Dipartimento di Fisica e Astronomia Corso di Laurea in Astronomia

Scala delle distanze in astrofisica

Tesi di laurea

Presentata da: Sofia Cussini Relatore: Chiar.ma Prof.ssa Marcella Brusa

"Forse al blu non c'era fine, forse cielo e mare continuavano a specchiarsi l'uno nell'altro in eterno, senza mai congiungersi. Era qualcosa di troppo grande per poter anche solo essere pensato, era l'infinito" LICIA TROISI

Alla mia famiglia, Luca e tutte le persone che mi hanno sostenuta in questo percorso

Abstract

Conoscere le distanza in astrofisica è fondamentale per poter studiare gli oggetti celesti e derivarne alcune quantità fondamentali. L'insieme di metodi utilizzati per misurare le distanze in astrofisica è definito come *scala delle distanze*. La parola scala deriva dal fatto che i metodi non sono tutti indipendenti tra loro, ma necessitano di essere calibrati sui precedenti, affinché si possano eseguire misurazioni più lontane, creando una vera e propria scala dove ogni metodo è un "gradino". In questa tesi la scala delle distanze verrà esposta classificando i metodi in calibratori primari, secondari e terziari in base alla distanza a cui sono applicabili i metodi e la dipendenza dai precedenti.

Indice

1	Intr	roduzione	1
2	Calibratori primari		
	2.1	Radar	3
	2.2	Parallasse	3
		2.2.1 Parallasse trigonometrica	3
		2.2.2 Parallasse secolare e statistica	4
		2.2.3 Moving cluster method	6
3	Cali	ibratori Secondari	7
	3.1	Parallasse spettroscopica	$\overline{7}$
	3.2	Main Sequence Fitting	8
	3.3	Stelle variabili	9
		3.3.1 Cefeidi	9
		3.3.2 RR Lyrae	10
4	Calibratori Terziari 11		
	4.1	Relazione Tully-Fisher	11
	4.2	Faber-Jackson, leggi di scala e piano fondamentale	12
	4.3	Metodo della fotosfera in espansione	13
	4.4	Supernovae di tipi Ia	14
	4.5	Sirene Standard	14
	4.6	La legge di Hubble-Lemaître	14
A	Un	metodo operativo per misurare le linee spettrali	16
	A.1	Linea e metodi praticabili	16
	A.2	Fitting di una riga	17

Capitolo 1

Introduzione

Conoscere le distanze degli oggetti che vengono studiati è fondamentale, senza conoscere la distanza, infatti, non potremmo conoscere la luminosità, quanto sono grandi e, per grandi distanze, quando sono esistiti. Nonostante molte civiltà si siano interessate all'astronomia non c'era stato interesse nel conoscere le distanze dei corpi celesti. I primi tentativi di misurare delle distanze astronomiche risalgono ad Aristarco di Samo (310-230 AC), il primo eliocentrista, che tentò di misurare la distanza Terra-Luna e Terra-Sole, di cui abbiamo testimonianza grazie alla conservazione del suo trattato *Sulle dimensioni e le distanze del Sole e della Luna*.

Ulteriori tentativi furono fatti nel corso dei secoli, come ad esempio la misurazione dell'unità astronomica grazie al transito di Venere, proposto da Edmund Halley nel 1676, per i successivi transiti del 1761 e 1769, che portarono a campagne mondiali e storie di tentativi falliti come quelli di Guillaume Le Gentil. Per avere misure delle distanze delle stelle bisogna attendere il 1838 con le misure di Bessel, Struve e Henderson e per misure accurate di galassie gli anni 50 del Novecento. Riuscire a calcolare le distanze ha portato a notevoli cambiamenti nella comprensione dell'Universo, come ad esempio portando l'umanità a comprendere che esistono altre galassie oltre alla nostra e continua ancora a portare innovazioni scientifiche nella comprensione di come si formano e evolvono gli oggetti celesti. Alcuni degli



Figura 1.1: Nella figura sono mostrati gli step principali per calcolare la costante di Hubble, che fanno parte dei metodi più utilizzati per il calcolo delle distanze in astrofisica. Crediti: (Eso, 2019)

step della scala delle distanze risultano essenziali anche per calibrare la costante di Hubble (Figura 1.1), fondamentale per l'astrofisica. Ci sono voluti millenni per comprendere come misurare le distanze in astrofisica, finché non si è arrivati alla definizione della scala delle distanze (Figura 1.2). Il nome scala deriva dal fatto che ogni metodo poggia sul precedente, in quanto ogni metodo lavora su range li-



Figura 1.2: Immagine che sintetizza i metodi usati per la determinazione della scala delle distanze e la distanza che può raggiungere il metodo. Crediti: (Universiy of Nebraska-Lincon website, 2022)

mitati, quindi per ottenere una misura della distanza bisogna procedere un passo alla volta; perciò un aumento della precisione su un metodo porta ad un miglioramento di tutta la scala. Anche oggi si esplorano nuovi metodi per calibrare la scala e misurare le distanze con maggiore precisione, e vengono effettuate missioni spaziali per creare mappe 3D dell'universo, come ha fatto la missione *Gaia* per la Via Lattea. I calibratori della scala delle distanze possono essere divisi in tre categorie: primari, utilizzati per stelle e cluster di stelle vicini, secondari, per sorgenti entro l'ammasso della Vergine, e terziari, oltre l'ammasso della Vergine. I calibratori terziari poggiano sui secondari che a loro volta poggiano sui primari creando la scala delle distanze. Nei capitoli successivi si discuteranno i metodi seguendo questa classificazione e indicando brevemente il funzionamento.

Capitolo 2

Calibratori primari

Osservazioni delle traiettorie stellari nelle vicinanze del Sole permettono una accurata determinazione delle distanze geometriche, permettendo una determinazione accurata delle luminosità, massa, dimensioni e altre proprietà fisiche dei traccianti cosmici. Questi metodi permettono di calibrare il primo gradino fondamentale della scala delle distanze, perciò la precisione di questi metodi è fondamentale per ottenere misure accurate di corpi celesti a grandi distanze.

2.1 Radar

Un metodo per misurare le distanze all'interno del Sistema Solare è utilizzando il radar. Il metodo consiste nell'inviare un impulso di frequenza radio verso il corpo celeste di cui si vuole misurare la distanza, e misurare il tempo impiegato dal segnale a tornare indietro, da questo è possibile ricavare la distanza del corpo celeste con la formula 2.1.

$$d = c \cdot \frac{t}{2} \tag{2.1}$$

Il metodo non è applicabile oltre al sistema solare in quanto la potenza del segnale ricevuto scala proporzionalmente a $\frac{1}{R^4}$ (Wang, 2013) quindi a grandi distanze il segnale ricevuto è molto debole. Il metodo è limitato anche dall'assorbimento dell'atmosfera. Utilizzando frequenze radio alle quali l'atmosfera è in gran parte trasparente si può ridurre questo effetto. Questa tecnica, in caso di segnale forte, può fornire ulteriori informazioni grazie all'effetto Doppler, come ad esempio la rotazione del pianeta. Dati radar presi nel 1965 hanno mostrato che Mercurio ha una ha una risonanza orbitale di rotazione 3:2: gira attorno al sole in 88 giorni e ruota in 59 giorni (Universiy of Nebraska-Lincon website, 2022).

2.2 Parallasse

2.2.1 Parallasse trigonometrica

La parallasse trigonometrica per misurare la distanza di una stella fu utilizzata per la prima volta dall'astronomo tedesco Friedrich Bessel che misurò una distanza di 10.4 anni luce dalla stella 61 Cygni (9.6% troppo piccola) (de Grijs, 2011). Era già stata effettuata in realtà una misura della parallasse dall'astronomo Friedrich Georg Wilhelm von Struve, che aveva misurato con una grande precisione la parallasse di Vega, ma ottenendo risultati meno robusti, perciò la prima misura è considerata quella di Bessel. Visto che la Terra orbita intorno al Sole, le stelle più vicine sembrano tracciare orbite ellittiche rispetto alle "stelle fisse", che invece sembrano rimanere immobili a causa delle loro grandi distanze. La grandezza dell'ellisse apparente, ovvero la parallasse trigonometrica, dipende dalla distanza della stella in esame. La distanza d, espressa in parsec, e l'angolo di parallasse θ , in arcosecondi, sono legati dalla formula (de Grijs, 2011):

$$d = \frac{1}{\theta} \tag{2.2}$$

Ricordando che quando vengono presi i due estremi dell'orbita per massimizzare la baseline, l'angolo misurato è due volte l'angolo di parallasse. La precisione della misura diminuisce dal polo dell'eclittica all'equatore per un effetto di proiezione dell'ellisse di parallasse sul piano del cielo, denominato "fattore di parallasse", che è una funzione della latitudine eclittica e della differenza di longitudine tra le direzioni verso il Sole e verso la stella in esame. L'unica stella con un angolo di parallasse maggiore di 1" è il Sole. Con questo metodo è possibile misurare angoli di parallasse fino a circa 0.01" con osservazione da Terra con la condizione di seeing nominale di 1" (richiedendo misure dei centroidi stellari con questa precisione), quindi si possono raggiungere distanze << 100 pc. Una distanza limite realistica per un'incertezza di 0.01" corrisponde a 20 pc, questo limita il metodo a poche centinaia di stelle, in quanto le incertezze crescono rapidamente dopo pochi parsec (de Grijs, 2011).

Con misurazioni dallo spazio è possibile raggiungere distanze più elevate, in particolare il limite è stato esteso grazie ai satelliti Hipparcos e Gaia. Hipparcos ha misurato distanze di 200 pc, con una precisione sulle distanze del 20% (Esa, 2024a), mentre con il satellite Gaia sempre con una precisione del 20% si sono ottenute distanze di circa 9.2 kpc, mentre la precisione del satellite per stelle vicine invece è 0.001% (Esa, 2024b).

2.2.2 Parallasse secolare e statistica

La maggior parte delle stelle entro 100 pc dal Sole si muovono circa con una velocità comune, che è la velocità orbitale di rotazione attorno al centro della ga-



Figura 2.1: Immagine che illustra lo schema del funzionamento della parallasse trigonometrica. Crediti: (Esa et al., 2013)

lassia. Oltre a questa velocità comune le stelle hanno anche un moto peculiare che nasce dalla combinazione delle forze gravitazionali delle altre stelle. Misurando le velocità di un gruppo definito di stelle vicine e determinando il moto medio del gruppo è possibile definire il *Local standard rest* (LSR), in cui la velocità media relativa al Sole delle stelle vicine è zero. Ogni stella, compreso il Sole, ha una velocità peculiare in questo sistema di riferimento, in particolare il Sole si muove verso un punto chiamato Apice con una velocità $v_{\odot} \sim 20$ km/s. Visto che il Sole in un anno si sposta di circa 4 AU, è possibile utilizzare questo spostamento come una baseline più grande per la parallasse, che in questo caso viene chiamata parallasse secolare. Questo metodo non è applicabile alle singole stelle in quanto ogni stella nel LSR ha una sua velocità spaziale randomica. É possibile però applicare questo metodo a cluster stellari, che idealmente contengono stelle approssimativamente dello stesso tipo spettrale e stessa magnitudine assoluta, in cui la velocità media rispetto al LSR dovrebbe essere zero. Questa condizione significa che il moto proprio medio del gruppo di stelle è dovuto esclusivamente al moto del Sole e quindi è possibile stimare la distanza media del gruppo. La parallasse secolare media del cluster stellare, in arcosecondi, è (Webb, 1999):

$$\bar{\pi}_{sec}^{\prime\prime} = \frac{4.74 \langle v \sin \lambda \rangle}{v_{\odot} \langle \sin \lambda^2 \rangle} \tag{2.3}$$

dove v è la componente del moto proprio di una data stella lungo il cerchio massimo che connette la stella all'apice solare, λ la distanza angolare tra la stella e l'apice solare e $\langle . \rangle$ indica la media sopra tutte le stelle del cluster.

Per calcolare la distanza media di un gruppo di stelle è possibile anche usare un metodo correlato, la parallasse statistica, chiamata così perché implica una procedura di media statistica. In questo metodo sosteniamo che la componente radiale media della velocità del gruppo di stelle, è uguale componente trasversale media della velocità. Non c'è una relazione tra la componente radiale e trasversale per una singola stella ma per un campione statistico abbastanza grande tuttavia le velocità medie dovrebbero essere le stesse. Attraverso studi spettroscopici è possibile determinare la componente radiale della velocità per ogni stella del gruppo, e quindi calcolare la media della componente radiale della velocità - e quindi quella trasversale - del gruppo. Combinando la velocità trasversale con i moti propri e considerazioni simili alla parallasse secolare è possibile calcolare la distanza del cluster. La parallasse statistica di un gruppo di stelle è data da (Webb, 1999):

$$\bar{\pi}_{stat}^{\prime\prime} = \frac{4.74\langle |\tau| \rangle}{\langle v_r + v_\odot \cos \lambda \rangle} \tag{2.4}$$

dove $|\tau|$ è il modulo della componente del moto proprio perpendicolare a v per una data stella e v_r la componente radiale della velocità spaziale osservata della stella. Per $\bar{\pi}''_{sec,stat}$ la distanza media del cluster può essere calcolata come per la parallasse trigonometrica usando (Gossan & Ott, 2012):

$$D_{L,sec,stat} = \frac{L_{\odot}}{\bar{\pi}_{sec,stat}^{\prime\prime}}$$
(2.5)

dove L_{\odot} è la lunghezza della baseline utilizzata per la misura della parallasse in parsec. Entrambi i metodi sono utili per misurare distanze di circa 500 pc. La scelta di un metodo o l'altro dipende dalla velocità radiale media del gruppo di stelle considerato. Se la velocità del Sole è maggiore della velocità radiale media del gruppo di stelle è preferibile utilizzare la parallasse secolare, in quanto il moto del Sole ha un effetto maggiore osservabile rispetto alle velocità delle stelle. Altrimenti è meglio utilizzare la parallasse statistica.

2.2.3 Moving cluster method

Il moving cluster method si basa sull'utilizzo di ammassi stellari aperti, riconoscibili in quanto osservando i moti propri delle stelle, che sono gravitazionalmente legate, è possibile osservarle muoversi circa nella stessa direzione e con la stessa velocità.



Figura 2.2: Il grafico mostra le posizioni delle singole stelle nelle Iadi, con le loro distanze misurate e i moti propri mostrati nell'arco di 100'000 anni. Crediti: de Grijs (2011)

Disegnando i moti propri di tutte le stelle di un cluster in movimento appariranno convergere, o divergere, in un punto. Se il cluster ha una grande dimensione angolare i moti propri delle stelle punteranno in direzioni molto differenti. É quindi possibile determinare abbastanza accuratamente il punto di convergenza. Una volta individuato il punto, si conosce la direzione precisa del moto di ogni stella del cluster. Se il cluster si muove con velocità v, verso il punto di convergenze e l'angolo tra la stella e il punto di convergenza è θ è possibile riscrivere la velocità trasversale v_t in termini di velocità radiale v_r (Webb, 1999):

$$v_t = v_r \tan \theta \tag{2.6}$$

Conoscendo θ , e misurando v_r con l'effetto Doppler è possibile calcolare la velocità trasversale della stella. Misurando il moto proprio μ della stella in secondi d'arco all'anno, v_r in $km \ s^{-1}$ allora la distanza in parsec si ottiene come (Webb, 1999):

$$d = \frac{v_r \tan \theta}{4.74\mu} \tag{2.7}$$

Facendo la media delle distanze di tutte le stelle del cluster si ottiene un valore accurato della distanza del centro del cluster. La tecnica è limitata però dal fatto che esistono pochi cluster abbastanza vicini alla Terra per misurare con accuratezza il punto di convergenza. Questo metodo è stato applicato con successo sul cluster delle Iadi (in Figura 2.2) per la prima volta nel 1908 dall'astronomo Lewis Boss. Calcolare con precisione la distanza di questo ammasso è fondamentale in quanto al suo interno sono presenti stelle di diversi tipi spettrali, quindi definisce la posizioni di una gran parte della main sequence sul diagramma HR calibrando il successivo metodo della scala delle distanze: il main sequence fitting.

Capitolo 3

Calibratori Secondari

3.1 Parallasse spettroscopica

Nonostante il nome, il metodo della parallasse spettroscopica non dipende dai cambiamenti apparenti nella posizione dell'oggetto, ma utilizza lo spettro della stella, in particolare i tipi di righe presenti nello spettro e la loro larghezza. Per determinare le classi spettrale e di luminosità della stella, e perciò per trovare la sua posizione sul diagramma di Hertzsprung-Russell (HR) e quindi la sua magnitudine assoluta M. La distanza si può quindi ottenere misurando la magnitudine apparente m e confrontandola con M.

Per posizionare correttamente la stella sul diagramma HR bisogna conoscerne la classe di luminosità e la classe spettrale. La gravità superficiale della stella, e quindi la densità del gas e la pressione, influenza la larghezza delle righe osservate nello spettro. Con l'aumento della gravità superficiale, infatti, aumenta anche l'allargamento dovuto alla pressione della riga. Poiché larghezza della righe è caratterizzata dalla classe di luminosità, che nella classificazione di Yerkes vengono denotate con un numero romano che va da I a V, osservando lo spettro è possibile determinare la classe di appartenenza della stella. La classe di luminosità fornisce la posizione della stella sull'asse verticale. La classe di luminosità è importante in quanto una gigante e una nana possono avere la stessa temperatura superficiale e la stessa massa, ma avendo raggi molto diversi sono distinguibili per la gravità superficiale, la gigante presenterà righe molto più strette



Figura 3.1: Il grafico mostra le posizioni delle classi di luminosità delle stelle sul diagramma HR. Crediti: de Grijs (2011)

della nana in quanto la gravità scala come:

$$g = \frac{GM}{R^2} \tag{3.1}$$

dove M è la massa della stella, G è la costante di gravitazione universale e R è il raggio della stella.

Sempre osservando lo spettro è possibile comprendere la classe spettrale della stella, che viene indicata nella notazione di Harvard con una lettera O B A F G K M e da un numero da 0 a 9. La classe spettrale dipende dal tipo di righe osservate, che variano a seconda degli elementi e delle molecole presenti nella stella. La classe spettrale della stella fornisce la posizione della stella sull'asse orizzontale. Dall'intersezione delle due informazioni è possibile ricavare la posizione della stella nel diagramma HR, dalla quale si legge la magnitudine assoluta M. Misurando la magnitudine apparente m è possibile ricavare la distanza della stella D_L in parsec attraverso il modulo di distanza:

$$m - M = 5\log_{10}\left(\frac{D_L}{10pc}\right) \tag{3.2}$$

Questo metodo permette di misurare accuratamente le distanze fino a 10 kpc (Gossan & Ott, 2012), in quanto la stella deve essere sufficientemente luminosa per poterne misurare lo spettro che può essere oscurato dalla materia che si trova tra l'osservatore e la stella. Anche la misura della luminosità diventa più complicata all'aumentare della distanza causando delle imprecisioni nel metodo. Un ulteriore problema del metodo è che le classi forniscono solo determinate posizioni finite sul diagramma, ciò significa che il valore di M determinato può avere incertezze di 0,7-1,4 magnitudini, corrispondenti a fattori di incertezza 1,4-1,8 in distanza (Gossan & Ott, 2012). Non è un metodo molto robusto quando applicato alle singole stelle, ma può diventare statisticamente utile quando applicato a molte stelle in un ammasso.

3.2 Main Sequence Fitting

Il main sequence fitting è un caso speciale della parallasse spettroscopica. In questo caso per calcolare la distanza si compara il diagramma HR calibrato di un ammasso, di cui è stato possibile ricavare la distanza attraverso la parallasse, con quello dell'ammasso di cui si vuole calcolare la distanza (esempio in Figura 3.2). I dati dell'ammasso di cui si conosce la distanza saranno in unità di M mentre gli altri di m. Dallo spostamento verticale delle due main sequence si può ricavare il modulo di distanza e quindi la distanza dell'ammasso con l'equazione 3.2. I problemi di questo metodo si basano principalmente sulle differenze dell'evoluzione stellare dell'ammasso calibrato con quello da misurare. Per la sequenza principale di età zero si utilizza tipicamente l'ammasso delle Iadi, ma in caso di ammassi distanti molte stelle potrebbero già essersi evolute dalla sequenza principale e trovarsi nella parte in alto a destra del diagramma HR.



Figura 3.2: Grafico che illustra il funzionamento del main sequence fitting. In rosso la linea corrispondente alla main sequence di un cluster noto, in nero la main sequence del cluster di cui si vuole trovare la distanza. Crediti: (Universiy of Nebraska-Lincon website, 2022)

spettroscopica.

3.3 Stelle variabili

3.3.1 Cefeidi

Le Cefeidi sono un tipo di stella variabile che viene utilizzato come candela standard. Il loro nome deriva da $\delta Cephei$ la prima delle stelle di questo tipo ad essere stata studiata nel dettaglio. Le Cefeidi sono variabili pulsati, localizzate nel diagramma HR nella Instability Strip, supergiganti di classe spettrale F-K, con periodi di pulsazione che vanno da 1 a 50 giorni e ampiezze che variano tra 0,1 e 2,5 magnitudini. Il loro raggio nella pulsazione può cambiare del 5-10% (Cimatti, 2022). La curva di luce di queste stelle è regolare con un rapido picco seguito da una lenta caduta. Possono essere utilizzate come candele standard, ovvero indicatori di distanza, grazie alla scoperta da parte di Henrietta Swan Leavitt nel 1912 di una relazione tra periodo e la magnitudine assoluta (Figura 3.3), cioè la luminosità, di queste stelle (Cimatti, 2022):

$$M_v = A + B\log P + C(B - V) \tag{3.3}$$

dove P è il periodo della stella, A, $B \in C$ sono costanti con una piccola dipendenza dalla metallicità, B-V è l'indice di colore della stella e M_V la magnitudine assoluta in banda V. Misurando la magnitudine apparente è possibile ricavare la distanza della stella con la formula 3.2.

Esistono due tipologie di Cefeidi: tipo I, le classiche e le tipo II, le stelle W Virginis. Le tipo I sono stelle di popolazione I, mentre le tipo II sono stelle di Popolazione II, che essendo più vecchie sono di 1.5 magnitudini più deboli delle classiche. A causa della differenza in luminosità le cefeidi di tipo II vengono utilizzate per stimare le distanze all'interno della galassia e per galassie vicine, mentre le cefeidi di tipo I possono essere utilizzate per stimare le distanze oltre il Gruppo Locale e sono comunemente usate per determinare la costante di Hubble.

Ciò significa che la sequenza principale del cluster sarà più corta e complicata da comparare con le Iadi. Altre complicazioni possono essere causate dalle binarie che possono essersi fuse con la compagna formando le blue straqglers. In questo caso si possono trovare a sinistra del punto di turn off della sequenze principale e causare una distorsione della sequenza principale che rende più complicato il processo di fitting. Ulteriori problemi possono essere causati dalle stelle di background o che si trovano sulla linea di vista del cluster. Essendo basati sullo stesso principio le distanze rilevate e gli errori sulla distanza sono simili a quelli della parallasse



Figura 3.3: Grafico che illustra la relazione tra periodo e luminosità delle Cefeidi e le RR Lyrae. Crediti:(CSIRO, 2016)

3.3.2 RR Lyrae

Le RR Lyrae sono stelle variabili pulsanti con periodi che vanno da 0.2 a 0.8-0.9 giorni. Il loro nome deriva dall'omonima stella trovata nella costellazione della Lira. Sono stelle vecchie molto comuni negli ammassi globulari di stelle. Sono meno luminose delle Cefeidi di circa 2 magnitudini e i loro periodi sono meno lunghi. Hanno una magnitudine assoluta circa costante di $\langle M_V \rangle = 0.75 \pm 0.1$ (Cimatti, 2022). La magnitudine assoluta ha una leggera dipendenza dalla metallicità (de Grijs, 2011):

$$M_V = a + b \left[\frac{Fe}{H}\right] \tag{3.4}$$

Poiché la luminosità di queste stelle è inferiore a quella delle Cefeidi solitamente le RR Lyrae vengono utilizzate per il calcolo di distanze all'interno della Via Lattea e per studi sugli ammassi globulari di Andromeda. La distanza limite per le RR Lyrae è circa 1 Mpc (Gossan & Ott, 2012).

Secondo un dato aggiornato al 11

marzo 2024 dell'Esa (Esa, 2024c), la Ce-

feide più lontana osservata si trova nella galassia NGC 5468 a circa 40 Mpc

dalla Terra, la misura è stata confermata con una supernova di tipo Ia che

è stata osservata nella stessa galassia.

Capitolo 4

Calibratori Terziari

4.1 Relazione Tully-Fisher



Figura 4.1: Grafico che illustra uno schema della relazione di Tully-Fisher. Crediti: (LianTao Wang, 2014)

Nel 1977 Richard Brent Tully e James Richard Fisher scoprirono una relazione empirica tra la luminosità delle galassie a spirale e la loro velocità di rotazione. Misurando la larghezza della riga a 21cm dell'idrogeno neutro (H I) è possibile trovare la velocità di rotazione della galassia e quindi la sua luminosità assoluta L, che comparata alla luminosità apparente misurata l per la galassia può essere utilizzata per dedurne la distanza attraverso la relazione:

$$l = \frac{L}{4\pi d^2} \tag{4.1}$$

La relazione tra luminosità e velocità di rotazione del HI è:

$$L_{disk} \propto v_{HI}^{\alpha} \tag{4.2}$$

L'esponente α è circa 4 (Ciotti, 2024). Per scrivere in modo completo la legge di Tully-Fisher bisognerebbe tenere conto di un coefficiente c che dipende dalla lunghezza d'onda λ a cui viene fatta l'osservazione. La legge vale esclusivamente per le galassie a spirale a disco dove è possibile osservare la curva di rotazione dell'idrogeno neutro. Quando si ricava la luminosità assoluta del disco è bene tenere presente che essendo una legge empirica la precisione non è assoluta ma è possibile ricavare la luminosità con un errore percentuale del 40% (Ciotti, 2024). La legge di Tully-Fisher è utilizzata per calcolare distanze fino a 100 Mpc, grazie al fatto che i radioastronomi riescono a rilevare la linea a 21cm anche a grandi distanze (Webb, 1999).

4.2 Faber-Jackson, leggi di scala e piano fondamentale

Nel 1976 gli astronomi Sandra Moore Faber e Robert Earl Jackson trovarono una relazione tra la dispersione di velocità σ , che è una misura di quanto le velocità delle stelle nel centro di una galassia ellittica si allontanano dalla velocità media, e la luminosità della galassia:

$$L = k\sigma^4 \tag{4.3}$$

dove k è una costante. La relazione vale solo per le galassie ellittiche e presenta una similarità con la Tully-Fisher. Analogamente alla Tully-Fisher anche la Faber-Jackson può essere utilizzata per calcolare la distanza della galassia, per farlo si misura la dispersione della velocità dall'allargamento Doppler delle righe, successivamente si ricava con la 4.3 la luminosità della galassia e una volta misurata la luminosità apparente si ricava la distanza dalla 4.1. Analogamente alla Tully-Fisher anche questa relazione presenta una grande incertezza intrinseca.

Nel 1977 John Kormendy trovò una correlazione tra il raggio effettivo R_e , ovvero il raggio dell'isofota circolare che contiene metà della luce dell'immagine della galassia e la luminosità espressa dalla relazione:

$$L \approx R_e^a \tag{4.4}$$

Con qualche aggiustamento è possibile utilizzare anche la legge di Kormendy per ricavare la distanza della galassia.

1



Figura 4.2: Grafico che illustra uno schema del piano fondamentale delle galassie ellittiche Crediti:(Jovanović et al., 2019)

Negli anni 80 del Novecento un gruppo di sette astronomi britannici e americani, conosciuti come i Sette Samurai, trovò una correlazione tra due quantità delle galassie ellittiche: $\sigma \in D_n$, ovvero il diametro di arcosecondi di una isofota di un galassia ellittica. Questa relazione è conosciuta come $D_n - \sigma \sim relation$, e può essere usata, come le altre due leggi precedenti, per valutare la distanza della galassia. Queste leggi sono note come *leggi di scala*.

Nel 1987 Djorgovski esengue una PCA (*Principal Component Analisys*) e trova che le leggi di scala sono le proiezioni di un piano, che chiama *piano fondamentale*, sui piani formati dagli assi.

Le tre grandezze correlate che formano il piano sono $R_e, \sigma \in L$. Tutte le galassie ellittiche stanno su questo piano teorico, con una dispersione di circa il 5%, in parte dovuto ad effetti di proiezione. Grazie al piano fondamentale è possibile fare misure più precise della distanza. Il piano ha forma algebrica del tipo (Ciotti, 2024):

$$\alpha \log L + \beta \log \sigma + \gamma \log R_e = \delta \tag{4.5}$$

dove α , β e γ sono coefficienti empirici che cambiano in base alla banda spettrale utilizzata. E' possibile riscrivere il piano in modo che sia più intuitivo calcolare la distanza come (Ciotti, 2024):

$$\alpha \log I + \beta \log \sigma + (2\alpha + \gamma) \log R_e = \delta$$
(4.6)

dove I è la brillanza superficiale. Misurando I e σ è possibile ottenere dal piano fondamentale R_e in kpc, e misurando R_e osservato in arcosecondi è possibile dedurre la distanza della galassia. Questo metodo funziona fino a distanze di circa 10⁸ pc.

4.3 Metodo della fotosfera in espansione

Il metodo della fotosfera in espansione utilizza l'espansione della fotosfera delle supernovae di tipo II per stimarne la distanza. Le supernovae di tipo II si generano dal collasso di una stella di massa > $8M_{\odot}$ e sono del tipo *core collapse*. La distinzione dei tipi di supernovae è puramente empirica e si basa sulle righe spettrali presenti o non presenti sull'origine dell'espansione, in particolare le supernovae di tipo II mostrano righe di H. La supernova è causata dal collasso del nucleo di Fe degenere. Il collasso è causato da fotodisintegrazione, processi di cattura elettronica e processo URCA che rimuovono gli elettroni che mantenevano in equilibrio il nucleo. Poiché le supernovae di tipo II non raggiungono tutte la stessa luminosità non è possibile utilizzarle come candele standard, ma possono essere utilizzate comunque come indicatori della distanza osservando l'espansione della loro fotosfera. E' possibile scrivere la dimensione angolare θ della fotosfera della supernova come (Webb, 1999):

$$\theta = \frac{R}{d} = \sqrt{\frac{f_{\lambda}}{\xi_{\lambda} B_{\lambda}(T)}} \tag{4.7}$$

dove $\xi_{\lambda}B_{\lambda}(T)$ è il flusso reale della stella, in particolare $B_{\lambda}(T)$ è la funzione di corpo nero di Planck valutata alla temperatura T e ξ_{λ} il fattore di correzione che tiene conto del flusso ridotto dovuto allo scattering delle particelle, f_{λ} è il flusso osservato. Ad un tempo t dopo l'esplosione a t_0 , visto che il mezzo interstellare esercita una pressione molto piccola sul materiale espulso e quindi la shell si espande liberamente a velocità v, è possibile scrivere il raggio della fotosfera come (Webb, 1999):

$$R = v(t - t_0) + R_0 \tag{4.8}$$

dove R_0 è il raggio iniziale. Combinando la 4.7 e la 4.8 è possibile ottenere la 4.9 che con due misure a tempi diversi di v dallo spettro e θ dal flusso e dai modelli calcolati grazie ai computer del flusso reale della supernova fornisce t_0 cioè la data dell'esplosione e la distanza d. Il metodo è stato utilizzato fino a distanze di 180 Mpc (Webb, 1999).

$$R = \left(\frac{v}{\theta}\right)(t - t_0) \tag{4.9}$$

4.4 Supernovae di tipi Ia

Le supernovae di tipo Ia sono chiamate anche termonucleari, si originano dal collasso di una stella di piccola massa causato dall'innesco esplosivo di CO in una struttura degenere, e vengono utilizzate come candele standard. Le ipotesi sull'origine dell'innesco sono due: la più accettata è il double-degenerate (DD) scenario, cioè un sistema binario formato da due nane bianche CO molto vicine la cui massa insieme supera il limite di massa di Chandrasekhar $(1.4M_{\odot})$ che per un successivo merging causano l'esplosione; l'altro scenario è con una nana bianca che accresce massa da una compagna non degenere.



Figura 4.3: Grafico che illustra una curva di luce tipica di una supernova di tipo Ia. Crediti:(The University of Western Australia, 2011)

Le supernovae di tipo Ia esplodendo non lasciano resti, mentre le tipo II lasciano un buco nero o una stella di neutroni. L'energia rilasciata dall'esplosione è dell'ordine di $10^{51} erg$, e il gas si propaga a velocità che possono arrivare anche al 10% della velocità della luce (Cimatti, 2022). Queste supernovae possono essere usate come candele standard in quanto avendo tutte la stessa massa critica hanno all'incirca lo stesso picco di luminosità: $M_B \approx -19.1 \pm 0.3$

e la stessa curva di luce (mostrata in figura 4.3). La supernova di tipo Ia più lontana identificata si trova a 24 Gpc (NASA, 2024), con i nuovi telescopi come il James Webb Space Telescope è in espansione il numero di supernovae di tipo Ia scoperte a grandi distanze.

4.5 Sirene Standard

Le candele standard in un regime elettromagnetico possono essere utilizzate per calcolare le distanze, allo stesso modo possono essere utilizzate delle osservazioni di onde gravitazionali di sistemi compatti, come per esempio sistemi composti da binarie di stelle di neutroni, buco nero e stella di neutroni, o una coppia di buchi neri, per determinare la distanza D_L della sorgente. L'ampiezza dell'onda gravitazionale osservata può essere utilizzata per determinare D_L dalle osservazioni sull'onda gravitazionale senza richiedere l'utilizzo di calibratori intermedi come la scala delle distanze. Questo campo è in forte sviluppo e al momento i cataloghi di onde gravitazionali si estendono fino a $D_L \gtrsim 5Gpc$ (Passaleva, 2024).

4.6 La legge di Hubble-Lemaître

Nel 1929 Edwin Hubble fece un grafico figura 4.4 della velocità di recessione delle galassie, misurata dal redshift delle righe spettrali, in funzione della distanza dalla Terra, determinata con misure delle Cefeidi, scoprendo una correlazione tra le due quantità.



Figura 4.4: Grafico pubblicato da Hub-

Il risultato di Hubble sintetizzato in quella che oggi è nota come legge di Hubble-Lemaître, è diventato un metodo fondamentale per misurare le distanze cosmologiche. La forma più semplice, quella lineare, della legge di Hubble è indicata nell'equazione 4.10 (de Grijs, 2011).

$$v_r(=cz) = H_0 d$$
 (4.10)

ble che mostra la velocità di recessione deldove H_0 viene chiamata la *costante* le galassie in funzione della distanza dalla di Hubble, anche se sarebbe meglio defi-Terra. Crediti:(Hubble, 1929) nirla parametro in quanto il suo valore cambia con il tempo, si misura in $km s^{-1} Mpc^{-1}$. L'attuale migliore misurazione diretta della costante di Hubble, aggiornata al 22 febbraio 2024 dello strumento WMAP della Nasa, è $73.8 km/sec/Mpc \pm 2.4 km/sec/Mpc$ includendo sia gli errori sistematici sia randomici, che corrisponde ad una incertezza del 3% (NASA WMAP sito web, 2024). Nell'uso della legge di Hubble per determinare la distanza bisogna tenere presente due caveat. Il primo è che la relazione lineare tra redshift e distanza si applica solo a piccoli redshift, mentre per grandi redshift la curvatura globale dell'universo diventa importante e in generale la relazione redshift-distanza è non lineare. La seconda accortezza è specificare il valore della costante di Hubble.

Appendice A

Un metodo operativo per misurare le linee spettrali

Nei capitoli precedenti è stato evidenziato come molti metodi per il calcolo delle distanze necessitino di misure sulle linee spettrali per ricavare alcune quantità. In questa appendice verrà discusso un metodo per stimare alcuni parametri di una linea con un fit.

A.1 Linea e metodi praticabili

Lo spettro può essere caratterizzato da due componenti, una stellare che può essere decomposta in un continuo stellare e righe di assorbimento; ed una componente gassosa caratterizzata da linee di emissione. Al primo ordine una linea è caratterizzata da due parametri: il flusso integrato, ovvero il flusso totale di una riga senza il contributo del continuo, e la larghezza. Per misurare la larghezza della riga ci possono essere varie definizioni di cui la più comune è la Full-Width at Half Maxiumum (FWHM), che si misura in [Å]. La misura del flusso integrato richiede invece una stima del continuo, per creare uno spettro continuum-subtracted e quindi integrare il flusso della linea:

$$F = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} F(\lambda) \, d\lambda \tag{A.1}$$

che si misura in $[erg/cm^2/s]$. Per stimare il continuo e valutare l'integrale ci possono essere diversi modi. L'approccio più semplice consiste nel considerare un continuo locale vicino alla linea e integrare $F(\lambda)$ dal picco fino a quando rimane positivo. Questo metodo però non è esente da alcune problematiche come il noise e un SNR dello spettro basso, in quanto stimare effettivamente l'inizio e la fine della linea potrebbe essere complicato. Il metodo presenta anche dei vantaggi in quanto non viene assunto un modello per il continuo quindi la misura non dipende dal modello assunto. L'altro metodo, che verrà discusso operativamente nella sezione A.2, è scegliere un modello funzionale per descrivere la forma di una linea, e eseguire un best-fit con una stima di massima verosimiglianza. Esistono anche alcuni tool di Python che eseguono delle analisi delle righe, un esempio è PyLick sviluppato a Bologna.

A.2 Fitting di una riga

Il secondo metodo citato nel paragrafo precedente prevede la scelta di un modello funzionale per descrivere la forma di una linea e poi eseguire un best-fit.



Grafico che mostra l'a-Figura A.1: nalisi dello spettro della galassia SDSS J094919.08+000144.0 eseguito durante il laboratorio di Tecniche di analisi dati astronomici. In alto lo spettro della galassia in nero con una regione grigia che evidenzia le barre di errore dei singoli dati, in magenta sono evidenziate le righe prese in esame, lo spettro è stato riportato nel rest frame conoscendone il redshift. In basso a sinistra lo spettro della galassia ingrandito in vicinanza delle righe NII e $H\alpha$ e in arancio il fit delle linee. In basso al centro la linea $H\beta$ e il suo fit. In basso a destra la linea dell'OIII a 5006.8Å. Crediti:Sofia Cussini

Una delle funzioni che è possibile utilizzare per il fit della riga è una gaussiana, tenendo presente che essendo presente anche un continuo per avere la misura del flusso solo della riga bisogna stimare un ulteriore modello. Nell'esempio affrontato in laboratorio e riportato in figura A.1 il continuo è stato stimato come una costante. Il fit è stato effettuato su Python con uno script prodotto in laboratorio. Il programma nel caso di una riga singola utilizza come modello una funzione composta da una gaussiana e una costante, mentre in caso di righe molto vicine come le due righe NII a 6548.1Å e 6583.5Å e la riga del $H\alpha$ a 6562.8\AA , la funzione è composta da 3 gaussiane e una costante. Il programma dopo aver fatto il fit delle linee restituisce i valori di flussi, e della FWHM, con i rispettivi errori calcolati con la propagazione degli errori attraverso una matrice di covarianza (formula A.2). Le formule utilizzate sono riportate nella formule A.2, dove $I_0, \sigma_q \in x_0$ sono rispettivamente l'ampiezza della gaussiana, la larghezza della gaussiana e la lunghezza d'onda di picco della gaussiana. Nel caso della riga singola la matrice di covarianza è una matrice 4x4 mentre nel caso di tre linee è 9x9.

$$\begin{pmatrix} \sigma^{2}(I_{0}) & cov(I_{0}, x_{0}) & cov(I_{0}, \sigma_{g}) \\ cov(x_{0}, I_{0}) & \sigma^{2}(x_{0}) & cov(x_{0}, \sigma_{g}) \\ cov(\sigma_{g}, I_{0}) & cov(\sigma_{g}, x_{0}) & \sigma^{2}(\sigma_{g}) \end{pmatrix}$$
(A.2)

$$F = I_0 \sigma_g \sqrt{2\pi}$$

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln 2\sigma_g}$$

$$err(flusso) = \sqrt{2\pi} \sqrt{(I_0 err(\sigma_g))^2 + (\sigma_g err(I_0))^2 + 2I_0 \sigma_g err(I_0) err(\sigma_g) cov(I_0, \sigma_g)}$$

$$err(FWHM) = 2\sqrt{2\log 2} err(\sigma_g)$$

Bibliografia

- Brusa M., 2024, Appunti e slide del corso di Storia dell'Astronomia. Università di Bologna
- CSIRO 2016, Cepheid Variable Stars Distance Determination, https: //www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/ variable_cepheids.html
- Cimatti A., 2022, Slide e appunti del corso di Astronomia. Università di Bologna
- Ciotti L., 2024, Appunti del corso di Astrofisica Extragalattica. Università di Bologna
- Esa 2022, Stellar Distances, https://sci.esa.int/web/education/-/ 35616-stellar-distances?fbodylongid=1667
- Esa 2024b, *Gaia factsheet*, https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_ Science/Gaia/Gaia_factsheet
- Esa 2024a, *Hipparcos Frequently Asked Questions*, https://www.cosmos.esa.int/ web/hipparcos/faqs-facts
- Esa 2024c, NGC 5468 Cepheid host galaxy, https://esawebb.org/images/ weic2408a/
- Esa Nasa (STScI) A. F., 2013, *Stellar parallax*, https://esahubble.org/images/ opo1308e/
- Eso 2019, The first rung on the cosmic distance ladder, https://www.eso.org/ public/belgium-fr/blog/first-rung-on-cosmic-distance-ladder/
- Ferraro F. R., 2023, *Slide e appunti del corso di Astrofisica Stellare*. Università di Bologna
- Gossan S., Ott C., 2012, Methods of Measuring Astronomical Distances, https: //dcc.ligo.org/public/0096/T1200427/001/distance-ladder.pdf
- Holz D. E., Hughes S. A., Schutz B. F., 2018, *Measuring cosmic distances with standard sirens*, Physics Today
- Hubble E., 1929, A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America

- Jovanović V. B., Jovanović P., Borka D., Capozziello S., 2019, Fundamental Plane of Elliptical Galaxies in f(R) Gravity: The Role of Luminosity, Atoms
- Karttunen H., Kröger P., Oja H., Poutanen M., Donner K. J., 2017, Fundamental Astronomy sixth edition. Springer
- Kormendy sito web della University of Texas Astronomy 2000, *The Kormendy Relation*, https://chandra.as.utexas.edu/Be-logre.html
- LianTao Wang 2014, Note del professor LianTao Wang del Enrico Fermi Institute, https://homes.psd.uchicago.edu/~liantaow/my-teaching/ dark-matter-472/.
- Moresco M. E. M., 2024, Slide e appunti del corso di Tecniche di analasi dati astronomici. Università di Bologna
- NASA 2024, NASA's Webb Opens New Window on Supernova Science, https://science.nasa.gov/missions/webb/ nasas-webb-opens-new-window-on-supernova-science/
- NASA WMAP sito web 2024, *How Fast is the Universe Expanding?*, https://wmap.gsfc.nasa.gov/universe/uni_expansion.html#:~:text=The%20current% 20best%20direct%20measurement,%2C%20also%20a%203%25%20measurement.
- Pannekoek A., 1989, A History of Astronomy. Dover
- Passaleva N., 2024, Master's thesis, Alma Mater Studiorum Università di Bologna
- Sethanne H., 2011, *Cosmic Distance Ladder*. Washington Academy of Sciences. Journal of the Washington Academy of Sciences
- The University of Western Australia 2011, Measuring the Universe 4: Explanation of the cosmic distance ladder (background sheet), https://www.uwa.edu.au/science/-/media/Faculties/Science/Docs/ Explanation-of-the-cosmic-distance-ladder.pdf
- University of Nebraska-Lincon website 2022, Cosmic Distance Ladder Lab, https://astro.unl.edu/naap/distance/distance.html
- Wang W.-Q., 2013, Radar Systems: Technology, Principles, and Applications. New York : Nova Science Publishers
- Webb S., 1999, Measuring the Universe: The Cosmological Distance Ladder. Springer, Praxis Publishing
- de Grijs R., 2011, An Introduction to Distance Measurement in Astronomy. John Wiley & Sons, Incorporated