

UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea

**SVILUPPO DI UN MODELLO
NUMERICO PER L'ANALISI
TERMODINAMICA DI
MATERIALI IN CAMBIAMENTO
DI FASE**

Relatore
prof. Marco Lorenzini

Correlatore:
ing. Michael Giovannini

Laureando
Mirco Locatelli

Ottobre 2024

Sommario

Il lavoro di tesi si propone di modellizzare il comportamento di materiali in cambiamento di fase, noti anche come *PCM*, acronimo di *phase change materials*. Verranno studiati gli andamenti nel tempo delle principali grandezze termodinamiche come temperatura ed entalpia, ma anche di altre grandezze utili alla descrizione del fenomeno che saranno introdotte nel corso dei capitoli. Particolare attenzione verrà rivolta alla descrizione di come è stato ideato ed assemblato il modello: dal codice di inizializzazione delle variabili di interesse, alla disposizione vera e propria dei blocchi su Simulink; allo stesso tempo, però, non saranno tralasciati eventuali commenti relativi alle performance della fase di carica e di scarica del materiale.

Elenco delle figure

1.1	Rappresentazione della forma e della geometria del problema [3]	3
2.1	Rete resistiva-capacitiva [3]	4
2.2	Schema della griglia fissa [3]	5
3.1	Diagramma di flusso della logica del modello Simulink	14
3.2	Aggiornamento del vettore Δh	16
3.3	Calcolo del passo temporale corrente	16
3.4	Conversione dell'entalpia in entalpia specifica	17
3.5	Calcolo del vettore $\frac{\partial T}{\partial \tau}$ con condizioni iniziali di $f_{s,i} = 0 \forall i$	18
4.1	Fase di carica, andamento della temperatura nell'acqua	20
4.2	Fase di carica, andamento dell'entalpia nell'acqua	21
4.3	Fase di carica, andamento della frazione di solido nell'acqua	21
4.4	Fase di scarica, andamento della temperatura nell'acqua	22
4.5	Fase di scarica, andamento dell'entalpia nell'acqua	23
4.6	Fase di scarica, andamento della frazione di solido nell'acqua	23
4.7	Fase di carica, andamento della temperatura in PureTemp-5	24
4.8	Fase di carica, andamento dell'entalpia in PureTemp-5	24
4.9	Fase di carica, andamento della frazione di solido in PureTemp-5	25
4.10	Fase di scarica, andamento della temperatura in PureTemp-5	26
4.11	Fase di scarica, andamento dell'entalpia in PureTemp-5	26
4.12	Fase di scarica, andamento della frazione di solido in PureTemp-5	27
5.1	Sim 1, andamento della temperatura	29
5.2	Sim 1, andamento dell'entalpia	29
5.3	Sim 1, andamento della frazione di solido	30
5.4	Sim 2, andamento della temperatura	30
5.5	Sim 2, andamento dell'entalpia	31
5.6	Sim 2, andamento della frazione di solido	31

5.7	Sim 2, andamento della temperatura quando $h_{inf} = 15 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	32
5.8	Sim 3, andamento della temperatura	32
5.9	Sim 3, andamento dell'entalpia	33
5.10	Sim 3, andamento della frazione di solido	33
5.11	Sim 3, andamento della temperatura quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	34
5.12	Sim 3, andamento della frazione di solido quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	34
5.13	Sim 3, frazione di solido totale quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	35
5.14	Sim 3, fraz. di solido quando $h_{ref} = 6000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ e $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	35
5.15	Sim 4, andamento della temperatura	36
5.16	Sim 4, andamento dell'entalpia	36
5.17	Sim 4, andamento della frazione di solido	37
5.18	Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	38
5.19	Sim scarica, entalpia quando $h_{inf} = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	38
5.20	Sim scarica, frazione di solido quando $h_{inf} = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	39
5.21	Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	39
5.22	Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	40
5.23	Sim scarica, frazione di solido quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	40
5.24	Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 50 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	41
5.25	Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 80 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	41
6.1	Volume di controllo nel sistema di riferimento cartesiano [4]	42
6.2	Volume di controllo nel sistema di riferimento cilindrico [4]	43
6.3	Configurazione del blocco scope relativo alla temperatura	45
6.4	Temperatura dei nodi ad un istante di tempo fissato	47

Elenco delle tabelle

1.1	Parametri geometrici del problema	3
4.1	Proprietà di acqua e PureTemp -5	19
4.2	Condizioni al contorno	20

Indice

Elenco delle figure	I
Elenco delle tabelle	III
1 Introduzione al problema	1
1.1 Generalità	1
1.2 Tipologie di sistemi di immagazzinamento di energia	2
1.3 Analisi del problema	2
2 Metodo di risoluzione	4
2.1 Discretizzazione del dominio	4
2.1.1 Considerazioni sullo scambio termico tra i nodi	6
2.2 Costruzione del modello matematico	7
2.2.1 Proprietà del PCM durante il cambiamento di fase	9
3 Implementazione su Simulink	11
3.1 Inizializzazione delle variabili	11
3.2 Logica dei blocchi e dei controlli su Simulink	13
4 Simulazioni principali	19
4.1 Acqua	20
4.1.1 Fase di carica	20
4.1.2 Fase di scarica	22
4.2 PureTemp -5	24
4.2.1 Fase di carica	24
4.2.2 Fase di scarica	26
5 Acqua - simulazioni aggiuntive	28
5.1 Simulazione di carica 1	28
5.2 Simulazione di carica 2	30

5.3	Simulazione di carica 3	32
5.4	Simulazione di carica 4	35
5.5	Simulazioni di scarica	37
6	Validità dei risultati e conclusioni	42
6.1	Validità dei risultati	42
6.2	Conclusioni	47

Capitolo 1

Introduzione al problema

1.1 Generalità

La nostra società e il progresso tecnologico che viene costantemente ricercato richiedono ogni giorno quantità sempre più importanti di energia da investire. Per questo motivo, la progettazione di sistemi efficienti dal punto di vista energetico diventa di fondamentale importanza per ridurre al minimo gli sprechi e i costi.

In contesti in cui il fabbisogno energetico del carico non può essere soddisfatto istante per istante dalla rete (ad esempio quando si sfruttano fonti rinnovabili come l'energia solare o eolica, che producono energia in maniera intermittente e irregolare), diventa necessario avvalersi di sistemi che siano in grado di conservare l'energia prodotta e renderla disponibile quando necessario.

Utilizzare dei sistemi di immagazzinamento di energia può portare a numerosi vantaggi, tra cui:

- ridurre il costo dell'energia;
- ridurre gli sprechi di energia;
- aumentare l'efficienza energetica di case, impianti industriali ecc...;
- ridurre le dimensioni delle macchine (non devono essere dimensionate per gestire la potenza di picco ma per gestirne una significativamente più bassa e costante) e farne un utilizzo più efficiente;
- ridurre l'utilizzo di combustibili fossili e le loro emissioni inquinanti (ad esempio, nel settore del trasporto di merci su ruota, quando la tecnologia delle batterie permetterà di avere autonomie sufficientemente elevate, i camion alimentati a diesel potranno essere sostituiti da camion elettrici)

e molti altri.

Nei capitoli e paragrafi successivi verrà presentato un sistema di immagazzinamento di energia in particolare: l'utilizzo di materiali in cambiamento di fase o *PCM*.

1.2 Tipologie di sistemi di immagazzinamento di energia

I sistemi di immagazzinamento di energia termica operano riscaldando, raffreddando, liquefacendo o solidificando dei materiali.

Quando lo stoccaggio viene effettuato tramite l'innalzamento o l'abbassamento della temperatura si parla di immagazzinamento di energia sotto forma di calore sensibile. L'energia che può essere conservata grazie a questo metodo dipende dal calore specifico e dalla densità del materiale attraverso la relazione:

$$Q_{sens} = \rho V c_p \Delta T \quad (1.1)$$

in cui ρ indica la densità, V il volume, c_p il calore specifico e ΔT la differenza di temperature tra le quali avviene lo stoccaggio.

Se lo stoccaggio avviene durante un cambiamento di fase, si dice che l'energia è immagazzinata sotto forma di calore latente. Il calore latente è la variazione di entalpia sperimentata dal materiale durante il passaggio di stato (ad esempio, per la fase di solidificazione dell'acqua a $p = 1$ bar, si ha che il calore latente di solidificazione vale 334 kJ kg^{-1} e la temperatura alla quale avviene la solidificazione è 0°C). In generale, quest'ultima modalità riesce ad immagazzinare quantità di energia più elevate rispetto a quella precedente per merito della maggiore capacità di stoccaggio che si ha durante il cambiamento di fase.

I PCM (*phase change materials*) sono dei materiali adibiti proprio a questo scopo. Volendo sfruttare un PCM all'interno di un sistema di immagazzinamento di energia, alcuni dei parametri che hanno importanza progettuale sono la temperatura alla quale avviene il passaggio di stato e il calore latente di condensazione o solidificazione.

1.3 Analisi del problema

Il sistema di condizionamento dell'aria considerato è composto da undici unità disposte in parallelo. Ciascuna unità è formata da due tubi concentrici ed è lunga $6m$. Le figure 1.1a e 1.1b mostrano il lay-out generale. In particolare, all'interno del tubo più piccolo scorre un liquido refrigerante mentre nel tubo più grande è posto il PCM. Esternamente, i tubi vengono lambiti dall'aria che deve essere raffrescata. Una configurazione del genere permette, come accennato nella sezione 1.1, di disaccoppiare il carico dalla rete: infatti, si

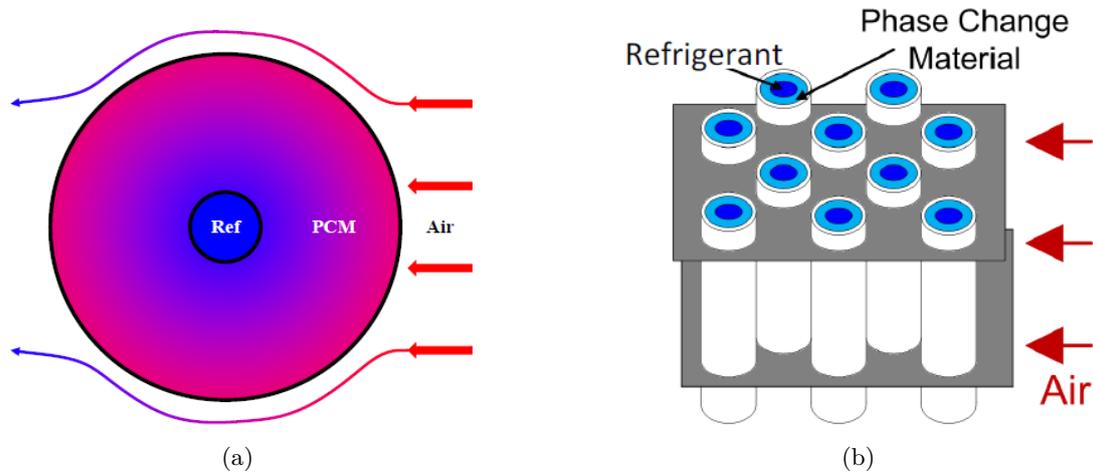


Figura 1.1: Rappresentazione della forma e della geometria del problema [3]

può pensare di mettere in circolo il refrigerante in momenti della giornata in cui l'elettricità costa di meno; così facendo, il refrigerante raffredderà e solidificherà il PCM che raffredderà a sua volta l'aria che lo lambisce esternamente fino a quando non tornerà ad essere completamente liquido. A quel punto tornerà in circolo il refrigerante e il ciclo ricomincia da capo.

Perciò, studiando bene le inerzie termiche che sono in gioco, si riesce potenzialmente ad abbassare i costi e migliorare l'efficienza del sistema, ma quest'analisi più approfondita non fa parte del progetto di tesi.

I parametri geometrici e le proprietà più rilevanti dei tubi sono riassunti nella tabella 1.1.

Parametro	Valore
Diametro tubo interno (m)	0.008
Diametro tubo esterno (m)	0.03175
Lunghezza di una unità (m)	6
Numero di unità disposte in parallelo	11
Materiale del tubo	Alluminio
Conducibilità termica del tubo ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	204
Spessore dei tubi (m)	0.0015875

Tabella 1.1: Parametri geometrici del problema

Capitolo 2

Metodo di risoluzione

In questo capitolo verrà presentato il metodo di risoluzione del problema: saranno ricavate le equazioni analitiche che governano i fenomeni di scambio termico e verrà affrontata la questione relativa alla discretizzazione del dominio.

2.1 Discretizzazione del dominio

Per discretizzare il dominio e avere così una geometria di riferimento sulla quale applicare il modello matematico, è stata utilizzata una formulazione Euleriana detta *a griglia fissa*.

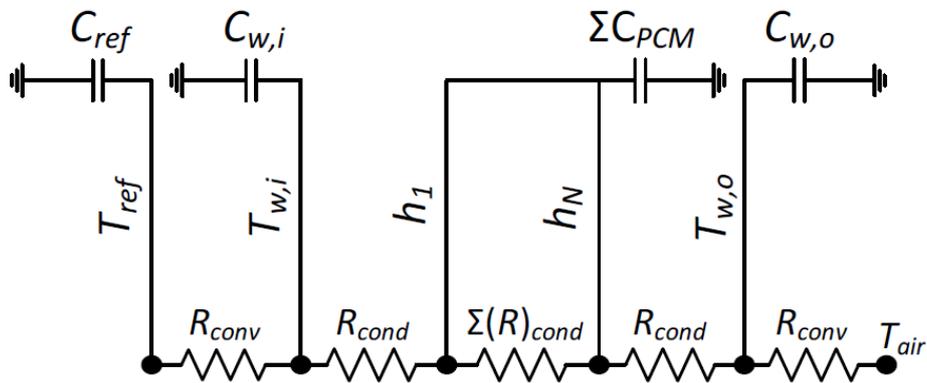


Figura 2.1: Rete resistiva-capacitiva [3]

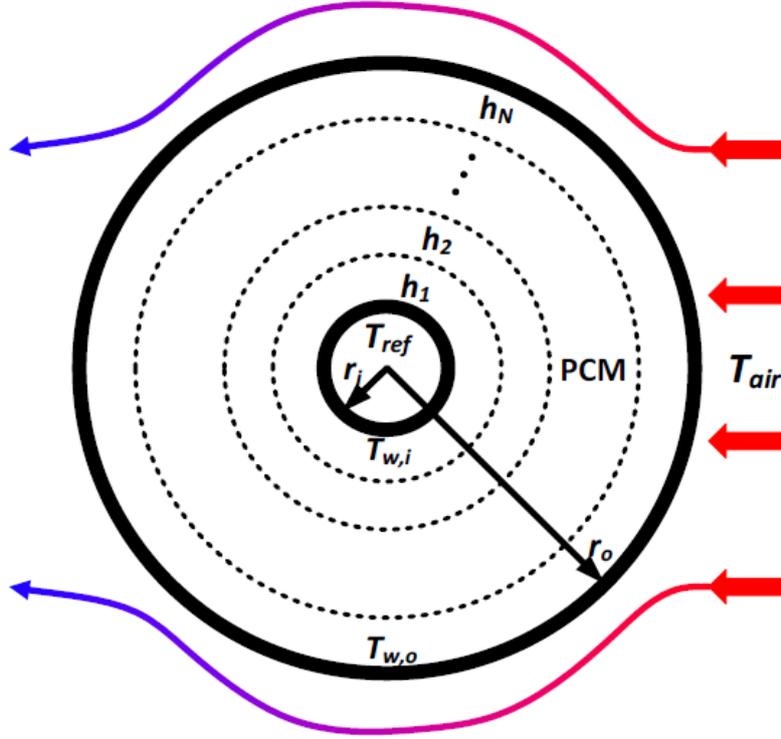


Figura 2.2: Schema della griglia fissa [3]

Come si può vedere in figura 2.2, la discretizzazione divide il PCM in N nodi. Il nodo 1 è posizionato sulla parete interna del cilindro, mentre il nodo N su quella esterna. La griglia è strutturata in modo che i centri di ciascun nodo siano equispaziati della quantità Δr . Ciascun nodo è caratterizzato dal proprio raggio (distanza tra il centro del tubo interno e il centro del nodo) e dal volume. Tali quantità possono essere calcolate come segue, per quanto riguarda Δr :

$$\Delta r = \frac{r_e - r_i}{N - 1} \quad (2.1)$$

Per quanto riguarda i raggi e i volumi, si differenziano quelli relativi al nodo 1, al nodo i -esimo e al nodo N . In particolare, i raggi valgono:

$$r_1 = r_{int} \quad (2.2)$$

$$r_i = r_{int} + (i - 1)\Delta r \quad (2.3)$$

$$r_N = r_{est} \quad (2.4)$$

mentre i volumi valgono:

$$V_1 = \pi[(r_1 + \frac{\Delta r}{2})^2 - r_1^2]L \quad (2.5)$$

$$V_i = \pi[(r_i + \frac{\Delta r}{2})^2 - (r_i - \frac{\Delta r}{2})^2]L \quad (2.6)$$

$$V_N = \pi[r_N^2 - (r_N - \frac{\Delta r}{2})^2]L \quad (2.7)$$

Il metodo a griglia fissa può essere anche raffigurato attraverso una rete resistiva-capacitiva (figura 2.1) in cui i condensatori rappresentano l'immagazzinamento di energia di ogni nodo e le resistenze rappresentano la direzione dello scambio termico (puramente radiale).

2.1.1 Considerazioni sullo scambio termico tra i nodi

Ogni nodo viene trattato come un elemento a parametri concentrati: significa supporre che la temperatura, all'interno del volume del nodo, non sia dipendente dalle coordinate spaziali ma solo da quella temporale. In altre parole, i gradienti di temperatura sono trascurabili e, di conseguenza, un'eventuale variazione di temperatura si propaga istantaneamente in tutto il volume del nodo.

Ricordando la legge di Fourier:

$$\dot{Q}_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.8)$$

questa ipotesi presuppone che la conducibilità termica del PCM sia infinita per avere dei flussi termici non nulli. Sebbene questa condizione sia fisicamente impossibile da realizzare, essa diventa vera con buona approssimazione quando la resistenza termica conduttiva associata al nodo è piccola rispetto alla resistenza che caratterizza lo scambio termico al di fuori di esso. La resistenza termica conduttiva di un cilindro cavo di raggio interno r_i , raggio esterno r_e e lunghezza L può essere espressa come segue:

$$R_{t,cond} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi Lk} \quad (2.9)$$

perciò si può concludere che essa sarà ininfluente nel contributo allo scambio termico. Infatti, potendo costruire la griglia con dei nodi piccoli a piacere, i valori dei raggi interno ed esterno di ciascun nodo saranno prossimi e, di conseguenza, $\ln \frac{r_e}{r_i}$ sarà un valore sufficientemente piccolo per rendere la resistenza trascurabile.

Infine, un'ultima nota la si può fare in particolare per i nodi 1 e N : poiché lo spessore del tubo è molto piccolo e l'alluminio è un ottimo conduttore (vedi tabella 1.1), si può trascurare la resistenza termica conduttiva relativa alle pareti interne ed esterne (facendo

riferimento alla figura 2.1, significa considerare $T_{w,i} = T_{ref}$ e $T_{w,o} = T_{air}$); così facendo, l'interfaccia interna del nodo 1 e l'interfaccia esterna del nodo N saranno sottoposte alla sola convezione, e questo semplificherà le equazioni di bilancio presentate nella prossima sezione.

2.2 Costruzione del modello matematico

Le equazioni analitiche che governano i fenomeni di scambio termico sono state ricavate tramite dei bilanci di potenza ai nodi. Si consideri lo schema di figura 2.2 e si ricavi la variazione temporale dell'energia interna per ogni nodo. Si ha che per i nodi 1 e N le condizioni di scambio termico all'interfaccia sono di conduzione da un lato e di convezione dall'altro (in particolare il nodo 1 avrà convezione all'interfaccia interna e conduzione all'interfaccia esterna, mentre il nodo N avrà conduzione all'interfaccia interna e convezione all'interfaccia esterna), mentre per il nodo i -esimo, con $i = 2, \dots, N - 1$, sono di conduzione da entrambi i lati. Scrivendo i bilanci per i nodi 1, i e N si ottiene rispettivamente:

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} = 2\pi L h_{ref} r_{int} (T_{ref} - T_1) + \frac{2\pi L k (T_2 - T_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial \tau} = \frac{2\pi L k (T_{i-1} - T_i)}{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}} + \frac{2\pi L k (T_{i+1} - T_i)}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial U_N}{\partial \tau} = \frac{2\pi L k (T_{N-1} - T_N)}{\ln \frac{r_N}{r_{N-1}}} + 2\pi L h_{\infty} r_{est} (T_{\infty} - T_N) \quad (2.12)$$

A questo punto si vuole che le variabili termodinamiche di interesse compaiano dentro il bilancio. Per fare ciò si ricorda la definizione di entalpia:

$$H = U + pV \quad (2.13)$$

e se ne ricava il differenziale:

$$dH = dU + d(pV) = dU + p dV + V dp \quad (2.14)$$

Poiché i liquidi vengono considerati con buona approssimazione come fluidi incomprimibili, si può dedurre che le condizioni operative siano di volume e pressione costanti, perciò il differenziale dell'entalpia può essere semplificato come segue:

$$dH = dU + p dV + V dp \quad (2.15)$$

Dall'ultima relazione si conclude che la variazione di entalpia corrisponde alla variazione di energia interna:

$$dH = dU \quad (2.16)$$

Sostituendo nella 2.10, 2.11 e 2.12 si ottiene:

$$\frac{\partial H_1}{\partial \tau} = 2\pi L h_{ref} r_{int} (T_{ref} - T_1) + \frac{2\pi L k (T_2 - T_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial \tau} = \frac{2\pi L k (T_{i-1} - T_i)}{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}} + \frac{2\pi L k (T_{i+1} - T_i)}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial H_N}{\partial \tau} = \frac{2\pi L k (T_{N-1} - T_N)}{\ln \frac{r_N}{r_{N-1}}} + 2\pi L h_{\infty} r_{est} (T_{\infty} - T_N) \quad (2.19)$$

Integrando¹ le equazioni di bilancio così ottenute, si ricava l'andamento dell'entalpia nel tempo:

$$H_1(\tau) = \int_0^{t_{sim}} \frac{dH_1}{d\tau} d\tau = \int_0^{t_{sim}} \left[2\pi L h_{ref} r_{int} (T_{ref} - T_1) + \frac{2\pi L k (T_2 - T_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right] d\tau \quad (2.20)$$

$$H_i(\tau) = \int_0^{t_{sim}} \frac{dH_i}{d\tau} d\tau = \int_0^{t_{sim}} \left[\frac{2\pi L k (T_{i-1} - T_i)}{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}} + \frac{2\pi L k (T_{i+1} - T_i)}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \right] d\tau \quad (2.21)$$

$$H_N(\tau) = \int_0^{t_{sim}} \frac{dH_N}{d\tau} d\tau = \int_0^{t_{sim}} \left[\frac{2\pi L k (T_{N-1} - T_N)}{\ln \frac{r_N}{r_{N-1}}} + 2\pi L h_{\infty} r_{est} (T_{\infty} - T_N) \right] d\tau \quad (2.22)$$

in cui t_{sim} identifica il tempo di simulazione.

Per ricavare l'andamento della temperatura nel tempo, si ricorda che l'energia interna è esprimibile come:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \rho V c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2.23)$$

di conseguenza risulta immediato esplicitare $\frac{\partial T}{\partial \tau}$ in funzione di $\frac{\partial H}{\partial \tau}$ sfruttando la 2.16:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho V c} \frac{\partial H}{\partial \tau} \quad (2.24)$$

Integrando quest'ultima nel tempo, si ottiene l'andamento temporale della temperatura:

¹Le equazioni di bilancio sono state ricavate analiticamente, mentre le integrazioni sono eseguite per via numerica.

$$T_1(\tau) = \int_0^{t_{sim}} \frac{1}{\rho_1 V_1 c} \frac{\partial H_1}{\partial \tau} d\tau = \int_0^{t_{sim}} \frac{1}{\rho_1 V_1 c} \left[2\pi L h_{ref} r_{int} (T_{ref} - T_1) + \frac{2\pi L k (T_2 - T_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right] d\tau \quad (2.25)$$

$$T_i(\tau) = \int_0^{t_{sim}} \frac{1}{\rho_i V_i c} \frac{\partial H_i}{\partial \tau} d\tau = \int_0^{t_{sim}} \frac{1}{\rho_i V_i c} \left[\frac{2\pi L k (T_{i-1} - T_i)}{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}} + \frac{2\pi L k (T_{i+1} - T_i)}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \right] d\tau \quad (2.26)$$

$$T_N(\tau) = \int_0^{t_{sim}} \frac{1}{\rho_N V_N c} \frac{\partial H_N}{\partial \tau} d\tau = \int_0^{t_{sim}} \frac{1}{\rho_N V_N c} \left[\frac{2\pi L k (T_{N-1} - T_N)}{\ln \frac{r_N}{r_{N-1}}} + 2\pi L h_{\infty} r_{est} (T_{\infty} - T_N) \right] d\tau \quad (2.27)$$

Le equazioni ottenute esprimono l'andamento dell'entalpia (2.20, 2.21 e 2.22) e della temperatura (2.25, 2.26 e 2.27) nel tempo durante le fasi in cui il PCM è completamente liquido o completamente solido. Quando il materiale è in cambiamento di fase, la variazione della temperatura non è più esprimibile tramite la 2.24, bensì essa rimane costante e pari alla temperatura di fusione fino a che non è stato completato il passaggio di stato. Il passaggio di stato risulta completo quando è stata asportata una quantità di calore pari al calore latente di fusione.

2.2.1 Proprietà del PCM durante il cambiamento di fase

A causa del cambiamento di fase, le proprietà del PCM variano nel tempo. Per tenere conto di questo fatto è stata introdotta una ulteriore grandezza che tiene traccia della quantità di solido che si sta formando durante il passaggio di stato. Tale grandezza prende il nome di *frazione di solido* e a seconda delle condizioni iniziali viene definita in maniera diversa. Quando la configurazione iniziale del PCM è tale per cui il materiale è completamente liquido vale:

$$f_{s,i} = \begin{cases} 0 & \text{se } \Delta h_i = 0 \\ \frac{\Delta h_i}{h_{fus}} & \text{se } 0 < \Delta h_i < h_{fus} \\ 1 & \text{se } \Delta h_i \geq h_{fus} \end{cases} \quad (2.28)$$

in caso contrario vale:

$$f_{s,i} = \begin{cases} 1 & \text{se } \Delta h_i = 0 \\ 1 - \frac{\Delta h_i}{h_{fus}} & \text{se } 0 < \Delta h_i < h_{fus} \\ 0 & \text{se } \Delta h_i \geq h_{fus} \end{cases} \quad (2.29)$$

in cui Δh_i indica la quantità di calore specifica asportata o introdotta nel nodo i durante il cambiamento di fase. Il nodo i risulta liquido quando $f_{s,i} = 0$, risulta solido quando $f_{s,i} = 1$ ed è in cambiamento di fase quando $0 < f_{s,i} < 1$.

La frazione di solido è usata per calcolare le proprietà termofisiche quali il calore specifico e la conducibilità termica, e le altre proprietà quali densità e massa durante il cambiamento di fase. Il calcolo delle proprietà intermedie viene effettuato attraverso una media ponderata tra le proprietà allo stato solido e quelle allo stato liquido (queste proprietà vengono considerate costanti per semplicità e ciò non comporta un'apprezzabile perdita di precisione del modello), in cui la ponderazione viene fatta sulla base della frazione di solido. In particolare, indicando con il pedice s le proprietà relative allo stato solido e con il pedice l quelle relative allo stato liquido, si ottiene:

$$c_{bf} = f_s c_s + (1 - f_s) c_l \quad (2.30)$$

$$k_{bf} = f_s k_s + (1 - f_s) k_l \quad (2.31)$$

$$\rho_{bf} = f_s \rho_s + (1 - f_s) \rho_l \quad (2.32)$$

mentre la massa di ogni nodo è derivabile dalla conoscenza di densità e volume.

Capitolo 3

Implementazione su Simulink

In questo capitolo verrà presentata la logica con cui il modello matematico ricavato al capitolo precedente è stato implementato sul calcolatore: a partire dall'inizializzazione delle variabili sul workspace di Matlab alla disposizione dei blocchi e dei controlli effettuati su Simulink.

3.1 Inizializzazione delle variabili

Per la buona riuscita della simulazione è necessario che le variabili di interesse siano inizializzate nel workspace di Matlab e che le condizioni iniziali siano ben definite. Innanzitutto, visto che si è usato un solver con frequenza di campionamento costante, è stato definito il passo temporale fondamentale:

```
delta_t=0.05;    %(s)
```

esso dovrà essere abbastanza piccolo da riuscire a campionare con sufficiente precisione le brusche variazioni di temperatura dovute all'elevato coefficiente di scambio termico lato refrigerante (esso sarà nell'ordine di grandezza di $10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ perchè si considera che il refrigerante sia in cambiamento di fase per potenziare lo scambio termico). In realtà, al variare delle condizioni operative (coefficienti di scambio termico), *delta_t* è stato modificato da 0.1 a 0.01 (rendendolo più piccolo all'aumentare del valore dei coefficienti di scambio termico) ed è stato riportato *delta_t* = 0.05 per compattezza. Successivamente viene definita la geometria:

```
%geometria del problema
r_i=4*10^(-3);           %raggio interno del cilindro (m)
r_e=15.875*10^(-3);     %raggio esterno del cilindro (m)
L=6;                    %lunghezza del cilindro (m)
N=20;                   %numero dei nodi
delta_r=(r_e-r_i)/(N-1); %spaziatura tra i nodi (m)
```

e si calcolano raggi e volumi di ogni nodo:

```

%raggio di ciascun nodo
r=zeros(1, N);    %(m)
r(1)=r_i;
r(N)=r_e;
for i=2:N-1
    r(i)=r_i+(i-1)*delta_r;
end

%volume di ciascun nodo
V=zeros(1, N);    %(m^3)
V(1)=pi*((r(1)+delta_r/2)^2-r_i^2)*L;
V(N)=pi*(r_e^2-(r(N)-delta_r/2)^2)*L;
for i=2:N-1
    V(i)=pi*((r(i)+delta_r/2)^2-(r(i)-delta_r/2)^2)*L;
end

```

Ora è necessario definire le proprietà termofisiche di interesse del PCM: esse sono densità, calore specifico, conducibilità termica, calore latente di fusione e temperatura di fusione; in particolare, le prime tre dovranno essere definite sia per la fase solida che per quella liquida ma, dato che per la scelta del PCM si hanno diverse possibilità, la parte del codice necessaria ad inizializzare le variabili sopra citate sarà tralasciata. Per conoscere le proprietà termofisiche si rimanda alla tabella 4.1. In maniera analoga verrà tralasciata anche la parte di definizione di:

- temperatura del refrigerante;
- temperatura dell'aria;
- coefficiente di scambio termico lato refrigerante;
- coefficiente di scambio termico convettivo lato aria;
- temperatura iniziale dei nodi del PCM;
- entalpia iniziale dei nodi del PCM.

Queste variabili servono per valutare le prestazioni del PCM e perciò necessitano di essere modificate per variare le condizioni al contorno.

Per quanto riguarda l'ultimo punto, ovvero l'inizializzazione dell'entalpia dei nodi del PCM, dato che non è possibile definire un valore di entalpia in senso assoluto ma è necessario considerare delle differenze di entalpia, quest'ultima viene calcolata come segue: si definisce il valore di entalpia del PCM liquido quando $T = T_m$ pari a 0 J e si prende tale valore come riferimento; a questo punto, se si vuole conoscere il valore di entalpia alla temperatura $T^* > T_m$, si sfrutta la seguente relazione:

$$H_{T^* > T_m, i} = m_{l, i} c_{p, l} (T^* - T_m) \quad (3.1)$$

in cui sono state utilizzate le proprietà con il pedice l perchè, quando $T^* > T_m$, il PCM è interamente liquido. Quando il PCM è completamente solido vale:

$$H_{T^* < T_m, i} = -m_s h_{fus} - m_{s, i} c_{p, s} (T_m - T^*) \quad (3.2)$$

mentre, se il PCM è in cambiamento di fase, si può risalire all'entalpia tramite la conoscenza della frazione di solido:

$$H_{T^* = T_m, i} = -f_s m_s h_{fus} \quad (3.3)$$

Chiusa questa breve parentesi, resta solo da inizializzare le proprietà in cambiamento di fase¹:

```
rho_medio=zeros(1, N);
k_medio=zeros(1, N);
cp_medio=zeros(1, N);
for i=1:N
    rho_medio(i)=fs(i)*rho_s+(1-fs(i))*rho_l;
    k_medio(i)=fs(i)*k_s+(1-fs(i))*k_l;
    cp_medio(i)=fs(i)*cp_s+(1-fs(i))*cp_l;
end
```

in cui la frazione di solido si calcola dalla 2.28 o dalla 2.29.

3.2 Logica dei blocchi e dei controlli su Simulink

La logica con la quale è stato costruito il medello Simulink segue il digramma di flusso di figura 3.1

¹In realtà queste ultime saranno le uniche che verranno utilizzate nel modello perchè se $f_s = 0$ risulta $\rho_{bf} = \rho_l$, $k_{bf} = K_l$ e $cp_{bf} = cp_l$ mentre, se $f_s = 1$ risulta $\rho_{bf} = \rho_s$, $k_{bf} = K_s$ e $cp_{bf} = cp_s$

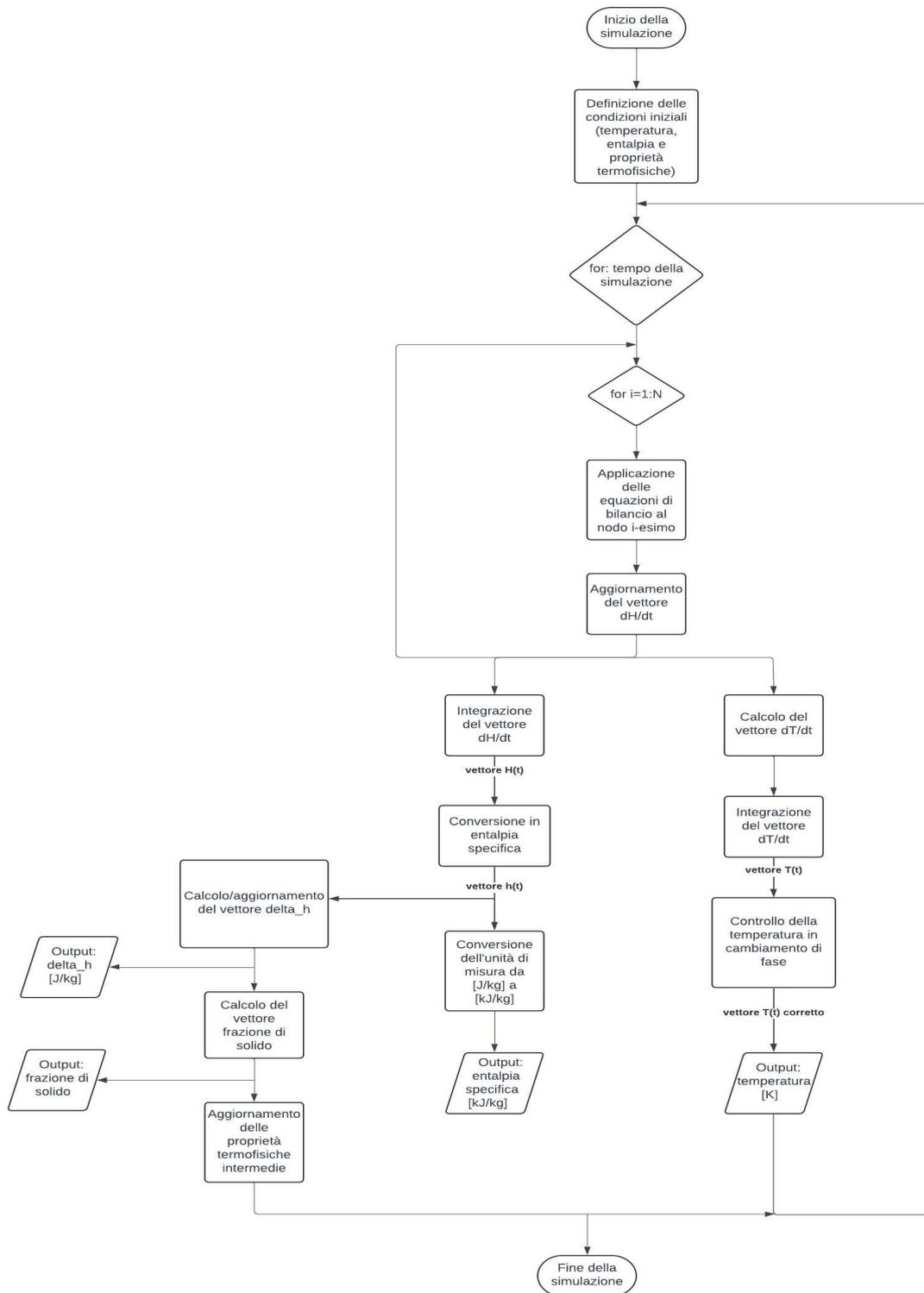


Figura 3.1: Diagramma di flusso della logica del modello Simulink

Dopo aver definito le condizioni iniziali sul workspace di Matlab, una logica condizionale implementata tramite uno blocco *switch* decide quali valori di temperatura e di conducibilità termica utilizzare all'interno delle equazioni di bilancio: in particolare, all'istante di tempo $j = 1$ verranno utilizzati i valori iniziali, dopodiché si utilizzeranno i valori calcolati all'istante precedente. Il numero del passo temporale corrente si ottiene come in figura 3.3, in cui il simbolo dell'orologio rappresenta un blocco *clock*.

Successivamente, nel sottosistema adibito al calcolo del vettore $\frac{\partial H}{\partial \tau}$ tramite l'applicazione delle equazioni di bilancio, a seconda di quale nodo si sta considerando viene implementata una tra la 2.17, 2.18 o 2.19. Un blocco *assignment* aggiorna il vettore ad ogni iterazione.

In seguito, il vettore $\frac{\partial H}{\partial \tau}$ viene integrato grazie al blocco *integrator* (in cui è necessario specificare le condizioni iniziali) e il vettore di entalpia così ottenuto viene convertito in entalpia specifica dal sottosistema di figura 3.4. Per completare questa operazione, dato che con la sola entalpia non è possibile ottenere informazioni sulla frazione di solido e , di conseguenza, su come varia la massa, quest'ultima è stata approssimata con la media tra il valore che ha in fase solida e il valore che ha in fase liquida.

Attraverso l'entalpia specifica è ora possibile aggiornare il vettore Δh (inizializzato ad un vettore di N valori nulli) calcolando il valore assoluto della differenza tra entalpia appena computata ed entalpia computata all'istante precedente. La figura 3.2 rappresenta e chiarifica quanto appena spiegato. Con il vettore Δh è ora possibile calcolare la frazione di solido e aggiornare tutte le proprietà del materiale.

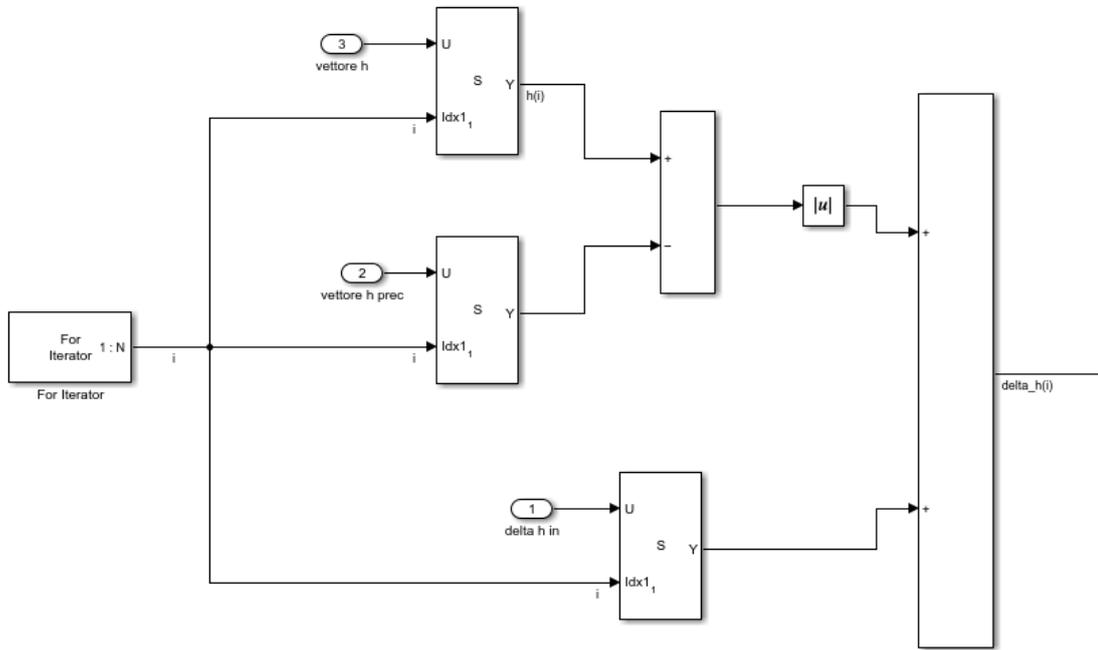


Figura 3.2: Aggiornamento del vettore Δh

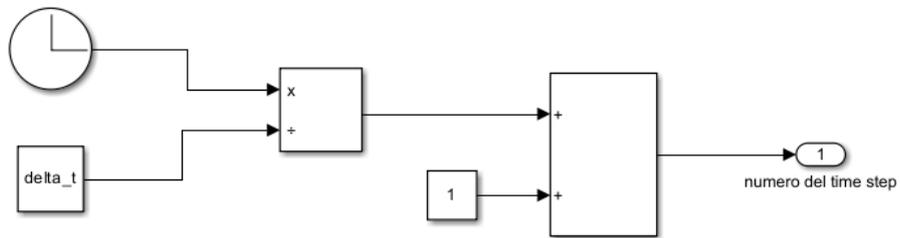


Figura 3.3: Calcolo del passo temporale corrente

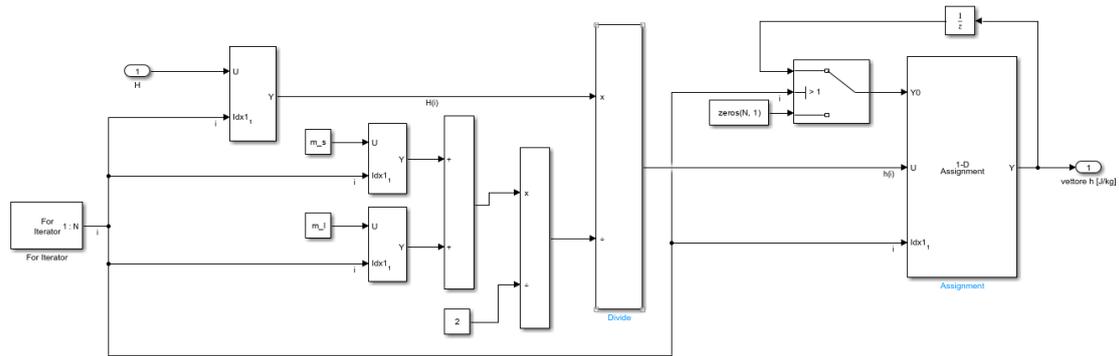


Figura 3.4: Conversione dell'entalpia in entalpia specifica

Per quanto riguarda il sottosistema adibito al calcolo del vettore $\frac{\partial T}{\partial \tau}$, esso riceve in input i vettori $\frac{\partial H}{\partial \tau}$, $h(\tau)$ e li manipola con la seguente logica: per prima cosa viene fatto un controllo riguardo allo stato di aggregazione iniziale attraverso dei blocchi *if* ed *if action* e, a seconda della casistica nella quale si ricade, viene applicato un set di equazioni diverso. Successivamente, viene controllato lo stato di aggregazione attuale tramite due blocchi *switch*; facendo riferimento alla figura 3.5, in cui è stato riportato il caso di condizioni iniziali di completa liquefazione, se il nodo i è interamente liquido o interamente solido e gli viene sottratto calore, il vettore $\frac{\partial T}{\partial \tau}$ viene calcolato dalla 2.24 mentre, se il nodo sta attraversando il cambiamento di fase si impone $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$. Infine, il vettore $\frac{\partial T}{\partial \tau}$ viene integrato e dei blocchi *scope* permettono di visualizzare gli andamenti nel tempo delle grandezze di interesse.

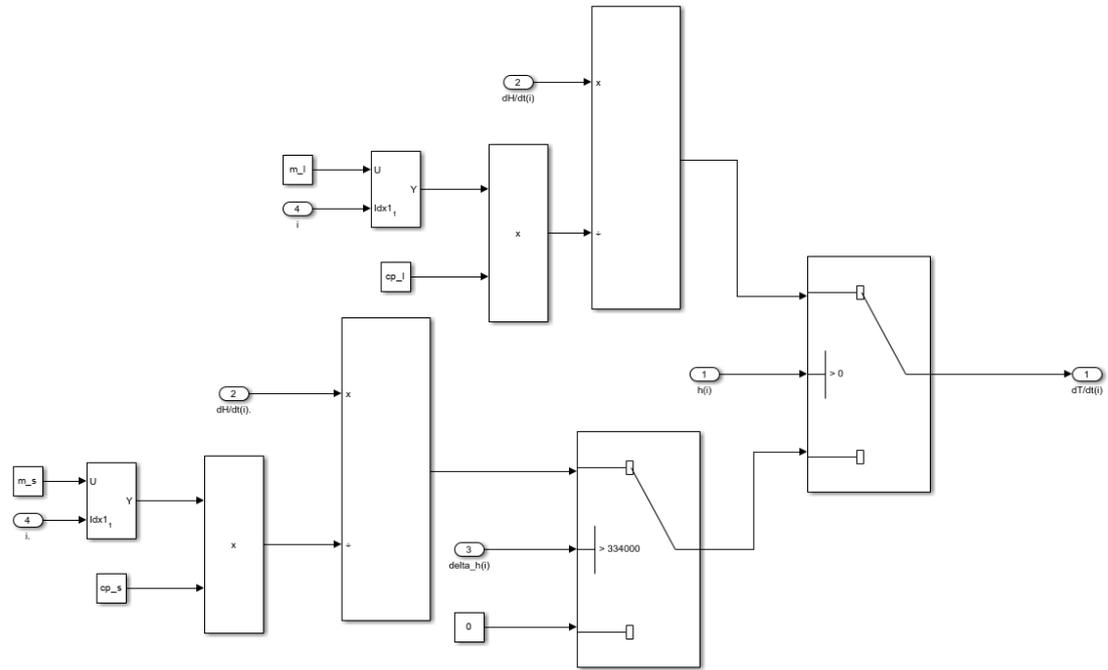


Figura 3.5: Calcolo del vettore $\frac{\partial T}{\partial \tau}$ con condizioni iniziali di $f_s, i = 0 \forall i$

Capitolo 4

Simulazioni principali

Le simulazioni sono state eseguite utilizzando come PCM due materiali differenti: *acqua* e *PureTemp -5*, che è una soluzione a base di olio vegetale. Per entrambi i materiali sono state simulate sia la fase di carica che la fase di scarica a parità di condizioni al contorno. Le condizioni al contorno sono riassunte nella tabella 4.2. La fase di scarica è stata simulata imponendo adiabaticità verso l'interno, cioè $h_{ref} = 0 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$; in questo modo viene annullato il contributo allo scambio termico dato dal refrigerante. La discretizzazione del dominio è stata eseguita con $N = 20$ nodi. In tabella 4.1 vengono presentate le principali caratteristiche dei due materiali.

Proprietà	Acqua	PureTemp -5
Calore latente di fusione (kJ kg^{-1})	334	180
Temperatura di fusione (K)	273.15	268.15
Densità in fase solida (kg m^{-3})	918	860
Densità in fase liquida (kg m^{-3})	1000	860
Conducibilità termica in fase solida ($\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	2.3	0.2
Conducibilità termica in fase liquida ($\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	0.58	0.2
Calore specifico in fase solida ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	2.108	1.66
Calore specifico in fase liquida ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	4.184	1.93

Tabella 4.1: Proprietà di acqua e PureTemp -5

Parametro	Valore
Temperatura del refrigerante (K)	243.15
Coefficiente di scambio termico lato refrigerante ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$)	3500
Temperatura dell'aria (K)	308.15
Coefficiente di scambio termico lato aria ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$)	20
Temperatura iniziale del PCM in fase di carica (K)	283.15
Temperatura iniziale del PCM in fase di scarica (K)	253.15

Tabella 4.2: Condizioni al contorno

4.1 Acqua

Grazie al suo elevato calore latente di fusione, l'acqua riesce ad immagazzinare notevoli quantità di energia termica durante il cambiamento di fase, e ciò le permette di essere una valida opzione nella scelta di un materiale che deve essere sfruttato in questo senso. Di seguito vengono riportati i risultati delle simulazioni.

4.1.1 Fase di carica

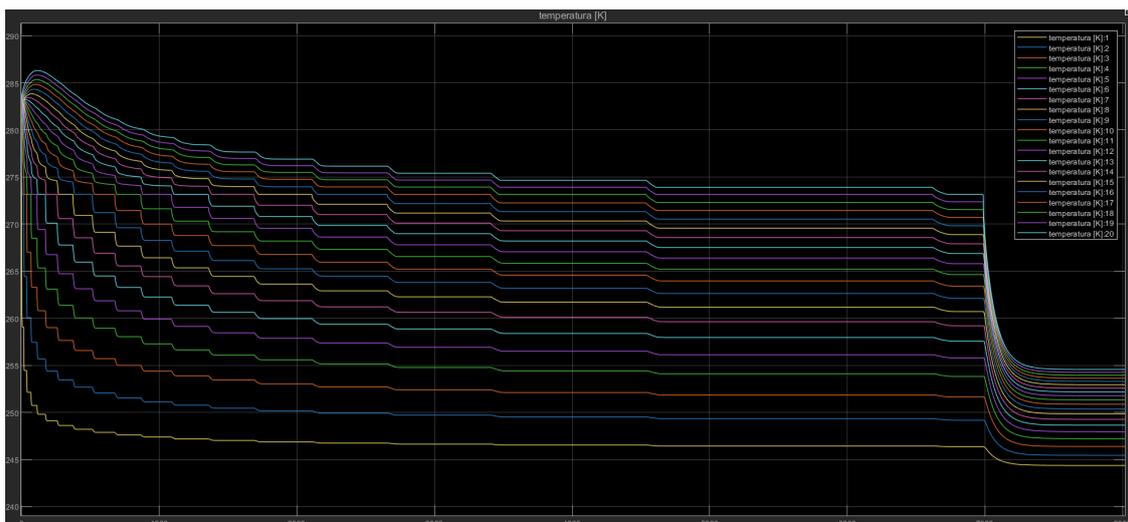


Figura 4.1: Fase di carica, andamento della temperatura nell'acqua

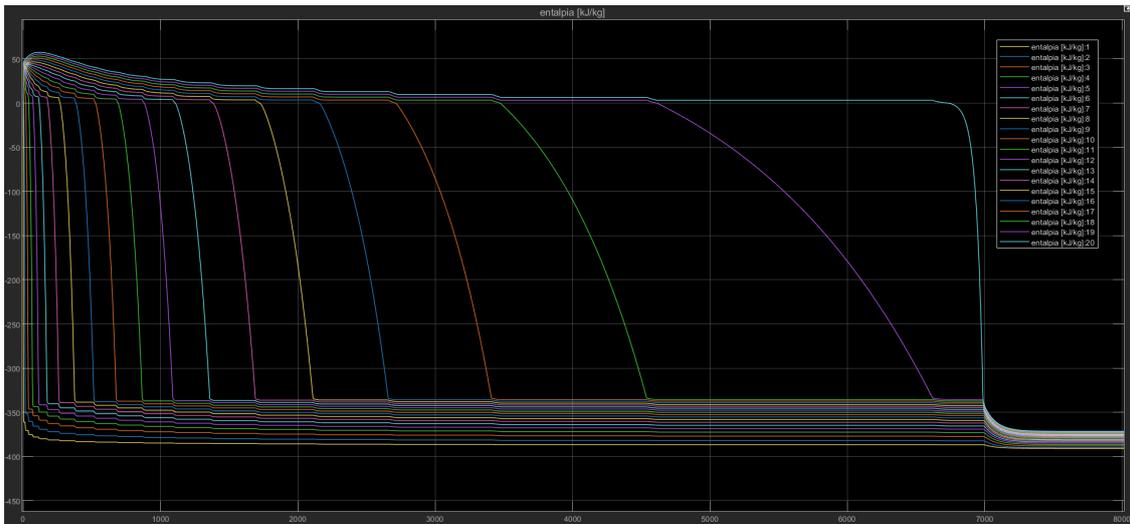


Figura 4.2: Fase di carica, andamento dell'entalpia nell'acqua

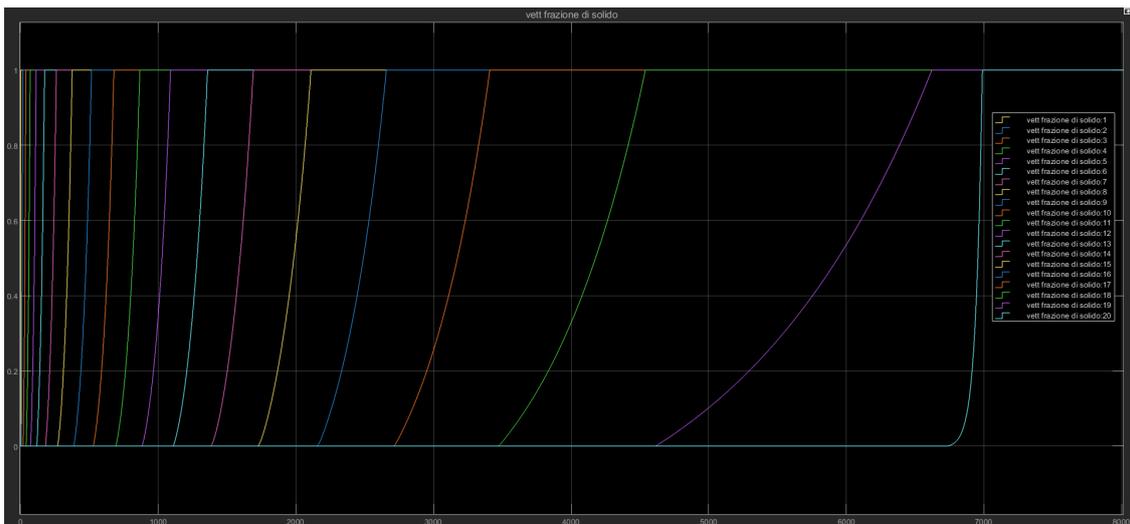


Figura 4.3: Fase di carica, andamento della frazione di solido nell'acqua

Come si vede dalle figure 4.1 e 4.3, la solidificazione si completa dopo circa 7000 s, ovvero poco meno di 2 h. Dopodiché, si nota un breve transitorio fino a che lo scambio termico non raggiunge un punto di equilibrio facendo rimanere costanti temperatura ed entalpia.

In generale, durante la fase di solidificazione, si nota un andamento a gradini. Esso è più pronunciato nei nodi interni e più smussato in quelli esterni. In particolare, ogni nodo ha tanti gradini quanti sono i nodi che mancano a solidificare: il nodo 1 ha 20 gradini, il nodo 2 ne ha 19 e così via fino al nodo 20 che ne ha 1. Tale andamento si verifica in corrispondenza dei vari cambiamenti di fase: in queste condizioni, per i nodi che sono già

solidi, la potenza termica che entra è uguale a quella che esce e ciò determina $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$. Questa situazione è analoga in tutte le altre simulazioni, perciò non verrà più commentata.

4.1.2 Fase di scarica

Prima di procedere con la presentazione di questi risultati è necessario chiarire un punto. La condizione sulla quale si basa l'inizio della computazione del vettore Δh è gestita dal valore dell'entalpia specifica al passo temporale corrente. Come spiegato nella sezione 3.2, la conversione da entalpia ad entalpia specifica viene effettuata con un calcolo approssimato, e ciò comporta che i risultati che si otterrebbero risultino errati ed incoerenti. Per ovviare a questo problema, la densità dell'acqua in fase liquida viene considerata uguale alla densità dell'acqua in fase solida; così facendo non si hanno variazioni di massa e il calcolo della condizione risulta comunque preciso. Al contrario, nella fase di carica non esiste questo problema perchè l'inizio del cambiamento di fase avviene quando $H_i = 0$ ¹; di conseguenza, vale $h_i = \frac{H_i}{m_i} = 0$ qualsiasi sia il valore di m_i .

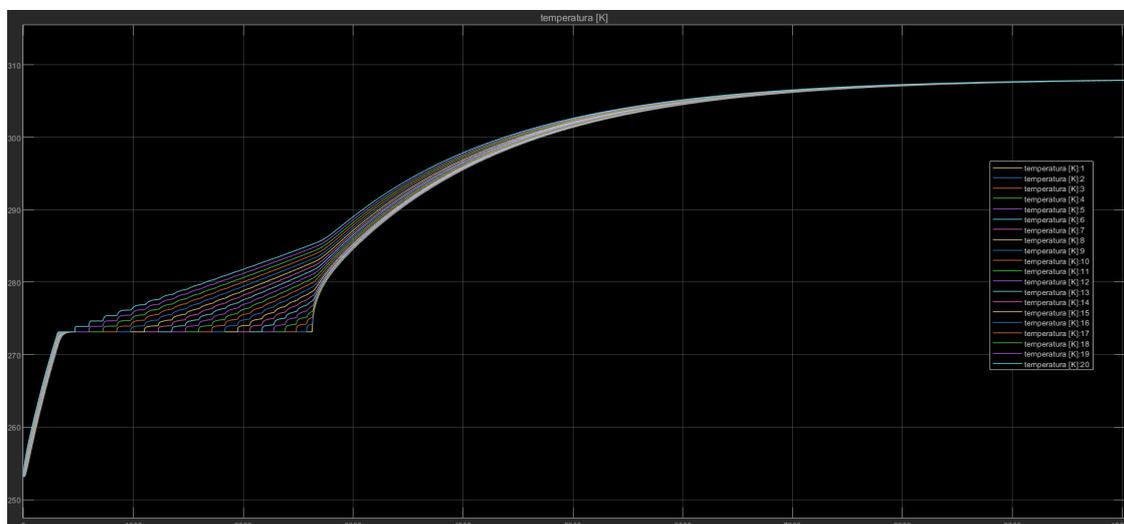


Figura 4.4: Fase di scarica, andamento della temperatura nell'acqua

¹Per chiarimenti sul perchè di questo valore si rimanda alla sezione 3.1

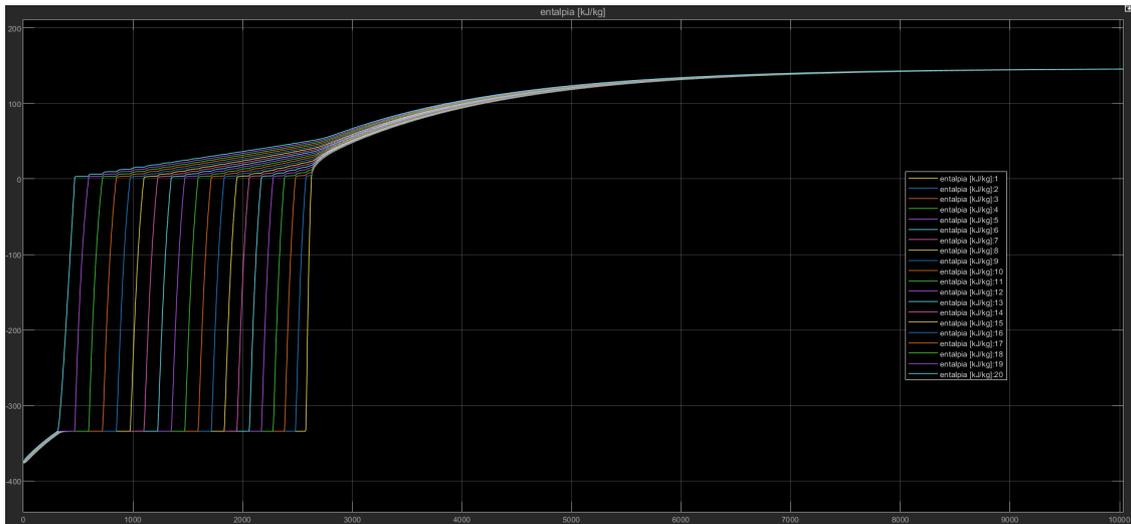


Figura 4.5: Fase di scarica, andamento dell'entalpia nell'acqua

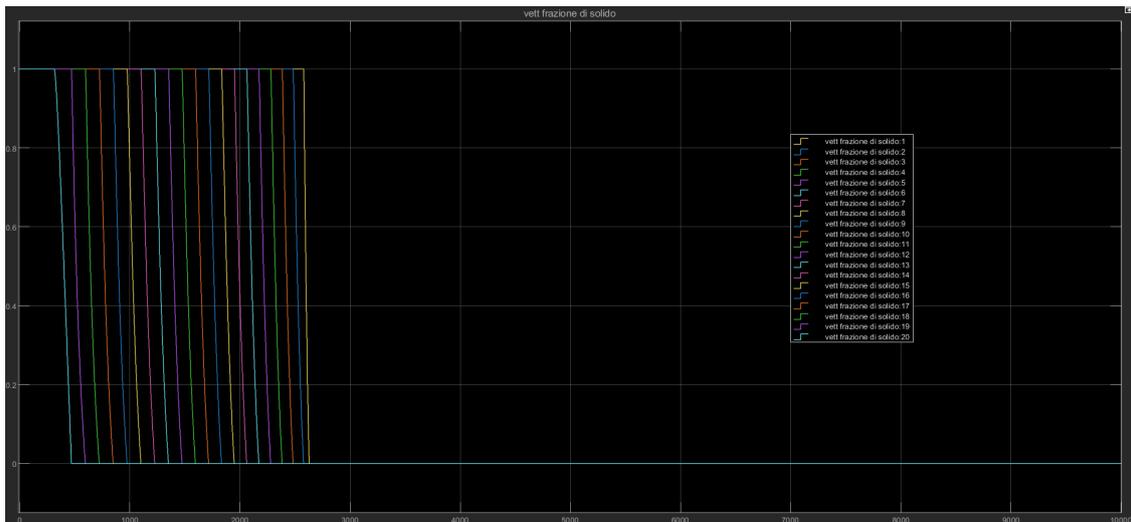


Figura 4.6: Fase di scarica, andamento della frazione di solido nell'acqua

In questo caso la fusione inizia dopo circa 400 s e dura 2200 s cioè, dopo circa 43 min l'acqua da tutta solida è diventata tutta liquida. Dopo circa 8500 s la temperatura non subisce più variazioni significative e raggiunge asintoticamente il valore della temperatura dell'aria.

4.2 PureTemp -5

4.2.1 Fase di carica

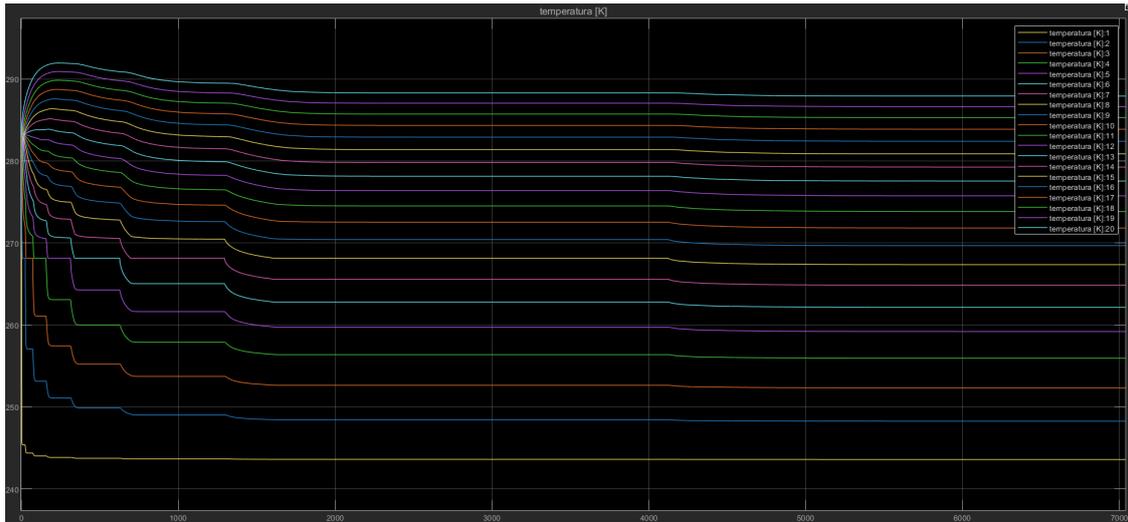


Figura 4.7: Fase di carica, andamento della temperatura in PureTemp-5

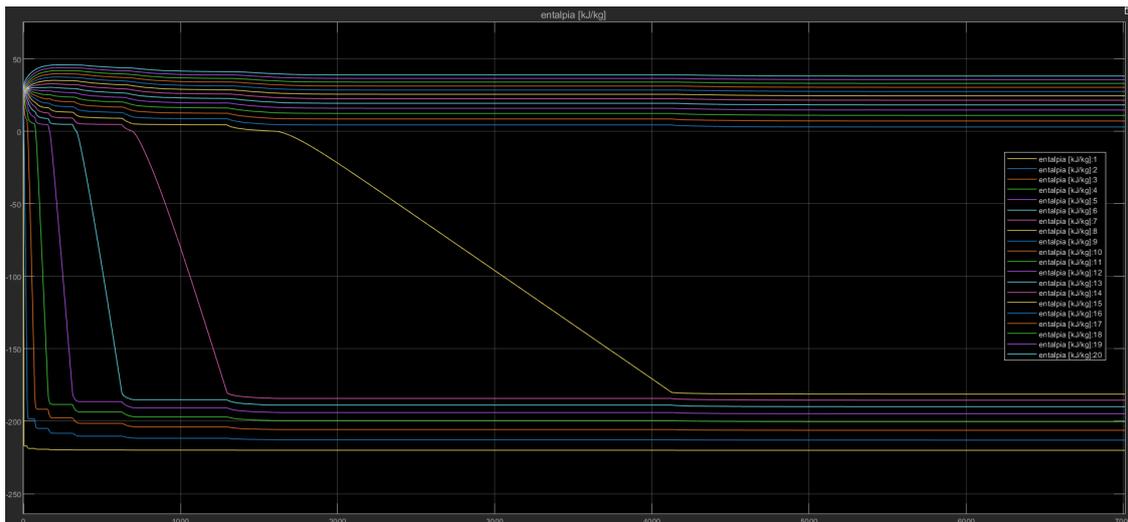


Figura 4.8: Fase di carica, andamento dell'entalpia in PureTemp-5

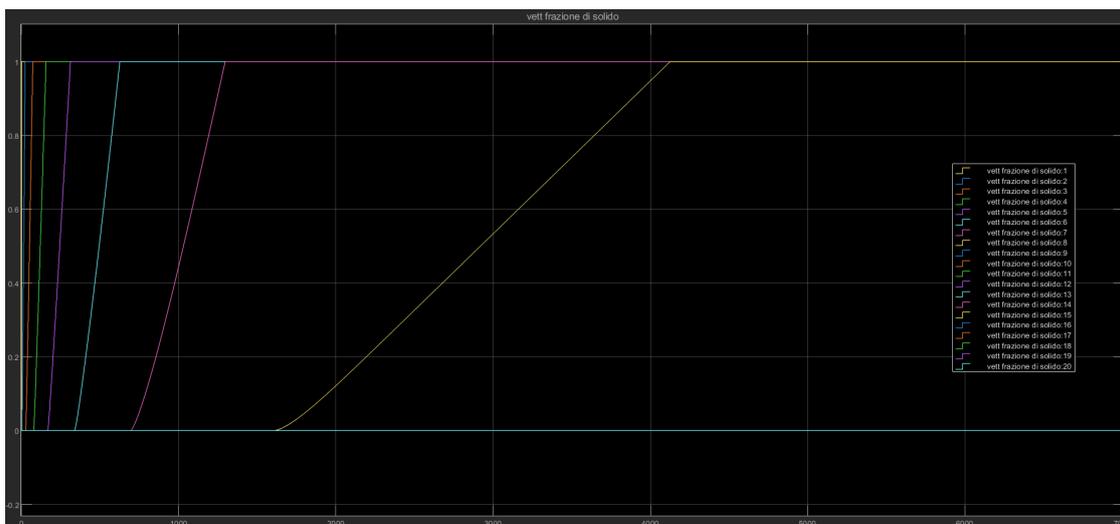


Figura 4.9: Fase di carica, andamento della frazione di solido in PureTemp-5

Come ci si poteva aspettare, a causa del basso calore latente di fusione e della temperatura di fusione che è inferiore rispetto a quella dell'acqua, le prestazioni di questo materiale risultano inferiori. La spiegazione deriva dal fatto che i nodi più interni arrivano molto velocemente alla temperatura del refrigerante o molto vicino ad essa (figura 4.7). A questo punto, anche se i nodi al centro del dominio possono risentire di una differenza di temperature abbastanza elevata, il valore della resistenza termica di conduzione è molto più grande rispetto a quello della resistenza termica convettiva (le proprietà di trasporto di *PureTemp-5* sono molto limitate, soprattutto la conducibilità termica) a cui è sottoposto solamente il primo nodo. Questo porta ad un abbassamento repentino della temperatura dei primi nodi e il progressivo impedimento dello scambio termico in tempi brevi. La figura 4.9 mostra come non si riesca a raggiungere una completa solidificazione, ma l'inibizione dello scambio termico porta ad una condizione di equilibrio termodinamico in cui temperature ed entalpie rimangono immutate.

4.2.2 Fase di scarica

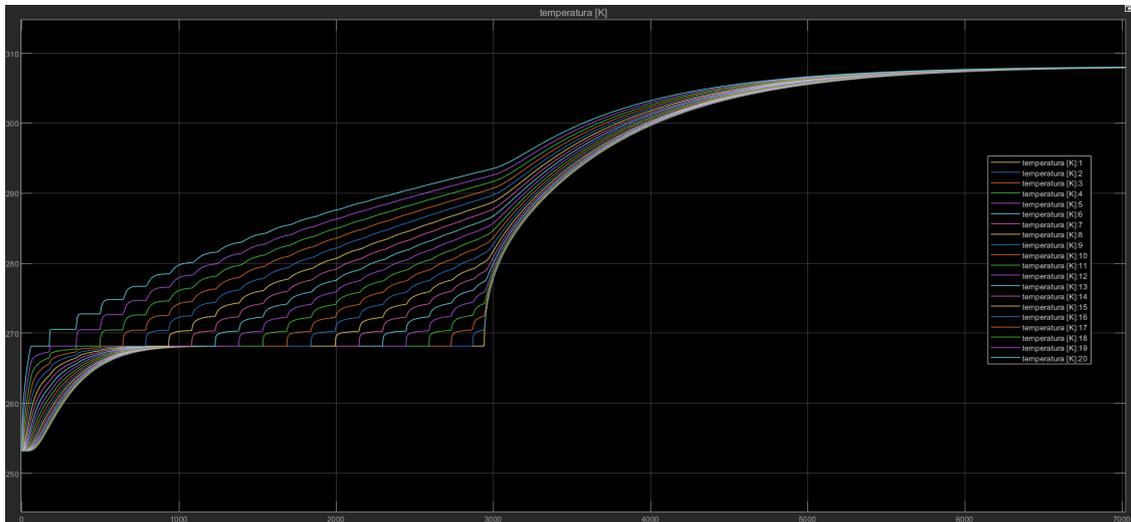


Figura 4.10: Fase di scarica, andamento della temperatura in PureTemp-5

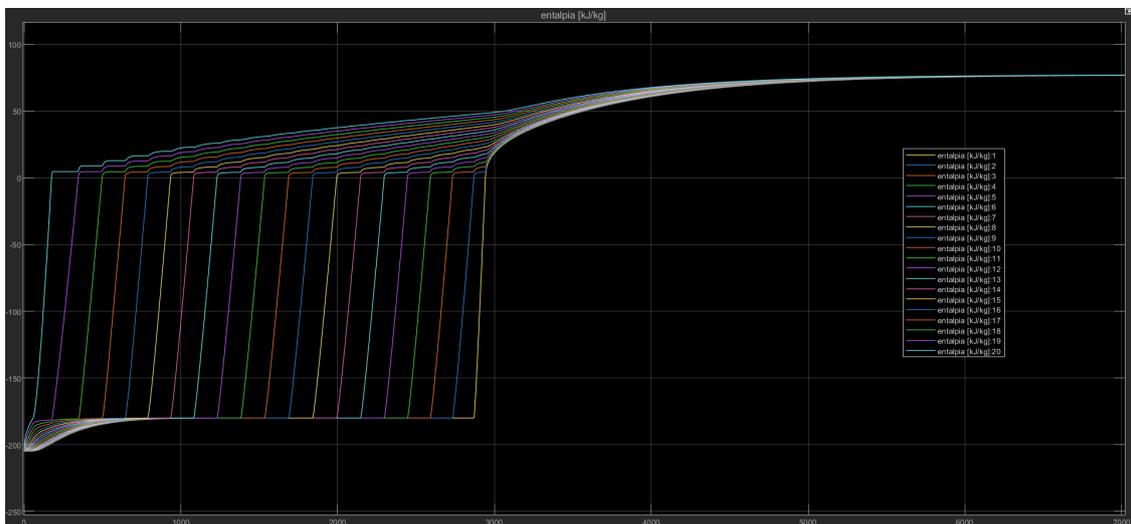


Figura 4.11: Fase di scarica, andamento dell'entalpia in PureTemp-5

La fase di scarica presenta un andamento paragonabile a quello visto per l'acqua. La liquefazione inizia dopo 100s e termina in circa 47 min.

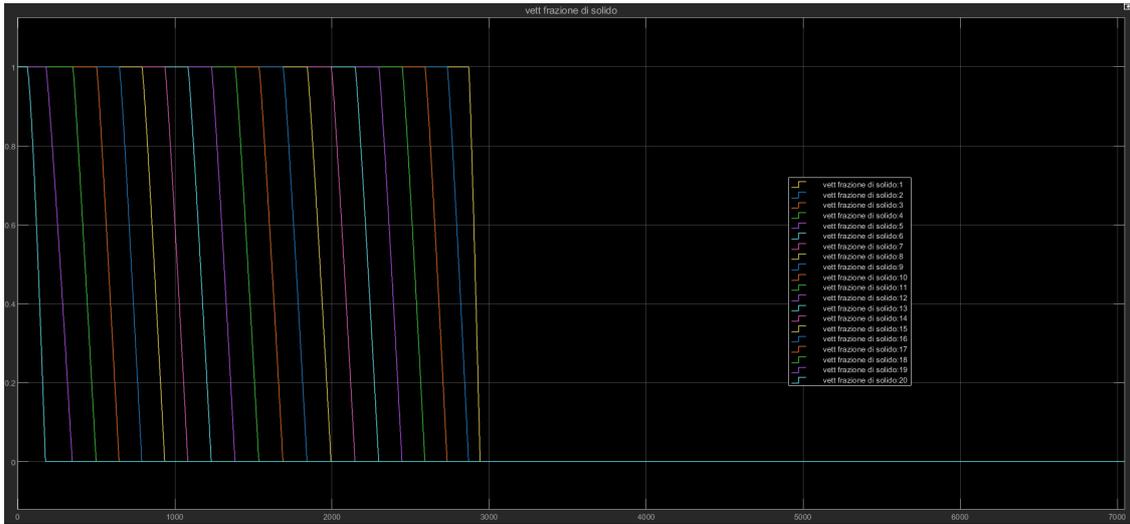


Figura 4.12: Fase di scarica, andamento della frazione di solido in PureTemp-5

Capitolo 5

Acqua - simulazioni aggiuntive

Dal momento che l'acqua offre delle performance decisamente migliori rispetto a PureTemp-5, si è deciso di indagare maggiormente il suo comportamento al variare delle condizioni al contorno. In particolare, sono state simulate diverse combinazioni dei valori di h_{ref} e h_{inf} per cercare di capire quando il PCM va in crisi, cioè non riesce a solidificarsi completamente. Il valore di h_{ref} è stato variato da 3000 a 7000 $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ a step di 500 $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$, mentre il valore di h_{inf} è stato variato da 5 a 50 $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ con degli step variabili. Di seguito vengono mostrati i risultati di maggiore interesse.

5.1 Simulazione di carica 1

La prima simulazione considera un coefficiente di scambio termico lato refrigerante pari 3000 $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ e un coefficiente di scambio termico convettivo lato aria pari a 5 $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$. In queste condizioni lo scambio termico con l'aria è molto debole e la convezione esterna risulta naturale e quasi stagnante.

Come si vede dai risultati, quando h_{inf} è molto limitato, anche un coefficiente di scambio termico lato refrigerante relativamente basso riesce a completare la fase di carica. La solidificazione avviene dopo circa 1750 s

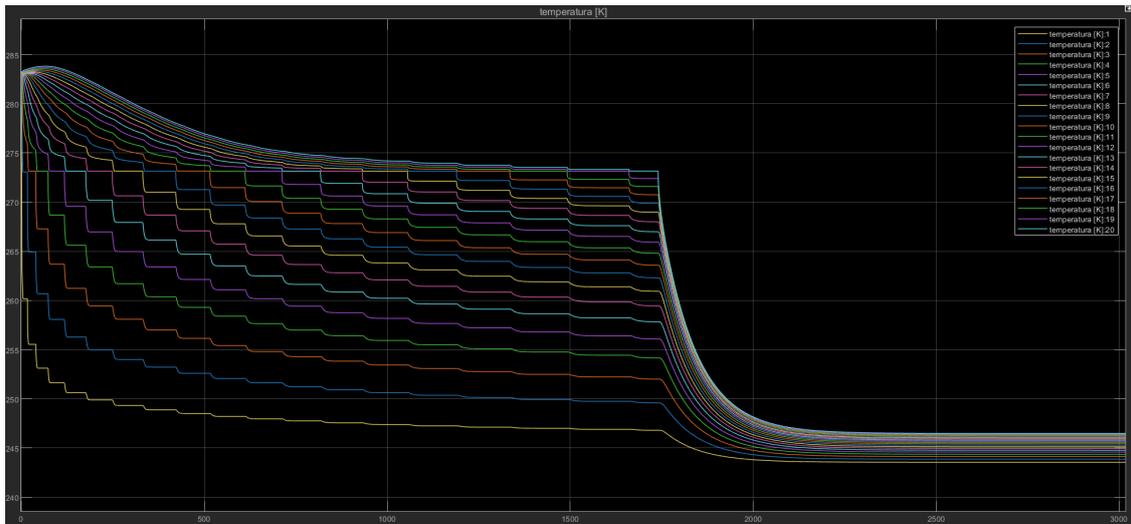


Figura 5.1: Sim 1, andamento della temperatura

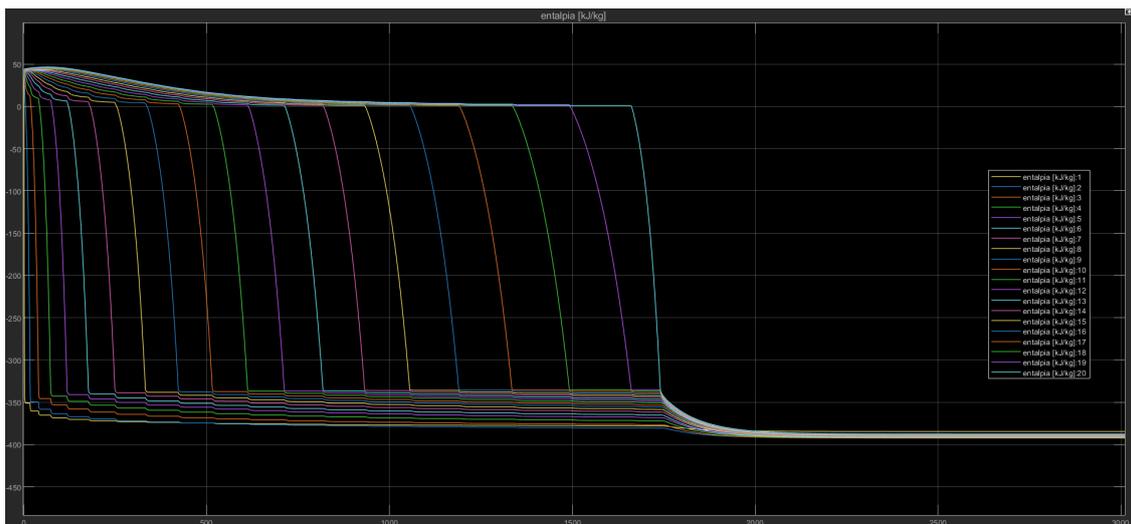


Figura 5.2: Sim 1, andamento dell'entalpia

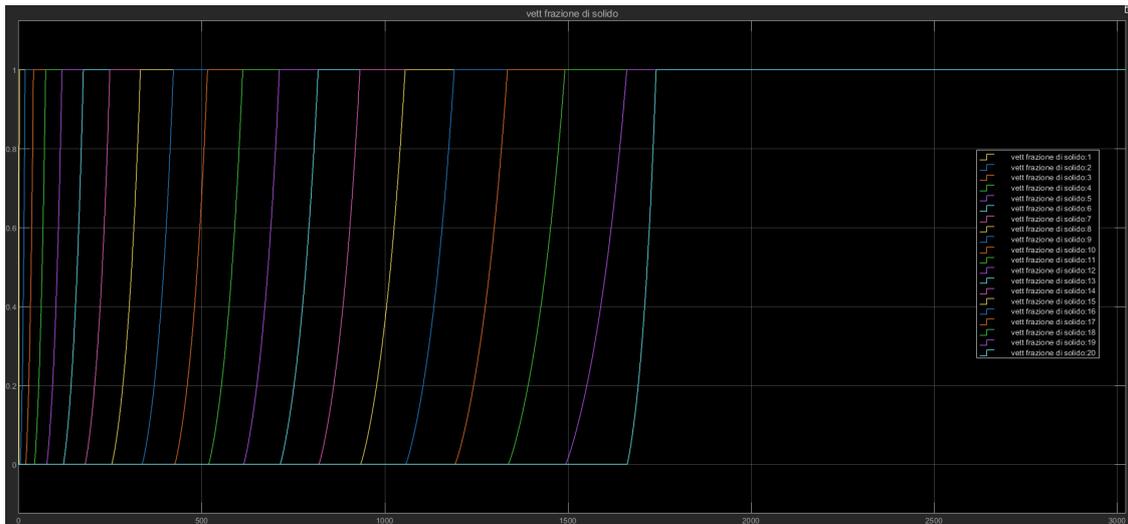


Figura 5.3: Sim 1, andamento della frazione di solido

5.2 Simulazione di carica 2

In questa simulazione vengono presentati i risultati relativi al limite del coefficiente di scambio termico lato refrigerante pari a $3000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Infatti, considerando $h_{inf} = 20 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ non si riesce ad ottenere una solidificazione completa. In questo caso si raggiunge l'equilibrio termodinamico al termine della solidificazione del nodo 12, cioè dopo circa 8000 s (vedi figure 5.4 e 5.6)

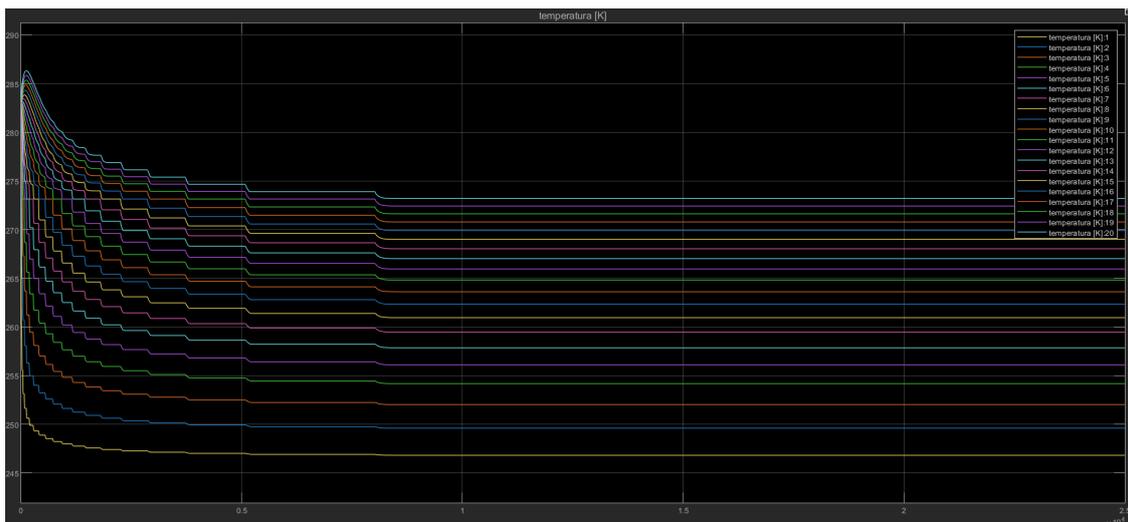


Figura 5.4: Sim 2, andamento della temperatura

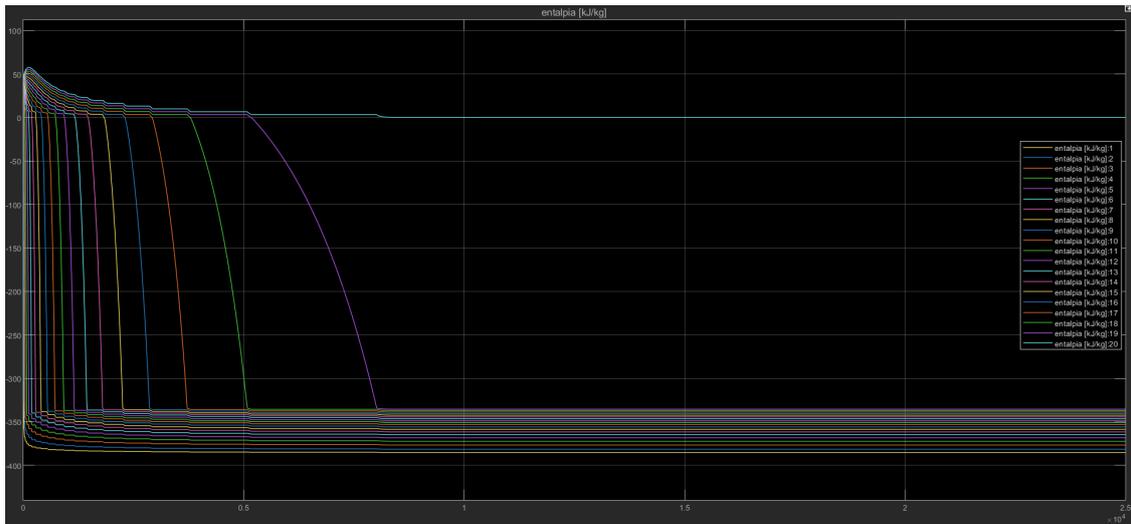


Figura 5.5: Sim 2, andamento dell'entalpia

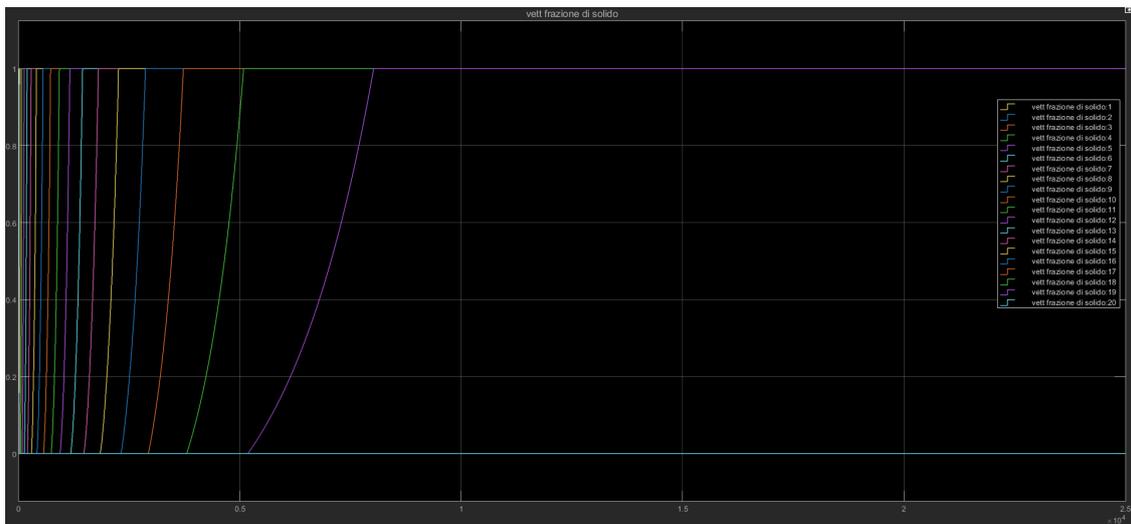


Figura 5.6: Sim 2, andamento della frazione di solido

Al contrario, considerando un coefficiente di scambio termico convettivo lato aria pari a $15 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$, si riesce ad ottenere la completa solidificazione dopo circa 3300 s (vedi figura 5.7)

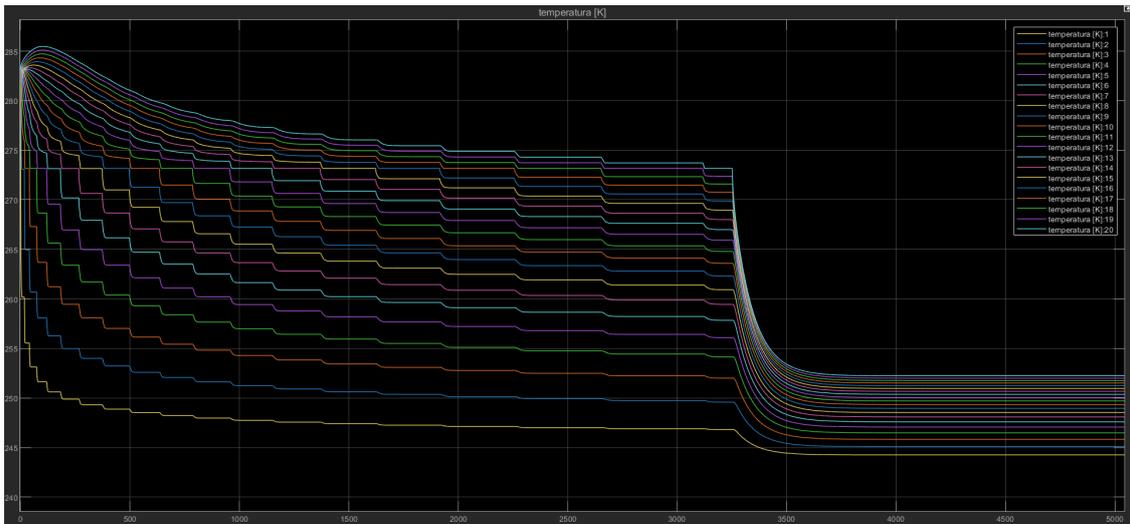


Figura 5.7: Sim 2, andamento della temperatura quando $h_{inf} = 15 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

5.3 Simulazione di carica 3

In questa simulazione sono stati considerati $h_{ref} = 4000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ e $h_{inf} = 20 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

Come ci si poteva aspettare, migliorando lo scambio termico lato refrigerante è stata raggiunta la completa solidificazione. Questo avviene dopo circa 6200 s.

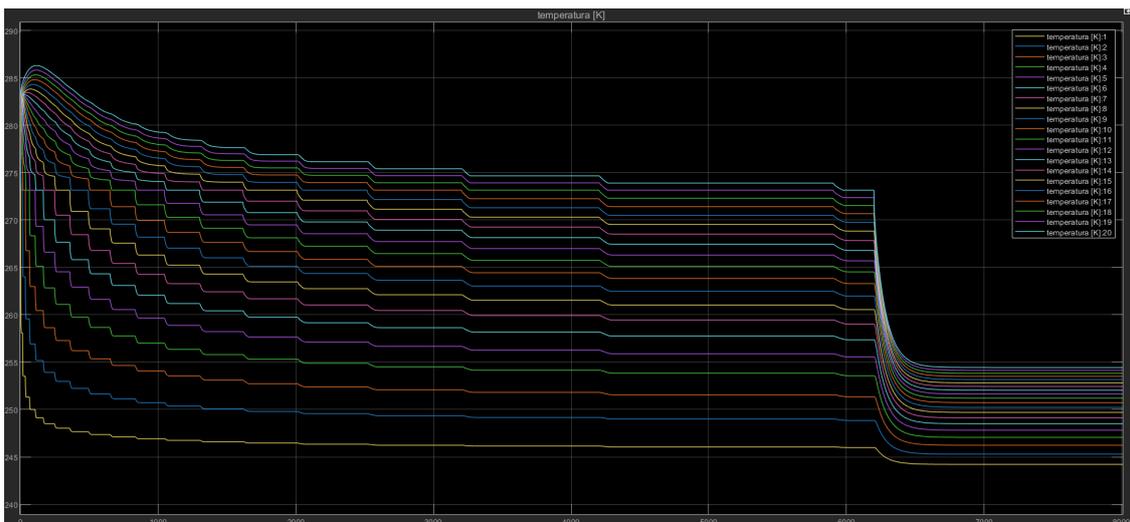


Figura 5.8: Sim 3, andamento della temperatura

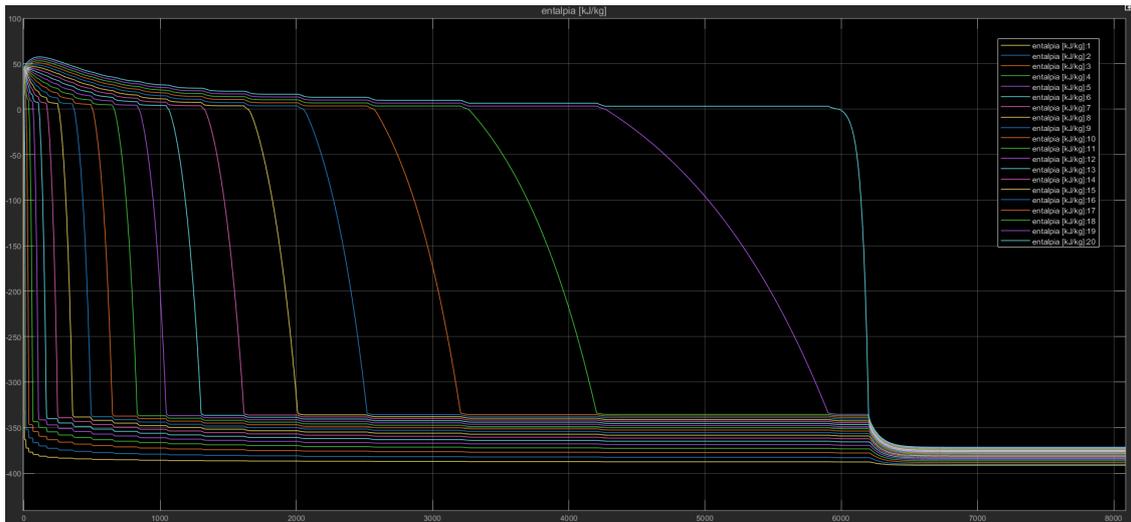


Figura 5.9: Sim 3, andamento dell'entalpia

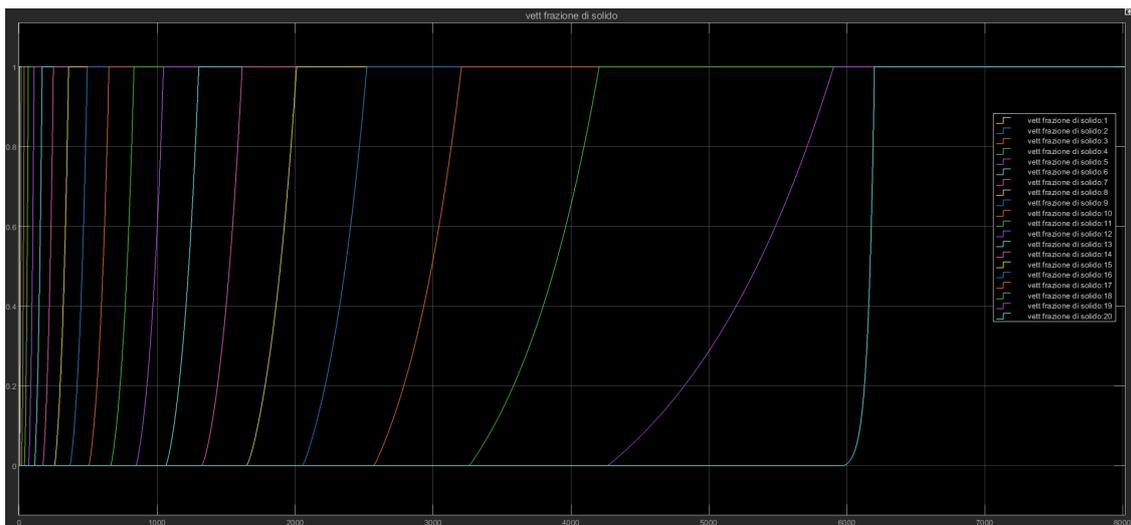


Figura 5.10: Sim 3, andamento della frazione di solido

Considerando invece $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ si ottiene la solidificazione di circa il 72% del PCM (figura 5.13), arrivando a solidificare completamente il sedicesimo nodo (figura 5.12). Infine, dato che nemmeno utilizzando $h_{ref} = 5000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ e $h_{ref} = 6000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ si riesce a solidificare completamente il PCM, la trattazione relativa a questi due valori verrà tralasciata. In particolare, come mostrato in figura 5.14, considerando $h_{ref} = 6000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ viene completata la solidificazione del nodo 17 dopo oltre 16 000 s, un tempo che non ha interesse progettuale.

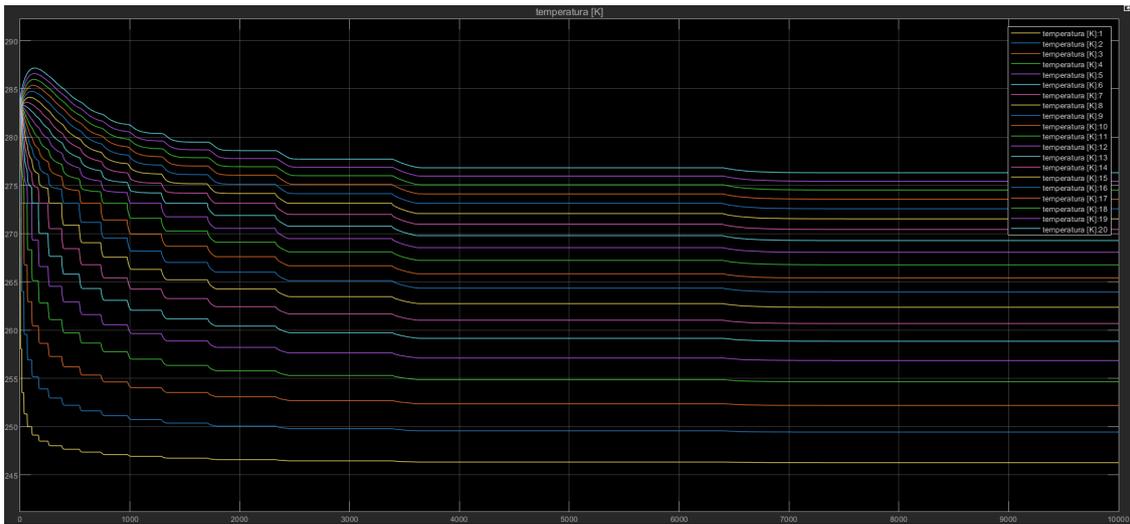


Figura 5.11: Sim 3, andamento della temperatura quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

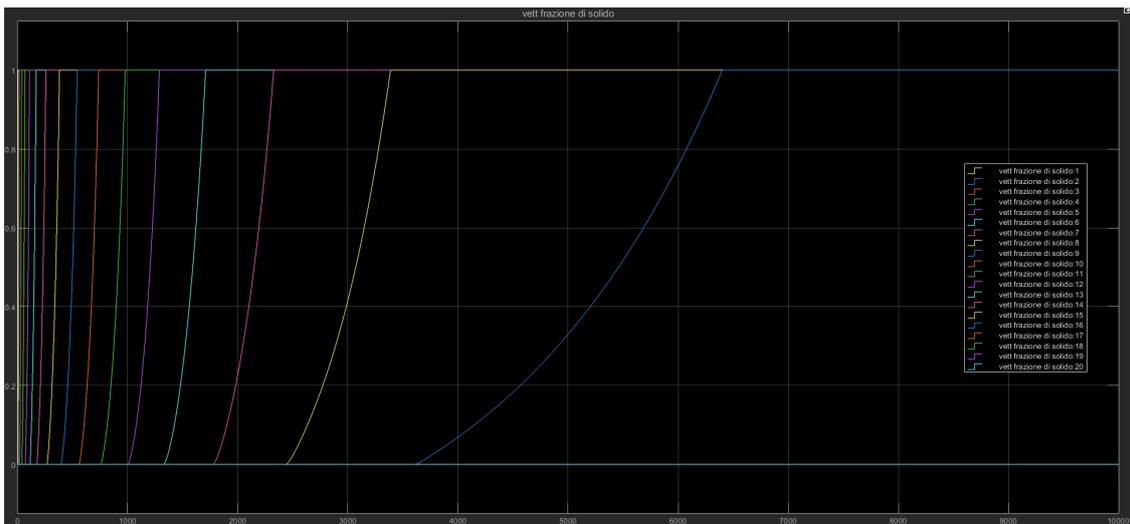


Figura 5.12: Sim 3, andamento della frazione di solido quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

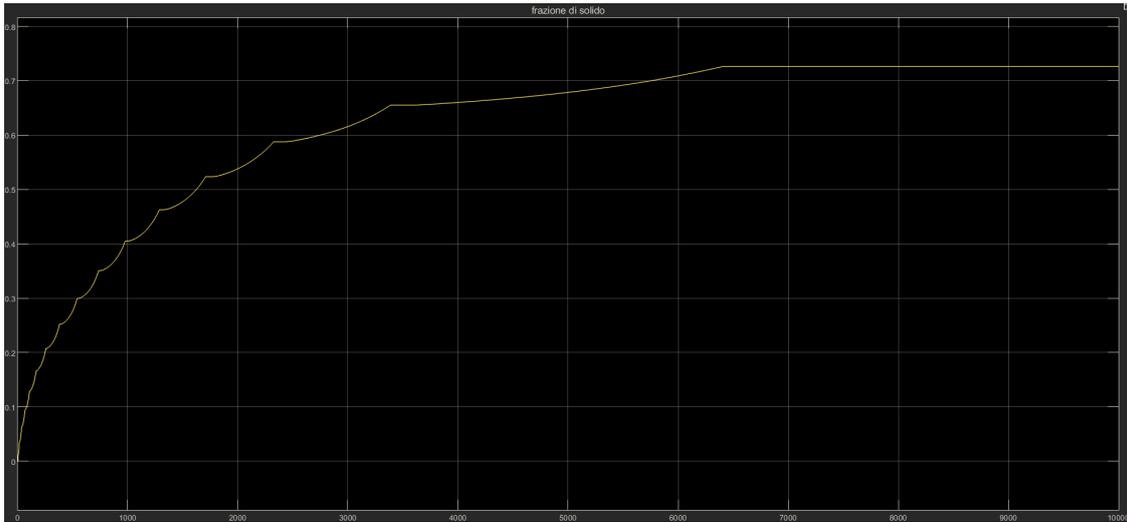


Figura 5.13: Sim 3, frazione di solido totale quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

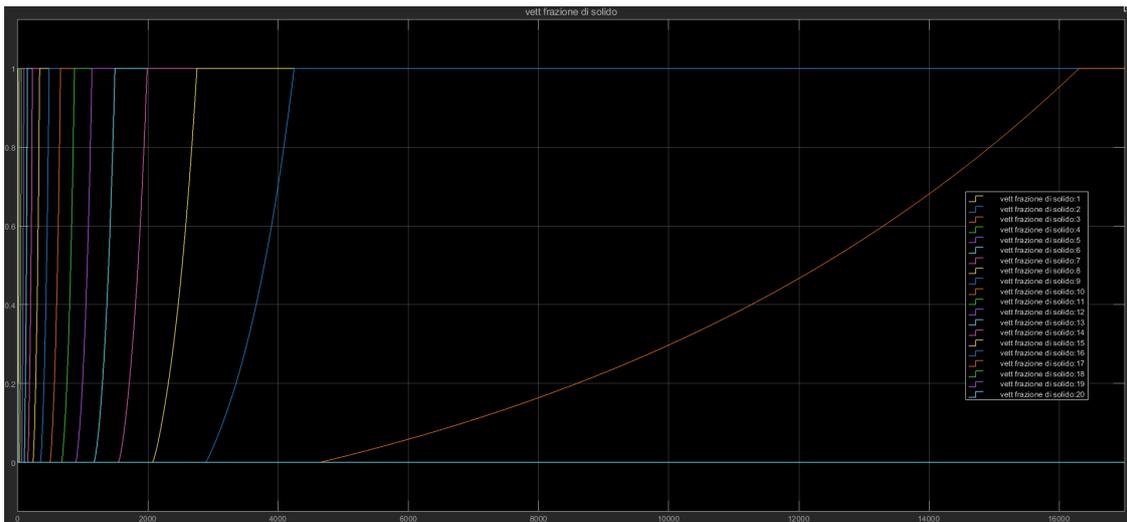


Figura 5.14: Sim 3, fraz. di solido quando $h_{ref} = 6000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ e $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

5.4 Simulazione di carica 4

In ultima analisi si studia il comportamento del PCM quando $h_{ref} = 7000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ e $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

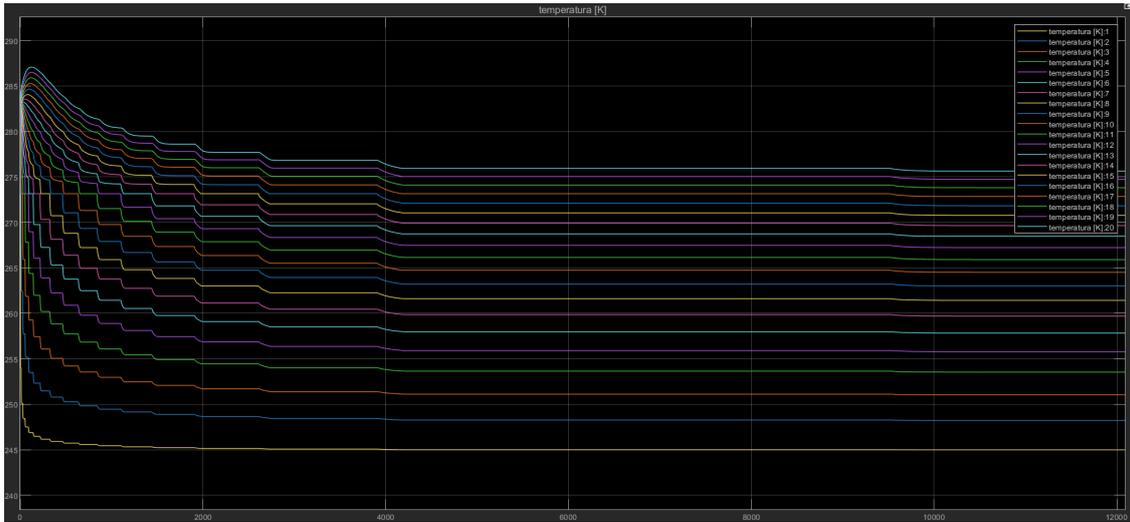


Figura 5.15: Sim 4, andamento della temperatura

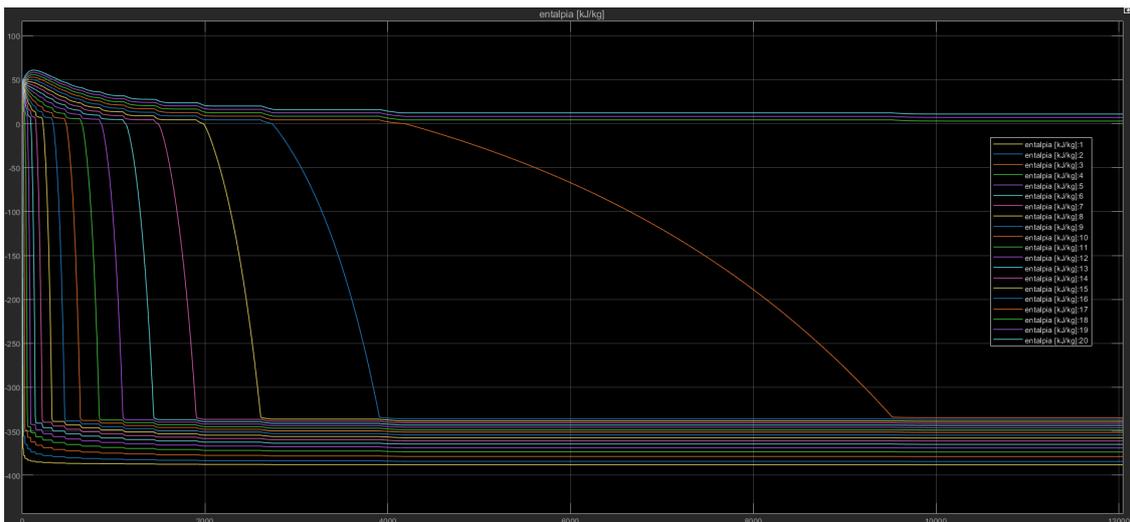


Figura 5.16: Sim 4, andamento dell'entalpia

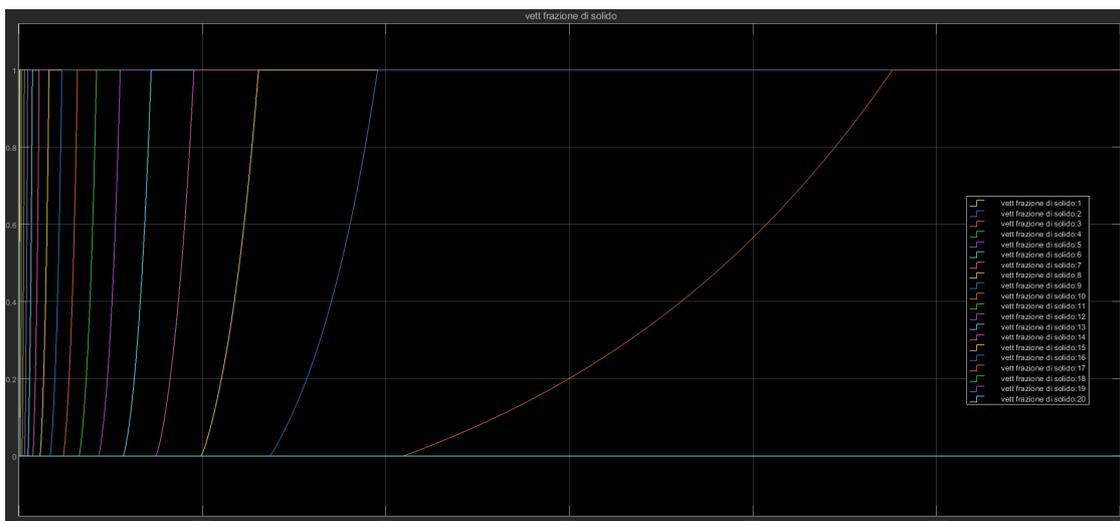


Figura 5.17: Sim 4, andamento della frazione di solido

Neanche in questo caso si riesce ad arrivare alla completa solidificazione: come mostrato in figura 5.17, il nodo 17 completa il passaggio di stato dopo circa 9200 s e, successivamente, si raggiunge l'equilibrio termodinamico (figura 5.15). Si può comunque notare come la solidificazione del nodo 17 avviene decisamente in anticipo rispetto al caso precedente (di circa 7000 s), e questo conferma quanto ci si potrebbe aspettare dopo avere migliorato lo scambio termico.

5.5 Simulazioni di scarica

Passando alle simulazioni della scarica, in questa sezione verranno presentati i risultati relativi a diverse configurazioni.

Per iniziare, è stato considerato il caso di convezione naturale stagnante (come in sezione 5.1), cioè $h_{inf} = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. In questa situazione lo scambio termico è molto limitato e la completa liquefazione avviene dopo circa 8600 s (figura 5.20).

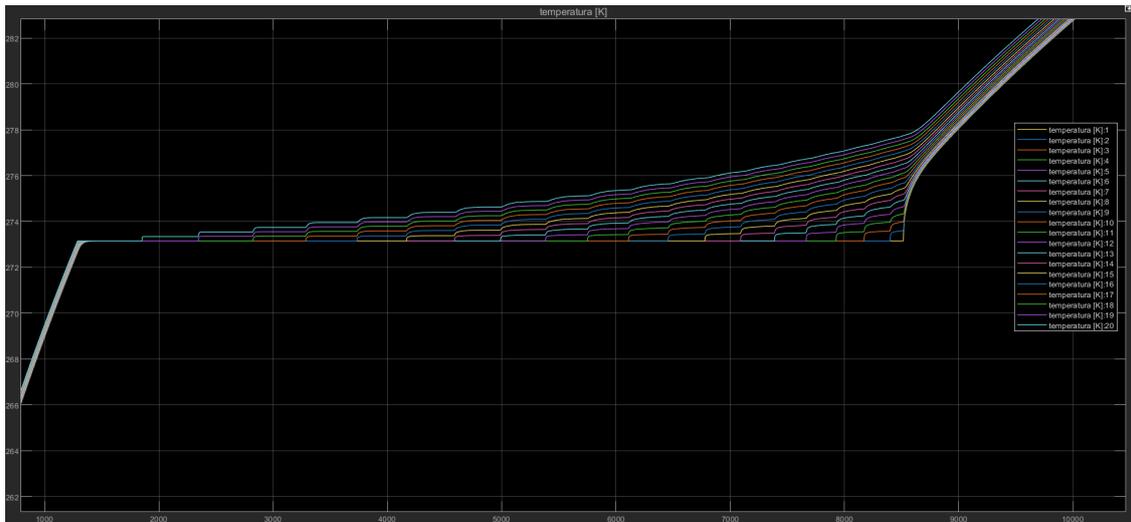


Figura 5.18: Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

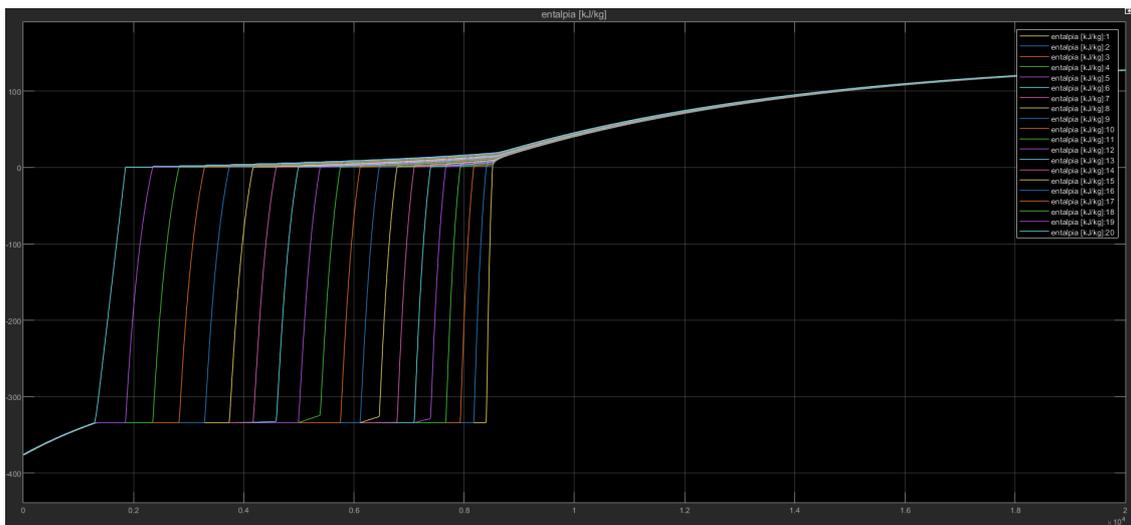


Figura 5.19: Sim scarica, entalpia quando $h_{inf} = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

Proseguendo con le simulazioni, si mostrano i risultati in cui è stato considerato $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ (un caso saliente per le simulazioni di carica). Risulta che la velocità con cui il PCM diventa completamente liquido è decisamente aumentata: infatti, come mostrato in figura 5.23, la liquefazione dell'ultimo nodo (nodo 1) avviene dopo circa 2250 s.

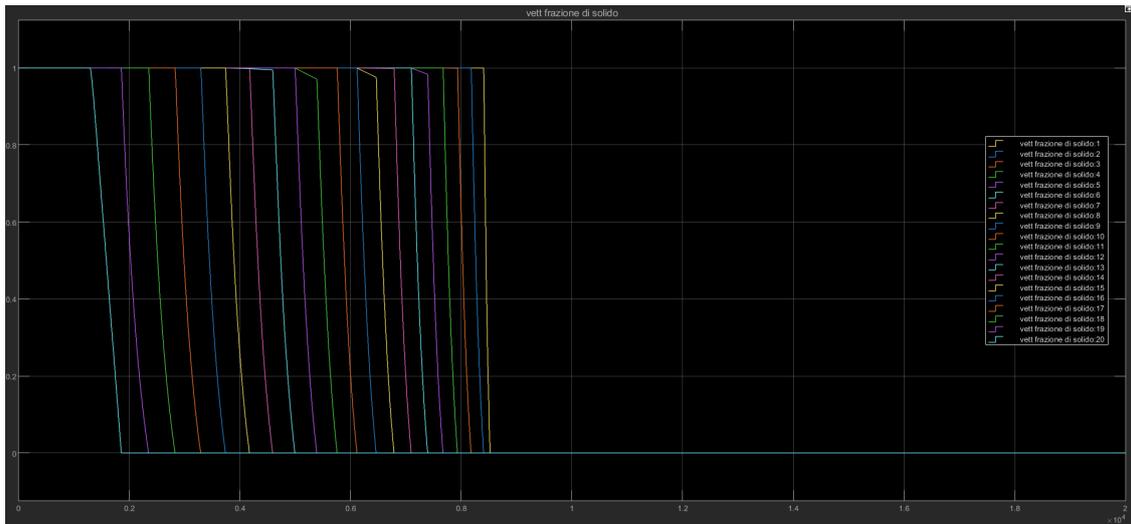


Figura 5.20: Sim scarica, frazione di solido quando $h_{inf} = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

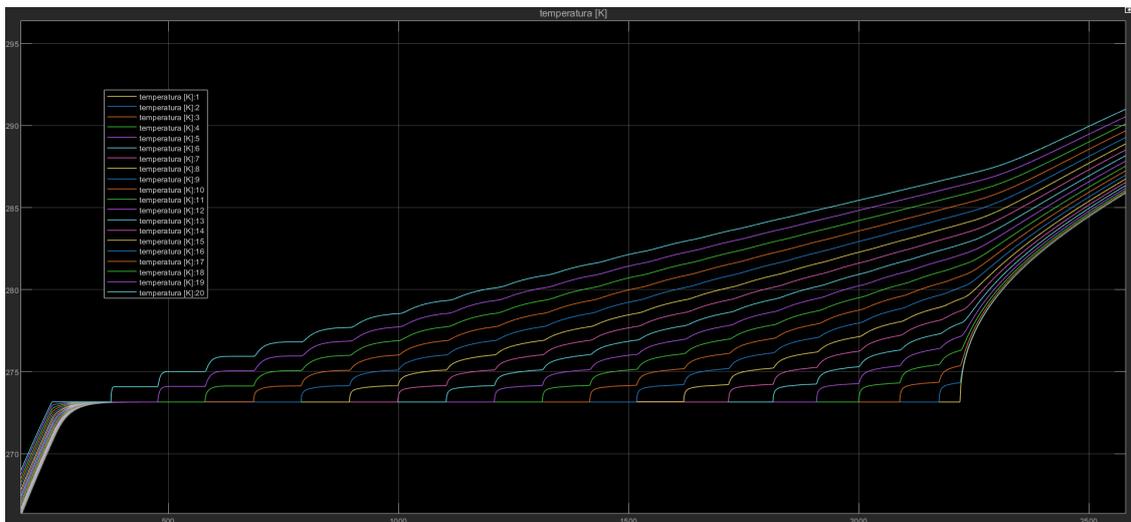


Figura 5.21: Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

Considerando $h_{inf} = 50 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ o, addirittura, $h_{inf} = 80 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$, questo effetto viene ulteriormente aumentato: la completa liquefazione avviene dopo circa 1400 s nel primo caso (figura 5.24) e dopo circa 1050 s nel secondo caso (figura 5.25)

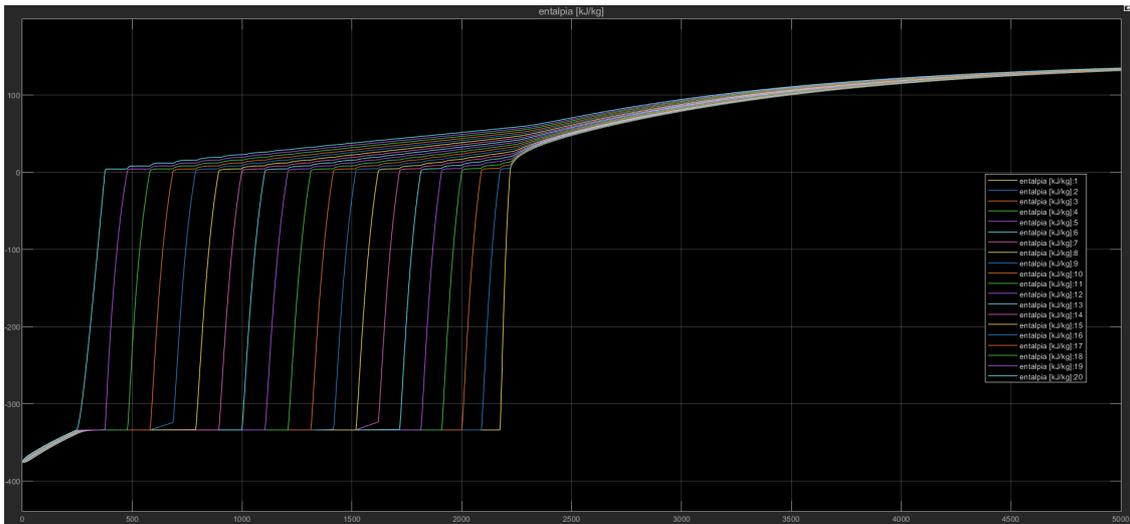


Figura 5.22: Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

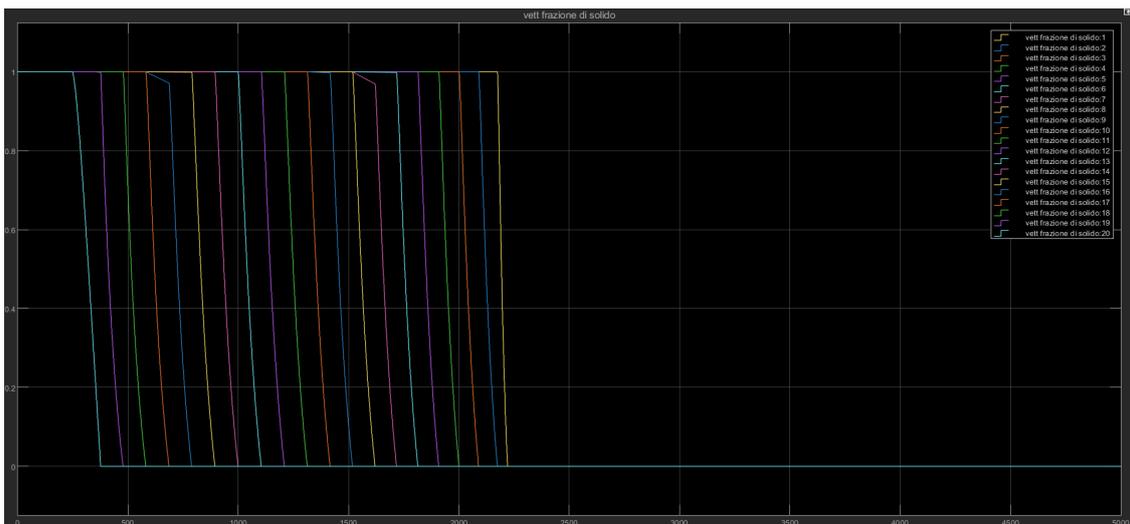


Figura 5.23: Sim scarica, frazione di solido quando $h_{inf} = 25 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

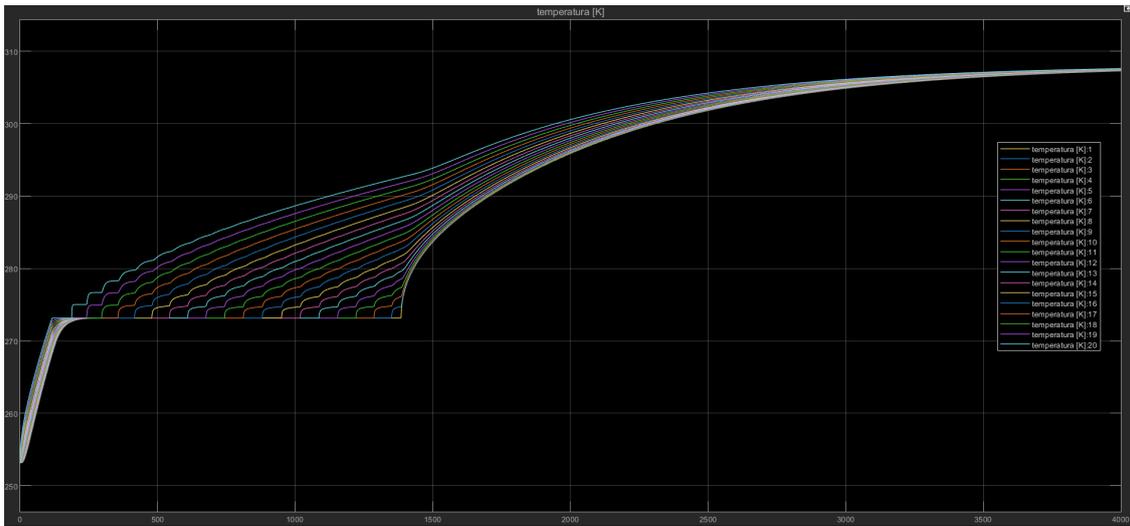


Figura 5.24: Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 50 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

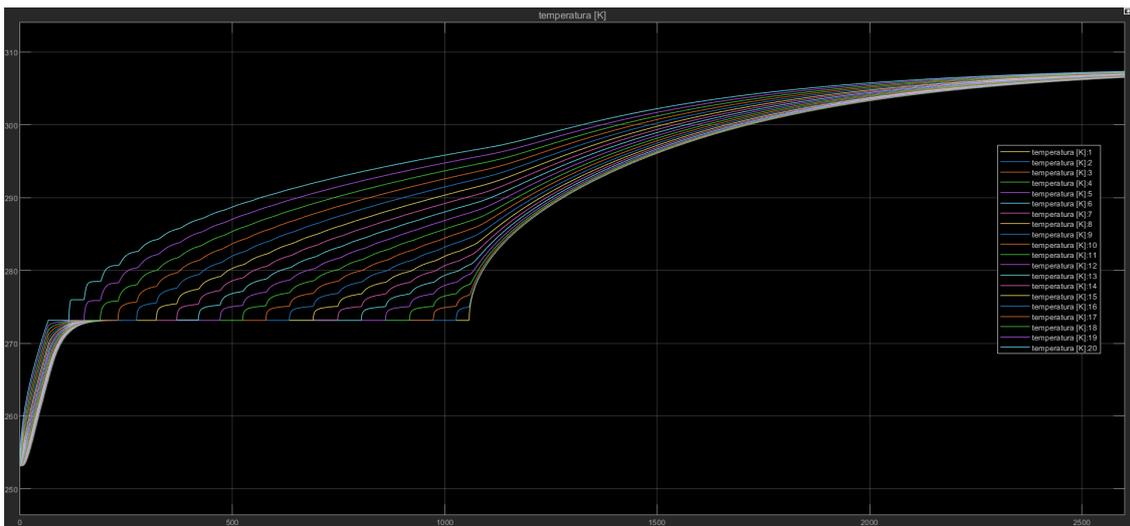


Figura 5.25: Sim scarica, temperatura quando $h_{inf} = 80 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

Capitolo 6

Validità dei risultati e conclusioni

6.1 Validità dei risultati

Per controllare la bontà dei risultati ottenuti, è possibile confrontare la distribuzione spaziale della temperatura ad un certo istante di tempo con i risultati che derivano dalla teoria. A questo proposito si ricava l'*equazione del calore*.

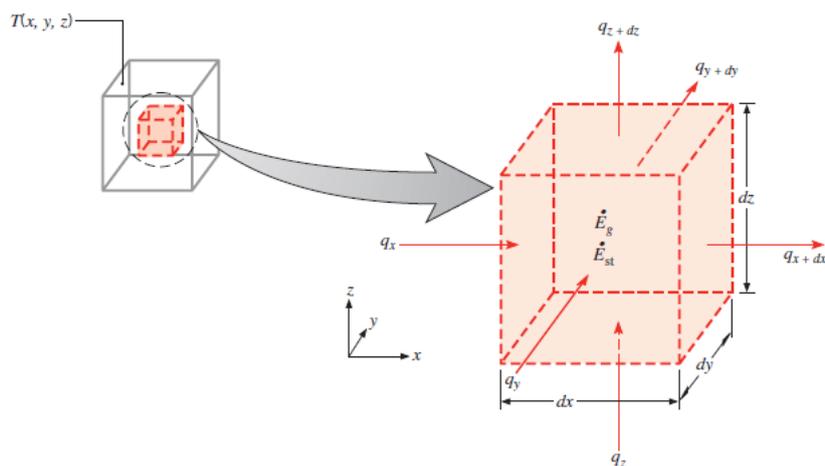


Figura 6.1: Volume di controllo nel sistema di riferimento cartesiano [4]

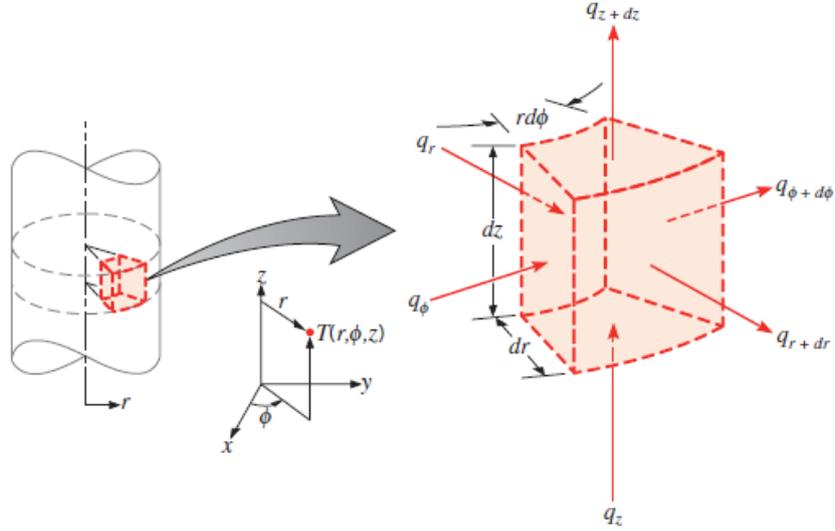


Figura 6.2: Volume di controllo nel sistema di riferimento cilindrico [4]

Si consideri il volume di controllo infinitesimo $dx dy dz$ nel sistema di riferimento cartesiano rappresentato in figura 6.1. Se tale volume di controllo è posto in un mezzo sede di gradienti termici, ogni faccia del volume scambia potenza termica tramite conduzione. Le potenze termiche scambiate dalle facce a coordinate x, y e z valgono rispettivamente \dot{Q}_x, \dot{Q}_y e \dot{Q}_z , mentre per le altre è necessario sviluppare in serie di Taylor la funzione potenza termica:

$$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} dx \quad (6.1)$$

$$\dot{Q}_{y+dy} = \dot{Q}_y + \frac{\partial \dot{Q}_y}{\partial y} dy \quad (6.2)$$

$$\dot{Q}_{z+dz} = \dot{Q}_z + \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} dz \quad (6.3)$$

I termini di conversione di un'altra forma di energia in energia termica (generativo) e di accumulo valgono:

$$\dot{E}_g = q''' \cdot dx dy dz \quad (6.4)$$

$$\dot{E}_{acc} = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dx dy dz \quad (6.5)$$

A questo punto si può costruire l'equazione di bilancio:

$$\dot{E}_{acc} = \dot{E}_g + \dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+dx} - \dot{Q}_{y+dy} - \dot{Q}_{z+dz} \quad (6.6)$$

e semplificando si ottiene:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dxdydz = q''' \cdot dxdydz - \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} dx - \frac{\partial \dot{Q}_y}{\partial y} dy - \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} dz \quad (6.7)$$

Ora si applica la 2.8 alle potenze termiche e si sostituisce nell'equazione di bilancio per ottenere l'equazione del calore:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dxdydz = q''' + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (6.8)$$

Nel caso in cui il sistema di riferimento sia in coordinate cilindriche (figura 6.2), il flusso termico è esprimibile come segue:

$$\vec{q} = -k \nabla T = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \hat{i} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} \hat{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \hat{k} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (6.9)$$

e l'equazione del calore diviene:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (6.10)$$

Se si considera un cilindro cavo di raggio interno r_1 e raggio esterno r_2 , le cui condizioni al contorno sono di temperature superficiali imposte e pari a $T(r_1) = T_{s,1}$ e $T(r_2) = T_{s,2}$, l'equazione del calore si modifica e diventa:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (6.11)$$

Applicando la 2.8 e integrando si ottiene la distribuzione di temperatura valida per un cilindro cavo sottoposto alle condizioni al contorno sopra riportate:

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r}{r_2} + T_{s,2} \quad (6.12)$$

Tale teoria è applicabile anche al caso di studio della presente tesi perciò, fissando un istante di tempo e costruendo un grafico in cui in ascissa è presente il numero del nodo (in ordine crescente) e in ordinata la temperatura, ci si aspetta una curva rappresentabile mediante un andamento logaritmico. Per fare questo confronto è necessario costruire un altro programma Matlab.

Il programma necessita che le informazioni relative alla temperatura siano accessibili dal workspace; in questo senso si accede alle impostazioni di logging del blocco *scope* riferito alla temperatura e si attiva l'opzione *Log data to workspace*, come mostrato in figura 6.3.

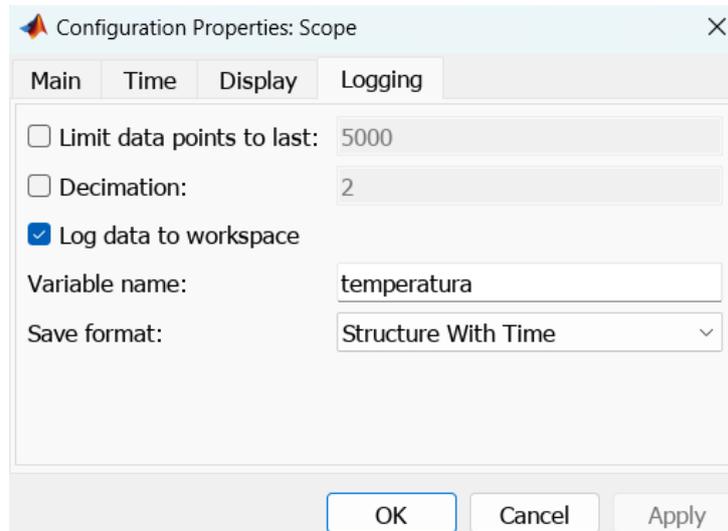


Figura 6.3: Configurazione del blocco scope relativo alla temperatura

Ora è possibile scrivere il codice:

```

tempo_di_interesse=input('Inserire il tempo di interesse (s): ');

%indice di tempo piu vicino a quello desiderato
[~, indice_tempo]=min(abs(out.temperatura.time - tempo_di_interesse))
;

%estrarre i valori della temperatura per tutti i nodi a quell'istante
di tempo
valori_temperatura=out.temperatura.signals.values(indice_tempo, :);

%vettore dei nodi
nodi=1:20;

Ts1=valori_temperatura(1); %temperatura superficiale interna
Ts2=valori_temperatura(20); %temperatura superficiale esterna
r1=r_i; %raggio interno
r2=r_e; %raggio esterno

r=linspace(r1, r2, 20); %20 punti tra r1 e r2
asse_x_Tr=zeros(20, 1);
for i=1:20
    asse_x_Tr(i)=i;
end

%calcolo della funzione T(r)
T_r=(Ts1-Ts2)/log(r1/r2)*log(r/r2)+Ts2;

```

```

%plottare la temperatura per ciascun nodo
figure;
plot(nodi, valori_temperatura, '-x', 'DisplayName', 'Sperimentale');
xlabel('Numero del nodo');
ylabel('Temperatura (K)');
hold on; %mantiene il grafico attuale per sovrapporre altri grafici
%aggiungere la funzione T(r) al grafico
plot(asse_x_Tr, T_r, '-', 'DisplayName', 'Analitica');
legend('show');
title(['Temperatura al tempo t = ', num2str(tempo_di_interesse), ' s'
]);

xlim([1, 20]); %imposta i limiti dell'asse X da 1 a 20 escludendo 0
grid on;

```

Dato che alcune righe di codice potrebbero risultare non immediate, di seguito se ne fornisce la spiegazione. Il comando:

```

%indice di tempo piu' vicino a quello desiderato
[~, indice_tempo]=min(abs(out.temperatura.time - tempo_di_interesse));

```

calcola il time-step a cui si riferisce il valore della variabile *tempo_di_interesse*. Per farlo si sfruttano le funzioni *abs()* e *min()*. In particolare, la funzione *abs(out.temperatura.time - tempo_di_interesse)* calcola i valori assoluti delle differenze tra tutte le quantità del vettore *out.temperatura.time* (che contiene i tempi della simulazione) e il tempo desiderato. L'operazione crea un vettore delle distanze tra ciascun tempo registrato nella simulazione e il tempo di interesse. La funzione *min(...)* restituisce, in ordine, il valore minimo all'interno del vettore delle distanze e la posizione (indice) del valore minimo all'interno del vettore, che è l'unica variabile di interesse. Per ignorare il primo output si utilizza il simbolo *tilde* (\sim). Il valore *indice_tempo* viene sfruttato per estrarre i valori delle temperature di ciascun nodo al tempo $t = \text{tempo_di_interesse}$ dalla struttura *out.temperatura.signals.values*. Tali valori vengono memorizzati nella variabile *valori_temperatura*. L'ultimo blocco del codice serve per creare il grafico.

Un esempio di grafico è mostrato in figura 6.4: vengono considerati i risultati della sezione 4.1.1 e come tempo di interesse è stato scelto $t = 7500$ s, cioè quando lo scambio termico è in regime stazionario.

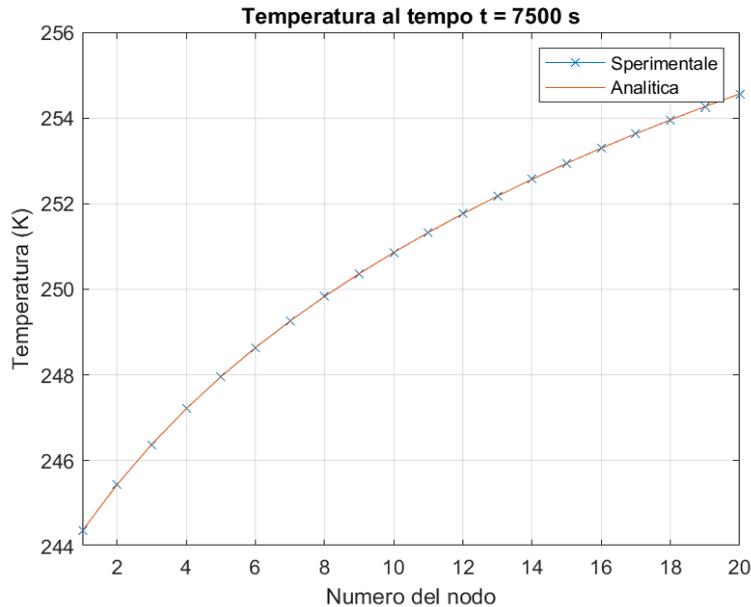


Figura 6.4: Temperatura dei nodi ad un istante di tempo fissato

Il grafico ottenuto dai risultati sperimentali è perfettamente sovrapponibile a quello ottenuto dalle equazioni analitiche, e questo serve come conferma della correttezza dei risultati.

6.2 Conclusioni

In generale, le proprietà di trasporto sono quelle che influenzano maggiormente le prestazioni di carica e scarica di un PCM. Materiali con scarse proprietà di trasporto necessitano di una sorta di potenziamento per essere paragonati con materiali che hanno tali proprietà naturalmente molto buone. Ad esempio si potrebbe pensare di migliorare lo scambio termico tramite l'aggiunta di alette.

Altre proprietà da tenere in considerazione sono il calore latente di fusione e la temperatura di fusione. Avere un calore latente di fusione basso significa mettere a disposizione meno energia, e questo può essere determinante nell'efficacia di un'unità di immagazzinamento di energia termica. Infine, la temperatura di fusione deve essere adatta all'applicazione che si sta considerando e può escludere a prescindere un materiale dalle opzioni possibili.

In conclusione, per ottenere ulteriori spunti o approfondire gli argomenti trattati, altre risorse che hanno contribuito allo sviluppo di questo progetto di tesi sono [1], [5] e [2].

Bibliografia

- [1] Fenil Desai et al. «Thermochemical energy storage system for cooling and process heating applications: A review». In: *Energy Conversion and Management* 229 (2021), p. 113617. ISSN: 0196-8904. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2020.113617>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890420311456>.
- [2] I. Dincer e M.A. Rosen. *Thermal Energy Storage: Systems and Applications*. Wiley, 2011. ISBN: 9781119956624. URL: https://books.google.it/books?id=gNhCtmH5z_IC.
- [3] Joseph M. Fasl. «Modeling and Control of Hybrid Vapor Compression Cycles». Tesi di laurea mag. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2013.
- [4] Frank P. Incropera. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley Sons, Inc., 2006. ISBN: 0470088400.
- [5] C. Veerakumar e A. Sreekumar. «Phase change material based cold thermal energy storage: Materials, techniques and applications – A review». In: *International Journal of Refrigeration* 67 (2016), pp. 271–289. ISSN: 0140-7007. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2015.12.005>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140700715003837>.