

**ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA**

-Sede di Forlì-

**CORSO DI LAUREA  
IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE**

**Classe: L-9**

**ELABORATO FINALE DI LAUREA**

**In Impianti e Sistemi Aerospaziali**

*Caratterizzazione dello scostamento del fotocentro per  
osservabili astrometriche di corpi minori*

**CANDIDATO**

Vincenzo Rosa

**RELATORE**

Prof. Riccardo Lasagni Manghi

Anno Accademico 2023/2024

# Indice

<b>Sommario .....</b>	<b>3</b>
<b>1. Introduzione.....</b>	<b>4</b>
1.1 Corpi minori: Apophis e Cerere .....	4
1.2 Osservabili astrometriche .....	6
1.3 SPICE .....	7
1.4 Cataloghi Stellari .....	8
1.5 Scostamento tra fotocentro e centro di massa.....	8
<b>2. Metodi di analisi .....</b>	<b>10</b>
2.1 Estrazione dati da database MPC e Gaia SSO.....	10
2.2 Generazione delle osservabili calcolate e costruzione dei residui.....	11
2.3 Debias sulla base del catalogo stellare.....	14
2.4 Applicazione della correzione dello scostamento del fotocentro .....	17
2.5 Calcolo dei residui .....	18
<b>3. Risultati.....</b>	<b>19</b>
3.1 Applicazione del debiasing.....	19
3.2 Applicazione della correzione al fotocentro .....	24
3.3 Analisi con i dati da Gaia SSO .....	28
<b>4. Conclusioni.....</b>	<b>31</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>33</b>
<b>Sitografia .....</b>	<b>34</b>

## Sommario

Nell'analisi qui descritta verranno esaminati i residui in ascensione retta e declinazione generati dal pass-through di corpi minori, nello specifico di Apophis e Cerere, allo scopo di valutare se l'applicazione della correzione dello scostamento del fotocentro porti a un effettivo miglioramento di questi e, dunque, a una maggiore precisione delle traiettorie ricavate dalle osservabili astrometriche. Lo studio sarà basato sulle informazioni scaricate dai database pubblici di riferimento, rispettivamente quello del Minor Planet Center e Gaia SSO, che verranno processate in modo tale da poter essere impiegate all'interno di un codice in linguaggio Matlab scritto dal candidato. La traiettoria di riferimento per la costruzione dei residui verrà calcolata impiegando il toolkit SPICE di NAIF per elaborare le effemeridi di Apophis e Cerere scaricate in formato SPK dal tool Horizon System del JPL. Infine, attraverso il codice Matlab, si ricaveranno i residui che saranno riassunti tramite grafici e dati statistici per facilitarne l'interpretazione; questi verranno estrapolati prima in forma grezza, ovvero come la differenza tra osservabile calcolata e osservata, poi con l'applicazione del debias di catalogo stellare e, da ultimo, con anche l'applicazione della correzione allo scostamento del fotocentro. In conclusione, si procederà al confronto di tali risultati per poter valutare l'effetto che le correzioni hanno sui residui.

# 1. Introduzione

Lo studio delle traiettorie dei corpi minori ha una valenza assai importante sia per la pianificazione di missioni spaziali sia per quanto attiene alla difesa planetaria, ovvero, il monitoraggio di tutti quei corpi celesti che, nel prossimo futuro, potrebbero avvicinarsi pericolosamente o impattare con la Terra. La metodologia che ad oggi è maggiormente impiegata a tale scopo è l'osservazione e la consequenziale determinazione della posizione di tali corpi tramite telescopi terrestri o spaziali, ovvero, satelliti in cui il payload è uno strumento di rilevazione.

Pertanto, è evidente l'importanza che ha lo studio di tutte quelle tecniche che permettono di correggere e, dunque, migliorare l'accuratezza delle misurazioni astrometriche. Lo scopo di questa analisi sarà quindi quello di valutare l'effetto di tali correzioni su osservabili astrometriche classiche e ad alta precisione scaricate da database pubblici. Nello specifico, verrà analizzato l'effetto sulle osservabili astrometriche dello scostamento tra il centro geometrico del corpo osservato, detto fotocentro, ed il suo centro di massa, tramite la caratterizzazione dei residui generati dal pass-through tra le effemeridi di corpi minori presenti in letteratura e le funzioni di analisi orbitale delle librerie di SPICE.

In questo capitolo saranno introdotti i principali soggetti, termini, dati e software impiegati per l'analisi dei modelli di errore delle osservabili astrometriche. Una corretta definizione di questi elementi renderà maggiormente agevole la comprensione degli argomenti trattati nei seguenti capitoli.

## 1.1 Corpi minori: Apophis e Cerere

Si definiscono corpi minori tutti i corpi celesti di dimensione minore rispetto a quelle planetarie; generalmente sono comete, asteroidi e meteoroidi; tali corpi sono considerati importanti per la comprensione della formazione ed evoluzione del sistema solare in quanto possono essere considerati come un vero e proprio archivio di informazioni dello stato del disco proto-solare in vari momenti e luoghi durante la formazione del sistema <sup>[1]</sup>. L'interesse per lo studio di questi è inoltre destato dall'eventualità di un impatto con la Terra, poiché, in alcuni casi, le loro orbite li portano ad avvicinarsi periodicamente al pianeta. I corpi minori con questa caratteristica sono definiti Near Earth Objects (NEO); tra questi vi è (99942) Apophis, uno dei corpi oggetto dell'analisi qui descritta.

L'asteroide fu scoperto il 19 giugno 2004 dagli astronomi del Kitt Peak National Observatory.

Apophis fu presto identificato come un asteroide potenzialmente pericoloso sulla base della sua traiettoria stimata. Infatti, le osservazioni successive portarono gli scienziati a ipotizzare la possibilità di un impatto con la Terra il 13 aprile 2029; tale probabilità salì fino a un picco del 2,7%. Successivamente, grazie a ulteriori osservazioni dell'asteroide, gli astronomi sono stati in grado di escludere una collisione nel 2029 e nel 2036. Per alcuni anni è rimasta, tuttavia, una piccola possibilità di impatto nel 2068 dovuta al fatto che il passaggio ravvicinato alla Terra, che si avrà nell'aprile del 2029, porterà a una modifica della traiettoria dell'asteroide a causa della sua interazione con il campo gravitazione terrestre.

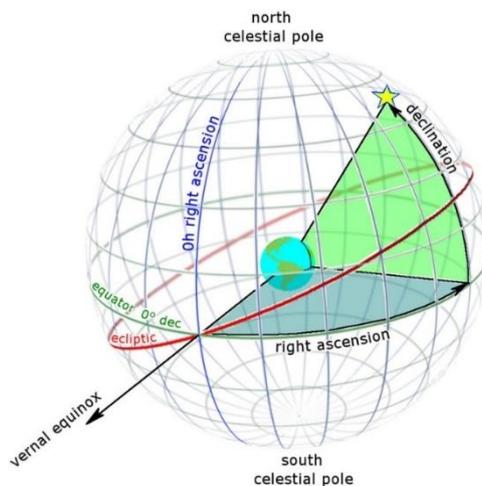
Anche questa possibilità, però, è stata scongiurata a seguito di una campagna di osservazioni radar effettuate dal Goldstone Deep Space Communications Complex nel marzo 2021 che hanno migliorato la nostra conoscenza dell'attuale orbita dell'asteroide e hanno permesso agli astronomi di escludere qualsiasi tipo di collisione con la Terra per almeno 100 anni. Il 26 marzo 2021 Apophis è stato pertanto rimosso dalla lista dei rischi redatta dall'ufficio per la difesa planetaria dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA) (Balossi, 2021) <sup>[2]</sup>. Ciò nonostante, il passaggio ravvicinato di Apophis nel 2029 rimane un evento comunque importante perché ci permetterà di poter studiare l'asteroide in maniera dettagliata e, in generale, raccogliere informazioni utili a proseguire gli studi nell'ambito della difesa planetaria. Nello specifico, sono in programma due missioni che sorvoleranno l'asteroide quando sarà prossimo al pianeta Terra. In primis, la missione Ramses di ESA in cui l'omonimo satellite, che verrà lanciato nell'aprile 2028, accompagnerà Apophis durante il sorvolo e avrà lo scopo di osservare come l'asteroide verrà deformato e modificato dal campo gravitazionale generato dalla Terra <sup>[3]</sup>. Inoltre, Apophis sarà l'oggetto della missione Oiris-APEX di NASA, estensione della missione Osiris-REx. Quest'ultima missione, lanciata nel settembre del 2016, ha avuto come target un altro NEO, Bennu, ed è consistita nella raccolta di campioni dall'asteroide che sono stati riportati sulla Terra tramite una capsula nel settembre 2023. Compiuta con successo questa missione la sonda è stata rinominata OSIRIS-APEX e, ad oggi, ha come scopo quello di raggiungere Apophis nell'aprile 2029, poco dopo il closest-approach con la Terra, e accompagnarlo per i successivi diciotto mesi al fine di studiare la variazione di traiettoria che l'asteroide subirà a causa dell'interazione con il campo gravitazionale terrestre <sup>[4]</sup>.

Ulteriore oggetto dell'analisi è (1) Cerere, pianeta nano, sito nella fascia principale del Sistema Solare e fino al 2006 classificato come asteroide. È stato osservato per la prima volta nel 1801 da Giuseppe Piazzi dall'osservatorio astronomico di Palermo ed è stato il primo corpo della fascia principale ad essere stato scoperto. Ciò è dovuto prevalentemente alla sua grandezza: con un diametro pari a 939,4 km, la sua massa è pari al 25% di quella di tutti i corpi presenti

nella fascia principale [5][6]. Cerere è stato quindi scelto come oggetto dell'analisi proprio per via delle sue dimensioni che permettono di esaminare con maggiore chiarezza l'effetto di scostamento del fotocentro.

## 1.2 Osservabili astrometriche

Le osservabili astrometriche sono grandezze mediante le quali è possibile identificare la posizione nella sfera celeste di pianeti, stelle e altri corpi minori. Nello specifico, si tratta di due angoli: ascensione retta e declinazione. L'ascensione retta (right ascension) di un corpo celeste si indica con la sigla RA ed è definita come la distanza angolare tra il meridiano di riferimento e il meridiano passante per il corpo celeste, misurata verso est. Di fatto, è l'analogo sulla sfera celeste della longitudine sulla superficie terrestre. La declinazione (declination) di un corpo celeste si indica con la sigla Dec ed è definita come la distanza angolare tra l'equatore celeste, proiezione dell'equatore terrestre sulla sfera celeste, e il parallelo passante per il corpo; a Nord dell'equatore celeste avremo angoli positivi, a sud angoli negativi. Di fatto, è l'analogo sulla sfera celeste di quello che è la latitudine sulla superficie terrestre. In Figura 1 è riportata una rappresentazione grafica dei due angoli.



**Figura 1:** RA e Dec sulla sfera celeste (rif.: skyandtelescope.org)

Nell'analisi qui descritta le osservabili astrometriche sono state ricavate da due database pubblici: in primis, quello del Minor Planet Center e, in ultima analisi, l'archivio Solar System Object di Gaia (Gaia SSO).

Il Minor Planet Center (MPC) è un'organizzazione, incaricata dall'unione astronomica internazionale (IAU), che si occupa di raccogliere e distribuire le misurazioni delle osservabili astrometriche di corpi celesti compiute dai principali osservatori terrestri e spaziali. Il MPC è inoltre responsabile dell'identificazione, della designazione e del calcolo dell'orbita di tutti questi oggetti e, pertanto, ne conserva i dati di tutte le osservazioni [7]. I dati astrometrici

possono essere scaricati sotto forma di file ASCII (.txt) in cui ogni riga contiene una serie di informazioni relative a una specifica osservazione [8]. Nei dati forniti dal MPC l'ascensione retta è espressa in ore, minuti e secondi, tra 0 h e 24 h, con una precisione di 0.001 s; la declinazione in gradi, primi e secondi tra  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$  con una precisione di 0.01”.

Gaia SSO è stato generato nel contesto dell'omonima missione di ESA il cui obiettivo è la creazione di un catalogo stellare ad elevata precisione (si veda sezione 1.4). Ciò attraverso un telescopio spaziale, Gaia, lanciato nel dicembre 2013, che ha come scopo quello di raccogliere dati astrometrici dei principali corpi celesti al fine di creare una mappa dettagliata della galassia [9][10]. Tali dati, sono stati raccolti in un archivio, rilasciato con il data release 3, che, per quanto descritto, fornisce astrometria ad elevata precisione dei corpi osservati [11].

### 1.3 SPICE

Le osservabili astrometriche osservate, ricavate dal database del MPC, sono state confrontate con quelle calcolate con l'ausilio del toolkit SPICE.

SPICE, acronimo di Spacecraft Planet Instrument C-Matrix Event, è un toolkit sviluppato dal NASA's Navigation and Ancillary Information Facility (NAIF) per la pianificazione e l'interpretazione delle osservazioni scientifiche dallo Spazio. SPICE è anche utilizzato nelle missioni come supporto per risolvere problemi ingegneristici.

Questo toolkit è a libera disposizione di organizzazioni, scienziati e ingegneri di tutto il mondo ed è scaricabile gratuitamente dal sito web di NAIF [12].

Il funzionamento del toolkit consiste nell'elaborazione di dati primari, chiamati “kernels”, al fine di determinare i parametri geometrici desiderati dall'utente: in questo caso le osservabili astrometriche. I kernels sono file di varia natura (binari, di testo, ...) che contengono diversi tipi di dati e, pertanto, sono suddivisi in diverse famiglie in funzione della tipologia di informazione contenuta. Le principali sono:

- LSK: leapseconds kernels; permettono di effettuare conversioni tra unità di tempo.
- PCK: planetary constants kernels; forniscono orientazione, forma e grandezza del corpo in questione.
- FK: frame kernels; definiscono i sistemi di riferimento (frame).
- SPK: SPICE kernels; contengono le effemeridi del corpo celeste in questione.

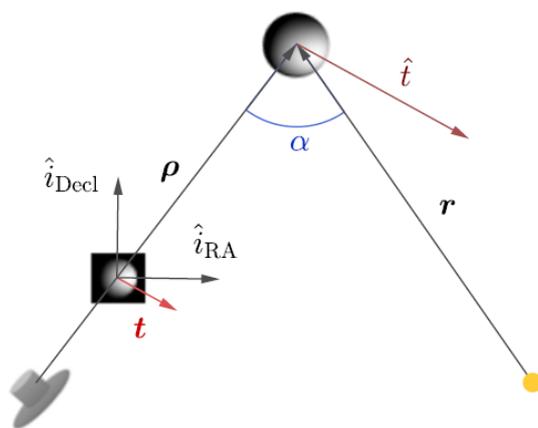
## 1.4 Cataloghi Stellari

I cataloghi stellari sono dei database dove sono contenute diverse informazioni riguardanti le stelle, come posizione e luminosità. Questi sono di fondamentale importanza per la navigazione spaziale e l'osservazione celeste in quanto ci permettono di avere dei riferimenti rispetto a cui effettuare le misurazioni di posizioni di altri corpi celesti, quali i corpi minori.

Esistono numerosi cataloghi generati da campagne di mappatura celeste avvenute in anni diversi. Questi sono poi stati impiegati dai diversi osservatori come riferimento per le misurazioni compiute; dunque, per buona parte delle osservabili contenute nel MPC è possibile risalire al catalogo stellare di riferimento. L'esistenza di più cataloghi è da ricondursi al fatto che con lo sviluppo tecnologico è stato possibile ottenere informazioni sempre più precise e dettagliate delle stelle; ad oggi il catalogo stellare più recente e accurato è *Gaia Data Release 3* rilasciato nel giugno 2022 e realizzato dal satellite Gaia facente parte dell'omonima missione dell'European Space Agency (ESA) [\[13\]](#).

## 1.5 Scostamento tra fotocentro e centro di massa

Per fotocentro si intende il centro di illuminazione di un dato corpo ed è quello effettivamente misurato dalle osservazioni compiute da strumenti ottici. Per tutti i corpi che non brillano di luce propria tale posizione dipende dall'angolo di fase, ovvero, l'angolo avente vertice nell'osservatore e lati diretti verso il Sole e il corpo stesso, come descritto in Figura 2.



**Figura 2:** rappresentazione dell'angolo di fase  $\alpha$  (Fuentes-Muñoz, et al., 2024)

A eccezione della condizione di angolo fase nullo, il fotocentro non coincide esattamente con la proiezione del baricentro del corpo lungo la linea di vista dell'osservatore che è il vero punto di riferimento per il calcolo della traiettoria. Questa variazione è detta scostamento del fotocentro e può essere calcolata attraverso un modello matematico in cui le variabili sono

l'angolo di fase, come già detto, e la forma del corpo (Fuentes-Muñoz, et al., 2024) (Muinonen & Lumme, 2015) .Per quanto riguarda quest'ultima si tende a utilizzare un'approssimazione: nello specifico o una forma sferica, più semplice, o una forma ellissoidale, con equazioni più complesse. Da un'analisi dei risultati è però possibile concludere che il guadagno in accuratezza che si ha con un modello ellissoidale è pressoché trascurabile in quanto la dispersione dei valori ha una grandezza paragonabile alla media di questi (Kaasalainen & Tanga, 2004).

## 2. Metodi di analisi

Nel seguente capitolo sono descritte le metodologie mediante le quali è avvenuta l'analisi dei dati: dall'estrapolazione delle osservabili osservate dal MPC, al calcolo dei residui, attraverso l'operazione di debiasing e la correzione dello scostamento fotocentro. Questa procedura è stata sviluppata in ambiente Matlab utilizzando le funzioni già a disposizione e quelle fornite dal toolkit SPICE. Matlab è un ambiente per il calcolo numerico scritto in C, che utilizza l'omonimo linguaggio di programmazione.

### 2.1 Estrazione dati da database MPC e Gaia SSO

I dati astrometrici dei corpi minori, scaricati dal database del MPC, sono forniti sotto forma di file ASCII (.txt) in cui ciascuna riga esprime una serie di informazioni relative a una specifica osservazione; in Figura 3 è riportato un esempio ricavato dal file di osservabili di Apophis.

```
99942K04M04N C2005 01 22.84817 03 42 20.61 -01 56 14.3 17.7 Vrm5458941
```

*Figura 3: frammento dei file scaricabile dal MPC*

La decodifica dei dati è possibile grazie alla documentazione fornita dal MPC sul suo sito web [14]; tra questi quelli principalmente impiegati in questa analisi sono riportati in Tabella 1 in cui la colonna esempio fa riferimento all'osservabile in Figura 3.

*Tabella 1: principali dati astrometrici forniti dal MPC per ogni misurazione*

Dati	Descrizione	Esempio
<b>Codice corpo minore</b>	Numero identificativo del corpo minore. Questo è univoco e stabilito dalla IAU.	99942 (Apophis)
<b>Tipo di osservazione</b>	Lettera che indica lo strumento con il quale è stata compiuta l'osservazione.	C (CCD)
<b>Data dell'osservazione</b>	Istante nel quale è avvenuta la misurazione in "YYYY mm DD.ddddd".	2005 01 22.84817
<b>RA osservata</b>	Ascensione retta nel formato "HH MM SS.dd" con una precisione sui secondi di 0,01s.	03 42 20.61
<b>Dec osservata</b>	Declinazione nel formato "sDD MM SS.d" dove la s rappresenta il segno, con una precisione di 0,1s.	-01 56 14.3
<b>Magnitudine osservata e banda</b>	Magnitudine osservata e banda nella quale è stata effettuata la misurazione.	17.7 V
<b>Catalogo stellare di riferimento</b>	Catalogo stellare impiegato dall'osservatorio come riferimento per le misurazioni.	r (UCAC-2)
<b>Codice dell'osservatorio</b>	Codice identificativo dell'osservatorio che ha eseguito la misurazione. L'elenco degli osservatori e delle loro coordinate è fornito dal MPC.	941 (Observatorio Pla D'Arguines)

Si è quindi proceduto a una lettura, rielaborazione e stoccaggio di queste informazioni in array di Matlab in modo da essere poi impiegate efficacemente nelle successive fasi dell'implementazione.

Questo processo ha richiesto l'utilizzo di funzioni già presenti nel software, ma anche la costruzione di nuove che permettessero la conversione del formato dei dati forniti in modo da essere più maneggevoli per i calcoli.

Per quanto attiene invece ai dati da Gaia SSO, impiegati nell'ultima fase dell'analisi della correzione di scostamento del fotocentro, la loro lettura passa attraverso una ricerca dal database tramite ADQL (Astronomical Data Query Language), ovvero, un linguaggio impiegato per la ricerca di dati astronomici; in questa analisi si sono richieste tutte le osservabili presenti nel database del corpo minore in questione [15]. Queste sono state successivamente scaricate in formato tabellare (.csv) la cui lettura appropriata è stata possibile tramite la documentazione fornita sul sito web della missione [16]. Di tutte le informazioni riportate, quelle effettivamente impiegate nell'analisi sono le seguenti:

- Istante in cui è stata compiuta la misurazione espresso in JD-J2010.0 in UTC.
- Ascensione retta e declinazione del target rispetto alla posizione del telescopio spaziale espresse in gradi esadecimali.
- Posizione geocentrica del telescopio rispetto espressa in coordinate rettangolari in unità astronomiche.
- Flag che indica se l'osservabile è valida (true) o meno (false).

Tali dati sono stati estratti, elaborati e, quindi, impiegati per la generazione dei residui da cui sono state le conclusioni dell'analisi.

## **2.2 Generazione delle osservabili calcolate e costruzione dei residui**

Per determinare l'accuratezza delle osservabili osservate si è utilizzata la procedura di pass-through che consiste nel confrontare i dati a disposizione con un modello di riferimento considerato altamente accurato. Nell'analisi, per l'implementazione di tale modello, è stato impiegato il toolkit SPICE con il quale sono state generate le osservabili del corpo per ogni istante in cui si è avuta un'osservazione; per distinguerle, da qui in poi, queste verranno definite osservabili calcolate.

La generazione delle osservabili calcolate ha innanzitutto richiesto il download dei kernel necessari, riportati in Tabella 2. Questi sono poi stati organizzati in un unico meta-kernel, una struttura che permette di importare nel software tutti i file necessari in una sola chiamata, attraverso la funzione *cspice\_furnsh*.

**Tabella 2:** kernel impiegati nel calcolo dei dati astrometrici

Kernel	Descrizione
<b>EARTH_620120_240827.BPC</b>	PCK contenente l'orientazione della Terra con elevata accuratezza tra le date 20/01/1962 e 27/08/2024.
<b>EARTH_ASSOC_ITRF93.TF</b>	FK che associa alla terra il sistema di riferimento ITRF93 con origine nel centro di massa terrestre, asse z verso il polo Nord geografico e assi x e y sul piano equatoriale in modo da formare una terna levogira. Permette di creare il sistema di riferimento Earth-fixed ad elevata precisione nel tempo, necessario per l'analisi.
<b>PCK00011.TPC</b>	PCK che contiene informazioni per pianeti e satelliti naturali del sistema solare.
<b>NAIF0012.TLS.PC</b>	LSK con le correzioni temporali aggiornate tra UTC ed ET
<b>DE440.BSP</b>	SPK contenete le effemeridi dei pianeti del sistema solare.
<b>200XXXXX.BSP</b>	SPK contenente le effemeridi del corpo minore dove "XXXXXX" è occupato dal codice identificativo di questo.

I kernel sono stati scaricati dalla libreria contenuta nel sito di NAIF [\[17\]](#), eccezion fatta per l'SPK del corpo minore che è invece stato generato e, successivamente, scaricato utilizzando il tool Horizon System sul sito del JPL NASA; questo permette di generare le effemeridi di diversi corpi celesti e scaricarli in vari formati [\[18\]](#). Dopodiché, i dati contenuti nei kernel sono stati elaborati attraverso l'utilizzo di diverse funzioni di SPICE, quelle maggiormente impiegate sono state raggruppate nella Tabella 3.

**Tabella 3:** funzioni di SPICE utilizzate per manipolare le informazioni contenute nei kernel

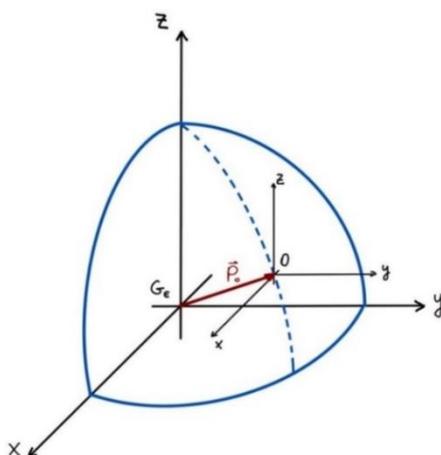
Nome	Descrizione	Esempio
<b>cspice_str2et</b>	Permette di convertire il tempo in cui è avvenuta la misurazione dal formato riportato nei dati del MPC a quello necessario per essere utilizzato nelle funzioni SPICE	et = cspice_str2et(date_char)
<b>cspice_pxform</b>	Genera la matrice di rotazione che trasporta dal frame di riferimento 1 al frame di riferimento 2 all'istante di tempo et	rot_m = cspice_pxform('itrf93', 'J2000', et )
<b>cspice_spkpos</b>	Dati in ordine il corpo target, il tempo, il frame di riferimento, la correzione dovuta all'aberrazione stellare e il corpo osservatore, tale funzione permette di determinare la posizione del target rispetto all'osservatore in coordinate rettangolari in chilometri.	[posA_j2000, ltA] = cspice_spkpos ('apophis', et, 'J2000', 'LT', 'Earth')
<b>cspice_recrad</b>	Permette di convertire un vettore da coordinate rettangolari a coordinate sferiche in RA e Dec	[range_A, ra_A_rad_j2000, dec_A_rad_j2000] = cspice_recrad(posA_j2000)

Per la determinazione della posizione del corpo è stato necessario specificare la correzione di aberrazione stellare che punta a inserire nel modello puramente cartesiano del calcolo di questa una correzione per far sì che si tenga conto anche degli effetti relativistici. Per aberrazione stellare si intende la combinazione di due effetti:

- la deviazione della direzione di vista di un astro causata dal moto orbitale dell'osservatore (Terra),
- l'impossibilità di avere una misura istantanea a causa del tempo luce, ovvero, il fatto che l'osservazione di un corpo celeste in un dato istante fa riferimento all'effettiva posizione di quest'ultimo nel "passato". Questo perché i fotoni richiedono un certo tempo per raggiungere la Terra dipendente dalla distanza (circa 8 minuti per 1 AU), dunque, nel momento in cui viene registrata l'informazione trasmessa dai Fotoni il corpo potrebbe essersi spostato leggermente da quella posizione.

Tra le diverse correzioni disponibili in SPICE si è impiegata la correzione di aberrazione planetaria (LT) che fornisce la posizione del target nel momento in cui ha emesso fotoni in arrivo all'osservatore.

Infatti, questa è quella che restituisce i risultati migliori in termini di residui. L'analisi ha inoltre richiesto la definizione della posizione dell'osservatorio che ha compiuto la misurazione. Ciò perché le osservabili calcolate sono descritte in un sistema di riferimento con origine nel centro di massa della Terra, asse z verso il polo Nord geografico e assi x e y sul piano equatoriale in modo da formare una terna levogira. Diversamente, le osservabili osservate sono espresse rispetto a un sistema di riferimento centrato nel punto della superficie terrestre dove si trova l'osservatorio e con asse z verso il polo Nord geografico e assi x e y su un piano parallelo a quello equatoriale.



**Figura 4:** sistemi di riferimento delle osservabili astrometriche

Con l'ausilio della Figura 4, si deduce che la trasformazione per il passaggio tra i due sistemi di riferimento è una traslazione di vettore  $\mathbf{P}_O$  che esprime proprio la posizione dell'osservatorio (O) rispetto al baricentro terrestre ( $G_E$ ). Per quanto riguarda le stazioni di Terra esiste un file reperibile dal sito web del MPC dove sono riportati i codici degli osservatori e la loro posizione in coordinate sferiche [19]. Diverso è invece il procedimento per ricavare la posizione dei telescopi poiché questa varia continuamente in quanto il satellite, in orbita attorno alla Terra, non si trova sempre nella stessa posizione. Pertanto, tale posizione non è espressa nella lista degli osservatori, ma si trova nel file dove sono contenute le osservabili, come riportato in Figura 5.

99942	S2021	02	19.80145710	32	46.946-16	55	50.48	15.6	GV~6oz2C57
99942	s2021	02	19.8014571	-200341.908	+186135.761	+37156.2050			~6oz2C57

**Figura 5:** esempio di osservabile astrometrica per osservazioni satellitari

Nella prima riga sono catalogate le osservabili astrometriche in RA e Dec. La seconda riga, invece, è occupata dalle coordinate rettangolari del satellite rispetto al sistema di riferimento con origine nel centro di massa della Terra, asse z verso il polo Nord geografico e assi x e y su un piano parallelo al piano equatoriale.

### 2.3 Debias sulla base del catalogo stellare

Per tutte le misurazioni della posizione di corpi minori compiute mediante l'utilizzo di cataloghi stellari obsoleti o comunque meno precisi rispetto a quelli più recenti si è resa necessaria l'operazione di debiasing, ovvero, di correzione dell'errore sistematico dovuto all'impiego di cataloghi stellari non aggiornati. Tale correzione è fatta prendendo come riferimento il catalogo *Gaia DR-2* e dipende dalla posizione del corpo sulla sfera celeste e dall'istante temporale in cui è avvenuta la misurazione secondo le formule riportate in (Eggl, et al., 2020):

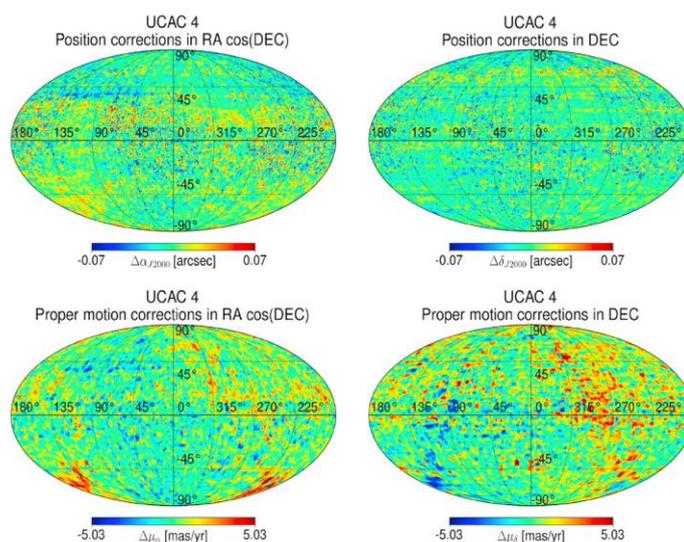
$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_{J2000} + \Delta\mu_\alpha * \Delta t \quad (2.1)$$

$$\Delta\delta = \Delta\delta_{J2000} + \Delta\mu_\delta * \Delta t \quad (2.2)$$

dove:

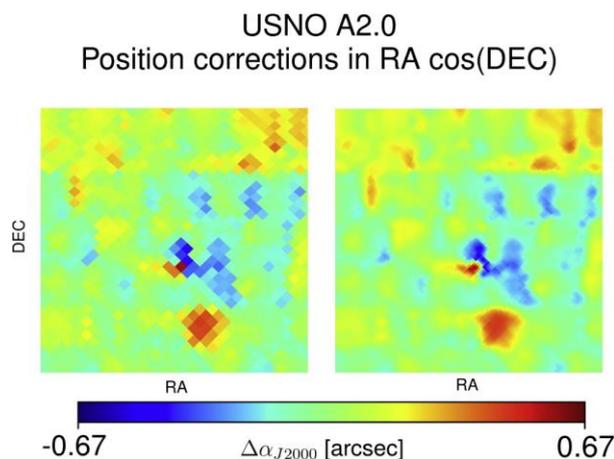
- $\Delta\alpha$  e  $\Delta\delta$  sono rispettivamente le correzioni in RA e Dec, da applicare alle osservabili astrometriche,
- $\Delta\alpha_{J2000}$  e  $\Delta\delta_{J2000}$  sono le correzioni locali per la posizione,
- $\Delta\mu_\alpha$  e  $\Delta\mu_\delta$  sono le correzioni dovute al movimento proprio delle stelle
- $\Delta t$  è la differenza tra l'epoca in cui è avvenuta l'osservazione e l'epoca J2000.0 ovvero il 1° gennaio 2000 alle ore 12:00:00

Questi parametri variano in maniera continua per diverse coordinate celesti, dunque, per il calcolo effettivo del bias si è resa necessaria la discretizzazione della tale sfera celeste in 49152 quadranti (tiles) ciascuno dei quali caratterizzato da specifici valori di  $\Delta\alpha_{J2000}$ ,  $\Delta\delta_{J2000}$ ,  $\Delta\mu_\alpha$ ,  $\Delta\mu_\delta$  per i diversi cataloghi stellari. È dunque possibile realizzare delle mappe, come quella in Figura 6, dove viene rappresentata la distribuzione di tali valori sulla sfera celeste.



**Figura 6:** correzioni per il catalogo UCAC 4 rispetto a Gaia DR-2 (Eggl, et al., 2020)

Inoltre, per cercare di attenuare le discontinuità tra i diversi tile si sono interpolati i dati a disposizione per generare una griglia più fine di 786432 quadranti che è quella effettivamente impiegata nell'analisi. In Figura 7 è rappresentata la differenza tra le due mappature:



*Figura 7: confronto tra tassellazione originale (a sinistra) e interpolata (a destra) (Eggl, et al., 2020)*

Pertanto, in primo luogo, per calcolare la correzione dell'errore sistematico si è reso necessario capire in quale settore si trovasse il corpo nell'istante in cui l'osservazione è avvenuta. Per fare ciò si è utilizzato un file .dat, fornito da NASA, nel quale sono elencati tutti i quadranti e la posizione del loro centroide in RA e Dec. Quindi, si è identificato quello tale per cui il suo centroide è alla distanza minima rispetto alla posizione del corpo. Per fare ciò si è calcolata la distanza su superficie sferica tra la posizione del corpo, determinata con SPICE, e ogni centroide attraverso la formula:

$$D = \cos^{-1} [\cos(RA_c - RA) * \cos(Dec_c) * \cos(Dec) + \sin(Dec_c) * \sin(Dec)] \quad (2.3)$$

Dove:

- $RA_c$  e  $Dec_c$  sono le coordinate del centroide del tile.
- $RA$  e  $Dec$  sono le coordinate del corpo calcolate con SPICE.

Tutte le distanze sono state salvate in un vettore colonna per poi determinare quella minima e il centroide associato. Dal centroide si è poi ricavato il tile e, noto questo e il catalogo stellare associato all'osservabile, da una tabella sempre fornita da NASA si sono recuperate le relative correzioni  $\Delta\alpha$  e  $\Delta\delta$ ,  $\Delta\mu_\alpha$  e  $\Delta\mu_\delta$ . Infine, queste sono state inserite nelle equazioni (1.1) e (1.2) per ricavare i debias da applicare alle osservabili. Noti tali valori, si procede con la sottrazione dei risultati ottenuti alla RA e Dec osservate, come descritto in diversi studi (Farnocchia, et al., 2015), (Eggl, et al., 2020).

## 2.4 Applicazione della correzione dello scostamento del fotocentro

Dopodiché, si è proceduto al calcolo della correzione dello scostamento del fotocentro mediante le formule del modello sferico riportate in (Muinonen & Lumme, 2015) e (Fuentes-Muñoz, et al., 2024):

$$d(\alpha) = \frac{2R}{3\pi} \frac{\sin(\alpha) + (\pi - \alpha)\sin(\alpha)}{\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \ln\left(\cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)\right)} \quad (2.4)$$

Dove:

- $R$  è il raggio del corpo sferico,
- $\alpha$  è l'angolo di fase.

La direzione e il verso dello scostamento sono invece determinate dal versore  $\hat{t}$  che si calcola come:

$$\hat{t} = -\frac{\hat{r} - (\hat{r} \cdot \hat{\rho}) \cdot \hat{\rho}}{\sin(\alpha)} \quad (2.5)$$

Dove:

- $\hat{r}$  è il versore della congiungente tra il Sole e il corpo,
- $\hat{\rho}$  è il versore della congiungente tra l'osservatore e il corpo.

I risultati sono stati quindi combinati per ricavare il vettore centrato nel baricentro che determina la posizione del fotocentro. Sommandolo poi al vettore che determina la posizione del centro di massa del corpo, ricavato con il toolkit SPICE, si ottiene la posizione del fotocentro rispetto all'osservatore in coordinate rettangolari che è stata successivamente convertita in coordinate sferiche in RA e Dec. La posizione ricavata è stata quindi quella effettivamente utilizzata per il calcolo dei residui in quanto le osservabili osservate, come già detto, non determinano la posizione del baricentro ma quella del fotocentro e, pertanto, si è reso necessario confrontarle con lo stesso tipo di misura calcolata.

## 2.5 Calcolo dei residui

Infine, avendo a disposizione le osservabili osservate, la posizione calcolata del fotocentro e il debias da applicare per correggere gli errori di catalogo stellare, si è proceduto alla vera e propria operazione di pass-through. In primis, sono stati calcolati i residui in RA e Dec per ciascuna osservazione, ovvero, la differenza tra la posizione calcolata e quella osservata. Questi sono stati quindi elaborati estraendone i dati statistici di media, deviazione standard e scarto quadratico medio e, successivamente, rappresentati in grafici per facilitarne l'interpretazione. Nello specifico, l'analisi qui descritta ha richiesto la generazione di tre diverse tipologie di residui, calcolati nel seguente modo:

1. Differenza tra osservabile calcolata e osservata ricavate direttamente con SPICE e dal database considerato, rispettivamente.
2. Differenza tra osservabile calcolata e osservabile osservata corretta dall'errore sistematico di catalogo stellare.
3. Differenza tra osservabile calcolata utilizzando la correzione del fotocentro e osservabile osservata corretta dall'errore sistematico di catalogo stellare.

Per ciascuna variante è stato costruito uno specifico grafico in modo da poter visualizzare con maggior chiarezza l'effetto delle correzioni sui residui.

L'interpretazione di tali residui è tuttavia limitata in quanto prende come riferimento una traiettoria, ricavata con SPICE, della quale si suppone la correttezza ma di cui non è noto se siano state applicate le correzioni di errori sistematici e di scostamento del fotocentro precedentemente descritte o se siano state applicate altre tipologie di correzioni. Pertanto, un'analisi in cui questi effetti sono tenuti in considerazione potrebbe portare ad avere dei residui tendono a incrementare con l'applicazione delle correzioni non per errori nella loro implementazione ma perché la traiettoria di riferimento non ne terrebbe conto. Un'analisi maggiormente dettagliata richiederebbe, dunque, la costruzione della traiettoria del nuovo modello dinamico basata sulle osservabili corrette e, di seguito, il calcolo dei residui prendendo come riferimento quest'ultima.

### 3. Risultati

Sulla base delle procedure descritte nel precedente capitolo è stato possibile realizzare un programma in grado di processare i dati forniti, eseguire le correzioni richieste e restituire grafici il cui confronto

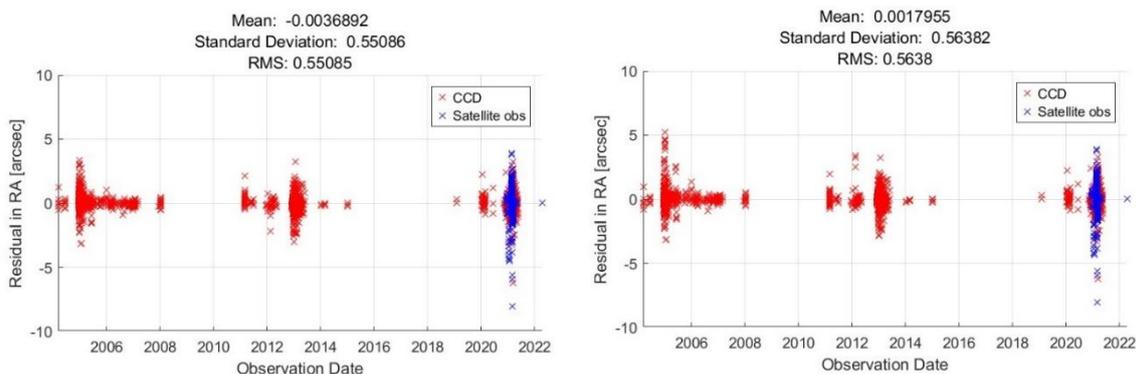
permetterà di trarre i risultati dell'analisi. Il codice può elaborare i dati di qualsiasi corpo minore purché questo sia presente nel database dal MPC; quelli qui considerati saranno Apophis e Cerere. Inoltre, apportando una leggera modifica al codice per la corretta lettura dei dati di input, sono stati ricavati i medesimi risultati dall'archivio di Gaia; questo nella terza sezione del capitolo.

Ricapitolando, nel seguente capitolo verranno presentati i risultati dell'analisi compiuta basandosi sull'interpretazione dei grafici, generati dal processamento dei dati dei due corpi minori scelti attraverso il programma in linguaggio Matlab scritto dal candidato.

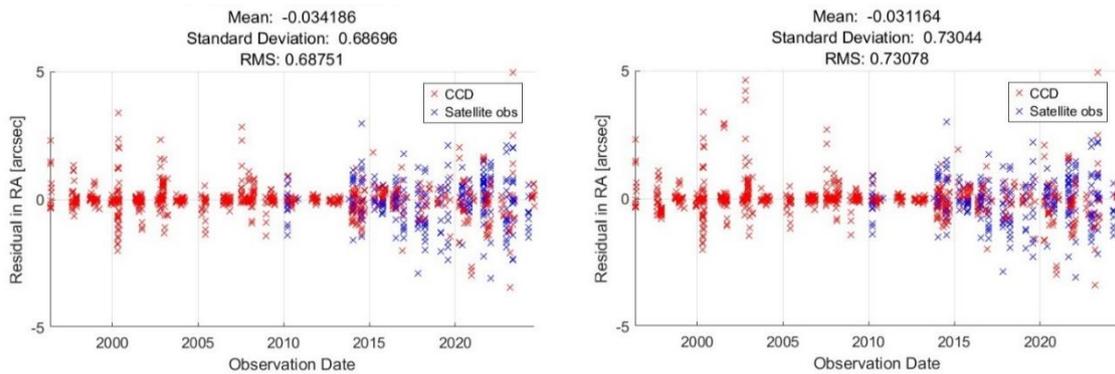
#### 3.1 Applicazione del debiasing

In prima analisi è necessario validare la procedura di eliminazione degli errori sistematici dovuti al catalogo stellare e valutarne l'effetto. Ciò attraverso la comparazione dei grafici e dei dati statistici globali dei residui per le osservazioni compiute senza e con l'applicazione del debias.

In Figura 8 i grafici di Apophis in RA senza e con il debias, in Figura 9 lo stesso per Cerere.

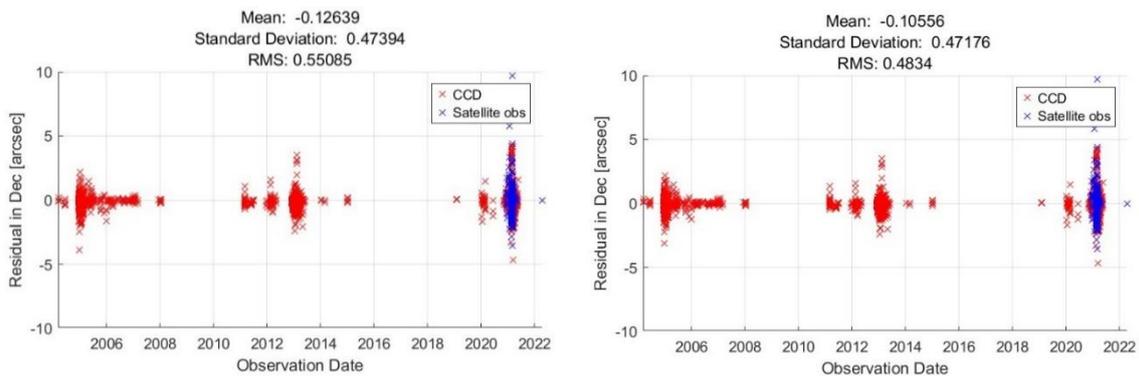


**Figura 8:** Residui di Apophis in RA senza (sinistra) e con (destra) l'applicazione del debias

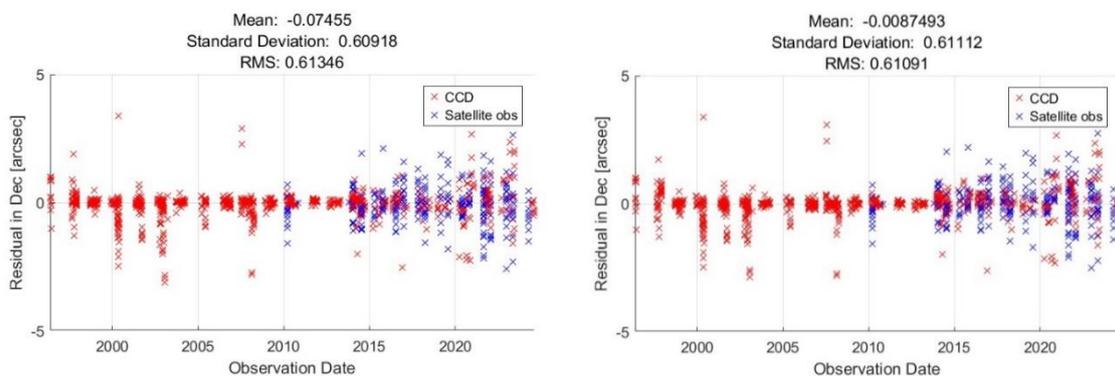


**Figura 9:** Residui di Cerere in RA senza (sinistra) e con (destra) l'applicazione del debias

Dai grafici sopra riportati si evince che, per quanto riguarda i dati di ascensione retta, a seguito della correzione dell'errore sistematico, si ha un calo della media. Tuttavia, lo scarto quadratico medio tende ad aumentare, sintomo di una maggiore dispersione dei valori. Al contrario, per i residui della declinazione, a seguito del debias, si ha un avvicinamento al valore nullo sia per la media che per lo scarto quadratico medio, come restituito in Figura 10 e Figura 11.



**Figura 10:** Residui di Apophis in Dec senza (sinistra) e con (destra) l'applicazione del debias



**Figura 11:** Residui di Cerere in Dec senza (sinistra) e con (destra) l'applicazione del debias

Il disallineamento dei risultati per RA e Dec rende ancora prematura la validazione la procedura di correzione degli errori sistematici di catalogo stellare. Dunque, per valutare il comportamento dei residui in maniera più dettagliata rispetto al vaglio dell'intero campione di osservazioni, si sono presi in esame i dati dei singoli osservatori che hanno compiuto più osservazioni di Apophis e Cerere. Per fare ciò sono state generate delle tabelle, rispettivamente Tabella 4, Tabella 5, Tabella 6, Tabella 7, in cui, per entrambi i corpi, si sono selezionati i 20 osservatori da cui sono state compiute il maggior numero di misurazioni. In ciascuna di queste tabelle all'interno delle colonne troviamo i seguenti valori:

- Colonna 1: codice identificativo dell'osservatorio.
- Colonna 2: numero di osservazioni compiute dall'osservatorio.
- Colonna 3: media dei residui in RA o Dec specifici dell'osservatorio senza l'applicazione del debias.
- Colonna 4: deviazione standard dei residui in RA o Dec specifici dell'osservatorio senza l'applicazione del debias
- Colonna 5: scarto quadratico medio dei residui in RA o Dec specifici dell'osservatorio senza l'applicazione del debias.
- Colonna 6: media dei residui in RA o Dec specifici dell'osservatorio con l'applicazione del debias.
- Colonna 7: deviazione standard dei residui in RA o Dec specifici dell'osservatorio con l'applicazione del debias.
- Colonna 8: scarto quadratico medio dei residui in RA o Dec specifici dell'osservatorio con l'applicazione del debias.
- Colonna 9: errore relativo tra i due valori medi.
- Colonna 10: errore relativo tra i due valori di deviazione standard.
- Colonna 11: errore relativo tra i due valori di scarto quadratico medio.

Per compattezza i dati sono riportati arrotondati alla terza cifra decimale che permette comunque di apprezzare le variazioni dovute al debias; l'ordine in cui sono disposti è quello decrescente in funzione del numero di osservazioni.

**Tabella 4:** Dati statistici dei residui in RA dei 20 osservatori che hanno compiuto più osservazioni di Apophis

codice	n obs	mean RA	std RA	rms RA	mean RA debias	std RA debias	rms RA debias	e_rel mean RA	e_rel std RA	e_rel rms RA
C57	1322	-0,102	0,885	0,891	-0,102	0,885	0,891	0,000	0,000	0,000
C40	448	0,057	0,321	0,326	0,049	0,322	0,326	-0,160	0,005	0,001
568	445	-0,042	0,149	0,155	-0,011	0,143	0,143	-2,909	-0,045	-0,083
A84	411	0,264	0,233	0,352	0,238	0,218	0,323	-0,108	-0,067	-0,090
N42	405	0,213	0,287	0,357	0,214	0,287	0,358	0,001	0,000	0,000
D20	391	-0,039	0,115	0,121	-0,044	0,111	0,119	0,119	-0,034	-0,015
071	382	-0,117	0,617	0,627	0,013	0,591	0,591	9,793	-0,043	-0,062
O44	298	-0,035	0,040	0,053	-0,015	0,040	0,043	-1,355	0,004	-0,243
C20	244	0,027	0,126	0,129	0,043	0,126	0,132	0,361	-0,002	0,029
I22	154	-0,033	0,251	0,252	-0,033	0,251	0,252	0,000	0,000	0,000
089	138	0,013	0,114	0,115	0,031	0,115	0,119	0,572	0,010	0,038
H45	138	-0,013	0,316	0,315	0,000	0,315	0,314	-83,975	-0,001	-0,002
221	126	0,032	0,102	0,107	0,032	0,102	0,107	0,000	0,000	0,000
T08	126	-0,008	0,162	0,162	-0,008	0,162	0,162	0,000	0,000	0,000
P66	123	0,347	0,575	0,669	0,319	0,580	0,660	-0,088	0,010	-0,014
217	122	-1,382	0,096	1,385	-1,382	0,096	1,385	0,000	0,000	0,000
Z80	120	-0,044	0,358	0,360	-0,044	0,358	0,360	0,000	0,000	0,000
168	119	0,220	0,310	0,379	0,223	0,321	0,390	0,012	0,036	0,028
586	98	0,161	0,387	0,417	0,040	0,360	0,360	-3,002	-0,075	-0,158
A62	90	0,164	0,231	0,282	0,016	0,235	0,234	-9,057	0,017	-0,204

**Tabella 5:** Dati statistici dei residui in RA dei 20 osservatori che hanno compiuto più osservazioni di Cerere

codice	n obs	mean RA	std RA	rms RA	mean RA debias	std RA debias	rms RA debias	e_rel mean RA	e_rel std RA	e_rel rms RA
689	294	-0,021	0,110	0,112	-0,021	0,106	0,108	-0,026	-0,038	-0,038
089	224	0,029	0,125	0,128	0,028	0,122	0,125	-0,023	-0,017	-0,017
C51	217	-0,096	0,988	0,990	-0,074	0,982	0,982	-0,292	-0,006	-0,008
673	125	0,006	0,091	0,091	-0,079	0,215	0,228	1,078	0,576	0,601
Z22	46	0,121	0,196	0,228	-0,018	0,253	0,251	7,760	0,227	0,091
Y00	45	-0,024	0,619	0,613	-0,053	0,618	0,613	0,547	-0,002	0,001
056	38	-0,277	0,776	0,814	-0,277	0,776	0,814	0,000	0,000	0,000
K95	32	-0,081	0,363	0,366	-0,250	0,381	0,451	0,677	0,049	0,188
H07	32	0,282	0,814	0,849	0,219	0,738	0,759	-0,289	-0,102	-0,119
D29	17	-0,037	0,519	0,505	-0,027	0,528	0,513	-0,368	0,017	0,016
C41	17	-0,539	0,244	0,589	-0,475	0,272	0,543	-0,135	0,101	-0,084
Q21	13	-0,536	0,651	0,824	-0,511	0,657	0,812	-0,051	0,009	-0,015
204	12	-0,087	0,363	0,358	-0,085	0,362	0,357	-0,027	-0,001	-0,003
608	12	0,780	0,753	1,062	0,689	0,800	1,030	-0,132	0,058	-0,031
D54	12	-0,510	0,248	0,563	-0,360	0,278	0,448	-0,416	0,107	-0,257
K46	11	0,277	0,270	0,378	0,304	0,269	0,398	0,090	-0,003	0,051
G40	10	0,060	0,219	0,216	0,089	0,220	0,227	0,318	0,008	0,049
C23	9	-0,378	0,205	0,424	-0,317	0,191	0,365	-0,190	-0,074	-0,162
703	8	-0,608	2,334	2,266	-0,608	2,334	2,266	0,000	0,000	0,000
117	7	1,046	1,872	2,024	1,046	1,872	2,024	0,000	0,000	0,000

**Tabella 6:** Dati statistici dei residui in Dec dei 20 osservatori che hanno compiuto più osservazioni di Apophis

codice	n obs	mean Dec	std Dec	rms Dec	mean Dec debias	std Dec debias	rms Dec debias	e_rel mean Dec	e_rel std Dec	e_rel rms Dec
C57	1322	-0,251	0,737	0,778	-0,251	0,737	0,778	0,000	0,000	0,000
C40	448	-0,211	0,280	0,350	-0,199	0,278	0,342	-0,062	-0,007	-0,026
568	445	-0,038	0,092	0,099	0,001	0,093	0,093	29,928	0,015	-0,065
A84	411	-0,101	0,155	0,185	-0,101	0,155	0,185	0,004	-0,002	0,000
N42	405	-0,183	0,168	0,248	-0,183	0,168	0,248	0,001	0,000	0,001
D20	391	0,023	0,099	0,102	0,033	0,097	0,102	0,292	-0,024	0,004
071	382	-0,129	0,333	0,357	-0,086	0,315	0,327	-0,499	-0,057	-0,094
O44	298	-0,030	0,046	0,055	-0,011	0,040	0,041	-1,653	-0,155	-0,325
C20	244	-0,151	0,130	0,199	-0,168	0,130	0,213	0,102	0,003	0,064
I22	154	-0,061	0,190	0,199	-0,061	0,190	0,199	0,000	0,000	0,000
089	138	-0,036	0,209	0,211	-0,039	0,211	0,214	0,076	0,012	0,014
H45	138	-0,031	0,228	0,229	-0,044	0,224	0,228	0,307	-0,018	-0,008
221	126	0,014	0,063	0,064	0,014	0,063	0,064	0,000	0,000	0,000
T08	126	-0,028	0,170	0,172	-0,028	0,170	0,172	0,000	0,000	0,000
P66	123	-0,295	0,465	0,549	-0,311	0,447	0,543	0,050	-0,040	-0,012
217	122	-0,414	0,053	0,417	-0,414	0,053	0,417	0,000	0,000	0,000
Z80	120	-0,118	0,299	0,320	-0,118	0,299	0,320	0,000	0,000	0,000
168	119	-0,245	0,315	0,398	-0,229	0,314	0,388	-0,067	-0,003	-0,026
586	98	-0,158	0,248	0,293	0,018	0,269	0,268	9,967	0,079	-0,091
A62	90	-0,321	0,207	0,381	-0,070	0,204	0,214	-3,612	-0,018	-0,779

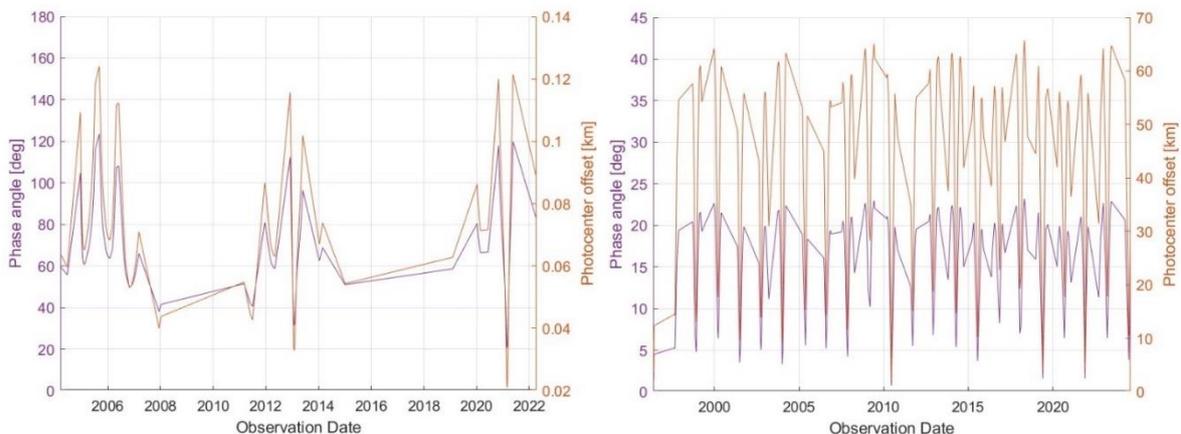
**Tabella 7:** Dati statistici dei residui in Dec dei 20 osservatori che hanno compiuto più osservazioni di Cerere

codice	n obs	mean Dec	std Dec	rms Dec	mean Dec debias	std Dec debias	rms Dec debias	e_rel mean Dec	e_rel std Dec	e_rel rms Dec
689	294	0,000	0,133	0,133	-0,010	0,136	0,136	0,978	0,022	0,025
089	224	-0,010	0,058	0,059	-0,010	0,057	0,058	-0,026	-0,020	-0,020
C51	217	-0,088	0,815	0,818	0,014	0,818	0,817	7,204	0,004	-0,001
673	125	0,035	0,095	0,100	0,094	0,221	0,239	0,631	0,572	0,580
Z22	46	0,113	0,297	0,315	0,473	0,275	0,546	0,762	-0,081	0,423
Y00	45	-0,004	0,440	0,435	-0,021	0,431	0,427	0,794	-0,019	-0,018
056	38	-0,547	0,581	0,792	-0,547	0,581	0,792	0,000	0,000	0,000
K95	32	-0,200	0,322	0,375	0,008	0,332	0,327	24,654	0,031	-0,146
H07	32	-0,246	0,807	0,831	-0,068	0,819	0,809	-2,622	0,015	-0,027
D29	17	0,278	1,261	1,254	0,278	1,259	1,252	0,003	-0,002	-0,002
C41	17	-0,044	0,197	0,196	0,224	0,167	0,277	1,198	-0,180	0,291
Q21	13	-0,028	0,347	0,334	-0,024	0,366	0,352	-0,142	0,052	0,051
608	12	-1,393	0,429	1,452	-1,003	0,360	1,060	-0,389	-0,193	-0,370
204	12	-0,082	0,281	0,281	0,002	0,232	0,222	36,229	-0,210	-0,265
D54	12	0,009	0,162	0,155	0,222	0,156	0,267	0,962	-0,040	0,420
K46	11	0,184	0,291	0,333	0,160	0,288	0,318	-0,148	-0,011	-0,048
G40	10	-0,072	0,084	0,107	-0,083	0,084	0,115	0,126	0,004	0,065
C23	9	-0,374	0,102	0,386	-0,365	0,090	0,375	-0,026	-0,131	-0,031
703	8	0,901	1,049	1,333	0,901	1,049	1,333	0,000	0,000	0,000
117	7	-0,053	1,805	1,672	-0,053	1,805	1,672	0,000	0,000	0,000

Dallo studio delle tabelle sopra riportate è possibile confermare il miglioramento generale dei valori per la Declinazione. Per quanto attiene invece ai dati di ascensione retta è possibile notare come, sia per Cerere che per Apophis, l'errore relativo del RMS di buona parte degli osservatori sia negativo o prossimo allo zero. Ciò ci porta a concludere che l'aumento del dato statistico globale a seguito del debias è verosimilmente da ricondursi a misurazioni fatte da osservatori minori che hanno compiuto poche osservazioni con basso grado di precisione. Dunque, alla luce di quanto appena descritto, possiamo dedurre che l'implementazione del codice di correzione dell'errore sistematico dovuto ai cataloghi stellari è avvenuta correttamente e ha portato a una diminuzione dei residui.

### 3.2 Applicazione della correzione al fotocentro

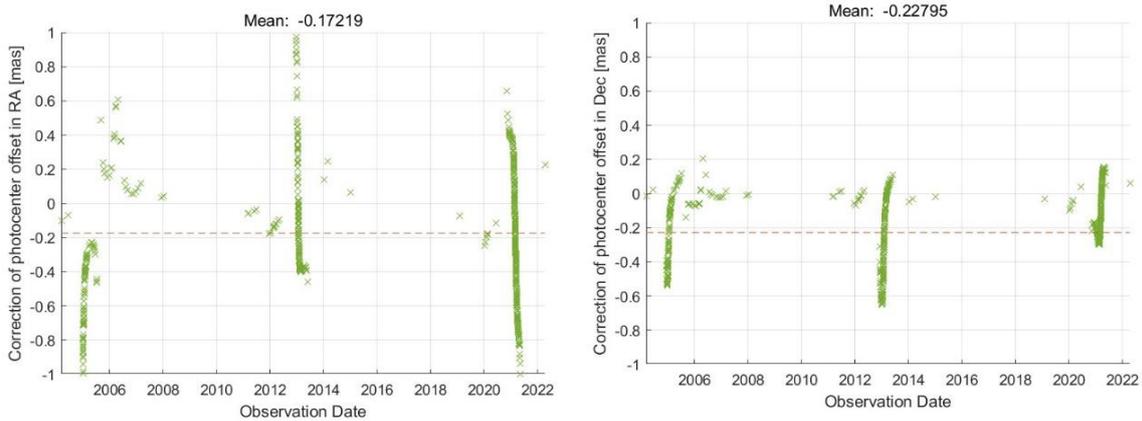
Dimostrata l'efficacia del debias si è proceduto all'applicazione della correzione allo scostamento del fotocentro. Innanzitutto, si è verificato, tramite i grafici in Figura 12, che le formule, riportate nella sezione 2.4 Applicazione della correzione dello scostamento del fotocentro, portassero a risultati corretti.



*Figura 12: Angolo di fase e scostamento del fotocentro di Apophis (sinistra) e Cerere (destra) in funzione del tempo*

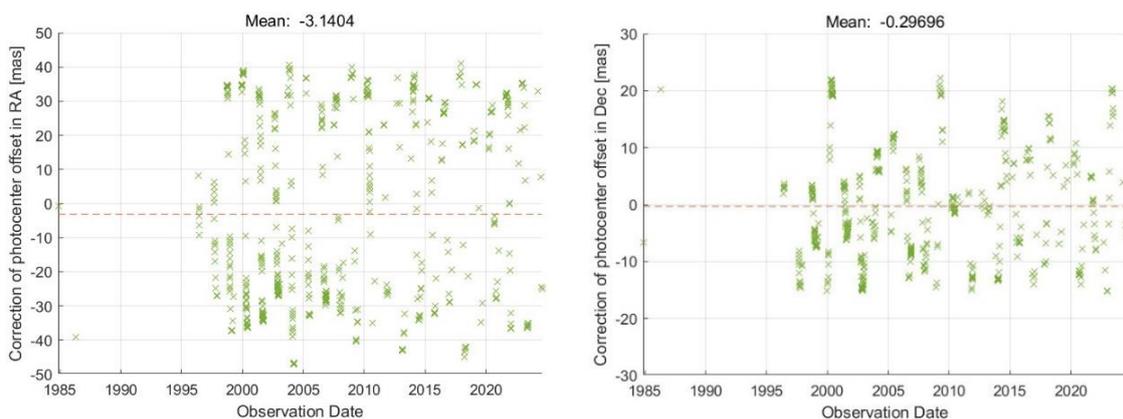
Dai diagrammi sopra riportati si evince che le formule impiegate sono corrette in quanto la variazione dello scostamento del fotocentro segue lo stesso andamento di quella dell'angolo di fase. Dall'analisi dei valori in ordinata possiamo inoltre notare le due differenze principali che ci hanno portato a scegliere proprio Apophis e Cerere come campioni per questa analisi e, sulla base di ciò, possiamo compiere una serie di osservazioni:

- Nel grafico di Apophis si nota una grande escursione dell'angolo di fase che raggiunge anche picchi di circa  $120^\circ$ ; a queste misure corrispondono valori di scostamento del fotocentro nell'ordine delle decine o al più centinaia di metri che, tuttavia, data la vicinanza del corpo alla Terra, si traducono in correzioni di RA e Dec comunque apprezzabili, come riportato in Figura 13.



**Figura 13:** Correzioni dello scostamento del fotocentro di Apophis in RA (sinistra) e Dec (destra)

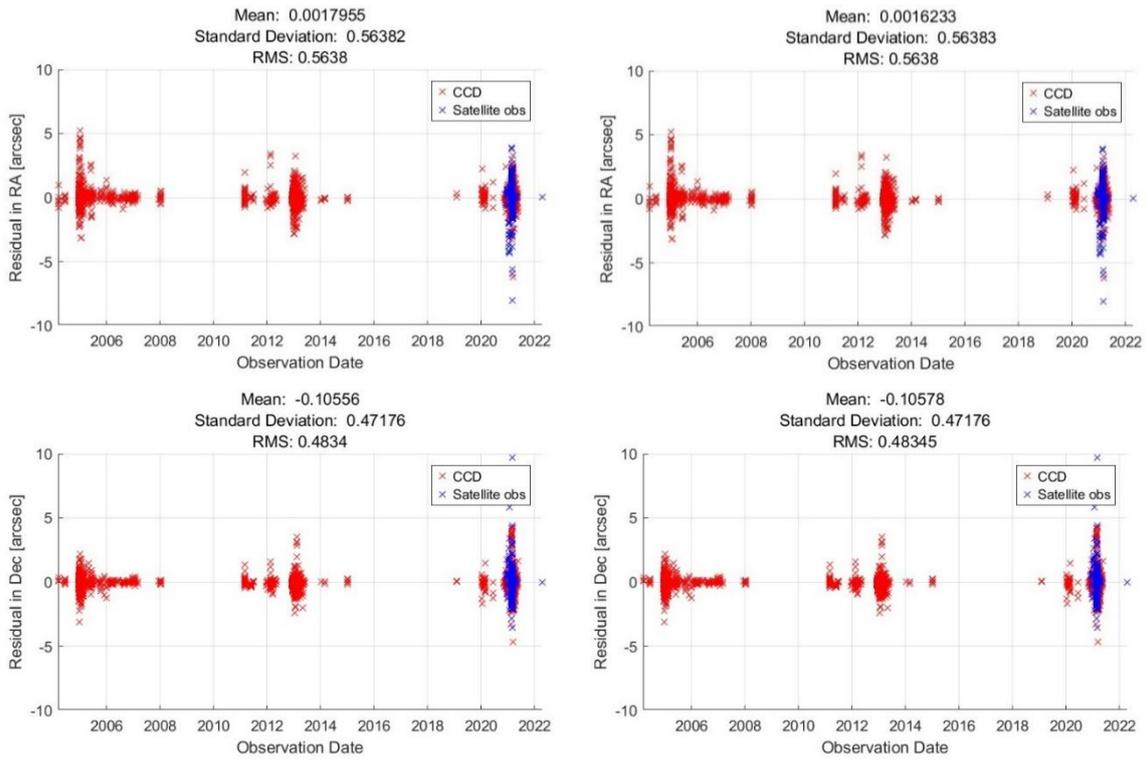
- Nel grafico di Cerere la variazione dell'angolo di fase è invece molto contenuta, tuttavia, essendo un corpo minore di notevoli dimensioni anche questa piccola variazione porta ad avere uno scostamento del fotocentro nell'ordine delle decine di chilometri. La sua notevole distanza dalla Terra nell'effetto in termini di correzioni angolari in RA e Dec, come restituito in Figura 14.



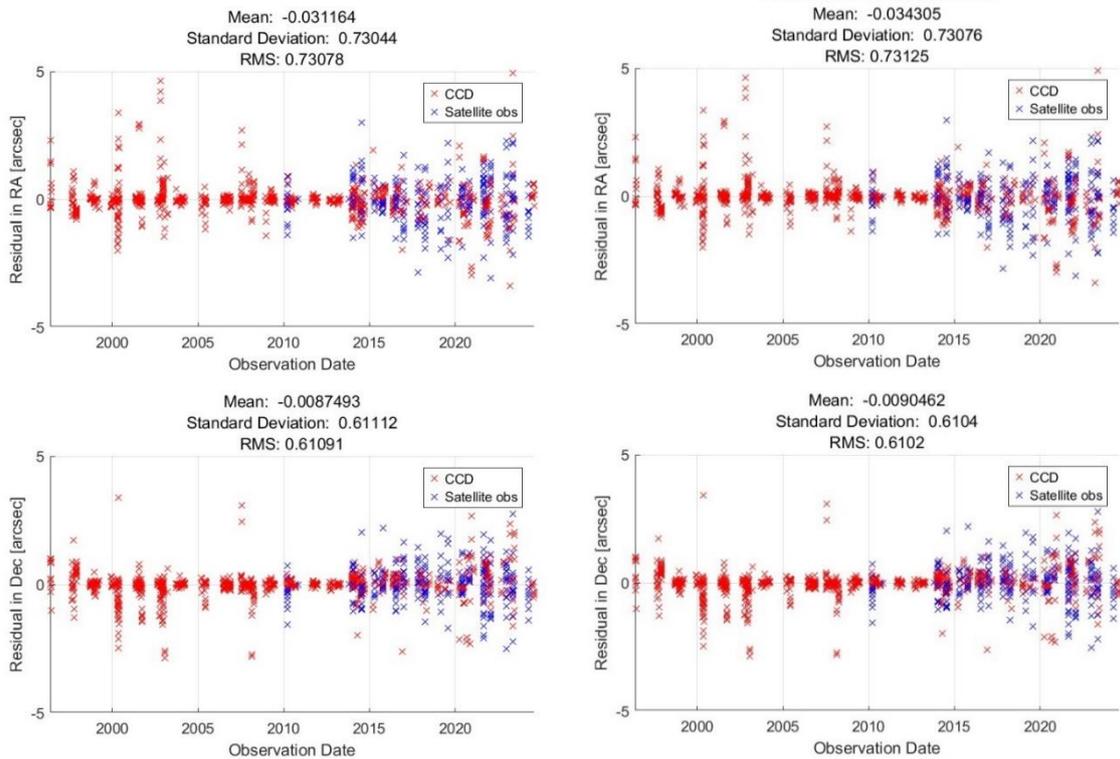
**Figura 14:** Correzioni dello scostamento del fotocentro di Cerere in RA (sinistra) e Dec (destra)

Per avvalorare tali considerazioni si è proceduto a un esame dettagliato dei residui a seguito dell'applicazione della correzione allo scostamento del fotocentro tramite la generazione di grafici e di dati statistici globali.

Dai grafici relativi ad Apophis, riportati in Figura 15, si desume che pare non esserci alcun cambiamento nella distribuzione dei residui a seguito della correzione.



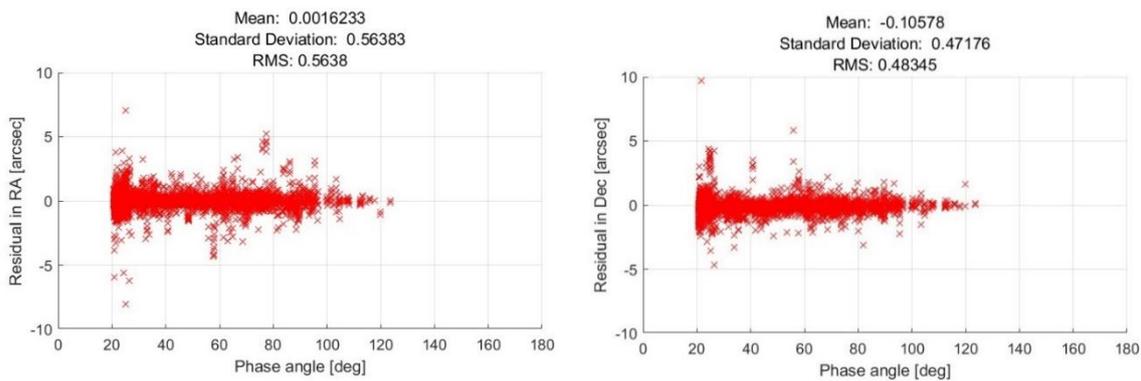
*Figura 15: Residui di Apophis in RA (sopra) e Dec (sotto) senza (sinistra) e con (destra) la correzione del fotocentro*



*Figura 16: Residui di Cerere in RA (sopra) e Dec (sotto) senza (sinistra) e con (destra) la correzione del fotocentro*

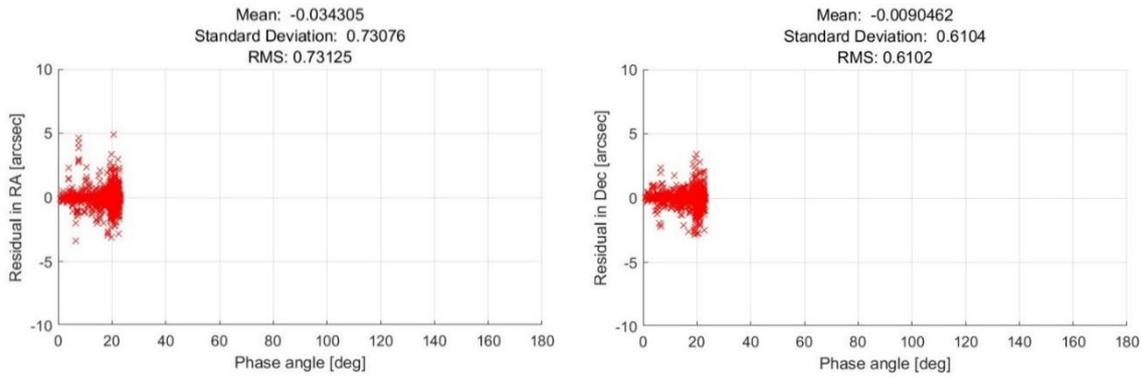
Analizzando la Figura 16, si nota che anche per Cerere, a seguito della correzione, i valori dei residui e dei dati statistici tendono a non avere variazioni rilevanti. Ci si è dunque chiesti il motivo per cui si hanno dei termini correttivi così piccoli e, per dare una spiegazione a ciò, si sono esaminati con maggior dettaglio i valori delle correzioni di scostamento del fotocentro in RA e Dec rappresentati in Figura 13 e Figura 14. Dai grafici di Apophis si nota che il valore delle correzioni è sempre inferiore a un millisecondo d'arco e, dunque, di tre ordini di grandezza inferiore rispetto alla media dei residui senza l'applicazione della correzione. Ciò ci porta a confermare che quest'ultima non abbia pressoché effetto sulla mitigazione dei residui in quanto si va a confondere con il rumore di fondo presente. Dall'analisi dei grafici di Cerere notiamo che i valori delle correzioni raggiungono le decine di millisecondi d'arco in valore assoluto; tuttavia, sul dominio di tempo considerato la media di tali valori tende ad appiattirsi a pochi mas per la RA e decimi per la Dec e questo giustifica che i dati statistici globali rimangano di fatto invariati.

Infine, sono stati generati dei grafici che mettono in relazione i residui e l'angolo di fase.



**Figura 17:** Residui di Apophis in RA (sinistra) e Dec (destra) in funzione dell'angolo di fase

Dai diagrammi di Apophis, riportati in Figura 17, possiamo dedurre che, come già detto, vi è una grande escursione dell'angolo di fase. Tuttavia, è più che evidente anche che la densità dei marcatori a croce, che indicano le osservazioni compiute, sia nettamente maggiore a piccoli angoli di fase e vada a calare man mano che si procede lungo l'asse delle ascisse. Le poche misurazioni a elevati angoli di fase non stupiscono in quanto l'aumento di questo angolo porta anche a un aumento della magnitudine apparente dell'oggetto osservato e quindi al fatto che è meno visibile dai telescopi.



**Figura 18:** Residui di Cerere in RA (sinistra) e Dec (destra) in funzione dell'angolo di fase

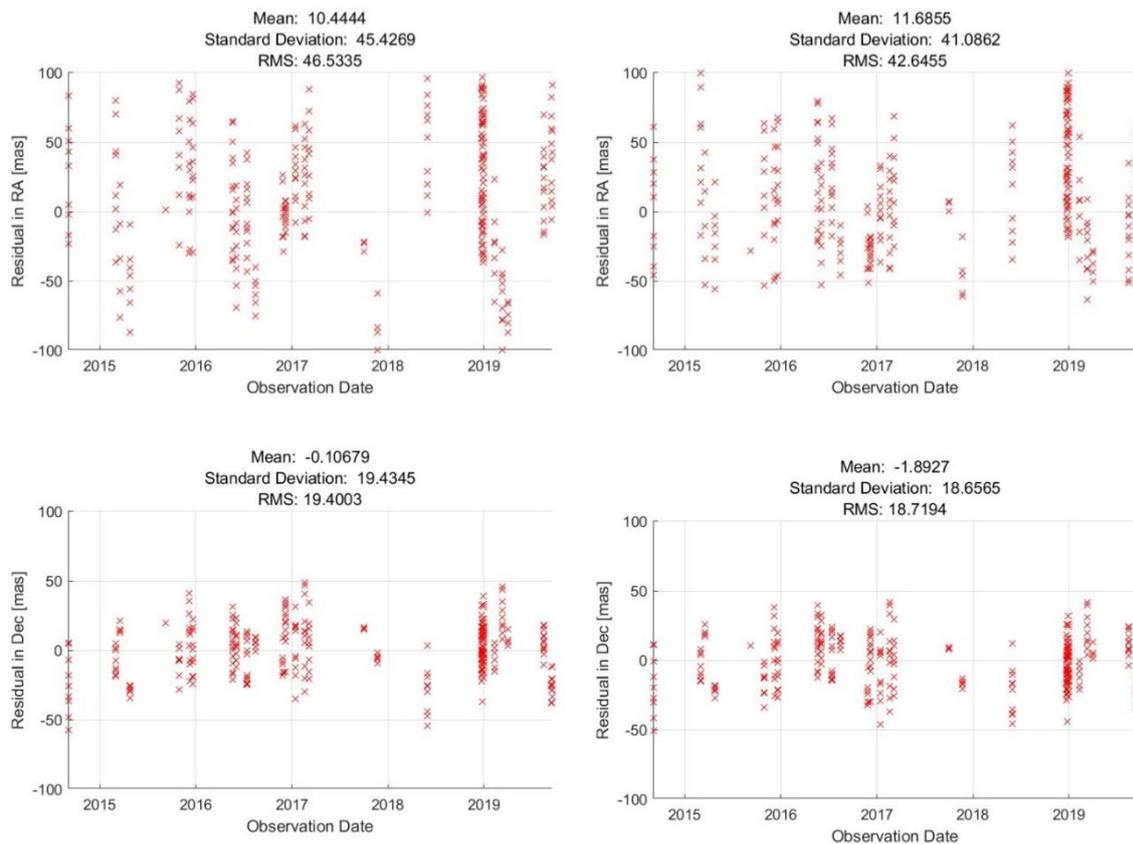
Per quanto attiene invece a Cerere, nei grafici in Figura 18 vi è un'ulteriore conferma che tutte le osservazioni sono state compiute a piccoli angoli di fase. Infatti, trovandosi nella fascia principale, il corpo è caratterizzato da una distanza eliocentrica tale per cui il suddetto angolo rimarrà sempre contenuto.

Possiamo dunque concludere che l'effetto della correzione dello scostamento del fotocentro è di fatto trascurabile per Apophis, andandosi a confondere con il rumore strumentale di fondo. Per Cerere è maggiormente apprezzabile nella dispersione dei residui nel ma rimane comunque di scarso valore dal punto di vista statistico.

### 3.3 Analisi con i dati da Gaia SSO

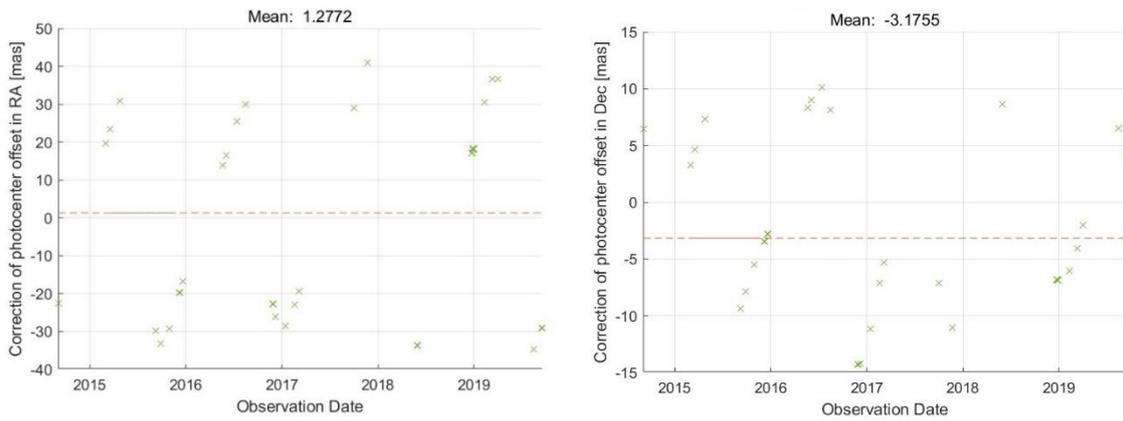
Per approfondire ulteriormente l'analisi della correzione allo scostamento del fotocentro, si è proceduto ad analizzare, con la stessa pipe-line descritta nel capitolo 2, i dati presenti nel database Gaia SSO che non necessitano dell'operazione di debiasing in quanto il catalogo di riferimento è *Gaia DR-3* ovvero la versione aggiornata di *Gaia DR-2* che ad oggi, come riportato precedentemente, è il catalogo impiegato come riferimento per stabilire la correzione dell'errore sistematico degli altri cataloghi (Eggl, et al., 2020). Tuttavia, questo database non contiene informazioni per Apophis, dunque quest'analisi è stata condotta prendendo come riferimento solo Cerere.

Attraverso una leggera modifica del codice per adattarsi al formato del nuovo database, si sono generati, anche in questo caso, i grafici, riportati in Figura 19, che riassumono la distribuzione dei residui in RA e Dec nel tempo senza e con la correzione allo scostamento del fotocentro.



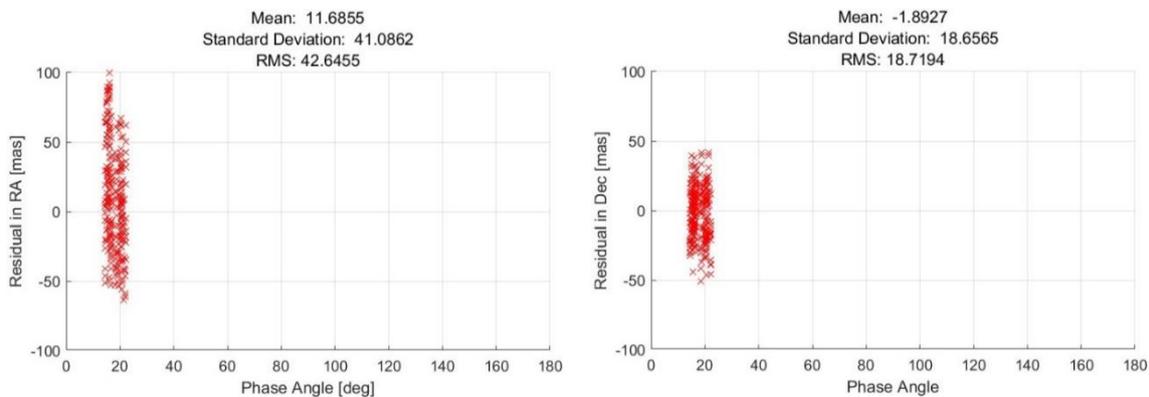
**Figura 19:** Residui di Cerere in RA (sopra) e Dec (sotto) dal database Gaia SSO senza (sinistra) e con (destra) la correzione del fotocentro

In primo luogo, analizzando questi grafici si nota la netta diminuzione in termini assoluti dei residui, sia in RA che in DEC, rispetto a quelli ricavati dal database del MPC: la media è delle decine di millisecondi d'arco per l'ascensione retta e, addirittura, dei decimi di millisecondi d'arco per la declinazione. La motivazione di tale riduzione è da ricondursi all'elevata precisione delle misurazioni di Gaia rispetto a buona parte degli osservatori di Terra. Inoltre, confrontando i grafici senza e con la correzione allo scostamento del fotocentro si nota sì un aumento della media ma anche una diminuzione dello scarto quadratico medio che è significativo di una minor dispersione dei valori a seguito della correzione. Confrontando i valori delle di queste, riportati in Figura 20, con i valori medi dei residui di RA e Dec si nota come questi abbiano un ordine di grandezza paragonabile a quello della media dei residui; ciò implica che tale correzione sia maggiormente visibile anche dall'analisi dei dati statistici.



**Figura 20:** *Correzioni allo scostamento del fotocentro di Cerere in RA (sinistra) e Dec (destra)*

Da ultimo, si riportano in Figura 21 i grafici dei residui di Cerere, con la correzione allo scostamento del fotocentro, in funzione dell'angolo di fase.



**Figura 21:** *Residui di Cerere in RA (sinistra) e Dec (destra) dal database Gaia SSO con la correzione del fotocentro in funzione dell'angolo di fase*

Anche in questo caso le osservazioni di Cerere da parte di Gaia sono avvenute a ridotti angoli di fase e ciò può essere ricondotto al fatto che la geometria Cerere-Sole-Telescopio non è molto variabile. Inoltre, è possibile notare come la finestra dei valori angolari sia più stretta rispetto a quella relativa alle osservabili ricavate dal database del MPC. Ciò è verosimilmente da ricondursi alla ridotta finestra temporale nella quale Gaia ha osservato il corpo.

Possiamo dunque concludere che nel caso di dati astrometrici ad elevata precisione, come quelli forniti nel database di Gaia, la correzione dello scostamento del fotocentro risulta apprezzabile in quanto il valore della correzione è di ordine di grandezza paragonabile a quello della media dei residui, nonostante gli angoli di fase a cui sono state compiute le osservazioni siano contenuti.

## 4. Conclusioni

In questo studio si sono analizzati i residui in ascensione retta e declinazione generati dal pass-through di corpi minori, nello specifico di Apophis e Cerere, allo scopo di valutare se l'applicazione della correzione dello scostamento del fotocentro porti a un effettivo miglioramento di questi e, dunque, a una maggiore precisione delle traiettorie ricavate dalle osservabili astrometriche. Ciò è stato compiuto scaricando tali informazioni dai database pubblici di riferimento, rispettivamente quello del Minor Planet center e Gaia SSO, che sono state successivamente processate in modo tale da poter essere impiegate all'interno di un codice in linguaggio Matlab scritto dal candidato. La traiettoria di riferimento per la costruzione dei residui è stata ricavata impiegando il toolkit SPICE di NAIF per elaborare le effemeridi di Apophis e Cerere scaricate in formato SPK dal tool Horizon System del JPL. Il principale limite nell'utilizzo di queste traiettorie sta nel fatto non si conosce la modalità in cui sono state calcolate e se, quindi, si è tenuto conto delle correzioni descritte in questa analisi. Infine, attraverso il codice Matlab, è stato possibile ricavare i residui e riassumerli tramite grafici e dati statistici per facilitarne l'interpretazione; questi sono stati estrapolati prima in forma grezza, ovvero come la differenza tra osservabile calcolata e osservata, poi con l'applicazione del debias di catalogo stellare e, da ultimo, con anche l'applicazione della correzione allo scostamento del fotocentro. Si è proceduto quindi al confronto di tali risultati per poter valutare l'effetto che le correzioni hanno avuto sui residui.

Dunque, dall'analisi qui descritta possono essere tratte le seguenti conclusioni. L'implementazione delle correzioni dell'errore sistematico di catalogo stellare è avvenuta in maniera corretta e ha portato a una diminuzione dei residui. Tuttavia, per quanto attiene all'astrometria convenzionale, l'applicazione della correzione allo scostamento del fotocentro rimane comunque trascurabile in quanto va a confondersi con il rumore strumentale di fondo, nonostante l'effetto di attenuazione dei residui dovuta al debias. Diverso è invece il discorso per l'astrometria ad alta precisione, come quella realizzata dalla missione Gaia, in cui, al contrario, tale correzione è apprezzabile.

Come già descritto, il limite principale di questa analisi sta nell'utilizzo di una traiettoria di riferimento di cui non è noto il modello dinamico adottato per calcolarla; un'analisi più rigorosa richiederebbe la stima di una nuova traiettoria consistente con le correzioni impiegate. Inoltre, tale analisi è stata condotta su due soggetti, il che fornisce un'idea di quello che potrebbe essere l'effetto della correzione allo scostamento del fotocentro sui corpi minori che però, per essere effettivamente confermato, dovrebbe essere avvalorato da un maggior numero di campioni.

Gli sviluppi futuri associati all'analisi in questione sono orientati, innanzitutto, al superamento dei limiti sopra citati e, inoltre, allo sviluppo di un modello più realistico della geometria e della dinamica dei corpi minori che tenga conto della loro forma irregolare e dei moti propri del corpo. Ciò allo scopo di generare traiettorie sempre più accurate a partire dalle misurazioni astrometriche a disposizione che possano essere d'aiuto per la pianificazione di missioni spaziali e per questioni legate alla difesa planetaria.

## Bibliografia

- Balossi, R., 2021. *Studio spettroscopico del potentially hazardous asteroid (99942) Apophis nell'ambito del progetto europeo Neorocks*. s.l.:Università degli Studi di Padova [tesi di laurea triennale].
- Eggl, S., Farnocchia, D., Chamberlin, A. & Chesley, S., 2020. Star catalog position and proper motion corrections in asteroid astrometry II: The Gaia era. *Icarus*.
- Farnocchia, D., Chesley, S., Chamberlin, A. & Tholen, D., 2015. Star catalog position and proper motion corrections in asteroid astrometry. *Icarus*.
- Fuentes-Muñoz, O., Farnocchia, D., Naidu, S. & Park, R., 2024. Orbit Determination Using Gaia FPR: Statistical Analysis. *The Astronomical Journal*.
- Kaasalainen, M. & Tanga, P., 2004. Photocentre offset in ultraprecise astrometry: Implications for barycentre determination and asteroid modelling. *Astronomy & Astrophysics*.
- Lauriola, M. P., 2023. *Caratterizzazione dei modelli di errore per le osservabili astrometriche relative alla cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko*. s.l.:Alma Mater Studiorum – Università di Bologna [tesi di laurea triennale].
- Muinonen, K. & Lumme, K., 2015. Disk-integrated brightness of a Lommel-Seeliger scattering ellipsoidal asteroid. *Astronomy & Astrophysics*.
- Vereš, P., Farnocchia, D., Chesley, S. & Chamberlin, A., 2017. Statistical analysis of astrometric errors for the most productive asteroid surveys.. *Icarus*.

## Sitografia

- [1] JPL. NASA. Small Bodies of the Solar System.  
<https://scienceandtechnology.jpl.nasa.gov/research/research-topics-list/planetary-sciences/small-bodies-solar-system>
- [2] ESA. Space Safety. Apophis.  
[https://www.esa.int/Space\\_Safety/Planetary\\_Defence/Apophis](https://www.esa.int/Space_Safety/Planetary_Defence/Apophis)
- [3] ESA. Ramses.  
[https://www.esa.int/Space\\_in\\_Member\\_States/Italy/Ecco\\_a\\_voi\\_Ramses\\_la\\_missione\\_ESA\\_sull\\_asteroide\\_Apophis](https://www.esa.int/Space_in_Member_States/Italy/Ecco_a_voi_Ramses_la_missione_ESA_sull_asteroide_Apophis)
- [4] NASA. Osiris-APEX. <https://science.nasa.gov/mission/osiris-apex/>
- [5] NASA. Dwarf Planets. Ceres. <https://science.nasa.gov/dwarf-planets/ceres>
- [6] JPL. Small Body Database Lookup. Ceres.  
[https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb\\_lookup.html#/?sstr=1](https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=1)
- [7] MPC. <https://www.minorplanetcenter.net/>
- [8] MPC. Database Search. [https://www.minorplanetcenter.net/db\\_search](https://www.minorplanetcenter.net/db_search)
- [9] ESA. Gaia archive. <https://gea.esac.esa.int/archive/>
- [10] ASI. Gaia. <https://www.asi.it/esplorazione/cosmologia/gaia/>
- [11] ESA. Gaia SSO.  
[https://gea.esac.esa.int/archive/documentation/GDR3/Data\\_analysis/chap\\_cu4sso/sec\\_cu4sso\\_intro/](https://gea.esac.esa.int/archive/documentation/GDR3/Data_analysis/chap_cu4sso/sec_cu4sso_intro/)
- [12] NAIF. <https://naif.jpl.nasa.gov/naif/>
- [13] ESA. Gaia Data Release 3. <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/dr3>
- [14] MPC. Format For Optical Astrometric Observations of Comets, Minor Planets and Natural Satellites. <https://www.minorplanetcenter.net/iau/info/OpticalObs.html>
- [15] ESA. Gaia. ADQL. <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia-users/archive/writing-queries#ADQLQueryExamples>
- [16] ESA. Gaia Documentation.  
[https://gea.esac.esa.int/archive/documentation/GDR3/Gaia\\_archive/chap\\_datamodel/sec\\_dm\\_solar\\_system\\_object\\_tables/ssec\\_dm\\_sso\\_observation.html](https://gea.esac.esa.int/archive/documentation/GDR3/Gaia_archive/chap_datamodel/sec_dm_solar_system_object_tables/ssec_dm_sso_observation.html)
- [17] NAIF. Generic Kernels. [https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic\\_kernels/](https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic_kernels/)
- [18] JPL. Horizons System. <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/>
- [19] MPC. List of Observatory Codes.  
<https://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/ObsCodesF.html>