

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI SCIENZE
Astronomia

RADIAZIONE DI BREMSSTRAHLUNG
e
APPLICAZIONI ASTROFISICHE

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Marcella Brusa

Presentata da:
Luca Volpi

2023/2024

Abstract

L'oggetto di studio di questa tesi è la *radiazione di Bremsstrahlung*. Questa radiazione avviene quando una particella carica entra nel campo coulombiano di uno ione ed è molto importante quando si parla di plasmi astrofisici, poiché rappresenta per essi il principale metodo di raffreddamento. In particolare nei prossimi capitoli ne verranno descritte le principali caratteristiche partendo dalla radiazione emessa da un singolo evento, passando poi a studiare l'emissione generale nei plasmi astrofisici. I risultati ottenuti verranno applicati in uno dei casi diffusi nel cosmo: l'idrogeno ionizzato (HII). Successivamente verrà considerato un evento che quasi giornalmente avviene sul sole, quello dei *brillamenti solari* (*o flare*). I flare sono eventi molto energetici che accelerano grandi quantità di plasma il quale, di conseguenza, emette per Bremsstrahlung. Verrà supposta una distribuzione elettronica iniziale accelerata della quale ne verrà studiata l'evoluzione e l'emissione di Bremsstrahlung nel tempo. Infine verranno confrontati i risultati ottenuti con uno spettro di flare reale avvenuto nel 27 Giugno 1980.

Indice

1	RADIAZIONE DI BREMSSTRAHLUNG	5
1.1	Introduzione	5
1.2	Radiazione da un singolo evento	5
1.3	Radiazione da plasma reale	8
1.4	Bremsstrahlung termica	10
1.5	Processo di autoassorbimento	11
1.6	Bremsstrahlung relativistica	12
2	APPLICAZIONI ASTROFISICHE	14
2.1	Introduzione	14
2.2	Modello standard dei brillamenti	14
2.3	Emissione dei brillamenti solari	15
2.4	Emissione per Bremsstrahlung	16
2.5	Comparazione con osservazioni	19

Introduzione

Nella radioastronomia, quando si osservano oggetti come stelle, nubi o galassie si possono incontrare vari tipi di radiazione; ognuna di esse possiede varie caratteristiche e vari spettri osservabili. Principalmente le radiazioni si dividono in due grandi famiglie: i **processi in riga**, nei quali lo spettro elettromagnetico presenta delle righe in assorbimento o emissione dovute alle transizioni delle particelle e i **processi nel continuo**, nei quali i fotoni di distribuiscono in un ampio intervallo di frequenze; quest'ultimo tipo di radiazione si divide ulteriormente in altre due sottofamiglie: i **processi termici** e **non termici**.

I processi termici hanno due caratteristiche fondamentali: la prima è la forma spettrale, la quale dipende dalla temperatura, mentre la seconda riguarda l'andamento della distribuzione seguita che, nel caso di processo termico, è la distribuzione di *Maxwell-Boltzmann*; mentre nei processi non termici è a legge di potenza.

L'oggetto del seguente elaborato è la *radiazione di Bremsstrahlung*, ovvero un processo termico che genera uno spettro continuo. Tale radiazione ha una particolare importanza in astrofisica in quanto è il principale processo di raffreddamento per i plasmi ad elevate temperature ($T > 10^7$). La Bremsstrahlung è prodotta quando una particella carica entra nel campo coulombiano generato da uno ione, questo produce una perdita di energia cinetica e, di conseguenza, una decelerazione della particella (da qui il nome "Bremsstrahlung" che in tedesco significa "Radiazione di frenamento"). Durante questo processo, per il principio di conservazione dell'energia, viene emesso un fotone e, poiché la particella incidente non si trova in uno stato legato né prima né dopo l'interazione, si parla di emissione free-free.

Capitolo 1

RADIAZIONE DI BREMSSTRAHLUNG

1.1 Introduzione

Un plasma emette sempre per Bremsstrahlung. Nel seguente capitolo verrà svolto il calcolo dell'emissione totale di un plasma astrofisico reale attraverso un approccio semiclassico; le particelle verranno considerate puntiformi e caratterizzate da un'energia E associata alla frequenza ν secondo la relazione di Planck ($E = h\nu$); nonostante ciò, verrà tenuto conto anche dell'effetto quantistico introducendo un *fattore di Gaunt* correttivo. Questa approssimazione è giustificata dalla lunghezza d'onda di *de Broglie* ($\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{h}{kt}}$) la quale, essendo significativamente inferiore rispetto alla scala di interazione, consente di trascurare il *principio di indeterminazione di Heisenberg* in quanto $\frac{h}{mv} \ll d$.

Successivamente verrà calcolata la potenza emessa in un caso generale, il problema verrà poi riportato su una delle situazioni astrofisiche più comuni e importanti: una nube di idrogeno completamente ionizzata (HII) che si trova in equilibrio termico. Per il calcolo dell'emissione verrà esaminata la radiazione emessa da un singolo evento nel quale l'elettrone, interagendo con il campo generato da uno ione vicino, vede la propria traiettoria deviata a causa di una perdita di energia cinetica. Infine, verrà affrontato un evento fisico non reale dell'urto tra due nubi, una di elettroni e una di ioni al fine di ottenere una generalizzazione del problema il quale verrà riportato, con le adeguate correzioni, sul caso dell'idrogeno ionizzato.

1.2 Radiazione da un singolo evento

Per il calcolo della radiazione da singolo evento si considera una interazione tra uno ione di carica $+Ze$ e un singolo elettrone di carica $-e$ con velocità v non relativistica¹.

¹L'effetto del *beaming relativistico* verrà quindi trascurato.

L'interazione viene assunta sufficientemente veloce da causare solo una piccola perdita di energia cinetica, di conseguenza la deviazione dell'elettrone dal suo cammino originario è trascurabile. Lo schema è rappresentato dalla immagine[1.1].

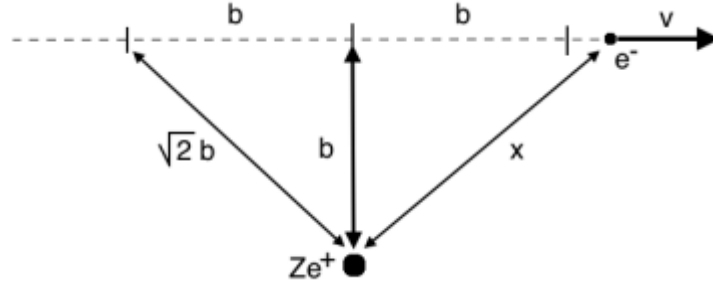


Figura 1.1: [3] schema radiazione elettrone-ione nel caso di evento singolo, b è il *parametro di impatto* che coincide con $x_{min} = b$.

Definisco b come il *parametro d'impatto* che è il punto di minima distanza fra ione e la traiettoria del elettrone. Per convenzione si suppone che il campo applichi una forza non trascurabile all'elettrone solo se quest'ultimo si trova entro un'intervallo $\pm b$ dal punto b . La forza subita dall'elettrone è la **forza di Coulomb**:

$$F = ma(t) \approx -\frac{Ze^2}{x(t)^2} \quad (1.1)$$

dove F è la forza, m è la massa dell'elettrone, $a(t)$ è l'accelerazione, Z è il numero atomico, e è la carica elementare e $x(t)$ è la posizione dell'elettrone.

Quindi l'accelerazione applicata all'elettrone è:

$$a(t) = -\frac{Ze^2}{mx(t)^2} \quad (1.2)$$

Per il calcolo della potenza emessa si utilizza la *formula di Larmor*(1.3), nella quale verrà sostituita l'accelerazione applicata dalla forza di Coulomb (1.2) al fine di ricavare la potenza emessa da un singolo elettrone:

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{2e^2 a(t)^2}{3c^3} = \frac{2e^2}{3c^3} \left(\frac{Ze^2}{mx(t)^2} \right)^2 \quad (1.3)$$

A distanza minima $x(t) = b$ la potenza è:

$$P = \frac{2Z^2 e^6}{3c^3 m^2 b^4} \quad (1.4)$$

Da (1.4) si osserva che:

- $P \propto x^{-4}$, quindi il picco della potenza si ha alla minima distanza fra elettrone e ione;
- $P \propto m^{-2}$, dunque particelle più massive emettono in maniera inferiore rispetto a quelle meno massive. La potenza emessa del protone sarà 10^6 volte più piccola rispetto a quella dell'elettrone in quanto la massa del primo è 10^3 volte più grande e quindi la potenza emessa dal protone è trascurabile.

Per il calcolo della emissione totale da un singolo evento si moltiplica la potenza trovata in (1.4) per la durata dell'interazione detta *tempo di collisione*, che equivale a:

$$\Delta t = \frac{2b}{v} \quad (1.5)$$

Di conseguenza l'energia totale emessa in una singola collisione sarà:

$$P\Delta t = \frac{2}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 b^4} \frac{2b}{v} = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 b^3} \frac{1}{v} \quad (1.6)$$

Si osserva che:

- a b fissato, l'energia totale emessa è minore per gli elettroni più veloci, poiché il tempo d'interazione tra le cariche è inferiore;
- a v fissata, l'energia totale emessa aumenta al diminuire del parametro d'impatto.

Quello che si ottiene è uno spettro come quello mostrato in [1.2] che ha un picco che corrisponde alla minima distanza fra particella e ione con un profilo leggermente asimmetrico dovuto al fatto che, dopo l'interazione, l'elettrone ha una velocità leggermente inferiore a causa della perdita di energia cinetica.

La *frequenza di cut-off* è una frequenza critica dalla quale lo spettro inizia a decadere in maniera esponenziale ed è legata all'energia cinetica dell'elettrone. Se il crollo viene approssimato come netto l'energia irradiata per unità di frequenza può essere calcolata dividendo (1.6) con la frequenza massima, che equivale a:

$$\nu_{max} \simeq \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v}{4b} \quad (1.7)$$

Dunque si ha:

$$\frac{dW}{d\nu} = \frac{P\Delta t}{\nu_{max}} = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2} \frac{1}{b^3 v} \frac{4b}{v} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2} \frac{1}{b^2 v^2} \quad (1.8)$$

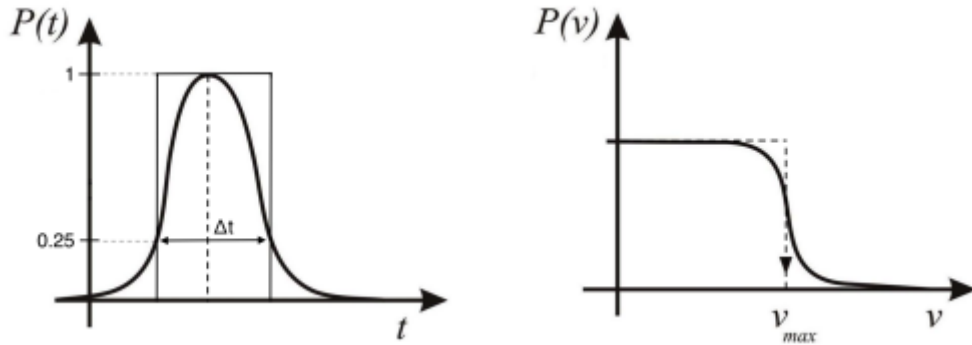


Figura 1.2: [3] Spettro di emissione di Bremsstrahlung da singolo evento. Il grafico a sinistra rappresenta la radiazione emessa in un impulso di durata Δt : si nota che il picco della potenza corrisponde alla distanza minore fra l'elettrone e lo ione. Le code al di fuori del rettangolo sono le interazioni al di fuori del parametro b che vengono trascurate nei calcoli. Il grafico a destra invece rappresenta l'analisi di Fourier dell'impulso in funzione della frequenza; è importante notare come l'andamento sia costante fino ad una certa *frequenza di cut-off* per poi crollare esponenzialmente a zero.

1.3 Radiazione da plasma reale

Viene supposto il caso in cui gli elettroni di una nube di gas con densità n_e si muovono tutti alla stessa velocità v non relativistica verso una nube composta interamente da ioni con densità n_z a riposo. Ovviamente questo è un caso non osservabile poiché nubi composte da particelle con la stessa carica tendono a disperdersi; però tale esperienza risulta particolarmente didattica per capire la fisica da applicare in un contesto reale.

Per il calcolo dell'emissività specifica si moltiplica la relazione (1.8) per il numero di urti (1.9) che avvengono in un'unità di tempo dt . Prendendo in considerazione un singolo elettrone che si muove a velocità v in un lasso di tempo dt , esso percorre un tratto lungo vdt e, durante la sua traiettoria, compirà un certo numero di collisioni con un parametro d'urto compreso tra b e $b + db$. La situazione è schematizzata in figura [1.3], dalla quale si nota che un singolo elettrone effettua un numero di collisioni pari a:

$$n_{coll} = 2\pi n_z v b db \quad (1.9)$$

Considerando tutti gli elettroni della nube, il numero totale di collisioni è:

$$N_{coll} = n_e n_{coll} = 2\pi n_z n_e v b db \quad (1.10)$$

Si stabiliscono i parametri d'impatto minimo (b_{min}) e massimo (b_{max}) come le distanze fra elettrone e ione entro le quali il contributo dell'emissione di Bremsstrahlung

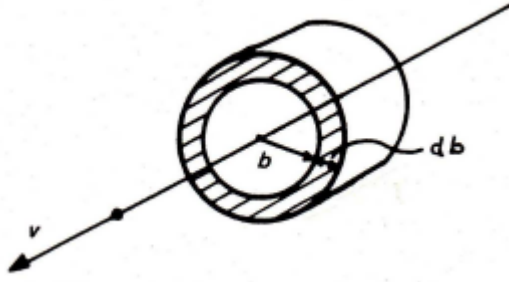


Figura 1.3: [2] Singolo elettrone con velocità v che incontra una nube di ioni. L'aria evidenziata ha valore $2\pi b db$

non è trascurabile; i valori dei parametri d'impatto verranno analizzati nell'appendice. L'emissività totale equivale a:

$$J_{br}(v, \nu) = \frac{dW}{d\nu dV dt} = 2\pi n_e n_z v \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m_e^2} \frac{1}{b^2 v^2} b db \quad (1.11)$$

Portando fuori i valori noti:

$$J_{br}(v, \nu) = \frac{32}{3} \frac{\pi e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_z Z^2 \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} \quad (1.12)$$

Risolvendo l'integrale:

$$J_{br}(v, \nu) = \frac{32}{3} \frac{\pi e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_z Z^2 \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad (1.13)$$

Questo risultato è applicabile anche alle nubi astrofisiche. In particolare le nubi più diffuse sono quelle di idrogeno ionizzato dove si pone $n_e \approx n_z$ e $Z = 1$.

Si nota che $J_{br}(v, \nu) \propto \frac{n_e^2}{v}$; in prima approssimazione sembra che l'emissione non dipenda esplicitamente dalla frequenza, in realtà la dipendenza si trova all'interno dei parametri d'impatto.

Verrà infine introdotto un fattore correttivo noto come *fattore di Gaunt* (1.14) per tenere conto degli effetti quantistici.

$$g_{ff}(\nu, T) \simeq \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad (1.14)$$

Trasformando (1.12) in:

$$J_{br}(v, \nu) = \frac{32}{3} \frac{\pi e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_z Z^2 \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) g_{ff}(\nu, T) \quad (1.15)$$

1.4 Bremsstrahlung termica

In questo paragrafo verrà trattato un problema leggermente diverso rispetto al precedente: la nube si trova in equilibrio termico e, di conseguenza, le particelle hanno le velocità distribuite secondo la legge di Maxwell-Boltzmann invece di avere tutte la stessa velocità. L'emissione in questo caso sarà la radiazione di *Bremstrahlung termica*.

La probabilità che la particella abbia una velocità compresa tra v e $v + dv$ è:

$$f(v)dv \propto v^2 e^{-\frac{m_e v^2}{2kT}} \quad (1.16)$$

Per il calcolo dell'emissività specifica bisogna svolgere l'integrale sulle velocità:

$$J'_{br}(\nu, T) = \int_{v_{\min}}^{\infty} J_{br}(\nu, v) f(v) dv \quad (1.17)$$

Il limite inferiore dell'integrale è la velocità minima dell'elettrone e si ricava quando si pone l'energia del elettrone pari all'energia del fotone,

$$h\nu = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad v_{\min} = \sqrt{\frac{2h\nu}{m_e}} \quad (1.18)$$

questo effetto viene chiamato *discretizzazione del fotone*.

Sostituendo (1.15) e (1.16) in (1.17) si ottiene:

$$J'_{br}(\nu, T) = 6.8 \times 10^{-38} T^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) n_e n_z Z^2 g_{ff}(\nu, T)$$

Si osserva che:

- $J_{br}(\nu) \propto T^{-1/2}$, quindi nubi più calde emettono meno energia in unità di frequenza;
- l'esponenziale deriva dalla distribuzione di Maxwell-Boltzmann e fornisce il cut-off dello spettro della radiazione: $\nu_{\text{cutoff}} = \frac{kT}{h}$

Di conseguenza la distribuzione spettrale di Bremsstrahlung si manterrà più o meno costante² fino ad una determinata frequenza di cut-off oltre la quale domina il termine esponenziale e la distribuzione crolla rapidamente a zero. L'energia totale emessa per unità di volume non dipende dalla frequenza, ma solo dalla temperatura; essa si ottiene integrando l'emissività totale sull'intero spettro. Nella figura [1.4] si osserva che l'energia totale è data dall'area sottesa alla distribuzione spettrale ed essa può essere approssimata come un rettangolo.

L'emissione totale sarà:

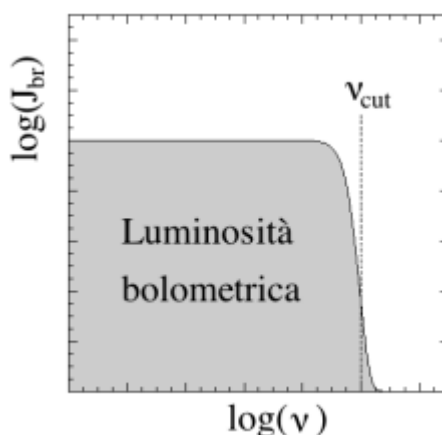


Figura 1.4: [3] Distribuzione spettrale di radiazione da Bremsstrahlung in scala logaritmica.

$$J_{br}(T) = \frac{dW}{dt dV} = 1.4 \times 10^{-27} T^{1/2} n_e n_z Z^2 g_B(T) \quad (1.19)$$

1.5 Processo di autoassorbimento

La nube considerata presenta dei processi di assorbimento che bilanciano i processi di emissione; in questo caso si parla di *assorbimento free-free termico*. Il problema ora considerato è a tre corpi (elettrone-ione-fotone); quindi per il calcolo dell'assorbimento si parte dalla *legge di Kirchhoff*, la quale mette in relazione il coefficiente di emissione con quello di assorbimento:

$$j(\nu, T) = \mu(\nu, T) B(\nu, T) \quad (1.20)$$

dove $B(\nu, T)$ è la *legge di Plank* e $\mu(\nu, T)$ è il *coefficiente di assorbimento*.

²Il fattore di Gaunt la modifica leggermente, rendendola non esattamente piatta.

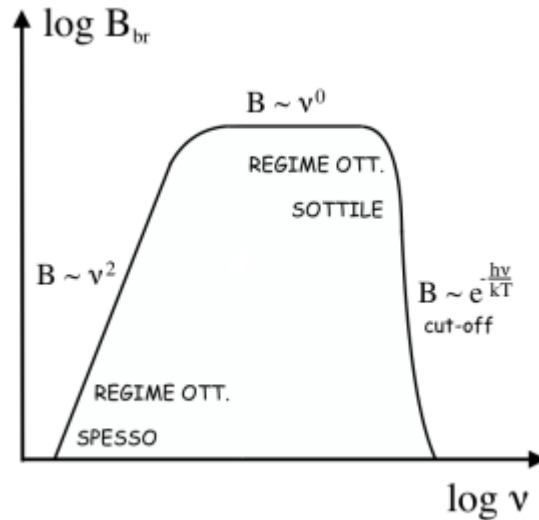


Figura 1.5: [3] Spettro di Bremsstrahlung in caso di autoassorbimento.

Se si considera una nube di gas che emette isotropicamente e termicamente per Bremsstrahlung, per il calcolo del coefficiente di assorbimento si isola $\mu(\nu, T)$ dalla formula (1.20) e si sostituisce l'emissione (1.19) trovando:

$$\mu(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi B(\nu, T)} = \frac{1}{4\pi} \frac{J_{br}(\nu, T)}{2h_P \frac{\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h_P\nu}{k_B T}} - 1}} \propto T^{-\frac{1}{2}} \left(1 - e^{-\frac{h_P\nu}{k_B T}}\right) \nu^{-3} \quad (1.21)$$

Si osserva che l'assorbimento ha una forte dipendenza dalla frequenza. Questo significa che ad alte frequenze ($h\nu \gg kT$) il processo di assorbimento è trascurabile, cosa invece non valida per frequenze basse nel quale è molto efficiente. Questo porta ad un irripidimento dello spettro. Quello che si osserva è una regione ad alta opacità che rende difficile l'osservazione della radiazione (regime otticamente spesso). Ad alte frequenze l'assorbimento è trascurabile permettendo alla radiazione di Bremsstrahlung di passare attraverso la nube mostrando uno spettro costante fino ad una frequenza di cut-off (regime otticamente sottile). Un esempio dello spettro osservato sarà mostrato in figura [1.5].

1.6 Bremsstrahlung relativistica

Nel caso in cui gli elettroni abbiamo una velocità prossima a c , la distribuzione di energia cambia ed è necessario introdurre un opportuno fattore di Gaunt per correggere l'andamento.

L'emissività per la *Bremsstrahlung relativistica* è:

$$J_{br,rel}(v, \nu) = \frac{32}{3} \frac{\pi e^6}{c^3 m_e v} n_e n_z Z^2 \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) \quad (1.22)$$

Ponendo $\langle Z \rangle = 1.3$, ovvero il caso delle abbondanze cosmiche, si ottiene:

$$J_{br,rel}(v, \nu) = 5 \times 10^{-42} n_e n_z \quad (1.23)$$

Si nota che la temperatura sparisce tra le dipendenze nel caso relativistico; da questo deriva che la radiazione non è termica e, di conseguenza, ha uno spettro a legge di potenza.

Per il calcolo dell'emissione si integra la relazione (1.22) su tutte le energie possibili ottenendo:

$$J_{br}(\nu) \approx 5 \times 10^{-42} n_e \int_{h\nu}^{\infty} N(E) dE \quad (1.24)$$

SI suppone che la popolazione si comporti come una legge di potenza con esponente δ :

$$J_{br}(\nu) \approx 5 \times 10^{-42} n_e \int_{h\nu}^{\infty} N_0 E^{-\delta} dE = \quad (1.25)$$

Risolvendo l'integrale:

$$J_{br}(\nu) \approx 5 \times 10^{-42} \frac{n_e}{\delta - 1} N_0 (h\nu)^{-\delta} (h\nu) \quad (1.26)$$

Si ritrova un andamento a legge di potenza, il cui esponente è determinato dall'indice δ della distribuzione di energia degli elettroni. Poiché gli elettroni sono relativistici l'emissione si estende a frequenze fino alla banda γ .

Il fatto che si abbia Bremsstrahlung termica o relativistica dipende dalla distribuzione della velocità degli elettroni: se essi seguono la distribuzione di Maxwell-Boltzmann allora non sono relativistici, mentre se seguono distribuzione a legge di potenza sono relativistici.

Capitolo 2

APPLICAZIONI ASTROFISICHE

2.1 Introduzione

I *brillamenti* (o *flare*) sono dei fenomeni di intensa emissione di energia. Essi furono per la prima volta osservati sulla superficie del Sole dall'astronomo britannico *Richard Christopher Carrington* nel 1859. Il Sole attualmente viene attentamente monitorato e si rilevano diverse dozzine di eventi al giorno, durante periodi di elevata attività, fino a circa uno alla settimana durante le fasi di relativa tranquillità.

Il brillamento è una enorme esplosione che avviene principalmente nella fotosfera. Esso provoca una grande accelerazione di particelle e il movimento di grandi quantità di plasma nella bassa corona solare. Questo fenomeno avviene a causa di un improvviso rilascio di energia che, si pensa, sia generata e conservata all'interno del campo magnetico. Questo evento produce una radiazione che va dalle onde radio fino ai raggi γ attraverso numerosi processi di emissione, tra cui la radiazione di Bremsstrahlung che emette nei:

- raggi X morbidi se gli elettroni hanno $E < 10$ keV;
- raggi X duri se gli elettroni hanno $E > 10$ keV.

Gli altri processi presenti sono le righe di emissione $H\alpha$, la radiazione di sincrotrone (la quale emette principalmente nell'intervallo radio) e l'effetto Doppler.

2.2 Modello standard dei brillamenti

In questa sezione si cercherà di definire i comportamenti più comuni dei brillamenti solari al fine di sviluppare un modello generale in grado di comprendere il maggior numero possibile di eventi. Pertanto, sono stati selezionati gli aspetti più caratteristici del fenomeno, tra cui:

1. **Regioni con forti campi magnetici:** i brillamenti solari si verificano in regioni della superficie solare caratterizzate da forti campi magnetici. Essi sono spesso associati alle regioni attive del Sole, come le macchie solari.

2. **Minimi effetti sulla fotosfera solare:** nonostante l'intensità dei campi magnetici nelle regioni coinvolte, i brillamenti solari di solito non causano cambiamenti significativi nella fotosfera solare.
3. **Ripetizione nell'area:** dopo che un brillamento solare si è verificato in una certa regione, è comune che eventi simili si ripetano nella stessa zona entro un intervallo di tempo relativamente breve, spesso inferiore o uguale a un giorno.

Un flare può essere diviso in tre fasi distinte.

La prima è la *fase preparatoria*; essa è una fase metastabile¹ di accumulo di energia magnetica. Questa fase ha una durata circa cento volte maggiore rispetto alla fase successiva.

La seconda fase, chiamata *fase impulsiva*, ha inizio a causa di un'instabilità non lineare esplosiva² legata all'intensità del campo magnetico, il quale, nei punti in cui è particolarmente intenso o distorto, causa il rilascio di metà dell'energia immagazzinata nella fase precedente andando a rompere le linee del campo magnetico e permettendo alle particelle di andare nello spazio interplanetario emettendo radiazioni in varie lunghezze d'onda. Subito dopo avviene un fenomeno noto come *riconnessione magnetica* dove le linee del campo magnetico si risaldano andando a trasformare l'energia magnetica in energia cinetica e termica. Grandi quantità di plasma vengono quindi accelerate anche fino a 1500Km/s andando a creare, dipendentemente dalla quantità di energia liberata, diverse strutture possibili: da veri e propri anelli fino al rilascio di bolle di plasma nello spazio che creano delle *tempeste solari*.

L'ultima fase è la *fase di decadimento*. Essa si verifica dopo il picco dell'attività energetica durante l'esplosione. In essa viene rilasciata l'altra metà della energia e l'attività magnetica sulla superficie solare inizia gradualmente a diminuire; in totale vengono liberati 10^{36} elettroni ($E \leq 100\text{MeV}$) e altrettanti protoni con energia che varia nell'intervallo $(0.5 - 3.0 \times 10^4\text{MeV})$.

Quello che succede al campo magnetico è la sistemazione delle linee del campo in un equilibrio più stabile, anche se possono persistere delle instabilità residue che successivamente possono portare a fenomeni minori come scintillazioni o emissioni di radiazioni più deboli.

2.3 Emissione dei brillamenti solari

Durante la fase impulsiva vengono emesse radiazioni lungo tutto le lunghezze d'onda dall'intervallo radio fino ai raggi γ con diversi processi di emissione.

¹Un sistema è *metastabile* se può persistere per un lungo periodo in uno stato specifico, ma ha la capacità di trasformarsi rapidamente in uno stato differente.

²Un'instabilità è esplosiva se, su brevi scale di tempo, è in grado di portare il sistema in uno stato finale molto differente da quello iniziale

In particolare:

- nell'intervallo delle **onde radio** l'emissione principale è quella di sincrotrone, la quale viene generata dal moto degli elettroni lungo le linee del campo magnetico.
- nell'**intervallo ottico** si notano le linee di $H\alpha$ in emissione prodotte dalle collisioni del plasma durante un brillamento solare.
- nell'intervallo dei **raggi X** e **raggi gamma** si devono distinguere 2 casi differenti:
 - **raggi X morbidi** che emettono per Bremsstrahlung termica
 - **raggi X duri e raggi gamma** che emettono per Bremsstrahlung non termica.

2.4 Emissione per Bremsstrahlung

In questa sezione verrà esaminato il comportamento di una distribuzione di elettroni accelerati dall'evento di brillamento; in seguito, si procederà al calcolo della distribuzione energetica dei fotoni emessi nel tempo dalla popolazione elettronica in evoluzione.

Distribuzione della velocità degli elettroni

Si considerino degli elettroni in un plasma energeticamente distribuiti a legge di potenza che collidono con ioni considerati stazionari. Per evitare dissipazione dell'energia il plasma sarà omogeneo e termicamente isolato. Di conseguenza la funzione di distribuzione ottenuta non sarà esatta, ma sarà più una distribuzione approssimata che ha un comportamento simile a quello osservato.

La velocità delle particelle del plasma alla condizione iniziale si trova distribuita secondo la (2.1), la quale assomiglia alla *distribuzione di Kappa* che è un tipo di distribuzione utilizzata in molti tipi di plasma. La distribuzione assunta alle condizioni iniziali equivale a:

$$f(v, t = 0) = \frac{3(p-1)}{4\pi} n_{\text{tot}} \frac{v_0^{3p-3}}{(v^3 - v_0^3)^p} \quad (2.1)$$

dove v_0 è la *velocità termica*³; n_{tot} è la densità degli elettroni e p è un indice di una legge di potenza.

Dopo numerosi calcoli, che non verranno riportati, la distribuzione sarà la seguente:

³La velocità termica rappresenta la velocità più probabile all'interno di una data distribuzione; in questo caso viene usata la distribuzione di Maxwell-Boltzmann ed equivale a: $v_{\text{th}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$. È importante notare che essa non può essere considerata come una vera velocità, in quanto il concetto di velocità è rappresentato da un vettore anziché, come nel nostro caso, una grandezza scalare.

$$f(u, s) = \frac{3(p-1)}{4\pi} (1 + u^3 + 3s)^{-p} + \frac{n_M(s)}{(\pi T(s))^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{u^2}{T(s)}} \quad (2.2)$$

dove s è il *tempo adimensionalizzato* ($s = \frac{t}{\tau}$), $u = \frac{v}{v_0}$ è la *velocità adimensionale*, τ è detto *tempo di collisione* ed equivale a:

$$\tau = \frac{4\pi\epsilon_0^2 m_e^2 v_0^2}{n_{\text{tot}} e^4 \ln \Lambda} \quad (2.3)$$

$n_M(s)$ e la densità elettronica normalizzata con n_{tot} ed equivale a:

$$n_M(s) = 1 - (1 + 3s)^{1-p} \quad (2.4)$$

infine $T(s)$ è la temperatura normalizzata con $\frac{m v_0^2}{2k}$ ed equivale a:

$$T(s) = \frac{2\epsilon'}{3} \left[\frac{1 - (1 + 3s)^{\frac{5}{3}-p}}{1 - (1 + 3s)^{1-p}} \right] \quad (2.5)$$

dove:

$$\epsilon' = \frac{2\epsilon}{m_e v_0^2 n_{\text{tot}}} \quad (2.6)$$

Nel quale ϵ è la densità di energia totale.

Si osserva che la funzione (2.2) è composta da due termini, inizialmente domina il primo, il quale è una legge di potenza con indice p e, come tale, ha un andamento regolare. Andando avanti nel tempo (quindi aumentando il valore s) si nota che il secondo termine inizia ad assumere importanza e a dominare sul primo mostrando quindi un comportamento più simile ad una distribuzione Maxwelliana, così come evidenziato nella figura [2.1].

Distribuzione energetica dei fotoni emessi

Ricavata l'evoluzione nel tempo della distribuzione della velocità degli elettroni contenuti nel plasma, è necessario calcolare la distribuzione dell'energia dei fotoni emessi per Bremsstrahlung nell'intervallo dei raggi X. In approssimazione di plasma sottile il tasso di emissione dei fotoni al secondo in unità di volume è:

$$j(\epsilon) = 4\pi n_{\text{tot}} \int_{\sqrt{\frac{2\epsilon}{m_e}}}^{\infty} v f(v, t) \frac{d\sigma}{d\epsilon} v^2 dv \quad (2.7)$$

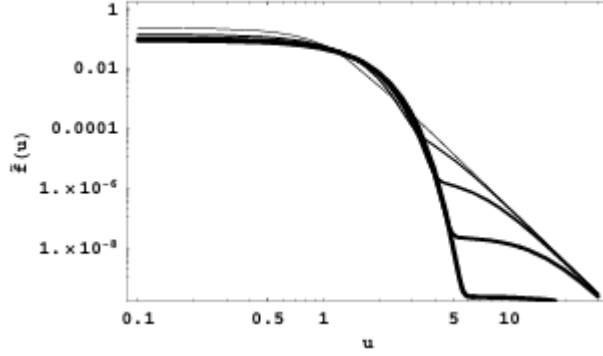


Figura 2.1: [8] Evoluzione nel tempo della funzione di distribuzione della velocità degli elettroni (con $p=2$). L'evoluzione temporale è sottolineata dai diversi $s = 0.1, 10, 100, 1000, 10000$ che sono rappresentati con linee di maggiore spessore.

dove $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ è la sezione d'urto in unità di $\frac{m_e v_0^2}{2}$ derivata dall'energia del fotone (2.6) ed equivale a:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{2r_e^2}{m_e v_0^2} \frac{\sigma'_0(\varepsilon', u)}{\varepsilon'} \quad (2.8)$$

dove r_e è il raggio dell'elettrone classico e $\sigma'_0(\varepsilon', u)$ è la sezione d'urto Bethe-Heitler non relativistica.

Quindi sostituendo nella relazione (2.7) si ottiene:

$$j'(\varepsilon') = \frac{4\pi}{\varepsilon'} J \int_{\sqrt{\varepsilon}}^{\infty} u^3 f(u, s) \sigma'_0(\varepsilon', u) du \quad (2.9)$$

dove:

$$j' = \frac{\tau}{n_{\text{tot}}} j \quad \text{e} \quad J = r_e^2 v_0 \tau n_{\text{tot}} = 6.1 \times 10^{-8} E_0^2$$

Dove E_0 è l'energia in keV di un elettrone a velocità v_0 .

Dall'analisi dei grafici [2.1] e [2.2], rispettivamente relativi all'analisi della distribuzione delle velocità degli elettroni e relativi alla distribuzione dell'energia dei fotoni, si evidenzia un andamento simile. La fase iniziale è caratterizzata da una legge di potenza, infatti entrambi gli spettri mostrano un andamento regolare. Nelle fasi successive gli spettri manifestano un comportamento dominato dalla distribuzione Maxwelliana. In tale fase la componente a legge di potenza è minima rispetto alla radiazione totale.

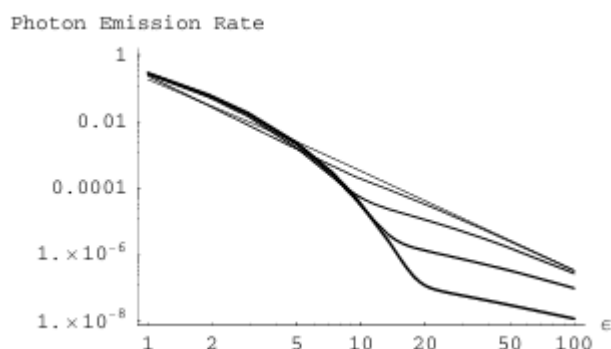


Figura 2.2: [8] Evoluzione nel tempo della distribuzione della energia dei fotoni emessi per Bremsstrahlung con $p=2$. L'evoluzione temporale è sottolineata da i diversi $s = 0.1, 10, 100, 1000, 10000$ che sono rappresentati con linee di maggior spessore.

2.5 Comparazione con osservazioni

In questo ultimo paragrafo è mostrato lo spettro di un flare reale, che verrà comparato con il modello teorizzato nella precedente sezione per verificare se i risultati ottenuti siano effettivamente coerenti con le osservazioni.

In particolare il 27 Giugno 1980, tramite un rivelatore al germanio trasportato da un pallone, è stato rilevato lo spettro di un flare "super-hot" in una serie di 15 intervalli nelle frequenze dei raggi X duri, come mostrato in figura [2.5].

Nel primo pannello si osserva che lo spettro appare inizialmente come una linea retta, ricordando uno spettro a legge di potenza, nel secondo pannello invece si nota l'inizio della transizione fino ad arrivare all'intervallo 10 dove si nota un netto cambiamento nello spettro come previsto dal modello ricavato nella sezione precedente. Infine il terzo pannello presenta l'andamento della distribuzione Maxwelliana.

Le similitudine fra il modello e i dati osservati sono dimostrati nei limiti delle semplificazioni adottate. Questo modello può essere quindi usato come punto di partenza delle analisi delle perdite energetiche causate dai flare e possono trovare applicazione nello studio del vento solare per l'analisi dei pericoli a cui la Terra è assoggettata come, ad esempio, danni alla reti elettriche e grandi black-out.

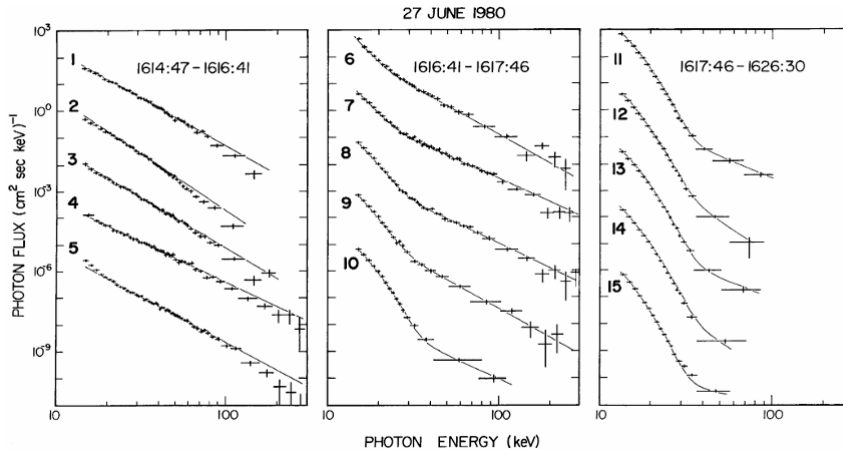


Figura 2.3: [8] Spettro di raggi X duri rappresentati da una serie di intervalli di tempo durante il brillamento del 27 giugno 1980. La scala verticale assoluta corrisponde allo spettro più alto in ciascun pannello e, ogni spettro successivo, è stato spostato verso il basso di 10^2 per aumentare la visibilità.

APPENDICE

Parametri d'urto

Dalla precedente analisi del singolo evento si evince che la potenza emessa è la medesima per tutte le frequenze, fino ad un determinato cut-off³. La distanza massima consentita è rappresentata da b_{max} che è limitato dal valore di cut-off. Esso si ricava dalla (1.7) e equivale a:

$$b_{max} \approx \frac{v}{4\nu_{max}} \leq \frac{v}{4\nu} \quad (2.10)$$

Per la determinazione del parametro minimo è necessario considerare due diversi approcci:

- nell'approccio classico, la variazione della velocità di un elettrone in seguito a un'interazione deve essere minore della sua velocità prima dell'interazione. Quindi:

$$\Delta v \approx a\Delta v = \frac{Ze^2}{m_e b^2} \frac{2b}{v} = \frac{2Ze^2}{m_e b v} \leq v$$

$$b_{min,c} \approx \frac{2Ze^2}{m_e v^2} \quad (2.11)$$

- nell'approccio quantistico si pone come limite il **principio di indeterminazione di Heisenberg** che può essere espresso come:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \quad (2.12)$$

Vengono poste le condizioni:

$$\Delta p = m_e \Delta v \approx m_e v \quad \Delta x \approx b \quad (2.13)$$

Quindi sostituendo si ricava:

$$m_e v \geq \frac{h}{2\pi b} \quad (2.14)$$

Ottenendo infine

$$b_{min,q} \cong \frac{h}{2\pi m_e v} \quad (2.15)$$

Confrontando le due stime si trova che:

$$\frac{b_{min,q}}{b_{min,c}} \approx \frac{h}{2\pi m_e v} \frac{m_e v^2}{2Ze^2} = \frac{hc}{4\pi Ze^2} \frac{v}{c} \approx \frac{137v}{Zc} \quad (2.16)$$

Si nota quindi che $b_{min,q} > b_{min,c}$ quando $v \geq 0.01c$ e, poiché $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$, risulta che nelle regioni HII, dove la $T \sim 10^4$, il parametro d'impatto usato è quello classico, mentre, per gli ammassi di galassie, dove $T \sim 10^7$ si deve usare quello quantistico.

Il *fattore di Gauss* (1.14) è in funzione della energia dell'elettrone e della frequenza a cui esso irradia; sono più alti nella banda radio, ma non superano comunque i valori di 10-15, nella tabella successiva saranno mostrate formule approssimate ([3]) per calcolarli per intervalli di T e di ν .

$T(k)$	$\nu(\text{Hz})$	$g_{ff}(\nu, T)$
$< 3 \times 10^5 Z^2$	$< 10^9 T^{3/2}$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{\pi}\right) \left(17.7 + \log\left(\frac{T^{3/2}}{\nu Z}\right)\right)$
$< 3 \times 10^5 Z^2$	$> 10^9 T^{3/2}$	≈ 1
$> 3 \times 10^5 Z^2$	$\ll \frac{k_B T}{h_P}$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{\pi}\right) \log\left(2.2 \frac{k_B T}{h_P \nu}\right)$
$> 3 \times 10^5 Z^2$	$\approx \frac{k_B T}{h_P}$	≈ 1
$> 3 \times 10^5 Z^2$	$> \frac{k_B T}{h_P}$	$\left(\frac{k_B T}{h_P \nu}\right)^{0.4}$

Bibliografia

- [1] D. Dallacasa, Processi di radiazione e MHD, appunti, 2018.
- [2] Fanti, C., & Fanti, R. (2012). Lezioni di Radioastronomia. Dispense.
- [3] Appunti di E. Ceccotti, Processi di radiazione e MHD
- [4] Bradt, H. (2008). Astrophysics Processes: The Physics of Astronomical Phenomena.
- [5] Chiuderi, C. (1977). Meccanismi dei Brillamenti.
- [6] Krucker, S., Hurford, G. J., MacKinnon, A. L., Shih, A. Y., & Lin, R. P. (2008). Coronal γ -ray Bremsstrahlung from Solar Flare-Accelerated Electrons. *The Astrophysical Journal*, 678(1), L63.
- [7] Somov, B. V., & Gritsyk, P. A. (2012). On Bremsstrahlung Radiation of Accelerated Electrons in Solar Flares. *Moscow University Physics Bulletin*, 67(1), 102-108.
- [8] Galloway, R. K., Helander, P., MacKinnon, A. L., & Brown, J. C. (2010). Thermalization and Hard X-ray Bremsstrahlung Efficiency of Self-interacting Solar Flare Fast Electrons. *Astronomy & Astrophysics*, 520, A72.
- [9] <https://hesperia.gsfc.nasa.gov/hessi/flares.htm>
- [10] <https://www3.mpifr-bonn.mpg.de/staff/mmassi/c5-Processes.pdf>
- [11] <https://it.wikipedia.org>