

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

Dipartimento di Fisica e Astronomia "Augusto Righi"  
Corso di Laurea in Fisica

# Il reattore TAPIRO: calcoli di sensibilità del fattore di moltiplicazione efficace

Relatore:  
Prof. Cristian Massimi

Presentata da:  
Andrea Talamazzini

Correlatore:  
Dott. Patrizio Console Camprini

Anno Accademico 2023/2024

# Abstract

La sensibilità quantifica la variazione relativa di una grandezza in funzione della variazione relativa di un'altra grandezza. In questo studio si è calcolato la sensibilità del fattore di moltiplicazione efficace del reattore TAPIRO a seguito di una variazione delle sezioni d'urto degli elementi che compongono il reattore.

Per fare ciò si sono utilizzati il codice di calcolo MCNP ed il super calcolatore CRESCO6 per eseguire il calcolo, mentre le informazioni sulle sezioni d'urto sono state ottenute dalla libreria di dati nucleari ENDF/B-VIII.0.

Si sono quindi calcolati i valori della sensibilità di varie reazioni nucleari per vari materiali all'interno del reattore con particolare importanza rivolta al rame, elemento largamente utilizzato all'interno del reattore di cui costituisce il riflettore di neutroni, sua componente fondamentale. Si è quindi potuto ottenere una classifica di quali isotopi e di quali reazioni influiscono maggiormente sul fattore di moltiplicazione.

# Indice

## Introduzione

### 1 Processi fisici nei reattori nucleari

- 1.1 Reazioni dei neutroni e sezione d'urto
- 1.2 Fissione nucleare

### 2 Analisi del reattore nucleare

- 2.1 Descrizione e modello
  - 2.1.1 Fattore di moltiplicazione e sensibilità
  - 2.1.2 Componenti dei reattori
  - 2.1.3 Il reattore TAPIRO
- 2.2 Strumento di simulazione

### 3 Analisi dei dati ottenuti

- 3.1 Impatto di  $^{63}\text{Cu}$  e  $^{65}\text{Cu}$
- 3.2 Ranking di sensibilità

## Conclusioni

## Bibliografia

# Introduzione

I reattori nucleari operano su una sottile linea detta *stato critico*. Lo stato del reattore è quantificato da una grandezza chiamata *fattore di moltiplicazione*. Il fattore di moltiplicazione del reattore dipende dalla sua struttura interna, ossia dai materiali con cui è realizzato e dalla geometria che questi assumono. Conoscere come varia il fattore di moltiplicazione, in caso di variazione della sezione d'urto di uno o più elementi che compongono il reattore, può risultare utile nell'ottica di nuovi esperimenti che potrebbero misurare in maniera più precisa le sezioni d'urto dei materiali, aggiornando i dati ad oggi a disposizione.

Nel primo capitolo si trattano i fenomeni fisici alla base del funzionamento di un reattore nucleare. In particolare viene introdotto il concetto di sezione d'urto, grandezza che quantifica la probabilità che una reazione avvenga e che è la protagonista del calcolo di sensibilità di questo studio. Si passa poi alle principali reazioni compiute dai neutroni, quando questi interagiscono con la materia, ed alla fissione nucleare, reazione di maggiore importanza nei reattori nucleari, di cui si analizza il meccanismo ed il bilancio energetico alla luce del modello a goccia del nucleo.

Nel secondo capitolo si passa ad aspetti più strettamente legati ai reattori nucleari, partendo dalla definizione di fattore di moltiplicazione e di sensibilità, il cui calcolo è l'obiettivo finale di questa tesi. Si passa poi ad un approfondimento sui componenti dei reattori nucleari e sul loro funzionamento, con particolare attenzione al reattore TAPIRO, reattore veloce ad utilizzo sperimentale di proprietà di ENEA, utilizzato come riferimento per questo studio. La seconda parte del secondo capitolo è dedicata ad MCNP, il codice di calcolo che ha permesso di effettuare le simulazioni del reattore e di ottenere i risultati cercati, segue una breve descrizione di CRESCO6, supercomputer di proprietà di ENEA utilizzato per eseguire il codice.

Nel terzo ed ultimo capitolo si analizzano i risultati ottenuti dall'esecuzione del codice di calcolo, osservando quanto e in che modo una variazione delle sezioni d'urto dei vari elementi che compongono il reattore impattano sull'equilibrio di quest'ultimo. Particolare attenzione tra i vari elementi è stata data al rame, materiale particolarmente importante per questo sistema in quanto ne costituisce una componente fondamentale per il suo funzionamento, come illustrato nel secondo e nel terzo capitolo.

# Capitolo 1

## Processi fisici nei reattori nucleari

Il funzionamento dei reattori a fissione si basa sul comportamento dei neutroni liberi al loro interno e delle reazioni che questi compiono interagendo con i nuclei dei diversi elementi che li compongono. In questo capitolo viene introdotto il concetto di sezione d'urto e vengono presentate le principali reazioni a cui vengono sottoposti i neutroni. A seguire è presente un approfondimento sulla fissione nucleare che rappresenta la reazione alla base del funzionamento dei reattori nucleari.

### 1.1 Reazioni dei neutroni e sezione d'urto

Volendo ottenere una definizione della sezione d'urto, si consideri un esperimento in cui un fascio di neutroni collide contro un bersaglio sottile ed immobile [1]. L'assunzione di avere un bersaglio sottile permette di evitare che un neutrone, a seguito di molteplici urti, riacquisti la direzione iniziale tornando a far parte del fascio. Assumiamo che il fascio sia monoenergetico e che abbia sezione  $S$ , assumiamo inoltre che il bersaglio abbia spessore  $X$ . Il fascio è caratterizzato dalla densità  $n$  (neutroni/cm<sup>3</sup>) e dalla velocità  $v$  (cm/s) dei neutroni che lo compongono, date queste grandezze è possibile definire l'intensità del fascio come

$$I = nv \tag{1.1}$$

ed essendo che ogni neutrone percorre una distanza pari a  $v$  cm ogni secondo si ha che il numero di neutroni che colpiscono il bersaglio ogni secondo è  $nvS$ .

Utilizzando un rivelatore si nota che non tutti i neutroni incidenti vengono deviati ma che solamente una frazione interagisce con il bersaglio, sperimentalmente vale la relazione

$$\text{numero di collisioni al secondo} = \sigma INSX \tag{1.2}$$

dove  $N$  è la densità atomica (atomi/cm<sup>3</sup>) del bersaglio mentre il coefficiente  $\sigma$  è proprio la sezione d'urto. Il significato fisico di  $\sigma$  risulta più chiaro se si osserva che  $NSX$  è

il numero di atomi all'interno del volume di bersaglio colpito dal fascio e che quindi il numero di collisioni al secondo con un singolo nucleo del bersaglio, per unità di intensità del fascio, è pari a  $\sigma$ . Si ha quindi che la sezione d'urto è una grandezza che quantifica la probabilità che una certa interazione tra particelle avvenga. Nell'esempio del fascio di neutroni impattante contro un bersaglio, il processo trattato è un urto in senso classico e la sezione d'urto equivale all'area effettiva del nucleo durante il processo, da qui il suo nome. Da un'analisi dimensionale dell'equazione 1.2 si ricava infatti che  $\sigma$  ha le dimensioni di un'area e solitamente viene espressa in *barn* (b) con  $1b = 10^{-24}cm^2$ . In generale il valore di  $\sigma$  dipende dalla specie della particella impattante e della particella bersaglio, dal tipo di reazione che queste compiono e dall'energia della particella impattante.

Riprendendo l'equazione 1.2, essendo  $SX$  il volume del bersaglio, è possibile definire la *frequenza di reazione*  $F = \sigma IN$  che indica il numero di collisioni che avvengono nel bersaglio per unità di volume e per unità di tempo, definendo inoltre la *sezione d'urto macroscopica* come  $\Sigma = \sigma N$  si ottiene la relazione

$$F = I\Sigma \quad (1.3)$$

in cui  $\Sigma$  rappresenta l'area totale dei nuclei per unità di volume del bersaglio con cui il fascio interagisce e, dall'analisi dimensionale della sua definizione, risulta essere espressa in  $cm^{-1}$ .

L'esempio appena trattato è un caso semplice in cui è presente un unico fascio incidente composto da neutroni monoenergetici, in un reattore nucleare tuttavia il moto dei neutroni liberi è isotropo e le loro energie sono distribuite su uno spettro continuo. Per generalizzare le formule appena trovate si procede ora a considerare un bersaglio colpito da vari fasci incidenti con intensità  $I_i$ , che in questa prima fase hanno tutti la stessa energia. Ripetendo il ragionamento fatto in precedenza si conclude che la frequenza di reazione vale

$$F = \Sigma(I_1 + I_2 + \dots) = \Sigma(n_1 + n_2 + \dots)v \quad (1.4)$$

dove  $n_i$  è la densità neuronica dell' $i$ -esimo fascio. Chiamando  $n = n_1 + n_2 + \dots$  la densità totale dei neutroni che colpiscono il bersaglio, si ha che la frequenza di reazione vale  $F = \Sigma nv$  dove, nel caso di un reattore,  $n$  è la densità di neutroni nel punto in cui si vuole calcolare  $F$ . Comparando spesso il prodotto  $nv$  risulta comodo definire il *flusso di neutroni*

$$\Phi = nv \quad (1.5)$$

da cui si ottiene  $F = \Sigma\Phi$ .

Volendo ora includere la possibilità di avere neutroni le cui energie sono distribuite su uno spettro continuo, basta considerare la densità di neutroni in funzione dell'energia  $n(E)$ , che permette di calcolare il numero di neutroni per  $cm^3$  con energia compresa tra  $E$  ed  $E + dE$  come  $n(E)dE$ . A questo punto anche il flusso di neutroni risulta funzione dell'energia e si ha

$$\Phi(E) = n(E)v(E) \quad (1.6)$$

e per ottenere la frequenza di reazione è necessario integrare su tutto lo spettro energetico, da cui risulta

$$F = \int_0^{\infty} \Sigma(E)n(E)v(E)dE \quad (1.7)$$

I precedenti risultati sono stati ottenuti prendendo in considerazione solamente gli urti elastici tra i neutroni del fascio incidente e i nuclei che costituiscono il bersaglio, ma in generale quando un fascio di particelle impatta su un bersaglio possono avvenire più reazioni, ognuna con la propria  $\sigma_i$ .

Prima di riportare le sezioni d'urto di interesse per questo studio conviene introdurre una notazione per descrivere le reazioni nucleari. Si consideri una reazione tra due particelle  $a$  e  $b$  che restituisce come prodotti altre due particelle  $c$  e  $d$ , si può scrivere il processo come

$$a + b \rightarrow c + d. \quad (1.8)$$

Ponendosi nel caso in cui una delle due particelle iniziali è ferma, assumiamo sia essa  $a$ , si può riscrivere l'equazione 1.8 nella forma più compatta

$$a(b, c)d \quad (1.9)$$

dove la particella  $a$  è detta bersaglio mentre  $b$  è detta proiettile,  $c$  e  $d$  sono detti prodotti di reazione. Questa formulazione risulta adatta allo studio dei processi all'interno dei reattori nucleari, dove le particelle proiettile sono i neutroni liberi che impattano contro nuclei pesanti il cui moto oscillatorio è trascurabile rispetto al moto dei neutroni.

È possibile inoltre definire il  $Q$ -valore di una reazione, grandezza che torna utile per classificare le reazioni in base al loro bilancio energetico. In una reazione nucleare la massa non è in generale conservata, ciò che viene conservato è l'energia totale del sistema che è la somma delle energie cinetiche e delle energie a riposo delle particelle. Riprendendo la reazione 1.8, dalla conservazione dell'energia segue

$$K_a + K_b + M_a c^2 + M_b c^2 = K_c + K_d + M_c c^2 + M_d c^2 \quad (1.10)$$

dove  $K_i$  è l'energia cinetica della  $i$ -esima particella mentre  $M_i$  è la sua massa a riposo. L'equazione 1.10 può essere riscritta come

$$(K_c + K_d) - (K_a + K_b) = [(M_a + M_b) - (M_c + M_d)]c^2 \quad (1.11)$$

ed il termine di destra è detto  $Q$ -valore della reazione. Quando  $Q$  è positivo la somma delle energie cinetiche dei prodotti è maggiore di quella dei reagenti e la reazione è detta *esotermica*, al contrario se  $Q$  è negativo la reazione è detta *endotermica* e l'energia cinetica dei prodotti è minore di quella dei reagenti.

Seppur la massa non si conservi, in una reazione nucleare ci sono comunque delle regole di conservazione da rispettare [2]. Le grandezze che vengono necessariamente conservate sono l'*energia totale* data dall'espressione relativistica  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ , la *quantità di moto*  $\mathbf{p}$  (dove il grassetto indica che la grandezza in questione è un vettore), il *momento*

angolare  $\mathbf{j}$  e la carica elettrica totale. Queste grandezze trovano riscontro anche nella meccanica e nell'elettromagnetismo classici, ma in una reazione nucleare sono presenti altre grandezze conservate che compaiono solo in questo contesto, esse sono il *numero barionico*, ossia il numero di nucleoni meno il numero di antinucleoni, il *numero leptonico*, numero di leptoni meno il numero di antileptoni, e l'*isospin debole*.

Le reazioni di interesse per questo studio sono riportate di seguito [1]. In generale le reazioni presentate avvengono in due fasi: inizialmente il neutrone viene catturato da un nucleo  ${}^A_Z\text{X}$  portando alla formazione di un nucleo composto  ${}^{A+1}_Z\text{X}$ , di seguito il nuovo nucleo può decadere in vari modi. La cattura del neutrone è più probabile se l'energia in gioco è tale da produrre il nucleo  ${}^{A+1}_Z\text{X}$  in uno stato eccitato.

*Scattering elastico:* denotato dal simbolo (n,n) usando la notazione vista nella formula 1.9, è un processo in cui un neutrone urta un nucleo formando un nucleo composto e viene poi rimesso lasciando il nucleo iniziale allo stato fondamentale. L'andamento della sezione d'urto dello scattering elastico  $\sigma_e$  in funzione dell'energia del neutrone incidente è divisibile in tre regioni. Nella regione di energia minore il valore di  $\sigma_e$  è circa costante e lo scattering avviene senza la cattura iniziale del neutrone, al crescere dell'energia si ha una regione detta di risonanza con vari picchi del valore di  $\sigma_e$  dati dalla presenza di risonanze dovute alla formazione di nuclei composti. Dopo la regione di risonanza al crescere dell'energia le risonanze diventano sempre più fitte e si ha una regione in cui  $\sigma_e$  ricomincia a variare lentamente. Esempio riportato in figura 1.

*Scattering anelastico:* denotato dal simbolo (n,n') è un processo simile allo scattering elastico ma in questo caso il nucleo è lasciato in uno stato eccitato. Il nucleo si diseccita emettendo dei raggi  $\gamma$  che data la loro origine sono chiamati raggi  $\gamma$  anelastici. Siccome parte dell'energia cinetica del neutrone viene trattenuta dal nucleo sotto forma di eccitazione, questo processo è endotermico ed il valore della sezione d'urto dello scattering anelastico  $\sigma_i$  è zero fino ad un certo valore soglia. In generale questo valore soglia cala all'aumentare del numero di massa del nucleo.

*Cattura radiativa:* denotata dal simbolo (n, $\gamma$ ) è un processo in cui a seguito della cattura del neutrone si ha l'emissione di uno o più raggi  $\gamma$ , in questo caso detti raggi  $\gamma$  di cattura, senza l'emissione del neutrone. Questo processo è esotermico ed anche in questo caso la sezione d'urto  $\sigma_\gamma$  ha un andamento in funzione dell'energia divisibile in tre regioni. Nella prima regione  $\sigma_\gamma$  varia come  $1/\sqrt{E}$  fino al raggiungimento della regione di risonanza in cui sono presenti picchi del valore di  $\sigma_\gamma$  in presenza delle energie di risonanza. Successivamente si ha una regione in cui  $\sigma_\gamma$  cala rapidamente fino a raggiungere valori molto piccoli. Esempio riportato in figura 1.

*Produzione di protoni o particelle  $\alpha$ :* denotate rispettivamente dai simboli (n,p) e (n, $\alpha$ ) sono processi principalmente endotermici, salvo rari casi, i cui valori di  $\sigma_p$  e  $\sigma_\alpha$  sono tendenzialmente piccoli in confronto a quelli di altre reazioni. In questi processi il neutrone viene assorbito dal nucleo bersaglio e al suo posto vengono emessi rispettivamente un protone o una particella  $\alpha$ .

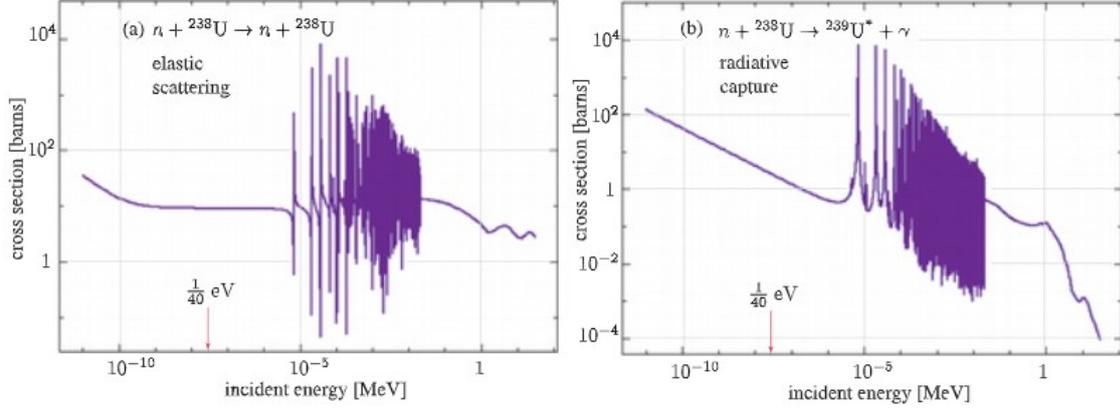


Figura 1: Sezioni d'urto di reazioni che avvengono quando un neutrone impatta contro un nucleo di  $^{235}\text{U}$  in funzione dell'energia. Sono riportati i valori in scala logaritmica per lo scattering elastico (a) e per la cattura radiativa (b). Il valore  $1/40$  eV indica l'energia dei neutroni termici. Fonte: [3].

Si è inoltre utilizzata la sezione d'urto totale  $\sigma_t$ , definita come

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_i + \sigma_\gamma + \dots \quad (1.12)$$

ossia come la somma delle sezioni d'urto precedentemente elencate e di tutte le altre non menzionate come per esempio quelle delle reazioni  $(n,2n)$ ,  $(n,3n)$  o  $(n,d)$ .

Fino a questo punto si è trattata la sezione d'urto come un semplice indicatore della probabilità che una certa reazione accada, ma è anche possibile chiedersi, per esempio nel caso di uno scattering elastico, quale sia la probabilità che la particella incidente venga deviata all'interno di un certo angolo solido  $d\Omega$ . In questo caso si utilizza la *sezione d'urto differenziale* che permette di riscrivere la relazione 1.2 come

$$d\dot{R}_{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) I N S X d\Omega \quad (1.13)$$

dove  $d\dot{R}_{d\Omega}$  è il numero di reazioni al secondo con la particella scatterata nell'angolo solido  $d\Omega$ ,  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)$  è la sezione d'urto differenziale del processo che dipende dalla direzione considerata identificata dagli angoli  $(\theta, \phi)$  in coordinate polari mentre N, S ed X sono definiti come nella 1.2. Sezione d'urto e sezione d'urto differenziale sono legate dalla relazione

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin\theta \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi). \quad (1.14)$$

Nelle relazioni 1.13 e 1.14 si è utilizzata una  $\sigma$  generica in quanto esse risultano valide per tutte le reazioni precedentemente elencate.

È interessante notare come, sebbene introdotta nel contesto di particelle che impattano contro un bersaglio, la sezione d'urto trovi utilizzo allo stesso modo anche nel caso in cui

il fascio incidente sia composto per esempio da radiazione elettromagnetica. In questo caso la sezione d'urto si può definire come la frazione di flusso di energia incidente che viene deviata o assorbita dal bersaglio, in base a quale fenomeno si considera. In questo caso si ha

$$\frac{\Delta F}{F} = \sigma NX \quad (1.15)$$

dove  $\frac{\Delta F}{F}$  è la frazione di flusso incidente che subisce il processo, in maniera del tutto analoga alla relazione 1.2.

## 1.2 Fissione nucleare

La fissione è la reazione alla base del funzionamento di un reattore nucleare e data la sua importanza e complessità merita una trattazione separata dalle reazioni precedentemente riportate. La fissione consiste nella rottura di un nucleo e può avvenire in maniera spontanea o indotta, nei reattori la fissione viene indotta al fine di produrre energia, ma non sempre si tratta di una reazione esotermica. Per vedere quali nuclei sono in grado di compiere la fissione in maniera esotermica serve introdurre l'*energia di legame*, che per un nucleo con numero atomico  $Z$  e numero di massa  $A$  vale

$$B(A, Z) = (A - Z)m_n c^2 + Zm_p c^2 - m(A, Z)c^2 \quad (1.16)$$

dove  $m_n$  e  $m_p$  sono rispettivamente la massa del neutrone e del protone espresse in  $MeV/c^2$  mentre  $m(A, Z)$  è la massa del nucleo in questione, sempre in  $MeV/c^2$ , che sperimentalmente si scopre essere minore della somma delle masse dei singoli nucleoni che lo compongono. Data questa definizione si vede che  $B$  corrisponde all'energia che bisogna fornire al nucleo per separarlo ottenendo i singoli nuclidi. In figura 2 sono riportati i valori dell'energia di legame per nucleone  $B/A$  in funzione di  $A$ .

In figura 2 si può vedere come il valore di  $B/A$  cresca al crescere di  $A$  per i nuclei leggeri fino al raggiungimento di un picco di circa 8.8 MeV per il  $^{56}\text{Fe}$ , l'andamento risulta poi decrescente per i nuclei successivi. Data la definizione "al contrario" di  $B$  in cui un maggiore valore di  $B$ , e analogamente di  $B/A$ , indica un minore valore della massa del nucleo  $m(A, Z)$  rispetto alla somma delle masse dei nucleoni costituenti, si conclude che i nuclei leggeri liberano energia tramite fusione mentre quelli pesanti per fissione.

I valori di  $B(A, Z)$  per nuclei allo stato base sono calcolabili con ottima precisione utilizzando la formula semi-empirica di Bethe-Weizäcker [2]

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta(A, Z) \quad (1.17)$$

che si basa sul modello a goccia dei nuclei secondo cui ogni nucleone interagisce solo con i nucleoni ad esso adiacenti. La relazione 1.17 compie però un passo avanti rispetto alla teoria a goccia includendo anche gli effetti quantistici di asimmetria e accoppiamento che altrimenti verrebbero ignorati, il significato dei vari termini è approfondito di seguito.

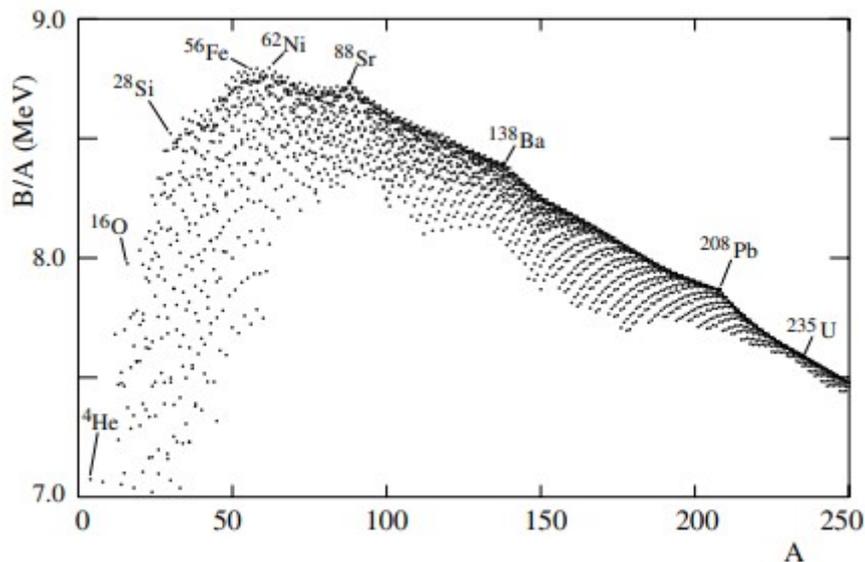


Figura 2: Energia di legame per nucleone  $B/A$  in funzione di  $A$ . Il valore di  $B/A$ , nonostante l'ampia variazione di  $A$ , rimane compreso tra i 7 MeV e i 9 MeV con un picco in corrispondenza di  $A=56$  per il nucleo di  $^{56}\text{Fe}$ . Fonte: [2].

Il primo termine è detto di *volume* e quantifica l'interazione tra neutroni vicini. Essendo l'interazione forte tra nucleoni di tipo attrattivo, contribuendo quindi alla stabilità del nucleo, il termine offre un contributo positivo all'energia di legame. Il termine di volume è proporzionale ad  $A$ , così come il volume del nucleo.

Il secondo termine, detto di *superficie*, tiene conto del fatto che i nucleoni che si trovano sulla superficie del nucleo non interagiscono in maniera isotropa con gli altri nucleoni essendo che i loro vicini si trovano solo sul lato che dà verso l'interno. Per questo motivo il termine offre un contributo negativo che abbassa l'energia di legame. Essendo la superficie del nucleo proporzionale ad  $A^{2/3}$ , anche il termine di superficie lo è.

Il terzo termine è detto *Coulombiano* e tiene conto del fatto che i protoni si respingono a vicenda per via della repulsione coulombiana. La repulsione rende il nucleo meno stabile e per questo questo termine ha contributo negativo. È per via della repulsione tra protoni che si ha un eccesso di neutroni nei nuclei.

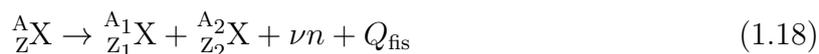
Il quarto è il termine di *asimmetria* ed è il primo dei due termini che tengono conto dei fenomeni quantistici. Questo termine dal contributo negativo favorisce nuclei con  $Z \approx N$ , in assenza della repulsione coulombiana i nuclei con  $Z = N$  sarebbero energeticamente favoriti.

Il quinto è il termine di *pairing* che ha valore  $+33.6A^{-3/4}$  MeV se sia  $Z$  che  $N$  sono pari,  $-33.6A^{-3/4}$  MeV se sia  $Z$  che  $N$  sono dispari mentre vale 0 MeV se  $N$  e  $Z$  sono uno pari e uno dispari.

La formula è detta semi-empirica perché i valori dei coefficienti sono da determina-

re sperimentalmente, tranne per  $a_c$  che è calcolabile. L'eccesso di neutroni, che cresce al crescere di  $A$ , dovuto dal termine coulombiano risulta di particolare importanza per la trattazione della fissione nucleare, perché è proprio grazie ad esso che nei reattori è possibile mantenere la reazione a catena.

Nelle applicazioni reali gli elementi che si utilizzano per fare fissione sono elementi pesanti con  $A \simeq 235 \div 240$  come uranio e plutonio, la cui fissione è esotermica e produce neutroni liberi. In questo caso la fissione di un nucleo si può scrivere come



dove il nucleo si divide in due frammenti, un numero variabile di neutroni liberi la cui media è  $\nu$  ed una certa quantità di energia  $Q_{\text{fis}}$ . I frammenti prodotti non sono univocamente determinati dal nucleo iniziale ma seguono una distribuzione che dipende sia dal nucleo in questione che, nel caso di un reattore, dall'energia del neutrone usato per indurre la fissione, come mostrato in figura 3.

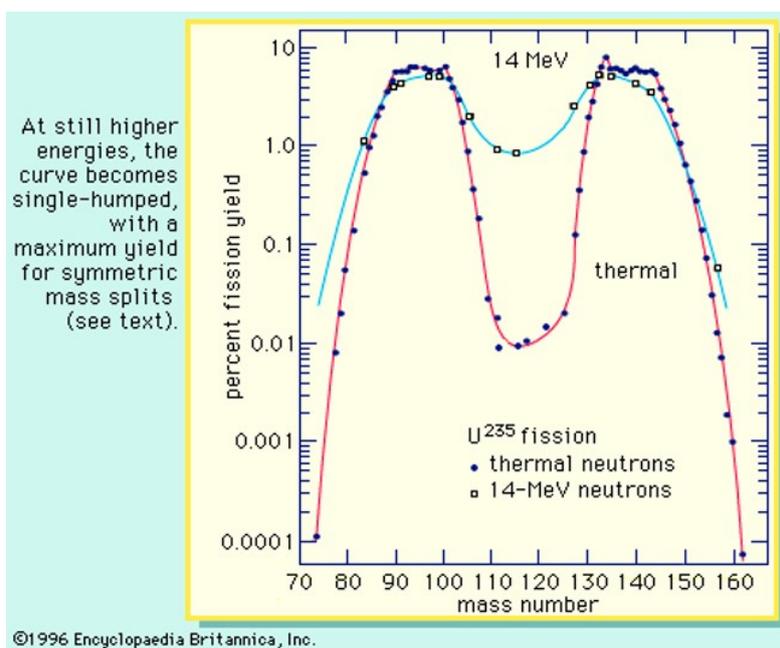


Figura 3: distribuzione dei numeri di massa dei frammenti di fissione di  ${}^{235}\text{U}$  a seguito di una fissione indotta da neutroni termici (linea rossa) e da neutroni veloci (linea blu). La distribuzione presenta due picchi di probabilità distinti, soprattutto a basse energie, portando ad una rottura spesso asimmetrica del nucleo. Al crescere dell'energia del neutrone incidente aumenta la probabilità di avere una fissione simmetrica del nucleo. Fonte riportata nell'immagine.

Dato l'eccesso di neutroni i frammenti sono spesso  $\beta$ -instabili e quindi decadono in una serie di decadimenti  $\beta^-$  fino a raggiungere una configurazione stabile. Questo comporta che nel bilancio totale di una fissione, oltre ai frammenti e ai neutroni liberi, ci sia da

aggiungere anche un certo numero di elettroni, antineutrini e fotoni gamma prodotti dai decadimenti  $\beta^-$ . Ognuna delle particelle prodotte trasporta una certa quantità di energia, come mostrato in figura 4.

Prompt emission	Energy (MeV)
Fission fragments	169.1
Fission neutrons	4.8
$\gamma$ (and associated electrons)	7.0
Delayed emission (radioactivity)	
$\beta$ -decay electrons	6.5
$\beta$ -decay neutrinos (lost)	8.8
$\gamma$ -emission	6.3
Subtotal	202.5
Neutron capture	8.8
Total	211.3

Figura 4: valori medi delle energie dei prodotti di fissione di  $^{235}\text{U}$ . Si vede come l'energia venga rilasciata in più momenti: durante la prima fissione del nucleo e durante i successivi decadimenti dei prodotti di fissione. Fonte: [3].

La maggior parte dell'energia viene rilasciata sotto forma di energia cinetica dei frammenti, che viene poi convertita in energia termica tramite il rallentamento degli stessi, l'energia deposta dai neutrini è trascurabile in quanto essi interagiscono debolmente con ciò che li circonda. In figura 4 è riportato anche un contributo dato dalla cattura dei neutroni liberi prodotti durante la fissione. Questo processo, seppur non parte della reazione di fissione in senso stretto, rilascia una certa quantità di energia che non è trascurabile rispetto al totale, specialmente nell'ottica di un reattore nucleare.

Il modello a goccia del nucleo risulta particolarmente comodo anche per spiegare il meccanismo con cui avviene la fissione. Il processo avviene con un'iniziale deformazione del nucleo che solo successivamente si spezza nei due frammenti, come mostrato in figura 5. Inizialmente è possibile vedere il nucleo come l'unione dei due frammenti di fissione posti a distanza nulla, cosa che gli fa assumere una forma approssimativamente sferica. Al crescere della distanza  $r$  tra i frammenti il nucleo risulta deformarsi ed entra in gioco una competizione tra le interazioni forti tra i nucleoni e la repulsione coulombiana. Dato l'aumento della superficie totale del nucleo si ha un aumento anche dell'energia legata alla tensione superficiale dello stesso, mentre a causa dell'aumento della distanza tra i frammenti si ha un calo della repulsione coulombiana tra i protoni.

Ad una certa distanza  $r'$  tra i frammenti l'energia potenziale del sistema raggiunge il suo valore massimo, che rappresenta il valore soglia da superare per far avvenire la fissione.

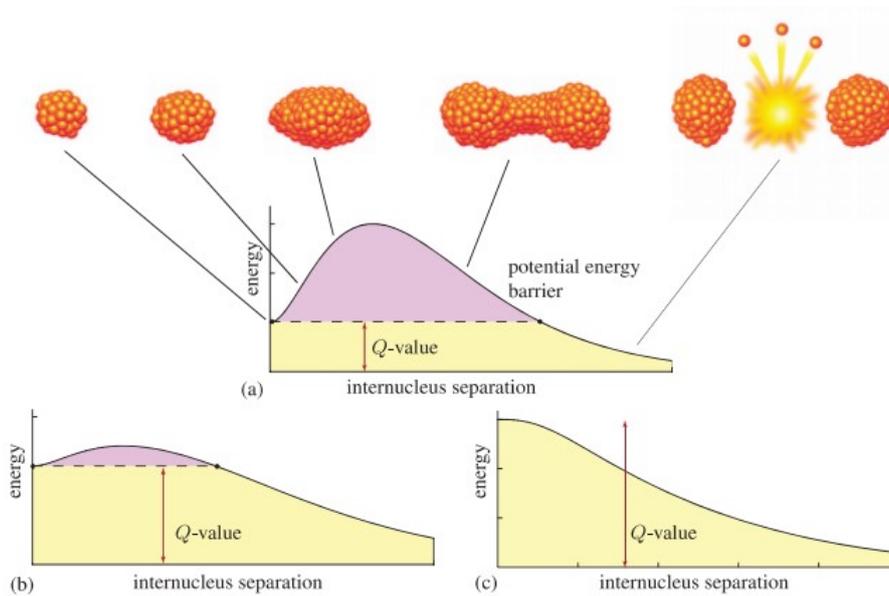


Figura 5: Andamento dell'energia di legame al variare della distanza tra i frammenti di fissione. Nei casi (a) e (b) per far avvenire la fissione è necessario superare una barriera di potenziale che dipende dalla massa del nucleo, in questo caso il nucleo (a) è più leggero del nucleo (b). Nel caso (c) di un nucleo estremamente massiccio, e quindi instabile, la fissione avviene spontaneamente. Fonte: [3].

L'energia da fornire al nucleo per superare la barriera di potenziale e per far avvenire il processo è detta *energia di attivazione*. Nei casi (a) e (b) riportati in figura 5 il nucleo è stabile e non fissiona spontaneamente, mentre nel caso (c) si ha un nucleo estremamente massiccio il cui massimo dell'energia corrisponde allo stato in cui i due frammenti si trovano a distanza nulla, rendendo la fissione spontanea ed il nucleo instabile. In realtà anche un nucleo come quello del caso (b) può compiere fissione spontaneamente se la barriera di potenziale viene superata per effetto tunnel, questo accade solamente se la differenza di energia da dover compensare è piccola.

Per indurre artificialmente la fissione di un nucleo ci sono due metodi principali: il primo prevede di eccitare il nucleo tramite un fotone, riducendo così il gap di energia da dover colmare per effetto tunnel, il secondo prevede di formare un nucleo eccitato tramite l'assorbimento di un neutrone. Quest'ultimo metodo è quello utilizzato all'interno dei reattori. In particolare si nota che, a causa del termine di pairing della formula 1.17, nuclei con un numero dispari di neutroni, come  $^{235}\text{U}$ , sono generalmente fissili con neutroni termici di energia  $E_t \approx 0.0253\text{eV}$ , mentre nuclei con un numero pari di neutroni, come  $^{238}\text{U}$ , hanno un'energia soglia nell'ordine di 1 MeV sotto la quale i neutroni non innescano la fissione. Nuclei del primo tipo sono detti *fissili* e rappresentano un sottoinsieme dei nuclei *fissionabili* che possono fare fissione solo con neutroni che superano una certa soglia di energia, nuclei del secondo tipo vengono quindi chiamati solamente fissionabili oppure

fissionabili ma non fissili.

Come visto nell'equazione 1.18, durante una fissione il numero di neutroni emessi è una quantità variabile con valore medio  $\nu$ . La quasi totalità di questi neutroni, più del 99%, viene emessa nell'istante della fissione e sono chiamati *neutroni pronti*, mentre una piccola parte viene emessa da qualche secondo fino a qualche minuto dopo la fissione a causa della produzione di prodotti intermedi con tempi di dimezzamento maggiori, questi altri neutroni sono chiamati *neutroni ritardati*.

Il valore di  $\nu$  dipende chiaramente dall'elemento che subisce la fissione. Per i principali combustibili utilizzati nei reattori come  $^{235}\text{U}$  e  $^{239}\text{Pu}$ ,  $\nu$  vale rispettivamente 2.418 e 2.871 per fissione tramite neutroni termici [1]. Si ha l'emissione di un ulteriore neutrone, di media, ogni 6-7 MeV di energia aggiunta al neutrone innescante. Il fatto che con un investimento di un neutrone se ne possano produrre più di due permette, nelle giuste condizioni, lo svolgersi di una reazione a catena in cui una fissione ne innesca almeno un'altra e così via, questo processo è alla base della produzione di energia nei reattori nucleari.

Di maggiore utilità è il parametro  $\eta$ , definito come il numero di neutroni rilasciati in una fissione per ogni neutrone assorbito. Essendo che l'assorbimento di un neutrone potrebbe portare sia alla fissione del nucleo che all'emissione di un fotone per cattura radiativa, si ha che  $\eta$  è sempre più piccolo di  $\nu$ . In particolare vale

$$\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_a} = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_\gamma + \sigma_f} \quad (1.19)$$

dove  $\sigma_f$ ,  $\sigma_a$  e  $\sigma_\gamma$  sono rispettivamente la sezione d'urto di fissione, assorbimento e cattura radiativa. Si vede chiaramente che la frazione del termine a destra ha valore sempre minore di uno.

Come per  $\nu$  anche il valore di  $\eta$  dipende sia dal nucleo che subisce la fissione che dall'energia del neutrone innescante. Prendendo in esempio un composto di nuclei fissili  $^{235}\text{U}$  e nuclei non fissili  $^{238}\text{U}$ , in caso di fissione indotta da neutroni termici  $\eta$  vale

$$\eta = \frac{\nu(^{235}\text{U})\Sigma_f(^{235}\text{U})}{\Sigma_a(^{235}\text{U}) + \Sigma_a(^{238}\text{U})} \quad (1.20)$$

dove si sono usate le sezioni d'urto macroscopiche per il composto. Nel caso di utilizzo di neutroni veloci si ha invece

$$\eta = \frac{\nu(^{235}\text{U})\Sigma_f(^{235}\text{U}) + \nu(^{238}\text{U})\Sigma_f(^{238}\text{U})}{\Sigma_a(^{235}\text{U}) + \Sigma_a(^{238}\text{U})} \quad (1.21)$$

La differenza sta nel fatto che in entrambi i casi sia  $^{235}\text{U}$  che  $^{238}\text{U}$  possono assorbire i neutroni incidenti, ma solo nel secondo caso  $^{238}\text{U}$  può fare fissione.

I neutroni pronti sono emessi con uno spettro continuo di energia che, nel caso di utilizzo di neutroni termici, segue la distribuzione

$$\chi(E) = 0.453e^{-1.036E} \sinh \sqrt{2.29E} \quad (1.22)$$

che presenta un massimo della probabilità per  $E = 0.73MeV$  ed un valore di aspettazione pari a  $\bar{E} = 1.98MeV$ .

Essendo che per i nuclei fissili la sezione d'urto di fissione  $\sigma_f$  risulta maggiore per neutroni termici, per favorire la reazione a catena risulta comodo rallentare i neutroni prodotti da circa  $2MeV$  fino a  $E_t \approx 0.0253eV$ . Tale processo prende il nome di *moderazione* o *termalizzazione* ed avviene tramite una sequenza di urti elastici in cui il neutrone cede parte della sua energia cinetica. In un urto contro un nucleo di massa  $Am_n$ , assumendo che lo scattering sia isotropo, si ha in media

$$\left\langle \frac{E'}{E} \right\rangle = \frac{A^2 + 1}{(A + 1)^2} \quad (1.23)$$

dove  $E$  ed  $E'$  sono rispettivamente l'energia del neutrone prima e dopo l'urto. La moderazione risulta quindi particolarmente efficiente se  $A = 1$ , caso in cui il neutrone perde metà della sua energia. Dopo  $n$  collisioni l'energia è data da

$$\frac{E_n}{E_0} = \prod_{i=1}^n \frac{E_i}{E_{i-1}} \longrightarrow \log \frac{E_n}{E_0} = \sum_{i=1}^n \log \frac{E_i}{E_{i-1}} \quad (1.24)$$

da cui si ricava che dopo una serie di  $n$  collisioni si ha  $\langle \log(E_n/E_0) \rangle = n \langle \log(E'/E) \rangle$  e il numero medio di collisioni necessarie per rallentare un neutrone dall'energia di fissione  $E_{\text{fis}} \approx 2MeV$  all'energia termica  $E_t \approx 0.0253eV$  è quindi

$$N_{\text{mod}} = \frac{\log(E_{\text{fis}}/E_t)}{\langle \log(E'/E) \rangle}. \quad (1.25)$$

All'interno di un reattore il compito di termalizzare i neutroni è affidato al *moderatore*, componente il cui funzionamento viene approfondito nel secondo capitolo.

# Capitolo 2

## Analisi del reattore nucleare

Se nel primo capitolo si sono trattati aspetti più teorici della fisica alla base del funzionamento dei reattori, in questo capitolo se ne approfondiscono gli aspetti più pratici, quasi ingegneristici.

Nella prima parte vengono trattati i reattori nucleari, presentando le equazioni che ne regolano il funzionamento e l'equilibrio, analizzandone i componenti e la struttura interna e prestando particolare attenzione al reattore preso in esame per questo studio.

Nella seconda parte si tratta la parte computazionale dell'esperimento, soffermandosi sia sul software che sull'hardware che hanno permesso di compiere le simulazioni necessarie.

### 2.1 Descrizione e modello

#### 2.1.1 Fattore di moltiplicazione e sensibilità

Come visto nel capitolo precedente, quando un neutrone innesca la fissione di un nucleo si ottengono come prodotti due frammenti di fissione ed un numero variabile di neutroni che aumentano la quantità di neutroni liberi nel reattore. Non tutti i neutroni presenti nel reattore inducono però una fissione, alcuni possono essere assorbiti mentre altri possono fuggire, diminuendo il numero di neutroni liberi. Per quantificare il tasso di crescita o di decrescita del numero di neutroni liberi nel reattore conviene introdurre il *fattore di moltiplicazione*  $k$  che è definito come

$$k = \frac{\text{numero di fissioni in una generazione}}{\text{numero di fissioni nella generazione precedente}} \quad (2.1)$$

o equivalentemente come il numero medio di neutroni prodotti da una fissione che inducono un'altra fissione. Se  $k > 1$  il numero di fissioni e di neutroni liberi aumenta ogni

generazione ed il reattore è detto *sovra-critico*, al contrario se  $k < 1$  il numero di fissioni per ogni generazione cala nel tempo ed il reattore è detto *sotto-critico*, infine se  $k = 1$  il reattore è detto *critico* ed il numero di fissioni per generazione è costante nel tempo. All'atto pratico il controllo di un reattore avviene tramite il controllo del fattore di moltiplicazione, i metodi in cui questo controllo avviene sono approfonditi nel paragrafo 2.1.2.

È possibile ottenere una definizione più formale di  $k$  andando a studiare la diffusione dei neutroni all'interno di un reattore. Per fare ciò è possibile utilizzare la legge di Fick

$$\mathbf{J} = -D\nabla\Phi \quad (2.2)$$

che sebbene nasca nel contesto della chimica è possibile applicare ai neutroni in un reattore in quanto si comportano in maniera analoga al soluto in una soluzione, diffondendo da zone con una concentrazione maggiore a zone con una concentrazione minore. In questo caso al posto della concentrazione del soluto si utilizza il flusso di neutroni definito nel paragrafo 1.1,  $D$  è detto *coefficiente di diffusione*.  $\mathbf{J}$  è la *densità di corrente* dei neutroni e, preso un vettore unitario  $\mathbf{n}$  che punta in una direzione arbitraria, il prodotto

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = J_n \quad (2.3)$$

restituisce il numero di neutroni al secondo che attraversano un'area unitaria perpendicolare ad  $\mathbf{n}$ .

È importante sottolineare che la legge di Fick è un'approssimazione che risulta imprecisa nei seguenti casi:

- L'assorbimento dei neutroni è non trascurabile;
- Ci si posiziona a meno di tre volte il libero cammino medio dei neutroni da una sorgente di neutroni o dalla superficie di separazione di due materiali;
- Lo scattering dei neutroni è non isotropo.

Tutte queste condizioni sono verosimili all'interno di un reattore reale, ciò rende l'utilizzo della legge di Fick utile per stimare le proprietà di un reattore ma con un inevitabile grado di approssimazione. Accettando in tale approssimazione, il coefficiente di diffusione può essere stimato come

$$D = \frac{\lambda}{3} \quad (2.4)$$

dove  $\lambda$  è il libero cammino medio dei neutroni. In questo caso si assume  $D$  costante quando in realtà è funzione sia dell'energia dei neutroni che della direzione di scattering in caso di scattering anisotropo.

A questo punto, considerando un volume  $V$  in cui sono presenti neutroni, è possibile ottenere l'*equazione di continuità* che altro non è che la formalizzazione matematica del fatto che, siccome in questo modello non è ragionevole introdurre meccanismi per cui i neutroni mutino la loro natura a meno di interazioni con i nuclei del mezzo, una variazione

del numero di neutroni in  $V$  deve essere data necessariamente da: produzione di neutroni in  $V$ , assorbimento di neutroni in  $V$ , ingresso o fuga di neutroni dai confini di  $V$ . Si procede ora ad esaminare tali contributi singolarmente.

Chiamando  $n(\mathbf{r}, E, t)$  la densità di neutroni in  $V$  e assumendo che sia funzione sia del tempo che delle coordinate spaziali e ponendoci inoltre nel caso monoenergetico, il numero totale di neutroni  $N(t)$  in  $V$  è

$$N = \int_V n dV$$

e la variazione del numero di neutroni in  $V$  risulta essere

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V n dV = \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV.$$

A seguire, assumendo che  $s(\mathbf{r}, E, t)$  sia il tasso di produzione di neutroni per  $\text{cm}^3$ , il tasso di produzione totale sarà

$$\text{tasso di produzione} = \int_V s dV.$$

mentre il tasso di assorbimento di neutroni dipende dalla sezione d'urto macroscopica di assorbimento  $\Sigma_a(\mathbf{r}, E)$  e dal flusso  $\Phi(\mathbf{r}, E, t)$  tramite la relazione

$$\text{tasso di assorbimento} = \int_V \Sigma_a \Phi dV.$$

Per calcolare il rateo di ingresso/uscita di neutroni da  $V$  si utilizza la relazione 2.3 che restituisce il numero di neutroni che attraversa una superficie di area unitaria e la si integra su tutta la superficie  $\partial V$  di  $V$  ottenendo

$$\text{tasso di fuga} = \int_{\partial V} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dA = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dV$$

dove è stato utilizzato il teorema della divergenza per ottenere il terzo termine. Il tasso di fuga può essere sia positivo che negativo, per come è definito assume valore positivo quando il numero di neutroni uscenti è maggiore del numero di neutroni entranti.

Mettendo assieme i risultati ottenuti si ottiene l'equazione

$$\int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV = \int_V s dV - \int_V \Sigma_a \Phi dV - \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dV.$$

Essendo che l'uguaglianza resta vera per qualunque volume  $V$  si prenda in considerazione, è possibile semplificare l'equazione appena ottenuta ponendo l'uguaglianza degli integrandi ed ottenendo così l'equazione di continuità

$$\frac{\partial n}{\partial t} = s - \Sigma_a \Phi - \nabla \cdot \mathbf{J}. \quad (2.5)$$

Durante il precedente calcolo si è trascurato il fatto che i neutroni possono compiere decadimento  $\beta^-$  abbassando il loro numero complessivo all'interno del volume  $V$ , quest'approssimazione risulta valida in quanto la vita media dei neutroni risulta essere di circa 15 minuti, durata di tempo decisamente maggiore del tempo per cui un neutrone sopravvive all'interno di un reattore prima di essere assorbito o di fuggire.

Sostituendo la legge di Fick 2.2 all'interno dell'equazione di continuità e utilizzando la relazione 1.5 per il flusso di neutroni si può ottenere l'*equazione di diffusione* per i neutroni

$$D\nabla^2\Phi - \Sigma_a\Phi + s = \frac{1}{v} \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (2.6)$$

che ha come unica incognita  $\Phi$ , a differenza dell'equazione 2.5 che ha come incognite  $n$  e  $\mathbf{J}$ , questo assumendo che  $D$  non dipenda dalla posizione. Il valore di  $s$  a sua volta dipende dalla struttura del reattore ed il valore di  $\Sigma_a$  dipende dall'energia e dalla composizione del materiale.

Nel caso in cui il sistema si trovi in uno stato stazionario, le grandezze che lo descrivono non dipendono direttamente dal tempo. In questo caso l'equazione 2.6 diventa

$$D\nabla^2\Phi - \Sigma_a\Phi + s = 0 \quad (2.7)$$

e viene chiamata *equazione di diffusione per stati stazionari*. Per come è stata ricavata, l'equazione 2.7 vale per neutroni monoenergetici che si trovano in un mezzo omogeneo ed isotropo.

Prendendo in esempio un reattore composto solo da combustibile senza moderatore ed assumendo che l'unica fonte di neutroni del sistema sia la fissione del combustibile stesso, il termine  $s$  dell'equazione 2.6 vale

$$s = \nu\Sigma_f\Phi.$$

Anche in questo caso ci si pone nella situazione in cui i neutroni sono monoenergetici in quanto, assumendo neutroni inizialmente monoenergetici prodotti dalla fissione, l'assenza di un moderatore ne mantiene invariata l'energia.

Se il numero di neutroni prodotti per fissione bilancia il numero di neutroni che vengono assorbiti e che fuggono dal sistema, allora il loro numero totale rimane invariato di generazione in generazione e ci si trova nel caso stazionario descritto dall'equazione 2.7. Se invece tali contributi non si bilanciano, il termine  $\partial\Phi/\partial t$  risulta essere diverso da zero ma è comunque possibile bilanciare l'equazione 2.6 tramite un coefficiente  $k$ . Il coefficiente  $k$  è il primo degli autovalori dell'operatore moltiplicazione nel problema agli autovalori generalizzato  $KP\Phi = G\Phi$ , dove  $P = (\Sigma_a - D\nabla^2)$  e  $G = \nu\Sigma_f$  sono gli operatori di perdita e di generazione di neutroni. L'autofunzione a cui appartiene  $k$  è il flusso  $\Phi$  non nullo per cui vale l'equazione 2.7 con la condizione di generazione da fissione. Si richiede che il flusso sia non nullo in quanto il problema contiene sempre la soluzione banale  $\Phi = 0$  che non è ciò che avviene in un reattore.

Così facendo si ottiene l'equazione

$$D\nabla^2\Phi - \Sigma_a\Phi + \frac{1}{k}\nu\Sigma_f\Phi = 0 \quad (2.8)$$

nella quale  $k$  è maggiore di 1 nel caso in cui il contributo della sorgente sia troppo grande e vice versa.

Definendo il *buckling geometrico* come

$$B^2 = \frac{1}{D} \left( \frac{1}{k} \nu \Sigma_f - \Sigma_a \right) \quad (2.9)$$

è possibile riscrivere l'equazione 2.8 come

$$\nabla^2 \Phi + B^2 \Phi = 0 \longrightarrow \nabla^2 \Phi = -B^2 \Phi \quad (2.10)$$

che fornisce un'espressione per il termine di fuga dei neutroni. Sostituendo questa formula all'interno dell'equazione 2.8 si ottiene l'equazione che descrive il bilancio di neutroni all'interno di un reattore senza moderatore

$$-DB^2 \Phi - \Sigma_a \Phi + \frac{1}{k} \nu \Sigma_f \Phi = 0 \quad (2.11)$$

che può essere risolta per trovare un'espressione per il valore di  $k$ , ottenendo così la relazione

$$k = \frac{\nu \Sigma_f \Phi}{DB^2 \Phi + \Sigma_a} = \frac{\nu \Sigma_f}{DB^2 + \Sigma_a}. \quad (2.12)$$

Osservando la formula di  $k$  si nota che il numeratore equivale al numero di neutroni che nascono per fissione in una generazione, mentre il denominatore è il numero di neutroni persi, per assorbimento o per fuga, della generazione precedente, dove con assorbimento si intende anche quello da parte del combustibile che porta a nuove fissioni. Essendo però che tutti i neutroni in una generazione vengono assorbiti o fuggono, il numero di neutroni persi nella generazione precedente equivale al numero di neutroni nati nella stessa generazione.  $k$  equivale quindi al rapporto dei neutroni nati nelle due generazioni, ed essendo che il numero medio di neutroni nati per ogni singola fissione è lo stesso, si ha che  $k$  equivale al rapporto tra il numero di fissioni in una generazione e nella precedente. Si è quindi ritrovata la definizione iniziale 2.1.

L'equazione 2.12 è stata ricavata assumendo un reattore contenente solo combustibile, ma in realtà la maggior parte dei reattori utilizzati per la produzione di energia utilizzano anche un moderatore per rallentare i neutroni fino ad energie termiche. In questo caso, con le dovute semplificazioni, è possibile ottenere una formula semplice per  $k$ .

Si consideri quindi un reattore di dimensione infinita composto da una miscela uniforme di combustibile e moderatore. Data la presenza del moderatore si ha la presenza sia di neutroni veloci che di neutroni termici, il cui flusso è detto  $\Phi_T$ , ed essendo che dall'energia dei neutroni dipendono le loro interazioni con la materia, anche altre grandezze relative ai neutroni termici verranno indicate un apice/pedice T, così da distinguerle da quelle inerenti ai neutroni veloci. La sezione d'urto macroscopica di assorbimento di neutroni termici per la miscela vale

$$\Sigma_a^T = \Sigma_{aC}^T + \Sigma_{aM}^T, \quad (2.13)$$

dove  $\Sigma_{aC}^T$  e  $\Sigma_{aM}^T$  sono rispettivamente le sezioni d'urto macroscopiche di assorbimento del combustibile e del moderatore.

Il numero di neutroni termici assorbiti dipende anche dal flusso di neutroni termici  $\Phi_T$ , per un totale di  $\Sigma_a^T \Phi_T$  assorbimenti per  $cm^3/s$ . Di questi neutroni solamente la frazione

$$f = \frac{\Sigma_{aC}^T}{\Sigma_a^T} = \frac{\Sigma_{aC}^T}{\Sigma_{aM}^T + \Sigma_{aC}^T} \quad (2.14)$$

viene assorbita dal combustibile portando alla fissione. Il parametro  $f$  viene chiamato *utilizzazione termica* del reattore.

Ridefinendo il parametro 1.19 come  $\eta_T$  per i neutroni termici, si ha che l'assorbimento di  $f \Sigma_a^T \Phi_T$  da parte del combustibile porta alla produzione di  $\eta_T f \Sigma_a^T \Phi_T$  neutroni per  $cm^3/s$ . Il parametro  $\eta_T$  viene chiamato *fattore di fertilità* ed equivale al valore medio di neutroni emessi per ogni neutrone termico assorbito dal combustibile.

Per studiare il bilancio neutronico all'interno di un reattore è necessario considerare anche le fissioni innescate dai neutroni veloci che, seppur con probabilità minore, possono avvenire portando alla produzione di ulteriori neutroni. Introducendo quindi il *fattore di fissione veloce*  $\epsilon$  come il rapporto tra il numero di fissioni totali ed il numero di fissioni innescate da soli neutroni termici, il numero totale di neutroni prodotti dalla fissione per  $cm^3/s$  è  $\epsilon \eta_T f \Sigma_a^T \Phi_T$ .

La maggior parte dei neutroni in un reattore vengono assorbiti dopo essere stati termalizzati, serve tuttavia considerare la possibilità, seppur piccola, che un neutrone venga assorbito durante il processo di termalizzazione da parte di nuclei che presentano delle risonanze del valore della sezione d'urto d'assorbimento. Chiamando *probabilità di fuga risonante*  $p$  la probabilità che un neutrone non venga assorbito durante la termalizzazione, il numero totale di neutroni prodotti in una generazione e che sopravvivono fino a raggiungere energie termiche è  $p \epsilon \eta_T f \Sigma_a^T \Phi_T$ .

Si ha quindi che a causa dell'assorbimento di  $\Sigma_a^T \Phi_T$  neutroni termici segue la produzione di  $p \epsilon \eta_T f \Sigma_a^T \Phi_T$  nuovi neutroni termici. Il fattore di moltiplicazione del reattore in esempio è quindi

$$k_\infty = \frac{p \epsilon \eta_T f \Sigma_a^T \Phi_T}{\Sigma_a^T \Phi_T} = \epsilon p f \eta_T. \quad (2.15)$$

dove i termini hanno i seguenti valori tipici [4]:  $\eta_T \approx 1.65$ ,  $f \approx 0.71$ ,  $p \approx 0.87$ ,  $\epsilon \approx 1.02$  per reattori che utilizzano neutroni termici.

Nella formula di  $k_\infty$ , detta *formula dei quattro fattori*, non compare un termine che tenga conto della fuga di neutroni dal reattore, questo perché la formula è stata ricavata prendendo in considerazione un reattore di dimensione infinita, condizione chiaramente inverosimile che rende la formula ottenuta un'approssimazione. In figura 6 è mostrato uno schema riassuntivo dell'impatto dei termini della formula dei quattro fattori

Il vero valore del fattore di moltiplicazione di un reattore nucleare, chiamato *fattore di moltiplicazione efficace*  $k_{eff}$ , risulta pressoché impossibile da calcolare analiticamente,

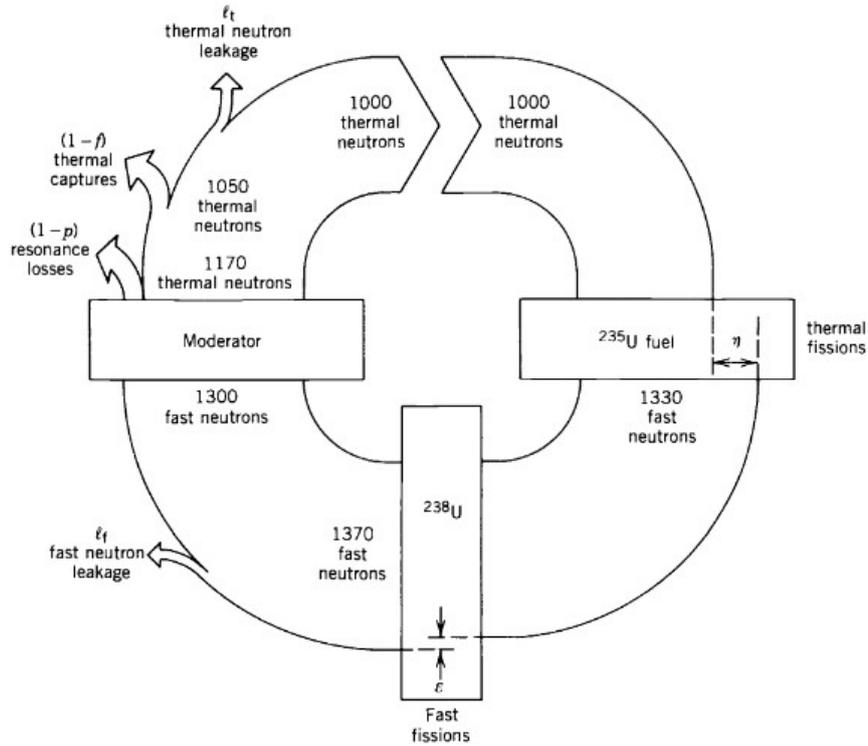


Figura 6: Fonte: Contributo dei vari fattori della formula dei quattro fattori al numero di neutroni liberi in un reattore infinito composto da una miscela di combustibile e moderatore. Fonte: [5].

in quanto per fare ciò servirebbe calcolare con precisione il flusso  $\Phi$  di neutroni in ogni punto del reattore tenendo conto della sua struttura interna, servirebbe inoltre calcolare le probabilità che le varie reazioni di fissione, scattering e assorbimento avvengano tenendo conto dello spettro di energia continuo dei neutroni.

Per calcolare il valore di  $k_{eff}$  si utilizzano quindi dei codici di calcolo, eseguiti su supercomputer, che simulano il funzionamento del reattore. Il funzionamento di tali programmi è approfondito nel paragrafo 2.2 presente in questo capitolo.

La grandezza di interesse che si è calcolata nel corso di questo studio è la *sensibilità* [6] del coefficiente di moltiplicazione. La sensibilità  $S_{k,x}$  di una grandezza  $k$  rispetto ad un parametro  $x$  da cui essa dipende è definita come

$$S_{k,x} = \frac{\Delta k/k}{\Delta x/x}, \quad (2.16)$$

ossia come la variazione relativa di  $k$  a seguito di una certa variazione relativa di  $x$ . La sensibilità è quindi un indicatore di quanto il variare di un parametro impatti su un sistema. Nel caso le grandezze  $k$  e  $x$  abbiano lo stesso segno, se la sensibilità  $S_{k,x}$  ha valore positivo, al crescere di  $x$  cresce anche  $k$ , se  $S_{k,x}$  è negativa si ha il caso opposto. Chiaramente se  $k$  e  $x$  hanno segno discorde il discorso vale al contrario.

In questo studio si è calcolata la sensibilità del fattore di moltiplicazione al variare delle sezioni d'urto delle reazioni presentate nel paragrafo 1.1 dei vari elementi che compongono il reattore TAPIRO. In particolare si è prestata particolare attenzione alle sezioni d'urto del rame, materiale di fondamentale importanza all'interno del reattore e da cui ci si aspetta dei valori di sensibilità elevati.

## 2.1.2 Componenti dei reattori

Si procede ora ad affrontare da un punto di vista più ingegneristico il funzionamento dei reattori nucleari, analizzandone i componenti principali ed osservando le differenze che distinguono le varie tipologie di reattori.

Al centro di un reattore si trova il *nocciolo*, regione in cui è presente il combustibile che viene sottoposto a fissione, una sostanza refrigerante per evitare surriscaldamenti e, in base alla tipologia di reattore, può essere presente anche il moderatore.

**Combustibile:** Il combustibile è composto da una miscela di isotopi fissili ed isotopi solamente fissionabili, nella maggior parte dei casi si utilizzano  $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$  ma esistono anche reattori che utilizzano come materiale fissile  $^{233}\text{U}$  oppure  $^{239}\text{Pu}$ . L'uranio naturale è composto al 0.72% da  $^{235}\text{U}$  e per il resto quasi totalmente da  $^{238}\text{U}$ , salvo poche tracce di  $^{234}\text{U}$ . È possibile alimentare un reattore con uranio naturale, come nel caso del reattore CANDU, ma solitamente si utilizza un combustibile *arricchito*, in cui  $^{235}\text{U}$  rappresenta circa il 3 ÷ 5% in frazione atomica.

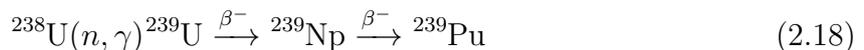
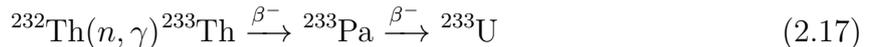
Essendo  $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$  diversi isotopi di uno stesso elemento, non è possibile effettuare una separazione chimica dei due, l'arricchimento avviene quindi sfruttando la piccola differenza di peso tra i due isotopi. Alcuni metodi sfruttano il fatto che il fluoro presenta solamente l'isotopo  $^{19}\text{F}$  per produrre esafluoruro di uranio  $\text{UF}_6$  in forma gassosa, la cui differenza di massa delle varie molecole è quindi data solamente dalla presenza di diversi isotopi di uranio. A questo punto si sfrutta la differenza in massa per separare i due isotopi tramite centrifughe a gas oppure sfruttando il diverso comportamento aerodinamico dei due gas. È possibile altrimenti ionizzare l'uranio e successivamente accelerarlo tramite un campo elettrico fino ad una regione in cui è presente un campo magnetico, in cui l'isotopo più pesante viaggia in traiettorie di raggio maggiore.

**Moderatore:** I reattori in cui è presente il moderatore sono detti *termici*, mentre i reattori che non lo presentano sono detti *veloci*. Come visto nel capitolo 1, la moderazione avviene in maniera più efficiente se si utilizzano nuclei leggeri, per questo motivo vengono principalmente utilizzati come moderatori l'acqua o l'acqua pesante, composte per due atomi su tre rispettivamente da idrogeno e deuterio, oppure la grafite, composta da carbonio.

**Refrigerante:** Nel caso di reattori termici l'acqua e l'acqua pesante sono talvolta utilizzate contemporaneamente come moderatore e come refrigerante, ciò non è chiaramente possibile nei reattori veloci, che sono spesso raffreddati tramite l'utilizzo di sodio o piombo allo stato liquido, così da mantenere i neutroni ad alta energia. Sia i reattori termici che

quelli veloci possono essere raffreddati anche tramite gas.

**Mantello:** A differenza di  $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$  non è possibile trovare in natura  $^{233}\text{U}$  e  $^{239}\text{Pu}$ , questi due isotopi vengono creati artificialmente per essere poi usati come combustibile tramite un processo detto *conversione*. Tali processi prevedono l'utilizzo di isotopi detti *fertili* che a seguito della cattura di neutroni, ed eventualmente di decadimenti intermedi, danno origine ad isotopi fissili. Le principali reazioni utilizzate sono



dove gli isotopi fertili sono rispettivamente  $^{232}\text{Th}$  e  $^{238}\text{U}$ , entrambi presenti in natura.

Il *mantello* si trova attorno al nocciolo e contiene gli isotopi fertili. Quando un neutrone fugge dal nocciolo arrivando nel mantello, avviene la produzione di materiale fissile che può in seguito essere estratto per essere utilizzato come combustibile. Seppur non fissili, i materiali fertili possono comunque compiere fissione se ad arrivare nel mantello è un neutrone veloce, contribuendo alla produzione di energia complessiva del reattore. Per questo motivo è necessario che anche il mantello venga raffreddato.

Non tutti i reattori presentano il mantello, la conversione può avvenire infatti anche nel nocciolo in cui sono presenti isotopi non fissionabili. Il processo di conversione è quantificabile attraverso un parametro chiamato *rateo di conversione*  $C$ , definito come il numero medio di atomi fissili prodotti per ogni atomo fissile di combustibile consumato. Da questa definizione si ha che per ogni  $N$  atomi fissili di combustibili si ha la produzione di  $NC$  nuovi atomi fissili a partire da atomi fertili. Essendo nuovo combustibile, anche questi nuovi atomi fissili possono subire fissioni e produrre  $NC^2$  nuovi atomi fissili, e così via. Il consumo di  $N$  atomi di combustibile porta alla conversione di

$$N \longrightarrow NC + NC^2 + NC^3 + \dots = \frac{NC}{1 - C} \quad (2.19)$$

atomi fertili in atomi fissili. Se  $C = 1$  è possibile convertire una quantità potenzialmente infinita di materiale fertile partendo da una quantità finita di combustibile. Nel caso  $C > 1$  viene convertito più di un atomo fertile per ogni atomo fissile consumato ed il processo prende il nome di *breeding*. Alcuni reattori sono progettati con lo scopo di compiere conversione o breeding e sono chiamati rispettivamente convertitori e breeders, i reattori che non compiono nessuno dei due processi sono detti bruciatori.

Per poter avere conversione serve avere  $\eta > 1$  mentre per poter avere breeding serve avere  $\eta > 2$ , questo perché almeno un neutrone per ogni fissione deve essere assorbito dal combustibile per poter mantenere la reazione a catena. Il valore di  $\eta$  non è funzione solo del materiale fissile ma dipende anche dall'energia del neutrone incidente, in particolare si osserva che al di sopra di  $100\text{keV}$ ,  $\eta$  vale più di 2 per tutti e tre i principali materiali fissili  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  e  $^{239}\text{Pu}$ . I convertitori ed i breeders sono quindi necessariamente reattori veloci che non moderano i neutroni di fissione.

**Riflettore:** Per ridurre la fuga di neutroni dal reattore, esternamente al nocciolo ed al mantello, se è presente, può essere presente uno strato di materiale con alta sezione d'urto di scattering elastico detto *riflettore*. Incontrando il riflettore, parte dei neutroni in fuga vengono riflessi verso il nocciolo per innescare fissione del combustibile. La presenza del riflettore migliora l'economia neutronica del reattore e riduce la *massa critica* del combustibile, ossia la massa minima necessaria per raggiungere la criticità.

**Barre di controllo:** Le barre di controllo sono componenti mobili del reattore il cui scopo è quello di regolarne la criticità. Solitamente realizzate in materiali ad alto assorbimento di neutroni il loro inserimento all'interno del reattore provoca un calo del fattore di moltiplicazione, mentre la loro estrazione aumenta la quantità di neutroni che sopravvivono fino ad innescare una fissione, aumentando  $k_{eff}$ . Possono anche essere realizzate in materiali che riflettono i neutroni, come il rame, ed essere utilizzate come un riflettore aggiuntivo, in questo caso il loro inserimento aumenta il potere riflettente totale del reattore aumentando conseguentemente  $k_{eff}$ , mentre la loro estrazione riduce  $k_{eff}$ .

Le barre di controllo sono essenziali per mantenere il reattore allo stato critico con  $k_{eff} = 1$ . In assenza delle barre, anche se il reattore fosse progettato perfettamente per trovarsi allo stato critico nel momento della sua accensione, il consumo di combustibile e la conseguente produzione di diversi materiali di scarto altererebbero inevitabilmente l'equilibrio del reattore, allontanandolo dallo stato critico. La presenza delle barre di controllo permette di avere un aggiustamento costante dello stato del reattore. Le barre possono avere varie forme, oltre ad essere cilindriche possono essere fatte a lamine, a strisce o a strisce incrociate.

L'utilizzo delle barre di controllo risulta possibile anche grazie alla presenza dei neutroni ritardati introdotti nel capitolo 1, essi garantiscono infatti ai sistemi di sicurezza del reattore abbastanza tempo per rilevare l'aumento eccessivo di potenza prodotta e per inserire le barre. Se tutti i neutroni prodotti fossero pronti, il susseguirsi delle generazioni sarebbe mediamente più rapido e sarebbe più complesso agire su un aumento anomalo del fattore di moltiplicazione.

**Schermo biologico e sicurezza:** Attorno al reattore è presente uno strato di materiale in grado di assorbire eventuali neutroni fuggiti e radiazioni al fine di salvaguardare la sicurezza del personale detto *schermo biologico*. Per garantire la sicurezza del pubblico in caso di incidente, l'intero stabilimento in cui un reattore si trova viene costruito in modo da agire da struttura di contenimento.

In figura 7 è riportato uno schema della disposizione degli elementi principali di un reattore nucleare.

### 2.1.3 Il reattore TAPIRO

Questo studio è basato sul reattore TAPIRO, il cui nome deriva dall'acronimo di TAratura Plla Rapida a potenza zero, reattore sperimentale di proprietà di ENEA situato presso il Centro ricerche Casaccia di Roma. TAPIRO è una sorgente di neutroni veloci

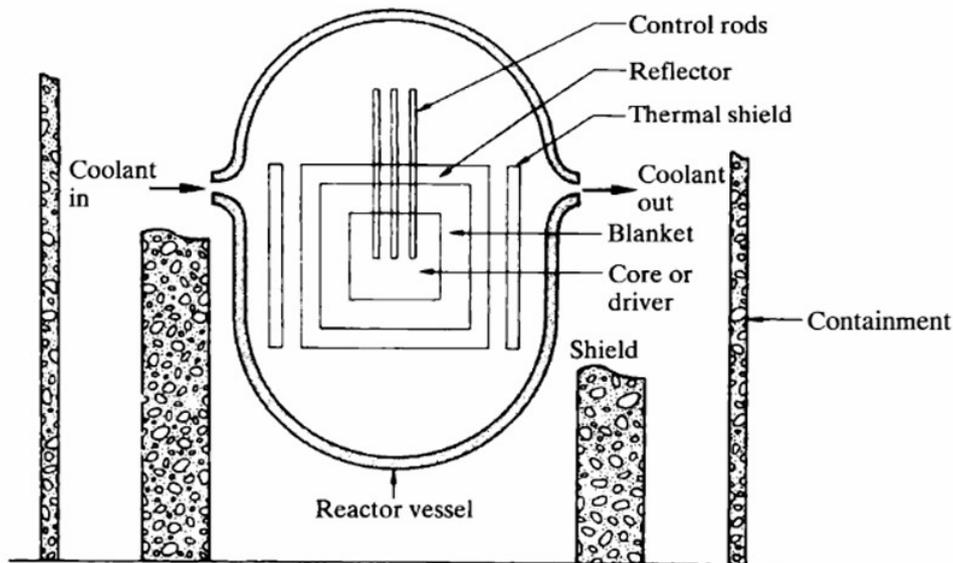


Figura 7: Elementi principali all'interno di un reattore nucleare, la figura non è in scala e le forme dei componenti sono semplificate. Fonte: [1].

dedicata al programma sperimentale di ricerca sui reattori veloci ed è entrato in funzione per la prima volta nel 1971 [7].

TAPIRO presenta un nocciolo cilindrico di diametro 12 cm ed altezza simile, all'interno del nocciolo è presente il combustibile composto da una lega di uranio al 98.5% e molibdeno all'1.5%, l'uranio è arricchito al 93.5% da  $^{235}\text{U}$ . Al di fuori del nocciolo è presente un riflettore cilindrico in rame realizzato in due strati, entrambi di altezza 70 cm. Lo strato interno ha un diametro di 38.4 cm mentre quello esterno ha un diametro di 80 cm. Le barre di controllo sono realizzate anch'esse in rame e sono divise in due barre di sicurezza, due barre di calibrazione ed una barra di regolazione. Essendo le barre costruite in un materiale riflettente, il loro funzionamento è opposto a quello delle più comuni barre costruite per assorbire i neutroni. Quando le barre vengono inserite si ha un aumento della quantità di neutroni riflessi verso il nocciolo, aumentando quindi il  $k_{eff}$ ; quando le barre vengono estratte segue una maggiore fuga di neutroni dal reattore, riducendo il  $k_{eff}$ .

Essendo una fonte di neutroni veloci il moderatore non è presente e il raffreddamento avviene tramite gas, che essendo rarefatti hanno basso potere moderante. In particolare il nocciolo viene raffreddato tramite circolazione forzata di elio. Come misura di sicurezza il reattore è dotato di uno schermo biologico di forma sferica e spessore di circa 1.75 m costruito in calcestruzzo borato, materiale dall'alto assorbimento di neutroni.

Essendo un reattore finalizzato alla ricerca, TAPIRO è dotato di numerosi canali sperimentali che permettono l'installazione di dispositivi in aree in cui è presente un elevato

flusso di neutroni. Tre canali si trovano sul piano mediano del reattore dove sono due radiali e uno diametrale, un ulteriore canale è tangenziale al nocciolo. Uno schema del reattore in cui vengono evidenziati i canali è riportato in figura 8.

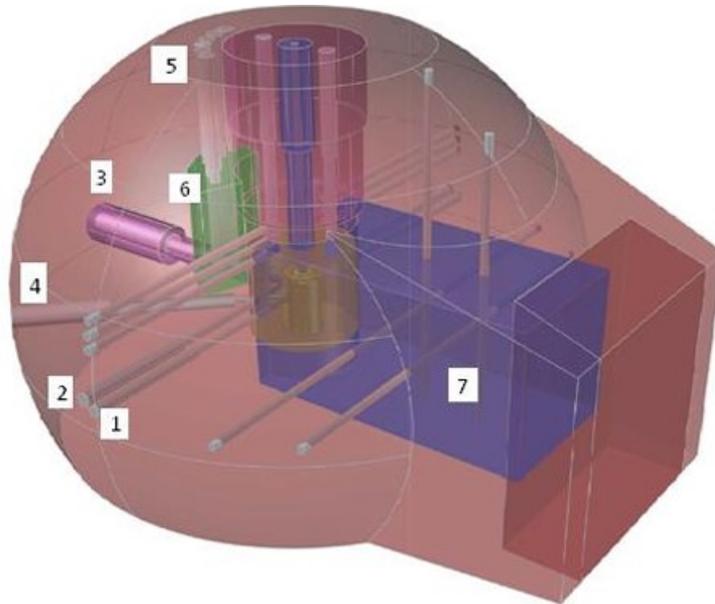


Figura 8: Struttura interna del reattore TAPIRO. I numeri in figura corrispondono a: (1) canale diametrale, (2) canale tangenziale, (3) canale radiale 1, (4) canale radiale 2, (5) canali rilevatori, (6) paraffina, (7) colonna termica. Fonte: [7].

Il reattore funziona ad una potenza di massima di 5 kW, corrispondente ad un flusso neutronico di  $4 \cdot 10^{12} \text{ n} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$  al centro del nocciolo, ed è utilizzato in vari campi di ricerca. Tra gli utilizzi principali del reattore si ha lo studio del danneggiamento dei materiali a causa dei neutroni veloci, in questo campo TAPIRO è stato utilizzato per studiare il danneggiamento indotto su strumenti del LHC del CERN, su componenti da usare nel progetto di fusione nucleare ITER e su componenti elettronici per componenti aerospaziali.

TAPIRO trova utilizzo anche nella ricerca medica in campo nucleare, in particolare nella sperimentazione sull'effetto delle radiazioni sulle cellule o per il trattamento di alcune tipologie di tumori.

## 2.2 Strumento di simulazione

Per eseguire il calcolo della sensibilità del fattore di moltiplicazione si è utilizzato il codice di calcolo MCNP nella versione 6.2 [8]. MCNP, acronimo di Monte Carlo N-Particles, è un codice creato nei laboratori di Los Alamos nel 1977, e ad è oggi ancora sviluppato ed aggiornato, con il fine di simulare il trasporto di particelle in vari sistemi. Come intuibile dal nome, MCNP sfrutta il metodo Monte Carlo per ottenere risultati

numerici a problemi non risolvibili analiticamente. Il metodo Monte Carlo prevede di eseguire numerose simulazioni di un problema al fine di ottenere un risultato tramite considerazioni statistiche, tale processo avviene tramite la generazione di numeri pseudo-casuali compresi tra 0 e 1 con distribuzione uniforme e l'applicazione a tali valori di un algoritmo che simula il problema in questione.

Ad oggi MCNP trova numerose applicazioni tra le quali spiccano il design di reattori nucleari, acceleratori di particelle e di rivelatori di particelle; la ricerca in campo astrofisico tramite lo studio dei raggi cosmici; lo sviluppo di tecnologie aerospaziali tramite lo studio dell'interazione dei raggi cosmici con i materiali e gli strumenti di bordo di aerei e della ISS e molto altro.

Per eseguire una simulazione è necessario fornire a MCNP un file di testo, che verrà da ora chiamato *input*, che contiene tutte le caratteristiche del sistema in questione, tali caratteristiche sono definite tramite appositi comandi detti *cards*. Esiste una vasta gamma di cards, di seguito sono riportate quelle utilizzate in questo studio.

**Cell cards:** Le cell cards sono le prime a dover essere definite e contengono i volumi di cui è composto il problema. Una cell card, come anche tutte le altre card, consiste di una serie di valori e ha forma

$$j \ m \ d \ geom \ param \ .$$

Il numero  $j$  indica il numero assegnato al volume in questione; il numero  $m$  riporta al materiale che vi è contenuto, mentre il numero  $d$  ne indica la densità; *geom* consiste in una serie di numeri che riportano alle superfici che delimitano il volume in questione; i *param* sono una lista di parametri facoltativi che forniscono ulteriori informazioni. La composizione del materiale  $m$  e la geometria delle superfici *geom* sono definite in cards successive. Nel caso di un reattore nucleare le cell cards corrispondono alle componenti viste precedentemente, sarà quindi necessario includere una cell card per ogni volume contenente combustibile, barra di controllo, volume con moderatore, ecc.

**Surface cards:** A seguire è necessario introdurre le surface cards, che permettono di indicare dove si trovano i volumi precedentemente definiti. Una cell card ha forma

$$j \ n \ A \ list \ .$$

Il numero  $j$  identifica la superficie ed è ciò che va inserito nella voce *geom* delle cell cards;  $n$  è facoltativo rimanda a trasformazioni (traslazioni/rotazioni) che la superficie può subire, tali trasformazioni sono definite con cards apposite;  $A$  indica il tipo di superficie, solitamente si tende a usare più superfici semplici, come sfere, piani e cilindri; *list* è una lista di parametri che definiscono dov'è e com'è orientata la superficie, come per esempio il centro e raggio di una sfera.

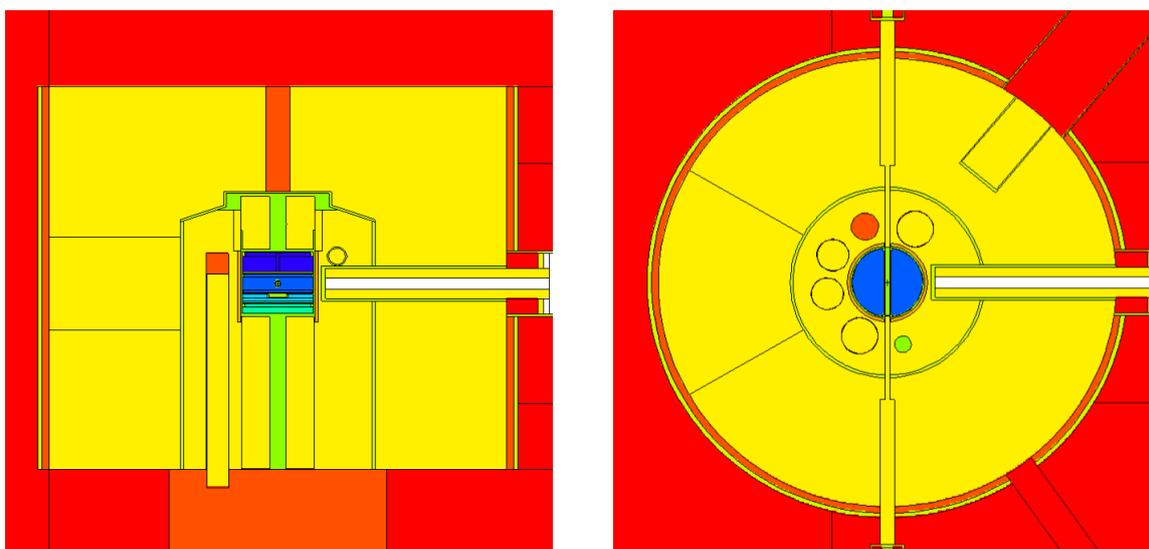
A seguire vanno definite le *data cards*, che forniscono ulteriori informazioni sul sistema. Di data cards ne esistono numerose e di seguito sono riportate solo quelle utilizzate in questo studio.

**Material cards:** Forniscono la composizione isotopica dei materiali inseriti nelle cell cards, hanno forma

$$Mn \text{ zaid}_1 \text{ fraction}_1 \text{ zaid}_2 \text{ fraction}_2 \dots$$

Nel termine  $Mn$  il numero  $n$  identifica il materiale ed è il valore riportato come  $m$  nelle cell cards; con  $\text{zaid}_i$  e  $\text{fraction}_i$  si indicano l' $i$ -esimo isotopo e la sua concentrazione.

Fornendo le cards appena elencate tramite il file di input, MCNP è in grado di creare un modello del sistema da simulare, in figura 9 viene mostrato tale modello per il reattore TAPIRO. Dopo aver definito la struttura del reattore, si procede ad inserire tutte quelle



(a) Sezione verticale del reattore

(b) Sezione orizzontale del reattore

Figura 9: Modello del reattore TAPIRO creato per il codice di calcolo MCNP a partire dalle informazioni fornite sul file di input, i diversi colori indicano i diversi materiali presenti. Le celle in blu al centro sono quelle in cui è presente il combustibile; il verde indica l'elio, usato per raffreddare il nocciolo; il giallo indica il rame, usato sia nel riflettore che nelle barre di controllo; l'arancione indica l'aria; il rosso indica la miscela di numerosi elementi che compongono il rivestimento in calcestruzzo del reattore.

altre cards, sempre appartenenti al vasto insieme delle data cards, che definiscono come la simulazione vada eseguita.

**Coordinate transformation cards:** Se applicate ad una superficie, sotto la voce  $n$  delle surface cards, permettono di cambiarne la posizione e l'orientamento. Hanno forma

$$TRn = O_1 O_2 O_3 \text{ } xx' \text{ } yx' \text{ } zx' \text{ } xy' \text{ } yy' \text{ } zy' \text{ } xz' \text{ } yz' \text{ } zz' \text{ } m.$$

Nel termine  $TRn$  il numero  $n$  identifica la trasformazione; i termini  $O_i$  indicano le componenti del vettore traslazione a cui è sottoposta la superficie; i nove termini successivi compongono la matrice di rotazione della trasformazione;  $m$  può essere  $+1$  o  $-1$  e indica

in che sistema di riferimento è espresso il vettore traslazione. Se  $m = +1$  il vettore  $O$  indica la posizione del sistema di riferimento ausiliario (solitamente centrato nella superficie in questione) espresso nel sistema di riferimento principale, se  $m = -1$  è il contrario. Nel caso di un reattore nucleare queste cards sono utilizzate per le parti mobili come le barre di controllo, permettendo così il cambio di configurazione del reattore senza dover ridefinire tutte le superfici associate ma trasladole tutte con un unico comando.

**Mode card:** Serve per definire quali particelle si vuole che vengano simulate dal codice, che in questo modo alleggerisce i calcoli non prendendo in considerazione particelle il cui contributo è trascurabile o non di interesse. L'obiettivo di questo studio è calcolare la sensibilità del  $k_{\text{eff}}$  e per farlo serve tracciare solamente i neutroni prodotti dalle fissioni, per questo la card è stata impostata su MODE N, dove N indica per l'appunto i neutroni. La scelta di utilizzare MODE N è data dal fatto che anche se altre particelle potrebbero comunque portare alla formazione di neutroni, la loro numerosità non inficia il calcolo.

**KSRC card:** indica le coordinate in cui si trovano le sorgenti iniziali di particelle, informazione necessaria per l'esecuzione di una KCODE card (analizzata in seguito). Ha forma

$$KSRC \ x_1 \ y_1 \ z_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2 \ \dots$$

In questo studio si è utilizzata un'unica sorgente puntiforme di neutroni, posta all'interno del nocciolo in una delle celle che contengono combustibile.

**KCODE card:** È la card necessaria per eseguire il calcolo del  $k_{\text{eff}}$  del reattore, simulando il trasporto e le interazioni dei neutroni. La prima generazione di neutroni nasce dove specificato dalla card KSRC e ogni suo neutrone viene simulato fino a quando non viene assorbito, i neutroni della seconda generazione nasceranno dove sono stati assorbiti quelli di prima generazione che hanno innescato una fissione. La card ha forma

$$KCODE \ nsrck \ rkk \ ikz \ kct \ ,$$

dove il valore  $nsrck$  indica il numero di neutroni sorgente per ciclo;  $rkk$  è il valore atteso di  $k_{\text{eff}}$ ;  $ikz$  è il numero di cicli iniziali in cui il calcolo di  $k_{\text{eff}}$  è sospeso, in tali cicli infatti il flusso di neutroni all'interno del reattore è ancora lontano dall'essere stazionario e limitarsi a simulare il trasporto dei neutroni senza processi superflui alleggerisce i calcoli;  $kct$  indica il numero totale di cicli da compiere.

Il calcolo viene eseguito risolvendo un problema agli autovalori simile a quello dell'equazione 2.12 (ma senza le approssimazioni sulla struttura del reattore imposte per ricavare quella formula) scrivibile come

$$k_{\text{eff}} = \frac{G\Phi}{P\Phi}, \quad (2.20)$$

dove  $G$  e  $P$  sono gli operatori di generazione e perdita di neutroni. Il problema viene risolto numericamente trovando una soluzione al valore del flusso stazionario  $\Phi$  e al valore di  $k_{\text{eff}}$ . Maggiori dettagli sullo svolgimento del calcolo sono riportati al termine della lista di cards utilizzate.

Durante questo processo, a meno che non lo si richieda utilizzando una card specifica, non viene tenuto conto del fatto che il combustibile si consuma producendo nuovi nuclidi e consumando uranio ad ogni fissione. Questo perché interessa un'approssimazione statica per calcolare il  $k_{eff}$ .

**KSEN card:** È la card che permette il calcolo della sensibilità del  $k_{eff}$ , tale calcolo parte dal problema agli autovalori risolto dal KCODE e ricava la sensibilità tramite il calcolo della variazione  $dk_{eff}$  in funzione della variazione  $dP$  e  $dG$  degli operatori. La card ha forma

$$KSENn \text{ sen } KEYWORD=value(s) \dots$$

dove  $n$  è il numero associato al singolo calcolo; *sen* indica il tipo di sensibilità, ossia al variare di quale parametro, in questo caso le sezioni d'urto del rame, si vuole calcolare la sensibilità di  $k_{eff}$ ; *KEYWORD* sono un insieme di vari comandi per fornire ulteriori indicazioni sullo svolgimento del calcolo. Tra le varie *KEYWORD*, in questo studio si è utilizzata quella che permette il calcolo del valore della sensibilità separatamente per vari intervalli energetici e quella che permette di indicare quali sezioni d'urto in particolare si vuole utilizzare. Dettagli più specifici sui parametri utilizzati sono presenti nel terzo capitolo.

Si procede ora a trattare più nel dettaglio i calcoli eseguiti dalle cards KCODE e KSEN per ricavare il valore del coefficiente di moltiplicazione e la sua sensibilità [9]. Si parte dalle equazioni

$$kP\Phi = G\Phi \quad (2.21)$$

$$\Phi(\vec{x}, E, t) = 0 \text{ per } \vec{x} \in \text{alla superficie esterna del volume considerato} \quad (2.22)$$

che rappresentano rispettivamente il problema agli autovalori da risolvere e le condizioni al contorno. Nell'equazione 2.22 la variabile  $\vec{x}$  è il punto in cui si calcola il flusso mentre le altre grandezze sono già state introdotte. Nel corso di questo calcolo, per comodità, si ometteranno le dipendenze delle grandezze dopo che sono state introdotte.

Calcolando le variazioni  $dk_{eff}$  del fattore di moltiplicazione efficace si incontra l'espressione  $(kP - G)d\Phi$  che contiene la variazione del flusso  $d\Phi$ , complessa da calcolare in quanto richiede la valutazione di due calcoli diretti: quello di riferimento e quello perturbato. Si può però sfruttare il fatto che il valore di  $(kP - G)d\Phi$  in ogni punto non sia in generale richiesto ma che basta conoscerne il valore integrato. L'integrale viene svolto su  $(\vec{x}, E)$  con l'utilizzo di una funzione peso  $\psi(\vec{x}, E, t)$  arbitraria. L'ideale è trovare una funzione peso che renda l'integrale nullo, semplificando quindi il calcolo.

Per semplificare la notazione, adoperiamo un cambio di variabile sostituendo

$$\begin{aligned} d\Phi &\longrightarrow \varphi \\ (kP - G) &\longrightarrow \bar{0} \\ (f_1, f_2) &= \int d\vec{x}dE f_1(\vec{x}, E, t) f_2(\vec{x}, E, t) \end{aligned}$$

con  $(f_1, f_2)$  inteso come consueto prodotto scalare in uno spazio di funzioni. L'integrale che si vuole annullare si scrive quindi  $(\psi, \bar{0}\varphi)$ , dove  $\varphi$  deve rispettare delle condizioni al contorno  $C$ , come per esempio le 2.22. Per indicare il rispetto delle condizioni al contorno  $C$  da parte di  $\varphi$  si usa la notazione  $\varphi \in C$ .

A questo punto, se si riesce ad associare alla coppia  $\{\bar{0}, C\}$ , formata da operatore e condizioni al contorno, un'altra coppia  $\{\bar{0}^+, C^+\}$  tale che

$$(\psi, \bar{0}\varphi) = (\varphi, \bar{0}^+\psi) \quad (2.23)$$

per ogni  $\varphi \in C$ , e se si assume che l'esistenza di una  $\Phi \neq 0$  con  $\Phi \in C$  tale che  $\bar{0}\Phi = 0$  implichi l'esistenza di una  $\Phi^+ \neq 0$  con  $\Phi^+ \in C^+$  tale che  $\bar{0}^+\Phi^+ = 0$ , allora basterà scegliere come  $\psi$  proprio la  $\Phi^+$  che soddisfa  $\bar{0}^+\Phi^+ = 0$  ed il problema è risolto. In questo caso si ha infatti

$$(\psi, \bar{0}\varphi) = (\Phi^+, \bar{0}\varphi) = (\varphi, \bar{0}^+\Phi^+) = (\varphi, 0) = 0$$

annullando così l'integrale. Osservando la condizione 2.23 richiesta all'operatore  $\bar{0}$ , si nota che altro non è che la definizione di operatore aggiunto di  $\bar{0}$ . Il calcolo si svolge quindi estendendo la nozione di operatore aggiunto alle equazioni agli autovalori da risolvere.

Ritornando alla notazione originale, per prima cosa si definisce l'equazione agli autovalori aggiunta

$$k^+P^+\Phi^+ = G^+\Phi^+ \quad (2.24)$$

dove  $P^+$  e  $G^+$  si ricavano dalla definizione di operatore aggiunto a partire da  $P$  e  $G$  mentre  $k^+$  e  $\Phi^+$  sono autovalore ed autofunzione incognite cercate. Moltiplicando scalarmente l'equazione 2.21 per  $\Phi^+$  e la 2.24 per  $\Phi$ , si ottengono le relazioni

$$(\Phi^+, kP\Phi) = (\Phi^+, G\Phi)$$

$$(\Phi, k^+P^+\Phi^+) = (\Phi, G^+\Phi^+)$$

e calcolando le differenze tra i primi termini si ottiene

$$\begin{aligned} (\Phi^+, kP\Phi) - (\Phi, k^+P^+\Phi^+) &= k(\Phi^+, P\Phi) - k^+(\Phi, P^+\Phi^+) = \\ &= k(\Phi, P^+\Phi^+) - k^+(\Phi, P^+\Phi^+) = (k - k^+)(\Phi, P^+\Phi^+) \end{aligned}$$

dove si è utilizzato la definizione di aggiunto. Calcolando le differenze tra i secondi termini si ha invece

$$(\Phi^+, G\Phi) - (\Phi, G^+\Phi^+) = 0.$$

per la definizione di operatore aggiunto. Unendo i due risultati appena ottenuti si ottiene

$$(k - k^+)(\Phi, P^+\Phi^+) = (\Phi^+, G\Phi) - (\Phi, G^+\Phi^+) = 0$$

ed utilizzando l'equazione agli autovalori aggiunta 2.24 si ricava infine

$$\frac{(k - k^+)}{k^+}(\Phi, G^+\Phi^+) = 0. \quad (2.25)$$

Si è quindi giunti alla conclusione che se  $\Phi$  e  $\Phi^+$  sono tali che  $(\Phi, G^+\Phi^+) \neq 0$ , allora si ha necessariamente  $k = k^+$ . In questo modo si ottengono due successioni di autovalori  $\{k_1, k_2, k_3, \dots\}$  e  $\{k_1^+, k_2^+, k_3^+, \dots\}$  con  $k_i = k_i^+$  associate a due successioni di autofunzioni  $\{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots\}$  e  $\{\Phi_1^+, \Phi_2^+, \Phi_3^+, \dots\}$ . Il valore del fattore di moltiplicazione effettivo  $k_{eff}$  viene identificato nel primo degli autovalori di  $k$ , si ha quindi

$$k_{eff} = k_1 = k_1^+ \quad (2.26)$$

Dopo aver trovato il fattore di moltiplicazione, è ora necessario calcolarne la variazione in risposta al cambiamento dei parametri, e quindi degli operatori corrispondenti, caratterizzanti il reattore. Si considera il caso in cui la variazione degli operatori, dell'autovalore e dell'autofunzione è piccola, quindi trattabile come una perturbazione. In questo caso si può scrivere

$$(P, G, k, \Phi) \longrightarrow (P', G', k', \Phi') = (P, G, k, \Phi) + (dP, dG, dk, d\Phi).$$

Considerando ora l'equazione agli autovalori perturbata e l'equazione agli autovalori non perturbata aggiunta

$$\begin{aligned} k' P' \Phi' &= G' \Phi' \\ k^+ P^+ \Phi^+ &= G^+ \Phi^+, \end{aligned}$$

moltiplicandole scalarmente rispettivamente per  $\Phi^+$  e  $\Phi'$  e calcolandone la differenza membro a membro, si ottiene

$$(\Phi^+, k' P' \Phi') - (\Phi', k^+ P^+ \Phi^+) = (\Phi^+, G' \Phi') - (\Phi', G^+ \Phi^+).$$

Calcolando separatamente il membro di destra e di sinistra si ottiene a primo membro

$$\begin{aligned} &(\Phi^+, k' P' \Phi') - (\Phi', k^+ P^+ \Phi^+) = k'(\Phi^+, P' \Phi') - k^+(\Phi', P^+ \Phi^+) = \\ &= k'(\Phi^+, P' \Phi') - k^+(\Phi^+, P \Phi') = (k + dk)(\Phi^+, P' \Phi') - k(\Phi^+, P \Phi') = \\ &= k(\Phi^+, dP \Phi') + dk(\Phi^+, P' \Phi') = k(\Phi^+, dP \Phi') + \frac{dk}{k'}(\Phi^+, G' \Phi') \end{aligned}$$

dove si è usato il fatto che  $k = k^+$ . A secondo membro si ha invece

$$(\Phi^+, G' \Phi') - (\Phi', G^+ \Phi^+) = (\Phi^+, G' \Phi') - (\Phi^+, G \Phi') = (\Phi^+, dG \Phi')$$

Eguagliando gli ultimi due termini si ottiene

$$\frac{dk}{k'} = \frac{(\Phi^+, dG \Phi')/k - (\Phi^+, dP \Phi')}{(\Phi^+, G' \Phi')/k} \quad (2.27)$$

che fornisce un risultato esatto della variazione relativa dell'autovalore  $k$ , valore necessario per calcolare la sensibilità del  $k_{eff}$ .

Per eseguire tutti i processi sopra elencati è necessario fornire al programma un ulteriore file, detto *xmdir*, contenente tutte le varie sezioni d'urto necessarie per effettuare la simulazione. Nello specifico il file *xmdir* contiene una lista di tutti gli isotopi di cui è necessario conoscere le sezioni d'urto e per ciascuno di essi fornisce il collegamento, contenuto in una variabile d'ambiente detta *datapath*, alla libreria da cui si prendono i valori di interesse. Esistono numerose librerie contenenti dati nucleari, nel corso di questo studio si è utilizzata la libreria ENDF/B-VIII.0 che, assieme alla libreria JEFF, rappresenta la principale libreria di dati nucleari utilizzata in Europa e negli USA.

Per eseguire il calcolo, che chiaramente è troppo complesso per essere risolto da un comune computer, si è fatto affidamento al supercomputer CRESCO6, di proprietà di ENEA e situato a Portici, in provincia di Napoli. CRESCO6, inaugurato nel 2018 come successore di CRESCO5 [10], è organizzato in 216 nodi di calcolo, ognuno dei quali è composto da 48 cores che operano ad una frequenza di 2.1 GHz e che conferiscono ad ogni nodo 192 Gb di RAM [11]. I vari nodi sono connessi da un "Intel Omni-Path network" che garantisce una latenza di soli 100 ns. Tali caratteristiche consentono a CRESCO6 di avere una potenza di calcolo pari a 0.7 Pflops/s.

## Capitolo 3

### Analisi dei dati ottenuti

In questo capitolo si procede ad esaminare i risultati ottenuti dall'esecuzione di MCNP, prima di fare ciò è però necessario elencare i parametri passati al codice tramite il file di input tramite le cards descritte nel precedente capitolo.

Prima di implementare la card KSEN, si fatto uso della sola card KCODE per il calcolo del fattore di moltiplicazione e della card di trasformazione delle coordinate per posizionare le barre di controllo in una configurazione tale da rendere il reattore critico. Si è trovata la configurazione data da

tr7	0.	0.	-7.5	1	0	0	0	1	0	0	0	1
tr8	0.	0.	-8.05	1	0	0	0	1	0	0	0	1
tr9	0.	0.	-8.05	1	0	0	0	1	0	0	0	1
tr10	0.	0.	0.	1	0	0	0	1	0	0	0	1
tr11	0.	0.	0.	1	0	0	0	1	0	0	0	1

dove la trasformazione 7 permette di muovere la barra di regolazione, le trasformazioni 8 e 9 muovono le due barre di controllo mentre le trasformazioni 10 e 11 muovono le barre di sicurezza. Le barre compiono una semplice traslazione lungo l'asse verticale, motivo per cui la matrice di rotazione corrisponde alla matrice identità e il vettore di traslazione ha solamente la componente  $z$  diversa da 0. Se  $z = 0$ , la barra è completamente inserita, mentre se  $z = -15$  la barra è completamente estratta. La configurazione del reattore è mostrata in figura 10.

Si è optato per una configurazione che rispecchi un utilizzo realistico del reattore, in cui ad essere regolate sono le barre di controllo mentre le barre di sicurezza rimangono completamente inserite, in modo da poterle estrarre, riducendo così la riflessione totale dei neutroni verso il nocciolo, in caso di necessità. La configurazione utilizzata ha restituito un valore del coefficiente di moltiplicazione pari a  $k_{eff} = 1.00003$  con una deviazione standard minore di 0.00001, quindi più piccola di una parte su centomila. Gli intervalli di confidenza al 68%, 95% e 99% per il valore del  $k_{eff}$  sono rispettivamente da 1.00002

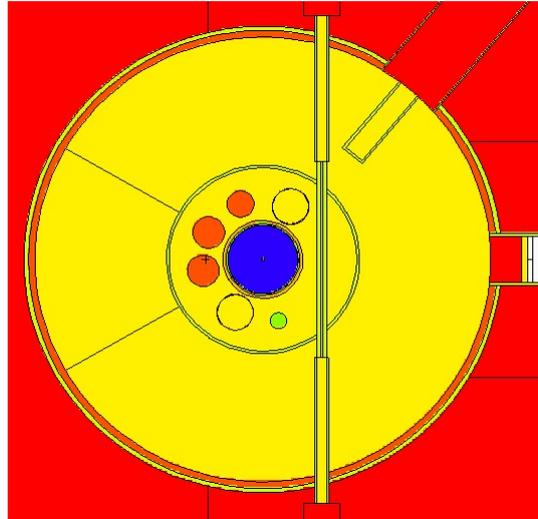


Figura 10: Sezione orizzontale del reattore TAPIRO. A differenza della figura 9b, in questo caso si vede che le due barre di controllo (i cerchi arancioni a sinistra del cerchio blu) sono ora state estratte parzialmente, lasciando al posto del rame (giallo) delle zone di aria (arancione).

a 1.00003, da 1.00002 a 1.00004 e da 1.00001 a 1.00004; valori sempre forniti dalla card KCODE. I valori inseriti nella card *KCODE nsrck rkk ikz kct* per ottenere tali risultati sono *KCODE 64000 1 5000 300000*.

Per quanto riguarda il calcolo della sensibilità, si è utilizzata due volte la card KSEN utilizzando i comandi

```
KSEN01 XS MT=1 -2 2 4 103 107
KSEN02 XS ISO=29063 29065 MT=1 -2 2 4 103 107 ERG = { ... }
```

In entrambi i casi il termine *XS* indica che si sta calcolando la sensibilità del  $k_{eff}$  al variare della sezione d'urto, quali sezioni d'urto si vuole far variare e di quali elementi viene specificato con gli altri parametri. La lista di numeri che seguono *MT* indicano quali sezioni d'urto si vuole utilizzare, in entrambi i casi si sono usate le sezioni d'urto delle reazioni (n,n), (n,n'), (n,p), (n, $\alpha$ ), cattura e totale. Con il secondo comando si è chiesto di calcolare, per gli isotopi  $^{63}_{29}\text{Cu}$  e  $^{65}_{29}\text{Cu}$  specificati con il comando *ISO*, il valore di sensibilità del  $k_{eff}$  per ogni intervallo energetico specificato coln il comando *ERG*.

Come risultato dell'esecuzione di KSEN01 si ottiene quindi un elenco di valori della sensibilità del  $k_{eff}$  per ogni isotopo che compone il reattore, al variare delle sezioni d'urto sopra elencate, dove tale valore rappresenta il risultato dell'integrale della sensibilità dipendente dall'energia su tutto lo spettro energetico. Come risultato dell'esecuzione di KSEN02 si ottiene invece, per i soli due isotopi del rame riportati, un valore di sensibilità del  $k_{eff}$  per ogni intervallo energetico richiesto. Gli intervalli di energia richiesti sono 237 e coprono tutto lo spettro energetico dei neutroni all'interno del TAPIRO, spaziando dai  $10^{-4}\text{eV}$  ai  $20\text{MeV}$ .

Il motivo per cui si è scelto di effettuare il calcolo della sensibilità per ogni bin energetico solo per gli isotopi del rame è che quest'elemento, come visibile in figura 9, è molto presente all'interno del reattore, permettendo ad MCNP di ottenere un risultato la cui incertezza relativa è bassa. Si è scelta come soglia di accettabilità un'incertezza relativa inferiore al 5%. Tale valore di incertezza è raggiungibile nel caso di isotopi largamente presenti nel reattore, mentre anche con i 300000 cicli eseguiti a molti degli isotopi minori erano associate incertezze molto più elevate. Per questo si è deciso di calcolare il valore di sensibilità integrato su tutto lo spettro, metodo che offre incertezze molto minori.

### 3.1 Impatto di $^{63}\text{Cu}$ e $^{65}\text{Cu}$

Per creare i grafici nel caso degli isotopi del rame si è utilizzato il programma di analisi dati ROOT, sviluppato dal CERN. Essendo gli intervalli energetici di dimensioni diverse, i valori di sensibilità sono riportati normalizzati per intervallo di letargia, definito come

$$\Delta\mu = \log\left(\frac{E_{i+1}}{E_i}\right) \quad (3.1)$$

dove  $E_i$  ed  $E_{i+1}$  sono i valori di energia che delimitano l'i-esimo intervallo.

Si procede ora a riportare i grafici contenenti i valori di sensibilità del  $k_{eff}$  calcolati singolarmente per ciascuna delle sezioni d'urto sopra riportate. Per differenziarli, sono colorati in blu i grafici riguardanti  $^{63}\text{Cu}$  mentre sono colorati in rosso quelli riguardanti  $^{65}\text{Cu}$ .

A seguire sono riportati due grafici, uno per isotopo, in cui vengono confrontati i contributi alla sensibilità complessiva del  $k_{eff}$  dati dalla variazione delle sezioni d'urto delle singole reazioni.

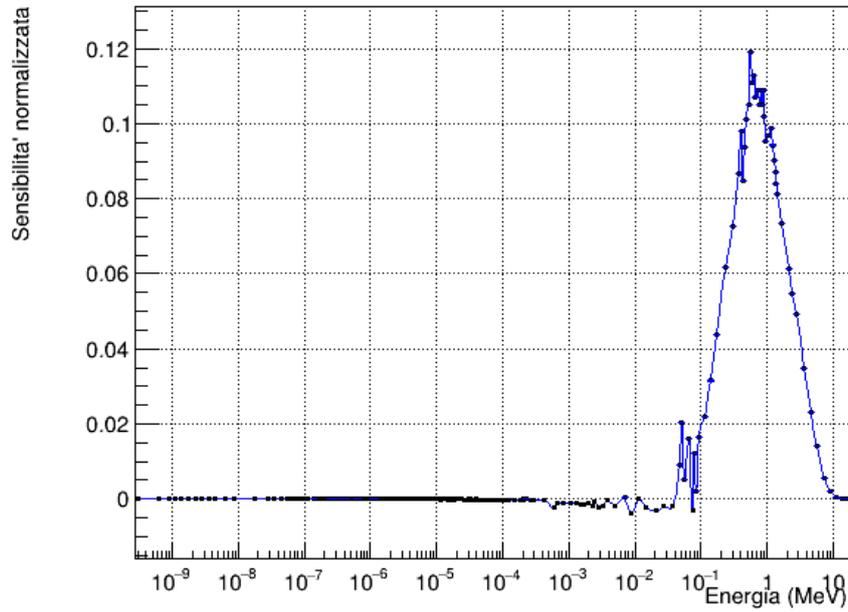


Figura 11: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto totale del  $^{63}_{29}\text{Cu}$ .

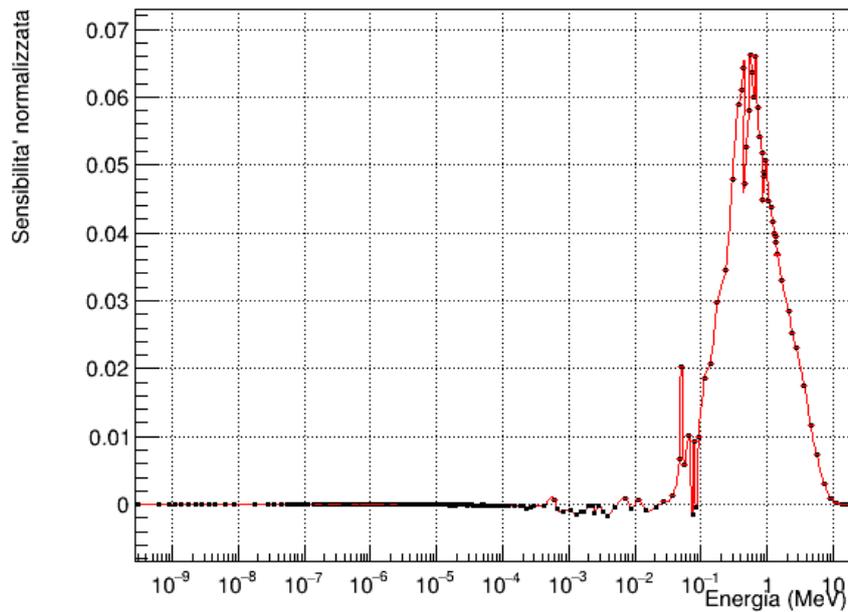


Figura 12: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto totale del  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

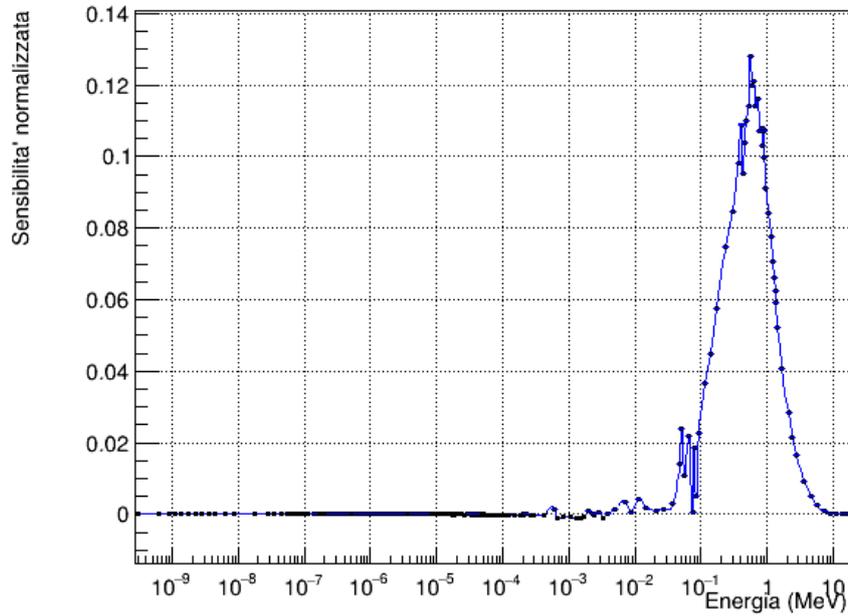


Figura 13: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di scattering elastico del  $^{63}\text{Cu}$ .

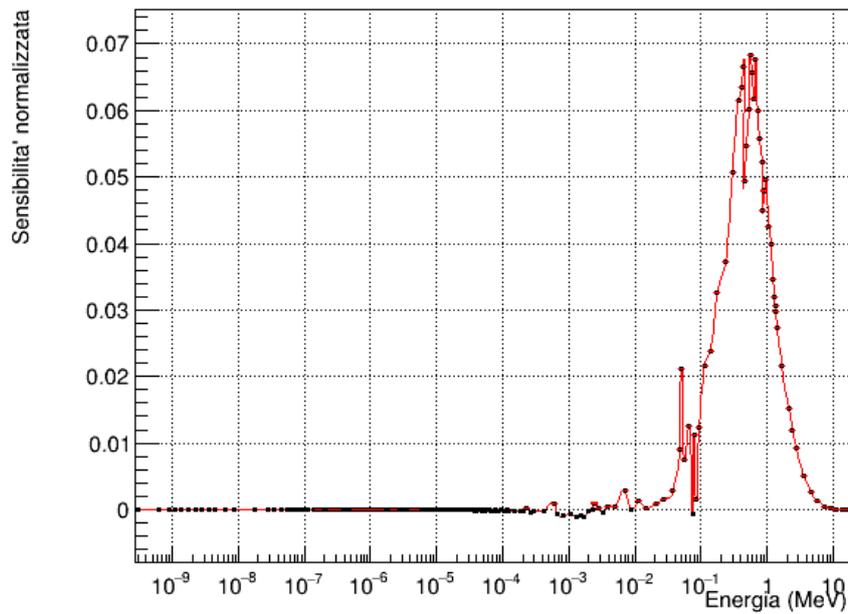


Figura 14: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di scattering elastico del  $^{65}\text{Cu}$ .

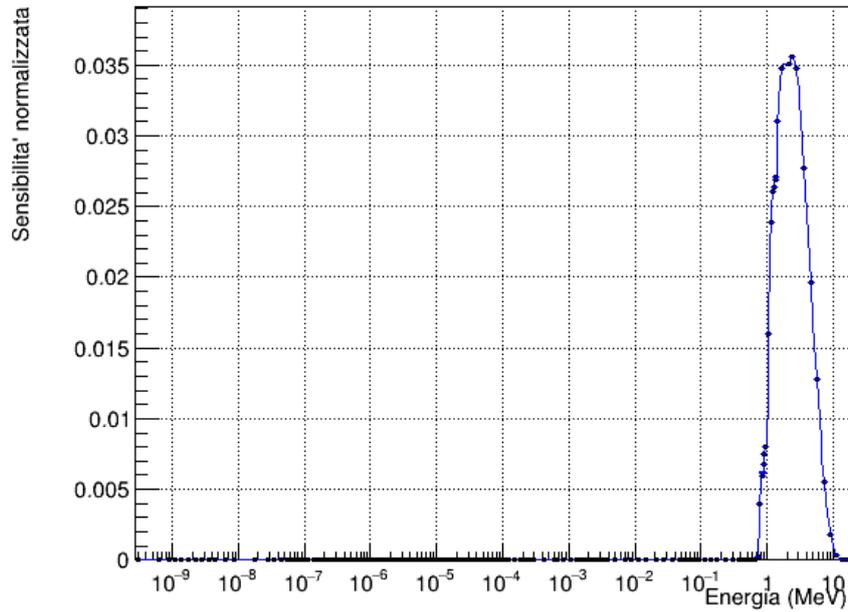


Figura 15: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di scattering anelastico del  $^{63}_{29}\text{Cu}$ .

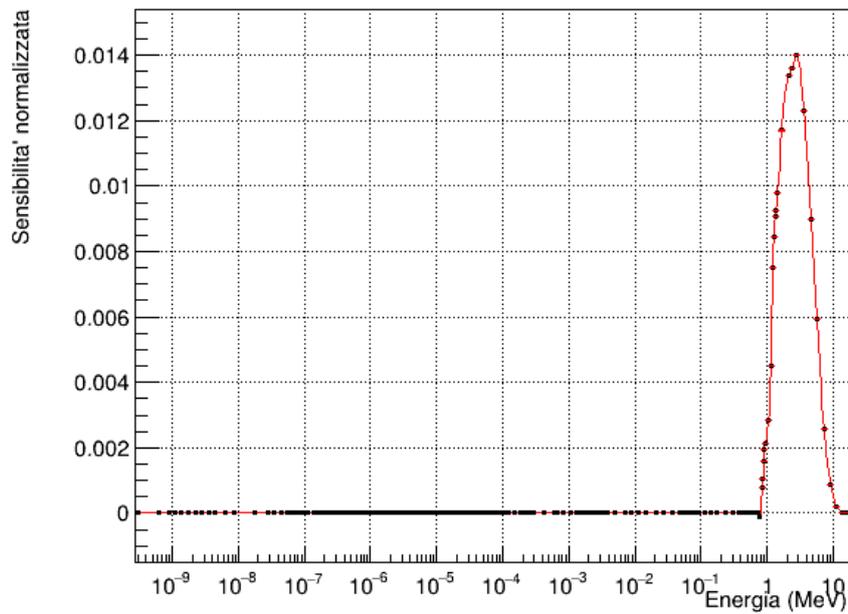


Figura 16: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di scattering anelastico del  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

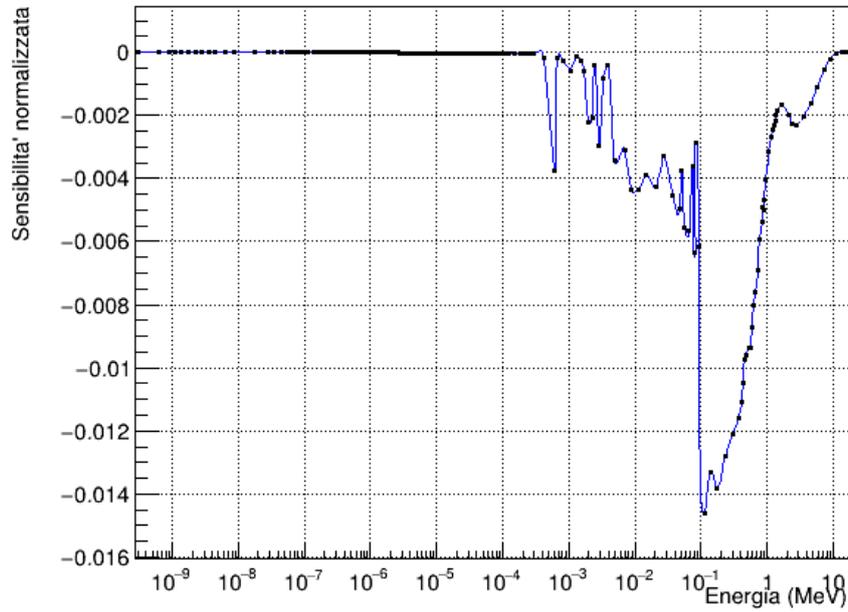


Figura 17: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di cattura del  $^{63}_{29}\text{Cu}$ .

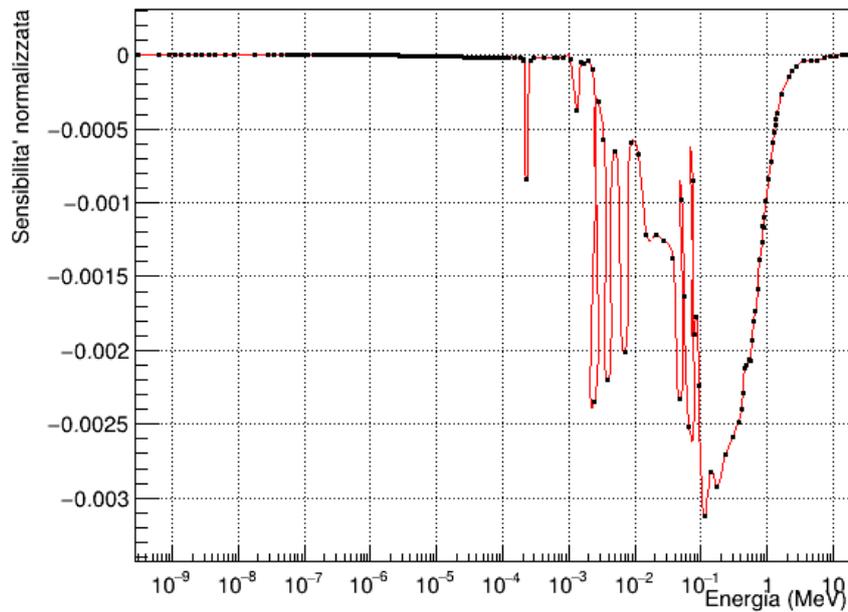


Figura 18: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di cattura del  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

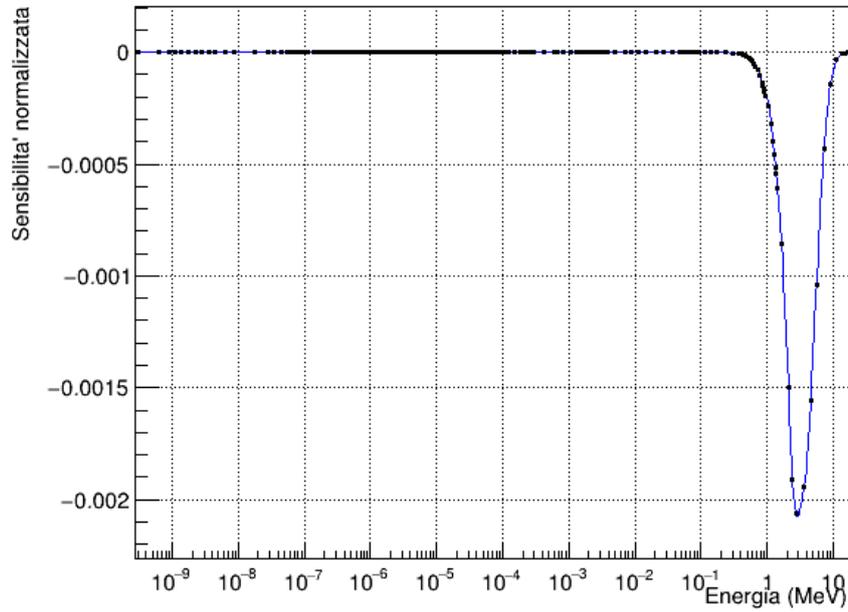


Figura 19: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di (n,p) del  $^{63}_{29}\text{Cu}$ .

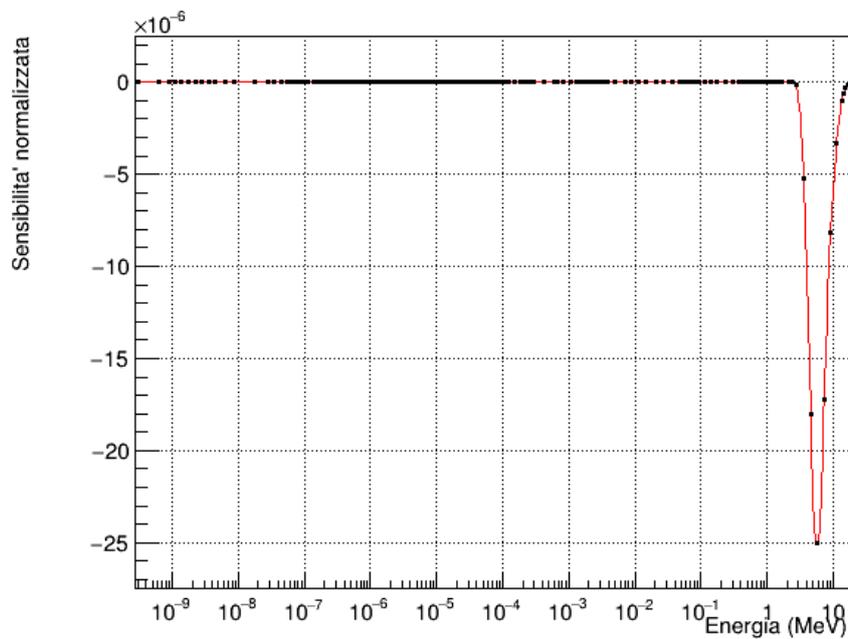


Figura 20: Sensibilità del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di (n,p) del  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

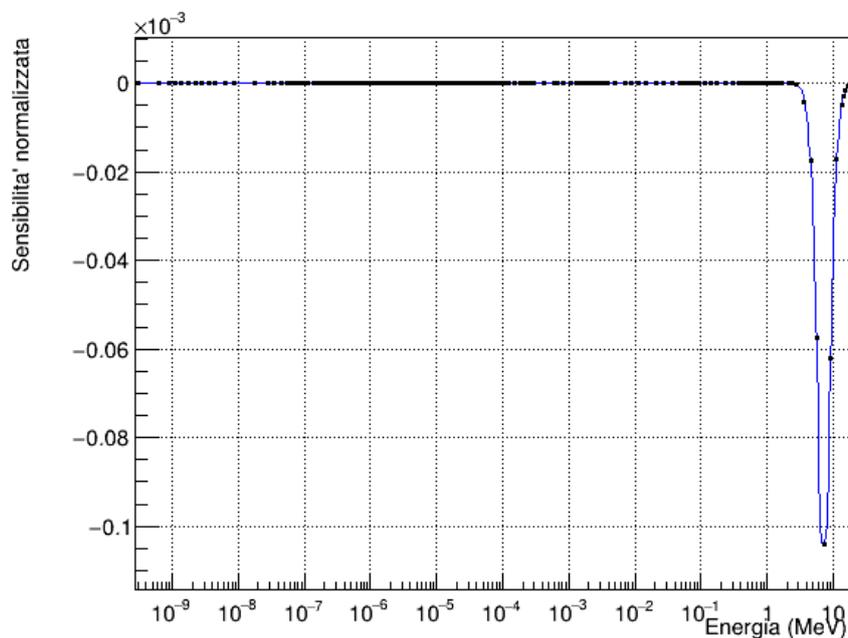


Figura 21: Sensibilita' del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di  $(n,\alpha)$  del  $^{63}_{29}\text{Cu}$ .

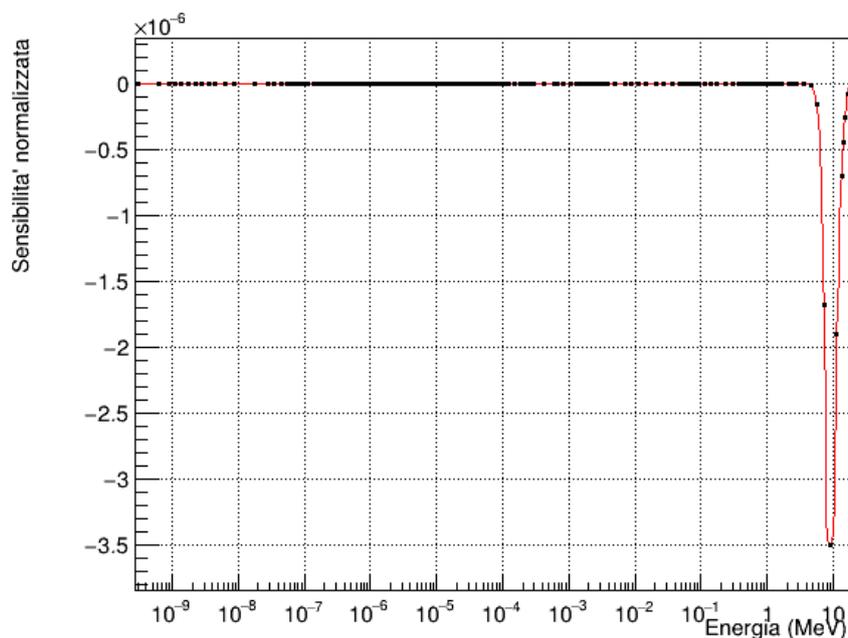


Figura 22: Sensibilita' del  $k_{eff}$  calcolata al variare della sezione d'urto di  $(n,\alpha)$  del  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

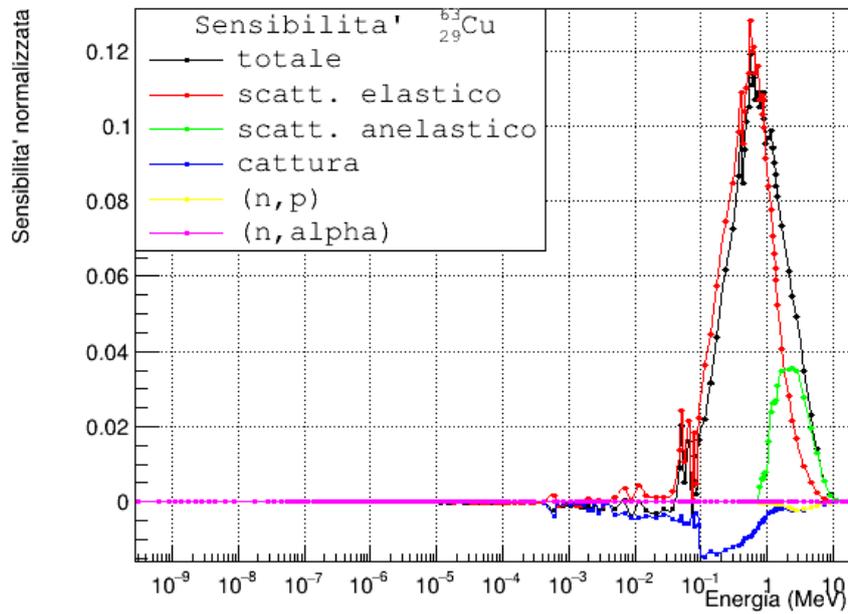


Figura 23: Confronto dei contributi delle singole sezioni d'urto al valore della sensibilità totale per  $^{63}_{29}\text{Cu}$ .

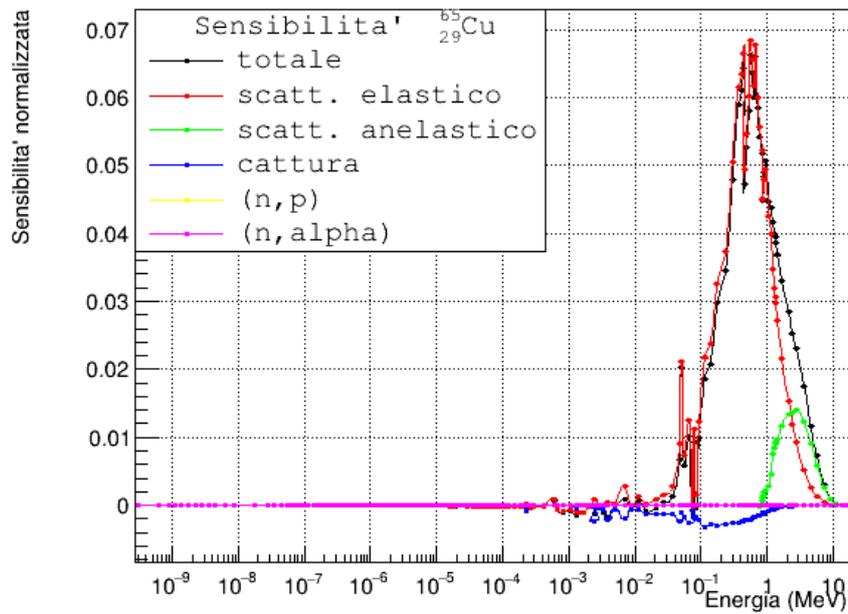


Figura 24: Confronto dei contributi delle singole sezioni d'urto al valore della sensibilità totale per  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

Osservando i dati ottenuti si nota che per tutti i processi considerati il valore di sensibilità del  $k_{eff}$  differisce considerevolmente da zero a partire da circa  $10^{-2} MeV$ , con un picco del valore, positivo o negativo che sia, attorno ad  $1 MeV$ . Il valore di sensibilità risulta pressoché nullo al di fuori di questo intervallo, questo comportamento è presto spiegato se si osserva lo spettro energetico del reattore TAPIRO, riportato in figura 25. Si vede come

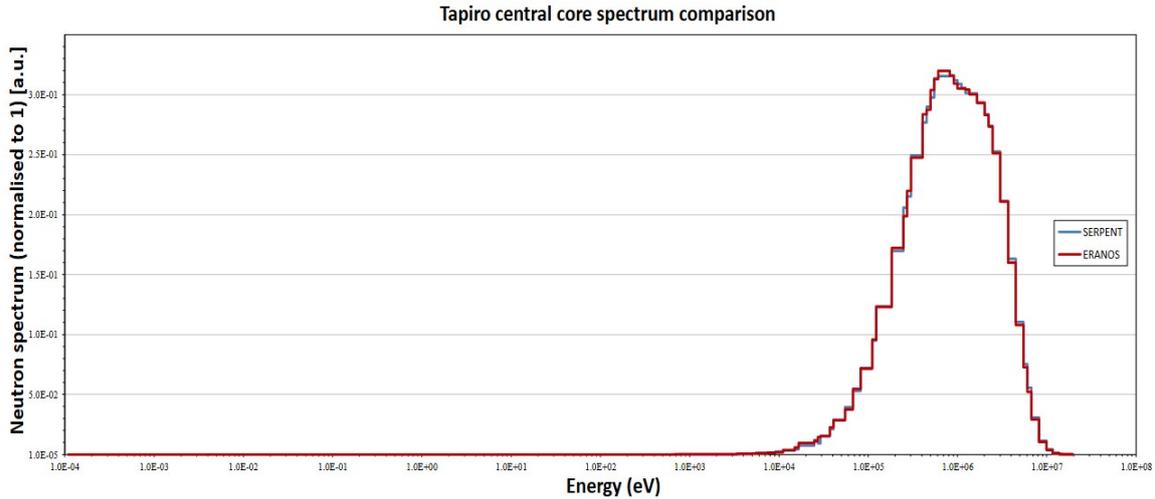


Figura 25: Spettro energetico dei neutroni al centro di TAPIRO, le due linee indicano i risultati dei due diversi codici di calcolo utilizzati. Fonte: [12]

lo spettro energetico dei neutroni nel reattore TAPIRO sia principalmente compreso tra i  $10^4 eV = 10^{-2} MeV$  e i  $10^7 eV = 10 MeV$ , come ci si aspetta da un reattore non moderato, quindi con uno spettro composto da neutroni veloci. Risulta quindi immediato che ad influire maggiormente sulla criticità del reattore siano i neutroni con energie comprese tra  $10^{-2} MeV$  e i  $10 MeV$ , che rappresentano la quasi totalità dei neutroni liberi nel reattore.

Si nota inoltre che ad alcuni processi è associata una sensibilità positiva mentre ad altri è associata una sensibilità negativa. Ad avere valori positivi sono lo scattering elastico e lo scattering anelastico, mentre ad avere valori negativi sono la cattura, e le catture con produzione di particelle (n, p), (n,  $\alpha$ ). Tali risultati sono spiegati dal fatto che il rame all'interno del reattore è utilizzato nel riflettore e nelle barre di controllo, un aumento della sezione d'urto di scattering, elastico o anelastico, aumenta quindi il numero di neutroni riflessi verso il nocciolo, aumentando il fattore di moltiplicazione. Un aumento delle sezioni d'urto delle reazioni di cattura diminuisce il numero di neutroni liberi che possono compiere fissione, diminuendo il fattore di moltiplicazione e risultando in valori negativi di sensibilità. Il contributo della sezione d'urto totale è la somma dei contributi delle singole sezioni d'urto e risulta essere positivo per entrambi gli isotopi.

Si può vedere infine come, in valore assoluto, il valore di sensibilità per  $^{63}_{29}Cu$  sia maggiore di quello di  $^{65}_{29}Cu$  per ogni reazione. Questo è dato dal fatto che l'isotopo  $^{63}_{29}Cu$  costituisce circa il 69% del rame naturale, mentre  $^{65}_{29}Cu$  rappresenta il restante 31% circa. Risulta

quindi immediato che una variazione delle sezioni d'urto di  $^{63}_{29}\text{Cu}$  sia più impattante sulla criticità del reattore rispetto ad una variazione delle sezioni d'urto di  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

Delle reazioni prese in esame, quella a cui è associata una sensibilità maggiore è lo scattering elastico, con un valore di picco di circa 0.13 per  $^{63}_{29}\text{Cu}$  e di poco meno di 0.07 per  $^{65}_{29}\text{Cu}$ , segue lo scattering anelastico con un valore di picco di circa 0.035 per  $^{63}_{29}\text{Cu}$  e 0.014 per  $^{65}_{29}\text{Cu}$ . Le reazioni di cattura hanno valori negativi e in valore assoluto minori rispetto a quelle di scattering, il picco del valore della sensibilità data da una variazione della sezione d'urto di cattura è infatti di circa -0.014 per  $^{63}_{29}\text{Cu}$  e di circa -0.003 per  $^{65}_{29}\text{Cu}$ , le reazioni di produzione di particelle (n,p) ed (n, $\alpha$ ) hanno un valore di picco rispettivamente di  $-2 \cdot 10^{-3}$  e  $-25 \cdot 10^{-6}$  per  $^{63}_{29}\text{Cu}$  mentre valgono  $-0.1 \cdot 10^{-3}$  e  $-3.5 \cdot 10^{-6}$  per  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

Il fatto che le reazioni di scattering siano quelle che più impattano sul  $k_{eff}$  del reattore è spiegato dal fatto che il rame è utilizzato all'interno del reattore proprio per il suo elevato potere riflettente all'interno delle barre di controllo e del riflettore.

Il contributo totale delle varie reazioni comporta che la sensibilità associata ad una variazione della sezione d'urto totale ha valore positivo, con un valore di picco di circa 0.12 per  $^{63}_{29}\text{Cu}$  e di circa 0.065 per  $^{65}_{29}\text{Cu}$ .

## 3.2 Ranking di sensibilità

Si procede ora a mostrare i risultati del calcolo della sensibilità integrata su tutto lo spettro energetico del fattore di moltiplicazione al variare delle sezioni d'urto dei vari elementi che compongono il reattore.

	Isotopo	Reazione	Sensibilità assoluta	Incertezza relativa
1	$^{235}_{92}\text{U}$	Totale	0.64100	0.0002
2	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Totale	0.11800	0.0013
3	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Scattering elastico	0.11400	0.0013
4	$^{65}_{29}\text{Cu}$	Totale	0.06570	0.0017
5	$^{65}_{29}\text{Cu}$	Scattering elastico	0.06190	0.0018
6	$^{235}_{92}\text{U}$	Cattura	0.05520	0.00010
7	$^{235}_{92}\text{U}$	Scattering anelastico	0.04370	0.0013
8	$^{235}_{92}\text{U}$	Scattering elastico	0.03740	0.003
9	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Scattering anelastico	0.02320	0.0010
10	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Cattura	0.01980	0.00040

Tabella 1: Classifica degli isotopi e delle reazioni con maggiore valore della sensibilità in valore assoluto. Le reazioni di cattura riportate hanno valore negativo, le altre hanno valore positivo.

In tabella 1 è presente una classifica degli isotopi e delle rispettive reazioni con associato un maggior valore di sensibilità, in questo caso riportata in valore assoluto. Con il termine

”Reazione”, ci si riferisce a quale sezione d’urto è associato il valore di sensibilità riportato, i valori di sensibilità e di incertezza relativa sono ottenuti direttamente come output dall’esecuzione di MCNP.

Gli elementi che più impattano sull’equilibrio di TAPIRO sono quindi  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{63}_{29}\text{Cu}$  e  $^{65}_{29}\text{Cu}$ . Questo è un risultato aspettato in quanto rappresentano gli elementi principali all’interno del reattore. L’uranio è il combustibile che dà origine alle fissioni che mantengono la reazione a catena, il rame è il costituente del riflettore e delle barre di controllo, elementi essenziali per la regolazione del flusso di neutroni all’interno del reattore.

A seguire, in tabella 2, è presente una classifica degli isotopi e delle rispettive reazioni con associato un valore negativo di sensibilità.

	Isotopo	Reazione	Sensibilità	Incertezza relativa
1	$^{235}_{92}\text{U}$	Cattura	-0.05520	0.00010
2	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Cattura	-0.01980	0.0004
3	$^{65}_{29}\text{Cu}$	Cattura	-0.00483	0.0004
4	$^{238}_{92}\text{U}$	Cattura	-0.00228	0.0002
5	$^{63}_{29}\text{Cu}$	(n,p)	-0.00112	0.0004
6	$^{58}_{28}\text{Ni}$	Cattura	-0.00099	0.0004
7	$^{58}_{28}\text{Ni}$	(n,p)	-0.00060	0.0004
8	$^1_1\text{H}$	Totale	-0.00035	0.009
9	$^1_1\text{H}$	Scattering elastico	-0.00035	0.009
10	$^{56}_{26}\text{Fe}$	Cattura	-0.00025	0.0012

Tabella 2: Classifica degli isotopi e delle reazioni con valore di sensibilità negativo.

Ad impattare maggiormente sul  $k_{eff}$  sono rame ed uranio per i motivi visti precedentemente, ma in questo caso compaiono anche il nichel  $^{58}_{28}\text{Ni}$ , l’idrogeno  $^1_1\text{H}$  ed il ferro  $^{56}_{26}\text{Fe}$ , dal file di input fornito ad MCNP è possibile osservare in quali componenti di TAPIRO sono presenti i vari materiali. L’idrogeno ed il nichel sono presenti in piccola parte nello strato di calcestruzzo esterno, nichel e ferro sono presenti in alcuni componenti strutturali del reattore, come per esempio il contenitore del combustibile. Sono presenti in piccole percentuali e per questo il loro impatto sul  $k_{eff}$  è di 1 ÷ 2 ordini di grandezza più piccolo rispetto a quello di uranio e rame.

Di seguito sono riportate tre tabelle in cui è stilata la classifica degli isotopi con associato un valore maggiore della sensibilità. Nella prima tabella sono riportati i valori di sensibilità del  $k_{eff}$  al variare della sezione d’urto totale degli isotopi, nella seconda a variare è la sezione d’urto di scattering elastico o anelastico mentre nella terza è la sezione d’urto di cattura generica o di cattura con successiva emissione di particelle (n,p) o (n, $\alpha$ ).

Posizione	Isotopo	Reazione	Sensibilità assoluta	Incertezza relativa
1	$^{235}_{92}\text{U}$	Totale	0.64100	0.0002
2	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Totale	0.11800	0.0013
3	$^{65}_{29}\text{Cu}$	Totale	0.06570	0.0017
4	$^{238}_{92}\text{U}$	Totale	0.01090	0.003
5	$^{58}_{28}\text{Ni}$	Totale	0.00744	0.005
6	$^{56}_{26}\text{Fe}$	Totale	0.00728	0.005
7	$^{52}_{24}\text{Cr}$	Totale	0.00378	0.005
8	$^{60}_{28}\text{Ni}$	Totale	0.00327	0.007
9	$^{98}_{42}\text{Mo}$	Totale	0.00071	0.017
10	$^{54}_{26}\text{Fe}$	Totale	0.00062	0.017

Tabella 3: Classifica degli isotopi con maggiore valore assoluto della sensibilità al variare della loro sezione d'urto totale. Tutte le sensibilità in questa tabella sono positive, le si è riportate con la dicitura "sensibilità assoluta" per indicare che sono quelle con anche maggiore valore assoluto.

	Isotopo	Reazione	Sensibilità assoluta	Incertezza relativa
1	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Scattering elastico	0.11400	0.0013
2	$^{65}_{29}\text{Cu}$	Scattering elastico	0.06190	0.0018
3	$^{235}_{92}\text{U}$	Scattering anelastico	0.04370	0.0013
4	$^{238}_{92}\text{U}$	Scattering elastico	0.03740	0.003
5	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Scattering anelastico	0.02320	0.0010
6	$^{65}_{29}\text{Cu}$	Scattering anelastico	0.00868	0.0016
7	$^{58}_{28}\text{Ni}$	Scattering elastico	0.00716	0.005
8	$^{56}_{26}\text{Fe}$	Scattering elastico	0.00575	0.006
9	$^{238}_{92}\text{U}$	Scattering anelastico	0.00384	0.005
10	$^{52}_{24}\text{Cr}$	Scattering elastico	0.00320	0.006

Tabella 4: Classifica degli isotopi con maggiore valore assoluto della sensibilità al variare della loro sezione d'urto di scattering, elastico o anelastico. Tutte le sensibilità in questa tabella sono positive, le si è riportate con la dicitura "sensibilità assoluta" per indicare che sono quelle con anche maggiore valore assoluto.

	Isotopo	Reazione	Sensibilità	Incertezza relativa
1	$^{235}_{92}\text{U}$	Cattura	-0.05520	0.00010
2	$^{63}_{29}\text{Cu}$	Cattura	-0.01980	0.0004
3	$^{65}_{29}\text{Cu}$	Cattura	-0.00483	0.0004
4	$^{238}_{92}\text{U}$	Cattura	-0.00228	0.0002
5	$^{63}_{29}\text{Cu}$	(n,p)	-0.00112	0.00010
6	$^{58}_{28}\text{Ni}$	Cattura	-0.00099	0.0004
7	$^{58}_{28}\text{Ni}$	(n,p)	-0.00060	0.0004
8	$^{56}_{26}\text{Fe}$	Cattura	-0.00025	0.0012
9	$^{95}_{42}\text{Mo}$	Cattura	-0.00021	0.0004
10	$^{60}_{28}\text{Ni}$	Cattura	-0.00013	0.0007

Tabella 5: Classifica degli isotopi con maggiore valore assoluto della sensibilità al variare della loro sezione d'urto di cattura. Le reazioni (n,p) e (n, $\alpha$ ) sono comprese essendo catture dopo le quali avviene l'emissione di una particella. Essendo che tutte a tutte le reazioni di cattura e per tutti gli isotopi è associato un valore di sensibilità negativo, anche se la classifica è ordinata secondo il valore assoluto la sensibilità è riportata con segno.

In tutti questi casi gli elementi con a cui è associata una maggiore sensibilità rimangono l'uranio ed il rame. È possibile tuttavia osservare quali sono gli altri materiali che fanno parte della struttura di TAPIRO che maggiormente ne influenzano l'equilibrio. Tra questi vi sono nichel, ferro, cromo e molibdeno. Il molibdeno è situato nel nocciolo assieme all'uranio, gli altri metalli sono presenti in quantità ridotte in vari componenti del reattore. Tutti questi elementi, seppur nelle prime posizioni in termini di impatto sulla sensibilità complessiva del reattore, risultano comunque di 2 ÷ 3 ordini di grandezza minori di uranio e rame.

# Conclusioni

In questo studio sono stati trattati gli aspetti della fisica legati al funzionamento dei reattori nucleari. Partendo dal concetto di sezione d'urto e delle reazioni compiute dai neutroni, si è poi approfondito il funzionamento dei componenti di un reattore nell'ottica dei processi precedentemente spiegati.

Successivamente si è calcolato, tramite l'utilizzo del codice di calcolo per il trasporto di particelle MCNP ed il super calcolatore CRESCO6, la sensibilità del fattore di moltiplicazione efficace del reattore TAPIRO al variare delle sezioni d'urto degli elementi che lo compongono. I dati nucleari per effettuare il calcolo sono stati ottenuti dalla libreria i ENDF/B-VIII.0.

I risultati sono in accordo con le aspettative. Gli elementi che risultano maggiormente impattanti sul bilancio neutronico del reattore sono infatti l'uranio, elemento usato come combustibile, e il rame, utilizzato nelle barre di controllo e nel riflettore del reattore.

Osservando i valori di sensibilità in funzione dell'energia dei neutroni, nel caso del rame, è stato possibile osservare quale componente dello spettro energetico dei neutroni contribuisce maggiormente alla sensibilità totale. Anche in questo caso i risultati hanno rispettato le aspettative, mostrando un picco del valore della sensibilità alle energie che corrispondono allo spettro energetico del reattore TAPIRO. È stato inoltre possibile osservare quali reazioni contribuiscono positivamente alla sensibilità totale, ossia gli scattering elastico ed anelastico, e quali contribuiscono negativamente, ossia tutte le reazioni di cattura.

Osservando i valori della sensibilità integrati su tutto lo spettro energetico per gli altri elementi è stato possibile stilare una classifica degli elementi più impattanti sul valore totale della sensibilità del reattore al variare della sezione d'urto, sia per lo scattering che per la cattura. Questi elementi sono comunque risultati avere valori di sensibilità dai due ai tre ordini di grandezza minori di quelli di uranio e rame a parità di reazione.

Lo studio delle proprietà degli isotopi del rame risulta quindi una parte fondamentale dello studio di sistemi come il TAPIRO, in cui le proprietà riflettenti del rame risultano essenziali per il funzionamento ed il controllo del reattore. Questo vale non solo per il reattore TAPIRO ma anche nell'ottica di voler realizzare nuovi reattori che sfruttano le medesime tecnologie, in campo di ricerca o di produzione energetica.

## Bibliografia

- [1] J. R. Lamarsh and A. J. Baratta, *Introduction to nuclear engineering*. Prentice Hall, 3 ed., 2001.
- [2] J. Basdevant, J. Rich, and M. Spiro, *Fundamentals in nuclear physics*. Springer, 2005.
- [3] R. Jaffe and W. Taylor, *The Physics of Energy*. Cambridge University Press, 2018.
- [4] A. Mengoni, “Fisica dell’energia, lezione 3.” <https://virtuale.unibo.it/course/view.php?id=49056>.
- [5] K. S. Crane, *The Physics of Energy*. John Wiley & Sons, 1987.
- [6] B. C. Kiedrowski, “MCNP6.1 k-eigenvalue sensitivity capability: A user’s guide.” [https://mcnp.lanl.gov/pdf\\_files/TechReport\\_2013\\_LANL\\_LA-UR-13-22251\\_Kiedrowski.pdf](https://mcnp.lanl.gov/pdf_files/TechReport_2013_LANL_LA-UR-13-22251_Kiedrowski.pdf).
- [7] ENEA, “Scheda tecnica del reattore tapiro.” [www.kep.enea.it/elenco-completo/impianti/reattore-di-ricerca-tapiro.html](http://www.kep.enea.it/elenco-completo/impianti/reattore-di-ricerca-tapiro.html).
- [8] C. J. Werner, “MCNP user’s manual code version 6.2,” 2017.
- [9] C. nazionale energia nucleare, “Elementi di controllo del reattore nucleare,” 1978.
- [10] Enea, “Tecnologia informatica: CRESCO6 entra nella TOP500 dei computer più potenti al mondo.” <https://www2.enea.it/it/Stampa/news/tecnologia-informatica-cresco6-entra-nella-top500-dei-computer-piu-potenti-al-mondo>.
- [11] Enea, “CRESCO6: tech specs & benchmarks.” [https://ict.enea.it/wp-content/uploads/2019/02/poster\\_PalombiF\\_cresco6-tech-specs-and-benchmarks.pdf](https://ict.enea.it/wp-content/uploads/2019/02/poster_PalombiF_cresco6-tech-specs-and-benchmarks.pdf).
- [12] M. C. et al., “Enea: TAPIRO: feasibility study of minor actinides irradiation campaign.”

# Ringraziamenti

Un particolare ringraziamento al Dott. Luca Falconi, responsabile del laboratorio Reattori Nucleari di Ricerca dell'ENEA e all'Ing. Valentina Fabrizio per aver messo a disposizione il modello di calcolo e le informazioni che hanno consentito l'analisi effettuata.

Si ringrazia inoltre la divisione ICT dell'ENEA per l'utilizzo del supercalcolatore CRESCO, il responsabile del laboratorio ICT-HPC Dott. Francesco Iannone e l'Ing. Guido Guarnieri per il supporto nella preparazione dell'ambiente di calcolo per le simulazioni.