

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

L'atomo di idrogeno: righe, serie e sua importanza in astrofisica

Tesi di laurea

Presentata da:
Christian Soto

Relatrice:
Chiar.ma Prof.ssa Marcella Brusa

Anno Accademico 2023-2024

Sommario

Lo studio dell'atomo di idrogeno è fondamentale per la comprensione dei processi complessi dell'universo. Questo elaborato si concentrerà, in primo luogo, sull'introduzione degli elementi teorici essenziali, necessari per analizzare i casi astrofisici selezionati. L'obiettivo non è fornire una trattazione esaustiva dell'idrogeno, ma piuttosto presentare i concetti chiave in modo sintetico e mirato, così da poter comprendere le applicazioni astrofisiche discusse successivamente.

Indice

1	L'atomo di idrogeno: struttura atomica	2
1.1	Atomo di Bohr	3
1.2	Serie dell'atomo di idrogeno	3
2	L'atomo di idrogeno: modello teorico	6
2.1	Trattazione quantistica	6
2.2	Transizioni elettroniche di dipolo	7
2.3	Struttura Iperfine	8
3	Applicazioni Astrofisiche	9
3.1	Mezzo Interstellare	9
3.2	Idrogeno stellare	11
3.3	Riga a 21cm	12
3.4	Curva di rotazione della galassia	13
3.5	Legge empirica di Tully-Fisher	15

Capitolo 1

L'atomo di idrogeno: struttura atomica

L'atomo di idrogeno è il primo elemento della tavola periodica e, in quanto tale, può essere considerato, in un certo senso, il progenitore di tutti gli altri atomi che seguono. È composto da un protone, attorno al quale ruota un elettrone, e le sue caratteristiche chimiche principali sono riassunte nella seguente tabella:

Caratteristica	Valore
Simbolo chimico	H
Numero atomico	1
Massa atomica	1.008 u
Configurazione elettronica	1s ¹
Punto di fusione	14.00 K
Punto di ebollizione	20.28 K
Stato di aggregazione a T ambiente	Gas
Elettronegatività (Pauling)	2.20
Isotopi principali	Prozio, Deuterio, Trizio

Tabella 1.1: Caratteristiche principali dell'atomo di idrogeno.

Tuttavia, la sua struttura è stata oggetto di studio e dibattito per diversi decenni, poiché non si riusciva a formulare un modello completo coerente con le leggi fisiche conosciute. La meccanica quantistica è fondamentale per sviluppare un modello accurato, ma non era ancora stata formulata al tempo dei primi modelli atomici.

Joseph J. Thomson (1856-1940) propose il famoso modello "a panettone", ma questo non resse all'esperimento della lamina d'oro di Ernest Rutherford (1871-1937), che portò a un modello simile a quello planetario, basato sulla forza coulombiana. Tuttavia, secondo le leggi di Maxwell, un elettrone in accelerazione dovrebbe emettere radiazione elettromagnetica, comportando una perdita di energia. Di conseguenza, l'elettrone spiraleggerebbe verso il nucleo, rendendo impossibile la stabilità degli atomi. Questo portò a concludere che il modello di Rutherford non poteva essere completamente corretto.

1.1 Atomo di Bohr

Nel 1913, il fisico danese Niels Bohr propose un nuovo modello atomico con l'obiettivo di spiegare la stabilità degli atomi. Bohr dovette introdurre delle ipotesi "ad hoc" per risolvere il problema dell'instabilità atomica:

- un atomo ha un insieme discreto di stati stazionari con energia E_1, E_2, E_3, \dots
- l'emissione e l'assorbimento di radiazione per un atomo non avviene in forma continua secondo l'elettrodinamica classica, ma solo quando l'elettrone passa da un'orbita stazionaria ad un'altra.
- Nel passaggio da un'orbita stazionaria E_m ad un'altra E_n si emette o assorbe un fotone di energia $h\nu = |E_m - E_n|$
- un elettrone in uno stato stazionario descrive un'orbita circolare governata dalle leggi della meccanica classica, che però non sono valide nelle transizioni da uno stato stazionario ad un altro.
- Le orbite stazionarie vengono determinate dalla condizione che il modulo del momento angolare $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ dell'elettrone è quantizzato, cioè sia un multiplo intero di \hbar

$$|\mathbf{l}| = n\hbar \quad (1.1)$$

Ogni orbita è caratterizzata da un preciso valore di $n = 1, 2, 3, \dots$, che è associato al momento angolare, e di conseguenza l'energia è quantizzata in funzione di questo numero. Si passa quindi da un continuo di valori energetici ad un insieme discreto di livelli. L'intuizione di Bohr è stata fondamentale per lo sviluppo successivo della meccanica quantistica, pur non essendo esente da limitazioni. Tra queste si annoverano il dualismo onda-particella, il principio di indeterminazione di Heisenberg e l'assenza di una spiegazione fisica completa della situazione. Tuttavia, per la maggior parte delle applicazioni astrofisiche, il modello di Bohr rappresenta una buona approssimazione.

1.2 Serie dell'atomo di idrogeno

La proposta di atomo presentata da Bohr deve molto alle osservazioni relative agli studi di spettroscopia degli anni precedenti. Gli esperimenti mostravano uno spettro di radiazione non continuo, ma uno spettro discreto caratterizzato da precise frequenze. In particolare, nel 1885, Johann Jakob Balmer (1825-1898), studiando l'emissione di un gas di idrogeno opportunamente scaldato, scoprì che alcune righe spettrali seguivano la serie di frequenze:

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad \text{serie di Balmer}$$

dove R è una costante, detta costante di Rydberg, ottenuta empiricamente come $R = 109677.576 \text{ cm}^{-1}$. Poco tempo dopo, Theodore Lyman (1874-1954) scoprì un'altra serie

di frequenze simile:

$$\nu_n = cR \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad \text{serie di Lyman}$$

Allo stesso modo furono scoperte le seguenti serie:

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad \text{serie di Paschen}$$

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad \text{serie di Brackett}$$

$$\nu_n = cR \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, 8, \dots \quad \text{serie di Pfund}$$

Tutti questi risultati vennero riassunti in un'unica formula empirica da Johannes Robert Rydberg (1854-1919) e Walther Ritz (1878-1909):

$$\nu_{m,n} = cR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad n = m + 1, m + 2, \dots$$

La fisica classica non era in grado di spiegare questi risultati, ma Bohr se ne servì per formulare il suo modello di atomo. Infatti, riprendendo il modello di Bohr, l'energia di un elettrone nell' n -esima orbita è data dalla somma dell'energia cinetica e del potenziale coulombiano tra il protone e l'elettrone:

$$E_n = T_n + V_n = \frac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{e^2}{r_n}$$

Nel caso di orbite circolari, come proposto da Bohr, l'accelerazione è puramente centripeta e quindi l'equazione del moto fornisce:

$$\frac{e^2}{r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n} \quad \Rightarrow \quad m_e v_n^2 = \frac{e^2}{r_n}$$

Da questa uguaglianza si può scrivere l'energia in due modi differenti:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{2} m_e v_n^2$$

e, riprendendo la quantizzazione del momento angolare, si può scrivere:

$$v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n} \quad \text{che, inserita nella (2.4), dà} \quad r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{m_e e^2}$$

per ottenere infine:

$$v_n = \frac{e^2}{\hbar n}$$

Questo risultato lo si inserisce in (2.5) e si ottiene la formula fondamentale:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

Le frequenze osservate nello spettro di emissione dell'idrogeno sono quelle corrispondenti ai salti da un'orbita n -esima all'orbita m -esima. Quindi si ha:

$$\nu_{m,n} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{m_e e^4}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Il modello atomico di Bohr riesce a spiegare i risultati sperimentali di Rydberg e Ritz, trovando la formula corretta e la precisa misura della costante di Rydberg. Tuttavia, pur ottenendo risultati coerenti con le osservazioni sperimentali, il modello di Bohr presenta delle limitazioni. Non è in grado di spiegare fenomeni come l'effetto Zeeman o l'effetto Stark, né le strutture fini e iperfini degli spettri atomici. Queste discrepanze verranno successivamente risolte con lo sviluppo della meccanica quantistica, che fornirà un quadro teorico più completo e accurato del comportamento degli atomi.

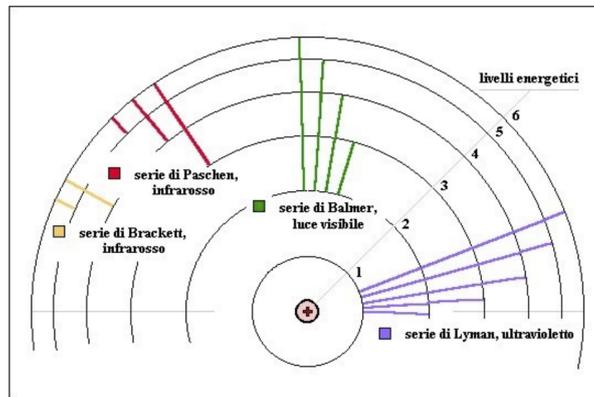


Figura 1.1: Serie dell'idrogeno - immagine presa da[3]

Capitolo 2

L'atomo di idrogeno: modello teorico

Risulta impossibile proseguire la trattazione senza un approfondimento quantistico sull'atomo di idrogeno. Come già scritto precedentemente, il modello di Bohr non era comunque sufficiente a spiegare la totalità dei fenomeni atomici e mancava di un principio fisico che unificasse le ipotesi che, come presentate da Bohr, erano puramente arbitrarie.

2.1 Trattazione quantistica

Nel 1924, il fisico Louis de Broglie (1892-1987), ispirandosi al dualismo onda-particella della luce, ipotizzò che tale dualismo fosse valido anche per la materia ordinaria, e quindi per particelle come elettroni e protoni. Questa ipotesi venne presto confermata nel 1927, grazie all'esperimento della doppia fenditura eseguito con elettroni da Clinton J. Davisson (1881-1958) e Lester H. Germer (1896-1971).

La visione deterministica della fisica classica non trova spazio nella formulazione di un nuovo tipo di fisica: la meccanica quantistica. Per esempio, il concetto di orbita deve essere abbandonato e lasciare spazio al concetto di **orbitale**: una regione tridimensionale all'interno della quale è massima la probabilità di localizzare l'elettrone attorno al nucleo. Ogni particella sarà descritta da una funzione d'onda che ne regola l'evoluzione spaziale e temporale in termini probabilistici.

Per quanto riguarda l'idrogeno, per ottenere una descrizione rigorosa, bisogna risolvere l'equazione di Schrödinger associata:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2}{2mr^2} l^2 + V(r) \right] \psi(r, \theta, \phi) = E\psi(r, \theta, \phi) \quad (2.1)$$

La cui soluzione è

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = \frac{R_n(r)}{r} Y_l^m(\theta, \phi) \quad (2.2)$$

dove:

- $\frac{R_n(r)}{r}$ rappresenta la parte radiale della funzione d'onda, che descrive le possibili posizioni dell'elettrone in funzione della sua distanza dal nucleo. Dipende unicamente dal numero quantico principale n .
- $Y_l^m(\theta, \phi)$ rappresenta la soluzione per la parte angolare, e dipende dai due numeri quantici l e m , che determinano la forma e l'orientazione spaziale degli orbitali.

Tra i numeri quantici n , l e m sono presenti vincoli fondamentali. In particolare, per un valore fissato di n si ha:

- $0 \leq l \leq n - 1$, con l appartenente all'insieme dei numeri naturali
- $-l \leq m \leq +l$, con m intero

Di conseguenza, per ogni numero quantico principale n , si avranno $2l + 1$ stati degeneri, cioè sottolivelli energetici con la stessa energia. Con questo formalismo si ottiene il valore energetico di ogni stato in funzione del numero quantico n :

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (2.3)$$

in perfetto accordo con i risultati ottenuti da Bohr.

L'introduzione dei numeri quantici n , l e m come elementi centrali nella descrizione degli atomi, tuttavia, si deve unicamente alla meccanica quantistica, senza la quale non si potrebbero spiegare approfonditamente le transizioni elettroniche.

2.2 Transizioni elettroniche di dipolo

Le transizioni elettroniche descrivono il passaggio di un elettrone da uno stato energetico E_m a un altro stato E_n all'interno di un atomo. Albert Einstein (1879-1955) studiò tali fenomeni nell'ambito della meccanica quantistica, introducendo specifici coefficienti che spiegano i processi di transizione bound-bound. Considerando due livelli energetici arbitrari E_n e E_m con $m > n$, Einstein identificò tre principali tipologie di transizione:

Emissione spontanea: Un elettrone nel livello energetico E_m si de-eccita spontaneamente e scende a un livello inferiore E_n , rilasciando un fotone con energia $h\nu = |E_m - E_n|$. Einstein descrisse questo processo tramite il coefficiente $A_{m,n}$ [s^{-1}], definito come la probabilità, per unità di tempo, che tale transizione avvenga. Di conseguenza, il tempo di vita medio dell'elettrone nello stato eccitato è dato da $t = \frac{1}{A_{m,n}}$.

Emissione stimolata: In presenza di un fotone incidente, un elettrone nel livello E_m può essere indotto a de-eccitarsi verso un livello inferiore E_n , emettendo un fotone con la stessa energia e fase del fotone incidente. Questo fenomeno è descritto dal coefficiente di Einstein $B_{m,n} \bar{\rho}_{m,n}$ [s^{-1}], dove $\bar{\rho}_{m,n}$ rappresenta la densità media di fotoni del sistema.

Assorbimento: Un elettrone può essere eccitato dal livello E_n a uno stato di energia superiore E_m attraverso l'assorbimento di un fotone con energia $h\nu = E_m - E_n$. Il coefficiente di Einstein per questo processo è indicato con $B_{n,m} \bar{\rho}_{m,n}$, dove $\bar{\rho}_{m,n}$ è ancora la densità media di fotoni.

In particolare, consideriamo le transizioni nell'approssimazione di dipolo elettrico, poiché tra i due livelli energetici l'elettrone è una carica accelerata che irradia. Dato che un

atomo può avere diversi stati degeneri, si ricavano delle regole di selezione fondamentali che governano questi processi:

$$\Delta n \neq 0 \quad \Delta l = \pm 1 \quad \Delta m = 0, \pm 1 \quad (2.4)$$

I numeri quantici sono quindi fondamentali nelle transizioni elettroniche, e la loro assenza o descrizione incompleta nell'atomo di Bohr è il motivo per cui questo modello non è sufficiente, da solo, per comprendere i processi radiativi in astrofisica. Questo spiega la necessità di introdurre elementi di meccanica quantistica nel presente documento.

Transizioni che non rispettano le regole di selezione (2.4) si dicono proibite. Tuttavia, non sono proibite in senso stretto: possono ugualmente avvenire, ma con coefficienti di Einstein associati a probabilità molto basse. In particolare, sono di interesse le transizioni proibite legate alla struttura fine dell'atomo, caratterizzate da:

$$\Delta n = 0 \quad \Delta l = 0 \quad \Delta m = 0, \pm 1 \quad (2.5)$$

2.3 Struttura Iperfine

Le particelle, come elettroni e protoni, presentano una caratteristica peculiare: lo *spin*. Questa proprietà quantistica si manifesta come un momento angolare intrinseco, e sia il protone che l'elettrone possiedono spin $s = \frac{1}{2}$. L'elettrone percepisce un piccolo campo magnetico generato dal dipolo magnetico del protone. L'effetto algebrico di tale interazione si traduce in una perturbazione dell'Hamiltoniana del sistema, che comporta lo sdoppiamento del livello fondamentale in due sottolivelli con una differenza di energia $\Delta E = 5.88 \cdot 10^{-6}$ eV.

Questi due livelli energetici riflettono le configurazioni di spin parallelo e antiparallelo tra protone ed elettrone. La disposizione parallela degli spin corrisponde a un livello energetico leggermente superiore rispetto alla disposizione antiparallela.

Tra questi due livelli è possibile una transizione proibita, che emette un fotone con frequenza

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = 1420 \text{ MHz} \quad (2.6)$$

ossia, in termini di lunghezza d'onda, $\lambda = 21$ cm. Questo fenomeno avrà un ruolo fondamentale nell'ambito dell'astrofisica, come verrà trattato nel prossimo capitolo.

Capitolo 3

Applicazioni Astrofisiche

Come già discusso, l'idrogeno è l'elemento chimico più abbondante dell'universo e, in quanto tale, è protagonista in gran parte dei processi astrofisici che avvengono nel cosmo. Le sue applicazioni sono innumerevoli, qui di seguito si riportano le più significative.

3.1 Mezzo Interstellare

Una classificazione particolarmente utile divide la presenza dell'idrogeno in base allo stato nel quale si trova in natura. Si hanno quindi idrogeno neutro HI , ionizzato HII e molecolare H_2 . In particolare, questi sono i componenti principali del mezzo interstellare **ISM**, che può essere suddiviso in quattro categorie distinte:

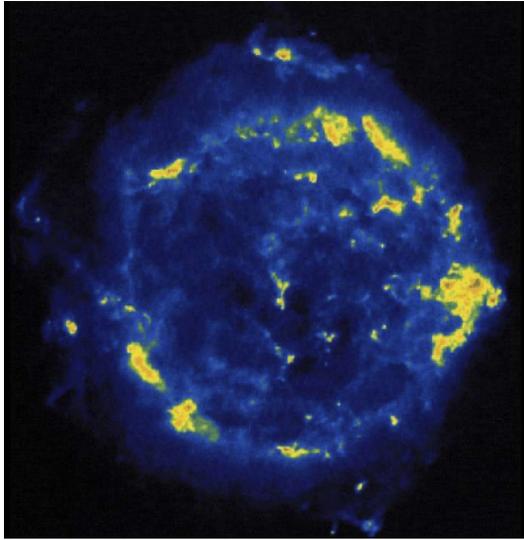
HIM (*Hot Ionized Medium*) Caratterizzato dalla presenza di idrogeno ionizzato a temperature elevate $T = 10^6-10^7$ K, con densità tipiche $n_H = 10^{-2}-10^{-3}$ cm $^{-3}$. Queste regioni si trovano nelle galassie ellittiche o nei bulge delle galassie a spirale. Le alte temperature sono causate dalle onde d'urto generate dalle esplosioni di supernove, e il principale processo radiativo è la bremsstrahlung termica. Secondariamente, si osservano processi di ricombinazione (emissione di righe da transizioni libero-legato nei primi raggi X, come C_{IV} e O_{VI} , e legato-legato nell'ottico, come H, He, C e O).

WIM (*Warm Ionized Medium*) In queste regioni si trova ancora idrogeno ionizzato, con temperature di circa $T = 10^4$ K e densità $n_H = 1-10^{-3}$ cm $^{-3}$. Si trovano prevalentemente attorno a stelle massicce e molto calde (stelle di tipo O e B), capaci di emettere intensamente nell'UV e quindi di ionizzare l'idrogeno. In misura minore, sono presenti anche attorno ai nuclei galattici, dove l'emissione UV è forte. Il principale processo radiativo è sempre la bremsstrahlung termica, accompagnato da emissione di righe, principalmente di H, O e N (tipiche delle regioni HII).

WNM (*Warm Neutral Medium*) Caratterizzato dalla presenza di idrogeno neutro HI a temperature di circa $T = 10^2-10^4$ K e basse densità $n_H = 0.1-1$ cm $^{-3}$. Queste regioni si trovano tutto attorno alle galassie a spirale, in particolare nell'alone. La loro presenza viene rilevata principalmente grazie alla riga a 21 cm dell'idrogeno neutro.

CNM (*Cold Neutral Medium*) Composto da idrogeno neutro, polveri, molecole e principalmente idrogeno molecolare H_2 . Le temperature sono intorno ai $T = 10-10^3$

K e le densità si aggirano tra $n_H = 1-10 \text{ cm}^{-3}$. Generalmente si osservano nelle lunghezze d'onda mm/submm/radio grazie all'emissione di righe.

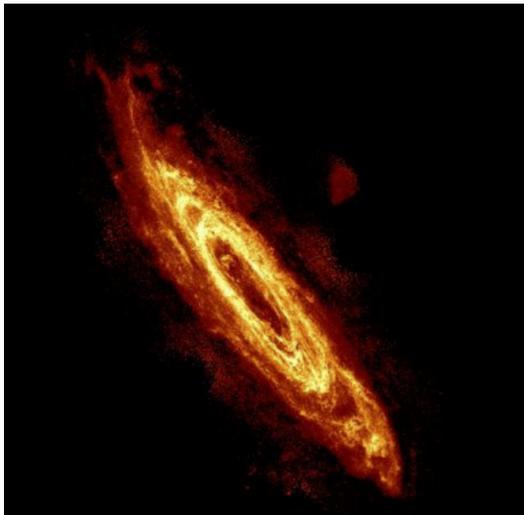


(a) CassiopeaA, resto di supernova Immagine presa da [2]

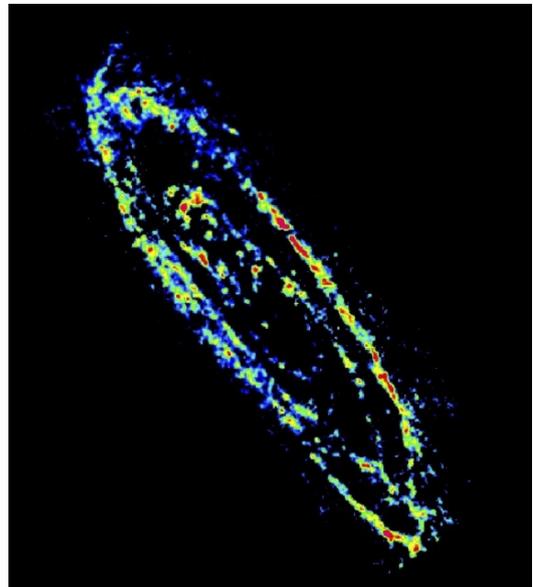


(b) Regioni HII LHA 120-N 180B Immagine presa da [2]

Figura 3.1: Le due immagini mostrano idrogeno ionizzato in due situazioni differenti nell'universo: un resto di supernova e regioni di formazione stellare. Per quanto descritto in precedenza, si trattano di HIM e WIM.



(a) Galassia di Andromeda SPIRE $250\mu m$ Immagine presa da [2]

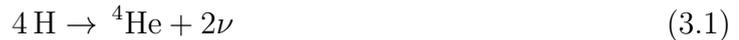


(b) Concentrazione delle molecole di CO nella galassia M31 Immagine presa da [2]

Figura 3.2: Queste altre due immagini mostrano invece materiale piu' freddo e percio' rispettivamente rappresentano WNM e CNM

3.2 Idrogeno stellare

Le stelle sono costituite per la maggior parte da idrogeno, che rappresenta il combustibile principale nel processo di fusione nucleare. Nel nucleo stellare, l'idrogeno si fonde formando elio attraverso reazioni nucleari che avvengono a temperature e pressioni elevatissime. In particolare, alla temperatura di $T \approx 10^7$ K nel nucleo stellare, si innesca la **catena protone-protone I (PPI)**, che, a partire da quattro atomi di idrogeno, produce un nucleo di elio-4 (${}^4\text{He}$) e una coppia di neutrini:



I neutrini, per loro natura, interagiscono debolmente con la materia e rappresentano una perdita di energia per la stella. Tuttavia, questa perdita è minima rispetto all'energia rilasciata, con un guadagno netto di

$$\Delta E_{\text{PPI}} = 26.2 \text{ MeV}$$

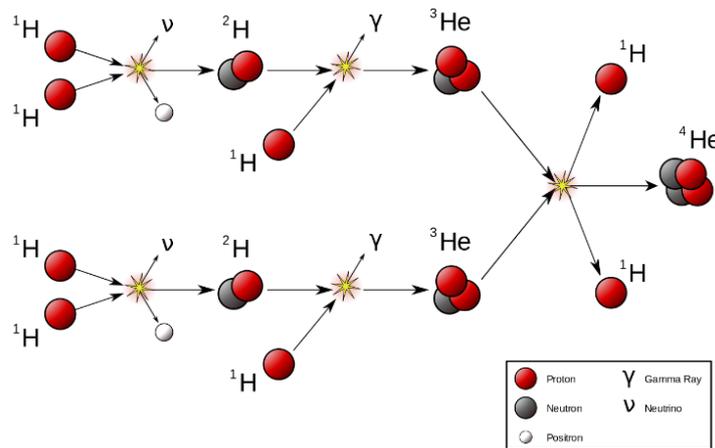


Figura 3.3: Reazione protone-protone I (PPI). Immagine presa da [1]

Questo processo è il meccanismo più efficiente di produzione di energia in una stella, ma non è l'unico. Infatti, a temperature di $T \approx 1.4 \times 10^7$ K e $T \approx 2.3 \times 10^7$ K si attivano rispettivamente la **catena protone-protone II (PPII)** e la **catena protone-protone III (PPIII)**. Sebbene entrambe producano elio-4, comportano un guadagno energetico netto inferiore rispetto alla PPI poiché generano neutrini più energetici. In particolare:

$$\Delta E_{\text{PPII}} = 25.67 \text{ MeV}, \quad \Delta E_{\text{PPIII}} = 19.3 \text{ MeV}$$

Un altro importante processo per la produzione di energia è il **ciclo CNO**, che richiede una temperatura di circa $T \approx 1.7 \times 10^7$ K. La reazione, che produce sempre elio e neutrini, è catalizzata da elementi come carbonio, azoto e ossigeno, che però non sono stati creati all'interno della stella. Questi elementi sono rimasugli del fine vita di altre stelle, e per questo motivo non tutte le stelle possono eseguire il ciclo CNO: esso richiede la presenza

di questi elementi fin dall'inizio della vita della stella. Il bilancio energetico del ciclo CNO è:

$$\Delta E_{\text{CNO}} = 25 \text{ MeV}$$

In sintesi, l'idrogeno gioca un ruolo fondamentale nella produzione di energia nelle stelle e, di conseguenza, nell'intero universo.

3.3 Riga a 21cm

Come discusso nel capitolo 2.3, l'idrogeno presenta una particolare transizione proibita legata alla sua struttura iperfine. Negli anni '50 del novecento gli astronomi se ne sono serviti per ricostruire la struttura a spirale della via lattea. Infatti, siccome le onde radio non subiscono estinzione atmosferica, osservando a $\lambda = 21\text{cm}$ si è riusciti a capire che l'idrogeno neutro HI si concentra nei bracci della spirale e si dispone in modo da formare un disco sottile di spessore circa $d = 200\text{pc}$. In seguito, è stato studiato per comprendere appieno la curva di rotazione della galassia come affrontato nella prossima sezione.

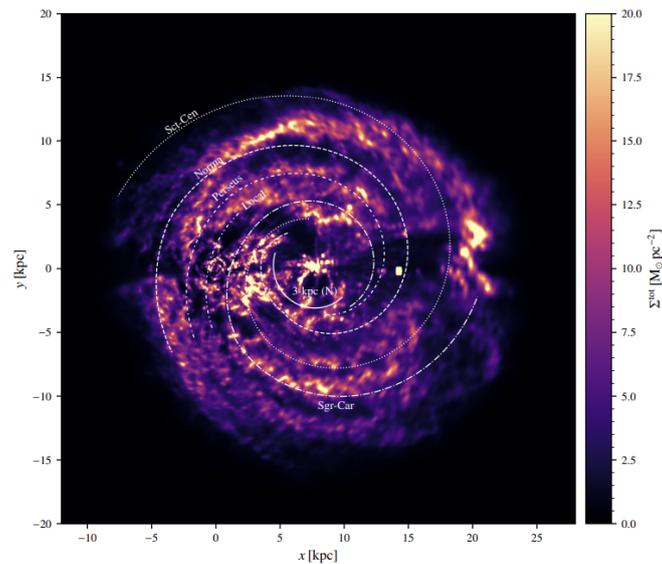


Figura 3.4: Vista "top-down" della concentrazione di idrogeno lungo i bracci della via lattea - Immagine presa da [4]

3.4 Curva di rotazione della galassia

Un problema rilevante dell'astrofisica di metà del secolo scorso era comprendere e costruire un modello teorico che descrivesse accuratamente la curva di rotazione della Via Lattea. La curva di rotazione di una galassia rappresenta il grafico della velocità di rotazione delle sue componenti in funzione della distanza dal centro galattico. Per poterla definire in modo completo, è necessario considerare le diverse regioni della galassia e costruire un modello che tenga conto delle principali proprietà macroscopiche di queste. Di seguito ci si aspetta un andamento del tipo:

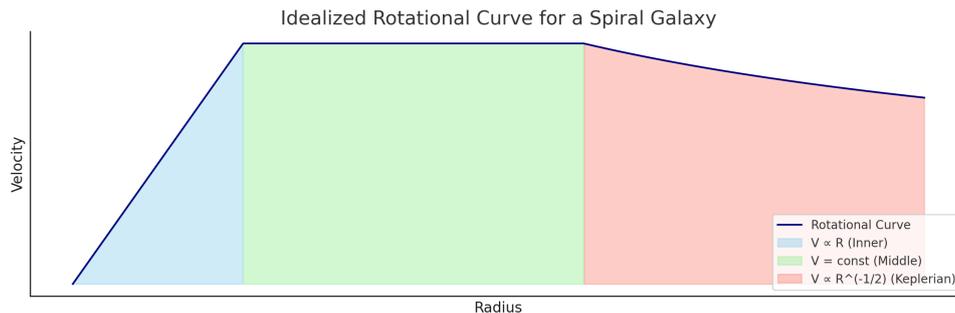


Figura 3.5: Curva di rotazione idealizzata per una galassia a spirale. Grafico realizzato con Python.

- $v(r) \propto r$ nel **bulge galattico**, considerato come una sfera omogenea. In questa regione interna della galassia, la densità è elevata e la velocità cresce linearmente con la distanza, similmente a come ci si aspetterebbe da una massa uniformemente distribuita sfericamente.
- $v(r) = \text{const}$ nel **disco galattico**. Qui la velocità di rotazione si mantiene costante a una distanza considerevole dal centro, comportamento tipico per una distribuzione di massa estesa.
- $v(r) \propto \sqrt{\frac{1}{r}}$ nella regione esterna, dove si osserva una **caduta kepleriana**. A grandi distanze, dove l'influenza della massa visibile è minore, la velocità dovrebbe decrescere secondo la legge di gravitazione di Newton per una massa puntiforme, seguendo un andamento inversamente proporzionale alla radice della distanza.

Tuttavia, l'andamento $v(r) = \text{const}$ si osserva per raggi molto maggiori di quanto previsto dal modello teorico. Superata l'estensione del disco galattico, ci si attenderebbe una diminuzione kepleriana della velocità, che però non si verifica. La curva di rotazione rimane piatta, suggerendo la presenza di massa aggiuntiva oltre il disco. Nella realtà delle osservazioni, la caduta kepleriana non si osserva proprio; infatti, dallo studio di diverse galassie, si nota che:

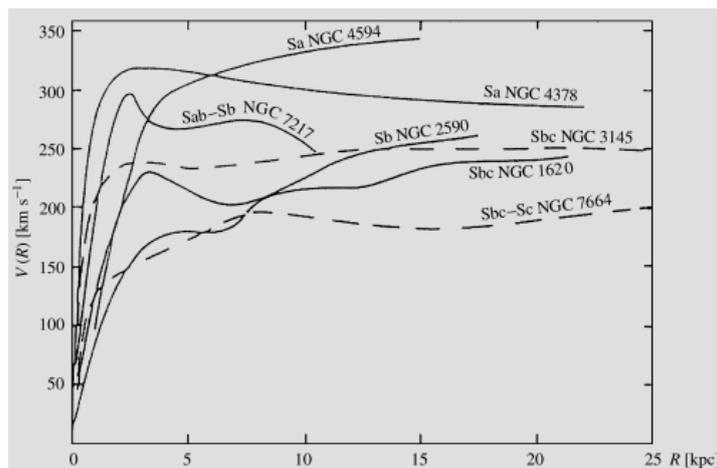


Figura 3.6: Curve di rotazione di galassie a spirale differenti - da [7]

le curve di rotazione rimangono "costanti" a distanze molto grandi dal nucleo galattico. Un contributo parziale a questa osservazione è dato dalla presenza di nubi di *HI* distribuite attorno alla Via Lattea. Sebbene l'idrogeno neutro contribuisca all'incremento di massa nelle regioni esterne, la curva di rotazione si mantiene piatta anche oltre queste zone. Questa evidenza ha portato a ipotizzare l'esistenza della materia oscura, una componente di massa non visibile che permea l'alone galattico, necessaria per spiegare l'andamento osservato.

Ciò che si vuole evidenziare è il contributo fondamentale delle nubi di idrogeno alla struttura della Via Lattea e, in generale, delle galassie a spirale.

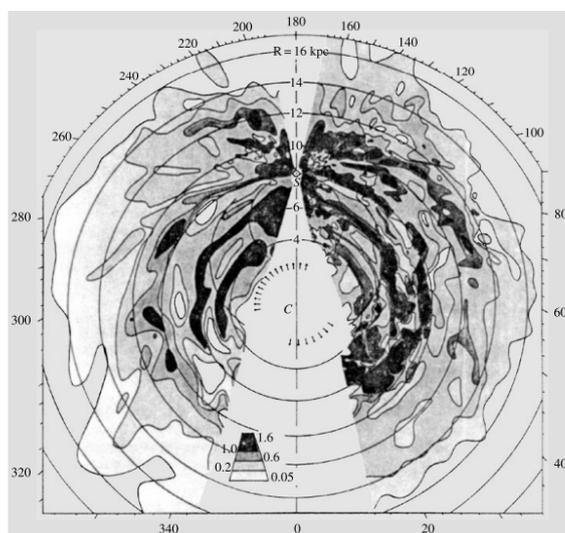


Figura 3.7: Distribuzione di nubi di *HI* attorno alla Via Lattea - da [6]

3.5 Legge empirica di Tully-Fisher

A partire dai risultati della sezione precedente è possibile ricavare una legge, valida unicamente per le galassie a spirale, che collega la luminosità del disco galattico alla velocità di rotazione delle nubi di idrogeno neutro attorno alla galassia. Va sottolineato che si tratta di una legge empirica: non esiste una trattazione fisico-matematica che produca questa relazione, che si fonda su dati osservativi. Si ha quindi:

$$L_{\text{disk}} \approx v_{\text{HI}}^4 \quad (3.2)$$

che in grafico si traduce in

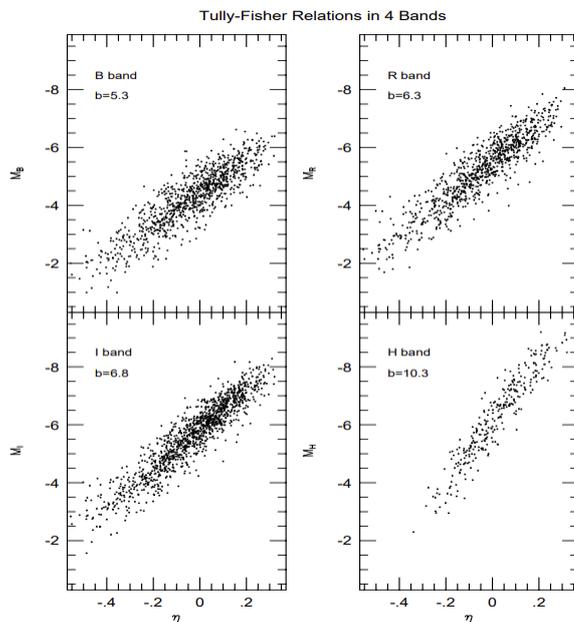


Figura 3.8: Relazione di Tully-Fischer osservata in diverse bande (B,R,I,H) -Immagine presa da [5]

Questa relazione è fondamentale nel calcolo delle distanze astronomiche. Infatti, si ha che:

$$L_{\text{disk}} = 4\pi d^2 l \quad (3.3)$$

dove l è la luminosità apparente, un valore ottenuto tramite osservazioni, e d rappresenta la distanza alla quale osserviamo la galassia. Da questa espressione è possibile esplicitare la distanza come:

$$d = \sqrt{\frac{L_{\text{disk}}}{4\pi l}} \quad (3.4)$$

Richiamando la relazione di Tully-Fisher, possiamo riscrivere tale distanza approssimativamente come:

$$d \approx \sqrt{\frac{v_{\text{HI}}^4}{4\pi l}} \quad (3.5)$$

che costituisce una buona stima della distanza di una galassia.

Bibliografia

- [1] Cosmos at Your Doorstep. (2017). *The Proton-Proton Chain*. Recuperato da <https://cosmosatyourdoorstep.com/2017/10/31/the-proton-proton-chain/>
- [2] Slides del corso di "Processi di radiazione e MHD" del prof.D.Dallacasa 2023/2024
- [3] Dispense del corso "Istituzioni di Fisica Teorica" del prof.F.Ravanini
- [4] "Spatially Coherent 3D Distributions of HI and CO in the Milky Way"-Laurin Söding
- [5] "The density and peculiar velocity fields of nearby galaxies" di Strauss, M. A. e Willick, J. A. (1995)
- [6] "Una finestra sull'universo invisibile" di C. Fanti e R. Fanti.
- [7] "Fundamental Astronomy" H. Karttunen, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner
- [8] Slides del corso di "Astrofisica Stellare" del prof. F.R.Ferraro