



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

Corso di Laurea in
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

**Messa a punto di un sistema per analisi PIV
del flusso generato da eliche**

Tesi di Laurea in:
ING-IND/05 Aerodinamica degli Aeromobili

Relatore:
Gabriele Bellani

Presentata da:
Gabriele Borghini

Sessione di Febbraio 2025
Anno Accademico 2023/2024

*“Una volta che abbiate conosciuto il volo,
camminerete sulla terra guardando il cielo,
perché là siete stati e là desidererete tornare.”*

Leonardo Da Vinci

Sommario

Negli ultimi anni, l'impiego di droni e piccoli velivoli a pilotaggio remoto ha visto una crescita esponenziale in ambiti che spaziano dalla ricerca scientifica all'industria, passando per l'agricoltura e la sicurezza. L'efficienza aerodinamica del loro sistema propulsivo, costituito da eliche, rappresenta un elemento chiave per ottimizzare il consumo energetico e le prestazioni di volo. Studiare il flusso generato dalle eliche durante la condizione di hovering è quindi essenziale per migliorare il design e l'efficienza di questi sistemi.

Questa tesi si propone di ottimizzare un sistema per l'analisi del flusso generato in tale condizione, utilizzando la tecnica di Particle Image Velocimetry (PIV), una metodologia non intrusiva che consente di misurare con elevata precisione il campo di velocità del flusso.

Dopo una revisione dei fondamenti teorici relativi all'aerodinamica dei rotori e alla tecnica PIV, la ricerca ha previsto la caratterizzazione sperimentale di un'elica, attraverso misurazioni di spinta, coppia e velocità angolare, al fine di stimare i coefficienti di correzione aerodinamica k e C_{d_0} .

Successivamente, è stato messo a punto un setup sperimentale per l'acquisizione e l'analisi del campo di velocità relativo al flusso generato dall'elica, tramite la tecnica PIV, al fine di ricavare la spinta a partire dall'analisi della quantità di moto contenuta all'interno della scia. I risultati ottenuti hanno evidenziato una buona coerenza delle metodologie applicate, con alcune discrepanze dovute a effetti turbolenti e limitazioni sperimentali.

Il lavoro costituisce una base per futuri sviluppi, tra cui l'ottimizzazione del setup sperimentale, l'implementazione di tecniche stereoscopiche PIV e lo studio di configurazioni di eliche in condizioni operative più complesse.

Indice

| | |
|--|-----------|
| Nomenclatura | 4 |
| 1 Introduzione | 7 |
| 2 Fondamenti teorici | 10 |
| 2.1 Elica in condizione di hovering | 10 |
| 2.1.1 Equazioni di conservazione | 11 |
| 2.1.2 Applicazione ad un'elica in hover | 14 |
| 2.2 Tecnica di analisi PIV | 18 |
| 3 Metodologia | 24 |
| 3.1 Caratterizzazione dell'elica | 24 |
| 3.2 Analisi PIV | 30 |
| 3.2.1 Setup | 30 |
| 3.2.2 Analisi delle immagini | 33 |
| 4 Risultati | 41 |
| 4.1 Acquisizione e composizione delle immagini | 41 |
| 4.2 Calcolo della spinta | 49 |
| 4.3 Osservazioni finali | 51 |
| 5 Conclusioni e sviluppi futuri | 54 |
| 5.1 Sviluppi futuri | 55 |

Acronimi

| | |
|-----------|-------------------------------|
| cc | coefficiente di correlazione |
| FOV..... | Field of View |
| IA..... | Interrogation Area |
| PIV | Particle Image Velocimetry |
| sUAV..... | Small Unmanned Aerial Vehicle |

Elenco delle figure

Fondamenti teorici

| | | |
|----------|--|----|
| Fig. 2.1 | Campo di velocità generato da un elica in condizione di hover. | 11 |
| Fig. 2.2 | Schema del flusso attraverso il volume di controllo. | 12 |
| Fig. 2.3 | Schema di funzionamento PIV. | 19 |
| Fig. 2.4 | Funzione di correlazione incrociata R. | 21 |
| Fig. 2.5 | Riproduzione 3D del setup sperimentale utilizzato. | 23 |

Metodologia

Caratterizzazione dell'elica

| | | |
|----------|--|----|
| Fig. 3.1 | Elica HobbyKing 1555. | 25 |
| Fig. 3.2 | Convergenza della media e della deviazione standard per HK1555. | 28 |
| Fig. 3.3 | $C_P(C_T)$ per HK1555. | 30 |

Analisi PIV

| | | |
|----------|---|----|
| Fig. 3.4 | Setup sperimentale | 32 |
| Fig. 3.5 | Acquisizioni PIV. | 34 |
| Fig. 3.6 | Campi di velocità medi della zona di estremità. | 35 |

| | | |
|----------|---|----|
| Fig. 3.7 | Campi di velocità medi della zona centrale. | 36 |
| Fig. 3.8 | Acquisizione PIV a valle delle modifiche. | 39 |
| Fig. 3.9 | Campi di velocità medi ($cc=0.5$). | 39 |

Risultati

Acquisizione e composizione delle immagini

| | | |
|----------|---|----|
| Fig. 4.1 | Schematica delle varie zone acquisite e sistema di riferimento utilizzato. | 42 |
| Fig. 4.2 | Suddivisione del flusso assiale in funzione delle singole ac- quisizioni. | 44 |
| Fig. 4.3 | Schematica della zona acquisita in seguito allo stitching e relativo sistema di riferimento. | 45 |
| Fig. 4.4 | Stitching delle acquisizioni relative alla componente assiale . | 46 |
| Fig. 4.5 | Stitching delle acquisizioni relative alla componente verticale | 46 |
| Fig. 4.6 | Andamento di γ lungo il tubo di flusso. | 48 |
| Fig. 4.7 | Stitching delle immagini raffiguranti le linee di flusso. | 49 |
| Fig. 4.8 | Spinta lungo il tubo di flusso | 51 |

Elenco delle tabelle

| | | |
|-----|---|----|
| 3.1 | Parametri dell'elica utilizzata. | 25 |
| 3.2 | Parametri caratterizzanti il FOV della camera. | 31 |
| 3.3 | Percentuali dei vettori validati nel calcolo della media del campo di velocità nella zona di estremità dell'elica. | 36 |
| 3.4 | Percentuali dei vettori validati nel calcolo della media del campo di velocità nella zona centrale dell'elica. | 37 |
| 3.5 | Percentuali dei vettori validati nel calcolo della media del campo di velocità a valle delle modifiche. | 39 |

Nomenclatura

| | |
|---------------|---|
| A | Area coperta dal rotore |
| c | Corda media aerodinamica calcolata sulla sezione |
| \bar{c} | Integrale della corda media aerodinamica lungo il raggio della pala |
| c_{75} | Corda media aerodinamica calcolata al 75% del raggio |
| C_d | Coefficiente di resistenza relativo alla sezione |
| C_{d_0} | Coefficiente di resistenza a portanza nulla relativo alla sezione |
| C_P | Coefficiente di potenza |
| C_{P_0} | Coefficiente di potenza del profilo |
| C_{P_i} | Coefficiente di potenza indotta |
| C_T | Coefficiente di spinta |
| D | Diametro dell'elica |
| D | Resistenza aerodinamica |
| D_0 | Resistenza parassita |
| $d\mathbf{S}$ | Vettore della superficie infinitesima appartenente al volume di controllo |
| \mathbf{F} | Forza applicata al fluido |
| Γ | Passo di avanzamento nominale della pala |

| | |
|-------------|---|
| γ | Indice di uniformità della velocità assiale del flusso all'interno del tubo di flusso |
| k | Fattore di potenza indotta |
| λ_h | Rateo di inflow in hover condition |
| λ_i | Coefficiente di inflow |
| M | Numero di Mach |
| \dot{m} | Portata in massa di fluido |
| N_b | Numero di pale dell'elica |
| Ω | Velocità angolare dell'elica |
| p | Pressione del fluido |
| P_0 | Potenza del profilo |
| P | Potenza ideale |
| P_f | Potenza fornita all'albero |
| Q | Coppia applicata all'elica |
| R | Raggio dell'elica |
| Re | Numero di Reynolds |
| ρ | Densità |
| σ | Rotor solidity |
| T | Spinta generata dall'elica |
| U | Velocità relativa tra il profilo alare e l'aria |
| U | Velocità assiale puntuale del flusso |
| U_{ave} | Velocità assiale media del flusso |

U_∞ Velocità del flusso all'infinito

\mathbf{V} Velocità velocità locale del fluido all'interno del volume di controllo

v_i Velocità indotta dall'elica al piano del disco

V_{tip} Velocità dell'elica all'estremità

Capitolo 1

Introduzione

Negli ultimi anni l'attenzione della comunità scientifica si è rivolta verso lo studio di piccoli multi-rotori e droni a pilotaggio remoto, anche detti Small Unmanned Aerial Vehicle (sUAV).

I motivi legati a tale interesse sono dovuti, in primo luogo, ai progressi che sono stati fatti a livello tecnologico e, in secondo luogo, al fatto che gli sUAV rappresentano una soluzione più economica rispetto ad altre. Questi fattori hanno permesso la loro applicazione in un numero sempre crescente di ambiti. L'utilizzo di piccoli droni pilotati da remoto, infatti, è ormai diventato fondamentale in molti contesti, quali:

- **Scientifico:** utilizzati per monitoraggio e raccolta dati, soprattutto a livello ambientale, oltre che oggetto di sperimentazione aerodinamica e sviluppo di tecnologie di controllo innovative;
- **Urbano:** usati come metodo di supervisione per la sicurezza urbana e per le zone interessate da cantieri, inoltre rappresentato un metodo molto efficace e innovativo per il trasporto e la logistica di pacchi di piccole e medie dimensioni;
- **Agricolo:** costituiscono un mezzo di analisi efficace per la valutazione di salute, crescita e irrigazione delle colture;

-
- **Intrattenimento:** impiegati per la realizzazione di riprese cinematografiche, oltre che per la sostituzione di spettacoli pirotecnici a favore di un'alternativa più ecosostenibile;
 - **Di soccorso:** droni di piccole e grandi dimensioni sono utilizzati sia come strumenti di sorveglianza e ricognizione, allo scopo di fornire supporto in casi di emergenza in zone remote o difficilmente raggiungibili da altri tipi di veicoli.

Considerata, quindi, la vasta gamma di contesti applicativi, è necessario uno studio sempre più accurato e approfondito, sia dei singoli componenti, sia del loro assieme, avendo come scopo il miglioramento di affidabilità, prestazioni ed efficienza. Un aspetto fondamentale per lo sviluppo di questi tre fattori è rappresentato dall'aerodinamica del sistema propulsivo, formato solitamente da un numero variabile di eliche.

Il presente lavoro, perciò, si pone come obiettivo la messa a punto di un sistema di analisi del flusso, con particolare attenzione al flusso generato da un'elica in condizione di volo a punto fisso (hover o hovering condition).

L'elica è stata innanzitutto caratterizzata tramite l'utilizzo di un dinamometro per il calcolo dei seguenti parametri:

- Spinta;
- Coppia;
- Velocità angolare.

La caratterizzazione dell'elica in condizioni di hover è fondamentale per l'ottimizzazione dell'efficienza energetica: effettuando, infatti, un progetto adeguato del profilo dell'elica, è possibile ridurre la resistenza aerodinamica, consentendo al velivolo di consumare meno energia a parità di spinta, quindi ridurre il consumo delle batterie (o del carburante). Inoltre, ad un'ottimizzazione del design, corrisponde una riduzione del rumore prodotto in volo, migliorando, quindi, l'efficienza energetica e la discrezione del velivolo.

In seguito alla definizione dei parametri dell'elica, viene misurato il campo di velocità del flusso generato, attraverso una tecnica non intrusiva, chiamata Particle Image Velocimetry (PIV).

Quest'ultima consiste in due illuminazioni consecutive del piano da analizzare, sfruttando un laser pulsato; attraverso l'utilizzo di una fotocamera si può, dunque, catturare la luce riflessa dalle particelle traccianti, immesse nel flusso mediante una macchina del fumo. Conoscendo lo spostamento delle particelle tra i due istanti temporali e l'intervallo di tempo che intercorre tra le due pulsazioni del laser, è possibile determinare i vettori relativi alla velocità del flusso lungo il piano di misura.

Il principale vantaggio presentato dalla Particle Image Velocimetry (PIV), rispetto ad altre tecniche di misurazione della velocità in ambito aerodinamico, risiede nella capacità di registrare istantaneamente l'intero flusso compreso all'interno della regione illuminata dal fascio laser. Questa caratteristica la rende particolarmente adatta all'analisi di flussi non stazionari e consente di acquisire una grande quantità di dati in un intervallo di tempo molto ristretto.

Capitolo 2

Fondamenti teorici

Il capitolo espone le basi teoriche, matematiche e fisiche su cui si basa il processo di caratterizzazione delle eliche, oltre a fornire una descrizione del funzionamento dell'algoritmo utilizzato per la successiva analisi del flusso tramite tecnica PIV. Questo capitolo, perciò, costituisce la base fondamentale per comprendere i risultati discussi all'interno del documento.

2.1 Elica in condizione di hovering

La condizione di volo a punto fisso è caratterizzata da una velocità verticale e orizzontale nulla del rotore. Per mantenere tale condizione, quindi, il campo di velocità relativo al flusso generato deve necessariamente essere assialsimmetrico (Fig. 2.1).

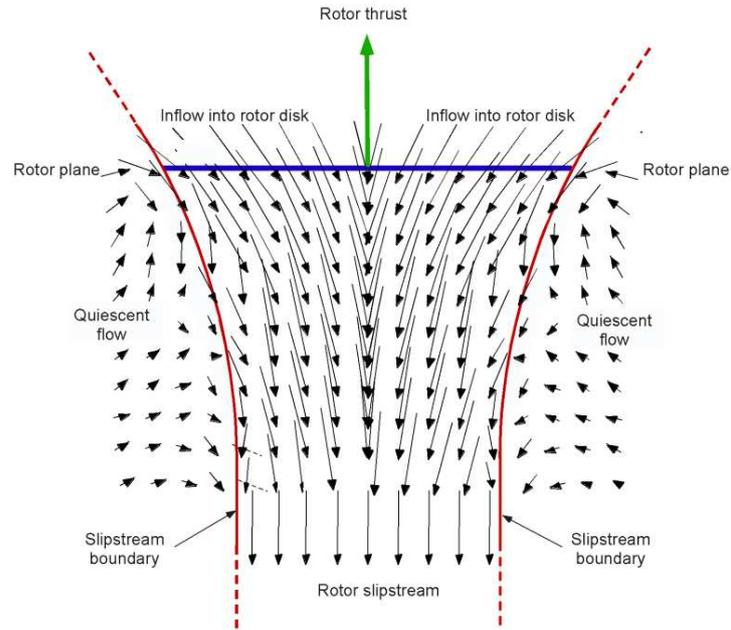


Figura 2.1: Campo di velocità generato da un elica in condizione di hover^[19].

2.1.1 Equazioni di conservazione

Varie soluzioni analitiche al problema riguardante lo studio della condizione di hovering sono già state proposte, fondate principalmente sull'applicazione della simple momentum theory. Tale teoria si basa sull'impiego delle equazioni di conservazione di massa, quantità di moto ed energia al flusso generato, considerando quest'ultimo come:

- **Monodimensionale:** le proprietà del flusso (velocità, pressione e densità) vengono considerate costanti lungo tutti i piani paralleli al piano del rotore;
- **Quasi-stazionario:** le proprietà in un punto non variano al variare del tempo;
- **Incomprimibile:** la densità del fluido trattato può essere considerata costante;
- **Inviscido:** le forze viscosse possono essere trascurate.

conservazione della quantità di moto al volume di controllo. Si ottiene, perciò, l'equazione di conservazione della quantità di moto in forma integrale:

$$\mathbf{F} = \iint_S p \, d\mathbf{S} + \iint_S (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) \mathbf{V}.$$

Dove:

- \mathbf{F} è la forza applicata al fluido;
- p è la pressione del fluido.

La forza applicata al fluido è costituita dalla somma tra le forze di pressione che agiscono sulla superficie di controllo ($\iint_S p \, d\mathbf{S}$) e dalla variazione della quantità di moto del flusso attraverso la superficie ($\iint_S (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) \mathbf{V}$). Tuttavia, per un flusso libero nello spazio¹, se si considera un salto di pressione nullo al piano dell'elica, l'integrale delle forze di pressione all'interno del volume di controllo è pari a zero; la forza applicata al fluido, quindi, risulta pari alla variazione della quantità di moto attraverso la superficie e l'equazione di conservazione della quantità di moto può essere riscritta come segue:

$$\mathbf{F} = \iint_S (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) \mathbf{V}. \quad (1)$$

Il risultato dell'integrale rappresenta la forza che il rotore applica alla massa d'aria passante per la superficie di controllo S ; per la terza legge di Newton, perciò, il fluido esercita una forza uguale e contraria sul rotore: tale forza è la spinta T .

Infine è possibile scrivere l'equazione di conservazione dell'energia del flusso come:

$$W = \iint_S \frac{1}{2} (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) |\mathbf{V}|^2,$$

secondo la quale il lavoro applicato dal rotore sul fluido si manifesta come un aumento dell'energia cinetica del fluido lungo la scia.

¹Flusso non confinato da pareti o condotti.

2.1.2 Applicazione ad un'elica in hover

Applicando, quindi, le equazioni di conservazione secondo le procedure descritte da Rankine e Froude, in seguito generalizzate da Glauert^[1], si ottengono i seguenti risultati per quanto concerne la spinta e la potenza necessarie alla hovering condition.

Spinta (T), espressa in [N]:

$$T = 2\rho A v_i^2. \quad (2)$$

Dove:

- ρ è la densità dell'aria, espressa in $[kg/m^3]$;
- A è l'area coperta dal rotore, espressa in $[m^2]$;
- v_i è la velocità indotta dall'elica al piano del disco, espressa in $[m/s]$.

Risolvendo la Eq. 2 per v_i si ottiene la seguente:

$$v_i = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}.$$

Potenza (P), espressa in [W]:

$$P = T v_i = T \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\rho A}}. \quad (3)$$

Questa potenza è chiamata potenza ideale, poiché non tiene conto dei vari effetti non ideali, citati nella sezione precedente.

In alternativa, la potenza può essere scritta come:

$$P = T v_i = 2\rho A v_i^3. \quad (4)$$

Dall'Eq. 4 si può notare come la potenza necessaria a mantenere la condizione di hover sia proporzionale al cubo della velocità indotta al piano dell'elica (v_i). Di conseguenza, a un diametro dell'elica contenuto, come nel caso del rotore preso in analisi, corrisponderà una velocità indotta elevata.

Di seguito si introduce anche il concetto di potenza fornita all'albero:

$$P_f = \Omega Q,$$

dove Ω indica la velocità angolare dell'elica, espressa in $[rad/s]$ e Q indica la coppia, espressa in $[Nm]$.

Poiché la potenza totale si deve conservare, è possibile affermare che la potenza necessaria deve essere equivalente alla potenza fornita:

$$P = T v_i = \Omega Q = P_f.$$

Coefficienti adimensionali

In molti contesti ingegneristici, risulta spesso utile ricorrere all'adimensionalizzazione delle grandezze fisiche, in modo da semplificare l'analisi e facilitare il confronto tra sistemi diversi, rendendo i risultati indipendenti dalle unità di misura adottate.

Il teorema su cui si basa l'analisi dimensionale è il teorema di Buckingham, secondo il quale una relazione tra N grandezze fisiche può essere trasformata in una relazione tra $\Pi = N - K$ numeri adimensionali, dove:

- N è il numero dei valori dimensionali linearmente indipendenti tra loro;
- K è il numero di grandezze fondamentali che figurano all'interno della relazione.

Pertanto, prendendo in analisi la velocità indotta al piano dell'elica (v_i), la quale può essere scritta in forma funzionale, esplicitando le sue dipendenze, in due modi distinti:

$$v_i = f_1(T, A, V_{tip}, \rho) \text{ oppure } f_2(T, A, V_{tip}, \rho, v_i) = 0$$

si può osservare che la relazione è composta da $N = 5$ valori dimensionali e $K = 3$ grandezze adimensionali (spazio, tempo e massa). Per il teorema di Buckingham, quindi, la relazione può essere espressa nella seguente forma:

$$f_3(\Pi_1, \Pi_2) = 0, \tag{5}$$

dove Π_1 e Π_2 sono gruppi adimensionali, i quali possono essere scritti come segue.

$$\Pi_1 = \rho^{-1} A^{-1} V_{tip}^{-2} T = \frac{T}{\rho A V_{tip}^2} = C_T; \quad (6)$$

$$\Pi_2 = \rho^0 A^0 V_{tip}^{-1} v_i = \frac{v_i}{V_{tip}} = \lambda_i.$$

Con:

- C_T : coefficiente di spinta;
- λ_i : coefficiente di inflow.

Perciù la Eq. 5 può essere riscritta come:

$$f_3 \left(\frac{T}{\rho A V_{tip}^2}, \frac{v_i}{V_{tip}} \right) = f_3(C_T, \lambda_i) = 0 \text{ oppure } \lambda_i = f(C_T).$$

Di conseguenza, si può affermare che il rateo di inflow in hover condition (λ_h), è legato al coefficiente di spinta (C_T) tramite la relazione:

$$\lambda_h \equiv \lambda_i = \frac{v_i}{V_{tip}} = \frac{1}{V_{tip}} \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \sqrt{\frac{T}{2\rho A V_{tip}^2}} = \sqrt{\frac{C_T}{2}}.$$

Il coefficiente di potenza è, invece, definito come segue:

$$C_P = \frac{P}{2\rho A V_{tip}^3}. \quad (7)$$

Scrivendo la Eq. 7 in funzione dei risultati ottenuti applicando la simple momentum theory (Eq. 3), si ricava il coefficiente di potenza in condizione di hover:

$$C_P = \frac{T v_i}{2\rho A V_{tip}^3} = \left(\frac{T}{2\rho A V_{tip}^2} \right) \left(\frac{v_i}{V_{tip}} \right) = C_T \lambda_i = \frac{C_T^{3/2}}{\sqrt{2}}. \quad (8)$$

I risultati discussi fino a questo momento sono stati ottenuti nell'ipotesi di flusso monodimensionale fatta in partenza e sono quindi assunti costanti sull'intero piano del rotore; inoltre, anche in questo caso, in riferimento alla Eq. 8, si parla di coefficiente di potenza ideale.

Introduzione degli effetti non ideali

Fino ad ora il flusso è stato considerato come ideale², per questo motivo i valori che sono stati ottenuti fino ad ora necessitano dell'aggiunta di un fattore di correzione che tenga conto della non idealità del problema.

In particolare, il coefficiente di potenza ideale può essere corretto con l'aggiunta di un fattore k chiamato fattore di potenza indotta.

$$C_{P_i} = \frac{kC_T^{3/2}}{\sqrt{2}}. \quad (9)$$

Il coefficiente k è determinato sperimentalmente tramite test in laboratorio o test di volo e sarà un primo oggetto di studio in questo documento.

Per un calcolo appropriato della potenza necessaria alla hovering condition è, tuttavia, necessaria la conoscenza del coefficiente di resistenza (C_d) associato ai profili alari di cui sono costituite le pale del rotore. Tale coefficiente è funzione del numero di Reynolds (Re) e del numero di Mach (M), variabili lungo la corda; in prima approssimazione, però, tale dipendenza può essere trascurata e il C_d può essere considerato costante ($C_d = C_{d_0}$).

Si può quindi procedere all'ottenimento di un primo risultato, per quanto riguarda la potenza del profilo, integrando la resistenza lungo la lunghezza della pala.

$$P_0 = \Omega N_b \int_0^R D y dy.$$

Dove:

- Ω è la velocità angolare della pala;
- N_b è il numero di pale;
- D è la forza di resistenza aerodinamica, espressa in $[N]$, calcolata in una sezione della pala a distanza y dall'asse di rotazione. Tipicamente è espressa come:

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_d = \frac{1}{2} \rho (\Omega y)^2 c C_d.$$

²In un flusso ideale gli effetti viscosi e di comprimibilità sono trascurabili.

Dove U è la velocità relativa tra il profilo alare e l'aria ed è espressa in $[m/s]$; c è la corda aerodinamica, espressa in $[m]$.

In base alle ipotesi effettuate, il risultato dell'integrale, dove compare l'integrale della corda media aerodinamica lungo il raggio della pala (\bar{c}), è il seguente:

$$P_0 = \frac{1}{8} \rho N_b \Omega^3 \bar{c} C_{d_0} R^4.$$

Convertendolo in un coefficiente di potenza, ovvero dividendo per $\rho A (\Omega R)^3$, si ottiene:

$$C_{P_0} = \frac{1}{8} \left(\frac{N_b \bar{c} R}{A} \right) C_{d_0} = \frac{1}{8} \left(\frac{N_b \bar{c} R}{\pi R^2} \right) C_{d_0} = \frac{1}{8} \left(\frac{N_b \bar{c}}{\pi R} \right) C_{d_0} = \frac{1}{8} \sigma C_{d_0}. \quad (10)$$

Il termine $\sigma = \frac{N_b \bar{c} R}{A}$ (o $\sigma = \frac{N_b \bar{c}}{\pi R}$) è noto come rotor solidity e rappresenta la proporzione tra l'area occupata dalle pale e l'area totale del disco rotorico.

In seguito alle considerazioni fatte, è possibile calcolare nuovamente il coefficiente di potenza richiesta:

$$C_P = C_{P_i} + C_{P_0} = \frac{k C_T^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma C_{d_0}}{8}. \quad (11)$$

La fase iniziale del presente lavoro si pone come obiettivo la caratterizzazione di un'elica, in varie condizioni di operatività, al fine di identificare i parametri k e C_{d_0} , i quali possono essere determinati effettuando misurazioni di spinta (T) e potenza (P), eseguite testando un rotore isolato posizionato ad un'altezza da terra tale da non risentire dell'effetto suolo, verificando, così, la coerenza tra i dati empirici e le teorie sopraesposte.

2.2 Tecnica di analisi PIV

La PIV è una particolare tecnica di misurazione ottica del campo di velocità di un fluido, che ne permette l'identificazione in istanti di tempo molto ridotti.

Il vantaggio che presenta rispetto ad altre tecniche di misura è quello di fornire

una misurazione diretta del campo di velocità, e, perciò, meno soggetta a errori. Il funzionamento si basa su due concetti principali: seeding e imaging del flusso. Il seeding consiste nell'inserimento, all'interno del flusso, di particelle traccianti; grazie alla luce da loro riflessa, infatti, si riesce a distinguere le varie porzioni del flusso.

Il processo di imaging, successivo al seeding, consiste nella cattura, su due frame distinti di una camera ad alta risoluzione, della radiazione riflessa delle particelle. In base ai frame, viene calcolato il vettore velocità attraverso un processo iterativo.

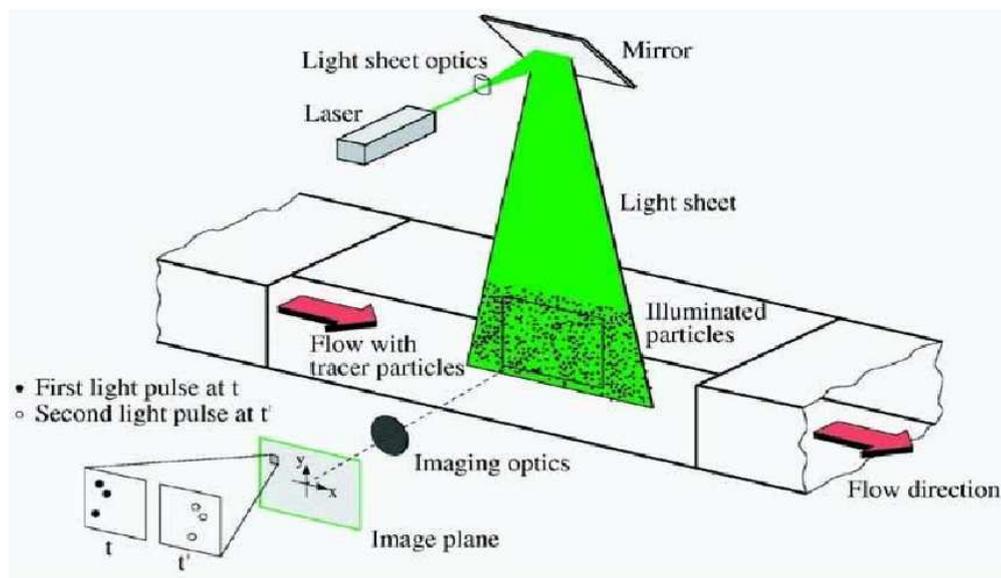


Figura 2.3: Schema di funzionamento della Particle Image Velocimetry^[21].

L'algoritmo usato per la valutazione delle immagini si basa sulla suddivisione in aree di interrogazione (Interrogation Area (IA)), dette "finestre di interrogazione", di due immagini acquisite in istanti successivi. La dimensione delle finestre determina il grado di risoluzione e accuratezza del campo di velocità relativo alle particelle traccianti immerse nel fluido: aumentandola si ottiene una maggiore accuratezza grazie al maggior numero di particelle incluse nella finestra e permette di ottenere un picco di correlazione (Fig. 2.4) più definito; finestre più piccole permettono, invece, di ottenere una risoluzione spaziale migliore, rilevando va-

riazioni locali del campo di velocità a discapito di un segnale di correlazione più debole e quindi di una maggiore incertezza nella stima degli spostamenti. Per ogni finestra di interrogazione della prima immagine viene, quindi, calcolata la funzione di correlazione incrociata con la finestra corrispondente della seconda immagine, come:

$$R(\mathbf{s}) = \int I_1(\mathbf{X})I_2(\mathbf{X} + \mathbf{s}) d\mathbf{X}. \quad (12)$$

Dove:

- I_1 ed I_2 sono le matrici delle intensità luminose relative alle due immagini successive e rappresentano quindi il campo di particelle al primo e al secondo istante di tempo rispettivamente;
- \mathbf{X} è il vettore che indica la posizione delle particelle in un dato istante di tempo t , ovvero l'istante relativo alla prima acquisizione;
- \mathbf{s} è il vettore di separazione dato dalla distanza tra la posizione di un dato pixel nelle due immagini e rappresenta lo spostamento delle particelle dovuto al flusso.

Per l'analisi può essere conveniente separare il calcolo effettuato sulla correlazione incrociata (Eq. 12) in tre componenti:

$$R(\mathbf{s}) = R_C(\mathbf{s}) + R_D(\mathbf{s}) + R_F(\mathbf{s}).$$

Dove R_C è la convoluzione³ delle intensità medie, R_D è la correlazione dello spostamento ed R_F è la componente di rumore (Fig. 2.4).

³Meccanismo simile alla correlazione in cui la seconda funzione viene invertita e applicata alla prima. In questo modo è possibile effettuare un filtraggio dei segnali.

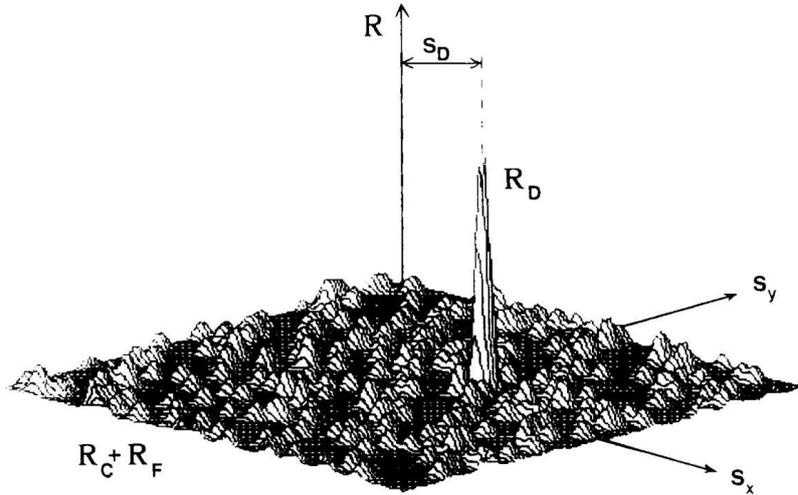


Figura 2.4: Esempio di funzione di correlazione incrociata R . Il picco di correlazione è il punto di massimo all'interno di ciascuna area di interrogazione e rappresenta una stima dello spostamento medio delle particelle tra due istanti consecutivi: la sua posizione rispetto al centro (\mathbf{s}_D) indica direzione ed entità dello spostamento; ampiezza e definizione del picco rispecchiano la qualità della misura ottenuta^{[2] [22]}.

Per rendere il valore di R confrontabile e indipendente dalle intensità assolute dei segnali in analisi, occorre infine effettuare la normalizzazione della funzione, ottenendo così il coefficiente di correlazione incrociata:

$$R(\mathbf{s}) = \frac{\int I_1(\mathbf{X})I_2(\mathbf{X} + \mathbf{s}) d\mathbf{X}}{\sqrt{\int [I_1(\mathbf{X}) - \mu_1]^2 d\mathbf{X} \cdot \int [I_2(\mathbf{X} + \mathbf{s}) - \mu_2(\mathbf{s})]^2 d\mathbf{X}}}. \quad (13)$$

Dove μ_1 e μ_2 sono le medie aritmetiche dei valori della prima e della seconda immagine rispettivamente, calcolate come segue:

$$\mu = \frac{\int I(\mathbf{X}) d\mathbf{X}}{\int d\mathbf{X}}.$$

Il coefficiente di correlazione (cc) (13) è un valore adimensionale variabile tra -1 e $+1$, dove:

- $+1$ indica una correlazione perfetta positiva: le particelle in una data area di interrogazione si sono spostate in modo coerente;
- -1 indica una correlazione perfetta negativa: le particelle si sono mosse in direzioni opposte (situazione poco comune nel caso delle analisi PIV);

-
- 0 corrisponde ad una correlazione nulla: le particelle non si sono spostate.

Il risultato, tuttavia, è ancora funzione della posizione delle particelle, e quindi di variabili casuali; di conseguenza anch'esso sarà rappresentato da una variabile aleatoria, perciò, pur mantenendo invariati i parametri generali dell'analisi, si otterranno diverse stime riguardanti lo spostamento medio a seconda della distribuzione del fluido tracciante^[2].

Per determinare in maniera accurata il campo di velocità è quindi necessaria una conoscenza a priori del flusso in modo da effettuare una scelta opportuna delle dimensioni della IA e dell'intervallo di tempo tra le acquisizioni, basata sullo spostamento atteso, il quale deve essere al massimo pari alla metà della dimensione della finestra, per rispettare il criterio di Nyquist⁴.

L'intervallo di tempo tra le due immagini consecutive può essere calcolato come segue:

$$\Delta t = \frac{IA}{s} \times R \times \frac{1}{v_i}. \quad (14)$$

Dove:

- IA è la dimensione della finestra di interrogazione, espressa in $[px]$;
- s è lo spostamento che si desidera rilevare e corrisponde ad una frazione dell'IA. È adimensionale;
- R è il coefficiente di calibrazione, espresso in $[mm/px]$;
- v_i è la velocità indotta al piano dell'elica, espressa in $[mm/s]$.

Per la cattura delle immagini è stato utilizzato il setup schematizzato nell'immagine che segue, composto da⁵:

- laser pulsato;

⁴Teorema secondo il quale un segnale continuo nel tempo, limitato in banda, può essere completamente ricostruito a partire dai suoi campioni discreti se il segnale è campionato a una frequenza di campionamento almeno pari a due volte la frequenza massima del segnale: nella PIV il teorema viene adattato al dominio spaziale.

⁵Le caratteristiche dei componenti e le metodologie di montaggio saranno descritte in maniera approfondita nel capitolo seguente.

-
- camera sCMOS;
 - macchina del fumo;
 - elica posizionata su un apposito supporto.

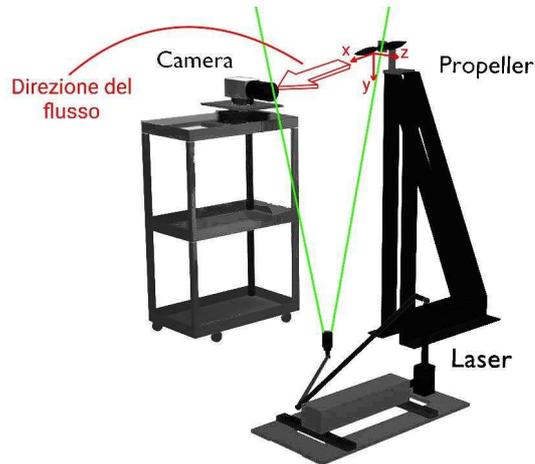


Figura 2.5: Vista isometrica di una riproduzione 3D del setup sperimentale utilizzato.

Per quanto riguarda la successiva implementazione dell'algoritmo, al fine di validare i vettori, è stato usato il software PIVlab^[7] (versione 3.06), sviluppato nel linguaggio di programmazione MATLAB. Per la visualizzazione dei risultati riguardanti la media delle grandezze del flusso, invece, è stato usato il software PaIRS^[8] (versione 0.01.13), sviluppato nel linguaggio di programmazione Python.

Capitolo 3

Metodologia

Il capitolo introduce i passaggi seguiti avendo come obiettivo la caratterizzazione dell'elica HobbyKing 1555, fornendo dettagli sulle grandezze acquisite e il modo in cui sono state utilizzate per calcolare i coefficienti correttivi esposti nel capitolo precedente (Sez. 2.1.2). In seguito verrà presentato il setup utilizzato per le analisi PIV e gli accorgimenti di ottimizzazione adottati con il fine di conseguire un'analisi quanto più accurata del flusso.

3.1 Caratterizzazione dell'elica

Il processo di caratterizzazione dell'elica, come già anticipato, è stato effettuato al fine di ottenere i coefficienti k e C_{d0} , i quali permettono di correggere i risultati teorici in funzione degli effetti non ideali dovuti a comprimibilità e viscosità del flusso, trascurati in prima analisi.

Attraverso l'utilizzo di un thrust stand¹, è stata testata l'elica HobbyKing 1555, le cui caratteristiche sono esposte nella Tab. 3.1.

¹Le specifiche sono esposte nella sezione seguente.

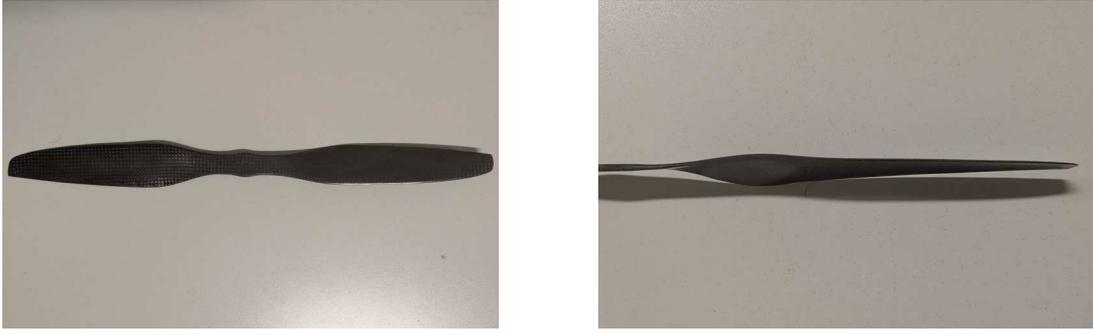


Figura 3.1: Elica HobbyKing 1555.

| Elica | Materiale | D [in] | Γ [in] | \bar{c} [mm] | c_{75} [mm] |
|----------------|-------------------|----------|---------------|----------------|---------------|
| HobbyKing 1555 | Fibra di carbonio | 15 | 5.5 | 29.3 | 30 |

Tabella 3.1: Parametri dell'elica utilizzata^[3].

Dove:

- D : diametro dell'elica;
- Γ : passo di avanzamento nominale della pala. Viene fornito dal costruttore ed indica la distanza che il rotore percorrerebbe in un giro completo, lungo la direzione di avanzamento, in assenza di slittamento;
- \bar{c} : corda media aerodinamica, integrata sulla lunghezza della pala;
- c_{75} : corda media aerodinamica calcolata al 75% del raggio.

Osservando la Eq. 11 è evidente che i dati necessari alla determinazione di tali coefficienti siano il coefficiente di spinta (C_T), il coefficiente di potenza (C_P) e la rotor solidity (σ).

Prendendo in analisi la rotor solidity, e avendo presente la Eq. 10, si vede che, all'interno della formulazione del termine σ , compare l'integrale della corda aerodinamica, \bar{c} . In caso di elica rettangolare tale grandezza risulta pari a c ; tuttavia, non essendo questo il caso, è necessario integrare c lungo il raggio della pala. Nonostante ciò, poiché \bar{c} è un parametro noto, in quanto fornito dal costruttore, l'attenzione può essere incentrata sui coefficienti C_T e C_P .

Ricordando la Eq. 6 è possibile affermare che le uniche incognite siano la spinta,

T , rilevata sperimentalmente attraverso l'utilizzo del thrust stand, la potenza, P , e la velocità dell'elica al tip, V_{tip} , calcolate, rispettivamente, come:

$$P = \Omega \cdot Q,$$

$$V_{\text{tip}} = \Omega \cdot R,$$

dove Ω è la velocità angolare, Q è la coppia applicata al rotore ed R è il raggio dell'elica, noto. I parametri da acquisire per la determinazione di C_T e C_P sono, quindi, la spinta generata dal rotore, T , la coppia applicata, Q , e la velocità angolare dell'elica², Ω .

In seguito al montaggio dell'elica sul thrust stand, si può procedere all'acquisizione dei dati, campionando le grandezze ad una frequenza di 40 Hz , per un totale di 5000 sample, a vari valori di impulsi elettrici. In particolare in un intervallo di impulsi compreso tra un minimo di 1000 μs ed un massimo di 1500 μs , con un passo di 50 μs .

Per ciascuna serie di dati, al fine di ottenere una validazione di tipo statistico, sono state calcolate, in funzione del numero di sample:

- **La convergenza della media mobile**³: calcolata facendo la media dei primi cinque campioni e riportando il risultato in un grafico, successivamente è stato incluso progressivamente un numero crescente di campioni, incrementando di cinque ad ogni passaggio, fino a coprire tutti i 5000 sample. La formula utilizzata è la seguente:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{con } n = 5, 10, 15, \dots, N.$$

Dove:

- \bar{x}_n : media calcolata su n campioni;
- n : numero di campioni presi in analisi;

²La velocità angolare è stata rilevata in RPM . È necessario, quindi, applicare la seguente conversione: $1 \text{ rad/s} = \frac{2\pi}{60} \text{ RPM}$.

³La media mobile è una tecnica statistica che permette di osservare tendenze a lungo termine.

-
- x_i : valori campionati;
 - N : numero totale di campioni.

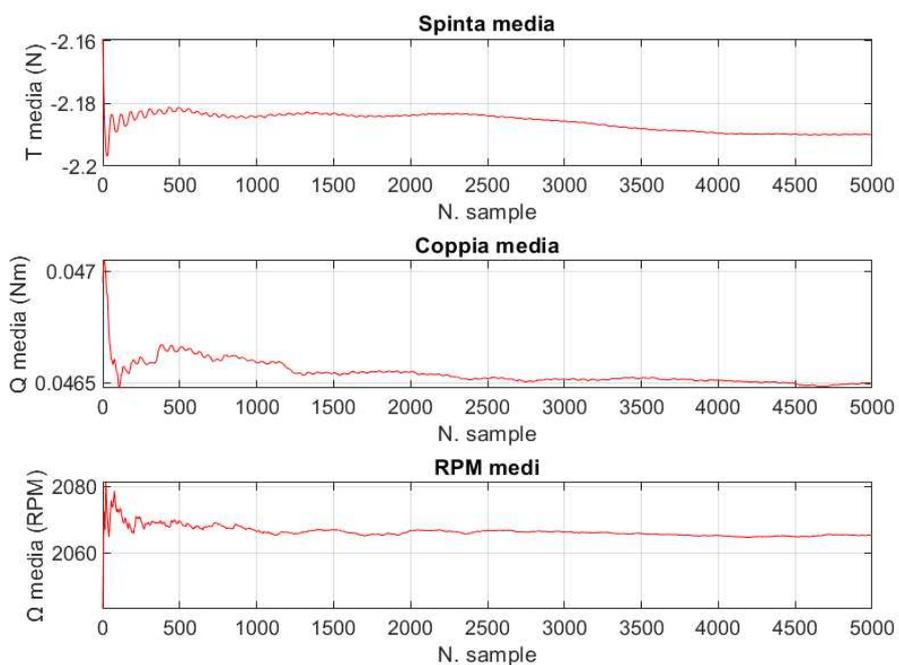
- **La convergenza della deviazione standard:** calcolata come lo scarto quadratico dei singoli valori in funzione della media calcolata sul totale dei campioni, espressa in termini percentuali. Anche per la convergenza della deviazione standard è stato seguito il procedimento descritto per il calcolo della convergenza della media. La formula utilizzata è la seguente:

$$s\% = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}{\bar{x}} \cdot 100 \quad \text{con } n = 5, 10, 15, \dots, N.$$

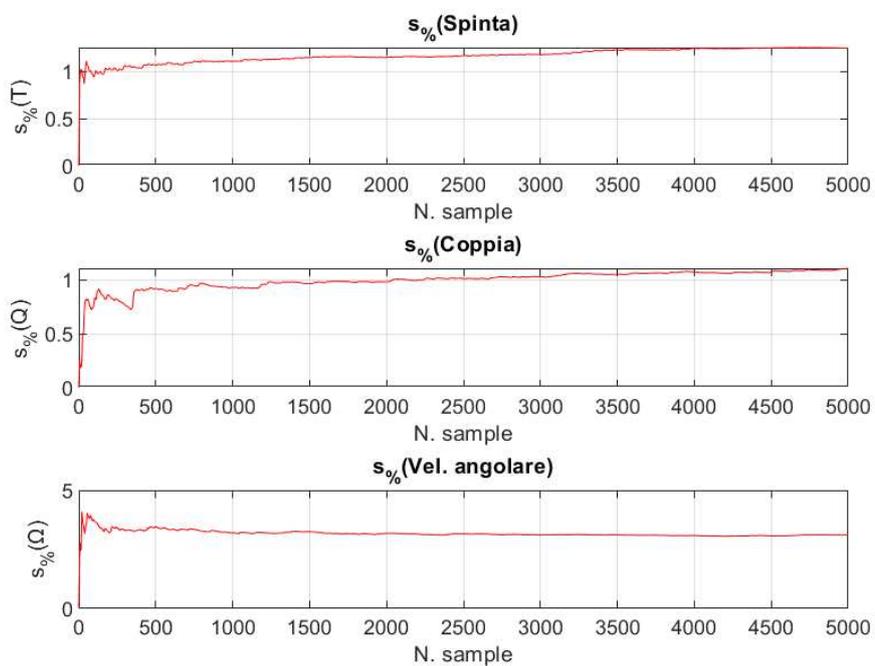
Dove:

- s : deviazione standard calcolata sul totale di campioni;
- n : numero di campioni presi in analisi;
- x_i : valore del singolo dato;
- \bar{x} : media calcolata sul totale dei campioni;
- N : numero totale di campioni.

Di seguito sono riportati due grafici esemplificativi (il primo riguardante la convergenza della media; il secondo riguardante la convergenza della deviazione standard) relativi alle rilevazioni effettuate impostando impulsi di 1200 μs .



(a) Andamento della media mobile calcolata impostando un passo di 5 campioni, su un set di 5000 sample.



(b) Andamento della deviazione standard in funzione del numero di sample presi in analisi, espressa in termini percentuali rispetto alla media dei valori.

Figura 3.2: Convergenza della media e della deviazione standard per impulsi di $1200 \mu s$ per l'elica HobbyKing 1555.

Una volta calcolate le medie di T , Q ed Ω è possibile calcolare C_T e C_P , rispettivamente, in funzione di impulso fornito e del coefficiente di spinta C_T .

Dal grafico di $C_P(C_T)$, poi, è possibile ricavare i coefficienti correttivi k e C_{d_0} interpolando i dati empirici (modified momentum theory (Eq. 11)) attraverso il metodo dei minimi quadrati⁴, e valutando l'andamento della curva ottenuta rispetto a quella ideale (simple momentum theory)(Eq. 8).

La funzione che si ottiene dall'interpolazione è del tipo:

$$y = \frac{kx^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma C_{d_0}}{8} = ak + bC_{d_0} \quad \text{con } a = \frac{x^{3/2}}{\sqrt{2}}, \quad b = \frac{\sigma}{8}.$$

Dove: $x = C_T$ e $y = C_P$ (Eq. 11).

Confrontando, quindi, la curva reale e quella ideale, si può derivare che: lo scostamento verticale della curva, calcolato all'origine e diviso per il fattore b , fornisce il C_{d_0} ; la differenza di pendenza tra le due curve fornisce il valore di k .

Si ottengono, perciò, i seguenti valori:

- $C_{d_0} = 0.016$;
- $k = 1.38$.

⁴Il metodo dei minimi quadrati è una tecnica matematica utilizzata per trovare la migliore approssimazione di un insieme di dati sperimentali attraverso l'applicazione di un modello matematico.

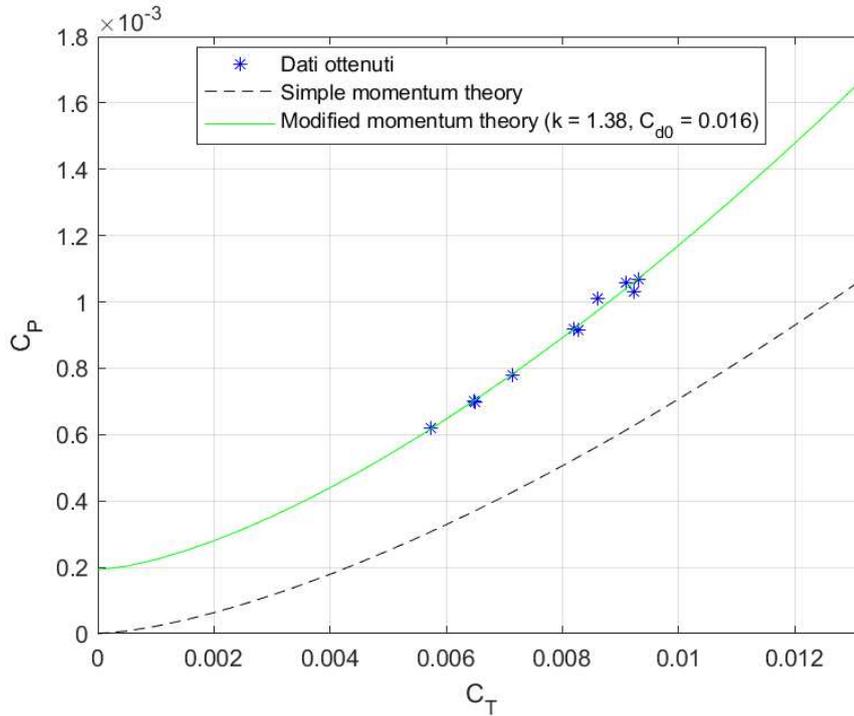


Figura 3.3: Andamento di C_P in funzione di C_T per l'elica HobbyKing 1555.

Valori tipici per il coefficiente k sono nell'intorno di 1.15, tuttavia tali grandezze sono relative ad eliche di grandi velivoli, come elicotteri, i quali hanno uno svergolamento delle pale limitato. Per questo motivo i valori di k associati a piccole eliche di droni sono tendenzialmente più alti.

3.2 Analisi PIV

Successivamente alla determinazione dei parametri k e C_{d0} , si è proceduto alla messa a punto del setup e all'acquisizione delle immagini finalizzate all'analisi PIV del flusso generato dall'elica, con l'obiettivo di ricavare la spinta, T , effettuando considerazioni sul profilo di velocità ottenuto, sfruttando le relazioni esposte nella Sez. 2.1.2.

3.2.1 Setup

Di seguito sono descritte le specifiche tecniche e le modalità di montaggio dei principali componenti del setup, con particolare attenzione alle procedure per

garantire la precisione e l'affidabilità delle misurazioni.

Componenti

I componenti che fanno parte del setup utilizzato sono i seguenti:

- **Laser:** Bernoulli 200-15 PIV^[9], mirror and base for pulsed lasers 80×36, light sheet optics 80×70/80^[10];
- **Macchina del fumo:** SAFEX fog 2010 plus^[11], highpower² from hazebase^[12];
- **Telecamera digitale:** ZYLA-5.5-USB3 (2560 × 2160 *px*)^[13], Canon EF-S 17-55mm f/2.8 IS USM^[14];
- **Sincronizzatore:** Dantec Dynamics high performance synchronizer^[15];
- **Thrust stand:** Tyto Robotics Series 1585 Thrust Stand^[16];
- **Elica:** HobbyKing 1555 (Tab. 3.1).

Per poter usufruire in maniera ottimale dell'attrezzatura è stato necessario, però, caratterizzare il Field of View (FOV) della telecamera (Tabella 3.2), oltre che progettare un supporto per il bloccaggio dell'obiettivo laser, in modo che tutta la strumentazione potesse essere fissata ed utilizzata in sicurezza.

| Zoom | D (Distanza sensore-target) | d (Distanza obiettivo-target) | l (Lunghezza obiettivo) | L (Lunghezza FOV) | α (Angolo FOV) | Focus |
|------|-----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------------|-------|
| 55 | 695 mm | 551 mm | 144 mm | 280 mm | 14.5° | 0.55 |
| 35 | 605 mm | 473 mm | 132 mm | 280 mm | 16.5° | 0.45 |
| 28 | 515 mm | 390 mm | 125 mm | 280 mm | 19.5° | 0.35 |
| 20 | 413 mm | 293 mm | 120 mm | 280 mm | 25.5° | X |
| 17 | 371 mm | 254 mm | 117 mm | 280 mm | 29° | X |

Tabella 3.2: Parametri caratterizzanti il FOV della camera.

Montaggio e acquisizione

La camera è stata posizionata in maniera perpendicolare rispetto al flusso, come richiesto nel caso di un'analisi PIV planare: in questo modo si riduce al minimo l'errore legato alle componenti fuori piano della velocità. Il supporto della

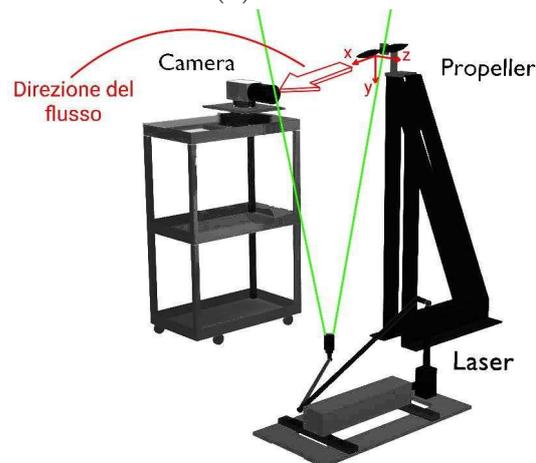
telecamera è stato alloggiato su un carrello mobile così da facilitare eventuali modifiche sulla posizione e sull'orientamento (Fig. 3.4d). Il laser, dovendo essere a sua volta posizionato perpendicolarmente rispetto alla camera e parallelamente al flusso, è stato disposto in modo da illuminare il piano del flusso dal basso verso l'alto, in corrispondenza dell'asse dell'elica (Fig. 3.4c). Infine, la macchina del fumo, pur non avendo requisiti di posizionamento particolarmente stringenti come gli altri componenti, deve essere collocata in modo da creare una nube di particelle a monte dell'elica (Fig. 3.4b): così facendo, il fumo viene aspirato man mano dalla depressione generata dalla rotazione dell'elica durante l'acquisizione delle immagini, fornendo così un flusso continuo di particelle traccianti all'interno del volume di interesse; è inoltre fondamentale prestare attenzione alla dimensione delle particelle traccianti: queste, per non influenzare l'andamento del flusso, devono avere dimensioni comparabili a quelle delle particelle del flusso in analisi.



(a) Vista frontale.

(b) Vista laterale.

(c) Vista posteriore.



(d) Vista isometrica di una riproduzione 3D.

Figura 3.4: Setup per lo studio del flusso generato dall'elica.

Una volta montato il setup⁵ è necessario metterlo in funzione in un ambiente buio; la luce bianca, infatti, potrebbe interferire con l'esperimento causando i seguenti problemi:

- **Contrasto ridotto:** il contrasto tra le particelle illuminate dal fascio laser e lo sfondo diminuisce, rendendo più difficile il tracciamento delle particelle;
- **Saturazione del sensore:** se l'intensità della luce bianca è eccessivamente alta può saturare il sensore della camera, peggiorando la qualità dell'immagine;
- **Errori nella correlazione:** nel caso in cui la camera dovesse acquisire segnali indesiderati ci potrebbero essere degli errori nella valutazione della velocità delle particelle.

Di conseguenza si può affermare che le condizioni ottimali per questo tipo di esperimento si hanno in un ambiente privo di sorgenti luminose.

Una volta assemblati e messi in funzione i componenti, si può procedere con le varie campagne sperimentali.

3.2.2 Analisi delle immagini

Pre-processing delle immagini

Prima di procedere all'analisi vera e propria, è fondamentale scartare le immagini che presentano problemi di esposizione, sia eccessiva che insufficiente, poiché il moto del fluido viene determinato basandosi su caratteristiche visive^[4]. Le tipiche caratteristiche che permettono di riconoscere dati non validi sono spesso relative, infatti, a modulo e direzione dei vettori velocità, quindi facilmente individuabili visivamente⁶. Tuttavia, trattando una grande quantità di dati, risulta impossibile determinare, e in seguito eliminare, uno ad uno i dati errati dall'analisi; per questo si ricorre all'implementazione tramite software dell'algoritmo esposto nella Sez. 2.2.

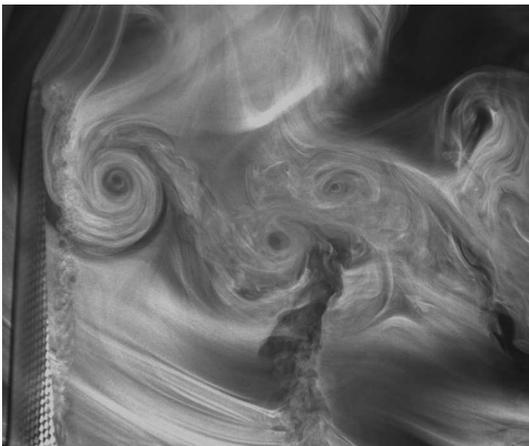
⁵Il setup sperimentale può essere visionato anche attraverso un'animazione realizzata con il software Blender^[17].

⁶Potrebbe essere necessario applicare dei filtri alle immagini per migliorare il rapporto segnale/rumore e rendere più facile l'identificazione degli spostamenti.

Validazione dei dati e progressiva ottimizzazione del setup

Innanzitutto sono stati acquisiti due set di immagini posizionando la camera, in particolare il piano focale, a due diverse distanze dal piano del laser e impostando un intervallo di acquisizione tra i due frame pari a $100\mu s$:

- **Distanza di 45 cm:** è stata catturata la zona di estremità dell'elica, l'area coperta è pari a $14 px/mm$, per un totale di duecento coppie di immagini di $2560 \times 2160 px$ (Fig. 3.5a);
- **Distanza di 50 cm:** è stata catturata la zona centrale dell'elica, l'area coperta è pari a $7 px/mm$, per un totale di mille coppie di immagini di $2560 \times 2160 px$ (Fig. 3.5b).



(a) Distanza di 45 cm.



(b) Distanza di 50 cm.

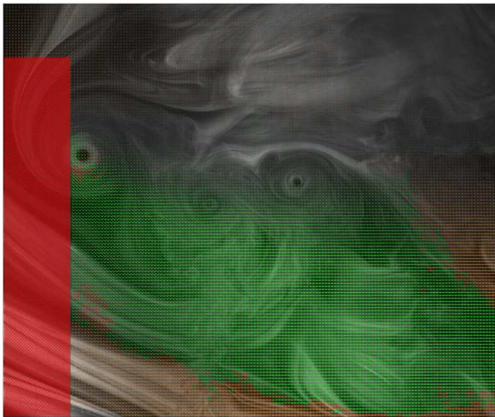
Figura 3.5: Acquisizioni ottenute con la tecnica PIV.

Ciascuna serie di immagini è stata analizzata considerando sia un'IA minima pari a $32 px$ che a $16 px$ e un passo di interrogazione pari alla metà della dimensione dell'IA.

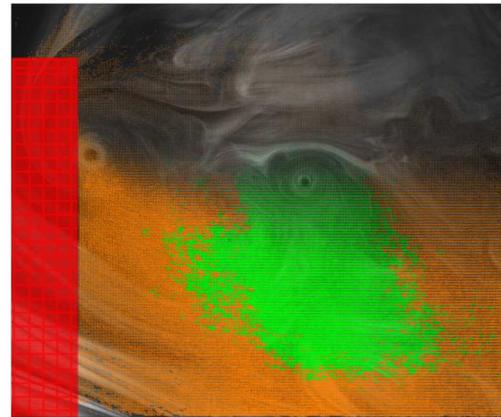
Per la successiva validazione dei dati è stata scelta una soglia minima del cc di 0.3 in prima analisi, successivamente di 0.5. Una volta analizzate le singole immagini, è stato calcolato l'andamento medio del flusso.

Di seguito si riportano le medie dei campi di velocità ottenuti in seguito alla validazione dei dati. I vettori in verde sono i dati che sono stati calcolati con

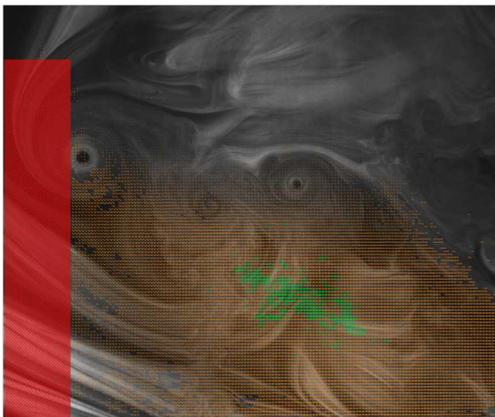
certezza dall'algoritmo risolutivo, mentre quelli arancioni sono ottenuti attraverso l'interpolazione dei dati presenti in quelle zone, forniti solamente da alcune delle immagini, e rappresentano l'andamento atteso del flusso con un grado di incertezza maggiore rispetto ai primi.



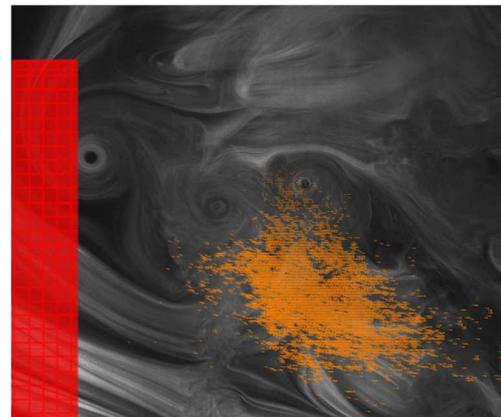
(a) Campo di velocità medio con IA=32 *px* e cc 0.3.



(b) Campo di velocità medio con IA=16 *px* e cc 0.3.



(c) Campo di velocità medio con IA=32 *px* e cc 0.5.



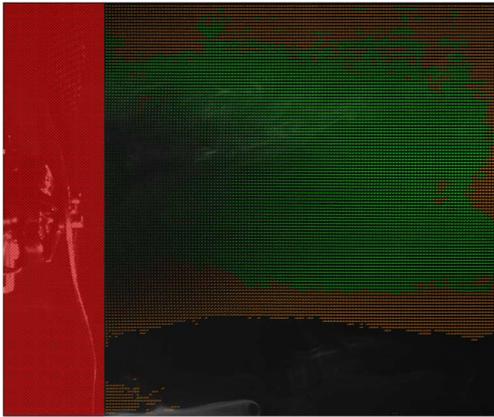
(d) Campo di velocità medio con IA=16 *px* e cc 0.5.

Figura 3.6: Campi di velocità medi calcolati con un IA di 32 *px* e 16 *px* con coefficiente di correlazione minimo 0.3 e 0.5 della zona all'estremità dell'elica.

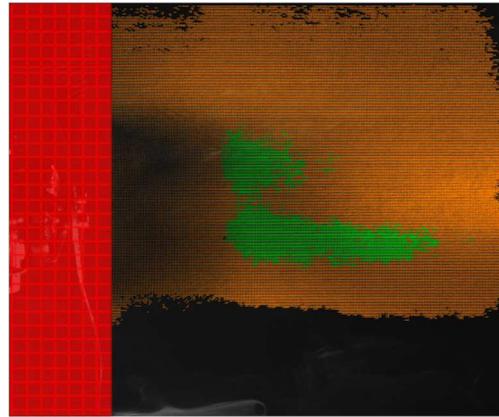
Le percentuali di vettori validi, relativamente alla zona di estremità, sono riportate in tabella.

| cc \ IA | 32 px | 16 px |
|---------|-------|-------|
| 0.3 | 52.6% | 22.1% |
| 0.5 | 1.6% | 0% |

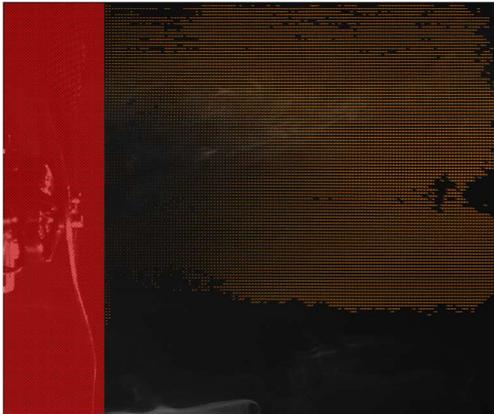
Tabella 3.3: Percentuali dei vettori validati nel calcolo della media del campo di velocità nella zona di estremità dell'elica.



(a) Campo di velocità medio con IA=32 px e cc 0.3.



(b) Campo di velocità medio con IA=16 px e cc 0.3.



(c) Campo di velocità medio con IA=32 px e cc 0.5.



(d) Campo di velocità medio con IA=16 px e cc 0.5.

Figura 3.7: Campi di velocità medi calcolati con un IA di 32 px e 16 px con coefficiente di correlazione minimo 0.3 e 0.5 della zona centrale dell'elica.

Nella seguente tabella, si riportano le percentuali dei vettori validati, riferiti alle medie dei campi di velocità calcolati, riferiti alla zona centrale del flusso.

| | | |
|----------|---------|---------|
| IA cc | $32 px$ | $16 px$ |
| 0.3 | 52.5% | 8.4% |
| 0.5 | 0% | 0% |

Tabella 3.4: Percentuali dei vettori validati nel calcolo della media del campo di velocità nella zona centrale dell’elica.

Alla luce di quanto esposto nelle tabelle (Tab. 3.3 e Tab. 3.4), le basse percentuali di validazione possono essere causate da vari fattori, tra cui:

- **Bassa densità di particelle:** può essere risolta aumentando il seeding delle particelle traccianti;
- **Rumore elevato:** dovuto a riflessioni, o variazioni di intensità e può essere ridotto gestendo il seeding delle particelle traccianti in maniera opportuna;
- **Scarsa qualità dell’immagine:** dovuta a sfocature o ad un’illuminazione non adeguata delle particelle: questo problema può essere evitato effettuando una calibrazione adeguata della strumentazione;
- **Finestra di interrogazione troppo grande:** una finestra di interrogazione eccessivamente grande potrebbe coprire aree in cui direzione e velocità del flusso sono molto variabili;
- **Finestra di interrogazione troppo piccola:** una finestra di interrogazione eccessivamente piccola potrebbe non riuscire a coprire lo spazio interessato dallo spostamento delle particelle (Sez. 2.2).

Inoltre, la percentuale di vettori validati prossima allo zero impostando una soglia minima del cc pari a 0.5, ottenuta per entrambi i set di immagini, evidenzia una scarsa capacità di riconoscimento delle particelle fluide da parte del software di risoluzione. In aggiunta, confrontando i dati relativi alla zona centrale con quelli ottenuti nella zona di estremità, si può notare una sostanziale riduzione del numero di vettori validati sulla media, contrariamente a quanto atteso, dato il numero molto maggiore di coppie di immagini acquisite. Tale esito può essere associato alla maggiore distanza tra il piano ottico e quello di illuminazione del

laser, oltre che a una distribuzione non ottimale delle particelle traccianti e a possibili riflessioni di luce da parte di oggetti limitrofi alla postazione, risultando in una minore risoluzione di acquisizione.

Per ovviare a tali criticità sono state introdotte ulteriori accortezze, apportando alcune modifiche al setup, finalizzate a migliorare la qualità dei dati acquisiti e ad incrementare l'affidabilità delle misurazioni, fissando come obiettivo il raggiungimento di una percentuale di validazione almeno pari all'80%.

In particolare:

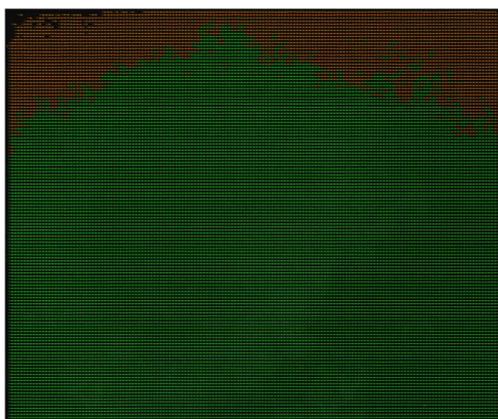
- lo sfondo della zona acquisita dalla camera è stato coperto con un telo nero, in modo da ridurre al minimo la riflessione del fascio di luce emesso dal laser;
- la distanza tra piano focale e fascio laser è stata ridotta a 40 cm, in maniera tale da migliorare la risoluzione, ricoprendo un'area di 20 px/mm , per un totale di $2560 \times 2160 \text{ px}$;
- la distanza tra la camera ed il piano dell'elica è stata aumentata per catturare una zona del flusso in cui la scia fosse maggiormente sviluppata, in questo modo si riesce ad ottenere una distribuzione delle particelle traccianti più uniforme, creando meno problemi in fase di analisi.

Di seguito viene presentata un'immagine come riferimento in modo che sia possibile apprezzare la migliore qualità dell'acquisizione in seguito alle modifiche fatte al setup.

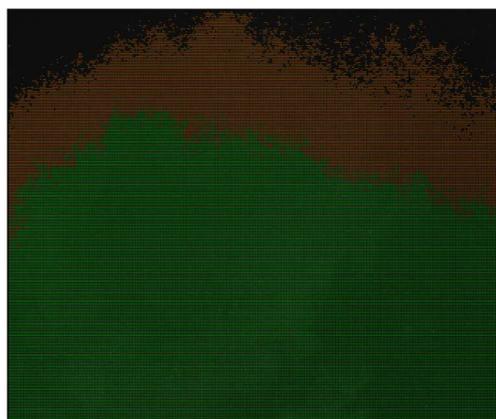


Figura 3.8: Acquisizione PIV a valle delle modifiche.

Poiché l'obiettivo è l'ottenimento di risultati altamente affidabili, in questo caso, risulta superflua l'impostazione di un basso valore per la soglia minima del cc . Pertanto, durante l'analisi di questo set di immagini è stato impiegato direttamente un coefficiente di correlazione minimo pari a 0.5. Di seguito sono presentati i campi di velocità medi ottenuti in seguito alla validazione.



(a) Campo di velocità medio con con $IA= 32px$.



(b) Campo di velocità medio con con $IA= 16px$.

Figura 3.9: Campi di velocità medi ottenuti con cc pari a 0.5.

Le percentuali di vettori validi sono riportate in tabella.

| | IA | |
|------|---------|---------|
| cc | $32 px$ | $16 px$ |
| 0.5 | 98.9% | 63.2% |

Tabella 3.5: Percentuali dei vettori validati nel calcolo della media del campo di velocità a valle delle modifiche.

Osservando i risultati ottenuti con le due diverse IA, risulta ovvio che l'accuratezza sia migliore nel caso di 32 px , analogamente a quanto ottenuto nei due set di acquisizioni precedenti (Tab. 3.3 e Tab. 3.4). Tale risultato era prevedibile dal momento che appare coerente con quanto riportato nella Sez. 2.2, dove si afferma che una finestra di interrogazione più piccola corrisponde a una migliore risoluzione spaziale, nonostante riduca l'accuratezza del calcolo.

Tuttavia, la minor percentuale di dati validati con IA di 16 px , rispetto alla quasi totalità di validazione nel caso con IA di 32 px , seppur nettamente superiore a quanto ottenuto in precedenza, potrebbe essere dovuta a un'erronea scelta dell'intervallo di acquisizione tra due frame consecutivi.

Durante l'effettiva campagna sperimentale, non più focalizzata alla validazione dei vettori, quantopiù alla visualizzazione dell'intero campo di velocità generato dall'elica, è stata posta ulteriore attenzione al tempo di acquisizione, funzione dello spostamento delle particelle che si desidera rilevare tra i due frame consecutivi (Eq. 14).

Capitolo 4

Risultati

Nel presente capitolo saranno presentati i risultati ottenuti in seguito all'analisi delle immagini acquisite con lo scopo di catturare l'intero flusso d'aria generato dall'elica. Verranno, quindi, descritti i passaggi seguiti per permettere uno stitching efficace delle immagini relative alle medie della velocità del flusso. Infine, come dall'analisi del flusso, è possibile risalire al valore della spinta dell'elica, per poi confrontarlo con quello stimato in fase di caratterizzazione.

4.1 Acquisizione e composizione delle immagini

Al fine di mantenere la qualità di acquisizione ottenuta alla fine del capitolo precedente, le immagini sono state acquisite utilizzando le medesime modalità; ricoprendo, quindi, un'area di 20 px/mm per un totale di $2560 \times 2160 \text{ px}$. A tali parametri corrisponde un FOV della camera di $128 \times 108 \text{ mm}$; tuttavia, essendo il diametro dell'elica pari a 15 in (Tab. 3.1), ovvero 381 mm , per ottenere un'immagine unica del flusso totale, sono necessarie almeno quattro acquisizioni contigue. In realtà, per una visualizzazione ottimale del flusso, sarebbero necessarie almeno cinque acquisizioni verticali, in modo da catturare una porzione leggermente superiore al diametro dell'elica.

Tuttavia, prendendo in analisi la sola condizione di hover, il flusso generato può essere considerato assialsimmetrico (Sez. 2.1), pertanto la quantità di acquisizioni necessaria a coprire la lunghezza verticale del flusso, in questo caso, può essere

ridotta a tre. In fase di valutazione della distanza coperta orizzontalmente, invece, si è optato per la scelta di una lunghezza circa pari al diametro dell'elica, corrispondente a tre immagini disposte orizzontalmente, in modo da catturare il parziale sviluppo della scia.

Sono state ricavate, perciò, un totale di nove immagini, partendo da tremila coppie di acquisizioni per ciascuna, impostando un Δt di $100 \mu s$, in modo da rilevare uno spostamento di $5 px$, attraverso l'utilizzo di una IA di $16 px$ (Eq. 14), e una frequenza del laser pari a $14.117 Hz$. Per una maggiore chiarezza si riporta uno schema dei vari scatti eseguiti, dove:

- **Riquadro rosso:** area totale coperta in seguito allo stitching;
- **Riquadri verdi:** area coperta dalle singole immagini;
- **Zone blu:** zone di overlap tra le acquisizioni.

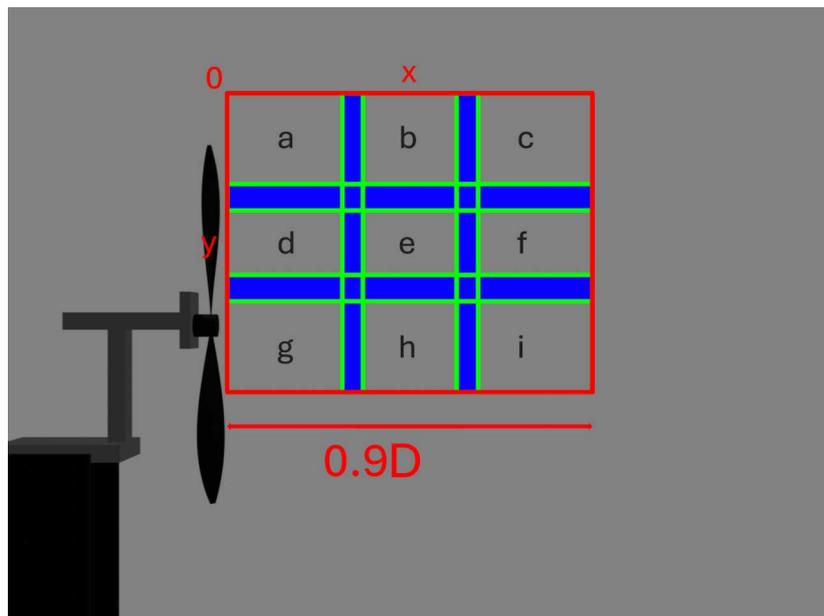


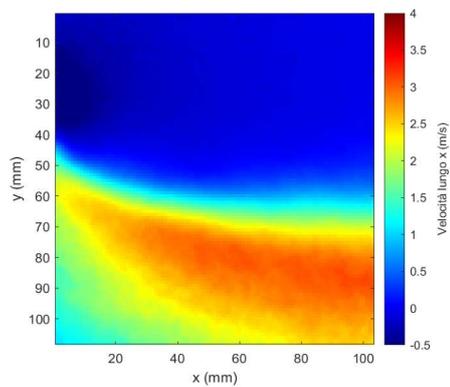
Figura 4.1: Schematica delle varie zone acquisite e sistema di riferimento utilizzato.

Infine, per realizzare la combinazione delle catture, è stato necessario posizionare la camera in modo tale che in ciascuna di esse fosse presente una zona di sovrapposizione comune a quelle limitrofe, scelta pari a $160 px$ (c.ca $8 mm$), per

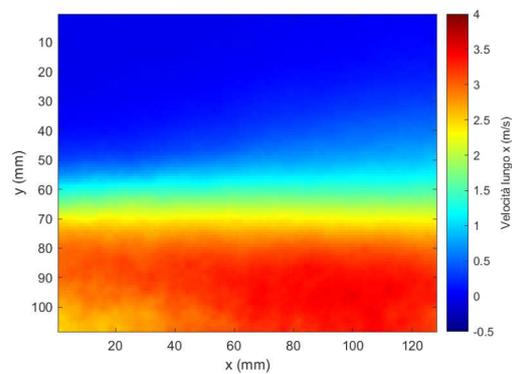
permettere la successiva operazione di transizione lineare dei dati nelle zone comuni.

Di seguito sono esposti, in primo luogo, i singoli risultati relativi alla componente assiale della velocità (Fig. 4.2); in seguito quelli ottenuti dalla composizione delle immagini, sia della componente assiale (Fig. 4.4), utile a ricavare i valori che verranno usati per ricavare i coefficienti correttivi k e C_{d0} , sia di quella verticale (Fig. 4.5).

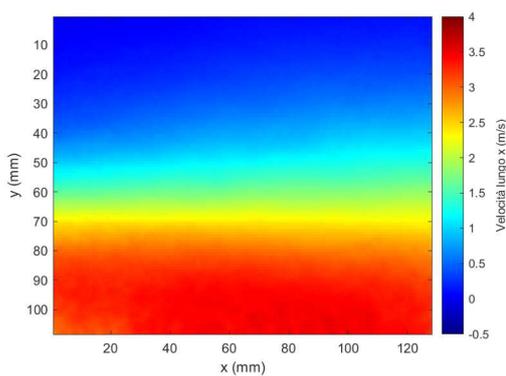
È importante notare che le grandezze riportate sugli assi x e y delle figure ottenute rappresentano il campo visivo della telecamera in mm , con x che aumenta verso destra ed y che aumenta dall'alto verso il basso.



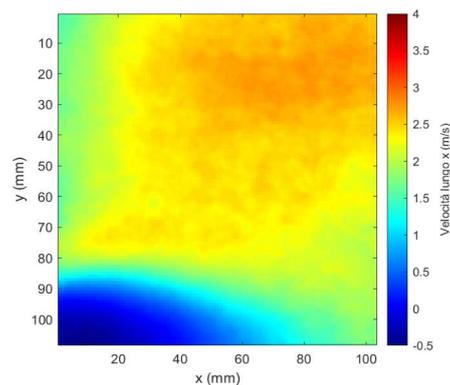
(a)



(b)



(c)



(d)

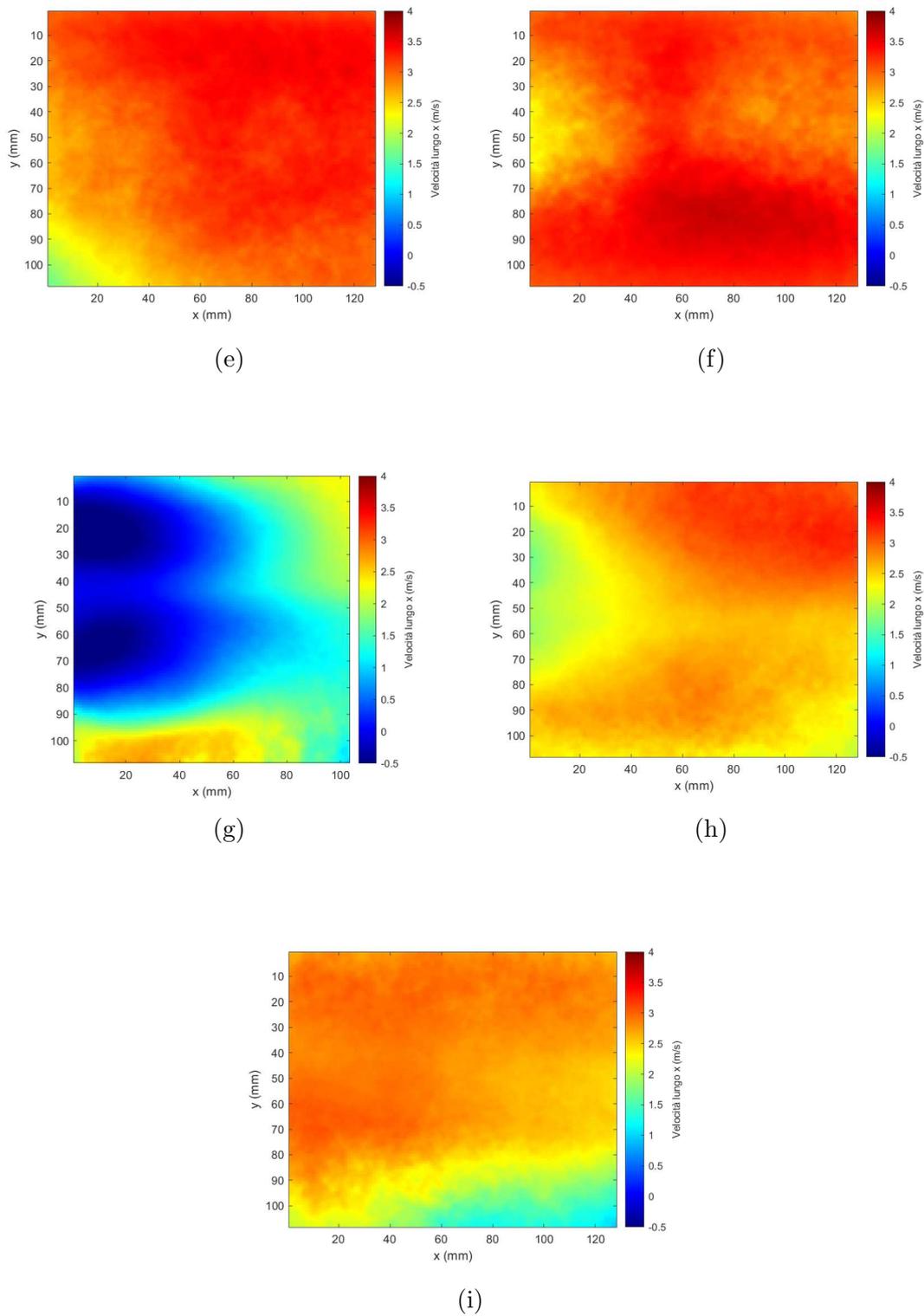


Figura 4.2: Suddivisione del flusso assiale in funzione delle singole acquisizioni.

Il risultato finale dello stitching delle immagini, applicando la transizione lineare nella zona di overlap tra le varie acquisizioni e considerando solo la parte superiore

all'asse dell'elica, in seguito all'ipotesi di flusso assialsimmetrico (Sez. 2.1), è rappresentato nelle immagini successive.

In questo caso, le grandezze riportate sugli assi indicano:

- **asse x** : distanza dall'origine del sistema di riferimento, espressa come una frazione del diametro dell'elica;
- **asse y** : distanza dall'origine del sistema di riferimento, espressa in *mm*.

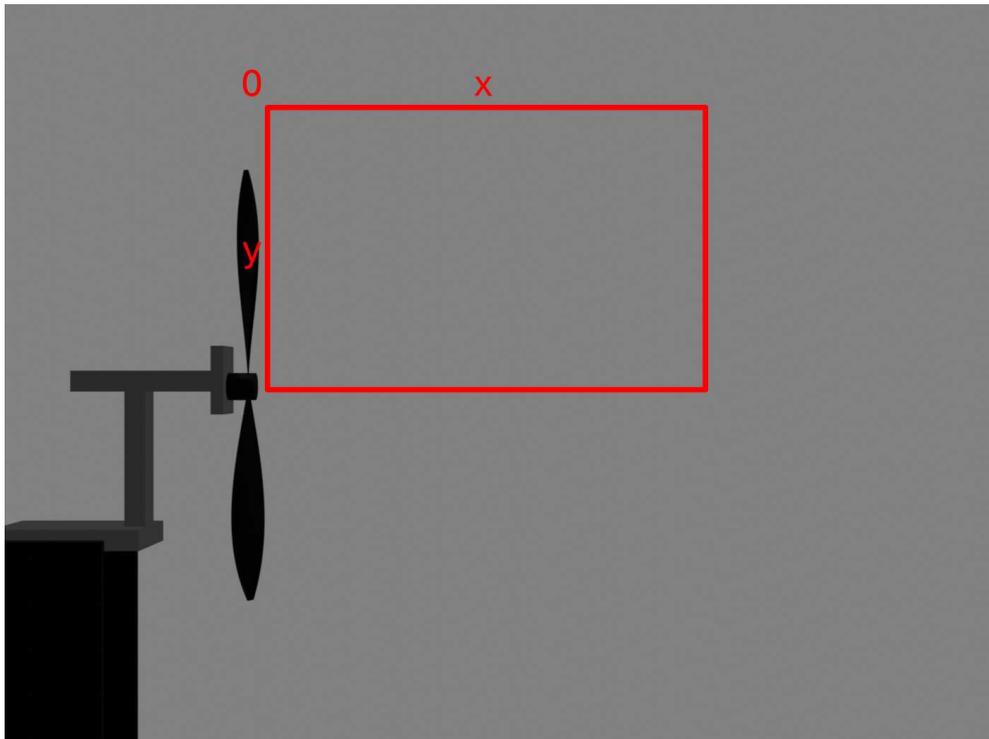


Figura 4.3: Schematica della zona acquisita in seguito allo stitching e relativo sistema di riferimento.

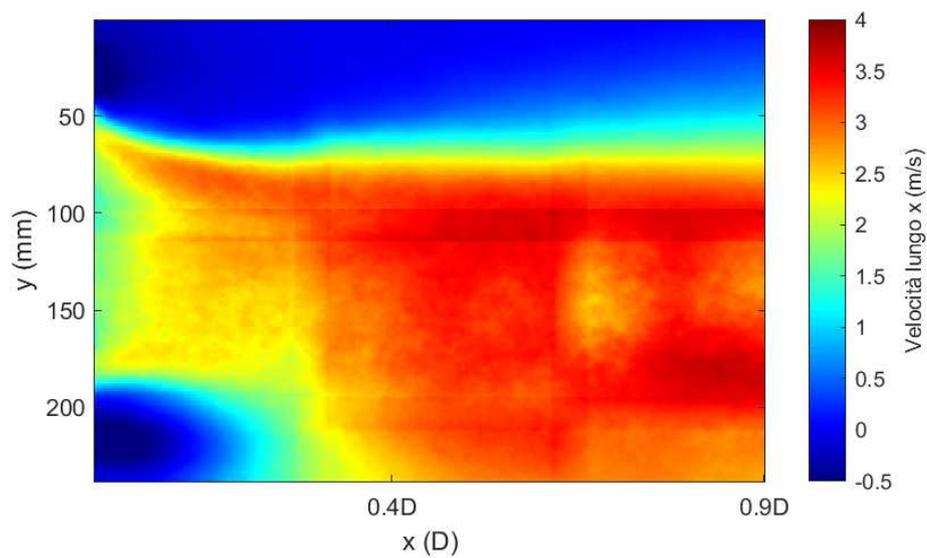


Figura 4.4: Stitching delle acquisizioni relative alla componente assiale: U positiva verso destra.

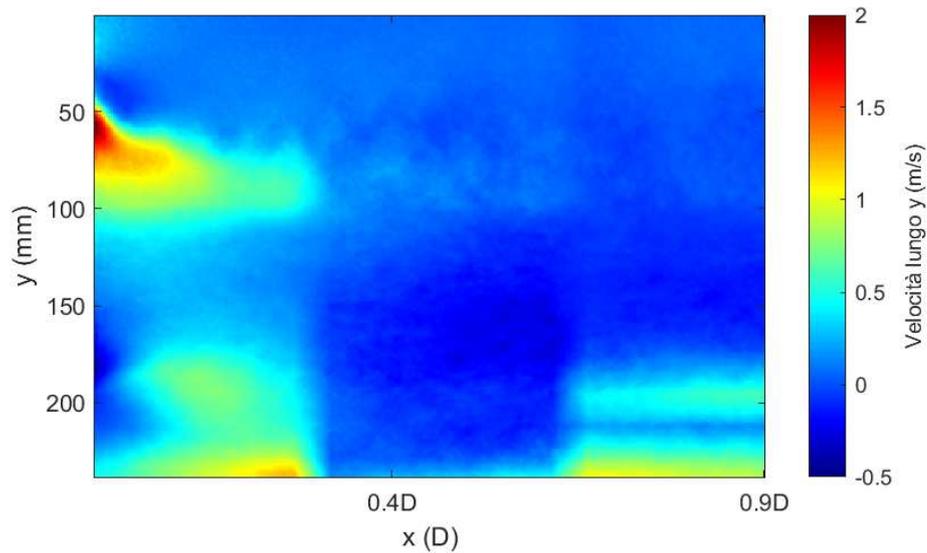


Figura 4.5: Stitching delle acquisizioni relative alla componente verticale: V positiva verso il basso.

Una volta effettuato lo stitching, al fine di avere una validazione aggiuntiva dei risultati e della corretta combinazione delle immagini, prima di procedere con il calcolo dei fattori correttivi, si è ritenuto opportuno calcolare l'indice di uniformità del flusso, γ , il quale rappresenta la variabilità della velocità assiale del flusso all'interno del tubo di flusso, calcolato come segue^[5].

$$\gamma = 1 - \frac{1}{W_2} \cdot \int_y \frac{\Phi}{2U_{ave}} dy \quad \text{con } \Phi = ||U| - U_{ave}|, \quad U_{ave} = \frac{1}{W_2} \int_y |U| dy.$$

Dove:

- W_2 : altezza del tubo di flusso;
- U_{ave} : velocità assiale media del flusso;
- U : velocità assiale puntuale del flusso.

In base a questa definizione, il termine γ è un valore compreso tra 0 e 1, dove:

- $\gamma = 1$ rappresenta un flusso omogeneo lungo l'altezza del tubo di flusso ad una data sezione;
- $\gamma = 0$ è indice di un flusso altamente non uniforme lungo l'altezza del tubo di flusso.

Calcolando γ in corrispondenza di varie sezioni, lungo lo sviluppo assiale del tubo di flusso e inserendo i risultati in un grafico si ottiene il seguente andamento:

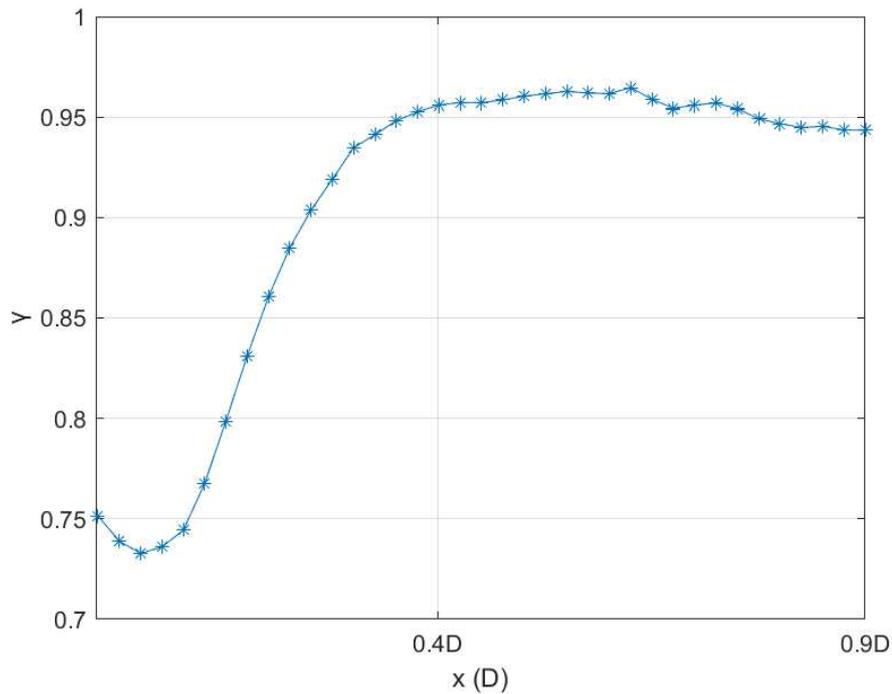


Figura 4.6: Andamento di γ lungo il tubo di flusso.

Dal grafico si evince che nella zona in prossimità dell'elica il flusso risulta essere caotico rispetto alla zona di sviluppo della scia, dove si ha un andamento più uniforme. Tale progressione è coerente con quanto atteso; effettivamente, le zone del flusso più vicine al piano dell'elica risentono delle perturbazioni e dei vortici da essa generati durante la rotazione, oltre che alla presenza di una zona di ricircolo, dovuta a uno svergolamento accentuato delle pale, come osservato nella Sez. 3.1 e ad una compressione del tubo di flusso dovuta all'accelerazione del fluido, in accordo con l'equazione di continuità dei fluidi.

Per una maggiore chiarezza, si riporta di seguito l'immagine risultante dalla composizione delle nove acquisizioni di partenza (Fig. 4.4), sulle quali sono rappresentate le linee di flusso.

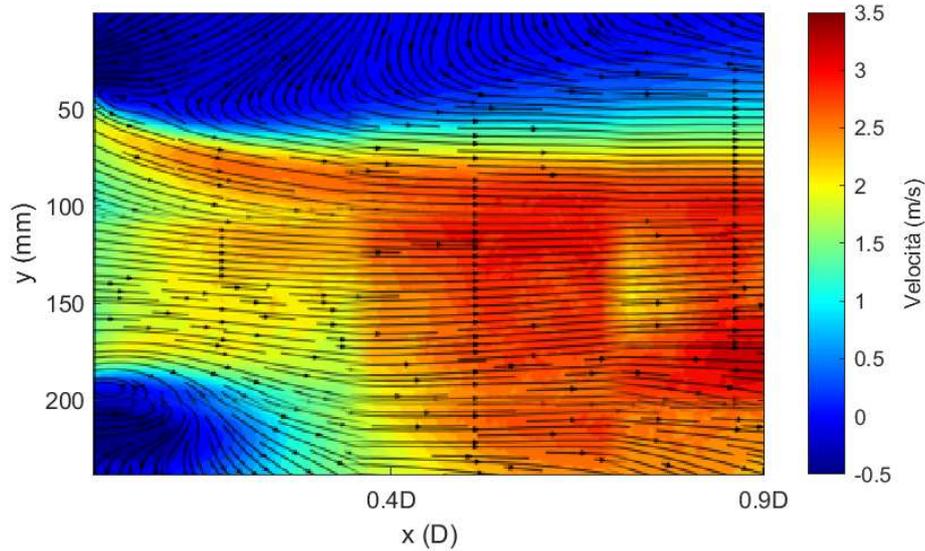


Figura 4.7: Risultato della composizione delle singole immagini, sulle quali sono state riportate le linee flusso.

Sulla parte sinistra della figura soprastante, si può facilmente osservare la compressione del tubo di flusso (nella zona superiore dell'immagine le linee di flusso tendono ad andare verso il basso) e la formazione di una zona di ricircolo in corrispondenza dell'asse dell'elica (nella zona inferiore dell'immagine la velocità assiale del flusso si riduce, fino a diventare negativa). Inoltre, nella parte destra, dove la scia è maggiormente sviluppata, poiché le linee di flusso risultano parallele, si ha la conferma che il flusso sia meno caotico, in accordo con quanto riportato nel grafico in Fig. 4.6.

4.2 Calcolo della spinta

In seguito al risultato ottenuto, riformulando la Eq. 1 è possibile ricavare la spinta, T , dalle misurazioni effettuate.

$$T = \dot{m}|(U_\infty - U_{ave})| \quad \text{con} \quad \dot{m} = \rho \int_A U dA, \quad U_\infty = 0.$$

Dove:

- \dot{m} : portata in massa relativa al flusso;
- U_∞ : velocità assiale del flusso all'infinito, in questo caso nulla perché riferita all'aria in quiete;
- A : area della scia, approssimabile anche come l'area del disco dell'elica;
- U_{ave} : velocità assiale media del flusso, calcolata come segue:

$$U_{ave} = \frac{1}{W_2} \int_y |U| dy,$$

dove W_2 è l'altezza del tubo di flusso e U è la velocità assiale puntuale del flusso.

La formula soprastante è stata applicata a vari intervalli lungo lo sviluppo orizzontale del tubo di flusso. L'andamento in funzione della distanza dall'origine del sistema di riferimento, espressa in diametri, è presentato nel grafico seguente¹.

¹Eventuali discontinuità potrebbero essere dovute ad uno stitching non ottimale delle immagini.

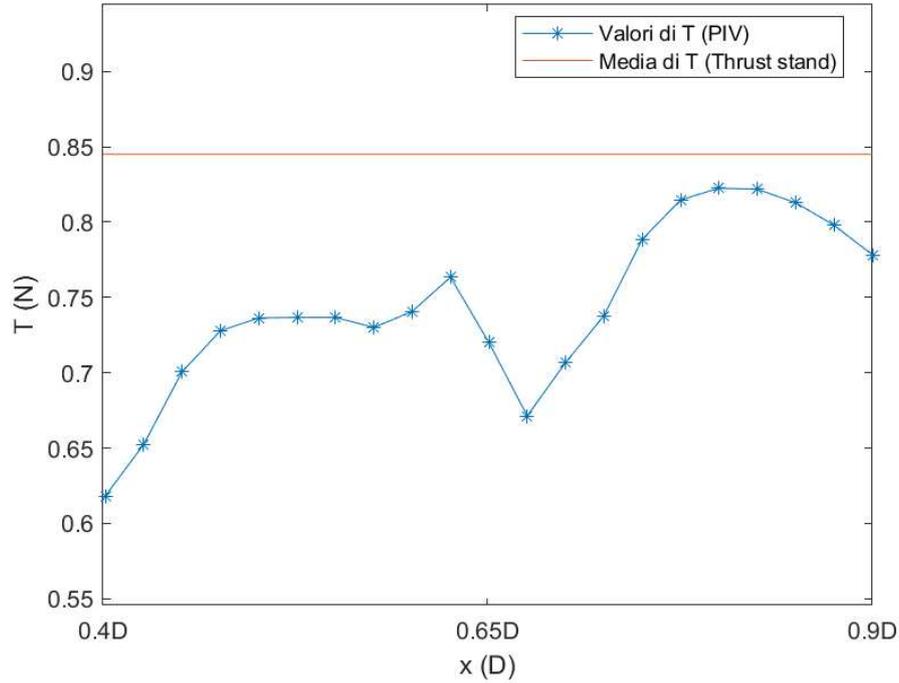


Figura 4.8: Valori della spinta calcolati lungo lo sviluppo del tubo di flusso, partendo da $0.4D$ rispetto all'origine del sistema di riferimento.

La scelta di partire da una distanza di 0.4 diametri è dovuta alla maggiore omogeneità del flusso in seguito allo sviluppo della scia (Fig. 4.6). I risultati visualizzati, inoltre, risultano coerenti con i valori ottenuti in fase di caratterizzazione per impulsi corrispondenti a $1100 \mu s$, dai quali è emersa una spinta media pari a $T = 0.845 N$.

4.3 Osservazioni finali

In seguito alla determinazione della spinta, nel caso di un'analisi PIV stereoscopica, si potrebbe procedere con il calcolo della componente tridimensionale del flusso. In questo modo si potrebbe avere una panoramica ancora più accurata delle dinamiche della scia e si potrebbe procedere, quindi, alla determinazione della potenza P (Eq. 4) e della resistenza aerodinamica parassita, D_0 , rilevando la variazione di energia cinetica dell'aria contenuta nella scia rispetto all'aria in quiete. Da tali grandezze si possono, poi, trovare i valori di k e C_{d_0} .

Tuttavia, con un setup studiato per l'analisi planare del flusso, non essendo in

grado di apprezzare la componente fuori piano della velocità, non è possibile risalire ai coefficienti correttivi, in quanto, nel caso di un rotore, la componente tridimensionale del flusso influisce considerevolmente nella determinazione di tali termini.

Osservando, infine, i risultati ottenuti globalmente, sia in fase di caratterizzazione dell'elica, sia in fase di analisi PIV, è possibile affermare che:

- Sia il termine k , che il coefficiente aerodinamico C_{d_0} risultano essere leggermente più alti rispetto ai valori riportati in letteratura; i quali, in riferimento a rotori per elicotteri^[1], sono pari a: $k \simeq 1.15$; $C_{d_0} \simeq 0.01$.

Tale risultato potrebbe essere dovuto a vari fattori, tra cui:

- **Effetti turbolenti:** tramite l'analisi PIV si nota come l'andamento del flusso, soprattutto in prossimità del piano dell'elica risulti essere piuttosto caotico a causa dello svergolamento accentuato della pala di un'elica adibita ad un drone. Conseguenza di ciò è l'aumento degli effetti turbolenti dovuti al moto relativo con l'aria, a cui corrisponde un incremento della dissipazione di energia, il quale si riflette in un aumento del valore di k ;
- **Motivi legati alla geometria:** un elicottero, generalmente, presenta un numero di pale elevato, aventi un profilo aerodinamico ottimizzato per la generazione di portanza; nei droni, invece, il numero di pale è ridotto e la progettazione di quest'ultime si concentra maggiormente sull'ottenimento di strumenti robusti e dalla particolare facilità di realizzazione. Conseguenza di ciò è uno spessore più elevato, in proporzione alla corda della sezione della pala, il quale comporta un aumento della resistenza parassita D_0 , quindi un aumento del C_{d_0} . Inoltre il basso allungamento alare fa sì che vengano generati vortici più intensi alle estremità, risultando anche in un incremento del termine k ;
- **Velocità di rotazione più elevate:** le eliche dei droni operano a velocità di rotazione generalmente più elevate rispetto a quelle degli

elicotteri, comportando una maggiore velocità relativa tra profilo alare ed aria, perciò, ad un aumento della resistenza;

- La spinta calcolata tramite la tecnica PIV è leggermente sottostimata in confronto a quella calcolata tramite l'utilizzo del banco prova. La causa della discrepanza potrebbe essere legata a:
 - **Perdite di massa:** nella scia potrebbero esserci perdite di massa dovute a dispersioni dovute ad effetti non ideali;
 - **Stima errata della densità:** considerando la densità costante, come nel caso preso in analisi, il calcolo della spinta in funzione della quantità di moto potrebbe risultare meno accurato;
 - **Differenze nel metodo di misura:** la stima della spinta tramite banco prova è una misura globale della grandezza, mentre quella effettuata attraverso la PIV è una valutazione fatta basandosi su grandezze puntuali del flusso; il calcolo della quantità di moto, perciò, potrebbe risultare in un valore inferiore a quello effettivo.

Di conseguenza, si può concludere che i risultati ottenuti in seguito alla messa a punto del setup siano ragionevoli e coerenti con quanto atteso, sebbene possano essere attuate accortezze aggiuntive finalizzate all'ulteriore limitazione delle discrepanze evidenziate.

Capitolo 5

Conclusioni e sviluppi futuri

Nel corso di questo lavoro di tesi è stato sviluppato un sistema per l'analisi del flusso generato da eliche in hovering, utilizzando la tecnica PIV. Dopo un'introduzione sugli aspetti teorici dell'aerodinamica delle eliche e dell'algoritmo matematico su cui si basa la tecnica PIV, è stata, innanzitutto, caratterizzata l'elica impiegata, con particolare attenzione alla spinta, alla coppia e velocità angolare. Queste misurazioni, infatti, hanno permesso una stima dei coefficienti correttivi k e C_{d_0} . Successivamente, è stato messo a punto e ottimizzato un setup sperimentale che ha permesso l'acquisizione e l'elaborazione di immagini con la tecnica PIV, attraverso le quali è stato possibile analizzare il campo di velocità del flusso generato dall'elica e procedere con un confronto tra la spinta acquisita utilizzando il thrust stand e quella calcolata a partire dalla quantità di moto contenuta all'interno della scia. Infine, valutando globalmente i risultati ottenuti, si è ottenuta una buona coerenza tra le metodologie utilizzate e i fondamenti teorici, pur mostrando alcune discrepanze legate agli effetti turbolenti e alle limitazioni della tecnica sperimentale.

L'ottimizzazione del setup, quindi, costituisce una base solida per futuri sviluppi, volti ad un ulteriore miglioramento della precisione delle misurazioni e all'estensione dell'analisi a configurazioni più complesse.

5.1 Sviluppi futuri

Gli sviluppi futuri correlati al presente lavoro di tesi sono relativi a:

- **Miglioramento della qualità delle acquisizioni:** poiché il setup proposto rappresenta una prima messa a punto della strumentazione, c'è ancora ampio margine di miglioramento, in particolar modo per quanto riguarda una calibrazione più raffinata del sistema camera-laser, e un'ottimizzazione della concentrazione e della tipologia delle particelle traccianti;
- **Implementazione di una tecnica stereoscopica di analisi PIV:** l'analisi PIV descritta nel presente lavoro è limitata alla cattura di un piano bidimensionale. Una naturale evoluzione potrebbe prevedere, perciò, l'utilizzo di un numero maggiore di telecamere per l'implementazione di una tecnica stereoscopica o volumetrica di analisi del flusso, in modo da catturare anche la componente di velocità ortogonale al piano di illuminazione del laser, riducendo, così, le gli errori legati agli effetti tridimensionali;
- **Studio di eliche in varie condizioni operative:** poiché la messa a punto del setup si è concentrata sulla sola condizione di volo a punto fisso, un'estensione interessante è rappresentata dallo studio del comportamento delle eliche in condizioni di volo differenti, ad esempio la condizione di avanzamento o l'interazione con altri corpi. A tal proposito è necessario adattare il setup ad una galleria del vento^[6];
- **Adattamento del setup alla galleria del vento CICLoPE^[18]:** al fine di simulare condizioni diverse da quella di hovering, il setup potrebbe essere adattato ad operare all'interno del Long Pipe, in modo da generare un moto relativo tra elica ed aria, assente nella condizione di volo a punto fisso. Con questo scopo sono stati progettati alcuni componenti per rendere compatibile la strumentazione con la struttura del Long Pipe; in particolare è stata realizzata una botola di accesso per permettere alla camera di catturare la zona interna della galleria e un supporto per il laser avente la forma di un

profilo alare simmetrico, finalizzato ad avere un'influenza minima sul flusso all'interno del Pipe.

Riferimenti bibliografici

Bibliografia

- [1] J. G. Leishman, *Principles of helicopter aerodynamics*. Cambridge university press, 2006.
- [2] D. K. Richard e J. A. Ronald, *Theory of cross-correlation analysis of PIV images*. Springer Nature, 1992.
- [3] E. L. de Angelis, F. Giulietti, G. Rossetti e G. Bellani, “Performance analysis and optimal sizing of electric multirotors,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 118, p. 107057, 2021.
- [4] M. Raffel, C. E. Willert, F. Scarano, C. J. Kähler, S. T. Wereley e J. Kompenhans, *Particle image velocimetry: a practical guide*. Springer Nature, 2018.
- [5] S. J. Daniels, A. A. Rahat, G. R. Tabor, J. E. Fieldsend e R. M. Everson, “Automated shape optimisation of a plane asymmetric diffuser using combined Computational Fluid Dynamic simulations and multi-objective Bayesian methodology,” *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, vol. 33, n. 6-7, pp. 256–271, 2019.
- [6] A. Grava, S. Jacopo, I. Gaetano, B. Luis e C. Gioacchino, “Experimental Investigation of a Small Drone Propeller Aerodynamics in Forward Flight,” *AIAA Journal*, pp. 1–12, 2024.

Sitografia

- [7] T. William e S. René. “Particle Image Velocimetry for MATLAB: Accuracy and enhanced algorithms in PIVlab — Journal of Open Research Software.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2021), indirizzo: <https://doi.org/10.5334/jors.334>.
- [8] T. A. Gerardo Paolillo. “PaIRS - Particle Image Reconstruction Software.” Ultimo accesso: 26 gennaio 2025. (2024), indirizzo: <https://www.pairs.unina.it/>.
- [9] Litron Lasers. “Bernoulli PIV - Litron.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://litron.co.uk/product-range/lasers-for-piv/bernoulli-piv/>.
- [10] Dantec Dynamics. “Light Guiding Arms - Dantec Dynamics.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://www.dantecdynamics.com/components/light-guiding-arms/>.
- [11] SAFEX. “Macchina del fumo Fog 2010 Plus — SAFEX.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://safex.shop/de/safex-nebelgerat-fog-2010-plus.html>.
- [12] hazebase. “highpower² - hazebase.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://hazebase.com/en/fog-machines/highpower%C2%B2/>.
- [13] Cambridge Scientific. “Andor Technology Zyla 5.5 USB 3.0 sCMOS *NEW* Microscope Camera — Cambridge Scientific.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://www.cambridgescientific.com/product/andor-technology-zyla-5-5-usb-3-0-scmos-new-microscope-camera>.
- [14] Canon. “Canon EF-S 17-55mm f/2.8 IS USM - Lenses - Camera & Photo lenses - Canon Italia.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://www.canon.it/lenses/ef-s-17-55mm-f-2-8-is-usm-lens/>.

-
- [15] Dantec Dynamics. “Synchronizers - Dantec Dynamics — Precision Measurement Systems & Sensors.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://www.dantecdynamics.com/components/synchronizers/>.
- [16] Tyto Robotics. “Series 1585: Drone Thrust Stand - Tyto Robotics.” Ultimo accesso: 19 dicembre 2024. (2024), indirizzo: <https://www.tytorobotics.com/pages/series-1580-1585>.
- [17] Gabriele Borghini. “Setup per PIV planare finalizzato allo studio del flusso generato da un’elica.” Ultimo accesso: 06 gennaio 2025. (2025), indirizzo: <https://www.youtube.com/watch?v=Vz9iIN0oCHk>.
- [18] U. o. B. CICLoPE. “The Long Pipe — CICLoPE (Centre for International Cooperation in Long Pipe Experiments).” Ultimo accesso: 29 gennaio 2025. (2025), indirizzo: https://site.unibo.it/ciclope/en/other-facilities/copy_of_the-long-pipe.

Fonti delle immagini

- [19] J. G. Leishman, *Introduction to Aerospace Flight Vehicles*. Embry-Riddle Aeronautical University, 2023, Chapter 60, “Helicopters & Vertical Flight”.
- [20] J. G. Leishman, *Principles of helicopter aerodynamics*. Cambridge university press, 2006.
- [21] J. Kompenhans, M. Raffel, L. Dieterle et al., “Particle image velocimetry in aerodynamics: Technology and applications in wind tunnels,” *Journal of Visualization*, vol. 2, n. 3-4, pp. 229–244, 2000.
- [22] D. K. Richard e J. A. Ronald, *Theory of cross-correlation analysis of PIV images*. Springer Nature, 1992.