

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

EFFETTI RELATIVISTICI IN ASTROFISICA

Relatore:
Chiar.mo Prof.essa
Marcella Brusa

Presentata da:
Serena Cobianchi

Anno Accademico 2023/2024

Introduzione

In questa tesi verranno esposti i principali effetti relativistici, partendo da una breve trattazione della relatività ristretta.

Nel secondo capitolo verranno spiegati i processi di emissione non termici: la radiazione di sincrotrone, l'effetto Compton Inverso e il Synchrotron Self-Compton.

Nel terzo capitolo verranno illustrati alcuni effetti dovuti al moto relativistico delle sorgenti, cioè effetto Doppler relativistico, amplificazione di luminosità e moti superluminali.

Infine, nell'ultimo capitolo si mette in evidenza come gli effetti relativistici giochino un ruolo fondamentale nello studio delle Mini-Quasar galattiche.

Indice

1	Relatività ristretta	3
2	Processi di emissione	4
2.1	Irraggiamento da una particella carica relativistica	4
2.2	Sincrotrone	5
2.2.1	Emissione da un insieme di elettroni relativistici	8
2.2.2	Assorbimento interno	9
2.2.3	Perdite radiative	10
2.3	Effetto Compton Inverso	11
2.4	Synchrotron-Self Compton e Catastrofe Compton	12
3	Sorgenti in movimento	13
3.1	Effetto Doppler relativistico	13
3.2	Amplificazione di luminosità	13
3.3	Moti superluminali	14
4	Mini-Quasar galattiche	15
4.1	SS433	15

1 Relatività ristretta

La teoria della relatività ristretta venne teorizzata da Einstein nel 1905 con l'obiettivo di spiegare le contraddizioni emerse nella meccanica classica dopo la formulazione delle equazioni di Maxwell.

La teoria della relatività ristretta tratta fenomeni che avvengono in sistemi di riferimento inerziali e si basa su due postulati:

1. Principio di costanza della velocità della luce, che afferma che la velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore c (2.988×10^8 m/s) in tutti i sistemi di riferimento inerziali;
2. Principio di relatività, che stabilisce che le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

È necessario, quindi, riformulare le trasformazioni di Galileo affinché venga mantenuta l'invarianza delle leggi dell'elettromagnetismo. Questo nuovo gruppo di trasformazioni, dette trasformazioni di Lorentz, vennero introdotte da Lorentz nel 1904 per giustificare il fallimento dell'esperimento di Michelson e Morley.

Si considerano due sistemi di riferimento inerziali O e O' , di coordinate rispettivamente x, y, z, t e x', y', z', t' , dove O' è in moto traslatorio rispetto a O nel verso positivo dell'asse x con velocità v costante. Le trasformazioni di Lorentz dal sistema O al sistema O' sono:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \end{cases} \quad (1)$$

Dove $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ è detto fattore di Lorentz.

Le trasformazioni di Lorentz hanno tre importanti conseguenze:

1. la lunghezza di un corpo misurata nel sistema di riferimento in moto rispetto ad esso, risulta contratta di un fattore γ lungo la direzione del moto, rispetto al sistema di riferimento in cui il corpo è in quiete. Considerando un corpo con lunghezza a riposo Δx nel sistema O , un osservatore solidale con O' misura: $\Delta x' = \Delta x/\gamma$;
2. la durata Δt di un evento misurata in un sistema di riferimento in quiete è inferiore alla durata $\Delta t'$ misurata in un sistema di riferimento in moto rispetto al primo. Considerando un evento di durata Δt in O , la misura in O' risulta essere: $\Delta t' = \gamma\Delta t$;
3. due eventi simultanei in O ($\Delta t = 0$), ma che sono separati di una distanza Δx , non sono simultanei in O' . La distanza tra i due eventi è $\Delta t' = -\gamma\frac{v}{c^2}(\Delta x)$.

Si possono ricavare le trasformazioni delle velocità tra O e O' . Se si considera una particella avente velocità $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ in O , in O' la velocità sarà:

$$\vec{u}' = \left(\frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}, \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{v}{c^2}u_x\right)}, \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{v}{c^2}u_x\right)} \right) \quad (2)$$

I postulati della relatività ristretta implicano la necessità di modificare le leggi della meccanica. I principi di conservazione, però, rimangono validi; in particolare, per imporre la conservazione della quantità di moto, la massa deve essere diversa nei diversi sistemi di riferimento sulla base della relazione:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma m_0 \quad (3)$$

dove m_0 è la massa a riposo e m è detta massa relativistica, cioè la massa del corpo nel sistema di riferimento rispetto al quale il corpo è in moto con velocità \vec{u} .

La quantità di moto diventa:

$$\vec{p} = m\vec{u} = \gamma m_0 \vec{u} \quad (4)$$

La formula dell'energia cinetica diventa:

$$K = mc^2 - m_0c^2 \quad (5)$$

che è la differenza tra l'energia relativistica totale (mc^2) e l'energia a riposo (m_0c^2).

L'energia totale e l'impulso sono legati da un'importante relazione:

$$E = \sqrt{c^2p^2 + m_0^2c^4} \quad (6)$$

Si può, infine, ricavare il quadrivettore energia-impulso, che lega la quantità di moto e l'energia nei sistemi O e O':

$$\begin{cases} p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{v}{c^2} E \right) \\ p'_y = p_y \\ p'_z = p_z \\ E' = \gamma (E - vp_x) \end{cases} \quad (7)$$

2 Processi di emissione

2.1 Irraggiamento da una particella carica relativistica

Le particelle relativistiche hanno fattore di Lorentz $\gamma \gg 1$. Per calcolare la potenza irradiata si parte dalla formula di Larmor in forma relativistica invariante:

$$P = \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{2q^2}{3m_0^2c^3} \left(\frac{dp_i}{d\tau} \cdot \frac{dp_i}{d\tau} \right) \quad (8)$$

dove p_i sono le componenti del quadrivettore energia-impulso ($\vec{p}, i/c\epsilon$) e $d\tau = dt/\gamma$ è l'intervallo di tempo proprio della particella. Sviluppando la parentesi e tenendo conto che $\epsilon^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4$ e $p/\epsilon = v/c^2$ si ottiene:

$$\left(\frac{dp_i}{d\tau} \cdot \frac{dp_i}{d\tau} \right) = \left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{d\epsilon}{d\tau} \right)^2 = \left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 \quad (9)$$

grazie a cui si possono valutare separatamente i contributi alla potenza dell'accelerazione:

- per l'accelerazione lineare vale $|d\vec{p}/d\tau| \simeq dp/dt$, quindi la potenza coincide con il caso non relativistico:

$$P \simeq \frac{2q^2}{3m_0^2c^3} \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \quad (10)$$

- per l'accelerazione centripeta vale $|d\vec{p}/d\tau| \gg \beta(dp/dt) = \frac{1}{c}(d\epsilon/d\tau)$, che equivale a dire che l'energia irradiata nell'intervallo di tempo considerato è trascurabile tanto da poter supporre $\epsilon \simeq \text{cost}$. La potenza è:

$$P \simeq \frac{2q^2}{3m_0^2c^3}\gamma^2 \left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)^2 \quad (11)$$

Da questi risultati si deduce che la potenza irradiata nel caso relativistico è γ^2 volte maggiore che nel caso non relativistico. Inoltre, la potenza irradiata considerando la sola componente centripeta è γ^2 volte maggiore di quella prodotta dalla sola accelerazione lineare, quindi nel caso di una carica relativistica si può sempre trattare l'irraggiamento considerando solo l'accelerazione centripeta istantanea.

La 11 mostra che la potenza irradiata, a parità di γ , è proporzionale a m_0^{-2} , mentre a parità di energia è proporzionale a m_0^{-4} , quindi particelle di massa minore, come gli elettroni, irradiano di più di particelle con masse maggiori, come i protoni.

2.2 Sincrotrone

La radiazione di sincrotrone è la radiazione elettromagnetica generata da particelle cariche che viaggiano a velocità \vec{v} prossime a quelle della luce ($\beta \simeq 1$) in un campo magnetico uniforme \vec{H} . La carica è sottoposta a una forza pari a:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q}{c}\vec{v} \times \vec{H} \quad (12)$$

che può essere scomposta in due componenti, una parallela e una perpendicolare al campo magnetico. La prima ha velocità $v_{\parallel} = v \cos \theta$ costante e rappresenta quindi un moto uniforme lungo le linee di campo magnetico. La seconda, invece, ha componente della velocità $v_{\perp} = v \sin \theta$ e rappresenta un moto circolare uniforme. La combinazione dei due moti fa sì che la particella segua una traiettoria elicoidale, con l'asse parallelo alle linee di campo.

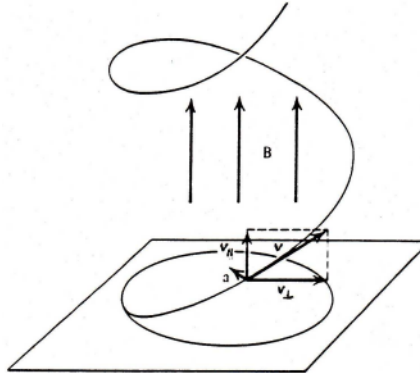


Figura 1: Moto di una particella carica (negativa) in un campo magnetico uniforme

Sostituendo la 12 nella 11 si ottiene la potenza irradiata da una particella:

$$P = \frac{2q^4}{3m_0^2c^3} \gamma^2 H^2 \beta^2 \sin^2 \theta \quad (13)$$

Se si considera un elettrone relativistico di massa m_e , energia $\epsilon = \gamma m_e c^2$ e sezione d'urto Thomson $\sigma = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2$, la potenza irradiata diventa:

$$P = 1.62 \cdot 10^{-15} \gamma^2 H^2 \sin^2 \theta \text{ erg s}^{-1} \quad (14)$$

da cui si deduce che campi magnetici più elevati fanno perdere più energia alle particelle.

Per ricavare la distribuzione della radiazione nel sistema dell'osservatore si parte dalla formula relativistica per l'aberrazione della luce:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha' \sqrt{1 - \beta^2}}{(\cos \alpha' + \beta)} = \frac{\sin \alpha'}{\gamma(\cos \alpha' + \beta)} \quad (15)$$

dove α è l'angolo nel sistema dell'osservatore e α' è l'angolo nel sistema della particella. L'angolo α è molto piccolo, quindi può essere approssimato con la sua tangente. Si considera, poi, $\alpha' = 90^\circ$ e $\beta \sim 1$; si ottiene così l'angolo di beaming $\alpha \simeq 1/\gamma = (m_e c^2/\epsilon)$. Questo implica che metà della radiazione è contenuta in un cono di ampiezza $1/\gamma$ che ha per asse la direzione istantanea della velocità, mentre l'altra metà è distribuita sullo spazio restante.

Dato il moto elicoidale della particella e la distribuzione della radiazione, l'osservatore percepisce la radiazione sotto forma di impulsi di durata $\Delta\tau \simeq 5 \cdot 10^{-8} \gamma^{-2} H^{-1} [G] \text{ sec}$.

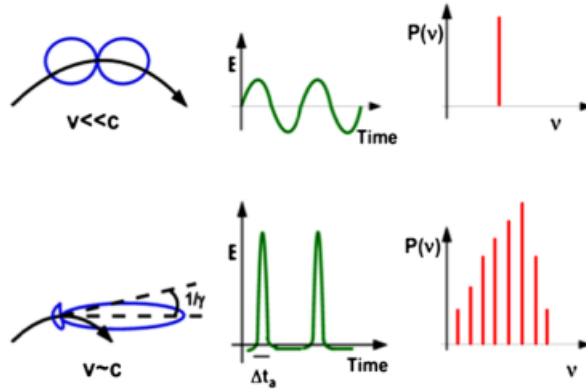


Figura 2: Confronto tra ciclotrone e sincrotrone riguardo la distribuzione angolare e l'emissione della radiazione in funzione del tempo e della frequenza.

La distribuzione spettrale della radiazione si ottiene facendo l'analisi di Fourier dell'impulso ricevuto. Lo spettro, composto da un alto numero di armoniche, può essere considerato continuo e si estende fino

a una frequenza caratteristica ν_s , a cui è emessa la maggior parte della potenza:

$$\nu_s \simeq \frac{3}{4\pi} \gamma^2 \frac{eH}{m_e c} \simeq 4.2 \cdot 10^{-9} \gamma^2 H [\mu\text{G}] \quad (16)$$

Confrontando il caso non relativistico del ciclotrone, che emette a una frequenza $\nu_L = \frac{qH}{2\pi m_e c}$, con il sincrotrone si può notare che la frequenza a cui quest'ultimo emette è γ^2 volte maggiore, perché gli effetti relativistici introducono un forte effetto Doppler sulla frequenza.

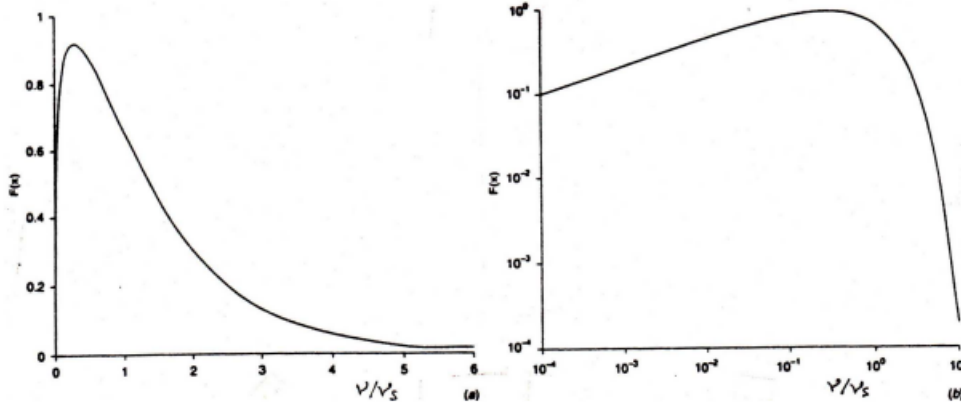


Figura 3: Emissione spettrale da singolo elettrone in scala lineare (destra) e logaritmica (sinistra).

L'energia emessa in funzione della frequenza:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW_{\parallel}}{dt} + \frac{dW_{\perp}}{dt} \simeq \frac{\sqrt{3}e^3 H \sin \theta}{8\pi^2 c m_e} F(\nu/\nu_s) \quad (17)$$

dove $F(\nu/\nu_s)$ è la funzione di Bessel modificata; dal suo grafico si deduce che:

- se $\nu \ll \nu_s \implies F(\nu) \sim \nu^{1/3}$;
- se $\nu \gg \nu_s \implies F(\nu) \sim e^{-\nu/\nu_s}$, quindi diventa rapidamente trascurabile;
- il picco della distribuzione lo si ha a una frequenza $\nu \sim 0.3\nu_s$ e non alla frequenza caratteristica. Questo fenomeno è dovuto ad effetti quantistici;
- l'emissione vicino al picco è quasi monocromatica.

2.2.1 Emissione da un insieme di elettroni relativistici

Nei casi astrofisici reali si ha sempre a che fare con insiemi di particelle dotate di energie molto diverse tra di loro. Si considera, quindi, un insieme di elettroni che irradiano e si suppone che:

- non agiscano processi collettivi, cioè ogni particella irradia in maniera indipendente dalle altre;
- non vi siano fenomeni di autoassorbimento;
- le energie degli elettroni sono distribuiti secondo una legge di potenza: $N(\epsilon) = N_0 e^{-\delta}$.

L'energia irradiata nell'intervallo di frequenze ν e $\nu + d\nu$ può essere attribuito agli elettroni che hanno energie comprese tra ϵ e $\epsilon + d\epsilon$. Allora l'emissività specifica dell'intera popolazione è:

$$J_s(\nu)d\nu = \frac{dW_s(\nu, \epsilon)}{dt} N(\epsilon)d\epsilon \simeq N_0 F \left(\frac{\nu}{\nu_s} \right) \epsilon^{-\delta} d\epsilon \quad (18)$$

Per ricavare l'emissività totale si considera che tutta l'energia viene irradiata alla frequenza caratteristica perché lo spettro della radiazione di sincrotrone è molto piccato vicino alla frequenza caratteristica ν_s , che viene approssimata a:

$$\nu \simeq \nu_s \simeq \gamma^2 \nu_L = \left(\frac{\epsilon}{m_e c^2} \right)^2 \nu_L \quad (19)$$

L'energia degli elettroni può essere scritta come:

$$\epsilon = \gamma m_e c^2 = \sqrt{\frac{\nu}{\nu_L}} m_e c^2 \propto \sqrt{\frac{\nu}{H}} \quad (20)$$

Si può scrivere il differenziale $d\epsilon$ rispetto alla frequenza:

$$d\epsilon = \frac{m_e c^2}{2\nu_L^{1/2}} \nu^{-1/2} d\nu \propto \nu^{-1/2} H^{-1/2} d\nu \quad (21)$$

Sostituendo le formule 19, 20, 21 e 17 nella formula dell'emissività specifica e integrando, si ottiene la legge di potenza per il sincrotrone:

$$J_s(\nu) \propto N_0 \nu^{-(\delta-1)/2} H^{(\delta+1)/2} \quad (22)$$

Si può introdurre un indice spettrale $\alpha = (\delta-1)/2$ che è una misura diretta della distribuzione dei fotoni dato che esprime la pendenza della distribuzione in un grafico $\log \nu - \log J_s(\nu)$. L'emissività diventa:

$$J_s(\nu) \propto N_0 \nu^{-\alpha} H^{\alpha+1} \quad (23)$$

Si può anche ricavare il flusso $S(\nu)$, perché $S(\nu) \propto J_s(\nu) \implies S(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$. In particolare, se è noto il flusso a una frequenza ν_0 si ha che:

$$S(\nu) = S(\nu_0) \left(\frac{\nu_0}{\nu} \right)^\alpha \quad (24)$$

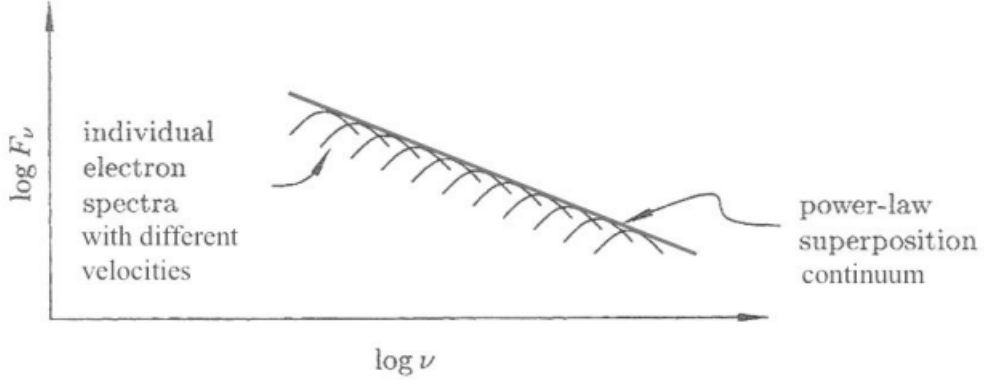


Figura 4: Spettro di emissione di sincrotrone; si ottiene dalla sovrapposizione degli spettri dei singoli elettroni con γ diversi, dato che ogni elettrone emette alla sua frequenza caratteristica.

2.2.2 Assorbimento interno

Se la temperatura di brillantezza della sorgente (T_B) si avvicina alla temperatura cinetica degli elettroni (T_e) l'assorbimento interno da parte degli elettroni relativistici non si può più trascurare. Si deve quindi introdurre un coefficiente di assorbimento: $\mu_s \propto N_0 \nu^{-(\delta+4)/2} H_{\perp}^{(\delta+2)/2}$.

La brillantezza in caso di autoassorbimento:

$$B_s(\nu) = \frac{J_s(\nu)}{4\pi\mu_s(\nu)} \left(1 - e^{-\tau_s(\nu)}\right) \quad (25)$$

dove $\tau_s = \mu_s(\nu)l_0$ è l'opacità, che nel caso del gas relativistico cresce al diminuire della frequenza, quindi ci si aspetta che una radiosorgente sia opaca a bassa frequenza (grandi lunghezze d'onda) e trasparente ad alta frequenza (lunghezze d'onda piccole). Infatti si distinguono 2 regimi:

1. $\tau_s \ll 1$, cioè regime otticamente sottile, in cui la radiazione non viene assorbita e la brillantezza è pari all'emissività:

$$B_s(\nu) \simeq \nu^{-(\delta-1)/2} H^{(\delta+1)/2} \quad (26)$$

2. $\tau_s \gg 1$, cioè regime otticamente spesso. La brillantezza diventa:

$$B_s(\nu) \simeq \nu^{5/2} H^{-1/2} \quad (27)$$

Si può ricavare la temperature di brillantezza massima per le sorgenti di sincrotrone:

$$T_{B,max} = 3.0 \cdot 10^{10} \nu_{peak}^{1/2} H^{-1/2} \quad (28)$$

a cui corrisponde la frequenza di picco ν_{peak} indicata nel grafico.

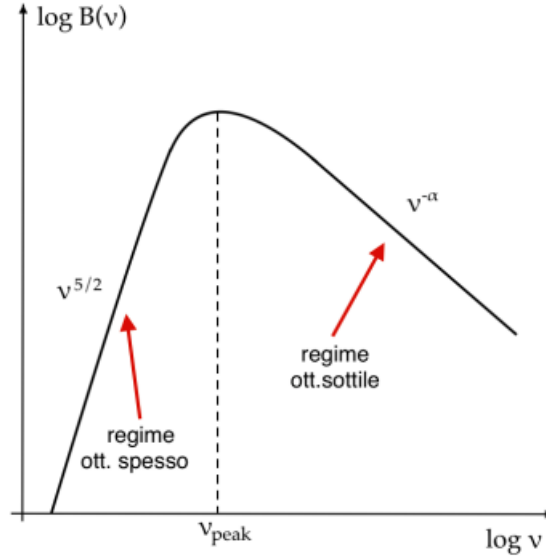


Figura 5: Spettro sincrotrone in caso di autoassorbimento

2.2.3 Perdite radiative

Le particelle irradiano perdendo parte della loro energia cinetica; per questo motivo la distribuzione di energia di una regione di un dato volume V , formata da plasma relativistico magnetizzato, che emette per sincrotrone, cambia nel tempo.

La potenza emessa, e quindi persa, dagli elettroni per sincrotrone è:

$$-\frac{d\epsilon}{dt} = C_{\text{sync}} \epsilon^2 H^2 \sin^2 \theta \quad (29)$$

dove $C_{\text{sync}} = 2e^2/(3m_e^4 c^7)$ e ϵ è l'energia degli elettroni.

Partendo dalla 29 si può ricavare il tempo di raffreddamento, cioè il rapporto tra l'energia totale delle particelle e la loro frazione di energia persa:

$$t^* = \frac{\epsilon_0}{d\epsilon/dt} = \frac{\epsilon_0}{C_{\text{sync}} \epsilon_0^2 H^2 \sin^2(\theta)} = \frac{1}{C_{\text{sync}} \epsilon_0 H^2 \sin^2(\theta)} \quad (30)$$

Dato che $t^* \propto 1/\epsilon_0$ particelle con molta energia iniziale avranno un tempo di vita media più breve di quelle con energie inferiori.

Ad ogni t^* corrisponde una frequenza di cut-off ν^* . Nel caso in cui non c'è rifornimento di particelle, il cut-off si sposta a frequenza minore perché le particelle più energetiche hanno perso parte della loro energia e si sono spostate nella regione sinistra dello spettro. Al contrario, lo spettro alle basse energie non viene modificato.

I cut-off successivi sono a frequenze sempre più vicine il tempo di raffreddamento è inversamente proporzionale all'energia iniziale e mano a mano che ci si sposta verso sinistra nello spettro le energie diminuiscono e i tempi di vita media aumentano.

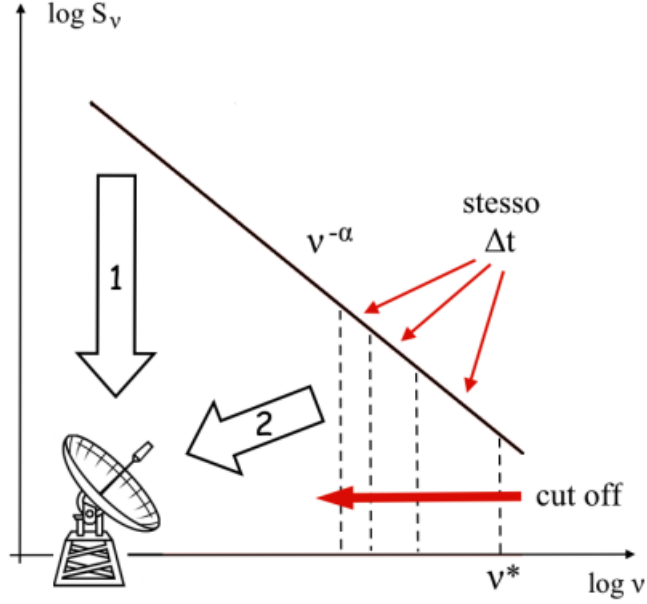


Figura 6: Spettro di sincrotrone modificato dalle perdite energetiche delle particelle.

2.3 Effetto Compton Inverso

L'effetto Compton inverso (IC) è un urto tra un elettrone relativistico e un fotone di bassa energia. La conseguenza è il trasferimento di parte dell'energia cinetica dall'elettrone al fotone.

Nel sistema di riferimento dell'elettrone vale la diffusione Thomson, perché l'energia del fotone $h\nu'$ è molto minore dell'energia a riposo dell'elettrone $m_e c^2$, quindi per effetto Doppler si ha:

$$h\nu' = h\nu\gamma(1 - \beta \cos \theta) \quad (31)$$

Dato che vale lo scattering di Thomson, la frequenza del fotone prima e dopo l'urto rimane la stessa: $h\nu' = h\nu'_1$.

Inoltre, anche nel sistema dell'osservatore si ha effetto Doppler:

$$h\nu_1 = h\nu'_1\gamma(1 + \beta \cos \theta'_1) \quad (32)$$

L'energia del fotone prodotto dipende dal valore degli angoli θ e θ'_1 . In particolare si ha il massimo guadagno di energia per $\theta = \pi$ e $\theta'_1 = 0$ (urto frontale); considerando $\beta \sim 1$: $h\nu_1 = 4h\nu'_1\gamma^2$. Nel caso di urto posteriore ($\theta = 0$ e $\theta'_1 = \pi$) il fotone viene deamplificato di un fattore $1/(4\gamma^2)$. Mediamente, però, si possono considerare $\theta = \pi/2$ e $\theta'_1 = \pi/2$, quindi il risultato finale è l'amplificazione dei fotoni di un fattore γ^2 .

Si possono calcolare le perdite energetiche per IC di un plasma di elettroni relativistici immerso in un campo di radiazione. Sia il plasma che il campo hanno una distribuzione isotropa. La densità dei fotoni è n_{ph} con energia media ϵ_{ph} , perciò la densità di energia del campo di radiazione è: $U_{ph} = n_{ph}\epsilon_{ph}$. Nel

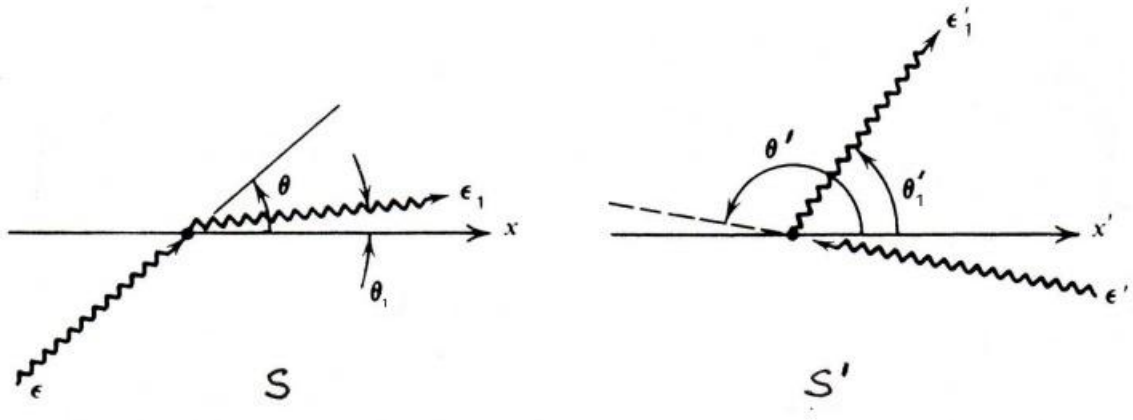


Figura 7: Geometria dell'effetto Compton inverso nel sistema di riferimento di laboratorio (S) e dell'elettrone (S').

sistema dell'elettrone la densità di energia U'_{ph} è maggiore di un fattore $\gamma^2(1 - \beta \cos \theta)^2$. Un fattore $\gamma(1 - \beta \cos \theta)$ deriva dall'effetto Doppler che aumenta l'energia dei singoli fotoni, l'altro fattore deriva dalla contrazione relativistica delle lunghezze che fa sì che il volume si contraiga nella direzione del moto e che quindi il numero di fotoni per unità di volume aumenti nel sistema S' . Mediando su tutti gli angoli si ottiene la densità di energia:

$$U'_{ph} = U_{ph} \gamma^2 (1 + \beta^2/3) \quad (33)$$

Dato che nel sistema dell'elettrone vale lo scattering di Thomson, l'energia emessa dal plasma per IC è:

$$\frac{d\epsilon_{out}}{dt} = c\sigma_T U_{ph} \gamma^2 (1 + \beta^2/3) \quad (34)$$

L'energia associata ai fotoni prima dello scattering: $d\epsilon_{in}/dt = c\sigma_T U_{ph}$.

Complessivamente l'energia persa dagli elettroni e convertita in radiazione è:

$$\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{IC} = \frac{4}{3} c\sigma_T \gamma^2 \beta^2 U_{ph} \quad (35)$$

2.4 Synchrotron-Self Compton e Catastrofe Compton

Si parla di Synchrotron-Self Compton (SSC) quando i fotoni che vengono diffusi dagli elettroni relativistici per IC sono quelli della radiazione di sincrotrone stessa.

Un elettrone all'interno di un plasma in cui è presente un forte campo magnetico subisce perdite di energia sia per Sincrotrone che per IC. Assumendo una distribuzione isotropa, i rate di perdita energetica sono:

$$\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{sinc} = \frac{4}{3} c\sigma_T \gamma^2 \beta^2 U_H \quad \text{e} \quad \left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{IC} = \frac{4}{3} c\sigma_T \gamma^2 \beta^2 U_{ph} \quad (36)$$

Si può quindi fare il rapporto tra le emissioni di Inverse Compton e di Sincrotrone:

$$\frac{(d\epsilon/dt)_{IC}}{(d\epsilon/dt)_{sinc}} = \frac{U_{ph}}{U_H} \quad (37)$$

Nel caso in cui la sorgente è compatta si può esprimere questo rapporto in funzione della temperatura:

$$\frac{(d\epsilon/dt)_{IC}}{(d\epsilon/dt)_{sinc}} = \frac{L_{IC}}{L_{sinc}} = f(\alpha) \left(\frac{T_{Bmax}}{10^{12}\text{K}} \right)^5 \left(\frac{\nu_p}{\text{GHz}} \right) \quad (38)$$

dove T_{Bmax} è la temperatura di brillantezza, ν_p è la frequenza di osservazione e $f(\alpha)$ è una funzione che tiene conto della forma precisa dello spettro della sorgente ed è dell'ordine dell'unità.

Dalla 38 si vede che per $T_{Bmax} > 10^{12}\text{K}$ la luminosità Compton domina sulla luminosità di sincrotrone, cioè gli elettroni perdono energia più per IC che per sincrotrone. Per questo motivo, 10^{12}K rappresenta un limite massimo alla temperatura di brillantezza di una sorgente di sincrotrone: per temperature maggiori domina il Compton inverso e la sorgente irradia prevalentemente nella banda X e molto meno in quella radio. Inoltre, a causa delle perdite per IC, la vita media degli elettroni diminuisce e la radiosorgente si raffredda più rapidamente. Questo fenomeno è conosciuto come catastrofe Compton.

3 Sorgenti in movimento

3.1 Effetto Doppler relativistico

Si considera una sorgente di radiazione che si muove con velocità $v = \beta c$ in una direzione che forma, nel sistema di riferimento dell'osservatore, un angolo θ_0 con la linea di vista; la frequenza ν_0 a cui l'osservatore riceve il segnale differisce da quella ν_e a cui è emesso a causa dell'effetto Doppler. La relazione tra le due frequenze è:

$$\nu_0 = \frac{\nu_e}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_0)} = \nu_e D \quad (39)$$

dove $D = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_0)}$ è chiamato fattore Doppler.

Si considerano positive le velocità in avvicinamento, cioè $-\pi/2 < \theta_0 < \pi/2$ e $\cos \theta_0 > 0$, quindi se la sorgente è in avvicinamento si ha $D > 1$, ossia $\nu_0 > \nu_e$.

Nel caso in cui il moto tra osservatore e sorgente avviene in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione della luce, il $\cos \theta = 0$ e quindi si ha:

$$\nu_0 = \nu_e \sqrt{1 - \beta^2} \quad (40)$$

che costituisce la formula dell'effetto Doppler trasversale. In questo caso non si ha allontanamento o avvicinamento, perché l'effetto è dovuto alla sola dilatazione del tempo.

3.2 Amplificazione di luminosità

Una conseguenza importante dell'effetto Doppler è il Doppler boosting, cioè il processo in cui gli effetti relativistici modificano la luminosità apparente di una sorgente che emette materia che si muove a velocità relativistiche. Considerando una nube di gas lungo la linea di vista dell'osservatore e che emette radiazione, se il gas si muove verso l'osservatore apparirà più brillante, al contrario, se si allontana

apparirà più debole.

La nube (che emette una luminosità totale L_e) irradia energia in una banda di frequenza $\Delta\nu_e$, che a causa della 39 viene ricevuta in una banda $\Delta\nu_o = \Delta\nu_e D$. Per ricavare la luminosità percepita dall'osservatore L_o si devono esaminare gli effetti relativistici a cui essa è sottoposta:

- l'energia dei fotoni, $h\nu$, si trasforma secondo la 39. Questo produce una variazione di un fattore D su L_o rispetto a L_e ;
- indicando con dt_e e dt_o gli intervalli di tempo durante i quali viene rispettivamente emesso dalla sorgente e ricevuto un pacchetto di fotoni, per via dell'effetto Doppler, si ha: $dt_e = dt_o D$. Quindi l'intervallo di tempo dt_o in cui l'osservatore riceve la radiazione emessa dalla sorgente in dt_e è più corto di un fattore D ;
- la radiazione ricevuta dall'osservatore attraverso una superficie unitaria, perpendicolare alla linea di vista, sarà compresa entro un cono di angolo solido $d\Omega_o$, centrato sulla sorgente, diverso da quello del cono di emissione alla sorgente, $d\Omega_e$, a causa dell'aberrazione relativistica:

$$d\Omega_o = d\Omega_e / D^2 \quad (41)$$

In conclusione, assumendo un'emissione isotropa che comporta un'altra variazione di un fattore D^2 su L_o , si ha:

$$L_o = L_e D^4 \quad (42)$$

quindi il flusso che si riceve da una sorgente di radiazione in movimento, differisce di un fattore D^4 dal valore che si misurerebbe se essa fosse ferma. Tale fattore sarà > 1 o < 1 a seconda che essa si muova verso l'osservatore o in direzione opposta. Per θ_o piccoli e per $\beta \sim 1$ l'incremento di flusso diventa particolarmente importante.

3.3 Moti superluminali

Si considera una radiosorgente nel punto O e un osservatore a distanza d . Al tempo $t = 0$ viene emesso un segnale dal nucleo O che raggiunge l'osservatore dopo un tempo $t_1 = d/c$. Contemporaneamente viene emessa una nube che si muove a velocità v formando un angolo θ lungo la linea di vista dell'osservatore, essa raggiunge il punto C , dove emette un nuovo segnale, dopo un tempo $t_a = D/v$.

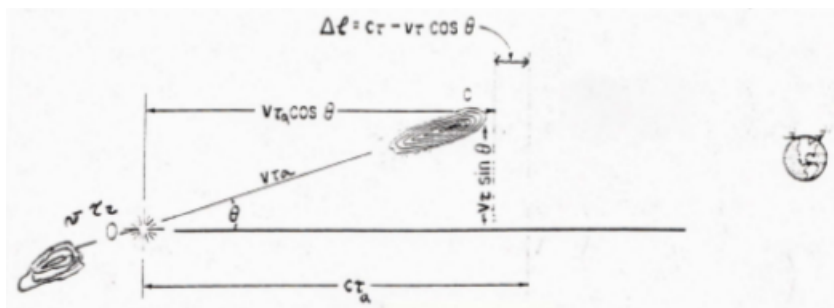


Figura 8: Geometria dei moti superluminali.

Il tempo t_c che trascorre dall'invio del segnale nel punto C al momento della misurazione da parte dell'osservatore è $t_c = t_1 - t_a \beta \cos \theta$, e quindi il tempo che impiega il secondo segnale a raggiungere l'osservatore è $t_2 = t_a + t_c = t_1 + t_a(1 - \beta \cos \theta)$. L'intervallo di tempo misurato tra le due emissioni risulta essere:

$$\Delta t_{obs} = t_2 - t_1 = t_a(1 - \beta \cos \theta) \quad (43)$$

ed è accorciato di un fattore $(1 - \beta \cos \theta)$ rispetto all'intervallo misurato nel sistema di riferimento della nube.

L'osservatore misura una velocità apparente:

$$v_{app} = \frac{v \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta} = c \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta} \quad (44)$$

dove $v \sin \theta$ è la velocità trasversale effettiva. Quando la velocità v è molto elevata ($\beta \sim 1$) e l'angolo θ è molto piccolo ($\cos \theta \sim 1$), v_{app} è molto maggiore della velocità trasversale effettiva. Il valore massimo della velocità si ottiene per $\cos \theta = \beta$, cioè $\sin \theta = 1/\gamma$:

$$v_{app,max} = \gamma v \rightarrow \beta_{app,max} = \gamma \beta \simeq \gamma \quad \text{per } v \sim c \quad (45)$$

La radiazione, quindi, è concentrata in un cono di semi-apertura $1/\gamma$ e la frequenza e la temperatura osservate sono influenzate dall'effetto Doppler: $\nu_o = \nu_e D$ e $T_{B,oss} = T_{B,vera} D^5$. Dalla 38 si può notare che se la sorgente si muove a velocità prossime a quelle della luce, la temperatura supera il valore di soglia di 10^{12} K, anche se non c'è alcuna catastrofe Compton.

4 Mini-Quasar galattiche

Le Mini-Quasar galattiche sono sorgenti X galattiche che possiedono getti radio, variabili sia in intensità che in struttura. La maggior parte di esse è associata a un sistema binario contenente un oggetto collassato e alcune di esse mostrano moti superluminali.

Poiché l'emissione X è dovuta ad accrescimento di materia su un oggetto stellare collassato, esse vengono considerate una versione in miniatura delle fenomenologie estremamente più energetiche connesse ai Buchi Neri di grande massa ipotizzati in radiogalassie e quasar. Il loro studio, quindi, può essere utile per comprendere meglio la fisica delle più potenti radiosorgenti extragalattiche.

4.1 SS433

La stella SS433 si trova al centro del resto di Supernova W50, a 6 kpc dalla Terra. È interessante studiare il suo spettro perché presenta della anomalie nella banda ottica. Sono presenti le righe dell'H e dell'He (che risentono di un piccolo spostamento Doppler corrispondente a 70 km/s dovuto alla rotazione differenziale della Galassia) che mostrano una variazione ciclica con periodo di 13 giorni. Accanto a queste, si notano altri due sistemi di righe che possono essere interpretate come righe dell'H sposate per effetto Doppler, in un caso verso il rosso e nell'altro verso il blu. I valori corrispondenti della velocità si aggirano intorno a vari decimi della velocità della luce. Inoltre, queste righe, dette righe mobili, cambiano sistematicamente lunghezza d'onda nel corso del tempo. In particolare, le variazioni di velocità radiale hanno un andamento periodico (con periodo di 164 giorni), attorno a una velocità media di circa 12 000 km/s.

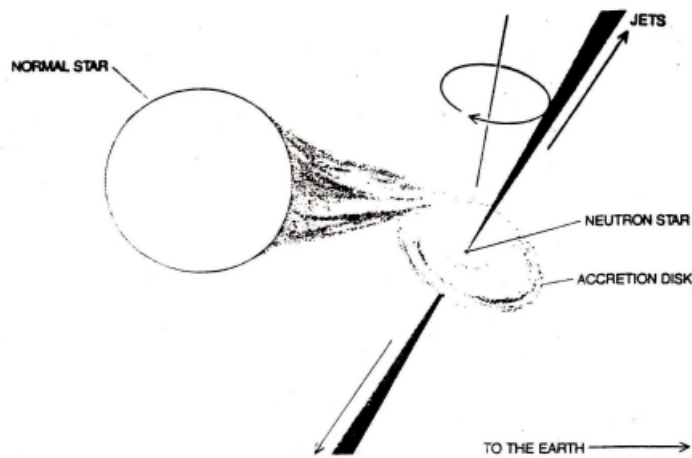


Figura 9: Modello di SS433

Queste caratteristiche vengono spiegate con il modello riportato in Figura 9.

La stella SS433, è un sistema binario costituito da una stella collassata (stella di neutroni o buco nero) che accresce materia dalla compagna, formando un disco di accrescimento da cui si generano due getti simmetrici di plasma. I getti, emessi a una velocità di $0.26 c$, producono i due sistemi di righe mobili e hanno un moto di precessione intorno ad un asse che forma un angolo di circa 80° con la linea di vista. Il periodo di precessione è 164 giorni e l'angolo fra la direzione dei getti e l'asse di precessione è circa 20° . Quindi, a seconda della fase della precessione, le righe si spostano periodicamente verso il blu e verso il rosso.

La velocità media di $12\ 000\text{ km/s}$ è dovuta all'effetto Doppler trasversale.

Le righe dell'H e dell'He sono prodotte dal disco di accrescimento e la loro variazione ciclica è la conferma del fatto che il sistema è binario, nonostante la stella compagna non sia visibile.

I getti, con angolo di apertura stimato di $4^\circ\text{-}5^\circ$, trasportano elettroni relativistici e campo magnetico, responsabili della radiazione di sincrotrone nella banda radio.

Riferimenti bibliografici

- [1] Daniele Dallacasa, *Appunti del corso di Processi di Radiazione e MHD*
- [2] Carla Fanti, Roberto Fanti, *Una finestra sull' Universo "Invisibile"*
- [3] Gabriele Ghisellini, *Radiative Processes in High Energy Astrophysics*
- [4] Alan P. Lightman George B. Rybicki, *Radiative processes in Astrophysics*
- [5] F. Pozzi, A. Bonafede, *Appunti del corso di Fisica II*