

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI  
Corso di Laurea Specialistica in Matematica

Algoritmi di omologia persistente  
k-dimensionale per la diagnosi  
di lesioni melanocitiche

Tesi di Laurea in Topologia Algebrica

Relatore:  
Chiar.mo Prof.  
Massimo Ferri

Presentata da:  
Federico Di Dio

Terza Sessione  
Anno Accademico 2010/2011



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>iii</b>
<b>1 Prerequisiti</b>	<b>1</b>
1.1 Notazioni . . . . .	1
1.2 Omologia persistente . . . . .	2
1.2.1 Teoria unidimensionale . . . . .	2
1.2.2 Teoria k-dimensionale . . . . .	5
1.2.3 Riduzione al caso unidimensionale . . . . .	6
<b>2 Il melanoma cutaneo</b>	<b>11</b>
2.1 Introduzione . . . . .	11
2.2 Importanza della diagnosi precoce . . . . .	12
2.3 Diagnosi digitale . . . . .	13
<b>3 Finalità e metodologia</b>	<b>15</b>
3.1 Finalità di questo lavoro . . . . .	15
3.2 Implementazione . . . . .	15
<b>4 Sperimentazione</b>	<b>17</b>
4.1 Immagini di prova . . . . .	17
4.2 Preelaborazione . . . . .	18
4.3 Scelta delle funzioni filtranti . . . . .	19
4.3.1 Colore . . . . .	19
4.3.2 Intensità media per linee . . . . .	20
4.3.3 Variazione di intensità per linee . . . . .	20
4.4 Valutazione dei risultati . . . . .	20
<b>5 Conclusioni</b>	<b>23</b>
5.1 Approccio multidimensionale . . . . .	23
5.1.1 Considerazioni empiriche . . . . .	24

5.2	Lavoro futuro . . . . .	24
5.2.1	Algoritmi . . . . .	24
5.2.2	Diagnosi di melanomi . . . . .	25
<b>A</b>	<b>Codice sorgente</b>	<b>27</b>
A.1	main_pnm_red.c . . . . .	27
A.2	main_pnm_red.c . . . . .	38
<b>B</b>	<b>Risultati sperimentali</b>	<b>39</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>65</b>

# Introduzione

Il melanoma cutaneo è un tumore maligno della pelle. Considerato raro fino agli anni '80 del secolo scorso è oggi una delle dieci patologie oncologiche più diffuse in Italia e in Occidente. La diagnosi precoce è di estrema importanza e le probabilità di sopravvivenza sono molto elevate, ma l'accuratezza della diagnosi da parte dei medici generici e addirittura dai dermatologi privi di esperienza specifica è piuttosto bassa. Poiché non esistono ad oggi strumenti diagnostici diversi dall'osservazione visiva, l'analisi computerizzata può essere un valido strumento di supporto.

Già dal 2000 il Gruppo di Matematica della Visione dell'Università di Bologna collabora con l'Istituto Oncologico Romagnolo per lo sviluppo di sistemi semiautomatici per il riconoscimento del melanoma, esperienza che si è concretizzata nel progetto ADAM (*Automatic Data Analysis for Melanoma early detection*).

A seguito dei notevoli recentissimi progressi sul piano teorico e algoritmico è quanto mai importante portare avanti una adeguata sperimentazione per avere il continuo riscontro del comportamento delle tecniche applicate a casi reali.

Con questo lavoro di tesi si è voluto effettuare una prima valutazione dell'impatto delle tecniche dell'omologia persistente multidimensionale. Ci siamo occupati di selezionare coppie di funzioni misuranti adatte ad un approccio bidimensionale, implementare un sistema di preparazione delle immagini e di estrapolazione dei risultati, gettando le basi per un sistema automatico di confronto e classificazione. I risultati hanno soddisfatto le aspettative e siamo convinti esistano i presupposti per una sperimentazione su più vasta scala ed una prossima concreta applicazione diagnostica.

Nel primo capitolo vengono introdotti gli strumenti essenziali della teoria dell'omologia persistente; vengono definiti gli oggetti della teoria ed enunciati i principali risultati utilizzati in questo lavoro, sia per quanto riguarda la teoria monodimensionale, sia le recenti innovazioni che hanno segnato la nascita del caso multidimensionale.

Il capitolo secondo ha lo scopo di inquadrare la patologia e motivare l'uso degli strumenti dell'omologia persistente, anche alla luce delle esperienze pregresse.

Diamo conto dell'impostazione seguita in questa sperimentazione nel terzo capitolo, precisandone le finalità e illustrando le scelte di fondo.

Nel quarto capitolo viene presentato il set delle immagini campione, si forniscono i dettagli sulle funzioni filtranti scelte e degli indici sintetici proposti per la creazione di un test diagnostico.

Il quinto capitolo riassume i risultati ottenuti, sottolineando i punti di forza e di debolezza riscontrati, concludendo con una serie di osservazioni sui possibili sviluppi futuri.

In appendice è riportata una selezione del codice sorgente prodotto, le tabelle di risultati sperimentali ottenuti, i grafici che mostrano la risposta dei classificatori proposti a diverse soglie (curve ROC) e infine il set di immagini campione utilizzato nel corso della sperimentazione.

# Capitolo 1

## Prerequisiti

### 1.1 Notazioni

L'omologia persistente è un strumento matematico di recente introduzione che si serve della topologia algebrica per misurare quantitativamente le caratteristiche di una funzione o di uno spazio topologico “letto” attraverso una funzione.

Allo stato attuale è la sintesi del lavoro di tre gruppi di ricerca e i suoi concetti fondamentali sono stati introdotti quasi contemporaneamente da Patrizio Frosini e Massimo Ferri, fondatori di quello che oggi è il gruppo di Matematica della Visione dell'Università di Bologna sotto il nome di teoria della taglia; all'interno del progetto di biogeometria di Herbert Edelsbrunner; da Vanessa Robins nel suo lavoro di dottorato alla Boulder University (Colorado).

La nascita e i primi sviluppi si sono avuti nei tre gruppi indipendentemente e questo ha portato ciascuno ad introdurre le proprie notazioni e, per quanto i risultati si possano solitamente esprimere pienamente nel linguaggio dell'uno o dell'altro, questo rappresenta una notevole complicazione del lavoro di chi muovesse i primi passi nella conoscenza di questi utili strumenti.

Certo questa fatica sarebbe ripagata, poiché l'omologia persistente è, oltre che interessante dal punto di vista teorico, immediatamente applicabile a problemi concreti nel campo del riconoscimento di forme naturali, poiché sono già stati sviluppati algoritmi veloci per il confronto di immagini, superfici e altri oggetti concreti.

Nelle sezioni che vengano introdurremo i fondamenti della teoria cosiddetta monodimensionale e della sua recente estensione (c.d. multidimensionale). Useremo per forza di cose una notazione mista, ma coerente, cercando di rendere la più chiara possibile l'intera materia.

## 1.2 Omologia persistente

### 1.2.1 Teoria unidimensionale

**Definizione 1.** Sia  $X$  uno spazio topologico non vuoto, compatto e localmente connesso; una *funzione filtrante* è una funzione continua  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ . Chiameremo la coppia  $(X, f)$  una *coppia di taglia*.

Si vuole confrontare due coppie di taglia, cioè rispondere alla domanda intuitiva: “Quanto si somigliano due spazi topologici guardati attraverso una certa funzione misurante?”. Per dare una risposta formale a questa domanda sono stati introdotti due oggetti, la *pseudo-distanza naturale* e l'*invariante di rango* (o, nel linguaggio della Teoria della Taglia, la *funzione di taglia*).

**Definizione 2.** Siano  $(X, f)$  e  $(X', f')$  due coppie di taglia, con  $X$  e  $X'$  omeomorfi. Chiameremo *pseudo-distanza naturale di  $(X, f)$  da  $(X', f')$*  il numero reale

$$d((X, f), (X', f')) = \inf_{\varphi} \max_{x \in X} |f(x) - (f' \circ \varphi)(x)|$$

dove  $\varphi$  varia nell'insieme degli omeomorfismi da  $X$  a  $X'$ .

Il lettore interessato è invitato a fare riferimento ai lavori di P. Frosini, P. Donatini e M. Mulazzani ([8], [9], [10], [11], [12]) per una trattazione dettagliata dell'argomento, ma quello che si può osservare è come, da un punto di vista applicativo, sia molto difficile in generale calcolare la pseudo-distanza naturale tra due coppie di taglia.

Passiamo quindi ad introdurre l'invariante di rango che, invece, può essere ricondotto ad un oggetto molto più semplicemente calcolabile.

Per comodità di notazione, dato  $c \in \mathbb{R}$ , indicheremo con  $X \langle f \leq c \rangle$  l'insieme  $f^{-1}((-\infty, c]) \subset X$ .

**Definizione 3.** Sia  $X$  uno spazio topologico e sia  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Un *valore omologico critico* di  $f$  è un numero reale  $c$  tale che esista  $i \in \mathbb{Z}$  per cui la mappa

$$j^* : H_i(X \langle f \leq c - \varepsilon \rangle) \rightarrow H_i(X \langle f \leq c + \varepsilon \rangle)$$

indotta dall'immersione di  $X \langle f \leq c - \varepsilon \rangle$  in  $X \langle f \leq c + \varepsilon \rangle$  non sia un isomorfismo per tutti gli  $\varepsilon > 0$  sufficientemente piccoli.

**Definizione 4.** Sia  $X$  uno spazio topologico e sia  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Diremo che  $f$  è *docile* se i moduli di omologia  $H_i(X \langle f \leq c \rangle)$  hanno rango libero finito per ogni intero  $i$  e se  $f$  ha un numero finito di valori omologici critici.



Questa definizione segue il modello di quella data in [5], ma si tenga presente che in letteratura esistono, oltre a questa, altre definizioni di *docilità*. Nel seguito sottinderemo sempre, salvo indicazione contraria, che le funzioni filtranti siano docili, per evidenti ragioni tecniche.

Poniamo per semplicità di notazione

$$\Delta = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid u = v\}$$

$$\Delta^+ = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid u < v\}.$$

**Definizione 5.** Sia  $(X, f)$  una coppia di taglia. Per ogni grado di omologia  $i \in \mathbb{Z}$  definiamo l'applicazione  $\rho_{X,f,i} : \Delta^+ \rightarrow \mathbb{N}$  ponendo

$$\rho_{X,f,i}(u, v) = \text{rank}(\text{Im}(j^*))$$

dove

$$j^* : H_i(X \langle f \leq u \rangle) \rightarrow H_i(X \langle f \leq v \rangle)$$

è la mappa indotta dall'immersione di  $X \langle f \leq u \rangle$  in  $X \langle f \leq v \rangle$ . L'applicazione  $\rho_{X,f,i}$  è detta *invariante di rango*.

Un fatto importante e ampiamente documentato in letteratura è che è possibile calcolare l'invariante di rango relativo ad una qualsiasi coppia di taglia a partire da un multiinsieme chiamato *diagramma di persistenza*. Come sarà chiaro, quest'oggetto ricopre un'importanza notovole per le applicazioni, poiché è per sua natura una struttura discreta.

**Definizione 6.** Dato un punto  $p = (u, v) \in \Delta^+$ , poniamo

$$\begin{aligned} \mu_i(p) = \min_{0 < \varepsilon < \frac{v-u}{2}} \{ & \rho_{X,f,i}(u + \varepsilon, v - \varepsilon) - \rho_{X,f,i}(u - \varepsilon, v - \varepsilon) + \\ & -\rho_{X,f,i}(u + \varepsilon, v + \varepsilon) + \rho_{X,f,i}(u - \varepsilon, v + \varepsilon) \} \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

e diremo che  $p \in \Delta^+$  è un *punto angolare* di  $\rho_{X,f,i}$  quando  $\mu_i(p) > 0$ .

**Definizione 7.** Data una retta  $r$  del piano reale di equazione  $u = \bar{u}$ ,  $u \in \mathbb{R}$ , che identificheremo col punto  $(u, +\infty) \in \mathbb{R} \times \overline{\mathbb{R}}$ , poniamo

$$\mu_i(r) = \min_{0 < \varepsilon < \frac{v-u}{2}} \{ \rho_{X,f,i}(\bar{u} + \varepsilon, \frac{1}{\varepsilon}) - \rho_{X,f,i}(\bar{u} - \varepsilon, \frac{1}{\varepsilon}) \} \in \mathbb{N}$$

e diremo che  $p \in \Delta^+$  è un *retta angolare* (o anche *punto angolare improprio* o *punto angolare all'infinito*) di  $\rho_{X,f,i}$  quando  $\mu_i(r) > 0$ .

Notiamo che queste definizioni hanno senso poiché abbiamo richiesto che la funzione filtrante scelta sia docile.

**Definizione 8.** Chiameremo *diagramma di persistenza della coppia di taglia*  $(X, f)$  il multiinsieme  $D_i(X, f) \in \Delta^+ \cup \Delta \cup \{(u, \infty) \in \mathbb{R} \times \overline{\mathbb{R}} \mid u \in \mathbb{R}\}$  costituito dai punti angolari propri e impropri  $p$ , ciascuno contato con molteplicità  $\mu_i(p)$ , e da una infinità numerabile di ciascuno dei punti di  $\Delta$ .

La relazione fondamentale tra invariante di rango e diagramma di persistenza è data dal seguente

**Teorema 1.1.** *Sia  $X, f$  una coppia di taglia, con  $f$  docile. Fissato un grado  $i \in \mathbb{Z}$ , vale*

$$\rho_{X,f,i}(u, v) = \sum_{\substack{(u', v') \in \mathbb{R} \times \overline{\mathbb{R}} \\ u' \leq u, v' < v}} \mu_i((u', v')).$$

La dimostrazione di questa proprietà si può trovare in [1].

Questa riduzione dell'invariante di rango ad un oggetto essenzialmente combinatorio ci permette di introdurre agevolmente una pseudo-distanza tra coppie di taglia.

A questo scopo siano  $(X, f)$  e  $(X', f')$  due coppie di taglia e  $D_i(X, f)$  e  $D_i(X', f')$  i relativi diagrammi di persistenza per un fissato grado  $i \in \mathbb{Z}$ .

Presi  $p = (u, v) \in D_i(X, f)$ ,  $p' = (u', v') \in D_i(X', f')$ , poniamo

$$\delta(p, p') = \min \left\{ \max \{|u - u'|, |v - v'|\}, \max \left\{ \frac{v - u}{2}, \frac{v' - u'}{2} \right\} \right\}. \quad (1.1)$$

**Definizione 9.** Chiameremo *distanza bottleneck* o *distanza di corrispondenza* tra due coppie di taglia  $(X, f)$  e  $(X', f')$  il numero reale positivo

$$d_{\text{match}}(\rho_{X,f,i}, \rho_{X',f',i}) = \min_{\sigma} \max_{p \in D_i(X,f)} \delta(p, \sigma(p))$$

al variare di  $\sigma$  nelle biezioni tra  $D_i(X, f)$  e  $D_i(X', f')$ .

Una delle proprietà più importanti di questa pseudo-distanza è la stabilità rispetto a perturbazioni delle funzioni filtranti.

**Teorema 1.2.** *Si considerino due coppie di taglia  $(X, f)$  e  $(X, f')$ . Vale che*

$$d_{\text{match}}(\rho_{X,f,i}, \rho_{X,f',i}) \leq \max_{x \in X} |f(x) - f'(x)|.$$

La dimostrazione di questo teorema si può trovare in [4] e [6]; questa e altre proprietà della pseudo-distanza di corrispondenza sono dimostrate e studiate in [2] e [3], cui rimandiamo il lettore interessato.

Per quanto riguarda gli aspetti computazionali, M. d'Amico ha introdotto in [7] un algoritmo ottimo per il calcolo del diagramma di persistenza a partire da un complesso simpliciale, che ha complessità computazionale  $O(n \log n + m \cdot$

$\alpha(2m + n, n)$ ), dove  $n$  è il numero di vertici,  $m$  il numero di spigoli e  $\alpha$  l'inversa della funzione di Ackermann. Il calcolo della pseudo-distanza di corrispondenza tra due funzioni richiede invece  $O(p^{2.5})$ , dove  $p$  è il numero di punti angolari dei diagrammi di persistenza messi a confronto.

### 1.2.2 Teoria k-dimensionale

Una generalizzazione della teoria presentata fino a questo punto nasce dalla necessità di considerare funzioni filtranti a valori in spazi non unidimensionali, per esempio spazi di colori e dalla constatazione che da una tale funzione filtrante si può estrarre più informazione che della sue componenti considerate singolarmente.

La generalizzazione dei concetti di base al caso multidimensionale è immediata. Inoltre manterremo la stessa terminologia del caso unidimensionale qualora non vi sia possibilità di confusione.

**Definizione 10.** Sia  $X$  uno spazio topologico non vuoto, compatto e localmente connesso; una *funzione filtrante* è una funzione continua  $f : X \rightarrow \mathbb{R}^k$ . Diremo che la coppia  $(X, f)$  è una *coppia di taglia*, analogamente a quanto fatto nella sezione precedente.

**Definizione 11.** Siano  $(X, f)$  e  $(X', f')$  due coppie di taglia, con  $X$  e  $X'$  omeomorfi. Chiameremo *pseudo-distanza naturale di  $(X, f)$  da  $(X', f')$*  il numero reale

$$d((X, f), (X', f')) = \inf_{\varphi} \max_{x \in X} \|f(x) - (f' \circ \varphi)(x)\|_{\infty}$$

dove  $\varphi$  varia nell'insieme degli omeomorfismi da  $X$  a  $X'$ .

Ricordiamo che nel caso unidimensionale l'invariante di rango è definito su

$$\Delta^+ = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid u < v\}$$

quindi introduciamo una relazione d'ordine parziale tra i punti di  $\mathbb{R}^k$ . Presi  $u = (u_1, \dots, u_k)$  e  $v = (v_1, \dots, v_k)$  diremo che

$$u \preceq v \stackrel{\text{def}}{\iff} \forall i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq k, \quad u_i \leq v_i$$

$$u \prec v \stackrel{\text{def}}{\iff} \forall i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq k, \quad u_i < v_i$$

quindi possiamo introdurre le seguenti notazioni

$$\Delta_k = \{(u, v) \in \mathbb{R}^{2k} \mid u = v\}$$

$$\Delta_k^+ = \{(u, v) \in \mathbb{R}^{2k} \mid u \prec v\}$$

e preso  $c \in \mathbb{R}^k$ ,

$$X \langle f \preceq c \rangle = f^{-1}(\{v \in \mathbb{R}^k \mid v \preceq c\}) \subset X.$$

**Definizione 12.** Sia  $(X, f)$  una coppia di taglia. Per ogni grado di omologia  $i \in \mathbb{Z}$  definiamo l'applicazione  $\rho_{X,f,i} : \Delta_k^+ \rightarrow \mathbb{N}$  ponendo

$$\rho_{X,f,i}(u, v) = \text{rank}(\text{Im}(j^*))$$

dove

$$j^* : H_i(X \langle f \preceq u \rangle) \rightarrow H_i(X \langle f \preceq v \rangle)$$

è la mappa indotta dall'immersione di  $X \langle f \preceq u \rangle$  in  $X \langle f \preceq v \rangle$ . L'applicazione  $\rho_{X,f,i}$  è detta ancora *invariante di rango*.

### 1.2.3 Riduzione al caso unidimensionale

Nel lavoro [?] viene mostrato come l'invariante di rango  $k$ -dimensionale non abbia una struttura riconducibile direttamente ad un oggetto combinatorio che lo descriva completamente. È però possibile ridurre l'invariante di rango  $k$ -dimensionale ad una famiglia di invarianti di rango unidimensionali tramite un processo di foliazione.

**Definizione 13.** Diremo che una coppia  $(l, b) = ((l_1, \dots, l_k), (b_1, \dots, b_k))$  di vettori di  $\mathbb{R}^k$  è *ammissibile* se

$$\forall i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq k \quad l_i > 0$$

$$\sum_{i=1}^k l_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^k b_i = 0.$$

Indicheremo con  $Adm_k \subset \mathbb{R}^{2k}$  l'insieme delle coppie di vettori ammissibili.

Data una coppia  $(l, b) \in Adm_k$  definiamo il semipiano  $\pi_{(l,b)} \subset \mathbb{R}^{2k}$

$$\begin{cases} u = sl + b \\ v = tl + b \end{cases}$$

con  $s, t \in \mathbb{R}, s < t$ .

Enunciamo ora, senza dimostrazione, una serie di fatti che ci permetteranno ottenere la riduzione cercata; tutte le prove possono essere trovate in [13].

**Proposizione 1.3.** Per ogni  $(u, v) \in \Delta_k^+$  esiste un'unica coppia ammissibile  $(l, b)$  tale che  $(u, v) \in \pi_{(l,b)}$ ,

**Teorema 1.4.** Sia  $(l, b) \in \text{Adm}_k$ . Definita  $F_{(l,b)}^f : X \rightarrow \mathbb{R}$  come segue

$$F_{(l,b)}^f(x) = \max_{i=1,\dots,k} \left\{ \frac{f_i(x) - b_i}{l_i} \right\}$$

risulta che, per ogni  $(u, v) = (sl + b, tl + b) \in \pi_{*(l,b)}$ , vale

$$\rho_{X,f,i}(u, v) = \rho_{X,F_{(l,b)}^f,i}(s, t)$$

Si noti che perché  $\rho_{X,F_{(l,b)}^f,i}$  abbia senso ci occorre che  $F_{(l,b)}^f$  sia docile, quindi dobbiamo chiedere che

$$\max_{i=1,\dots,k} \left\{ \frac{f_i(x) - b_i}{l_i} \right\}.$$

È facile osservare che il massimo tra  $k$  funzioni docili non è necessariamente docile; si possono trovare infatti controesempi espliciti fin dalla dimensione 2, come viene mostrato in [14].

**Definizione 14.** Sia  $X, f$  una coppia di taglia. Diremo che  $f$  è *max-docile* se  $F_{(l,b)}^f$  è docile per ogni coppia ammissibile  $(l, b)$ .

Supporremo quindi sempre che tutte le funzioni filtranti  $k$ -dimensionali siano max-docili.

Come corollario del teorema precedente risulta evidente che  $\rho_{X,f,i} = \rho_{X',f',i}$  se e soltanto se vale  $d_{\text{match}} \left( \rho_{X,F_{(l,b)}^f,i}, \rho_{X',F_{(l,b)}^{f'},i} \right) = 0$  per tutte le coppie ammissibili  $(l, b)$ .

Diamo ora una serie di proposizioni che mostrano come, fissata una coppia ammissibile, la distanza di corrispondenza tra le  $\rho_{X,F_{(l,b)}^f,i}$  sia stabile da vari punti di vista.

Per prima cosa abbiamo la stabilità rispetto a perturbazioni della funzione misurante.

**Proposizione 1.5.** Siano  $(X, f)$  e  $(X, f')$  due coppie di taglia. Se

$$\max_{x \in X} \|f(x) - f'(x)\|_\infty \leq \varepsilon$$

per un certo  $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$ , allora per ogni coppia ammissibile  $(l, b)$  vale

$$d_{\text{match}} \left( \rho_{X,F_{(l,b)}^f,i}, \rho_{X,F_{(l,b)}^{f'},i} \right) \leq \frac{\varepsilon}{\min_{i=1,\dots,k} l_i}.$$

In secondo luogo abbiamo la stabilità della distanza di corrispondenza ridotta anche rispetto ai parametri della foliazione  $(l, b)$ .

**Proposizione 1.6.** *Sia  $(X, f)$  una coppia di taglia. Fissati una coppia ammissibile  $(l, b)$  ed  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  con  $0 \leq \varepsilon < \min_{i=1, \dots, k} l_i$ , si ha che, per ogni scelta di  $(l', b')$  per cui valga*

$$\|(l, b) - (l', b')\|_\infty \leq \varepsilon$$

si ha che

$$d_{\text{match}} \left( \rho_{X, F_{(l,b)}^f, i}, \rho_{X, F_{(l',b')}^f, i} \right) \leq \varepsilon \cdot \frac{\max_{x \in X} \|f(x)\|_\infty + \|l\|_\infty + \|b\|_\infty}{\min_{i=1, \dots, k} l_i (l_i - \varepsilon)}.$$

Siamo quindi in grado di generalizzare il concetto della pseudo-distanza di corrispondenza al caso  $k$ -dimensionale.

**Definizione 15.** Chiameremo *distanza bottleneck* o *distanza di corrispondenza* tra due coppie di taglia  $(X, f)$  e  $(X', f')$  il numero reale positivo

$$D_{\text{match}}(\rho_{X, f, i}, \rho_{X', f', i}) = \sup_{(l, b) \in \text{Adm}_k} \min_{i=1, \dots, k} l_i \cdot d_{\text{match}} \left( \rho_{X, F_{(l,b)}^f, i}, \rho_{X', F_{(l,b)}^{f'}, i} \right).$$

La distanza di corrispondenza tra due funzioni filtranti a valori in  $\mathbb{R}^k$  risulta infine essere una stima dal basso della pseudo-distanza naturale, essendo al contempo non minore di ciascuna delle distanze di corrispondenza tra le componenti; abbiamo cosí un aumento del potere discriminante rispetto al caso unidimensionale.

**Teorema 1.7.** *Siano  $(X, f)$  e  $(X', f')$  due coppie di taglia, con  $X$  e  $X'$  omeomorfi. Si ha che*

$$D_{\text{match}}(\rho_{X, f, i}, \rho_{X', f', i}) \leq d((X, f), (X', f'))$$

e, per ogni indice  $j \in \mathbb{N}, 1 \leq j \leq k$ , vale

$$d_{\text{match}} \left( \rho_{X, f_j, i}, \rho_{X', f'_j, i} \right) \leq D_{\text{match}}(\rho_{X, f, i}, \rho_{X', f', i}).$$

Per la dimostrazione degli enunciati qui riportati si veda il lavoro di S. Biasotti, A. Cerri, P. Frosini, D. Giorgi e C. Landi [13].

Dalla definizione della distanza di corrispondenza multidimensionale emerge un ostacolo apparentemente insormontabile dal punto di vista applicativo, poiché sembra necessario effettuare la ricerca dei parametri  $(l, b)$  nell'insieme infinito  $\text{Adm}_k$  e l'unica soluzione sembra essere quella di fissare un insieme finito di coppie ammissibili ed ottenere una stima dal basso.

Recentemente però, grazie al lavoro di S. Biasotti, A. Cerri, P. Frosini e D. Giorgi [15], è stato dimostrato che l'errore commesso valutando la distanza di corrispondenza su un opportuno sottoinsieme di  $\text{Adm}_k$  può essere reso arbitrariamente piccolo.

**Teorema 1.8.** *Siano  $(X, f)$  e  $(X', f')$  due coppie di taglia. Per ogni  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  positivo, scelte due coppie ammissibili  $(l, b)$ ,  $(l', b')$  tali che*

$$\|(l, b) - (l', b')\|_\infty \leq \varepsilon$$

*si ha che*

$$\left| d_{\text{match}} \left( \rho_{X, F_{(l,b)}^f, i}, \rho_{X, F_{(l,b)}^{f'}, i} \right) - d_{\text{match}} \left( \rho_{X, F_{(l',b')}^f, i}, \rho_{X, F_{(l',b')}^{f'}, i} \right) \right| \leq \varepsilon \cdot (aC + b)$$

*dove*

$$C = \max \left\{ \max_{x \in X} \|f(x)\|_\infty, \max_{x' \in X'} \|f'(x')\|_\infty \right\}$$

*e le costanti  $a$  e  $b$  dipendono esclusivamente dalla dimensione  $k$ .*

La dimostrazione di questo risultato fondamentale è assai laboriosa e rimandiamo il lettore all'articolo originale per la prova. È ivi provato inoltre che per il caso  $k = 2$  è  $a \leq 16$  e  $b \leq 2$ . Grazie a questo fatto è possibile dare una stima dell'errore commesso quando si vada a campionare  $d_{\text{match}} \left( \rho_{X, F_{(l,b)}^f, i}, \rho_{X, F_{(l,b)}^{f'}, i} \right)$  su una griglia sufficientemente fitta di punti, cosa che porta in modo naturale alla formulazione di un algoritmo per un calcolo approssimato a meno di una precisione arbitraria.





## Capitolo 2

# Il melanoma cutaneo

### 2.1 Introduzione

Si dice *tumore* (o anche *neoplasia*) una formazione anormale di tessuto, la cui crescita sia eccessiva e scoordinata rispetto agli altri tessuti. Una comune classificazione in base all'aggressività del tumore stesso è quella tra tumori *benigni* e tumori *maligni*, anche se esistono situazioni intermedie che presentano caratteristiche dell'una e dell'altra classe. Mentre le cellule di un tumore benigno mantengono almeno in parte le caratteristiche morfologiche tipiche del tessuto originario e restano confinate all'interno di un tessuto connettivo e comprimono i tessuti circostanti senza distruggeli direttamente, le cellule di un tumore maligno (o cancro) tendono a diffondersi all'interno di tessuti e organi vicini, propagandosi attraverso il sistema linfatico o i vasi sanguigni.

Il *melanoma* è un tumore maligno che si origina nelle cellule che producono la melanina, i melanociti, che si trovano per la maggior parte nella cute. Secondo gli ultimi dati ISTAT disponibili, relativi al 2008, in Italia su 172783 decessi imputabili a tumore, 1560 sono per tumori maligni della cute, che rappresentano lo 0,9% del totale [16].

Uno dei principali fattori di rischio è dovuta all'eccessiva esposizione alla radiazione UVB che può provocare un'alterazione del gene p53, inibendo l'apoptosi cellulare creando così i presupposti per la crescita incontrollata [17]. Sono maggiormente soggetti all'insorgenza della malattia gli individui con fenotipo chiaro, fenomeno osservato fin dalla metà del secolo scorso, a seguito di studi australiani che mettevano a confronto gruppi con diversa colorazione della pelle. Altro fattori da tenere in considerazione per la valutazione del rischio sono la presenza di nevi melanocitici e la familiarità.

## 2.2 Importanza della diagnosi precoce

Il melanoma, con l'eccezione notevole del tipo nodulare, si sviluppa solitamente in due fasi: nella prima (melanoma sottile) la lesione è superficiale e tende a svilupparsi in ampiezza, mentre nella seconda fase il melanoma si estende anche verticalmente. Più nello specifico, nella letteratura medica si distinguono vari stadi, che riportiamo insieme alle percentuali di sopravvivenza media a 5 anni [19]:

- Stadio 0: Melanoma in situ, sopravvivenza 99,9%
- Stadio I/II: Melanoma invasivo, sopravvivenza 85–99%
- Stadio II: Melanoma ad alto rischio, sopravvivenza 40–85%
- Stadio III: Metastasi localizzate, sopravvivenza 25–60%
- Stadio IV: Metastasi distanti, sopravvivenza 9–15%

Nei primi stadi (0-I) lo spessore di Breslow (spessore microscopico) della lesione è inferiore al millimetro, pertanto difficilmente le cellule tumorali hanno accesso alle vie linfatiche o ai vasi sanguigni, cosa che rende improbabile la loro diffusione nell'organismo. La maggiore consapevolezza ha un riscontro immediato nelle statistiche, se si pensa che la sopravvivenza media a 5 anni è passata dal 60% del triennio 1960–1963, all'80% del periodo 1977–1983, risultato interamente dovuto all'uso estensivo della diagnosi precoce [18].

Ad eccezione dei melanomi nodulari, una tipologia che non tratteremo in questo lavoro poiché molto differente dalle altre, si possono riassumere con la formula mnemonica ABCDE le principali caratteristiche morfologiche tipiche del melanoma:

- Asimmetria della lesione;
- Bordo irregolare;
- Colore variabile, presenza di zone scure/bluastre o rosse;
- Dimensione superiore ai 6mm;
- Evoluzione rapida: aumento di dimensione o altri cambiamenti morfologici.

Mentre la presenza contemporanea di almeno due di questi fattori è indizio di una forma tumorale, essi possono presentarsi però anche in altri tipi di lesione

melanocitica o di altra natura; lo specialista può ricorrere alla tecnica dell'epiluminescenza per osservare la struttura microscopica degli strati immediatamente sottostanti quelli visibili ad occhio nudo utilizzando un olio che rende trasparenti i primi strati di pelle (dermatoscopio a immersione) o una sorgente di luce polarizzata, il tutto abbinato ad una lente con un fattore di ingrandimento 10 o superiore.

## 2.3 Diagnosi digitale

Non sono note analisi diverse dall'ispezione visiva per la diagnosi precoce del melanoma, quali ad esempio la ricerca di particolari indicatori rilevabili con analisi sanguigne, come è invece possibile per altre patologie tumorali. Il costante aumento dell'incidenza di questa forma cancerosa, unito con la maggior consapevolezza della popolazione porta alla necessità di un numero sempre crescente di visite dermatologiche. È stato osservato statisticamente che la percentuale di diagnosi corrette formulate dai dermatologi sia del 60% circa, mentre tra i medici che non abbiano una preparazione specialistica le percentuali registrate si abbassano ulteriormente. Da tutto questo unito alla variabilità intra- e inter-osservatore, appare evidente che l'ausilio di un test diagnostico computerizzato possa rivelarsi di estrema utilità.

Partendo da queste considerazioni è nato il progetto ADAM (*Automatic Data Analysis for Melanoma early detection*) che ha mostrato come l'approccio dell'omologia persistente sia valido, e risulta quindi naturale chiedersi come gli sviluppi teorici recenti si ripercuotano sull'applicazione.



## Capitolo 3

# Finalità e metodologia

### 3.1 Finalità di questo lavoro

Lo scopo del progetto in cui questa sperimentazione si inserisce è quello di analizzare l'immagine di una lesione melanocitica e ottenerne una classificazione.

In questo lavoro si sono volute gettare le basi sperimentali per l'utilizzo in questo ambito della generalizzazione della teoria della taglia al caso di funzioni filtranti multidimensionali che è stata introdotta nel capitolo precedente. Poiché si tratta di un'analisi preliminare, propedeutica ad una possibile futura sperimentazione su un più vasto campione, abbiamo avuto la libertà di utilizzare un insieme di immagini campione relativamente limitato, seppure significativo.

### 3.2 Implementazione

Abbiamo scelto di utilizzare tutte le immagini del set a nostra disposizione, confrontandole due a due per mezzo di alcune funzioni filtranti bidimensionali. Sono disponibili on-line alcuni pacchetti software per il calcolo dell'omologia persistente (per esempio `JPlex` [?], sviluppato presso la Stanford University), ma abbiamo preferito utilizzare un software sviluppato da D. Giorgi dell'IMATI-CNR di Genova in collaborazione con il gruppo di Matematica della Visione e che è stato messo a nostra disposizione. Date in input due superficie triangolate e due coppie di funzioni a valori reali definite sui vertici delle superficie, esso restituisce in output il valore della distanza di corrispondenza per l'omologia persistente di ordine 0 approssimata a meno di una precisione scelta. Il software implementa l'algoritmo descritto in [15] per la riduzione al calcolo della distanza

di corrispondenza unidimensionale che viene a sua volta determinata utilizzando l'algoritmo ottimo di d'Amico [7].

Abbiamo quindi realizzato uno programma scheletro in linguaggio C che è stato poi compilato con diverse routine per il calcolo delle diverse funzioni filtranti. Si è così ottenuta una serie di eseguibili che, data in input una immagine, una maschera ed un eventuale fattore di riduzione, generino innanzitutto una mesh di triangoli i cui vertici coincidono con i punti dell'immagine individuati dalla maschera. Una volta ottenuta la mesh vengono eliminate tutte le componenti connesse ad eccezione della più grande e sulla componente residua viene effettuato il calcolo della funzione filtrante.

Questo passaggio è necessario in quanto se due mesh hanno un numero diverso di componenti connesse (cioè un diverso numero di rette angolari contate con molteplicità) la distanza tra le funzioni filtranti è infinita; ai fini di questo lavoro è stato ritenuto accettabile eliminare le componenti connesse minori.

Quando viene richiesta la riduzione media (si veda il paragrafo 4.2 per la definizione e i dettagli) si procede a creare in memoria una nuova maschera, una nuova mesh ridotta e delle funzioni filtranti ridotte. Sono state previste diverse modalità (massimo, minimo, media, mista) e sono state sperimentate sulle diverse funzioni filtranti a seconda delle esigenze.

Per poter elaborare in serie in maniera automatizzata tutti i confronti a coppie e condensare i risultati in tabelle adatte alla successiva elaborazione ed estrazione dei risultati sintetici si è poi realizzata una gamma di script per la shell `bash`.

È riportato in appendice A il listato di uno dei programmi scheletro e una delle funzioni filtranti. Come si può osservare l'unica libreria da cui dipende il codice è la `netpbm`, disponibile sotto licenza GPL e liberamente scaricabile all'indirizzo <http://netpbm.sourceforge.net/>.

## Capitolo 4

# Sperimentazione

### 4.1 Immagini di prova

Per realizzare questa sperimentazione ci siamo serviti di immagini di lesioni melanocitiche esaminate in epiluminescenza provenienti dal Centro clinico-sperimentale di Oncologia Dermatologica del Centro di Prevenzione Oncologica di Ravenna.

La classificazione tra immagini di nevi melanocitici e di melanomi è data, nei casi in cui era stata decisa l'escissione, dal risultato dell'esame istologico, mentre per quelli in cui non si è proceduto chirurgicamente si ha la garanzia di un *follow-up* di due anni.

Per quanto concerne l'aspetto tecnico, l'acquisizione delle immagini è avvenuta utilizzando un microscopio Leica Wild 650 M accoppiato ad una telecamera Sony 3CCD-930 e digitalizzando il risultato con una scheda di acquisizione alla risoluzione di  $768 \times 576$  pixel e 16 bit di profondità. Tutte le immagini, è opportuno notarlo, sono state acquisite in condizioni omogenee per quanto riguarda la calibrazione strumentale, l'illuminazione delle lesioni e l'ingrandimento ( $16\times$ ).

Ci preme inoltre precisare che viene fatto ricorso alla tecnica dell'epiluminescenza soprattutto nei casi in cui sia difficile formulare una diagnosi, quindi per sua stessa natura il problema si presenta complesso. Inoltre le particolarità della tecnica, che richiedono l'applicazione di un mezzo liquido tra il microscopio e la pelle del paziente, sono talvolta problematiche poiché possono formarsi bolle d'aria che vanno a perturbare l'immagine.

## 4.2 Preelaborazione

Ci siamo serviti di immagini preelaborate nell'ambito del progetto di ricerca ADAM [?], in primo luogo poiché le tecniche utilizzate in quella sede avevano dato risultati soddisfacenti; così facendo si è inoltre cercato di evitare di introdurre ulteriori elementi di variabilità, specialmente in un ambito non di immediato interesse in questa sede. In particolare abbiamo sfruttato la segmentazione dell'immagine esistente, ottenuta grazie a software sviluppato dal CINECA e per i cui dettagli rinviamo al già citato progetto originario.

Dobbiamo riscontrare che delle 16 immagini di melanomi a nostra disposizione, 4 sono state scartate poiché la segmentazione ha prodotto risultati insoddisfacenti (1 a causa di della presenza di peli, tre per altre caratteristiche cromatico/morfologiche); analogamente delle 117 immagini di nevi ci siamo ricondotti a 66 a causa di varie criticità.

Due delle tre funzioni filtranti utilizzate, e che verranno descritte più nel dettaglio nella sezione che segue, fanno uso della sola componente di intensità dell'informazione visiva, mentre l'input si presentava in componenti RGB; per la conversione ci siamo serviti degli strumenti standard della libreria `netpbm`, che utilizza la formula di conversione che segue:

$$l = 0,299r + 0,587g + 0,114b.$$

L'ultima fase di preelaborazione che si è resa necessaria è stata la riduzione delle dimensioni effettive delle immagini, poiché i calcoli effettuati sulle immagini a piena risoluzione si è rivelato improponibile, data la mole di dati sperimentali che era nostro interesse calcolare. Il risultato è stato tuttavia incoraggiante e ritorneremo su questo punto in sede di conclusioni.

Abbiamo utilizzato due diverse tecniche di riduzione: la prima è stata quella di suddividere l'immagine a blocchi di  $16 \times 16$  pixel e considerare come rappresentante il primo elemento in alto a sinistra; il secondo approccio è stato quello di calcolare le funzioni filtranti sull'immagine a dimensione piena, quindi ridurre l'immagine considerando un pixel come appartenente alla riduzione quando almeno metà dei pixel del blocco  $16 \times 16$  corrispondente si trova nella regione selezionata dall'algoritmo di segmentazione. In questo secondo caso abbiamo operato diverse scelte riguardo al valore della funzione misurante da considerare assunto nei punti dell'immagine ridotta, di cui diamo conto nella sezione dedicata alla valutazione dei risultati. Per brevità e chiarezza diremo ci riferiremo alla prima riduzione come *riduzione a campionamento* e alla seconda come *riduzione media*.

Mentre la riduzione media è stata implementata direttamente nel programma



che produce i file per il calcolo della distanza, la riduzione a campionamento è stata eseguita come parte della preelaborazione usando un apposito filtro. Il file così ottenuto è stato quindi elaborato senza ulteriore riduzione.

### 4.3 Scelta delle funzioni filtranti

A partire dalla caratterizzazione ABCDE e dalle precedenti esperienze fatte nel campo dell'omologia persistente, abbiamo effettuato alcune scelte di funzioni filtranti che andiamo ad analizzare e motivare nel seguito. Si noti che in altri precedenti lavori del gruppo di ricerca di Matematica della Visione ci si è concentrati soprattutto sull'analisi del bordo della lesione, si è qui preferito concentrarsi sulla valutazione di funzioni filtranti all'interno dell'immagine. Parallelamente il dottor M. Ethier dell'Università di Sherbrooke, in concerto con il gruppo di Matematica della Visione, sta portando avanti una serie di sperimentazioni utilizzando come spazio topologico il margine della lesione.

#### 4.3.1 Colore

La prima difficoltà incontrata nella valutazione del colore delle immagini è stata quella della tridimensionalità del dato, mentre si è scelto di trattare in questo lavoro il caso in dimensione due. Siamo quindi ricorsi ad una riduzione dello spazio dei colori classica nel campo del riconoscimento di immagini, nota come *excess-green* [?]; indicando con  $r, g, b$  le tre componenti rossa, verde e blu, abbiamo valutato la funzione filtrante

$$f_1 = 2 \cdot g - r - b, \quad f_2 = r - b.$$

Si è utilizzata la riduzione media, prendendo come valore della funzione misurante il minimo, il massimo e la media. Nei casi del minimo e del massimo una delle due funzioni è risultata non nulla solo su pochi blocchi in molte delle immagini, e saremmo ricaduti di fatto nel caso di funzione filtrante monodimensionale. Abbiamo quindi eseguito due batterie di confronti usando in una la media sul blocco e nell'altra il minimo per la prima componente ed il massimo per la seconda.

### 4.3.2 Intensità media per linee

Questa funzione filtrante, definita come

$$m_1(i', j') = \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ (i', j) \in \text{Img}}}^{768} l(i', j)}{768}, \quad m_2(i', j') = \frac{\sum_{\substack{i=1 \\ (i, j') \in \text{Img}}}^{576} l(i, j')}{576}$$

dove  $l$  rappresenta l'intensità, misura spazialmente l'asimmetria della distribuzione di zone chiare e zone scure all'interno della lesione. Si noti che se da un lato questa funzione non tiene conto della dimensione radiale della lesione, questa informazione è comunque presente nel dominio della funzione stessa, poiché la si intende definita solo all'interno dell'area determinata dalla segmentazione.

Abbiamo utilizzato la riduzione a campionamento e lasciato le altre possibilità per futuri test.

### 4.3.3 Variazione di intensità per linee

Un ulteriore punto di vista sulla complessiva asimmetria del nevo o melanoma è dato dalla funzione filtrante che calcola la variazione totale dei toni di grigio su righe e colonne ovvero

$$v_1(i', j') = \sum_{\substack{j=1 \\ (i', j), (i', j+1) \in \text{Img}}}^{768-1} |l(i', j+1) - l(i', j)|$$

$$v_2(i', j') = \sum_{\substack{i=1 \\ (i, j'), (i+1, j') \in \text{Img}}}^{576-1} |l(i+1, j') - l(i, j')|.$$

Con questa scelta otteniamo di misurare contemporaneamente sia l'irregolarità dell'ampiezza, quindi del bordo, sia della irregolarità presente nella parte interna.

Sono state utilizzate entrambe le riduzioni, in particolare per la riduzione media si è utilizzato il valore massimo assunto dalla coppia di funzioni filtranti all'interno della cella.

## 4.4 Valutazione dei risultati

Una volta calcolata la distanza tra tutte le coppie di immagini (separatamente per ciascuna delle funzioni filtranti e ciascuna delle riduzioni indicate nei paragrafi precedenti) si è scelto in primo luogo di conoscere, per ogni campione,

quali fossero le immagini piú vicine ad esso. In Appendice B sono riportate le minime distanze trovate e la tipologia, nevo o melanoma.

Si è quindi cercato un indice sintetico che possa essere usato per creare un test diagnostico, ma ci preme sottolineare che in nessun caso si è avuta la pretesa di trovare una soluzione “perfetta”, in primo luogo per le limitazioni già discusse del set di immagini a nostra disposizione.

Un primo indice è stato la differenza tra media delle distanze dall’insieme dei nevi e media delle distanza da quello dei melanomi, un’altra scelta è stata calcolare la somma dei reciproci delle distanze dei sei campioni piú vicini, tra nevi e melanomi, e farne la differenza cioè, detta  $d_i$  la distanza dal campione  $i$ -esimo, con  $d_i \leq d_{i+1}$ , e posto  $M_i = 1$  se l’ $i$ -esimo campione è classificato come melanoma e  $M_i = -1$  qualora fosse un nevo, abbiamo considerato

$$\sum_{i=1}^6 \frac{M_i}{d_i}.$$

I risultati tabulari dettagliati si possono trovare nell’Appendice B, insieme alle curve ROC ottenute al variare della soglia per ciascuno dei due indici sintetici.



# Capitolo 5

## Conclusioni

### 5.1 Approccio multidimensionale

L'utilizzo di funzioni misuranti multidimensionali porta come visto nel teorema 1.7 ad un aumento della distanza registrata rispetto a ciascuna delle distanze relative alle componenti.

Quello che abbiamo osservato è che, mentre l'incremento è spesso nullo o comunque solitamente contenuto, esso non è riconducibile alle singole distanze o ad una mera combinazione di esse, ed indica la capacità di estrarre ulteriore informazione dalle funzioni misuranti.

Nel caso variazione di intensità con riduzione a campionamento l'incremento medio rispetto al massimo delle due distanze unidimensionali è stato superiore al 5%, con picchi del 130% (confronto tra il nevo ZPDNBM09 e il melanoma BRCTID02); in circa un confronto su 3 si è riscontrato un aumento anche se minimo, in 1 su 6 di oltre il 10%; un aumento del 50% è stato ottenuto in un caso su 30; il raddoppio in 15 coppie. Non si registrano differenze significative tra il gruppo dei nevi e quello dei melanomi, ma per alcune immagini l'aumento medio registrato è del 15% (BRCTID02, melanoma; MRDNDF01, ZVDVK601, nevi), dell'11% (CSBRI406, SBDNIA09, nevi)

Per la variazione di intensità con riduzione media (funzione filtrante ridotta prendendo il massimo) l'incremento è stato del 6,6%, con un picco del 290% (confronto tra il nevo DVSSF102 e il nevo DFCTJC06); per alcune immagini l'aumento medio registrato è particolarmente significativo, come nel caso del nevo DFCTJC06, che supera il 55%.

Nel caso delle medie, dove abbiamo ridotto a campionamento, l'incremento medio è solo del 1,5%, ma il picco raggiunto è stato tra i melanomi SSNTA806

e BLDLHO02.

Il colore, nel caso della riduzione media con funzione filtrante mediata a blocchi, ha beneficiato in media di un aumento del 2%; il massimo incremento, 280%, si è riscontrato tra i nevi TMLBHA07 e CMCCKN05. Nessuna delle immagini si è discostata in maniera notevole nel caso medio — il nevo STCRAA04 è quello che ha ottenuto la deviazione maggiore, sotto il 10%.

Con la stessa funzione filtrante, ma diversa riduzione come precisato nella sezione 4.3.3, l'aumento medio è stato del 3,5%; il massimo incremento invece è stato addirittura del 400%, realizzato tra SPDNF606 e NTDML08, entrambi nevi. Neppure in questo casi si sono avuti scostamenti dalla media notevoli, con il nevo DSNTCE0N che ha di poco superato il 15%.

### 5.1.1 Considerazioni empiriche

Empiricamente abbiamo potuto osservare che il miglioramento è stato consistente soprattutto quando entrambe le funzioni filtranti o comunque le distanze di corrispondenza monodimensionali relative alle singole componenti si attestano su valori simili. Quando una delle due sia molto maggiore dell'altra, il contributo della minore è difficilmente rilevabile. Questo suggerisce che si potrebbe utilizzare l'approccio multidimensionale nella risoluzione dei "casi dubbi", almeno fino a quando non siano state trovate soluzioni algoritmiche più efficienti delle attuali.

Ci preme anche sottolineare che quando si è avuto un aumento con l'uso della distanza bidimensionale, questo è apparso fin dalle prime iterazioni dell'algoritmo e le successive hanno migliorato la stima; raramente è accaduto che vi fosse un miglioramento con una campionatura fitta che non fosse prevedibile già "a maglie larghe". Questo comportamento potrebbe dipendere certamente dalle funzioni filtranti scelte, ma ci pare opportuno rilevarlo, ai fini di una futura indagine di questo aspetto.

## 5.2 Lavoro futuro

### 5.2.1 Algoritmi

Per il momento il calcolo della distanza multidimensionale è estremamente oneroso, poiché nel caso pessimo si deve valutare la distanza di corrispondenza monodimensionale per un numero di coppie ammissibili dell'ordine di  $\frac{1}{\varepsilon^2}$ , dove  $\varepsilon$  è la tolleranza fissata. Non sono emerse soluzioni a questo problema, che resta campo di ricerca aperto. È invece emerso che si dovrebbe poter migliorare il

tempo di esecuzione nei casi ottimi e medi con un cambio di euristica, eseguendo cioè una ricerca del massimo in profondità invece che in ampiezza, e stiamo lavorando alla verifica di questa possibilità.

### 5.2.2 Diagnosi di melanomi

I risultati ottenuti sono differenti per le diverse funzioni misuranti.

La valutazione del colore, un dato realmente bidimensionale, ha dato i risultati meno soddisfacenti; poiché però esso è uno dei fattori di peso nella dermatoscopia, siamo convinti che sia possibile una scelta delle funzioni filtranti che porti ad una buona classificazione.

La media sulle linee ha prodotto risultati già molto buoni, mentre la variazione per linee addirittura eccellenti, suggerendo che queste sono una buona misura dell'irregolarità propria dello sviluppo delle forme tumorali maligne.

Un discorso importante è quello che riguarda la riduzione delle immagini a grafi "piccoli". È emersa chiaramente l'importanza di una riduzione appropriata per la funzione misurante considerata, cosa che appare evidente confrontando le due diverse riduzioni della funzione filtrante colore.

Un fatto notevole è che i risultati migliori si siano ottenuti nel caso di riduzione a campionamento, quindi di fatto lavorando con oggetti a bassissima risoluzione, cosa che mette in evidenza come almeno in certe forme tumorali esista una macrostruttura che le funzioni filtranti scelte sono in grado di catturare.

Si può rilevare inoltre come sia critica ai fini della creazione di un futuro test diagnostico la scelta di un indice sintetico in grado di condensare l'informazione. Per esempio la differenza tra la media delle distanze ha dato risultati interessanti nel caso della variazione sulle linee, ma non significativi negli altri casi. Il secondo indice, portato alla nostra attenzione dal prof. Ferri, ha invece esibito un comportamento più uniforme, quindi da tenere in assoluta considerazione nei test futuri.

In definitiva, a partire dai dati sperimentali raccolti, riteniamo che vi sia materiale più che sufficiente per una sperimentazione su un vasto campione per arrivare ad un valido strumento di supporto alla diagnosi nel futuro prossimo.





# Appendice A

## Codice sorgente

Riportiamo un esempio di programma scheletro e di una funzione filtrante, nella fattispecie lo scheletro per la preelaborazione e la riduzione di immagini a colori e la funzione filtrante del calcolo dei colori.

### A.1 `main_pnm_red.c`

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <netpbm/pgm.h>
#include <netpbm/pam.h>

#define ADJA 0x010000
#define ADJB 0x020000
#define ADJC 0x040000
#define ADJD 0x080000
#define ADJE 0x100000
#define ADJF 0x200000
#define ADJG 0x400000
#define ADJH 0x800000

#define MAX(a,b) (((a)>=(b))?(a):(b))

#define CC(I,J) (adj[(I)*cols+(J)] & 0xffff)
```

```

xel **img;
int cols , rows;
int *adj , *v;
int maxcc;
int tri = 0, spi = 0, ver = 0;
double *fun1 , *fun2;
int *mask;

void set_fnval(void);

char *stack;
unsigned int top = 0;

void push(char a)
{
    stack[top++] = a;
}

char pop(void)
{
    return stack[--top];
}

void dfs(int i, int j, int *vcc, int ncc, int *adj, int cols)
{
    signed char a, b;
    unsigned char bits;

    do {
next_iter:    bits = (adj[i*cols+j]>>16);

                adj[i*cols+j] |= ncc;
                vcc[ncc]++;
                for (a = -1; a < 2; a++ )
                    for (b = -1; b < 2; b++) {
                        if (!(a || b))
/* escludiamo i,j */                continue;

```

```

                                if ((bits & 0x1) &&
                                !(adj[(i+a)*cols+j+b] & 0xffff)) {
/* indici sempre ok, per bits */      push(a);
                                        push(b);
                                        push(bits);
                                        i+=a;
                                        j+=b;
                                        goto next_iter;
                                }
prev_iter:                          bits>>=1;
                                }
                                if (top) {
                                    bits = pop();
                                    b = pop();
                                    a = pop();
                                    i-=a;
                                    j-=b;
                                    goto prev_iter;
                                }
} while (top != 0);
}

```

```

void calc_adj(gray **img, int rows, int cols, int *adj)
{
    gray px, p21, p12, p11;
    int i, j;

    /* riga 0 */
    px = (img[0])[0];
    for (j = 1; j < cols; j++) {
        p21 = px;
        px = (img[0])[j];
        if (px) {
            if (p21) { /* caso: - */
                adj[j] |= ADJD;
                adj[j-1] |= ADJE;
            }
        }
    }
}

```

```

}

/* righe > 0 */
for (i = 1; i < rows; i++) {

    /* colonna 0 */
    p12 = (img[i-1])[0];
    px = (img[i])[0];
    if ((p12) && (px)) { /* caso: | */
        adj[i*cols] |= ADJB;
        adj[(i-1)*cols] |= ADJG;
    }

    /* colonne > 0 */
    for (j = 1; j < cols; j++) {
        p11 = p12;
        p12 = (img[i-1])[j];
        p21 = px;
        px = (img[i])[j];
        if ((p12) && (p21)) { /* caso: / */
            adj[i*cols+j-1] |= ADJC;
            adj[(i-1)*cols+j] |= ADJF;
        } else if ((p11) && (px)) { /* caso: \ */
            adj[i*cols+j] |= ADJA;
            adj[(i-1)*cols+j-1] |= ADJH;
        }
        if (px) {
            if (p21) { /* caso: - */
                adj[i*cols+j] |= ADJD;
                adj[i*cols+j-1] |= ADJE;
            }
            if (p12) { /* caso: - */
                adj[i*cols+j] |= ADJB;
                adj[(i-1)*cols+j] |= ADJG;
            }
        }
    }
}
}

```

```

}

void calc_maxcc(gray **img, int rows, int cols, int *adj)
{
    int i, j;
    int ncc = 0, vcc[256];

    maxcc = 0;

    for (i = 0; i < rows; i++)
        for (j = 0; j < cols; j++)
            if (((img[i])[j]) && !(CC(i,j))) {
                vcc[++ncc] = 0;
                dfs(i,j, vcc, ncc, adj, cols);
            }

    for (i = 1; i <= ncc; i++)
        if (vcc[i] > vcc[maxcc])
            maxcc = i;
}

void gen_mask(int rows, int cols, int *mask, int *adj, int maxcc)
{
    int i, j;

    for (i = 0; i < rows; i++)
        for (j = 0; j < cols; j++)
            mask[i*cols+j] = (CC(i,j)==maxcc);
}

void conta_tsv(int rows, int cols, int *mask, int *adj, int *v)
{
    int i, j;

    /* riga 0, colonna 0 */
    if (mask[0*cols+0]) {

```

```

        v[0] = ver++;
    }

    /* riga 0 */
    for (j = 1; j < cols; j++) {
        if (mask[0*cols+j]) {
            v[j] = ver++;
            if (adj[0*cols+j] & ADJD) { /* caso: - */
                spi++;
            }
        }
    }
}

/* righe > 0 */
for (i = 1; i < rows; i++) {

    /* colonna 0 */
    if (mask[i*cols+0]) {
        v[i*cols] = ver++;
        if (adj[i*cols+0] & ADJB) { /* caso: | */
            spi++;
        }
    }

    /* colonne > 0 */
    for (j = 1; j < cols; j++) {
        if (mask[i*cols+j-1] &&
            ((adj[i*cols+j-1] & ADJC))) {
            spi++; /* caso: / */
            if ((adj[i*cols+j-1] & ADJB))
                tri++; /* caso: |/ */
        } else if (mask[i*cols+j] &&
            ((adj[i*cols+j] & ADJA))) {
            spi++; /* caso: \ */
        }
        if (mask[i*cols+j]) {
            v[i*cols+j] = ver++;
            if (adj[i*cols+j] & ADJB) {
                spi++; /* caso: | */
            }
        }
    }
}

```

```

        if (adj[i*cols+j] & ADJA)
            tri++; /* caso: \ | */
    }
    if (adj[i*cols+j] & ADJD) {
        spi++; /* caso: - */
        if (adj[i*cols+j] & (ADJA|ADJB))
            tri++; /* caso: | \ o / | */
    }
}

}

}
printf("V:%d L:%d T:%d\n", ver, spi, tri);
printf("X:%d\n", ver-spi+tri);
}

void crea_output(FILE *sizeF, FILE *f1F, FILE *f2F,
                int rows, int cols, int *adj, int *mask,
                double *fun1, double *fun2)
{
    int i, j;

    fprintf(sizeF, "%d\n", ver);
    fprintf(sizeF, "%d\n", spi);
    if (mask[0*cols+0]) {
        fprintf(f1F, "%lf\n", (double) fun1[0] / 255.0);
        fprintf(f2F, "%lf\n", (double) fun2[0] / 255.0);
    }
    for (j = 1; j < cols; j++) {
        if (mask[0*cols+j]) {
//            printf("%c*", (p21)?'-' : ' ');
            fprintf(f1F, "%lf\n", (double) fun1[j] / 255.0);
            fprintf(f2F, "%lf\n", (double) fun2[j] / 255.0);
            if (adj[0*cols+j] & ADJD) { /* caso: - (riga 0) */
                fprintf(sizeF, "%d %d\n", v[j-1], v[j]);
            }
        }
    }
}

```

```

for (i = 1; i < rows; i++) {
    if (mask[i*cols+0] && (adj[i*cols+0] & ADJB)) {
        /* caso: | (colonna 0) */
        fprintf(sizeF, "%d %d\n", v[(i-1)*cols], v[i*cols]);
    }
    for (j = 1; j < cols; j++) {
        if (mask[i*cols+j-1] &&
            ((adj[i*cols+j-1] & ADJC))) {
            /* caso: / */
            fprintf(sizeF, "%d %d\n", v[(i-1)*cols+j],
                v[i*cols+j-1]);
        } else if (mask[i*cols+j] &&
            ((adj[i*cols+j]&ADJA))) {
            /* caso: \ */
            fprintf(sizeF, "%d %d\n",
                v[(i-1)*cols+j-1],
                v[i*cols+j]);
        }
        if (mask[i*cols+j] && (adj[i*cols+j] & ADJB)) {
            /* caso: | */
            fprintf(sizeF, "%d %d\n",
                v[(i-1)*cols+j], v[i*cols+j]);
        }
    }
    if (mask[i*cols+0])
        fprintf(f1F, "%lf\n", (double) fun1[i*cols] / 255.0);
    fprintf(f2F, "%lf\n", (double) fun2[i*cols] / 255.0);
    for (j = 1; j < cols; j++) {
        if (mask[i*cols+j]) {
            fprintf(f1F, "%lf\n",
                (double) fun1[i*cols+j] / 255.0);
            fprintf(f2F, "%lf\n",
                (double) fun2[i*cols+j] / 255.0);
            if (adj[i*cols+j] & ADJD) {
                /* caso: - */
                fprintf(sizeF, "%d %d\n",
                    v[i*cols+j-1], v[i*cols+j]);
            }
        }
    }
}

```



```

    }
    }
}

int main(int argc, char *argv[])
{
    FILE *imgF, *sizeF, *f1F, *f2F;
    char *nome;
    int i, j;
    xel px, p11, p12, p21;
    xelval maxval;
    int format;

    gray **inmask, inmask_maxval;
    int inmask_rows, inmask_cols;

    gray **imgred;
    int *maskred;
    int red, ir, jr, rowsred, colsred;
    double *fun1red, *fun2red;

    pm_init(argv[0], 0);

    imgF = fopen(argv[1], "r");
    img = pnm_readpnm(imgF, &cols, &rows, &maxval, &format);
    fclose(imgF);

    imgF = fopen(argv[3], "r");
    inmask = pgm_readpgm(imgF, &inmask_cols, &inmask_rows,
                        &inmask_maxval);
    fclose(imgF);

    if (inmask_cols != cols || inmask_rows != rows) {
        fprintf(stderr, "Bad mask.\n");
        exit(1);
    }
}

```

```

sscanf(argv[4], "%d", &red);

adj = calloc(cols * rows, sizeof(int));
mask = calloc(cols * rows, sizeof(int));
stack = malloc(cols * rows * 3 * sizeof(char));

calc_adj(inmask, rows, cols, adj);
calc_maxcc(inmask, rows, cols, adj);
gen_mask(rows, cols, mask, adj, maxcc);

set_fnval();

free(adj);

rowsred = rows/red;
colsred = cols/red;
imgred = pgm_allocarray(colsred, rowsred);
maskred = calloc(rowsred * colsred, sizeof(int));
v = calloc(colsred * rowsred, sizeof(int));
adj = calloc(colsred * rowsred, sizeof(int));
fun1red = calloc(colsred * rowsred, sizeof(double));
fun2red = calloc(colsred * rowsred, sizeof(double));

for (ir = 0; ir < rowsred; ir++)
    for (jr = 0; jr < colsred; jr++)
        (imgred[ir])[jr] = 0;

for (ir = 0; ir < rowsred; ir++)
for (i = ir*red; i < ir*red+red; i++)
    for (jr = 0; jr < colsred; jr++)
        for (j = jr*red; j < jr*red+red; j++)
            if (mask[i*cols+j])
                (imgred[ir])[jr]++;

for (ir = 0; ir < rowsred; ir++)
    for (jr = 0; jr < colsred; jr++)
        maskred[ir*colsred+jr]=

```

```

((imgred [ ir ])[ jr]>red*red/2);

for (ir = 0; ir < rowsred; ir++)
for (i = ir*red; i<ir*red+red; i++)
    for (jr = 0; jr < colsred; jr++)
        for (j = jr*red; j<jr*red+red; j++)
            if(maskred[ir*colsred+jr] && mask[i*cols+j]) {
                fun1red[ir*colsred+jr] =
                    MAX(fun1red[ir*colsred+jr],
                        fun1[i*cols+j]);
                fun2red[ir*colsred+jr] =
                    MAX(fun2red[ir*colsred+jr],
                        fun2[i*cols+j]);
            }

calc_adj(imgred, rowsred, colsred, adj);
calc_maxcc(imgred, rowsred, colsred, adj);
gen_mask(rowsred, colsred, maskred, adj, maxcc);
conta_tsv(rowsred, colsred, maskred, adj, v);

i = strlen(argv[2]);
nome = malloc(i + 6);
strncpy(nome, argv[2], i);
strncpy(nome + i, ".size", 6);
sizeF = fopen(nome, "w");
strncpy(nome + i, "_1.f", 5);
f1F = fopen(nome, "w");
strncpy(nome + i, "_2.f", 5);
f2F = fopen(nome, "w");

crea_output(sizeF, f1F, f2F, rowsred, colsred, adj,
            maskred, fun1red, fun2red);

fclose(f1F);
fclose(f2F);
fclose(sizeF);

exit(0);

```

}

## A.2 main\_pnm\_red.c

```
#include <netpbm/pam.h>
```

```
void set_fnval(void)
```

```
{
```

```
    int i, j;
    xel px, p12, p21;
    extern int *mask;
    extern int cols, rows;
    extern xel **img;
    extern double *fun1, *fun2;
```

```
    fun1 = calloc(cols*rows, sizeof(double));
```

```
    fun2 = calloc(cols*rows, sizeof(double));
```

```
    /*
    for (i = 0; i < rows; i++) {
        for (j = 0; j < cols; j++)
            printf("%c", mask[i*cols+j]? '*' : ' ');
        printf("\n");
    }*/
```

```
    for (i = 0; i < rows; i++) {
        for (j = 0; j < cols; j++) {
            if (!(mask[i*cols+j]))
                continue;
            px = (img[i])[j];
            fun1[i*cols+j] = 2*((double)PPMGETG(px)) - (double) PPMGETB(px);
            fun2[i*cols+j] = (double) PPMGETR(px) - (double) PPMGETB(px);
            // printf("%d %d %d\n", PPMGETR(px), PPMGETG(px), PPMGETB(px));
            // printf("%lf %lf\n", fun1[i*cols+j], fun2[i*cols+j]);
        }
    }
```

```
}
```

## Appendice B

# Risultati sperimentali

Riportiamo nel seguito una sintesi dei risultati ottenuti. Per ogni batteria di test è presente una tabella estesa su quattro pagine consecutive; sono prima elencati i melanomi seguiti, dopo la doppia barra, dai nevi, che proseguono sulle due pagine successive. Nella pagina sinistra sono elencate le distanze dei campioni piú vicini a quello in esame, assieme ad una **M** che indica se il campione è un melanoma; la pagina destra riporta gli indici sintetici risultanti.

Al termine si trovano le curve ROC ottenute dai due indici nelle batterie di test.

## Variazione di intensità, riduz. a campionamento

	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
BLDLHO02	M 0,333	0,384	M 0,386	0,411	0,443	0,460
BRCTID02	0,368	0,374	0,382	0,384	M 0,386	0,389
GLTTGK05	M 0,333	0,384	0,427	M 0,443	M 0,443	0,450
GRLMEF09	M 0,627	0,631	M 0,635	M 0,654	M 0,662	0,8
LRDGEM02	M 0,758	M 0,894	M 0,937	M 1,074	1,078	M 1,101
MNBNL605	M 0,411	M 0,466	M 0,533	0,537	M 0,572	0,607
MZNNC803	M 0,494	M 0,635	M 0,643	M 0,670	M 0,758	0,815
PCCLE702	0,125	0,125	0,129	0,133	0,149	0,158
PGNNGLO6	M 0,407	M 0,411	0,490	M 0,494	M 0,494	0,592
PPCLHA05	0,101	0,131	M 0,176	0,182	0,192	0,196
SLBRC603	0,315	0,352	M 0,407	0,413	0,427	M 0,443
SSNTA806	0,317	0,317	0,317	0,317	0,317	0,317
BGCRHO06	0,185	0,188	0,188	0,211	0,211	0,219
BLDRGU0A	0,188	0,188	0,203	0,205	0,209	0,209
BLLSI108	0,176	0,177	M 0,184	0,188	0,192	0,202
BRCRD805	0,215	0,243	0,258	0,266	0,278	0,298
BRDRA602	0,160	0,196	0,196	0,203	0,207	0,207
BRDVF603	0,364	0,393	M 0,407	0,419	M 0,427	0,439
BSCRGO02	0,168	0,172	0,178	0,184	0,192	0,192
CLCTB701	0,176	0,180	0,194	0,196	0,2	0,207
CLCTB704	0,192	0,203	0,205	0,207	0,217	0,219
CMCMKN05	0,203	0,213	0,219	0,219	0,220	0,231
CMDLCV02	0,152	0,154	M 0,160	0,162	0,164	0,166
CSBRI401	0,211	0,235	0,235	0,239	0,254	0,254
CSBRI402	M 0,315	0,384	0,431	M 0,431	M 0,431	0,435
CSBRI403	0,235	0,243	0,250	0,254	0,262	0,262
CSBRI404	0,278	0,294	0,301	0,313	M 0,317	0,329
CSBRI406	0,198	0,201	0,231	0,231	0,241	0,243
CSCREU09	M 0,131	0,149	0,152	0,160	0,186	M 0,192
CTCNA001	0,160	0,162	0,172	0,176	0,176	0,185
CTCNA002	0,388	0,407	M 0,413	0,431	0,439	0,439
CTCNA003	0,172	0,176	0,176	0,178	0,188	0,196
CTCNA004	0,192	0,192	M 0,196	M 0,196	0,197	0,201
CTCNA006	0,196	0,201	0,207	0,211	0,211	0,219
DFCTJC03	0,301	0,380	M 0,384	M 0,384	M 0,388	0,396
DFCTJC06	0,329	0,337	0,349	0,360	0,368	0,372
DSNTCE0B	0,262	0,266	0,282	0,286	0,290	0,297
DSNTCE0I	0,262	0,262	0,266	0,274	0,280	0,280
DSNTCE0L	0,290	0,298	0,303	0,309	0,309	0,317

**Variazione di intensità, riduz. a campionamento**

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
BLDLHO02	5,588	9,457	-3,868	0,508	0,651	-0,143
BRCTID02	2,588	13,170	-10,581	0,483	0,704	-0,221
GLTTGK05	7,513	7,158	0,354	0,639	0,634	0,005
GRLMEF09	6,203	2,833	3,369	1,053	0,873	0,180
LRDGEM02	5,341	0,927	4,414	1,221	1,100	0,120
MNBNL605	8,193	3,506	4,686	0,751	0,663	0,087
MZNNC803	7,961	1,225	6,735	1,197	0,900	0,296
PCCLE702	0	44,171	-44,171	0,377	0,766	-0,389
PGNNGLO6	8,928	3,728	5,199	0,866	0,661	0,205
PPCLHA05	5,666	33,207	-27,540	0,402	0,766	-0,364
SLBRC603	4,708	10,756	-6,048	0,726	0,641	0,085
SSNTA806	0	18,888	-18,888	0,434	0,722	-0,287
BGCRHO06	0	30,022	-30,022	0,355	0,733	-0,377
BLDRGU0A	0	29,918	-29,918	0,331	0,731	-0,399
BLLSI108	5,425	26,739	-21,313	0,357	0,724	-0,366
BRCRD805	0	23,309	-23,309	0,385	0,678	-0,293
BRDRA602	0	30,967	-30,967	0,368	0,738	-0,370
BRDVF603	4,791	9,942	-5,151	0,566	0,699	-0,133
BSCRGO02	0	33,163	-33,163	0,351	0,734	-0,383
CLCTB701	0	31,272	-31,272	0,343	0,730	-0,386
CLCTB704	0	28,916	-28,916	0,338	0,726	-0,387
CMCMKN05	0	27,549	-27,549	0,335	0,723	-0,388
CMDLCV02	6,224	31,229	-25,005	0,346	0,720	-0,374
CSBRI401	0	25,248	-25,248	0,378	0,735	-0,357
CSBRI402	7,804	7,217	0,586	0,674	0,691	-0,016
CSBRI403	0	23,882	-23,882	0,393	0,719	-0,326
CSBRI404	3,148	16,526	-13,378	0,431	0,709	-0,277
CSBRI406	0	26,904	-26,904	0,363	0,722	-0,358
CSCREU09	12,815	24,836	-12,020	0,412	0,714	-0,301
CTCNA001	0	34,905	-34,905	0,357	0,736	-0,379
CTCNA002	2,416	11,899	-9,483	0,805	0,687	0,117
CTCNA003	0	33,145	-33,145	0,325	0,728	-0,402
CTCNA004	10,200	20,419	-10,219	0,352	0,724	-0,371
CTCNA006	0	28,860	-28,860	0,331	0,725	-0,394
DFCTJC03	7,779	8,465	-0,685	0,499	0,681	-0,181
DFCTJC06	0	17,038	-17,038	0,610	0,717	-0,107
DSNTCE0B	0	21,392	-21,392	0,387	0,747	-0,359
DSNTCE0I	0	22,137	-22,137	0,380	0,726	-0,345
DSNTCE0L	0	19,695	-19,695	0,502	0,730	-0,227

## Variazione di intensità, riduz. a campionamento – segue

	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
DSNTCE0N	0,243	0,266	0,290	0,294	0,294	0,317
DSNTCE0O	0,196	0,219	0,223	0,235	0,235	0,237
DVSSF102	0,250	0,266	0,266	0,280	0,282	0,301
FNCRDG0H	0,176	M 0,180	0,192	0,203	0,203	0,203
GRDNGS06	0,160	0,178	0,192	0,2	0,203	0,215
GRDNI405	0,176	0,207	0,207	0,215	0,219	0,231
GRDNI407	0,217	0,219	0,223	M 0,235	0,250	0,252
LCLBDM07	M 0,129	0,166	0,168	0,168	0,168	0,184
MLLBL302	M 0,101	0,156	M 0,158	0,160	0,172	0,172
MLLBL304	0,178	0,203	0,205	0,205	0,205	0,205
MNBRBB01	M 0,125	0,147	0,156	0,168	0,176	0,180
MNBRL003	0,229	0,231	0,237	0,237	0,237	0,237
MNBRL004	0,217	0,223	0,227	0,231	0,239	0,247
MNCHKC06	0,184	0,194	0,211	0,219	0,219	0,223
MRDNDF01	0,198	0,258	0,262	0,269	0,270	0,278
NTDMIL08	0,149	0,158	M 0,162	0,164	0,164	0,168
NTDMIL0C	0,149	0,149	0,162	0,176	0,2	0,203
PRNGFH0G	0,184	0,196	0,207	0,213	0,213	0,226
PTCHE207	0,129	M 0,133	0,149	0,152	0,164	0,168
PTCHE208	0,149	0,149	0,152	M 0,158	0,162	0,172
RLCRB708	M 0,125	0,129	0,147	0,154	0,158	0,172
SBDNIA09	0,235	0,237	0,247	0,282	0,285	0,286
SPDNF606	0,2	0,213	0,215	0,223	0,227	0,235
SPNGF508	0,207	0,220	0,227	0,231	0,243	0,250
SPNGF50A	0,207	0,207	0,211	0,215	0,227	0,227
STCRAA03	0,215	0,215	0,223	0,223	0,235	0,239
STCRAA04	0,334	0,337	M 0,349	0,352	0,360	0,364
STCRAA07	0,184	0,2	0,235	0,249	0,258	0,258
STCRAA08	0,215	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223
STCRAA09	0,290	0,329	0,337	M 0,351	0,357	0,368
STCRAA0C	0,172	0,184	0,192	0,2	0,213	0,213
STCRAA0D	0,160	0,168	0,176	0,192	0,2	0,209
SVCNHQ05	0,274	0,278	0,282	0,290	0,290	0,298
SVCNHQ08	0,176	0,203	0,205	0,223	0,227	0,231
TMLBHA04	0,188	0,212	0,217	0,217	0,217	0,217
TMLBHA07	0,168	0,180	0,184	0,188	0,203	0,203
TNDNLM06	M 0,352	0,384	0,388	0,407	M 0,411	0,411
ZPDNBM09	0,235	0,235	0,243	0,258	0,274	0,274
ZVDVK601	0,184	0,237	0,252	0,263	0,266	0,274



**Variazione di intensità, riduz. a campionamento – segue**

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
DSNTCE0N	0	21,256	-21,256	0,523	0,722	-0,198
DSNTCE0O	0	26,842	-26,842	0,363	0,735	-0,371
DVSSF102	0	21,904	-21,904	0,462	0,731	-0,269
FNCRDG0H	5,543	25,582	-20,038	0,355	0,719	-0,363
GRDNGS06	0	31,568	-31,568	0,355	0,736	-0,380
GRDNI405	0	28,798	-28,798	0,350	0,716	-0,366
GRDNI407	4,250	21,559	-17,309	0,366	0,708	-0,342
LCLBDM07	7,727	29,216	-21,488	0,366	0,715	-0,349
MLLBL302	16,103	24,185	-8,081	0,400	0,709	-0,308
MLLBL304	0	29,936	-29,936	0,346	0,734	-0,388
MNBRBB01	7,968	30,315	-22,346	0,370	0,714	-0,344
MNBRL003	0	25,535	-25,535	0,350	0,726	-0,375
MNBRL004	0	26,014	-26,014	0,368	0,747	-0,379
MNCHKC06	0	28,880	-28,880	0,346	0,718	-0,371
MRDNDF01	0	23,716	-23,716	0,385	0,724	-0,338
NTDMIL08	6,144	31,079	-24,935	0,359	0,717	-0,358
NTDMIL0C	0	35,136	-35,136	0,400	0,717	-0,317
PRNGFH0G	0	29,117	-29,117	0,330	0,726	-0,396
PTCHE207	7,499	32,977	-25,477	0,393	0,714	-0,320
PTCHE208	6,296	31,899	-25,603	0,372	0,716	-0,344
RLCRB708	7,968	33,071	-25,102	0,376	0,714	-0,338
SBDNIA09	0	23,047	-23,047	0,407	0,737	-0,329
SPDNF606	0	27,435	-27,435	0,353	0,725	-0,372
SPNGF508	0	26,164	-26,164	0,347	0,730	-0,382
SPNGF50A	0	27,775	-27,775	0,349	0,727	-0,378
STCRAA03	0	26,650	-26,650	0,359	0,746	-0,386
STCRAA04	2,865	14,305	-11,439	0,448	0,711	-0,262
STCRAA07	0	26,418	-26,418	0,363	0,731	-0,368
STCRAA08	0	27,004	-27,004	0,363	0,733	-0,369
STCRAA09	2,847	14,955	-12,107	0,511	0,668	-0,157
STCRAA0C	0	30,782	-30,782	0,334	0,728	-0,393
STCRAA0D	0	32,796	-32,796	0,360	0,727	-0,366
SVCNHQ05	0	21,023	-21,023	0,410	0,699	-0,289
SVCNHQ08	0	28,619	-28,619	0,352	0,724	-0,372
TMLBHA04	0	28,400	-28,400	0,364	0,735	-0,371
TMLBHA07	0	32,019	-32,019	0,361	0,734	-0,372
TNDNLM06	5,261	10,058	-4,796	0,686	0,701	-0,014
ZPDNBM09	0	23,760	-23,760	0,429	0,730	-0,301
ZVDVK601	0	24,786	-24,786	0,383	0,734	-0,351

## Variazione di intensità, riduz. media

	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
BLDLHO02	1,472	M 1,752	M 1,847	1,858	M 1,941	M 1,968
BRCTID02	1,203	1,415	1,415	1,435	1,458	1,470
GLTTGK05	M 1,560	1,603	1,668	1,674	1,764	1,773
GRLMEF09	M 1,752	M 1,834	M 1,848	M 1,987	2,052	2,2
LRDGEM02	M 3,323	3,992	4,229	4,303	4,303	4,447
MNBNL605	1,619	M 1,770	1,772	1,796	M 1,827	M 1,834
MZNNC803	1,360	1,678	1,687	1,701	1,721	1,755
PCCLE702	0,641	0,701	0,719	0,760	0,760	0,760
PGNNGLO6	M 3,323	M 3,603	M 3,607	M 3,815	4,050	4,056
PPCLHA05	0,541	0,694	0,731	0,776	0,811	0,823
SLBRC603	M 1,827	M 1,987	M 2,115	2,121	2,223	2,223
SSNTA806	1,250	1,262	1,286	1,362	1,376	1,420
BGCRHO06	0,990	0,990	0,990	1,003	1,054	1,063
BLDRGU0A	M 0,805	0,847	0,856	0,880	0,921	0,929
BLLSI108	0,990	M	1,003	1,003	1,005	1,031
BRCRD805	0,894	0,927	0,937	0,990	1,119	1,152
BRDRA602	0,988	0,988	1,058	M 1,094	1,103	1,119
BRDVF603	2,623	3,109	M 4,043	4,050	M 4,081	M 4,180
BSCRGO02	M 0,541	0,652	0,731	0,741	0,752	0,752
CLCTB701	0,896	0,937	0,977	0,990	1,101	1,103
CLCTB704	0,927	0,927	0,977	0,988	0,988	0,998
CMCMKN05	1,447	1,574	1,580	1,619	1,631	1,631
CMDLCV02	0,803	M 0,843	0,858	0,945	0,987	1,015
CSBRI401	1,531	1,631	M 1,687	1,723	1,731	1,731
CSBRI402	2,623	2,678	M 2,850	M 3,176	M 3,266	M 3,6
CSBRI403	M 1,250	1,415	1,472	1,529	1,529	1,576
CSBRI404	M 1,360	1,671	M 1,772	1,780	1,913	1,945
CSBRI406	1,349	1,380	1,435	1,462	1,474	1,501
CSCREU09	0,573	0,645	0,652	0,686	M 0,694	0,696
CTCNA001	0,803	0,847	0,858	M 0,866	0,945	0,949
CTCNA002	M 1,441	M 1,472	M 1,472	M 1,472	M 1,678	1,711
CTCNA003	0,894	0,927	1,011	1,086	1,101	1,121
CTCNA004	0,706	M 0,772	0,866	0,935	0,961	0,962
CTCNA006	0,898	0,956	1,017	1,084	1,105	1,129
DFCTJC03	M 1,619	M 2,280	2,367	M 2,427	M 2,427	2,435
DFCTJC06	1,286	1,331	1,458	1,468	1,501	1,560
DSNTCE0B	1,694	1,694	1,790	1,8	1,815	1,864
DSNTCE0I	1,205	M 1,362	1,421	1,444	1,447	1,452
DSNTCE0L	1,117	1,392	1,420	1,439	1,452	1,474

**Variazione di intensità, riduz. media**

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
BLDLHO02	2,651	2,581	0,070	2,134	1,217	0,917
BRCTID02	1,972	2,743	-0,770	0	4,305	-4,305
GLTTGK05	2,249	2,606	-0,356	0,640	2,950	-2,309
GRLMEF09	2,706	2,566	0,139	2,159	0,941	1,218
LRDGEM02	4,831	4,598	0,232	0,300	1,176	-0,875
MNBNL605	2,561	2,683	-0,122	1,657	1,738	-0,081
MZNNC803	2,347	2,562	-0,214	0	3,661	-3,661
PCCLE702	1,634	2,830	-1,196	0	8,317	-8,317
PGNNGLO6	4,595	4,199	0,396	1,117	0,493	0,624
PPCLHA05	1,743	2,830	-1,087	0	8,389	-8,389
SLBRC603	3,058	2,717	0,340	1,523	1,370	0,152
SSNTA806	2,018	2,623	-0,605	0	4,533	-4,533
BGCRHO06	1,692	2,688	-0,996	0	5,912	-5,912
BLDRGU0A	1,702	2,672	-0,970	1,240	5,643	-4,403
BLLSI108	1,701	2,698	-0,996	0	5,965	-5,965
BRCRD805	1,638	2,625	-0,986	0	6,034	-6,034
BRDRA602	1,654	2,663	-1,009	0,913	4,767	-3,853
BRDVF603	4,488	4,363	0,125	0,731	0,949	-0,218
BSCRGO02	1,740	2,635	-0,894	1,847	6,903	-5,056
CLCTB701	1,683	2,649	-0,966	0	6,029	-6,029
CLCTB704	1,613	2,593	-0,979	0	6,205	-6,205
CMCMKN05	2,287	2,755	-0,468	0	3,802	-3,802
CMDLCV02	1,645	2,658	-1,012	1,186	5,463	-4,277
CSBRI401	2,411	2,667	-0,255	0,592	3,001	-2,408
CSBRI402	3,896	3,700	0,196	1,249	0,754	0,494
CSBRI403	2,157	2,533	-0,376	0,799	3,327	-2,528
CSBRI404	2,422	2,514	-0,091	1,299	2,196	-0,897
CSBRI406	1,969	2,630	-0,661	0	4,190	-4,190
CSCREU09	1,730	2,641	-0,911	1,440	7,719	-6,278
CTCNA001	1,595	2,684	-1,089	1,153	5,700	-4,546
CTCNA002	2,347	2,440	-0,093	3,326	0,584	2,742
CTCNA003	1,595	2,605	-1,009	0	5,904	-5,904
CTCNA004	1,661	2,677	-1,015	1,294	5,717	-4,423
CTCNA006	1,632	2,514	-0,881	0	5,852	-5,852
DFCTJC03	2,916	2,885	0,031	1,879	0,832	1,046
DFCTJC06	2,199	2,809	-0,609	0	4,201	-4,201
DSNTCE0B	2,389	2,752	-0,363	0	3,381	-3,381
DSNTCE0I	2,092	2,573	-0,480	0,733	3,604	-2,870
DSNTCE0L	1,892	2,541	-0,648	0	4,378	-4,378

## Variazione di intensità, riduz. media – segue

	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
DSNTCE0N	1,117	1,184	1,205	1,237	1,305	1,337
DSNTCE0O	1,043	1,047	1,078	1,149	1,201	1,210
DVSSF102	0,889	0,898	0,949	0,990	0,998	0,998
FNCRDG0H	0,935	1,001	1,054	1,063	M 1,103	1,119
GRDNGS06	0,670	M 0,760	0,858	0,862	0,901	0,931
GRDNI405	1,129	1,184	1,288	1,294	1,381	1,394
GRDNI407	1,211	1,215	1,223	1,223	1,223	1,223
LCLBDM07	0,633	0,688	0,688	M 0,701	0,706	0,710
MLLBL302	0,490	0,547	0,686	0,696	0,749	0,752
MLLBL304	0,670	M 0,760	0,765	0,772	0,847	0,862
MNBRBB01	0,660	0,688	0,696	0,696	0,696	0,696
MNBRL003	1,211	1,366	1,366	1,366	1,366	1,366
MNBRL004	0,896	0,931	M 0,945	0,982	0,990	0,998
MNCHKC06	0,874	0,901	0,949	0,982	0,998	1,135
MRDNDF01	M 2,690	M 2,882	M 2,901	3,062	3,2	M 3,415
NTDMIL08	0,776	0,847	0,866	0,887	0,894	M 0,913
NTDMIL0C	0,745	M 0,805	0,815	0,829	0,892	0,921
PRNGFH0G	1,186	1,227	1,268	1,270	M 1,286	1,298
PTCHE207	0,547	0,645	0,661	0,696	0,710	0,731
PTCHE208	0,490	0,573	0,661	0,688	0,696	0,745
RLCRB708	0,710	0,710	0,745	0,745	0,752	M 0,760
SBDNIA09	1,308	1,396	1,474	1,584	1,596	1,631
SPDNF606	1,035	1,054	1,129	1,164	1,186	1,211
SPNGF508	1,110	1,184	1,227	1,237	M 1,262	1,286
SPNGF50A	0,887	0,898	0,956	0,976	0,988	1,035
STCRAA03	0,776	0,858	0,874	0,887	0,889	0,931
STCRAA04	1,188	1,192	1,203	1,207	1,215	1,223
STCRAA07	1,246	1,337	1,396	1,407	1,407	1,407
STCRAA08	0,866	0,887	0,898	0,901	0,945	0,945
STCRAA09	1,3	1,364	M 1,376	1,447	1,447	1,470
STCRAA0C	0,988	0,988	0,990	0,990	0,990	0,990
STCRAA0D	0,725	M 0,805	0,829	0,838	0,894	0,906
SVCNHQ05	M 1,203	1,466	1,490	1,549	1,549	1,549
SVCNHQ08	1,150	1,150	1,186	1,215	1,245	1,247
TMLBHA04	0,633	M 0,641	0,660	0,763	0,799	0,829
TMLBHA07	1,288	1,308	1,341	1,403	1,433	1,433
TNDNLM06	1,415	M 1,674	M 1,709	1,711	1,788	M 1,968
ZPDNBM09	1,3	1,470	1,545	1,574	1,580	1,705
ZVDVK601	0,945	0,949	0,956	1,068	1,068	1,068

## Variazione di intensità, riduz. media – segue

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
DSNTCE0N	1,925	2,595	-0,669	0	4,890	-4,890
DSNTCE0O	1,769	2,702	-0,933	0	5,369	-5,369
DVSSF102	1,641	2,659	-1,017	0	6,303	-6,303
FNCRDG0H	1,656	2,693	-1,037	0,906	4,848	-3,942
GRDNCS06	1,662	2,679	-1,017	1,314	5,997	-4,682
GRDNI405	1,664	2,535	-0,870	0	4,719	-4,719
GRDNI407	1,705	2,612	-0,906	0	4,917	-4,917
LCLBDM07	1,681	2,647	-0,966	1,424	7,307	-5,882
MLLBL302	1,739	2,653	-0,914	0	9,424	-9,424
MLLBL304	1,686	2,664	-0,977	1,314	6,431	-5,116
MNBRBB01	1,707	2,647	-0,940	0	8,712	-8,712
MNBRL003	1,816	2,599	-0,782	0	4,483	-4,483
MNBRL004	1,625	2,659	-1,033	1,058	5,218	-4,160
MNCHKC06	1,671	2,649	-0,977	0	6,205	-6,205
MRDNDF01	4,072	3,656	0,416	1,356	0,639	0,717
NTDMIL08	1,636	2,695	-1,059	1,094	5,867	-4,772
NTDMIL0C	1,689	2,684	-0,995	1,240	5,978	-4,737
PRNGFH0G	1,784	2,607	-0,823	0,777	4,003	-3,225
PTCHE207	1,722	2,648	-0,925	0	9,101	-9,101
PTCHE208	1,711	2,658	-0,947	0	9,528	-9,528
RLCRB708	1,680	2,655	-0,974	1,314	6,827	-5,512
SBDNIA09	2,024	2,550	-0,526	0	4,029	-4,029
SPDNF606	1,766	2,695	-0,928	0	5,326	-5,326
SPNGF508	1,762	2,480	-0,718	0,791	4,144	-3,352
SPNGF50A	1,614	2,616	-1,002	0	6,285	-6,285
STCRAA03	1,603	2,676	-1,072	0	6,919	-6,919
STCRAA04	1,717	2,629	-0,912	0	4,978	-4,978
STCRAA07	1,758	2,661	-0,902	0	4,396	-4,396
STCRAA08	1,623	2,654	-1,030	0	6,618	-6,618
STCRAA09	2,084	2,609	-0,525	0,726	3,563	-2,837
STCRAA0C	1,606	2,636	-1,029	0	6,063	-6,063
STCRAA0D	1,662	2,674	-1,012	1,240	5,997	-4,756
SVCNHQ05	2,117	2,609	-0,492	0,830	3,289	-2,458
SVCNHQ08	1,682	2,608	-0,925	0	5,008	-5,008
TMLBHA04	1,680	2,651	-0,971	1,559	6,857	-5,297
TMLBHA07	1,902	2,702	-0,799	0	4,393	-4,393
TNDNLM06	2,489	2,591	-0,102	1,690	1,849	-0,159
ZPDNBM09	2,148	2,655	-0,507	0	3,950	-3,950
ZVDVK601	1,646	2,546	-0,900	0	5,964	-5,964

## Medie, riduz. a campionamento

	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
BLDLHO02	M 0,094	M 0,098	0,107	0,107	0,107	M 0,108
BRCTID02	0,078	M 0,086	M 0,094	0,096	0,105	M 0,109
GLTTGK05	0,149	0,149	0,149	0,162	0,162	0,166
GRLMEF09	M 0,082	M 0,086	M 0,086	M 0,098	0,101	0,105
LRDGEM02	M 0,082	M 0,087	M 0,088	M 0,094	M 0,094	M 0,094
MNBNL605	M 0,149	M 0,170	0,186	0,186	0,186	0,186
MZNNC803	0,109	0,117	0,117	0,117	0,117	0,117
PCCLE702	0,050	0,058	0,066	0,140	0,143	0,145
PGNNGLO6	M 0,087	M 0,121	M 0,121	M 0,123	M 0,123	M 0,123
PPCLHA05	0,111	M 0,113	0,115	M 0,119	0,125	M 0,127
SLBRC603	M 0,149	M 0,170	0,174	M 0,176	M 0,176	0,178
SSNTA806	M 0,088	M 0,108	M 0,109	M 0,109	M 0,109	M 0,109
BGCRHO06	0,066	0,094	0,096	0,101	0,111	M 0,113
BLDRGU0A	0,046	0,050	0,054	0,066	0,125	0,127
BLLSI108	0,039	0,050	0,062	0,074	0,090	0,121
BRCRD805	0,058	M 0,066	M 0,066	0,121	0,131	0,131
BRDRA602	0,090	0,098	0,101	0,137	0,139	0,139
BRDVF603	M 0,141	M 0,149	M 0,160	M 0,160	0,170	0,170
BSCRGO02	0,111	M 0,113	M 0,115	M 0,119	0,121	M 0,125
CLCTB701	0,043	0,058	0,086	0,105	0,131	0,133
CLCTB704	0,034	0,070	0,094	0,109	M 0,129	M 0,129
CMCMKN05	0,050	0,058	0,058	0,074	0,074	0,117
CMDLCV02	0,043	0,050	0,070	0,078	0,105	0,117
CSBRI401	0,058	0,058	0,062	0,062	0,090	M 0,117
CSBRI402	0,066	M 0,109	0,114	0,121	M 0,125	0,131
CSBRI403	0,054	0,058	0,062	0,074	0,121	0,127
CSBRI404	0,062	0,062	M 0,117	0,125	0,125	0,125
CSBRI406	0,050	0,062	0,070	0,098	0,105	0,127
CSCREU09	0,047	0,066	0,078	0,098	0,137	0,139
CTCNA001	0,043	0,069	0,074	0,117	0,117	0,133
CTCNA002	0,066	0,070	M 0,117	0,131	M 0,131	0,133
CTCNA003	0,037	0,062	0,070	0,074	0,098	0,125
CTCNA004	0,021	0,062	0,105	0,117	0,125	0,129
CTCNA006	0,043	0,050	0,050	0,058	0,101	M 0,119
DFCTJC03	0,054	0,070	M 0,129	M 0,129	0,133	0,136
DFCTJC06	0,054	0,078	0,086	0,086	0,090	M 0,121
DSNTCE0B	0,096	0,096	0,096	M 0,101	0,109	0,111
DSNTCE0I	0,047	0,058	M 0,058	0,137	0,137	0,139
DSNTCE0L	0,074	0,086	M 0,113	M 0,119	M 0,119	0,121

## Medie, riduz. a campionamento

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
BLDLHO02	0,142	0,149	-0,007	30,075	27,818	2,257
BRCTID02	0,174	0,150	0,023	31,322	32,602	-1,279
GLTTGK05	0,193	0,197	-0,004	0	38,420	-38,420
GRLMEF09	0,197	0,163	0,034	45,524	19,252	26,272
LRDGEM02	0,173	0,151	0,021	66,741	0	66,741
MNBNL605	0,193	0,196	-0,003	12,572	21,473	-8,901
MZNNC803	0,143	0,161	-0,018	0	51,607	-51,607
PCCLE702	0,179	0,207	-0,028	0	72,602	-72,602
PGNNGL06	0,139	0,144	-0,004	52,127	0	52,127
PPCLHA05	0,178	0,162	0,015	24,999	25,560	-0,560
SLBRC603	0,188	0,194	-0,006	23,905	11,334	12,571
SSNTA806	0,137	0,146	-0,008	57,012	0	57,012
BGCRHO06	0,159	0,150	0,008	8,793	54,740	-45,947
BLDRGU0A	0,162	0,178	-0,016	0	90,232	-90,232
BLLSI108	0,160	0,178	-0,017	0	93,786	-93,786
BRCRD805	0,168	0,172	-0,003	29,999	40,449	-10,449
BRDRA602	0,170	0,189	-0,018	0	52,718	-52,718
BRDVF603	0,183	0,180	0,002	26,232	11,724	14,508
BSCRGO02	0,174	0,158	0,016	33,766	17,173	16,593
CLCTB701	0,172	0,196	-0,024	0	76,329	-76,329
CLCTB704	0,161	0,173	-0,012	15,454	62,678	-47,223
CMCMKN05	0,159	0,162	-0,002	0	88,957	-88,957
CMDLCV02	0,161	0,178	-0,016	0	87,657	-87,657
CSBRI401	0,153	0,151	0,002	8,500	76,962	-68,462
CSBRI402	0,155	0,162	-0,007	17,075	39,602	-22,526
CSBRI403	0,152	0,166	-0,013	0	80,644	-80,644
CSBRI404	0,157	0,156	0,001	8,500	55,781	-47,281
CSBRI406	0,155	0,172	-0,016	0	77,210	-77,210
CSCREU09	0,169	0,199	-0,030	0	73,669	-73,669
CTCNA001	0,177	0,200	-0,022	0	75,491	-75,491
CTCNA002	0,174	0,169	0,004	16,083	44,278	-28,195
CTCNA003	0,161	0,168	-0,007	0	88,535	-88,535
CTCNA004	0,165	0,186	-0,020	0	95,940	-95,940
CTCNA006	0,154	0,163	-0,009	8,360	89,219	-80,858
DFCTJC03	0,181	0,195	-0,013	15,454	47,195	-31,741
DFCTJC06	0,157	0,168	-0,011	8,225	65,232	-57,007
DSNTCE0B	0,165	0,160	0,005	9,807	49,231	-39,423
DSNTCE0I	0,172	0,181	-0,009	16,999	60,004	-43,004
DSNTCE0L	0,144	0,148	-0,004	25,514	33,237	-7,723

## Medie, riduz. a campionamento – segue

	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
DSNTCE0N	0,047	0,058	0,090	0,113	0,125	0,133
DSNTCE0O	0,047	0,090	M 0,094	M 0,096	0,1	M 0,105
DVSSF102	0,066	0,082	0,096	0,098	M 0,113	0,117
FNCRDG0H	0,062	0,086	0,123	0,131	M 0,135	0,137
GRDNGS06	0,043	0,046	0,062	0,098	0,109	0,117
GRDNI405	0,050	0,090	0,098	M 0,107	M 0,109	M 0,119
GRDNI407	0,047	0,050	M 0,094	M 0,105	M 0,107	M 0,109
LCLBDM07	0,094	0,105	0,109	0,111	0,111	M 0,113
MLLBL302	0,021	0,074	0,121	0,125	0,129	0,129
MLLBL304	M 0,086	0,094	0,094	0,096	0,098	0,115
MNBRBB01	0,062	0,133	0,137	0,137	0,139	0,141
MNBRL003	0,058	0,070	0,074	0,090	0,098	0,105
MNBRL004	0,043	0,047	0,078	0,098	0,125	0,131
MNCHKC06	0,054	0,070	0,078	0,117	0,125	0,125
MRDNDF01	0,054	0,074	0,098	0,105	0,107	0,113
NTDMIL08	0,082	0,101	0,105	0,115	M 0,115	M 0,119
NTDMIL0C	0,058	0,117	0,121	M 0,125	M 0,125	M 0,125
PRNGFH0G	0,090	0,094	0,107	M 0,113	M 0,113	M 0,113
PTCHE207	0,062	0,074	0,117	0,125	0,129	0,133
PTCHE208	0,047	0,054	0,062	0,070	0,129	0,129
RLCRB708	0,050	0,054	0,054	0,062	M 0,117	M 0,119
SBDNIA09	0,062	0,125	M 0,145	M 0,156	M 0,162	0,164
SPDNF606	0,039	0,043	0,054	0,062	0,098	0,121
SPNGF508	0,058	0,062	0,074	0,074	0,098	0,107
SPNGF50A	0,086	0,109	M 0,113	M 0,119	M 0,119	M 0,121
STCRAA03	0,054	0,062	0,070	M 0,113	0,117	M 0,119
STCRAA04	0,062	0,094	0,117	0,117	0,117	M 0,123
STCRAA07	0,062	0,090	0,094	M 0,117	0,131	0,131
STCRAA08	0,058	0,121	0,121	0,123	M 0,123	0,125
STCRAA09	0,058	0,058	0,070	0,070	0,074	M 0,113
STCRAA0C	0,062	0,098	0,113	M 0,117	M 0,123	M 0,125
STCRAA0D	0,037	0,069	0,070	0,078	0,094	0,123
SVCNHQ05	M 0,105	0,107	0,109	M 0,113	M 0,113	M 0,115
SVCNHQ08	M 0,078	0,090	M 0,096	0,098	0,1	0,109
TMLBHA04	0,043	0,094	0,098	0,125	0,137	0,143
TMLBHA07	0,047	M 0,050	0,066	0,139	0,143	0,145
TNDNLM06	0,070	0,114	0,145	0,160	M 0,164	M 0,166
ZPDNBM09	0,034	0,054	0,113	0,117	M 0,129	M 0,129
ZVDVK601	0,090	0,137	0,147	0,149	0,164	M 0,168



## Medie, riduz. a campionamento – segue

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
DSNTCE0N	0,166	0,179	-0,012	0	73,598	-73,598
DSNTCE0O	0,144	0,144	0,000	30,477	42,336	-11,859
DVSSF102	0,155	0,153	0,002	8,793	56,250	-47,457
FNCRDG0H	0,166	0,177	-0,010	7,391	50,520	-43,129
GRDNGS06	0,161	0,168	-0,006	0	88,510	-88,510
GRDNI405	0,135	0,141	-0,005	26,735	40,902	-14,166
GRDNI407	0,134	0,138	-0,003	38,449	40,865	-2,415
LCLBDM07	0,161	0,151	0,009	8,793	47,071	-38,278
MLLBL302	0,167	0,193	-0,026	0	91,432	-91,432
MLLBL304	0,177	0,156	0,021	11,590	50,492	-38,901
MNBRBB01	0,174	0,201	-0,026	0	52,275	-52,275
MNBRL003	0,141	0,143	-0,001	0	75,319	-75,319
MNBRL004	0,163	0,177	-0,014	0	82,962	-82,962
MNCHKC06	0,149	0,159	-0,009	0	69,568	-69,568
MRDNDF01	0,149	0,152	-0,003	0	69,345	-69,345
NTDMIL08	0,159	0,157	0,002	16,994	40,029	-23,034
NTDMIL0C	0,171	0,168	0,002	23,906	33,725	-9,819
PRNGFH0G	0,144	0,147	-0,002	26,379	30,984	-4,605
PTCHE207	0,165	0,182	-0,016	0	61,054	-61,054
PTCHE208	0,165	0,192	-0,026	0	84,990	-84,990
RLCRB708	0,157	0,167	-0,010	16,860	71,981	-55,120
SBDNIA09	0,189	0,189	-0,000	19,411	29,977	-10,565
SPDNF606	0,158	0,173	-0,014	0	101,258	-101,258
SPNGF508	0,138	0,146	-0,008	0	79,252	-79,252
SPNGF50A	0,158	0,155	0,003	33,740	20,697	13,042
STCRAA03	0,147	0,153	-0,005	17,153	56,818	-39,664
STCRAA04	0,149	0,159	-0,009	8,095	52,062	-43,967
STCRAA07	0,173	0,171	0,001	8,500	52,873	-44,373
STCRAA08	0,172	0,173	-0,000	8,094	49,515	-41,421
STCRAA09	0,160	0,158	0,002	8,793	75,754	-66,961
STCRAA0C	0,163	0,163	0,000	24,563	34,930	-10,366
STCRAA0D	0,162	0,171	-0,009	0	86,868	-86,868
SVCNHQ05	0,145	0,141	0,003	35,674	18,379	17,294
SVCNHQ08	0,146	0,137	0,008	23,157	40,394	-17,236
TMLBHA04	0,186	0,216	-0,030	0	66,247	-66,247
TMLBHA07	0,177	0,180	-0,002	19,615	57,311	-37,695
TNDNLM06	0,199	0,209	-0,009	12,071	36,042	-23,971
ZPDNBM09	0,167	0,172	-0,004	15,454	64,286	-48,832
ZVDVK601	0,208	0,226	-0,018	5,930	37,954	-32,024

Colore, riduz. media (media)												
	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino						
BLDLHO02	M	0,071	0,081	M	0,085	M	0,089	M	0,096	0,097		
BRCTID02		0,068	0,078		0,078		0,078		0,078	0,078		
GLTTGK05		0,066	0,075		0,075		0,076	M	0,096	M	0,098	
GRLMEF09		0,055	0,068		0,069		0,073		0,079		0,087	
LRDGEM02	M	0,057	0,062		0,064		0,076		0,079		0,082	
MNBNL605		0,073	0,081		0,085	M	0,098		0,106		0,108	
MZNNC803		0,055	M	0,071	M	0,082		0,111	M	0,113	0,114	
PCCLE702		0,072	M	0,089	M	0,122		0,129		0,129	0,129	
PGNNGLO6		0,047		0,055	M	0,057		0,057		0,065	0,065	
PPCLHA05	M	0,080		0,102		0,107		0,108		0,113	0,114	
SLBRC603	M	0,082		0,108		0,111	M	0,129	M	0,130	0,153	
SSNTA806		0,059		0,063		0,079	M	0,080	M	0,087	0,093	
BGCRHO06	M	0,055	M	0,064	M	0,073		0,075		0,081	0,085	
BLDRGU0A		0,048		0,065		0,067	M	0,097		0,100	0,101	
BLLSI108		0,040		0,061		0,063		0,065		0,076	M	0,078
BRCRD805		0,028		0,055		0,061		0,070		0,086		0,088
BRDRA602		0,041		0,051		0,051		0,075		0,081		0,090
BRDVF603		0,094		0,100	M	0,113		0,114		0,119	M	0,121
BSCRGO02		0,033	M	0,059		0,077	M	0,085	M	0,086		0,093
CLCTB701		0,070		0,087		0,090		0,103		0,114		0,117
CLCTB704		0,047		0,079		0,094		0,110		0,119		0,126
CMCMKN05		0,051		0,068		0,073		0,078		0,082		0,083
CMDLCV02		0,040		0,068		0,074	M	0,078		0,087		0,087
CSBRI401		0,047		0,065		0,094		0,100	M	0,102		0,112
CSBRI402		0,066	M	0,073	M	0,075		0,078		0,094		0,106
CSBRI403		0,034		0,040		0,045		0,055		0,086		0,090
CSBRI404	M	0,055	M	0,081	M	0,108		0,111	M	0,121		0,129
CSBRI406		0,065		0,084		0,094		0,101	M	0,102		0,106
CSCREU09		0,048		0,080		0,091		0,091		0,093		0,094
CTCNA001		0,035		0,040		0,051		0,071		0,073		0,075
CTCNA002		0,033	M	0,075		0,078		0,080	M	0,081		0,094
CTCNA003		0,035		0,043		0,051		0,052		0,063		0,064
CTCNA004		0,026		0,030		0,047		0,055		0,056		0,071
CTCNA006		0,034		0,035		0,057		0,061		0,086		0,094
DFCTJC03		0,132	M	0,174	M	0,176		0,202	M	0,207	M	0,209
DFCTJC06		0,051		0,066		0,075		0,094		0,126	M	0,127
DSNTCE0B	M	0,057		0,059		0,061		0,062	M	0,063		0,072
DSNTCE0I		0,028		0,035		0,045		0,072		0,086		0,087
DSNTCE0L		0,043		0,051		0,061	M	0,078		0,081		0,081

## Colore, riduz. media (media)

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
BLDLHO02	0,125	0,120	0,004	47,223	22,533	24,689
BRCTID02	0,118	0,125	-0,006	0	78,222	-78,222
GLTTGK05	0,136	0,140	-0,004	20,616	54,538	-33,921
GRLMEF09	0,139	0,137	0,002	0	84,404	-84,404
LRDGEM02	0,137	0,132	0,004	17,377	69,436	-52,059
MNBNL605	0,156	0,151	0,005	10,201	56,355	-46,153
MZNNC803	0,138	0,131	0,007	34,971	35,762	-0,790
PCCLE702	0,138	0,131	0,007	19,265	36,932	-17,666
PGNNGLO6	0,138	0,128	0,010	17,377	87,140	-69,762
PPCLHA05	0,157	0,153	0,004	12,477	45,817	-33,340
SLBRC603	0,168	0,156	0,012	27,532	24,719	2,812
SSNTA806	0,151	0,147	0,004	23,863	55,880	-32,016
BGCRHO06	0,140	0,120	0,019	47,056	37,379	9,676
BLDRGU0A	0,142	0,140	0,001	10,240	70,767	-60,526
BLLSI108	0,121	0,126	-0,005	12,691	84,805	-72,114
BRCRD805	0,151	0,154	-0,002	0	106,217	-106,217
BRDRA602	0,151	0,150	0,001	0	99,175	-99,175
BRDVF603	0,156	0,154	0,001	17,095	37,650	-20,554
BSCRGO02	0,148	0,133	0,014	39,998	53,106	-13,107
CLCTB701	0,176	0,173	0,003	0	63,560	-63,560
CLCTB704	0,170	0,163	0,007	0	69,425	-69,425
CMCMKN05	0,144	0,143	0,000	0	84,064	-84,064
CMDLCV02	0,126	0,129	-0,003	12,691	75,631	-62,939
CSBRI401	0,155	0,152	0,003	9,751	65,726	-55,974
CSBRI402	0,165	0,147	0,018	26,922	47,808	-20,886
CSBRI403	0,143	0,148	-0,005	0	116,502	-116,502
CSBRI404	0,139	0,125	0,013	47,772	16,710	31,062
CSBRI406	0,135	0,136	-0,001	9,751	57,032	-47,281
CSCREU09	0,141	0,140	0,000	0	76,161	-76,161
CTCNA001	0,128	0,132	-0,004	0	112,697	-112,697
CTCNA002	0,149	0,136	0,013	25,547	65,239	-39,692
CTCNA003	0,133	0,138	-0,005	0	120,677	-120,677
CTCNA004	0,134	0,141	-0,007	0	141,132	-141,132
CTCNA006	0,138	0,144	-0,005	0	113,429	-113,429
DFCTJC03	0,216	0,211	0,005	20,993	12,467	8,525
DFCTJC06	0,156	0,163	-0,006	7,868	66,088	-58,219
DSNTCE0B	0,142	0,125	0,017	32,947	62,874	-29,927
DSNTCE0I	0,147	0,150	-0,002	0	121,853	-121,853
DSNTCE0L	0,125	0,133	-0,007	12,691	83,237	-70,546

## Colore, riduz. media (media) – segue

	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
DSNTCE0N	0,040	0,057	0,072	0,088	0,095	0,103
DSNTCE0O	0,051	M 0,055	M 0,055	0,059	0,061	M 0,062
DVSSF102	0,048	M 0,065	0,074	0,078	0,081	M 0,083
FNCRDG0H	0,033	0,077	M 0,079	M 0,082	M 0,085	0,101
GRDNCS06	0,048	0,048	0,066	0,102	0,109	0,110
GRDNI405	0,043	M 0,068	0,071	0,084	M 0,088	0,093
GRDNI407	0,043	0,062	M 0,068	0,076	0,076	0,076
LCLBDM07	0,048	M 0,065	0,074	0,078	0,080	0,081
MLLBL302	0,049	M 0,069	0,073	0,093	0,099	0,103
MLLBL304	M 0,047	0,059	0,059	0,059	0,062	0,062
MNBRBB01	0,047	0,065	0,099	0,103	0,103	0,103
MNBRL003	0,046	0,051	0,055	0,061	0,072	0,080
MNBRL004	0,033	0,066	M 0,076	M 0,085	0,093	0,094
MNCHKC06	0,039	0,046	0,068	0,070	0,071	0,088
MRDNDF01	0,040	0,064	0,065	0,075	0,076	M 0,078
NTDMIL08	0,030	0,031	0,047	0,058	0,060	0,080
NTDMIL0C	0,049	M 0,068	0,082	0,099	0,100	0,103
PRNGFH0G	0,080	M 0,093	0,093	M 0,108	0,109	0,110
PTCHE207	0,047	0,048	0,059	0,101	0,107	M 0,112
PTCHE208	0,059	0,067	M 0,073	0,083	0,084	0,085
RLCRB708	0,026	0,031	0,039	0,047	0,061	0,068
SBDNIA09	0,079	0,110	0,112	0,128	M 0,132	M 0,135
SPDNF606	0,039	0,047	0,056	0,058	0,059	0,083
SPNGF508	0,047	0,047	0,047	0,047	0,070	0,072
SPNGF50A	0,051	0,059	0,059	0,060	0,062	M 0,066
STCRAA03	0,073	0,082	0,103	0,103	M 0,104	0,105
STCRAA04	0,086	0,086	0,086	0,086	0,095	0,096
STCRAA07	M 0,130	0,132	M 0,143	0,155	0,155	0,155
STCRAA08	0,048	0,051	0,070	0,091	0,109	0,115
STCRAA09	0,100	0,100	0,101	M 0,109	0,110	0,110
STCRAA0C	M 0,072	M 0,097	0,111	0,111	0,111	M 0,112
STCRAA0D	0,100	0,109	0,109	0,111	M 0,113	M 0,115
SVCNHQ05	0,060	M 0,066	0,094	0,094	0,094	M 0,106
SVCNHQ08	0,055	0,062	M 0,072	0,072	M 0,078	0,078
TMLBHA04	0,060	M 0,105	0,106	0,106	0,106	M 0,120
TMLBHA07	0,041	0,052	0,071	0,084	0,092	0,093
TNDNLM06	0,070	0,075	0,102	0,135	0,135	0,135
ZPDNBM09	0,094	0,096	0,097	0,097	0,097	0,102
ZVDVK601	0,039	0,051	0,080	0,082	0,088	0,109

## Colore, riduz. media (media) – segue

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
DSNTCE0N	0,151	0,152	-0,001	0	87,271	-87,271
DSNTCE0O	0,131	0,116	0,015	52,373	52,573	-0,199
DVSSF102	0,137	0,122	0,014	27,281	58,779	-31,497
FNCRDG0H	0,150	0,132	0,018	36,504	52,286	-15,781
GRDNGS06	0,146	0,153	-0,006	0	83,805	-83,805
GRDNI405	0,119	0,115	0,004	25,965	59,546	-33,580
GRDNI407	0,123	0,114	0,008	14,656	78,069	-63,413
LCLBDM07	0,138	0,124	0,013	15,345	71,247	-55,901
MLLBL302	0,146	0,144	0,001	14,391	64,039	-49,647
MLLBL304	0,135	0,118	0,017	21,023	82,455	-61,431
MNBRBB01	0,146	0,146	-0,000	0	75,539	-75,539
MNBRL003	0,147	0,153	-0,006	0	101,208	-101,208
MNBRL004	0,156	0,142	0,014	24,778	65,897	-41,118
MNCHKC06	0,147	0,154	-0,007	0	100,745	-100,745
MRDNDF01	0,124	0,128	-0,003	12,691	81,785	-69,093
NTDMIL08	0,131	0,136	-0,005	0	131,888	-131,888
NTDMIL0C	0,145	0,143	0,001	14,695	61,769	-47,074
PRNGFH0G	0,124	0,122	0,001	19,992	41,255	-21,263
PTCHE207	0,145	0,141	0,003	8,896	77,975	-69,079
PTCHE208	0,140	0,129	0,011	13,665	67,143	-53,477
RLCRB708	0,133	0,140	-0,007	0	146,794	-146,794
SBDNIA09	0,192	0,181	0,010	14,932	38,286	-23,353
SPDNF606	0,131	0,134	-0,003	0	110,241	-110,241
SPNGF508	0,131	0,139	-0,007	0	112,069	-112,069
SPNGF50A	0,128	0,123	0,005	15,125	85,889	-70,764
STCRAA03	0,149	0,146	0,003	9,555	54,645	-45,090
STCRAA04	0,141	0,145	-0,003	0	67,145	-67,145
STCRAA07	0,165	0,160	0,005	14,633	26,809	-12,175
STCRAA08	0,151	0,159	-0,008	0	82,875	-82,875
STCRAA09	0,156	0,154	0,002	9,160	47,806	-38,645
STCRAA0C	0,127	0,115	0,011	32,942	26,934	6,007
STCRAA0D	0,144	0,135	0,008	17,427	37,196	-19,769
SVCNHQ05	0,158	0,144	0,013	24,399	48,312	-23,913
SVCNHQ08	0,123	0,119	0,004	26,563	60,740	-34,177
TMLBHA04	0,180	0,163	0,017	17,781	44,573	-26,791
TMLBHA07	0,148	0,148	0,000	0	90,205	-90,205
TNDNLM06	0,168	0,173	-0,005	0	59,413	-59,413
ZPDNBM09	0,136	0,136	-0,000	0	61,451	-61,451
ZVDVK601	0,150	0,157	-0,006	0	89,282	-89,282

Colore, riduz. media (mista)							
	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino	
BLDLHO02	M 0,066	M 0,098	0,105	0,115	0,115	0,115	
BRCTID02	0,074	0,086	0,088	0,090	0,090	0,094	
GLTTGK05	0,101	0,105	M 0,109	0,113	0,113	0,113	
GRLMEF09	0,066	M 0,066	M 0,066	M 0,066	0,070	0,086	
LRDGEM02	M 0,066	0,083	0,086	0,086	0,090	0,090	
MNBNL605	0,086	0,098	0,105	0,109	M 0,121	M 0,121	
MZNNC803	M 0,066	0,074	M 0,090	0,119	0,121	M 0,129	
PCCLE702	0,086	M 0,125	0,129	M 0,133	M 0,133	M 0,133	
PGNNGLO6	0,090	0,105	0,106	0,109	0,109	M 0,133	
PPCLHA05	M 0,086	0,113	0,117	0,119	0,121	0,121	
SLBRC603	M 0,090	0,119	0,133	M 0,133	M 0,137	0,156	
SSNTA806	0,074	0,078	0,086	0,086	0,090	0,094	
BGCRHO06	0,057	0,058	0,096	M 0,098	0,101	M 0,107	
BLDRGU0A	0,033	0,054	0,082	M 0,105	M 0,109	M 0,111	
BLLSI108	0,039	0,062	0,082	0,088	M 0,090	M 0,090	
BRCRD805	0,027	0,047	0,050	0,086	0,086	0,117	
BRDRA602	0,050	0,052	0,058	0,086	0,090	0,094	
BRDVF603	0,094	M 0,115	0,125	0,129	0,133	M 0,143	
BSCRGO02	0,050	M 0,074	0,098	M 0,109	0,113	0,113	
CLCTB701	0,082	0,086	0,094	0,109	0,109	0,125	
CLCTB704	0,070	0,074	0,086	M 0,117	0,125	0,129	
CMCMKN05	0,058	0,070	0,078	0,078	0,094	0,094	
CMDLCV02	0,050	0,078	0,090	0,094	M 0,098	M 0,101	
CSBRI401	0,070	0,070	0,094	0,094	M 0,115	0,125	
CSBRI402	0,039	0,050	M 0,098	0,109	0,109	M 0,113	
CSBRI403	0,037	0,043	0,047	0,074	0,082	0,086	
CSBRI404	M 0,074	M 0,105	0,119	0,133	0,133	M 0,137	
CSBRI406	0,070	0,086	M 0,090	0,101	0,109	0,113	
CSCREU09	0,058	0,082	0,082	0,096	0,098	0,098	
CTCNA001	0,039	0,054	0,078	0,088	0,090	0,090	
CTCNA002	0,039	0,043	0,078	M 0,109	M 0,109	M 0,113	
CTCNA003	0,050	0,054	0,054	0,062	0,086	0,090	
CTCNA004	0,037	0,037	0,039	0,062	0,078	0,078	
CTCNA006	0,043	0,043	0,050	0,082	0,086	0,098	
DFCTJC03	0,125	M 0,2	M 0,203	0,207	M 0,211	M 0,217	
DFCTJC06	0,070	0,070	0,098	0,117	0,141	M 0,143	
DSNTCE0B	0,043	0,043	M 0,078	0,078	0,082	0,082	
DSNTCE0I	0,027	0,037	0,043	0,086	0,094	0,098	
DSNTCE0L	0,086	0,086	0,086	0,094	M 0,098	0,109	

## Colore, riduz. media (mista)

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
BLDLHO02	0,141	0,135	0,006	25,199	35,376	-10,176
BRCTID02	0,131	0,137	-0,005	0	69,144	-69,144
GLTTGK05	0,147	0,150	-0,002	9,107	45,631	-36,524
GRLMEF09	0,136	0,144	-0,008	44,999	40,757	4,242
LRDGEM02	0,138	0,144	-0,005	14,999	57,314	-42,314
MNBNL605	0,165	0,160	0,005	16,451	40,342	-23,891
MZNNC803	0,153	0,138	0,014	33,814	30,007	3,806
PCCLE702	0,145	0,140	0,005	30,468	19,318	11,150
PGNNGLO6	0,179	0,161	0,018	7,500	48,143	-40,643
PPCLHA05	0,166	0,171	-0,004	11,590	42,105	-30,514
SLBRC603	0,184	0,167	0,016	25,872	22,235	3,636
SSNTA806	0,157	0,161	-0,003	0	71,064	-71,064
BGCRHO06	0,149	0,150	-0,001	19,472	54,620	-35,147
BLDRGU0A	0,152	0,151	0,001	27,530	60,356	-32,826
BLLSI108	0,130	0,140	-0,010	22,173	64,914	-42,740
BRCRD805	0,157	0,163	-0,006	0	108,975	-108,975
BRDRA602	0,158	0,157	0,001	0	88,807	-88,807
BRDVF603	0,175	0,168	0,007	15,630	33,821	-18,190
BSCRGO02	0,150	0,147	0,003	22,528	47,401	-24,873
CLCTB701	0,181	0,179	0,002	0	60,541	-60,541
CLCTB704	0,177	0,169	0,008	8,500	54,874	-46,374
CMCMKN05	0,150	0,152	-0,001	0	77,916	-77,916
CMDLCV02	0,136	0,134	0,002	20,007	54,077	-34,069
CSBRI401	0,167	0,163	0,003	8,644	57,551	-48,907
CSBRI402	0,171	0,157	0,013	18,993	63,329	-44,336
CSBRI403	0,154	0,162	-0,008	0	108,428	-108,428
CSBRI404	0,148	0,141	0,006	30,151	23,360	6,790
CSBRI406	0,147	0,148	-0,000	11,086	53,465	-42,378
CSCREU09	0,148	0,147	0,001	0	72,094	-72,094
CTCNA001	0,137	0,150	-0,012	0	89,971	-89,971
CTCNA002	0,159	0,150	0,008	27,007	61,431	-34,424
CTCNA003	0,142	0,149	-0,006	0	94,659	-94,659
CTCNA004	0,141	0,152	-0,010	0	120,621	-120,621
CTCNA006	0,144	0,151	-0,007	0	99,912	-99,912
DFCTJC03	0,225	0,222	0,002	19,220	12,780	6,440
DFCTJC06	0,168	0,173	-0,004	6,986	54,116	-47,130
DSNTCE0B	0,137	0,139	-0,002	12,750	83,398	-70,648
DSNTCE0I	0,154	0,161	-0,006	0	118,868	-118,868
DSNTCE0L	0,146	0,150	-0,003	10,200	54,504	-44,304

## Colore, riduz. media (mista) – segue

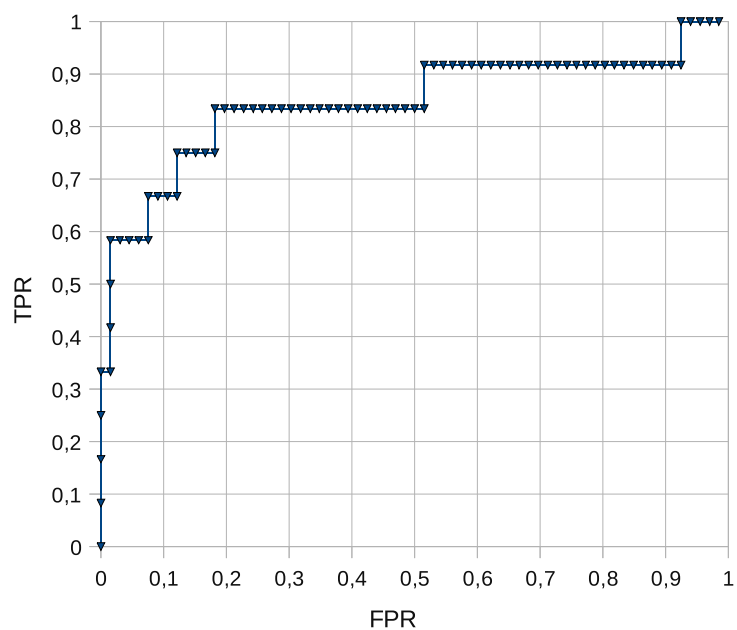
	1° vicino	2° vicino	3° vicino	4° vicino	5° vicino	6° vicino
DSNTCE0N	0,074	0,082	0,098	0,109	0,117	0,119
DSNTCE0O	0,043	0,054	M 0,066	0,066	0,074	0,074
DVSSF102	0,054	0,082	M 0,086	0,092	0,094	M 0,094
FNCRDG0H	0,050	M 0,086	0,098	0,115	0,117	M 0,117
GRDNGS06	0,058	0,066	0,094	0,098	0,098	0,105
GRDNI405	0,054	0,066	M 0,088	M 0,090	0,094	0,094
GRDNI407	0,054	0,062	M 0,086	0,088	0,088	0,088
LCLBDM07	0,054	0,082	M 0,086	M 0,086	0,092	0,096
MLLBL302	0,057	0,062	0,074	M 0,098	0,101	M 0,107
MLLBL304	0,062	0,066	0,066	0,074	0,074	0,078
MNBRBB01	0,054	0,054	0,109	0,115	0,117	0,119
MNBRL003	0,058	0,062	0,066	0,070	0,078	0,086
MNBRL004	0,043	0,050	M 0,086	0,090	0,109	M 0,113
MNCHKC06	0,050	0,070	0,074	0,078	0,082	0,094
MRDNDF01	0,050	0,070	0,088	0,090	0,094	0,094
NTDMIL08	0,039	0,043	0,050	0,050	0,058	0,074
NTDMIL0C	0,058	0,062	0,086	M 0,098	0,101	M 0,107
PRNGFH0G	M 0,074	0,078	0,090	M 0,105	0,109	0,113
PTCHE207	0,033	0,054	0,066	M 0,105	0,109	0,109
PTCHE208	0,066	0,082	0,096	M 0,098	0,101	0,101
RLCRB708	0,034	0,037	0,050	0,050	0,066	0,074
SBDNIA09	0,074	0,094	0,137	0,141	M 0,143	0,145
SPDNF606	0,047	0,050	0,050	0,058	0,074	0,078
SPNGF508	0,034	0,037	0,043	0,047	0,058	0,062
SPNGF50A	0,043	0,050	0,050	0,054	M 0,070	0,078
STCRAA03	0,074	0,086	M 0,090	M 0,098	M 0,107	0,109
STCRAA04	0,086	0,086	0,086	0,086	0,098	0,101
STCRAA07	0,125	M 0,152	0,160	0,160	M 0,164	M 0,164
STCRAA08	0,066	0,070	0,078	0,098	0,121	0,125
STCRAA09	M 0,115	0,125	0,129	0,133	0,133	0,137
STCRAA0C	M 0,086	0,117	M 0,117	M 0,119	M 0,119	M 0,119
STCRAA0D	M 0,086	M 0,086	M 0,106	0,111	0,111	0,113
SVCNHQ05	0,070	M 0,105	M 0,115	0,117	0,117	0,117
SVCNHQ08	0,066	0,066	0,074	0,086	0,090	0,090
TMLBHA04	0,070	M 0,101	0,109	0,109	0,109	M 0,129
TMLBHA07	0,052	0,054	0,086	0,090	0,094	M 0,098
TNDNLM06	0,070	0,078	0,125	M 0,143	M 0,143	0,145
ZPDNBM09	0,098	0,100	0,103	0,103	0,103	0,103
ZVDVK601	0,050	0,062	0,070	0,074	0,082	0,105



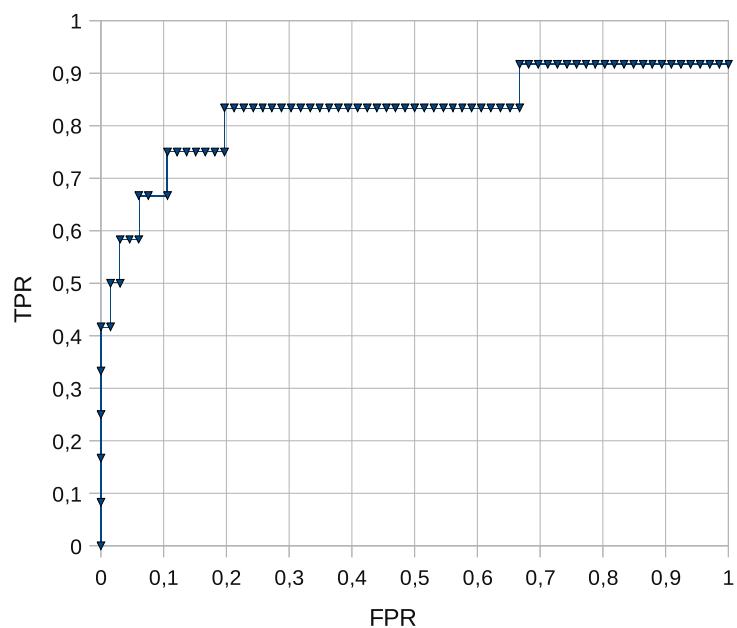
## Colore, riduz. media (mista) – segue

	S.R. Mel.	S.R. Nevi	Diff.	Dist. Nevi	Dist. Mel.	Diff.
DSNTCE0N	0,158	0,162	-0,004	0	61,731	-61,731
DSNTCE0O	0,130	0,134	-0,003	15,000	83,237	-68,237
DVSSF102	0,145	0,145	-0,000	22,215	51,833	-29,617
FNCRDG0H	0,160	0,156	0,004	20,090	46,959	-26,868
GRDNGS06	0,150	0,156	-0,005	0	72,469	-72,469
GRDNI405	0,126	0,136	-0,009	22,420	54,464	-32,043
GRDNI407	0,125	0,132	-0,007	11,590	68,151	-56,560
LCLBDM07	0,146	0,144	0,002	23,181	51,616	-28,434
MLLBL302	0,152	0,154	-0,002	19,472	56,571	-37,098
MLLBL304	0,132	0,137	-0,005	0	85,529	-85,529
MNBRBB01	0,155	0,160	-0,005	0	71,040	-71,040
MNBRL003	0,151	0,162	-0,010	0	86,445	-86,445
MNBRL004	0,162	0,151	0,011	20,384	62,991	-42,607
MNCHKC06	0,155	0,165	-0,010	0	82,721	-82,721
MRDNDF01	0,131	0,137	-0,006	0	77,452	-77,452
NTDMIL08	0,137	0,143	-0,005	0	118,332	-118,332
NTDMIL0C	0,152	0,155	-0,003	19,472	54,336	-34,863
PRNGFH0G	0,132	0,132	0,000	22,865	41,737	-18,871
PTCHE207	0,151	0,147	0,004	9,444	81,428	-71,983
PTCHE208	0,151	0,147	0,003	10,200	57,166	-46,966
RLCRB708	0,142	0,154	-0,012	0	123,272	-123,272
SBDNIA09	0,198	0,188	0,009	6,986	45,306	-38,320
SPDNF606	0,139	0,144	-0,005	0	103,651	-103,651
SPNGF508	0,139	0,151	-0,011	0	132,990	-132,990
SPNGF50A	0,133	0,141	-0,008	14,166	93,376	-79,209
STCRAA03	0,155	0,149	0,005	30,559	34,119	-3,559
STCRAA04	0,147	0,153	-0,005	0	66,371	-66,371
STCRAA07	0,169	0,168	0,000	18,681	20,407	-1,726
STCRAA08	0,158	0,167	-0,009	0	68,311	-68,311
STCRAA09	0,169	0,163	0,006	8,644	37,981	-29,337
STCRAA0C	0,136	0,125	0,010	45,172	8,500	36,672
STCRAA0D	0,151	0,138	0,013	32,579	26,672	5,907
SVCNHQ05	0,178	0,167	0,011	18,088	39,666	-21,578
SVCNHQ08	0,130	0,136	-0,006	0	77,185	-77,185
TMLBHA04	0,186	0,170	0,016	17,534	41,487	-23,952
TMLBHA07	0,152	0,154	-0,001	10,200	70,406	-60,206
TNDNLM06	0,178	0,184	-0,006	13,972	41,777	-27,804
ZPDNBM09	0,144	0,146	-0,002	0	58,631	-58,631
ZVDVK601	0,154	0,165	-0,010	0	84,727	-84,727

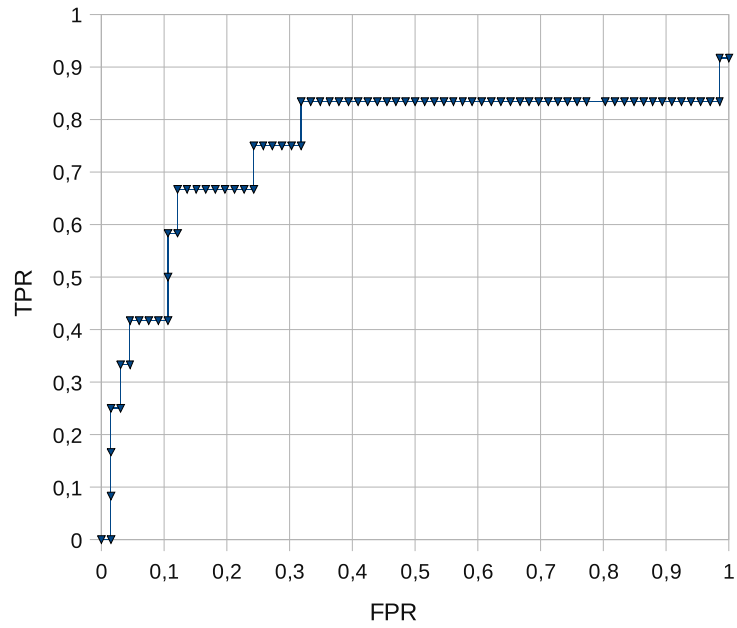
Variazione di intensità, riduz. a campionamento  
Differenza tra medie



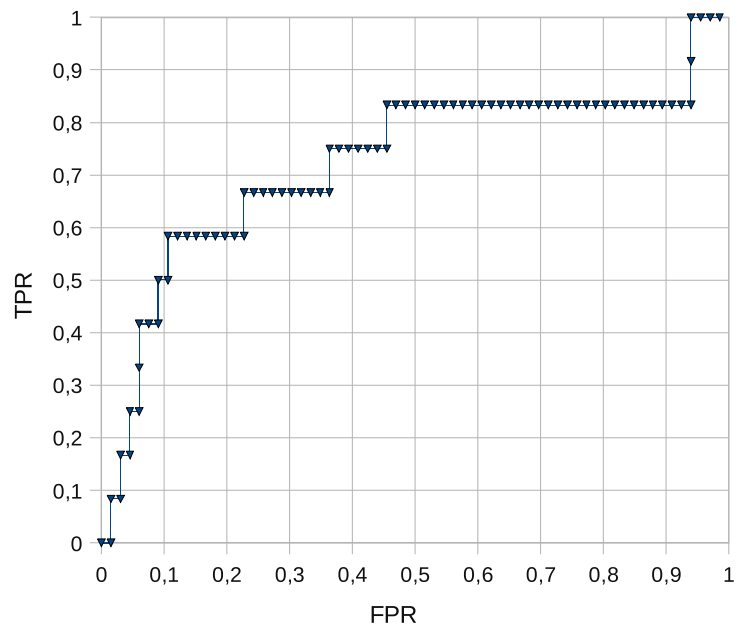
Variazione di intensità, riduz. a campionamento  
Differenza dei reciproci



Variazione di intensità, riduz. media  
Differenza tra medie

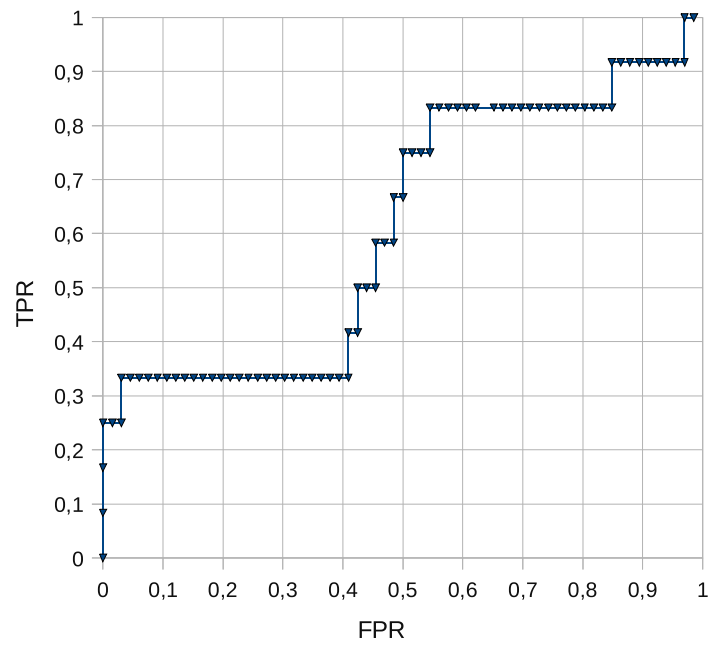


Variazione di intensità, riduz. media  
Differenza dei reciproci



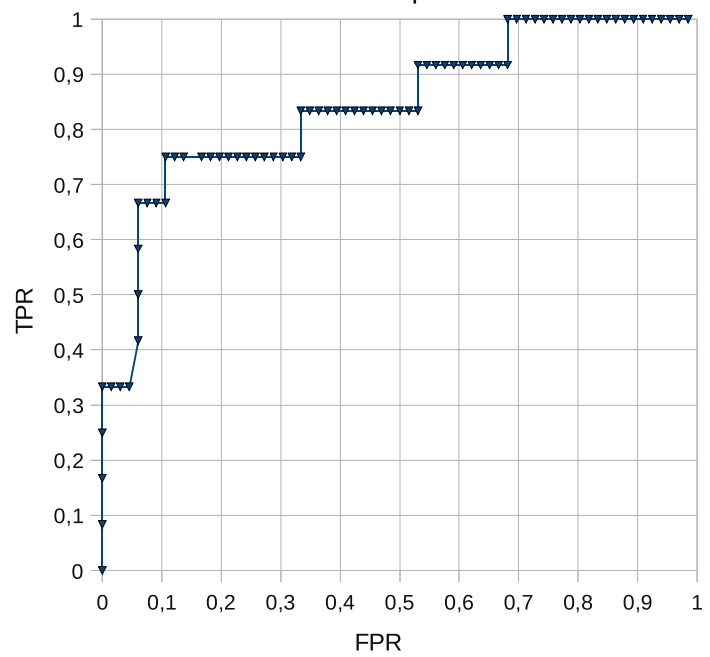
## Medie, riduz. a campionamento

## Differenza tra medie



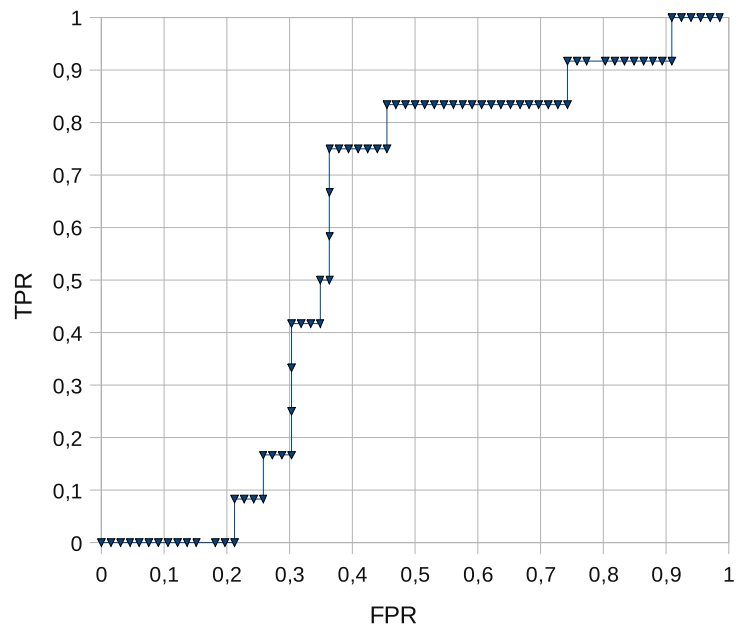
## Medie, riduz. a campionamento

## Differenza dei reciproci



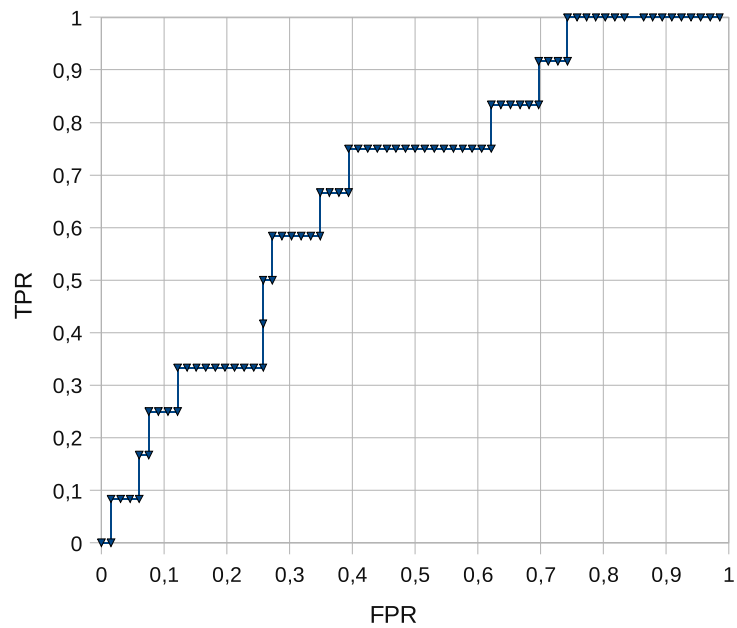
## Colore, riduz. a campionamento (media)

Differenza tra medie



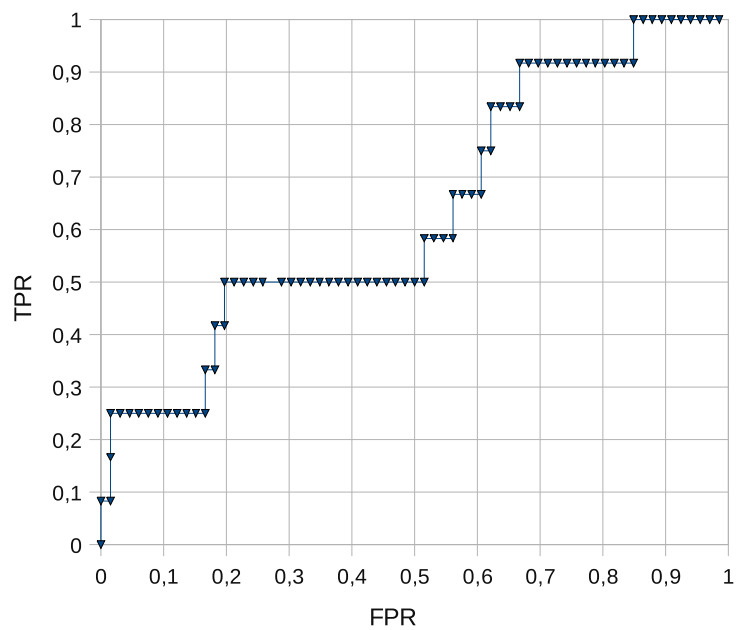
## Colore, riduz. a campionamento (media)

Differenza dei reciproci



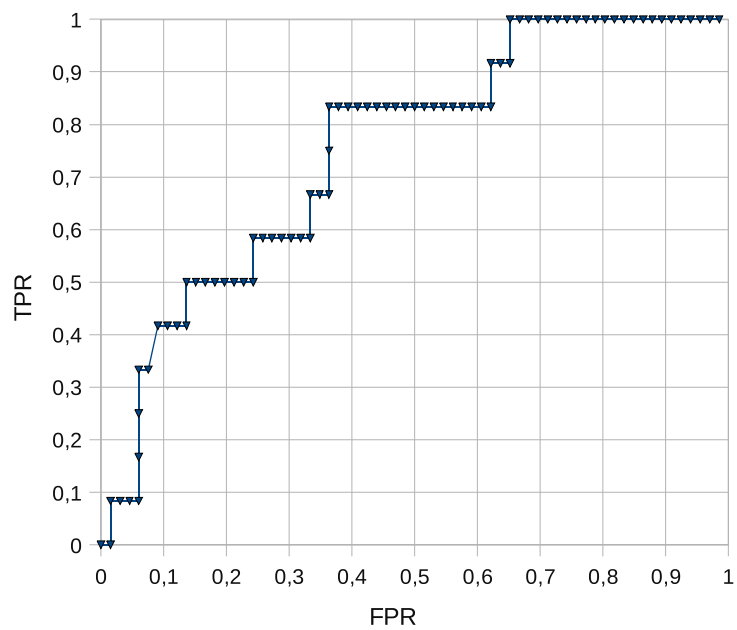
## Colore, riduz. media (mista)

## Differenza tra medie



## Colore, riduz. media (mista)

## Differenza dei reciproci



# Bibliografia

- [1] P. Frosini, C. Landi. *Size funtions and formal series*. Appl. Algebra Eng. Commun. Comput. **12** (2001), 327–349.
- [2] M. D’Amico, P. Frosini, C. Landi. *Natural pseudo-distance and optimal matching between reduced size functions*. Tech. Rep. **66**, DISMI, Univ. degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italy (2005), arXiv:0804.3500v1
- [3] M. D’Amico, P. Frosini, C. Landi. *Using matching distance in size theory: a survey*. Int. J. Imaging Syst. Technol. **16**(5) (2006), 154–161
- [4] D. Cohen-Steiner, H. Edelsbrunner, J. Harer. *Stability of persistence diagrams*. Discrete Comput. Geom. **37** (2007), 103–120
- [5] H. Edelsbrunner, J. Harer. *Persistent Homology — a Survey*. Contemporary Mathematics **453**, Amer. Math. Soc., Providence, RI (2008), 257–282
- [6] D. Cohen-Steiner, D. , J. Harer. *rozov Vines and vineyards by updating persistence in linear time*. Proc. 22nd Ann. Sympos. Comput. Geom., 2006, 119–126
- [7] M. d’Amico. *A new optimal algorithm for computing size function of shapes*. Proc. CVPRIP Algorithms III, International Conference of Computer Vision, Pattern Recognition and Image Processing (2000), 107–110
- [8] P. Donatini, P. Frosini. *Natural pseudodistances between closed manifolds*. Forum Math. **16**(5) (2004), 695–715
- [9] P. Donatini, P. Frosini. *Lower bounds for natural pseudodistances via size functions*. Arch. Inequal. Appl. **2**(1) (2004), 1–12
- [10] P. Donatini, P. Frosini. *Natural pseudodistances between closed surfaces*. J. Eur. Math. Society **9** (2007), 231–253

- [11] P. Donatini, P. Frosini. *Natural pseudodistances between closed curves*. Forum Math. XXX
- [12] P. Frosini, M. Mulazzani. *Size homotopy groups for computation of natural size distances*. Bull. Belg. Math. Soc. **6** (1999), 455–464
- [13] S. Biasotti, A. Cerri, P. Frosini, D. Giorgi, C. Landi. *Multidimensional Size Functions for Shape Comparison*. J. Math. Imaging Vis. **32**(2) (2008), 161–179
- [14] F. Cagliari, B. Di Fabio, M. Ferri. *One-dimensional reduction of multidimensional persistent homology* Proc. Amer. Math. Soc. **138** (2010), 3003–3017
- [15] S. Biasotti, A. Cerri, P. Frosini, D. Giorgi. *A new algorithm for computing the 2-dimensional matching distance between size functions*. Pattern Recogn. Lett. **32**(14) (2011), 1735–1746
- [16] ISTAT, *Cause di morte* (2008), <http://www.istat.it/it/archivio/24446>
- [17] D. J. Leffell, D. E. Brash. *Radiazioni solari e cancro della pelle* Le Scienze (American Scientific) **343** (1997), 82–88
- [18] T. B. Fitzpatrick, R. A. Johnson, K. Wolff. *Atlante di Dermatologia Clinica*. McGraw-Hill, Milano, 1993
- [19] C. Balch, A. Buzaid, S. Soong, M. Atkins, N. Cascinelli, D. Coit, I. Fleming, J. Gershenwald, A. Houghton, J. Kirkwood, K. McMasters, M. Mihm, D. Morton, D. Reintgen, M. Ross, A. Sober, J. Thompson. *Final version of the American Joint Committee on Cancer staging system for cutaneous melanoma*. J. Clin. Oncol. **19**(16) (2001), 3635–3648