

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA
CORSO DI LAUREA IN ASTRONOMIA

L'ATOMO DI IDROGENO: righe, serie e sua importanza in astrofisica

Tesi di laurea

Presentata da:
Alma Rita Grandi

Relatore:
**Chiar.ma Prof.ssa Marcella
Brusa**

A.A. 2024-2025

Sommario

In questo elaborato viene analizzato l'atomo di idrogeno sotto diversi aspetti, con particolare attenzione al suo ruolo centrale in astrofisica. Si parte da una descrizione quantistica della struttura dell'atomo, affrontando le transizioni energetiche e le principali serie spettrali attraverso la formula di Rydberg. Vengono introdotti i coefficienti di Einstein per la trattazione dei processi radiativi, con un approfondimento sulla riga a 21 cm, una transizione proibita ma fondamentale per lo studio dell'idrogeno neutro nell'ambiente interstellare. L'idrogeno viene poi esaminato nelle sue diverse forme nell'ISM (neutro, ionizzato e molecolare) e nel contesto della nucleosintesi stellare, dove funge da combustibile primario nelle reazioni di fusione. Infine, si discute il caso peculiare della galassia JADEs-GS-z13-1, in cui l'osservazione della riga Lyman- α a un redshift di 13 pone interrogativi significativi sull'evoluzione dell'universo primordiale e sulla trasparenza del mezzo intergalattico in epoche così remote.

Indice

1	L'atomo di idrogeno	1
1.1	Trattazione quantistica dell'atomo di idrogeno	1
1.2	Formula di Rydberg e serie	2
1.3	Coefficienti di Einstein e approssimazione di dipolo	3
1.4	La riga proibita $\lambda=21$ cm	6
2	L'idrogeno in astrofisica	7
2.1	L'idrogeno neutro HI: curva di rotazione delle galassie a spirale e legge di Tully-Fisher	7
2.2	Nubi molecolari	9
2.3	Regioni HII	9
2.4	L'idrogeno all'interno delle stelle	11
2.5	Quando le righe spettrali diventano un mistero: il caso JADES-GS-z13-1	12
	Riferimenti bibliografici	15

1 L'atomo di idrogeno

1.1 Trattazione quantistica dell'atomo di idrogeno

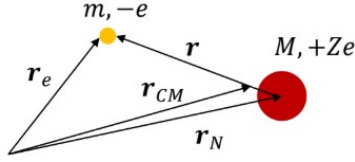


Figura 1: Schema dell'atomo di idrogeno. Fonte: Dispense del corso di Struttura della Materia [9].

L'atomo di idrogeno può essere schematizzato come in Figura 1. In questa configurazione, l'hamiltoniana del sistema è scritta come:

$$H = \frac{\mathbf{p}_e^2}{2m} + \frac{\mathbf{p}_N^2}{2M} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_N|} \quad (1)$$

Questa può essere scritta in funzione delle variabili $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_N$ e $\mathbf{r}_{CM}$ (la posizione del centro di massa). Considerando la massa ridotta $\mu = mM/(m + M)$ e il momento totale $\mathbf{P} = \mathbf{p}_e + \mathbf{p}_N$, si ottiene:

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2(m + M)} + \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2)$$

dove $\mathbf{p} = (M\mathbf{p}_e - m\mathbf{p}_N)/(m + M)$ è il momento relativo. Il primo termine corrisponde al moto del centro di massa come particella libera e può essere quindi ignorato. Concentrandosi solo sugli ultimi due termini si può passare all'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (3)$$

Conviene ora passare alle coordinate polari sferiche e cercare una soluzione nella forma $\psi(r, \vartheta, \phi) = R_{E,l}(r)Y_l^m(\vartheta, \phi)$, dove $Y_l^m(\vartheta, \phi)$ è l'armonica sferica corrispondente ai numeri quantici m e l . Ponendo $u_{E,l} = rR_{E,l}$ si ottiene:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right] u_{E,l} = Eu_{E,l} \quad (4)$$

In questo modo, il problema radiale si riconduce al moto unidimensionale di una particella di massa μ soggetta a un potenziale efficace, costituito dalla somma del termine coulombiano attrattivo e di una barriera centrifuga repulsiva, la quale tende a respingere l'elettrone con $l \neq 0$ lontano dal nucleo. Il potenziale è mostrato in Figura 2 ed è scritto come:

$$V_{eff}(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \quad (5)$$

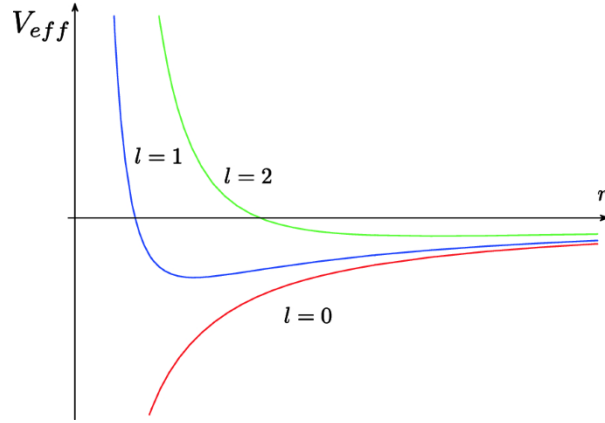


Figura 2: Potenziale efficace. Fonte: *Quantum Mechanics for Pedestrians 2* [8].

Mentre si ha uno spettro continuo per gli stati con $E > 0$, si ha uno spettro quantizzato per gli stati legati ($E < 0$) dato dagli autovalori dell'hamiltoniana:

$$E_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_\mu} \frac{Z^2}{2n^2} \quad \text{dove} \quad a_\mu = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} = a_0 \frac{m}{\mu}, \quad a_0 \text{ raggio di Bohr} \quad (6)$$

1.2 Formula di Rydberg e serie

La trattazione quantistica dell'atomo di idrogeno conferma quello che era già stato ricavato osservando le sue righe di assorbimento ed emissione. Era già stata dedotta, infatti, la formula empirica di Rydberg che fornisce le possibili frequenze a cui avviene l'assorbimento/emissione:

$$\nu = cR \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (7)$$

I valori n_1 e n_2 sono due interi positivi tali che $n_1 < n_2$ e R è detta costante di Rydberg, il cui valore sperimentale ricavato per l'idrogeno è $109677.581 \text{ cm}^{-1}$. È possibile scrivere la formula di Rydberg in termini di energia come:

$$E = hcR \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (8)$$

Confrontando l'espressione (6) con l'espressione (8), ponendo $Z = 1$ si ricava una scrittura per la costante di Rydberg:

$$R = \frac{\mu}{2hc} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \right)^2 \quad (9)$$

In questa espressione è da notare la dipendenza dalla massa ridotta μ . Il fatto che la costante di Rydberg aumenti con l'aumentare della massa ridotta indica che aumenta anche la frequenza a cui avviene l'assorbimento/emissione. Nel caso dell'idrogeno questo fenomeno è alla base di studi sull'assorbimento della luce da quasars lontani che hanno permesso di stimare il rapporto tra deuterio e idrogeno primordiale, un parametro fondamentale per comprendere la nucleosintesi primordiale e le caratteristiche iniziali dell'universo.

Lo spettro dell'idrogeno è suddiviso in serie sulla base del livello inferiore considerato (indicato nell'espressione (8) con n_1). In seguito è riportata una tabella con le principali serie [9]:

n_1	Nome	Simbolo	Regione spettrale	Intervallo (cm^{-1})	
				$n_2 = n_1 + 1$	$n_2 = \infty$
1	Lyman	Ly	ultravioletto	82257	109677
2	Balmer	H	visibile	15237	27427
3	Pachen	P	infrarosso	5532	12186
4	Brackett	Br	infrarosso	2468	6855
5	Pfund	Pf	infrarosso	1340	4387
6	Humphreys	Hu	infrarosso	808	3047

Le singole righe all'interno di una serie possono essere identificate con una lettera greca a seconda del valore di $\Delta n = n_2 - n_1$:

$$\Delta n = 1 \rightarrow \alpha; \Delta n = 2 \rightarrow \beta; \Delta n = 3 \rightarrow \gamma; \Delta n = 4 \rightarrow \delta; \Delta n = 5 \rightarrow \epsilon \quad (10)$$

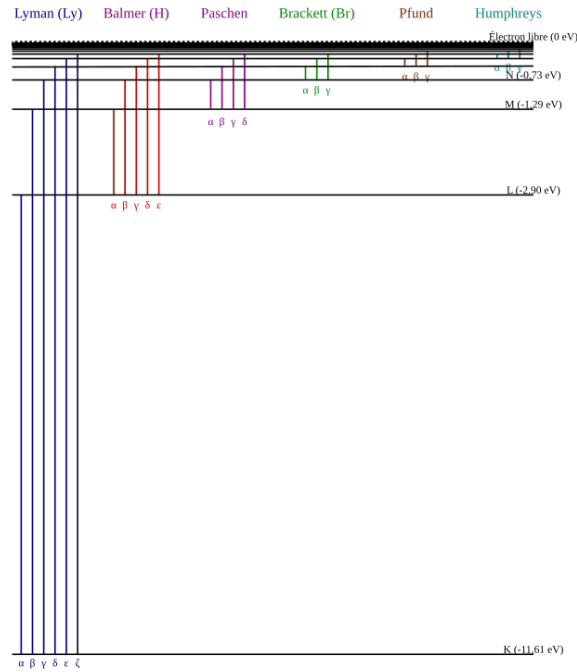


Figura 3: Schema selle principali serie. Fonte: Régis Lachaume tramite Wikipedia [5].

1.3 Coefficienti di Einstein e approssimazione di dipolo

Dati due livelli energetici a e b ($b > a$), le probabilità di avere un'interazione radiativa tra essi sono fornite dai coefficienti di Einstein a seconda del tipo di transizione considerata.

- **Emissione spontanea:** la probabilità di transizione è data dal coefficiente di Einstein A_{ba} [s^{-1}]. A_{ba} è una frequenza e il suo inverso fornisce il tempo di vita medio dello stato eccitato.
- **Assorbimento:** il solo coefficiente di Einstein non può fornire la probabilità per l'assorbimento e l'emissione stimolata in quanto questi fenomeni dipendono anche dalla radiazione incidente sull'atomo. La probabilità è espressa in questo caso da $B_{ab}\bar{J}$ [s^{-1}], dove $\bar{J}$ rappresenta la densità dei fotoni con frequenza ν_{ab} .

- **Emissione stimolata:** la probabilità, analogamente al caso dell'assorbimento, è fornita da $B_{ba}\bar{J} [s^{-1}]$.

Supponendo un sistema in cui si ha equilibrio tra emissione e assorbimento, le popolazioni dei livelli a e b seguono la distribuzione di Maxwell-Boltzmann e la radiazione quella di corpo nero. Possono, quindi, essere ricavate le seguenti relazioni tra i coefficienti di Einstein:

$$B_{ba} = A_{ba} \frac{c^3}{8\pi h \nu_{ab}^3}; \quad B_{ab} = \frac{g_b}{g_a} B_{ba} \quad (11)$$

Si consideri ora la formula di Larmor e il termine di dipolo elettrico:

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} a(t)^2; \quad \mathbf{d}_{ba} = e \mathbf{R}_{ba}(t) e^{-2\pi i t(E_m - E_n)/h} \quad (12)$$

Attraverso queste formule è possibile dimostrare la seguente scrittura [2] per il coefficiente di Einstein A che descrive l'emissione spontanea:

$$A_{ba} = \frac{64e^2\pi^4\nu_{ab}^3}{3hc^3} \mathbf{R}_{ba} \cdot \mathbf{R}_{ba} = \frac{64\pi^4\nu_{ab}^3}{3hc^3} |P_{ba}|^2 \quad (13)$$

P_{ba} esprime la probabilità della transizione da b a $a < b$. Il vettore $\mathbf{R}_{ba}$ può essere inserito in una matrice simmetrica in cui alcuni elementi possono essere nulli. Questo significa che si annulla il termine di dipolo e la transizione associata a quei livelli è detta proibita. Le transizioni di dipolo permesse sono quelle che soddisfano le seguenti regole di selezione: $\Delta n \neq 0$; $\Delta l = \pm 1$; $\Delta m = 0, \pm 1$; $\Delta m_s = 0$.

Per comprendere meglio l'approssimazione di dipolo, consideriamo un sistema formato da un atomo inserito in un campo di radiazione. Il campo di radiazione verrà considerato come un sistema classico, mentre la meccanica quantistica verrà applicata all'atomo¹. In assenza di spin, l'hamiltoniana di una particella carica in un campo EM si scrive:

$$H = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi = \frac{p^2}{2m} - \frac{q}{2m} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}) + \frac{q^2}{2m} A^2 + q\phi \quad (14)$$

A cui corrisponde l'equazione di Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{i\hbar q}{2m} (\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla) + \frac{q^2}{2m} A^2 + q\phi \right] \psi \quad (15)$$

Ora scegliamo il gauge di Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, $\phi = 0$) e consideriamo il sistema formato da un atomo idrogenoide inserito in un campo EM. Il termine coulombiano che rappresenta l'interazione elettrone-nucleo va incluso come energia potenziale, viene considerata infinita la massa nucleare e viene trascurata l'interazione tra la radiazione e il nucleo. Si ottiene:

$$H = \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}}_{H_0} \underbrace{-\frac{i\hbar e}{m} \mathbf{A} \cdot \nabla + \frac{e^2}{2m} A^2}_{H'} \quad (16)$$

Si considera il caso di campo debole dove il termine quadratico nel potenziale vettore è trascurabile. Si ottiene così:

$$H' = -\frac{i\hbar e}{m} \mathbf{A} \cdot \nabla \quad (17)$$

¹Questo è giustificato quando il numero dei fotoni è abbastanza alto da poter essere considerato come una variabile continua [9]

La perturbazione H' è di tipo armonico e va quindi applicata la teoria perturbativa dipendente dal tempo. Si scrive lo stato iniziale come combinazione lineare degli autostati $|m\rangle$ dell'hamiltoniana imperturbata e si suppone la seguente scrittura per lo stato a un istante t generico:

$$|\alpha, t=0\rangle = \sum_m c_m^{(0)} |m\rangle ; |\alpha, t\rangle = \sum_m c_m(t) \exp\left(-\frac{iE_m t}{\hbar}\right) |m\rangle \quad (18)$$

Inserendo nell'equazione di Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\alpha, t\rangle = (H_0 + H') |\alpha, t\rangle \quad (19)$$

$$\sum_m (i\hbar \dot{c}_m + c_m E_m) \exp\left(-\frac{iE_m t}{\hbar}\right) |m\rangle = \sum_m c_m (E_m |m\rangle + H' |m\rangle) \exp\left(-\frac{iE_m t}{\hbar}\right) \quad (20)$$

Facendo il prodotto scalare con un generico bra $\langle n|$ ($\langle n|m\rangle = \delta_{nm}$):

$$i\hbar \dot{c}_n = \sum_m c_m \langle n|H'|m\rangle \exp\left(i\frac{E_n - E_m}{\hbar}t\right) = \sum_m c_m H'_{nm} \exp(i\omega_{nm}t) \quad (21)$$

Questo è un sistema che accoppia i coefficienti $c_m(t)$ e l'approccio perturbativo consiste nell'espanderli in ampiezze di ordine 0, 1, 2,... nella perturbazione H' :

$$c_n(t) = c_n^{(0)} + c_n^{(1)}(t) + c_n^{(2)}(t) + \dots \quad (22)$$

Se lo stato iniziale è un autostato dell'hamiltoniana imperturbata si ha:

$$|\alpha, t=0\rangle = |i\rangle \rightarrow H_0 |i\rangle = E_i |i\rangle \quad (23)$$

$$\Rightarrow c_m^{(0)} = \delta_{mi} \quad (24)$$

Tenendo solo i termini del primo ordine si ottiene:

$$i\hbar \dot{c}_n^{(1)} = \sum_m c_m^{(0)} H'_{nm} \exp(i\omega_{nm}t) = H'_{ni} \exp(i\omega_{ni}t) \quad (25)$$

$$\Rightarrow c_n^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t \exp(i\omega_{ni}t') H'_{ni}(t') dt' \quad (26)$$

La probabilità di trovare il sistema nello stato $|n\rangle \neq |i\rangle$ è:

$$P(i \rightarrow n) = |c_n^{(1)}(t) + c_n^{(2)}(t) + \dots|^2 \quad (27)$$

Si consideri ora una radiazione monocromatica:

$$H' = -i\hbar \frac{e}{e} \mathbf{A} \cdot \nabla = -i\hbar \frac{eA_0}{2m} [\hat{\epsilon} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) + \hat{\epsilon}^* \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i\omega t)] \cdot \nabla \quad (28)$$

dove ϵ è il versore di polarizzazione. Inserendo nell'integrale si ottiene:

$$c_n^{(1)}(t) = \frac{eA_0}{2m} \left[\frac{1 - e^{i(\omega_{ni} - \omega)t}}{i(\omega_{ni} - \omega)} \langle n|e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \hat{\epsilon} \cdot \nabla |i\rangle + \frac{1 - e^{i(\omega_{ni} + \omega)t}}{i(\omega_{ni} + \omega)} \langle n|e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \hat{\epsilon}^* \cdot \nabla |i\rangle \right] \quad (29)$$

Si denotano gli elementi di matrice:

- $\langle n | e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \nabla | i \rangle \equiv M_{ni}$, rappresenta l'assorbimento
- $\langle n | e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \cdot \nabla | i \rangle \equiv \widetilde{M}_{ni}$, rappresenta l'emissione stimolata

Si ha quindi che la probabilità di assorbimento per unità di tempo è $W_{ni} \propto |M_{ni}|^2 \delta(\omega - \omega_{ni})$ e quella per l'emissione stimolata è $\widetilde{W}_{ni} \propto |\widetilde{M}_{ni}|^2 \delta(\omega + \omega_{ni})$. L'approssimazione di dipolo consiste nel troncamento dell'espansione dell'esponenziale all'interno della matrice M all'ordine 0 ($\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \approx 1$), perciò:

$$M_{ni} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \langle n | \nabla | i \rangle = \frac{i}{\hbar} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \langle n | \mathbf{p} | i \rangle \quad (30)$$

Sfruttando la relazione di commutazione $\mathbf{p} = \frac{m}{i\hbar} [\mathbf{r}, H_0]$ si ottiene:

$$M_{ni} = \frac{m}{\hbar^2} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \langle n | \mathbf{r} H_0 - H_0 \mathbf{r} | i \rangle = \frac{m(E_i - E_n)}{\hbar^2} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \langle n | \mathbf{r} | i \rangle = -\frac{m\omega_{ni}}{\hbar} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \langle n | \mathbf{r} | i \rangle = \frac{m\omega_{ni}}{e\hbar} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \mathbf{D}_{ni} \quad (31)$$

dove $\mathbf{D}_{ni} = -e \langle n | \mathbf{r} | i \rangle$ è l'operatore dipolo elettrico. Se $\mathbf{D}_{ni}$ è non nullo la transizione è detta permessa in approssimazione di dipolo. Quando una transizione è proibita è possibile che altri elementi della serie diano elementi di matrice non nulli. Le transizioni possono quindi avvenire, ma con una probabilità più bassa rispetto a quelle permesse in approssimazione di dipolo. Il secondo termine dello sviluppo in serie di M_{ni} dà origine a transizioni di quadrupolo elettrico e dipolo magnetico.

1.4 La riga proibita $\lambda=21$ cm

L'atomo di idrogeno neutro presenta il livello fondamentale ($n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, $m_s = 1/2$, $J = L + S = 1/2$) "splittato" in due sottolivelli a seconda dello spin dell'elettrone e del protone. Il momento angolare dell'elettrone J può essere combinato con quello del protone I andando a formare il momento angolare totale $F = J + I$ che può essere $+1$ in caso di spin parallelo e 0 in caso di spin antiparallelo. I pesi statistici sono dati da $g = 2F + 1$ quindi il livello superiore presenta degenerazione. La differenza energetica tra questi due livelli è pari a:

$$h\nu = 5.9 \cdot 10^{-6} \text{ eV} \rightarrow \nu = 1420 \text{ MHz} \leftrightarrow \lambda = 21 \text{ cm} \quad (32)$$

La frequenza emessa si trova nelle onde radio ed è, quindi, di facile rilevazione dato che è in grado di attraversare le polveri interstellari. Questa transizione *spin-flip* è caratterizzata da un coefficiente di Einstein per l'emissione spontanea pari a $A_{21} = 2.9 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}$, da cui si ha un tempo di vita medio del livello eccitato pari a $t = 10^7 \text{ yr}$, ed è quindi altamente proibita. Viene favorita dalla collisione con altri atomi di idrogeno neutro o molecolare: il tempo di vita medio nel caso di decadimento collisionale, considerata la densità media all'interno dell'ISM, si abbassa a $t = 3000 \text{ yr}$ [2] rendendo la riga osservabile in tempi astronomicamente ragionevoli. Rimane altamente improbabile osservare questa transizione spontaneamente in condizioni di laboratorio ma viene regolarmente rilevata nelle zone dell'universo in cui è presente idrogeno neutro.

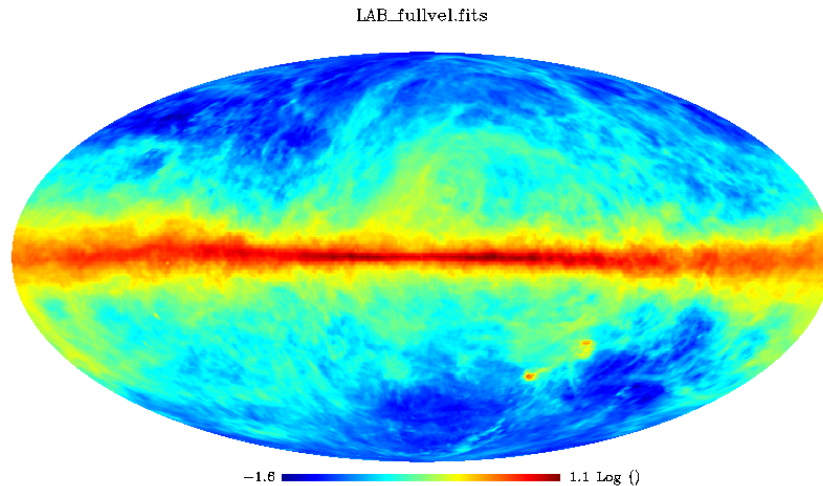


Figura 4: Emissione 21 cm nel disco galattico. Fonte: NASA/IPAC [7]

2 L'idrogeno in astrofisica

L'idrogeno è l'elemento più abbondante dell'universo, costituendone circa il 75% della massa, e rappresenta quindi un elemento fondamentale per la comprensione della struttura e dell'evoluzione cosmica. È presente in tutte le fasi del mezzo interstellare (ISM) e si manifesta sotto diverse forme:

- Idrogeno neutro HI: localizzato nelle zone più fredde (*Warm Neutral Medium* o WNM e *Cold Neutral Medium* o CNM).
- Idrogeno molecolare H₂: localizzato solo all'interno del CNM.
- Idrogeno ionizzato HII: localizzato nelle zone più calde (*Warm Ionized Medium* o WIM e *Hot Ionized Medium* o HIM).

L'idrogeno è anche l'elemento principale negli interni delle stelle di *main sequence* ed è alla base di tutti i processi di nucleosintesi che vi avvengono.

2.1 L'idrogeno neutro HI: curva di rotazione delle galassie a spirale e legge di Tully-Fisher

Il mezzo interstellare (ISM) è completamente trasparente alla radiazione elettromagnetica emessa alla lunghezza d'onda di 21 cm, corrispondente alla transizione iperfine dell'idrogeno neutro (HI). Questa proprietà rende la riga a 21 cm uno strumento estremamente prezioso per l'astronomia radio: grazie ad essa, è stato possibile mappare con grande dettaglio la distribuzione dell'idrogeno neutro all'interno della Via Lattea e di altre galassie. Analizzando gli *shift* della frequenza della riga a 21 cm causati dall'effetto Doppler, si può determinare la velocità radiale del gas in diverse regioni galattiche. Queste misurazioni hanno permesso di ricostruire la curva di rotazione delle galassie a spirale, cioè il profilo della velocità orbitale del gas e delle stelle in funzione della distanza dal centro galattico.

Dal punto di vista teorico, la curva di rotazione è ottenuta considerando le seguenti equazioni [1]:

$$\frac{v_c^2(R)}{R} = \frac{GM(R)}{R^2} \quad \text{con} \quad M(R) = 4\pi \int_0^R r^2 \rho(r) dr \quad (33)$$

Si assume che la densità ρ abbia un andamento del tipo:

$$\rho(r) = \frac{A}{r^\alpha} \quad \text{con} \quad 0 \leq \alpha \leq 3 \quad (34)$$

$$\Rightarrow M(R) = \frac{4\pi A}{3-\alpha} R^{3-\alpha} \quad (35)$$

$$\Rightarrow v_c(R) \propto R^{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (36)$$

Si distinguono, quindi, tre regioni:

- Quando $\alpha = 0$ si ha una curva di rotazione armonica e il corpo ruota come un disco rigido.
- Quando $\alpha = 2$ si ha la curva piatta.
- Quando $\alpha = 3$ si ha la curva di rotazione kepleriana, comportamento che ci si aspetta a grandi distanze dal centro galattico.

Le curve osservate, però, mostrano un comportamento sorprendente: invece di decrescere con la distanza come previsto dalle leggi della dinamica newtoniana applicate alla sola materia visibile, esse tendono a rimanere piatte anche nelle regioni più periferiche. Questo risultato è incompatibile con la distribuzione di massa osservabile direttamente, e ha portato all'ipotesi dell'esistenza della materia oscura: una componente non luminosa, invisibile agli strumenti tradizionali, ma dotata di massa e quindi capace di influenzare gravitazionalmente il moto del gas e delle stelle.

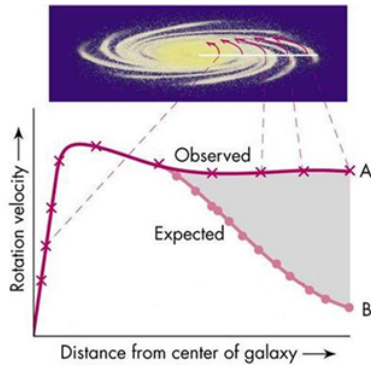


Figura 5: Confronto tra la curva di rotazione teorica e quella osservata. Fonte: Gruppo Astrofili di Schio [11]

apparente di una galassia, è possibile stimare la sua distanza tramite il confronto con la luminosità assoluta dedotta dalla legge:

Dallo studio delle curve di rotazione è stata anche ricavata una relazione empirica nota come legge di Tully-Fisher, che lega la luminosità bolometrica di una galassia a spirale alla velocità massima della sua curva di rotazione:

$$L_{disco} \propto v_{HI}^4 \quad (37)$$

Sebbene presenti un'incertezza tipica dell'ordine del 40%, questa legge costituisce un importante strumento di misura delle distanze extragalattiche: infatti, conoscendo la velocità di rotazione (misurabile tramite l'effetto Doppler) e la luminosità

$$l = \frac{L}{4\pi d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{L}{4\pi l}} \quad (38)$$

2.2 Nubi molecolari



Figura 6: Il loop di Barnard, una nube nella costellazione di Orione. Fonte: Philipp Salzgeber [10]

L'idrogeno molecolare si forma all'interno di nubi dense e fredde, dove le condizioni fisiche ($T \leq 10\text{ K}$, $n \approx 10^2 - 10^3\text{ cm}^{-3}$) ne favoriscono la formazione e la sopravvivenza. Queste regioni, note come nubi molecolari, costituiscono una piccola frazione del volume totale del mezzo interstellare (circa l'1%), ma rivestono un ruolo cruciale nell'evoluzione galattica, poiché rappresentano le aree in cui avviene la formazione delle stelle. L' H_2 , pur essendo la molecola più abbondante in queste nubi, è estremamente difficile da rilevare direttamente: non possedendo un momento di dipolo elettrico permanente, non emette efficientemente nelle transizioni rotovibrazionali, e quelle che avvengono cadono in regioni dello spettro spesso difficili da osservare. Per questo motivo, gli astronomi tracciano indirettamente la presenza dell'idrogeno molecolare osservando l'emissione di un'altra

molecola, il monossido di carbonio (CO), che è la seconda specie molecolare più abbondante nelle nubi. Anche se presente con un rapporto di circa 1 a 10000 rispetto a H_2 , il CO emette intensamente in diverse righe della banda radio e del millimetrico, rendendolo un tracciante ideale. Il motivo per cui il CO è efficace come indicatore della presenza di H_2 è legato alla loro interazione: l'idrogeno molecolare è il principale partner collisionale del CO, il che assicura che l'emissione del monossido di carbonio sia strettamente legata alla presenza di H_2 . Le nubi molecolari si distribuiscono preferenzialmente lungo i bracci delle galassie a spirale e rappresentano i principali siti di formazione stellare. Quando la massa di una nube supera il valore critico noto come massa di Jeans, la pressione interna non è più sufficiente a contrastare l'attrazione gravitazionale. Questo porta al collasso della nube e all'innesco di processi che condurranno alla nascita di nuove stelle, alimentando così il ciclo di vita del mezzo interstellare e l'evoluzione galattica.

2.3 Regioni HII

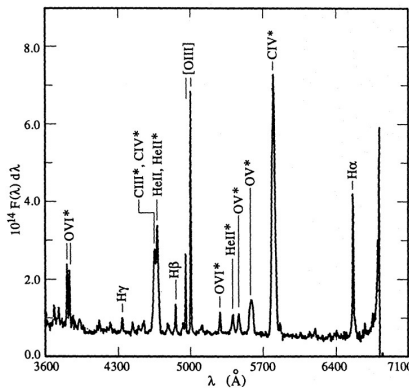
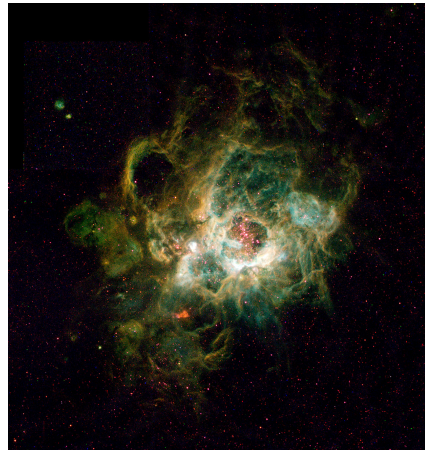


Figura 7: Spettro della regione HII NGC 1501. Fonte: *Narrow emission line O VI planetary nebulae nuclei* [12]

Con il termine regioni HII si indicano zone del mezzo interstellare in cui l'idrogeno è fortemente ionizzato a causa della radiazione ultravioletta emessa da giovani stelle massicce e calde, tipicamente di tipo spettrale O o B. Queste regioni si trovano principalmente nei bracci delle galassie a spirale, in corrispondenza dei siti di formazione stellare attiva. La loro presenza è fondamentale per determinare parametri chiave delle galassie, come la distanza, la composizione chimica e il tasso di formazione stellare. All'interno di una regione HII possono essere presenti migliaia di stelle, le quali costituiscono la sorgente della radiazione ionizzante. Le temperature in queste

zone possono superare i 10000 K , ma in alcune regioni particolarmente energetiche si possono raggiungere anche i 10^7 K , rendendole capaci di emettere anche nella banda dei raggi X. L'emissione di radiazione elettromagnetica avviene prevalentemente tramite *bremsstrahlung*, che produce uno spettro continuo, accompagnato da linee di emissione caratteristiche. Tra le righe di emissione più evidenti si distingue la riga $H\alpha$ dell'idrogeno, a una lunghezza d'onda di 656.3 nm , che risulta circa tre volte più intensa della riga $H\beta$. Questa dominanza conferisce alle regioni HII il loro tipico colore rossastro, ben visibile nelle osservazioni astronomiche (come mostrato, ad esempio, in Figura 7). Oltre alle righe dell'idrogeno, si osservano anche righe di emissione proibite da elementi ionizzati, come [OII], [OIII] e [NII], le quali forniscono preziose informazioni sulla composizione chimica e sulle condizioni fisiche del gas. Le righe della serie di Lyman non sono osservabili da terra a causa dell'opacità dell'atmosfera terrestre alla radiazione UV, rendendo necessario l'uso di telescopi spaziali per il loro studio. Durante il processo di ricombinazione, quando un protone si riunisce con un elettrone libero, è più probabile che l'atomo si formi in uno stato eccitato piuttosto che direttamente nel livello fondamentale. Da qui deriva l'emissione di più fotoni di bassa energia per ogni fotone UV iniziale che aveva causato la ionizzazione. Questa cascata di emissioni fa sì che l'energia originale venga redistribuita tra vari fotoni secondari, la maggior parte dei quali non possiede sufficiente energia per provocare ulteriori ionizzazioni. Questo meccanismo gioca un ruolo importante nell'equilibrio energetico e radiativo delle regioni HII. [3].



(a) Dettaglio della Nebulosa Tarantola (Grande Nube di Magellano). Fonte: NASA/ESA [6]
 (b) NGC 604 (Galassia del Triangolo). Fonte: Hui Yang e NASA/ESA [16]

Figura 8: Immagini di due regioni HII

2.4 L'idrogeno all'interno delle stelle

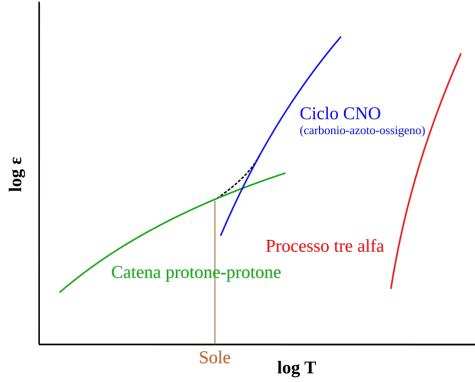


Figura 9: Sezioni d'urto dei processi di nucleosintesi al variare della temperatura. Fonte: Wikipedia [14]

L'idrogeno riveste un ruolo fondamentale nella nucleosintesi stellare, costituendo il combustibile primario delle stelle durante la fase principale della loro evoluzione. Essendo l'elemento più semplice e abbondante dell'universo, l'idrogeno fornisce la materia prima per le reazioni di fusione nucleare che avvengono nel nucleo stellare. Attraverso processi come la catena protone-protone e il ciclo CNO, i nuclei di idrogeno si fondono per formare elio, liberando al contempo enormi quantità di energia che sostengono la stella contro il collasso gravitazionale e alimentano la sua luminosità. Questo processo non solo determina la struttura e la durata della vita

delle stelle, ma rappresenta anche il primo passo nella formazione degli elementi più pesanti nell'universo. Tutti i processi di combustione dell'idrogeno consistono nella trasformazione di quattro atomi di idrogeno in uno di elio attraverso varie combinazioni di reazioni termonucleari.



- **Catena protone-protone:** è la sorgente principale di energia per le stelle di *main sequence*, come il Sole. Si suddivide in tre rami che entrano in regime a diverse temperature. Il ramo PPI è a regime a $10^7 K$ e produce un'energia pari a $\Delta E = 26.2 MeV$, la reazione limitante è il decadimento β^+ per la produzione del deuterio che ha un tempo di reazione medio di $1.4 \cdot 10^9 yr$. Il ramo PPII è a regime a $1.4 \cdot 10^7 K$ e produce un'energia pari a $\Delta E = 25.67 MeV$. Oltre al decadimento β^+ per il deuterio anche la reazione tra He^3 e He^4 è limitante con un tempo dell'ordine dei $10^6 yr$. Il ramo PPIII è a regime a $2.3 \cdot 10^7 K$ e produce un'energia pari a $\Delta E = 19.3 MeV$. Le reazioni limitanti sono le stesse del ramo PPII ma la produzione di energia è sensibilmente diversa a causa del rilascio di un neutrino altamente energetico nella reazione di decadimento $\beta^+ B^8 \rightarrow Be^8 + e^+ + \nu$.
- **Ciclo CNO:** gli step intermedi nella produzione dell'elio nel ciclo CNO prevedono la creazione di atomi di carbonio, azoto e ossigeno che devono quindi già essere presenti all'interno del gas stellare per la sua attivazione. Il ciclo può essere diviso in due cicli (primario e secondario) a regime a diverse temperature. Il ciclo primario è a regime a $1.7 \cdot 10^7 K$ e produce un'energia pari a $\Delta E = 24.9 MeV$. La reazione limitante è $N^{14} + H^1 \rightarrow O^{15}$ con un tempo di reazione di $3.2 \cdot 10^8 yr$ dato che N^{14} è molto stabile mentre O^{15} è instabile. Questo porta a un momentaneo accumulo di N^{14} nell'interno stellare. Variazioni di abbondanze chimiche di questo tipo sono dei traccianti di cicli CNO passati. Il ciclo secondario è a regime a $2 \cdot 10^7 K$ e produce un'energia pari a $\Delta E = 24.9 MeV$. Anche in questo caso la reazione limitante è $N^{14} + H^1 \rightarrow O^{15}$.
- **Cicli successivi:** con l'aumentare della temperatura è possibile l'attivazione di altri cicli come quello $Ne - Na$ a $4 \cdot 10^7 K$ e quello $Mg - Al$ a $7 \cdot 10^7 K$. Tutti

questi cicli consistono nella creazione di un atomo di elio a partire da quattro atomi di idrogeno con una produzione di energia attorno ai 25 MeV . Tutti i cicli sono limitati da una cattura protonica che cerca di trasformare un elemento stabile in uno instabile che causano variazioni di abbondanze chimiche che, se osservate nel gas interstellare, permettono di identificare se il gas proviene da un nucleo di una stella e a che temperatura fosse.

In Figura 9 è possibile visualizzare l'andamento delle sezioni d'urto dei processi sopra elencati in funzione della temperatura, mentre in seguito sono riportati gli schemi delle reazioni che avvengono nella catena protone-protone e nel ciclo CNO.

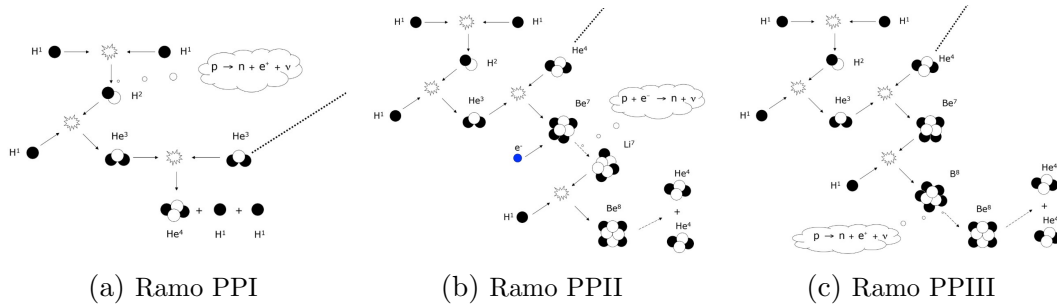


Figura 10: Catena protone-protone. Fonte: Dispense del corso di Astrofisica stellare [4]

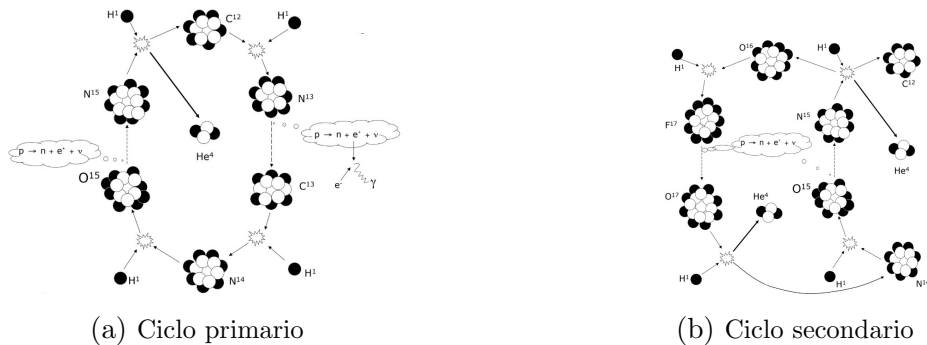


Figura 11: Ciclo CNO. Fonte: Dispense del corso di Astrofisica stellare [4]

2.5 Quando le righe spettrali diventano un mistero: il caso JADES-GS-z13-1

Nel contesto della cosmologia del Big Bang, la reionizzazione rappresenta la fase in cui l'idrogeno neutro, che riempiva l'universo nei suoi primi milioni di anni, viene progressivamente ionizzato rendendo lo spazio trasparente alla luce. Solo dopo questo evento la radiazione ha potuto viaggiare liberamente nello spazio, rendendo possibile l'osservazione diretta delle prime strutture celesti. La reionizzazione si è verificata approssimativamente tra 150 milioni e 1 miliardo di anni dopo il Big Bang, corrispondenti a un redshift compreso tra 6 e 20. Grazie all'eccezionale sensibilità del James Webb Space Telescope nell'intervallo infrarosso, gli astronomi hanno oggi la possibilità di osservare galassie estremamente lontane, risalenti alle prime fasi dell'universo. Un gruppo internazionale di ricercatori ha recentemente individuato un'emissione molto marcata dell'idrogeno proveniente da una galassia formatasi sorprendentemente poco tempo dopo il Big Bang.



Figura 12: La galassia JADES-GS-z13-1 (il punto rosso centrale), osservata tramite lo strumento NRICam (*Near-Infrared Camera*) del James Webb Telescope. Fonte: NASA [13]

Utilizzando osservazioni condotte attraverso più filtri infrarossi, il team ha confermato che il redshift della galassia sia effettivamente 13 (misure precedenti avevano fornito un valore di 12.9 [13]). Questo corrisponde a una luce emessa circa 330 milioni di anni dopo l'origine dell'universo. Ma ciò che più ha colpito i ricercatori è stata la presenza evidente di un'emissione luminosa alla lunghezza d'onda corrispondente alla riga Lyman- α dell'idrogeno, la cui intensità è ben superiore a quanto previsto per un'epoca così antica. In teoria, una simile emissione dovrebbe essere visibile solo dopo la fine della fase di reionizzazione. Tuttavia, la rilevazione della riga Ly α nella galassia JADES-GS-z13-1 mette in discussione questa idea, suggerendo che

alcuni processi astrofisici precoci siano stati in grado di ionizzare l'idrogeno su scale molto più ampie e rapide di quanto ipotizzato. L'origine precisa di questa emissione rimane incerta, ma una possibile spiegazione è che essa provenga dalla luce emessa dalle primissime generazioni di stelle, forse molto più massicce, calde e brillanti rispetto a quelle formatesi in tempi successivi. Un'altra ipotesi avanzata dagli scienziati è la presenza di un nucleo galattico attivo particolarmente potente, alimentato da uno dei primissimi buchi neri supermassicci. Entrambe le possibilità aprono nuove strade per comprendere i meccanismi che hanno guidato la formazione delle prime strutture cosmiche.

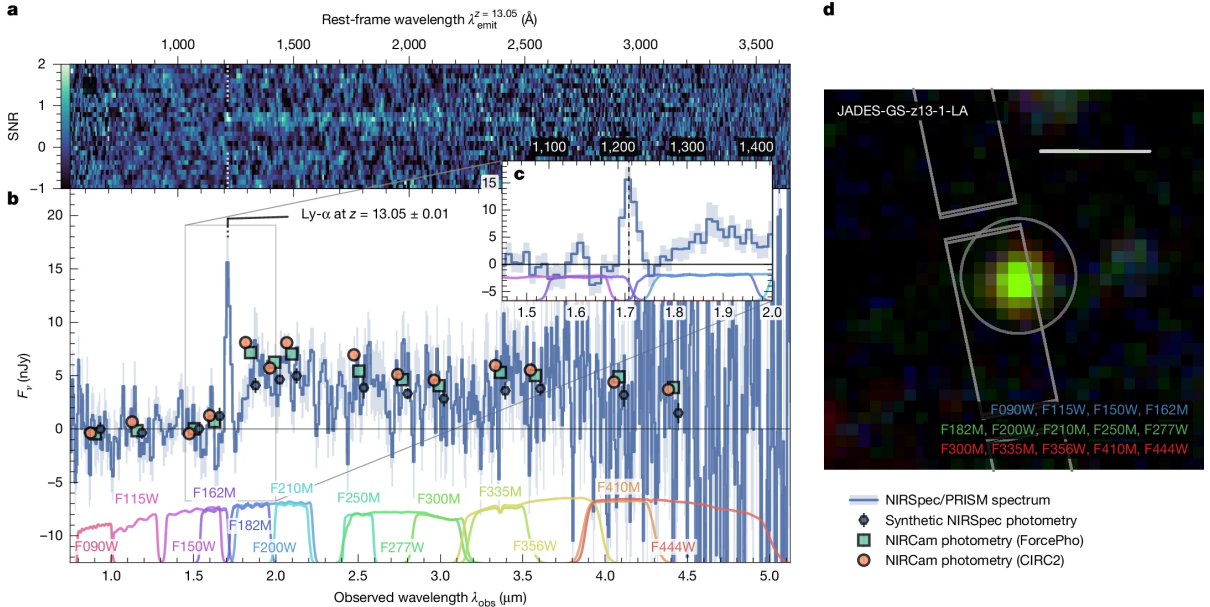


Figura 13: Spettro della galassia JADES-GS-z13-1; è evidenziata l'emissione Ly α . Fonte: *Witnessing the onset of reionization through Lyman- α emission at redshift 13* [15].

Come si vede in Figura 13, nello spettro è evidente una forte emissione osservata a $\lambda_{obs} = 1.7084 \pm 0.0014 \mu m$ che, tenendo conto del valore di redshift $z = 13$, corrisponde a

una lunghezza d'onda emessa pari a $\lambda_{em} = 122.0 \pm 0.1 \text{ nm}$. La riga è quindi l'emissione Lyman- α , che avviene a 121.6 nm . In seguito sono invece riportate le schematizzazioni delle due possibili spiegazioni fornite dal team di ricercatori (Figura 14). L'ipotesi **a** prevede un cono di ionizzazione perpendicolare al piano del disco che permette all'emissione Ly α di uscire e raggiungere l'osservatore. In questa configurazione la fonte di radiazione Ly α può essere sia un AGN che un *nuclear starburst*. L'ipotesi **b**, invece, nel caso in cui il gas neutro dell'ISM non sia uniformemente distribuito, prevede che la radiazione Ly α possa uscire grazie a un processo di scattering risonante mentre la sua fonte centrale rimane oscurata dal gas HI.

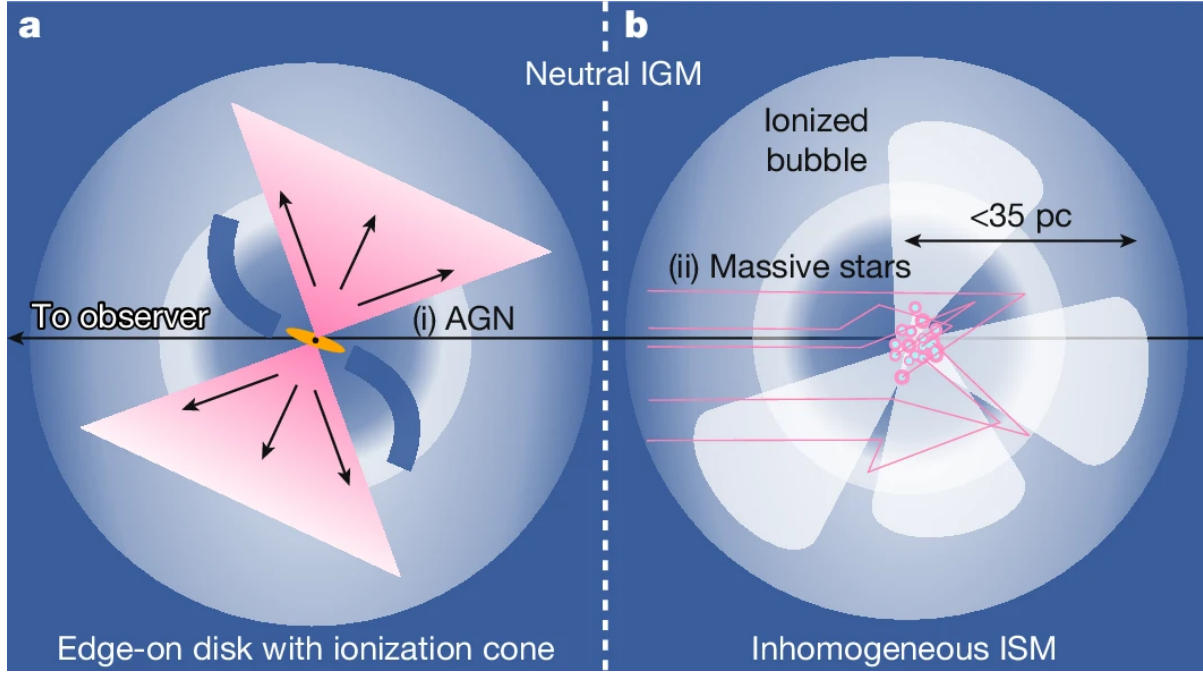


Figura 14: Schema dell'emissione di JADES-GS-z13-1. L'emissione Ly α è indicata in rosa, mentre il gas HI è indicato in blu. Fonte: *Witnessing the onset of reionization through Lyman- α emission at redshift 13* [15].

Riferimenti bibliografici

- [1] L. Ciotti. *Appunti personali presi a lezione: Astrofisica extragalattica*. 2025.
- [2] D. Dallacasa. *Slides del corso: Processi di Radiazione e MHD*. 2024. (Disponibili sulla piattaforma Virutale).
- [3] C. Fanti e R. Fanti. *Una finestra sull'Universo "Invisibile". Lezioni di radioastronomia di Carla & Roberto Fanti*. 2012. URL: <http://www.ira.inaf.it/Library/e-books/Fanti&Fanti-Papers.pdf>. (Disponibile sul sito INAF).
- [4] F. R. Ferraro. *Slides del corso: Astrofisica stellare*. 2024. (Disponibili sulla piattaforma Virutale).
- [5] Régis Lachaume. *Spectral lines of the hydrogen atom*. URL: https://it.wikipedia.org/wiki/File:Spectral_lines_of_the_hydrogen_atom.svg. (ultimo accesso: 13/06/2025).
- [6] The Hubble Heritage Team (AURA / STScI / NASA). URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tarantula_nebula_detail.jpg. (ultimo accesso: 13/06/2025).
- [7] NASA/IPAC. URL: https://irsa.ipac.caltech.edu/data/Planck/release_2/external-data/external_maps.html. (ultimo accesso: 13/06/2025).
- [8] J. Pade. "Quantum Mechanics for Pedestrians 2. Applications and Extensions". In: Undergraduate Lecture Notes in Physics. Springer Cham, 2018. Cap. The Hydrogen Atom, pp. 43–54. ISBN: 978-3-030-00466-8. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-00467-5>.
- [9] L. Pasquini. *Slides del corso: Struttura della materia*. 2025. (Disponibili sulla piattaforma Virutale).
- [10] P. Salzgeber. URL: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nebula-Barnard%27s-Loop.jpeg>. (ultimo accesso: 13/06/2025).
- [11] Gruppo Astrofili di Schio. *La materia oscura e la curva di rotazione delle galassie*. URL: <https://astroschio.it/2019/10/18/la-materia-oscura-e-la-curva-di-rotazione-delle-galassie/>. (ultimo accesso: 13/06/2025).
- [12] L. Stanghellini, J.B. Kaler e R.A. Shaw. "Narrow emission line OVI planetary nebulae nuclei". In: *Astronomy & Astrophysics* 291 (1994), pp. 604–612. URL: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1994A%26A...291..604S>.
- [13] NASA Webb Mission Team. *NASA's Webb Sees Galaxy Mysteriously Clearing Fog of Early Universe*. URL: <https://science.nasa.gov/missions/webb/nasas-webb-sees-galaxy-mysteriously-clearing-fog-of-early-universe/>. (ultimo accesso: 13/06/2025).
- [14] Wikipedia. *Catena protone-protone*. URL: https://it.wikipedia.org/wiki/Catena_protone-protone. (ultimo accesso: 13/06/2025).
- [15] J. Witstok et al. "Witnessing the onset of reionization through Lyman- α emission at redshift 13". In: *Nature* 639 (2025), pp. 897–901. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-025-08779-5>.
- [16] H. Yang (University of Illinois) e NASA/ESA. URL: <https://esahubble.org/images/opo9627c/>. (ultimo accesso: 13/06/2025).