per permettere una trascrizione accurata delle risposte in un momento successivo.

Gli studenti sono stati scelti su base volontaria, chiedendo alle insegnanti di fornire una breve descrizione degli alunni che si sono offerti volontari (comportamento in classe durante le lezioni di matematica, durante la creazione dei cartelloni e la passeggiata, e opinione generale sulle due attività). Tra questi, ho selezionato studenti che hanno mostrato un comportamento molto diverso dal solito durante il progetto, cercando di avere tra gli intervistati sia studenti a cui è rimasta più impressa la passeggiata, sia studenti con un'opinione più forte riguardo alla creazione dei cartelloni. In particolare, lo

studente di 2E è stato selezionato perché, a fronte di una disposizione emotiva molto negativa e di un rendimento di solito basso, ha apprezzato molto l'attività di creazione dei cartelloni e di ricerca delle informazioni sul matematico assegnato. Lo studente di 3G è stato scelto perché di solito trova noiose e poco stimolanti le lezioni di matematica in aula e ha ritenuto la passeggiata un'esperienza molto interessante, sentendosi più coinvolto di quanto accade di solito in classe. Lo studente di 3E è stato scelto perché in passeggiata ha fatto in particolare una esperienza di successo (vedi Sezione 2.1) che gli è rimasta molto impressa, e perché quasi in concomitanza con il progetto ha avuto un cambiamento in matematica, sia riguardo all'atteggiamento che al rendimento. Per una descrizione più dettagliata dei profili degli intervistati si rimanda alla Sezione 5.6. Le trascrizioni delle interviste complete sono state inserite nell'Appendice B.

Capitolo 5

Analisi dei dati

5.1 Il questionario preliminare

In questa sezione si analizza il questionario compilato dagli alunni prima dell'inizio delle attività, alla luce del modello TMA, descritto nella Sezione 2.5. Le risposte sono state trascritte tutte in forma digitale, e per ogni domanda sono stati inseriti i risultati in alcuni grafici: un istogramma complessivo e tre diagrammi a torta, uno per classe, per controllare eventuali discrepanze tra le tre classi coinvolte.

Per le risposte alle domande $4a - 4d$, un punteggio alto è da considerarsi positivo (rispettivamente buona disposizione emotiva, visione corretta della matematica e alta competenza percepita), e pertanto la scala di colori scelta va dal rosso in corrispondenza dell'1 al verde scuro in corrispondenza del 4. Nelle domande $7a - 7i$, invece, essere d'accordo con le affermazioni proposte indica una visione della disciplina in qualche modo scorretta, e per questo motivo la scala di colori è stata invertita per una maggiore chiarezza visiva.

Inizio precisando che dei 61 alunni che hanno risposto al questionario, quelli che hanno scelto di inserire il proprio nome e cognome sono in tutto 22. Di questi, più della metà viene dalla 3E, e ritirando i questionari in classe ho notato che la presenza o meno del nome era distribuita per vicinanza di banchi. Questo potrebbe indicare che gli studenti si siano semplicemente influenzati molto a vicenda in tale scelta, anche nelle altre classi.

Degli studenti che hanno partecipato, 18 (su 27) erano quelli presenti quel giorno nella classe 2E, 21 (su 25) quelli della classe 3E e 18 (su 20) quelli della classe 3G. Hanno risposto in un secondo momento tramite il link al questionario online anche un alunno di 2E e 3 alunni della 3E che erano assenti il giorno della somministrazione.

Per quanto riguarda il loro ultimo voto di matematica in pagella:

- 3 studenti hanno preferito non rispondere,
- 12 studenti hanno avuto il debito,
- 20 studenti hanno ricevuto 6,
- 14 studenti hanno ricevuto 7,
- 8 studenti hanno ricevuto 8,
- 2 studenti hanno ricevuto 9,
- e 2 studenti hanno ricevuto 10.

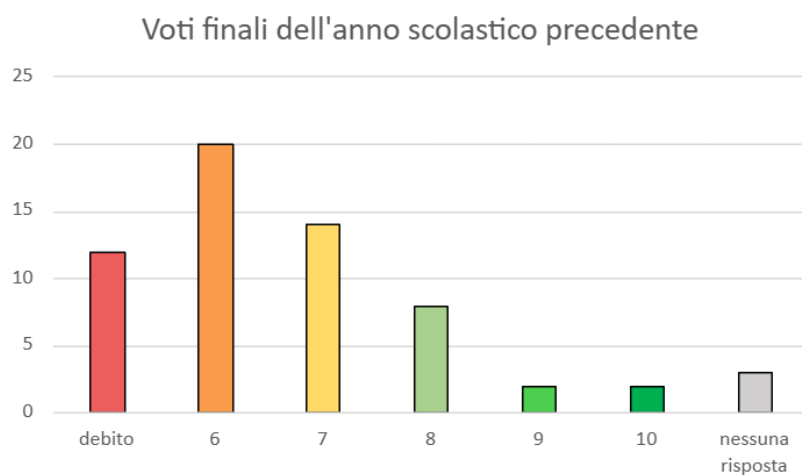
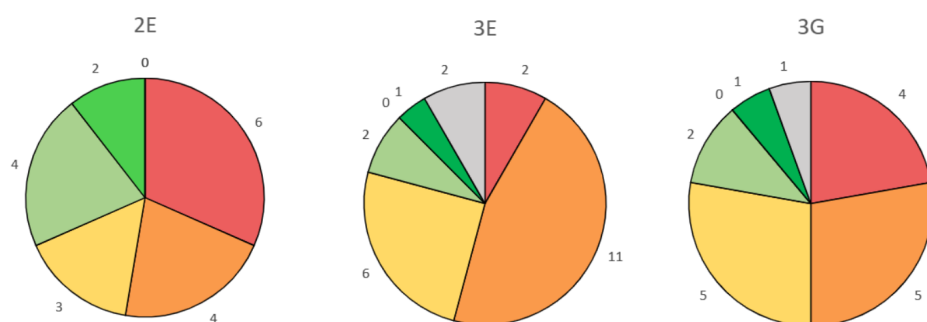


Figura 5.1: Risposte alla domanda 3



Nella distribuzione dei voti all'interno delle singole classi, possiamo notare che la 2E ha il maggior numero di debiti, ma è anche la classe in cui nessun

alunno si è astenuto dal rispondere. Se teniamo in considerazione debiti e 6 come voti bassi, la loro totalità è ugualmente distribuita nelle tre classi.

Le risposte alla prima domanda, che mira ad indagare la disposizione emotiva generale verso la matematica, sono presentate in Figura 5.2.

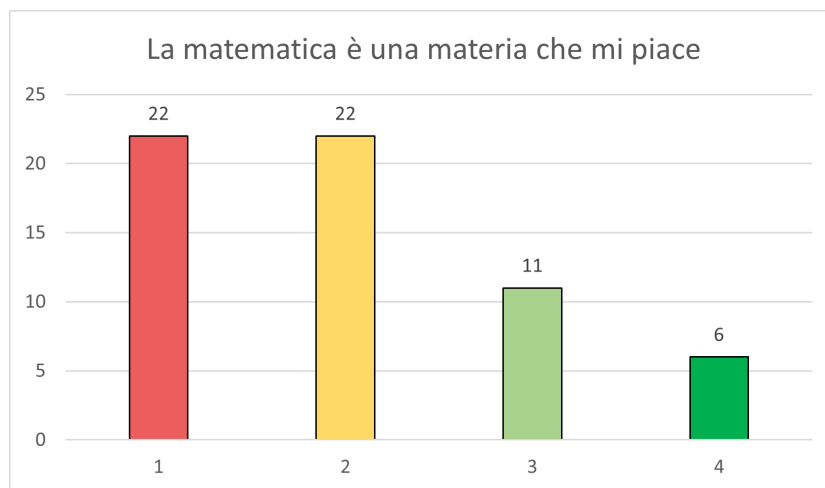
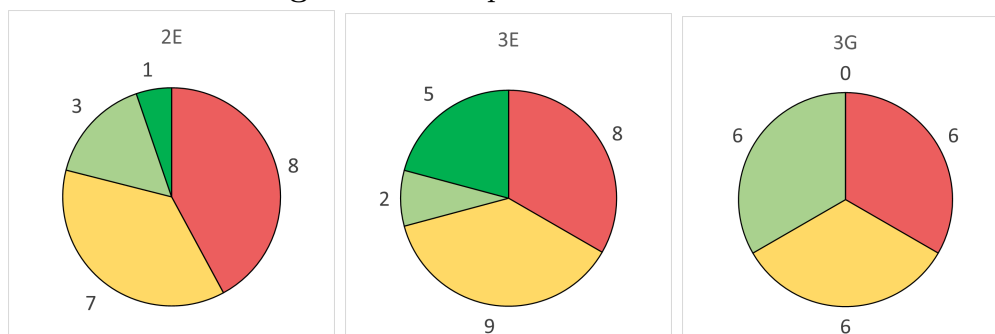


Figura 5.2: Risposte alla domanda 4a



La maggior parte degli studenti ha risposto che la matematica non gli piace, e più di un terzo del totale si è trovato completamente in disaccordo con l'affermazione data.

La distribuzione delle risposte all'interno delle singole classi rispecchia abbastanza quella generale. Tuttavia, in 2E la fetta di risposte in completo disaccordo è più estesa, mentre quella delle risposte che sono almeno parzialmente d'accordo è la più piccola delle tre. Queste differenze saranno visibili anche nell'analisi di Figura 5.6, ovvero delle parole che hanno scelto di associare alla matematica (domande 5 e 6), e sono in linea con quanto osservato in classe (Sezione 5.2).

Si può inoltre notare che in 3G, la classe dell'indirizzo triennale, nessuno era

completamente d'accordo con l'affermazione. Tuttavia, la porzione totale di studenti a cui la matematica piace è la più grande tra le tre classi. La 3E si colloca nel mezzo tra queste due distribuzioni, ma con una percentuale di studenti completamente d'accordo molto maggiore che nelle altre classi.

Passando alla seconda domanda, che indaga la visione della materia, e in particolare la sua utilità percepita, i risultati sono più positivi. Il 60% de-

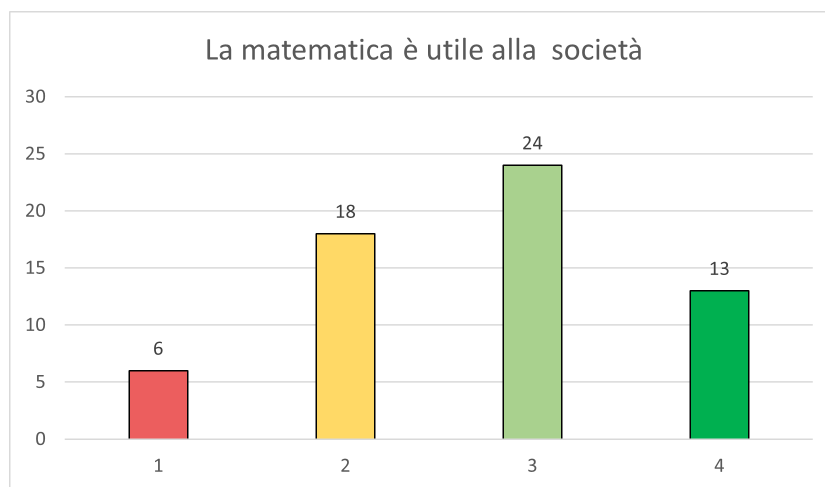
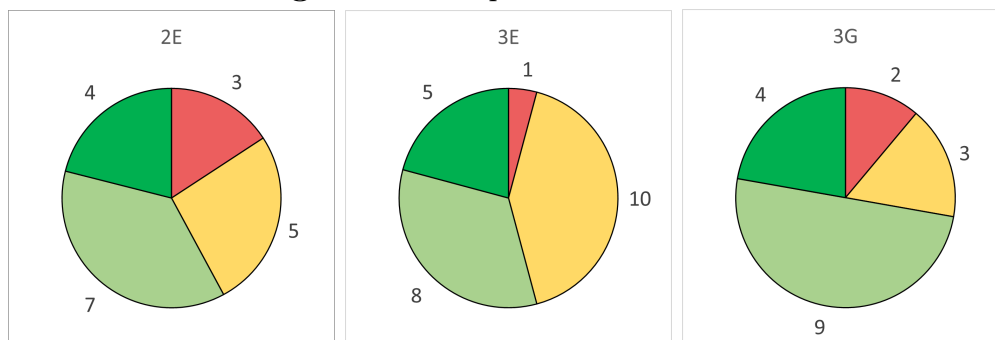


Figura 5.3: Risposte alla domanda 4b



gli studenti percepisce l'utilità della matematica nella società, e meno del 10% la trova completamente inutile. Probabilmente il fatto che questi studenti frequentano l'indirizzo Servizi Commerciali ha influito abbastanza in questa risposta, dato che in economia la matematica è utilizzata moltissimo. In linea con questa osservazione, infatti, la classe in cui l'utilità della matematica è percepita maggiormente è proprio la 3G, in cui, nel periodo di somministrazione del sondaggio, si stavano trattando argomenti di matematica finanziaria, potendo così studiare l'applicazione della matematica al loro campo di specializzazione. In 3G, quasi il 75% degli studenti si è trovato

d'accordo con l'affermazione data.

D'altra parte, la classe in cui si trovano più studenti che vedono poca utilità nella matematica è la 3E, in cui quasi la metà delle risposte è negativa.

La prossima domanda riguarda sempre l'utilità percepita, ma stavolta a livello personale.

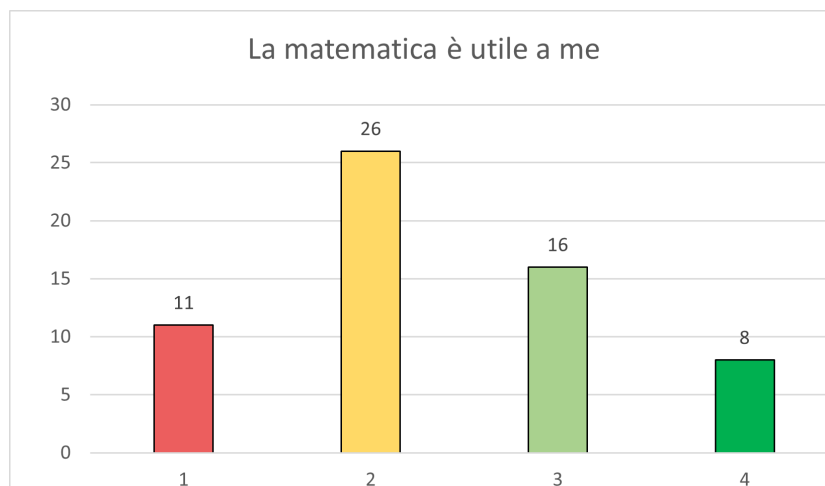
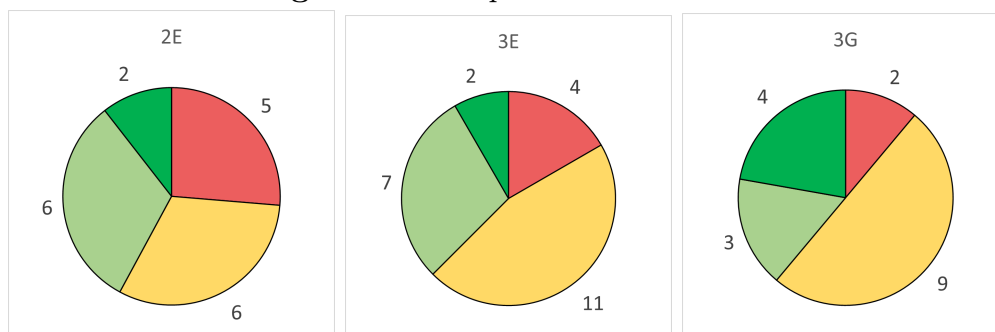


Figura 5.4: Risposte alla domanda 4c



In questo caso la distribuzione delle risposte è quasi l'opposto delle precedenti, con il 60% di risposte negative. Non percepire la disciplina come utile a livello personale porta in genere ad una motivazione intrinseca bassa e a poco interesse verso il suo apprendimento, come visto in Sezione 2.1.

In questo caso la distribuzione delle risposte per classe è abbastanza omogenea in termini di negativo-positivo. Si nota qualche differenza nel numero di studenti che ha dato risposte agli estremi della scala: in 2E un quarto degli studenti trova la matematica completamente inutile a livello personale, mentre in 3G sono quelli completamente d'accordo con l'affermazione a rappresentare una fetta più consistente rispetto alle altre classi (sempre intorno

al 25%).

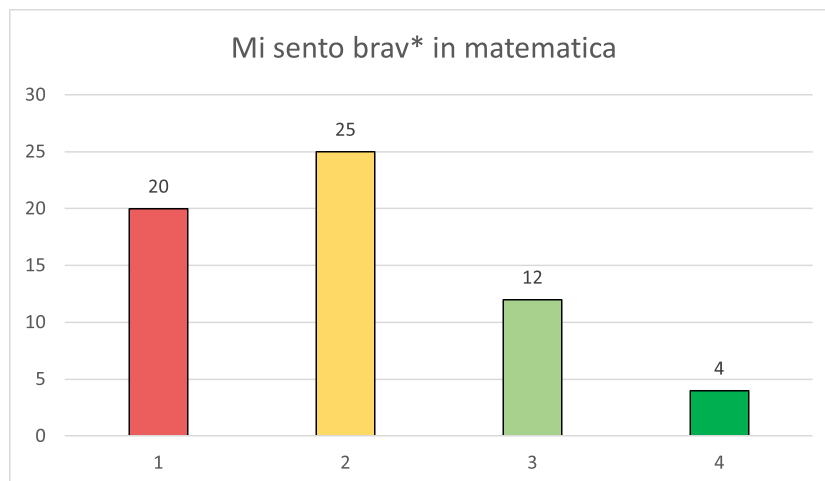
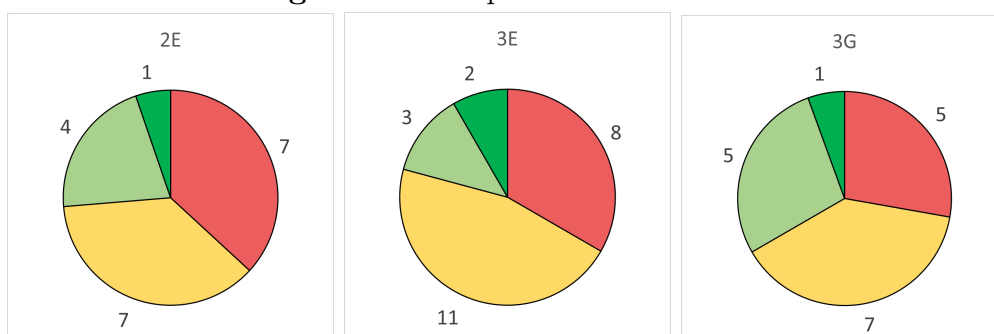


Figura 5.5: Risposte alla domanda 4d



La domanda 4d indaga invece la competenza percepita. Quasi tre quarti degli studenti si sente poco o per nulla bravo in matematica, e solo uno o due alunni per classe si sentono sicuri a pieno delle proprie capacità matematiche. La percentuale più alta di studenti con una bassa competenza percepita si trova in 3E, arrivando quasi all'80% del totale, mentre la più bassa è in 3G, ma costituisce comunque un terzo della classe. Confrontando questi risultati con i voti ottenuti in pagella alla fine dell'anno precedente, possiamo notare come la maggior parte delle persone con voto 6 o debito abbia selezionato i punteggi 1 e 2 su questa scala (solo uno studente in 3E ha avuto il debito e scelto la risposta 4, mentre in 3G due studenti hanno preso 6 e scelto risposte positive, ovvero un 3 e un 4). Per quanto riguarda chi ha preso 7, le risposte a questa domanda sono più varie, ma le uniche risposte agli estremi della scala sono due 1 (uno in 3G e uno in 2E). Anche tra i voti più alti compaiono studenti che non si ritengono molto bravi in matematica (punteggio 2 sulla scala,

	1	2	3	4
Debito	5	6	0	1 (3E)
6	13	5	1 (3G)	1 (3G)
7	2 (2E, 3G)	7	5	0
8	0	3 (2E, 3E, 3G)	4	1
9	0	0	2	0
10	0	1 (3G)	0	1
Nessuna risposta	0	3	0	0

Tabella 5.1: Confronto tra le risposte alle domande 3 e 4d

in un caso anche a fronte di un 10 in pagella). I dati quindi confermano che non sempre il voto in pagella rispecchia la percezione di autoefficacia dell'alunno (Sezione 2.1), anche se questi casi corrispondono solo al 15% del totale.

Le prossime due domande saranno analizzate tramite lo strumento *Word Cloud*, poiché sarebbe riduttivo quantificare le risposte assegnando un punteggio agli aggettivi proposti. Alcune parole, come ad esempio "sfida", non hanno neanche una connotazione intrinsecamente positiva o negativa. Altre possono avere un peso emotivo diverso da persona a persona, quindi l'assegnazione di 1 o 2 come punteggio risulterebbe abbastanza arbitraria e non particolarmente utile ai fini dell'analisi. La Figura 5.6 riporta prima i risultati complessivi, e poi quelli delle classi 2E, 3E e 3G in questo ordine.

La parola di gran lunga più scelta è proprio "sfida". Forse gli studenti vedono la matematica come una sfida insormontabile, forse come qualcosa di impegnativo ma stimolante, ma questo non è deducibile a partire dal solo sondaggio. È molto interessante che la parola più selezionata sia proprio una che può racchiudere tanti sentimenti, a volte contrastanti. Ben 42 persone delle 61 che hanno partecipato l'hanno inserita tra le parole che associano alla matematica, e tra questi ci sono sia studenti con una disposizione emotiva molto alta che molto bassa, quindi probabilmente "sfida" va interpretata come parola ambivalente, con aspetti positivi e negativi.

Nel resto della *word cloud*, le parole negative sembrano essere un po' più presenti (compaiono con un carattere più grande) di quelle positive: "ansia", "rabbia", "paura" e "noia" contro "speranza" o "divertimento", ad esempio. Anche nelle singole classi la parola più scelta è "sfida", ma in 2E la parola "ansia" ha ottenuto lo stesso numero di voti.

Infine, vorrei porre l'attenzione sulle risposte alla domanda 6: essendo uno spazio in cui aggiungere parole diverse da quelle già fornite, c'è la possibilità



Figura 5.6: Risposte alle domande 5 e 6



che le risposte inserite qui siano molto significative per chi le ha scelte, tanto da volerle comunicare in uno spazio a parte.

In 3G, uno studente ha voluto aggiungere la parola "risultato" e un altro l'aggettivo "demoralizzante". In 3E, una persona ha aggiunto "delusione" e "confusione", un'altra "tristezza" e un'altra ancora "tutto, non sto scherzando", riferendosi al fatto che aveva inserito tutte le emozioni negative disponibili. La matematica quindi, agli occhi di chi ha sentito il bisogno di integrare le parole già presenti, ha una connotazione emotiva molto negativa, purtroppo. Anche il bilancio delle risposte alle domande già analizzate è negativo per questi studenti, tranne che per la studentessa che ha aggiunto la parola "tristezza": la matematica le piace (3), la trova utile a sé stessa (3) e alla società (4), ma non si sente brava (2) e forse è questo che genera il sentimento di tristezza.

Consideriamo ora la sezione del questionario che analizza maggiormente la visione della matematica e le credenze associate. Come anticipato, non concordare con l'affermazione proposta sarà da considerarsi positivo, e pertanto il colore verde sarà associato ai punteggi 1 e 2, al contrario di prima.

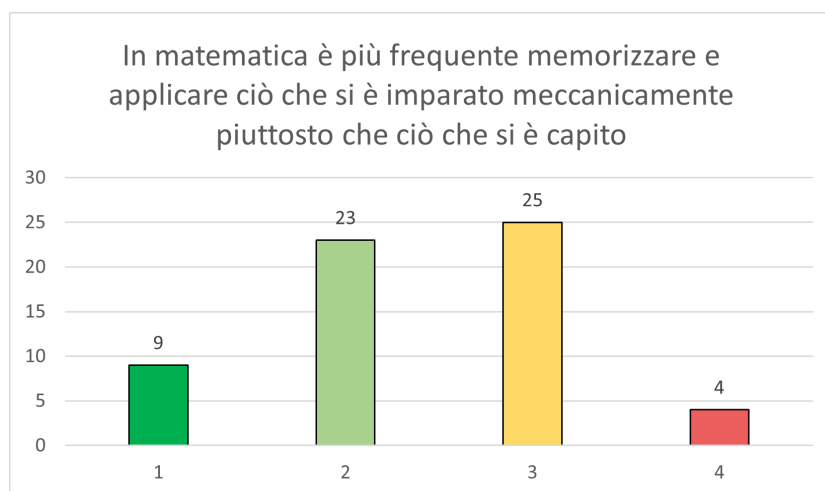
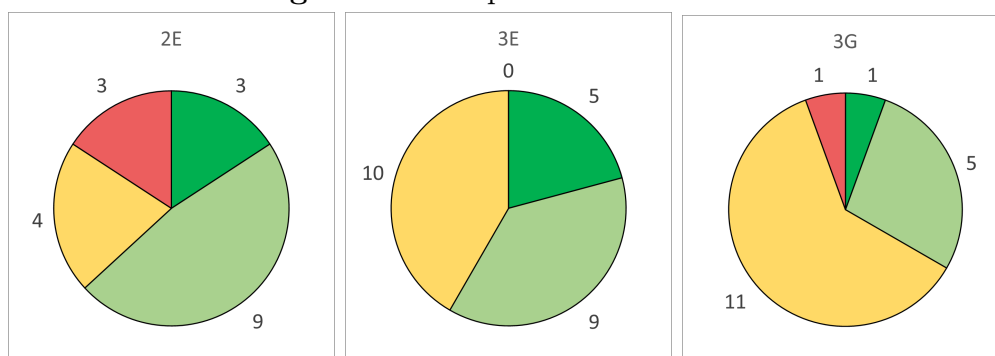


Figura 5.7: Risposte alla domanda 7a



Nel rispondere alla domanda in Figura 5.7, molti studenti sono indecisi o non hanno convinzioni forti riguardo l'affermazione proposta. Le risposte con punteggio 2 o 3 sono nettamente maggiori rispetto a quelle che si collocano agli estremi della scala, e prevale la scelta "sono abbastanza d'accordo" (3). Tuttavia, sommando le risposte negative e quelle positive, queste ultime sono di più, anche se per soli tre voti su sessantuno.

In questo caso, si notano delle differenze significative tra le singole classi.

In 2E, il 63% non è d'accordo con l'affermazione e ritiene quindi che in matematica si applichino le cose capendole, non in maniera meccanica.

In 3E, la percentuale di risposte positive è leggermente inferiore (58%), ma al contrario delle altre classi, nessun alunno si è trovato in completo accordo con l'affermazione proposta.

In 3G, invece, prevalgono le risposte negative, che costituiscono esattamente i due terzi del totale, con una netta prevalenza di studenti che concordano abbastanza, ma non totalmente, con l'affermazione. Questo è concorde con quanto ho potuto osservare in classe durante la risoluzione di problemi di

matematica finanziaria in 3G e durante le lezioni di algebra in 2E (vedi Sezione 5.2).

Anche nelle risposte alla prossima domanda (Figura 5.8), la maggior parte degli studenti si è collocata nel mezzo, scegliendo i valori 2 e 3, anche se in modo non tanto netto quanto nella domanda 7a (qui si tratta del 70% delle risposte, contro l'80% nella 7a). Tuttavia, in questo caso prevale la scelta "abbastanza in disaccordo" che costituisce il 41% delle risposte totali.

Il 60% degli studenti non considera la matematica come un'attività solitaria ed individuale (risposte 1 e 2), e solo l'11% si trova invece in completo accordo con l'affermazione.

La distribuzione delle risposte per classe è abbastanza omogenea, con prevalenza di risposte 3 in tutte le classi, anche se in 3G questa è molto più netta (è stata scelta dalla metà degli studenti).

In 3E, invece, ci sono più alunni fortemente convinti che la matematica sia un'attività collaborativa rispetto alle altre classi, in cui molti sono d'accordo, ma non totalmente.

In generale, gli studenti in completo accordo con l'idea che la matematica sia un'attività puramente individuale sono pochi in tutte le classi coinvolte.

La terza domanda al punto 7 del questionario (Figura 5.9) riguarda invece la percezione di quanto la matematica possa essere collegata ed applicata alla realtà.

La precisazione "imparata a scuola" serve ad assicurarsi che il collegamento sia percepito tra la vita reale e la matematica che stanno tutt'ora apprendendo, e non solo, ad esempio, la matematica che serve per pagare alla cassa. Si chiede se percepiscono un'utilità applicativa reale della matematica come materia scolastica, di quello che affrontano in classe.

L'analisi dei risultati mostra che quasi il 60% degli studenti non è d'accordo con l'affermazione, e vede qualche collegamento tra la matematica scolastica e la vita reale. Di questi, però, solo il 18% ne è fortemente convinto. La stessa percentuale si ritrova negli alunni che invece ritengono che la matematica abbia poco o niente a che fare con la vita reale.

Osservando le risposte per classe, si nota che nelle classi 2E e 3G la maggior parte delle convinzioni a riguardo sono positive (due terzi del totale in 3G e il 68% in 2E).

Invece, in 3E prevale la credenza che la matematica sia scollegata dalla vita reale, presente nel 54% degli studenti. Questa percentuale è resa più alta dalle scelte "sono abbastanza d'accordo" (punteggio 3 sulla scala), che costituiscono un terzo del totale.

Forse questo è dovuto agli argomenti trattati fino al momento del sondag-

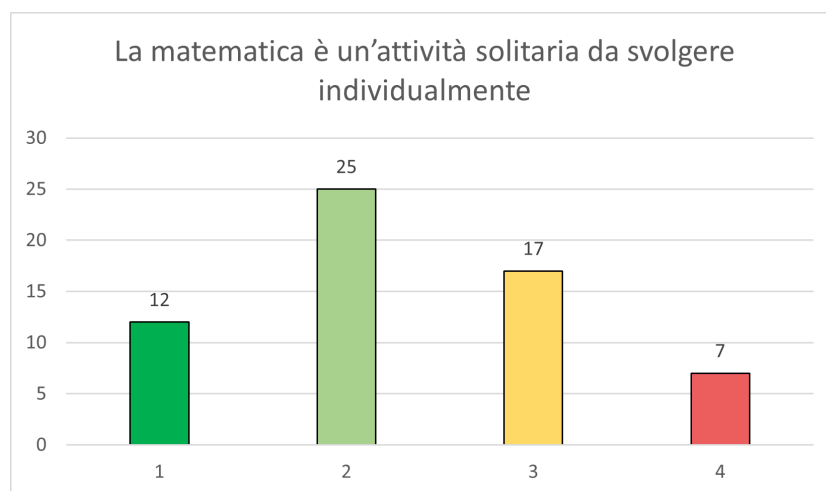
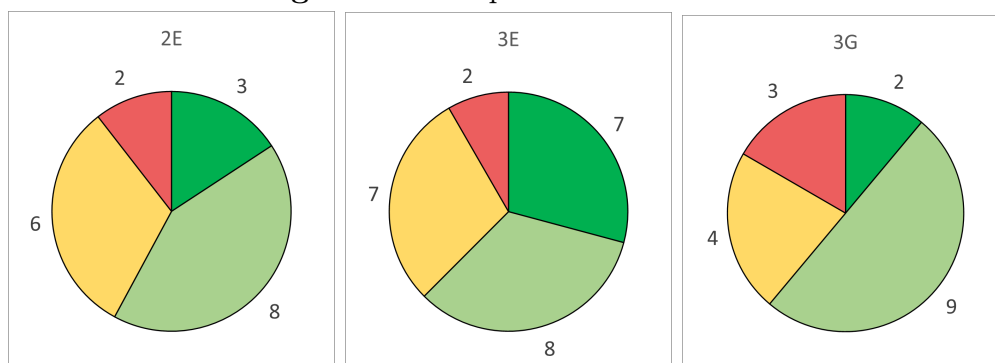


Figura 5.8: Risposte alla domanda 7b



gio: mentre in 3G, ad esempio, l'applicazione della matematica finanziaria è chiara ed esplicita, gli argomenti di algebra su cui si è lavorato quest'anno in 3E possono risultare un po' astratti a primo impatto.

Questo però non spiegherebbe perché in 2E, alla luce degli argomenti trattati, sempre riguardanti prevalentemente la manipolazione algebrica di polinomi, gli studenti siano comunque convinti dell'applicabilità della matematica alla realtà. Probabilmente in questo caso entrano in gioco anche fattori che non ho potuto indagare né osservare, come ad esempio l'approccio ai problemi, che non sono stati parte delle lezioni a cui ho assistito, né in 2E, né in 3E.

La domanda 7d indaga la convinzione che in matematica non si possano esprimere le proprie idee, e le risposte sono molto distribuite in questo caso (Figura 5.10).

La prevalenza di risposte negative è di solo un punto, e non è da considerarsi significativa a livello globale. Gli studenti sembrano quindi essere molto divi-

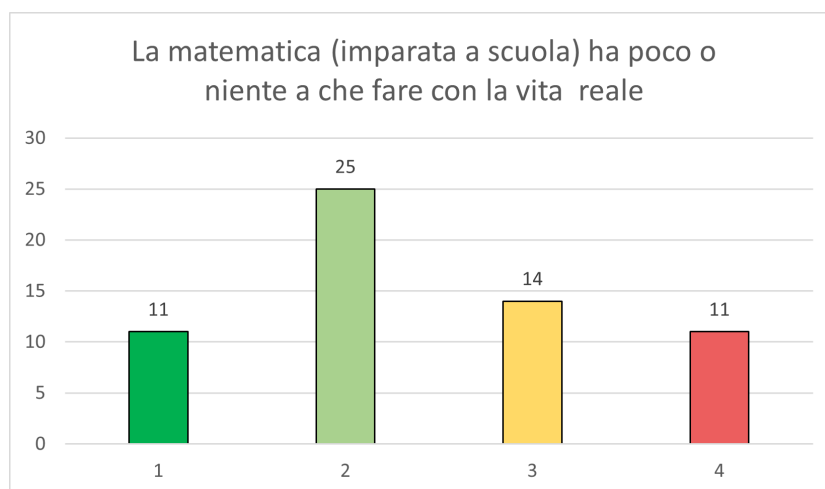
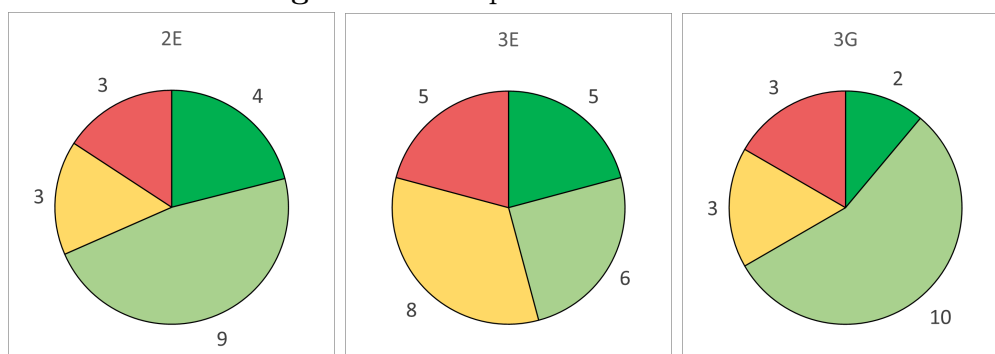


Figura 5.9: Risposte alla domanda 7c



si su questa convinzione, con un numero sorprendente di studenti fortemente convinti che in matematica si possano esprimere le proprie idee. In 2E, in particolare, quasi due terzi degli studenti sono convinti di questo fatto.

In 3G, invece, sono gli studenti convinti che in matematica non si esprimano le proprie idee a costituire quasi i due terzi del totale, con il 38% completamente d'accordo con l'affermazione proposta.

La prevalenza in 3E è negativa, ma meno netta che nelle altre classi (54%, ovvero solo due voti in più rispetto a quelli positivi).

La domanda 7e (Figura 5.11) riguarda la convinzione che in matematica continuo di più i risultati piuttosto che i processi e i ragionamenti.

In questo caso le risposte sono molto positive, con ben l'89% degli studenti in disaccordo con l'affermazione, di cui più della metà in completo disaccordo. L'unica classe in cui sono presenti alunni completamente d'accordo con l'affermazione proposta è la 3G, anche se rappresentano comunque solo il 17% del totale della classe. Infatti, lo studente che nella domanda 6 ha inserito la

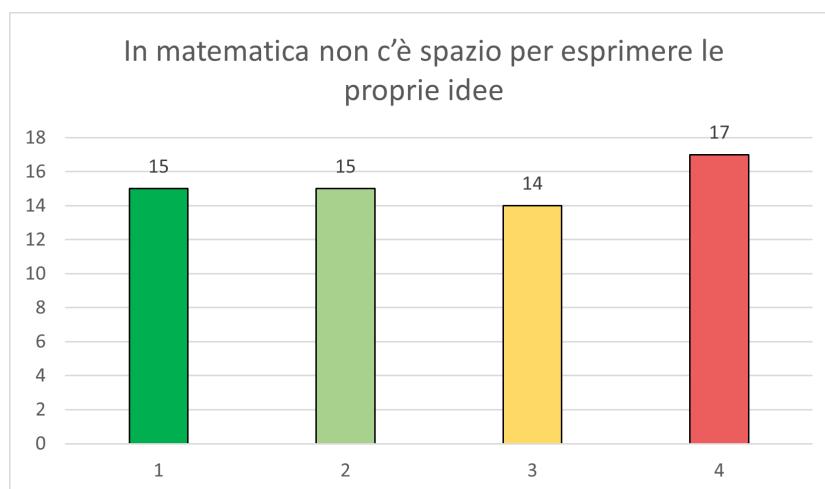
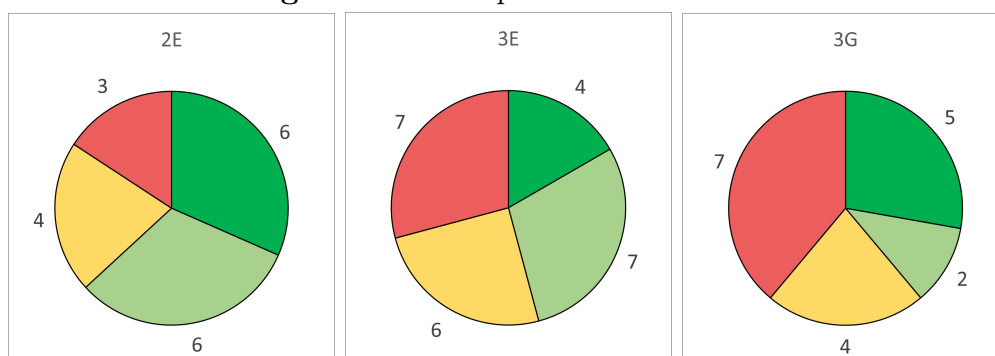


Figura 5.10: Risposte alla domanda 7d



parola "risultato" fa parte della 3G. Sorprendentemente, però, non ha scelto il grado di accordo più alto. Dei tre che lo hanno scelto, una persona ha una disposizione emotiva positiva e un'alta competenza percepita (punteggio 3 nelle domande 4a e 4d, "divertimento" tra le parole scelte in 5), a conferma del fatto che una dimensione positiva nel modello TMA non implica necessariamente le altre.

Nelle altre classi, più del 50% degli studenti è fortemente convinto che non conti di più il risultato rispetto al ragionamento matematico.

La domanda 7f (Figura 5.12) indaga, come la precedente, se la comprensione che gli studenti hanno in matematica è più spesso strumentale o relazionale. Questa domanda, però, riguarda specificatamente i problemi matematici. Anche in questo caso le risposte sono prevalentemente positive, con il 74% degli studenti convinto che nei problemi di matematica non basti applicare l'ultima regola vista durante le lezioni. Di questi, la maggior parte ha scelto il "totale disaccordo" con l'affermazione. La percentuale di studenti in accordo

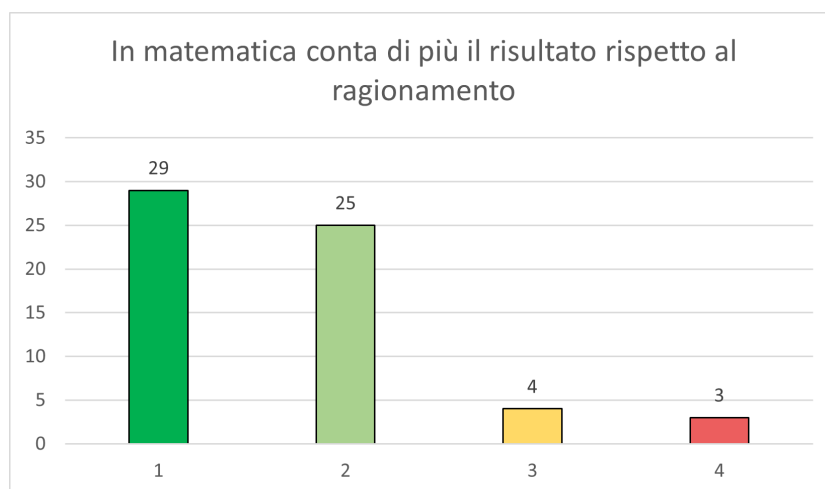
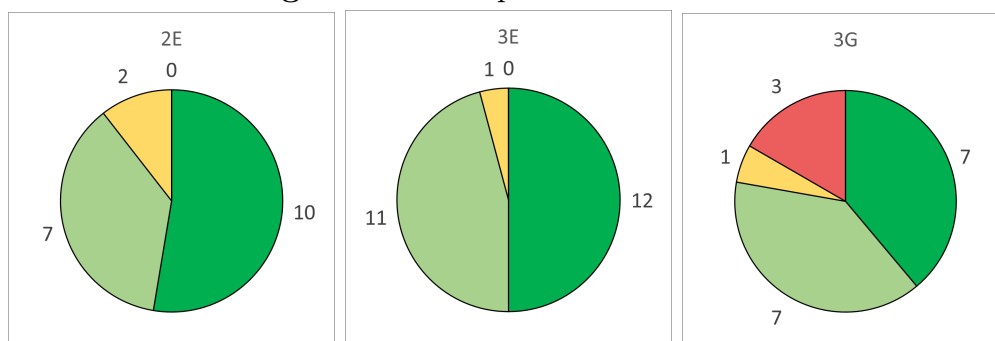


Figura 5.11: Risposte alla domanda 7e



con questa idea è un po' più alta che nelle risposte precedenti: anche applicare l'ultima regola spiegata può essere fatto con dei ragionamenti, quindi non ci sono contraddizioni tra le risposte in 7e e 7f.

In questo caso le classi 2E e 3G hanno una distribuzione molto simile, con meno di un quarto degli studenti che hanno scelto i punteggi 3 e 4.

La classe con più studenti convinti dell'affermazione è la 3E, in cui questi rappresentano un terzo del totale. Tuttavia, anche la quantità di studenti in forte disaccordo è la più alta: esattamente metà classe.

Anche la domanda 7g (Figura 5.13) riguarda le convinzioni sui problemi matematici, e in particolare sulla possibilità di utilizzare procedimenti diversi per arrivare alla risposta giusta.

Questa è la domanda con in assoluto il maggior numero di risposte completamente positive (ben 36 studenti, cioè il 59% del totale, hanno scelto il punteggio 1 sulla scala). Gli studenti in accordo con l'affermazione rappresentano invece il 13%.

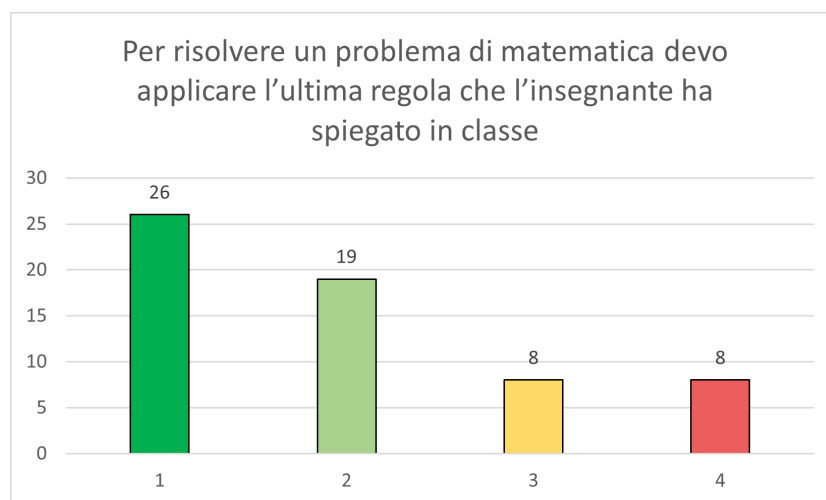
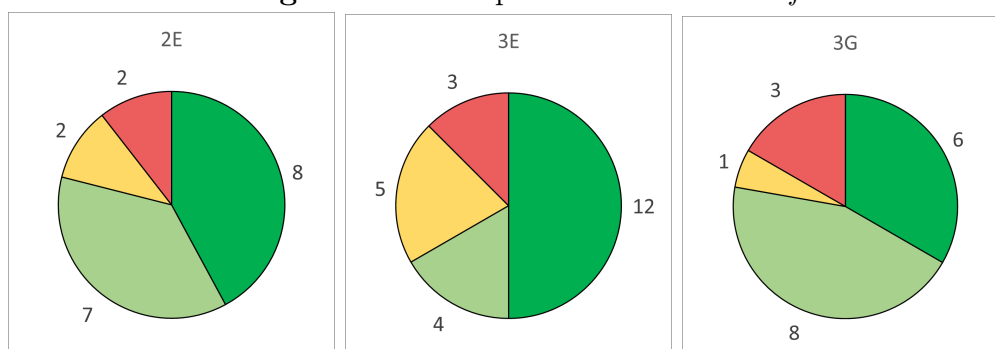


Figura 5.12: Risposte alla domanda 7f



In questo caso, le distribuzioni interne alle singole classi variano. In 2E, nessuno studente ha scelto il punteggio 4 della scala, ma allo stesso tempo gli studenti con punteggio 1 sono meno della metà della classe.

In 3G e in 3E, invece, gli studenti in forte disaccordo con l'idea proposta superano abbondantemente la metà, arrivando a quasi due terzi del totale in 3E e quasi tre quarti in 3G.

La classe con meno studenti convinti dell'unicità dei processi nei problemi matematici è la 3E, in cui solo uno studente ha scelto il punteggio 4 sulla scala, e nessuno il punteggio 3.

Le ultime due domande riguardano sempre la visione della matematica, ma in particolare cosa significhi "essere bravi" in questa disciplina.

La domanda 7h, in Figura 5.14, indaga l'importanza o meno del non fare errori per potersi considerare competente in matematica. È logico pensare che uno studente che concorda con questa affermazione difficilmente si potrà considerare molto bravo in matematica, dato che gli errori sono parte natu-

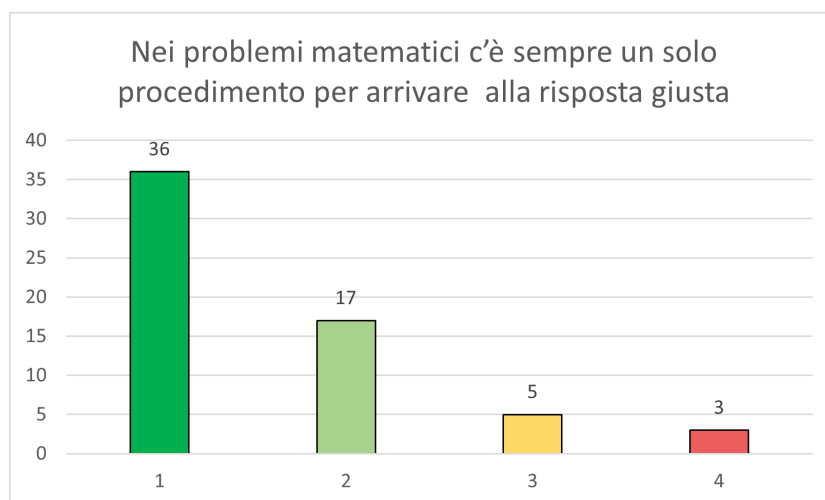
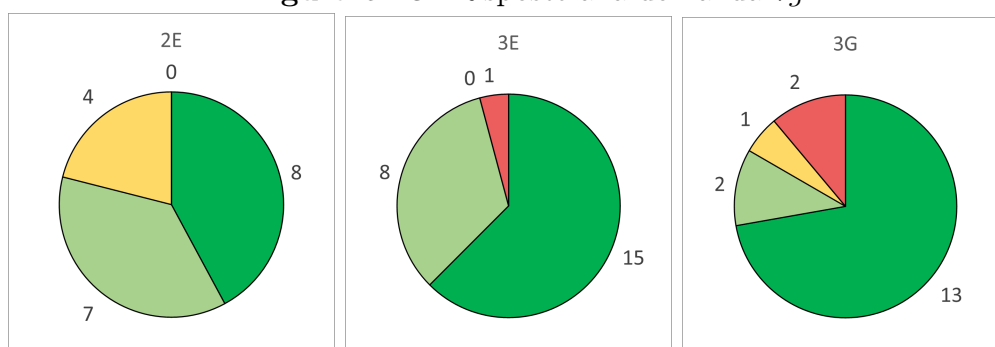


Figura 5.13: Risposte alla domanda 7g



rale e fondamentale del percorso di apprendimento.

In questo caso, gli studenti d'accordo con l'affermazione rappresentano il 20% del totale, mentre quelli in forte disaccordo sono il 54%.

Anche nell'analisi della distribuzione per classe, gli studenti con punteggio 1 sono almeno la metà del totale. Sia in 2E che in 3E, la somma degli alunni che hanno scelto i punteggi 1 e 2 della scala supera l'83% della classe.

In 2E non ci sono studenti fortemente convinti che la bravura in matematica consista nel non fare mai errori, e la 3G è l'unica classe in cui il totale degli studenti con punteggi 3 e 4 supera il 25%.

Infine, l'ultima domanda (Figura 5.15) riguarda l'importanza o meno di una forte autonomia ed indipendenza nel fare matematica per potersi considerare competenti. Già nelle risposte alla domanda 7b, molti studenti riconoscono che la matematica non è necessariamente una disciplina solitaria e da svolgere individualmente.

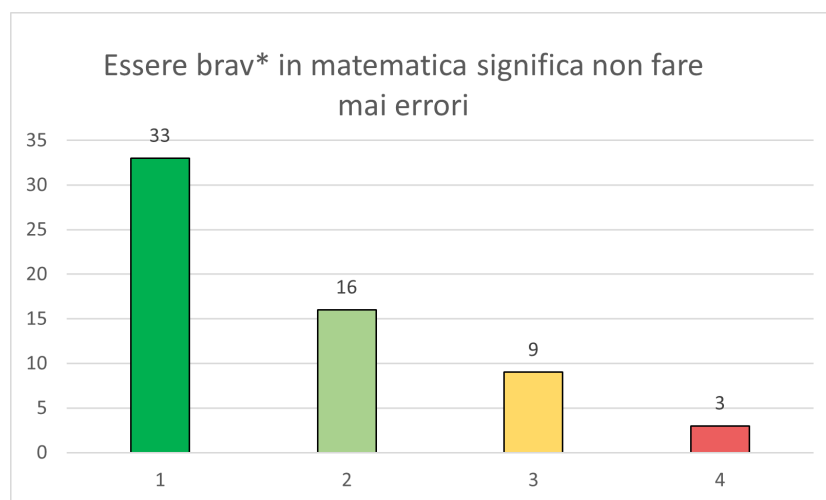
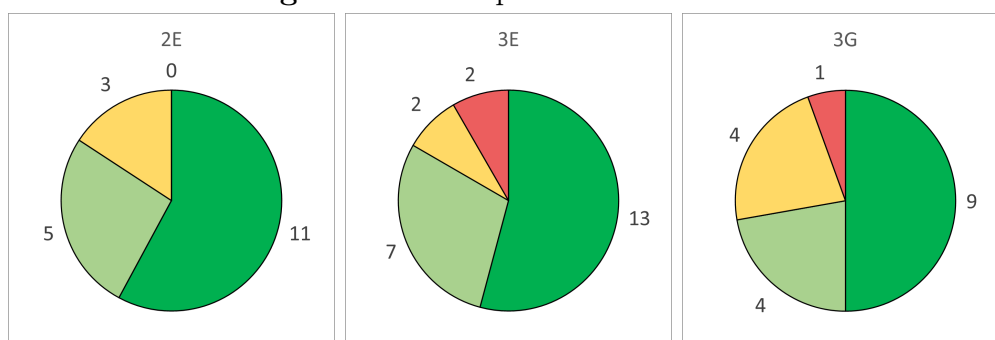


Figura 5.14: Risposte alla domanda 7h



Qua però le loro idee sono più chiare e decise: il 48% di loro è in forte disaccordo con l'affermazione proposta, il 30% è abbastanza in disaccordo, e nei restanti solo il 10% del totale è completamente d'accordo.

In particolare, in 3G il 77% della classe è fortemente convinto che non serva sempre saper fare tutto da soli per essere bravi.

Nelle altre classi, questa percentuale scende al 42% in 3E e al 26% in 2E, ma aumenta significativamente la quantità di studenti che ha scelto il punteggio 2 della scala. In questo modo, la totalità delle risposte positive arriva al 75% in 3E e al 68% in 2E, arrivando comunque a comprendere la maggior parte della classe.

Riassumendo, da questo questionario iniziale emerge un quadro di studenti la cui maggior parte ha una disposizione emotiva negativa verso la matematica, a cui associano ansia, rabbia, paura, noia, ma soprattutto l'idea di una sfida, a volte in positivo e altre in negativo. Inoltre, molti non la considerano una

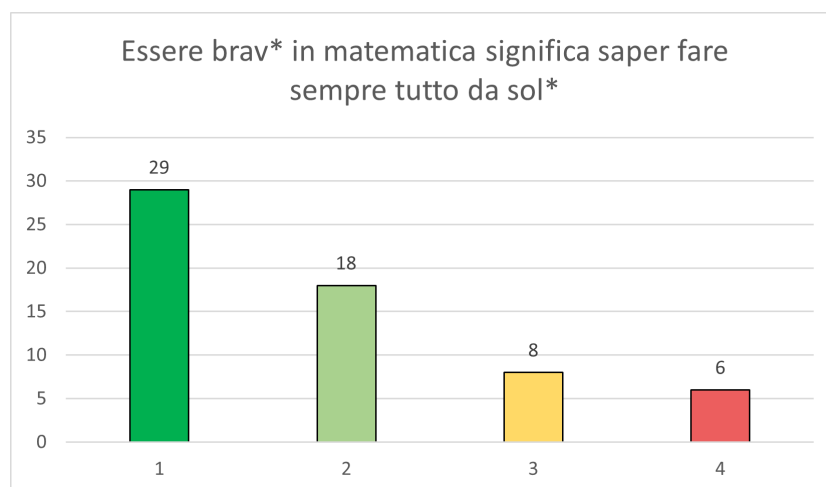
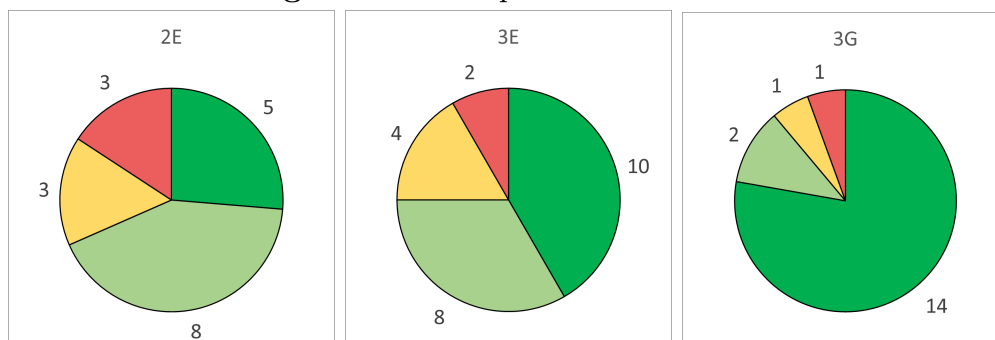


Figura 5.15: Risposte alla domanda 7i



disciplina particolarmente utile a loro a livello personale. Dal punto di vista della competenza percepita, la maggior parte di loro non si sente abbastanza bravo, anche se sanno che la "bravura" non sta né nell'assenza totale di errori, né nel saper fare sempre tutto da soli. La visione della matematica che traspare è abbastanza corretta: più della metà riconosce che è utile alla società e che anche la matematica scolastica ha a che fare con la vita reale (anche se questi sono risultati non condivisi proprio da tutti gli studenti). Sono invece molto convinti del fatto che la matematica non sia fatta solo di risultati, ma anche di ragionamenti, che i procedimenti per arrivare alle risposte corrette siano molteplici, e che la matematica non sia solo applicazione delle ultime regole spiegate in classe dall'insegnante. Riconoscono anche che la matematica non si fa necessariamente solo in solitario.

Purtroppo, però, non sembrano percepire abbastanza spazio per esprimere le proprie idee in matematica, e non tutti trovano più frequente capire piuttosto che imparare e memorizzare meccanicamente i concetti.

Gli aspetti generali di questo quadro risultano a volte accentuati nella singola

classe, a volte attenuati. In pochissimi casi (la domanda 7a in 3G e la 7c in 3E) il quadro interno alla classe non rispecchia quello generale.

5.2 L'osservazione in classe

In questa sezione sarà descritto e discusso quanto notato durante le lezioni di matematica a cui ho potuto assistere.

Durante le osservazioni, ho notato che la maggior parte degli studenti non sembrava vivere con molto entusiasmo e desiderio di partecipazione l'ora di matematica.

La classe 3G, ad esempio, stava trattando i problemi sul calcolo degli interessi di tipo sia semplice che composto. Questo argomento di matematica finanziaria, come mi ha confermato la docente, viene affrontato anche durante le lezioni di diritto ed economia, anche se da un punto di vista in parte diverso. Nonostante ciò, gli studenti sembrano non utilizzare le informazioni pratiche e qualitative ottenute durante le lezioni di diritto per dare un senso ai dati forniti dal problema (ad esempio osservando che in generale un interesse di tipo composto è più vantaggioso di uno semplice se tale interesse è guadagnato, e viceversa se si tratta di un debito maturato). Nella lezione di matematica, i dati diventano numeri da inserire nella formula che hanno imparato per ottenere un risultato su cui sembra non sentano alcun senso di controllo o di possibile previsione. L'analisi delle risposte al questionario ha poi confermato questa supposizione basata sull'osservazione (vedi domanda 7a, Sezione 5.1).

Negli esercizi puramente numerici sembrano riscontrare molte meno difficoltà rispetto a quando si cimentano in "problemi a parole", soprattutto se questi sono formulati come "problemi di realtà". Sembrano, però, consapevoli del fatto che sapere solo risolvere gli esercizi numerici non è sufficiente. I commenti che gli studenti si scambiano fanno trasparire l'idea che la matematica sia difficile, che la capiscano in pochi, e che loro non siano tra questi pochi. Sembrano accettare questo come un fatto, chi in modo sereno e chi con molta frustrazione. Anche questo è in linea con le loro risposte al questionario (analisi nel dettaglio nella Sezione 5.1).

Un quadro di questo tipo potrebbe considerarsi in linea con il fatto che delle tre classi, questa è quella che segue un percorso IeFP triennale, quindi gli studenti potrebbero essere, tra quelli osservati, quelli meno inclini all'interesse verso le materie teoriche.

In 3E, invece, stavano trattando un classico argomento di algebra: la divisione tra frazioni algebriche. L'argomento è stato introdotto proprio mentre

facevo osservazione e, forse perché era nuovo, ci sono state varie domande nel corso della lezione: chi chiedeva se poteva andare bene un altro procedimento algebrico, chi chiedeva se "conviene farlo in un altro modo quando è così?" (si riferivano ad aspetti come quando "calcolare le C.E.", quando "ribaltare" il divisore...).

Questa classe mi è sembrata più varia nell'atteggiamento, con alcuni alunni più positivamente interessati e sicuri di sé ed altri molto meno. C'era chi poneva domande, si offriva volontario per andare alla lavagna, ma anche chi non prestava attenzione o ascoltava un po' distrattamente senza prendere alcun appunto. Quella che mi è sembrata diffusa un po' in tutta la classe, a prescindere da quanto i singoli si sentissero "bravi" nella disciplina, era una visione abbastanza corretta di come andrebbe affrontata la matematica: le domande riguardavano i "perché" e i "percorsi alternativi" da poter seguire, e nel caso di errore durante un intervento, la maggior parte degli studenti non sembrava avvilitarsi e si concentrava piuttosto sul sapere il perché dell'errore. C'è sicuramente da tenere conto del fatto che probabilmente quelli che facevano più interventi erano anche quelli più interessati e disposti a partecipare ed imparare, ma, anche in questo caso, la mia percezione mediamente positiva sembra essere in linea con le loro risposte al questionario (vedi Sezione 5.1).

Le lezioni della classe 2E riguardavano le equazioni e le disequazioni di primo grado: avevano già trattato l'argomento e si stavano allenando nella risoluzione di esercizi in vista della verifica che avrebbero avuto al ritorno dalle vacanze invernali.

Il livello di interesse ed attenzione generale (forse colpevole anche la stanchezza, dato che le osservazioni in questa classe sono capitate alla sesta ora) era molto basso, e quando l'insegnante si è confrontata con gli studenti su quale data scegliere per la verifica, il clima sembrava caratterizzato prevalentemente da ansia e preoccupazione. Anche nel questionario la disposizione emotiva media (domanda 4a, vedi analisi in Sezione 5.1) è risultata negativa, quindi il fattore stanchezza potrebbe avere soltanto esacerbato una disposizione già presente anche in generale.

In questo caso non ho potuto osservare l'atteggiamento degli studenti di fronte a dei problemi di matematica legati alla realtà, ma solo di fronte ad esercizi classici di risoluzione di equazioni e disequazioni, così come è avvenuto anche nella classe 3E.

Una cosa positiva che ho notato negli alunni di 2E che sono andati alla lavagna a correggere esercizi è che anche loro non sembravano avere "paura" di sbagliare. Da questo punto di vista mi sembra che in tutte le classi il rapporto con le insegnanti di matematica (che è un aspetto che influenza molto l'atteggiamento verso tutta la disciplina [2], vedi anche la ricerca narrativa

di Di Martino e Zan [15] in Sezione 2.1) sia trasparente, che non sentano il bisogno, nel bene e nel male, di "recitare una parte", mostrando abbastanza chiaramente sia le loro emozioni, sia i loro errori, sia i loro dubbi (quando questi sono abbastanza circoscritti da riuscire ad individuarli e formularli, e se hanno interesse nel colmarli).

5.3 Le Passeggiate Matematiche

In questa sezione saranno descritte e commentate le Passeggiate Matematiche effettuate con le tre classi partecipanti.

In tutti i gruppi che ho accompagnato ho potuto osservare come le tappe si sono rivelate un ottimo mezzo per stimolare la comunicazione di idee matematiche nel gruppo, in linea con quanto indicato nella letteratura di riferimento descritta in Sezione 1.2. I ragazzi si sono subito messi a collaborare tra di loro, senza bisogno di indicazioni da parte del docente, cercando di arrivare ad una risposta unica e di convincere gli altri compagni, quelli che non erano riusciti da soli a raggiungere tale conclusione, della sua correttezza.

Nella tappa di Santa Maria Maddalena, ad esempio, non appena uno studente pensava di aver trovato l'esagono più grande, chiedeva ai compagni di disporsi con i piedi a formare il bordo della figura, per farla vedere a tutti senza dover toccare il pavimento (Figura 5.16). Qualcuno allora suggeriva di cambiare la disposizione dei compagni per comprendere più rombi, altri obiettavano perché si finiva per tagliare delle piastrelle. Qui il corpo stesso diventava uno strumento, rendendo una tappa apparentemente semplice, inaspettatamente dinamica e divertente.

Alla tappa della Specola (Figura 5.17), hanno fatto grande uso di gesti, tracciando con la mano le altezze interne al trapezio, oppure le diagonali principali degli esagoni adiacenti (Figure 5.18 e 5.19). Coprivano porzioni della figura con le mani per permettere ai compagni di vedere meglio alcuni elementi, o per mostrare loro come erano giunti alla propria conclusione. Ripercorrevano nel mentre i passaggi che, in maniera spesso inconsapevole, li avevano portati alla soluzione. Questo lavoro ha richiesto tempo, sia perché non sempre tutti riuscivano a seguire la stessa logica, sia perché anche i compagni che spiegavano non avevano sempre chiari tutti i passaggi che dovevano esplicitare, o avevano bisogno di tempo per ragionare su come potevano esprimere quello che avevano in mente. È bastato però dare loro il tempo di discutere, aggiustando il loro tiro con qualche "Perché?" ogni tanto, perché riuscissero



Figura 5.16: I piedi che formano il contorno dell'esagono alla tappa di S.Maria Maddalena



Figura 5.17: I motivi geometrici delle colonne alla tappa della Specola

in autonomia nell'intento. Il linguaggio che hanno usato non è di certo formalmente corretto, ma, anche grazie ai gesti, sono riusciti a capire bene il contenuto della tappa. Ad esempio, invece di parlare di angoli supplementa-



Figura 5.18: Tracciano l'altezza per indicare il triangolo interno al trapezio
Figura 5.19: Tracciano le diagonali per indicare il triangolo interno all'esagono

ri, si esprimevano facendo gesti come quello in Figura 5.20 e dicendo "qui è dritto, quindi questo e questo (Figure 5.21 e 5.22 devono fare 180)".



Figura 5.20: Indica l'angolo piatto sulla colonna
Figura 5.21: Indica l'angolo interno all'esagono
Figura 5.22: Indica l'angolo interno al trapezio

Un altro aspetto molto interessante, emerso con chiarezza, è la possibilità di utilizzare più strade per giungere alla risposta. In un gruppo in particolare, si è creata una divisione in due sottogruppi che ragionavano osservando colonne

diverse del porticato: alcuni studenti sono passati subito per gli esagoni regolari adiacenti ai trapezi, mentre un alunno ha riconosciuto il "triangolo da 30 e 60", come l'ha chiamato lui, e ha cercato di spiegare (e spiegarsi) perché il triangolo dentro al trapezio era proprio quello, finendo per passare dalla costruzione di un triangolo equilatero dentro al trapezio. Non è sicuramente il modo più immediato di giungere alla soluzione, ma nello spiegare questa cosa ha finito per richiamare tantissime nozioni di geometria piana. I compagni ascoltavano il discorso e ponevano domande, e io facevo da moderatore per aiutare sia i compagni a stare al passo con il ragionamento, sia il ragazzo ad esprimersi al meglio. Le mie conferme sembravano dargli un po' di sicurezza e quando siamo arrivati a ricostruire tutto sembrava molto soddisfatto, tant'è che ha continuato a parlare con me della tappa mentre camminavamo verso Santa Maria Maddalena. Intanto degli altri studenti parlavano tra di loro, e ho sentito che quando qualcuno ha menzionato l'esagono, in risposta qualcun altro gli ha chiesto che cosa c'entrasse con la tappa. Sono finiti così a spiegare (in modo molto sommario) gli uni la propria risoluzione agli altri.

Alla tappa del Portico dei Servi (Figura 5.23), l'introduzione sui matematici che duellavano a suon di equazioni di terzo grado ha suscitato qualche sopracciglio alzato e un paio di battute incuriosite. Anche qui ci sono stati più esiti: alcuni, dopo aver contato le colonne, hanno subito preso in mano la calcolatrice del telefono per i calcoli di sostituzione. Tra gli studenti che hanno scelto questa strada, alcuni alla fine hanno commentato che doveva essere stata una faticaccia per i matematici duellanti, che le risolvevano senza calcolatrice. Per un attimo hanno quindi pensato alla matematica in termini vivi, umani (vedi Sezione 1.1).

Altri sono partiti a ragionare dall'osservazione spontanea di una ragazza che, guardando le equazioni, ha detto "Eh ma qui si cancella" (si trattava del polinomio $x^3 - 24x^2$ con $x = 24$). Dopo che le ho chiesto di spiegare cosa intendesse, ha indirettamente fornito ai compagni un *modus operandi* che hanno cercato di applicare anche a tutti gli altri monomi, guardando "cosa si cancella" in base ai segni del polinomio. Anche qui il linguaggio algebrico non era pulito, ma questo è un aspetto che può essere ripreso in un secondo momento in classe. Quando possono parlare "liberamente", senza pensare al linguaggio algebrico formale, ho visto che questi ragazzi dialogano molto di più (forse complice anche l'ambiente e il contesto molto diversi dalla lezione classica). Anche chi magari di solito non si esprime molto in classe, ha contribuito dando voce alle proprie osservazioni, senza la pressione che un intervento formale può suscitare, anche perché il clima era sempre alleggerito da qualche battuta o commento tra compagni.

In generale sembravano aver preso le tappe come un gioco, non in senso ne-



Figura 5.23: La tappa del Portico dei Servi

gativo ma più nel senso di sfida. Nel questionario preliminare la parola più associata alla matematica è stata proprio sfida (come osservato nell'analisi delle risposte, in Sezione 5.1), e in questo contesto diverso forse sono venuti a mancare quegli aspetti negativi associati al termine (l'ansia di performare o la frustrazione del fallimento). La matematica che avevano davanti non era più una sfida insormontabile, ma una risolvibile con l'aiuto di tutti. Il fatto che l'app desse dei punteggi per ogni risposta ha portato un po' di competizione tra i gruppi, e questo è servito come elemento motivazionale (vedi la gamification delle math trails su MathCityMap, Sezione 1.2). Ha fornito una spinta ulteriore a volere ragionare ed essere tutti sicuri prima di inserire la risposta, per ottenere sempre il punteggio massimo.

Alla tappa del dipartimento (Figura 5.24), si sono stupiti del fatto di essere riusciti a dedurre la risposta corretta senza spostarsi ed andare a controllare tutti i numeri civici. Questa è una tappa con un potenziale di coinvolgimento molto alto anche per chi in generale odia la matematica: gli studenti che intervenivano non percepivano per niente di stare facendo matematica, perché le loro deduzioni logiche erano prevalentemente spontanee. In uno dei gruppi, alla lettura della risposta "non ci sono civici pari", una studentessa ha subito



Figura 5.24: La vista degli altri tre edifici della piazza dal portico del Dipartimento di Matematica

osservato: "Eh no questa no." Quando un altro studente ha chiesto perché, lei ha risposto: "Eh perché sono quattro, quindi o $1,2,3,5\dots$ o $1,3,4,5\dots$ un pari c'è sempre, oppure anche tutti e due."

Il suo era un ragionamento da affinare, ma che posto in questa forma è sembrato sensato a tutti, quasi in modo naturale. Sottolineo che negli argomenti trattati in matematica negli Istituti Professionali, la logica non è quasi mai inclusa, quindi non è strano che gli studenti non abbiano ricondotto questa domanda alla disciplina in modo chiaro come per molte altre (classificabili come appartenenti all'algebra e alla geometria). La ripresa di questa tappa in un intervento successivo in classe può essere un'occasione per far notare agli studenti che anche in matematica si trattano cose che, come direbbero loro, "hanno senso" (cioè che può risultare abbastanza naturale pensare), cercando di stimolare in loro un senso di avvicinamento verso la disciplina.

Il clima complessivo è stato molto positivo, come si vedrà anche nel sondaggio Mentimeter successivo. C'era qualcuno più scettico e con meno voglia (soprattutto di camminare), ma molti di loro alla fine sembrano essersi divertiti. Erano tutti contenti ed esultavano quando riuscivano a dare la risposta giusta, il clima era giocoso, e ho avuto l'impressione che l'esperienza li abbia stupiti un po' (cosa che poi è stata confermata dalle risposte al sondag-

gio post-passeggiata, vedi Sezione 5.4, e dalle interviste finali, in particolare quelle agli studenti di 2E e 3G, vedi Sezione 5.6). Quando sono andata a somministrare i questionari iniziali e ho spiegato che cosa avremmo fatto in passeggiata, molti di loro sembravano preoccupati, infastiditi dal fatto che si dovesse "fare matematica anche in gita", e in generale disinteressati. Probabilmente si aspettavano tutt'altro e sono rimasti piacevolmente sorpresi, e penso che la passeggiata matematica sia riuscita nell'intento di mostrare loro che la matematica può essere anche questo, che può essere collaborazione viva e storie di duelli inusuali, che si trova nei pattern di piastrelle sui pavimenti e nelle decorazioni delle chiese, nei colonnati e persino nei numeri civici di una piazza. Questo effetto è stato sortito anche negli insegnanti che accompagnavano i miei gruppi: anche loro partecipavano alla risoluzione delle tappe ponendosi quasi al pari degli studenti, e a fine percorso qualcuno di loro mi ha detto che si era inaspettatamente divertito, pur essendo un'attività di matematica.

5.4 Il feedback post-attività

In questa sezione si discute del feedback raccolto dopo le passeggiate matematiche a Bologna. Il sondaggio Mentimeter è stato effettuato ad una distanza di non più di due settimane dalla passeggiata, per ogni classe coinvolta. Per quanto riguarda la prima richiesta, "*Descrivi con un aggettivo la passeggiata matematica fatta*", riporto di seguito le nuvole di parole finali per ogni classe.



Figura 5.25: Word Cloud classe 2E

Tra le parole, in tutte e tre le classi, la più utilizzata è stata *divertente*. In 2E anche *interessante* e *istruttiva* sono state scelte con una frequenza alta, e tutti gli aggettivi che compaiono hanno una connotazione positiva. In 3E,



Figura 5.26: Word Cloud classe 3E



Figura 5.27: Word Cloud classe 3G

invece, compare in piccolo anche la parola *difficile*, quindi non tutti hanno percepito i problemi delle tappe come completamente accessibili a loro. In 3G, come in 2E, gli aggettivi scelti hanno tutti una connotazione positiva.

Riguardo la seconda domanda, "*Quali dei matematici incontrati conoscevi già?*", quasi la totalità degli alunni ha risposto *Galilei*. *Copernico* è stato selezionato circa dalla metà degli studenti di ogni classe, e *Archimede* ha ottenuto pochi voti in meno di Copernico. Gli altri matematici erano principalmente sconosciuti: due studenti in 3G avevano sentito parlare di *Cavalieri* alle medie, in 3E ci sono stati un voto per *Cavalieri* e uno per *Tartaglia*, e in 2E una persona conosceva *Cardano* e quattro alunni avevano sentito parlare di *Tartaglia*.

Questi risultati mostrano ancora una volta come la comunicazione scientifica sia spesso carente nell'ambito matematico: i personaggi più conosciuti sono quelli che non hanno lavorato esclusivamente in ambito matematico, e che anzi sono spesso e volentieri conosciuti per altre invenzioni e scoperte (il si-

stema copernicano, il metodo scientifico galileiano, la leva di Archimede, per citarne alcuni, di pertinenza soprattutto fisica e astronomica).

Passiamo infine alla domanda *"C'è qualcosa che ti ha sorpreso? Hai imparato qualche curiosità nuova?"*. Nonostante molte delle risposte alla terza domanda siano state molto brevi, spesso solo un *"si"* o un *"no"*, ci sono anche risposte che gettano luce su alcuni esiti positivi della passeggiata. Riporto di seguito le risposte, classificandole in quattro categorie: *"Ho imparato..."*, *"Mi ha stupito..."*, feedback di gradimento e feedback negativi.

"Ho imparato..."

<i>"Ho imparato ad affrontare problemi reali con la geometria e la matematica", 3E</i>	<i>"Ho imparato che facevano i duelli tra matematici", 3G</i>	<i>"Non mi ha sorpreso nulla, ma mi è piaciuta molto e ho imparato a contare i numeri civici", 3E</i>
<i>"Ho imparato a calcolare i trapezi isosceli", 3G</i>	<i>"A contare le piastrelle e i numeri civici", 3E</i>	<i>"Ho imparato cosa c'è sotto i portici", 2E</i>
<i>"Ho imparato a contare i numeri civici!", 3E</i>	<i>"Ho imparato meglio a ragionare con la geometria", 3E</i>	<i>"Ho conosciuto nuovi matematici", 2E</i>

"Mi ha stupito..."

<i>"Mi colpiva il modo in cui funzionava l'app", 2E</i>	<i>"Molte curiosità su Bologna che non sapevo", 3G</i>	<i>"Curiosità su Bologna", 2E</i>
<i>"Si, che ogni posto in cui andavamo aveva un significato o che dovevi calcolare per capire il significato", 2E</i>	<i>"Mi ha sorpreso che era fatta bene, nel senso che mi sono rimasti alcuni argomenti quindi non è stata inutile", 3E</i>	<i>"La scoperta di matematici che non conoscevo", 2E</i>
<i>"Curiosità di Bologna sulla città", 2E</i>	<i>"Si, non mi aspettavo che le colonne dei posti potessero avere dei significati nascosti", 3E</i>	<i>"La conoscenza di nuovi matematici", 2E</i>
<i>"Si, le sette chiese e la loro storia", 2E, tante risposte</i>		<i>"Mi ha sorpreso essere riuscita a risolvere alcuni casi, per il resto ho imparato la geometria", 3E</i>

Feedback di gradimento

"Le domande a cui rispondevamo erano molto interessanti", 3E	"Mi ha fatto piacere scoprire Bologna anche sotto un punto di vista più culturale", 3G	"Mi sono piaciuti molto i quiz sulle forme geometriche delle colonne dell'università di astronomia", 3G
"Credevo fosse più difficile ma esperienza simpatica", 3E	"Mi sono piaciuti tutti i posti", 2E	"Attività nuova", 3G

Feedback negativi

"Non mi ha sorpreso
nulla, e ho imparato
troppe poche cose", 3G

Questo è stato l'unico feedback negativo scritto per esteso, ma ci sono stati anche degli alunni che hanno scritto semplicemente "no": 2 delle 40 risposte al sondaggio in 2E, 6 delle 28 risposte in 3E, e 5 delle 17 risposte in 3G (ogni alunno poteva inserire fino a tre risposte diverse). In effetti, la 3G è risultata, nel questionario iniziale (Sezione 5.1), la classe con la visione più meccanica della disciplina, tra le tre partecipanti (vedi risposte alle domande 7d, 7e e 7g), e questo potrebbe aver influito sul loro gradimento di un intervento così diverso dalla lezione tradizionale e che richiedeva un approccio meno strumentale e più relazionale (vedi Sezione 2.1). Forse, inoltre, un progetto simile può costituire un'attrattiva maggiore per alunni più giovani, anche se non abbiamo modo di stabilire con certezza la validità di questa supposizione, e potrebbero essere entrati in gioco anche altri fattori che hanno influito sul grado di coinvolgimento durante le attività e di importanza data al progetto. Dai feedback positivi, invece, emerge che per alcuni la tappa che è rimasta più impressa è quella che hanno percepito maggiormente come un'esperienza di successo (riferimenti ai numeri civici della tappa 1, *Il Dipartimento di Matematica*, ai trapezi della tappa 4, *La torre della Specola*, o alle piastrelle della tappa 5, *S. Maria Maddalena*). Qualcuno è rimasto piacevolmente sorpreso proprio del fatto di essere riuscito a contribuire alla risoluzione dei quesiti proposti.

Alcuni hanno apprezzato il fatto che la matematica fosse inserita in un contesto reale, o che potesse rivelare significati nascosti dei posti visitati, centrando l'obiettivo di mostrare agli alunni che le città possono essere viste anche tramite la "lente matematica" del nostro "telescopio mentale" (vedi Sezione 3.1).

Molti hanno apprezzato la tappa 7, *Stelle e pentagoni*, che sembra essere rimasta impressa per il contesto storico e architettonico in cui è collocata. In generale, gli studenti sembrano aver gradito le curiosità e nuove informazioni

sulla città di Bologna che sono state fornite, matematiche e non.

Qualcuno sembra aver apprezzato anche le nuove informazioni storiche sui matematici, e uno studente ha menzionato in particolare la descrizione della tappa 6, *Duelli matematici*.

Uno studente di 2E ha menzionato l'utilizzo dell'app MathCityMap tra gli aspetti sorprendenti o interessanti dell'esperienza.

5.5 I cartelloni: matematici sui social

In questa sezione verrà descritta e commentata l'attività di creazione dei cartelloni a gruppi. Le foto di tutti i cartelloni nel formato più grande possibile si trovano in Appendice in Sezione A.

Tutti i gruppi di studenti hanno scelto, a partire dalla traccia in Sezione 4.4, di creare una pagina Instagram per il matematico assegnato. Questo perché secondo loro il profilo Instagram è quello dove si postano prevalentemente foto (più adatte ad essere disegnate), mentre su TikTok si pubblicano principalmente video. Un ragazzo in particolare, in 3G, mi ha detto che se avessero potuto creare il profilo direttamente sulle app avrebbe sicuramente scelto TikTok come piattaforma. Probabilmente un approccio del genere sarebbe risultato più coinvolgente per gli studenti (vedi l'apporto del digitale alle attività didattiche in Sezione 1.2 o quanto è emerso poi dall'intervista allo studente di 3E in Sezione 5.6, che ha appunto suggerito di digitalizzare l'attività per renderla più varia e interessante). Allo stesso tempo però sarebbe più difficile da attuare, e, soprattutto nel caso della creazione di video su TikTok, richiederebbe molto più tempo e organizzazione da parte degli studenti (ad esempio nel decidere prima quali oggetti portare e usare nei video). Una volta completati, i cartelloni sono stati anche appesi ed esposti nelle classi.

Durante l'ora di lavoro in cui ho potuto essere presente anche io, ho girato tra i banchi chiedendo ai vari gruppi quali idee avessero per il cartellone, e rispondendo a domande sulle informazioni che trovavano su internet. Ad esempio, un gruppo si è stupito del fatto che Cardano avesse conseguito un dottorato in medicina, chiedendomi: "Ma non era un matematico?". Questa è stata un'occasione per precisare che spesso gli eruditi del passato non erano estremamente specializzati e settoriali come al giorno d'oggi, ma erano competenti in più ambiti del sapere e avevano vari interessi diversi: la matematica non è solo per i matematici puri! Questo, come visto in Sezione 1.1, è uno degli obiettivi raggiungibili attraverso l'utilizzo di illuminazioni storiche, e in particolare attraverso la ricerca che gli studenti hanno condotto sulle

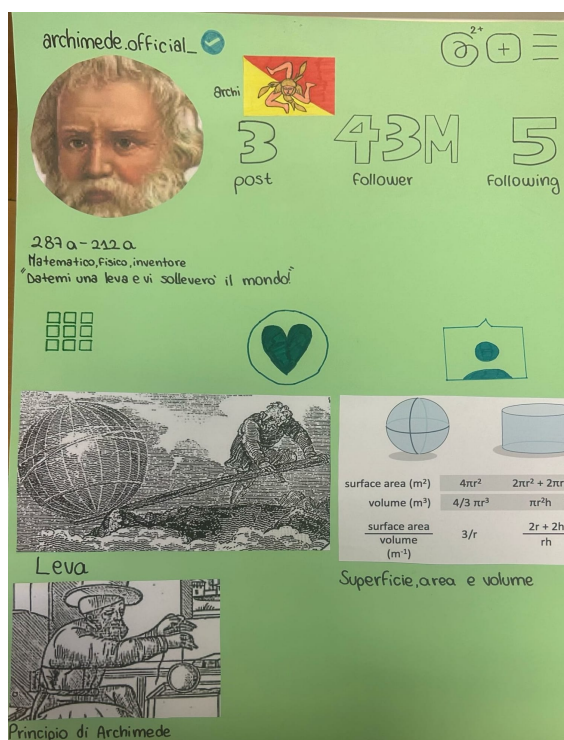


Figura 5.28: 2E, Archimede

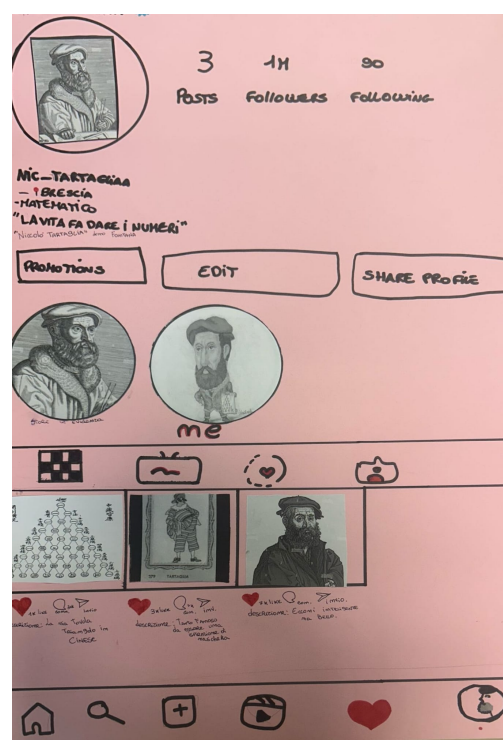


Figura 5.29: 2E, Tartaglia

biografie dei matematici. Le ricerche hanno contribuito anche al processo di umanizzazione della disciplina nella visione degli studenti, assieme alle attività di storytelling nate spontaneamente durante la progettazione. Durante le fasi di brainstorming dei gruppi, infatti, sono anche nate storie ipotetiche su come certi matematici avrebbero potuto interagire tra di loro, chi avrebbe seguito chi e perché. In questo modo lo storytelling partiva direttamente dall'immaginazione degli studenti, con lo scopo di rendere vivi e attuali i protagonisti del loro cartellone, e allo stesso tempo divertirsi (il clima che si veniva a creare sembrava proprio quello associato alle attività di storytelling in Sezione 1.1, sereno, coinvolgente e di condivisione). Anche la semplice decisione di quale numero inserire sotto la scritta "following"/"seguiti" diventava occasione per la creazione di simpatiche storie sui rapporti interpersonali di questi matematici, che li rendevano vivi ed interessanti nella loro dimensione umana (vedi Sezione 1.1). Ad esempio, ho sentito il gruppo che lavorava al cartellone in Figura 5.35, parlare di come Tartaglia avrebbe sicuramente "tolto il follow" a Cardano una volta svelata al mondo la sua formula, un altro ha deciso che Galileo avrebbe aggiunto alla sua bio una "frecciatina" all'inquisizione (Figura 5.34), un altro ancora ha pensato a come Tartaglia

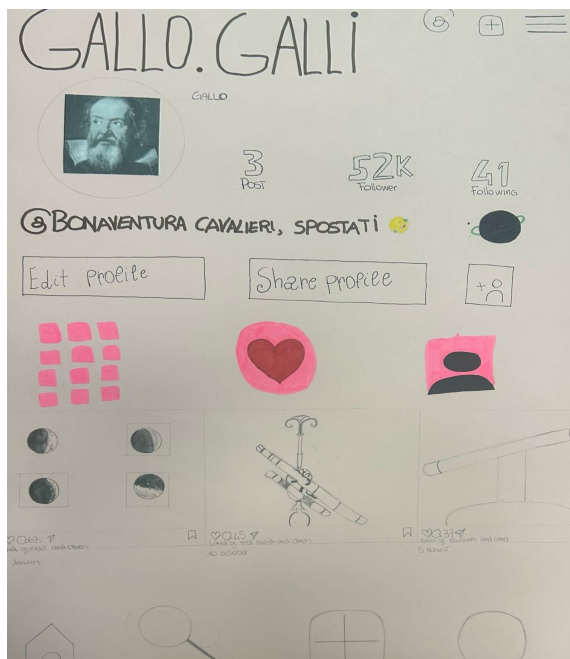


Figura 5.30: 2E, Galilei

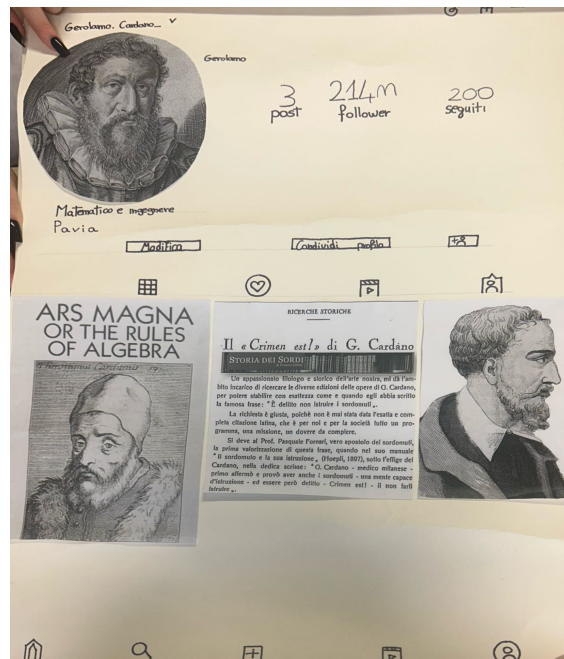


Figura 5.31: 2E, Cardano

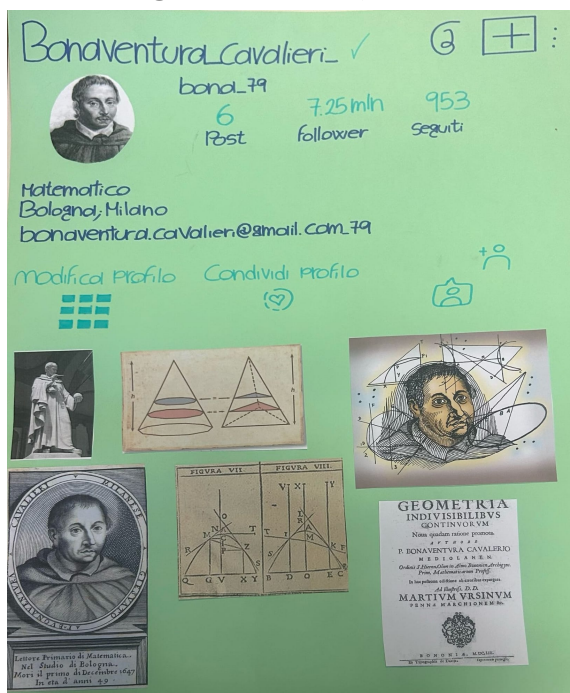


Figura 5.32: 2E, Cavalieri

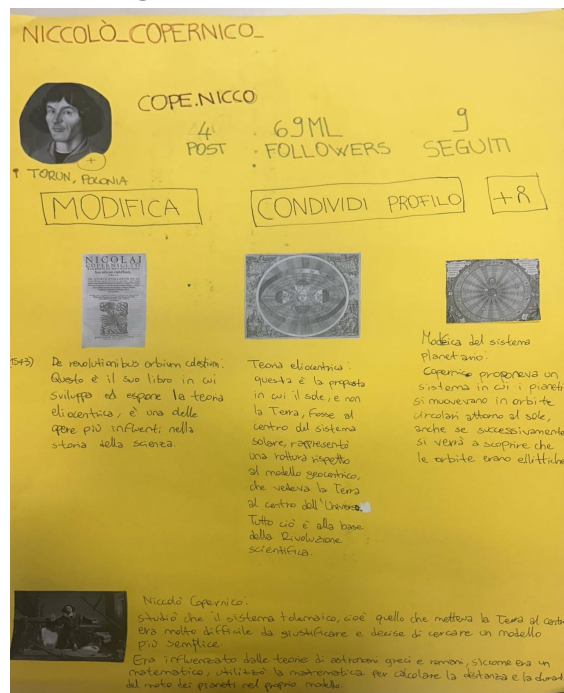


Figura 5.33: 2E, Copernico

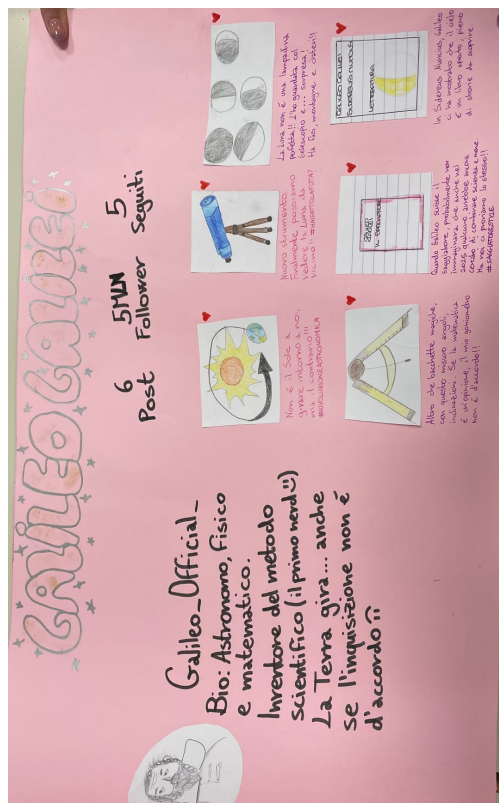


Figura 5.34: 3E, Galilei

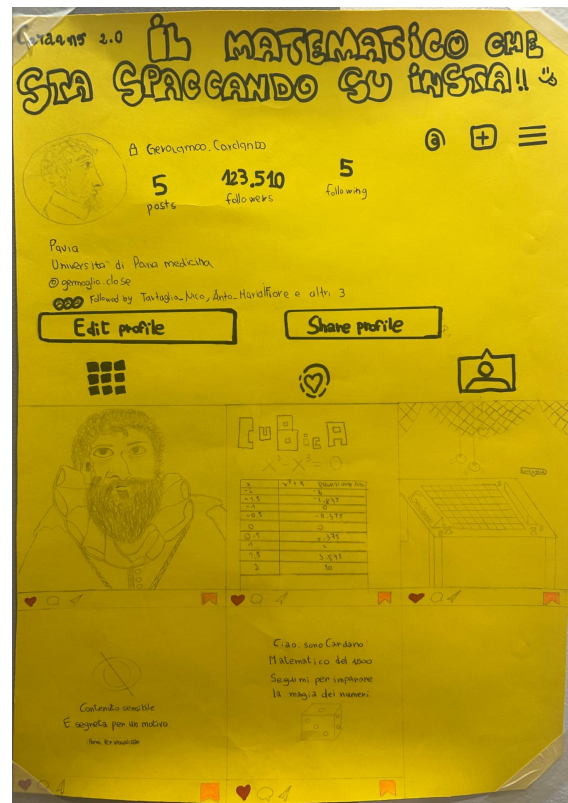


Figura 5.35: 3E, Cardano

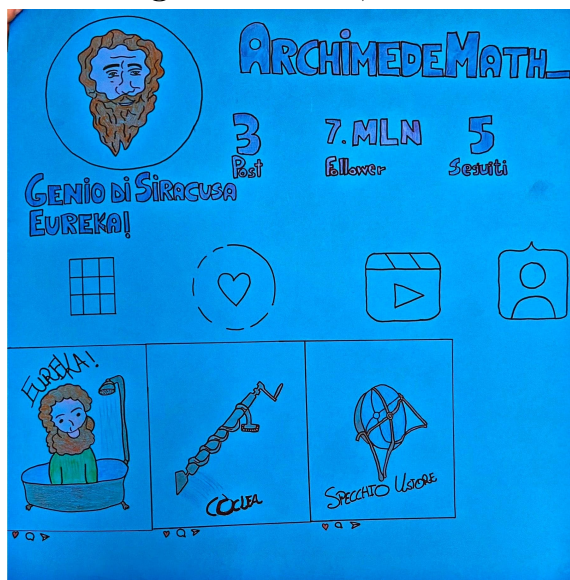


Figura 5.36: 3E, Archimede

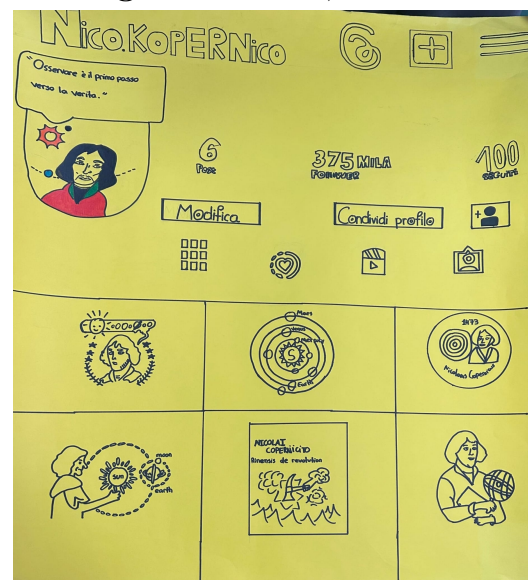


Figura 5.37: 3E, Copernico

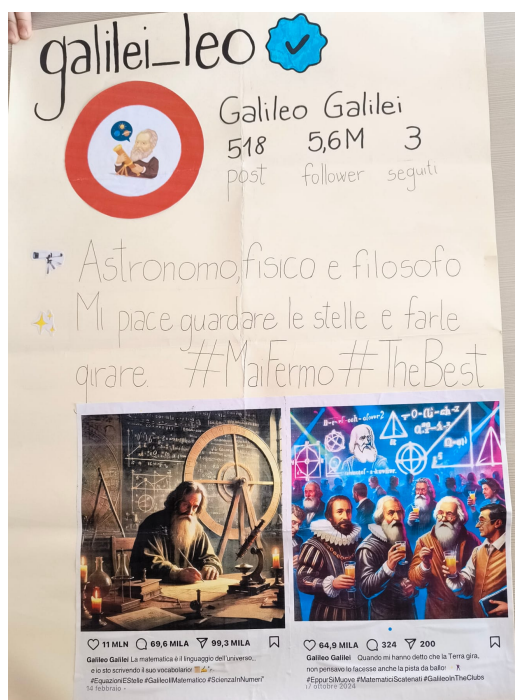


Figura 5.38: 3G, Galilei

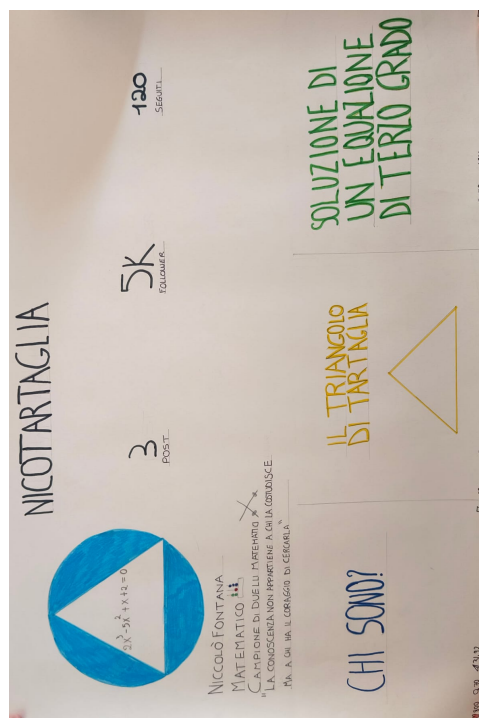


Figura 5.39: 3G, Tartaglia

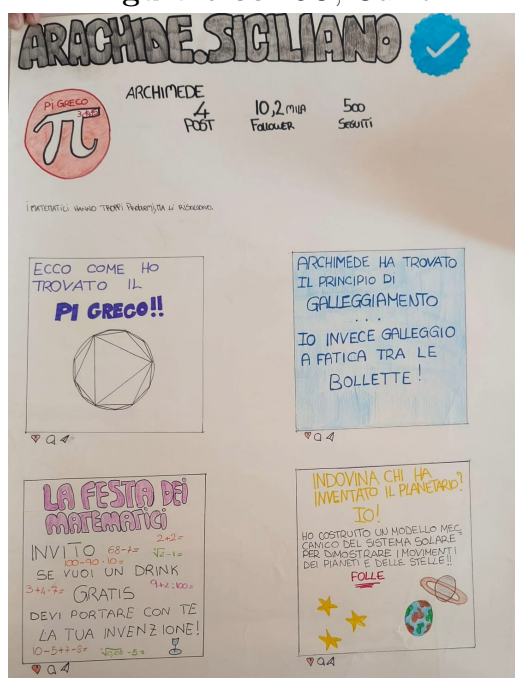


Figura 5.40: 3G, Archimede



Figura 5.41: 3G, Copernico

avrebbe potuto reagire alla maschera veneziana creata come sua caricatura (Figura 5.29. In molti dei lavori prodotti l'umanizzazione del personaggio è chiara e supportata da battute o hashtag divertenti e assurdi (Galileo in discoteca che fa riferimento alla terra che gira, Figura 5.38, o Archimede che offre il drink gratis a chi porterà la sua invenzione alla festa dei matematici, Figura 5.40).

Durante la progettazione i gruppi dovevano riflettere non solo sui contenuti, ma anche su come presentarli. Spesso, infatti, chiedevano consigli su come rappresentare i risultati matematici scelti. I limiti fisici dei post su Instagram richiedevano agli studenti una riflessione ulteriore: dovevano pensare a come presentare tutto tramite una sola foto e una didascalia. Anche questa non è una parte semplice della consegna, e porta ancora una volta gli studenti a riflettere su come attualizzare i contenuti e creare un ponte tra i risultati del passato e i mezzi di divulgazione del presente, incoraggiando gli studenti a pensare ad ampliamenti o variazioni delle informazioni trovate (vedi Sezione 1.1, in particolare la produzione di storie da parte degli studenti in [3]). Anche se penso che questo fosse abbastanza inconscio, i gruppi più investiti nel lavoro cercavano rappresentazioni accattivanti dal punto di vista visivo (vedi ad esempio il cartellone di Archimede in 3G, dove per parlare del π hanno utilizzato l'approssimazione del cerchio con i poligoni regolari inscritti, Figura 5.40), che potessero attirare l'attenzione degli utenti senza troppi dettagli, o didascalie e hashtag simpatici per interessare il pubblico generale (ad esempio Galileo che si definisce "primo nerd" perché inventore del metodo scientifico, Figura 5.34). Gli studenti hanno già in mente un'idea di "formato che può funzionare" per i post sui social, essendo così abituati ad utilizzarli nel loro quotidiano, e hanno riflettuto su come modernizzare ed adattare le informazioni sui personaggi in quel formato.

Gli approcci con cui i gruppi hanno deciso di integrare nel cartellone le informazioni sono stati diversi, alcuni più accademici e altri più scherzosi e leggeri, portando ad una buona varietà tra i prodotti finali. Alcuni sono riusciti anche ad inserire nel loro cartellone molte informazioni sul matematico, sulle sue opere e sul contesto storico in cui ha operato. Questo è il caso del cartellone in Figura 5.33, ad esempio, in cui hanno preferito "raccontare" loro il personaggio con uno stile più didascalico. In altri casi, invece, come ad esempio in Figura 5.30, le informazioni compaiono solo come accenni: il tag a Bonaventura Cavalieri nella bio di Galileo può portare chi lo legge a chiedersi se i due matematici si conoscessero e ad effettuare delle ricerche in merito, spinti dalla curiosità. I cartelloni che nel complesso sembrano più accademici e meno spiritosi nell'esposizione sono quelli della classe 2E. Nonostante questa aria complessiva un po' più seria, sia dalle interviste sia da

quello che mi ha riportato la loro professoressa a fine progetto, i ragazzi si sono divertiti molto a fare questo lavoro, quindi il prodotto finale non è indice di un basso apprezzamento verso l'attività proposta. Sono pochi invece, nelle altre classi, i cartelloni che non riportano nessun elemento scherzoso, che sia nella forma di un anacronismo, un hashtag o un'emoji accanto alle descrizioni.

La varietà delle idee e degli approcci scelti dagli studenti si può osservare confrontando, ad esempio, i cartelloni su Cardano. La 3E (Figura 5.35) ha pensato molto a lui come persona sui social, ragionando, attraverso lo storytelling, su chi potesse seguire e perché. Ha pensato di utilizzare la funzione "contenuti nascosti" di Instagram per sottolineare, in modo moderno, che la formula di Cardano è segreta. Per parlare delle cubiche, hanno ripreso la tappa con il metodo di sostituzione. Il loro approccio puntava molto a riprendere e aggiornare quanto già scoperto durante la passeggiata matematica. La 2E (Figura 5.31), invece, ha fatto delle ricerche ulteriori sul matematico e il loro lavoro si collega meno al contenuto della tappa, oltre ad avere un approccio più serio e meno movimentato.

Per quanto riguarda i cartelloni su Archimede da Siracusa, si può notare un ulteriore elemento di differenziazione tra i cartelloni, legato a quanto vedano la figura scelta come un effettivo matematico (tema dell'interdisciplinarietà del sapere scientifico, altro aspetto importante delle passeggiate matematiche, vedi ad esempio la Sezione 3.1). Tra i cartelloni su Archimede, quello di 3E (Figura 5.36) è quello con meno accenni alle sue scoperte in campo matematico, e rispecchia maggiormente forse la visione che di lui ha il pubblico generale, come fisico e inventore. Gli altri due cartelloni, invece, esprimono bene la molteplicità degli studi di cui si occupava (la bio in Figura 5.28, di 2E, lo chiama matematico, fisico e inventore). Nel cartellone di 3G (Figura 5.40), in particolare, il focus sembra essere sulle invenzioni, e traspare l'idea degli studiosi antichi come degli inventori e scopritori di tante cose diverse. Sotto il post sulla "festa dei matematici", l'invito dice di "portare la propria invenzione", quando di solito non si pensa ai matematici come inventori. Il cartellone di 3G è anche il più vivo e dinamico tra i tre, riuscendo a combinare bene gli accenni alle scoperte di Archimede in ambito matematico, astronomico e fisico con elementi anacronistici e divertenti.

La difficoltà nel riconoscere il personaggio assegnato come un matematico, in ottica interdisciplinare, compare anche nei cartelloni su Galileo, e ancora di più in quelli su Copernico. Per quanto riguarda quest'ultimo, solo il cartellone di 2E (Figura 5.33) contiene un collegamento esplicito e consapevole tra le sue scoperte astronomiche e la matematica che gli è sicuramente servita per raggiungerle, mostrando che gli studenti si sono effettivamente interrogati su perché lo avessimo citato come matematico. Per quanto concerne

Galileo, invece, è stato proprio il gruppo di 2E (Figura 5.30) a concentrarsi solo sull'astronomia nei post. L'unico riferimento a lui come matematico sta nel tag a Cavalieri in bio. Il gruppo di 3G (Figura 5.38) l'ha definito solo come fisico, astronomo e filosofo nella biografia, ma ha dedicato un post alla spiegazione di cosa potesse entrarci la matematica secondo loro (facendo dire a Galileo che "la matematica è il linguaggio dell'Universo", aggiungendo anche gli hashtag "EquazioniEStelle" e "ScienzaInNumeri" sotto). Anche in 3E (Figura 5.34) hanno collegato la matematica all'astronomia, con il post sul goniometro. Di nuovo in questi due cartelloni si possono osservare due approcci un po' diversi alla presentazione del personaggio: quello di 3G è molto moderno e scherzoso, con tanti spunti (la sua celebre citazione "eppur si muove" inserita in un hashtag, ad esempio), ma con un focus più incentrato sul rendere il tutto divertente e vivo, ed è scritto in prima persona, come se fosse proprio Galileo a postare. Anche nel cartellone di 3E il tono è scherzoso e ci sono diversi spunti da approfondire, ma nel complesso c'è più equilibrio tra una presentazione che fa sorridere e l'inserimento di tante informazioni sul personaggio. Questo è scritto, a differenza del precedente, in terza persona, come se fossero loro ad instaurare un dialogo con Galileo ai giorni nostri. È curioso come Il Saggiatore sia stato descritto dai ragazzi come un'opera che "combina scienza e meme", come stanno cercando di fare loro con i cartelloni (probabilmente per l'impostazione polemica del trattato, che loro chiamerebbero "dissing" a Grassi, un modo molto simpatico di attualizzare l'opera). Questo grado di libertà nella personalizzazione del cartellone può essere un altro elemento di forza di un'attività simile, rendendola un'opportunità per mostrare che in matematica non si risolvono solo problemi numerici, e che ci può essere spazio per le proprie idee (domanda 7d del questionario, Sezione 5.1), oltre a creare un clima sereno, caratterizzato da emozioni positive, dialogo e condivisione di idee (Sezioni 2.1 e 1.1).

In conclusione, non sono solamente i lavori finali ad aver umanizzato e movimentato la matematica, ma anche le storie che gli studenti si sono immaginati e hanno raccontato durante il processo di creazione autonoma, e le risposte che abbiamo fornito alle domande che hanno posto spontaneamente. Tutta l'attività ha creato delle occasioni per raggiungere una maggiore consapevolezza della disciplina, anche nei suoi aspetti relazionali, umani e interdisciplinari (vedi Sezioni 1.1, 2.1 e 3.1). Questo si è potuto osservare non solo nei prodotti creati, ma anche nello scambio di idee e nel dialogo durante il lavoro a gruppi.

5.6 Le interviste finali

In questa sezione, riporto e commento alcune delle risposte che sono state fornite durante l'intervista, per far emergere meglio i possibili effetti del progetto sugli studenti. La studentessa di 2E è indicata con la lettera S, la studentessa di 3E è indicata con la lettera A e lo studente di 3G è indicato con la lettera M, mentre I indica l'intervistatore. Per le interviste complete si rimanda all'Appendice, Sezione B.

Come si evincerà anche dalle risposte, "S" è una studentessa con una competenza percepita molto bassa, che collega questo anche a frequenti sentimenti di rabbia, frustrazione, vergogna, e una disposizione emotiva generale molto negativa durante le ore di matematica.

"A" è una studentessa di cui ho potuto anche rileggere le risposte del questionario iniziale, dato che non l'ha consegnato in forma anonima. Al momento della somministrazione, aveva un profilo molto negativo, con una bassa competenza percepita, una disposizione emotiva negativa (oltre alla parola sfida, aveva selezionato anche ansia e paura) e che non percepiva la matematica come utile, soprattutto a livello personale.

"M" è uno studente con una disposizione emotiva generalmente positiva, ma che, sia a detta dell'insegnante, sia per quanto ho potuto osservare in classe, si distrae spesso durante le lezioni ed è poco partecipativo. All'affermazione "*Mi sento bravo in matematica*" ha assegnato il punteggio 2, anche se durante la passeggiata ha contribuito molto alla risoluzione della maggior parte dei quesiti, e sembrava sicuro di sé negli interventi.

Dopo questa breve presentazione degli intervistati, si passa all'analisi delle loro interviste. Inizio osservando che tutti e tre gli intervistati hanno vissuto la passeggiata a Bologna in modo positivo. M, che di solito si distrae spesso in classe, ha sottolineato molto quanto questa esperienza sia stata interessante e stimolante per lui, in vari punti dell'intervista.

M: "Quella che mi è piaciuta di più è stata la passeggiata didattica a Bologna, perché, insomma, era una cosa divertente da fare, dove ci riunivano tutti e bisognava, guardando un po' il paesaggio di Bologna, risolvere questi quesiti matematici. È stato molto bello e divertente.

Subito dopo gli ho chiesto di dirmi come si è sentito, e ha risposto:

M: "Mi sono sentito, era una cosa molto bella, quindi mi sono sentito, come dire, insomma, preso. Preso da quello che stavo facendo e non era una cosa noiosa, ecco. Quindi è una cosa divertente da fare e interessante."

I: "Dici che eri coinvolto. Che cos'è che ti ha preso? Cioè, come mai?"

M: "Perché, diciamo, non era una cosa proprio come si fa a scuola, che la prof spiega e noi siamo lì attenti a studiare sul libro. Invece è una cosa proprio... Poi siamo andati, abbiamo fatto anche l'uscita, una cosa che proprio a me è piaciuta un sacco."

E ancora, in un momento successivo dell'intervista:

M: "[...] Poi è una cosa che sicuramente consiglio agli altri perché è una cosa che veramente ti prende, cioè è una cosa proprio diversa da quella che si fa a scuola tutti i giorni, quindi è una cosa che sicuramente diverte e unisce molte altre persone."

M ha apprezzato molto la diversità dell'attività proposta rispetto alle lezioni frontali in aula, che probabilmente trova molto poco stimolanti di solito, e anche il fatto di trovarsi in un ambiente esterno, in uscita didattica. Come aggettivi da associare all'attività ha infatti scelto coinvolgente, interessante e divertente.

Anche A ha trovato il contesto più stimolante di quello solito in classe:

A: "Sicuramente ho imparato a ragionare meglio, a metterci proprio dell'impegno."

I: "In che senso?"

A: "Per gli indovinelli classici che magari si fanno in classe, non ci metti proprio l'impegno che ci metteresti in un gioco del genere, perché lì è più... di competizione. Sei più interessato a capirlo, perché lo stai facendo dal vivo, lo stai facendo in quel momento lì, sei dentro al gioco. In classe è più una cosa tanto per."

Sia l'elemento di competizione tra i tre gruppi creati per la passeggiata (idea di gamification della math trail, Sezione 1.2), sia l'idea di stare facendo qualcosa "dal vivo" (apprendimento esperienziale e U-learning, vedi di nuovo Sezione 1.2), hanno contribuito ad aumentare il suo interesse. Questi fattori, come visto nelle ricerche della letteratura di riferimento citate in Sezione 1.2, sono proprio tra gli elementi che contraddistinguono le math trails e le rendono particolarmente interessanti e coinvolgenti per gli alunni.

In generale A ha trovato le tappe accessibili, ma interessanti:

A: "Mi sono trovata molto bene, è stata una bella esperienza. I giochi erano comunque abbastanza facili, però ti mettevano alla prova, ci voleva molta logica, molta

concentrazione. Era organizzata molto bene e le passeggiate erano molto carine, molto molto carine. E lo rifarei molto volentieri, è stato molto carino."

S, invece, al contrario di A, non ha percepito le tappe come facili:

S: "Magari la cosa che mi è piaciuta di meno è stata, cioè perché io non vado bene con la matematica; quindi, nella passeggiata mi è piaciuto comunque il fatto che noi dovevamo guardarci attorno e queste cose qua, però comunque per me le domande erano abbastanza difficili, ma perché non ci arrivo a certe cose. Però diciamo che anche le domande in sé per sé erano interessanti, comunque anche il fatto che erano attorno, cioè guardarci attorno mi ha interessato, quindi sì quella parte era bella, però per la parte della matematica diciamo che probabilmente è quella che mi è piaciuta di meno. Però questa è stata la cosa più interessante."

Nonostante abbia percepito le domande come difficili, non ha associato all'esperienza le stesse emozioni che prova di solito in classe, e l'ha vissuta in maniera positiva.

S: "Allora, alla matematica ho messo sicuramente ansia, paura e vergogna. E rabbia, sicuramente. Anzi, le ultime proprio. Dall'ansia alla noia probabilmente, oppure non so se c'era un limite però sicuramente tra quelle."

I: "No, le potevi mettere tutte se volevi."

S: "Ah ok allora sì, probabilmente avevo messo tutte quelle. Allora, per quanto riguarda la matematica, ho messo quelli là ma perché per una cosa personale, nel senso che comunque io quando una materia non fa per me mi fa venire il nervoso perché ogni cosa non la capisco e quindi me la prendo. Vado in ansia oppure ho paura di rispondere quando la professoressa mi chiama, provo magari vergogna quando sbaglio qualcosa davanti alla classe. Quindi il motivo per cui l'ho messo è probabilmente questo. Cos'altro avevi chiesto?"

I: "Se assoceresti le stesse emozioni, o magari altre tra queste, alle cose che abbiamo fatto in questo progetto."

S: "Allora, sicuramente le altre, quelle rimanenti per l'attività, perché comunque diciamo la sfida c'è stata, nel senso che noi eravamo a gruppi quindi dovevamo comunque competere con degli altri gruppi. Poi il divertimento anche perché appunto con il gruppo, parlando, magari qualcuno sbagliava, ridevamo, e poi ci correggevamo, e quindi, tutti insieme, queste cose qua... Poi sì, speranza, anche perché appunto ognuno puntava ad essere il gruppo vincente, diciamo, quindi c'era anche quello. E l'orgoglio sicuramente perché magari qualcuno in prima persona diceva

una risposta ed era giusta, magari qualcuno aveva provato quell'emozione."

Anche lei menziona la competizione tra i tre gruppi creati per la passeggiata, associando a questa dinamica le parole sfida e speranza. Sulla dinamica di gruppo durante la passeggiata, S elabora meglio in un'altra parte dell'intervista, che commenterò successivamente.

S sembra però percepire le attività quasi come separate da quella che lei sente come matematica, come un'eccezione. Riproporre la passeggiata matematica per più volte è stato suggerito da A per migliorare l'attività, e potrebbe essere un modo per contrastare la visione che queste cose siano un'eccezione e la matematica, per la maggior parte, sia quella che si fa in lezione frontale. In effetti tra gli studi di ricerca sull'utilizzo didattico delle math trails, alcuni ripropongono i percorsi a distanza di tempo, altri suddividono i contenuti in più passeggiate, e altri ancora parlano in generale dei benefici della dilatazione dei tempi in esperienze di questo genere, al fine di un apprendimento più significativo e duraturo (vedi Sezione 1.2, tra questi ad esempio [50] e [44]).

A: "Magari aumentare gli indovinelli. [...] Perché renderebbe tutto più lungo. Magari farlo in due volte diverse. O anche magari collegare gli indovinelli tra di loro. Non so se si riesce. Però magari collegare gli indovinelli tra di loro e scoprire i collegamenti."

I: "Ok. E dici in caso anche di aumentare la frequenza? Meno camminate in mezzo?"

A: "Sì. [...] Magari rimane più impressa l'esperienza. Dopo vai varie volte quindi ti ricordi di più. Sai già cosa ti aspetta. Quindi magari sei già più interessato."

S, in un altro punto della sua intervista, ha spiegato meglio quali fattori le hanno fatto percepire le tappe come interessanti:

S: "Diciamo che durante le tappe, per esempio, per quanto riguarda l'interesse o comunque queste cose qua, diciamo che è stato molto interessante anche perché, come ho detto prima, nel discorso di prima, siccome dovevamo guardarci attorno e non c'era nulla magari di già scritto, o queste cose qua, cioè era più interessante perché comunque tu devi stare là a cercare e comunque c'erano le cose davanti a te, quindi è più interessante. Quindi per me è stato interessante e anche da una parte informativo perché comunque, diciamo che in ogni caso là mettevamo in gioco un po' anche la tua testa perché comunque dovevi associare le cose. Poi, comunque, la mia professoressa che mi ha guidato, la professoressa Bazzani, era molto entusiasta; quindi, questa cosa me l'ha trasmessa anche un po' perché comunque vedevo

che era molto interessata e tutto, cioè mi fa piacere, e la vedevo, cioè, così, felice, e quindi... Quindi sì per me è stato interessante, perché comunque non sono cose che ci sono tutti i giorni, e soprattutto ti metti in gioco, questo sicuramente."

Per S, il fatto che i quesiti non fossero scritti su un foglio, e che per risolverli si dovessero osservare i luoghi reali delle tappe, è stato l'elemento principale di interesse. La ricerca attiva l'ha fatta sentire più coinvolta ("messa in gioco") nelle tappe. Anche l'atteggiamento entusiasta della professoressa che li ha accompagnati ha contribuito ad una disposizione emotiva migliore verso l'attività. Anche nella Sezione 2.1 si è osservato, in particolare nella ricerca sul modello TMA [15], come l'insegnante possa essere un fattore importante, che può influenzare molto l'atteggiamento e la disposizione emotiva dello studente.

L'attività di creazione dei cartelloni, invece, è piaciuta di più agli studenti più piccoli. Tra gli studenti di 2E, molti sono arrivati in classe il giorno dell'attività con dei fogli su cui avevano stampato le proprie ricerche preliminari sui matematici assegnati e delle immagini che avevano pensato di usare nel cartellone, cosa che non è avvenuta nelle terze. Su questa parte del progetto, S, di 2E, ha detto:

S: "Allora, probabilmente la parte che mi è piaciuta di più era il cartellone, perché a me piace esporre e magari anche trovare informazioni, oppure fare proprio il cartellone in sé per sé e comunque sapere un po' di cose, comunque a me piace. Mi è piaciuto anche, per esempio, lavorare con i miei compagni di classe."

E alla domanda su come si è sentita durante la creazione dei cartelloni ha risposto:

S: "Sì, i cartelloni anche [sono stati interessanti]. Allora, diciamo che la maggior parte del lavoro del cartellone l'ho fatto io, ma perché comunque mi sono presa la responsabilità di farlo, perché appunto, ripeto, mi piace fare le cose a gruppo, però mi piace più lavorare da sola. Quindi ho fatto lavorare anche loro, e poi mi sono proposta quando ho visto che non avevamo più tempo, e ho finito di fare il cartellone. Allora il cartellone, diciamo che anche quando lo abbiamo esposto, maggiormente la parte più elaborata ce l'avevo io. Anche la professoressa, per esempio, quando mi ha chiamato per fare l'intervista, mi ha detto "ho visto che comunque eri interessata, quindi mi è venuto in mente di proporti alla ragazza". E quindi, diciamo che mi è piaciuto il cartellone e anche il fatto che potevamo dire le cose che trovavamo e che abbiamo ricercato."

Da una parte ad S piacciono le attività di ricerca ed esposizione in generale, e questa è stata un'occasione farlo in ambito matematico, e dall'altra questa attività ha suscitato in lei un senso di orgoglio e soddisfazione verso il suo lavoro, creando l'occasione per un'esperienza positiva durante l'ora di matematica, sia dal punto di vista emotivo che da quello dell'autoefficacia. Infatti, quando le ho chiesto quali emozioni assocerebbe alla seconda attività, ha risposto:

S: "Sicuramente l'orgoglio perché la maggior parte del lavoro l'ho fatto io, quindi quando la professoressa ha fatto magari dei complimenti, mi sono sentita comunque abbastanza orgogliosa. Poi magari per il cartellone in sé per sé, magari per l'esposizione più vergogna o ansia perché in prima persona provo questo nel parlare davanti alle persone. Però in sé per sé il cartellone anche magari divertimento per lo stesso discorso di prima, oppure istruttivo per esempio, un altro aggettivo, perché comunque non sapevo nulla di Niccolò Copernico. E col cartellone ho scoperto cose che non sapevo."

Gli altri due intervistati si sono soffermati molto di più sulla passeggiata e meno sulla creazione dei cartelloni. A ha detto che le è piaciuto, ma avrebbe preferito un'impostazione diversa dell'attività per renderla più interessante, magari in digitale.

A: "Non so, piuttosto magari fare dei video, in cui magari si raccontava qualcosa che si era scoperto di quel matematico. O anche delle presentazioni."

Sia M che S hanno menzionato il lavoro di gruppo con i compagni come elemento positivo:

M: "Anche lì [nei cartelloni] divertimento perché ci siamo messi tutti insieme nel nostro gruppetto a scegliere le cose che volevamo disegnare e colorare."

M: "Secondo me questo lavoro [la passeggiata matematica] che abbiamo fatto è stata una cosa veramente molto bella, perché, come ho detto prima, mi ha divertito un sacco e mi ha fatto stare con i miei compagni in uscita ragionando insieme in centro Bologna, quindi per me è stata una cosa molto bella da fare, la consiglieri e la rifarei sicuramente altre volte."

S ha detto di essersi sentita più compresa durante questo progetto, e quando le ho chiesto di spiegarmi cosa intendesse, ha risposto:

S: "Eh, appunto, come ho detto, magari si è capito che vado molto male in matematica. Se io sono, diciamo, con una persona che magari mi fa capire cosa ho sbagliato, senza pressarmi o queste cose qua, io mi sento comunque coinvolta e comunque, anche se sbaglio, lo rifaccio e non succede nulla. Se invece devo fare un'attività su una cosa che non capisco e devo ragionarci da sola, magari faccio molta fatica. E con il fatto che io ho un carattere che mi arrabbio facilmente, magari mi inizio ad annoiare subito. Cioè, se devo ragionarci su una cosa da sola, probabilmente farei molta fatica. E appunto, con questa cosa che mi sono sentita magari presa in causa, anche magari dalla professoressa, con gli altri miei compagni di classe, siccome abbiamo ragionato insieme, magari non devo usare solo il mio cervello e abbiamo un problema insieme. Quindi per me è stata più interessante la parte di collaborazione, per questo."

L'elemento collaborativo, di gruppo, dell'esperienza l'ha aiutata a ragionare meglio e a partecipare di più, con una disposizione emotiva migliore. Non si sentiva più sola davanti al problema e questo forse l'ha aiutata a sentirsi meno sopraffatta. Anche l'idea di ricevere un feedback immediato dai compagni di gruppo, suoi pari, nel caso in cui facesse un'osservazione sbagliata, con un clima generale di divertimento e leggerezza, sembra averla aiutata:

S: "Poi il divertimento anche perché appunto con il gruppo, parlando, magari qualcuno sbagliava, ridevamo, e poi ci correggevamo, e quindi, tutti insieme, queste cose qua..."

Anche attraverso le interviste, così come era accaduto nella terza domanda del sondaggio Mentimeter, si è potuto constatare che spesso tra le tappe più ricordate, anche a distanza di tempo, ci sono quelle che gli studenti hanno vissuto come un'esperienza di successo, cioè quelle in cui sono riusciti a giungere da soli alla risposta o a contribuire, in modo per loro significativo, alla risoluzione. Questo è avvenuto sia nel caso di S che di A.

A: "Ok, allora, un venerdì, non mi ricordo il giorno, ci siamo visti, per fare degli indovinelli, dei giochi sulla matematica in vari luoghi. L'unico indovinello che ho indovinato io era quello del numero civico [...]"

A, infatti, quando le è stato chiesto di raccontare cosa avevamo fatto, ha subito menzionato la tappa 1, in cui è stata la prima del gruppo ad arrivare alla risposta corretta, spiegandola poi anche ai compagni. Inoltre, alla richiesta di associare le parole della domanda 5 all'attività, ha risposto:

A: "Sfida, perché è una sfida capire tutti gli indovinelli, poi divertimento, e orgoglio quando indovinavo qualcosa."

S, invece, è partita menzionando un punto che non faceva parte delle tappe, ma in cui la professoressa che li accompagnava si è fermata per raccontare alcune cose. Dopodiché l'intervista è proseguita come riporto di seguito:

S: "Poi mi ricordo l'altra tappa che... Non so spiegarlo, però l'altra tappa era nella chiesa, cioè entri e poi trovi una parte scoperta fuori."

I: "Ah sì, al cortile delle sette chiese, come mai ti è piaciuta di più quella?"

S: "Eh perché lì, diciamo che quella domanda ero riuscita a rispondere, ma perché era quella che aveva proprio il muro davanti, c'era la risposta là, quella che dovevamo trovare, e quindi mi ricordo quella perché era quella che sono riuscita a rispondere."

E nella risposta alla domanda sulle emozioni associate alla passeggiata, anche lei ha menzionato l'orgoglio:

S: "E l'orgoglio sicuramente perché magari qualcuno in prima persona diceva una risposta ed era giusta."

M, invece, che è riuscito a risolvere con facilità la maggior parte dei quesiti, non ha menzionato nessuna tappa in particolare nel suo racconto.

Sia S che A hanno menzionato, nelle loro interviste, che la passeggiata matematica è stata più interessante di quella che loro si immaginano come uscita didattica "classica".

A: "È stato molto più interessante delle classiche uscite."

I: "E la classica uscita che diresti qual è?"

A: "Magari vai in giro e ti raccontano "qua c'è stato questo matematico che ha fatto questo, questo, questo". Non è una cosa interattiva."

Per A è stato quindi l'aspetto interattivo a distinguerla dalle altre uscite didattiche. Anche alla domanda sugli aggettivi scelti per descrivere l'attività nel sondaggio Mentimeter, A menziona l'aspetto interattivo.

A: *"Allora, penso divertente e bella."*

I: *"Vuoi dirmi un po' perché hai scelto proprio questi?"*

A: *"Divertente perché era qualcosa di diverso dai soliti indovinelli, giochini. Era più interattivo, cioè eri proprio dentro al gioco, dovevi indovinare dal vivo. Ci spostavamo in giro per Bologna, i giochi erano tutti diversi tra di loro, quindi molto divertente e molto bella."*

Per S, invece, sono altri gli aspetti che l'hanno colpita e che distinguono questa uscita didattica da quelle che lei considera come solite.

S: *"Sicuramente lo consiglierei, ma perché è un'attività più alternativa, nel senso che comunque magari si fanno attività a scuola, però sulla matematica quasi mai. Cioè se si devono fare attività, magari sulle materie letterarie, non matematica o economia o queste cose qua."*

Quindi comunque fare un'attività sulla matematica che concentri... Magari in questo caso siamo andati a Bologna, se non mi sbaglio, quindi, che concentri un posto a noi conosciuto che interessa, con le cose fuori che si vedono e queste cose qua, magari è consigliabile perché loro, gli studenti, fanno un giro per Bologna e si divertono. Poi, comunque, noi abbiamo fatto delle pause. Quindi anche quello è stato tempo libero concesso a Bologna, che è una bella cosa per gli studenti, no? Eh, allora lo consiglierei sicuramente anche perché comunque è istruttivo, fa togliere un attimo la testa dalla scuola e ragioni lo stesso. Quindi comunque è comunque istruttivo, e sei un po' a riposo, quindi sicuramente lo consiglierei, anche perché non credo che qualcuno rifiuti. Almeno siamo fuori, quindi non credo che qualcuno si rifiuti."

S ha apprezzato che l'attività vertesse sulla matematica perché è una materia che nella sua esperienza non viene scelta di frequente per progetti e uscite didattiche. Ha apprezzato il fatto di trovarsi in uscita e poter passeggiare per Bologna, e ha trovato l'attività proposta meno stancante delle lezioni a scuola, ma comunque istruttiva. Ragionare in un contesto diverso da quello dell'aula scolastica le ha permesso di vivere l'attività con più serenità e con una disposizione emotiva migliore.

Quando ho chiesto agli intervistati se ci sono delle risposte che cambierebbero nella domanda 4 a seguito dell'attività, due di loro hanno detto che cambierebbero *"La matematica è una materia che mi piace"*, e che la aumenterebbero di un punto.

A: "Allora, secondo me avevo messo nella prima 2, nella seconda 1-2 [aveva messo 2], nella terza 2 [aveva messo 1] e nella quarta 3 [aveva messo 2]. Se non mi sbaglio, più o meno così. Penso che lascerei tutto uguale, magari la prima al posto di 2 metterei 3."

I: "Ah, quindi ti è piaciuto un po' di più? Ma per l'esperienza o per qualcos'altro?"

A: "In questo periodo ho fatto un up in matematica. Sì, nell'ultima verifica ho preso un 9, il voto più alto della classe; quindi, ho fatto un up. Però anche l'attività è stata molto carina. Mi ha fatto piacere molto di più la matematica sotto i vari aspetti."

M: "La matematica è una matematica che mi piace"... Sì, in generale mi piace, quindi metto un 3. "La matematica utile alla società"? Sì, sempre un 3. "La matematica utile a me", cioè in generale per la mia vita? Allora metto un 2. "Mi sento bravo in matematica", insomma me la cavo, però mi zoppico un po', quindi dai 2."

I: "Ok, e ripensando poi alle attività che abbiamo fatto, c'è qualcosa che influenza queste tue risposte adesso o è più o meno come la pensavi anche prima, vedendo solo le lezioni in classe?"

M: "No, penso sia uguale, anzi forse la matematica è una materia che mi piace, forse ha aumentato. Devo dire che questa cosa che abbiamo fatto ha aumentato il mio voto."

Nel caso di A, non è chiaro quanto l'attività possa aver influito, se più o meno dell'ultimo voto che ha preso, o se magari possa aver contribuito, nella disposizione emotiva, anche al miglioramento generale in matematica che lei ha percepito ultimamente. M dice, invece, che è proprio il progetto ad aver aumentato il suo voto.

Per quanto riguarda S, infine, quello che cambierebbe è la risposta ad una domanda che dice di aver dato in modo superficiale.

S: "Allora, nella prima, ho messo uno, nella due, probabilmente ho messo due, la terza anche due e l'ultima uno. Allora, probabilmente avrò risposto così, ma perché probabilmente non avrò preso molto seriamente questa attività, perché all'inizio non mi interessava tanto durante le lezioni. Poi dopo, comunque, dopo anche la camminata, per esempio, mi è interessato molto di più delle lezioni magari in classe, ma perché mi sono sentita più compresa, come ho detto, perché è stata divertente e interessante. Però, probabilmente se dovessi modificare qualcosa, sì, la terza, cioè la seconda, ma perché sicuramente la matematica serve, cioè non è che la stiamo

studiando inutilmente, quindi sicuramente non è due, ma è quattro. Però, vabbè, al momento non ci ho pensato tanto; quindi, l'unica modifica che farei è quella. "

Molti studenti, come lei, all'inizio erano scettici o disinteressati verso le attività proposte nel progetto, ma si sono ricreduti. A questo proposito, però, A dice che secondo lei degli studenti più grandi di quelli selezionati potrebbero rimanere di quell'avviso.

A: "La consiglierei sia a studenti di questa scuola che di altre. Però non su studenti più grandi della terza superiore. Penso che i più grandi si annoierebbero. Penso che la prenderebbero più sul superficiale."

I: "Ok, come mai dici questo? Cos'è che te lo fa dire?"

A: "L'opinione di molti miei compagni. Che mi hanno detto che sì è stato bello, però niente di che. Cioè magari a me è interessato di più rispetto a molti altri miei compagni. E in generale conoscendo i ragazzi più grandi, non penso sarebbero particolarmente interessati. Magari delle prime o delle seconde sarebbero molto più interessate."

Riassumendo quanto emerso dalle interviste, per ragazzi con una disposizione emotiva non particolarmente negativa, ma che di solito in classe si sentono poco interessati e coinvolti, la passeggiata matematica può essere un mezzo fare matematica in maniera più divertente, tenendo alta la curiosità e la voglia di partecipare.

Un altro elemento chiave è stato il lavoro in gruppo. Tutti l'hanno trovato un aspetto piacevole dell'esperienza, e può aggiungere un elemento di sfida tra i gruppi in passeggiata che motiva ad impegnarsi maggiormente nelle tappe e diverte. Può anche essere un elemento di conforto emotivo per chi ha una competenza percepita molto bassa, fornendo loro occasioni per sfruttare il peer tutoring e contribuire alla risoluzione di un problema che da soli forse non sarebbero riusciti risolvere, aumentando le loro esperienze di successo in maniera collaborativa.

Le esperienze di successo, soprattutto se la propria competenza percepita generale è bassa, saranno quelle più ricordate dallo studente, anche a distanza di tempo, spesso associando loro un sentimento di orgoglio e soddisfazione personale (vedi, nell'indagine narrativa di Di Martino e Zan [15], lo stretto rapporto tra esperienze di successo/fallimento e senso di autoefficacia e la presenza, in alcuni temi, di "punti di svolta" legati proprio ad eventi specifici di successo/fallimento, Sezione 2.1).

Rispetto ad altri tipi di uscite didattiche, sono stati menzionati come aspetti

positivi il fatto che l'attività fosse interattiva, il fatto che vertesse su una materia diversa da quelle scelte solitamente (secondo loro, quelle letterarie), e la contestualizzazione dei quesiti nel mondo reale, con particolare enfasi sul fatto che gli studenti si sentivano di poter lavorare "dal vivo" alle tappe, in modo esperienziale, e in presenza di elementi architettonici e artistici interessanti. Anche la possibilità di ricevere un feedback immediato sull'app MathCityMap ha contribuito a rendere l'esperienza complessiva più dinamica e coinvolgente, facendo sentire gli studenti protagonisti del proprio apprendimento con un buon grado di indipendenza nel rispondere e ragionare in gruppo sui propri errori, come visto nella letteratura di riferimento in Sezione 1.2.

Se la disposizione emotiva del partecipante è molto negativa, potrebbe tendere a separare nella sua mente l'esperienza da quella che vede come "matematica". A questo si potrebbe lavorare riproponendo più volte delle esperienze come quelle del progetto, in modo tale che non sembrino un'eccezione, ma che vengano percepite come parte di quello che si può fare in matematica, aumentando così i ricordi positivi associati alla disciplina. Si potrebbe ad esempio usare più spesso lo storytelling in matematica per catturare l'attenzione di chi ha una propensione per la storia e la narrazione, ed è interessato alla ricerca di fatti e curiosità sui personaggi del passato (vedi, in Sezione 1.1, il potere dello storytelling di umanizzare anche le discipline scientifiche, e quindi avvicinarle anche a chi, tra gli studenti, ha un gusto più umanistico e letterario in fatto di materie scolastiche).

Allo stesso modo si possono riproporre le passeggiate matematiche più volte, migliorando così la memorabilità dell'esperienza e stimolando la curiosità per i contenuti della passeggiata successiva tra un'uscita e l'altra, anche se, chiaramente, questo è impegnativo da realizzare a livello logistico per le scuole. L'attività sullo storytelling dei personaggi matematici potrebbe essere riproposta anche in forme digitali, attraverso la creazione di video o presentazioni, per adattarla meglio alle preferenze dei nativi digitali.

Capitolo 6

Conclusioni

Questa sezione ha lo scopo di fornire al lettore, alla luce delle osservazioni effettuate e dei feedback ricevuti durante e dopo le attività, alcune considerazioni finali sul progetto.

La letteratura di riferimento suggerisce numerosi benefici legati all'utilizzo delle attività proposte nella didattica in matematica. Per quanto riguarda le math trails (Sezione 1.2), si teorizzano vantaggi in termini di disposizione emotiva e motivazione, oltre ai benefici derivanti dal lavoro in gruppo, dal contesto all'aria aperta, per finire con le teorie sull'apprendimento esperienziale di Bruner [8]. A questo, il supporto dell'app MathCityMap aggiunge elementi di gamification, feedback e suggerimenti che contribuiscono a far sentire gli studenti più coinvolti e renderli maggiormente indipendenti nel completamento delle tappe, aumentando la competenza percepita e la gratificazione a fine attività. Inoltre, MathCityMap rafforza l'aspetto esperienziale dell'attività grazie all'approccio di mobile learning "guidato dall'artefatto" con cui vengono strutturate le tappe sull'applicazione. Per quanto riguarda l'utilizzo dello storytelling e della storia della matematica nella pratica didattica (Sezione 1.1), la letteratura presenta benefici in termini di interesse, coinvolgimento e disposizione emotiva degli alunni, oltre alla possibilità di cambiare la loro visione della disciplina, umanizzandola e facendo sì che gli studenti la sentano più vicina. Questo può avvenire mostrando che la matematica è frutto di una lunga evoluzione temporale, del lavoro di molti studiosi, e a volte anche di errori e fallimenti, oppure attraverso aneddoti e storie, anche di fantasia, che movimentino la disciplina, la rendano più viva e contribuiscano ad un ambiente di apprendimento sereno ed incoraggiante. Le storie possono essere proposte agli studenti o narrate da loro in prima persona, stimolando la comunicazione di idee matematiche e i processi di rielaborazione, variazione e generalizzazione tipici della disciplina, e rendendo

l'attività più memorabile e significativa. Il progetto aveva come scopo primario quello di indagare i possibili effetti delle attività didattiche proposte, in termini di fattori affettivi e, in particolare, utilizzando il modello TMA come chiave di lettura principale. La letteratura di riferimento (Sezione 2.1) sottolinea l'importanza dei fattori affettivi nel rapporto che l'individuo ha con la disciplina: questi influenzano non solo le sue prestazioni cognitive, ma anche la sua disponibilità ad agire e ad utilizzare le proprie risorse matematiche nella vita quotidiana, sia privata che lavorativa. Nel caso specifico delle classi partecipanti (frequentanti l'indirizzo Servizi Commerciali di un Istituto Professionale), lo sviluppo di una buona competenza matematica diventa importante non solo in quanto competenza essenziale per ogni cittadino, ma anche in quanto grande risorsa per il loro futuro lavoro in ambito economico e commerciale.

Il progetto, nel complesso, ha ricevuto molti feedback positivi. Come è emerso sia dalle interviste finali (Sezione 5.6), che dai feedback tramite sondaggio (Sezione 5.4), gli studenti si sono divertiti e hanno trovato interessanti le modalità proposte, soprattutto per quanto riguarda la passeggiata matematica a Bologna (preferita sia dallo studente di 3E che da quello di 3G). Per descrivere la passeggiata, la parola più utilizzata è stata proprio *"divertente"*, seguita da *"interessante"* ed *"istruttiva"*, come emerso dall'analisi in Sezione 5.4. Quanto osservato è coerente con la letteratura di riferimento: gli studenti hanno apprezzato il fatto che le attività si svolgessero nel centro di Bologna, fuori dall'edificio scolastico, come emerso ancora una volta dall'analisi dei commenti su Mentimeter (Sezione 5.4). Si sono sentiti coinvolti nelle attività grazie all'esplorazione diretta, dal vivo, del contesto reale, e alla possibilità di collaborare in gruppo, aspetti menzionati da tutti e tre gli intervistati come punti di forza dell'attività (Sezione 5.6). La suddivisione in gruppi ha stimolato la comunicazione e il confronto di idee tra alunni, creando anche un clima più spensierato e rassicurante di quello percepito a scuola, come emerso sia dall'osservazione diretta delle passeggiate (Sezione 5.3) che dalle parole scelte durante il successivo feedback: tra queste *"alternativa"*, *"simpatica"*, *"coinvolgente"*, oltre alle già citate *"divertente"* e *"interessante"* (Sezione 5.4). Ciò ha incoraggiato anche gli studenti con una bassa competenza percepita a partecipare, come raccontano in prima persona gli studenti di 2E e 3E nelle loro interviste (Sezione 5.6). Questo non ha portato a un aumento significativo della competenza percepita, ma ha avuto risvolti positivi sulla disposizione emotiva. Alcuni studenti durante la passeggiata hanno provato stupore nello scoprire significati matematici nascosti di oggetti reali, come evince da molti commenti nella sezione *"Mi ha stupito..."* del sondaggio Mentimeter 5.4. Altri hanno provato orgoglio quando sono riusciti a risolvere i

quesiti delle tappe, aspetto che si ritrova nella narrazione di esperienze di successo degli intervistati di 2E e 3E (Sezione 5.6), oltre che nei numerosi commenti del tipo *"Ho imparato..."* nel sondaggio Mentimeter (Sezione 5.4) e nelle reazioni che ho potuto osservare in passeggiata quando gli alunni riuscivano a rispondere ad una domanda (Sezione 5.3). Altri studenti ancora si sono sentiti motivati dalla sfida tra i gruppi partecipanti, rafforzata dal sistema di assegnazione di punteggi dell'app MathCityMap, come visto nelle interviste in 3G e 3E (Sezione 5.6) e nel sondaggio Mentimeter (Sezione 5.4), dove compaiono l'aggettivo *"competitiva"* per descrivere la passeggiata e un commento di uno studente che ha apprezzato in particolare il modo in cui funzionava l'app di MathCityMap. La disposizione emotiva associata alla passeggiata è stata molto positiva, tanto da avere forse anche influenzato le risposte di due degli intervistati (quello di 3G e quello di 3E), a distanza di mesi, alla domanda *"La matematica è una materia che mi piace"*, anche se non abbiamo gli strumenti per affermarlo con certezza.

Nel proporre attività così diverse dalle lezioni a cui gli studenti sono abituati, c'è sempre il rischio che vengano percepite come un'esperienza a parte, un'eccezione che non entrerà a far parte di quello che loro considerano "matematica" (come si potrebbe percepire, ad esempio, dall'intervista allo studente di 2E in Sezione 5.6). Proponendole una volta sola, non possiamo pensare che queste riescano a cambiare significativamente la parte più stabile e radicata del profilo TMA, la visione della matematica (vedi Sezione 2.1). Tuttavia, riproporre più volte queste attività potrebbe sortire effetti anche in questo ambito: gli studenti hanno apprezzato le modalità di apprendimento diverse da quelle a cui erano abituati e sono rimasti piacevolmente sorpresi da come la matematica fosse incorporata nella realtà di Bologna. Il prossimo passo è mostrare loro che questi aspetti sono parte integrante del fare matematica, riproponendo iniziative e modalità simili più volte, come suggerito dallo studente di 3E nella sua intervista 5.6, e supportato dalla letteratura di riferimento in Sezione 1.2.

Per quanto riguarda l'attività di storytelling, gli effetti sortiti sono stati positivi sul momento, ma probabilmente molto meno memorabili. Durante l'osservazione (Sezione 5.5) all'inizio del lavoro, gli studenti erano in generale attivi, anche se alcuni erano molto più partecipi di altri, soprattutto nelle classi terze. Sul momento, sono nate occasioni per immaginarsi simpatiche storie sui rapporti interpersonali dei matematici coinvolti o porre domande sulle loro vite, approfondendo la dimensione umana della disciplina (nel senso specificato dalla letteratura di riferimento in Sezione 1.1). Anche i prodotti finali sono complessivamente ben riusciti: alcuni hanno molti elementi divertenti, che a volte ricadono nell'assurdo, mentre altri hanno uno stile più informativo, ma sono tutti il risultato di discussioni di gruppo e riflessioni su

come attualizzare la figura matematica assegnata (per un'analisi più dettagliata si veda la Sezione 5.5).

Tuttavia, dalle interviste ai due studenti di terza sembra emergere che questa parte del progetto non è rimasta loro particolarmente impressa, e in particolare lo studente di 3E riporta che il sentimento è condiviso anche dai suoi compagni (Sezione 5.6). Forse l'attività è stata inconsciamente paragonata alla passeggiata matematica, la quale potrebbe aver avuto un impatto maggiore sugli studenti per vari motivi, a partire dal fatto che si tratta di un'uscita didattica interattiva, e pertanto è più facile che venga vista come la parte più memorabile del progetto (vedi ancora l'impatto del contesto informale, non scolastico e all'aria aperta sia in letteratura 1.2 sia nei feedback post-passeggiata 5.4).

Inoltre, se riproponessi il progetto ad altre classi, proverei a digitalizzare l'attività (come suggerito dallo studente di 3E durante la sua intervista 5.6 e da uno studente di 3G proprio durante la creazione dei cartelloni 5.5), richiedendo la creazione di presentazioni, video o anche di una vera e propria pagina su Instagram, per provare a stimolare di più l'interesse ed aumentare il coinvolgimento degli studenti di oggi, nativi digitali. Come accennato in Sezione 5.5, questo potrebbe rappresentare una sfida molto maggiore, dal punto di vista logistico e dell'organizzazione, rispetto al lavoro su carta, ma potrebbe valerne la pena se questo riuscisse ad aumentare significativamente l'impatto dell'attività a lungo termine in termini di interesse e coinvolgimento.

Potrebbero avere influito sulla riuscita complessiva anche fattori organizzativi: dovere lavorare con un gruppo numeroso a un singolo cartellone può rendere complicata la gestione, o portare alcuni membri ad avere meno opportunità per partecipare e più momenti di noia. Inoltre, senza effettuare qualche ricerca preliminare a casa, l'attività di creazione dei cartelloni può risultare molto breve, circoscritta (vedi Sezione 5.5). Il momento di attesa, dopo la raccolta di informazioni, è un'occasione per immaginare come inserire le informazioni, come raccontarle, e far scaturire, anche inconsciamente, nuove domande sui contenuti ricercati, rendendo l'esperienza complessiva più significativa, come suggerisce la ricerca sullo storytelling in Sezione 1.1.

Un altro fattore che potrebbe aver influito è l'età dei partecipanti: le attività di storytelling potrebbero risultare in generale più interessanti per un target più giovane, come ci suggerisce anche il fatto che attualmente ci sono più studi di ricerca sullo storytelling applicato alle STEM nell'ambito della scuola primaria [9].

Nonostante ciò, non è un'attività da sottovalutare, in quanto può essere, come abbiamo visto nel caso dello studente di 2E (intervista in Sezione 5.6), un'occasione per coinvolgere durante la lezione di matematica anche gli alunni con una propensione per la ricerca storica e gli aspetti letterari.

Riassumendo, il progetto proposto è risultato efficace, per quanto lo possa essere un intervento singolo, come strumento per migliorare il rapporto degli studenti con le attività di matematica, in termini soprattutto di disposizione emotiva. La passeggiata matematica è stata la parte più memorabile e gradita nel complesso, mentre l'attività "Matematici sui social" potrebbe essere riproposta in formato digitale, in modo tale da risultare più coinvolgente. Per influenzare in maniera significativa e portare a un cambiamento della visione della matematica, le attività dovrebbero essere richiamate, discusse e magari anche riproposte nel tempo, in forme simili, per poter entrare gradualmente a far parte di quello che gli studenti considerano quando pensano alla loro idea di matematica, secondo quanto suggerisce anche la letteratura di riferimento del Capitolo 1 e della Sezione 2.1. Tuttavia, ci sono delle potenzialità, in quanto entrambe le attività hanno fornito agli studenti degli interessanti spunti di riflessione da cui partire: su quanto la matematica possa avere a che fare con il mondo reale, sul suo aspetto umano e storico, su chi è il matematico, su cosa voglia dire "fare matematica".

Bibliografia

- [1] Ginevra Aquilina, Pietro Di Martino e Giulia Lisarelli. “The construct of attitude in mathematics education research: current trends and new research challenges from a systematic literature review”. In: *ZDM–Mathematics Education* (2024), pp. 1–13.
- [2] Anna Baccaglini–Frank, Pietro Di Martino e Mirko Maracci. “Dalla definizione di competenza matematica ai profili cognitivi e affettivi. Il difficile equilibrio tra ricerca di una definizione teorica dei costrutti e sviluppo di strumenti di osservazione e intervento”. In: *XXXVII seminario nazionale di didattica della matematica “Giovanni Prodi* (2020). URL: https://www.airdm.org/semnaz2020_relazione/.
- [3] Chandra Mohan Balakrishnan. “Teaching secondary school mathematics through storytelling”. Tesi di laurea mag. Simon Fraser University, 2008.
- [4] Ana Barbosa e Isabel Vale. “Math trails through digital technology: An experience with pre-service teachers”. In: *Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age* 47 (2020).
- [5] Simon Barlovits e Matthias Ludwig. “Effective or not? The impact of mobile learning on students’ interest, self-efficacy, and performance in outdoor mathematics education”. In: *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)*. 2023.
- [6] DC Blane e Doug Clarke. “A mathematics trail around the city of Melbourne”. In: *Monash Mathematics Education Centre, Monash University* (1984), pp. 169–181.
- [7] Jerome Bruner. “The narrative construction of reality”. In: *Critical inquiry* 18.1 (1991), pp. 1–21.

- [8] Jerome S. Bruner, Rose R. Olver e Patricia Marks Greenfield. *Studien zur kognitiven Entwicklung. eine kooperative Untersuchung am "Center for Cognitive Studies" der Harvard-Universität*. Ernst Klett Verlag, 1971.
- [9] Ronny Cabrera et al. “Storytelling and stem: a scoping review”. In: *International Conference on Technological Innovation and AI Research (ICTIAIR 2025)*. Vol. 2025. IET. 2025, pp. 72–77.
- [10] Adi Nur Cahyono e Matthias Ludwig. “Examining motivation in mobile app-supported math trail environments”. In: *CERME 10*. 2017.
- [11] Amélia Caldeira, Ana Júlia Viamonte e H Brás. “Using math trails as a travel guide”. In: *Proceedings of the ROSETA Online Conference*. 2020.
- [12] Mario Castoldi et al. *Didattica generale*. Mondadori Università, 2015.
- [13] Renaud Chorlay, Kathleen Michelle Clark e Constantinos Tzanakis. “History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field”. In: *ZDM – Mathematics Education* 54.7 (2022), pp. 1407–1420.
- [14] Pietro Di Martino. “Chapter 9: The complex relationship between mathematical modeling and attitude towards mathematics”. In: *Affect in mathematical modeling* (2019), pp. 219–234.
- [15] Pietro Di Martino e Rosetta Zan. “‘Me and maths’: Towards a definition of attitude grounded on students’ narratives”. In: *Journal of mathematics teacher education* 13 (2010), pp. 27–48.
- [16] Pietro Di Martino e Rosetta Zan. “Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions”. In: *Zdm* 43 (2011), pp. 471–482.
- [17] Kieran Egan. *An imaginative approach to teaching*. John Wiley & Sons, 2005.
- [18] Consiglio dell’Unione Europea. “Raccomandazione del Consiglio del 22 maggio 2018, relativa alle competenze chiave per l’apprendimento permanente (Testo rilevante ai fini del SEE.) (2018)”. In: *Gazzetta ufficiale dell’Unione Europea* 189 (), pp. 1–13.
- [19] John Fauvel e Johannes Arnoldus van Maanen. *History in mathematics education: an ICMI study*. Vol. 6. Springer Science & Business Media, 2000.
- [20] Iwan Gurjanow e Matthias Ludwig. “Gamifying math trails with the mathcitymap app: Impact of points and leaderboard on intrinsic motivation”. In: *Proceedings of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 13)*. 2017, pp. 105–112.

- [21] Iwan Gurjanow, Joerg Zender e Matthias Ludwig. “MathCityMap - Popularizing Mathematics around the Globe with Math Trails and Smartphone”. In: *Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age*. WTM, 2020, pp. 103–110.
- [22] Markku S Hannula, Marilena Pantziara e Pietro Di Martino. “Affect and mathematical thinking: Exploring developments, trends, and future directions”. In: *Developing Research in Mathematics Education*. Routledge, 2018, pp. 128–141.
- [23] Guershon Harel e David Tall. “The General, the Abstract, and the Generic in Advanced Mathematics”. In: *For the Learning of Mathematics* 11 (1991).
- [24] Weng Kin Ho. “Using history of mathematics in the teaching and learning of mathematics in Singapore”. In: *1st RICE, Singapore: Raffles Junior College* (2008).
- [25] Gli Assi Culturali.
- [26] Portale ufficiale del progetto MathCityMap.
- [27] Portale ufficiale del progetto Matematica, fisica e astronomia: passeggiate scientifiche per le strade di Bologna.
- [28] Sito dell’Istituto Primo Levi di Vignola.
- [29] Decreto Interministeriale 92 del 24 maggio 2018.
- [30] Linee guida per favorire e sostenere l’adozione del nuovo assetto didattico e organizzativo dei percorsi di istruzione professionale.
- [31] Nuove indicazioni per la scuola dell’infanzia e primo ciclo di istruzione 2025.
- [32] Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell’infanzia e del primo ciclo d’istruzione.
- [33] Uffe Jankvist. “A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education”. In: *Educational Studies in Mathematics* 71 (lug. 2009), pp. 235–261.
- [34] A.O. Lawani. “Tales as tools: The power of storytelling strategy in the Mathematics classroom”. In: *TASUED Journal of Pure and Applied Sciences* (2023), pp. 236–244.
- [35] Gilah Leder e Peter Grootenboer. “Affect and mathematics education”. In: *Mathematics Education Research Journal* 17.2 (2005), pp. 1–8.

- [36] Siew Yee Lim e Elaine Chapman. “Effects of using history as a tool to teach mathematics on students’ attitudes, anxiety, motivation and achievement in grade 11 classrooms”. In: *Educational Studies in Mathematics* 90.2 (2015), pp. 189–212.
- [37] Tom Lindstrøm. *Kalkulus Bind I*. 1995.
- [38] CK Lit, MK Siu e NY Wong. “The use of history in the teaching of mathematics: Theory, practice, and evaluation of effectiveness”. In: *Education Journal* 29.1 (2001).
- [39] Kalpana Modi. “Story Telling in Mathematics”. In: *Voice of Research* (2012), pp. 31–33.
- [40] Witha Paramitha e Arief Agoestanto. “Implementation of the MathCityMap application to increase students’ mathematical problem-solving skills: A systematic literature review”. In: *Jurnal Pendidikan Matematika (Kudus)* 6.1 (2023), pp. 19–34.
- [41] Maria Polo, Rosetta Zan et al. “Teachers’ use of the construct ‘attitude’. Preliminary research findings”. In: *Proceedings of the 4th CERME. Barcelona: FundEmi* (2006).
- [42] George Polya. “How to solve it: A new aspect of mathematical method”. In: *Stochastic Optimization in Continuous Time*. 1975.
- [43] Michael Schiro. *Oral storytelling and teaching mathematics: Pedagogical and multicultural perspectives*. Sage, 2004.
- [44] Mary Margaret Shoaf, Henry Pollak e Joel Schneider. “Math trails”. In: *Lexington: COMAP* (2004).
- [45] Amanjot Toor e Joyce Mgombelo. “Teaching mathematics through storytelling: Engaging the ‘being’ of a student in mathematics”. In: *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 2015, pp. 3276–3282.
- [46] Patricia S Wilson e Jennifer B Chauvot. “Sound Off!: Who? How? What? A Strategy for Using History to Teach Mathematics”. In: *Mathematics Teacher* 93.8 (2000), pp. 642–645.
- [47] Rosetta Zan et al. “Affect in mathematics education: An introduction”. In: *Educational studies in mathematics* (2006), pp. 113–121.
- [48] Rina Zazkis e Peter Liljedahl. *Teaching mathematics as storytelling*. Brill, 2019.
- [49] Joerg Zender e Matthias Ludwig. “The long-term effects of MathCityMap on the performance of German 15 year old students concerning cylindric tasks”. In: *CERME 11*. 2019.

- [50] Joerg Zender et al. “New studies in mathematics trails”. In: *International Journal of Studies in Education and Science* 1.1 (2020), pp. 1–14.

Appendice A

Foto dei cartelloni finali

archimede.official_ ✓

Archi

3 post

43M follower

5 following

287 a - 212 a
Matematico, Fisico, inventore
"Datemi una leva e vi solleverò il mondo!"

Leva

Principio di Archimede

Superficie, area e volume

surface area (m ²)	$4\pi r^2$	$2\pi r^2 + 2\pi rh$
volume (m ³)	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\pi r^2 h$
$\frac{\text{surface area}}{\text{volume}}$ (m ⁻¹)	$3/r$	$\frac{2r + 2h}{rh}$

Figura A.1: Archimede da Siracusa, classe 2E

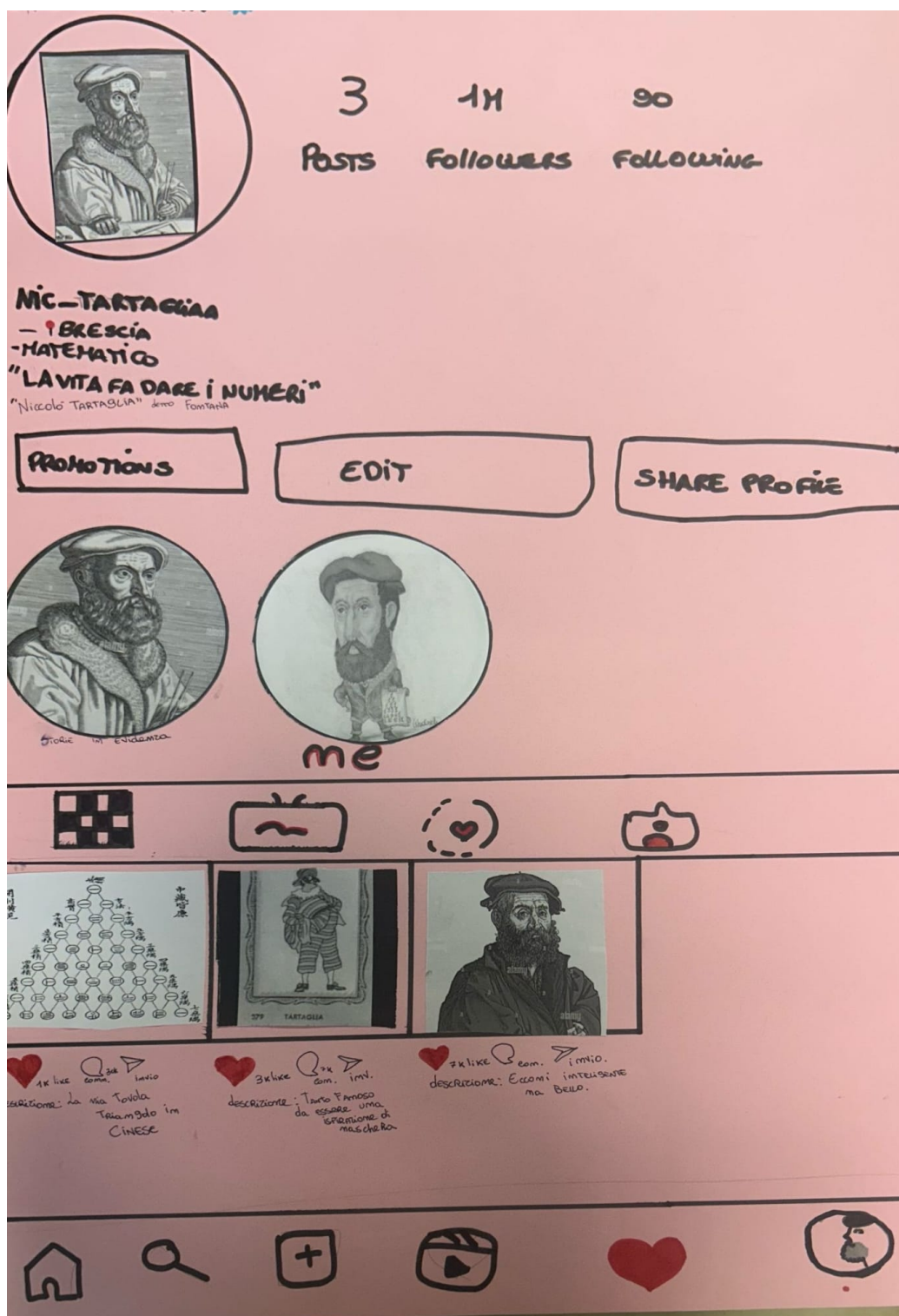


Figura A.2: Niccolò Fontana, classe 2E



Figura A.3: Galileo Galilei, classe 2E

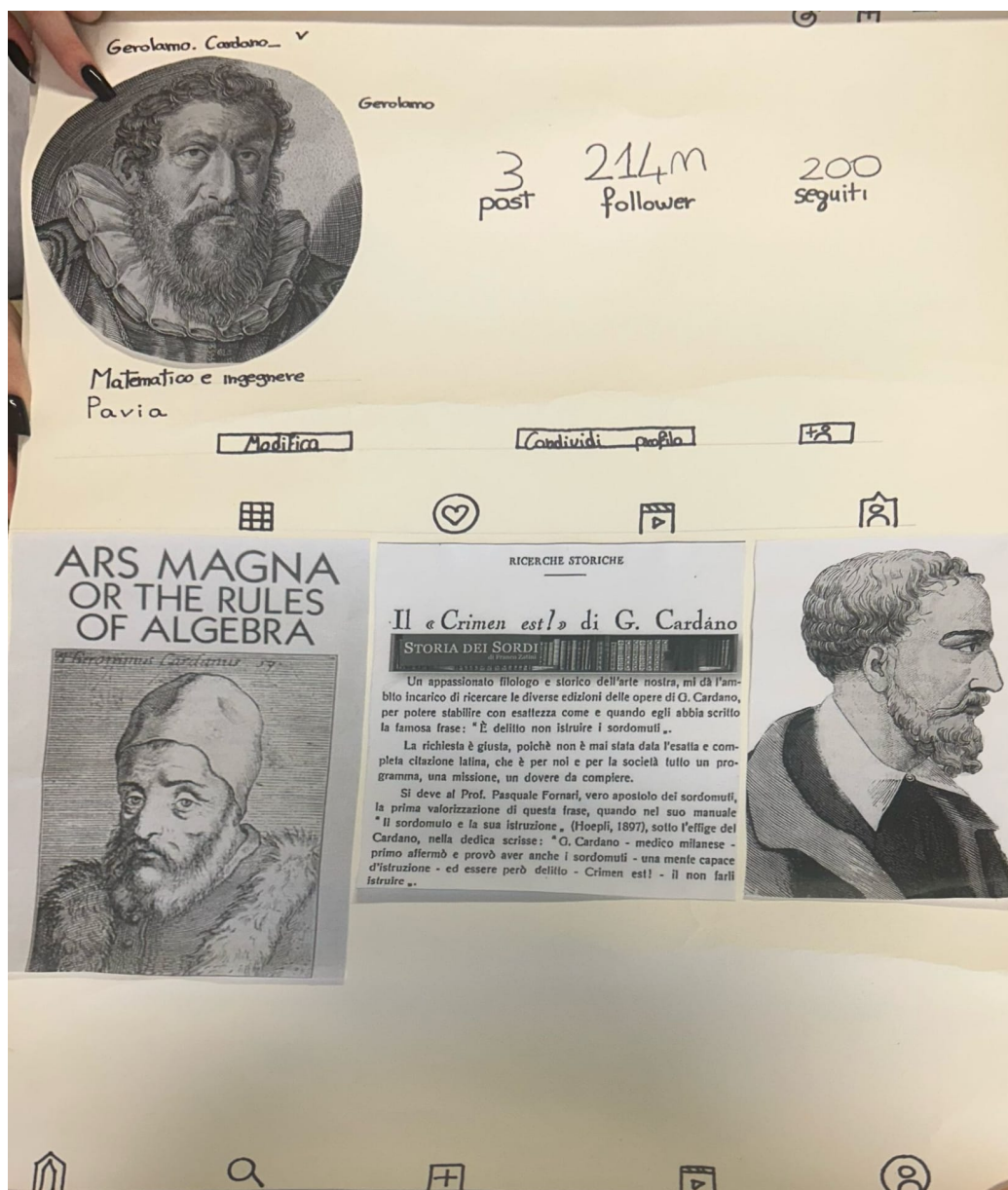


Figura A.4: Gerolamo Cardano, classe 2E

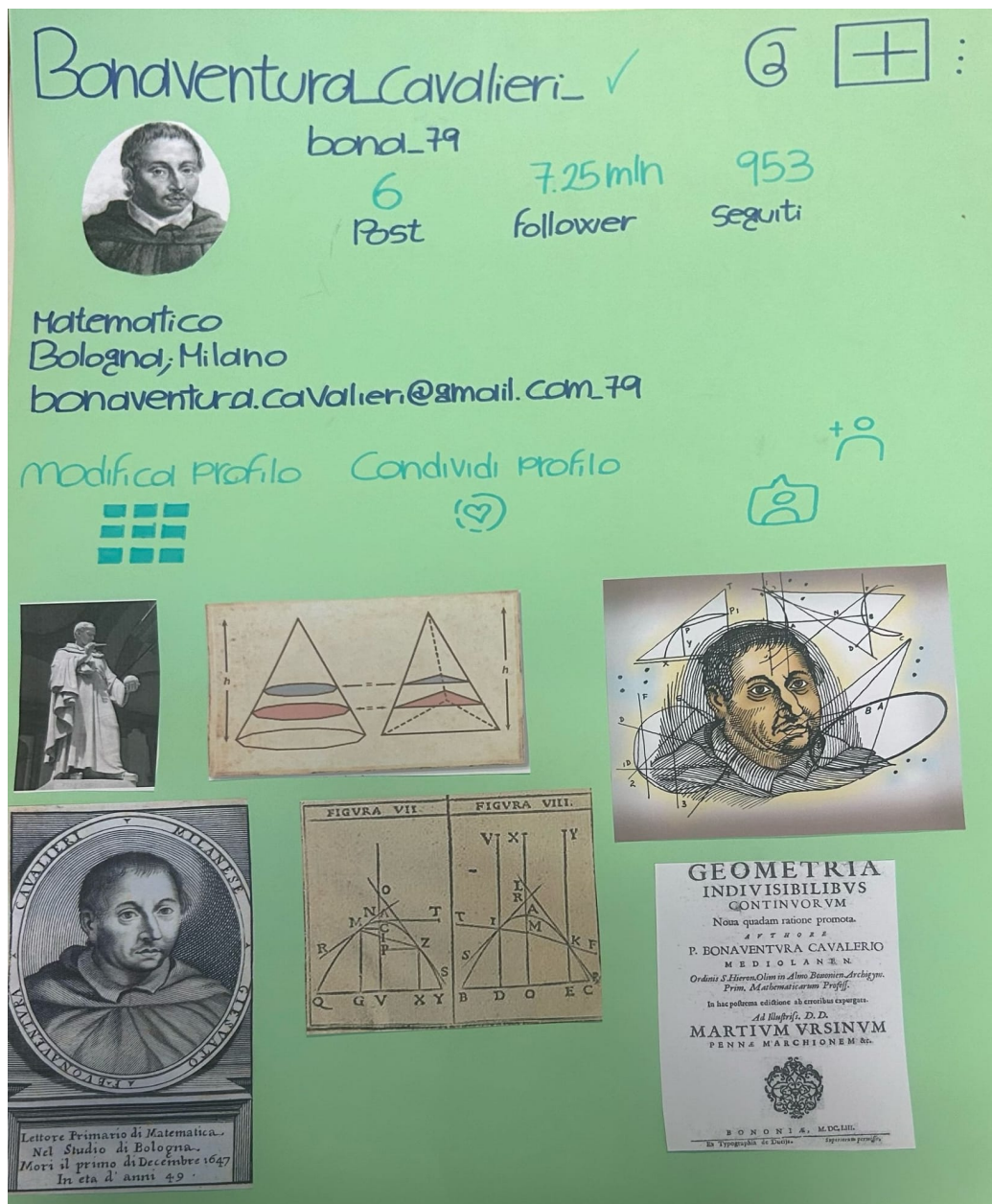


Figura A.5: Bonaventura Cavalieri, classe 2E

NICCOLÒ COPERNICO



↑ TORUN, POLONIA

COPE.NICCO

4 POST

69ML FOLLOWERS

9 SEGUITI

MODIFICA

CONDIVIDI PROFILO

+8



(1543) De revolutionibus orbium coelestium. Questo è il suo libro in cui sviluppa ed espone la teoria eliocentrica, è una delle opere più influenti nella storia della scienza.



Teoria eliocentrica: questa è la proposta in cui il sole, e non la Terra, fosse al centro del sistema solare, rappresentando una rottura rispetto al modello geocentrico, che vedeva la Terra al centro dell'Universo. Tutto ciò è alla base della Rivoluzione scientifica.



Modello del sistema planetario: Copernico proponeva un sistema in cui i pianeti si muovevano in orbite circolari attorno al sole, anche se successivamente si verrà a scoprire che le orbite erano ellittiche.



Niccolò Copernico: studiò che il sistema tolemaico, cioè quello che metteva la Terra al centro, era molto difficile da giustificare e decise di cercare un modello più semplice. Era influenzato dalle teorie di astronomi greci e romani, siccome era un matematico, utilizzò la matematica per calcolare la distanza e la durata del moto dei pianeti nel proprio modello.

Figura A.6: Niccolò Copernico, classe 2E

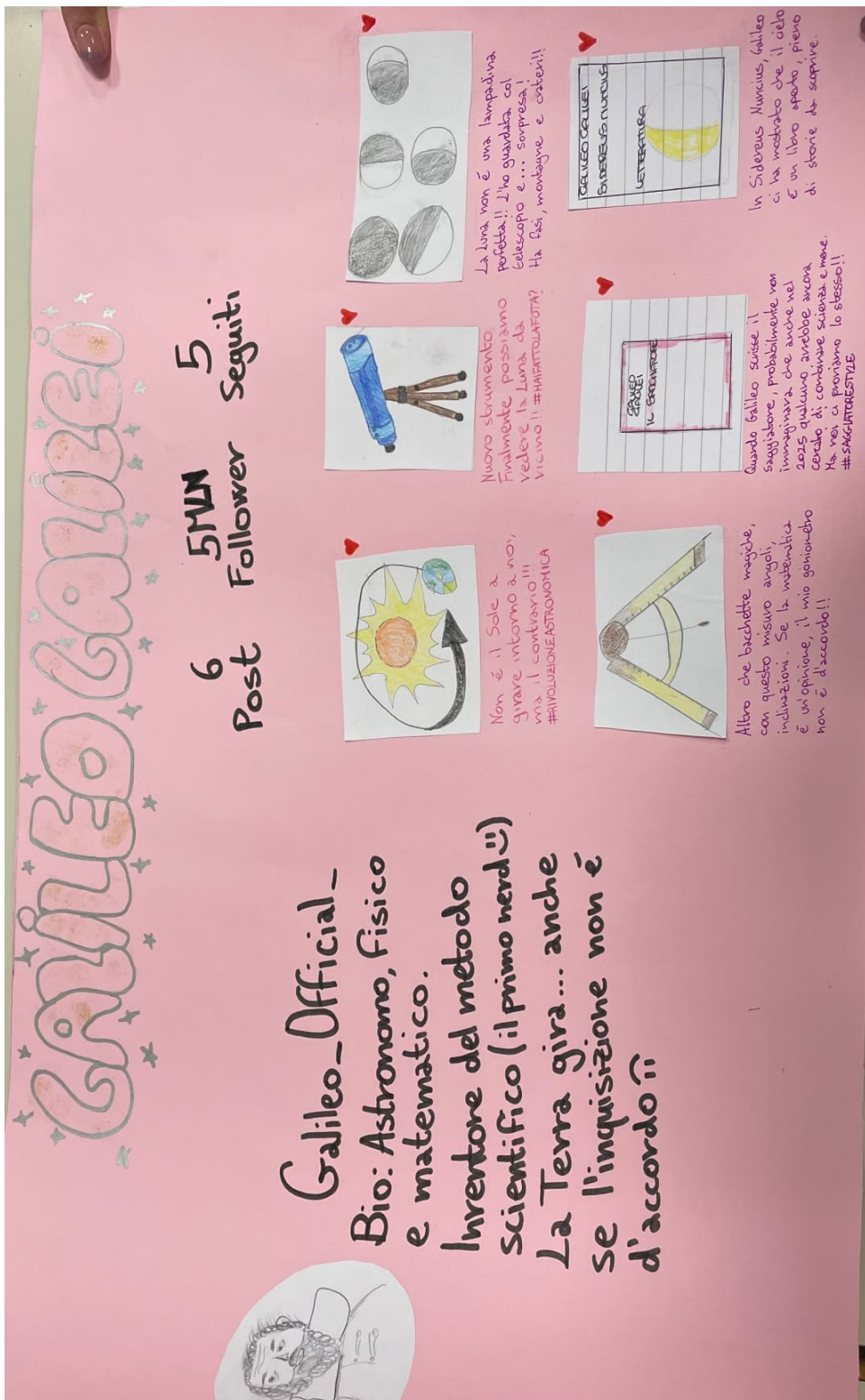


Figura A.7: Galileo Galilei, classe 3E

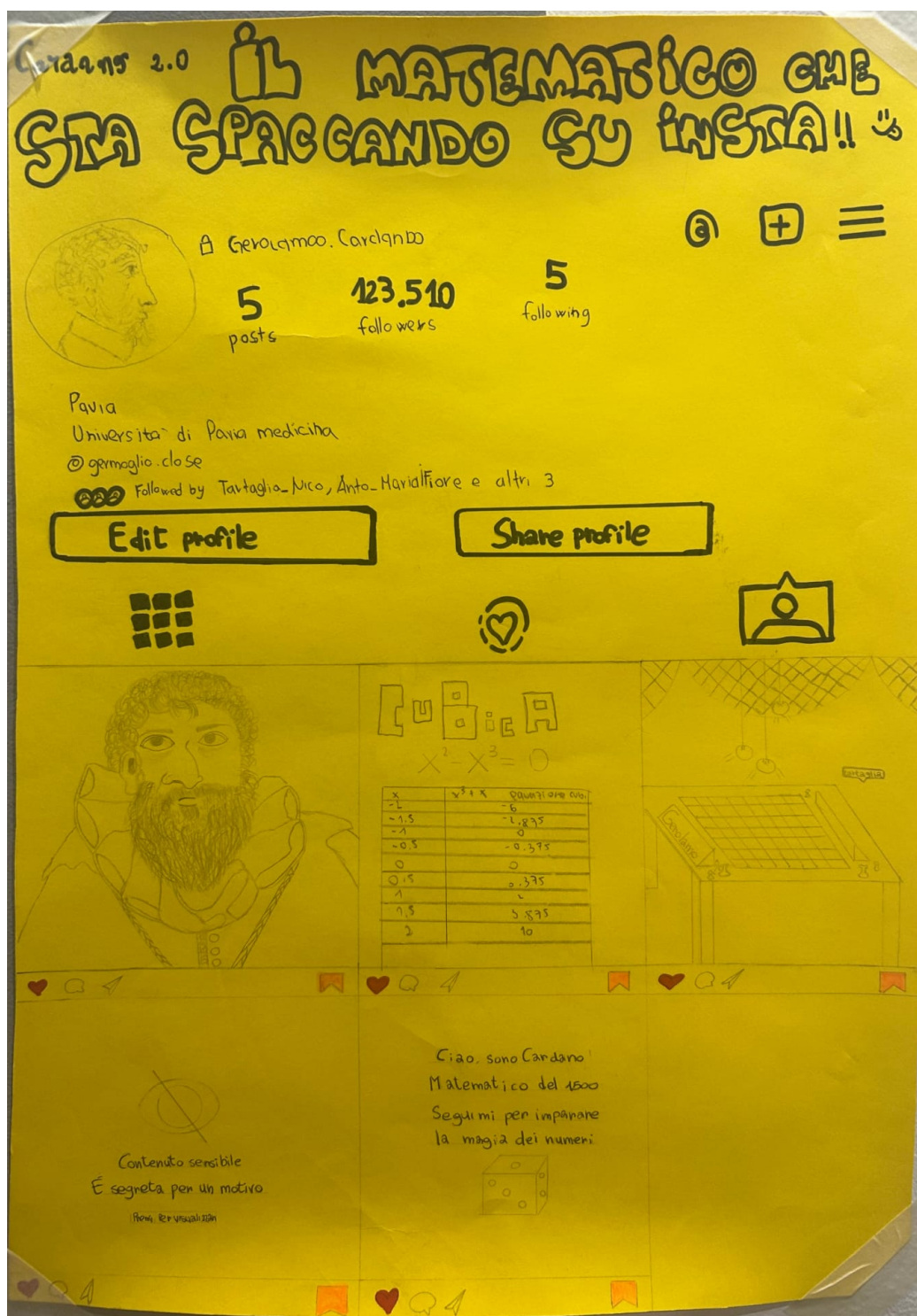


Figura A.8: Gerolamo Cardano, classe 3E

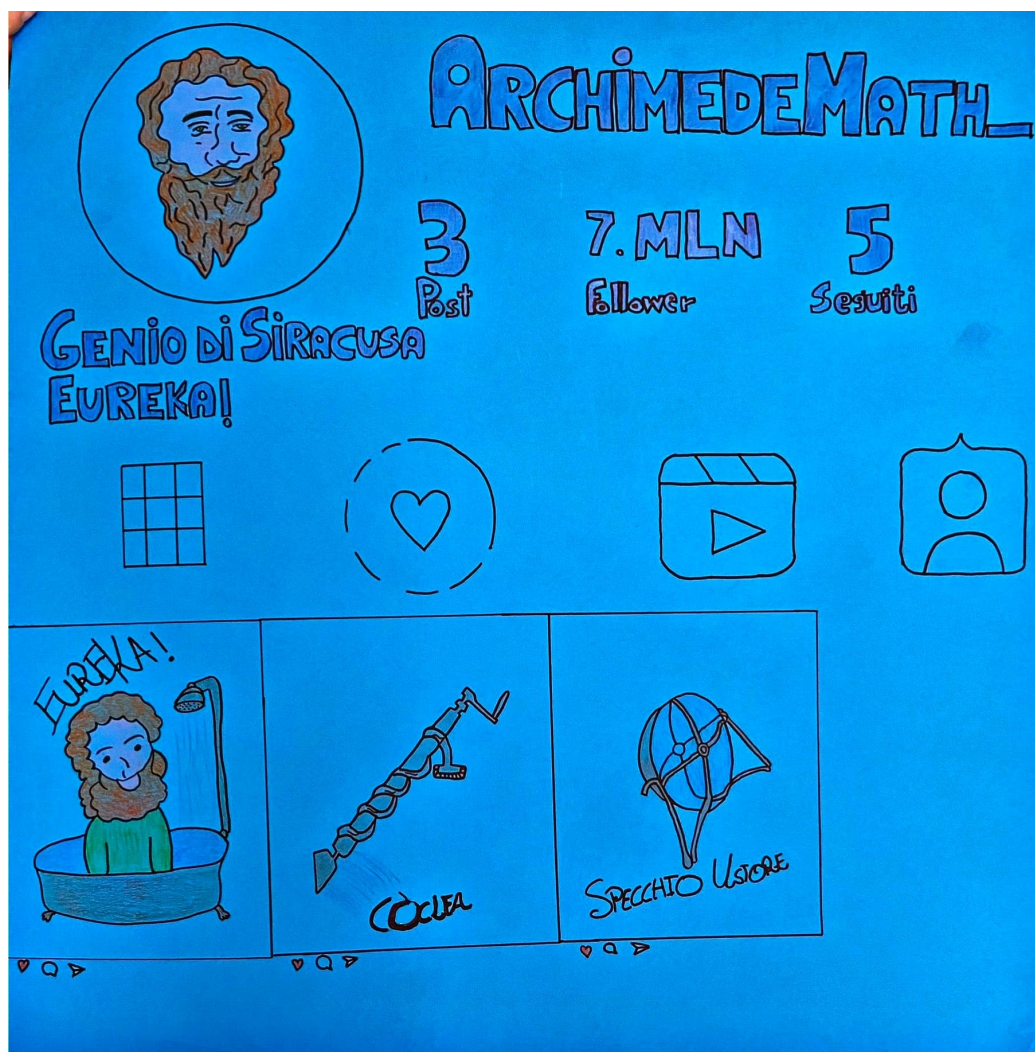


Figura A.9: Archimede da Siracusa, classe 3E

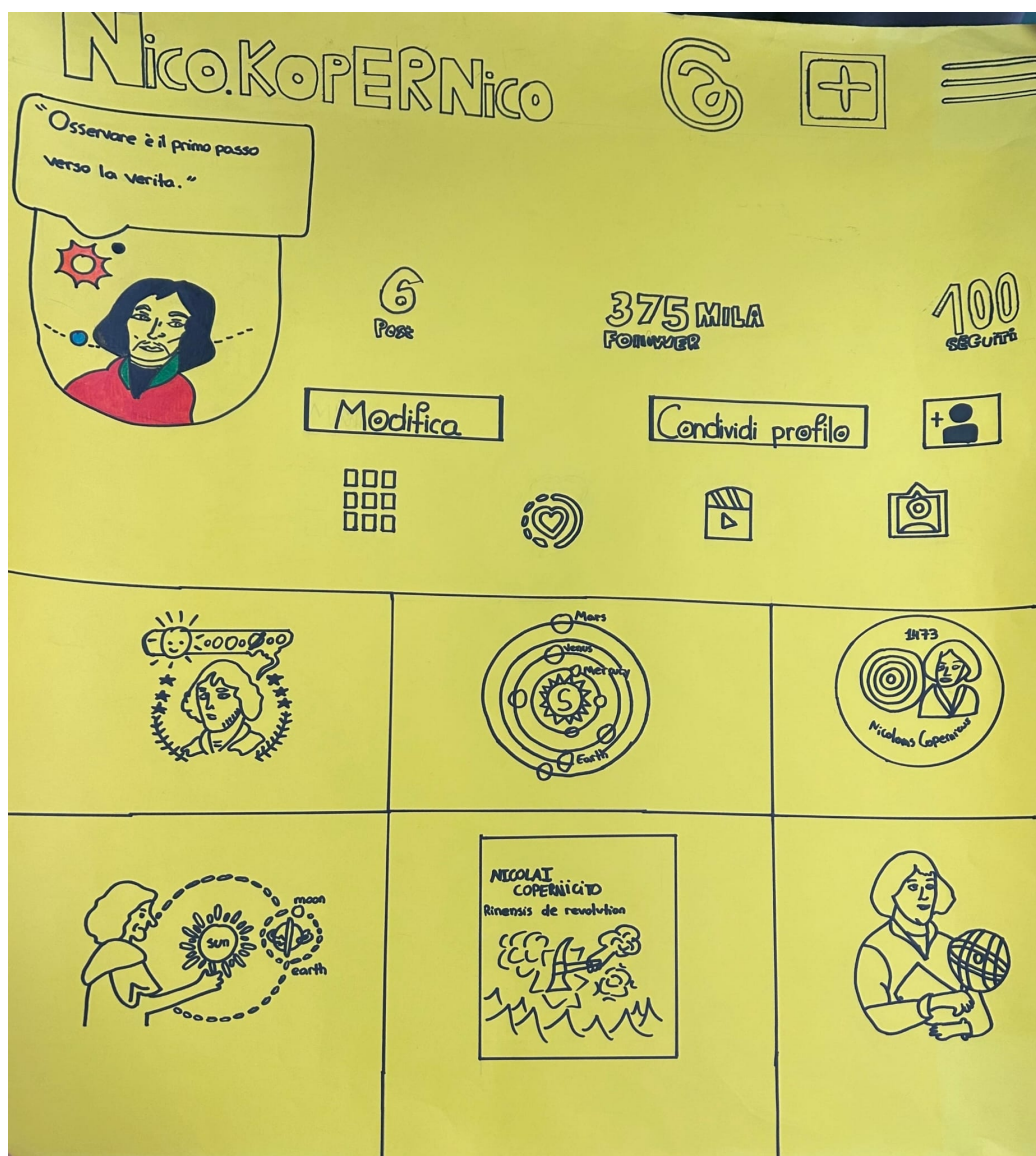


Figura A.10: Niccolò Copernico, classe 3E

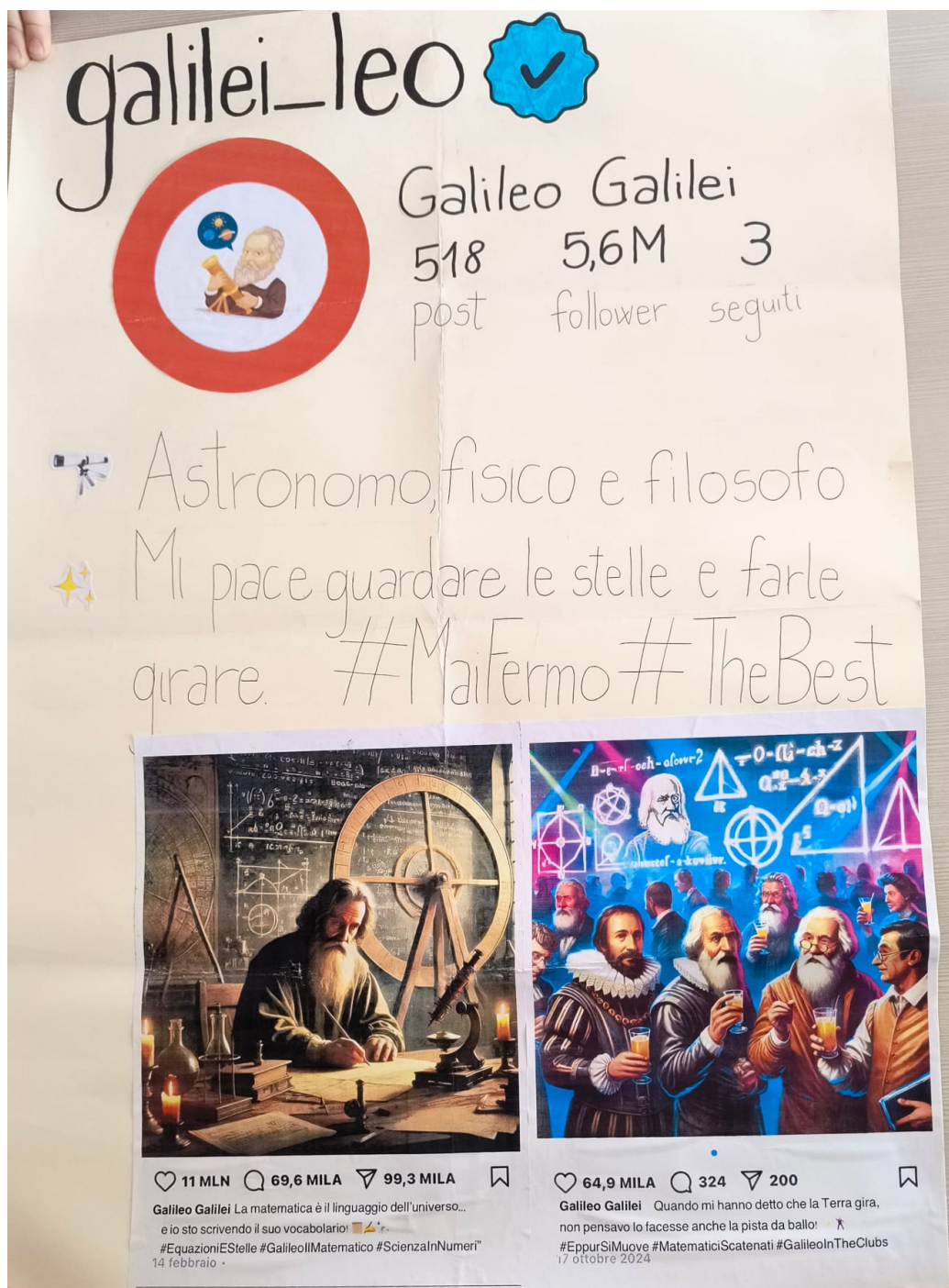


Figura A.11: Galileo Galilei, classe 3G

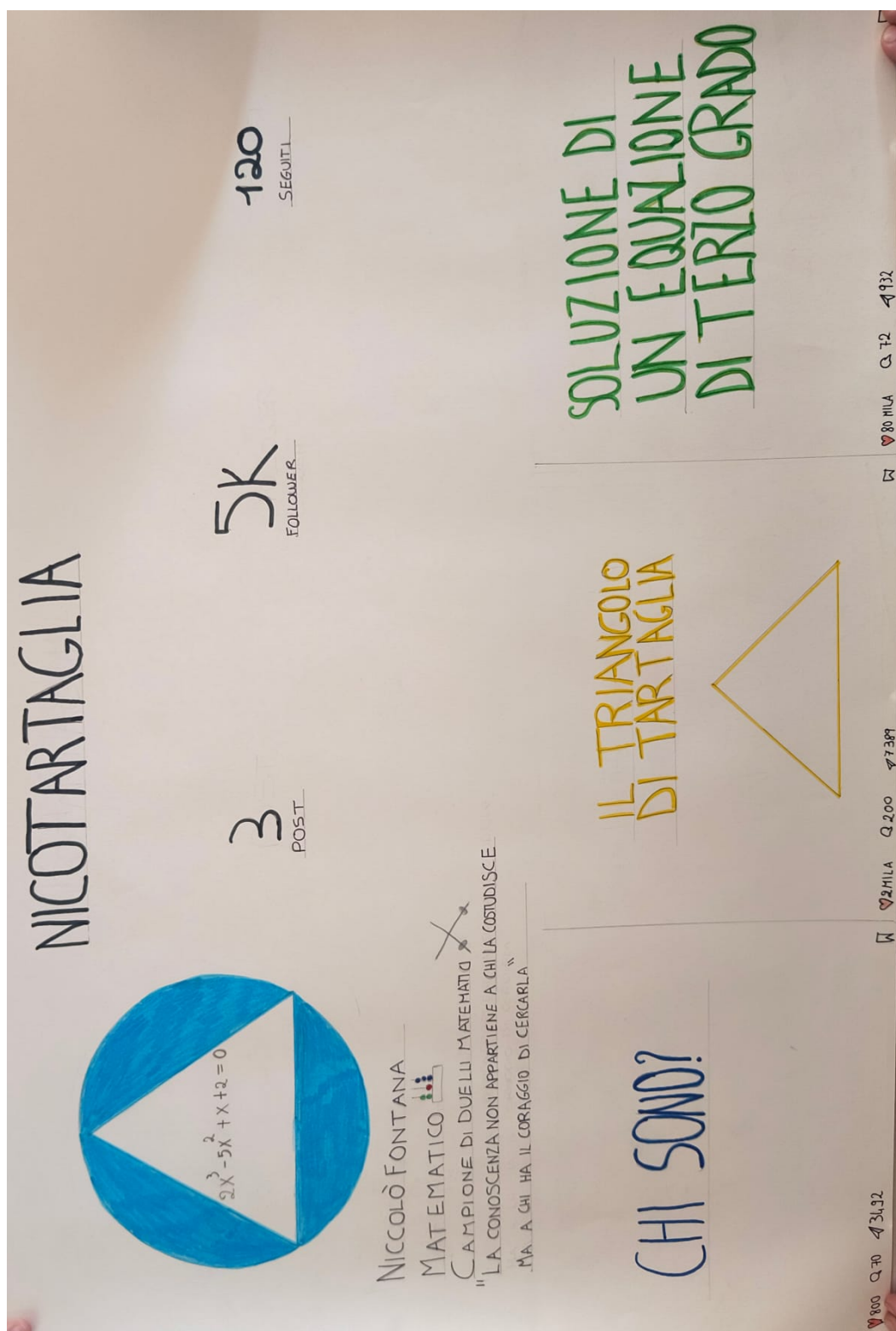


Figura A.12: Niccolò Fontana, classe 3G

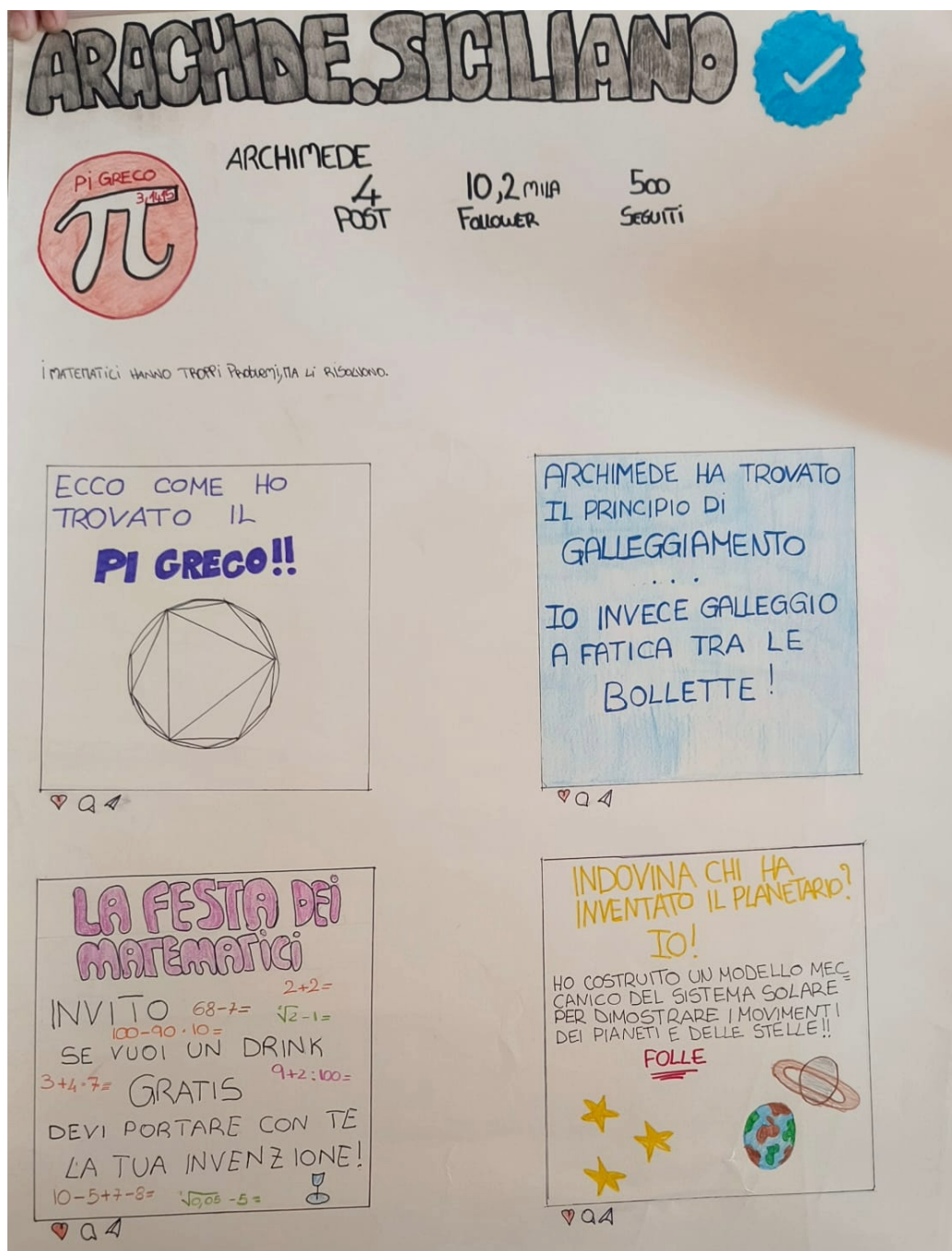


Figura A.13: Archimede da Siracusa, classe 3G



Figura A.14: Niccolò Copernico, classe 3G

Appendice B

Interviste

B.1 L'intervista allo studente A di 3E

I: "Allora, prima di tutto ti chiedo di raccontarmi quello che ti ricordi dell'attività che abbiamo fatto."

A: "Ok, allora, un venerdì, non mi ricordo il giorno, ci siamo visti per fare degli indovinelli, dei giochi sulla matematica in vari luoghi.

L'unico indovinello che ho indovinato io era quello del numero civico, poi c'era quello delle figure sul pavimento, poi quello sulla colonna e un altro che non mi ricordo. Poi a scuola abbiamo fatto dei vari cartelloni in cui raccontavamo e spiegavamo dei matematici importanti della storia."

I: "Ok, allora, tu ti sei ricordata subito benissimo la tappa in cui hai risposto tu. Mi vuoi raccontare un po' di quella tappa lì?"

A: "Allora, c'erano da indovinare i numeri civici, cioè quanti numeri civici c'erano nel luogo in cui eravamo, contando l'arco, perché l'arco aveva numero civico ma non si vedeva. È stato molto... facile, però molto divertente."

I: "Allora ti chiedo a questo punto, come ti sei sentita in generale durante tutte le attività che abbiamo fatto, cioè sia passeggiata che cartelloni?"

A: "Mi sono trovata molto bene, è stata una bella esperienza. I giochi erano comunque abbastanza facili, però ti mettevano alla prova, ci voleva molta logica, molta concentrazione. Era organizzata molto bene e le passeggiate erano molto carine, molto molto carine. E lo rifarei molto volentieri, è stato

molto carino."

I: "Ok, e invece per quanto riguarda i cartelloni, cioè il lavoro che abbiamo fatto dopo?"

A: "Allora, è stato bello, però alla fine erano tutti uguali. Cioè avevamo fatto la pagina Instagram dove raccontavamo, quindi belli, però più diversi, sarebbero stati più carini. Per scoprirli meglio."

I: "Dici proprio come impostazione? Dimmi un po', cioè se hai qualche idea diversa?"

A: "Non so, piuttosto magari fare dei video, in cui magari si raccontava qualcosa che si era scoperto di quel matematico. O anche delle presentazioni."

I: "Ah ok, perché dici così le presentazioni possono avere elementi più vari."

A: "Esatto."

I: "Ci sta. Allora, adesso ti faccio vedere un attimo la nuvola di parole, condivido lo schermo, quella che abbiamo fatto quando sono tornata in classe. Ti ricordi quali di questi aggettivi hai messo anche tu per caso?"

A: "Allora, penso divertente e bella."

I: "Vuoi dirmi un po' perché hai scelto proprio questi?"

A: "Divertente perché era qualcosa di diverso dai soliti indovinelli, giochi. Era più interattivo, cioè eri proprio dentro al gioco, dovevi indovinare dal vivo. Ci spostavamo in giro per Bologna, i giochi erano tutti diversi tra di loro, quindi molto divertente e molto bella."

I: "Allora, ti chiedo anche, torniamo invece a prima della passeggiata... Se ti ricordi, sono venuta in classe e vi ho somministrato un questionario. Ti chiedo, nella domanda 5, se ti ricordi quali avevi messo, e quali, tra questi o anche dicendocene altri, assoceresti al progetto che abbiamo fatto."

A: "Avevo messo sfida e ansia." [in realtà aveva messo anche paura]

I: "Ok, e sfida in che senso? Perché può essere ambivalente come parola, no?"

A: "Per me la matematica è sfida perché devo capire, cioè è una sfida contro me stessa nel capire quello che sto facendo, nel capire il ragionamento che devo fare e come devo risolverlo."

I: "E al progetto che abbiamo fatto, all'attività che abbiamo fatto, quali assoceresti? O se magari ne hai altri in mente da associare."

A: "Sempre sfida, perché è una sfida capire tutti gli indovinelli, poi divertimento, e orgoglio quando indovinavo qualcosa."

I: "Sfida allo stesso modo di come la vedi di solito in classe o in modo diverso? Magari è lo stesso o cambia qualcosa per te."

A: "Cioè nel senso di "io mi sfido nell'indovinare quello che c'è prima dei miei compagni." Era una sfida più che altro tra di noi."

I: "Adesso invece ti chiedo se c'è qualcosa che hai scoperto attraverso l'attività proposta. Questa era anche una domanda nel Mentimeter, te la mostro."

A: "Non mi ricordo quella mia, però sicuramente ho imparato a ragionare meglio, a metterci proprio dell'impegno."

I: "In che senso?"

A: "Per gli indovinelli classici che magari si fanno in classe, non ci metti proprio l'impegno che ci metteresti in un gioco del genere, perché lì è più... di competizione. Sei più interessato a capirlo, perché lo stai facendo dal vivo, lo stai facendo in quel momento lì, sei dentro al gioco. In classe è più una cosa tanto per."

I: "Ok, ti chiedo come valuti questa esperienza per te: è stata utile o inutile? E poi ti faccio vedere anche delle domande del sondaggio di cui parliamo tra un attimo."

A: "Utile, sicuramente utile. Mi ha insegnato a prendere più seriamente queste uscite da fuori scuola. Molto utile."

I: "Come mai dici "a prenderle più seriamente"?"

A: "Perché di solito quando ti dicono, “eh dai andiamo a Bologna”... Uuuh che roba [sarcastica]."

I: "La trovi noiosa?"

A: "È stato molto più interessante delle classiche uscite."

I: "E la classica uscita che diresti qual è?"

A: "Magari vai in giro e ti raccontano qua c'è stato questo matematico che ha fatto questo, questo, questo. Non è una cosa interattiva."

I: "Allora, andiamo alla domanda 4 del sondaggio iniziale. Ti chiedo anche qua se ti ricordi che cosa avessi risposto. E poi ripensando all'attività, ti chiedo se c'è qualcosa che vorresti aggiungere o modificare di queste risposte."

A: "Allora, secondo me avevo messo nella prima 2, nella seconda 1-2 [aveva messo 2], nella terza 2 [aveva messo 1] e nella quarta 3 [aveva messo 2]. Se non mi sbaglio, più o meno così. Penso che lascerei tutto uguale, magari la prima al posto di 2 metterei 3."

I: "Ah, quindi ti è piaciuto un po' di più? Ma per l'esperienza o per qualcos'altro?"

A: "In questo periodo ho fatto un up in matematica. Sì, nell'ultima verifica ho preso un 9, il voto più alto della classe; quindi, ho fatto un up. Però anche l'attività è stata molto carina. Mi ha fatto piacere molto di più la matematica sotto i vari aspetti."

I: "Quindi dicevi dell'esperienza, ti è piaciuta di più la parte della passeggiata e di meno la parte dei cartelloni?"

A: "Esatto."

I: "Ok. Ti chiedo se consiglieresti questa attività ad altri studenti, o della tua scuola, oppure a studenti di altre scuole e perché. E anche se c'è qualcosa che cambieresti. In parte mi hai già risposto."

A: "La consiglieri sia a studenti di questa scuola che di altre. Però non su studenti più grandi della terza superiore. Penso che i più grandi si annoie-

rebbero. Penso che la prenderebbero più sul superficiale."

I: "Ok, come mai dici questo? Cos'è che te lo fa dire?"

A: "L'opinione di molti miei compagni. Che mi hanno detto che sì è stato bello, però niente di che. Cioè magari a me è interessato di più rispetto a molti altri miei compagni. E in generale conoscendo i ragazzi più grandi, non penso sarebbero particolarmente interessati. Magari delle prime o delle seconde sarebbero molto più interessate."

I: "Ok. E c'è qualcosa che cambieresti?"

A: "Direi solo la parte dei cartelloni."

I: "Che alla fine dicevi video, presentazione, più digitale. Che cartellone avevi tu?"

A: "Oddio. Te lo dico subito. Io avevo... Copernico."

I: "E come ti sei trovata a fare il cartellone?"

A: "È stato molto carino. Capacità artistica lasciamola un po' da parte. È stato molto carino. Poi anche i post dove si spiegava quello che aveva fatto, e tutto il resto, è stato molto bello."

I: "Io qua le domande principali le avrei finite. C'è qualcosa che vuoi aggiungere che non ti ho chiesto? A braccio, sull'attività."

A: "Magari aumentare gli indovinelli."

I: "Dici di farne di più?"

A: "Secondo me sì."

I: "Come mai?"

A: "Perché renderebbe tutto più lungo. Magari farlo in due volte diverse. O anche magari collegare gli indovinelli tra di loro. Non so se si riesce. Però magari collegare gli indovinelli tra di loro e scoprire i collegamenti."

I: "Ok. E dici in caso anche di aumentare la frequenza? Meno camminate in mezzo?"

A: "Sì."

I: "Perché dici che in questo modo...?"

A: "Magari rimane più impressa l'esperienza. Dopo vai varie volte quindi ti ricordi di più. Sai già cosa ti aspetta. Quindi magari sei già più interessato."

B.2 L'intervista allo studente M di 3G

I: "Allora, intanto ti chiedo di raccontarmi un po' quello che ti ricordi di tutte le attività che abbiamo fatto."

M: "Allora, abbiamo... Quelle dell'uscita di Bologna?"

I: "Tutto quello che abbiamo fatto, tutte le volte che io sono venuta da voi, che mi avete visto, tutto quanto."

M: "Non mi ricordo più."

I: "Ok, allora ti aiuto un po' io. Lì io vi ho dato dei fogli, su cui sopra c'era un questionario. Ti ricordi un po' meglio?"

M: "No."

I: "Oddio, magari non c'eri... Era un questionario dove chiedeva, per esempio, ti piace la matematica? La trovi utile? C'erano anche delle parole che associ alla matematica... "

M: "Oddio, non me la ricordo proprio."

I: "Magari non c'eri. Comunque, abbiamo fatto quello, dopodiché dicevi?"

M: "Che abbiamo fatto un'uscita a Bologna. Dove siamo arrivati a Bologna, ci siamo divisi in tre gruppi con partenze diverse. C'erano dei punti dove bisognava raggiungere e ad ogni punto raggiunto c'era un quesito matemati-

co dove, osservando Bologna e la città, bisognava risolvere questo problema."

I: "Dopo la passeggiata? Io sono tornata una volta in classe, no?"

M: "Sì."

I: "Allora, io sono tornata... Che c'era, se ti ricordi, quel sondaggio sulla lavagna dove comparivano tutte le parole a mano a mano che le mettevate?"

M: "Sì, sì. Che bisognava, se mi ricordo bene, dovevamo mettere delle parole sulla passeggiata..."

I: "Ok, dopo lo rivediamo quello perché tanto ce l'ho, dopo ti devo fare delle domande anche su quello. Comunque, abbiamo fatto questo sondaggio finale e dopodiché vi ho dato un lavoro che avete continuato anche da soli dopo. . ."

M: "Il cartellone? Abbiamo fatto un cartellone su... Bisognava ricreare, come sarebbero le vite adesso, degli storici."

I: "Sì, dei matematici che abbiamo visto."

M: "Esatto, sì."

I: "Ok, allora ti chiedo, adesso che abbiamo un po' più chiaro che cosa abbiamo fatto, qual è di tutta l'esperienza la parte che ti è piaciuta di più, quella che ti è piaciuta di meno e mi dici un po' anche perché."

M: "Quella che mi è piaciuta di più è stata la passeggiata didattica a Bologna, perché, insomma, era una cosa divertente da fare, dove ci riunivano tutti e bisognava, guardando un po' il paesaggio di Bologna, risolvere questi quesiti matematici. È stato molto bello e divertente. E quella che mi è piaciuta di meno è forse il quiz iniziale, quello del primo giorno. Perché non me lo ricordo proprio, forse..."

I: "Adesso comunque le rivedi le domande, secondo me, se le hai fatte te le ricordi, e altrimenti vuol dire che non c'eri, perché non erano tutti presenti quel giorno. Allora, tu dici che ti sei divertito, ti chiedo un po' di descrivere come ti sei sentito durante le attività che abbiamo fatto."

M: "Mi sono sentito, era una cosa molto bella, quindi mi sono sentito, come dire, insomma, preso. Preso da quello che stavo facendo e non era una cosa

noiosa, ecco. Quindi è una cosa divertente da fare e interessante."

I: "Dici che eri coinvolto. Che cos'è che ti ha preso? Cioè, come mai?"

M: "Perché, diciamo, non era una cosa proprio come si fa a scuola, che la prof spiega e noi siamo lì attenti a studiare sul libro. Invece è una cosa proprio... Poi siamo andati, abbiamo fatto anche l'uscita, una cosa che proprio a me è piaciuta un sacco."

I: "Quindi dici già il fatto di non essere a scuola..."

M: "Esatto, sì."

I: "Allora, adesso ti condivido un attimo lo schermo e ti faccio vedere una domanda in particolare del questionario iniziale. Ti condivido direttamente la finestra. Ci vedi? Allora, ti chiedo a questa domanda, la domanda 5, se effettivamente l'hai fatto il questionario, se ti ricordi che cosa hai messo."

M: "No, io secondo me quel giorno lì non c'ero. Comunque, posso rispondere lo stesso?"

I: "Sì, certo."

M: "Allora, sfida... Sfida e divertimento anche. Perché sono cose che poi, se ti piacciono le sfide, poi porta anche il divertimento."

I: "Quindi a te piacciono le sfide?"

M: "Sì."

I: "Ti chiedo anche rispetto alle attività che abbiamo fatto, quali di questi aggettivi, di queste emozioni assoceresti, o anche se ce ne sono altre che ti vengono in mente diverse da queste."

M: "Divertimento come il primo, sicuramente. Poi, come si dice, quando una cosa ti fa restare concentrato, ti fa restare attento..."

I: "Allora, potresti dire, non lo so, interessante..."

M: "Sì, interessante, cioè... coinvolgente!"

I: "Quindi ti ha coinvolto tanto la cosa?"

M: "Sì."

I: "E di solito in classe ti senti coinvolto? Di meno? Di più?"

M: "Sì, cioè, rispetto alla sfida, visto che mi è piaciuto di più, meno. In questo caso mi sono sentito molto coinvolto. Se no, anche in classe. Però di più questa cosa qua che abbiamo fatto."

I: "Ti faccio vedere anche la nuvola di parole finale, dell'attività di quando sono tornata in classe. Di questa ti ricordi che cosa hai messo? O anche con quali sei d'accordo?"

M: "Ho messo interessante, divertente, se mi ricordo bene. Poi ho messo anche tipo bellissima o una cosa del genere."

I: "Ok. Invece per quanto riguarda il lavoro dei cartelloni? Ti faccio rivedere sempre qua [domanda 5] se vuoi prendere spunto."

M: "Anche lì divertimento perché ci siamo messi tutti insieme nel nostro gruppetto a scegliere le cose che volevamo disegnare e colorare. Quindi divertimento..."

I: "Io aspetto, se ti viene in mente qualcos'altro aspetto, se no mi dici basta."

M: "Sì, dai, divertimento."

I: "Ok, adesso invece ti chiedo un'altra cosa. C'è qualcosa che hai scoperto attraverso l'attività che vi ho proposto? Come valuteresti questa esperienza per te? Utile, inutile, come mai?"

M: "In che senso "c'è qualcosa che ho scoperto"?"

I: "Magari attraverso le tappe o le ricerche per il cartellone... Se c'è qualcosa di nuovo che hai imparato."

M: "Ho scoperto cose che a Bologna non avevo mai visitato, per esempio la chiesa. Sì, quando siamo entrati in quella chiesetta non l'avevo mai visitata dentro, è stata molto carina. Poi è una cosa che sicuramente consiglio agli altri perché è una cosa che veramente ti prende, cioè è una cosa proprio diversa

da quella che si fa a scuola tutti i giorni, quindi è una cosa che sicuramente diverte e unisce molte altre persone."

I: "Quindi la consiglieresti ad altri studenti?"

M: "Molto, sì."

I: "Ad altri studenti della tua scuola, anche di altre scuole?"

M: "Sì, a qualsiasi studente della mia scuola o di altre scuole. Sì, sì, sì."

I: "E secondo te è anche un'esperienza utile o solo divertente?"

M: "No, no, alla fine è utile perché devi riuscire a risolvere dei quesiti matematici che se non sei un minimo capace non riesci."

I: "Allora, adesso ti faccio vedere un'altra domanda del questionario, che purtroppo tu non hai fatto, quindi adesso ti do anche il tempo magari di leggerla bene. La quattro. Ti chiedo di dirmi che cosa risponderesti e poi anche ripensando all'attività, se c'è qualcosa di diverso dal solito che quindi rispetto a come avresti risposto allora cambieresti o aggiungerei?"

M: "“La matematica è una matematica che mi piace”... Sì, in generale mi piace, quindi metto un tre. La matematica utile alla società? Sì, sempre un tre. La matematica utile a me, cioè in generale per la mia vita?"

I: "Sì."

M: "Allora metto un due. Mi sento bravo in matematica, insomma me la cavo, però mi zoppico un po', quindi dai due."

I: "Ok, e ripensando poi alle attività che abbiamo fatto, c'è qualcosa che influenza queste tue risposte adesso o è più o meno come la pensavi anche prima, vedendo solo le lezioni in classe?"

M: "No, penso sia uguale, anzi forse la matematica è una materia che mi piace, forse ha aumentato. Devo dire che questa cosa che abbiamo fatto ha aumentato il mio voto."

I: "Allora, ti chiedo adesso un po' di feedback sulle attività, se c'è qualcosa che cambieresti, se hai dei suggerimenti, e come mai lo cambieresti."

M: "Secondo me è stato tutto, cioè non cambierei nulla, a me è piaciuto molto. Quindi, secondo me, sì, non cambierei nulla."

I: "Va bene. Allora, qui con le domande abbiamo finito. Ti chiedo come ultima cosa se c'è qualcosa che non abbiamo toccato nelle domande che vorresti dire... C'è qualche commento extra, qualcosa che vuoi aggiungere tu a questa intervista?"

M: "Che non abbiamo detto no, ma comunque riprendo le parole di prima, secondo me questo lavoro che abbiamo fatto è stata una cosa veramente molto bella, perché, come ho detto prima, mi ha divertito un sacco e mi ha fatto stare con i miei compagni in uscita ragionando insieme in centro Bologna, quindi per me è stata una cosa molto bella da fare, la consiglieri e la rifarei sicuramente altre volte."

I: "Quindi se aggiungiamo delle tappe vi richiamiamo?"

M: "Sì, va bene!"

B.3 L'intervista allo studente S di 2E

I: "Prima ti chiedo un po' di raccontarmi quello che ti ricordi dell'attività che abbiamo fatto."

S: "Mi ricordo che noi avevamo delle tappe da fare, e ad ogni tappa dovevamo risolvere una domanda. E appunto la professoressa ci faceva la domanda e noi tramite quel punto dove stavamo dovevamo guardarci attorno e trovare la risposta."

I: "Ok, ti ricordi anche che cosa abbiamo fatto prima e dopo di questo? Queste erano le passeggiate, no? Quando siamo andati a Bologna abbiamo fatto la passeggiata matematica..."

Abbiamo fatto anche una piccola cosa prima, e infatti voi mi conosceste già quando siamo andati a fare la passeggiata, no? E un'attività dopo."

S: "Mi ricordo la prima volta in classe che abbiamo fatto un'attività, però non mi ricordo che cosa avevamo fatto."

I: "Allora ti aiuto un po' io, lì avevamo fatto un questionario."

S: "Ah sì."

I: "Ok, e dopo la passeggiata invece?"

S: "Dopo la passeggiata sei tornata e mi sembra che abbiamo fatto... non mi ricordo se ci hai chiesto qualcosa sulla passeggiata...?"

I: "Sì, anche quello. Che ti ricordi poi c'era la nuvola di parole con tutte le parole che comparivano, su come vi era sembrata la passeggiata. E poi vi siete divisi in gruppi, e avete fatto un lavorone... che avete continuato a casa forse poi."

S: "I cartelloni? Ah, sì, li abbiamo finiti in classe quelli. E li avevamo fatti, sì, avevamo i gruppi e ognuno ha fatto i cartelloni sui matematici. Io, per esempio, ero nel gruppo di Niccolò Copernico e gli altri avevano degli altri, però non mi ricordo chi."

I: "Allora adesso quindi ci ricordiamo un po' che cosa abbiamo fatto. Mi vuoi dire un po' quale magari è stata la parte che ti è piaciuta di più, quale ti è piaciuta di meno, perché?"

S: "Allora, probabilmente la parte che mi è piaciuta di più era il cartellone, perché a me piace esporre e magari anche trovare informazioni, oppure fare proprio il cartellone in sé per sé e comunque sapere un po' di cose, comunque a me piace. Quindi mi è piaciuto anche, per esempio, lavorare con i miei compagni di classe.

Magari la cosa che mi è piaciuta di meno è stata, cioè perché io non vado bene con la matematica; quindi, nella passeggiata mi è piaciuto comunque il fatto che noi dovevamo guardarci attorno e queste cose qua, però comunque per me le domande erano abbastanza difficili, ma perché non ci arrivo a certe cose. Però diciamo che anche le domande in sé per sé erano interessanti, comunque anche il fatto che erano attorno, cioè guardarci attorno mi ha interessato, quindi sì quella parte era bella, però per la parte della matematica diciamo che probabilmente è quella che mi è piaciuta di meno. Però questa è stata la cosa più interessante."

I: "Su questa cosa che hai detto delle tappe, che ti piaceva l'aspetto di guardarsi attorno per trovare le cose, c'è qualche tappa magari che ti ricordi di più, che ti è rimasta più impressa?"

S: "Mi ricordo due tappe, però non mi ricordo se una delle due era nel gioco o se ci eravamo fermati noi, però mi ricordo sotto i portici dove stava quello dove di solito mettono i lucchetti, quello là perché la professoressa ci aveva spiegato delle cose, quindi mi ricordo quello.

Poi mi ricordo l'altra tappa che non so spiegarlo però, l'altra tappa era nella chiesa, cioè entri e poi trovi una parte scoperta fuori."

I: "Ah sì, al cortile delle sette chiese, come mai ti è piaciuta di più quella?"

S: "Eh perché lì, diciamo che quella domanda ero riuscita a rispondere, ma perché era quella che aveva proprio il muro davanti, c'era la risposta là, quella che dovevamo trovare, e quindi mi ricordo quella perché era quella che sono riuscita a rispondere.

Mi ricordo l'altra tappa che era, non so spiegare dov'era però, era davanti alle strisce e c'erano dei pilastri e mi ricordo anche quella."

I: "Dici i pilastri quelli dove c'erano le forme dentro?"

S: "Eh sì, probabilmente."

I: "Allora adesso ti chiedo di parlare un po' di come ti sei sentita durante le varie attività, proprio come emozioni, come le hai vissute?"

S: "Diciamo che durante le tappe, per esempio, per quanto riguarda l'interesse o comunque queste cose qua, diciamo che è stato molto interessante anche perché, come ho detto prima, nel discorso di prima, siccome dovevamo guardarci attorno e non c'era nulla magari di già scritto, o queste cose qua, cioè era più interessante perché comunque tu devi stare là a cercare e comunque c'erano le cose davanti a te, quindi è più interessante.

Quindi per me è stato interessante e anche da una parte informativo perché comunque, diciamo che in ogni caso là mettevamo in gioco un po' anche la tua testa perché comunque dovevi associare le cose.

Mi ricordo anche un'altra tappa che dovevamo guardare il pavimento e là c'era la risposta, quella per esempio, mi ricordo perché la mia amica aveva risposto lei, e mi ricordo che tutti quanti ci eravamo messi a vedere a terra, che comunque anche quella è un'altra cosa positiva, perché dovevamo lavorare insieme, per cui mi è comunque piaciuta l'attività, per questo. Poi,

comunque, la mia professoressa che mi ha guidato, la professoressa Bazzani, era molto entusiasta; quindi, questa cosa me l'ha trasmessa anche un po' perché comunque vedevo che era molto interessata e tutto, cioè mi fa piacere, e la vedevo, cioè, così, felice, e quindi... Quindi sì per me è stato interessante, perché comunque non sono cose che ci sono tutti i giorni, e soprattutto ti metti in gioco, questo sicuramente. Quindi, sì."

I: "E invece della parte dopo, dei cartelloni?"

S: "Sì, i cartelloni anche. Allora, diciamo che la maggior parte del lavoro del cartellone l'ho fatto io, ma perché comunque mi sono presa la responsabilità di farlo, perché appunto, ripeto, mi piace fare le cose in gruppo, però mi piace più lavorare da sola.

Quindi ho fatto lavorare anche loro, e poi mi sono proposta quando ho visto che non avevamo più tempo, e ho finito di fare il cartellone. Allora il cartellone, diciamo che anche quando lo abbiamo esposto, maggiormente la parte più elaborata ce l'avevo io. Anche la professoressa, per esempio, quando mi ha chiamato per fare l'intervista, mi ha detto "ho visto che comunque eri interessata, quindi mi è venuto in mente di proporti alla ragazza".

E quindi, diciamo che mi è piaciuto il cartellone e anche il fatto che potevamo dire le cose che trovavamo e che abbiamo ricercato."

I: "Ok, allora adesso ti condivido un attimo lo schermo, così ti faccio vedere prima la nuvola di parole della classe, e poi riprendiamo un pochino qualche domanda del questionario. Allora, hai voglia di dirmi quali di questi aggettivi hai messo tu?"

S: "Se non mi sbaglio, io avevo messo istruttiva, per esempio. E avevo messo pure interessante. Avevo probabilmente messo quei due."

I: "Ok, allora adesso invece andiamo al sondaggio. Nella domanda 5, quella dove ti chiedeva quali emozioni associ alla matematica, ti va di raccontarmi che cosa hai messo e anche quali tra queste emozioni assoceresti magari anche all'attività fatta?"

S: "Allora, alla matematica ho messo sicuramente ansia, paura e vergogna. E rabbia, sicuramente. Anzi, le ultime proprio. Dall'ansia alla noia probabilmente, oppure non so se c'era un limite però sicuramente tra quelle."

I: "No, le potevi mettere tutte se volevi."

S: "Ah ok allora sì, probabilmente avevo messo tutte quelle. Allora, per quanto riguarda la matematica, ho messo quelli là ma perché per una cosa personale, nel senso che comunque io quando una materia non fa per me mi fa venire il nervoso perché ogni cosa non la capisco e quindi me la prendo. Vado in ansia oppure ho paura di rispondere quando la professoressa mi chiama, provo magari vergogna quando sbaglio qualcosa davanti alla classe. Quindi il motivo per cui l'ho messo è probabilmente questo. Cos'altro avevi chiesto?"

I: "Se assoceresti le stesse emozioni, o magari altre tra queste, alle cose che abbiamo fatto in questo progetto."

S: "Allora, sicuramente le altre, quelle rimanenti è per l'attività, perché comunque diciamo la sfida c'è stata, nel senso che noi eravamo a gruppi quindi dovevamo comunque competere con degli altri gruppi. Poi il divertimento anche perché appunto con il gruppo, parlando, magari qualcuno sbagliava, ridevamo, e poi ci correggevamo, e quindi, tutti insieme, queste cose qua... Poi sì, speranza, anche perché appunto ognuno puntava ad essere il gruppo vincente, diciamo, quindi c'era anche quello. E l'orgoglio sicuramente perché magari qualcuno in prima persona diceva una risposta ed era giusta, magari qualcuno aveva provato quell'emozione."

I: "E invece anche alla creazione dei cartelloni, quali di questi assoceresti? O magari se ce ne sono altre, anche non prese da qua."

S: "Sicuramente l'orgoglio perché la maggior parte del lavoro l'ho fatto io, quindi quando la professoressa ha fatto magari dei complimenti, mi sono sentita comunque abbastanza orgogliosa.

Poi magari per il cartellone in sé per sé, magari per l'esposizione più vergogna o ansia perché in prima persona provo questo nel parlare davanti alle persone. Però in sé per sé il cartellone anche magari divertimento per lo stesso discorso di prima, oppure istruttivo per esempio, un altro aggettivo, perché comunque non sapevo nulla di Niccolò Copernico. E col cartellone ho scoperto cose che non sapevo."

I: "Ok, allora adesso invece ti chiedo un'altra cosa. C'è qualcosa che hai scoperto attraverso l'attività proposta? E come la valuti, utile o inutile? In parte secondo me mi hai già risposto, però se vuoi aggiungere dell'altro..."

S: "Allora, utile o inutile, allora sicuramente non inutile, perché, metto caso, mi servirà prossimamente a scuola, questo non lo so, però comunque so qualcosa in più, quindi sicuramente non inutile. Diciamo che se ho imparato

qualcosa, sì, è il sistema che ha creato [Copernico] e diciamo tutto quello che c'è, dentro, anche perché abbiamo parlato anche della situazione con la Chiesa che si creò quando Copernico inventò questa cosa, quindi sì, sicuramente ho scoperto tante cose riguardo la storia, però per il resto si non direi che è inutile."

I: "Ok, allora adesso ti tiro un po' su qua il questionario e ti chiedo di dirmi se ti va che cosa avevi risposto invece ai punti della domanda 4, e poi anche lì se c'è qualche risposta che vorresti aggiungere o modificare adesso che hai fatto l'attività, ripensandoci."

S: "Allora, nella prima, ho messo uno, nella due, probabilmente ho messo due, la terza anche due e l'ultima uno. Allora, probabilmente avrò risposto così, ma perché probabilmente non avrò preso molto seriamente questa attività, perché all'inizio non mi interessava tanto durante le lezioni.

Poi dopo, comunque, dopo anche la camminata, per esempio, mi è interessato molto di più delle lezioni magari in classe, ma perché mi sono sentita più compresa, come ho detto, perché è stata divertente e interessante. Però, probabilmente se dovessi modificare qualcosa, sì, la terza, cioè la seconda, ma perché sicuramente la matematica serve, cioè non è che la stiamo studiando inutilmente, quindi sicuramente non è due, ma è quattro. Però, vabbè, al momento non ci ho pensato tanto; quindi, l'unica modifica che farei è quella."

I: "In che senso ti fanno un po' pensare in modo diverso alla domanda due? Cioè, come mai dici "questo mi dice un po' che la matematica è utile"?"

S: "Eh, ma perché comunque diciamo che, cioè, pensando comunque al fatto di magari della quotidianità, cioè delle cose che faccio normalmente, magari pure se devo andare per la spesa, per fare un esempio banale, comunque devo fare qualche calcolo, cioè devo comunque saper fare matematica, ricontare i soldi, oppure il resto, queste cose qua. Sicuramente senza la matematica non ce la fai. Cioè, adesso ci sono comunque le calcolatrici sul telefono, però, cioè, in sé e per sé comunque dovresti anche saper ragionare. Se no, cioè, senza quella non vai da nessuna parte alla fine.

Poi, diciamo, anche nel mondo del lavoro, cioè, sicuramente serve, in ogni caso serve anche quella."

I: "Prima hai detto, non ti volevo interrompere, che prima l'hai preso meno seriamente e dopodiché ti è iniziata ad interessare di più e hai detto perché ti sei sentita anche più compresa. In che senso? Cioè, spiegami un po'."

S: "Eh, appunto, come ho detto, magari si è capito che vado molto male in matematica. Solo che io, allora, con il mio fidanzato, di solito lui mi aiuta, per andare un po' meglio perché comunque io a scuola non vado bene, ultimamente sto avendo delle difficoltà; quindi, magari lui mi aiuta con la matematica. E quando magari sto con lui le cose le faccio anche bene. Tipo, quando sono in classe e faccio un esercizio sul quaderno e ho prestato attenzione, magari mi esce bene. E in quel caso, perché magari sono da sola, però, tipo, parlando, quando sono con il mio fidanzato, per esempio, lui magari mi dice "no, guarda, questo si fa un po' così, così, così"... Io magari se sbaglio, cioè, mi riprende subito e mi fa capire l'errore.

Se io sono, diciamo, con una persona che magari mi fa capire cosa ho sbagliato, senza pressarmi o queste cose qua, io mi sento comunque coinvolta e comunque, anche se sbaglio, lo rifaccio e non succede nulla.

Se invece devo fare un'attività su una cosa che non capisco e devo ragionarci da sola, magari faccio molta fatica. E con il fatto che io ho un carattere che mi arrabbio facilmente, magari mi inizio ad annoiare subito. Cioè, se devo ragionarci su una cosa da sola, probabilmente farei molta fatica.

E appunto, con questa cosa che mi sono sentita magari presa in causa, anche magari dalla professoressa, con gli altri miei compagni di classe, siccome abbiamo ragionato insieme, magari non devo usare solo il mio cervello e abbiamo un problema insieme. Quindi per me è stata più interessante la parte di collaborazione, per questo."

I: "L'ultima cosa che ti chiedo è se consiglieresti questa attività ad altri studenti della tua scuola, oppure magari a studenti di altre scuole e perché.

E poi, anche se c'è qualcosa che cambieresti nell'attività, e come mai?"

S: "Allora, che cambierei probabilmente nulla, ma per tutte le cose che ho detto, nel senso che comunque non penso che in realtà nessuno si sia annoiato nella mia classe, forse qualcuno che non avrà avuto proprio voglia.

Però diciamo che è stato molto interessante e sicuramente non cambierei nulla. Se consiglieri? Sicuramente lo consiglieri, ma perché è un'attività più alternativa, nel senso che comunque magari si fanno attività a scuola, però sulla matematica quasi mai. Cioè se si devono fare attività, magari sulle materie letterarie, non matematica o economia o queste cose qua.

Quindi comunque fare un'attività sulla matematica che concentri... Magari in questo caso siamo andati a Bologna, se non mi sbaglio, quindi, che concentri un posto a noi conosciuto che interessa, con le cose fuori che si vedono e queste cose qua, magari è consigliabile perché loro, gli studenti, fanno un giro per Bologna e si divertono. Poi, comunque, noi abbiamo fatto delle pause. Quindi anche quello è stato tempo libero concesso a Bologna, che è una bella

cosa per gli studenti, no? Eh, allora lo consiglierei sicuramente anche perché comunque è istruttivo, fa togliere un attimo la testa dalla scuola e ragioni lo stesso. Quindi comunque è comunque istruttivo, e sei un po' a riposo, quindi sicuramente lo consiglierei, anche perché non credo che qualcuno rifiuti. Almeno siamo fuori, quindi non credo che qualcuno si rifiuti."

I: "Va bene, c'è qualcos'altro così che vorresti aggiungere che non ti ho chiesto nelle domande, a braccio?"

S: "Non credo, anche perché ho parlato tanto, quindi penso di aver detto tutto."