

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITY OF BOLOGNA

School of Science
Department of Physics and Astronomy
Master Degree in Physics

**LA FISICA DEL SUONO E
LA DETERMINAZIONE TEORICA E
SPERIMENTALE DELLA SUA
VELOCITA': STUDI PRESSO
L'ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DI BOLOGNA**

Supervisor:
Prof. Eugenio Bertozzi

Submitted by:
Marco Monti

Academic Year 2023/2024

A Marco Andrea

Tutto accade per un motivo.
A volte è difficile da capire o da trovare,
oppure non ci è nemmeno dato saperlo.
Altre volte è facile.
Chi crede in questo, accetta che nulla avviene per caso. Lo sente.
Ma con questo sente anche una nuova consapevolezza.
Quella della scelta, della rinascita, della libertà.

Abstract

In this dissertation, the contributions of Acoustical Physics at the Academy of Sciences of the Institute of Bologna in the early nineteenth century are studied, in order to frame the Bolognese voice within the broader European context. Among the published articles there is an important one by Michele Araldi, relating to the widely debated issue of the discrepancy of approximately 20% between the theoretical speed of sound, calculated according to the first formula proposed by Newton, and the speed measured experimentally. Thanks to a detailed analysis of Araldi's article and the articles he cited, it is possible to understand the Academy's interest in this topic. The study, in addition to highlighting how the question was still complicated at the beginning of the nineteenth century, also describes how Araldi's reasoning, although conducted with rigor and method, presents some critical aspects and differs from the innovative and very promising theory of Laplace and his followers, who insist on the role played by heat in the propagation of sound and which will represent the real turning point towards resolving the discrepancy.

Sommario

In questo percorso di tesi si studiano i contributi di fisica acustica presso l'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna nei primi dell'Ottocento, al fine di inquadrare la voce bolognese all'interno del più ampio contesto europeo. Tra gli articoli pubblicati ne compare uno importante di Michele Araldi, relativamente alla questione ampiamente dibattuta sulla discrepanza di circa il 20% tra la velocità teorica del suono, calcolata secondo la prima formula proposta da Newton, e la velocità invece misurata sperimentalmente. Grazie ad una dettagliata analisi dell'articolo di Araldi e degli articoli da lui citati, è possibile comprendere l'interesse dell'Accademia nei confronti del tema affrontato. Lo studio, oltre a far emergere come la questione sia ancora complicata agli inizi dell'Ottocento, descrive anche come il ragionamento di Araldi, seppur condotto con rigorosità e metodo, presenti alcuni aspetti critici e si discosti dalla innovativa e ben promettente teoria di Laplace e seguaci, che insistono sul ruolo giocato dal calore nella propagazione del suono e che rappresenterà la vera svolta verso la soluzione della discrepanza.

Indice

Introduzione	9
1 Stato dell'arte e metodologia	13
1.1 La velocità del suono nella storia della fisica	15
1.2 L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna	23
1.3 Metodologia e fasi dello studio	27
2 Gli elementi sul tappeto: il suono fino ai primi dell'Ottocento	29
2.1 I <i>Principia</i> di Newton: la prima formula (1687)	33
2.2 Il trattato newtoniano di Gravesande (1721)	39
2.3 Gli scritti di Cramer e di Euler (1722-1727)	43
2.4 Gli scritti di Bernoulli e d'Alembert (1736-1747)	53
2.4.1 Le fibre sonore di J. Bernoulli (1736)	53
2.4.2 Le esitazioni di d'Alembert (1744-1747)	60
2.5 Gli scritti di Lagrange (1759 e 1788)	65
2.5.1 Ricerche sulla natura e la propagazione del suono (1759) .	65
2.5.2 Meccanica Analitica (1788)	71
2.6 L'articolo di Lambert (1768)	79
2.7 La lettera di G. Riccati a G. Nicolai (1777)	85
2.8 L'idea "risolutiva" di Laplace e seguaci (1802-1816)	89
2.8.1 Gli articoli di Biot (1802)	89
2.8.2 Le Note di Berthollet (1803)	97
2.8.3 L'articolo di Poisson (1807)	99
2.8.4 Il primo scritto di Laplace (1816)	105

3	Il contributo specifico di Araldi	109
3.1	Michele Araldi: vita e opere	111
3.2	L'articolo di M. Araldi sul suono (1808)	115
4	Discussione dei risultati dello studio	129
	Conclusioni	135
	Bibliografia e sitografia	139
	Appendice I: propagazione di onde in un gas	147
	Appendice II: testi originali delle citazioni	153
	Elenco delle figure	173
	Elenco delle tabelle	175
	Ringraziamenti	177

Introduzione

"Io non sono il mio lavoro".

I problemi ci sono, certo, ma sono più piccoli di ciò che credi o ti fanno credere.

Tu non sei il tuo lavoro, quindi non permettere al tuo lavoro di prendersi la tua salute mentale totalizzando i tuoi pensieri.

Gianluca Gotto

La teoria del suono ed il suo sviluppo nel corso dei secoli rappresentano una delle più interessanti questioni di tutta la fisica e della storia della fisica. Questo è dovuto alla difficoltà che è stata fin da subito riscontrata nell'individuare le corrette variabili in gioco per la descrizione generale di questo fenomeno. In particolare, di grande rilevanza è il problema molto dibattuto sulla velocità del suono: il calcolo teorico proposto da Newton in uno dei passaggi definiti più difficili e oscuri di tutti i suoi *Principia* fornisce un risultato che si discosta di quasi il 20% dalle misure sperimentali. Così, da Newton in poi, si apre un acceso dibattito, fatto di confronti, e scontri, tra diversi autori europei: c'è chi condivide essenzialmente la teoria dello scienziato londinese e chi invece la ritiene assolutamente errata.

In letteratura si trovano diversi studi sulla storia della teoria del suono e sulla particolare questione della discrepanza rilevata tra la velocità in aria del suono attesa e quella invece misurata. Diversi autori studiano la storia di questa differenza, ripercorrendola dalle sue origini fino alla svolta decisiva proposta da Laplace, la cui novità consiste nell'esaminare il problema da un punto di vista più termodinamico, che nessuno aveva fatto in precedenza: durante la propagazione del suono le compressioni e dilatazioni dell'aria non sono isoterme, bensì adiabatiche, data la rapidità del processo.

Tuttavia, non esistono in letteratura lavori che indaghino quale sia la posizione presa rispetto a tale questione da parte dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, una delle più antiche accademie scientifiche italiane tuttora esistenti, in attività fin dalla fine del Settecento. Studiare questa posizione, attraverso le pubblicazioni degli scienziati che ne fanno parte, significa capire quali fossero l'interesse e l'idea da parte dell'Accademia dell'epoca verso tale questione e quale ruolo essa abbia giocato all'interno del panorama scientifico anche internazionale.

Nel dettaglio, in questo percorso di tesi si indagano proprio i contributi di fisica acustica presso l'Accademia bolognese nei primi dell'Ottocento, al fine di inquadrare la voce bolognese all'interno del più ampio contesto europeo. Tra le pubblicazioni storiche dell'Accademia non compaiono tanti articoli di fisica acustica. Tuttavia, ne spicca uno molto importante ed interessante di Michele Araldi, scienziato versatile ed abile comunicatore, dall'ampia e varia formazione intellettuale, che spazia dalla letteratura alla matematica, alla fisica e alla medicina. Attraverso la sua voce, è possibile comprendere il pensiero, l'impatto ma anche lo stile e la personalità di uno degli esponenti più versatili dell'Accademia del tempo, quindi anche delinearne la posizione all'interno del più generale quadro europeo, relativamente alla delicata questione della velocità del suono.

La struttura di questo percorso è così organizzata:

- nel § Capitolo 1 si ripercorre inizialmente la storia delle misure sperimentali e delle teorie sulla velocità del suono nel panorama scientifico, soprattutto europeo, per poi introdurre la figura dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; si descrive infine la metodologia adottata in questo percorso di tesi;
- nel § Capitolo 2 vengono raccolti e contestualizzati gli "elementi sul tappeto", da Newton a Laplace: sono studiati e analizzati gli articoli e i loro passaggi particolari a cui presumibilmente Araldi si riferisce nel proprio esame. Questo permette non solo di comprendere l'idea di ognuno riguardo alla discrepanza discussa, ma anche di ricostruire il contesto storico e culturale in cui vive lo stesso Araldi e capire così quali siano davvero i passaggi

a cui egli fa riferimento nelle sue citazioni più o meno esplicite all'interno del proprio scritto;

- nel § Capitolo 3 si introduce più nel dettaglio la figura di Michele Araldi, la sua vita e le sue opere, per poi passare all'analisi critica ed approfondita dell'articolo selezionato, alla luce degli scritti degli altri autori europei;
- nel § Capitolo 4 si discutono i risultati ottenuti da questo percorso di tesi, che emergono tenendo in considerazione sinergica gli articoli degli autori precedenti e quello di Araldi. Questo consente di far emergere la posizione dell'autore nei confronti della questione calda della discrepanza e, con i limiti dovuti, di aver un'idea della posizione dell'Accademia bolognese a riguardo.

Capitolo 1

Stato dell'arte e metodologia

"Impara a non farti coinvolgere".

Sul lavoro, questo significa farsi coinvolgere in ogni questione, lite o problema che si presenti. Un buddha sa quando è il momento di fare un passo indietro. Se l'ambiente è tossico, la miglior vittoria che si possa ottenere è non entrare in alcun conflitto. Vi sembra da deboli? E' semplicemente saggezza. Di fronte a un conflitto, mettete da parte l'ego, alzate le mani, sorridete e andate avanti. E' meglio essere sereni che dimostrare di avere ragione.

Gianluca Gotto

Nella letteratura della storia della fisica si trovano diversi autori, fra cui molti fisici e matematici del passato, ma anche numerosi storici della fisica contemporanei, che studiano e ripercorrono la storia della nascita e del successivo sviluppo nei secoli della teoria del suono. In particolare, molti di questi personaggi affrontano l'intricato percorso della particolare questione della discrepanza rilevata tra la velocità in aria del suono attesa e quella invece misurata. Il problema è così caro alla comunità scientifica che si trovano molti studi a riguardo. Dallo stesso Newton in poi, che ne pone le basi, viene ripresa la storia di questa differenza, ripercorsa dalle sue origini fino a alla svolta decisiva proposta da Laplace, la cui novità consiste nell'esaminare il problema da un punto di vista più termodinamico, che nessuno aveva fatto in precedenza: durante la propagazione del suono le compressioni e dilatazioni dell'aria non sono isoterme, bensì adiabatiche, data la rapidità del

processo. Queste teorie vengono sviluppate in parallelo alle misure sperimentali che, di origine molto più antiche, sono via via nei secoli perfezionate e svolte con tecniche anche innovative, dallo sparo di palle di cannone all'interferometria.

In questo capitolo si descrive quindi inizialmente la storia delle misure sperimentali e delle teorie sulla velocità del suono nel panorama scientifico nella § sezione 1.1, per poi introdurre la figura dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna nella § sezione 1.2; nell'ultima § sezione 1.3 si descrive la metodologia adottata in questo percorso di tesi.

1.1 La velocità del suono nella storia della fisica

Da un punto di vista della storia della fisica, la questione dell'elaborazione di una teoria del suono è una delle più significative [14] [27]. In particolare, è molto interessante studiare come diversi autori, da Newton in poi, si siano interrogati sulla fisica del suono, dalle sue caratteristiche alle variabili che ne influenzano il comportamento, fra cui la sua velocità in aria. In particolare, da Newton in poi, indagare come i diversi fisici e matematici abbiano cercato di giustificare la discrepanza riscontrata tra la velocità attesa e quella invece sperimentale.

Se è vero che Newton sembra il primo ad aver fornito una formula per il calcolo di questa velocità, le prime misure sperimentali sono a lui antecedenti, come si può vedere in Tabella 1.1. Invece, i primi riferimenti alla natura del suono ap-

Tabella 1.1. Misure sperimentali della velocità del suono prima del 1800 [17]. Il valore oggi indicato a 20°C è pari a 343 m/s.

Data di pubblicazione	Sperimentatore	Velocità (<i>ft/s</i>)	Velocità (<i>m/s</i>)
1636	Mersenne	1036	315.8
1636	Mersenne	1470	448.1
1644	Roberval	600	182.9
1666	Accademia del Cimento	1148	349.9
1677	Cassini	1152	351.1
1685	Boyle	1200	365.8
1687	Newton	920-1085	280.4-330.7
1698	Walker	1305	397.8
1708	Flamsteed, Halley	1142	348.1
1708	Derham	1142	348.1
1738	Cassini de Thury	1107	337.4
1739	Cassini de Thury	1096	334.1
1744	Blanconi	1043	317.9
1745	La Condamine	1112	338.9
1751	La Condamine	1175	358.1
1778	Kastner	1106	337.1
1791	Muller	1109	338.0

paiono di origini ancora più antiche. Infatti, è possibile che addirittura già nel VI

secolo a.C. il matematico greco Pitagora fosse consapevole che il suono fosse una vibrazione trasmessa da una certa sorgente all'orecchio; egli pensava che i suoni a maggior frequenza viaggiassero più velocemente di quelli a minor frequenza.

Vi sono poi scritti del filosofo greco Aristotele, del IV secolo a.C, in cui egli mostra una seppur rudimentale conoscenza sulla propagazione del suono¹:

Ogni suono è prodotto perché l'aria è messa in movimento dall'espansione o dalla compressione o quando si scontra con se stessa a causa dell'impatto col respiro o con le corse degli strumenti musicali.

L'architetto romano Vitruvio, nel 25 a.C., scrive²:

La voce è respiro, che fluisce ed è reso percepibile dall'udito perché colpisce l'aria. Essa si muove su infinite circonferenze di cerchi come avviene quando, lanciando una pietra in acqua, si producono infiniti cerchi di acqua sempre più grandi dal centro e diffondendosi avanti.

Tuttavia, il primo riferimento in letteratura alla velocità del suono sembra essere di Francis Bacon³, il quale propone nel 1627 di confrontare la velocità del suono a quella della luce, che ritiene essere incommensurabilmente elevata, paragonando il tempo impiegato dal suono di una campana per percorrere un miglio con quello impiegato invece da un segnale luminoso emesso allo stesso istante, usando come orologio i propri battiti di polso. Può darsi che Bacon non abbia mai eseguito l'esperimento da lui stesso suggerito.

Piuttosto, la prima misura sperimentale della velocità del suono risale al 1636, ad opera di Mersenne⁴, influenzato da Galileo. Mersenne usa sia gli strumenti musicali, sia i colpi di cannone, come sorgenti di suono, stimando che la distanza

¹Aristotele, *De anima* (Sull'anima), Vol. 11, 350 d.C. English translation in M. R. Cohen and I. E. Drabkin, *A source book in Greek science*. Harvard University Press, 1948.

²Vitruvius (Marcus Vitruvius Pollio). *De Architectura*, Vol. 3 & 5. (For translation see "Ten book on architecture". Dover, London 1914.

³Bacon, F., *Sylva Sylvarum*, 1627.

⁴Mersenne, M., *De l'utilité de l'harmonie, part de l'harmonie universelle*. Cramoisy, Paris 1636. (English translation in J.Hawkins, *General history of the science and practice of music* (3 Vol.). Novello, London 177; supplementary volume 1852, 6th edition 1875).

percorsa dal suono in un secondo sia uguale 230 tese francesi⁵: questo corrisponde a 448 m/s, dunque abbastanza maggiore del valore oggi noto. Mersenne asserisce anche, erroneamente, che la stessa velocità del suono è osservata di notte e di giorno, sia a favore che a sfavore di vento.

Nel 1658 Gassendi⁶, comparando la velocità di propagazione del suono emesso da un'arma potente come un cannone con quello prodotto da un'arma leggera come un moschetto, dimostra "sorprendentemente" che il tempo impiegato dal suono per percorrere una certa distanza non dipende né dalla frequenza né dall'intensità, ma come Mersenne conclude erroneamente che nemmeno il vento ha un effetto sulla propagazione.

In effetti, il ruolo importante giocato dall'aria come mezzo di propagazione del suono viene preso in considerazione nel 1644 dal grande lavoro di Evangelista Torricelli⁷ sulla pressione atmosferica, che apre la strada agli esperimenti con le pompe a vuoto.

Nel XVII secolo, Isaac Newton mostra che in un fluido elastico la velocità di propagazione delle onde sonore è direttamente proporzionale alla radice quadrata dell'elasticità e inversamente proporzionale alla radice della densità⁸. Tuttavia, pochi si dichiarano in grado di seguire il suo ragionamento, ritenuto "difficile ed oscuro", come meglio si vedrà nel § Capitolo 2. Per esempio, fra coloro che usano questi termini rientrano Bernoulli e d'Alembert, mentre Lagrange è persino più diretto e critico nel ritenere che le ipotesi e i principi newtoniani usati a proposito siano addirittura "insufficienti e falsi". Tuttavia, per quanto oscura o insufficiente possa essere ritenuta, vero è che Newton apre la strada agli studi successivi e apre il dibattito sulla questione della discrepanza tra valore calcolato e valore sperimentale della velocità del suono. Il valore atteso da Newton, nella prima edizione dei *Principia*, è pari a 968 ft/s (295 m/s), risultato di cui egli si dichiara

⁵In francese: "toise", termine corrispondente all'italiano "tesa" ed equivalente a 6 piedi parigini, ossia a 1.949 m.

⁶Gassendi, P., opera *Omina*, Vol. I, Lyons, 1658.

⁷Torricelli, E., *Il barometro. Una lettera a Michelangelo Ricci*, Roma, 1644. (In *Raccolte di Torricelli*, Vol. 3, 1919, p. 186.).

⁸Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Liber Secundus, Sect. VIII, pp. 357-374). Londra (ed. 1726).

soddisfatto rispetto alle misure sperimentali allora a disposizione, comprese tra 280 m/s e 330 m/s.

Più tardi, nel 1708, il reverendo William Derham effettua misure registrando il tempo impiegato dal suono emesso dallo sparo di alcuni cannoni per percorrere una distanza di circa 20.1 km, usando a tal scopo un pendolo di sensibilità pari al mezzo secondo. Conclude che la velocità non dipende dalla distanza e ottiene il valore medio di 348 m/s. Inoltre, egli effettua esperimenti per indagare le influenze di altri effetti già presi in considerazione da sperimentatori precedenti. In particolare, si accorge che il vento a favore contribuisce ad aumentare la velocità del suono, mentre viceversa il vento contrario la fa diminuire; non vi è però la certezza che egli sia giunto alla corretta relazione quantitativa tra queste due velocità. Derham asserisce anche che la velocità del suono è la stessa in estate e in inverno.

Nel 1738, Cassini e altri scienziati dell'*Académie des Sciences*⁹ effettuano misure su una distanza di 28 km, usando lo sparo di palle di cannone come sorgente sonora e un pendolo per misurare il tempo, effettuando esperimenti di notte. In questo modo, essi stabiliscono per primi che, in presenza di un vento con velocità u , il suono si propaga nel verso del vento con velocità maggiorata proprio di u , oppure nel verso opposto al vento con velocità ridotta di u . Sparando con i cannoni da entrambi i due versi per minimizzare gli effetti del vento, ottengono un valore medio di 337 m/s.

Anche se Cassini afferma che la temperatura influenza la velocità del suono, il primo studio quantitativo sembra risalire all'italiano Bianconi di Bologna¹⁰, che effettua appunto misure sia in estate che in inverno: a temperatura maggiore, la velocità del suono è maggiore.

Nel resto del Settecento, poi, si trovano diversi lavori di autori che si impegnano ad analizzare meglio il ragionamento di Newton, con l'intento di renderlo più chiaro, oppure di criticarlo, fra cui Gravesande, Cramer, Euler, Bernoulli, d'Alembert, Lagrange e Lambert, come meglio si vedrà nel § Capitolo 2. Molti di essi cercano anche di fornire motivazioni per la discrepanza osservata [5] [6].

⁹Cassini, C. F., *Sur la propagation du son*. Mém. De l'Acad. Paris, 1738, 128.

¹⁰Bianconi, G. L., *Experimentum circa velocitatem soni, an aestate celerior quam hieme*, Comm. Bonon 2 [1740].

Bisogna invece aspettare l'Ottocento, con Laplace e seguaci, per assistere ad una svolta della questione [17] [18] [22]. Egli, seguendo la scia degli esperimenti di Dalton sulla rapida compressione di un gas che ne determina l'innalzamento della temperatura, introduce il concetto di trasformazione adiabatica (e non isoterma) nel fenomeno di propagazione del suono. Questo porta alla revisione della relazione newtoniana, in cui compare il rapporto γ tra i calori specifici dell'aria a pressione e volume costante. In realtà, non era ancora chiaro se il processo fosse interamente adiabatico, ma la correzione introdotta accorda in maniera accettabile le due velocità. In effetti, nel 1851 Stokes mostra che la propagazione del suono può avvenire con un processo o sostanzialmente adiabatico, oppure sostanzialmente isotermico, altrimenti entrano in gioco rilevanti fattori di smorzamento¹¹.

Una accurata determinazione della velocità del suono risale al 1822, con una commissione che include Prony, Arago, Bouvard, Mathieu, Gay-Lussac e Humboldt. Essi effettuano accurate misure di tempi e distanze, sparando palle di cannone in diverse direzioni per poter considerare gli effetti del vento: ottengono, alla temperatura di 16 °C, il valore di 331.2 m/s. In seguito, ulteriori misure vengono effettuate, mettendo in evidenza che i limiti di accuratezza sul risultato sono soprattutto dovuti alle incertezze sulla temperatura e velocità del vento. Per esempio, un vento di 8 km/h può portare ad un errore nella velocità del suono pari a 2.2 m/s, mentre un cambiamento di temperatura di 1 °C produce una variazione di velocità di circa 0.6 m/s.

Altre importanti misure sono dovute a Regnault¹², che realizza esperimenti sia all'aria aperta che in condotti. In questi ultimi, la velocità del suono è minore, ma facendo prove con tubi di diametri diversi, egli è in grado di simulare la condizione di propagazione del suono in aria aperta, ottenendo 330.7 m/s.

Interessante l'esperimento di Hebb del 1905, in cui viene usato un approccio completamente differente, sfruttando cioè tecniche interferometriche suggerite da

¹¹Stokes, G. G., *An examination of the possible effect of the radiation of heat on the propagation of sound.*, Phil. Mag. (4) 1 [1851], 305.

¹²Regnault, V., *Sur la vitesse de propagation des ondes dans les milieux gazeux.* C. R. Acad. Sci. (Paris) 66 [1868], 209.

Michelson¹³. Il primo risultato riportato è 331.29 m/s, anche se in seguito Hebb ottiene 331.41 m/s.

Le misurazioni della velocità del suono utilizzando un trasduttore piezoelettrico e una tecnica interferometrica sono state riportate da Pierce¹⁴ che sembra essere il primo a riportare la dispersione della velocità (cioè la velocità del suono dipendente dalla frequenza) nell'aria, basandosi principalmente sugli studi di laboratorio e sulle revisioni dei lavori precedenti riportati da Hardy, Telfair e Pielemeier¹⁵ integrati dal lavoro di Smith¹⁶. Anche Harris¹⁷ effettua accurate misure tenendo in considerazione l'umidità dell'aria, ottenendo il valore di 331 m/s, valore spesso preso come riferimento dai libri di testo odierni per l'aria secca, a pressione atmosferica normale di $1.01 \cdot 10^5$ Pa e alla temperatura di 0 °C. Tale valore è in accordo con la formula:

$$v \simeq 331.6 + 0.6 T_C \quad \text{m/s}$$

in cui T_C rappresenta la temperatura in gradi Celsius. In realtà, la velocità del suono dipende anche dalla densità del mezzo, la quale dipende a sua volta dalla temperatura e dalla pressione, oltre che da altri fattori. A tal proposito, Bieler-Butticaz¹⁸ sembra essere stata tra i primi a notare che l'attenuazione del suono nell'aria dipende fortemente dalla temperatura e dall'umidità, sebbene non abbia fornito dati quantitativi. La velocità varia a seconda delle condizioni atmosferiche e il fattore più importante è la temperatura.

¹³Hebb, T. C., The velocity of sound. Phys. Rev. 20 [1905], 89.

¹⁴Pierce, G. W., *Piezoelectric crystal oscillators applied to the precision measurement of the velocity of sound in air and CO₂*, proc. Amer. Acad. Arts Sci. 60 [1925], 271.

¹⁵Hardy, H. C., Telfair, D. and Pielemeier, W. H., *The velocity of sound in air*, J. Acoust. Soc. Amer. 13 [1942], 226.

¹⁶Smith, P. W., *Precision measurement of the velocity of sound in air*, J. Acoust. Soc. Amer. 25 [1953], 81.

¹⁷Harris, C. M., *Effects of humidity on the velocity of sound in air*, J. Acoust. Soc. Amer. 49 [1971], 890.

¹⁸Bieler-Butticaz, *Variation d'intensité du son pour différentes conditions atmosphériques á la montagne en hiver*. Archives Sci. (Genève) 3 [1921], 548.

Nel 1920, Einstein¹⁹ indaga la velocità del suono in miscele di molecole dissociate e non dissociate di un gas biatomico, dimostrando che è possibile calcolare la velocità di trasferimento di energia tra i due tipi di molecole dalla determinazione della velocità del suono in funzione della frequenza. Questo concetto venne applicato al calcolo dell'attenuazione sonora in un gas da Herzfeld e Rice e subito dopo Kneser²⁰ mostra che la loro analisi spiega adeguatamente la dispersione sonora precedentemente osservata nell'anidride carbonica.

In effetti, in un mezzo non dispersivo, come l'aria, la velocità del suono è indipendente dalla frequenza, quindi la velocità di trasporto dell'energia e di propagazione del suono sono le stesse. Invece, in un mezzo dispersivo, come l'acqua, la velocità del suono è funzione della frequenza. Ciò significa che la distribuzione spaziale e temporale di un impulso che si propaga cambia continuamente e ogni componente di frequenza si propaga ciascuna con la propria velocità di fase, mentre l'energia del disturbo si propaga con la velocità di gruppo.

Per una dimostrazione matematica sulla formula per la velocità del suono in un gas, si rimanda all'Appendice I: propagazione di onde in un gas.

¹⁹Einstein. A., *Schallausbreitung in teilweise dissoziierten Gasen* (Propagazione del suono in gas parzialmente dissociati), Sitz.-Ber. Preussischen Akad. Wiss. Berlin 24 [1920]. 380.

²⁰Kneser. H. O., *Zur Dispersionstheorie des Schalles* (Sulla teoria della dispersione del suono), Ann. Phys. (Leipzig) 5 [1931], 761.

1.2 L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna

L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna è una istituzione culturale italiana collegata all'Università di Bologna [38]; si tratta di una delle più antiche accademie scientifiche italiane tuttora esistenti, con una storia di oltre tre secoli di scienza alle spalle [37].

Dall'Accademia degli Inquieti ad oggi

Nel 1691 nasce l'Accademia degli Inquieti per volere di alcuni studenti ancora adolescenti, guidati dal sedicenne Eustachio Manfredi. I giovani si riuniscono per discutere di temi filosofici, al fine anche di apportare "progressi a beneficio del genere umano". Inizialmente adottano un metodo scolastico lontano dalle moderne accademie sperimentali, ma poi si avvicinano sempre più al pensiero scientifico moderno, grazie agli insegnamenti universitari di Antonio Maria Valsalva e Domenico Guglielmini. Dal 1694 e per i successivi dieci anni, la sede dell'Accademia è presso la casa del medico e professore Giacomo Sandri. Già nei primi anni del Settecento acquisiscono un certo nome, entrando anche in contatto con Luigi Ferdinando Marsili e inviando relazioni a Parigi presso Giovanni Cassini e Giacomo Filippo Maraldi. A partire dal 1704, con il *Principe*²¹ Giovanni Battista Morgagni, l'Accademia prende una netta svolta presso le scienze sperimentali. Vengono anche redatte nuove leggi, ispirate direttamente a quelle dell'*Académie des sciences* di Parigi. Nei successivi anni, infatti, l'attività scientifica e culturale dell'Accademia diventa molto intensa, con contatti in tutta Europa, grazie all'appoggio proprio di Luigi Ferdinando Marsili, che dal 1705 ne accoglierà la sede presso la propria residenza. I campi affrontati riguardano la medicina, la storia naturale, l'analisi matematica, la fisica, la chimica e l'astronomia. Tuttavia, un momento di crisi viene attraversato tra il 1708 e 1709, a causa della cacciata dal Palazzo Marsili per volere di Filippo, fratello di Luigi Ferdinando, che mal tollerava la presenza dell'Accademia. Pochi anni dopo, nel 1711, l'Accademia degli Inquieti viene annessa al nuovo Istituto delle Scienze di Bologna, fondato dallo stesso Marsili, acquisendo così il nome attuale di "Accademia delle Scienze del-

²¹Ovvero il Presidente, eletto all'epoca con frequenza annuale.

l'Istituto di Bologna". Appena tre anni più tardi, nel 1714, per la necessità di uno spazio adeguato l'Accademia si trasferisce presso il cinquecentesco Palazzo Poggi, dove tutt'ora risiede, al piano terra. Al 1712 risale la costruzione della torre per l'osservatorio astronomico e al 1741 la biblioteca. Nel 1745, per impulso del papa Benedetto XIV, essa diventa un centro di riferimento e diffusione delle teorie e dei metodi delle scienze sperimentali, mediche e fisico-matematiche, raggiungendo il suo apice con la presidenza di Luigi Galvani²² alla fine del XVIII secolo. Tuttavia, dopo il 1804, a causa degli sconvolgimenti del periodo napoleonico, la vita dell'Accademia subisce una sospensione temporanea, che viene ripresa ufficialmente nel 1829 per volere soprattutto del restaurato Stato Pontificio. Tra Ottocento e Novecento, l'Accademia si lega ancora di più all'Università e annovera tra i suoi soci nomi illustri, fra cui Marie Curie e Albert Einstein. Inoltre, grazie all'entusiasmo dovuto al Nobel di Carducci, professore universitario, nel 1907 viene istituita anche la classe di scienze morali, fino a quel momento rifiutata, su pressione degli intellettuali bolognesi. Tra gli esponenti più illustri di questa nuova classe compare Giovanni Pascoli. Durante il periodo fascista, l'Accademia ospita altri membri celebri come Alessandro Ghigi e Guglielmo Marconi, soffrendo tuttavia i disagi della Prima Guerra Mondiale. Le difficoltà del conflitto saranno superati solo con fatica e impegno, anche all'insegna del nuovo motto di quegli anni: "*Multi pertransibunt et augebitur scientia*", cioè, "Molti passeranno e la scienza accrescerà". Questo è valido ancora oggi, in quanto l'Accademia continua la sua importante attività storica e culturale.

Classe di Scienze Fisiche Le origini della classe di Scienze Fisiche si possono fare risalire proprio al 1691, con la creazione dell'Accademia degli Inquieti. La decisione di dedicarsi alle scienze fisiche, alla matematica, alla medicina, alla fisica, alla chimica, alle scienze naturali, viene riconfermata anche con l'unione dell'Accademia all'Istituto delle Scienze, ad opera di Luigi Ferdinando Marsili. Nel Settecento, rientrano in questa classe scienziati e scienziate tra i più insigni del mondo, fra cui Luigi Galvani, Alessandro Volta, Laura Bassi, Michail Lomonosov, Anders Celsius, Georges Louis Leclerc Buffon e tanti grandi della scienza italiana ed eu-

²²Autore del famoso trattato "*De viribus electricitatis in motu muscolari*" del 1791.

ropea. Nell'Ottocento, troviamo tra i suoi soci Luigi Calori, Antonio Alessandrini, Giovanni Brugnoli, Francesco Rizzoli nelle scienze biomediche, Luigi Cremona, Eugenio Beltrami e Ferdinando Paolo Ruffini nella matematica, Augusto Righi e Silvestro Gherardi nella fisica. Agli inizi del Novecento, l'Accademia annovera soci di fama internazionale come Marie Curie, Albert Einstein e Guglielmo Marconi.

Attualmente la Classe di Scienze Fisiche può vantare vasti settori di eccellenza nei quali spiccano le conferenze, sulle più importanti novità della medicina, della chimica, dell'ingegneria, della fisica, e della biologia.

Come detto, la classe di Scienze Morali nasce ufficialmente nel 1907, dopo il Nobel ricevuto l'anno precedente da Giosuè Carducci, che suscita un'ondata di entusiasmo senza pari nella città di Bologna. Sulla spinta di quell'entusiasmo, Giovanni Pascoli e altri intellettuali bolognesi riescono a creare la nuova Classe. Tra il 1910 e il 1930 tutti i più importanti umanisti dell'Università di Bologna e molti dei più famosi giuristi entrano a far parte di questa nuova Classe creando delle "collaborazioni interdisciplinari". L'Accademia annovera tra i suoi fondatori Giuseppe Brini, noto esperto di diritto romano e con lui altri storici del diritto come Emilio Costa e Silvio Perozzi. Nel periodo fascista, l'Accademia incrementa la sua vocazione per gli studi sulla civiltà romana anche attraverso le pubblicazioni di Goffredo Coppola, Giuseppe Schiassi e il glottologo Alfredo Trombetti. Dopo i disastri del periodo bellico, inoltre, l'Accademia riprende la sua attività improntando i suoi studi su altre discipline prima trascurate, tra le quali la storia, la filosofia, la pedagogia, la statistica, l'economia e i vari rami del diritto.

Oggi la Classe di Scienze Morali vanta diversi settori di eccellenza, tra i quali spicca il ciclo della lettura dantesca organizzato dal noto dantista e accademico Prof. Emilio Pasquini, che lo ha iniziato nel 2009, perché terminasse nel 2021, anno dell'anniversario della morte di Dante. Questo ciclo di letture è considerato per il valore dei relatori uno dei migliori in assoluto in campo internazionale. Le altre attività della Classe di Scienze Morali spaziano dalla bioetica, alla storia medioevale ai vari rami del diritto ed altro.

**Classe di
Scienze Morali**

1.3 Metodologia e fasi dello studio

Come detto, non esistono in letteratura studi contemporanei sulla storia della teoria del suono o sulla discrepanza tra la sua velocità attesa e quella misurata che riguardino l'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Si trova però solamente qualche riferimento ad articoli originali di teoria musicale di Giordano Riccati in [19] e un accenno alle misure sperimentali effettuate a Bologna da G. L. Bianconi in [20], il quale indaga l'influenza della temperatura e dell'umidità dell'aria sulla velocità del suono.

Al fine di indagare i contributi agli studi di acustica nei primi dell'Ottocento presso l'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, questo percorso di tesi è stato articolato in diverse fasi:

1. Inizialmente si è proceduto con una approfondita ricerca bibliografica tra le numerose pubblicazioni storiche presso l'Accademia bolognese, suddivise in *Commentarii*, *Memorie*, *Atti* e *Rendiconti*, consultabili liberamente online nella sezione dell'editoria del sito dell'Accademia [38]. In particolare, ci si è limitati agli articoli pubblicati fino al 1850; per questi è stata realizzata una griglia dettagliata, per classificarli in base alla disciplina, alla tematica, all'autore e all'anno di pubblicazione. Questo ha permesso di evidenziare quanto potesse essere ampia e varia la produzione presso l'Accademia.
2. In secondo luogo, si è poi individuato l'argomento: tra tutti gli articoli classificati, ci si è concentrati solo su quelli di fisica e, fra di essi, si sono isolati quelli di acustica, ad opera di G. Uttini [36], M. Araldi [4] e S. Stratico [35]. Si è proceduto quindi ad una loro prima e attenta lettura. Di questi tre articoli, è stato poi selezionato quello di M. Araldi [4], in quanto ritenuto quello più significativo in termini di valenza fisica e storiografica: l'esame della teoria del suono in Europa fino ai primi dell'Ottocento, fra passato e presente. Araldi, infatti, ripercorre i contributi internazionali precedenti, citando numerosi autori ed esprimendo anche i propri dubbi ed idee a riguardo. E' stata quindi condotta un'attenta analisi del suo articolo.

3. Si è così proceduto ad una ulteriore ricerca bibliografica, quella degli "elementi sul tappeto", al fine di riconoscere gli articoli a cui l'autore fa riferimento nel proprio. Trattandosi di articoli relativamente datati, quasi la totalità di essi sono reperibili liberamente in archivi digitali e librerie online [40] [41] [42] [43]. Questi diversi articoli sono poi stati studiati e analizzati nel dettaglio: non solo con un occhio grande, per comprenderne la linea generale di pensiero e la posizione presa rispetto a Newton, ma anche e soprattutto con un occhio piccolo, cioè ricercando e commentando gli aspetti puntuali citati proprio dallo stesso Araldi nel suo esame, al fine di individuare i suoi precisi riferimenti. In questo modo si è potuto ricostruire il contesto e il background antecedente e contemporaneo all'autore.
4. Alla luce di quanto emerso dallo studio degli ulteriori articoli analizzati, è stato possibile rileggere l'articolo principale della tesi con un occhio più critico, osservando il contributo specifico di Araldi con una consapevolezza diversa, grazie alla quale è stato possibile comprendere nel dettaglio i riferimenti agli altri autori. Inoltre, tutto ciò ha permesso di capire quale fosse la posizione difesa da questo importante autore selezionato e, con i dovuti limiti, di comprendere il pensiero e l'impatto generale dell'Accademia bolognese sul tema dibattuto.

Capitolo 2

Gli elementi sul tappeto: il suono fino ai primi dell'Ottocento

"Prova compassione, non rabbia".

Un buddha, come abbiamo visto, "hackera" la natura umana e, invece di provare rabbia verso chi lo ha attaccato, prova compassione.

La prossima volta che un collega o un superiore ti mancano di rispetto, calma la mente e osservali con compassione. Devono essere molto tristi per comportarsi in certi modi. Quanta insoddisfazione si cela nei loro cuori? Non vorresti essere come loro: stressato, cattivo, prepotente e perennemente sull'orlo del collasso.

Tu ambisci ad essere meglio di così.

Per questo provi compassione e non rabbia.

Gianluca Gotto

In questo capitolo si analizzano gli articoli degli autori a cui Michele Araldi si riferisce nel proprio esame del 1808. Si tratta quindi di articoli necessariamente pubblicati prima di quell'anno, appunto gli "elementi sul tappeto". I riferimenti sono talvolta espliciti, talvolta no. Gli articoli europei sono riportati in modo schematico in Tabella 2.1. Essi sono studiati nei loro tratti salienti, in modo che per ognuno di essi emerga la posizione assunta nei confronti della questione della discrepanza della velocità del suono. Questo contribuirà a ricostruire il contesto storico e culturale in cui vive lo stesso Araldi e così anche a rendere più chiaro

il suo articolo e i suoi riferimenti ai lavori europei a lui precedenti e contemporanei. Come emergerà, molti autori illustri prendono a cuore la teoria del suono da un punto di vista generale e la questione della discrepanza nella velocità in particolare, fornendo le proprie idee e spiegazioni che possano in qualche modo compensare il difetto della teoria ordinaria.

Tabella 2.1. Elenco degli autori e degli articoli analizzati con i rispettivi anni di pubblicazione. I riferimenti che Araldi non rende espliciti nel suo articolo del 1808 sono indicati con *.

Autore citato	Articolo analizzato	Anno
Newton, I.	<i>Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica</i> [29] [30]	1687, 1726
*Gravesande, J. s'	<i>Physices elementa mathematica, experimentis confirmata. Sive introductio ad philosophiam Newtonianam</i> [21]	1721
Cramer, G.	<i>Dissertatio physico-mathematica de sono</i> [13]	1722
Euler, L.	<i>Dissertatio physica de sono</i> [16]	1727
Euler, L.	<i>Dissertatio de igne</i> [15]	1738
Bernoulli, J.	<i>Recherches physiques et géométriques sur la question: comment se fait la propagation de la lumière (...)</i> [8]	1736
Alembert, J.	<i>Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides: pour servir de suite au Traité de dynamique</i> [3]	1744
Alembert, J.	<i>Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration</i> [2]	1747
Lagrange, J.-L.	<i>Recherches sur la nature et la propagation du son</i> [24]	1759
Lagrange, J.-L.	<i>Mécanique analytique</i> [23]	1788
Lambert, J. H.	<i>Sur la vitesse du son</i> [25]	1768
Riccati, G.	<i>Lettera del Sig. Co. Giordano Riccati al Sig. Arcip. Giambatista Nicolai, in cui nuovamente si difende dalla nota di petizion di principio la formola (...)</i> [34]	1777
Biot, J. B.	<i>Sur la propagation du son</i> [10]	1802
Biot, J. B.	<i>Sur la théorie du son</i> [11]	1802
Berthollet, C.-L.	<i>Essai de statique chimique</i> (Note V, Note XVIII) [9]	1803
*Poisson, S.-D.	<i>Mémoire sur la théorie du son</i> [32]	1807
Laplace, P.-S.	<i>Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau</i> [26]	1816

2.1 I *Principia* di Newton: la prima formula (1687)

Il primo a ricavare una formula per il calcolo della velocità del suono è Isaac Newton, che ne descrive una teoria nella Sezione VIII del Libro Secondo della prima edizione dei *Principia* del 1687 [29] e rivedendo poi i risultati successivamente, fino alla terza ed ultima edizione del 1726 [30]¹, in cui ottiene un risultato inferiore di circa il 20% rispetto al valore sperimentale. Si tratta anche del primo autore citato da Araldi, il quale ne appoggia il procedimento e principi con grande convinzione. Newton dedica alcune pagine alla fisica del suono, ma con uno stile che potrebbe essere definito piuttosto oscuro, rispetto allo standard dell'autore, rappresentando così uno dei passaggi più difficilmente comprensibili in assoluto di tutta la sua opera². Seppur difficili e oscure, queste pagine rappresentano un tassello estremamente interessante per la storia della fisica del suono e per la nozione di propagazione delle onde: Newton è infatti il primo ad elaborare un modello fisico-matematico per ricavare una formula per il calcolo della velocità del suono nei fluidi, partendo anzitutto dallo studio della propagazione del movimento nei fluidi. In particolare, nella Proposizione 44, Teorema 35, Newton si serve di un'immagine riportata in Figura 2.2 a pagina 35 e afferma:

Se l'acqua sale e scende alternativamente nei tratti verticali KL ed MN di un canale o tubo e un pendolo la cui lunghezza tra il punto di sospensione e il centro di oscillazione è pari alla metà della lunghezza della colonna d'acqua nel tubo, io dico che che l'acqua salirà e scenderà nello stesso tempo in cui il pendolo oscilla. □

In pratica, l'autore comincia studiando il moto alternato di salita e discesa di una massa d'acqua all'interno di un tubo ad U, paragonandolo al moto di oscillazione di un pendolo. E' importante sottolineare che il pendolo usato da Newton è il pendolo cicloidale inventato da Christian Huygens nel 1673: la curva descritta dal centro di oscillazione non è un arco di circonferenza, come nel pendolo semplice,

¹Per la traduzione dal latino della terza edizione si fa riferimento alla versione inglese di Andrew Motte [31].

²Come si vedrà, questa parte dei *Principia* verrà tacciata di "oscurità" da parte di diversi autori, fra cui P. Frisi, J. Bernoulli e J. d'Alembert.

**Non il solito
Newton...**

**L'analogia di
Newton**

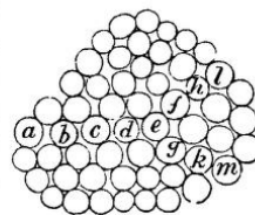
SECTIO VIII.

De motu per fluida propagato.

PROPOSITIO XLI. THEOREMA XXXII.

Pressio non propagatur per fluidum secundum lineas rectas, nisi ubi particulae fluidi in directum jacent.

Si jaceant particulae a, b, c, d, e in linea recta, potest quidem pressio directe propagari ab a ad e ; at particula e urgebit particulas oblique positas f & g oblique, & particulae illae f & g non sustinebunt pressionem illatam, nisi fulciantur a particulis ulterioribus h & k ; quatenus autem fulciuntur, premunt particulas fulciantes; & hae non sustinebunt pressionem nisi fulciantur ab ulterioribus l & m easque premant, & sic deinceps in infinitum. Pressio igitur, quum primum propagatur ad particulas quae non in directum jacent, divaricare incipiet & oblique propagabitur in infinitum; & postquam incipit oblique propagari, si incidit in particulas posteriores, quae non in directum jacent, iterum divaricabit; idque toties, quoties in particulas non accurate in directum jacentes incidit. *Q.E.D.*



Corol. Si pressionis, a dato puncto per fluidum propagatae, pars aliqua obstaculo intercipiatur; pars reliqua, quae non intercipitur, divaricabit in spatia pone obstaculum. Id quod sic etiam demonstrari potest. A puncto A propagetur pressio quaquaversum, idque si fieri potest secundum lineas rectas, & obstaculo $NBCK$ perforato in BC intercipiatur ea omnis, praeter partem coniformem APQ , quae per foramen circulare BC transit. Planis transversis de, fg, hi distinguatur conus APQ in frusta; & interea dum conus ABC , pressionem propagando, urget frustum conicum ulterius $degf$ in superficie de , & hoc frustum urget frustum proximum $fgih$ in superficie fg , & frustum illud urget frustum tertium, & sic deinceps in infinitum; manifestum est (per motus legem tertiam) quod fru-

Figura 2.1. La prima pagina della Sezione VIII del Libro Secondo dei *Principia*, dedicata al moto di propagazione attraverso i fluidi, nella terza edizione del 1726.

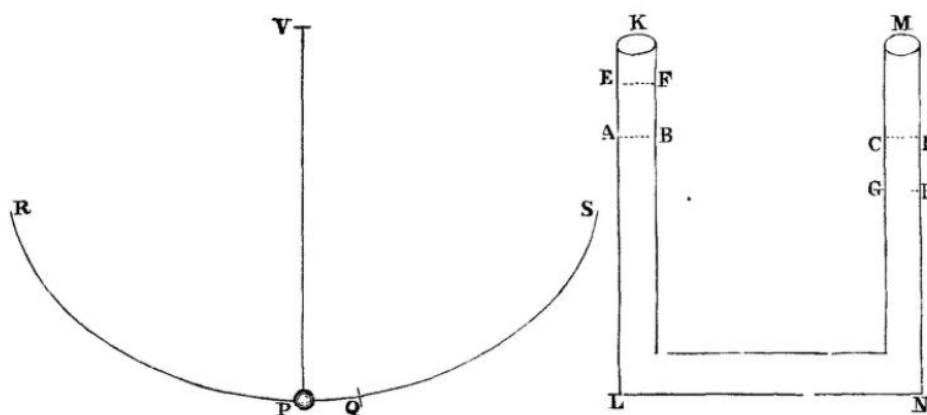


Figura 2.2. L'immagine riportata da Newton all'interno della Proposizione 44, Teorema 35 per mostrare l'analogia tra il moto alternato di salita e discesa dell'acqua in un tubo ad U e il moto di oscillazione di un pendolo cicloidale: i loro tempi di percorrenza sono gli stessi.

bensì una cicloide, che gode della proprietà di essere tautocrona. In particolare, la lunghezza del pendolo considerato è pari alla metà della lunghezza della colonna d'acqua nel tubo. Sotto queste ipotesi, Newton dimostra che i tempi di salita e discesa dell'acqua nel tubo ad U sono uguali al periodo di oscillazione di un pendolo così descritto. Questo vale indipendentemente dall'ampiezza del movimento. In seguito, il discorso continua nella Proposizione 45, Teorema 36, in cui si dice che la velocità delle onde è proporzionale alla radice quadrata della "latitudine"³, seguita subito dalla Proposizione 46, Problema 10, in cui Newton vuole trovare la velocità delle onde. In questo caso, occorre un pendolo la cui lunghezza sia uguale alla lunghezza d'onda delle onde: nello stesso tempo in cui il pendolo compirà una oscillazione completa, le onde percorreranno uno spazio praticamente uguale alla loro lunghezza d'onda. In questo modo, conoscendo la lunghezza del pendolo e la durata della sua oscillazione, è possibile calcolare la velocità delle onde.

La successiva Proposizione 47, Teorema 37⁴ rappresenta il cuore della teoria

³oggi diremmo "lunghezza d'onda"

⁴Nelle ultime edizioni dei *Principia*, le Proposizioni 47 e 48 sono invertite rispetto alle

newtoniana della propagazione del suono:

Se gli impulsi si propagano in un fluido [elastico], le tante particelle del fluido oscillano avanti e indietro con un movimento molto piccolo e sono accelerate o ritardate secondo la legge del pendolo. 2

La formula di Newton Con una dimostrazione lunga e complessa, Newton mostra che, sotto l'ipotesi ragionevole che le vibrazioni delle particelle di un fluido siano molto piccole rispetto alla distanza che l'onda percorre, queste particelle sono soggette alle stesse accelerazioni che derivano dalle leggi del pendolo. Inoltre, come corollario, aggiunge che il numero di impulsi che si propagano nel fluido è lo stesso numero di vibrazioni del corpo vibrante, il quale infatti le ha generate. A questo punto si giunge all'importante Proposizione 48, Teorema 38:

Le velocità degli impulsi che si propagano in un fluido elastico sono in una relazione costituita dalla radice quadrata della forza elastica in modo diretto, e dalla radice quadrata della densità in modo inverso [...]. 3

In altre parole, la velocità v delle onde è direttamente proporzionale alla radice quadrata dell'elasticità (e quindi della pressione P) e inversamente proporzionale alla radice quadrata della densità ρ_{aria} dell'aria. Newton non scrive esplicitamente una formula matematica, ma in termini moderni potremmo tradurre le sue parole così:

$$v = k \sqrt{\frac{P}{\rho_{aria}}} \quad (2.1)$$

Seguono poi la Proposizione 49 Problema 11, riguardo la densità del fluido e la forza elastica, e la Proposizione 50, Problema 12, sul calcolo della lunghezza d'onda.

Lo Scholium e il calcolo di Newton Estremamente interessante per lo scopo di questo studio è lo *Scolio* a chiusura di questa Sezione. In esso, Newton passa al calcolo numerico della velocità del suono, dopo una serie di considerazioni e stime numeriche di varie grandezze. Il risultato ottenuto è diverso nelle varie edizioni dei *Principia*: nella prima edizione del 1687 [29], infatti, Newton ottiene 968 ft/s (~ 295 m/s), risultato di cui precedenti edizioni. Qui si fa riferimento alla numerazione più recente di Newton.

si dichiara soddisfatto rispetto alle proprie misure sperimentali allora effettuate, comprese tra 920 ft/s (~ 280 m/s) e 1085 ft/s (~ 330 m/s). Newton afferma di aver ottenuto queste velocità personalmente e che si tratta di misure più precise di quelle effettuate da Roberval e Mersenne⁵. Invece, nella seconda edizione del 1713 e nella terza edizione del 1726 [30], l'autore riporta un nuovo valore calcolato di 979 ft/s (~ 298 m/s), a seguito di nuovi valori per la densità dell'aria. Inoltre, qui egli riporta anche un nuovo valore sperimentale, derivante dagli esperimenti dei suoi due amici Flamsteed e Halley nel 1708, che avevano ottenuto una velocità pari a 1142 ft/s (~ 348 m/s). A questo punto, Newton si rende conto che la discrepanza non è poi così piccola e prova a darne delle motivazioni. Per giustificare questa differenza tra valore calcolato e risultato sperimentale, Newton propone di considerare le dimensioni delle particelle dell'aria, che infatti hanno un diametro di circa un nono o un decimo della loro distanza reciproca. Di conseguenza, tenuto conto di ciò, la velocità di propagazione sarebbe di 1088 ft/s (332 m/s):

[...] Ma in questo calcolo non abbiamo considerato la grossezza⁶ delle particelle solide dell'aria, per le quali il suono si propaga istantaneamente. [...] il diametro di una particella di aria sta alla distanza tra le particelle in un rapporto di 1 a circa 9 o 10 [...] Perciò ai 979 piedi [...] dobbiamo aggiungere $\frac{979}{9}$, o circa 109 piedi, per compensare per la grossezza delle particelle di aria: e così un suono viaggerà circa a 1088 piedi in un secondo di tempo.

4

Ciononostante, è presente un altro aspetto da considerare, cioè la presenza di vapore acqueo nell'aria, che farebbe aumentare ulteriormente il valore appena calcolato:

[...] Quindi se l'atmosfera è fatta di dieci parti di aria e una parte di vapori, [...] il suono percorrerà 1142 piedi in un secondo di tempo.

5

⁵Per i quali Newton riporta i risultati rispettivamente pari a 866 ft/s (~ 264 m/s) e 1272 ft/s (~ 388 m/s).

⁶Crassitudo, ĩnis, f., grossezza, spessore. Traduzione da Castiglioni L. & Mariotti S. (1996). *IL vocabolario della lingua latina* (3rd ed.). Roma: Loescher.

**La grossezza
delle particelle**

**La presenza di
vapore acqueo**

La dipendenza Newton specifica anche che questi valori sono variabili a seconda della stagione,
dalla in quanto la temperatura ambiente modifica l'elasticità dell'aria e dunque la ve-
temperatura locità del suono. In conclusione, considerando la dimensione delle particelle di
ambiente aria, la presenza in essa di vapore acqueo e la dipendenza dalla temperatura, la
velocità di propagazione del suono in aria può arrivare ad un valore calcolato di
1142 ft/s (348 m/s). Solo dopo aver prima fornito queste precisazioni, Newton
fa riferimento ai risultati sperimentali:

[...] Ora dagli esperimenti sembra che i suoni avanzino veramente in un
secondo di tempo circa 1142 piedi inglesi, o 1070 piedi francesi. 6

Di fatto, in tutte le edizioni dei *Principia*, l'autore londinese si dichiara soddisfatto della propria teoria, che si trova in accordo con gli esperimenti del tempo una volta aver considerato gli aspetti elencati.

2.2 Il trattato newtoniano di Gravesande (1721)

Un importante autore contemporaneo a Newton è l'olandese Willem Jacob 's Gravesande. Egli non è citato direttamente da Araldi, tuttavia è interessante notare come riprende la teoria sul suono di Newton per renderla più chiara e comprensibile al pubblico. Inoltre, le idee di Gravesande influenzeranno probabilmente quelle di Cramer, che invece rientra tra i nomi citati da Araldi.

Il suo trattato di fisica newtoniana è del 1721 e si intitola *Elementi matematici di fisica* [21]⁷. In esso troviamo un lungo capitolo sul suono, in cui viene ripreso il meccanismo di compressioni e dilatazioni dell'aria. In particolare, per quanto riguarda la questione della velocità di propagazione, egli appoggia l'idea di Newton sui motivi della discrepanza, ma ritiene allo stesso tempo che, proprio perché le dimensioni delle particelle di aria e degli spazi tra di esse non sono noti, non sia possibile determinare la velocità del suono per via teorica. In ogni caso, l'autore olandese dice, in modo più semplice rispetto a Newton, che "i quadrati delle velocità delle onde sono direttamente proporzionali alle lunghezze d'onda", per poi studiare cosa succede nei casi in cui densità ed elasticità dell'aria cambino: "Se l'elasticità e la densità dell'aria variano, i quadrati delle velocità delle onde saranno direttamente proporzionali all'elasticità ed inversamente proporzionali alla densità". Si tratta di formulazioni formalmente diverse ma del tutto equivalenti a quelle newtoniane. Poi, egli si interessa ad un caso molto comune, cioè quello in cui si aggiunge una certa quantità d'aria ad un certo volume: la densità aumenta, ma pure l'elasticità, a causa dell'aumento del peso della colonna d'aria; così, gli aumenti di densità ed elasticità si compensano e la velocità del suono non cambia, così come accade, continua l'autore, in una valle o su una montagna. Inoltre, Gravesande considera l'influenza del calore e della temperatura: "Poiché l'elasticità dell'aria aumenta con il calore, ne deriva che le onde si muovono più velocemente in estate piuttosto che in inverno", proprio come Newton aveva sostenuto. Del resto, anche altri teorici successivi, come Gabriel Cramer, Daniel Bernoulli e Leonhard Euler, affermeranno che il calore causa un aumento dell'elasticità e quindi

**Una spiegazione
newtoniana più
chiara**

⁷Per la traduzione dal latino del testo di Gravesande si fa riferimento a [5].

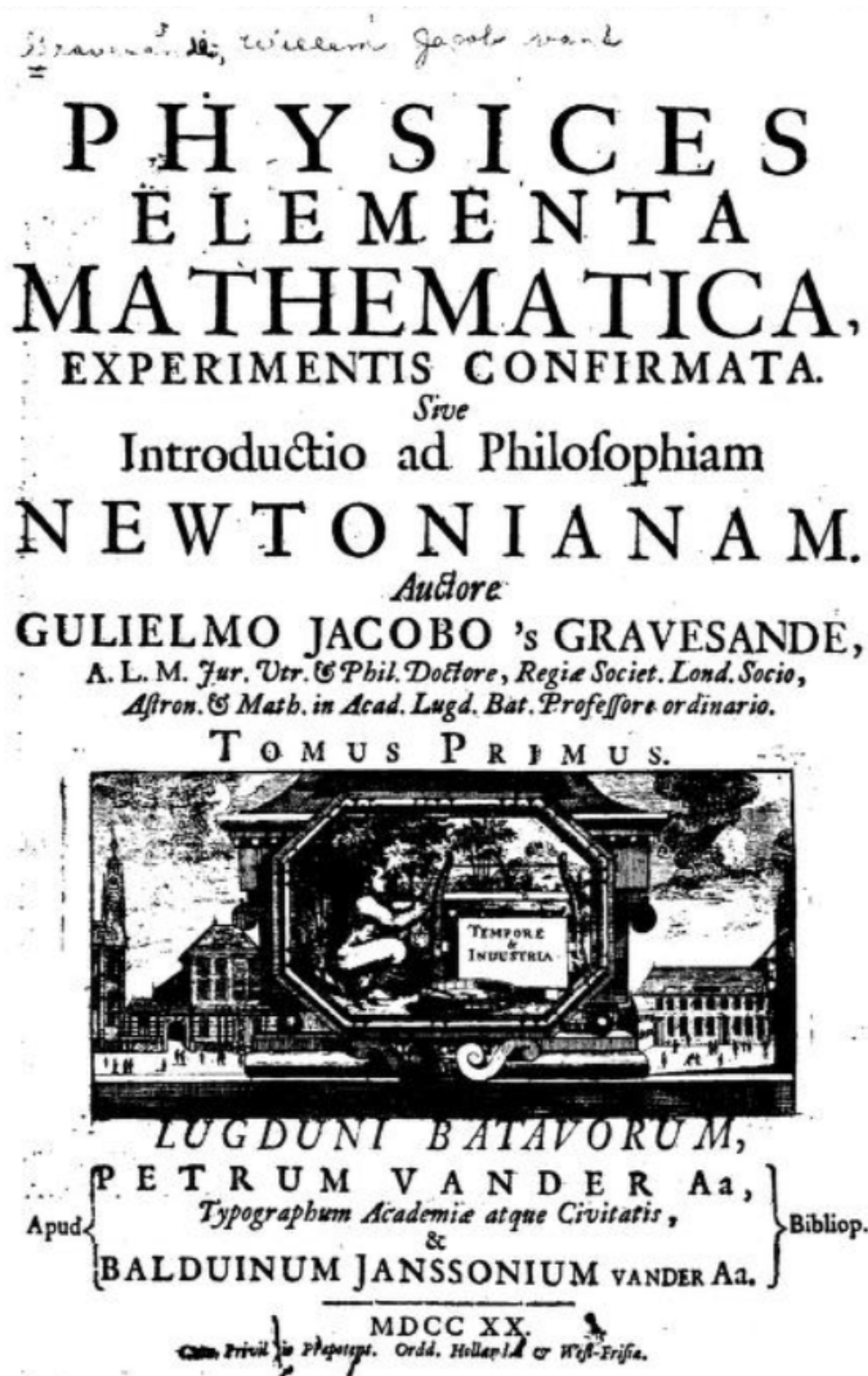


Figura 2.3. Il frontespizio de *Physices elementa mathematica* di Willem Jacob 's Gravesande del 1721.

della velocità.

2.3 Gli scritti di Cramer e di Euler (1722-1727)

Successivamente a Newton, altri importanti personaggi si interessano alla questione della velocità del suono. Fra i primi si ricordano Gabriel Cramer e Leonhard Euler⁸. Si noti anche che Araldi non cita direttamente il secondo, tuttavia vale la pena ricordarlo, principalmente per due motivi ai fini di questo studio: prima di tutto, lo stesso Euler sarà poi ripreso da altri autori, i quali a loro volta saranno citati da Araldi; inoltre, le idee di Euler sono molto in linea a quelle di Cramer, al quale è invece presente un riferimento esplicito nell'articolo di Araldi.

Per quanto riguarda L. Euler, il suo scritto *Dissertazione fisica del suono* [16] viene presentato nel 1727, all'età di appena 20 anni: egli riprende la teoria di Newton, di cui ha sicuramente letto la terza edizione dei *Principia*. Diversamente dall'autore londinese, Euler scrive in modo più chiaro, oltre ad aggiungere ulteriori interessanti aspetti sul suono, fra cui l'intensità e l'altezza. In quegli anni, tra l'altro, Euler frequenta Gabriel Cramer, di tre anni più grande di lui e allievo di Jean Bernoulli, professore all'Università di Ginevra da due anni. Anche Cramer aveva scritto la sua *Dissertazione fisico-matematica del suono* [13] da molto giovane, quando aveva solo 18 anni, nel 1722. Cramer ha subito probabilmente l'influenza di Gravesande, newtoniano convinto, ma nella propria opera critica il metodo di Newton, in particolare l'analogia tra il moto di vibrazione dell'aria e il moto di oscillazione del pendolo.

La dissertazione di Euler è composta da due capitoli: il primo sulla propagazione del suono, il secondo sulla sua produzione. Si trova quindi nel primo la trattazione matematica sulla velocità del suono e il tentativo di calcolarla, con lo scopo di conciliare la teoria con i risultati sperimentali e poter così eliminare quell'errore di circa il 20 % ottenuto dal calcolo di Newton. Anzitutto, Euler come gli autori prima di lui abbozza una sorta di modello dell'aria, che egli concepisce come costituita da piccoli "globuli" pressati fra di loro e che ne conferiscono l'elasticità:

2. Ma prima di affrontare lo studio del suono di per sé, occorre anzitutto

⁸Per la traduzione dal latino dei testi di Cramer ed Euler si fa riferimento a [5].

Due amici

**Il modello di
aria di Euler**



Figura 2.4. Il frontespizio della *Dissertatio physico-mathematica de sono* di Cramer del 1722.

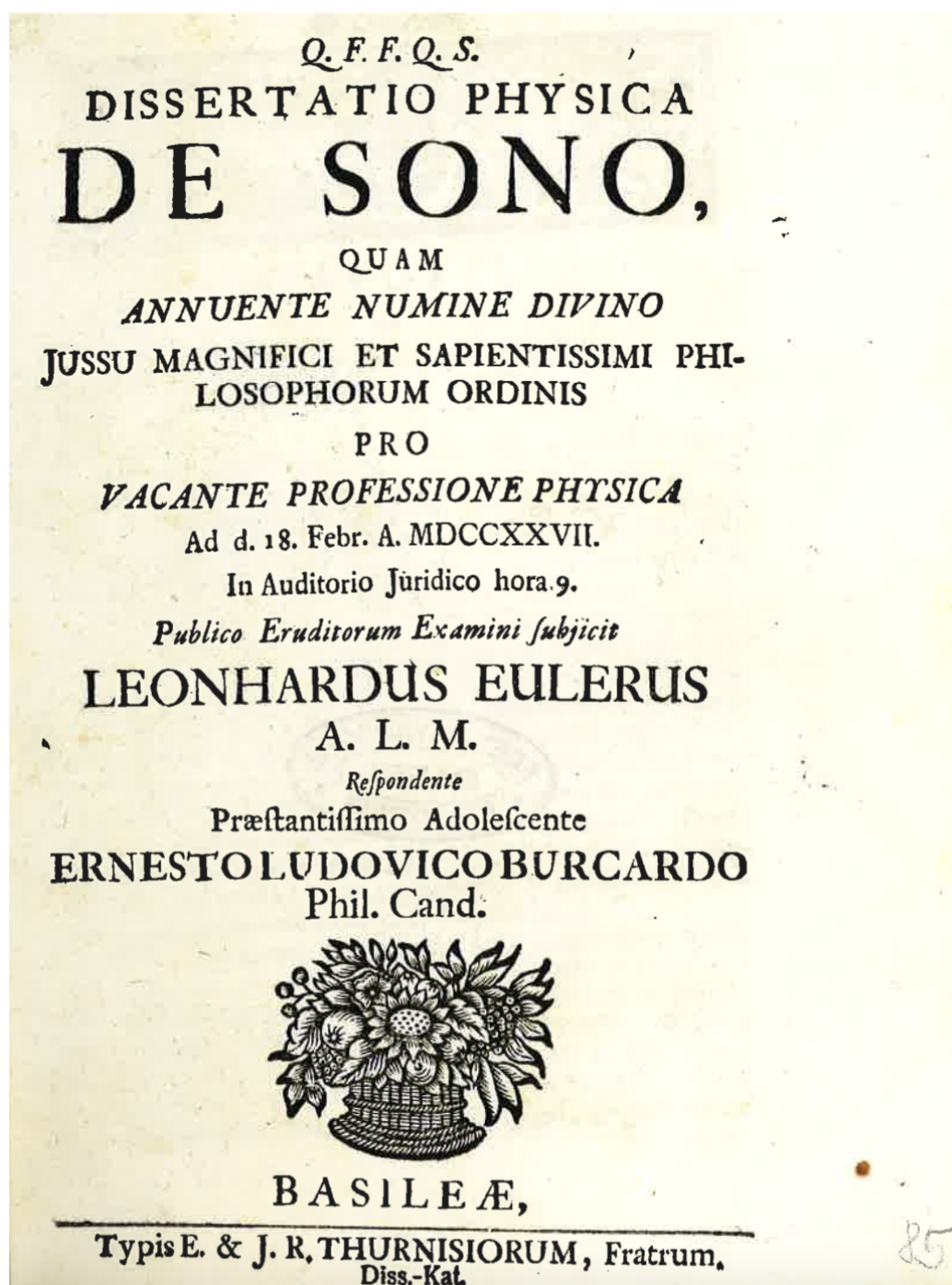


Figura 2.5. Il frontespizio della *Dissertatio physica de sono* di Euler del 1727.

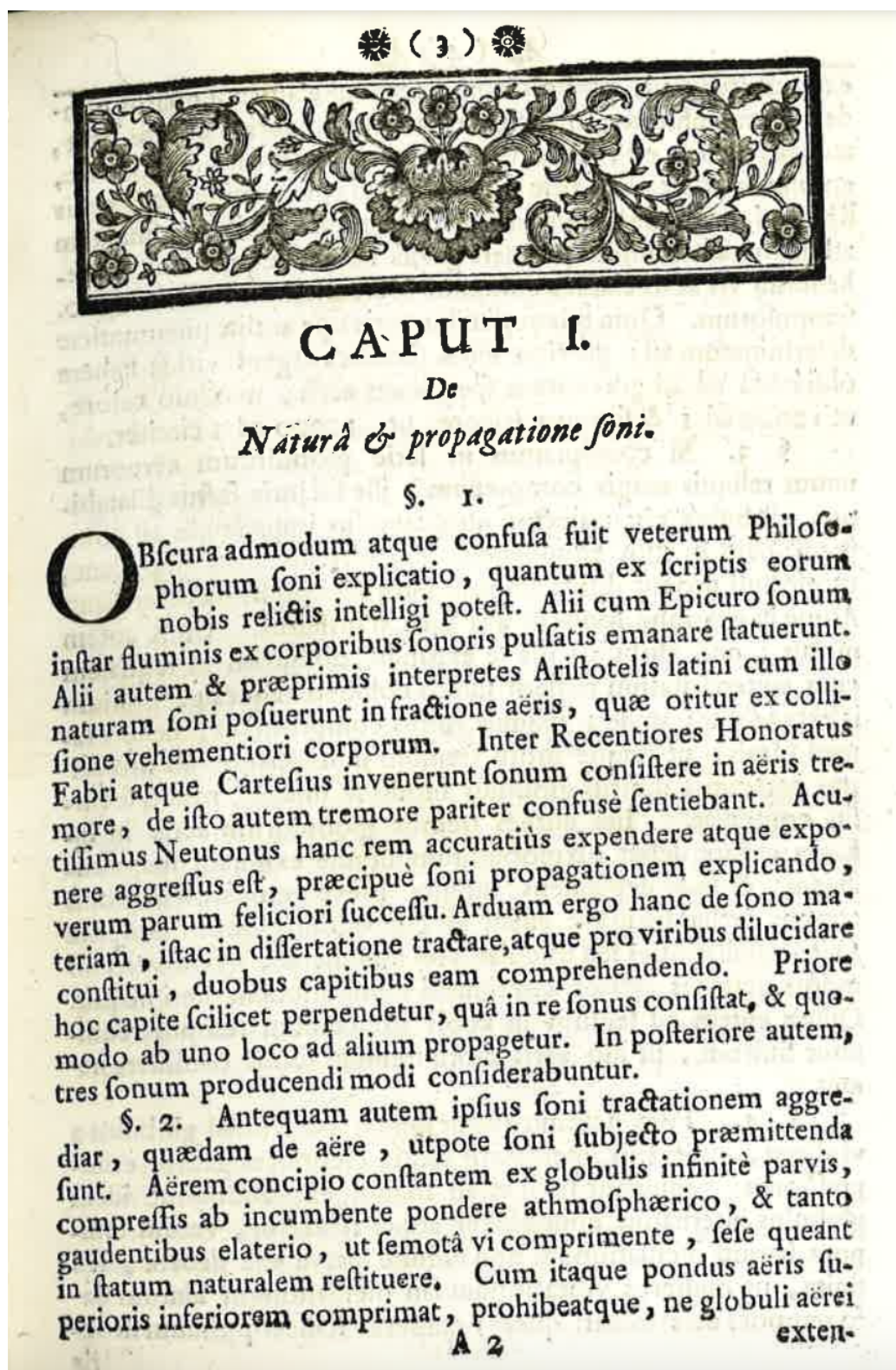


Figura 2.6. La prima pagina della *Dissertatio physica de sono* di Euler del 1727.

to parlare dell'aria in quanto responsabile del suono. Considero l'aria come composta da globuli di taglia infinitamente piccola, compressi dal peso pressante dell'atmosfera e dotati di una elasticità così forte che, una volta che la forza di compressione è sprigionata, possono riportarsi nella loro posizione naturale. 7

Poi, Euler riprende l'ipotesi di Newton, secondo la quale l'equilibrio delle forze si raggiunge quando la forza elastica è compensata dal solo peso dell'aria:

[...] siccome il peso dell'aria superiore comprime quella inferiore, ed impedisce ai globuli aerei di espandersi, la forza elastica dei globuli aerei è pari al peso dell'atmosfera. 8

Dopodiché, espone la rappresentazione convenzionale della natura fisica del suono, basata sulla compressione e dilatazione dei globuli d'aria per spiegarne la propagazione. . . **Il rifiuto e la novità di Euler**

3. Se consideriamo, tra i gruppi dei globuli d'aria, uno tra essi più compresso degli altri, esso si espanderebbe, obbedendo alla propria legge, respingendo i globuli adiacenti in tutte le direzioni e causando compressione su di essi, i quali a loro volta spingerebbero gli altri più lontano, così che i globuli che si trovano più lontano verrebbero influenzati in piccola misura dalla compressione. E secondo questo ragionamento, il suono si propaga in un altro luogo. 9

... per poi confutarla subito dopo, sostenendo che la compressione e dilatazione successiva dei globuli d'aria sono di entità infinitamente piccola, quindi di durata estremamente breve, il che farà cessare molto presto questi fenomeni alternati: il suono non può pertanto consistere in tali fenomeni.

[...] Tuttavia, questo tremore dei globuli d'aria vicini deve rallentare velocemente a causa della loro entità infinitamente piccola, e quindi impiega una durata infinitamente breve per una singola oscillazione; quindi, in un tempo finito, a partire da un globulo di questo tipo verrebbero emesse oscillazioni o ondulazioni in numero infinito, cosa che non si può fare a causa della diminuzione continua del movimento di un qualunque globulo. E poiché è

necessario un tempo finito per eccitare il nostro senso [dell'udito], il suono non può consistere in un tale movimento di vibrazione dell'aria. 10

In altre parole, Euler rifiuta la teoria puramente meccanica di particelle d'aria animate da un moto di vibrazione: il movimento meccanico non riesce a descrivere adeguatamente come avviene la propagazione del suono, in quanto, a causa del suo rapido smorzamento, non spiega la conservazione dell'altezza (frequenza), dell'intensità e quindi nemmeno della velocità del suono, fatto invece sperimentalmente osservato. Pertanto, Euler cerca una descrizione diversa per la natura del suono, proponendo così un "movimento" di compressione e dilatazione, che di fatto costituirebbe una variazione periodica di pressione dell'aria, responsabile della propagazione del suono:

4. Il suono si genera piuttosto quando lo stesso globulo, a causa di una forza esterna, subisce compressioni più lunghe degli intervalli finiti interposti; è necessario, per emettere un suono, che lo stesso globulo si contragga e si distenda alternativamente; e la durata di queste oscillazioni deve anche essere di una brevità non infinita, ma finita, in modo che il numero di queste vibrazioni o oscillazioni possa essere determinato in un periodo di tempo dato. Il numero di impulsi che colpiscono l'organo sensibile dell'orecchio in un tempo finito dato deve essere tale da poter essere espresso da dei numeri.

11

La formula e il calcolo di Euler Quindi, la novità di Euler sta nel fatto di considerare un "movimento della perturbazione", più che in un "movimento meccanico di urti". A questo punto, egli si prepara per fornire la sua formula per il calcolo della velocità di propagazione del suono; si tratta di un passaggio delicato e molto discusso da autori successivi, in quanto compare un fattore "4" mai giustificato. Questo aspetto rappresenta senza dubbio il punto più oscuro di tutta la sua trattazione. Indicando con:

- n il rapporto tra la densità del mercurio e quello dell'aria;
- k l'altezza della colonna di mercurio nel barometro, in scrupoli⁹;

⁹Euler usa il piede rhénan, costituito da 1000 scrupoli (1 piede rhénan = 1.035 piedi parigini).

- $f = 3166$ la lunghezza del pendolo, in scrupoli;
- a la distanza percorsa del suono, in scrupoli,

Euler trova che "il tempo di una sola oscillazione del pendolo f sta al tempo di propagazione del suono su una distanza a come 1 sta a":

$$\frac{a}{4 \cdot \sqrt{nkf}} \quad (2.2)$$

Quindi, la distanza sulla quale il suono si propaga in un secondo sarà di:

$$4 \cdot \sqrt{3166 \cdot nk} \quad \text{scrupoli} \quad (2.3)$$

In altre parole, questa è praticamente la formula che Euler ottiene per la velocità del suono, misurata in scrupoli al secondo; usando i valori seguenti per le grandezze che vi compaiono, Euler calcola il valore massimo e minimo per questa velocità¹⁰:

$$v_{max} = 4 \cdot \sqrt{3166 \cdot 12000 \cdot 2460} = 1\,122\,800 \text{ scrupoli} = 1122 \text{ piedi rhéna} \quad (2.4)$$

$$v_{min} = 4 \cdot \sqrt{3166 \cdot 10000 \cdot 2260} = 1\,069\,600 \text{ scrupoli} = 1069 \text{ piedi rhéna} \quad (2.5)$$

La velocità del suono è quindi compresa tra 1222 e 1069 piedi. A questo punto, Euler spiega come il suo risultato sia perfettamente in accordo con gli esperimenti, oltre a paragonare la sua formula con quella di Newton:

Il confronto con Newton e il fattore "4"

14. Se confrontiamo questo [risultato] con l'esperienza si metterà in evidenza il suo perfetto accordo con essa e ciò confermerà il mio metodo. Infatti, Derham e Flamsteed hanno osservato, durante esperimenti effettuati con grande cura, che il suono percorrerebbe 1108 piedi [rhéna] in un tempo di un minuto-secondo, un risultato che si colloca approssimativamente a metà dei [miei valori] limiti trovati. Ora consideriamo cosa Newton dice su questo argomento in *Phil.*, Lib II, sezione VIII: egli trova per la distanza

¹⁰In realtà, dal punto di vista strettamente dimensionale, si tratta di una distanza e non di una velocità; tuttavia, questa è una distanza percorsa in un secondo, quindi l'autore usa spesso il termine "velocità" al posto di "distanza".

percorsa dal suono in un minuto-secondo (una volta aver ricondotto il suo ragionamento al nostro) in scrupoli rhénan, $\frac{p}{d} \cdot \sqrt{3166 \cdot nk}$, indicando con $\frac{d}{p}$ il rapporto tra il diametro e la circonferenza, cioè circa $\frac{7}{22}$ ¹¹. Così quindi il suo risultato è più piccolo del nostro, infatti Newton moltiplica $\sqrt{3166 \cdot nk}$ per 3 e 1/7 [intendi $3 + 1/7$ ¹²], mentre io, al posto di questo numero, uso 4.

12

**La critica a
Newton**

Di fatto, mentre il fattore moltiplicativo usato da Newton è appunto π , il fattore usato da Euler è invece 4. Tuttavia, Euler non giustifica mai la presenza di tale fattore, che compare senza spiegazione; inoltre, non si capisce nemmeno come mai non compaia un fattore π , dato che il suo metodo prevede l'uso del pendolo, che quindi dovrebbe suggerirne la presenza nella formula. In ogni caso, l'autore conclude la sua trattazione affermando proprio che non deve quindi stupire che il risultato dell'ingegnoso Newton sia troppo piccolo rispetto al valore sperimentale; inoltre, le ipotesi avanzate dal fisico inglese per giustificare ciò rappresentano un "sotterfugio":

15. [...] tuttavia, ciò che egli adduce per giustificare il suo metodo, attribuendo questo disaccordo alle impurità presenti nell'aria, è puro sotterfugio. Infatti, qualunque siano i vapori di cui è impregnata l'aria, la sua forza elastica è sempre uguale al peso atmosferico e neanche il peso dell'aria in quella direzione viene modificato. Restando costanti questi parametri, la velocità del suono non può quindi subire alcuna modifica. E la dimensione delle molecole d'aria non ha nulla a che fare con questa questione.

13

Nonostante Euler abbia appena vent'anni quando pubblica questa sua opera nel 1722, le sue idee non cambiano e una quindicina di anni dopo, nel 1738, pubblica la sua *Dissertazione sul fuoco* [15], che affronta un argomento diverso, ma a conclusione della quale l'autore ribadisce la propria formula¹³, riportando gli stessi identici risultati dell'opera precedente e con uno stile più chiaro e ordinato.

¹¹Si tratta approssimativamente dell'inverso di π .

¹²Si tratta ancora una volta all'incirca di π .

¹³C'è solo una piccola differenza: al posto di n compare $1/n$, cioè: $4 \cdot \sqrt{\frac{fk}{n}}$.

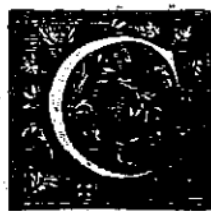


DISSERTATIO
DE IGNE,
IN QUA EJUS NATURA
& Proprietates explicantur.

Magnum iter ascendo; sed dat mihi gloria vires:
Non juvat ex facili lecta corona jugo.

Propert. Lib. III.

§. I.



CUM illustrissima Academia Scientiarum Regia hoc tempore explicationem Naturæ & Propagationis Ignis requirat, non dubito sequentes meas de hoc argumento meditationes exquisitissimo illius judicio submittere. Quamvis enim hæc quæstio tam sit ardua, atque tot tantisque difficultatibus involuta, ut nemo adhuc admirandis Phænomenis eò pertinentibus satisfacere potuerit;

A iij

Figura 2.7. La prima pagina della *Dissertatio de igne* di Euler del 1738.

2.4 Gli scritti di Bernoulli e d'Alembert (1736-1747)

Tra i primi autori a ritenere che la teoria del suono di Newton sia la parte più oscura e difficile di tutta l'opera vi sono Johann Bernoulli e Jean Baptiste Le Rond d'Alembert. Il primo ne riprende comunque il ragionamento, dichiarandosi però del tutto contrario alla motivazione relativa alla dimensione delle particelle; il secondo, invece, si limita a dire di non essere convinto delle attuali teorie proposte.

2.4.1 Le fibre sonore di J. Bernoulli (1736)

Per l'anno 1736, cioè due anni prima della *Dissertatio de igne* di L. Euler, il ventiseienne Johann Bernoulli, detto anche Johann II, figlio di Johann I e fratello di Daniel, ottiene il premio presso l'Accademia delle Scienze per la sua opera *Ricerche fisiche e geometriche sulla questione: come avviene la propagazione della luce* [8]. In realtà, questa memoria è di un livello matematico abbastanza approfondito, tale da lasciar pensare che essa sia in gran parte dovuta al lavoro del padre Johann I, in quanto il figlio ha una formazione indirizzata più verso il diritto che non alla fisica e matematica.

In ogni caso, si tratta di un'opera interessante in quanto in essa, pur avendo come obiettivo principale quello di descrivere la propagazione della luce, come del resto appare evidente dal titolo stesso, l'autore affronta anche la questione della teoria del suono e della sua velocità di propagazione, servendosi di una forte analogia tra le "fibre sonore" e le "fibre luminose". Nel dettaglio, J. Bernoulli inizialmente propone una rappresentazione della propagazione della luce nell'etere, descritto come un mezzo elastico, la cui elasticità è dovuta alla forza centrifuga prodotta da piccoli vortici. In questo etere elastico si trovano dei corpuscoli di diverse dimensioni e, quando appare la luce, tali corpuscoli si allineano, separati da spazi di etere, per costituire delle fibre luminose. I corpuscoli guadagnano allora dei movimenti vibratori longitudinali formando fibre di lunghezza finita (equivalente alla nostra lunghezza d'onda) che, da una estremità all'altra, costituiscono il cosiddetto raggio di luce. I corpuscoli che formano la stessa fibra sono delle stesse dimensioni, il che definisce il colore della luce trasportato da quella fibra.

Non solo luce...

RECHERCHES
PHYSIQUES
ET GEOMETRIQUES
SUR LA QUESTION:
*COMMENT SE FAIT LA PROPAGATION
DE LA LUMIERE.*

Pièce qui a remporté le Prix de l'Académie Royale des Sciences,
proposé pour l'année 1736, selon la fondation faite par feu
M. ROULLIÉ DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.

Par M. JEAN BERNOULLI, Docteur en Droit.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXVI.

Figura 2.8. Il frontespizio delle *Recherches physiques et géométriques sur la question: comment se fait la propagation de la lumière* di Johann Benoulli del 1736.

24 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

X L I X.

*Explication analytique de la nature & du mouvement
des Fibres lumineuses & des Fibres sonores.*

Après la digression que je viens de faire sur la manière de disposer les ressorts, pour qu'ils fassent leurs vibrations plus ou moins étendus, toujours en temps égaux, je retourne à mon sujet.

La propagation de la Lumière & celle du Son ont une si grande affinité entr'elles, comme je l'ai déjà dit, que l'on peut fort commodément & avec utilité traiter les deux matières en même temps. Le son, aussi-bien que la lumière, prend son origine par la production des fibres qui s'excitent immédiatement à l'endroit où le corps, qu'on appelle *sonore*, ébranle l'air circonvoin, lesquelles fibres ensuite s'étendent, en se multipliant, comme je l'expliquerai, à des distances plus ou moins grandes, selon la grandeur de la force avec laquelle le corps sonore frappe l'air qui le touche; je les appellerai *Fibres sonores*, comme j'ai appelé celles de la lumière *Fibres lumineuses*. Dans l'essentiel, ces deux sortes de fibres ont la même nature, car les unes & les autres demandent un milieu élastique, toujours dans un état de compression, dont les parties s'efforcent sans cesse de s'étendre, mais qui sont toujours contrebalancées par les forces égales des parties voisines. C'est en de tels milieux élastiques que les fibres des deux especes s'engendrent; les fibres lumineuses se forment dans l'éther infiniment subtil & composé de tourbillons d'une petitesse inconcevable, dont les parties continuellement circulantes sur de si petites circonférences, acquièrent par cela seul des forces centrifuges quasi infinies; c'est en quoi consiste l'énorme élasticité de l'éther, qui cause, comme nous verrons, l'excessive rapidité de la lumière.

L.

Mais c'est l'air grossier de notre atmosphère que nous respirons, qui transporte le son, l'expérience le prouve; il a son élasticité, mais d'un degré incomparablement moindre
que

Figura 2.9. La pagina con la Proposizione 49: "Spiegazione analitica della natura e del movimento delle Fibre luminose e delle Fibre sonore", estratto delle *Recherches physiques et géométriques sur la question: comment se fait la propagation de la lumière* di Johann Benoulli del 1736.

La prima analogia: luce & suono Dopo questo modello dell'etere, poco prima della metà della sua opera, egli espone la forte analogia tra la propagazione della luce nell'etere e la propagazione del suono nell'aria. In particolare, nella Proposizione 49, Bernoulli si concentra soprattutto sulle similitudini: sia l'etere che l'aria sono mezzi elastici. Invece, nella Proposizione 50, espone le differenze: la maggior velocità della luce rispetto a quella del suono è dovuta al fatto che le particelle di etere sono estremamente più piccole e leggere di quelle dell'aria; inoltre, la luce si propaga solo in linea retta, mentre il suono è in grado di seguire traiettorie anche oblique, perché le particelle di etere sono incompressibili, al contrario di quelle dell'aria.

XLIX.

Spiegazione analitica della natura e del movimento delle Fibre luminose e delle Fibre sonore.

[...] La propagazione della luce e quella del suono hanno, come ho già detto, una affinità tale da poter essere trattate comodamente e in modo utile nello stesso tempo.

[...] In sostanza, queste due tipologie di fibre hanno la stessa natura, dato che sia le une sia le altre richiedono un mezzo elastico, sempre in uno stato di compressione. 14

L.

[...] l'aria ha la sua elasticità, ma di entità molto inferiore a quella dell'etere, e al posto di quest'ultimo deve mettere in agitazione dei corpuscoli solidi anch'essi estremamente piccoli, il che contribuisce ad aumentare la velocità delle fibre luminose vibranti.

[...] Si vede ancora perché i raggi di luce vanno sempre in linea dritta, perché i corpuscoli solidi sono incompressibili e non possono in questo modo estendersi in entrambe le direzioni. 15

Bernoulli si serve di questa forte analogia per trasporre la sua teoria delle fibre sonore a quella delle fibre luminose. In altre parole, poiché si conoscono le due caratteristiche di densità ed elasticità dell'aria, è possibile servirsi della teoria di propagazione del suono in aria, per tornare solo successivamente alla teoria

di propagazione della luce nell'etere, del quale invece non si conoscono densità ed elasticità. La dimostrazione analitica fatta per il suono sarà quindi valida, in quanto analoga, anche per la luce. Per quanto riguarda la propagazione del suono, l'autore spiega che ogni vibrazione della fibra sonora principale provoca la comparsa di fibre secondarie identiche, all'estremità della fibra principale, le quali a loro volta generano altre fibre. Il punto di origine del suono genera quindi tutte le fibre che costituiscono la sfera di propagazione e anche ciascuna fibra secondaria si propaga in maniera sferica. A questo punto l'autore si appoggia alla teoria delle corde vibranti [7], introducendo di fatto una ulteriore analogia, già sfruttata da autori precedenti: il movimento vibratorio longitudinale dei corpuscoli è del tutto analogo al movimento vibratorio di una corda tesa; l'unica differenza è che la vibrazione è longitudinale per la fibra sonora, ma "latitudinale"¹⁴ per la corda tesa. La curva che assume questa corda è la "compagna della cicloide (o trocoide) allungata"¹⁵. Johann Bernoulli ha sicuramente letto la *Dissertatio de sono* del giovane L. Euler e i *Principia* di I. Newton, così cerca anche di posizionarsi rispetto alle idee di questi due autori riguardo alla questione della velocità del suono. In particolare, Bernoulli riprende il procedimento del secondo, cercando di renderlo compatibile con le proprie fibre sonore. Dopo alcune pagine di trattazione matematica, basata appunto sull'analogia tra suono e corde vibranti, Bernoulli ricava una formula per la velocità di propagazione del suono, facendo notare come la sua espressione sia semplice e in accordo con i risultati sperimentali. In essa compaiono infatti solamente:

- $p = 93384/29725$, cioè la lunghezza della "circonferenza il cui diametro è pari all'unità" (corrispondente ad una stima di π);

¹⁴Oggi diremmo "trasversale".

¹⁵Una cicloide è la curva piana tracciata da un punto fisso su una circonferenza che rotola lungo una retta. Essa è detta ordinaria, allungata o accorciata a seconda che il punto solidale alla circonferenza mobile disti dal suo centro una lunghezza pari, maggiore o minore del raggio: la cicloide ordinaria ha delle cuspidi, quella allungata ha delle asole, quella accorciata si presenta come una curva ondulata. Le trocoidi (ipotrocoide, epitrocoide) rappresentano una generalizzazione delle epicicloidi e delle ipocicloidi ottenute facendo rotolare una circonferenza mobile rispettivamente all'esterno o all'interno di una circonferenza fissa.

La seconda analogia

La formula e il calcolo di Bernoulli

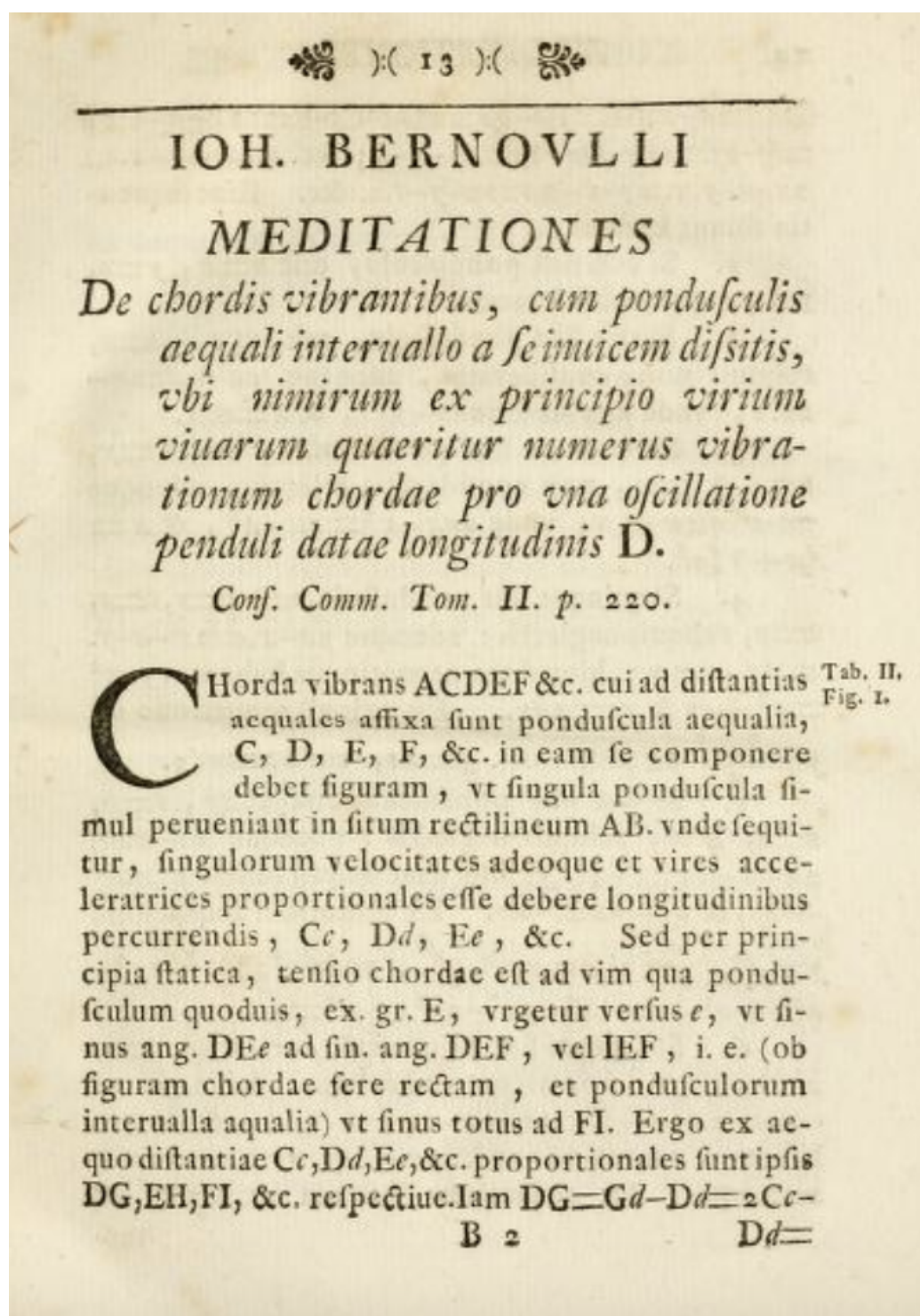


Figura 2.10. La prima pagina delle *Meditationes de chordis vibrantibus* di J. Bernoulli del 1727.

- $D = 39\frac{1}{5}$ pollici, la lunghezza del pendolo;
- $A = 356700$ pollici, "l'altezza della colonna d'aria che tiene in equilibrio il barometro a mercurio".

Le considerazioni e il calcolo che ne deriva sono riportati nella Proposizione 70:

LXX.

Faremo vedere con quale precisione la nostra espressione così corta e semplice $p\sqrt{D \times A}$ si accorda con l'esperienza che abbiamo fatto sulla velocità del suono; mi servirò delle stesse supposizioni di Newton.

[...] Si avrà $p\sqrt{D \times A} = \frac{93384 \times \sqrt{39\frac{1}{5} \times 356700}}{29725}$ pollici ¹⁶ per la lunghezza dello spazio che il suono percorre in un secondo di tempo; dopo aver fatto il calcolo, attualmente si trova circa $11747\frac{1}{2}$ pollici = 979 piedi inglesi meno mezzo pollice, che è conforme a quanto trovato da Newton. 16

Giunto a questo risultato e immediatamente dopo, Bernoulli aggiunge un commento alquanto malizioso proprio sul ragionamento di Newton, definendolo oscuro e complicato, oltre che difficile nel distinguere le ipotesi dalle tesi: **Le critiche a Newton**

[...] benché io non sappia se sia stata una via indiretta che l'ha condotto qui: perché, a dir la verità, il suo lungo ragionamento nelle preposizioni 47, 48, 49, che precedono questo stesso Scolio, mi sembra così oscuro e così complesso che non posso vantarmi di comprenderlo bene, soprattutto come ragiona nella proposizione 47, dove sembra difficile distinguere ciò che suppone da ciò che vuole dimostrare. 17

In aggiunta a questa critica, l'autore ne aggiunge un'altra, relativa alla giustificazione che Newton fornisce per cercare di conciliare il calcolo con l'esperimento. Bernoulli infatti ritiene che la dimensione delle particelle di aria non possano rappresentare una valida motivazione, mentre una causa più veritiera sarebbe da ricercare nella forma di propagazione delle fibre, che avviene non in linea retta ma in piccoli coni: **La motivazione di Bernoulli**

¹⁶Nel testo originale compare un refuso nel momento in cui Bernoulli applica la formula: 365700 per il valore di A , anziché il valore precedentemente dichiarato pari a 356700. Quest'ultimo è il valore da usare per ottenere il risultato indicato di $11747\frac{1}{2}$ pollici.

Ma si vede bene nella nostra teoria che i diametri di queste particelle solide non possono essere considerate che incomparabilmente piccole rispetto ai loro spazi vuoti; visto che se occupassero tutta l'estensione di una vibrazione, non potrebbero essere confrontate con le loro distanze. [...] C'è quindi un'altra ragione più importante che permette di trovare la propagazione del suono un po' meno veloce rispetto a quella che è in realtà: cioè nella teoria si suppone che la fibra, sia la sonora che la luminosa, e tutte le secondarie, che formano il raggio, non sono che una semplice linea retta che parte dal centro alla circonferenza della sfera d'azione, mentre in realtà queste fibre o questi raggi sono dei piccoli coni infinitamente alti che hanno i loro vertici al centro della sfera. 18

In altre parole, Bernoulli spiega che una corda vibrante tesa, presa appunto come modello dell'analogia con le fibre sonore, avrebbe una forma che ricorda quella di coni e non di cilindri, il che contribuisce ad un incremento della velocità.

L'autore non aggiunge altro a proposito del suono. In conclusione, riprende la teoria di Newton per quanto riguarda il procedimento generale per ricavare la formula per la velocità del suono, cioè la proporzionalità diretta con la radice quadrata dell'elasticità, dovuta al peso dell'atmosfera sovrastante, e la proporzionalità inversa con la densità dell'aria, rendendo però l'espressione più semplice. Egli rifiuta inoltre le motivazioni proposte da Newton per colmare la discrepanza e ne propone di proprie.

2.4.2 Le esitazioni di d'Alembert (1744-1747)

Un altro autore che partecipa al dibattito sul calcolo della velocità del suono è Jean Baptiste Le Rond d'Alembert, matematico, fisico, astronomo, filosofo e enciclopedista francese. I riferimenti alla teoria del suono, con particolare riguardo alla questione studiata, si trovano soprattutto all'interno della sua vasta opera *Trattato dell'equilibrio e del movimento dei fluidi* del 1744 [3], pubblicata all'età di ventisette anni. Questo trattato sui fluidi è in realtà successivo ad un'altra sua opera,

TRAITÉ
DE L'ÉQUILIBRE
ET DU MOUVEMENT
DES FLUIDES.

Pour servir de suite au Traité de Dynamique.

Par M. d'ALEMBERT, de l'Académie Royale des Sciences.



A P A R I S,

Chez D A V I D , l'aîné, Libraire, rue Saint Jacques, à la Plume d'or.

M D C C X L I V.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Figura 2.11. Il frontespizio del *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides* di J.-B. Le Rond d'Alembert del 1744.

il *Trattato di dinamica*¹⁷, di cui costituisce una sorta di continuazione; in seguito, l'autore presenta anche un importante contributo dal titolo *Riflessioni sulla causa generale dei venti*¹⁸, in cui riporta la famosa equazione delle onde alle derivate parziali, che sarà più avanti utilizzata per la matematizzazione della fisica del suono.

Un approccio esitante In ogni caso, nel *Trattato dei fluidi*, d'Alembert affronta l'argomento della propagazione del suono e della sua velocità in modo abbastanza succinto: alla fine del capitolo IV "Del movimento dei fluidi elastici", si trova un ultimo paragrafo intitolato "Della velocità del suono", che occupa poco più di quattro pagine. Il suo contributo sulla questione non è molto incisivo, come del resto egli stesso ammette fin nelle prime righe: il suo scopo è quello di fornire dei metodi per calcolare la velocità del suono, pur non essendone egli stesso pienamente soddisfatto. Inoltre, fa riferimento ad alcuni autori che lo hanno preceduto, fra cui Newton, Euler e Johann II Bernoulli:

Sarà questo il luogo per fornire dei metodi per determinare la velocità del suono: ma riconosco di non essere ancora riuscito a trovare su questo argomento nulla che mi soddisfacesse. In questo momento non conosco che due autori che abbiano fornito delle formule per il calcolo della velocità del suono, cioè Newton nei Principi e Euler della Dissertazione sul fuoco, che ha ricevuto il premio dell'Accademia nel 1738. La formula data da Euler senza dimostrazione è molto differente da quella di Newton e non conosco quale procedimento lo abbia condotto lì. Per quanto riguarda la formula di Newton, questa è stata dimostrata nei Principi, ma questa può essere il punto più oscuro e difficile di tutta l'Opera. Jean Bernoulli (il figlio), nell'opera sulla luce che ha ottenuto il premio dell'Accademia nel 1736, afferma che non osa vantarsi di capire tale punto dei Principi: egli ci fornisce anche, nello stesso scritto, un metodo più semplice e più facile da seguire rispetto a

¹⁷Alembert, J. B. (1743). *Traité de dynamique, dans lequel les lois de l'équilibre*. Académie Royale des Sciences. Parigi: David. From <https://archive.org/details/traitededynamiqu00dalgoog/page/n7/mode/1up>

¹⁸Alembert, J. B. (1747). *Réflexions sur la cause générale des vents*. Académie Royale des Sciences. Parigi: David. From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k62565n>

quello di Newton e attraverso il quale egli giunge alla stessa formula fornita da questo grande matematico. 19

Di fatto, fin da subito, d'Alembert rigetta la teoria di Euler a causa della sua mancata dimostrazione¹⁹, mentre nel procedimento di Newton egli riconosce la parte probabilmente più difficile di tutti i *Principia*; il procedimento di Johann Bernoulli, invece, viene inteso come una semplificazione di quello di Newton. D'Alembert affronta l'argomento partendo proprio dal ragionamento seguito da J. Bernoulli, nel quale tuttavia trova un errore: la creazione di una fibra secondaria a partire dalla primaria avviene quando il movimento di compressione ha effettuato un solo tragitto, cioè una semi-oscillazione; tuttavia, secondo d'Alembert, ciò dovrebbe comportare una velocità doppia rispetto a quella sostenuta da Bernoulli. Pertanto, conclude d'Alembert, la nuova fibra secondaria è creata dopo un'intera oscillazione, cioè dopo un viaggio completo di andata e ritorno del movimento di compressione. E' proprio con queste riflessioni e dubbi che si chiude il Trattato citato:

**Le osservazioni
su Euler e
Newton**

Newton e Bernoulli sono giunti entrambi alla stessa formula, ma io non credo che debba esaminare qui cosa le loro teorie possano avere in comune o di diverso. Noterò piuttosto solamente che Newton suppone, come Bernoulli, che si genera una nuova fibra uguale alla prima quando quest'ultima ha compiuto una intera vibrazione; ma devo ammettere che non mi sembra che sia stato spiegato chiaramente come una prima fibra ne formi una seconda uguale alla prima, e come il numero di fibre sia uguale al numero di vibrazioni totali che fa o che farebbe la prima fibra durante i tempi in cui queste nuove fibre si formano. 20

In altre parole, d'Alembert esita ad addentrarsi nella questione del calcolo della velocità del suono nel suo *Trattato dei fluidi*. Tuttavia, in seguito, nelle sue *Ricerche sulla curva che forma una corda tesa messa in vibrazione* [2] del 1747 riprende la classica analogia tra la vibrazione trasversale di una corda e la vibrazione longitudinale dell'aria, affermando che si tratta di una applicazione analitica per poter calcolare la velocità del suono:

**L'analogia di
d'Alembert**

¹⁹Si ricordi per esempio il fattore "4" che compare senza giustificazione.

OSSERVAZIONE VII.

XLVI. Se supponiamo che la corda faccia delle vibrazioni longitudinali, invece che farle perpendicolarmente alla sua lunghezza, allora immaginando che y sia lo spazio descritto da un punto qualunque, avremmo la stessa equazione presente qui sotto [...] fra y e s . Attraverso questa si potrebbe calcolare la velocità del suono in modo molto più generico rispetto a quanto fatto finora. 21

Il riferimento a Lagrange L'autore però continua a non addentrarsi nello specifico, nel senso che non propone una sua propria soluzione a riguardo. Piuttosto, quando darà il suo contributo alla famosa *Enciclopedia* per la voce del "Suono" [1], non solo ribadirà quasi con le stesse parole l'oscurità del passaggio di Newton, ma riporterà anche come "un autore" ritenga che la teoria di Newton e Bernoulli non sia corretta:

Un autore che ha poi scritto su questo argomento pretende che si possa fare una obiezione considerevole alla teoria di Newton e Bernoulli: cioè che questi due autori suppongono che il suono si trasmetta da fibre vibranti longitudinali, che si formano una di seguito all'altra, e che sono sempre uguali fra loro; orbene, questa ipotesi non è affatto dimostrata e non sembra nemmeno che si basi su prove solide. 22

Questo "autore" è probabilmente J.-L. Lagrange, il quale critica pesantemente il metodo di Newton e J. Bernoulli per la mancanza di rigosità, come si vedrà in § sezione 2.5. Il riferimento di d'Alembert a Lagrange continua nelle righe successive dell'*Enciclopedia*:

Il famoso Newton alla fine del secondo libro dei suoi Principi ha fornito una teoria molto ingegnosa e molto erudita sulle vibrazioni dell'aria e di conseguenza sulla velocità del suono. La sua teoria è troppo complicata e troppo geometrica per essere riportata qui; ci accontenteremo di dire che egli trova che la velocità del suono dal suo calcolo è circa la stessa data dall'esperienza. Questo punto dei Principi di Newton è forse il più difficile e il più oscuro di tutta l'opera. 23

2.5 Gli scritti di Lagrange (1759 e 1788)

Negli anni successivi, verso il 1754, un giovane matematico di Torino scrive ad Euler riguardo ad alcuni problemi di analisi matematica e in particolare sulla questione delle vibrazioni. Si tratta di Joseph Louis Lagrange, giovane prodigio allora diciottenne, preso fin da subito in simpatia dallo stesso Euler. Gli scritti di Lagrange sul tema studiato sono principalmente due: il suo primo testo "*Recherches sur la nature et la propagation du son*" del 1759 e la sua famosa *Mécanique analytique* del 1788.

2.5.1 Ricerche sulla natura e la propagazione del suono (1759)

Il testo di Joseph Louis Lagrange del 1759 *Ricerche sulla natura e la propagazione del suono* [24] contiene appunto le ricerche che l'autore conduce sul suono. Si tratta di una memoria estremamente importante per la storia della fisica. Infatti, egli rifiuta, argomentando, il metodo di Newton basato sull'ipotesi del moto di vibrazione delle particelle nell'aria come un pendolo cicloidale. Eppure, egli giunge alla stessa formulazione che Newton, Euler e Bernoulli avevano trovato. Inoltre, non si preoccupa di conciliare il valore atteso dalla teoria con quello ottenuto dagli esperimenti: Lagrange è un teorico e ritiene che la discrepanza tra valore atteso e misurato sia dovuta solamente ad errori di natura sperimentale.

Si tratta di un'opera vasta, poco più di un centinaio di pagine, organizzata in una parte introduttiva e altre due sezioni, ciascuna suddivisa a sua volta in diversi capitoli. Nell'Introduzione, l'autore espone brevemente le idee degli scienziati che lo hanno preceduto nella trattazione dei fenomeni riguardanti il suono, espone la propria idea generale a riguardo e ne riassume i principali risultati. La Sezione Prima, "Ricerche sulla natura del suono", organizzata in sette capitoli, è dedicata soprattutto alla teoria delle oscillazioni delle particelle nei fluidi elastici ed il loro legame con le vibrazioni delle corde, da un punto di vista anche matematico; la Sezione Seconda, "Sulla propagazione del suono", divisa in tre capitoli, contiene più nel dettaglio l'argomento che che più ci interessa, in particolare il Capitolo Primo, "De la vitesse du son", in cui si affronta proprio la questione della velocità

Un'opera vasta

RECHERCHES

SUR

LA NATURE ET LA PROPAGATION DU SON.

(Miscellanea Taurinensia, t. I, 1759.)

INTRODUCTION.

Quoique la science du Calcul ait été portée dans ces derniers temps au plus haut degré de perfection, il ne paraît cependant pas qu'on se soit beaucoup avancé dans l'application de cette science aux phénomènes de la Nature. La théorie des fluides, qui est assurément une des plus importantes pour la Physique, est encore très-imparfaite dans ses éléments, malgré les efforts de plusieurs grands hommes qui ont tenté de l'approfondir. Il en est de même de la matière que j'entreprends d'examiner ici, et qu'on peut avec raison regarder comme un des principaux points de cette théorie. Car le son ne consistant que dans de certains ébranlements imprimés aux corps sonores, et communiqués au milieu élastique qui les environne, ce n'est que par la connaissance des mouvements de ce fluide qu'on peut espérer de découvrir sa véritable nature, et de déterminer les lois qu'il doit suivre dans sa propagation.

Newton, qui a entrepris le premier de soumettre les fluides au calcul, a aussi fait sur le son les premières recherches, et il est parvenu à en déterminer la vitesse par une formule qui ne s'éloigne pas beaucoup de l'expérience. Mais si cette théorie a pu contenter les Physiciens, dont la plupart l'ont adoptée, il n'en est pas de même des Géomètres qui, en étudiant les démonstrations sur lesquelles elle est appuyée, n'y ont pas

Figura 2.12. La prima pagina delle *Recherches sur la nature et la propagation du son* di J. L. Lagrange del 1759.

del suono. Altri argomenti trattati sono anche la riflessione del suono, o eco, e la sovrapposizione dei suoni.

E' interessante partire proprio dall'Introduzione, già di per sé emblematica fin dalle primissime righe, in cui l'autore ricorda subito come la matematica degli ultimi tempi sia stata portata ormai ai più alti gradi di perfezione, mentre così non sembra per la sua applicazione ai fenomeni della Natura. Infatti, la teoria dei fluidi è "ancora molto imperfetta nei suoi elementi, nonostante gli sforzi di molteplici grandi uomini che hanno tentato di approfondirla". Lagrange riconosce che Newton è stato il primo a proporre una teoria dei fluidi e del suono, giungendo ad una formula per il calcolo della velocità del suono che non dà risultati così diversi dall'esperienza. Tuttavia, questa teoria non gode della solidità e rigore tipici dello stile newtoniano, e nessuno prima di Lagrange ha mai analizzato i principi su cui essa si basa:

Newton, che ha tentato per primo di sottomettere i fluidi al calcolo, ha anche fatto le prime ricerche sul suono, ed è giunto a determinarne la velocità con una formula che non si allontana troppo dall'esperienza. Ma se questa teoria ha potuto accontentare i Fisici, che per la maggior parte l'hanno adottata, non si può dire lo stesso dei Matematici che, studiando le dimostrazioni sulle quali essa si appoggia, non vi hanno trovato quel grado di solidità ed evidenza che caratterizza d'altronde il resto delle sue Opere. Tuttavia nessuno, che io sappia, si è mai dedicato a scoprire e a far conoscere i principi che possono renderle insufficienti; ancor meno si è cercato di sostituirli con altri più sicuri e più rigorosi. 24

Lagrange, quindi, intende rivedere il problema del suono alla base, per affrontarlo in modo completamente nuovo ed elaborare così la sua propria teoria:

Ho dunque creduto che fosse necessario riprendere tutta la questione dai suoi fondamenti e di trattarla come un argomento completamente nuovo, senza prendere nulla in prestito da coloro che possono averci lavorato fino ad oggi. 25

Inizialmente, Lagrange ripercorre le idee di Newton esposte nei suoi *Principia*: la propagazione del movimento nei fluidi elastici, dovuta a compressioni e dilata-

Introduzione**La critica a Newton****La novità di Lagrange**

zioni successive, che si ripercuotono in tutto il fluido, a causa del moto vibratorio delle particelle dell'aria. Inoltre, ricorda che il metodo newtoniano usato per determinare questo moto di vibrazione presuppone che si tratti di oscillazioni isocrone e uguali per tutte le particelle, per poi ricavare che questa ipotesi fatta è pienamente in accordo con le leggi meccaniche dell'azione reciproca esercitata in virtù della loro elasticità. Lagrange ricorda anche come J. Bernoulli nelle sue *Recherches physiques et géométriques sur la question: comment se fait la propagation de la lumière* abbia determinato la velocità del suono, ma con un procedimento diverso, in cui non presuppone le vibrazioni perfettamente isocrone, fatto che vuole invece dimostrare. Newton e Bernoulli giungono alla stessa formula per la velocità del suono. A questo proposito, Lagrange afferma nuovamente che il teorema usato da Newton per determinare le leggi delle oscillazioni della particelle è fondato su "principi insufficienti e falsi", di cui Euler sembrava essersi accorto nella sua *Dissertatio physica de sono* del 1727; tuttavia, è probabilmente Cramer il primo a darne una prova solida e convincente. Quest'ultimo infatti mostra come il ragionamento di Newton possa essere interpretato come se le particelle elastiche abbiano un movimento che segue le stesse leggi di un corpo pesante che sale e cade liberamente: ciò è assolutamente incompatibile con le oscillazioni isocrone di un pendolo a cui invece Newton ha preteso di credere. Questo semplice aspetto sarebbe sufficiente per far cadere tutta la teoria del fisico londinese. Tuttavia, Lagrange riconosce Newton nella schiera dei "grandi uomini", che come tali non devono essere giudicati se non dopo un esame attento e dettagliato dei loro scritti:

Ho quindi cominciato a studiare con tutta l'attenzione di cui sono stato capace le proposizioni del Sig. Newton, e ho trovato in effetti che esse sono fondate su delle supposizioni incompatibili fra di loro, e che portano necessariamente al falso. 26

Le sole ipotesi di Lagrange Lagrange intende piuttosto fondare la propria teoria su principi i più generali possibili, facendo uso solamente di quelli che derivano dalle leggi conosciute della Dinamica. Le sole ipotesi da lui considerate sono che le particelle sono tutte della stessa grandezza e dotate della stessa forza elastica e che i loro movimenti sono

sempre infinitamente piccoli. Esaminando le equazioni trovate partendo solamente da queste poche ipotesi, Lagrange ottiene le stesse equazioni che descrivono il moto delle corde vibranti, di cui già Taylor, d'Alembert ed Euler avevano parlato. Così come, proseguendo nella trattazione, ottiene pure la stessa formula di Newton:

La velocità con cui si fa questa comunicazione è determinata dalla stessa formula che Newton aveva già dato per la velocità del suono, e di cui i risultati sono abbastanza conformi all'esperienza. 27

A conclusione dell'Introduzione, Lagrange confessa che è consapevole che la sua dissertazione non contenga ancora una "teoria completa" sul suono, ma che almeno sarà servita per far progredire la scienza in questo campo e rendere conto di come sia possibile anche per i Matematici occuparsi di Fisica:

Sono ben lontano dal credere che [questa dissertazione] contenga una teoria completa sulla natura e propagazione del suono; ma avrà almeno contribuito all'avanzamento delle Scienze fisico-matematiche [...] e l'accordo dei miei risultati con l'esperienza servirà forse a distruggere i pregiudizi di coloro che sembrano disperarsi sul fatto che i Matematici non possano mai portare delle luci vere nella Fisica. 28

La trattazione matematica viene esposta in modo più dettagliato nel Capitolo Primo della Sezione Seconda, "*De la vitesse du son*". Qui Lagrange, partendo dalle ipotesi citate, ricava la propria formula per la velocità del suono, che dimostra essere la stessa di Newton e Bernoulli, ma che appare solo a prima vista diversa a causa del diverso approccio seguito. In particolare, Lagrange considera una fibra elastica costituita da un numero infinito di particelle di aria, di cui una qualunque fra esse riceve un impulso a causa della vibrazione trasmessa da un corpo vibrante: il problema consiste quindi nel determinare la legge con cui questo movimento si comunicherà alle altre particelle della stessa fibra. Tramite uno sviluppo in serie e alcune manipolazioni algebriche, ottiene delle formule che descrivono come il movimento di ogni particella sia identico alle altre e avvenga con una velocità del tutto indipendente da quella dell'impulso iniziale impresso alla fibra elastica:

**Sezione II,
Capitolo I**

[...] questi movimenti in ogni particella saranno istantanei e si comunicheranno sempre con una stessa velocità, qualunque sia l'impulso ricevuto dalla prima particella, da cui dipende la forza o la debolezza [cioè l'intensità] del suono. 29

Questo per Lagrange spiega anche come mai il suono emesso da una corda musicale sia sempre lo stesso, indipendentemente dalla sollecitazione esterna che l'ha messa in movimento:

Dunque, poiché nelle corde musicali la durata [nel senso di frequenza, oppure lunghezza d'onda] delle loro vibrazioni dipende solo dalla loro natura, e non dalle vibrazioni esterne, si ha il motivo per cui ogni corda produce generalmente lo stesso tono, qualunque sia la maniera in cui la si mette inizialmente in vibrazione, in quanto questo tono dipende solo dalla grossezza, dalla lunghezza e dalla tensione della corda, come già si sapeva dalla sola esperienza. 30

La formula e il calcolo di Lagrange Dopo alcuni passaggi algebrici, Lagrange giunge ad una formula che rappresenta "l'espressione della velocità assoluta del suono", che ritiene utile fin da subito esprimere in funzione delle grandezze del pendolo, al fine di poterla comparare più comodamente alle formule già conosciute. Egli ottiene così la stessa formula di Newton e Bernoulli:

[...] la formula che abbiamo appena trovato è la stessa che era già stata data dai Signori Newton e Bernoulli, e di cui i risultati si trovano abbastanza conformi alla verità, nonostante questi due autori l'abbiano ottenuta da principi insufficienti e persino falsi, come abbiamo già fatto vedere all'inizio di questo articolo. 31

La motivazione di Lagrange Il risultato numerico riportato da Lagrange è quindi lo stesso di Newton, cioè 979 piedi al secondo (298 m/s), diverso dal valore sperimentale di 1142 piedi (348 m/s). Secondo Lagrange, l'errore non deve sorprendere affatto, in quanto la teoria differisce sempre dall'esperimento. In altre parole, la discrepanza riscontrata è dovuta solamente ad errori sperimentali, non alla teoria:

Essendo i risultati di questa formula abbastanza conosciuti, non credo che io debba fermarmi ad esaminarli. Si sa in effetti che essa dà solo 979 piedi per ogni secondo, mentre gli esperimenti in media danno uno spazio di 1142 [piedi]. Questa differenza, sebbene abbastanza grande di per sé, ammonta tuttavia solo a circa $\frac{1}{10}$ dello spazio totale. [...] del resto non deve stupire che la teoria differisca un po' dall'esperienza [...] perché si sa che gli esperimenti abbastanza complicati non possono mai fornire dei dati semplici e sgombri da condizioni estranee, come invece la pura analisi richiede. 32

Questo capitolo delle *Recherches* si conclude con un riferimento ad Euler il quale, come già accennato nell'Introduzione, ha fornito "una formula più vicino al vero", con un valore fino a 1222 piedi al secondo; tuttavia, Euler non fornisce la dimostrazione per giustificare il fattore correttivo "4" da lui usato, pertanto non è possibile giudicarne la correttezza formale. Non è nemmeno fornita la dimostrazione del fatto che ogni particella di aria subisce dilatazioni e contrazioni successive che si trasmettono a quelle adiacenti con una velocità costante e uguale per tutti i suoni, siano essi forti o deboli. In conclusione, tutto ciò rende la teoria di Lagrange preferibile sulle altre per la sua rigorosità:

La critica ad Euler

Ma poiché questo autore [Euler] non ha mostrato l'analisi che l'ha condotto a questo risultato, non possiamo formulare alcun giudizio a riguardo. [...] Ciò può servire, per dirlo *en passant*, a far vedere come la nostra teoria debba essere preferibile, malgrado la sua inesattezza su questo punto [cioè la discrepanza tra valore teorico e sperimentale]. 33

2.5.2 Meccanica Analitica (1788)

L'altro scritto in cui Lagrange riprende la questione della velocità del suono è la sua più famosa *Mécanique analytique* [23] del 1788, pubblicata cioè poco meno di una trentina di anni dopo le sue *Recherches*, ovvero una ventina di anni dopo l'articolo di Lambert del 1768, che sarà analizzato in § sezione 2.6. In effetti, le influenze delle ricerche di Lambert sono evidenti nella magistrale opera di Lagrange, il quale cita l'accademico di Berlino, in particolare facendo riferimento

MÉCHANIQUE ANALITIQUE;

*Par M. DE LA GRANGE, de l'Académie des Sciences de Paris,
de celles de Berlin, de Pétersbourg, de Turin, &c.*



A PARIS,

Chez LA VEUVE DESAINT, Libraire,
rue du Foin S. Jacques.

M. DCC. LXXXVIII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Figura 2.13. Il frontespizio della *Méchanique Analytique* di J. L. Lagrange del 1788.

ai suoi studi e risultati sul suono, che offrono all'autore francese lo spunto per rivedere alcuni aspetti delle sue precedenti *Recherches*, come si vedrà.

Nella *Meccanica Analitica*, Lagrange introduce ulteriori spunti e collegamenti con il suono derivanti dalla fisica dei fluidi più in generale. Comunque, potremmo affermare che lo stile e l'ambizione di Lagrange non siano cambiate rispetto agli anni passati, il che emerge abbastanza chiaramente dal suo altrettanto famoso "*Avertissement*" ad introduzione del suo scritto:

**Il "solito"
Lagrange**

AVVERTENZA

Ci sono già parecchi Trattati di Meccanica, ma il progetto di questo è completamente nuovo. Mi sono proposto di ridurre la teoria di questa Scienza, e l'arte di risolvere i problemi relativi, a delle formule generali, il cui semplice sviluppo offre tutte le equazioni necessarie alla risoluzione di ogni problema. [...] Non vi si troveranno affatto figure. I metodi che espongo non richiedono né costruzioni, né ragionamenti geometrici o meccanici, ma soltanto operazioni algebriche, soggette a un procedimento regolare e uniforme. Coloro che amano l'Analisi vedranno con piacere la Meccanica divenire una nuova branca e mi saranno grati d'averne pure esteso il dominio. 34

E in effetti figure non ce ne sono nemmeno a proposito della sua teoria del suono, che viene anzi descritta come un caso particolare del moto dei fluidi comprimibili. In particolare, l'opera è organizzata in una "Parte Prima della Meccanica, o Statica", divisa in otto Sezioni ed eventuali Paragrafi, ed in una "Parte Seconda della Meccanica, o Dinamica", divisa in nove Sezioni ed eventuali Paragrafi. La teoria del suono viene affrontata proprio nelle pagine finali del testo, quindi nell'ultima Sezione IX della Dinamica, intitolata "Sul moto dei fluidi comprimibili ed elastici", organizzata in 16 articoli.

Tuttavia, prima di analizzare questa sezione, è assai interessante partire dagli ultimissimi passaggi della precedente Sezione VIII "Sul moto dei fluidi incomprimibili", che si conclude con il Paragrafo 3: "Applicazione delle stesse formule al moto di un fluido contenuto in un canale poco profondo e quasi orizzontale e in particolare al moto delle onde". Qui, infatti, Lagrange applica le formule che ha ottenuto precedentemente per i fluidi incomprimibili al caso particolare di acqua

**Sezione VIII:
"La vera teoria
delle onde"**

poco profonda. Ottiene così quella che egli stesso definisce la "vera teoria delle onde" e riprende un problema che già Newton aveva studiato nei suoi *Principia*, ma senza il necessario rigore:

36. [...] la vera teoria delle onde formate da elevazioni e abbassamenti successivi e infinitamente piccoli di un'acqua stagnante e contenuta in un canale o bacino poco profondo. La teoria delle onde che Newton ha dato nella Proposizione 46 del Libro Secondo, essendo basata sull'ipotesi precaria e poco naturale che le oscillazioni verticali delle onde siano analoghe a quelle dell'acqua nei tubi ricurvi [ad U], deve essere considerata come assolutamente insufficiente a spiegare questo problema. 35

L'equazione ottenuta da Lagrange per le onde in acqua è la seguente:

$$\frac{d^2 \phi'}{dt^2} = g\alpha \left(\frac{d^2 \phi'}{dx^2} + \frac{d^2 \phi'}{dy^2} \right) \quad (2.6)$$

La "perfetta analogia" di Lagrange

dove α è la profondità del canale, g l'accelerazione di gravità, t l'istante di tempo, x, y le coordinati spaziali nel piano orizzontale e ϕ' la funzione d'onda. Lagrange anticipa che, come si vedrà nella Sezione successiva, questa equazione è del tutto simile a quella che descrive le piccole agitazioni nell'aria, nella formazione del suono, considerando solo il moto lungo la direzione orizzontale: al posto della profondità α del canale che compare per le onde in acqua (fluido incompressibile), ci sarà invece l'altezza h dell'atmosfera supposta omogenea per le onde in aria (fluido comprimibile). Lagrange stabilisce cioè una analogia tra le onde in acqua e le onde in aria:

37. [...] ciò stabilisce una perfetta analogia tra le onde formate alla superficie di un'acqua tranquilla dalle elevazioni e dai successivi abbassamenti dell'acqua e le onde formate nell'aria, dalle condensazioni e rarefazioni successive dell'aria, analogia che numerosi Autori avevano già supposto, ma che nessuno finora aveva ancora rigorosamente dimostrato. 36

Sezione IX: La Sezione precedente dedicata alle onde nei fluidi incompressibili si conclude **onde in aria,** come trampolino di lancio per la successiva Sezione IX "Sul moto dei fluidi comprimibili ed elastici", in cui Lagrange studia le onde nei fluidi comprimibili, o **alias suono**

elastici, come l'aria, e quindi per trattare anche la propagazione del suono. In questo caso, occorrerà tener conto dell'azione dell'elasticità che si oppone alla compressione e che tende a dilatare il fluido. Nell'impostazione iniziale delle equazioni è ancora evidente l'idea del fluido calorico:

2. Nei fluidi comprimibili, la densità Δ è sempre data da una funzione nota di ϵ [l'elasticità], x, y, z, t , dipendente dalla legge dell'elasticità del fluido e di quella del calore che è supposto regnare in ogni istante in tutti i punti dello spazio. 37

Tuttavia, durante i successivi passaggi matematici, Lagrange introduce alcune ipotesi semplificative, fra cui proprio quella di trascurare il calore:

**Le ipotesi
semplificative**

6. Trascurando il calore e altre circostanze che possono far variare l'elasticità indipendentemente dalla densità, il valore dell'elasticità ϵ sarà espresso da una funzione della densità Δ . 38

Per Lagrange questa ipotesi è fondamentale per rendere integrabile la funzione delle onde nei fluidi comprimibili; del resto, come egli puntualizza, nei fluidi elastici noti l'elasticità è sempre proporzionale alla densità e, in particolare, per l'aria l'elasticità è uguale al peso della colonna di mercurio nel barometro. L'equazione ottenuta da Lagrange dopo l'integrazione contiene molti termini, più di una decina, molti dei quali però sono del secondo ordine e che possono essere trascurati nel caso in cui le vibrazioni siano piccole, esattamente come si suppone nella teoria del suono. Infine, considerando solo il moto orizzontale dell'aria e non quello verticale, si ottiene l'equazione analoga alla precedente, come anticipato^{20 21}:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = gh \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} \right) \quad (2.7)$$

²⁰Nell'opera originale, in realtà, il primo e secondo membro sono scambiati rispetto alla scrittura qui riportata. Lo scambio qui adottato è stato scelto per mostrare più efficacemente l'analogia descritta da Lagrange tra onde in acqua e onde in aria già accennata.

²¹Lagrange indica con n il rapporto tra la densità del mercurio e quella dell'aria e con H l'altezza del barometro: allora nH è l'altezza dell'atmosfera supposta omogenea e che verrà indicata con h .

Se ora si vuole procedere con l'integrazione in modo rigoroso, è necessario considerare il moto lungo una sola direzione, per esempio quella longitudinale, che conduce ad una equazione simile alle "corde vibranti":

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = gh \frac{d^2\phi}{dx^2} \quad (2.8)$$

La formula e le sue applicazioni Quest'ultima equazione è proprio quella usata da Lagrange per mostrare come in essa siano contenute due teorie importanti: quella del suono dei flauti o tubi d'argento e quella della propagazione del suono in aria libera. Il nostro interesse riguarda la seconda:

14. Consideriamo ora una linea sonora di una lunghezza indefinita, che sia inizialmente messa in vibrazione da una piccola perturbazione, così si avrà il caso delle agitazioni dell'aria prodotte dai corpi sonori. Supponiamo, quindi, che le vibrazioni iniziali si estendano solo da $x = 0$ fino a $x = a$, essendo a una quantità molto piccola. [...] La velocità di propagazione di queste fibre sarà espressa dal coefficiente \sqrt{gh} ²²; essa sarà costante e indipendente dal moto iniziale; questo è confermato dall'esperienza, poiché tutti i suoni forti o deboli appaiono propagarsi con una velocità sensibilmente uguale.

39

La motivazione di Lagrange e il riferimento a Lambert Ed ecco qui quindi che Lagrange ha ricavato la velocità del suono come velocità di propagazione di un'onda secondo l'equazione di d'Alembert. A questo punto, per i dati e il calcolo, segue l'articolo 15, in cui troviamo praticamente le stesse identiche parole usate da Lambert a pagina 14 del suo articolo del 1768 [25]. Infatti, Lagrange cita esplicitamente i lavori di Lambert, del quale condivide anche il pensiero sul fatto che la discrepanza tra valore calcolato e sperimentale della velocità del suono sia dovuta ad errori sperimentali e non ad errori nella teoria elaborata:

²²Ovviamente, si ricordi che l'equazione delle onde, o equazione di d'Alembert, nel caso monodimensionale oggi viene spesso scritta per mettere in evidenza la velocità v di propagazione:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2\phi}{dt^2} \quad (2.9)$$

15. Supponendo, come la maggior parte dei Fisici, che l'aria sia 850 volte più leggera dell'acqua, e che l'acqua sia 14 volte più leggera del mercurio, si ha 1 a 11900 per il rapporto tra il peso specifico dell'aria e quello del mercurio. Prendendo l'altezza media del barometro di 28 pollici francesi, viene 333200 pollici, o $27766\frac{2}{3}$ piedi²³ per l'altezza h di una colonna d'aria uniformemente densa e facente equilibrio alla colonna di mercurio nel barometro. Quindi la velocità del suono sarà dovuta ad un'altezza di $13883\frac{1}{3}$ piedi e sarà di conseguenza di 915 [piedi] per secondo. L'esperienza dà circa 1088 [piedi], il che significa una differenza di quasi un sesto; ma questa differenza può essere attribuita solamente all'incertezza dei risultati forniti dall'esperimento. Su questo si veda soprattutto una Memoria del defunto Sig. Lambert, tra quelle dell'Accademia di Berlino del 1768. 40

Dall'analisi condotto sui due scritti di Lagrange, quindi, si può notare come nella *Mécanique analytique*, pubblicata quasi trent'anni dopo le sue *Recherches sur la nature et la propagation du son*, l'autore affronti la teoria del suono con un formalismo ancora diverso e, se possibile, con un rigore persino maggiore, che più si rifà a quello moderno dell'equazione di d'Alembert, comunque già elaborata da quest'ultimo nel 1747. Inoltre, i risultati sperimentali riportati da Lagrange, ora, non sono più quelli di Newton come invece fatto nelle *Recherches*, bensì quelli più "aggiornati" di Lambert, del quale l'autore condivide anche le motivazioni sulla discrepanza comunque ancora presente. In ogni caso, il rifiuto del metodo di Newton è evidente, data la sua mancanza di rigore e fondatezza su principi ritenuti "insufficienti e falsi".

**Osservazioni
finali**

²³Cioè circa 8.46 km.

2.6 L'articolo di Lambert (1768)

Nel suo articolo del 1808, Araldi cita Johann Heinrich Lambert, al quale riconosce il merito di aver mostrato come, tenendo in considerazione l'eterogeneità dell'aria, il valore della velocità del suono calcolato con la formula newtoniana è in accordo con il valore sperimentale. L'articolo a cui Araldi fa riferimento è *Sur la vitesse du son* del 1768 [25].

Lambert sostiene che la teoria di Newton è di per sé corretta, ma è stata "mal applicata": la presenza di particelle nell'aria non fa aumentare direttamente la velocità del suono, ma influenza la densità dell'aria, su cui la teoria si basa. Lambert inizia il suo articolo dichiarando fin da subito la sua posizione, cioè che la teoria della velocità del suono di Newton rappresenta un "esempio degno di nota" in cui una teoria di per sé molto buona non si trova però in accordo con i risultati sperimentali, solo perché gli esperimenti non sono ben realizzati, oppure perché la teoria stessa è mal applicata:

Succede qualche volta che una teoria di per sé molto buona differisce dai risultati dell'esperimento, unicamente perché gli esperimenti sono mal fatti o perché la teoria è mal applicata. La teoria della velocità del suono ci presenta un esempio degno di nota e che merita di essere ben discussa. 41

Come prosegue Lambert, la velocità del suono che risulta dagli esperimenti è compresa tra 1040 e 1080 piedi parigini al secondo, quindi tra 338 m/s e 351 m/s²⁴. Questo valore non è però fornito direttamente dalla teoria, nel senso che viene calcolato servendosi di misure su altre grandezze, in quanto la deriva dall'elasticità dell'aria; facendo il calcolo, risulta che questa velocità non debba essere superiore ai 900 piedi al secondo. Pertanto, è evidente come il valore atteso sia sensibilmente inferiore all'esperienza. I matematici allora hanno immaginato diverse ragioni per giustificare la discrepanza, trovando inizialmente che nella teoria newtoniana si presuppone che:

- i) l'aria sia pura e sgombra di ogni altra particella estranea;

²⁴1 piede parigino = 0.32484 m.

**Un esempio
degnò di nota**

**Vecchie e nuove
motivazioni**



S U R L A
V I T E S S E D U S O N .

P A R M R . L A M B E R T .

Il arrive quelquefois qu'une théorie très bonne en elle-même diffère des résultats de l'expérience, uniquement parce que les expériences sont mal faites ou que la théorie y est mal appliquée. La théorie de la vitesse du son nous en présente un exemple remarquable & qui mérite d'être mis dans tout son jour. Cette vitesse, déterminée par des observations fort exactes, se trouve être de 1040 jusqu'à 1080 pieds de Paris, dans une seconde de tems. La théorie ne la donne pas immédiatement par elle-même, mais moyennant d'autres observations, parce qu'elle la dérive de l'élasticité de l'air. Et en faisant les calculs que la théorie prescrit, il semble que cette vitesse ne devrait être que tout au plus de 900 pieds par seconde. Depuis *Newton*, qui le premier eut le talent de développer cette théorie, on a été généralement d'accord qu'elle donne la vitesse du son considérablement trop petite. Mais, bien loin de rejeter la théorie comme fautive ou contradictoire, on se contenta de la ranger tout au plus au nombre de celles qu'on faisoit servir d'exemple quand on étoit d'humeur de faire voir que les plus belles spéculations des Géometres ne donnoient qu'un à peu près & différoient toujours plus ou moins de l'expérience. Ce reproche cependant n'arrêtoit point les Géometres, qui frappés de la beauté de la théorie du son s'appliquèrent à la perfectionner & à la poursuivre jusques dans tous les détails qu'elle offre. Ils imaginerent diverses raisons assez plausibles, pourquoi & comment les résultats de leurs calculs sont différens de ceux que donne l'expérience. D'abord ils trouverent que dans la théorie on suppose l'air pur & débarrassé de toutes les par-

Figura 2.14. La prima pagina dell'articolo di Lambert *Sur la vitesse du son du son* del 1768.

- ii) il diametro delle particelle dell'aria sia infinitamente piccolo rispetto alla loro reciproca distanza;
- iii) il discostamento di ciascuna particella dal suo punto di riposo differisca infinitamente poco da quello delle particelle adiacenti;
- iv) la forza elastica sia inversamente proporzionale alla distanza delle particelle.

A prima vista, sostiene Lambert, queste motivazioni tutte assieme potrebbero far credere che la velocità del suono debba essere molto maggiore di quella fornita dalla formula newtoniana. Tuttavia, egli subito dopo specifica come sia facile notare che esse hanno poco peso e che quindi contribuiscono solo in minima parte all'aumento della velocità del suono. Piuttosto, un aspetto interessante è dato dall'elasticità dell'aria: non è ancora chiaro se l'elasticità osservata sia dovuta alle particelle stesse dell'aria, oppure al calore, al fuoco o a qualche altra "materia sottile" o "sostanza immateriale". Ciò che è certo è che il concetto di elasticità dell'aria non è ancora dettagliato, eppure esso gioca un ruolo fondamentale nella propagazione di un suono. Quindi, come poter giustificare questa differenza tra teoria ed esperimento?

Il modo di tirarsi fuori da questo imbarazzo, senza fare nuovi passi falsi? Per quanto mi riguarda, deduco senza esitazione che anche se gli esperimenti sono ben fatti e la teoria è molto buona, occorre necessariamente che [la teoria] sia stata mal applicata, oppure che nell'applicazione che ne è stata fatta, alcune circostanze non abbiano rispecchiato le condizioni che la teoria presuppone. Ed è ciò che io mi propongo di mostrare con tutta l'evidenza richiesta.

42

Per fare ciò, prima l'autore spiega che cosa esige la teoria al fine di calcolare la velocità del suono a livello del mare. Per fare ciò esistono due modi; il primo consiste essenzialmente in un approccio meccanico, in particolare nello sfruttare la legge di caduta libera di un grave che cade da una altezza tale per cui esso possa raggiungere la velocità di propagazione del suono a livello del mare. Lambert

**Come calcolare
la velocità del
suono**

spiega qualitativamente i passaggi e ne fornisce anche quantitativamente la spiegazione, tuttavia oggi potremmo esplicitare in formule la sua sintesi. La velocità v che un corpo raggiunge cadendo liberamente da un'altezza H è data dalla ben nota formula seguente:

$$v = \sqrt{2gH} \quad (2.10)$$

mentre la formula (2.1) fornita da Newton già vista in § sezione 2.1 fornisce la velocità del suono nell'aria:

$$v = k \sqrt{\frac{P}{\rho_{aria}}} \quad (2.11)$$

A questo punto, con un barometro a mercurio, di densità ρ_{Hg} , è possibile conoscere la pressione P grazie all'altezza h della colonna di mercurio, secondo la legge di Stevin:

$$P = \rho_{Hg}gh \quad (2.12)$$

Sostituendo la (2.12) nella (2.1) si ottiene:

$$v = k \sqrt{\frac{\rho_{Hg}gh}{\rho_{aria}}} \quad (2.13)$$

Infine, mettendo a confronto l'equazione (2.13) appena ottenuta con la (2.10) si ottiene l'espressione per l'altezza H da cui deve cadere un corpo per giungere al suolo con la velocità del suono a livello del mare:

$$H = k^2 \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{aria}} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \quad (2.14)$$

che rispecchia esattamente quanto affermato da Lambert:

[...] l'aria è 11900 volte più leggera del mercurio. Questo numero moltiplicato per l'altezza del barometro, che noi supporremo di 28 pollici di Parigi, dà 333200 pollici o $27766\frac{1}{3}$ piedi per l'altezza dell'atmosfera supposta ugualmente densa. La metà di questo numero²⁵, che è $13883\frac{1}{3}$, è l'altezza dalla quale un corpo deve cadere per acquisire una velocità uguale a quella del suono. Questa velocità si trova essere di 915 piedi [al secondo]. 43

²⁵La metà è rappresentata dal fattore $\frac{1}{2}$ nella (2.14).

Esiste anche un altro modo esposto da Lambert, che fa sempre uso del barometro a mercurio e si basa sulla variazione di quota necessaria per rivelare una variazione nella linea del barometro, che porta ad un risultato per la velocità del suono pari a 855 piedi. Si tratta di una velocità ancora inferiore a quella ottenuta con il primo metodo.

L'autore cita questi metodi usati negli esperimenti solamente per far notare come la teoria è stata applicata e quali sono i dati usati alla base dei calcoli nella formula di Newton, per poi avanzare la sua già dichiarata tesi: **L'idea di Lambert**

Ora dico che questi dati non sono quelli che la teoria esige e presuppone. Perché anzitutto è chiaro che tutta questa teoria è fondata sulla condizione che *l'aria sia pura e uniformemente elastica*. Occorre che sia pura, non perché le particelle eterogenee del suono accelerano la velocità del suono, perché abbiamo già visto che da ciò non risulta alcun effetto percepibile; ma bisogna che sia pura, affinché si possa determinare la sua densità e trovarla esattamente tale quale la teoria la presuppone. 44

Nei ragionamenti che seguono, Lambert sostiene che, a causa della presenza di vapori e di altre particelle eterogenee che sono molto più pesanti dell'aria, il peso e la densità di questa miscela sarà maggiore, tuttavia la cosiddetta "densità dell'aria pura" e la "sua elasticità" resteranno le stesse:

[l'aria] sarà più riempita di vapori e di altre particelle eterogenee. Siccome tutte queste particelle sono centinaia di volte più pesanti dell'aria, [...] [il] peso e la densità di questa miscela aumenteranno senza dubbio, ma quella che io chiamo la densità dell'aria pura e la sua elasticità, resteranno le stesse. 45

In altre parole, la tesi di Lambert si basa sull'idea che la presenza di vapori e particelle eterogenee modifica sì la densità dell'atmosfera, ma queste stesse particelle non contribuiscono all'elasticità dell'aria, la quale è invece responsabile della velocità di propagazione del suono. Pertanto, continua l'autore, se si potesse in qualche modo determinare il peso di tutte queste parti eterogenee presenti in un piede cubo di aria, occorrerebbe poi sottrarre questo peso da quello totale del

volume di aria, al fine di ottenere il peso di un piede cubo di aria pura. A questo punto, si potrebbe confrontare tale peso con quello di un piede cubo di mercurio e moltiplicare il loro rapporto per l'altezza del barometro, come già spiegato dall'equazione (2.13). Ma, appunto, non è possibile determinare l'altezza H dell'atmosfera supposta "ugualmente densa" con il metodo di cui si sono serviti gli sperimentatori precedenti, proprio per l'eterogeneità dell'atmosfera; è possibile, però, trovarla in un altro modo:

Ma siccome l'atmosfera è sempre piena di vapori e altre particelle eterogenee, non possiamo servirci di questo metodo per trovare questa altezza²⁶. Al contrario, è possibile trovarla mediante la velocità del suono, ciò che servirà anche per fare una stima sulla quantità media di vapori e particelle estranee di cui l'aria è composta a livello del mare. Questa velocità è stata trovata in Inghilterra dai Signori Halley, Flamsteed e Derham pari a 1080 piedi parigini [al secondo], e in Francia nel 1739 pari a 1040 piedi parigini [al secondo].

46

La densità dell'aria In altre parole, Lambert procede ora al contrario, cioè sfrutta il valore sperimentale della velocità del suono per stimare l'altezza dell'atmosfera ugualmente densa e libera di ogni particella estranea, ottenendo il valore di 35816 piedi (11.6 km), mentre il valore di questa altezza per l'aria "naturale" è di 24192 piedi (7.9 km); il rapporto tra questi due risultati è pari a $37/25$ e questo rappresenta anche il rapporto tra il peso di un piede cubo d'aria naturale e il peso di un piede d'aria pura. L'articolo di Lambert si conclude proprio trovando una stima per la densità dell'aria pura: essendo la massa di un piede cubo di aria naturale pari a 684 grani (corrispondente ad una densità di 1.29 kg/m^3), la massa di un piede cubo di aria pura sarà pari a 462 grani (0.87 kg/m^3), mentre la massa di vapori e altre particelle estranee in un piede cubo di aria sarà pari a 222 grani (0.42 kg/m^3).

²⁶Cioè con il metodo esplicitato con le equazioni dalla (2.10) alla (2.14).

2.7 La lettera di G. Riccati a G. Nicolai (1777)

Nel *Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia* (Modena 1773-1790) compaiono alcuni articoli di acustica matematica, molti dei quali ad opera del conte Giordano Riccati, già autore nel 1767 di una importante opera sulle corde elastiche²⁷: Araldi è ben a conoscenza di Riccati e dell'"aureo suo libro", che infatti cita più volte nel suo articolo del 1808. assieme ad. Un altro scritto particolarmente importante di Riccati riguardante la questione della velocità del suono, anch'esso menzionato da Araldi, consiste in una lettera [34] del 1777, indirizzata all'arciprete Giambattista Nicolai, in cui l'autore difende la legge newtoniana della propagazione del suono dalla critica di paralogismo o "petizion di principio", formulata da Paolo Frisi:

**La difesa dalla
critica di
petizion di
principio**

[...] il celebre P. Frisi aveva dimostrato il paralogismo della dimostrazione di Newton riguardo alla propagazione equabile del suono, e che ora [...] risponde alle mie opposizioni; mi comanda di esporle in cosa consistano queste risposte, sembrando a lei evidenti le ragioni da me allegate in difesa del Newton.

Come visto precedentemente, Frisi non è il primo a criticare la legge newtoniana dedotta dalla legge del pendolo, assieme al teorema secondo cui la velocità di propagazione del suono è in relazione di proporzionalità diretta con la forza elastica e inversa con la densità del mezzo. Essa, in effetti, aveva suscitato le critiche, fra gli altri, di Eulero, d'Alembert e Lagrange. La lettera di Riccati si può intendere quindi non solo come risposta a Frisi, ma come generica posizione di difesa verso il fisico londinese. In apertura della lettera, Riccati ricorda la formula newtoniana, secondo la quale:

[...] la velocità del suono non dipende né dalla legge, con cui si vibrano le particole aeree, né dallo spazio minore o maggiore, per cui

²⁷Riccati, G. (1767). *Delle corde ovvero Fibre elastiche. Schediasmi fisico-matematici del conte Giordano Riccati nobile trevigiano*. Bologna: San Tommaso d'Aquino. From: https://books.google.it/books?id=TydJR2Dg4S8C&printsec=frontcover&hl=it&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

320

N U O V O



X I.

Lettera del Sig. Co. Giordano Riccati al Sig. Arcip. Giambatista Nicolai Professore di Analisi nella Università di Padova, in cui nuovamente si difende dalla nota di petizion di principio la formola, colla quale il Cav. Newton determina la velocità della propagazione del suono per l'aria.

A Vendo ella letto, Sig. Arcip. Riveritissimo e le Effemeridi di Roma num. XLIX. e la Gazzetta Letteraria di Milano num. II. dell'anno 1776., nelle quali si riferisce, che da gran tempo il celebre P. Frisi avea dimostrato il paralogismo della dimostrazione di Newton riguardo alla propagazione equabile del suono, e che ora nella seconda Parte della Cosmografia Fisico-Matematica risponde alle mie opposizioni; mi comanda di esporle in che consistano queste risposte, sembrando a lei evidenti le ragioni da me allegate in difesa del Newton.

Accingendomi a servirla colla possibile brevità,

Figura 2.15. La prima pagina della lettera di G. Riccati a G. Nicolai del 1777, pubblicata sul *Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia* (Modena 1773-1790).

rendendo un suono piano o forte si muovono, né dal tempo più breve o più lungo impiegato a percorrerlo.

Secondo Frisi, Newton è pervenuto a questa conclusione supponendo che le particelle vibrino "a modo di pendolo" e che quindi le forze acceleratrici siano proporzionali agli spazi da percorrersi. Da queste ipotesi non può che ottenersi una formula con le caratteristiche suddette, il che rappresenta una "petizion di principio":

[...] il dottissimo P. Frisi ad enumerare parecchi rinominati Autori, che hanno creduto falso, sospetto, ed oscuro il metodo newtoniano, e nota ancor egli il difetto della dimostrazione del Newton. Avendo questi assunto che le particole tutte del mezzo elastico si agitano colle leggi di un pendolo a cicloide, investigò cosa dovesse seguire da tale ipotesi, e trovò le forze acceleratrici di qualunque particola dover essere proporzionali alle distanze dal punto medio della vibrazione. Unendosi in un solo questi due principi, e non potendosi ottenere l'oscillazione a guisa di un pendolo, se le forze acceleratrici non siano proporzionali agli spazi, che restano da percorrerli, questa maniera di dimostrazione è una schietta petition di principio.

Tuttavia, l'autore controbatte che Newton ha dedotto la legge delle forze acceleratrici partendo da "un altro principio", cioè dalla "costipazione che nasce nelle particole aeree" e solo da ciò è giunto alla conclusione che l'aria non può che vibrare come un "pendolo a cicloide", così come aveva inizialmente ipotizzato:

Il P. Frisi avrebbe piena ragione, se il Newton avesse raziocinato così: le particole si vibrano colla legge di un pendolo cicloidale; dunque le forze acceleratrici stanno come le distanze dal punto medio della vibrazione. Il celebre Inglese frattanto per determinare la legge delle forze acceleratrici ricorre ad un altro principio, cioè a dire alla costipazione, che nasce nelle particole aeree, supposto che si vibrino per eguali spazi, e da essa deduce la detta legge, e trovandola confacente

al moto supposto, conclude potersi l'aria vibrare non altrimenti che un pendolo a cicloide, come realmente si vibra.

In altre parole, conclude Riccati, l'ipotesi dalla quale Newton è partito fa sì che la sua teoria non possa essere suscettibile di paralogismo:

[...] se il metodo stesso peccasse di petizion di principio, si dovrebbero sempre trovare le forze acceleratrici come gli spazi da percorrersi fino alla metà della vibrazione: ma facendosi anche qui uso della compressione delle particole, ci si presenta una diversa legge di forze; dunque non possiamo incolpare di petizion di principio il metodo nominato.

2.8 L'idea "risolutiva" di Laplace e seguaci (1802-1816)

Presumibilmente nell'anno 1802, Laplace propone un'idea innovativa e promettente, oltre che concettualmente semplice: la discrepanza tra il valore calcolato da Newton per la velocità del suono e il valore sperimentale misurato è dovuta "al calore che l'aria sviluppa a causa della sua compressione". In altre parole, oggi diremmo che durante le compressioni e rarefazioni che subisce a causa dell'onda sonora, l'aria non subisce trasformazioni isoterme, pertanto non segue il comportamento descritto dalla legge di Boyle; piuttosto, a causa della rapidità dei due processi, le trasformazioni avvengono senza scambio di calore, cioè sono adiabatiche. Quindi, la temperatura dell'aria aumenta localmente, e con essa la sua elasticità, determinando un incremento della velocità di propagazione del suono.

2.8.1 Gli articoli di Biot (1802)

L'idea di Laplace compare pubblicamente per la prima volta in un articolo del 1802 di J. B. Biot nel *Bulletin des sciences de la société philomatique*, "Sur la propagation du son" [10]. Si tratta di articolo molto conciso, poco meno di tre pagine, ma estremamente importante per il suo contenuto. Nello stesso anno, Biot pubblica un articolo intitolato "Sur la théorie du son", che compare nel *Journal de physique, de chimie, d'histoire naturelle et des arts* [11].

Il secondo è uno scritto molto più prolisso (una decina di pagine in totale) rispetto al precedente, ma senza dubbio ispirato ad esso, in quanto sia la teoria, sia lo scopo, sono sostanzialmente gli stessi: superare le ipotesi più o meno precarie che i fisici precedenti hanno sostenuto per giustificare la discrepanza nella velocità del suono e portarne di più convincenti, alla luce delle nuove scoperte della chimica moderna ²⁸. Le uniche differenze tra i due articoli di Biot consistono in una ricostruzione più dettagliata dei contributi e lavori di autori precedenti, in quanto vi sono riferimenti espliciti a Newton e Lambert invece assenti nell'articolo

²⁸Biot riprenderà ulteriormente la trattazione negli anni successivi, nel suo celebre *Traité de Physique expérimentale et mathématique* (1816) [12].

**Un anno,
due articoli**

**Somiglianze e
differenze tra i
due articoli**

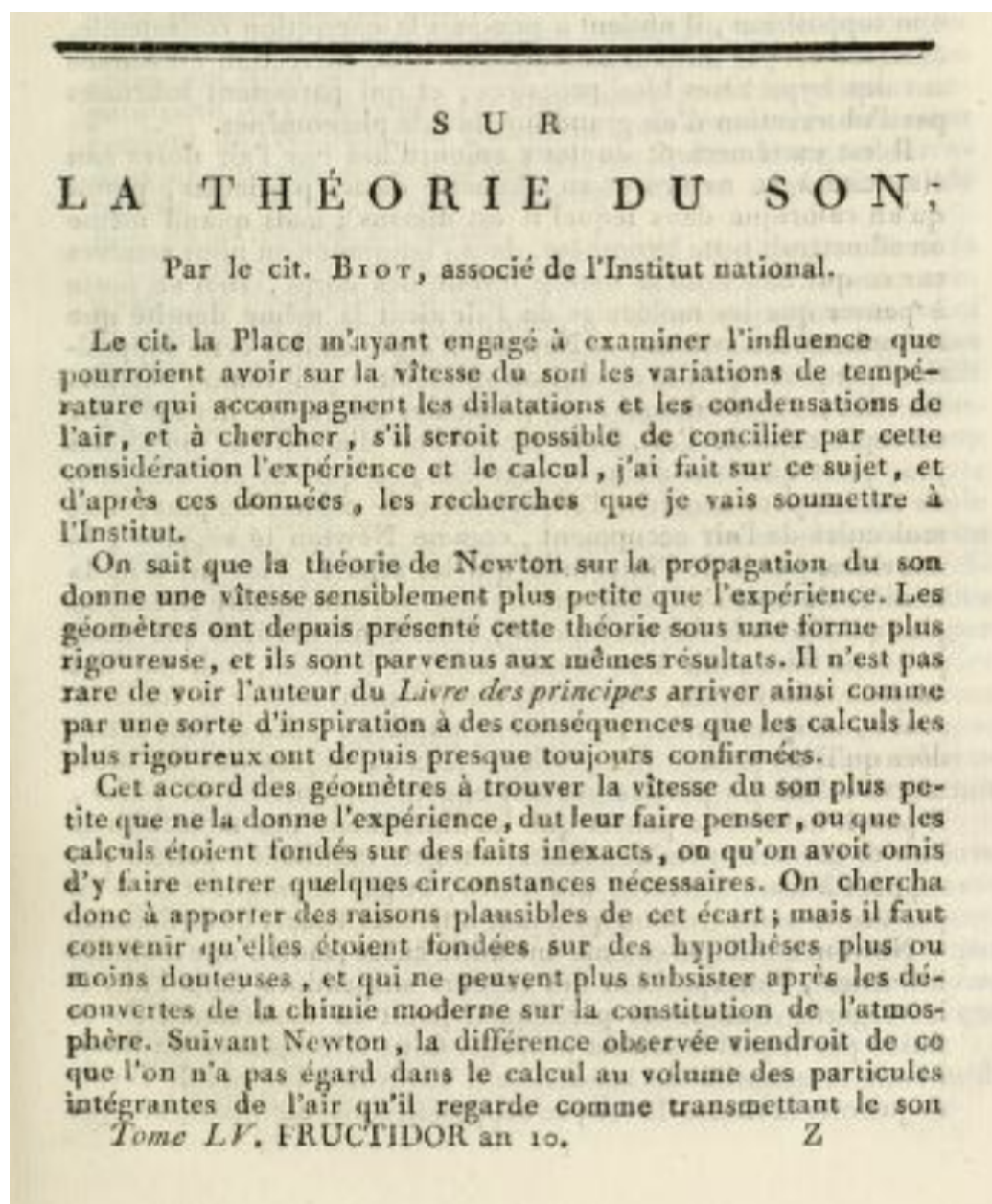


Figura 2.16. La prima pagina del secondo articolo di Biot *Sur la théorie du son* del 1802.

lo precedente, e il modo di citare Laplace. Il riferimento a quest'ultimo è presente in entrambi gli articoli, ma con un approccio diverso: nel primo, Biot dedica a Laplace le ultimissime due righe, in cui gli riconosce la paternità dell'idea del legame tra l'aumento della velocità del suono e lo sviluppo di calore dovuto alla compressione dell'aria:

La prima idea di questo legame è dovuta a C. Laplace, ed è su suo invito che il C. Biot ha intrapreso le ricerche di cui noi abbiamo appena fornito un estratto.

47

Invece, nel secondo articolo, il riferimento a Laplace non compare in chiusura, bensì nelle primissime righe. Biot avvisa la comunità che è stato incaricato da Laplace di scoprire l'influenza delle variazioni di temperatura dell'aria sulla sua velocità:

Il secondo articolo in dettaglio

Avendomi invitato il Cit. Laplace ad esaminare l'influenza che potrebbero avere sulla velocità del suono le variazioni di temperatura che accompagnano le dilatazioni e le condensazioni dell'aria, e a ricercare se fosse possibile conciliare per questa considerazione l'esperimento e il calcolo, ho eseguito su questo argomento, e secondo questi dati, le ricerche che sottoporro all'Istituto.

48

L'autore ricorda brevemente come si sappia che la teoria newtoniana presenta una certa discrepanza tra teoria ed esperimento e come il fisico inglese avesse cercato di spiegare ciò, tuttavia ricorrendo ad osservazioni assai precarie, fra cui la dimensione delle particelle:

La proposta di Newton

[...] Newton pensa che si debba aggiungere lo spazio che [le molecole d'aria] occupano a quello che ci fornisce il calcolo. [...] Ma non è affatto difficile accorgersi che tale correzione sia fondata su ipotesi piuttosto deboli. [...] Oggigiorno è estremamente dubbio il fatto che l'aria debba la sua elasticità alla natura e al diametro delle sue particelle, piuttosto che al calorico nel quale è disciolta.

49

Nemmeno la presenza di vapori e particelle estranee può giustificare la discrepanza:

Newton ha indicato come altra causa, ma di minor influenza, l'interposizione dei vapori sospesi nell'aria. Egli li considera tutt'altro che responsabili del movimento di tale fluido nel quale il suono si propaga. [...] ma questa causa, che è tanto ipotetica quanto la precedente, è lontana dall'essere sufficiente per spiegare da sola la distanza con la teoria. [...] Mi son fermato a combattere la spiegazione di Newton perché questa mi sembra contraria alle scoperte chimiche fatte negli ultimi tempi. 50

E' interessante notare come, ancora una volta come in passato per altri autori, anche Biot nutre grande rispetto verso l'autore inglese, nei confronti del quale dichiara comunque di voler procedere con cautela:

Per quanto forti possano sembrarmi le prove che ho portato, le propongo tuttavia con diffidenza. Quando si pensa di scoprire un errore nelle opere di un così grande uomo e di un così saggio osservatore della natura, occorre dubitare ed esaminare a lungo, per paura di sbagliarsi. 51

La proposta di Lambert Biot cita poi anche Lambert e ne analizza velocemente l'articolo "*Sur la vitesse du son*" del 1768 [25]. Anche in quest'ultimo compaiono delle ipotesi che, sebbene sostituiscano quelle precedentemente proposte da Newton, comunque non siano più accettabili:

[Lambert] contrasta le diverse ipotesi grazie alle quali si è provato di accordare la teoria con l'esperimento, ma ne propone poi un'altra che non è più ammissibile. Egli guarda l'aria atmosferica come carica di una quantità più o meno considerevole di vapori e di altre sostanze eterogenee molto più pesanti dell'aria stessa [...], ma senza elasticità [...] senza contribuire esse stesse alla propagazione del suono, e di conseguenza se ne dovrebbe prescindere nell'espressione della densità dell'aria che si introduce nel calcolo. 52

Biot spiega anche come a quel punto Lambert, ostacolato dalla difficoltà di misurare direttamente il peso dei vapori presenti in aria, abbia proceduto al contrario: determinare questa quantità di vapori proprio alla luce del risultato sperimentale per la velocità del suono. Come detto, il risultato ottenuto non è accettabile secondo Biot, sulla base delle scoperte recenti.

Una volta aver ricordato i tentativi precedenti, l'autore dell'articolo si prepara ad esporre invece "una causa" che potrebbe conciliare la teoria all'esperienza, partendo anzitutto dai principi matematici su cui essa è basata:

La proposta di Biot: vecchi e nuovi principi

Dopo aver parlato dei tentativi fatti per accordare la teoria della propagazione del suono con l'esperimento, partendo da fatti ben verificati, esporrò una causa alla quale sembra possibile riportare la loro discrepanza; ma è necessario che prima ricordi i principi sui quali si basa il calcolo. 53

Si tratta di principi semplici e già da tempo noti, come pure noti sono i risultati numerici che da essi derivano:

Questi principi sono molto semplici; si sa dall'esperienza che l'elasticità dell'aria è proporzionale alla sua densità: da questo unico fatto, si calcola la velocità alla quale le ondulazioni devono propagarsi in questo fluido, e si trova come risultato 915 piedi al secondo, mentre l'esperienza fornisce 1038 [piedi al secondo]. 54

Biot, riferendosi agli stessi risultati ottenuti anche da Lagrange e Lambert, sostiene che non vi siano errori nel procedimento del calcolo, pertanto ciò significa che sia opportuno rivedere la legge che ne è alla base:

La teoria è da rivedere

Dato che non c'è nulla nel procedimento di calcolo che non sia rigoroso, occorre necessariamente che la legge che ne è alla base abbia bisogno di qualche modifica, almeno quando la si applica alle compressioni e alle rarefazioni successive dell'aria nella formazione del suono. 55

In particolare, per rivedere la teoria di base, Biot ricorda alcuni importanti aspetti riguardanti il calore durante le compressioni e le rarefazioni dell'aria:

Il ruolo del calore...

È fatto conosciuto ai fisici che l'aria atmosferica perde, quando la si condensa, una parte del suo calore latente che passa allo stato di calore sensibile, e che al contrario quando la si rarefa, riprende una parte di calore sensibile che converte allo stato di calore latente. 56

Del resto, durante la propagazione del suono, queste compressioni e dilatazioni dell'aria devono essere legate inevitabilmente a delle variazioni di temperatura:

Nella propagazione del suono, le compressioni e le dilatazioni successive dell'aria devono necessariamente causare delle variazioni di temperatura molto piccole nelle particelle e queste variazioni devono influenzare la loro elasticità. 57

Solamente con il calcolo è possibile stimare l'influenza di questi aspetti sulla velocità del suono, ma per farlo occorre prima conoscere la quantità di calore:

È il calcolo che ci può far apprezzare con esattezza l'influenza di questa causa sulla velocità del suono; ma prima di stabilirlo occorre determinare la quantità di calore che diventa sensibile per una compressione data dell'aria, o più precisamente la parte di tale calore che fa aumentare la temperatura di questo fluido e influisce sulla sua elasticità. 58

... e come stimarlo Tuttavia, rimane un problema molto pratico, cioè la grande difficoltà di misurare direttamente questo calore; fortunatamente, è possibile stimarlo indirettamente, grazie al suo legame con la variazione di volume:

Con i mezzi che abbiamo per rarefare e comprimere l'aria, sarà estremamente difficile valutare direttamente la quantità di calore che assorbe o libera, ma le variazioni corrispondenti di temperatura devono crescere insieme ai cambiamenti di volume di aria, in un modo che noi considereremo come direttamente proporzionale a questi cambiamenti [...] e proveremo poi a determinare, grazie agli esperimenti fatti sulla propagazione del suono, il coefficiente di proporzionalità. 59

La formula e il calcolo di Biot Fatte queste premesse concettuali, Biot passa all'aspetto più prettamente matematico della sua teoria, trattata proprio nel paragrafo "Teoria della propagazione del suono tenendo conto del calore sviluppato dai cambiamenti di volume delle particelle dell'aria". L'autore parte dalle equazioni della Meccanica Analitica di Lagrange della Sezione IX "Sul moto dei fluidi comprimibili ed elastici", cioè l'equazione (2.7):

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = gh \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} \right)$$

Tuttavia, in essa Biot inserisce un termine aggiuntivo $(1 + k)$ proprio per tener in considerazione il contributo del calore durante le compressioni e le rarefazioni.

L'equazione delle onde diventa perciò:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = gh(1+k) \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} \right) \quad (2.15)$$

Ovviamente, se $k = 0$ si ottiene l'equazione ordinaria della propagazione del suono, tale come l'hanno data Euler e Lagrange, senza considerare il calore sviluppato dalla condensazione dell'aria". In altre parole, il coefficiente numerico che compare a secondo membro dell'ultima equazione aumenta, ed esso è legato direttamente alla velocità dell'onda, quindi del suono:

$$v = \sqrt{gh} \cdot \sqrt{1+k} \quad (2.16)$$

ovvero:

$$v = 915 \cdot \sqrt{1+k} \quad (2.17)$$

pertanto si tratta di una velocità maggiore rispetto a quella fornita dalla teoria ordinaria; per conoscerla, però, è necessario conoscere il valore di k . Biot non poteva determinare k direttamente, a causa della mancanza di dati ai suoi tempi. Egli ricorre però ad un metodo indiretto per determinarlo, usando altri dati a sua disposizione, cioè i risultati degli esperimenti di Guillaume Amontons e Joseph Louis Gay-Lussac sul legame tra elasticità (quindi pressione) e temperatura di un gas²⁹:

Ancora non si hanno affatto esperienze dirette che mostrino le variazioni dell'elasticità dell'aria per variazioni molto piccole di temperatura, come quelle che sono presenti nelle precedenti formule; sappiamo soltanto, secondo le esperienze di Amontons, che l'elasticità dell'aria aumenta di un terzo per ogni aumento di temperatura pari a 80°C del termometro di Réaumur.

[...] allora si avrà $k = \frac{\beta}{240}$. β è allora la variazione della temperatura corrispondente ad una compressione uguale all'unità.

²⁹Si tratta di fatto della seconda legge di Gay-Lussac (legge di trasformazione isocora), detta anche seconda legge di Volta - Gay-Lussac, o ancora legge di Amontons. E' la legge costitutiva che descrive come per una quantità di sostanza costante di un gas, a volume costante, la pressione è direttamente proporzionale alla sua temperatura assoluta.

[...] dalle esperienze molto precise di Gay-Lussac sulla dilatazione dei gas risulta che un aumento di 80°C nella temperatura produce una dilatazione pari a 0.35, così si avrà $\beta = \frac{80^{\circ}\text{C}}{0.35} = 228^{\circ}\text{C}$; questo sarà, secondo questa ipotesi, il calore che diventa sensibile quando l'aria si comprime del doppio: si avrà quindi $k = 0.95$, e la velocità del suono diventa così $915 \cdot \sqrt{1.95} = 1277.73$ piedi [per secondo]. 60

Le motivazioni della discrepanza Biot si rende conto che questo risultato per la velocità calcolata del suono è abbastanza diverso dal risultato sperimentale, ma aggiunge subito che un possibile motivo è dovuto al fatto che non tutto il calore sviluppato contribuisce all'aumento di temperatura, in quanto parte di esso viene disperso in altro modo:

Questo risultato è molto più grande di quello fornito dall'esperienza e tale discrepanza può essere dovuta o al fatto che l'ipotesi considerata non sia del tutto esatta, oppure al fatto che una parte di calore diventato sensibile a causa della compressione si dissipa sotto forma di calore radiante, senza quindi aumentare la temperatura dell'aria. 61

A questo punto l'autore, consapevole della mancanza di misure dirette per la variazione di temperatura dell'aria, sfrutta proprio il valore sperimentale della velocità per stimare tali variazioni. Egli ottiene che, quando il volume di aria dimezza o raddoppia, la sua temperatura diminuisce o aumenta di 69 gradi Réaumur:

Se non ci è possibile determinare direttamente con esattezza la quantità di cui varia la temperatura dell'aria a seguito di una compressione o dilatazione data, possiamo però determinarla con grande precisione con l'aiuto delle formule precedenti, partendo dagli esperimenti fatti sulla propagazione del suono. Se prendiamo 1038 piedi [al secondo] per tale velocità, che è il valore trovato nel 1738 dai membri dell'accademia delle scienze, si avrà

$$1 + k = \frac{(1038)^2}{(915)^2} \quad k = 0.2869 \quad \text{il che fornisce } \beta = 68^{\circ}.856$$

in altre parole quando dilatiamo o comprimiamo del doppio il volume di aria, la temperatura si abbassa o si alza di circa 69 gradi del termometro di Réaumur; questa quantità non sembra troppo grande rispetto a quella che ci indica il termometro se si considera che operiamo solo su quantità molto

piccole di aria in contatto con pareti molto conduttrici di calore e che i termometri che usiamo hanno sempre una massa considerevole in rapporto a quella dell'aria dove sono immersi. 62

In conclusione dell'articolo, Biot afferma che è evidente il legame tra l'aumento della velocità del suono e lo sviluppo di calore dovuto alla compressione dell'aria e quindi quanto sia necessario tenerlo a mente nella teoria del suono. In questo modo, tra l'altro, risulta facile conciliare il calcolo con gli esperimenti:

[...] ma si vede da questa corrispondenza fra l'aumento della velocità del suono e il calore che la compressione rende sensibile, quanto è necessario tenere in considerazione il legame di questi due fenomeni, e quanto è facile conciliare con questa considerazione il calcolo e l'esperienza in una delle più importanti teorie della fisica matematica. 63

2.8.2 Le Note di Berthollet (1803)

Altri segnali delle influenze di Laplace riguardo al fatto che il calore potesse giocare un ruolo essenziale compaiono in una nota aggiuntiva alla famosa opera del 1803 di Berthollet *Essai de statique chimique* [9]. Infatti, nella Nota V si trova il riferimento alle esperienze di Laplace fatte con il calorimetro, che portano a rivedere il calcolo della velocità del suono, portandolo ad un buon accordo con il valore sperimentale:

NOTA V

[...] La quantità di calore libero presente in una certa massa di gas o vapori è direttamente proporzionale al suo volume; [...] Se il volume di un gas diminuisce di un terzo o della metà, allora si libererà anche un terzo o la metà del calore libero presente nelle molecole. [...] Gli esperimenti fatti con il calorimetro lo dimostrerebbero con precisione. L'effetto del calore così liberato è sensibile sulla velocità del suono; esso infatti produce la discrepanza fra questa velocità e quella data dalla teoria ordinaria, come mi sono assicurato di verificare con i calcoli. 64

522 STATIQUE CHIMIQUE.

sensible d'eau ; car l'ayant distillé à une chaleur très-modérée, en ne retenant que les premières portions, son ressort n'était que de un millimètre plus fort que celui de l'éther simplement lavé.

NOTE XVIII.

LAPLACE, que j'avais consulté sur les changements que l'élasticité des gaz éprouve dans leur compression, me remit la note V, que je fis imprimer aussitôt : après un examen plus attentif, il me donna celle que je joins ici : il en résulte qu'il faut modifier ce que j'ai exposé (111, 150) ; que les quantités de calorique qui sont contenues dans un gaz ne suivent pas les rapports des volumes, indépendamment des effets de la compression, et que les gaz ne diffèrent pas des liquides et des solides, relativement au calorique qu'ils peuvent abandonner dans une circonstance, et à celui qui est retenu dans un plus grand état de condensation (121).

« La note V de la page 245 ayant été écrite à la hâte, » j'ai reconnu depuis son impression qu'elle doit être mo- » difiée, il n'est point exact de dire que la force répulsive » de deux molécules voisines d'un gaz est toujours la » même, à température égale, quelque soit sa con- » densation. Cette force est proportionnelle à la tempé- » rature, et réciproque à la distance mutuelle de ces mo- » lécules, où, ce qui revient au même, à la racine cu- » bique du volume du gaz dans ses divers états de con- » densation ou de raréfaction. Pour le démontrer, con- » sidérons un volume de gaz réduit par la compression » à sa huitième partie : il y aura dans ce nouvel état quatre

Rimane tuttavia poco chiaro come abbia fatto a quei tempi Laplace ad ottenere questi risultati, comunque non esplicitamente riportati [22]. Nella stessa opera di Berthollet compare anche un ulteriore riferimento a Laplace. Si tratta della Nota XVIII, in cui l'autore afferma che la Nota V gli è stata suggerita da Laplace, ma che in realtà, dopo un ulteriore loro confronto, deve essere modificata, in quanto non è corretto affermare che il calore rilasciato è proporzionale al volume: oggi possiamo dire che in quelle parole si delinea in qualche modo il fatto che non si tratta di una trasformazione isoterma, ma adiabatica. Non vale quindi la legge di Boyle e il legame tra volume e pressione del gas (legata alla sua elasticità) non è esattamente di proporzionalità inversa:

NOTA XVIII

Laplace, che avevo consultato in merito ai cambiamenti che l'elasticità dei gas subisce nella propria compressione, mi ha consegnato la nota V, che ho fatto stampare prontamente: dopo un esame più attento, mi ha dato quella che aggiungo qui: [...] che le quantità di calorico contenute in un gas non seguono i rapporti dei volumi [...]

La nota V di pag 245 è stata scritta in fretta e ho riconosciuto fin dalla sua stampa che debba essere modificata [...]

[...] Sembra ancora che nel gas compresso ci si più calore a parità di volume, poiché l'elasticità delle molecole vicine è aumentata; perciò, se il volume è ridotto alla metà a seguito di una compressione, si libera meno della metà del calore che conteneva allo stato iniziale, il che è conforme all'esperienza e alla velocità osservata del suono.

65

2.8.3 L'articolo di Poisson (1807)

Appena un anno prima dell'articolo di Araldi, Siméon-Denis Poisson pubblica i propri risultati su alcuni lavori nel suo articolo del 1807 *Mémoire sur la théorie du son* [32]. Si tratta di una memoria assai vasta, poco più di una settantina di pagine, in cui l'autore affronta tutta una serie di aspetti riguardanti la teoria del suono: i contributi degli autori precedenti, le equazioni differenziali alla base del moto vibratorio dell'aria, la propagazione del suono in una massa d'aria a densi-

MÉMOIRE

SUR LA THÉORIE DU SON,

Lu à l'Institut le 17 août 1807:

Par M. POISSON.

ON sait depuis long-temps que le son est produit par les vibrations de l'air mis en mouvement par le corps sonore ; mais M. *Lagrange* est le premier qui ait soumis ce mouvement à l'analyse mathématique, et qui en ait déduit les points principaux de la théorie du son. Ses belles recherches sur ce sujet, sont assez connues de tous les géomètres, pour qu'il soit inutile de les rappeler ici. A l'époque où elles ont été publiées, le calcul aux différences partielles, d'où dépend la solution de ce genre de questions, était à peine connu ; on n'était pas d'accord sur l'usage des *fonctions discontinues*, qu'il est cependant indispensable d'employer pour représenter l'état de l'air à l'origine du mouvement : heureusement les progrès de l'analyse ont fait disparaître ces difficultés, et celles qui subsistent encore tiennent à la nature de la question. Nous sommes loin de penser que nous les ayons toutes surmontées ; notre but dans ce mémoire est principalement de démontrer plusieurs théorèmes généraux qui nous ont paru devoir intéresser également les physiciens et les géomètres.

Ces théorèmes sont indépendans des mouvemens particuliers des molécules d'air et de la cause qui a produit le son ; ils sont relatifs à sa propagation et à sa réflexion, que nous avons considérées sous un point de vue plus général qu'on ne l'avait fait jusqu'ici. En conservant à l'air ses trois dimensions, M. *Lagrange* et *Euler* ont supposé que la vitesse

Figura 2.18. La prima pagina della memoria di Poisson *Mémoire sur la théorie du son* del 1807, pubblicata nel *Journal de l'École polytechnique*.

tà costante, ma anche la sovrapposizione dei suoni, la riflessione del suono, per poi passare ad analizzare le grandezze fisiche che possono influenzare la velocità del suono e quindi la propagazione del suono nel caso di temperatura e densità dell'aria variabili. Egli riprende la questione affrontata da Biot, ottenendo che una compressione di volume d'aria pari ad $1/116$ porterebbe ad un aumento di temperatura di 1°C : questo valore è rimasto un riferimento importante nella letteratura fino agli anni '20 dell'Ottocento e sarà usato anche da Sadi Carnot nella sua analisi sul ciclo della macchina termica³⁰. Forse abbastanza sorprendentemente l'articolo di Araldi non contiene un riferimento a Poisson, per lo meno esplicito; potrebbe però essere menzionato implicitamente, come si vedrà in § sezione 3.2.

**Un valore
interessante**

Nella prima parte dell'opera, come accennato, Poisson ripercorre la storia delle teorie e idee precedenti, riconoscendo in Lagrange il primo ad aver fornito l'analisi matematica del moto di vibrazione dell'aria; ricorda poi i tentativi di conciliare la discrepanza, fra cui quello dello stesso Lagrange e di Euler. Dopo aver ricordato ancora una volta che esiste una differenza sensibile, l'autore confessa che, tra le diverse ipotesi avanzate nella storia, solamente una è degna di essere approfondita, quella di Laplace; questo conferma che, seppur il primo vero scritto di Laplace risalga agli anni successivi, le sue idee e i suoi studi erano già conosciuti dai contemporanei:

**Una sola ipotesi
degnata di nota**

C'è una differenza significativa fra la velocità del suono calcolata sulla base della teoria e quella che invece risulta dall'esperienza. Tutti i fisici che hanno misurato direttamente questa velocità concordano nel trovarla maggiore rispetto a quella calcolata. I membri dell'Accademia delle Scienze hanno trovato che il suono percorre 337 metri per secondo sessagesimale; tuttavia, se ci si avvale dei dati sull'elasticità dell'aria e sulla sua densità che risultano dagli esperimenti più recenti, si trova che la velocità del suono, calcolata sulla base della teoria, è uguale soltanto a 282 metri [al secondo], cioè più piccola di un sesto.

Non riportiamo qui tutte le ipotesi fatte per accordare su questo punto il calcolo e l'esperimento; una sola merita l'attenzione dei fisici. [...] quella che

³⁰Carnot, *Réflexions* (Paris, 1953), p. 43. Questo è il punto in cui viene introdotto il risultato di Poisson, per poi essere la base praticamente di ogni altro calcolo all'interno dell'articolo.

ha fatto il Sig. Laplace: egli tiene in considerazione la produzione di calore che deriva dalla compressione dell'aria. Infatti, è ormai ben noto che quando si comprime un volume dato di un gas qualunque, si libera una quantità di calore sufficientemente grande da infiammare un corpo combustibile, ma che rapidamente si disperde sotto forma di calore radiante o altro; tuttavia, a densità costante, l'elasticità dell'aria aumenta o diminuisce con la temperatura; la legge delle densità proporzionali alle pressioni presume quindi che si è lasciato all'aria compressa il tempo di dissipare l'aumento di calore prodotto da tale compressione; e in un primo momento, l'elasticità deve aumentare in rapporto maggiore rispetto alla densità. Non abbiamo esperienze dirette per determinare la quantità di calore che diventa sensibile nella compressione dell'aria; [...] è quindi impossibile determinare *a priori* l'incremento dell'elasticità dovuto allo sviluppo di calore che accompagna la propagazione del suono. In ogni caso, questo incremento non è affatto inoppugnabile, e si potrebbe dubitare che non influisca sulla velocità del suono. La differenza che esiste fra il calcolo e l'osservazione proviene soltanto da questa causa? Sembra che siamo autorizzati a concludere tutto ciò [...]

Confrontando quindi la velocità calcolata con la velocità osservata, si determinerà la quantità di calore che diventa sensibile nella produzione del suono, e impiegata per aumentare l'elasticità dell'aria. Si troverà nel seguito della nostra Memoria il risultato del confronto fra queste due velocità. 66

In altre parole, Poisson ritiene che la discrepanza trovata nella velocità del suono possa essere usata proprio per calcolare la quantità di calore che viene sprigionata durante la propagazione del suono.

La formula e il calcolo di Poisson L'altro paragrafo forse più interessante è proprio quello in cui finalmente Poisson passa alla trattazione matematica: *Examen des différentes Circonstances physiques qui peuvent influer sur la vitesse du Son*. L'autore riprende le equazioni della Meccanica Analitica di Lagrange, in modo molto simile a Biot:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} \right) \quad (2.18)$$

dove è possibile esplicitare in altri termini la formula "ordinaria" per il quadrato

a^2 della velocità del suono:

$$\frac{gh}{D} = a^2 \quad (2.19)$$

dove D è il rapporto tra la densità dell'aria e quella del mercurio alla temperatura di fusione del ghiaccio, gh è l'elasticità dell'aria e a è proprio la velocità del suono. Tuttavia, ricorda Poisson, a causa della variazione di temperatura che l'aria subisce, ci sarà anche una variazione della densità dell'aria e una variazione pure della sua elasticità; in altre parole, occorre inserire dei coefficienti per tener conto di ciò. In particolare:

- a pressione costante, la densità D diverrà:

$$\frac{D}{1 + n(0.00375)} \quad (2.20)$$

dove n indica la temperatura in gradi centigradi. Questo deriva dagli esperimenti di Gay-Lussac di quegli anni³¹: "a pressione costante, gli esperimenti di Gay-Lussac hanno dimostrato che l'aria si dilata uniformemente da 0 a 100 °C e che l'aumento del suo volume per ogni grado è pari a 0.00375³² del suo volume a 0 °C;

- l'elasticità gh diverrà:

$$gh(1 + k) \quad (2.21)$$

Quindi, sostituendo le nuove espressioni per la densità (2.20) e per l'elasticità (2.21), dovute alle variazioni di temperatura, l'espressione ordinaria (2.19) per la velocità del suono, assumerà la nuova forma seguente:

$$a = \sqrt{\frac{gh}{D}} \cdot \sqrt{[1 + n(0.00375)]} \cdot \sqrt{(1 + k)} \quad (2.22)$$

Si tratta dunque di calcolare il valore numerico di questa velocità teorica e di compararla a quella sperimentale, per poter risalire al valore di k , il quale permetterà

³¹Gay-Lussac, J. L. (1802), "Recherches sur la dilatation des gaz et des vapeurs", Annales de Chimie, XLIII: 137. Si tratta in questo caso della prima legge di Gay-Lussac, ovvero la legge per una trasformazione isobara di un gas perfetto.

³²Si noti come il fattore 0.00375 usato da Gay-Lussac sia molto simile al valore ottenuto usando il giusto valore della temperatura dello zero assoluto: $1/273.15 \simeq 0.00366$.

di stimare la variazione di temperatura a cui l'aria è soggetta. Per fare ciò, Poisson mostra i dati che utilizza per i suoi calcoli:

- $g = 9.7979 \text{ m/s}^2$;
- $h = 0.76 \text{ m}$;
- $D = 1/10475.68 \text{ kg/m}^3$ secondo i dati dei Signori Biot e Arago.

Così facendo, si ottiene:

$$\sqrt{\frac{gh}{D}} = 279.395 \text{ m/s} \quad (2.23)$$

Questo corrisponde ad un valore di velocità di propagazione del suono in aria di temperatura pari a $n = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ e avendo trascurato il fattore k ($k = 0$). Però, considerando una temperatura dell'aria di $n = 6 \text{ }^\circ\text{C}$, si ottiene:

$$\sqrt{\frac{gh}{D}} \cdot \sqrt{[1 + 6(0.00375)]} = 282.42 \text{ m/s} \quad (2.24)$$

Ora, dagli esperimenti risulta che a questa temperatura la velocità del suono è pari a 337.18 m/s , cioè di un quinto maggiore rispetto al valore calcolato di 282.42 m/s , ottenuto senza considerare la quantità k . Poisson ritiene che tale discrepanza non possa essere dovuta ad errori sperimentali: mettendo allora a confronto il valore atteso di 282.42 m/s con il valore sperimentale di 337.18 m/s , sarà possibile ricavare il valore di k per ristabilire l'accordo:

Questa differenza è troppo grande per poterla attribuire agli errori di osservazione [cioè sperimentali] oppure all'inesattezza dei dati alla base del calcolo; nel calcolo della velocità del suono è dunque indispensabile tenere conto dello sviluppo del calore prodotto dalla compressione dell'aria. Per accordare il calcolo all'osservazione, basta fare:

$$(282.42) \cdot \sqrt{(1 + k)} = 337.18 \quad (2.25)$$

equazione dalla quale si trova $k = 0.4254$ ³³. Ora vediamo qual è l'aumento di temperatura che deriva da questo valore di k . 67

³³Per inciso, può essere interessante notare che oggi vediamo come i calcoli di Poisson determinerebbero un indice di compressione adiabatica $\gamma = 1 + k \simeq 1.42$, in linea con il valore attualmente accettato.

Sfruttando ancora una volta la prima legge di Gay-Lussac, Biot giunge alla conclusione che, per un valore di $k = 0.4254$ e una temperatura iniziale dell'aria $n = 6$ °C, si ricava che la dilatazione o la compressione dell'aria è stata di $1/116$ del suo volume e che la temperatura dell'aria si è dovuta abbassare o alzare di 1 °C. Tuttavia, come egli ricorda, questo risultato non può essere verificato direttamente:

[...] se la dilatazione o la compressione è stata di $\frac{1}{116}$, la temperatura si è dovuta abbassare o innalzare di un grado centigrado;

[...] Ammettendo questo risultato, che non può essere verificato da nessuna esperienza diretta, scomparirebbe la differenza che Newton ha rilevato, per primo, fra la velocità del suono data dal calcolo e quella che risulta dall'osservazione. 68

2.8.4 Il primo scritto di Laplace (1816)

Quelli fin qui analizzati sono scritti in cui sono evidenti le influenze e i contributi del pensiero di Laplace, tuttavia occorrerà aspettare il 1816 per avere un articolo scritto dall'ideatore stesso di questo nuovo approccio, dopo gli esperimenti di La Roche e Bérard, grazie ai quali Laplace calcola con buona stima il valore teorico della velocità del suono in aria. Lo scritto è intitolato "Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau", negli *Annales de Chimie et de Physique* [26]. Seppur si tratti di un articolo che Araldi non poteva aver ancora letto, è interessante farne riferimento come "sintesi" del pensiero di Laplace, al quale appunto altri autori avevano già dato voce negli anni precedenti.

Anche Laplace ricorda come Newton prima e altri poi hanno tentato di spiegare in modi diversi la discrepanza, ma le scoperte moderne sulla natura dell'aria atmosferica hanno smentito queste spiegazioni precedenti, illuminandolo verso la "vera causa":

Fortunatamente queste scoperte ci presentano un fenomeno che mi è parso essere la vera causa dell'eccesso della velocità osservata del suono rispetto alla velocità calcolata [...] Questo fenomeno è il calore che l'aria sviluppa dalla compressione. 69

**La "vera causa"
della
discrepanza**

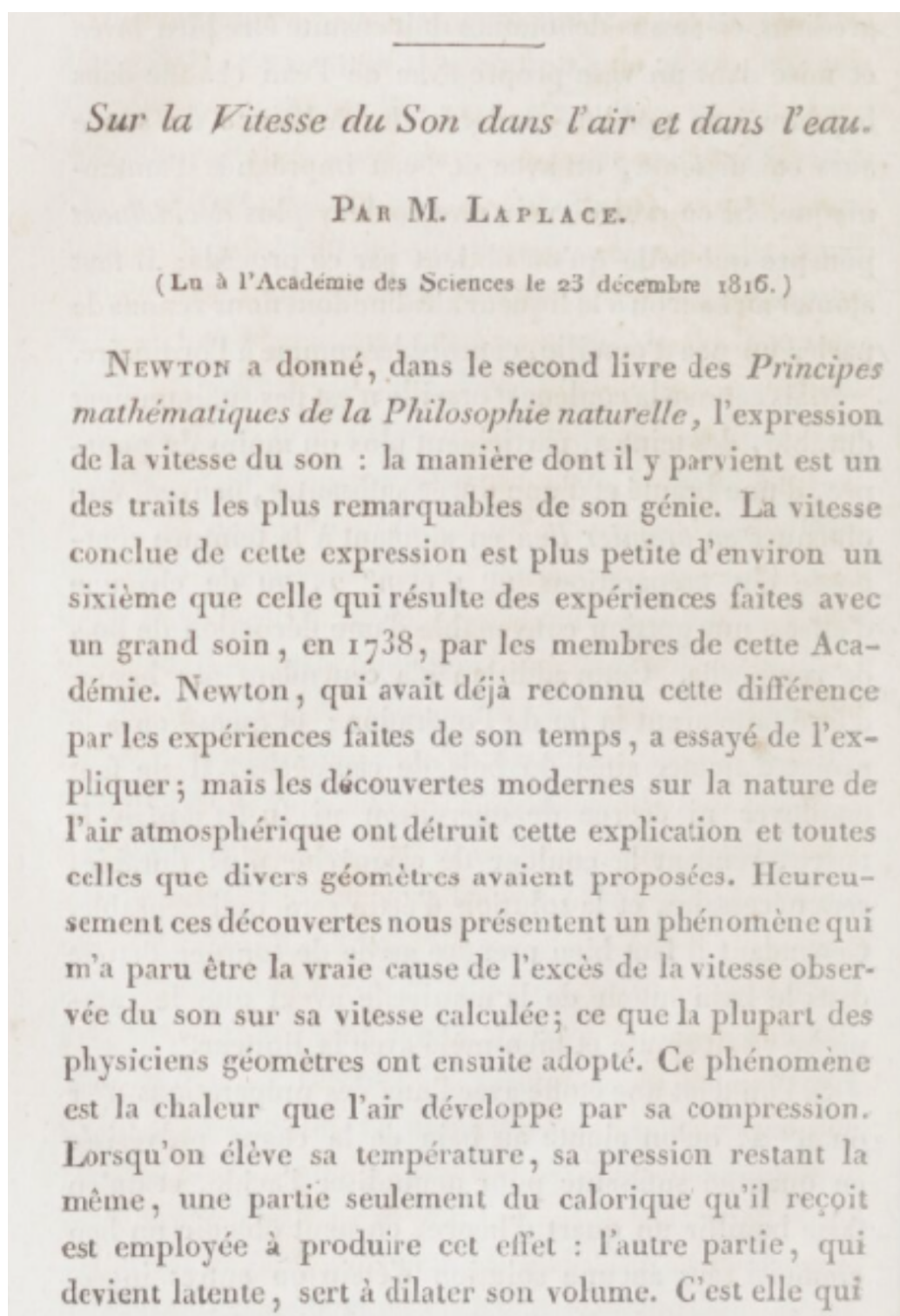


Figura 2.19. La prima pagina dell'articolo di Lapalce *Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau* del 1816.

In altre parole, secondo Laplace, il calore sviluppato dalla rapida compressione dell'aria deve aumentare la velocità del suono, poiché esso aumenta l'elasticità dell'aria stessa. Tenendo in considerazione ciò, Laplace giunge al seguente teorema:

La velocità reale del suono è uguale al prodotto fra la velocità data dalla formula newtoniana e la radice quadrata del rapporto fra il calore specifico dell'aria a pressione [atmosfera] costante e il calore specifico a volume costante [$\gamma = c_p/c_v$]. 70

L'autore non riporta la formula matematica, ma in termini odierni potremmo scrivere:

$$v = \sqrt{\gamma} \cdot v_{Newton} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_{aria}}} \quad (2.26)$$

**La formula e il
calcolo di
Laplace**

Con l'obiettivo di paragonare il valore così calcolato con quello sperimentale, Laplace si serve dei dati necessari forniti dai lavori di La Roche e Bérard sul calore specifico dei gas:

[...] per avere la velocità del suono, [occorre] moltiplicare la velocità dedotta dalla formula di Newton per la radice quadrata del rapporto fra 36 centesimi e 24 centesimi, ovvero per la radice di $\frac{3}{2}$. 71

La formula di Laplace per la velocità del suono consiste quindi nel prodotto tra il valore newtoniano di 282.42 metri al secondo (a 6 °C) per la radice quadrata di $3/2$, pertanto vale 345.35 metri al secondo, mentre il valore sperimentale osservato dagli accademici francesi è di 337.18 metri al secondo. La differenza è dovuta alle incertezze sperimentali ed è così piccola che per l'autore non ci sono dubbi sulla correttezza della propria teoria:

**La certezza
inconfutabile di
Lagrange**

La differenza fra questi due risultati può essere dovuta all'imprecisione degli esperimenti; ma la piccolezza di tale differenza stabilisce, in modo inconfutabile, che l'eccesso della velocità osservata del suono rispetto alla velocità calcolata tramite la formula newtoniana è dovuto al calore latente sviluppato dalla compressione dell'aria. 72

Il valore di γ L'autore conclude dicendo che sarebbe quindi auspicabile che i fisici riescano a misurare, con metodi diretti, il rapporto tra i calori specifici citati: come detto, tale rapporto risulta pari a 1.5 dagli esperimenti indiretti di La Roche³⁴ e Bérard, mentre il valore che si ricava dal risultato sperimentale sarebbe 1.4254³⁵. Per inciso, si ricorda che oggi il *rapporto tra i calori specifici*, espressione usata per la prima volta proprio da Laplace nel 1816, viene anche chiamato *coefficiente di dilatazione adiabatica* o *indice adiabatico*, e per l'aria secca vale $\gamma = c_p/c_v = 0.242/0.173 = 1.3988$. Oggi sappiamo che l'accordo era assai fortuito, in quanto i dati di Delaroche e Bérard presentavano un errore sperimentale inferiore al 10%, che tuttavia si propagava nei calcoli di Laplace, portando ad un errore del 50%. Si tratta di uno di quei casi in cui gli errori della teoria e degli esperimenti si compensano più che bene per soddisfare le attese. Negli anni successivi, Laplace introdurrà alcune revisioni e nuove idee nella sua teoria sulla velocità del suono, in particolare dal 1821-1822^{36 37 38}. E' di quegli anni la legge della trasformazione adiabatica secondo cui $pV^\gamma = costante$. Tuttavia, non esaminiamo questi scritti, in quanto ciò esula dalla scopo di questo studio.

³⁴alias Delaroche.

³⁵Il valore 1.5 deriva dagli esperimenti di La Roche e Bérard: $\gamma = 36/24 = 3/2 = 1.5$, infatti $345.35/282.42 \simeq 1.5$. Invece, il valore 1.4254 sarebbe quello necessario per accordare il valore della velocità effettivamente misurato ai tempi dell'articolo: $337.18/282.42 \simeq 1.4254$.

³⁶P. S. Laplace, "Developpement de la théorie des fluides elastiques et application de cette théorie à la vitesse du son", in *Connaissance des temps, 1825, 1822*, also in *Oeuvres complètes*, vol. 13 (Paris, 1904), pp. 291-301. From http://sites.mathdoc.fr/cgi-bin/oetoc?id=OE_LAPLACE__13

³⁷P. S. Laplace, "Sur la vitesse du son", in *Connaissance des temps, 1825, 1822*, also in *Oeuvres complètes*, vol. 13 (Paris, 1904), pp. 303-304. From http://sites.mathdoc.fr/cgi-bin/oetoc?id=OE_LAPLACE__13

³⁸P. S. Laplace, *Traité de mécanique celeste*, vol. 5 (Paris, 1823), book 12, pp. 99-160. From <https://archive.org/details/traitdemcani01lapl/page/n7/mode/2up>

Capitolo 3

Il contributo specifico di Araldi

"Sii gentile".

La gentilezza in un ambiente di lavoro tossico può esistere solo se prima si applicano i punti precedenti. In particolar modo se si pone un certo distacco tra se stessi e il proprio lavoro. Da un lato, la gentilezza appiana i conflitti e riunisce le persone, creando un'atmosfera generale più rilassata e positiva di cui tutti (tu compreso) possono godere. Dall'altro lato, la gentilezza ti aiuta a lasciare andare: nel momento stesso in cui hai la forza di sceglierla rispetto alla strada ben più facile dell'odio e della rabbia, i problemi di prima ti scivolano addosso. Sai di aver fatto del bene ed essere stato il genere di persona che vuoi essere. Puoi andare avanti a testa alta: il tuo umore dipende da te e non dalle persone che hai intorno.

Gianluca Gotto

Come detto precedentemente, gli articoli di acustica pubblicati presso l'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna fino alla prima metà dell'Ottocento non sono molti. In particolare, si trovano quelli di tre diversi autori:

- Gaetano Uttini, *Descrizione di uno strumento acustico* [36], del 1806: qui si descrive il prototipo di un dispositivo acustico finalizzato ad amplificare le onde sonore in arrivo all'orecchio umano, per dare sollievo a coloro che hanno difficoltà o disfunzioni lievi all'organo dell'udito;

- Michele Araldi, *Esame di un articolo della teoria del suono* [4], del 1808: qui si trova una specie di riassunto sulla delicata questione della discrepanza nella velocità attesa e sperimentale del suono, oltre che un tentativo da parte dell'autore di posizionarsi nei confronti dei suoi predecessori e contemporanei europei;
- Simone Stratico, *Tentativo per determinare la cagione fisica della differenza delle voci unisone e della varia sensazione che esse producono* [35], del 1815: l'autore affronta tanti diversi argomenti riguardanti il suono, dalle sue caratteristiche base di intensità, lunghezza d'onda, frequenza e timbro, ai fenomeni dell'eco e a quelli ancor più curiosi e particolari dei ventriloqui.

Tra di essi, quindi, compare quello di Michele Araldi del 1808 [4], in cui egli si occupa di analizzare le teorie a quel tempo in voga riguardante la fisica del suono, con particolare attenzione alla discrepanza riscontrata tra la velocità teorica e quella sperimentale.

Michele Araldi è un personaggio versatile, dalla formazione intellettuale varia che spazia dalla letteratura alla matematica, alla fisica e alla medicina. Questo capitolo introduce la sua figura, anzitutto per offrirne una rapida panoramica biografica e letteraria nella § sezione 3.1, per poi analizzarne in modo critico e dettagliato l'articolo sul suono nella § sezione 3.2, alla luce degli scritti analizzati nel precedente capitolo.

3.1 Michele Araldi: vita e opere

Michele Araldi [39] nasce a Modena il 10 febbraio 1741. Consegue la laurea in filosofia e medicina nel 1758. A soli diciotto anni ottiene la laurea in medicina, matematica e lettere, mentre a soli ventidue gli viene affidato l'insegnamento di Istituzioni fisiologiche nella città natale. Dieci anni più tardi, in occasione della riforma dell'ateneo modenese per opera di Francesco III, ha la riconferma della cattedra. Nel 1783 ottiene la cattedra di anatomia a Pavia, dove rimane, salvo qualche interruzione, fino al 1804. Si acquista larga fama e ricopre vari incarichi: nel 1780 è nominato consultore presso il Magistrato di sanità di Modena e successivamente, nel 1782, medico particolare della principessa Matilde d'Este. Nell'ottobre 1796 accetta l'unanime elezione al I congresso cispadano di Modena; non partecipa però ai due successivi e dopo la creazione della Cisalpina abbandona quasi completamente la vita pubblica. E' tra i candidati al Senato del Regno Italico. In seguito, con la fondazione dell'Istituto nazionale italiano di scienze, lettere ed arti nel 1803, ne diventa il primo segretario, carica che gli viene confermata nel 1811: sempre per l'Istituto, nel 1813 fece parte della Giunta per il Dizionario della Crusca. Diventa amico di Vincenzo Monti e con lui è in corrispondenza: Monti lo loda molto per il suo stile, le sue pubblicazioni sul cuore e sulla circolazione del sangue. Dal 1770 appartiene all'Accademia dei Dissonanti di Modena, e dal 1779 è socio della Società reale di medicina di Parigi; dal 1803 della Società italiana delle scienze, dal 1805 della Società medica di Bologna ed è socio anche dell'Accademia di medicina di Venezia. Nella formazione intellettuale di Araldi trovano largo posto anche gli studi di matematica e di fisica, e in questi campi egli lascia memorie degne di considerazione. Infatti, il suo interesse in questo campo è vasto. Nell'Esame di alcuni tentativi di soluzione di un famoso problema di meccanica statica¹ egli appunto esamina alcuni tentativi di soluzione di un famoso problema risalente ai tempi d'Eulero e riguardante il "problema degli appoggi". Assai interessante appare pure lo studio *Considerazioni e dubbii su la*

Una biografia

**Un interesse
ampio e vario**

¹In Memorie della Società Ital. delle Scienze, XIII, 1 [1807], pp. 74-108.

*compressibilità ed elasticità de' liquidi, ed in ispecie dell'acqua*². Araldi si occupa anche, in memorie edite ed inedite, della teoria psicologica della visione e della teoria del suono, di problemi di geometria, di dinamica dei fluidi, d'idraulica, di termologia e di chimica, rivelando una personalità assai matura ed aggiornata, in relazione ai tempi, nel campo delle discipline fisico-chimiche ed un'impostazione su base matematica del suo pensiero scientifico-biologico. In ogni caso, dalla sua produzione scritta è evidente che i suoi interessi tendono in primo luogo verso una problematica fisiologica, in cui però grande rilievo viene dato all'aspetto fisico-meccanico. Alcuni contributi vengono dati dall'autore dopo la scoperta di Harvey e le successive dimostrazioni di Jan de Wale, per determinare il verso della corrente sanguigna nelle arterie e nelle vene della coscia del cane; rimanevano infatti aperti ancora diversi quesiti alla cui soluzione avevano lavorato ancora nel Seicento Malpighi, Rudbeck, Th. Bartholin ed altri scienziati e nel Settecento in primo luogo Stephen Hales, Spallanzani e Fontana. Molto meno conosciuto ed apprezzato, tuttavia degno di ricordo e di ulteriore analisi critica, è il contributo offerto all'emodinamica. Araldi riprende problemi già considerati, tra gli altri, da Borelli, relativi a fin dove si estende la forza e l'influenza del cuore nel circolo sanguigno e, da buon anatomico, descrive con precisione le strutture degli organi utili a tal fine. In una pubblicazione dal titolo *Riflessioni fisiche sulla circolazione del sangue*³, egli offre una chiara descrizione dell'intricata rete di finissimi vasi, della loro distribuzione e dei loro reciproci rapporti. Ma la sua attenzione non si sofferma solo su questi problemi: egli ne affronta anche altri due delicati e particolari: l'istinto ed il sonno. Araldi discute, non scevro da una preparazione filosofica, le dottrine di Erasmo Darwin e di Condillac e sostiene che "sono prodotte dall'istinto quelle azioni alle quali l'animo concorre senza l'intervento della cognizione di alcun vero motivo, ma cedendo soltanto all'impulso ed all'invito di qualche sensazione" (De Renzi). Procedo quindi all'esame di azioni umane o

²In Memorie dell'Istituto Nazion. Ital., Classe di fisica e matematica, II, 1, [1808], pp. 327-360.

³In Opuscoli scelti sulle scienze e sulle arti, Milano 1785, tradotta da lui in francese e pubblicata in Modena nel 1806 (De l'Usage des anastomoses dans le système de la circulation du sang) con una nutrita nota sulla confusione delle idee regnanti sulle anastomosi.

di animali, della vita sia intra- sia extrauterina, che ritiene di poter indicare come dipendenti dalla legge da lui stabilita. Nella memoria *Del Sonno e della sua ordinaria cagione*⁴ passa ad interessanti valutazioni, che rivelano un'acuta capacità ragionativa ed una buona conoscenza dell'ancora giovane neurofisiologia. Muore a Milano il 3 novembre 1813.

⁴In Mem. d. Soc. medica di Bologna, I, [1807], pp. 241-274.

3.2 L'articolo di M. Araldi sul suono (1808)

L'articolo di M. Araldi *Esame di un articolo della teoria del suono* del 1808 [4] rappresenta di fatto, fra i tre, l'unico pubblicato presso l'Accademia in questo periodo che si addentra veramente nella fisica del suono e che risulta quindi interessante per il nostro studio. Gli altri affrontano questioni ed applicazioni di acustica più particolari. In questa sezione si analizza questo ultimo articolo nel dettaglio, alla luce degli articoli precedentemente studiati, con una particolare attenzione ai riferimenti che Araldi muove nei confronti di essi.

Nella parte iniziale, l'articolo ricorda come accade spesso nelle scienze naturali che la teoria e gli esperimenti non siano in accordo, come per esempio vale per il famoso caso della velocità del suono; come visto nel § Capitolo 2, questo incipit ricorda molto quello degli autori che, prima di lui, hanno scritto a proposito di tale questione. Egli riconosce in Newton il primo ad aver fornito una formula e di essersi quindi accorto della discrepanza. Araldi non dubita della teoria, e spiega anche come l'autore londinese indichi delle motivazioni per giustificare tale conflitto, con la sua consueta "precisione e brevità":

Di questa specie di conflitto tra il fatto e la teoria, un esempio noto e illustre ci si offre nella determinazione della velocità del suono, della quale ognuno sa al presente, che qual fu fissata dal Newton, scostasi sensibilmente dal vero. Né per questo niun fondato sospetto già non cade sulla solidità de' principii impiegati dal sommo uomo; il quale anzi prevede la discrepanza accennata, e ne additò apertamente la cagione e l'origine nella eterogeneità del fluido atmosferico ingombro sempre di sostanze, che concorrendo a renderlo più denso, non partecipano alla elasticità dell'aria vera, che sola serve al trasporto del suono.

In realtà, possiamo notare come Araldi non sia del tutto fedele nel riportare le vere motivazioni addotte da Newton: come affrontato precedentemente in § sezione 2.1, infatti, Newton parla della dimensione delle particelle dell'aria, la presenza di vapore acqueo e la dipendenza dalla temperatura. La giustificazione riportata da

**Un esempio
noto e illustre**

**Il riferimento a
Lambert**

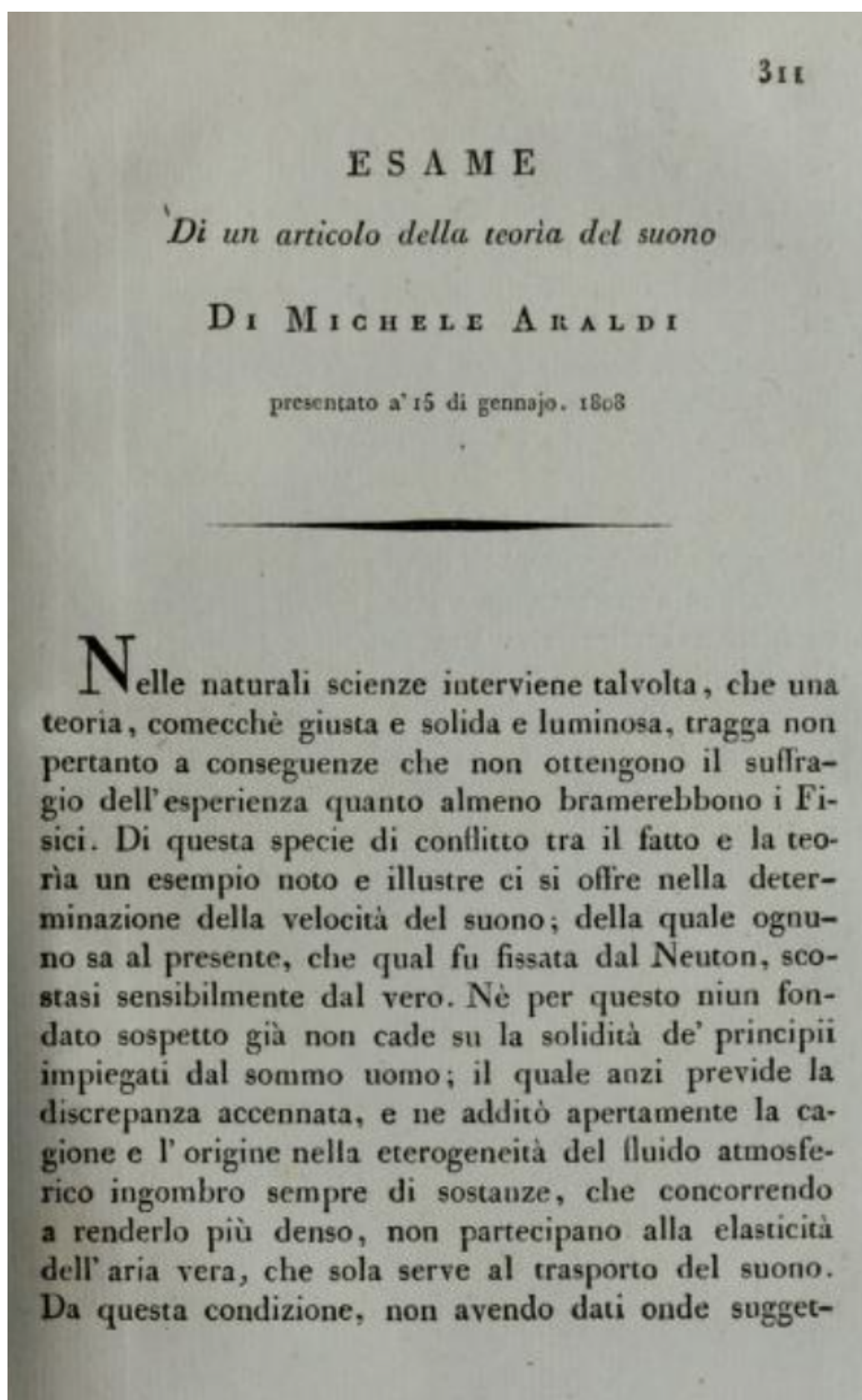


Figura 3.1. La prima pagina dell'articolo di M. Araldi *Esame di un articolo della teoria del suono* del 1808.

Araldi in nome di Newton assomiglia piuttosto a quella più dettagliata di Lambert, analizzata in § sezione 2.6, che infatti viene citato poco più avanti:

Poiché i meri cenni di un uomo tale [Newton] ben meritano che altri si arresti a commentarli, fra quelli che riguardo a questo si accinsero a farlo vuolsi distinguere l'acuto Lambert, a cui debbesi di averne fatto toccar con mano, come tenendo conto della eterogeneità dell'aria, sgombri ogni paradosso, e la teoria venga posta d'accordo col fatto.

Il riferimento a Lambert serve ad Araldi per dar ulteriore credito a Newton: del resto, pure Lambert sosteneva che la teoria di Newton fosse concettualmente corretta, seppur fosse stata solo mal applicata. A questo punto arriva anche il primo riferimento a Lagrange, il "Newton di questi tempi": Araldi di fatto riconosce le grandi doti matematiche di Lagrange, come del resto si nota dalle sue opere analizzate in § sezione 2.5; tuttavia, subito dopo aggiunge maliziosamente qualche commento nei suoi confronti: perché un matematico dovrebbe occuparsi di fisica? E perché cita solo Lambert, ignorando i contributi altrui, fra cui quelli dell'italiano G. Riccati?

**Il riferimento e
le critiche a
Lagrange**

E ben del lavoro dell'accademico di Berlino mostrasi soddisfatto il Neuton di questi tempi, il nostro Lagrangia, che ad esso rimettesi e lui solo cita nella sua Meccanica Analitica: intorno a che per altro mi credo tenuto ad avvertire, che Lambert forse pigliossi una fatica piuttosto lodevole che necessaria dopo i rischiaramenti recati a questo stesso luogo della dottrina del suono del Giordano Riccati nell'aureo suo libro su le corde elastiche. Il perché confesso che peno alquanto a comprendere il motivo che ha indotto uno de' più illustri Matematici che ci viva al presente, a proporre un suo tentativo di spiegazione di un fenomeno, intorno al quale pareva che ormai potessero i Fisici cessare di travagliarsi. Meno poi comprendo come non manchi chi degli sforzi anteriori non tien conto veruno, e sparlandone come di mere ipotesi, si restringe a far menzione delle idee del Matematico francese avventurate modestamente, com'è proprio de' grandi ingegni e nell'aspetto di semplici congetture.

Un riferimento ambiguo Seguono immediatamente alcune righe "oscure" in cui Araldi sembra far riferimento ad un altro autore, di cui il nome non viene riportato però esplicitamente:

E per tali sono io in fatti persuaso che questi le ritenga tuttavia, dopo anche il rinforzo o l'ornamento piuttosto de' calcoli, co' quali un prode giovine Analista avvisa dimostrare che potrebbe esse, ove si riesca ad ottenere i dati opportuni, salire al grado di vera e adeguata spiegazione. Egli è appunto di queste speranze, ch'io mi propongo di esaminare se sieno abbastanza fondate.

Potrebbe forse trattarsi di un riferimento all'articolo esaminato in § sottosezione 2.8.3 del giovane Poisson, allora ventiseienne, il quale raccoglie l'eredità del cinquantanovenne Laplace e le idee del giovane pupillo di quest'ultimo, il trentaquattrenne Biot, che già aveva studiato l'influenza che il calore sviluppato dalle compressioni e dilatazioni dell'aria aveva sulla variazione di temperatura.

Lo scopo e la posizione di Araldi Subito dopo, Araldi dichiara anche l'intento del proprio articolo: esaminare se le ipotesi avanzate dai matematici e fisici francesi possano rendere conto della discrepanza nella velocità del suono. In questo suo tentativo, Araldi ritiene prima di tutto necessario riportare, con parole sue, la spiegazione addotta dai francesi secondo la "Chimica moderna", cioè sul legame tra calore ed elasticità dell'aria. Di fatto, si tratta delle idee di Laplace et al. dei primissimi dell'Ottocento, che sono state affrontate in § sezione 2.8:

[...] non segue condensazione in un fluido qualunque aeriforme senz'altro segua congiuntamente qualche svolgimento del principio calorifico, che innalzandone a proporzione la temperatura, ne aumenta pure l'elasticità. Or quando sorge e propagasi suono nell'aria, le molecole di questa per una serie di condensamenti e diradamenti successivi vengono accostate e allontanate. Nel momento dell'accostamento svolgesi qualche calore che si rappiatta in quello dell'allontanamento. Questo effetto si riproduce in ogni successivo tratto e punto del raggio sonoro. Allo sviluppamento del calore tien dietro qualche incremento nella elasticità dell'aria sopra il grado da essa naturalmente posseduto. E perché nella espressione offertaci dalla teoria della velocità del

suono entra l'elasticità dell'aria, è chiaro che detto incremento non debbe trascurarsi, chi pur voglia determinare esattamente quella velocità. Tenendone conto, e introducendolo in detta espressione, e riformandola quanto è mestieri, niente sembra tanto ragionevole, quanto il credere che si riuscirà a metter d'accordo la velocità del suono teorica colla reale.

Come è evidente, Araldi riporta con un stile semplice e chiaro le idee degli autori citati, il che lo rende in questo senso un valido comunicatore di scienza: senza formule e in appena una paginetta riassume i concetti fisici che sono alla base della teoria all'epoca più accreditata. Tuttavia, a questo punto è ora per lui di esprimere le proprie considerazioni e dubbi a proposito, affiancando di fatto al ruolo di divulgatore, quello di ricercatore e critico:

Spero di non aver punto, nel riferirla e restringerla, indebolita la nuova spiegazione. Mi si conceda ora dai valentuomini, a cui è dessa dovuta, di aprir loro qualche mio dubbio.

Araldi, senza giri di parole, si dichiara apertamente contrario alla spiegazione fornita, poiché la ritiene non sufficiente: richiede prove più convincenti di quelle persino del rispettato Biot, con riferimento a quanto detto in § sottosezione 2.8.1:

E prima confesso di non esser per anche intimamente persuaso che la compressione basti a spremere fuori de' fluidi aeriformi il principio del calore. Forse e senza forse mi espongo al rimprovero di fastidioso, rifiutando di arrendermi alle prove che se ne adducono. Per ne chieggo altre più convincenti, senza eccettuar quelle sopra le altre a prima vista robuste, che ne reca l'ingegnosissimo sig. Biot.

Araldi si addentra ulteriormente nella teoria di Biot, che, come già visto, oggi **Biot: calore dalla compressione dell'aria** potremmo definire fondata sul concetto di trasformazioni adiabatiche, e non isoterme. L'idea di Biot, commenta Araldi, è che il calore venga sprigionato dalla violenta compressione dell'aria, il che sarebbe anche in accordo con l'idea di Berthollet, come spiegato in § sottosezione 2.8.2:

[...] questi [Biot] ne dichiara semplicissima la teoria. Una compressione rapida obbliga secondo lui, le due arie ad abbandonare molto calore, che svincolandosi, né potendo disperdersi in un attimo, e innalzandone momentaneamente la temperatura, basta ad accenderle in questo stato di compressione. [...] Con ciò verrebbe la spiegazione ad accostarsi all'ipotesi di Berthollet. [...] Ripeto anzi che non sono intimamente persuaso dalla solidità de' principii in essa impiegati; vale a dire che l'innalzamento della temperatura sia dovuto allo sviluppamento del calore spremuto fuori delle vere arie.

Araldi: calore L'idea di Araldi è diversa: egli ritiene che il calore sia sprigionato non tanto dalla
dalla la compressione dell'aria, quanto piuttosto dal vapore acqueo contenuto nell'aria
compressione stessa e che, soggetto a tale compressione violenta, in parte si trasforma in acqua,
del vapore liberando così calore, che a sua volta fa aumentare rapidamente la temperatura dell'
acqueo l'aria. Egli aggiunge anche che non pretende che la sua spiegazione sia preferibile all'altra, ma almeno che vengano spiegati i motivi per i quali sia da escludere:

Almeno vorrei prima, che si provasse che il calore, anzi che dalle due arie, non si svolge dal vapor acqueo, di cui chi sa come esse si ottengano, non può dubitare che non esista nelle stesse, e del quale parmi dimostrato che a misura che trovasi costretto a condensarsi oltre i limiti corrispondenti ad ogni grado di temperatura, si decompone in parte tostamente, cioè sveste l'abito di vapore e prende quello di acqua, scotendo congiuntamente da se e in libertà lasciando il calore, che [solleva] rapidamente la temperatura [...] Non pretendo che questa spiegazione, in cui viene impiegato il calore spremuto fuori del vapor acqueo, meriti preferenza sopra l'altra. Parmi solo, che converrebbe recare i motivi onde escluderla.

Il 1° argomento: Proseguendo con la sua idea, egli propone allora un esperimento che possa chiarire quale delle due spiegazioni sia da preferire: la compressione rapida di aria
l'esperimento di
Saussure e di de molto secca, appoggiandosi ai lavori noti di Saussure o di de Luc. I due avevano
Luc realizzato esperimenti in cui, condensando lentamente dell'aria, non si otteneva

né riscaldamento, né condensazione del vapore acqueo in acqua. Pertanto, secondo Araldi questa è una prova che mostra come nemmeno con una compressione rapida si possa ottenere ciò:

Forse a porre in chiaro se il riscaldamento sia dovuto alla compressione della sostanza stessa delle arie impiegate, o a quella del vapore acqueo, qualche lume otterrebbe dal suggerire ad una rapida compressione arie condotte dianzi al massimo grado di secchezza, valendosi all'uopo delle note industrie di Saussure o di de Luc. Oso proporre l'esperimento. Ove procedendo nel condensamento con qualche lentezza né sorga riscaldamento, né niun indizio pure di umido su le pareti interne del cavo, confesso che peno a credere che per una compressione comunque rapida sorgesse accensione.

In realtà, è evidente come Araldi ritenga, sbagliando, di poter trattare allo stesso modo quella che noi oggi definiremmo una compressione isoterma ed una compressione invece adiabatica: per lui ciò che conta è solo la presenza di vapore acqueo in aria, e non il tipo di trasformazione che l'aria subisce.

Dopodiché, tornando al suono, Araldi continua riportando un altro importante baco secondo lui presente nella teoria di Laplace e Biot:

Ma tornando al suono, prego i signori Laplace e Biot a far meco una osservazione. Essi a render ragione dell'incremento nell'aria della elasticità impiegano il calore che la compressione spreme fuori dall'aria stessa, e che divenendo calore sensibile, ha la forza di espanderla. Va bene: ma questo calore aderente dianzi alle molecole delle arie concorrevano a dare alle stesse quel grado preciso di elasticità ch'esse possedevano. Direm noi, che perdendo questo calore, niun danno non ne soffra la loro elasticità? Non pare; giacchè l'intensione di questa deriva, come è detto, dalla presenza e copia di esso.

In altri termini, Araldi non ritiene possibile che il rilascio di calore dovuto alla compressione possa aumentare l'elasticità dell'aria, in quanto quello stesso calore era già da prima presente nell'aria stessa e non si tratta di nuovo calore: pertanto,

**La prima
criticità di
Araldi**

**Il 2° argomento:
la
"conservazione
dell'energia"**

perdendo l'aria quel calore, non dovrebbe anche diminuirne l'elasticità iniziale?

La seconda criticità di Araldi Potremmo dire che l'autore si appoggia in qualche modo al principio di conservazione dell'energia, ma di fatto è evidente come ancora si interpreti il calore come sostanza: il famoso fluido calorico. Inoltre, l'autore in questo modo dimentica il contributo del lavoro di compressione introdotto proprio dalla perturbazione esterna che può generare il suono stesso: l'adiabaticità del processo determina la conversione del lavoro in incremento di energia interna dell'aria, quindi l'aumento di temperatura. Tuttavia, Araldi a sostegno della propria idea riporta ancora una volta ad un esperimento di compressione lenta, quindi nuovamente non si accorge che una compressione rapida (adiabatica), come nel caso della propagazione del suono, sia ben diversa da una compressione lenta (isoterma):

Suppongasì che l'uscita ne proceda lentamente, cosicchè possa il calore dileguarsi a misura che svolgesi, né niun innalzamento soffra la temperatura delle arie regolarmente e gradatamente compresse. In simil caso pare che dovrebbe in esse scemare l'energia primitiva delle lor molle; e conseguentemente, che non potrebbe l'elasticità conformarsi esattamente, e rimanere proporzionale alla densità. Or ciò si oppone all'esperienza. Si compiacciano i valentuomini di soddisfare a questa istanza, e mi permettano di passar oltre e accostarmi più da vicino al mio assunto.

Il 3° argomento: la "simmetria" o compensazione degli effetti Araldi continua allora ad opporsi alla spiegazione ufficiale, finalmente entrando sempre più nel vivo della propria idea: i francesi parlano delle compressioni rapide che aumentano l'elasticità e la temperatura dell'aria, ma perché non parlano allo stesso tempo delle rarefazioni? Infatti, se può essere anche plausibile che il calore venga liberato durante le compressioni, allora deve essere ragionevole il ritenere che un effetto esattamente opposto si abbia durante i diradamenti:

Nell'ipotesi recata a spiegare col mezzo del calore la differenza, per cui la velocità reale del suono supera quella che risulta dalla teoria, temo assai, che vengano dimenticati i diradamenti reali sofferti dall'aria sonora, e in essa uguali precisamente ai condensamenti. [...] e que-

sti reali diradamenti debbono riguardo al calore produrre un effetto opposto a quello che si concepisce prodotto dalle costipazioni.

Per rendere meglio conto di ciò, Araldi si serve dell'analogia con le corde vibranti:

Vibrando la corda, se l'aria è compressa per l'urto da ponente a levante, non può non diradarsi nell'opposta direzione da levante a ponente. Dando addietro la corda, accadono in senso opposto quindi diradamenti, quindi costipazioni; e sì gli uni, che le altre, poiché una legge conforme regola lungo il raggio sonoro i movimenti delle molecole aeree, non ponno [possono] non proseguire ad avvicinarsi. È impossibile che ciò non si avveri, perchè deriva dall'essenza stessa della elasticità.

Questa analogia viene usata da Araldi per rafforzare la sua idea, secondo cui cioè il calore "sprigionato" dalle compressioni sia compensato poi dal calore "perso" dai diradamenti che l'aria subisce:

Dunque in ogni tratto comunque breve del raggio sonoro coesistono costipazioni e diradamenti; e se per le prime debbe svolgersi calore, per i secondi debbe abbassarsi e nascondersi; cioè debbono questi effetti elidersi a vicenda. Se il sig. Biot avrà la compiacenza d'introdur ne' suoi calcoli questa osservazione, mi lusingo ch'ei troverà che nell'aria sonora non può sorgere niun innalzamento di temperatura.

Al di là dell'analogia fornita, è opportuno notare come anche in questo caso il ragionamento di Araldi presenti un altro aspetto critico. Se è infatti vero che concettualmente le rarefazioni potrebbero produrre effetti tali da compensare quelli delle compressioni, tuttavia ciò avviene solo localmente: l'incremento locale di temperatura durante una compressione comporta l'incremento di elasticità e la conseguente propagazione dell'impulso per quella massa di aria; pertanto, quando subentra la rarefazione successiva, la propagazione dell'impulso sonoro è già avvenuta e poco conta che la rarefazione possa raffreddare quella stessa massa di aria.

**La terza
criticità di
Araldi**

Il 4° argomento: un "paradosso" Araldi continua la sua trattazione e adduce un ulteriore argomento, concettualmente molto semplice, che rende conto di come la spiegazione dei francesi sia inconsistente con l'esperienza:

[...] scelgansi due suoni identici riguardo al tono, diversi riguardo alla forza⁵. Viaggiano entrambi con velocità eguale; [...] le vibrazioni d'ogni molecola aerea successivamente agitata sono nell'uno e nell'altro suono di eguale durata. Or al suono più forte corrispondono vibrazioni più estese; e l'increspamento o sia costipazione dell'aria compresa in un polso di eguale lunghezza non può non esser maggiore: conseguentemente dovrebb'esser maggiore lo svolgimento di calore, e con esso come l'incremento nell'elasticità dell'aria, così della velocità del suono.

L'idea è chiara: gli esperimenti mostrano che il suono viaggia alla stessa velocità, indipendentemente dalla frequenza o dall'intensità; invece, secondo la teoria francese, per lo meno come interpretata da Araldi, un suono più intenso dovrebbe subire compressioni più marcate, quindi liberare una quantità maggiore di calore, un maggior aumento di elasticità dell'aria e conseguente aumento della velocità;

La quarta criticità di Araldi tuttavia, ciò non avviene sperimentalmente. Anche in questo caso, il discorso di Araldi presenta un aspetto critico: è vero che per un suono forte e uno debole le entità delle compressioni e diradamenti dono diverse, ma è anche vero che pressione e densità si comportano in modo diverso nell'uno e nell'altro caso, compensando gli effetti. In ogni caso, per Araldi non c'è alcun dubbio sul perché due suoni di diversa intensità viaggino comunque alla stessa velocità e spiega ciò in una breve digressione in cui si trova un importante riferimento a Newton. Quest'ultimo ha sicuramente ragione, in quanto elabora la sua teoria partendo dalla Natura stessa. Questo porta il grande matematico a ritenere anche che le vibrazioni siano molto poco estese, altrimenti non si spiegherebbe la grande velocità del suono. Pertanto, a tal proposito, Araldi afferma che l'obiezione di Cramer su tale analogia non è lecita:

⁵Il "tono" si riferisce alla frequenza, la "forza" all'intensità.

Chi movesse questo dubbio, mostrerebbe di non aver afferrato lo spirito di quel metodo per tutti i titoli esatto e legittimo, che impiegò Neuton nella ricerca di alcune delle principali affezioni del movimento sonoro, qual è concepito dall'aria. Appoggiasi egli ai dati offertigli dalla natura, pe' quali siam certi: 1° che il suono viaggia equabilmente; 2° che ogni suono è veloce ugualmente.

[...] le molecole aeree conformansi nel vibrare alla legge de' pendoli cicloidalì; la qual legge può assumersi come un nuovo dato offertoci dalla natura. A questa legge Newton accoppia l'ipotesi che ogni vibrazione sia pochissimo estesa, [...] né questa ipotesi niuno vorrà certamente dichiararla illecita, solo che avverta che senza di essa [...] non si potrebbe intendere come il suono sia sì rapido e scorra oltre ai mille piedi in un secondo.

[...] e piuttosto il torno lo ebbe il Cramer a dimenticarla e prescindere in quella sua famosa obbiezione⁶.

Il procedimento di Newton, sostiene Araldi, consiste semplicemente dal partire dai dati offertogli dalla Natura per poter "determinare la velocità costante e uniforme del suono":

Tale a mio avviso è il processo del Neuton, e in faccia a questa interpretazione dileguasi l'opposizione del Cramer; cadono a terra i dubbi del giovine Giovanni Bernoulli; ingiusta è visibilmente l'accusa per cui Frisio osò dichiararlo infetto dal vizio di petizion di principio; e sto per dire che poco fondata è pure la taccia di oscurità datagli dall'Alembert.

In pratica, in poche righe Araldi "rimprovera" molte delle opposizioni mosse a Newton da parte di altri autori: l'opposizione di Cramer all'analogia tra il moto di vibrazione dell'aria e il moto di oscillazione del pendolo, accennata in § sezione 2.3; i dubbi di Bernoulli sulle motivazioni addotte da Newton, esposti in §

⁶Si veda § sezione 2.3.

sottosezione 2.4.1; l'accusa di petizion di principio da parte di Frisi, spiegata tramite la lettera di G. Riccati in § sezione 2.7; l'accusa di stile oscuro e poco chiaro

II da parte di d'Alembert, contestualizzata in § sottosezione 2.4.2. Anzi, l'idea di **riconoscimento** Newton sul fatto che un suono forte e uno debole viaggino alla stessa velocità **a Riccati** è confermata anche da G. Riccati, a cui Araldi dedica un riferimento di grande apprezzamento:

Del resto confesso di non aver fatto quasi, che restringere quanto su questo proposito leggesi presso Giordano Riccati nella sua opera su le corde elastiche; lavoro insigne e non pertanto poco noto agli oltramontani, fra i quali non è salito alla celebrità dovuta ad uno de' più nobili Saggi di Matematica applicata, che vanti il secolo decimo ottavo.

La conclusione A questo punto, Araldi conclude l'articolo con alcune considerazioni finali. Dopo **dell'articolo** aver esposto i motivi per i quali non condivide le spiegazioni dei matematici e fisici francesi, egli riprende la sua idea alla base di tutto, aggiungendo ulteriori interessanti spunti: la discrepanza è dovuta sostanzialmente dall'eterogeneità dell'atmosfera, come in sostanza proposto da Lambert, quindi dalla presenza di altre particelle e vapore acqueo, che contribuiscono a renderla un miscuglio incredibilmente vario, un "Caos", che sembra quasi essere un messaggio premonitore del moto browniano e un riferimento alla diffusione della luce:

In che consistono di grazia queste ipotesi? Nell'ammettere che l'atmosfera sia impura per sostanze d'indole diverse e fra loro e dall'aria, in cui nuotano, più o meno imbrattandola. Qual fatto più certo di questo? Della presenza nell'aria del vapor acqueo non ho dubbio veruno. Trascurerem noi oltraccio le tante altre sostanze, [...] un Caos, quanto per un concetto più giusto e più conforme alle vedute sublimi della natura, una specie d'immenso laboratorio, [...] movimenti incessanti [...] Della presenza e abbondanza di queste sostanze la stessa vista sembra che ci assicuri. Se un fascio di luce venga introdotto attraverso di una camera oscura, non ne sfugge all'occhio il viaggio; né solo lunghesso scorgonsi infiniti atomi svolazzanti.

Per me confesso di dubitarne sì poco, che trovo ragionevole il pensiero di quelli, che nella differenza fra la velocità teorica e la reale del suono ravvisano un dato, di cui sarebbe lecito di valersi all'uopo di determinare la proporzione fra la densità dell'atmosfera, e quella della sua parte pura e aerea e capace di servir di veicolo al suono.

Capitolo 4

Discussione dei risultati dello studio

"Impara a fregartene".

Per vivere una vita serena è necessario imparare a ignorare moltissime cose.

Bisogna fare molta attenzione a ciò a cui si presta attenzione. Se ci facciamo coinvolgere nelle provocazioni, la colpa non è degli altri: è nostra.

Il nostro umore non è determinato da quello che gli altri fanno o non fanno.

Non è qualcuno a farci arrabbiare, farci sentire insignificanti, renderci tristi: siamo noi a permettergli di farlo.

Il nostro umore nasce dentro di noi, in profondità.

Gianluca Gotto

Nel precedente § Capitolo 3 è stato analizzato criticamente l'articolo del 1808 di Michele Araldi [4], noto membro dell'Accademia bolognese, per capire la sua posizione riguardo alla discrepanza riscontrata tra la velocità attesa del suono e quella invece misurata. Questo è stato fatto tenendo conto degli articoli e dei dettagliati riferimenti che lo stesso Araldi fa all'interno del suo esame e che sono stati già analizzati nel § Capitolo 2. Ciò ha permesso di evidenziare quali fossero gli aspetti condivisi e non dall'autore rispetto alla teoria ordinaria, oltre ad analizzare criticamente le sue idee. Infine, parallelamente a ciò, dando voce all'autore in persona è stato anche possibile familiarizzare con il suo stile e con la sua personalità, almeno in parte. In questo capitolo si discutono proprio i risultati che si possono dedurre dalle analisi precedenti.

Un newtoniano convinto Fin dall'inizio del suo articolo, Araldi esplicita il suo appoggio pressoché totale a Newton, alla sua teoria e al suo modo di ragionare che, come riprende verso la parte finale, si basa su dati offerti direttamente dalla Natura e non da mere speculazioni teoriche. L'appoggio va quindi automaticamente anche a coloro i quali su Newton si basano per elaborare il proprio pensiero e/o proporre le proprie giustificazioni di fronte alla discrepanza rilevata. Il primo esempio esplicito è proprio quello di Lambert, che Araldi cita come conferma della correttezza delle motivazioni addotte dall'autore inglese, seppur non così fedelmente riportate. Volendo sintetizzare al massimo, l'idea di Araldi è proprio questa: la discrepanza osservata nella velocità del suono è dovuta alla presenza di particelle estranee nell'aria, che ne modificano la densità.

Le critiche di Araldi Ben più aspri sono invece i toni di Araldi verso coloro che alla teoria newtoniana si oppongono: Lagrange, che critica pesantemente Newton, viene accusato di non tenere in considerazione i contributi di alcun autore precedente, se non quello del solo citato Lambert. Araldi prende infatti molto a cuore il mancato riconoscimento dei lavori di Giordano Riccati sulle corde vibranti da parte degli autori francesi, che invece sembrano quasi rimanere rinchiusi nei confini della loro *Académie*. Lagrange viene inoltre ripreso maliziosamente per essere un matematico teorico che si occupa di fisica: in questo si trova quindi un certo elemento di "rigidità" di Araldi, quasi convinto che i due ambiti debbano rimanere separati. Molte altre critiche sono mosse per lo più en passant contro Cramer, Bernoulli, Frisi e d'Alembert, mentre le obiezioni verso le idee di Biot e Laplace sono più articolate, in quanto costituiscono il punto principale che Araldi vuole affrontare nel suo stesso articolo.

Araldi abile comunicatore, critico e scienziato A tal proposito, come emerge inevitabilmente dal capitolo precedente, il corpo principale dell'articolo studiato consiste in una esposizione della teoria del suono, alla luce dei recenti sviluppi della Chimica Moderna e, potremmo dire oggi, della ancora nascente termodinamica, in particolare per il legame tra il calore e l'elasticità dell'aria. Egli, indossando le vesti di abile comunicatore di scienza, espone abbastanza chiaramente l'idea in voga all'epoca di Biot e Laplace, secondo cui si sviluppa calore dalle compressioni dell'aria durante la propagazione del suono;

dopodiché, prende l'abito di critico e ricercatore, offrendo la sua idea di come il calore si sviluppi piuttosto a causa della presenza di vapore acqueo durante le stesse compressioni. Al di là della loro non correttezza, si tratta di osservazioni comunque acute, ragionate e dettagliate, e non semplici considerazioni generali. Un discorso del tutto simile può essere fatto per gli argomenti che l'autore espone a favore di ogni sua idea: tutte le volte che egli si sbilancia in certi suoi pensieri riporta anche le prove sperimentali di altri scienziati, oppure argomenti da se stesso ideati. Basti pensare ai quattro argomenti principali: 1. Gli esperimenti di Sausure e di de Luc mostrano come il calore sprigionato durante le compressioni non sia dovuto all'aria in sé, quanto piuttosto al vapore acqueo in essa presente: per Araldi non conta quindi la rapidità con cui avviene la compressione, ma solo la presenza di vapore. Da questa considerazione deriva il primo aspetto critico del ragionamento dell'autore; 2. Con un secondo argomento, che potremmo definire di "conservazione dell'energia", è possibile comprendere come il calore sprigionato dalle compressioni non possa incrementare davvero l'elasticità dell'aria, in quanto quel calore non può essersi creato dal nulla e, quindi, non si aggiunge a quello già prima presente nell'aria in forma latente. Semplicemente, esso si trasforma da latente a sensibile durante la compressione: da un lato, l'elasticità dell'aria dovrebbe diminuire per la perdita di quel calore latente, ma dall'altro lato, dovrebbe aumentare per lo sprigionarsi di calore ora sensibile. In questo caso, l'aspetto critico precedente di Araldi ritorna, ma ne è presente anche uno nuovo: egli di fatto continua a non dare importanza alla rapidità del processo, cioè, a non distinguere trasformazioni adiabatiche da trasformazioni isoterme, oltre a dimenticare il contributo del lavoro di compressione introdotto proprio dalla perturbazione esterna che può generare il suono. 3. Il terzo argomento sulla "simmetria" viene sfruttato per dimostrare che il calore sprigionato dalle compressioni e quello perso dalle rarefazioni sono uguali e opposti, dunque i due effetti si compensano a vicenda: ciò non può quindi determinare un aumento dell'elasticità dell'aria. In questo caso, però, l'aspetto delicato del discorso di Araldi consiste nel non considerare che, seppur questi due effetti possano dare contributi concettualmente opposti, la propagazione dell'impulso sonoro avviene subito dopo la compressione e il

Gli argomenti e gli aspetti critici del ragionamento di Araldi

conseguente aumento di temperatura: una volta che si verificherà la successiva rarefazione, la perturbazione si sarà già propagata al fronte successivo; 4. Il quarto argomento consiste in una specie di "paradosso": un suono più forte subisce delle compressioni di entità maggiore rispetto ad un suono più debole, quindi il suono più forte sprigiona una maggior quantità di calore e, di conseguenza, determina un incremento maggiore dell'elasticità dell'aria e, infine, una velocità maggiore di propagazione. Tuttavia, l'esperienza mostra che un suono forte e uno debole viaggiano alla stessa velocità. Il paradosso si risolve in realtà considerando che per un suono forte e uno debole cambia non solo l'elasticità, legata alla pressione, ma anche la densità: da qui deriva il quarto aspetto critico delle idee di Araldi.

Non solo fisica E' interessante fare anche alcune considerazioni più generali sull'articolo di Araldi. Studiandolo, emerge chiaramente come non si tratti di uno scritto di sola fisica, ma anche di storia della fisica. Infatti, l'autore fin da subito espone l'importanza e l'antica origine della tanto dibattuta questione, esponendo non solo le proprie idee a riguardo, ma ripercorrendo e riassumendo le linee essenziali dei diversi esperimenti effettuati e delle teorie elaborate in precedenza, per poi dare voce alla propria idea e ai propri dubbi. Come detto, ciò rende Araldi non solo un

Uno stile semplice, ma vario fisico, ma anche un abile comunicatore, dallo stile tutto sommato semplice e chiaro, per lo meno per l'epoca. In effetti, dalla lettura emerge comunque quel modo di scrivere a tratti un po' ridondante e che talvolta lascia spazio a larghi periodi, anche moderatamente complessi, da un punto strettamente sintattico e non tanto concettuale. Si può inoltre notare un'attitudine altalenante tra la critica aperta ed esplicita e quella invece più velata. Per esempio, talvolta egli cita senza nominare direttamente alcuni autori, con un po' di reticenza, il che ne rende anche oscuri il riferimento e l'interpretazione, mentre altre volte non si lascia a mezze misure, anzi dirigendo critiche non così leggere a coloro che invece, secondo lui, di leggerezze ne hanno commesse eccome nelle loro teorie sul suono. Basti pensare, da un lato, all'ambiguo riferimento al "prode giovine Analista", forse Poisson, e dall'altro lato, all'invito esplicito rivolto a Biot e Laplace nel considerare i contributi del calore anche nelle dilatazioni, oltre a quelli delle compressioni. Tutto ciò rende l'autore un personaggio sicuro della propria idea, o per lo meno, della

propria posizione riguardo alla questione che viene analizzata. Pur essendo consapevole che possa essere in errore, Araldi non rinuncia ad esprimersi in questo senso e tutto ciò rende chiari il suo pensiero e il suo intento: egli appoggia l'idea base di Newton, grande scienziato che costruisce le sue idee partendo direttamente dalla Natura, pur riconoscendo in lui delle spiegazioni abbastanza frettolose sulla discrepanza. Inoltre, egli riassume il ragionamento dell'autore londinese, con il duplice scopo non solo di spiegarne la tesi, ma anche di difenderla dalle numerose critiche di oscurità e di paralogismo che le sono state mosse contro da non pochi personaggi.

Inoltre, appare quasi superfluo ricordare che le citazioni, salvo rarissimi casi, non sono mai fatte indicando precisamente l'articolo coinvolto, ma solo l'autore. Le uniche eccezioni consistono nel libro sulle corde elastiche di Giordano Riccati e la Meccanica Analitica di J. L. Lagrange, oltre ovviamente ai Principi di Newton. Per quanto riguarda invece tutti gli altri autori citati, è necessario districarsi tra le loro opere in materia e dedicarsi ad una attenta ricerca bibliografica, per risalire veramente alla pubblicazione citata. Possiamo quindi concludere che la bibliografia indicata da Araldi non è poi così chiara, anzi; questa non è però sicuramente una novità per un articolo scritto nell'Ottocento.

Particolarmente ad effetto è la parte finale dell'articolo, in cui Araldi insiste sulla differenza tra teoria ed esperimenti e di come la Natura sia "una specie d'immenso laboratorio", parole che in qualche modo potrebbero ricordare quel "grandissimo libro" costantemente aperto di cui parlava il grande Galileo, come se ciò potesse quindi trattarsi forse di un tributo implicito al grande scienziato¹, di cui Newton avrebbe raccolto l'eredità.

**Una bibliografia
non immediata**

**Una
considerazione
finale**

¹"La filosofia [della natura] è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto dinanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscere i caratteri ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi [sic] è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto", da *Il Saggiatore* (1623), in *Opere*, vol. VI, p. 232.

Conclusioni

*Ecco, io non avevo mai guardato dentro di me. Avevo paura.
Ma quando ho avuto il coraggio di farlo, ho capito che cosa non andava:
dovevo smetterla di desiderare che la vita fosse diversa.
Dovevo essere io a cambiare, una volta per tutte.
Senza la meditazione, non sarei giunto a questa consapevolezza.
Avrei continuato a soffrire senza saperne il motivo.*

Gianluca Gotto

In questo lavoro di tesi sono stati studiati i contributi di acustica nei primi dell'Ottocento presso l'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, una delle più antiche accademie scientifiche italiane tuttora esistenti, in attività fin dalla fine del Settecento. L'attenzione è stata rivolta in particolare alla delicata e assai dibattuta questione, nata a fine Seicento con I. Newton, della discrepanza riscontrata tra la velocità attesa del suono e quella invece misurata sperimentalmente: quest'ultima risulta di circa il 20 % maggiore di quella fornita dalla formula dello scienziato inglese, che per primo ha posto il problema.

Se è vero che esistono in letteratura diversi studi in storia della fisica riguardo all'argomento e come matematici e fisici l'abbiano affrontato, tuttavia non esistono lavori che indaghino la voce dell'Accademia bolognese all'interno del dibattito. La voce principale che si fa sentire è quella di Michele Araldi, scienziato versatile ed abile comunicatore, dall'ampia e varia formazione intellettuale. Attraverso il suo contributo specifico, è possibile comprendere il pensiero e la posizione bolognese di quel tempo all'interno del più ampio quadro europeo.

**Obiettivo
specifico**

**Stato dell'arte e
tema di ricerca**

Metodologia Il percorso è iniziato con una approfondita ricerca bibliografica tra le pubblicazioni storiche dell'Accademia e la loro classificazione e successiva selezione dell'articolo principale. Partendo da questo, si è poi ricostruito il contesto europeo analizzando gli articoli secondari citati da Araldi e sui quali egli fonda il proprio esame. Essi sono stati studiati sia con un occhio grande, per delinearne l'idea generale rispetto alla teoria ordinaria del suono e alla posizione presa rispetto a Newton, sia con un occhio piccolo, per individuare gli specifici riferimenti citati da Araldi. Questo ha permesso di studiare nel dettaglio il pensiero bolognese e inquadrarlo rispetto al contesto scientifico europeo dell'epoca, in particolare basato sulla decisiva svolta di Laplace relativamente al ruolo giocato dal calore durante la propagazione del suono, cioè il carattere adiabatico delle compressioni e dilatazioni dell'aria.

Risultati Dallo studio emergono la grande abilità di comunicatore e la versatilità scientifica di Araldi, oltre al suo desiderio di comprendere le motivazioni della discrepanza osservata e a fornire una propria idea a riguardo, fornendo prove sperimentali e/o argomenti personali a favore del proprio pensiero, essenzialmente in linea con la teoria proposta da Newton e le motivazioni addotte in seguito da Lambert. L'esame di Araldi costituisce di fatto un rifiuto della teoria proposta dagli scienziati francesi, Laplace e seguaci, in quanto egli ritiene che i propri argomenti siano sufficienti per smentirla. La sua trattazione non è tuttavia esente da passaggi delicati e criticità rispetto alla teoria ordinaria. In particolare, gli aspetti critici del ragionamento di Araldi nell'esaminare la teoria di Biot e Laplace si trovano nei quattro argomenti proposti: in primo luogo, dimentica l'importanza della rapidità con cui una trasformazione avviene, non distinguendo una adiabatica da una isoterma; in secondo luogo, non considera il contributo del lavoro di compressione introdotto dall'esterno; in terzo luogo, ritiene che compressioni e dilatazioni debbano compensarsi a vicenda in termini di calore e quindi che non possano aumentare la temperatura dell'aria, tuttavia dimentica che la rarefazione avviene dopo che l'impulso sonoro si è già propagato; infine, pone un paradosso relativamente alla velocità uguale di un suono debole e di uno forte, dimenticando tuttavia che anche la densità gioca un ruolo importante in ciò, oltre alla pressione

o all'elasticità, motivo per il quale il paradosso può essere facilmente risolto.

Nonostante la presenza di questi aspetti critici, l'esame di Araldi rappresenta un importante contributo di fisica acustica presso l'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, la quale dimostra così il suo interesse verso una delle questioni più calde di tutto il Settecento e l'Ottocento. Essa esprime così la sua voce in capitolo, affiancandosi alle altre realtà europee, prime fra tutte l'Accademia delle scienze di Parigi e quella di Berlino, rivendicando il suo ruolo di istituzione scientifica influente a livello internazionale.

Bibliografia e sitografia

- [1] Alembert J. (1751-1765). Article "Son" (physique). In *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers par une société de gens de lettres* (tome XV, pp. 343-345). Neufchastel: Briasson, David, Le Breton, Durand. From <https://gallica.bnf.fr/html/und/litteratures/les-classiques-de-la-litterature-lencyclopedie-ou-dictionnaire-raisonne-des-sciences?mode=desktop>
- [2] Alembert, J. (1747). Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration. In *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles-lettres de Berlin* (pp. 214-249). Berlino: Haude et Spener. From <https://play.google.com/books/reader?id=lJQDAAAAMAAJ&pg=GBS.PA214&hl=it>
- [3] Alembert, J. (1744). *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides: pour servir de suite au Traité de dynamique* (pp. 181-185). Parigi: David. From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k38052/f223.item>
- [4] Araldi, M. (1808). Esame di un articolo della teoria del suono. In *Memorie dell'Istituto Nazionale Italiano*, classe di fisica e matematica, tomo secondo, parte prima (p. 311-326). Bologna: Fratelli Masi e Compagno. From <https://www.biodiversitylibrary.org/item/30841#page/371/mode/1up>

- [5] Baskevitch, F. (2012). *Calculer la vitesse du son après Newton: le défi du jeune Euler*. hal-03806400. From <https://univ-montpellier3-paul-valery.hal.science/hal-03806400>
- [6] Baskevitch, F. (2008). *Les représentations de la propagation du son, d'Aristote à l'Encyclopédie*, thèse de doctorat en Histoire des Sciences et des Techniques, Univ.de Nantes. hal-0380640. From <https://theses.hal.science/tel-00423362>
- [7] Bernoulli, J. II (1728). *Meditationes de chordis vibrantibus*, in *Commentarii academiae scientiarum imperialis petropolitanae* (tome 3, pp. 13-28). San Pietroburgo: Petropoli Typis Academiae. From <https://www.biodiversitylibrary.org/item/38524#page/31/mode/lup>
- [8] Bernoulli, J. (1736). *Recherches physiques et géométriques sur la question: comment se fait la propagation de la lumière, proposée par l'Académie royale des sciences pour le sujet du prix de l'année 1736*. Parigi: Imprimerie royale. From https://preserver.beic.it/delivery/DeliveryManagerServlet?dps_pid=IE7282878
- [9] Berthollet, C.-L. (1803). *Essai de statique chimique* (Note V, pp. 245-247; Note XVIII pp. 522-523). Paris: Firmin Didot. From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k86239n/f254.item> & <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k86239n/f531.item>
- [10] Biot, J. B. (1802). *Sur la propagation du son*. In *Bulletin des sciences de la société philomatique* (pp. 116-118). Parigi: Fuchs. From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1053470h/f4.item>
- [11] Biot, J. B. (1802). *Sur la théorie du son*. In Delamétherie (Ed.), *Journal de physique, de chimie, d'histoire naturelle et des arts* (Vol. 55, pp. 173-182). Paris: Fuchs. From <https://www.biodiversitylibrary.org/item/29655#page/189/mode/lup> & <https://www.biodiversitylibrary.org/item/29655#page/189/mode/lup>

- [12] Biot, J. B. (1816). *Traité de Physique expérimentale et mathématique* (Livre seconde, de l'acoustique, pp. 1-31, 84-86). From https://books.google.it/books?id=xfgPAAAAQAAJ&pg=PA1&hl=it&source=gb_s_toc_r&cad=2#v=onepage&q&f=false
- [13] Cramer, G. (1722). *Dissertatio physico-mathematica de sono*. Ginevra: Cramer & Perachon.
- [14] Delany, M. E. (1977). Sound Propagation in the Atmosphere: A Historical Review. In *Acta Acustica united with Acustica* (Volume 38, Number 4, pp. 201-223(23)). Teddington: European Acoustics Association. From <https://www.ingentaconnect.com/content/dav/aaua/1977/00000038/00000004/art00004#>
- [15] Euler, L. (1738). *Dissertatio de igne*. Basilea: E. & J. R. Thurnisiorum. From <https://scholarlycommons.pacific.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1033&context=euler-works>
- [16] Euler, L. (1727). *Dissertatio physica de sono*. Basilea: E. & J. R. Thurnisiorum. From <https://scholarlycommons.pacific.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1001&context=euler-works>
- [17] Finn, B. S. (1964). *Laplace and the Speed of Sound*. Isis, Vol. 55, pp. 7-19. The University of Chicago Press on behalf of The History of Science Society. From <https://www.jstor.org/stable/227751>
- [18] Frankel, E. (1977). *J. B. Biot and the Mathematization of Experimental Physics in Napoleonic France*. Historical Studies in the Physical Sciences, Vol. 8, pp. 33-72 (40 pages). From <https://www.jstor.org/stable/27757367>
- [19] Gozza, P. (1984). La scienza musicale nel "Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia" (Modena 1773-1790). In W. Tega & R. Cremante (Ed.), *Scienza e letteratura nella cultura italiana del Settecento* (pp. 381-401). Bologna: Il

- Mulino. From https://drive.google.com/file/d/13dBdXEV55WDbHuT4bASeH_5VWIj3JVCV/view
- [20] Gozza, P. (1987). *Ad Rem Musicam Spectantia*. In W. Tega (Ed.), *Anatomie Accademiche II: L'enciclopedia scientifica dell'Accademia delle Scienze di Bologna* (pp. 205-223). Bologna: Il Mulino. From https://drive.google.com/file/d/1o27zGTyxNYRhuN-CT8U1VtEmFaM2tbk_/view
- [21] Gravesande, J. s' (1721). *Physices elementa mathematica, experimentis confirmata. Sive introductio ad philosophiam Newtonianam*. Leida: Petrum van der Aa & Balduinum Janssonium van der Aa. From <https://archive.org/details/GravesandePhysicesElementaMathematical>
- [22] Kuhn, T. S. (1958). *The Caloric Theory of Adiabatic Compression*. *Isis*, Vol. 49, No. 2, pp. 132-140 (9 pages). The University of Chicago Press on behalf of The History of Science Society. From <https://www.jstor.org/stable/226926>
- [23] Lagrange, J.-L.(1788). *Mécanique analytique* (Seconde Partie, pp. 487-512). Sceaux: J. Gabay. From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k290712/f501.item.r=mecanique%20analytique%20lagrange>
- [24] Lagrange, J.-L.(1759). *Recherches sur la nature et la propagation du son*. In *Miscellanea Taurinensia* (tomo I, pp. 39-46, 126-132). Parigi: Gauthier Villars. From http://sites.mathdoc.fr/cgi-bin/oeitem?id=OE_LAGRANGE__1_39_0
- [25] Lambert, J. H. (1768). *Sur la vitesse du son*. In *Histoire de L'Académie Royale des Sciences et des Belles Lettres de Berlin* (pp. 70-79). Berlino: Haude et Spener. From <https://ia800602.us.archive.org/6/items/berlin-histoire-1768-pub1770/berlin-histoire-1768-pub1770.pdf>

- [26] Laplace, P.-S. (1816). Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau. In Gay-Lussac & Arago (Ed.), *Annales de Chimie et de Physique* (Vol 3, pp. 238-241). Parigi: Crochard (1830). From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k65687125/f244.item>
- [27] Lindsay, H. (2006). A Brief History of the Speed of Sound. In *Factors Affecting Outdoor Sound Propagation*, Malcolm Hunt Associates, Wellington. From https://www.acoustics.org.nz/sites/www.acoustics.org.nz/files/journal/pdfs/Hannah,_L_NZA2006.pdf
- [28] Mazzoldi P., Nigro M., Voci C. (1991). *Fisica. Volume I. Meccanica e termodinamica*. (pp. 319-322, 2nd Ed., 1998). Napoli: EdiSES.
- [29] Newton, I. (1687). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Liber Secundus, Sect. VIII, pp. 354-372). Londra. From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3363w/f364.item.r=isaac+newton.langFR>
- [30] Newton, I. (1726). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 3rd ed., (Liber Secundus, Sect. VIII, pp. 357-374). Londra: Guil. & Joh. Innys. From <https://archive.org/details/IsaacoNewtonoAuctorePrincipiaMathematicaRdz/page/n392/mode/1up>
- [31] Newton, I. (1846). The Mathematical Principles of Natural Philosophy. In Andrew Motte (Ed. and Trans.), *Newton's Principia* (Vol. 2, pp. 356-370). New York: Daniel Adee. (Original work published 1687). From https://redlightrobber.com/red/links_pdf/Isaac-Newton-Principia-English-1846.pdf
- [32] Poisson, S.-D. (1807). Mémoire sur la théorie du son. In *Journal de l'École polytechnique* (Vol. 7, cahier 14, pp. 319-392). Paris: Imprimerie impériale (1808). From <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k433670m/f321.item>

- [33] Poisson, S.-D. (1823). Sur la vitesse du son. In Gay-Lussac & Arago (Ed.), *Annales de Chimie et de Physique* (Vol. 23, pp. 5-16). Parigi: Crochard. From https://books.google.it/books/about/Annales_de_chimie_et_de_physique.html?id=3E1uo1TE-nAC&hl=en&output=html_text&redir_esc=y
- [34] Riccati, G. (1777). Lettera del Sig. Co. Giordano Riccati al Sig. Arcip. Giambattista Nicolai Professore di Analisi nella Università di Padova, in cui nuovamente si difende dalla nota di petizion di principio la formola, colla quale il Cav. Newton determina la velocità della propagazione del suono per l'aria. In *Nuovo giornale dei letterati d'Italia*, tomo XII (pp. 320-325). Modena: Società Tipografica. From <http://digitale.bnc.roma.sbn.it/tacadigitale/giornale/NAP0204034/1777/T.12/00000338>
- [35] Stratico, S. (1815). Tentativo per determinare la cagione fisica della differenza delle voci unisone e della varia sensazione che esse producono. In *Memorie dell'Imperial Regio Istituto del Regno Lombardo-Veneto* (Volume secondo, p. 171-218). Milano (1821): Imp. Regia Stamperia. From <https://www.biodiversitylibrary.org/item/31805#page/247/mode/1up>
- [36] Uttini, G. (1806). Descrizione di uno strumento acustico. In *Memorie dell'Istituto Nazionale Italiano*, classe di fisica e matematica, tomo secondo, parte prima (p. 227-240). Bologna (1808): Fratelli Masi e Compagno. From <https://www.biodiversitylibrary.org/item/30841#page/277/mode/1up>
- [37] Zini, M. (2011). *Tre secoli di scienza. Lineamenti della storia dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna attraverso gli studi e le vicende dei suoi membri più celebri*. Bologna: Bononia University Press.
- [38] Sito dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna (<https://site.unibo.it/accademiascienzebologna/it>)

- [39] Sito dell'Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani, Dizionario Biografico degli Italiani - Volume 3 (1961) ([https://www.treccani.it/enciclopedia/michele-araldi_\(Dizionario-Biografico\)/](https://www.treccani.it/enciclopedia/michele-araldi_(Dizionario-Biografico)/))
- [40] Sito della Biblioteca Nazionale Centrale di Roma: archivio digitale (<http://digitale.bnc.roma.sbn.it/>)
- [41] Sito della Biblioteca Digitale della University of Cambridge: Cambridge Digital Library (<https://cudl.lib.cam.ac.uk/>)
- [42] Sito dell'Internet Archive (<https://archive.org/>)
- [43] Sito della Biodiversity Library (<https://www.biodiversitylibrary.org/>)

Appendice I

Propagazione di onde in un gas

Si riporta di seguito la teoria di propagazione delle onde in un gas, anche al fine di ricavare la formula per la velocità di propagazione del suono nell'aria oggi. La seguente dimostrazione è tratta da [28].

Un gas è un sistema con notevoli proprietà elastiche. E' quindi naturale che come una perturbazione elastica si propaga in una sbarra solida, così si debba propagare in un gas. La velocità di propagazione nella sbarra è data da:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.1)$$

la quale evidenzia la dipendenza del fenomeno dalla proprietà elastica del materiale, descritta dal modulo di Young E , e dalla densità ρ , cioè dalla massa per unità di volume, come è prevedibile trattandosi pur sempre del moto di particelle con una certa massa a cui è stata applicata la legge di Newton. Per un gas ci attendiamo

$$v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$

essendo β il modulo di compressibilità (adiabatico o isoterma).

Per verificare che anche in un gas si ha un fenomeno di propagazione regolato da un'equazione tipo

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (4.2)$$

consideriamo una massa di gas contenuta in un lungo tubo a pareti rigide, disposto lungo l'asse x , e indichiamo con ρ_0 e p_0 i valori di equilibrio della densità e della

pressione. Con il rapido spostamento di un pistone o di una membrana elastica si comprime il volumetto di gas immediatamente adiacente alla sorgente della perturbazione, producendo una variazione locale $d\rho$ della densità e dp della pressione; la variazione di pressione determina un movimento del gas che comporta la compressione dell'elemento di gas contiguo. In tal modo le perturbazioni $d\rho$ e dp vengono trasmesse da un elemento al successivo; la descrizione matematica di questo meccanismo ci porterà all'equazione tipica della propagazione.

Supponiamo che le variazioni di densità e pressione siano piccole: i rispettivi valori modificati si scrivono allora

$$\rho = \rho_0 + d\rho \quad , \quad p = p_0 + dp \quad ;$$

inoltre siano piccoli gli spostamenti dalla posizione di equilibrio, indicati dalla funzione $s(x, t)$, così come la derivata di questa funzione rispetto a x , $\partial s / \partial x$.

Consideriamo una massa di gas contenuta tra due piani perpendicolari all'asse x , intersecanti l'asse nei punti di coordinate x e $x + dx$: assumendo unitaria la sezione del cilindro la massa di gas è $dm = \rho_0 dx$. A seguito della perturbazione dm subisce uno spostamento e la troviamo, in un istante t immediatamente successivo, tra

$$x + s(x, t) \quad e \quad x + dx + s(x + dx, t) \quad ,$$

così che la dimensione lineare di dm passa da dx a

$$dx + s(x + dx, t) - s(x, t) = dx + \frac{\partial s}{\partial x} dx$$

La situazione geometrica è quella descritta dalla figura 4.1.

La stessa massa occupa pertanto un volume diverso e la sua densità è cambiata da ρ_0 a $\rho_0 + d\rho$. Quindi

$$dm = (\rho_0 + d\rho) \left(dx + \frac{\partial s}{\partial x} dx \right) = \left(\rho_0 + \rho_0 \frac{\partial s}{\partial x} + d\rho + d\rho \frac{\partial s}{\partial x} \right) dx \quad .$$

Trascuriamo nel terzo membro il quarto termine rispetto ai primi tre in quanto infinitesimo di ordine superiore ed eguagliamo a $dm = \rho_0 dx$; otteniamo

$$d\rho = \rho - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\partial s}{\partial x} \quad (4.3)$$

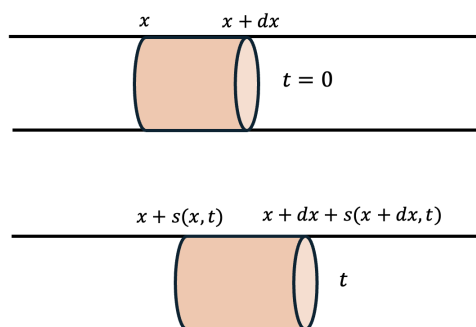


Figura 4.1. Variazione della posizione e dimensione di un volumetto di gas soggetto ad una perturbazione.

che rappresenta il collegamento tra moto del gas e variazione di densità. Il segno meno indica correttamente che se il volumetto è compresso ($\partial s/\partial x < 0$) la densità aumenta ($d\rho > 0$), mentre se il gas si espande la densità diminuisce.

A una variazione di densità corrisponde una variazione di pressione data da

$$\beta = \rho \frac{dp}{d\rho}$$

che riscriviamo:

$$dp = p - p_0 = \frac{\beta}{\rho_0} d\rho$$

e utilizzando (4.3) otteniamo

$$p = p_0 - \beta \frac{\partial s}{\partial x} \quad (4.4)$$

La variazione di pressione causa un movimento del gas: la forza risultante che agisce su dm (ricordiamo che la sezione è unitaria) vale

$$p(x, t) - p(x + dx, t) = - \frac{\partial p}{\partial x} dx = \beta \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} dx$$

avendo introdotto (4.4); questa forza provoca l'accelerazione $\partial^2 s/\partial t^2$ secondo la legge del moto

$$\beta \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} dx = dm \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \rho_0 dx \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

e in conclusione

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{\beta}{\rho_0} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} . \quad (4.5)$$

Lo spostamento $s(x, t)$ dalla posizione di equilibrio soddisfa l'equazione (4.2) delle onde piane: lungo la colonna di gas si propaga un'onda di spostamento con velocità data da

$$v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_0}} . \quad (4.6)$$

Dalla (4.4) derivando rispetto alla posizione x e rispetto al tempo t si ottiene

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} ,$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\beta \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial s}{\partial x} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} ,$$

$$\implies \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\beta}{\rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} .$$

In modo analogo, derivando la densità ρ data dalla (4.3), si ottiene

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\beta}{\rho_0} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} . \quad (4.7)$$

Lungo la colonna di gas si propagano anche un'onda di pressione e una perturbazione della densità del gas, tutte con la stessa velocità data da (4.6).

La rapidità con cui avviene il fenomeno induce a ritenere adiabatici i processi di compressione e di espansione del gas, per cui il modulo di compressibilità è quello adiabatico $\beta_s = \gamma p$ (dove γ è il rapporto tra i calori specifici a pressione costante e volume costante) e la velocità (4.6) ha l'espressione

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} . \quad (4.8)$$

Nelle cosiddette condizioni standard ($T = 273.15$ K, $p = 1.01325 \cdot 10^5$ Pa) la densità dell'aria vale $\rho = 1.29$ Kg/m³; con $\gamma = 1.4$, $v = 331.61$ m/s; il valore misurato in queste condizioni è 331.45 m/s. L'ottimo accordo giustifica le ipotesi fatte di perturbazioni di piccolo valore e con un'alta velocità di propagazione, sostanzialmente adiabatiche.

In un gas ideale la pressione e la densità sono legate alla temperatura dall'equazione $p/\rho = RT/A$ dove R è la costante dei gas e A la massa molecolare. Introducendo questa espressione nella (4.8) si ottiene infine

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{A}} = \alpha \sqrt{T} \quad , \quad (4.9)$$

che dà la dipendenza della velocità di propagazione di un gas ideale dalla temperatura.

I valori della velocità di propagazione di un'onda elastica in alcuni gas (ideali) alla temperatura $T = 300$ K sono riportati nella tabella (4.1). L'unità di misura della costante α è $\text{ms}^{-1}\text{K}^{-1/2}$. α

Tabella 4.1. Velocità di propagazione di un'onda elastica nei gas a 300 K.

gas	α	v (m/s)
idrogeno	76.288	1321
elio	58.857	1019
azoto	20.389	353
ossigeno	19.072	330

È attraverso il meccanismo ora descritto che avviene la propagazione del suono nei gas, in particolare nell'aria, anche se il fenomeno va trattato tridimensionalmente. Dai dati precedenti si ricava nell'aria $\alpha = 20.055 \text{ ms}^{-1}\text{K}^{-1/2}$ e quindi la velocità del suono nell'aria a 20°C è ~ 343 m/s.

Nel caso della voce, la perturbazione che genera il suono è prodotta da vibrazioni rapide della laringe, che agisce come una lamina vibrante. La sensazione sonora ha origine sul timpano, che è anch'esso una membrana elastica e segue i processi rapidi di vibrazione dell'aria. Ci rendiamo conto che nell'onda sonora, come in qualsiasi onda elastica, c'è trasporto di energia e quantità di moto, visto che essa è capace di fare entrare in vibrazione un corpo materiale come il timpano. Il valore minimo dell'ampiezza delle oscillazioni delle molecole del gas che l'orecchio è capace di percepire è dell'ordine di 10^{-10} m, cioè delle dimensioni atomiche, a cui corrisponde una variazione di pressione di 10^{-4} Pa rispetto alla pressione atmosferica, cioè $\Delta p/p = 10^{-9}$.

Appendice II

Testi originali delle citazioni

Si riportano in questa Appendice i testi originali che sono stati tradotti dal latino o dal francese. Per le traduzioni dal latino (Newton ed Euler), si è proceduto aiutandosi con altre traduzioni dall'inglese o dal francese, quindi già effettuate dal latino da altri autori, come esplicitamente indicato nel corpo della tesi. Le traduzioni dal francese (Bernoulli, d'Alembert, Lagrange, Lambert, Biot, Berthollet, Poisson e Laplace) sono invece opera dello scrivente.

Newton, § sezione 2.1

- 1 Si aqua in canalis erectis KL, MN vicibus alternis ascendat & descendat; construator autem pendulum cujus longitudo inter punctum suspensionis & centrum oscillationis auetur semissi longitudinis aquae in canali: dico quod aqua ascendet & descendet iisdem temporibus quibus pendulum oscillatur.
- 2 Pulsibus per fluidum propagatis, singulae fluidi particulae, motu reciproco brevissimo euntes & redeuntes, accelerantur semper & retardantur pro lege oscillantis penduli.
- 3 Pulsuum in fluido elastico propagatorum velocitates sunt in ratione composita ex subduplicata ratione vis elasticae directe & subduplicata ratione densitatis inverse [...].
- 4 [...] Caeterum in hoc computo nulla habetur ratio crassitudinis solidarum particularum aëris, per quam sonus utique propagatur in instanti. [...] diameter particulae aëris erit ad intervallum inter centra particularum, ut 1 ad 9

vel 10 circiter [...] Proinde ad pedes 979 [...] addere licet pedes $\frac{979}{9}$ seu 109 circiter, ob crassitudinem particularum aëris: & sic sonus tempore minuti unius secundi conficiet pedes 1088 circiter.

- 5 [...] Ut si atmosphaera constet ex decem partibus aëris veri & una parte vaporum, [...] sonus, tempore minuti unius secundi, conficiet pedes 1142.
- 6 [...] Constata autem per experimenta quod soni tempore minuti unius secundi eundo conficiunt pedes *Londinenses* plus minus 1142, *Parisienses* vero 1070.

Euler, § sezione 2.3

- 7 2. Antequam autem ipsius soni tractationem aggrediar, quaedam de aëre, utpote soni subjecto praemittenda sunt. Aërem concipio constantem ex globulis infinite parvis, compressis ab incumbente pondere athmosphaerico, & tanto gaudentibus elaterio, ut semotâ vi comprimente, sese queant in statum naturalem restituere.
- 8 Cum itaque pondus aëris superioris inferiorem comprimat, prohibeatque, ne globuli aërei extendatur, vis globulorum aëreorum elastica aequatur ponderi athmosphaerae.
- 9 3. Si concipiamus in serie globulorum aëreorum unum reliquis magis compressum, ille sui juris factus dilatabitur, globulos circumjectos quaquaversus impellendi ac compressionem in illos effundendo, qui ulteriùs alios impellent, ut globuli procul dissiti aliquantillum compressionem sentiant. Atque hac ratione sonus in alia loca transfertur.
- 10 [...] Iste autem tremor globulorum aëris in instante cessare debet ob globulorum infinite exiguam magnitudinem, & inde dependens infinite breve unius oscillationis tempus, edendae igitur essent ab huiusmodi globulo tempore finito oscillationes seu undulationes innumerae, quod vero ob motus cujusvis globuli continuam diminutionem fieri nequit. Quum autem ad

sensum in nobis excitandum tempus requiratur finitum, in isto aëris motu tremulo sonus consistere nequit.

- [11] 4. Tum demùm oritur sonus, cum idem globulus a vi aliena, intervallis interpositis finitis crebriores patitur compressiones, reuiritur scilicet ad sonum, excitandum, ut idem globulus alternatim contrahatur atque relaxetur, verum tempora harum oscillationum non infinite parva esse debent, sed finita, ut numerus vibrationum seu oscillationum illarum dato tempore determinari queat; numerum scilicet pulsuum in auris organum dato tempore finito illidentium tantus esse debet, ut numeris exprimi possit.
- [12] 14. Si ista cum experientia conferatur, egregie cum ea consentire reperientur, id quod meam methodum confirmabit. Observarunt enim Famstedius atque Derhamius accuratissime institutis experimentis, sonum tempore minuti fecundi percurrere 1108 pedes, qui numerus fere medium tenet inter limites inventos. Si jam consideremus, quae Neutonus hac de re habet Phil. Lib. II Sectiones VIII. Invenit ille pro distantia, quam sonus minuto secundo percurrit (ad nostrum loquendi mosum ejus ratiocinio reducto) scrup. Rhemani $\frac{p}{d} \cdot \sqrt{3166 \cdot nk}$ denotante $d : p$ rationem diametri ad peripheriam, i. e. quam proxime 7 : 22. Est itaque ejus expressio nostra minor, si quidem Neutonus $\sqrt{3166 \cdot nk}$ ducat in $3\frac{1}{7}$, ego autem loco hujus numeri adhibeam 4.
- [13] 15. [...] quod autem ad confirmationem methodi affert, tribuendo istam discrepantiam impuritati aëris, mera est tergiversatio. Utcumque animaër vaporibus sit infectus, vis ejus elastica aequalis semper est ponderi atmosphaerico, pondusque aëris inde ad sensum quoque non mutatur. His vero obtinentibus, soni celeritas inde mutationem ullam perpeti non potest. Nec magnitudo molecularum aërearum quicquam ad rem facit.

Bernoulli, § sottosezione 2.4.1

14

XLIX.

Explication analytique de la nature & du mouvement des Fibres lumineuses
& des Fibres sonores.

[...] La propagation de la Lumière & celle du Son ont une si grande affinité entr'elles, comme je l'ai déjà dit, que l'on peut fort commodément & avec utilité traiter les deux matières en même temps.

[...] Dans l'essentiel, ces deux sortes de fibres ont la même nature, car les unes & les autres demandent un milieu élastique, toujours dans un état de compressions.

15

L.

[...] [l'air] a son élasticité, mais d'un degré incomparablement moindre que celle de l'éther, & au lieu que celui-ci doit mettre en agitation des corpuscules solides aussi extrêmement petits, ce qui aide à augmenter la vitesse des fibres lumineuses trémoussantes.

[...] On voit encore de-là pourquoi les rayons de lumière vont toujours en ligne droite, parce que les corpuscules solides sont incompressibles, & ne peuvent ainsi s'étendre sur les deux côtés de leur direction.

16

LXX.

Nous allons faire voir avec quelle précision notre expression si courte & si aisée $p\sqrt{D \times A}$ s'accorde avec l'expérience que l'on a faite sur la vitesse du son; je me servirai des mêmes suppositions de M. Newton.

[...] On aura $p\sqrt{D \times A} = \frac{93384 \times \sqrt{39\frac{1}{5} \times 356700}}{29725}$ pouces, pour la longueur du chemin que le son parcourt dans une seconde de temps; le calcul étant fait actuellement, on trouve, à fort peu près, 11747 $\frac{1}{2}$ pouces = 979 pieds d'Angleterre moins un demi-pouce, ce qui est conforme à ce qu'a trouvé M. Newton.

- [17] [...] quoique je ne sache pas si ce n'est pas peut-être une voie fort indirecte qui l'y a conduit: car, pour avouer la vérité, son long raisonnement dans les propositions 47, 48, 49, qui précèdent ce scholie même, me paraît si obscur et si perplexe, que je ne puis pas me vanter de le bien entendre, surtout comme il raisonne dans la prop. 47 où il paraît difficile de démêler ce qu'il suppose d'avec ce qu'il veut prouver.
- [18] Mais on voit bien par notre théorie que les diamètres de ces particules solides ne peuvent être censés qu'incomparablement petits à l'égard de leurs interstices; vu que s'ils occupaient toute l'étendue d'une vibration, ils n'entreraient point encore en comparaison avec leurs distances. [...] C'est donc une autre raison plus essentielle qui fait trouver la propagation du son un peu moins vite qu'elle n'est en effet: c'est que l'on suppose dans la théorie, que la fibre, tant la sonore que la lumineuse, et toute la suite des secondaires, qui font le rayon, ne sont qu'une simple ligne droite partant du centre à la circonférence de la sphère d'activité, au lieu que véritablement ces fibres ou ces rayons sont de petits cônes infiniment aigus qui ont leurs pointes ou leurs sommets dans leur milieu.

d'Alembert, § sottosezione 2.4.2

- [19] Ce seroit ici le lieu de donner des Méthodes pour déterminer la vitesse du son: mais j'avoue que je ne suis point encore parvenu à trouver sur ce sujet rien qui pût me satisfaire. Je ne connois jusqu'à présent que deux Auteurs qui ayent donné des formules pour la vitesse du son, savoir M. Newton dans les Principes, & M. Euler dans la Dissertation sur le feu, qui a partagé le prix de l'Académie en 1738. La formule donnée par M. Euler sans démonstration, est fort différente de celle de M. Newton, & j'ignore quel chemin l'y a conduit. À l'égard de la formule de M. Newton, elle est démontrée dans les Principes, mais c'est peut-être l'endroit le plus obscur & le plus difficile de cet Ouvrage. M. Jean Bernoulli le fils, dans la pièce sur la lumière qui a

remporté le prix de l'Académie en 1736, dit qu'il n'oseroit se flatter d'entendre cet endroit des Principes: aussi nous donne-t'il dans la même pièce une Méthode plus facile & plus aisée à suivre que celle de M. Newton, & par le moyen de laquelle il arrive à la même formule qu'a donnée ce grand Geomètre.

- 20 Comme M. Newton et M. Bernoulli sont arrivés tous les deux à la même formule, je ne crois pas devoir examiner ici ce que leur Théorie pourrait avoir de commun ou de différent. J'observerai seulement que M. Newton suppose, comme M. Bernoulli, qu'il s'engendre une nouvelle fibre égale à la première lorsque cette première a achevé une vibration entière; mais j'avoue qu'il ne me paraît pas non plus avoir expliqué clairement comment une première fibre en forme une seconde égale à la première, et comment le nombre de fibres est égal au nombre de vibrations totales que fait ou que feroit la première fibre pendant les temps que ces fibres nouvelles se forment.

21 REMARQUE VII.

XLVI. Si on supposait que la corde fît des vibrations longitudinales, au lieu de les faire perpendiculairement à sa longueur, alors imaginant que y fût l'espace décrit par un point quelconque, on aurait la même équation que ci-dessus [...] entre y et s . Par là on pourrait calculer la vitesse du son d'une manière beaucoup plus générale, qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

- 22 Un auteur qui a écrit depuis sur cette matière, prétend qu'on peut faire contre la théorie de MM. Newton et Bernoulli, une objection considérable; savoir, que ces deux auteurs supposent que le son se transmet par des fibres longitudinales vibrantes, qui se forment successivement, et qui sont toujours égales entre elles; or cette hypothèse n'est point démontrée, et ne paraît point même appuyée sur des preuves solides.
- 23 Le célèbre M. Newton a donné à la fin du second livre de ses Principes, une théorie très ingénieuse et très savante des vibrations de l'air, et par consé-

quent de la vitesse du son. Sa théorie est trop compliquée et trop géométrique pour être rendue ici; nous nous contenterons de dire qu'il trouve la vitesse du son par son calcul, à peu près la même que l'expérience la donne. Cet endroit des Principes de M. Newton, est peut-être le plus difficile et le plus obscur de tout l'ouvrage.

Lagrange, § sezione 2.5

- [24] Newton, qui a entrepris le premier de soumettre les fluides au calcul, a aussi fait sur le son les premières recherches, et il est parvenu à en déterminer la vitesse par une formule qui ne s'éloigne pas beaucoup de l'expérience. Mais si cette théorie a pu contenter les Physiciens, dont la plupart l'ont adoptée, il n'en est pas de même des Géomètres qui, en étudiant les démonstrations sur lesquelles elle est appuyée, n'y ont pas trouvé ce degré de solidité et d'évidence qui caractérise d'ailleurs le reste de ses Ouvrages. Cependant aucun, que je sache, ne s'est jamais attaché à découvrir et à faire connaître les principes qui peuvent les rendre insuffisantes; encore moins a-t-on entrepris de leur en substituer de plus sûrs et de plus rigoureux.
- [25] J'ai donc cru qu'il était nécessaire de reprendre toute la question dans ses fondements et de la traiter comme un sujet entièrement nouveau, sans rien emprunter de ceux qui peuvent y avoir travaillé jusqu'à présent.
- [26] J'ai donc commencé par étudier avec toute l'attention dont j'ai été capable les propositions de M. Newton dont il s'agit, et j'ai trouvé en effet qu'elles sont fondées sur des suppositions incompatibles entre elles, et qui portent nécessairement à faux.
- [27] La vitesse avec laquelle se fait cette communication est déterminée par la même formule que M. Newton avait déjà donnée pour la vitesse du son, et dont les résultats se trouvent assez conformes à l'expérience.

- 28 Je suis bien éloigné de croire qu'elle contienne une théorie complète sur la nature et la propagation du son; mais ce sera du moins avoir contribué à l'avancement des Sciences physico-mathématiques, [...] et l'accord de mes résultats avec l'expérience servira peut-être à détruire les préjugés de ceux qui semblent désespérer que les Mathématiques ne puissent jamais porter de vraies lumières dans la Physique.
- 29 [...] ces mouvements dans chaque particule seront instantanés et se communiqueront toujours avec une même vitesse, quelle que soit l'impulsion que la première particule ait reçue, d'où dépend la force ou la faiblesse du son.
- 30 Donc, puisque dans les cordes de musique la durée de leurs vibrations ne dépend que de leur nature, et nullement des ébranlements extérieurs, on a la raison pour laquelle chaque corde rend généralement toujours le même ton, quelle que soit la manière avec laquelle on la mette d'abord en vibration, ce ton ne dépendant que de la grosseur, de la longueur et de la tension de la corde, comme on le savait déjà d'après la seule expérience.
- 31 [...] la formule que nous venons de trouver est la même qui avait déjà été donnée par MM. Newton et Bernoulli, et dont les résultats se trouvent assez conformes à la vérité, quoique ces deux Auteurs l'aient tirée de principes insuffisants et même fautifs, comme on l'a fait voir au commencement de cette pièce.
- 32 Les résultats de cette formule étant assez connus, je ne cois pas devoir m'arrêter à les examiner. On sait effectivement qu'elle ne donne que 979 pieds pour chaque seconde, au lieu que les expériences moyennes donnent un espace de 1142. Cette différence, quoique assez grande en elle-même, ne monte néanmoins qu'environ à $\frac{1}{10}$ de l'espace total. [...] au reste il ne doit pas être étonnant que la théorie diffère tant soit peu de l'expérience [...] car on sait que les expériences toujours assez compliquées ne peuvent jamais fournir des données simples et débarrassées de conditions étrangères, telles que l'analyse pure les demanderait.

[33] Mais comme cet Auteur n'a pas laissé voir l'analyse qui l'a conduit à ce résultat, nous ne pouvons porter aucun jugement là-dessus. [...] ce qui peut servir, pour le dire en passant, à faire voir de combien notre théorie doit être préférable, malgré son inexactitude sur ce point.

[34] *AVERTISSEMENT*

On a déjà plusieurs Traités de Méchanique, mais le plan de celui-ci est entièrement neuf. Je me suis proposé de réduire la théorie de cette Science, & l'art de résoudre les problèmes qui s'y rapportent, à des formules générales, dont le simple développement donne toutes les équations nécessaires pour la solution de chaque problème. [...] On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière & uniforme. Ceux qui aiment l'Analyse, verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche, & me sauront gré d'en avoir étendu ainsi le domaine.

[35] 36. [...] la vraie théorie des ondes formées par les élévations, & les abaissemens successifs, & infiniment petits d'une eau stagnante & contenue dans un canal ou bassin peu profond. La théorie des ondes que Newton a donnée dans la propositions quarante-sixième du second Livre, étant fondée sur la supposition précaire & peu naturelle, que les oscillations verticales des ondes, soient analogues à celles de l'eau dans un tuyau recourbé, doit être regardée comme absolument insuffisante pour expliquer ce problème.

[36] 37. [...] ce qui établit une parfaite analogie entre les ondes formées à la surface d'une eau tranquille par les élévations, & les abaissemens successifs de l'eau, & les ondes formées dans l'air, par les condensations & raréfactions successives de l'air, analogie que plusieurs Auteurs avoient déjà supposée, mais que personne jusqu'ici n'avoit encore rigoureusement démontrée.

[37] 2. Dans les fluides compressibles, la densité Δ est toujours donnée par une fonction connue de ϵ, x, y, z, t , dépendante de la loi de l'élasticité du fluide,

& de celle de la chaleur qui est supposée regner à chaque instant, dans tous les points de l'espace.

- 38 6. En faisant abstraction de la chaleur, & des autres circonstances qui peuvent faire varier l'élasticité indépendamment de la densité, la valeur de l'élasticité ϵ sera donnée par une fonction de la densité Δ .
- 39 14. Considérons maintenant une ligne sonore d'une longueur indéfinie, qui ne soit ébranlée au commencement, que dans une très-petite étendue, on aura le cas des agitations de l'air produites par les corps sonores. Supposons donc que les agitations initiales ne s'étendent que depuis $x = 0$, jusqu'à $x = a$, a étant une quantité très-petite. [...] La vitesse de la propagation de ces fibres sera exprimée par le coefficient \sqrt{gh} ; elle sera par conséquent constante & indépendante du mouvement primitif; ce que l'expérience confirme, puisque tous les sons forts ou foibles paroissent se propager avec une vitesse sensiblement égale.
- 40 15. En supposant avec la plupart des Physiciens, l'air 850 fois plus léger que l'eau, & l'eau 14 fois plus légère que mercure, on a 1 à 11900 pour le rapport du poids spécifique de l'air à celui du mercure. Or prenant la hauteur moyenne du baromètre de 28 pouces de France, il vient 333200 pouces, ou $27766\frac{2}{3}$ pieds pour la hauteur h d'une colonne d'air uniformément dense & faisant équilibre à la colonne de mercure dans le baromètre. Donc la vitesse du son sera due à une hauteur de $13883\frac{1}{3}$ pieds, & sera par conséquent de 915 par seconde. L'expérience donne environ 1088; ce qui fait une différence de près d'un sixieme; mais cette différence ne peut être attribuée qu'à l'incertitude des résultats fournis par l'expérience. Sur quoi voyez sur-tout un Mémoire de feu M. Lambert, parmi ceux de l'Académie de Berlin, pour 1768.

Lambert, § sezione 2.6

- [41] Il arrive quelquefois qu'une théorie très bonne en elle-même differe des résultats de l'expérience, uniquement parce que les expériences sont mal faites ou que la théorie y est mal appliquée. La théorie de la vitesse du son nous en présente un exemple remarquable & qui mérite d'être mis dans tout son jour.
- [42] Le moyen de se tirer de cet embarras, sans faire quelque nouveau faux-pas? Quant à moi j'en infere sans balancer, que, tandis que les expériences sont bien faites, & que la théorie est très bonne, il faut nécessairement qu'elle ait été mal appliquée, ou que dans l'application qu'on en a faire, quelques circonstances n'ayent point répondu aux conditions que présuppose la théorie. Et c'est ce que je me propose de faire voir avec toute l'évidence requise.
- [43] [...] l'air étoit 11900 fois plus leger que le vif argent. Ce nombre étant multiplé par la hauteur du barometre, que nous supposerons de 28 pouces mesure de Paris, donne 333200 pouces ou $27766\frac{2}{3}$ pieds pour la hauteur de l'atmosphere supposée également dense. La moitié de ce nombre, qui est $13883\frac{1}{3}$, est la hauteur par laquelle un corps doit tomber pour aquérir une vitesse égale à celle du son. Cette vitesse se trouve être de 915 pieds.
- [44] Or je dis que ces données ne sont pas celles que la théorie exige & présuppose. Car d'abord il est clair que toute cette théorie est fondée sur la condition, que *l'air soit pur & uniformement elastique*. Il faut qu'il soit pur, non parce que les particules hétérogenes accélèrent la vitesse du son, car nous avons déjà vu qu'il n'en résulte aucun effet perceptible; mais il faut qu'il soit pur, pour qu'on puisse déterminer la densité & la trouver exactement telle que la théorie la présuppose.
- [45] [l'air] sera plus rempli de vapeurs & d'autres parties hétérogenes. Comme toutes ces parties sont plusieurs centaines de fois plus pesantes que l'air,

[...] Le poids & la densité de ce mélange augmentera sans contredit, mais ce que j'appelle la densité de l'air pur & son élasticité, restera la même.

- 46 Mais comme l'atmosphère est toujours chargée de vapeurs & d'autres particules étrangères, nous ne pouvons pas nous servir de ce moyen pour trouver cette hauteur. Au contraire il est très possible de la trouver moyennant la vitesse du son, ce qui servira en même temps pour faire une supposition de la quantité moyenne des vapeurs & des particules étrangères dont l'air est chargé à la surface de la mer. Cette vitesse a été trouvée en Angleterre par Mrs. Halley, Flamsteed & Derham de 1080 pieds de Paris, & en France en 1739 de 1040 pieds de Paris.

Biot, § sottosezione 2.8.1

- 47 La première idée de cette liaison est due au C. Laplace, et c'est sur son invitation que le C. Biot a entrepris les recherches dont nous venons de donner un extrait.
- 48 Le cit. Laplace m'ayant engagé à examiner l'influence que pourroient avoir sur la vitesse du son les variations de température qui accompagnent les dilatations et les condensations de l'air, et à chercher, s'il seroit possible de concilier par cette considération l'expérience et le calcul, j'ai fait sur ce sujet, et d'après ces données, les recherches que je vais soumettre à l'Institut.
- 49 [...] il [Newton] pense qu'on doit ajouter l'espace qu'elles [les molécules d'air] occupent à celui que donne le calcul [...] Mais il n'est pas difficile de voir que cette correction est fondée sur des hypothèses bien précaires. [...] Il est extrêmement douteux aujourd'hui que l'air doive son élasticité à la nature et au diamètre de ses particules, plutôt qu'au calorique dans lequel il est dissous.

- [50] Newton a indiqué comme une autre cause, mais d'une moindre influence, l'interposition des vapeurs suspendues dans l'air. Il les regarde comme ne participant point au mouvement de ce fluide par lequel le son est propagé. [...] mais cette cause qui est au moins aussi hypothétique que la précédente, seroit loin d'être suffisante pour expliquer à elle seule l'écart de la théorie. [...] Je me suis arrêté à combattre l'explication de Newton, parce qu'elle me semble contraire aux découvertes chimiques faites dans ces derniers temps.
- [51] Quelques fortes que me paroissent les preuves que j'ai apportées, je ne les propose cependant qu'avec défiance. Quand on croit découvrir une erreur dans les ouvrages d'un si grand homme et d'un si sage observateur de la nature, il faut longtemps douter et examiner, de peur de se tromper soi-même.
- [52] Il [Lambert] combat les diverses hypothèses à l'aide desquelles on avoit essayé d'accorder la théorie et l'expérience, mais il en propose ensuite une autre qui n'est pas plus admissible. Il regarde l'air atmosphérique comme chargé d'une quantité plus ou moins considérable de vapeurs et d'autres matières hétérogènes beaucoup plus pesantes que l'air lui-même [...] mais sans élasticité [...] sans contribuer par elles-mêmes à la propagation du son, et par conséquent il faudroit en faire abstraction dans l'expression de la densité de l'air que l'on introduit dans le calcul.
- [53] Après avoir parlé des tentatives que l'on a faites pour concilier avec l'expérience la théorie de la propagation du son, je vais en partant de faits bien constatés, exposer une cause à laquelle il paroît très possible de rapporter leur différence; mais il est nécessaire que je rappelle auparavant les principes sur lesquels le calcul est fondé.
- [54] Ces principes son très simples; on sait par expérience que l'élasticité de l'air est proportionnelle à sa densité: d'après ce seul fait, on calcule la vitesse avec laquelle les ondulations doivent se propager dans ce fluide, et on trouve pour le résultat 915 pieds par seconde, tandis que l'expérience en donne 1038.

- 55] Comme il n'y a rien dans la marche du calcul qui ne soit rigoureux, il faut nécessairement que la loi qui lui sert de base ait besoin de quelque modification, au moins quand on l'applique aux condensations et aux raréfactions successives de l'air dans la formation du son.
- 56] C'est un fait connu des physiciens que l'air atmosphérique perd lorsqu'on le condense, une partie de sa chaleur latente qui passe à l'état de chaleur sensible, et qu'au contraire lorsqu'on le raréfie, il reprend une portion de chaleur sensible qu'il convertit à l'état de chaleur latente.
- 57] Dans la propagation du son les condensations et les dilatations successives de l'air doivent nécessairement occasionner dans les particules qui les éprouvent, des variations de température très petites [...] et ces variations doivent influer sur leur élasticité.
- 58] C'est le calcul qui peut nous faire apprécier avec exactitude l'influence de cette cause sur la vitesse du son; mais il faut avant de l'établir déterminer la quantité de chaleur qui devient sensible pour une condensation donnée de l'air, ou plus exactement la partie de cette chaleur qui élève la température de ce fluide, et influe sur son élasticité.
- 59] Avec les moyens que nous avons de raréfier et de condenser l'air, il seroit extrêmement difficile d'évaluer directement la quantité de chaleur qu'il absorbe ou qu'il dégage, mais les variations correspondantes de la température devant croître avec les changemens que l'on fait subir au volume d'air, nous les regarderons comme proportionnels à ces changemens [...] et nous essayerons ensuite de déterminer, d'après les expériences faites sur la propagation du son, le coefficient de cette proportionalité.
- 60] On n'a point encore d'expériences directes, qui fassent connoître les variations de l'élasticité de l'air pour des changemens très-pétits de température, tels que ceux qui entrent dans les formules précédentes; on sait seulement, d'après les expériences d'Amontons, que le ressort de l'air augmente d'un tiers pour un accroissement de température égal à 80°C du thermomètre de

Réaumur.

[...] alors on aura $k = \frac{\beta}{240}$. β est alors la variation de température correspondante à une compression égale à l'unité.

[...] il résulte des expériences très précises de Gay-Lussac sur la dilatation des gaz, qu'un accroissement de 80°C dans la température donne une dilatation égale à 0.35, ainsi l'on aura dans la supposition précédente $\beta = \frac{80^{\circ}\text{C}}{0.35} = 228^{\circ}\text{C}$; ce seroit dans cette hypothèse la chaleur qui devient sensible lorsque l'air est condensé du double: on auroit alors $k = 0.95$, la vitesse du son devient ainsi $915 \cdot \sqrt{1.95} = 1277.73$ pieds.

[61] Ce résultat est beaucoup plus grand que celui qui est donné par l'expérience, et la différence peut venir ou de ce que l'hypothèse que nous venons d'admettre n'est pas tout-à-fait exacte, ou de ce qu'une partie de la chaleur rendue sensible par la compression se dissipe sous forme rayonnante sans élever la température de l'air.

[62] S'il ne nous est pas possible d'apprécier directement avec exactitude la quantité dont varie la température de l'air pour une compression ou une dilatation donnée, nous pouvons la déterminer avec une grande précision à l'aide des formules précédentes, et en partant des expériences faites sur la propagation du son. Si l'on prend 1038 pieds pour cette vitesse, ce qui est la valeur trouvée en 1738 par les membres de l'académie des sciences, on aura

$$1 + k = \frac{(1038)^2}{(915)^2} \quad k = 0.2869 \quad \text{ce qui donne } \beta = 68^{\circ}.856$$

c'est-à-dire que lorsque l'on dilate ou que l'on condense du double le volume de l'air, sa température s'abaisse ou s'élève d'environ 69 degrés du thermomètre de Réaumur; et cette quantité ne paroîtra pas trop grande par rapport à celle que le thermomètre nous indique, si l'on considère que nous n'opérons que sur de très-petites quantités d'air en contact avec des parois très-conductrices de la chaleur, et que les thermomètres dont nous faisons usage ont toujours une masse considérable par rapport à celle de l'air où ils sont plongés.

- 63 [...] mais on voit par cette correspondance entre l'accroissement de la vitesse du son et celle de la chaleur que la compression rend sensible, combien il est nécessaire d'avoir égard à la liaison de ces deux phénomènes, et combien il est facile de concilier par cette considération le calcul et l'expérience dans une des théories les plus importantes de la physique mathématique.

Berthollet, § sottosezione 2.8.2

- 64 NOTE V

[...] La quantité de chaleur libre qui existe dans une masse de gaz ou de vapeurs, est à température égale proportionnelle à son volume; [...] En diminuant donc d'un tiers ou de moitié le volume d'un gaz, il doit s'en dégager un tiers ou une moitié de la chaleur libre qui existe entre ses molécules. [...] Des expériences faites avec le calorimètre la donneraient d'une manière très précise. L'effet de la chaleur ainsi dégagée est sensible sur la vitesse du son; elle produit l'excès de cette vitesse sur celle que donne la théorie ordinaire, comme je m'en suis assuré par le calcul.

- 65 NOTE XVIII

Laplace, que j'avais consulté sur les changements que l'élasticité des gaz éprouve dans leur compression, me remit la note V, que je fis imprimer aussitôt: après un examen plus attentif, il me donna celle que je joins ici: [...] que les quantités de calorique qui sont contenues dans un gaz ne suivent pas les rapports des volumes [...]

La note V de la page 245 ayant été écrite à la hâte, j'ai reconnu depuis son impression qu'elle doit être modifiée [...]

[...] Il paraît encore que dans le gaz condensé, il y a plus de chaleur à volume égal, puisque le ressort des molécules voisines est alors augmenté; par conséquent si le volume est réduit par la compression à la moitié, il s'en dégage moins que la moitié de la chaleur qu'il contenait dans son premier état, ce qui est conforme à l'expérience et à la vitesse observée du son.

Poisson, § sottosezione 2.8.3

- [66] Il existe une différence sensible entre la vitesse du son, calculée d'après la théorie, et celle qui résulte de l'expérience. Tous les physiciens qui ont mesuré directement cette vitesse, s'accordent à la trouver plus grande que la vitesse calculée. Les membres de l'Académie des Sciences ont trouvé que le son parcourt 337^m par seconde sexagésimale; or, si l'on fait usage des données sur l'élasticité de l'air et sur sa densité, qui résultent des expériences les plus récentes, on trouve que la vitesse du son, calculée d'après la théorie, est seulement égale à 282^m , quantité trop petite d'un *sixième*. Nous ne rappellerons pas ici toutes les hypothèses que l'on a faites pour accorder, sur ce point, le calcul et l'observation; une seule mérite l'attention des physiciens. [...] c'est ce qu'a fait M. Laplace: en ayant égard au développement de chaleur qui accompagne la compression de l'air. En effet, il est maintenant bien connu que, quand on comprime un volume donné d'un gaz quelconque, on en dégage une quantité de chaleur assez grande pour enflammer un corps combustible, mais qui se dissipe bientôt sous forme rayonnante, ou autrement; or, à densité égale, l'élasticité de l'air augmente ou diminue avec la température; la loi des densités proportionnelles aux pressions, suppose donc que l'on a laissé à l'air comprimé le temps de perdre l'augmentation de chaleur produite par la compression; et dans le premier moment, l'élasticité doit croître dans un plus grand rapport que la densité. On manque d'expériences directes pour déterminer la quantité de chaleur rendue sensible dans la compression de l'air; [...] il est donc impossible de déterminer, *à priori*, l'augmentation de l'élasticité due au développement de chaleur qui accompagne la propagation du son. Quoiqu'il soit, cet accroissement n'en est pas moins incontestable, et l'on se saurait douter qu'il n'influe sur la vitesse du son. La différence qui existe entre le calcul et l'observation, provient-elle de cette seule cause? Il nous semble qu'on sera autorisé à le conclure [...]

En comparant alors la vitesse calculée à la vitesse observée, on déterminera la quantité de chaleur rendue sensible dans la production du son, et employée à augmenter l'élasticité de l'air. On trouvera dans la suite de notre Memoire, le résultat de la comparaison de ces deux vitesses.

- 67 Cette différence est trop grande pour qu'on puisse l'attribuer aux erreurs de l'observation, ou à l'inexactitude des données qui servent de base au calcul; il est donc indispensable d'avoir égard, dans le calcul de la vitesse du son, au développement de chaleur produit par la compression de l'air. Pour accorder le calcul à l'observation, il suffit de faire:

$$(282.42) \cdot \sqrt{(1+k)} = 337.18$$

équation d'où l'on tire $k = 0.4254$. Voyons maintenant quelle est l'augmentation de température que suppose cette valeur de k .

- 68 [...] si la dilatation ou la compression a été de $\frac{1}{116}$, la température a dû s'abaisser ou s'élever d'un degré centigrade;
 [...] En admettant ce résultat, qu'on ne peut vérifier par aucune expérience directe, on fera disparaître la différence que Newton a remarquée, le premier, entre la vitesse du son donnée par le calcul, et celle qui résulte de l'observation.

Laplace, § sottosezione 2.8.4

- 69 Heureusement ces découvertes nous présentent un phénomène qui m'a paru être la vraie cause de l'excès de la vitesse observée du son sur sa vitesse calculée [...] Ce phénomène est la chaleur que l'air développe par sa compression.
- 70 La vitesse réelle du son est égale au produit de la vitesse que donne la formule newtonienne par la racine carrée du rapport de la chaleur spécifique de l'air soumis à la pression constante de l'atmosphère et à diverses températures, à sa chaleur spécifique lorsque son volume reste constant.

- [71] [...] pour avoir la vitesse réelle du son, [il faut] multiplier la vitesse déduite de la formule di Newton par la racine carrée du rapport de 36 centièmes à 24 centièmes, ou par la racine de $\frac{3}{2}$.
- [72] La différence de ces deux résultats peut tenir à l'incertitude des expériences; mais la petitesse de cette différence établi, d'une manière incontestable, que l'excès de la vitesse observée du son sur sa vitesse calculée par la formule newtonienne, est dû à la chaleur latente que la compression de l'air développe.

Elenco delle figure

2.1	La prima pagina della Sezione VIII del Libro Secondo dei <i>Principia</i> del 1726	34
2.2	<i>Principia</i> : analogia tra il moto dell'acqua in un tubo a U e l'oscillazione di un pendolo	35
2.3	Il frontespizio dei <i>Physices elementa mathematica</i> di Willem Jacob 's Gravesande del 1721	40
2.4	Il frontespizio della <i>Dissertatio physico-mathematica de sono</i> di Cramer del 1722	44
2.5	Il frontespizio della <i>Dissertatio physica de sono</i> di Euler del 1727	45
2.6	La prima pagina della <i>Dissertatio physica de sono</i> di Euler del 1727	46
2.7	La prima pagina della <i>Dissertatio de igne</i> di Euler del 1738	51
2.8	Il frontespizio delle <i>Recherches physiques et géométriques sur la question: comment se fait la propagation de la lumière</i> di Johann Benoulli del 1736	54
2.9	Proposizione 49 delle <i>Recherches physiques et géométriques sur la question: comment se fait la propagation de la lumière</i> di Johann Benoulli del 1736	55
2.10	La prima pagina delle <i>Meditationes de chordis vibrantibus</i> di J. Bernoulli del 1727	58
2.11	Il frontespizio del <i>Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides</i> di J.-B. Le Rond d'Alembert del 1744	61
2.12	La prima pagina delle <i>Recherches sur la nature et la propagation du son</i> di J. L. Lagrange del 1759	66

2.13	Il frontespizio della <i>Méchanique Analytique</i> di J. L. Lagrange del 1788	72
2.14	La prima pagina dell'articolo di Lambert <i>Sur la vitesse du son du son</i> del 1768	80
2.15	La prima pagina della lettera di G. Riccati a G. Nicolai del 1777 .	86
2.16	La prima pagina del secondo articolo del 1802 di Biot <i>Sur la théorie du son</i>	90
2.17	La nota XVIII dell' <i>Essai de statique chimique</i> di Berthollet del 1803	98
2.18	La prima pagina della memoria di Poisson <i>Mémoire sur la théorie du son</i> del 1807	100
2.19	La prima pagina dell'articolo di Laplace <i>Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau</i> del 1816	106
3.1	La prima pagina dell'articolo di M. Araldi <i>Esame di un articolo della teoria del suono</i> del 1808	116
4.1	Variazione della posizione e dimensione di un volumetto di gas soggetto ad una perturbazione	149

Elenco delle tabelle

1.1	Misure sperimentali della velocità del suono prima del 1800 . . .	15
2.1	Elenco degli autori e degli articoli analizzati	31
4.1	Velocità di propagazione di un'onda elastica nei gas a 300 K . . .	151

Ringraziamenti

*Ho iniziato ad avvertire che qualcosa strideva
quando ho mentito a me stesso;
quando ho intrapreso una strada non mia, per paura
di sentirmi solo, non voluto, di deludere le aspettative, mie e altrui.
Per paura anche solo di guardare quella via che sentivo potesse darmi gioia e
finalmente libertà.
Ho iniziato a stare meglio, molto meglio,
quando ho riaccolto il disegno della mia anima.
Quando ho capito che potevo fare quello che sentivo di fare io.
Che potevo essere chi sentivo di essere io.
Chi ti senti di essere?*

Ringrazio coloro che mi hanno aiutato e mi stanno aiutando in questo lungo periodo, non facile, e che sicuramente non finisce oggi con questo traguardo. Di ciò sono consapevole. Senza alcune persone, il loro aiuto e il loro supporto morale, non so come sarebbe andato questo percorso.

Grazie a chi mi sa ascoltare, sapendo che spesso il buon ascolto è quello silenzioso, senza bisogno di giudicare o dare sempre il proprio parere. Grazie a chi mi ascolta senza che io nemmeno me ne accorga. Grazie a chi sa fare un passo indietro, a chi non ha necessità di difendere sempre il proprio ego o di ribattere ad ogni costo su ogni cosa, a chi non si sente sempre attaccato quando si fa un'osservazione, a chi sa accogliere l'altro per quello che è, a chi rispetta le esigenze di chi ha di fronte, nonostante la fatica o la paura che ciò possa richiedere. Grazie a chi ha la forza di mettersi in discussione fino al punto di ribaltare tutto e porsi il

dubbio che una situazione possa essere il contrario di quello che appare. Grazie a chi ha il coraggio di dire come stanno realmente le cose e chi riconosce che in profondità c'è quasi sempre qualcosa. Grazie a chi mi dice che sono strano; grazie a chi lo dice e mi vuole bene lo stesso.

Grazie a Gianluca Gotto e ai suoi libri, che mi hanno fatto sentire non solo e, anzi, compreso, e mi hanno permesso di rendermi conto che certe situazioni devi viverle per poterle capire davvero. Grazie alla sua voglia di andare oltre e al coraggio di spezzare gli schemi. Grazie al suo modo di parlare del buddhismo. Grazie per le sue condivisioni sincere e profonde. Grazie alle sue domande ben poste e alle risposte non necessarie.

Grazie alla Natura. Grazie al Sole, alla Luna e alle stelle. Grazie alla pioggia, al fango, al vento, alla nebbia, alla neve, al caldo e al freddo. Grazie alle onde e al mare. Grazie al silenzio e alla musica. Grazie ai sapori genuini e veri. Grazie agli odori delle stagioni e ai colori.

Grazie a me stesso, per non essermi accontentato di ciò che non avevo. Grazie per la curiosità, la voglia di cercare e di capire, e il coraggio che mi è stato donato e che non pensavo di avere. Grazie a chi mi insegna a provare compassione e gratitudine verso me stesso e verso gli altri. Grazie a chi mi aiuta a scoprire chi sono e a cogliere le connessioni tra le cose, che tutto è legato e che è questa la vera energia dell'Universo. Grazie per quel briciolo di consapevolezza in più.

Grazie per tutto il resto.