



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Ingegneria industriale

Corso di Laurea in
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Ottimizzazione della tecnica del periodogramma per l'analisi di esperimenti di radar bistatico a basso rapporto segnale rumore

Tesi di Laurea in
ING-IND/05: Fondamenti di Meccanica Orbitale

Relatore

Prof. Paolo Tortora

Presentata da

Tommaso Nicolini

Correlatore

Dott. Giancorrado Brighi

Sessione Dicembre 2024

Anno Accademico 2023/2024

Sommario

Esperimenti di radar bistatico sono stati impiegati con successo nell'esplorazione spaziale per sondare superfici planetarie. In questo tipo di esperimento, una sonda trasmette un segnale radio in direzione di un corpo bersaglio, in questo caso una superficie. Il segnale, interagendo con le proprietà del terreno, viene riflesso ed infine ricevuto da una stazione che, in caso di geometria in downlink, si trova sulla Terra. Il corretto processamento degli echi ricevuti permette di estrarre informazioni sulla rugosità, composizione e struttura superficiale del bersaglio. Un'accurata analisi di questi dati può fornire preziose informazioni sulla superficie planetaria osservata e arricchire la nostra comprensione di altri corpi del nostro Sistema Solare.

In questo elaborato verrà approfondito come la qualità dei risultati scientifici estraibili da un eco bistatico dipenda dal tipo di processamento applicato, che è funzione di certi parametri, e come la sua qualità possa essere migliorata dalla loro corretta combinazione. I parametri presi in considerazione in questo studio sono il tempo di integrazione, il tempo di conteggio o count time e la media tra i bin. Inoltre, l'accuratezza con cui si determina lo spettro è rilevante per ottenere una misura accurata della potenza del segnale riflesso, la quale, negli echi bistatici, si collega alla composizione della superficie riflettente.

Gli echi, provenienti da una superficie riflettente, sono segnali complessi nel tempo, i quali vengono poi campionati a terra. I campioni di questi segnali complessi costituiscono i dati grezzi utilizzati come base per le successive analisi. In questo studio, per "analisi" dell'eco si intende l'applicazione della tecnica del periodogramma, che consiste nell'applicare la trasformata di Fourier, aggiungendo successivamente la parte incoerente di media (tra bin o spettri).

I risultati mostrano come avere un tempo d'integrazione (it) più alto porti ad una sensibile riduzione della deviazione standard dei valori di potenza. Incrementare tempo di integrazione riduce l'incertezza nello spettro, e di conseguenza l'incertezza nella potenza calcolata, permettendo di avere un valore più accurato di questa grandezza. Si è preso in considerazione, successivamente, un insieme di valori di integration time e di count time (ct), senza nessun tipo di media tra i bin, e si è notato che, fissato un certo integration time, è consigliato avere il count time più alto possibile. In questo modo, si ottiene una minor incertezza nel calcolo della potenza. Si è notato, infine, che una corretta media tra i bin insieme alla media tra gli spettri, fissato un ct , porti l'errore ad essere simile indipendentemente dall' it .

E' chiaro, quindi, come nell'elaborazione del segnale, media tra i bin e tra gli spettri siano ugualmente importanti per il calcolo della potenza. In conclusione, stabilito un numero di campioni, è sempre bene eseguire una corretta media tra i bin insieme, e non unicamente, a quella tra gli spettri per avere un errore ridotto.

Indice

1	Introduzione	1
2	Il sistema di Saturno e la missione Cassini-Huygens	3
2.1	Il signore degli anelli	4
2.2	Titano	6
2.2.1	Caratteristiche geologiche ed atmosferiche	6
2.3	Cassini-Huygens	8
2.3.1	Panoramica della missione	8
2.3.2	Sottosistemi e strumenti scientifici di bordo	9
3	Radar bistatico	13
3.1	Geometria dell'esperimento BSR	13
3.2	Rugosità superficiale	15
3.3	Costante dielettrica	16
3.4	Esperimento BSR su Titano	18
3.4.1	Confronto tra superfici solide e liquide	18
4	Simulazione eco bistatico	21
4.1	Signal processing	21
4.2	Algoritmo per generare l'eco	24
4.3	Ottimizzazione del calcolo della potenza	28
5	Risultati del processing	31
5.1	Variazione dell'integration time	31
5.2	Media tra i bin e tra spettri	33
	Conclusioni	36
	Bibliografia	39

Elenco delle figure

2.1	Realizzata il 28 ottobre 2016 è uno degli ultimi scatti di Saturno e dei suoi anelli da parte di Cassini prima del termine della missione. Crediti: National Aeronautics and Space Administration/Jet Propulsion Laboratory-Caltech/Space Science Institute	4
2.2	Immagine degli anelli di Saturno catturata dalla sonda Cassini il 25 aprile 2007 a circa 725000 km dal pianeta. Crediti: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute	5
2.3	Titano, il corpo più grande, e Dione, il corpo più piccolo, entrambi davanti a Saturno. Questo scatto è stato ottenuto combinando filtri spettrali rosso, verde e blu per creare una visuale a colori naturali. Crediti: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute	6
2.4	Frutto di 13 anni di dati acquisiti dal Visual and Infrared Mapping Spectrometer (VIMS), strumento della sonda Cassini, queste 6 immagini rappresentano alcune delle più chiare viste di Titano prodotte fino ad oggi. Pubblicata il 18 luglio 2018 permette di avere una visuale ad alta risoluzione della complessa superficie del satellite e delle sue peculiarità geologiche, grazie all'utilizzo di una tecnica di false coloring che permette di evidenziare dettagli che altrimenti non sarebbero visibili. Crediti: NASA/JPL-Caltech/University of Nantes/University of Arizona	7
2.5	La traiettoria eseguita da Cassini per arrivare al sistema di Saturno. Crediti: NASA/JPL-Caltech	9
2.6	Cassini viene posizionata sull'adattatore per il sistema di lancio, il quale verrà successivamente collegato al lanciatore. Crediti: NASA/JPL-Caltech	11
3.1	L'immagine, presa da [10], rappresenta la geometria di un esperimento di radar bistatico in configurazione downlink. \mathbf{r} e \mathbf{t} rappresentano i vettori posizione del ricevitore e del trasmettitore rispettivamente. Si noti anche che la sonda ha una velocità \mathbf{v} . Gli angoli Φ_i e Φ_s sono noti come angolo d'incidenza e di riflessione, quando $\Phi_i = \Phi_s$ si ha una diffusione speculare.	13
3.2	Propagazione del segnale in varie direzioni. Si può notare un terzo angolo prima non visibile, oltre agli angoli d'incidenza e riflessione, noto come angolo azimutale Θ_a . L'immagine è stata presa da [12].	14
3.3	Rappresentazione della geometria dell'esperimento bistatico, presa da [12]. Il segnale trasmesso è polarizzato circolarmente in senso antiorario (RCP), mentre la riflessione, che giace sullo stesso piano del segnale in arrivo ($\Theta_i \approx \Theta_r$, quasi-speculare), è costituita da due componenti polarizzate ortogonalmente (RCP,LCP).	15

3.4	A sx: Rappresentazione della traccia a terra del punto speculare sulla superficie di Titano, durante l'osservazione del flyby T101. I numeri, invece, sono punti d'interesse. A dx: Grafico del rapporto picco-rumore, con le componenti LCP e RCP in banda X. I numeri sulla sinistra sono rappresentati anche qui. Immagini prese da [12].	18
3.5	Esempi di echi da superfici solide (a destra) e liquide (a sinistra). I due grafici, rappresentano le componenti LCP e RCP in banda X dei punti 1 e 3 mostrati in Figura 3.4. Ognuno dei due spettri è normalizzato rispetto al rumore. I plot sono stati presi da [12]	19
4.1	Rappresentazione di un segnale reale nel dominio del tempo e della relativa PSD. In questo caso si è preso $f_c = 5Hz$, $\phi_0 = 0$, $f_s = 20Hz$ e un $it = 60s$. Poiché l'ampiezza di banda è ottenibile come $\pm \frac{f_s}{2}$, si capisce il perché lo spettro vada $-10Hz$ a $+10Hz$	22
4.2	Rappresentazione di un segnale complesso nel dominio del tempo e della relativa PSD. Sono stati usati gli stessi valori di prima per definire il segnale. Si noti che in questo caso è presente anche la parte immaginaria.	23
4.3	Power Spectral Density di forma gaussiana centrata a 250 Hz. In questo caso il picco raggiunge 50 Hz mentre l'FWHM vale 30 Hz.	25
4.4	Rappresentazione nel dominio del tempo del segnale sporcato. E' stato utilizzata una SNDR di 15 dBHz ed un integration time di 20 s. Si noti come siano rappresentate, essendo un segnale complesso, sia la parte reale che immaginaria.	26
4.5	Plot della PSD a due diversi valori di SNDR (a sinistra vale 15 dBHz mentre a destra 30 dBHz). In entrambi i casi si è usato $it = 20$ s ed un $ct = 60$ s.	27
4.6	Valore delle potenze del segnale nelle varie iterazioni. La linea rossa rappresenta la potenza teorica, mentre quella tratteggiata verde è la media di tutte e 10000 le iterazioni. Infine, il riquadro blu è l'errore commesso durante il procedimento.	28
4.7	Plot della PSD in cui sono stati rappresentati i limiti entro i quali si esegue l'integrazione (linee verticali rosse). Il tratto evidenziato in giallo è la zona dove, invece, si sta integrando il rumore.	29
4.8	Valore delle potenze del segnale nelle varie iterazioni. Si sono mantenuti tutti i parametri, quali it , SNDR e ct invariati. Rispetto alla Figura 4.6, il riquadro viola è decisamente più piccolo, garantendo minor incertezza nelle misure.	29
5.1	Come nelle Figure 4.6 e 4.8, si è rappresentato l'andamento della potenza dopo 10000 iterazioni a diversi integration time. La linea rossa è il valore della potenza teorica mentre la linea tratteggiata verde è la media delle iterazioni. Il riquadro viola l'errore commesso dalle misure.	31
5.2	Barre d'errore a differenti valori di integration time. I due plot differiscono solo per il valore di SNDR, in un caso uguale a 15 dBHZ (in alto) e nell'altro a 35 dBHZ (in basso).	32
5.3	Il grafico prende in input una serie di integration time e di count time e mostra come varia l'errore percentuale. Parte del grafico è intenzionalmente bianco perché non è possibile avere it maggiori di ct	33

5.4	Ingrandimento della Figura 5.3 per bassi valori di it e ct . Si noti come l'errore sia decisamente più elevato.	34
5.5	Le barre d'errore sono state calcolate per diversi valori di it , considerando un count time di 120 secondi. I valori di it scelti sono: 1 s, 15 s, 30 s, 60 s e 120 s.	35
5.6	Anche in questo caso le barre d'errore sono state ottenute per diversi valori di it considerando un certo count time. Gli integration time scelti coincidono con quelli utilizzati in precedenza con la sola aggiunta di 0.5 s.	35

Elenco delle tabelle

2.1	Sottosistemi della sonda	10
-----	------------------------------------	----

Acronimi

ASI	Agenzia Spaziale Italiana
BIU	Bus Interface Unit
BSR	Bistatic Scatterometer Radar
CDA	Cosmic Dust Analyzer
CIRS	Composite Infrared Spectrometer
CPS	Cassini Plasma Spectrometer
DSN	Deep Space Network
EFC	Engineering Flight Computers
ESA	European Space Agency
FFT	Fast Fourier Transform
FWHM	Full Width Half Maximum
HGA	High Gain Antenna
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
INMS	Ion and Neutral Mass Spectrometer
ISS	Imaging Science Subsystem
JPL	Jet Propulsion Laboratory
LCP	Left Circularly Polarized
MAG	Magnetometer
NASA	National Aeronautics and Space Administration
PDS	Planetary Data System
PS	Power Spectrum
PSD	Power Spectral Density
RADAR	Radio Detection and Ranging

RCP	Right Circularly Polarized
RPWS	Radio and Plasma Wave Science
RSS	Radio Science Subsystem
RTG	Radioisotope Thermoelectric Generator
SNDR	Signal to Noise Density Ratio
SNR	Signal to Noise Ratio
SSPS	Solid-State Power Switches
UVIS	Ultraviolet Imaging Spectrograph
VIMS	Visual and Infrared Mapping Spectrometer

Capitolo 1

Introduzione

Le sonde inviate nello spazio, allo scopo di esplorare ciò che è presente al di fuori della Terra, sono in grado di raccogliere molteplici informazioni grazie ad una vasta gamma di strumenti ed esperimenti. In particolare, gli esperimenti di radio scienza permettono di studiare, attraverso l'utilizzo di onde radio, oggetti e fenomeni fisici. Sono suddivisi in due categorie: gravitazionali e di propagazione. Il primo tipo di esperimenti permette di dedurre la massa del corpo target e le componenti del suo campo gravitazionale. Esperimenti di propagazione, invece, consistono in occultazioni radio, in cui gli oggetti osservati durante l'occultazione includono le ionosfere planetarie, le atmosfere, il plasma solare e le comete. [2]

Tra gli esperimenti di propagazione, uno si concentra sull'osservazione della superficie di pianeti ed è chiamato esperimento di radar bistatico. Implementato in diverse missioni spaziali come la missione Cassini-Huygens, ha fornito un grande aiuto nella maggior comprensione di Titano, la luna più grande di Saturno, permettendo di incrociare i dati ottenuti con quelli provenienti da altri strumenti e comprendere meglio il ruolo giocato dagli idrocarburi liquidi sulla superficie del polo Nord di Titano.

Quando un segnale radio viene trasmesso in direzione della superficie di un pianeta bersaglio, le caratteristiche del terreno interagiscono con esso. Inoltre, la trasmissione è in una polarizzazione circolare, mentre la riflessione ha due polarizzazioni circolari ortogonali tra loro. Il rapporto tra le potenze delle due polarizzazioni permette di determinare la costante dielettrica, che è direttamente collegata alla composizione del materiale riflettente. L'obiettivo del lavoro è studiare come si possa ottenere un valore di potenza il più accurato possibile utilizzando un simulatore di echi bistatici. Il simulatore presentato in questo lavoro è stato costruito a partire da alcune ipotesi semplificative che verranno spiegate in seguito.

Per rappresentare al meglio ciò che è stato ottenuto sulla superficie di Titano si è scelto di utilizzare una gaussiana, curva a forma di campana e simmetrica rispetto alla frequenza di picco. Per analisi del primo ordine, permette di approssimare in modo soddisfacente segnali ricevuti da una generica superficie planetaria. [11] Perciò, utilizzando questa curva, si è sviluppato l'algoritmo che ha permesso, infine, di calcolare la potenza del segnale, sia rumoroso che puro. Il procedimento è stato ripetuto per un numero abbastanza grande di volte allo scopo di capire l'andamento della potenza. Una volta chiarito il suo comportamento, si è passati alla modifica vera e propria di alcuni parametri del signal processing.

Per poter ottenere un valore di potenza accurato, infatti, il segnale deve essere prima rielaborato in modo appropriato. Una volta che quest'ultimo viene riflesso e ricevuto dalle stazioni sulla Terra o dalla sonda, viene processato in modo da ottenere le informazioni desiderate. Questa fase viene chiamata *signal processing* in inglese, ed è estremamente importante per ottenere dei risultati chiari ed utili. A guidare l'elaborazione del segnale ci sono diversi parametri che possono impattare la qualità del risultato finale.

Si sono andati a modificare, ad esempio, l'*integration time*, il *count time* e la media tra i bin, analizzando il loro impatto sull'accuratezza della misura. Per garantire un risultato affidabile, è fondamentale che il valore di potenza ottenuto sia il più vicino possibile a quello teorico atteso e che l'incertezza associata sia minimizzata. Durante il calcolo della potenza, infatti, viene commesso un errore che si è cercato di ridurre al minimo. Quindi, per ottimizzare la qualità delle misure, si è cercato di individuare il miglior compromesso tra i parametri enunciati precedentemente.

L'elaborato è strutturato in diversi capitoli i quali contengono sia informazioni preliminari ma soprattutto il modo in cui si è operato per raggiungere i risultati. L'algoritmo sviluppato insieme ai grafici presentati, sono stati implementati con l'ausilio del software Python.

In particolare, nel capitolo 2 vi è la descrizione del sistema planetario di Saturno, con un occhio di riguardo verso Titano. Verranno spiegate brevemente alcune caratteristiche geologiche ed atmosferiche del gigante gassoso e della sua luna più grande. Inoltre, verrà fatta una breve panoramica della missione Cassini-Huygens, le diverse fasi che ha affrontato la sonda negli anni in attività ed alcuni cenni sui sottosistemi e sugli strumenti montati a bordo. Nel capitolo 3 è stato spiegato il radar bistatico, il suo funzionamento, alcune delle grandezze ricavabili e i risultati che sono stati ottenuti da Cassini osservando la superficie di Titano. I capitoli 4 e 5 rappresentano il cuore di questo lavoro. Il primo dei due consiste nell'analisi dell'algoritmo, come è stato costruito, il perché di certe scelte, i grafici ottenuti e come è stato ottimizzato. Il secondo riguarda l'illustrazione dei risultati e le conclusioni che si possono trarre da ciò che è stato ottenuto.

Capitolo 2

Il sistema di Saturno e la missione Cassini-Huygens

Il sistema di Saturno comprende una varietà di entità estremamente complesse e, nondimeno, spettacolari che lo rendono probabilmente il più affascinante del sistema solare. A costituire questo sistema possiamo includere:

- Il pianeta Saturno, gigante gassoso che condivide diverse caratteristiche con il suo vicino Giove.
- Gli anelli, elementi distinguibili del sistema e originati dai detriti di una o più lune polverizzate dall'impatto con asteroidi o comete.
- Una moltitudine di lune, le cui dimensioni sono estremamente variabili. Quelle più grandi hanno tipicamente forma sferica mentre le più piccole hanno geometrie irregolari e di svariati tipi. Titano, Encelado, Dione, Giapeto sono solo alcune delle 146 lune che orbitano attorno a Saturno, e molte altre aspettano di essere scoperte. [4]
- L'enorme magnetosfera di Saturno, più piccola di quella di Giove eppure, 578 volte più potente di quella della Terra. Formatasi dall'incontro del vento solare, costituito da particelle elettricamente cariche come elettroni e fotoni, con il campo magnetico del pianeta, viene alimentata dai materiali, come il plasma, espulsi dalle attività geologiche su Encelado. Tali materiali, sembrerebbero influenzare anche la rotazione del campo magnetico del pianeta rallentandone la velocità. Una magnetosfera così potente esercita una forte influenza sull'ambiente circostante Saturno proteggendo, non solo il pianeta, ma anche i satelliti vicini, dalle particelle più pericolose emesse dal Sole o da altri fenomeni spaziali. [4]

Le sonde Cassini ed Huygens, in tutto ciò, hanno fornito una notevole quantità di dati, ampliando, e di molto, la nostra comprensione di questo sistema planetario rispetto alle precedenti sonde che lo avevano visitato. [8] Infatti, se Huygens è stata sganciata su Titano poco dopo l'arrivo nel sistema, Cassini ha continuato ad orbitare per 13 anni. Nel corso della loro missione hanno effettuato esperimenti su molteplici aspetti di Saturno e delle sue lune. Per avere, quindi, un quadro più chiaro sui risultati che verranno utilizzati in seguito, in questo capitolo, verrà fatta

una breve panoramica sulle caratteristiche del pianeta, di Titano e della missione che ha permesso tutto questo.

2.1 Il signore degli anelli

Saturno è il secondo pianeta più grande del sistema solare e il sesto in ordine di distanza dal Sole. E' uno dei corpi più luminosi del cielo e fu osservato per la prima volta da Galileo Galilei nel 1610, nello stesso anno in cui puntò il suo telescopio verso Giove e le sue lune.

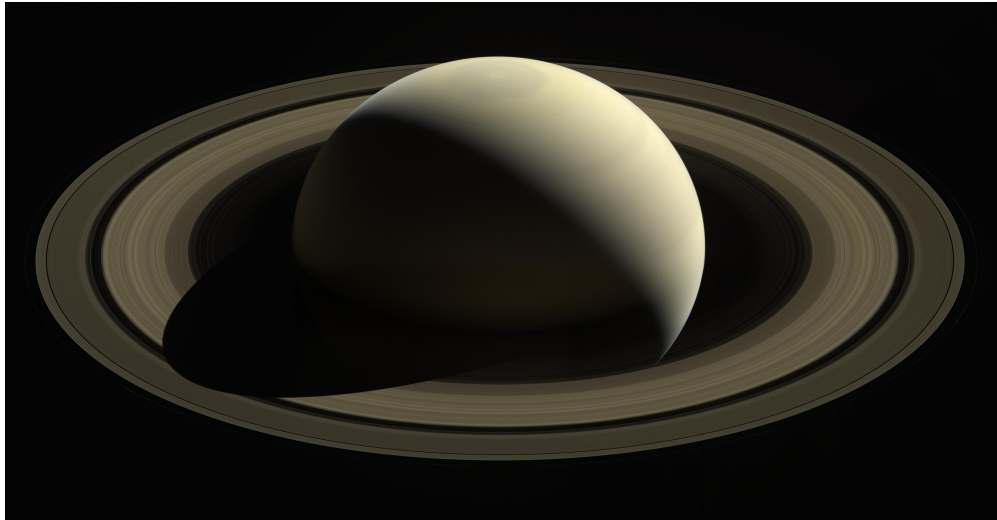


Figura 2.1: Realizzata il 28 ottobre 2016 è uno degli ultimi scatti di Saturno e dei suoi anelli da parte di Cassini prima del termine della missione. Crediti: National Aeronautics and Space Administration/Jet Propulsion Laboratory-Caltech/Space Science Institute

Composto per la maggior parte di elio ed idrogeno, è privo di una superficie solida nel senso comune del termine. Per questo, come il suo vicino Giove, rientra nel novero dei "giganti gassosi". Nonostante la sua massa non raggiunga il 30% di quella gioviana, il pianeta è solo leggermente più piccolo, rendendo la sua densità media inferiore a quella di qualsiasi altro corpo del sistema solare. [1] Nonostante la densità, però, sia molto bassa ciò non toglie che non si raggiungano pressioni estremamente elevate. Man mano che si scende in profondità, circa 30000 km, l'idrogeno passa dallo stato liquido a quello metallico con temperature di 3.000 K e 1,4 milioni di atmosfere. [4]

Questo strato di idrogeno liquido insieme a materiali rocciosi e altri composti solidificati circonda un nucleo di ferro e nickel. Nonostante un nucleo solido Saturno non ha una vera e propria superficie essendo costituito principalmente da gas vorticosi e liquidi nelle sue profondità. Una sonda spaziale non solo non riuscirebbe ad atterrare ma non potrebbe nemmeno attraversare l'atmosfera indenne. Le pressioni e le temperature estreme schiaccerebbero, fonderebbero e vaporizzerebbero qualsiasi veicolo spaziale che tentasse di penetrarvi. [1]

Una spessa coltre di foschie, circa 70 km in cui avvengono reazioni fotochimiche in particolare del metano, nasconde gli strati più interni di Saturno. Questo velo

è sede di tempeste, correnti a getto e venti che superano i 500 metri al secondo. In particolare, nel polo nord del pianeta è presente una corrente a getto a forma esagonale estesa per 30000 km al cui interno, si trova una gigantesca tempesta rotante con venti fino a 322 km/h rendendola un unicum nel sistema solare. [4]

A circondare Saturno, ci sono i suoi anelli. Costituiti da residui di comete ed asteroidi ma anche di materiale proveniente dalle lune che orbitano il pianeta si estendono per più di 282000 km, due terzi della distanza Terra-Luna, anche se il loro spessore è relativamente ridotto (alcune decine di metri). [3] Le particelle che li vanno a costituire, per lo più ghiaccio e roccia uniti con altri materiali come polvere, hanno dimensioni estremamente variabili, da quelle di granuli fino a quelle di montagne. Gli anelli sono stati chiamati in ordine alfabetico in base all'ordine di scoperta (per il momento vanno da A a G) e sono molto vicini l'uni agli altri con l'eccezione di una zona nota come divisione di Cassini, circa 4700 km, che divide gli anelli A e B. [1]

Il dinamismo di queste strutture è ben esemplificato dal fatto che, in passato, aggregazioni temporanee di materiale sono state confuse con nuovi satelliti o altri già scoperti. [3] La ripartizione degli anelli, inoltre, corrisponde anche a delle differenze fisiche, oltre che geometriche ed osservative. Ad esempio, nella parte esterna dell'anello B, gli anelli sono costituiti da corpi con dimensioni tipiche di 5-10 cm. Gli inevitabili attriti che si creano provocano il lento decadimento della loro orbita fino alla caduta sul pianeta. L'anello C, invece, è costituito da corpi mediamente molto maggiori, con dimensioni anche di 8-10 metri, che resistono meglio al processo di decadimento orbitale. [5]

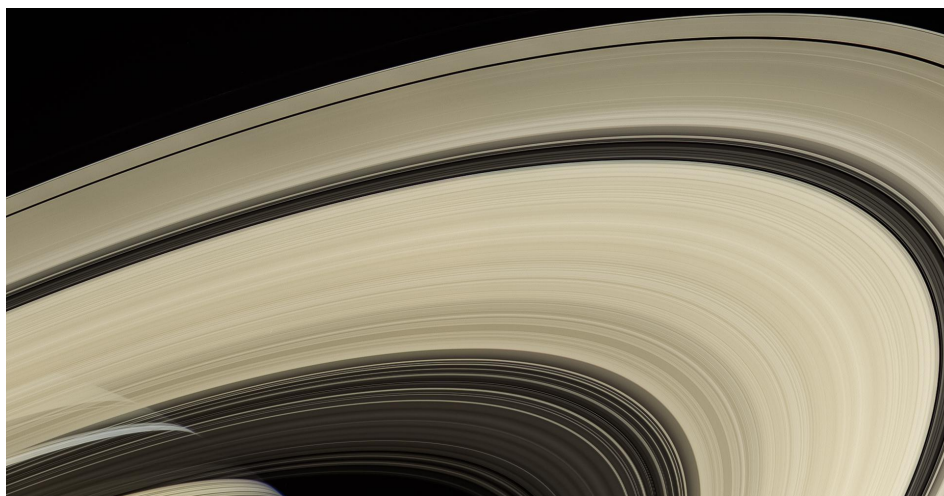


Figura 2.2: Immagine degli anelli di Saturno catturata dalla sonda Cassini il 25 aprile 2007 a circa 725000 km dal pianeta. Crediti: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute

Tutti i fattori enunciati rendono il pianeta non adatto alla vita come la conosciamo. Temperatura, pressione e i materiali che lo caratterizzano sono troppo estremi e volatili affinché qualche tipo di organismo possa adattarvisi. Nonostante Saturno non possa ospitare alcun tipo di essere vivente, lo stesso non si può dire di diverse delle sue lune, le quali potrebbero possedere le condizioni in grado di permettere la vita.

2.2 Titano

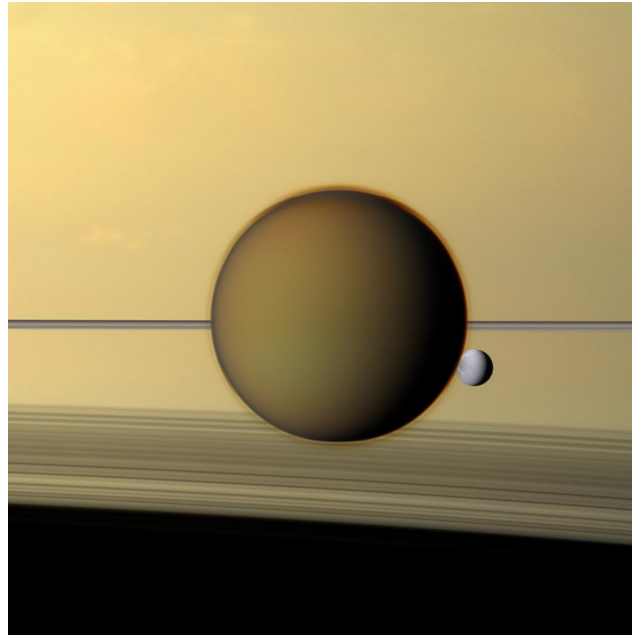


Figura 2.3: Titano, il corpo più grande, e Dione, il corpo più piccolo, entrambi davanti a Saturno. Questo scatto è stato ottenuto combinando filtri spettrali rosso, verde e blu per creare una visuale a colori naturali. Crediti: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute

La luna più grande del sistema di Saturno, le cui dimensioni sono paragonabili a quelle di Mercurio, fu osservata per la prima volta dallo scienziato olandese Christian Huygens nel 1655, il quale notò una piccola "stella" ad ovest di Saturno. Le sue caratteristiche furono oggetto di dibattiti e di idee discordanti fino a quando una delle sonde Pioneer, Pioneer 11 nel 1979, e le sonde Voyager, Voyager 1 nel 1980 e Voyager 2 nel 1981, non visitarono il sistema. Scoprirono che il componente principale dell'atmosfera era l'azoto molecolare, con una piccola percentuale di metano, e che uno strato di smog giallastro nascondeva la superficie del satellite. Quest'ultima rimaneva uno dei grandi interrogativi che aleggiavano su Titano, tant'è che alcuni scienziati ipotizzarono, addirittura, che al di sotto della coltre di smog ci potessero essere complesse molecole organiche. [6] Molte di queste domande ebbero una risposta con l'arrivo, nel 2004, della missione Cassini-Huygens, che permise di ottenere una mappatura della superficie di Titano, una migliore comprensione delle reazioni chimiche che avvengono nella sua atmosfera, la scoperta di mari e laghi liquidi di metano ed etano e l'individuazione di un oceano al di sotto della crosta ghiacciata della luna. [7]

2.2.1 Caratteristiche geologiche ed atmosferiche

Titano ha una crosta ghiacciata anche se tracce di ghiaccio d'acqua non sono facilmente rilevabili a causa della dispersione e dell'assorbimento atmosferico che ostacolano le osservazioni, così come della presenza di molecole organiche sulla superficie. L'atmosfera dominata da azoto e metano rende difficili le osservazioni

ottiche dirette, tranne a certe lunghezze d'onda dove l'assorbimento del metano è debole. Come mostrato in Figura 2.4, l'uso del VIMS di Cassini è stato determinante per ottenere delle immagini nitide della superficie. [8]

Esperimenti condotti nel corso degli anni hanno portato alla conclusione che la composizione della superficie di Titano sia da attribuire per la maggior parte al ghiaccio d'acqua nelle latitudini polari mentre in quelle equatoriali a dominare sembrerebbe un materiale scuro sconosciuto. Sono presenti innumerevoli montagne e dune sparse per il satellite. Queste ultime, osservabili nelle regioni equatoriali, sono composte non da silicati come sulla Terra, ma da particelle di ghiaccio d'acqua insieme a molecole di idrocarburi. Si trovano anche crateri e canali che suggeriscono l'azione di erosione da parte di idrocarburi liquidi che forse un tempo scorrevano sulla superficie della luna, anziché rimanere circoscritti in ampi bacini. [8]

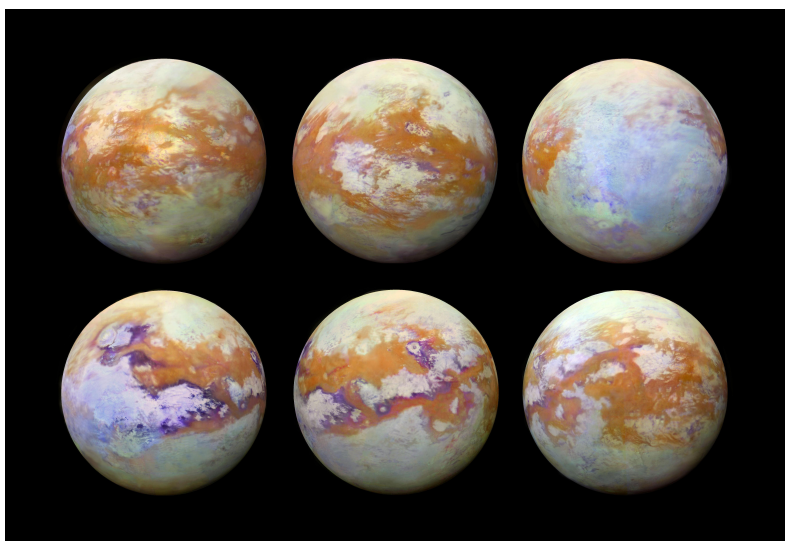


Figura 2.4: Frutto di 13 anni di dati acquisiti dal Visual and Infrared Mapping Spectrometer (VIMS), strumento della sonda Cassini, queste 6 immagini rappresentano alcune delle più chiare viste di Titano prodotte fino ad oggi. Pubblicata il 18 luglio 2018 permette di avere una visuale ad alta risoluzione della complessa superficie del satellite e delle sue peculiarità geologiche, grazie all'utilizzo di una tecnica di false coloring che permette di evidenziare dettagli che altrimenti non sarebbero visibili. Crediti: NASA/JPL-Caltech/University of Nantes/University of Arizona

Una vasta estensione di idrocarburi liquidi ricopre centinaia di migliaia di chilometri quadrati dando origine a veri e propri mari. Queste superfici liquide sono situate alle latitudini polari, con il 97% della loro area complessiva concentrata nel polo nord del satellite. In questa regione si trovano 3 grandi mari che racchiudono la maggior parte di liquido presente su Titano: Kraken Mare ($5.0 \times 10^5 \text{ km}^2$), Ligea Mare ($1.3 \times 10^5 \text{ km}^2$) e Punga Mare ($6.1 \times 10^4 \text{ km}^2$). Nel polo sud, l'unico di grandi dimensioni è l'Ontario Lacus ($1.6 \times 10^4 \text{ km}^2$). [8] Sia i laghi che i mari sono costituiti per lo più da metano o, più in generale, da miscele di azoto, metano ed etano in proporzioni differenti. Per la maggior parte del tempo durante le osservazioni, sono risultati essere estremamente piatti, con deviazioni della superficie dell'ordine dei millimetri. Ciò è stato interpretato come un'assenza di vento o di correnti in grado di generare onde o qualche tipo di increspatura. Al di sotto della crosta ghiacciata

superficiale, inoltre, è stato scoperto quello che sembrerebbe essere un oceano di acqua ed ammoniacca. [8]

Per quanto riguarda l'atmosfera di Titano, la sonda Huygens ha confermato, come già detto, la composizione di azoto e metano. Successivamente, Cassini ha svelato la presenza di propilene e acido cianidrico. Questa varietà di sostanze chimiche, da molecole semplici come l'idrogeno fino a quelle più complesse, va a formare la coltre di smog che circonda la luna. [7]

2.3 Cassini-Huygens

Battezzata come "discovery machine" dagli scienziati, ha rivoluzionato la nostra conoscenza del sistema di Saturno attraverso i suoi 13 anni di vita operativa, permettendo di raccogliere una quantità senza precedenti di dati e di immagini con una chiarezza mai visti prima, rendendola uno dei capitoli più prolifici nell'ambito dell'esplorazione planetaria. Grazie alle informazioni raccolte, sono stati pubblicati più di 4000 articoli scientifici che coprono 5 macroaree: Titano, i satelliti ghiacciati, Saturno, gli anelli e la magnetosfera del pianeta. Nonostante siano passati oltre 7 anni dal momento in cui la missione è ufficialmente terminata, la mole di dati è talmente elevata che, per analizzarli in modo esaustivo, sarà necessario molto altro tempo. I traguardi raggiunti sono stati possibili grazie ad uno sforzo combinato di scienziati provenienti da 3 continenti, rendendo Cassini-Huygens il primo progetto ad avere una portata veramente globale.

2.3.1 Panoramica della missione

Frutto di una collaborazione tra la National Aeronautics and Space Administration (NASA), l'European Space Agency (ESA) e l'Agenzia Spaziale Italiana (ASI) e di diversi partner industriali la missione si componeva dell'orbiter Cassini che avrebbe, per l'appunto, orbitato attorno a Saturno e le sue lune e il lander Huygens, progettato dall'ESA e il cui obiettivo era atterrare su Titano. Il viaggio cominciò il 15 Ottobre 1997 da Cape Canaveral, mentre i successivi 7 anni servirono alla sonda per arrivare al sistema di Saturno. Sfruttò 4 gravity assist¹, eseguendo due flyby attorno a Venere, uno attorno alla Terra e uno attorno a Giove come mostrato in Figura 2.5. Questa traiettoria era necessaria alla luce dell'elevato peso dello spacecraft che non rendeva possibile l'immissione in un percorso diretto verso Saturno.

Cassini entrò nell'orbita di Saturno l'1 Luglio 2004 dando il via alla missione vera e propria. A Gennaio 2005, dopo che la sonda Huygens eseguì la sua discesa sulla superficie di Titano, Cassini proseguì il suo tour di 4 anni del pianeta, dei suoi anelli e della sua magnetosfera attraverso 75 orbite attorno al gigante gassoso e 45 flyby di Titano. [8]

Il completo successo di questo tour portò la NASA ad estendere la missione una prima volta di 2 anni attraverso l'Equinox Mission, così chiamata perchè Cassini

¹Il gravity assist o fionda gravitazionale è una manovra che viene eseguita per trasferire momento dal pianeta allo spacecraft. Ciò risulta in un'accelerazione del veicolo spaziale e una decelerazione, infinitesimale vista la massa enormemente superiore, del pianeta permettendo quindi una riduzione dei consumi di propellente.

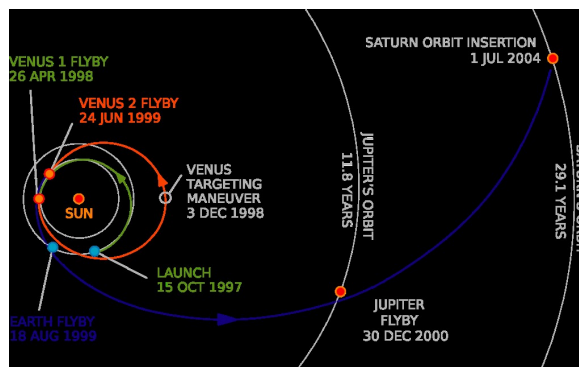


Figura 2.5: La traiettoria eseguita da Cassini per arrivare al sistema di Saturno. Crediti: NASA/JPL-Caltech

avrebbe osservato l'equinozio di Saturno (i raggi del Sole colpiscono perpendicolarmente l'Equatore del pianeta), e una seconda volta di ulteriori 7 anni con la Solstice Mission. Al termine di queste due missioni Cassini aveva osservato la maggior parte della stagione invernale e primaverile della parte settentrionale del pianeta.

Dopo due decenni nello spazio, la sonda terminò il suo viaggio con un'ultima spettacolare fase partita il 22 Aprile 2017 e durata cinque mesi: il Gran Finale. Questa fase consisteva in una serie di 22 orbite tra il pianeta e gli anelli (zona mai esplorata prima di allora) e permise di ottenere informazioni senza precedenti. Infine, il 15 settembre dello stesso anno, entrò nell'atmosfera del pianeta inviando dati fintanto che l'antenna rimase puntata verso la Terra, prese fuoco e si disintegrò. [9]

2.3.2 Sottosistemi e strumenti scientifici di bordo

L'orbiter Cassini era il più grande e il più sofisticato spacecraft, che avrebbe raggiunto lo spazio profondo. Al lancio, comprendendo anche la sonda Huygens, pesava 5574 kg, di cui più della metà era propellente liquido da utilizzare nelle prime fasi di volo. [8] La sonda era composta da 8 sottosistemi principali, come mostrato nella Tabella 2.1, che ne controllavano ogni aspetto e funzione:

Sottosistemi	Caratteristiche generali
Structure subsystem	Garantiva stabilità e resistenza alle sollecitazioni. Era costituito da un corpo principale per la maggior parte di alluminio, il "bus", il quale ospitava la maggior parte dei sistemi ingegneristici. Al vertice del modulo principale si trovava una High Gain Antenna (HGA) ² , seguita da un modulo a 12 compartimenti. Complessivamente la sonda raggiungeva quasi 7 metri di altezza.

²Un'antenna ad alto guadagno permette di trasmettere un segnale in un fascio molto stretto. Il guadagno, infatti, è una grandezza, funzione della direzione, che rappresenta l'amplificazione della potenza di un segnale espressa in decibel. E' il rapporto tra la potenza irradiata (o ricevuta) al centro del fascio e quella irradiata (o ricevuta) da un'antenna isotropica.

Power subsystem	Comprendeva tre generatori termoelettrici a radioisotopi (RTG) che permettevano di alimentare tutti i sistemi di bordo. Erano presenti anche 192 interruttori a stato solido (SSPS) per distribuire l'energia in modo sicuro ai vari carichi.
Command and Data subsystem	Gestiva i comandi, l'elaborazione dei dati, la telemetria e i servizi di cronometraggio grazie a due EFC. Ogni strumento o sottosistema aveva un'unità di interfaccia (BIU) in modo da ricevere ed inviare i comandi da e verso il computer centrale. Erano utilizzati due bus per affidabilità e ridondanza, ma solo uno era attivo alla volta.
Attitude and Articulation Control subsystem	Determinava e manteneva l'assetto stabilito contrastando le perturbazioni esterne. Per il primo obiettivo la sonda era dotata di sensori, star sensors, i quali, usando un catalogo di 3700 stelle, riuscivano a determinare l'orientamento della sonda. Per il controllo, invece, si utilizzavano piccoli propulsori e ruote di reazione.
Propulsion subsystem	Costituito da due sistemi indipendenti, a monopropellente e a bipropellente, permetteva alla sonda di eseguire tutte le manovre necessarie. Il sistema a monopropellente, alimentato ad idrazina, era utilizzato per il controllo lungo i 3 assi principali. Il bipropellente usava, invece, come combustibile la metilidrazina (MMH) mentre come comburente tetrossido di azoto (NTO).
Telecommunications subsystem	Cassini comunicava con la Terra, in banda X sia in uplink che in downlink, con il Deep Space Network della NASA. Il DSN dispone di tre complessi principali situati in Spagna, Australia e California che assicuravano che la sonda potesse essere monitorata continuamente e rendevano possibile la trasmissione di dati e di comandi per circa 9 ore al giorno.
Thermal control subsystem	Protegeva l'intero spacecraft combinando sia metodi attivi sia metodi passivi, inclusi strati isolanti e radiatori in grado di mantenere i vari strumenti a temperature operative ottimali. Erano presenti anche componenti per raffreddare attivamente l'elettronica.
Onboard Fault Protection	Considerata l'enorme distanza ed elevati tempi di trasmissione (superiori ad un'ora), Cassini doveva poter affrontare eventuali problemi autonomamente. I suoi computer avevano speciali routine per la protezione dai guasti, che permettevano alla sonda di entrare in modalità "safe" per garantire la sua stabilità fino a quando gli operatori a terra potessero intervenire.

Tabella 2.1: Descrizione dei sottosistemi della sonda Cassini e le loro caratteristiche principali



Figura 2.6: Cassini viene posizionata sull'adattatore per il sistema di lancio, il quale verrà successivamente collegato al lanciatore. Crediti: NASA/JPL-Caltech

Il payload di Cassini comprendeva un totale di dodici strumenti scientifici, mentre Huygens ne disponeva sei. Per quanto riguarda Cassini, la responsabilità di otto di questi strumenti ricadeva in team autonomi, i quali si occupavano anche dei relativi risultati. In questa categoria rientravano:

- **Cassini Plasma Spectrometer (CAPS)**, esplorò il plasma nelle vicinanze e all'interno del campo magnetico di Saturno.
- **Composite Infrared Spectrometer (CIRS)**, misurò l'energia infrarossa della superficie, dell'atmosfera degli anelli e delle lune del pianeta per capire temperatura e composizione del terreno.
- **Cosmic Dust Analyzer (CDA)**, studiò il ghiaccio e le particelle di polvere nel sistema.
- **Ion and Neutral Mass Spectrometer (INMS)**, esaminò particelle cariche e non su Titano, Saturno e le altre lune per avere una maggiore comprensione della loro atmosfera e ionosfera.
- **Magnetometer (MAG) e Magnetospheric Imaging Instrument (MI-MI)**, insieme si occuparono del campo magnetico del gigante gassoso e delle sue interazioni con il vento solare.
- **Radio and Plasma Wave Science (RPWS)**, investigò le onde di plasma, le emissioni di energia e di polvere

- **Ultraviolet Imaging Spectrograph (UVIS)**, misurò l'energia ultravioletta degli anelli e dell'atmosfera in modo da capire la loro struttura e composizione chimica.

Gli altri quattro invece, denominati "facility instruments" e costruiti dal Jet Propulsion Laboratory, erano usati dal team scientifico di Cassini:

- **Imaging Science Subsystem (ISS)**, scattò innumerevoli foto nel visibile ma anche nel vicino infrarosso e ultravioletto.
- **RADAR**, riuscì a mappare la superficie di Titano ed anche l'altezza di molti elementi superficiali nonostante la coltre di smog del satellite.
- **Visible and Infrared Mapping Spectrometer (VIMS)**, identificò la composizione chimica delle superfici, degli anelli, dell'atmosfera grazie al calcolo della luce (sia visibile che infrarossa) emessa e riflessa.
- **Radio Science Subsystem (RSS)**, eseguì tutti gli esperimenti di radio scienza tra cui quelli di radar bistatico, oggetto di questo lavoro di tesi. Più in generale, lo strumento si concentrò sullo studio degli anelli, della gravità, dell'atmosfera ed anche della struttura interna di Saturno e delle sue lune attraverso la misurazione delle variazioni delle onde radio emesse dallo spacecraft.

Le informazioni citate nei paragrafi 2.1 e 2.2 sono state ottenute grazie alle osservazioni compiute da tutti questi strumenti ed analizzate dai relativi team scientifici. Anche gli esperimenti di radio scienza, come già detto, hanno fornito preziose informazioni sul pianeta e non solo. L'esperimento di radar bistatico, in particolare, ha permesso di capire molto su composizione e rugosità della superficie di Titano, con importanti differenze tra superfici solide e liquide. Nel prossimo capitolo verranno analizzate più in dettaglio le caratteristiche di questo esperimento ed i risultati che è riuscito ad ottenere attraverso l'osservazione di Titano.

Capitolo 3

Radar bistatico

Il radar bistatico (BSR) è uno dei modi più efficaci per studiare da remoto superfici planetarie, permettendo di stimare la struttura fisica, le proprietà elettriche ma anche la densità dell'obiettivo nell'ordine delle lunghezze d'onda dei segnali trasmessi (centimetri e metri). In questo tipo di geometria il trasmettitore e il ricevitore sono separati da una distanza non trascurabile, a differenza del radar monostatico, in cui essi si trovano nella stessa posizione. Questa separazione permette di non dover incorporare tutto l'esperimento sullo spacecraft, riducendo così complessità e peso a bordo. Inoltre, viene garantita una più completa caratterizzazione delle proprietà di diffusione, o scattering, del bersaglio rispetto ad una semplice retrodiffusione (backscattering), grazie anche alle elevate prestazioni di ricezione di una moderna struttura a terra, in caso di geometria a "downlink", la cui distinzione da quella ad "uplink" è spiegata nel paragrafo 3.1. [12]

3.1 Geometria dell'esperimento BSR

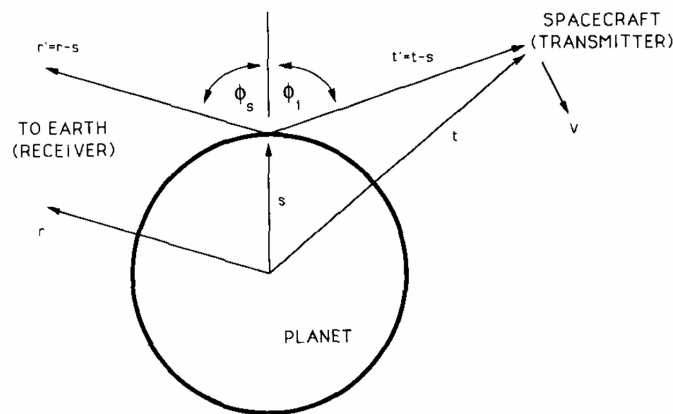


Figura 3.1: L'immagine, presa da [10], rappresenta la geometria di un esperimento di radar bistatico in configurazione downlink. \mathbf{r} e \mathbf{t} rappresentano i vettori posizione del ricevitore e del trasmettitore rispettivamente. Si noti anche che la sonda ha una velocità \mathbf{v} . Gli angoli Φ_i e Φ_s sono noti come angolo d'incidenza e di riflessione, quando $\Phi_i = \Phi_s$ si ha una diffusione speculare.

Nelle missioni interplanetarie, il trasmettitore si trova, solitamente, a bordo del veicolo spaziale mentre il ricevitore sulla Terra. Questa configurazione a "downlink", dal punto di vista della propagazione delle onde è identica alla modalità "uplink", in cui la trasmissione, in questo caso, parte dalla Terra e viene ricevuta dalla sonda dopo l'interazione con il pianeta. La configurazione a downlink è più semplice perché permette di eliminare i costi di sviluppo della strumentazione di bordo, rendendo inutile la necessità di memorizzare e trasmettere i dati grezzi di scattering verso la Terra. Una maggiore semplicità di implementazione e, soprattutto, l'ottenimento dei primi risultati soddisfacenti, hanno permesso una maggiore pianificazione di questo tipo di esperimento in differenti missioni, nonostante la configurazione ad uplink garantisca un maggior rapporto segnale rumore. Ciò è possibile perché mentre gli spacecraft possono trasmettere al più decine di Watt (W), le stazioni sono in grado di trasmettere decine di kW. La Figura 3.1 mostra, in modo schematico, la geometria dell'esperimento di BSR in modalità downlink.

La porzione di segnale che arriva effettivamente sulla Terra dipende dalle posizioni reciproche di trasmettitore, bersaglio e ricevitore. E' necessario, quindi, che l'antenna trasmittente sia puntata verso un punto preciso della superficie noto come punto speculare¹. In realtà, le antenne, l'HGA di Cassini in questo caso, illuminano non un punto bensì un'area di forma ellittica che circonda il punto speculare. L'interazione tra questa porzione di superficie illuminata ed un segnale, dipende da diversi parametri. Il processo di scattering può essere analizzato in ogni elemento infinitesimale dS dell'area illuminata, modellando il segnale come un fascio di raggi. La riflessione totale può essere vista come l'integrale di tutti questi contributi. [12]

La Figura 3.2 mostra come, dato un punto sulla superficie ed in base alle proprietà superficiali e all'orientamento del segnale in arrivo, la potenza venga in parte irradiata nella direzione speculare, in parte venga diffusa in avanti e all'indietro e un'altra parte venga assorbita dal terreno.

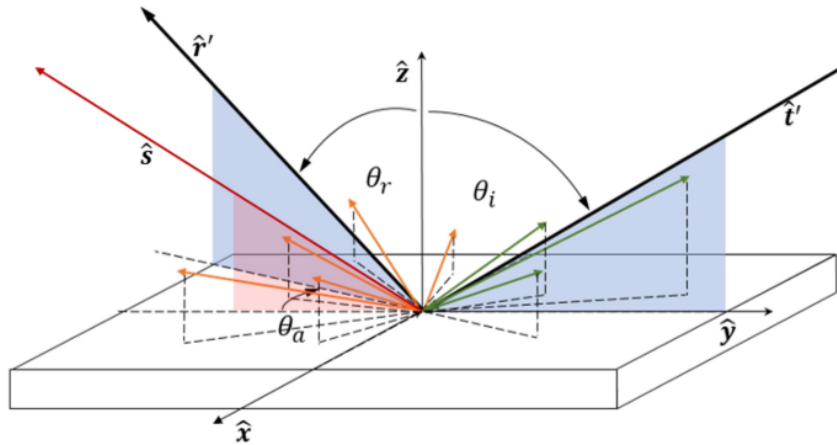


Figura 3.2: Propagazione del segnale in varie direzioni. Si può notare un terzo angolo prima non visibile, oltre agli angoli d'incidenza e riflessione, noto come angolo azimutale θ_a . L'immagine è stata presa da [12].

¹Il punto speculare è il punto in cui la riflessione avviene su un singolo piano ($\theta_a = 0$), e gli angoli di incidenza e riflessione sono uguali ($\theta_i = \theta_r$).

Un altro parametro, la radar cross section specifica σ_0 , permette di trovare la potenza ricevuta come funzione del punto di riflessione sulla superficie, delle direzioni di incidenza e di ricezione. Solitamente è scritta combinando diversi componenti di scattering che, per le superfici planetarie sono: lo scattering quasi-speculare σ_{QS} , associato a regioni lisce e omogenee, lo scattering diffuso σ_D , dovuto a terreni rocciosi e lo scattering volumetrico σ_V , prevalente nei terreni ghiacciati. La radar cross section si può, quindi, scrivere come:

$$\sigma_0 = \sigma_{QS} + \sigma_D + \sigma_V \quad (3.1)$$

Usando l'equazione 3.1 è possibile determinare la potenza dell'eco di un elemento superficiale infinitesimo dS come:

$$dP_r = \frac{P_t \cdot G_t}{4\pi \cdot |\mathbf{t}'|^2} \sigma_0 \frac{\lambda^2 \cdot G_r}{(4\pi)^2 \cdot |\mathbf{r}'|^2} dS \quad (3.2)$$

In cui P_t è la potenza trasmessa, G_t e G_r i guadagni in trasmissione e in ricezione, e λ la lunghezza d'onda. La potenza totale ricevuta sarà quindi l'integrale di questa equazione. [10]

3.2 Rugosità superficiale

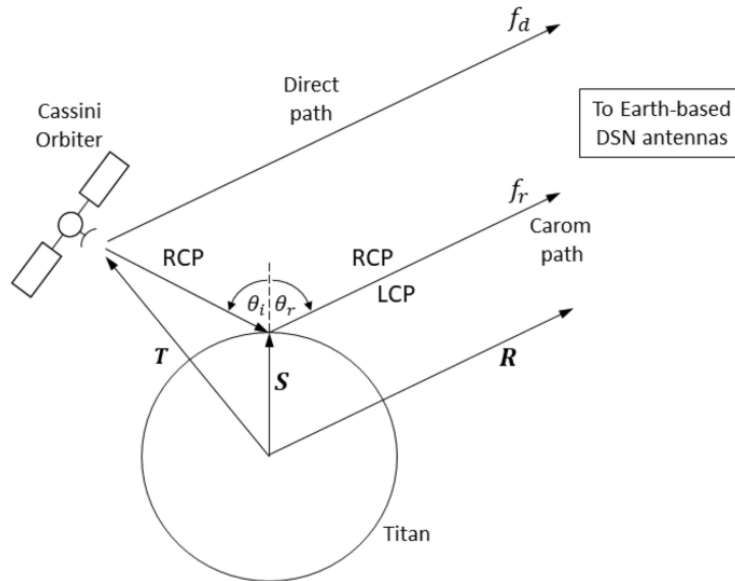


Figura 3.3: Rappresentazione della geometria dell'esperimento bistatico, presa da [12]. Il segnale trasmesso è polarizzato circolarmente in senso antiorario (RCP), mentre la riflessione, che giace sullo stesso piano del segnale in arrivo ($\theta_i \approx \theta_r$, quasi-speculare), è costituita da due componenti polarizzate ortogonalmente (RCP,LCP).

Un parametro importante determinabile dal radar bistatico è la rugosità della superficie. Essa può influenzare lo spettro del segnale in frequenza. Una superficie irregolare può essere descritta con diverse metriche, e quella che viene tipicamente usata nell'ambito degli esperimenti di radar bistatico è la RMS slope. L'RMS

surface slope è una misura utilizzata per descrivere la rugosità o la variabilità della pendenza di una superficie. "RMS", ossia "Root Mean Square", rappresenta una misura statistica della variazione di una superficie rispetto alla sua pendenza media.

Mentre lo spacecraft, l'antenna ricevente e l'obiettivo si stanno muovendo, la frazione del segnale che viaggia nel punto speculare subisce un Doppler shift (si veda equazione 3.3). Esso, rappresenta uno "spostamento" in frequenza che avviene in un'onda elettromagnetica a causa del moto relativo tra i corpi, in questo caso tra trasmettitore, ricevitore e Titano.

$$f_s = -\frac{1}{\lambda} \frac{d}{dt} \{|\mathbf{r}'| + |\mathbf{t}'|\} \quad (3.3)$$

\mathbf{t}' e \mathbf{t}' sono le posizioni del trasmettitore e del ricevitore rispetto al punto speculare. Non solo quest'ultimo punto genera uno shift in frequenza, anche i punti nelle sue vicinanze sono responsabili di questo effetto, risultando in una "dispersione" dell'eco. Il relativo Power Spectrum (PS) avrà una forma a campana il cui picco centrale corrisponde alla frequenza della carrier traslata dall'effetto Doppler nel punto speculare. Per superfici planetarie con distribuzione gaussiana è possibile determinare la pendenza superficiale RMS dall'half-power bandwidth, B, tramite la seguente formula:

$$B = 4\sqrt{\ln 2} \cdot (V_s \frac{\zeta}{\lambda}) \cos \theta \quad (3.4)$$

Dove ζ è la pendenza superficiale in radianti, V_s la velocità del punto speculare e θ l'angolo speculare. La rugosità superficiale può essere estratta dall'equazione 3.4, anche se, per essere coerenti, i contributi dai diversi tipi di diffusione dovrebbero essere separati, rendendo l'equazione valida solo per la parte di riflessione prettamente speculare. [12]

3.3 Costante dielettrica

Un altro parametro che influenza i valori di scattering è la costante dielettrica. Per capire quanto vale è necessario fare un passo indietro. Nonostante l'interesse nelle configurazioni crosslink ed uplink stia crescendo, la geometria maggiormente impiegata fino ad ora è quella a downlink, e Cassini non fa eccezione. La Figura 3.3 mostra un esperimento generico condotto dalla sonda, in cui si può notare come il segnale che raggiunge la Terra è formato da due componenti polarizzate che vengono ricevute in modo separato, mentre quello trasmesso ne aveva solo una. Quando un segnale di questo tipo viene riflesso dalla superficie di un pianeta, infatti, si vanno a generare due componenti altrettanto polarizzate e ortogonali tra loro. L'ampiezza di ognuna delle due parti è descritta dai coefficienti di riflessione di Fresnel, legati alla costante dielettrica (ϵ) e all'angolo speculare (θ) della geometria bistatica. [10] Per una polarizzazione lineare valgono:

$$R_{HH} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}} \quad (3.5)$$

$$R_{VV} = \frac{\epsilon \cos \theta - \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}}{\epsilon \cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}} \quad (3.6)$$

I moduli al quadrato delle due equazioni (3.5 e 3.6) possono essere interpretati come frazioni di potenza polarizzata VV (verticalmente) e HH (orizzontalmente) dopo una riflessione da parte di un terreno con costante dielettrica ϵ . [10] Considerando, però, che Cassini trasmetteva segnali polarizzati circolarmente e non linearmente, le due componenti riflesse saranno polarizzate SC (same-sense circular polarization), cioè nello stesso senso del segnale trasmesso, ed OC (opposite-sense circular polarization), ovvero con il segno opposto. Per questo tipo di polarizzazione valgono:

$$R_{SC} = \frac{R_{HH} + R_{VV}}{2} \quad (3.7)$$

$$R_{OC} = \frac{R_{HH} - R_{VV}}{2} \quad (3.8)$$

Per determinare ϵ , è necessario ottenere prima la riflettività della superficie $\eta(\theta)$. E' una grandezza definita come il rapporto tra l'effettiva potenza dell'eco e quella attesa da una superficie perfettamente conduttiva, ed è ottenibile per entrambe le polarizzazioni ortogonali come il quadrato dei coefficienti di riflessione della tensione di Fresnel. [10] Il rapporto tra potenze può essere facilmente legato a quello tra riflettività, considerato il fatto che la potenza attesa da una superficie perfettamente conduttiva non dipende dalla polarizzazione. In questo modo si ottiene:

$$\frac{P_{SC}}{P_{OC}} = \frac{P_{RCP}}{P_{LCP}} = \frac{\eta_{SC}}{\eta_{OC}} = \frac{|R_{SC}|^2}{|R_{OC}|^2} \quad (3.9)$$

Risolvendo il sistema tra l'equazione 3.9 e 3.5 è possibile determinare ϵ . I materiali di cui è composto Titano hanno costanti dielettriche che variano da 1.6-1.9 per idrocarburi liquidi, 3.1 per acqua ghiacciata, fino 8.6 per materiale meteoritico. [12]

Per ognuno di essi esiste un angolo d'incidenza, noto come angolo di Brewster, che rende il rapporto di potenza tra componenti polarizzate circolarmente uguale ad uno. Angoli d'incidenza vicini a 90° rendono i rapporti di potenza molto grandi, e un rapporto segnale-rumore inferiore per la componente polarizzata più debole aumenta l'inaffidabilità del calcolo della potenza totale riflessa. Su Titano l'angolo di Brewster ci si aspetta vari tra 51° - 65° , per cui, angoli d'incidenza al di fuori di questo range potrebbero produrre valori ingannevoli di costante dielettrica.

Da questa piccola descrizione su alcuni dei parametri del radar bistatico, risulta chiaro come, il calcolo della potenza, sia fondamentale per l'esperimento. Nella realtà quando si riceve un segnale, esso è una realizzazione rumorosa del segnale puro reale. La presenza di rumore introduce incertezza nella misura, e l'obiettivo di questo lavoro, attraverso l'elaborazione del segnale, è capire come garantire che il valore di potenza misurata sull'eco rumoroso sia il più possibile coerente e non incerto rispetto a quello reale della superficie riflettente. Come verrà mostrato successivamente la

modifica di certi parametri può influire notevolmente su questo obiettivo, con grosse differenze sia nel valore trovato che nella soglia d'incertezza.

3.4 Esperimento BSR su Titano

Cassini, tra marzo 2006 e novembre 2016, eseguì esperimenti di radar bistatico durante 13 dei flyby di Titano. Ogni flyby si componeva di una prima fase in avvicinamento al satellite e una fase in allontanamento. Inoltre, nel punto di massima vicinanza, in cui Cassini era nascosto rispetto alla Terra dietro a Titano, veniva eseguito un esperimento di occultazione radio. Durante questi flyby, l'HGA della sonda si concentrò sulle regioni equatoriali, a media latitudine e polari del satellite, con segnali monocromatici RCP trasmessi in 3 bande di frequenza: S, X, Ka. [13] I segnali ricevuti, poi, erano convertiti e digitalizzati dal DSN da ricevitori differenti a seconda del tipo di banda. Durante le osservazioni, Cassini veniva manovrata continuamente per mantenere il puntamento dell'antenna verso il punto speculare. Una cattiva esecuzione di questa operazione avrebbe prodotto una riduzione della potenza ricevuta sulla Terra, o una variazione della porzione di superficie illuminata. Le successive analisi dei dati acquisiti si sono rivelate coerenti con le informazioni ottenute dal RADAR altimetro e dal radiometro sulla composizione superficiale di Titano.

3.4.1 Confronto tra superfici solide e liquide

I dati grezzi delle due componenti polarizzate ortogonalmente sono sequenze di campioni complessi del segnale in arrivo. Nel corso degli esperimenti è stata utilizzata una frequenza di campionamento fissa di 16 kHz, mentre per l'elaborazione dei dati si è sfruttata la tecnica del periodogramma, basata sulla trasformata di Fourier. Si è cercato il miglior compromesso tra risoluzione spaziale sulla superficie, risoluzione in frequenza e rapporto segnale-rumore (SNR). [13]

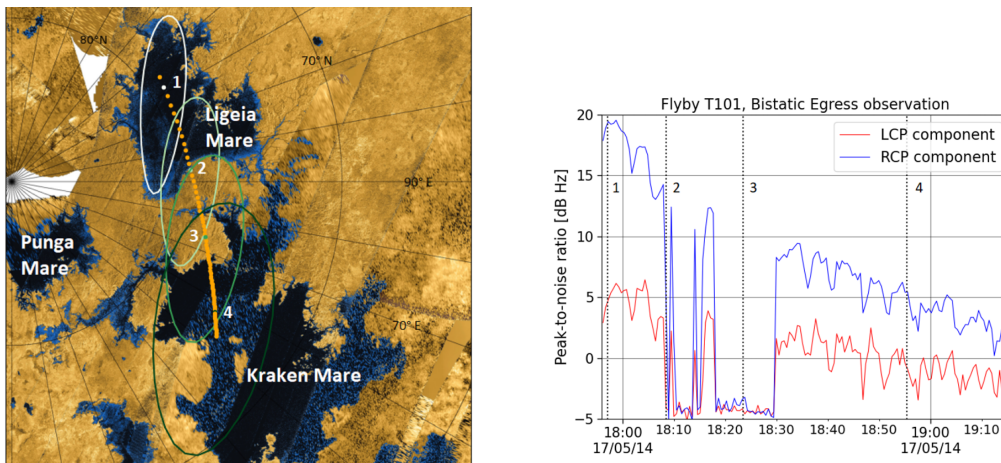


Figura 3.4: A sx: Rappresentazione della traccia a terra del punto speculare sulla superficie di Titano, durante l'osservazione del flyby T101. I numeri, invece, sono punti d'interesse. A dx: Grafico del rapporto picco-rumore, con le componenti LCP e RCP in banda X. I numeri sulla sinistra sono rappresentati anche qui. Immagini prese da [12].

In modo da ridurre la varianza delle stime, inoltre, sono state eseguite mediazioni nel tempo e nelle frequenze. Il rovescio della medaglia è che, mediazioni di questo tipo, portano ad una perdita di risoluzione rendendo più difficile caratterizzare una limitata porzione di superficie. Per misurare la dispersione degli echi, alla full-width-half-maximum (FWHM)², è stata adottata una funzione gaussiana, perché approssima la forma dell'eco in modo soddisfacente per un'analisi del primo ordine. [12]

Prendendo in considerazione l'osservazione bistatica durante il flyby T101, in cui sono stati sorvolati 2 dei 3 mari polari di Titano (si veda Figura 3.4), si può notare come la porzione di superficie illuminata dalla HGA comprenda due tipi di superfici.

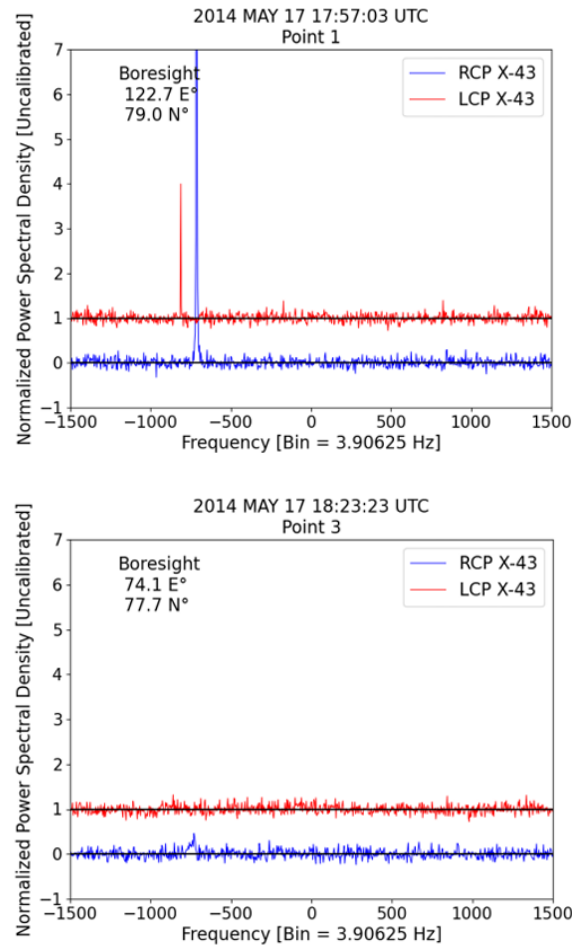


Figura 3.5: Esempi di echi da superfici solide (a destra) e liquide (a sinistra). I due grafici, rappresentano le componenti LCP e RCP in banda X dei punti 1 e 3 mostrati in Figura 3.4. Ognuno dei due spettri è normalizzato rispetto al rumore. I plot sono stati presi da [12]

Il plot, a destra della Figura 3.4, mostra in modo emblematico come si comporta la riflessione in corrispondenza di superfici liquide e solide. Il rapporto picco-rumore, nel primo caso, si mantiene abbastanza alto, mentre non appena il punto speculare

²Rappresenta l'intervallo di larghezza di un segnale, picco o impulso, calcolato come la distanza tra i punti in cui l'ampiezza del segnale scende al 50% del valore massimo, come verrà spiegato più in dettaglio successivamente.

dell'antenna si sposta una superficie solida il rapporto crolla immediatamente. In corrispondenza dei mari, dove la superficie è più liscia, e quindi la rugosità superficiale estremamente bassa, si ha una riflessione perfettamente speculare, permettendo di ottenere echi molto stretti con ampiezza elevata, come si può vedere nei punti 1 e 4 in Figura 3.4. Quando il punto speculare è su una superficie solida, come nei punti 2 e 3, , gli spettri non hanno alcun tipo di picco, e non mostrano riflessioni quasi speculari verso la Terra.

Come è stato spiegato, gli echi provenienti da superfici liquide sono facilmente rilevabili, mentre quelli da superfici solide no. Il fatto che non siano visibili è probabilmente dovuto alla rugosità superficiale. Anche laddove gli echi da solido siano visibili, sono estremamente deboli e rumorosi, per cui diventa cruciale quantificare l'incertezza delle misure di potenza eseguite, siccome tale grandezza è integrata sullo spettro. Se gli echi dai mari sono poco incerti quando si tratta di misurarne la potenza, al contrario quelli da solido, a causa di quanto detto, richiedono un'analisi più approfondita e rigorosa. Nei prossimi capitoli verrà analizzato come, in un ambiente simulato, modificare certi parametri può migliorare la stima di potenza del segnale, spiegando, inoltre, come si è costruito l'algoritmo per eseguire queste prove.

Capitolo 4

Simulazione eco bistatico

Nel capitolo precedente, si è visto come un segnale emesso da uno spacecraft, a seguito dell'interazione con la superficie di un pianeta bersaglio, viene riflesso. Per ottimizzare il valore di potenza garantendo, allo stesso tempo, il più piccolo errore possibile nella misura è necessario capire in che modo si possono combinare gli elementi di signal processing del segnale.

Prima però di affrontare questa discussione, è stato necessario ricreare un ambiente che potesse in qualche modo simulare gli echi di esperimenti BSR. Come osservato nei risultati di radar bistatico passati [10], l'eco da superfici planetarie può essere in prima approssimazione modellizzato come una curva gaussiana. Sfruttando questa peculiarità, dopo aver illustrato i concetti principali del signal processing, si è cominciato a costruire il simulatore, le cui caratteristiche verranno analizzate nel paragrafo 4.2.

4.1 Signal processing

Il signal processing (o elaborazione del segnale) è il campo che studia e manipola segnali per estrarre informazioni, migliorare la qualità dei dati, o preparare i segnali per applicazioni specifiche. La trasformazione (ad esempio dal dominio del tempo a quello delle frequenze), il filtraggio e l'analisi di questi segnali aiutano a isolare informazioni utili o a modificarne il contenuto in modo desiderato. [14] In questa sezione verranno approfonditi concetti basilari del processing, i quali saranno necessari per lo sviluppo del simulatore.

Per cominciare, un segnale può essere rappresentato sia nel dominio del tempo sia in quello delle frequenze grazie alle trasformate di Fourier. L'andamento di un'onda sinusoidale a seguito del passaggio nel dominio delle frequenze è quello di un Dirac¹.

Una distinzione importante è con il tipo di segnale con cui si ha a che fare. Si possono avere, infatti, segnali reali ma anche complessi. Segnali reali possono essere modellizzati nel seguente modo:

$$x(t) = A \cdot \cos(2\pi f_c t + \phi_0) \quad (4.1)$$

¹Formalmente noto come delta di Dirac, è una funzione matematica il cui integrale è unitario e che ha valore nullo ovunque tranne in un punto. In quel punto, inoltre, la funzione tende idealmente all'infinito.

In cui A è l'ampiezza della sinusoide, ϕ_0 la fase iniziale e f_c la frequenza. [15] Per passare, invece, al dominio delle frequenze è necessario applicare la trasformata di Fourier al segnale, quindi ad un certo numero di campioni, utilizzando la Fast Fourier Transform (FFT), implementazione numerica della trasformata. Per fare ciò si deve usare la funzione `fftshift` secondo la formula 4.2. [15]

Un parametro molto importante da tenere in considerazione è il tempo di integrazione o *integration time* (it). Esso è il periodo durante il quale un sistema raccoglie ed integra i dati di un segnale per migliorare la qualità della misura, ridurre il rumore, o aumentare la sensibilità. [14] Modificare l' it significa, perciò, cambiare il numero di campioni presi in considerazione. Inoltre, definire un certo *integration time* significa determinare un bin di un certo valore. Il bin rappresenta l'intervallo di frequenze coperto da un singolo campione dello spettro risultante dalla FFT. Maggiore è l' it , minore sarà la dimensione dei bin con miglioramenti nella risoluzione in frequenza (si ha infatti che $f_{bin} = \frac{1}{it}$, dove f_{bin} rappresenta proprio la dimensione del bin).

$$A_f = \frac{1}{N} |fftshift(fft(x(t)), Nfft)| \quad (4.2)$$

Un'altra grandezza rilevante al pari dell' it è la *sampling frequency* o frequenza di campionamento (f_s), la quale rappresenta il numero di campioni raccolti al secondo e determina la banda totale del segnale. Il prodotto tra f_s e it permette, infine, di determinare il numero totale dei campioni del segnale nel tempo (N). Grazie all'equazione 4.2 è possibile determinare l'ampiezza della sinusoide nel dominio delle frequenze. Nella formula, $Nfft$ rappresenta il numero di campioni dello spettro e può essere sia uguale che maggiore di N , e si determina moltiplicando f_s per zf , dove per zf si intende lo *zero-padding factor*. Tale fattore rivela la vera forma dello spettro pur non migliorando la qualità del processo di determinazione. [15] Nonostante lo *zero-padding factor* sia un parametro importante, in questo lavoro di tesi, non è stato considerato come grado di libertà, ma si è sempre tenuto uguale ad 1. Un esempio di segnale reale nel dominio del tempo è mostrato in Figura 4.1.

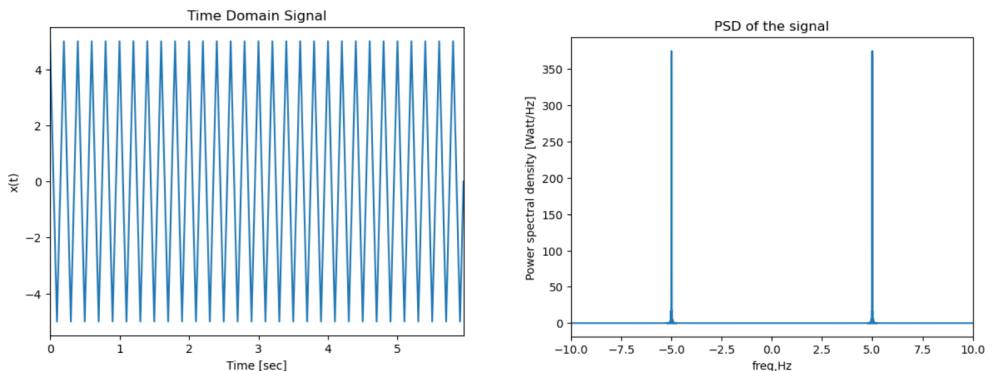


Figura 4.1: Rappresentazione di un segnale reale nel dominio del tempo e della relativa PSD. In questo caso si è preso $f_c = 5Hz$, $\phi_0 = 0$, $f_s = 20Hz$ e un $it = 60s$. Poiché l'ampiezza di banda è ottenibile come $\pm \frac{f_s}{2}$, si capisce il perché lo spettro vada $-10Hz$ a $+10Hz$.

Una grandezza molto importante per questo lavoro di tesi è la *Power Spectral Density* (PSD). Essa è una funzione che descrive come la potenza di un segnale è

distribuita in frequenza [14] e si può calcolare come mostrato dall'equazione 4.3. La potenza totale del segnale, grandezza da determinare in modo preciso, sarà data dall'integrale della PSD. Lo scopo della tesi è proprio quello di migliorare il calcolo della potenza del segnale rendendolo il più accurato possibile.

$$PSD = \frac{|X(f)|^2}{N \cdot f_s} \quad (4.3)$$

Come si può vedere in Figura 4.1, nel caso reale, lo spettro della potenza è simmetrico tra parte a frequenze positive e parte a quelle negative. Per quanto riguarda segnali complessi le cose sono leggermente diverse. Descritte dall'equazione 4.4, si può determinare la potenza allo stesso modo di prima, e il grafico che si ottiene è mostrato in Figura 4.2.

$$x(t) = A \cdot (\cos(2\pi f_c t + \phi_0) + j \sin(2\pi f_c t + \phi_0)) \quad (4.4)$$

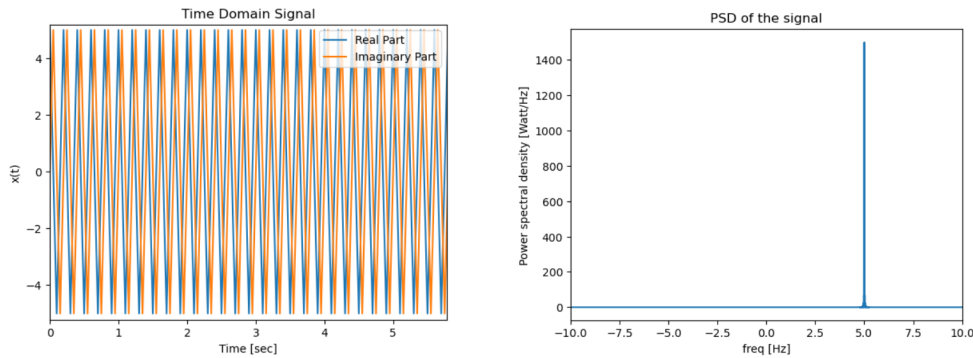


Figura 4.2: Rappresentazione di un segnale complesso nel dominio del tempo e della relativa PSD. Sono stati usati gli stessi valori di prima per definire il segnale. Si noti che in questo caso è presente anche la parte immaginaria.

La Figura 4.2 mostra come non si abbiano più due picchi ma uno solo nella regione delle frequenze positive. Nel caso di echi bistatici, i ricevitori sono impostati per ricevere i segnali come complessi poiché la rappresentazione "complessa" è più completa, per questo motivo lo spettro da simmetrico diventa univoco. [2] Dato che si ha sempre a che fare con segnali complessi negli esperimenti reali, anche il simulatore è stato adattato di conseguenza. Nei casi appena analizzati, cioè per segnali monocromatici² senza alcun tipo di rumore, il grafico della PSD è tale per cui si abbia solo un picco, molto pronunciato, ad una singola frequenza. Ciò è un esempio di carrier pura, o segnale diretto monofrequenza trasmesso dallo spacecraft alla Terra. Invece, per riflessioni da superfici illuminate con una certa area le cose cambiano, anche solo per la presenza del rumore (che verrà spiegato più in dettaglio nel paragrafo 4.2). Nel caso di echi bistatici, infatti, si avrà un involuppo di sinusoidi che può avere la forma di una curva gaussiana. [11]

Insieme all'utilizzo di segnali complessi e al calcolo della PSD, è necessario fare uso di mediazioni. L'uso della media tra i bin e tra spettri, usando il count time (ct),

²Un segnale monocromatico è caratterizzato da una singola frequenza, un'onda sinusoidale che oscilla ad una frequenza specifica senza alcuna componente aggiuntiva a frequenze diverse [14]

è fondamentale per ottenere stime più accurate della PSD e per ridurre il rumore. La prima permette, attraverso una media di un gruppo più o meno grande di bin, di ridurre le variazioni della Power Spectral Density, ottenendo uno spettro più rappresentativo del segnale puro, privato del rumore.

Avere un ct fissato e aumentare allo stesso tempo $l'it$, porta ad avere uno spettro con un numero crescente di bin, rendendo utile l'aggiunta della media. Una considerazione altrettanto importante da fare è che, applicando questo tipo di mediazione, si ottengono spettri a differenti it con lo stesso numero di campioni. Avere spettri lunghi uguale porta a pensare, e sarà così (si veda Figura 5.2), che le cose saranno simili in termini d'incertezza. Analogamente, la media tra spettri riduce l'incertezza associata a un singolo spettro, migliorando l'affidabilità delle stime. Questo tipo di media è resa possibile dal count time o tempo di conteggio, che fornisce il tempo totale disponibile per raccogliere i dati. Ad esempio, se si mediano 10 spettri da 1 secondo il ct ottenuto sarà di 10 s. Un ct più alto permette di aumentare la durata complessiva di un'acquisizione, che può essere utilizzata per analizzare un segnale o accumulare informazioni.

Ora che sono stati illustrati gli aspetti principali che caratterizzano il signal processing si può passare alla simulazione degli echi bistatici.

4.2 Algoritmo per generare l'eco

Prima di spiegare come è stato costruito il simulatore per replicare l'eco bistatico è necessario chiarire le ipotesi che sono state fatte. Esse non riproducono fedelmente tutti i possibili scenari con cui si potrebbe avere a che fare, quindi, tutte le considerazioni fatte, si basano sul fatto che lo scenario simulato è semplificato. La prima ipotesi è che si è andato a considerare un broadening³ molto più largo rispetto al singolo bin, anche con integration time bassi come 1 secondo. La seconda ipotesi, invece, è che si considera un segnale costante nel tempo. Essendo quest'ultimo stazionario, non è necessario porre troppa attenzione sul non allungare troppo integration time e count time poiché non è presente alcun tipo di dinamica particolare.

Chiarite le ipotesi fatte si può passare alla spiegazione dell'algoritmo. Si è detto che, per replicare il segnale dell'esperimento, si è utilizzata una gaussiana. Quest'ultima è una funzione matematica con una forma a "campana", usata per descrivere fenomeni che seguono una distribuzione normale o, per l'appunto, gaussiana. La funzione di densità di probabilità di una variabile di questo tipo è data da:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.5)$$

dove μ è la media (valore centrale attorno alla quale la curva è simmetrica) e σ è la deviazione standard. [15] Tale valore controlla la larghezza della curva e inoltre, nell'ambito della simulazione, è stata definita in modo arbitrario, come anche la frequenza media, partendo da un Full-Width Half-Maximum prestabilito. Il FWHM

³Il broadening del segnale consiste proprio in un allargamento dello spettro di frequenza del segnale. Tale effetto, nell'ambito dell'esperimento di radar bistatico, è principalmente dovuto alla rugosità superficiale. Se quest'ultima fosse zero, il broadening non sarebbe presente. Anche altri parametri, come la lunghezza d'onda o la velocità del punto speculare, influenzano il broadening rendendolo più o meno largo.

rappresenta la larghezza della curva al livello di metà della sua potenza massima. Per determinare σ si è usata la seguente formula [14]:

$$\sigma = \frac{FWHM}{2\sqrt{2\ln(2)}} \quad (4.6)$$

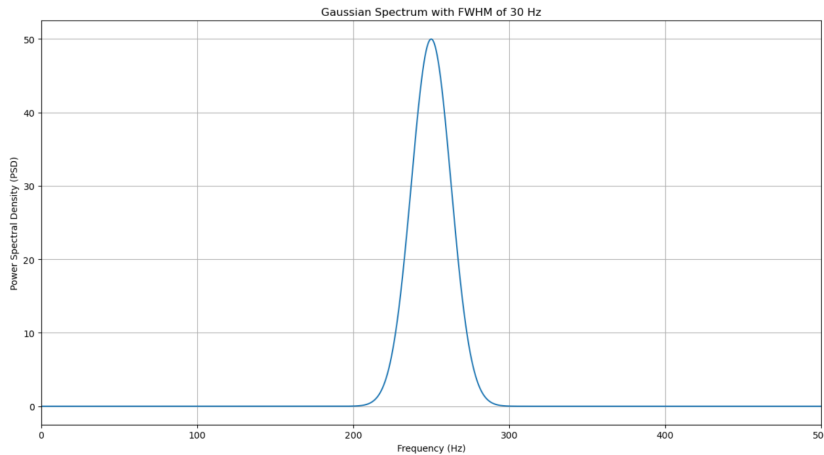


Figura 4.3: Power Spectral Density di forma gaussiana centrata a 250 Hz. In questo caso il picco raggiunge 50 Hz mentre l'FWHM vale 30 Hz.

Utilizzando, quindi, l'equazione 4.6 si è ottenuto il plot della curva, come si può vedere in Figura 4.3. Questa curva rappresenta, d'ora in avanti, il segnale puro simulato, mentre l'integrale della PSD sarà invece la potenza teorica.

Trovata la gaussiana, quindi, se ne è calcolata l'area sottesa e si costruito prima il segnale nelle frequenze sfruttando la formula 4.7 e poi, usando la trasformata inversa di Fourier con adeguati fattori di normalizzazione, il segnale nel tempo (si veda Figura 4.4).

$$X(f) = A(f) \cdot e^{j*\phi(f)} \quad (4.7)$$

Dove j è l'unità immaginaria ed A l'ampiezza del segnale. Dall'equazione 4.7 si vede che, sia la fase che l'ampiezza, sono espressi come funzioni della frequenza. Se per l'ampiezza si ha un andamento gaussiano, per la fase ci si è interrogati se la sua scelta andasse a modificare il calcolo della potenza. Ebbene, si è visto che essa non ne influenza il risultato. Come prova, infatti, si è calcolata la potenza utilizzando non solo una distribuzione uniforme ma anche una normale e un valore costante. I tre risultati, con questi profili di fase, erano identici. Si è optato perciò di utilizzare un vettore di valori distribuiti uniformemente tra $-\pi$ e $+\pi$.

Quando si analizzano riflessioni da superfici planetarie ricevute durante esperimenti di radar bistatico non si ha mai a che fare con sinusoidi semplici. Il tipo di segnale elettromagnetico è tipicamente più complesso (per questo l'utilizzo della 4.7), non monocromatico (la gaussiana in questo senso è una combinazioni di differenti sinusoidi) e sporcato da rumore. Quest'ultimo, nello spettro di un segnale rumoroso, si distribuisce lungo tutta la base dell'ampiezza di banda, è onnipresente e la sua

potenza si va sommare a quella del segnale vero e proprio. Il rumore, quindi, è un effetto negativo, di disturbo, che va messo in conto.

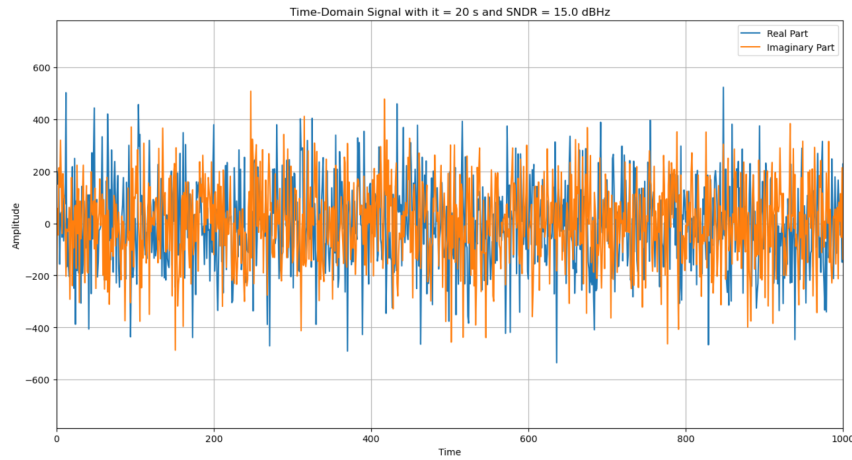


Figura 4.4: Rappresentazione nel dominio del tempo del segnale sporcato. E' stato utilizzata una SNDR di 15 dBHz ed un integration time di 20 s. Si noti come siano rappresentate, essendo un segnale complesso, sia la parte reale che immaginaria.

A questo proposito, al segnale nel tempo, è stato aggiunto rumore bianco, generato come una serie di campioni a media nulla, standard deviation σ e a partire da una predeterminata Signal-to-Noise Density Ratio. La SNDR rappresenta il rapporto tra la potenza del segnale e la densità spettrale di potenza del rumore. Più la SNDR diminuisce più il rumore sarà prevalente avendo, in questo modo, una qualità più scarsa e problemi di rilevamento del segnale. Al contrario una SNDR elevata indica che il segnale è più forte del rumore.

$$SNDR = \frac{P_g \cdot f_s}{2 \cdot \sigma_n^2} \quad (4.8)$$

L'equazione 4.8, fissato il valore di SNDR, permette ottenere σ_n . La deviazione standard è una misura che quantifica la dispersione di un certo insieme di dati rispetto alla media. Una piccola σ_n indica che i valori tenderanno ad essere vicini alla media mentre la dispersione sarà maggiore più tende ad aumentare. Nella 4.8 abbiamo anche P_g che è la potenza calcolata in precedenza come area sottesa alla gaussiana, mentre f_s è la sampling frequency o frequenza di campionamento. σ_n è stata usata per generare il rumore il quale, sommato al segnale nel tempo, ha permesso di ottenere il segnale sporcato.

Trovato il segnale nel tempo, tramite la FFT, si è passati al dominio delle frequenze e si è calcolata la PSD sfruttando la formula 4.3. Per ottenere la PSD, sono state considerate anche mediazioni tra i bin e tra spettri. La mediazione tra spettri è stata ottenuta a partire da un certo count time.

I due grafici di Figura 4.5 mostrano come, a differenti valori di SNDR, la Power spectral density si comporta. Con SNDR = 15 dBHz il rumore è più presente, risultando in un grafico dove il picco di potenza è si visibile ma alla cui base, e lungo tutta la banda di frequenza, è presente un rumore di fondo ben visibile. Al

contrario, quando l'SNDR è abbastanza elevato (in questo caso vale 30 dBHz) il rumore sembra quasi scomparire, facendo risaltare il picco della potenza.

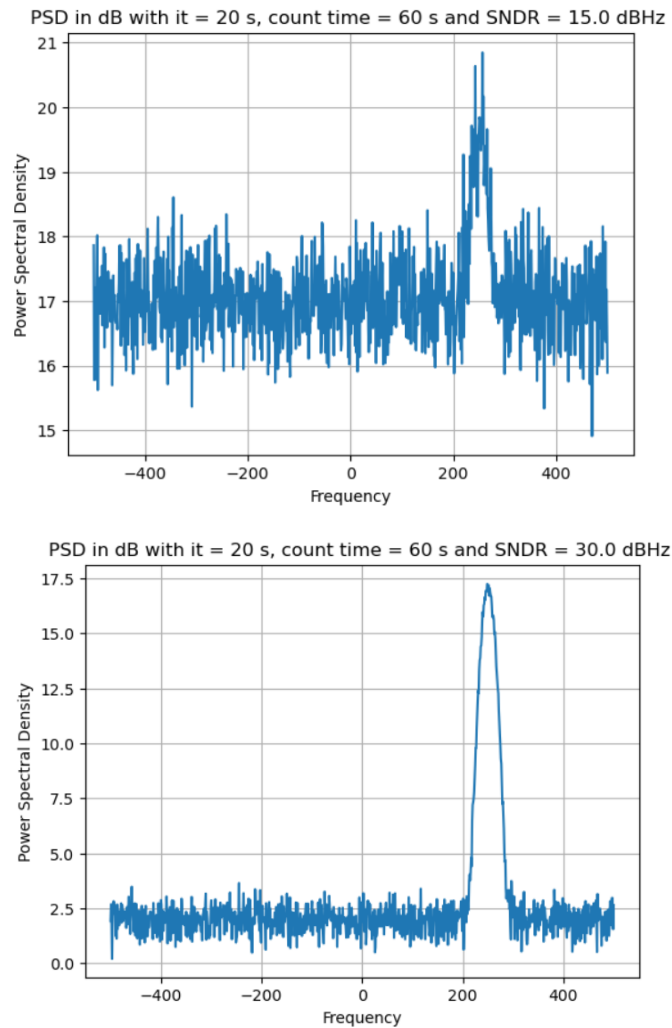


Figura 4.5: Plot della PSD a due diversi valori di SNDR (a sinistra vale 15 dBHz mentre a destra 30 dBHz). In entrambi i casi si è usato $it = 20$ s ed un $ct = 60$ s.

Il passo successivo, è stato calcolare la potenza del segnale come differenza tra la potenza totale del segnale sporcato meno la potenza del rumore. Per quanto riguarda la seconda, si è semplicemente ottenuta calcolando l'area del rettangolo di base f_s e altezza il livello del noise floor.

Per la potenza totale si è sfruttata l'equazione 4.9. [14] Il simbolo E indica la media teorica o media statistica di una quantità, calcolata su una serie di realizzazioni della stessa o su un periodo sufficientemente lungo, mentre P_n la potenza del rumore. Utilizzando questi strumenti si è, finalmente, ottenuta la potenza del segnale.

$$P_{TOT} = E\left[\int_{-\frac{f_s}{2}}^{+\frac{f_s}{2}} PSD(f) - P_n\right] \quad (4.9)$$

L'ultimo step è stato eseguire lo stesso procedimento per un numero arbitrario di volte, in questo caso 10000, in modo da capire l'andamento della potenza e verificare che si avvicinasse al valore teorico di riferimento.

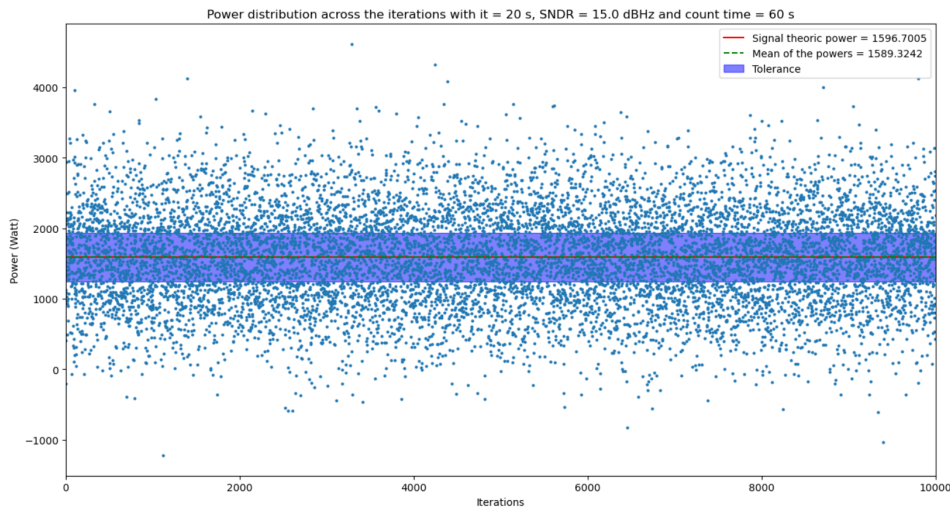


Figura 4.6: Valore delle potenze del segnale nelle varie iterazioni. La linea rossa rappresenta la potenza teorica, mentre quella tratteggiata verde è la media di tutte e 10000 le iterazioni. Infine, il riquadro blu è l'errore commesso durante il procedimento.

Tutte queste iterazioni, ed anche il valore medio, sono state successivamente plottate in un unico grafico, come si può vedere in Figura 4.6. Oltre alle iterazioni ed al valor medio, si è plottata la potenza teorica e un rettangolo che rappresentasse la deviazione standard di tutte le misure. Tale riquadro è stato identificato come l'errore commesso dal simulatore durante il calcolo della potenza.

Il valore della potenza di riferimento rientra in questo riquadro, in questo caso sono praticamente sovrapposte, quindi si può concludere che il procedimento eseguito è corretto. Nonostante ciò, si sono fatte alcune modifiche e delle aggiunte al codice per renderlo più efficiente.

4.3 Ottimizzazione del calcolo della potenza

Come si può vedere dalla Figura 4.6 l'incertezza della misura risulta essere abbastanza ampia. Per cercare di ridurre questo riquadro, oltre ad aumentare il count time, si è deciso di calcolare la potenza non più sull'intera banda di frequenza ma di scegliere un range particolare di frequenze su cui eseguire l'integrazione.

Chiaramente la scelta è ricaduta sulla zona del picco. Come ampiezza del range si è preso $\pm 2 \cdot FWHM$ rispetto alla frequenza della carrier, come suggerito per l'analisi di echi bistatici di forma gaussiana. [11]

Questo accorgimento porta ad una sensibile riduzione dell'errore, come si può vedere dal nuovo grafico delle iterazioni. Prima, l'incertezza si aggirava intorno a 600/700 W, corrispondente ad un errore percentuale del 40.9%. Mentre, con le modifiche appena spiegate, mantenendo invariati i valori di it, ct e SNDR, si ha

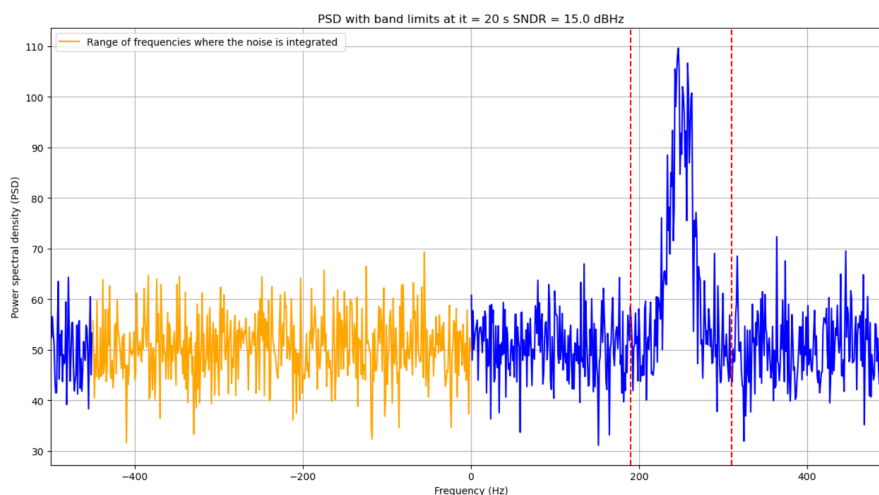


Figura 4.7: Plot della PSD in cui sono stati rappresentati i limiti entro i quali si esegue l'integrazione (linee verticali rosse). Il tratto evidenziato in giallo è la zona dove, invece, si sta integrando il rumore.

una riduzione dell'errore significativa, portando l'errore percentuale al 6.2% circa, equivalente a una riduzione dell'incertezza fino a 100 Watt.

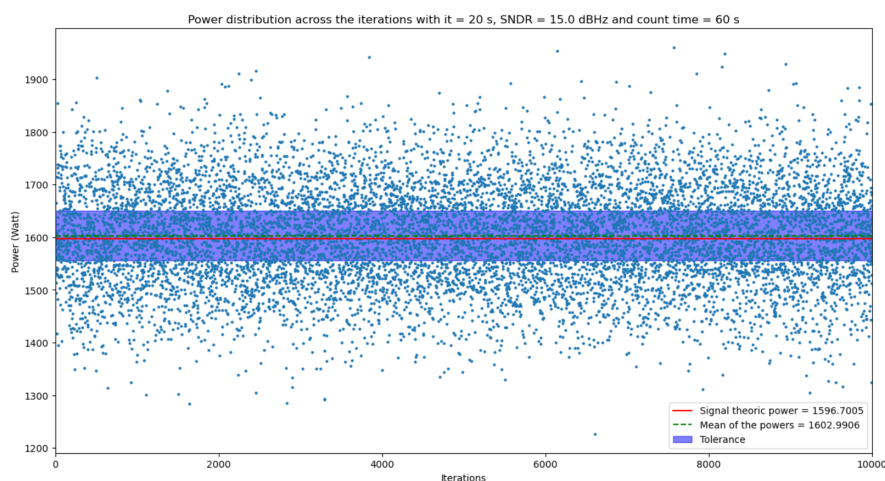


Figura 4.8: Valore delle potenze del segnale nelle varie iterazioni. Si sono mantenuti tutti i parametri, quali it, SNDR e ct invariati. Rispetto alla Figura 4.6, il riquadro viola è decisamente più piccolo, garantendo minor incertezza nelle misure.

Chiarito il perché di queste importanti, seppur piccole, modifiche all'algoritmo si può procedere con l'illustrazione dei risultati. Il prossimo capitolo, infatti, sarà il cuore di questo lavoro. Verranno affrontati alcuni aspetti del processing, modificando certi parametri per capire come poter garantire la convergenza dei valori iterati al valore teorico con il minimo errore possibile.

Capitolo 5

Risultati del processing

Nelle pagine precedenti sono state spiegate, a grandi linee, le caratteristiche di un esperimento di radar bistatico, illustrando il suo funzionamento, alcune delle grandezze ricavabili e come tali risultati permettano di arrivare a certe conclusioni sulle superfici analizzate. Successivamente, si è passato in rassegna l'algoritmo, come è stato costruito, spiegando il perché di certe scelte e come è stato modificato per ottimizzare il calcolo della potenza. Una volta finalizzata la costruzione dello script, quest'ultimo è stato usato per capire come la variazione di alcuni parametri, o all'opposto mantenendoli fissati, influenzi il risultato finale della potenza. Si sono seguite delle strade che hanno portato a dei risultati pronosticabili, mentre altre hanno permesso di far luce maggiormente sul ruolo che il processing ha su un segnale.

5.1 Variazione dell'integration time

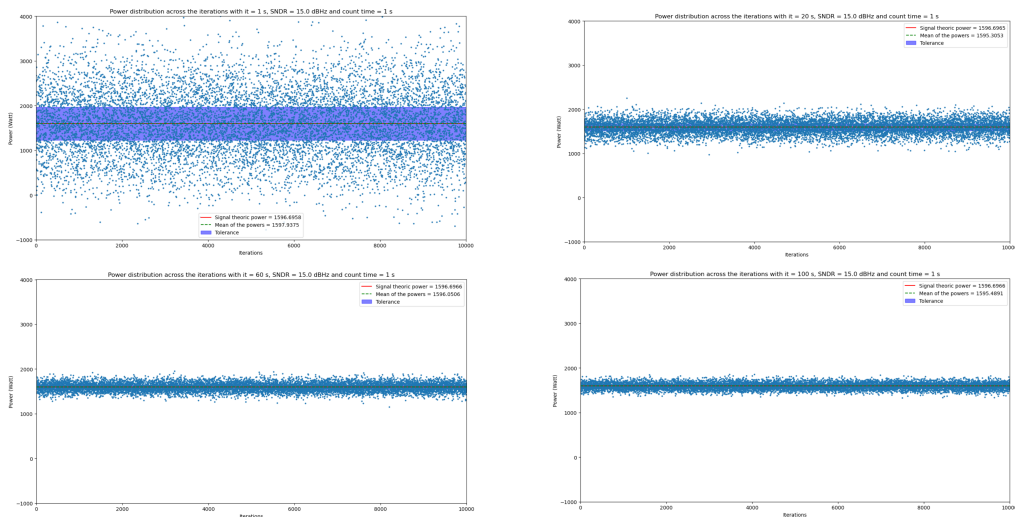


Figura 5.1: Come nelle Figure 4.6 e 4.8, si è rappresentato l'andamento della potenza dopo 10000 iterazioni a diversi integration time. La linea rossa è il valore della potenza teorica mentre la linea tratteggiata verde è la media delle iterazioni. Il riquadro viola l'errore commesso dalle misure.

La prima domanda che ci si è posti è stata: cosa succede se si va a modificare l'integration time del segnale? Come è già stato spiegato nella sezione 4.1 l'it rappresenta il periodo di tempo durante il quale un segnale viene accumulato o integrato per ottenere una misura più accurata. Un it più lungo produce misure più precise, con una riduzione anche del rumore rispetto al segnale. Si è, quindi, andato a modificare questo parametro per capire se i grafici sarebbero variati rispecchiando i risultati attesi. Per poter comparare i risultati si è chiaramente mantenuto lo stesso valore di SNDR e anche di count time.

In particolare, non è stata eseguita nessuna mediazione tra spettri considerando, invece, solo la media tra i bin. In questo modo tutti gli spettri comparati hanno lo stesso numero di campioni, il cui valore, ossia 1000, è stato ottenuto per integration time uguale a 1 secondo. Un'osservazione importante da fare prima di analizzare i risultati è che, per ogni grafico della Figura 5.1, la potenza calcolata ricade dentro il riquadro di errore intorno al valore di quella teorica. Ciò valida il simulatore, garantendo il suo corretto funzionamento.

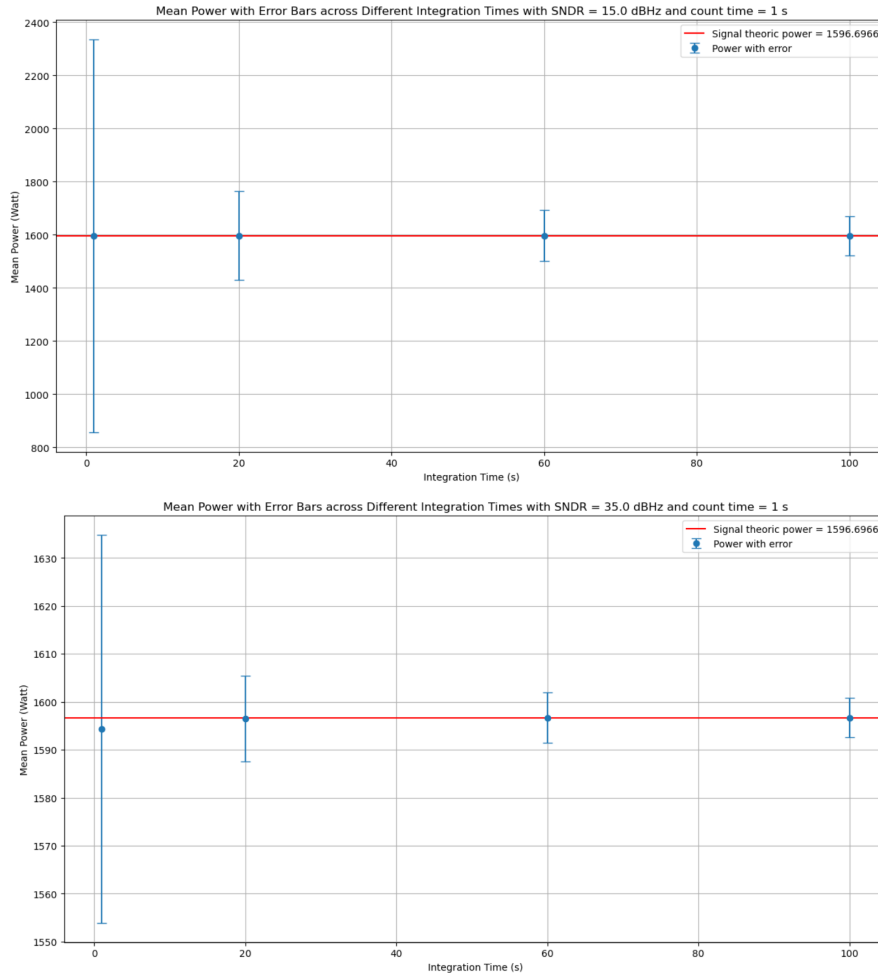


Figura 5.2: Barre d'errore a differenti valori di integration time. I due plot differiscono solo per il valore di SNDR, in un caso uguale a 15 dBHZ (in alto) e nell'altro a 35 dBHZ (in basso).

Per ogni campione si è scelto di valutare il valore medio e la deviazione standard nel calcolo della potenza per valori di integration time di 1, 20, 60 e 100 secondi. Ciò che si può vedere in Figura 5.1, è che si ha effettivamente un miglioramento. Analizzando infatti i risultati, si può notare facilmente come all'aumentare dell'integration time si abbia una notevole riduzione della standard deviation dei valori calcolati di potenza. Ad esempio, con $it = 1$ s, alcune iterazioni producono addirittura dei risultati negativi, denotando come la potenza del segnale sia estremamente variabile. Invece, aumentando l' it , le iterazioni tendono a concentrarsi sempre di più in prossimità del valore teorico, come si può vedere con $it = 100$ s.

I due plot di Figura 5.2, infatti, mostrano esplicitamente come si comporta l'incertezza per ognuno dei precedenti parametri di integration time. Sia quando l'SNDR è più basso, quindi la componente del rumore è più importante, sia a valori più alti, la barra è molto ampia, soprattutto a it bassi come 1 secondo. Con SNDR minore si estende per più di 1000 Watt risultando in un errore percentuale del 62%, mentre nel secondo caso, pur essendo più piccola, è decisamente maggiore rispetto agli altri valori di it . Man mano che quest'ultimo aumenta, infatti, l'incertezza tende a ridursi sensibilmente, a $it = 100$ s e $SNDR = 35$ dBHz arriva ad essere di qualche decina di Watt con conseguente riduzione dell'errore percentuale al 1.2%.

In conclusione, i grafici mostrati dimostrano come sia da preferire l'utilizzo di tempi di integrazione più alti, i quali permettono di ottenere risultati sempre più precisi essendo affetti da meno errore.

5.2 Media tra i bin e tra spettri

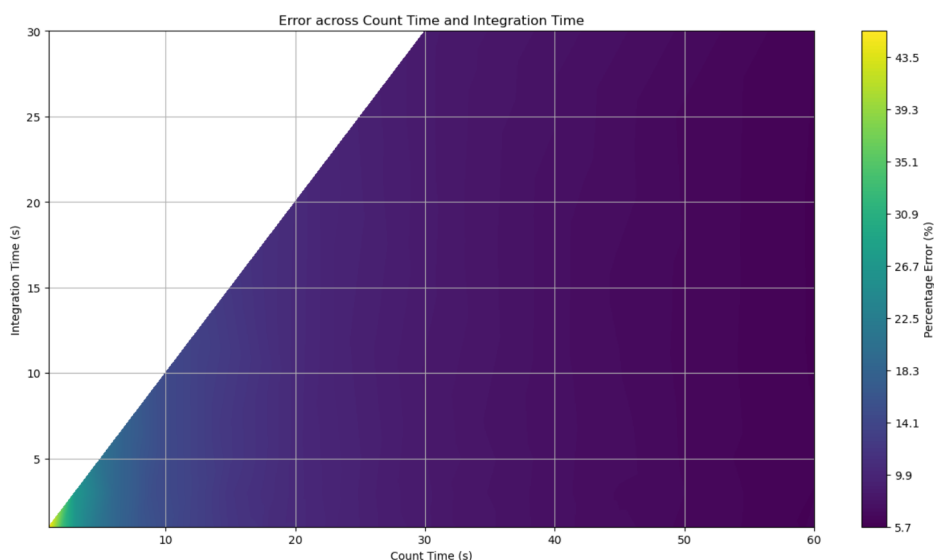


Figura 5.3: Il grafico prende in input una serie di integration time e di count time e mostra come varia l'errore percentuale. Parte del grafico è intenzionalmente bianco perché non è possibile avere it maggiori di ct .

Come è già stato detto, il punto precedente è stato affrontato senza alcuna mediazione tra spettri. L'utilizzo di un averaging di questo tipo permette di avere

notevoli benefici in termini di ampiezza dell'errore, risultando fondamentale in un esperimento come quello analizzato nelle pagine scorse. In questo caso, ci si è chiesti cosa avrebbe portato, per un certo range di count time e di integration time, eseguire solo una media tra spettri all'ampiezza dell'errore, senza l'averaging tra bin.

Per questo motivo, la prima parte dell'analisi è stata fatta prendendo in considerazione solo la media tra spettri, e non quella tra i bin. Si sono presi, perciò, un insieme di valori di count time plottandoli rispetto ad un insieme di valori di integration time. Utilizzando, inoltre, una mappa contour si è rappresentato, per ogni combinazione di ct ed it, l'errore commesso.

La Figura 5.3 non è rappresentata interamente perché si sono trascurati tutti gli errori in cui l'integration time, per definizione, era maggiore del ct. Ciò è stato fatto perché il count time, essendo il tempo totale di acquisizione, rappresenta il limite massimo oltre il quale non ci sono più dati. Esso deve essere, perciò, multiplo dell'it, non rendendo possibile la scelta di un it maggiore del ct. Tentare di farlo significherebbe calcolare l'integrazione su un intervallo di tempo che supera la durata in cui sono disponibili i dati.

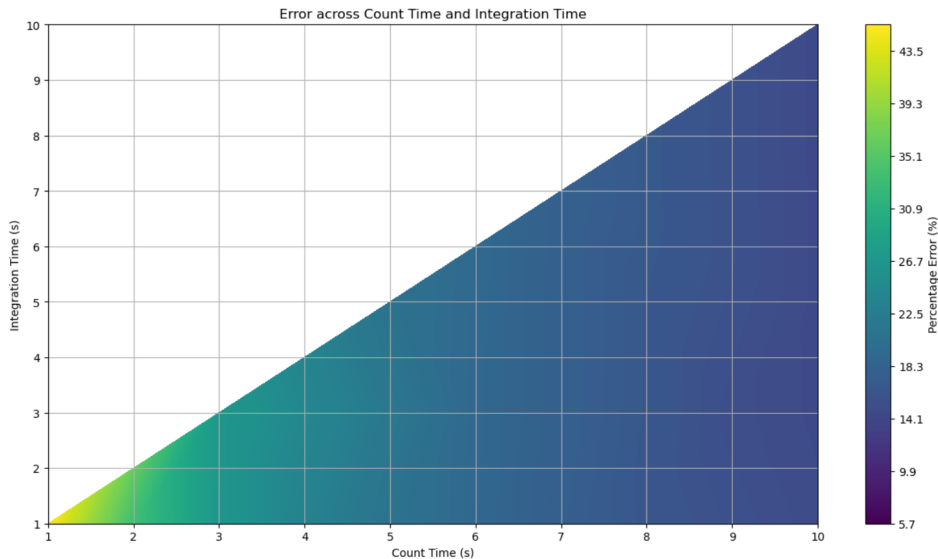


Figura 5.4: Ingrandimento della Figura 5.3 per bassi valori di it e ct. Si noti come l'errore sia decisamente più elevato.

Considerazione importante osservando il grafico è che, man mano che ci si sposta verso tempi d'integrazione e di count time bassi (si veda Figura 5.4), l'errore tende ad aumentare notevolmente con errori percentuali oltre al 43%. In questa zona, infatti, sono mediati molti meno spettri rispetto ad altre zone del grafico. La parte destra del plot, con errori molto più bassi (intorno all'5/6%), a pari it presenta dei count time molto più elevati che portano ad una maggiore mediazione tra spettri, le quali riducono l'impatto delle fluttuazioni casuali del rumore.

Si ricordi, infatti, che il numero degli spettri mediabili è ottenuto dal rapporto tra count time e integration time. Quindi, a bassi it, la maggiore varianza sul singolo spettro viene compensata dalla media tra spettri.

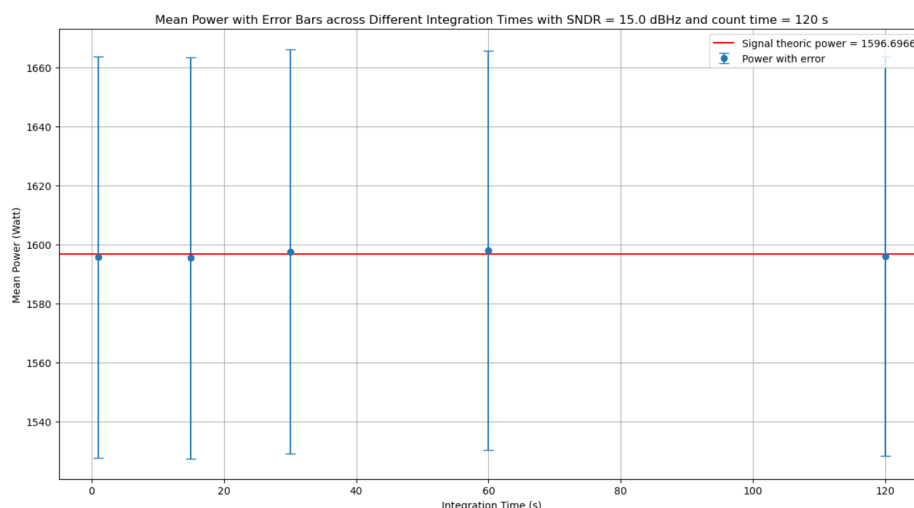


Figura 5.5: Le barre d'errore sono state calcolate per diversi valori di it , considerando un count time di 120 secondi. I valori di it scelti sono: 1 s, 15 s, 30 s, 60 s e 120 s.

Si noti inoltre che ad un certo ct l'errore non varia all'aumentare dell'integration time. Come controprova di ciò si è provato a realizzare lo stesso grafico della Figura 5.2. Fissando quindi un certo count time, in questo caso 120 s, si può vedere in Figura 5.5 che effettivamente tutte le barre d'errore non cambiano.

Perciò, avere dei count time più lunghi, anche senza alcun tipo di mediazione tra i bin, è fondamentale per garantire una migliore accuratezza della misura. Una volta capito il comportamento dell'errore con questa configurazione si è provato a vedere cosa accadesse aggiungendo anche la mediazione tra i bin. Si è quindi eseguito lo stesso grafico, cioè l'ampiezza delle barre d'errore per molteplici valori di it .

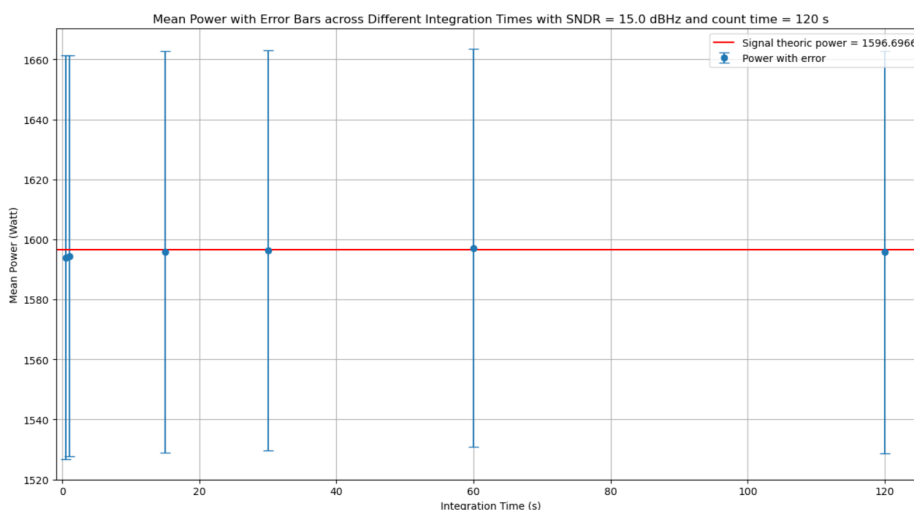


Figura 5.6: Anche in questo caso le barre d'errore sono state ottenute per diversi valori di it considerando un certo count time. Gli integration time scelti coincidono con quelli utilizzati in precedenza con la sola aggiunta di 0.5 s.

Come ottenuto in Figura 5.6, il risultato mostra come, anche in questo caso, tutte le barre d'errore, per qualsiasi tempo d'integrazione, siano uguali. Avere una corretta media tra spettri o combinare quest'ultima con un'efficace mediazione tra i bin, non cambia quelli che sono le misure d'incertezza lungo i valori di integration time. Tale considerazione vale per ogni count time analizzabile.

In conclusione, ciò che è necessario capire dai grafici appena illustrati è che, il parametro determinante che permette di avere una bassa incertezza è il count time. Un suo aumento porta, infatti, dei grandi benefici alle misure, come si è appena visto. Con le ipotesi introdotte è, quindi, sufficiente avere una media tra spettri efficace senza che sia necessaria anche una mediazione tra i bin. In questo modo, fissato un ct, è indifferente prendere it più o meno elevati poiché la barra d'errore sarà la stessa per tutti i valori.

Conclusioni

L'obiettivo di questo elaborato era mostrare come, ricreando artificialmente un modello semplificato di una riflessione da superficie planetaria, ovvero un segnale con spettro gaussiano, si potesse garantire un livello d'incertezza delle misure il più basso possibile, mantenendo allo stesso tempo la convergenza al valore di potenza atteso. A tal fine, è stato sviluppato un simulatore in grado di riprodurre il più fedelmente possibile il comportamento di un segnale bistatico e di analizzarne le proprietà variando specifici parametri operativi. Questo approccio ha permesso di evidenziare diverse relazioni chiave tra i parametri in gioco e l'incertezza associata alle misure.

In particolare, si è osservato che l'incremento del tempo di integrazione produce un miglioramento significativo delle prestazioni. I grafici ottenuti partendo da it più bassi fino a quelli più alti mostrano, infatti, una considerevole riduzione della deviazione standard delle iterazioni e quindi dell'incertezza. Insieme all'aumento dell'it si è tenuto conto anche di una media tra i bin che mantenesse, in qualsiasi caso, lo stesso numero di campioni. In questo modo, quindi, si è riuscito a migliorare l'accuratezza delle misure.

Un aspetto interessante emerso è stato il ruolo della media tra i bin. Si è visto che, mantenendo costante il numero di campioni, l'applicazione di una media tra i bin consente di ottenere risultati più robusti, indipendentemente dal valore di integration time, mantenendo fissato il count time, il cui aumento, si è visto essere molto utile. Tuttavia, quando la media tra i bin è stata esclusa in favore di una media tra gli spettri, si è analizzato il compromesso tra integration time e count time. Dai risultati emerge, in realtà, come il parametro fondamentale per questi risultati sia il count time. Bassi ct portano ad un errore elevato, mentre un incremento di questo valore contribuisce ad una significativa riduzione dell'incertezza (da un'errore percentuale massimo del 45% fino al minimo del 6%).

Il tempo d'integrazione, quindi, una volta che si è fissato il ct, risulta avere un impatto marginale se non addirittura nullo nell'influenza dell'errore. Infatti, tutti gli errori calcolati per svariati it, avendo stabilito un certo ct, portano allo stesso valore di incertezza. Tutto ciò tenendo sempre in considerazione le ipotesi fatte, ovvero di segnale costante nel tempo e broadening molto largo rispetto alle dimensioni dei bin.

L'analisi finale, invece, ha combinato sia la media tra i bin sia quella tra gli spettri, mostrando un risultato analogo a quanto ottenuto eseguendo solo la media tra gli spettri: fissato un ct, l'incertezza diventa molto simile per qualsiasi valore di integration time. Questo risultato porta alla conclusione che, come detto precedentemente, la grandezza fondamentale per questo studio sia il count time. Avere una media tra i bin efficace, in sostanza, e applicarla o meno al segnale non cambia le

cose. Sarà la media tra spettri ad essere, perciò, cruciale per un accurato calcolo della potenza.

Alla luce di questi risultati, si può concludere che, è sempre bene aumentare il count time poiché porta ad una riduzione dell'errore. Se, però, non è possibile incrementarlo oltre una certa soglia, ad esempio per limitazioni di risorse o condizioni operative come avere una velocità eccessiva del punto speculare sulla superficie che finirebbe per ridurre troppo la risoluzione spaziale dell'investigazione, è importante ricordare che non è necessario applicare al segnale una combinazione di medie (spettri e bin) poiché l'errore non cambia.

Questo studio, oltre a confermare l'efficacia di metodi consolidati, offre spunti utili per il miglioramento delle tecniche di elaborazione. Futuri sviluppi potrebbero approfondire l'impatto di altre variabili e testare ulteriormente l'applicabilità dei risultati in scenari più complessi o realistici. In particolare, per valutare criteri di ottimizzazione su esperimenti reali, sarà necessaria un'analisi più estesa e generalizzata, con diversi broadening e un range più completo di SNDR. In sintesi, il lavoro svolto sottolinea l'importanza di una corretta analisi e gestione dei parametri del signal processing per migliorare la qualità delle misure e offre un punto di partenza per future indagini e ottimizzazioni.

Bibliografia

- [1] Baines, K. H., Flasar, F. M., Krupp, N., & Stallard, T. (2018). Introduction to Saturn in the 21st Century. *Saturn in the 21st Century*, 20, 1.
- [2] Asmar, S. W., French, R. G., Marouf, E. A., Schinder, P., Armstrong, J. W., Tortora, P., ... & Kahan, D. (2014). *Cassini Radio Science User's Guide*.
- [3] National Aeronautics and Space Administration. Saturn's rings. URL: <https://science.nasa.gov/mission/cassini/science/rings>
- [4] National Aeronautics and Space Administration. Saturn and its moons. URL: <https://science.nasa.gov/saturn/facts/>
- [5] Tiscareno, M. S., & Murray, C. D. (Eds.). (2018). *Planetary ring systems: properties, structure, and evolution*. Cambridge University Press.
- [6] Müller-Wodarg, I., Griffith, C. A., Lellouch, E., & Cravens, T. E. (Eds.). (2014). *Titan: Interior, surface, atmosphere, and space environment (Vol. 14)*. Cambridge University Press.
- [7] National Aeronautics and Space Administration. Titan and its characteristics. URL: <https://science.nasa.gov/mission/cassini/science/titan/>
- [8] Jet Propulsion Laboratory (2019). *Cassini final mission report, Volume 1: Mission overview, science objectives and results*.
- [9] National Aeronautics and Space Administration. Cassini's Grand Finale. URL: <https://science.nasa.gov/mission/cassini/grand-finale/overview/>
- [10] Simpson, R. A. (1993). Spacecraft studies of planetary surfaces using bistatic radar. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 31(2), 465-482.
- [11] Simpson, R. A., & Tyler, G. L. (1981). Viking bistatic radar experiment: Summary of first-order results emphasizing north polar data. *Icarus*, 46(3), 361-389.
- [12] Brighi, G. (2023). Cassini Bistatic Radar Experiments: Preliminary Results on Titan's Polar Regions. *Aerotecnica Missili & Spazio*, 102(1), 59-76.
- [13] Poggiali, V., Brighi, G., Hayes, A. G., Nicholson, P. D., MacKenzie, S., Lalich, D. E., ... & Zannoni, M. (2024). Surface properties of the seas of Titan as revealed by Cassini mission bistatic radar experiments. *Nature Communications*, 15(1), 5454.

- [14] Proakis, J. G. (2007). Digital signal processing: principles, algorithms, and applications, 4/E. Pearson Education India.
- [15] Prabhu, K. M. (2014). Window functions and their applications in signal processing (p. 404). Taylor & Francis.