

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Corso di Laurea in Astronomia

Principali reazioni termo-nucleari nelle stelle

Tesi di laurea

Presentata da:
Marco Di Bello

Relatore: **Chiar.ma Prof.ssa
Marcella Brusa**

Anno accademico 2022 – 2023

Abstract

Le stelle, imponenti strutture in uno stato dinamico di equilibrio idrostatico, richiedono meccanismi intrinseci in grado di bilanciare la forza gravitazionale che agisce su di esse. Questa necessità di equilibrio sottolinea l'importanza di processi che generano una vasta quantità di energia lungo l'intero arco della vita stellare, tali processi sono le reazioni termonucleari.

Nel primo capitolo, verranno fornite nozioni fondamentali di fisica nucleare ed astrofisica e saranno presentate le principali reazioni nucleari, con annesso l'importante concetto di energia di legame.

Nel secondo capitolo, ci concentreremo sulle reazioni termonucleari peculiari degli interni stellari, partendo dalla combustione dell'idrogeno fino alla fotodisintegrazione del ferro, stadio finale della vita di una stella.

L'obiettivo di questa trattazione è esplorare in modo conciso questi meccanismi energetici, delineando l'energia prodotta e le condizioni essenziali per il loro scatenarsi.

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Concetti astrofisici di base	3
1.2	Reazioni ed energia di legame	4
2	Fusione nucleare nelle stelle	8
2.1	Contrazione e bruciamento degli elementi	8
2.2	Catena PP	9
2.2.1	PPI	9
2.2.2	PPII	10
2.2.3	PPIII	11
2.3	Ciclo CNO	13
2.4	Processo 3α	15
2.5	Reazioni successive alla 3α	17

1 Introduzione

1.1 Concetti astrofisici di base

Una stella è una struttura autogravitante, è il prodotto di una aggregazione spontanea di materia diffusa sotto l'influenza della gravitazione. Il campo di forze che tiene i nuclei confinati nel nucleo delle stelle è dovuto alla pressione gravitazionale della materia presente negli strati più esterni. Una stella è in una situazione di equilibrio tra la pressione dovuta alla gravità e la pressione dovuta alla radiazione prodotta nel centro dalle reazioni di fusione. Le strutture stellari seguono determinate leggi di conservazione per essere tali, in particolare sono in equilibrio idrostatico, ciò significa che la forza di gravità attira il materiale stellare verso il centro, ma quest'ultima è contrastata dalla forza di pressione generata dai movimenti termici delle molecole gassose. Se queste due forze sono in equilibrio, allora possiamo parlare di *equilibrio idrostatico*. La condizione di equilibrio che più ci interessa in questo elaborato esprime la conservazione dell'energia, richiedendo che qualsiasi energia prodotta all'interno della stella debba essere trasportata verso la superficie e irradiata nello spazio. Consideriamo una membrana sferica di spessore dr e massa dM_r al raggio r . Sia L_r il flusso di energia, ovvero la quantità di energia che attraversa la superficie r nell'unità di tempo. Se ϵ rappresenta il coefficiente di produzione di energia, cioè la quantità di energia rilasciata nella stella nell'unità di tempo e massa, allora:

$$dL_r = L_{r+dr} - L_r = \epsilon dM_r = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad (1.1.1)$$

Quindi l'equazione di conservazione dell'energia è espressa come:

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon. \quad (1.1.2)$$

Il tasso a cui l'energia viene prodotta dipende dalla distanza dal centro. Fondamentalmente, tutta l'energia irradiata dalla stella è prodotta nel nucleo caldo e denso, mentre negli strati esterni la produzione di energia è trascurabile e L_r è quasi costante. E' di nostro particolare interesse andare a studiare da quale fonte proviene l'energia irradiata dal nucleo, per far ciò è opportuno capire come funziona il tasso di energia ϵ .

In astrofisica, la frazione di massa relativa dell'idrogeno è convenzionalmente indicata con X , quella dell'elio con Y e quella di tutti gli elementi più pesanti con Z , in modo che:

$$X + Y + Z = 1 \quad (1.1.3)$$

E' possibile calcolare il tasso al quale l'energia viene rilasciata per unità di massa e tempo in funzione della densità, temperatura e composizione chimica della stella:

$$\epsilon = \epsilon(T, \rho, X, Y, Z) \quad (1.1.4)$$

In particolare si vuole approfondire la produzione di energia per reazioni di fusione nucleare, possiamo scrivere ϵ_N come:

$$\epsilon_N = \frac{N}{\rho} Q^* \text{sec}^{-1} \text{gr}^{-1} \text{erg} \quad (1.1.5)$$

N è il numero di reazioni nucleari che avvengono per unità di tempo e di volume, ρ è la densità e Q^* è l'energia prodotta per la specifica reazione coinvolta.

Prima di esaminare quali sono le reazioni nucleari che avvengono nel nucleo stellare, procediamo con l'espone i principali concetti di fisica nucleare utili per la comprensione dell'argomento.

1.2 Reazioni ed energia di legame

Il nucleo atomico è costituito da protoni e neutroni, entrambi denominati nucleoni. Nella formazione di un legame (atomico o nucleare) si guadagna energia perché si ottiene un sistema più stabile. L'energia rilasciata deve essere compensata con la diminuzione della massa finale rispetto alla somma delle masse degli elementi di partenza. L'energia di legame (*Binding Energy*, BE) è definita come la differenza tra la massa del nucleo e la somma delle masse dei nucleoni costituenti:

$$M_{nucleo} = \sum_{k=1}^A m_k - BE = (Zm_p + Nm_n) - BE \quad (1.2.1)$$

m_p è la massa del protone, m_n la massa del neutrone, Z il numero di protoni, N il numero di neutroni, $A=Z+N$ il peso atomico e $m(Z, N)$ la massa del nucleo.

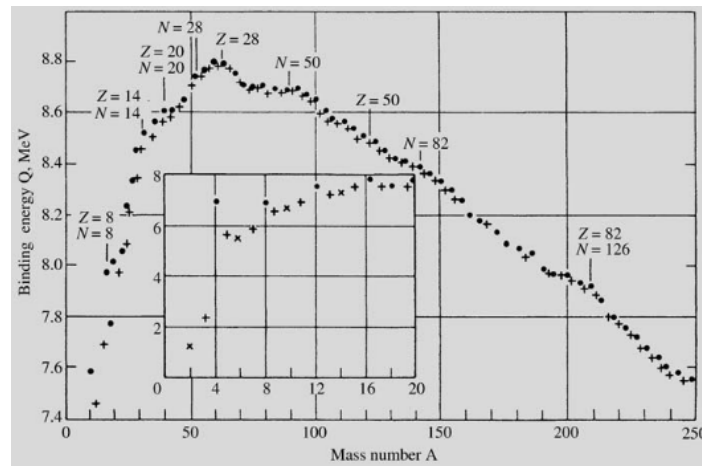


Figure 1: *Energia di legame per nucleone dei nuclei più stabili. Ogni punto rappresenta una media di alcuni nuclei vicini: cerchi pieni per quelli con un numero pari di protoni e neutroni, croci per quelli con un numero dispari di nucleoni. Nell'inserzione per valori bassi, le croci oblique si riferiscono a nuclei con un numero dispari sia di protoni che di neutroni.*

L'energia di legame è l'energia che viene prodotta quando si forma un nuovo nucleo stabile (a causa della perdita di massa), ovvero è l'energia che bisogna fornire ad un nucleo per dividerlo nelle sue singole componenti (nucleoni) che lo costituiscono. Quindi maggiore è la sua energia di legame e maggiore sarà la stabilità del nucleo. Osserviamo in *Figure 1* che tra $40A$ e $80A$ gli atomi del gruppo del *Fe* hanno i nuclei più legati, ovvero quando si formano rilasciano la massima energia in *MeV*. I nuclei più pesanti del *Fe* sono sempre meno legati, per produrre energia si può solo dividerli in elementi più leggeri (Fissione nucleare). Nella reazione di fusione invece, due nuclei si uniscono per formare un nucleo con peso atomico maggiore.

L'andamento dell'energia media di legame dei nuclei BE in funzione del peso atomico A mostra che, nella reazione di fusione:



si libera energia $Q > 0$ se $d(BE)/dA > 0$, cioè per nuclei leggeri con $A < 60$ (ossia, nuclei più leggeri del Fe). Dal punto di vista classico, la reazione di fusione avviene se due nuclei riescono ad avvicinarsi a meno della distanza (r_0) necessaria per far entrare in gioco le interazioni forti (dopo aver superato la barriera di potenziale). A una $T \approx 1.5 \cdot 10^7 K$ l'energia media di una particella è $E_T = 1 keV$, mentre la barriera di potenziale fra due nuclei vale $E_c = 1 Mev$, ciò suggerisce che le reazioni, nel nucleo del sole, sia improbabile che avvengano. Contrariamente alla fisica classica, una particella in meccanica quantistica può passare attraverso la barriera di potenziale anche se la sua energia non sarebbe sufficiente a superarla. Ciò avviene grazie a un effetto tunnel, grazie al quale non è necessario che tutte le particelle abbiano $E_T > E_C$.

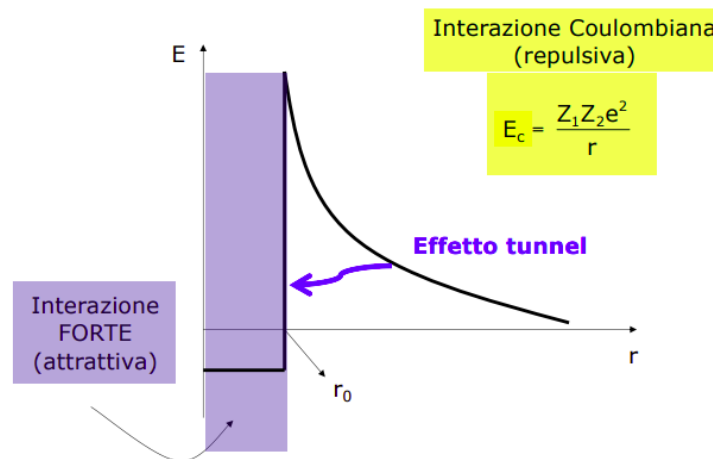


Figure 2: Barriera di potenziale ed effetto tunnel, energia(E) nell'asse y e distanza tra i nuclei(r) nell'asse x

Il termine che descrive la probabilità di penetrazione della barriera Coulombiana è il *fattore di Gamow*, il quale tiene conto della possibilità che una particella con $E < E(r_0)$ perfori la barriera di potenziale. Il fattore di Gamow è scritto come segue:

$$\Pi'(E) = e^{-\left(\frac{E_0}{E}\right)^{1/2}} \quad (1.2.3)$$

$$E_0 = 1.6 \cdot 10^{-6} \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} Z_1^2 Z_2^2 \quad [erg] \quad (1.2.4)$$

Nel caso in cui ci sono solamente due protoni allora $A = Z = 1$, quindi il termine E_0 vale:

$$E_0 = 1.6 \cdot 10^{-6} \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} 1^2 \cdot 1^2 = 0.8 \cdot 10^{-6} \quad erg \quad (1.2.5)$$

Con una temperatura tipica del nucleo del sole ($T \approx 10^7 K$) l'energia di una particella è $E \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ erg}$, quindi la probabilità che una particella superi la barriera di potenziale per effetto tunnel è $\Pi = e^{-20} \approx 2 \cdot 10^{-9}$, piccola ma non nulla.

Per ottenere una completa comprensione dei processi di fusione nucleare introduciamo l'interazione debole, ovvero l'interazione che avviene tra particelle sub-atomiche (raggio di azione $\approx 10^{-16} \text{ cm}$). Essa non agisce direttamente tra i nucleoni, ma può manifestarsi nei processi nucleari che coinvolgono le particelle che li compongono, come i quark. Nel contesto nucleare, l'interazione debole può influenzare i processi di decadimento beta nei quali un neutrone può decadere in un protone, un elettrone e un antineutrino (o un antineutrino elettronico). In questo processo un quark nel neutrone cambia in un quark di tipo diverso, attraverso lo scambio di bosoni vettoriali W o Z, i mediatori principali dell'interazione debole. Di seguito verranno elencati le principali reazioni che descrivono i decadimenti di particelle attraverso l'emissione di nuclei di elio, l'emissione di elettroni (o positroni), l'emissione di neutrini e l'emissione di radiazione elettromagnetica:

- Decadimento β^- : un neutrone decade generando un protone, un elettrone e un anti-neutrino.



Questa reazione avviene spontaneamente in natura, ma per un neutrone libero il tempo di decadimento equivale a $t \approx 10 \text{ minuti}$, un tempo enorme su scala nucleare. L'energia prodotta da questa reazione è solamente 0.0008 GeV, ciò conferma la stabilità del neutrone quando è legato al nucleo, infatti la sua energia è al di sotto del limite che gli permetterebbe di fare un decadimento β^- . Nonostante ciò esistono isotopi semistabili che decadono in questo modo.

- Decadimento β^+ : un protone decade generando un neutrone, un positrone e un neutrino.



Questa reazione, nel caso di un protone singolo isolato, violerebbe dell'equazione di conservazione dell'energia, infatti gli elementi generati dal decadimento superano l'energia che avrebbe un protone a riposo. La reazione può avvenire solo se il protone prende energia dall'esterno, ad esempio parte dell'energia cinetica.

- Decadimento β^- inverso (cattura elettronica): un protone cattura un e^- generando un neutrone ed un neutrino.



- Processo (p, γ) (cattura protonica): un protone interagisce con un nucleo generando un nuovo nucleo con $A=A+1$ e $Z=Z+1$ e un fotone γ .



- Processo (α, γ) o cattura α : con particella α si intende un nucleo di elio He^4 costituito da due protoni e due neutroni.



- Processo(γ, α) o fotodisintegrazione: un fotone γ disintegra un nucleo in x particelle α e un certo numero di neutroni.



- Processo(n, γ) o cattura neutronica:



Questo processo viene seguito da un decadimento β^- che disgrega il neutrone acquisito in pochi minuti:



Definendo il tempo medio di cattura neutronica, τ_n , la vita media per decadimento β , τ_β , e la probabilità di cattura neutronica nell'unità di tempo $\lambda_n = 1/\tau_n$, sono possibili due scenari:

- se $\tau_n \gg \tau_\beta$ il nucleo ${}^A_Z X$ formato da (1.2.12) ha tempo di decadere tramite β^- prima di catturare altri neutroni. Ne consegue che λ_n è molto piccola, le reazioni avvengono con frequenza bassa (processi slow).
- se $\tau_n \ll \tau_\beta$ il nucleo formato non decade subito tramite β^- e seguono reazioni di cattura neutronica (${}^A_Z X \rightarrow {}^{A+1}_Z X \rightarrow \dots$). Poiché λ_n è grande le reazioni avvengono con frequenza alta (processi rapid).

Si può notare che un decadimento β mantiene il numero atomico A del nucleo costante. Si può spiegare il fenomeno in termini della funzione energia di legame BE. Infatti, tutti i sistemi tendono al valore di minima energia, la massa di un nucleo è data dalla somma dei costituenti meno l'energia di legame e nel caso di A dispari i nuclei sono situati su una singola parabola di massa come nell'immagine che segue.

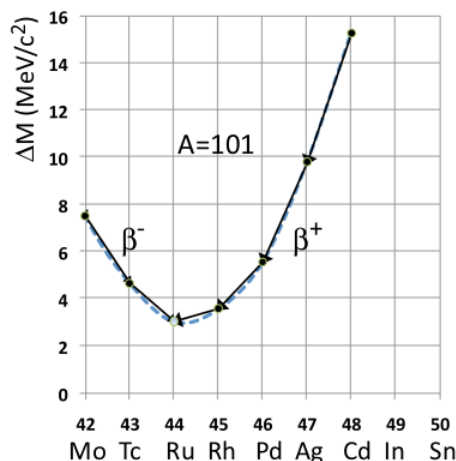


Figure 3: *Parabola di massa per i decadimenti β per un nucleo con A dispari ($A=101$). La scala delle ordinate mostra le masse relative tra stati, corrispondenti all'energia a disposizione per le coppie (e^+, ν_e) o $(e^-, \bar{\nu}_e)$ nei decadimenti β denotati dalle frecce. Si nota che il nucleo ${}^{101}_{44}\text{Ru}$ ha la maggior energia di legame e quindi la configurazione di minima energia*

2 Fusione nucleare nelle stelle

2.1 Contrazione e bruciamento degli elementi

Una stella è il risultato della contrazione di una massa di gas interstellare, nel quale il campo gravitazionale abbia finito col prevalere sull'energia termica delle particelle. Una nube che abbia raggiunto la massa critica, o per fluttuazioni di densità o per raffreddamento, inizia infatti a collassare perché la forza gravitazionale prevale sull'agitazione termica. L'energia acquistata nella contrazione viene irradiata nello spazio ed il collasso procede quasi isotermicamente. Al progredire della contrazione, l'innalzamento della temperatura finisce con il favorire fenomeni di ionizzazione, l'energia guadagnata nella contrazione viene ceduta al gas innalzandone anche la pressione e si passa da tempi scala meccanici a tempi scala termodinamici. Il processo che porta all'innesco di reazioni-termonucleari nelle stelle è regolato dal teorema del viriale, infatti il teorema ci dice che un sistema per rimanere in equilibrio deve risultare:

$$dT = -d\Omega/2 \quad (2.1.1)$$

dove T è l'energia cinetica totale ($\sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$), Ω è l'energia di legame gravitazionale ($=0$ per $\rightarrow \infty$). Quindi metà dell'energia guadagnata nella contrazione deve andare ad innalzare il contenuto termico della struttura, mentre l'altra metà supplisce alle perdite per radiazione, se tale perdita non è bilanciata da una qualche sorgente interna di energia (quali le reazioni nucleari) la temperatura tenderebbe a decrescere. Quindi, quando nelle regioni centrali di una struttura inizia a divenire efficiente una sorgente nucleare di energia, l'energia così prodotta va a supplire alle perdite per radiazione, rallentando la contrazione. In realtà le reazioni di fusione nucleare diminuiscono il numero di particelle e di conseguenza la pressione, rompendo l'equilibrio idrostatico. La stella deve quindi contrarre, ora però su tempi scala nucleari. La storia di una stella è quindi la storia di una continua contrazione, di volta in volta rallentata dall'innesco di reazioni nucleari, con una continua alternanza di tempi scala termodinamici e nucleari. Nelle regioni centrali inizierà prima la combustione dell'idrogeno, seguita in successione a partire dall'elio dalla combustione degli elementi più pesanti prodotti delle precedenti combustioni.

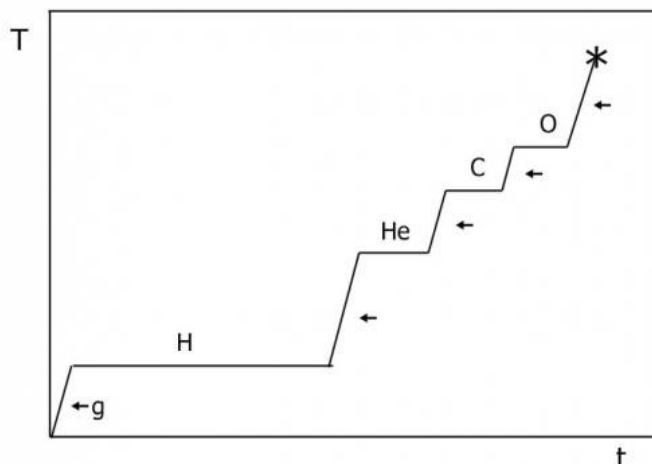


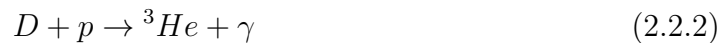
Figure 4: Schema dell'andamento temporale delle temperature centrali T in una stella sufficientemente massiccia: fasi di contrazione gravitazionale (g) portano in successione alle combustioni di H , He , C e O sino alla finale fotodisintegrazione del Ferro.

2.2 Catena PP

Sulla base delle considerazioni sin qui svolte appare evidente che al progressivo crescere della temperatura debbano per prime divenire efficienti le reazioni nucleari cui corrisponde la minor repulsione coulombiana, cioè quelle tra due protoni. Per tale motivo, attorno ai $10^6 K$ le prime fusioni a diventare efficienti sono le combustioni degli elementi leggeri D, Li, Be e B con protoni. L'effetto principale, oltre alla distruzione degli elementi stessi, consisterà in un momentaneo rallentamento della contrazione gravitazionale ed in una trascurabile produzione di 3He ed 4He , secondo canali di combustione che ritroveremo discutendo qui di seguito la combustione dell'idrogeno. Solo quando la temperatura raggiunge orientativamente i $5 - 6 \cdot 10^6 K$, il numero di reazioni pp è aumentato al punto da rendere efficiente anche il canale di fusione di due protoni in un nucleo di deuterio D:



Il deuterio prodotto è per altro in grado di reagire nuclearmente con un altro protone:



Da qui segue tutta una catena di reazioni impostata sui vari prodotti di combustione. Infatti, al variare della temperatura, sono possibili tre diverse sequenze di reazioni (PPI, PPII e PP III) che conducono in ogni caso al comune risultato di fondere 4 protoni in un nucleo di 4He .

2.2.1 PPI

Alle minori temperature l' 3He prodotto dalla reazione(2.2.2) tende ad accumularsi come prodotto di reazione. Solo attorno a $8 \cdot 10^6 K$ diviene efficiente la seguente reazione di combustione:

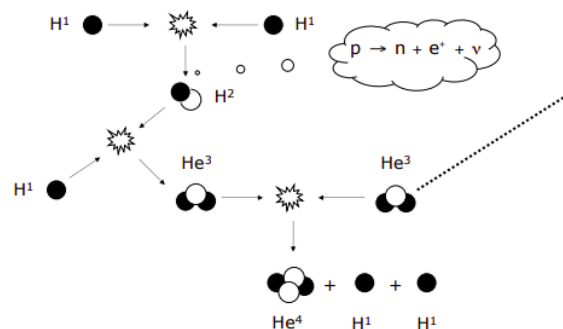


Figure 5: *Catena PPI*

Possiamo notare in Figure 5 che i reagenti sono sei protoni(3 per ogni nucleo di 3He), i prodotti sono un nucleo di 4He e due protoni. Se bilanciamo la reazione otteniamo la trasformazione di quattro protoni in un nucleo di 4He .



Reazione	Energia prodotta(MeV)	Tempo di attivazione
$p + p \rightarrow D + e^- + \nu$	+1.44-0.26	$1.4 \cdot 10^9 yr$
$D + p \rightarrow {}^3He + \gamma$	+5.49	6 sec
${}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + 2p$	+12.85	$10^6 yr$

Table 1: Energia e tempi di attivazione della catena PPI

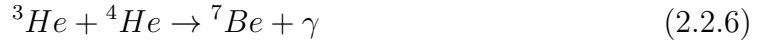
Osserviamo come il Deuterio si crea tramite un decadimento β^+ , il quale, come discusso nella sezione 1.2, viola la conservazione dell'energia e di conseguenza diventa la reazione più lenta dell'intero ciclo PPI, con un tempo di attivazione di ben $1.4 \cdot 10^9 yr$ mostrato in Table 1.

Il termine di energia negativo (-0.26 MeV) compare a causa dell'emissione di neutrini. Questi ultimi, infatti, hanno una bassissima interazione con la materia, possono attraversare l'intera struttura stellare senza interagire e dunque, di fatto, trasportano energia fuori dalla stella raffreddando il nucleo. Il Bilancio energetico ci fornisce l'energia finale prodotta dalla catena PPI:

$$2(1.44 MeV - 0.26 MeV + 5.49 MeV) + 12.85 MeV = 26.2 MeV = 4.2 \cdot 10^{-5} \text{ erg} \quad (2.2.5)$$

2.2.2 PPII

Man mano che aumenta la temperatura nel nucleo diviene efficiente la fusione di 3He (prodotto dalla (2.2.2)) con i nuclei di 4He , quindi attorno a $T \approx 1.5 \cdot 10^7 K$ avviene la seguente reazione:



alle temperature in esame ci si attende che il 7Be sia completamente ionizzato, in tali condizioni esso può catturare un elettrone del plasma stellare (cattura elettronica (1.2.8)) e quindi produrre un nucleo di 7Li e un neutrino:



a sua volta il 7Li interagisce con un protone generando un nucleo instabile di 8Be , quest'ultimo decade quasi istantaneamente producendo due nuclei di 4He :

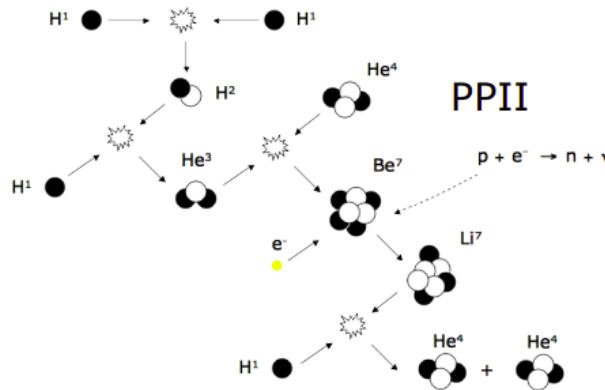
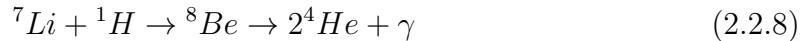


Figure 6: Catena PPII

Possiamo notare in Figure 6 che i reagenti sono 4 protoni e un nucleo di ${}^4\text{He}$, i prodotti sono due nuclei di ${}^4\text{He}$. Se bilanciamo la reazione otteniamo nuovamente la trasformazione di quattro protoni in un nucleo di ${}^4\text{He}$ (2.2.4).

Reazione	Energia prodotta(MeV)	Tempo di attivazione
$p + p \rightarrow D + e^- + \nu$	+1.44-0.26	$1.4 \cdot 10^9 \text{yr}$
$D + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	+5.49	6 sec
${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	+1.59	10^6yr
${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu$	+0.86-0.80	0.4 yr
${}^7\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^8\text{Be} \rightarrow 2{}^4\text{He} + \gamma$	+17.35	6 min

Table 2: Energia e tempi di attivazione della catena PPII

Notiamo in Table 2 che la prima reazione rimane predominante come per la catena PPI, le perdite di energia dei neutrini sono circa 1MeV, il guadagno di energia della catena PPII è dato da:

$$(1.44 - 0.26) + 5.49 + (0.86 - 0.80) + 1.59 + 17.35 = 25.67 \text{MeV} = 4.1 \cdot 10^{-5} \text{ erg} \quad (2.2.9)$$

2.2.3 PPIII

La terza e ultima catena protone-protone prende il nome di PPIII, a differenza della catena precedente il ${}^7\text{Be}$ interagisce con un protone per formare ${}^8\text{B}$. L'efficienza di questa reazione aumenta quindi al crescere della temperatura, e a circa $2 \cdot 10^7 \text{ K}$ essa finisce col prevalere sulla concorrente cattura elettronica presente nella PPII. Quindi partiamo dalla reazione(2.2.7) modificando la particella che interagisce con il ${}^7\text{Be}$:



la reazione forma ${}^8\text{B}$ altamente instabile che decade(tramite un decadimento β^+) in ${}^8\text{Be}$ ed un neutrino. Essendo anche il ${}^8\text{Be}$ instabile esso decade nuovamente in due nuclei di ${}^4\text{He}$:

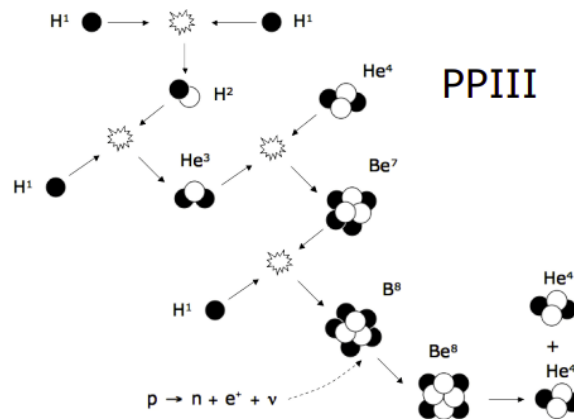
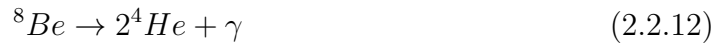


Figure 7: Catena PPIII

Come nelle catene precedenti il risultato è il bruciamento di 4 nuclei 1H per formare un nucleo di 4He . Analizziamo il contributo energetico di ogni reazione:

Reazione	Energia prodotta(MeV)	Tempo di attivazione
$p + p \rightarrow D + e^- + \nu$	+1.44-0.26	$1.4 \cdot 10^9 yr$
$D + p \rightarrow ^3He + \gamma$	+5.49	6 sec
$^3He + ^4He \rightarrow ^7Be + \gamma$	+1.59	$10^6 yr$
$^7Be + ^1H \rightarrow ^8B + \gamma$	+0.135	66 yr
$^8B \rightarrow ^8Be \rightarrow$ $^8Be \rightarrow 2^4He + \gamma$	+18.07-7.20	1 sec

Table 3: Energia e tempi di attivazione della catena PPIII

Di particolare rilevanza ,in questa catena di reazioni, sono i neutrini prodotti nel decadimento del 8B , che a causa della grande energia(7.2 MeV), furono i primi ad essere rilevati nelle esperienze di rilevazione dei neutrini solari. L'energia totale prodotta dalla catena è 19.3 MeV, minore rispetto alle precedenti proprio a causa dell'elevata emissione di neutrini.

Dopo aver analizzato tutti i canali di reazione della catena protone-protone, mostriamo un schema riassuntivo di come, al variare della temperatura,sono possibili tre sequenze di reazioni. Ovviamente all'aumentare di T aumenta anche l'efficienza di tutte le reazioni, quindi il seguente schema riporterà il contributo relativo delle tre catene alla produzione totale di energia.

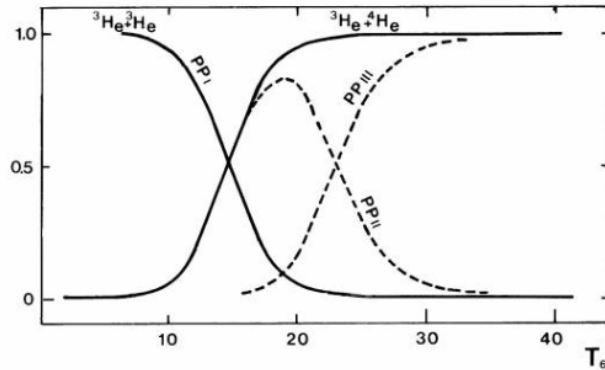


Figure 8: *Efficienza relativa delle catene di combustione pp al variare della temperatura (in milioni di gradi).*

Il tasso di produzione di energia nucleare per unità di massa e tempo, discusso nell'equazione (1.1.4), per la catena pp si esprime nel seguente modo:

$$\epsilon_{pp} = \epsilon_1 \rho X_H^2 T_6^{\nu_{pp}} \quad \text{con } \nu_{pp} = [3.5 - 6] \quad (2.2.13)$$

dove ϵ_1 è una costante che dipende dal tipo di catena e dai nuclei atomici coinvolti, X_H è l'abbondanza relativa di idrogeno, i termini ρ e T_6 (in milioni di gradi kelvin) dipendono dall'ambiente e quindi dalla condizione del gas stellare, l'esponente ν_{pp} dipende anch'esso dalla temperatura del gas.

2.3 Ciclo CNO

Se, e solo se, nel gas stellare è presente anche una minima quantità di nuclei di carbonio, di azoto e/o di ossigeno, a temperature leggermente superiori a quelle necessarie per l'efficienza della catena protone-protone si apre un ulteriore canale di reazioni per la combustione dell'idrogeno in elio. Questi elementi agiscono da catalizzatori, vengono consumati e prodotti all'interno del ciclo. A una temperatura di $1.5 \cdot 10^7 K$, anche con la presenza di soli nuclei di ^{12}C , avvengono le seguenti reazioni:



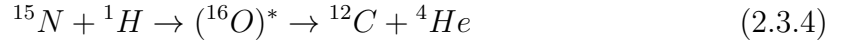
Il ^{13}N , tramite decadimento β^+ , produce in un nucleo isobaro di ^{13}C un positrone e un neutrino.



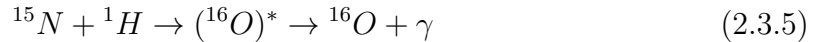
Il ^{15}O , tramite un altro decadimento β^+ , produce un nucleo isobaro di ^{15}N , un positrone e un neutrino.



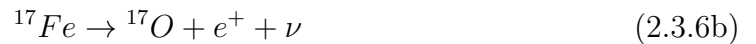
A questo punto notiamo come il ^{12}C , aggregando in sequenza 4 protoni, giunge alla produzione di un nucleo di ^{16}O in uno stato eccitato. Quest'ultimo decade preferenzialmente restituendo un nucleo di ^{12}C ed un nucleo di 4He :



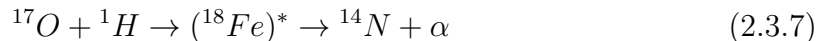
Tale ciclo viene in genere indicato come ciclo CN, ad indicare come esso sia basato sulla continua mutua trasformazione di questi due elementi. Inoltre il ciclo può prendere inizio quando sia presente almeno uno qualsiasi dei suoi componenti, con risultato finale il già discusso bruciamento di 4 atomi di idrogeno per produrre un nucleo di elio $4^1H \rightarrow ^4He$. Tuttavia il ciclo CN perde una piccola parte dei nuclei per formare ^{16}O , infatti la reazione (2.3.6) può cambiare in quanto il $(^{16}O)^*$ può tornare allo stato fondamentale, emettendo un fotone:



Come vedremo, il $(^{16}O)^*$ viene a sua volta processato per restituire nuclei di ^{14}N e una particella α , si innesca così un secondo ciclo. Seguono le reazioni del ciclo secondario:



Il ^{17}Fe , essendo altamente instabile, decade tramite β^+ in ^{17}O , che a sua volta, interagendo con un protone, forma lo stato eccitato $(^{18}Fe)^*$. Ci sono rari nuclei di $(^{18}Fe)^*$ che decadono nello stato fondamentale ^{18}Fe , quasi tutti gli altri invece formano un nuovo nucleo di ^{14}N e una particella α :



Siamo dunque in presenza di due cicli mutuamente accoppiati che realizzano il così detto *biciclo CN-NO*, nel quale tutti i nuclei pesanti coinvolti si presentano come elementi secondari.

Entrambi i cicli producono un energia totale di circa 25 MeV, di seguito mostriamo le energie coinvolte in ogni reazione:

Ciclo CN	Energia prodotta(MeV)	Tempo di attivazione
$^{12}\text{C} + ^1\text{H} \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$	+1.49	$1.3 \cdot 10^7 \text{ yr}$
$^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu$	+2.2-0.7	7 min
$^{13}\text{C} + ^1\text{H} \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$	+7.55	$2.7 \cdot 10^6$
$^{14}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	+7.29	$3.2 \cdot 10^8 \text{ yr}$
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$	+2.7-1.0	82 sec
$^{15}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow (^{16}\text{O})^* \rightarrow ^{12}\text{C} + ^4\text{He}$	+4.96	$1.1 \cdot 10^5 \text{ yr}$
Ciclo NO	Energia prodotta(MeV)	Tempo di attivazione
$^{14}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	+7.29	$3.2 \cdot 10^8 \text{ yr}$
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$	+2.7-1.0	82 sec
$^{15}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow (^{16}\text{O})^* \rightarrow ^{12}\text{C} + ^4\text{He}$	+4.96	$1.1 \cdot 10^5 \text{ yr}$
$^{16}\text{O} + ^1\text{H} \rightarrow ^{17}\text{F} + \gamma$	+0.6	//
$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + e^+ + \nu$	+2.7-0.94	//
$^{17}\text{O} + ^1\text{H} \rightarrow (^{18}\text{Fe})^* \rightarrow ^{14}\text{N} + \alpha$	+1.19	//

Table 4: Energie e tempi di attivazione ciclo CN-NO

La reazione più lenta è la (2.3.4), questo comporta un accumulo di ^{14}N che nel tempo supererà in abbondanza gli altri elementi primari ^{16}O e ^{12}C , comportando una diminuzione di questi ultimi. Alle minori temperature la cattura $^{16}\text{O} + p$ è largamente inefficiente e la combustione riposa essenzialmente sul solo ciclo CN. Attorno a $2 \cdot 10^7 \text{ K}$ ambo i cicli sono in piena efficienza e sia ^{12}C che ^{16}O vengono ridotti a pochi percento di ^{14}N . Nel ciclo i nuclei non sono in realtà nè creati nè distrutti, ma solo trasformati l'uno nell'altro. In ogni caso ed in ogni momento il numero originale N_0 di nuclei pesanti deve conservarsi, risultando $\sum N_i = N_0$.

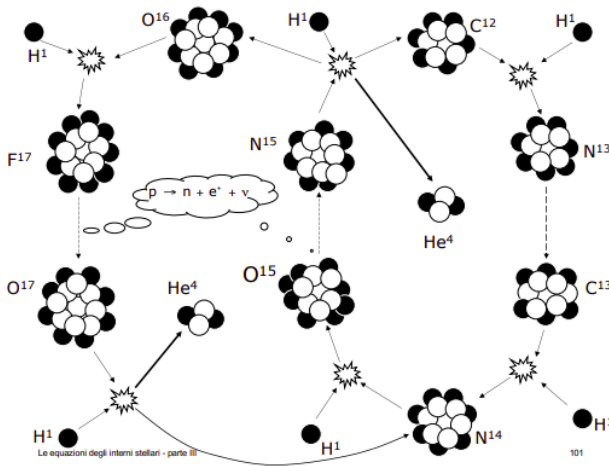


Figure 9: *Biciclo CN-NO*

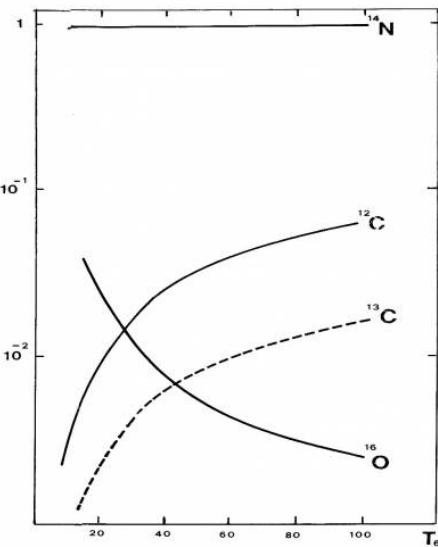


Figure 10: *Abbondanze relative di equilibrio al variare della temperatura, $\sum N_i$ è stato posto uguale a 1.*

Il tasso di produzione di energia nucleare per unità di massa e tempo, discusso nell'equazione (1.1.4), per la catena CN-NO si esprime nel seguente modo:

$$\epsilon_{CN} = \epsilon_2 \rho X_H X_{CN} T_6^{\nu_{CN}} \text{ con } \nu_{CN} = [13 - 20] \quad (2.3.8)$$

a differenza di (2.3.13) l'efficienza dipende anche da X_{CN} , che è l'abbondanza relativa degli elementi catalizzatori nel ciclo. Notiamo che $\epsilon_{CN} \propto T^{15}$, quindi modeste variazioni di temperatura sono sufficienti per bilanciare variazioni anche notevoli nell'abbondanza di nuclei CNO.

2.4 Processo 3α

A seguito delle reazioni precedenti, l'abbondanza di elio nell'interno stellare aumenta, ne consegue un'importante diminuzione in abbondanza di idrogeno. Una volta che l'H viene esaurito nel nucleo ($X_H < 0.05$), quest'ultimo comincia a contrarsi aumentando di densità. Nella contrazione l'energia gravitazionale si converte in energia cinetica dei nuclei, in modo che aumenti la temperatura e si possano innescare altre reazioni di fusione che formano nuclei più pesanti. A circa $T \approx 10^8 \text{ K}$ si innesca infatti il processo a tre corpi di fusione di ${}^4\text{He}$ in ${}^{12}\text{C}$. In una stella formata essenzialmente da ${}^4\text{He}$, a qualche decina di milioni di gradi, diviene efficiente la seguente reazione:



Con tale reazione non si realizza effettivamente una reale combustione, infatti il ${}^8\text{Be}$ così prodotto ridecade in due particelle α in circa 10^{-16} secondi. La combustione si realizzerà solo se e quando il berillio, prima di decadere, catturi una ulteriore particella α giungendo a produrre un nucleo stabile di ${}^{12}\text{C}$:



in realtà la cattura produce uno stato eccitato del carbonio che decade poco dopo nello stato fondamentale. Il ${}^8\text{Be}$ si comporta come un elemento secondario, infatti viene prodotto e distrutto dal successivo decadimento. Con l'aumento della temperatura, aumenta anche la velocità di reazione, segue che con un costante tempo di decadimento di conseguenza aumenta la concentrazione di ${}^8\text{Be}$. Inoltre con l'aumento di T si attenuano gli effetti della repulsione coulombiana e aumenta la probabilità che il berillio catturi una particella α . Il risultato finale è il bruciamento di tre particelle α per formare un nucleo di ${}^{12}\text{C}$:



la formazione del ${}^8\text{Be}$ in (2.4.1) porta a una produzione negativa di energia (-0.1 MeV), questo è dovuto alla massa leggermente maggiore del ${}^8\text{Be}$ rispetto a due nuclei di ${}^4\text{He}$. La reazione (2.4.2) produce un'energia di 7.4 MeV, portando il contributo totale di energia di un ciclo 3α a $+7.3 \text{ MeV} \approx 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ erg}$. Il tasso di produzione di energia nucleare per unità di massa e tempo, discusso nell'equazione (1.1.4), per il ciclo 3α si esprime nel seguente modo:

$$\epsilon_{3\alpha} = \epsilon_3 \rho^2 Y^3 T_8^{\nu_{3\alpha}} \text{ con } \nu_{3\alpha} = [20 - 30] \quad (2.4.4)$$

dove ϵ_3 è una costante, Y è l'abbondanza relativa di elio e T_8 è espressa in centinaia di milioni di gradi kelvin. Dopo aver analizzato l'efficienza energetica delle tre catene principali (PP, CNO, 3α), osserviamone l'andamento rispetto alla temperatura tramite l'ausilio del seguente grafico:

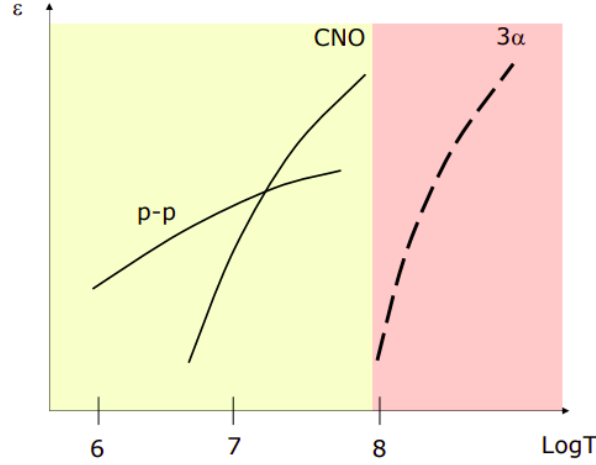


Figure 11: *Efficienza energetica* ($[erg\ g^{-1}\ sec^{-1}]$) dei cicli principali al variare del logaritmo della temperatura (in gradi kelvin).

A temperature superiori ($T \approx 6 \cdot 10^8\ K$) risultano efficienti successive catture α da parte del carbonio, per tanto diventano quasi contemporaneamente efficienti la reazione (2.4.3) e le seguenti reazioni:



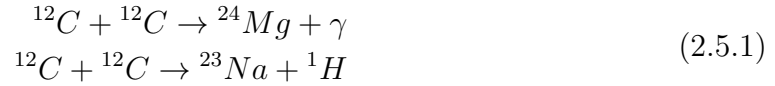
La barriera di potenziale aumenta con il numero atomico, quindi l'abbondanza relativa dei nuclei delle reazioni sopra citate diminuisce all'aumentare di A . Come risultato al termine della combustione dell'elio ci si attende una miscela di ^{16}O e ^{12}C con qualche traccia di ^{20}Ne . Notiamo anche come, alle temperature di combustione dell'elio, l' ^{14}N presente (anche come prodotto di una precedente combustione CNO) sia in grado anch'esso di catturare particelle α e, tramite una serie di reazioni, di liberare un neutrone:



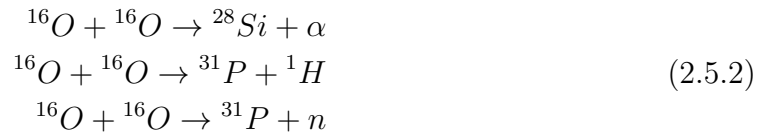
i neutroni che vengono prodotti dagli elementi CNO non risentono della repulsione coulombiana, essi tendono ad essere catturati dai nuclei circostanti, che vengono così a fungere da nuclei seme per la costruzione di elementi a numero atomico sempre più alto. Notiamo infine che i neutroni prodotti da questa serie di catture α saranno utili per i processi *slow* di cattura neutronica discussi nel paragrafo 1.2.

2.5 Reazioni successive alla 3α

Una volta esaurito l'elio come combustibile, la stella, se ha massa sufficientemente elevata, tende di nuovo a contrarsi aumentando densità e temperatura e può iniziare a utilizzare come combustibile carbonio e ossigeno. Innalzando la temperatura a $T \approx 10^9 K$ divengono efficienti le reazioni di fusione di nuclei via via più pesanti, partiamo dal carbonio riportando le reazioni più probabili:



Ad una temperatura $T \approx 2 \cdot 10^9 K$ diviene possibile la fusione diretta di due atomi di ossigeno. Riportiamo le reazioni più probabili:



Si noti come all'aumentare della complessità del nucleo composto diventino sempre più probabili canali di frammentazione con emissione di protoni, neutroni o particelle α . All'ulteriore aumentare della temperatura iniziano a dominare i processi di fotodisintegrazione e di ricattura delle particelle prodotte che conducono ad un equilibrio dinamico in cui l'abbondanza dei vari nuclei è regolata dalle rispettive energie di legame. A $T \approx 2.3 \cdot 10^9 K$ può iniziare la combustione del silicio, questa volta la fusione si innesca tramite fotodisintegrazione (1.2.11), rilasciando nuovamente particelle α .

La continua cattura di queste particelle da parte di nuclei sempre più pesanti permette la formazione del nichel (${}^{56}\text{Ni}$), il quale decade in un nucleo di ${}^{56}\text{Fe}$, elemento più legato e soprattutto il punto finale della nucleosintesi degli interni stellari:



In stelle massive ($M > 8M_\odot$), quando il silicio inizia a convertirsi in ferro e nichel, il nucleo sarà composto da ferro e contornato in successione dai prodotti delle varie reazioni che sono state efficienti lungo tutta la storia della stella. Una volta raggiunta la massa di ferro critica ($1.4M_\odot$) e una $T \approx 10^{10} K$, inizia la fotodisintegrazione di quest'ultimo:



questo processo richiede un enorme assorbimento di energia, quindi il nucleo, raffreddandosi, priva la stella del bilanciamento con la spinta gravitazionale della materia che lo sovrasta. Questo fenomeno porta al decadimento debole di protoni in neutroni, formando un nucleo composto essenzialmente da neutroni (stella di neutroni). Il resto della stella, tolto l'importante equilibrio, collassa sul nucleo generando un'onda d'urto che si riversa verso l'esterno rapidamente (Supernova). La produzione di nuclei con peso atomico maggiore procede per cattura di neutroni e per successivo decadimento β^- (1.2.13), ciò avviene quando i neutroni sono disponibili, ovvero proprio durante le fasi immediatamente successive all'esplosione della supernova. I 4n neutroni liberati da (2.5.4) possono essere assorbiti da elementi più pesanti tramite processi *rapid*, sino ad arrivare al ${}^{209}\text{Bi}$.

Bibliografia

- [1] F.R. Ferraro .*Astrofisica stellare*, Appunti e slide del corso. 2021.
- [2] V. Castellani . *Astrofisica stellare*. Ed. Zanichelli. 1985.
- [3] H. Karttunen, P. Kröger, H. Oja, M. Poutanen, K. Johan Donner. *Fundamental astronomy*. Springer. 2007.
- [4] S. Braibant, G. Giacomelli, M. Spurio. *Particelle e Interazioni fondamentali*. Springer. 2012.