

**Alma Mater Studiorum - Università degli Studi di  
Bologna**

---

Scuola di Scienze  
Dipartimento di Fisica e Astronomia “Augusto Righi”  
Corso di Laurea Triennale in Astronomia  
Classe L30

**Cenni al Modello del Big Bang, Inflazione e  
Materia Oscura**

Tesi di laurea

Presentata da:  
**Elia Ceci**

Relatrice:  
**Chiar.ma Prof.ssa  
Marcella Brusa**

---

Appello III  
Anno Accademico 2022-2023

*Ai miei genitori, per aver  
coltivato in me la curiosità  
verso la meraviglia dell'uni-  
verso.*

*“Every particle in the universe is a silent witness to its own story, a story written in the light of the stars and in the secrets of the early moments of cosmic expansion.”*

*Brian Greene*

*Flegetonte & Lete:  
HD102195 & HD102195-b  
K0V Star & Hot Gas Giant  
RA: 11 h 45 m 42 s  
 $\delta$  : 2° 49' 17"*

## Abstract

“Cosmologia” dal greco antico *κόσμος*, *kósmos*, ‘ordine’, e *λόγος*, *lógos*, ‘discorso’

Questa tesi di laurea ha come scopo l’esposizione dei principali risultati scientifici ottenuti nell’ambito della Cosmologia, scienza che si può definire come lo studio dell’Universo inteso nella sua totalità e nei suoi inizi.

Gli studi cosmologici si basano sulla caratteristica dell’universo di essere omogeneo e isotropo, quando considerato come un’unica entità. Si può fare l’analogia con l’osservazione dell’oceano da un punto in cui non si scorga la terraferma. Guardando in basso, è possibile notare l’esistenza di strutture complesse come la schiuma del mare. Tuttavia, se si spinge lo sguardo oltre le onde più lontane, si scorge solamente un’omogeneità che si estende per molte miglia, fino all’orizzonte. I cosmologi, inoltre, dipendono dalle osservazioni più che dagli esperimenti; non sono capaci di modificare le condizioni in cui si trova l’oggetto in studio, ma possono puntare i telescopi verso oggetti lontani, catturando effettivamente istantanee del passato.

Nei capitoli a seguire verrà discusso dell’espansione dell’universo e della radiazione cosmologica di fondo, quali evidenze osservative che hanno portato lo sviluppo del nuovo modello cosmologico  $\Lambda$ CDM, basato sulla teoria della Relatività Generale ideata dal fisico Albert Einstein nel 1915. Verranno proposte alcune criticità di questa teoria che potranno essere risolte attraverso l’introduzione dell’inflazione cosmologica. Successivamente verranno affrontate le fasi principali della nascita dell’universo, a partire dall’era di Planck fino alla nucleosintesi primordiale. Si porrà particolare attenzione all’origine dell’elio, il secondo elemento più abbondante nel cosmo. Infine si esaminerà la questione della materia oscura, della quale non ne conosciamo ancora la composizione, ma siamo in grado di vederne gli effetti gravitazionali sulla materia ordinaria.

# Indice

<b>Indice</b>	<b>1</b>
<b>1 Evidenze osservative del modello cosmologico</b>	<b>1</b>
1.1 Redshift . . . . .	1
1.2 Legge di Hubble-Lemaitre . . . . .	2
1.3 Radiazione cosmologica di fondo . . . . .	3
<b>2 Modello cosmologico standard <math>\Lambda</math>CDM</b>	<b>4</b>
2.1 Geometria dell'universo . . . . .	4
2.2 Il parametro di densità $\Omega$ . . . . .	6
<b>3 Modello del Big Bang</b>	<b>7</b>
3.1 Fasi evolutive dell'universo . . . . .	7
3.2 Inflazione . . . . .	8
3.3 L'origine dell'elio . . . . .	9
<b>4 La materia oscura</b>	<b>11</b>
4.1 Curve di rotazione delle galassie . . . . .	11
4.2 Ammassi di galassie . . . . .	12
4.3 Lensing gravitazionale e i MACHOs . . . . .	13
4.4 Ipotesi sulla composizione . . . . .	14
<b>Bibliografia</b>	<b>15</b>

# Capitolo 1

## Evidenze osservative del modello cosmologico

Le teorie attuali si fondano sull'assunzione del principio cosmologico, un principio a priori che concorda con le osservazioni e che è stato sviluppato nel secolo scorso per consentire la risoluzione delle equazioni della teoria gravitazionale di Einstein. Tale postulato afferma che su una scala sufficientemente ampia, l'universo appare uniforme e privo di preferenze direzionali. Va notato che questo concetto è valido solo su una scala molto estesa, poiché è evidente che su scale più piccole (inferiori a 100 Mpc) l'universo è considerato disomogeneo e anisotropo a causa della presenza di varie strutture discrete quali: stelle, galassie e ammassi. L'uniformità implica l'assenza di luoghi notevolmente diversi dagli altri, mentre l'isotropia comporta la non esistenza di una direzione privilegiata, portando così a un'ulteriore conferma dell'inesattezza del principio tolemaico del geocentrismo.

La cosmologia moderna ha avuto origine dalla confutazione del paradosso formulato da Heinrich Olbers nel 1826. Secondo questo paradosso, se le ipotesi di un universo infinitamente esteso e immutabile nel tempo fossero corrette, il cielo notturno dovrebbe essere completamente illuminato, data l'uniformità delle stelle presenti. Tale affermazione si basa sul calcolo dell'intensità totale della luce ricevuta da tutte le stelle, la quale diverge con il raggio dell'universo.

La soluzione di questo paradosso si trova nell'inesattezza delle ipotesi iniziali. Si è scoperto che l'universo, in accordo con la legge di Hubble-Lemaitre, è in realtà in espansione. Questo implica che la luce proveniente da stelle lontane viene spostata verso frequenze più basse, rendendola invisibile all'occhio umano. Inoltre, l'ipotesi di un universo infinito è stata smentita dall'esistenza di un limite finito alla velocità della luce.

### 1.1 Redshift

Nel 1925 l'astronomo statunitense Vesto Slipher, misurando le righe spettroscopiche di circa quaranta galassie, notò che queste erano tutte spostate verso il rosso, ad eccezione di quelle registrate all'interno del Gruppo Locale. Definiamo  $\lambda_{\text{obs}}$  come la lunghezza d'onda osservata e  $\lambda_{\text{lab}}$  come la lunghezza d'onda della riga misurata in

laboratorio, in regime non relativistico, lo shift è definito come:

$$z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{lab}}}{\lambda_{\text{lab}}} \quad (1.1)$$

Lo spostamento verso il rosso, chiamato più comunemente redshift si verifica quando  $\lambda_{\text{obs}} > \lambda_{\text{lab}}$  e determina un allontanamento del corpo osservato. Al contrario se l'oggetto in studio è in avvicinamento si avrà  $\lambda_{\text{obs}} < \lambda_{\text{lab}}$  corrispondente al blueshift.

Il redshift di una galassia lontana è la combinazione di tre meccanismi che agiscono contemporaneamente:

Il redshift Doppler relativistico, dovuto al moto dell'osservatore rispetto alla sorgente osservata, è descritto da:

$$1 + z_D = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (1.2)$$

Dati i fattori di scala al tempo di emissione e ricezione della radiazione  $R$  e  $R_0$ . Il redshift cosmologico, originato dall'espansione dell'universo, è descritto da:

$$1 + z_c = \frac{R_0}{R} \quad (1.3)$$

Il redshift gravitazionale, dovuto all'influenza del campo di gravità di un oggetto di massa  $M$  e raggio  $R$  sulla radiazione, è descritto da:

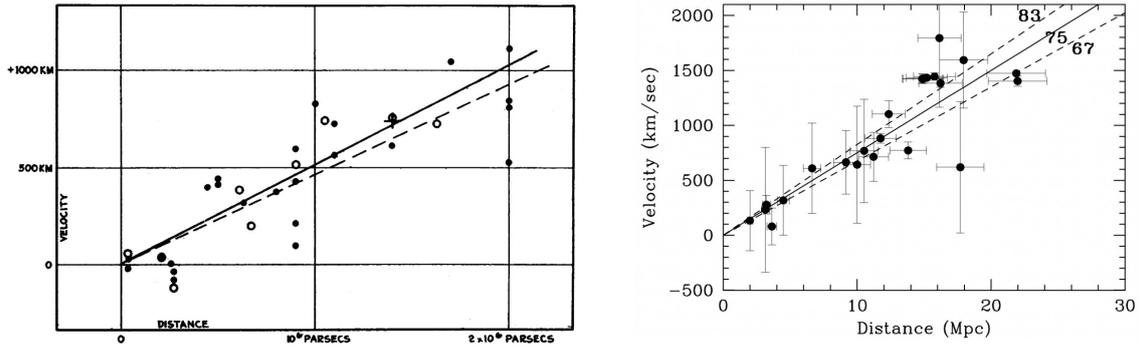
$$1 + z_g = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R_S}{R}}} \quad (1.4) \quad R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (1.5)$$

## 1.2 Legge di Hubble-Lemaitre

Nel 1929, Edwin Hubble tracciò un grafico della velocità di 22 galassie, utilizzando la formula  $v = cz$ , in relazione alla loro distanza, determinata mediante l'utilizzo delle Cefeidi come candele standard. Da questo studio, emerse una relazione lineare che passò alla storia come legge di Hubble. Nel 2018, grazie alla votazione dell'assemblea IAU, tale legge fu ufficialmente ribattezzata anche in onore del fisico belga Georges Lemaître, il quale negli stessi anni giunse a conclusioni simili.

$$v_r = H_0 D \quad \Rightarrow \quad z = \frac{H_0 D}{c} \quad (1.6)$$

La costante di proporzionalità  $H_0$  della relazione è detta costante di Hubble e viene espressa in unità di  $\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ . Le misurazioni di Hubble costituiscono le fondamenta osservative della teoria cosmologica sull'espansione dell'universo, sebbene non abbiano permesso di ottenere una stima precisa della costante  $H_0$ . Attualmente, persiste un dibattito sul valore esatto di questa costante. Utilizzando i dati raccolti dal satellite GAIA riguardanti le distanze cosmiche, si ottiene un valore di  $73,0 \pm 1,0 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ . Allo stesso tempo, utilizzando i dati provenienti dal satellite PLANCK e lo studio della radiazione cosmica di fondo (CMBR), si ottiene un valore di  $67,4 \pm 0,5 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ .

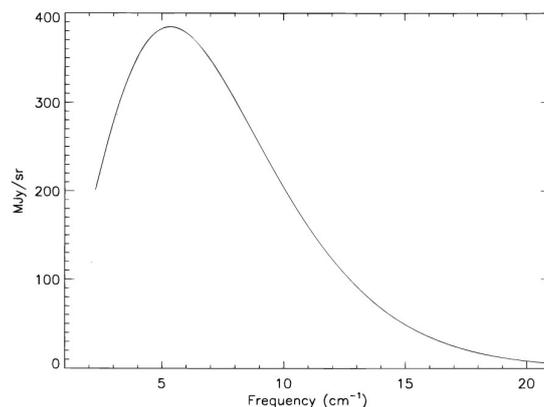


**Figura 1.1:** A sinistra l'originale grafico di Edwin Hubble, a destra una versione moderna del grafico di Hubble in cui le distanze sono determinate con la misurazione delle cefeidi come candele standard (da Freedman et al. 2001 ApJ 553 47)

### 1.3 Radiazione cosmologica di fondo

La conferma più significativa del modello cosmologico, successiva alla scoperta della legge di Hubble-Lemaître, avvenne nel 1965 grazie ad Arno Penzias e Robert Wilson, entrambi insigniti del Premio Nobel per la Fisica. I due fisici, lavorando ad un'antenna per le comunicazioni satellitari, notarono un disturbo di fondo nel segnale proveniente da tutte le direzioni. Compresero che questa radiazione era distribuita nello spettro come una curva di corpo nero con una temperatura di alcuni gradi Kelvin. Questa scoperta serendipica confermò l'esistenza della già citata Radiazione Cosmica di Fondo nelle Microonde, già teorizzata diciassette anni prima da George Gamow come una radiazione residua delle fasi iniziali della nascita dell'universo.

Dopo la scoperta, la CMBR è stata studiata nell'intervallo di lunghezze d'onda compreso tra 50 cm e 0.5 cm, fino a quando nel 1991 il satellite COBE (COsmic Background Explorer) ha dimostrato che la radiazione corrisponde alla curva di Planck con una temperatura di  $2.725 \pm 0.002$  K. Il picco della curva di corpo nero cade nella banda delle microonde corrispondente a un valore di  $\lambda = 0.19$  cm ( $\bar{\nu} = 5.26$  cm<sup>-1</sup>).



**Figura 1.2:** Spettro della CMB misurato dal satellite COBE, le incertezze delle misure sono più piccole dello spessore della curva (da Fixsen et al. 1996, ApJ, 473, 576)

## Capitolo 2

# Modello cosmologico standard $\Lambda$ CDM

Il miglior teoria attuale per descrivere l'universo è il modello  $\Lambda$ CDM, Lambda Cold Dark Matter. Secondo questa concezione, l'universo non è formato solamente da materia ordinaria e dalla radiazione, ma comprende anche l'energia oscura, identificata con la costante cosmologica Lambda, e la materia oscura (vedi capitolo 4). Dal punto di vista teorico, si fonda sul principio cosmologico e sulla teoria della relatività generale, mentre dal punto di vista osservativo si basa sull'espansione dell'universo e sulla radiazione cosmica di fondo.

### 2.1 Geometria dell'universo

Nonostante la teoria cosmologica poggia sulla relatività generale di Albert Einstein, è comunque possibile derivare un'importante equazione della cosmologia utilizzando il modello semplificato della fisica classica. Si ipotizza un universo sferico contenente un fluido omogeneo e isotropo, con densità  $\rho$  costante, in cui agisce solo la gravità. Nell'ambito di questa ipotesi, si indicano con  $m$  la massa di test e con  $M = \frac{4}{3}\pi\rho r^3$  la massa della sfera concentrata nel suo centro. Si determinano l'energia potenziale e cinetica come segue:

$$V = -\frac{GMm}{r} = -\frac{4\pi}{3}G\rho r^2 m \quad (2.1) \quad T = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 \quad (2.2)$$

L'energia totale del sistema sarà data dalla somma tra le due energie ricavate:

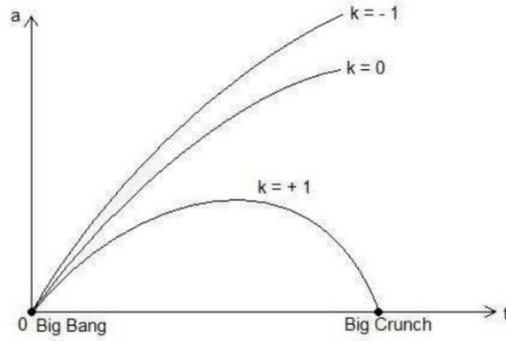
$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho r^2 m \quad (2.3)$$

Utilizzando l'ipotesi di universo omogeneo introduciamo le coordinate comoventi, ovvero un sistema di riferimento che si espande in concordanza con l'universo stesso. Sono in relazione con le coordinate fisiche attraverso un fattore di scala  $a(t)$ . Si assume che il valore di tale fattore sia uguale all'unità nel tempo attuale e minore di uno nei tempi passati.

$$\vec{r}(t) = a(t)\vec{x} \quad (2.4) \quad \dot{\vec{r}}(t) = \dot{a}(t)\vec{x} \quad (2.5)$$

Sostituendo le coordinate comoventi nella relazione per l'energia totale si ottiene:

$$E = \frac{1}{2}m\dot{a}^2 x^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho a^2 x^2 m \quad (2.6)$$



**Figura 2.1:** Evoluzione del fattore di scala  $a(t)$  in funzione del tempo per i tre valori del parametro di curvatura  $k$

Moltiplicando entrambi i membri per la quantità  $\frac{2}{ma^2x^2}$  e definendo  $kc^2 = -\frac{2E}{mx^2}$  si ottiene la forma standard per l'equazione di Aleksandr Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} \quad (2.7)$$

È interessante sottolineare che il rapporto tra la derivata del fattore di scala e il fattore stesso corrisponda esattamente alla costante di Hubble  $H_0$ .

Nell'interpretazione relativistica, l'equazione si risolve tramite tre soluzioni del parametro  $k$ :

- Il modello di universo di Einstein-De Sitter, ovvero l'universo piatto e aperto.  $k = 0$

Il fattore di scala  $a(t)$  è proporzionale a  $t^{\frac{2}{3}}$  e la velocità di espansione tenderà a zero per  $t$  infinito. Questa soluzione, supportata dalle osservazioni, è attualmente la più accreditata per spiegare l'evoluzione del nostro universo.

- Il modello di universo sferico e chiuso.  $k > 0$

L'energia potenziale domina su quella cinetica, determinando la chiusura del modello per  $t$  tendente all'infinito. L'evento di fine, simmetrico al Big Bang, è noto come Big Crunch e si verificherà a una distanza massima pari a:

$$a = \frac{8\pi G\rho}{3k} \quad (2.8)$$

- Il modello di universo iperbolico e aperto.  $k < 0$

L'energia cinetica domina su quella potenziale, determinando un andamento del fattore di scala  $a(t)$  inizialmente proporzionale a  $t^{\frac{2}{3}}$ , ma poi, per  $t \rightarrow \infty$ , il parametro  $a(t)$  cresce linearmente con  $t$ .

## 2.2 Il parametro di densità $\Omega$

La densità critica è un valore limite che discrimina un modello di universo chiuso da uno aperto, quindi da un cosmo dominato dalla gravità o dall'espansione. Il valore soglia della densità critica si ottiene dal modello dell'universo piatto ( $k = 0$ ):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{cr} \quad (2.9)$$

Il valore della densità critica dipende dalla costante di Hubble e, come quest'ultima, è variabile nelle diverse ere cosmologiche.

$$\rho_{cr}(t) = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (2.10)$$

Il rapporto tra la densità e la densità critica in un determinato tempo cosmologico è detto parametro di densità:

$$\Omega(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_{cr}(t)} \quad (2.11)$$

Le misurazioni sulle fluttuazioni della Radiazione Cosmica di Fondo indicano la validità del modello di universo piatto in diverse epoche cosmologiche. Tali osservazioni trovano spiegazione nella teoria dell'inflazione cosmologica, la quale sarà approfondita nel prossimo capitolo. Il modello implica, dunque, che il parametro di densità  $\Omega$  debba essere pari a 1 e che la densità coincida con la densità critica.

Le quantità che contribuiscono a tale parametro sono: la materia barionica ( $\Omega_{bar}$ ), i fotoni ( $\Omega_\gamma$ ), i neutrini ( $\Omega_\nu$ ) ed infine la materia oscura ( $\Omega_{DM}$ ). Si è osservato che il contributo della radiazione è trascurabile mentre la  $\Omega_{bar} + \Omega_{DM} = 0.05 + 0.27 = 0.32$ .

Il modello  $\Lambda$ CDM teorizza la presenza di un'energia oscura ( $\Omega_\Lambda$ ) che contribuisca al 68% del parametro di densità, al fine di renderlo compatibile con le osservazioni di un universo piatto.

La variabilità della velocità di espansione dell'universo è espressa tramite il parametro di decelerazione  $q$ , chiamato in questo modo perché la prima ipotesi fu relativa a un processo di frenamento:

$$q = -\frac{a(t)\ddot{a}(t)}{\dot{a}(t)^2} = \frac{\Omega_{DM,bar}}{2} - \Omega_\Lambda \quad (2.12)$$

Calcolando il parametro  $q$  con i dati a disposizione, si ottiene, in realtà, un valore di decelerazione negativo, pari a  $-0.52$ . Questo risultato, quindi, porta alla conclusione che l'universo è in espansione accelerata.

## Capitolo 3

# Modello del Big Bang

Le prove osservative proposte nel primo capitolo portarono alla conferma della teoria proposta da Georges Lemaître alla fine degli anni '40 riguardo a una singolarità primordiale. Si tratta di un "punto" materiale che contiene tutta la massa dell'universo, in cui la temperatura, la densità e la curvatura dello spazio-tempo sono infinitamente grandi. È curioso notare che il termine "Big Bang", usato per identificare l'esplosione al tempo zero che causò l'espansione della singolarità, ancora oggi osservata, fu coniato in modo ironico dal fisico Fred Hoyle, sostenitore della teoria dello Stato Stazionario (Steady-State). Questa teoria prevede una continua creazione di materia per sostenere un valore di densità costante durante l'espansione dell'universo. Il modello del Big Bang non costituisce ancora una teoria esaustiva e completa, poiché non si sono comprese ancora le caratteristiche dell'universo al tempo zero. Per spiegare questa fase, in cui si suppone che le quattro forze fondamentali fossero raggruppate in una sola, è necessaria una nuova fisica in grado di unificare la Relatività Generale con la Meccanica Quantistica.

### 3.1 Fasi evolutive dell'universo

Le primissime fasi evolutive dell'Universo non sono accessibili alle osservazioni dirette poiché l'altissima densità rese il plasma opaco nei momenti successivi al Big Bang. Solo dopo 200 secondi dal tempo zero iniziò la fase dell'Universo in cui l'espansione e il raffreddamento permisero ai fotoni di raggiungerci, fornendoci la radiazione cosmica di fondo.

Le teorie più accreditate ipotizzano le seguenti fasi per la nascita dell'universo:

- Tempo zero: Si verificò il Big Bang, la singolarità che generò l'Universo. Si ipotizza che nello stato iniziale tutti i numeri quantici fossero nulli.
- Tra 0 e  $10^{-43}$  secondi: Era di Planck. Si suppone che le quattro forze fondamentali: gravitazionale, elettromagnetica, nucleare forte e nucleare debole, fossero una stessa unica forza primitiva.
- Tra  $10^{-43}$  e  $10^{-36}$  secondi: Era della "Grand Unification Theory" (GUT). La forza di gravità si separò dalle altre tre che rimasero unite.

- Tra  $10^{-36}$  e  $10^{-14}$  secondi: Era dell'Inflazione. Vedi cap. 3, par. 2.
- Tra  $10^{-14}$  e  $10^{-10}$  secondi: Era Elettrodebole. La forza debole si separò dalla forza elettromagnetica. Alla fine di questa era si ebbe la scomparsa quasi totale degli antiquark a causa dell'annichilazione con i quark.
- Tra  $10^{-10}$  e  $10^{-5}$  secondi: Era dei Quark. L'universo fu composto da una miscela di quark, gluoni e leptoni. Le quattro forze fondamentali si separarono e assunsero le proprietà che osserviamo oggi.
- Tra  $10^{-5}$  e 1 secondo: Era Adronica. I quark si unirono in tripletti, formando gli adroni (protoni e neutroni). Alla conclusione di questa era, i neutrini persero la capacità di interagire con la materia e inoltre, si creò uno sbilanciamento tra la quantità di protoni (24%) e neutroni (76%).
- Tra 1 e 200 secondi: Era Leptonica. Si verificò l'annichilazione tra elettroni e positroni, ma un numero sufficiente di elettroni sopravvisse a causa dello sbilanciamento tra le due popolazioni, equivalendo così il numero dei protoni. I neutroni continuarono a decadere, stabilendo un rapporto del 14% rispetto all'86% dei protoni.
- Tra 200 secondi e  $10^4$  anni: Era della Nucleosintesi. Si formarono i primi elementi leggeri, mentre la radiazione perse progressivamente energia.
- Dai  $10^4$  anni in poi: Era della Materia. La radiazione smise di essere dominante sulla materia, e l'universo divenne trasparente alla radiazione elettromagnetica.

## 3.2 Inflazione

La teoria standard del Big Bang è supportata da una robusta base di prove osservative, ma alcune di esse rimangono inspiegabili senza un ampliamento della teoria stessa. Di seguito, vengono presentati due aspetti che possono trovare una spiegazione attraverso l'introduzione della teoria dell'inflazione, proposta nel 1981 dal cosmologo statunitense Alan Guth.

È noto che la massima velocità di propagazione dell'informazione nello spazio è la velocità della luce ( $3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ). In un universo di esistenza finita, due punti sono in relazione causale solo entro la massima distanza percorsa dalla luce nel tempo di Hubble; questa distanza è conosciuta come orizzonte delle particelle. Questo problema dell'orizzonte solleva una criticità riguardo all'assunzione di isotropia e omogeneità prevista dal principio cosmologico; ad esempio, sembra poco plausibile che la Radiazione Cosmica di Fondo appaia omogenea alle osservazioni.

Un'altra questione da considerare è il cosiddetto problema dell'universo piatto. Il parametro  $\Omega$ , che indica il rapporto tra la densità reale e la densità critica in un dato tempo cosmologico, si discosta di poco dall'unità nel tempo presente. Poiché, con lo scorrere della linea temporale, anche la più piccola fluttuazione di densità tende ad incrementare il valore al numeratore, ciò implica che nei primi istanti dopo il Big Bang, il valore di  $|1 - \Omega|$  si discostasse di pochissimo da zero. Si è osservato che, all'inizio della nucleosintesi, si ottengono valori come  $|1 - \Omega| \leq 3 \cdot 10^{-14}$

La soluzione inflazionaria propone un'epoca cosmologica in cui si è verificata un'espansione estremamente rapida, durante la quale il raggio dell'universo è aumentato di un fattore compreso tra  $10^{25}$  e  $10^{30}$ .

È stato teorizzato che, prima dell'inizio dell'inflazione, l'universo fosse sufficientemente piccolo da permettere una connessione casuale tra ogni suo punto. In questo modo, l'informazione ha avuto il tempo di distribuirsi uniformemente nello spazio, contribuendo all'omogeneità che oggi osserviamo.

Inoltre, è dimostrabile che anche nel caso di un universo inizialmente curvo, durante l'era dell'inflazione, la curvatura dell'universo diminuisce in modo esponenziale, portando la deviazione di  $\Omega$  dall'unità a un valore estremamente ridotto. Nella seguente formula  $H_i$  rappresenta la costante di Hubble durante l'era inflazionaria:

$$|1 - \Omega(t)| \propto e^{-H_i t} \quad (3.1)$$

### 3.3 L'origine dell'elio

Misurando l'abbondanza dell'elio ( ${}^4\text{He}$ ) presente nelle galassie si ottiene un valore di circa 24% negli oggetti più antichi, come le stelle di seconda popolazione, fino ad arrivare al 28% per oggetti più recenti come il nostro Sole. Tale abbondanza non trova spiegazione nel solo bruciamento dell'idrogeno che avviene negli interni stellari. Possiamo stimare quanto elio può essere stato prodotto nelle stelle dall'origine dell'universo ad oggi ( $t_H \approx 13$  Gyr):

Considerando la Via Lattea avremo che:

$$L_{\text{gal}} \approx 10^{11} L_{\odot} \approx 4 \times 10^{44} \text{ erg/s} \quad M_{\text{gal}} \approx 10^{12} M_{\odot} \approx 2 \times 10^{45} \text{ g}$$

Supponendo che tutta la luminosità della Via Lattea si sia mantenuta costante e che derivi tutta dal bruciamento dell'idrogeno possiamo scrivere che:

$$E_{\text{gal}} = L_{\text{gal}} \cdot t_H = 1.6 \times 10^{62} \text{ erg} \quad (3.2)$$

La produzione di un atomo di elio negli interni stellari è dato dal bruciamento di quattro atomi di idrogeno tramite le reazioni termonucleari PPI, PPII, PPIII ottenendo un'energia media di:

$$E_{b,He} \approx 4.5 \times 10^{-5} \text{ erg} \quad (3.3)$$

Quindi il numero di atomi di elio che si sono formati in 13 miliardi di anni è:

$$N_{He} = \frac{E_{gal}}{E_{b,He}} = 3.5 \times 10^{66} \text{ atomi} \quad (3.4)$$

Moltiplicando il numero totale di atomi prodotti con la massa di un atomo di He si otterrà la massa totale dell'elio prodotto dalla nostra galassia:

$$M_{He} = N_{He} \cdot m_{He} \approx 2.4 \times 10^{43} \text{ g} \quad (3.5)$$

Quindi la frazione in massa dell'elio prodotto nella nostra galassia dal big bang è:

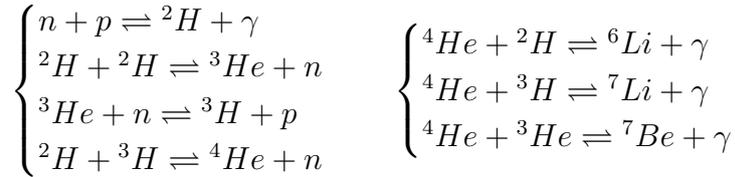
$$Y = \frac{M_{He}}{M_{gal}} \approx 10^{-2} = 0.01 \quad (3.6)$$

che non è coerente con i dati osservativi esposti ad inizio paragrafo.

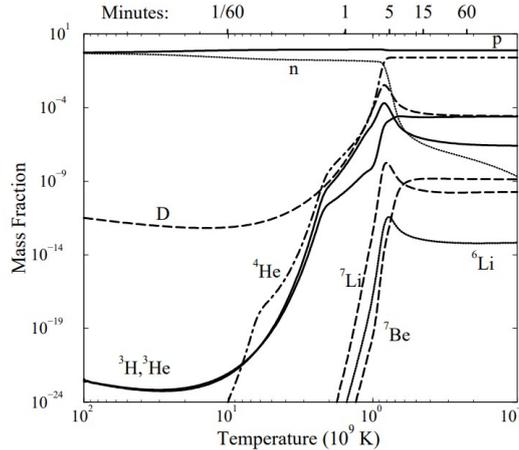
La spiegazione del fatto che circa un quarto della massa dell'universo è costituita da elio va ricercata nella formazione degli atomi nei primi istanti dopo il Big Bang. A temperature dell'ordine dei  $10^{10}$  gradi Kelvin erano presenti nell'universo una grande percentuale di neutroni liberi creati durante l'Era Leptonica:

$$\begin{cases} e^- + e^+ \rightleftharpoons \nu_e + \bar{\nu}_e \\ p + e^- \rightleftharpoons n + \nu_e \\ p + \bar{\nu}_e \rightleftharpoons n + e^+ \end{cases}$$

Con queste condizioni di temperatura i neutroni non riescono a decadere per  $\beta^-$  poiché impiegherebbero un tempo di circa 10 minuti, eccessivamente elevato, considerando che i tempi delle ere cosmologiche in cui si formano le particelle sono dell'ordine dei secondi. Con la temperatura scesa di un ordine di grandezza, il Deuterio ( $^2H$ ) diventa un elemento stabile e permette la formazione in abbondanza di nuovi elementi. Questo processo si conclude con la formazione di piccole tracce di Litio e Berillio poiché non esistono nell'universo isotopi stabili con numero di massa (A) uguale a 5 e a 8.



Tale processo spiega l'abbondanza di elio registrata anche negli oggetti osservabili più antichi, gli elementi più pesanti furono progressivamente creati dall'evoluzione stellare.



**Figura 3.1:** La frazione di massa degli isotopi cosmologici in funzione del tempo durante l'epoca della nucleosintesi. Si assume un rapporto barioni-fotoni  $\eta = 5.1 \times 10^{-10}$  (da Tytler et al. (2000) *Physica Scripta*, T85, 12).

## Capitolo 4

# La materia oscura

Secondo i modelli cosmologici attualmente accettati, la materia ordinaria che è costituita da oggetti osservabili, rappresenta solamente una frazione corrispondente a circa il 5% dell'intera massa dell'universo. Il restante 95% è composto da due forme di materia non osservabili direttamente tramite i telescopi tradizionali: la Materia Oscura (Dark Matter) e l'Energia Oscura (Dark Energy)<sup>1</sup>. La materia oscura è una forma di materia che non assorbe, non emette né diffonde radiazione elettromagnetica di qualsiasi frequenza, ma presenta effetti gravitazionali misurabili. Essa costituisce circa il 27% della massa totale. Infine, circa il 68% è rappresentato dall'energia oscura diffusa omogeneamente in tutto lo spazio. Si ritiene che questa energia, attraverso una grande pressione negativa, induca l'espansione accelerata dell'universo stesso.

L'esistenza della materia oscura è supportata da prove osservative descritte nei seguenti paragrafi.

### 4.1 Curve di rotazione delle galassie

Nel 1970, Vera Cooper Rubin e Kent Ford studiarono l'andamento della velocità orbitale della galassia di Andromeda (M31) in funzione della distanza dal centro del Bulge. I due astronomi, tramite osservazioni nell'ottico, ottennero i valori della velocità orbitale fino a una distanza pari a  $R = 4R_d \approx 24$  kpc, dove  $R_d$  rappresenta una distanza di scala variabile utilizzata nella legge del profilo di brillantezza di una galassia a spirale.

$$I(R) = I(0) \exp\left(-\frac{R}{R_d}\right) \quad (4.1)$$

Con l'utilizzo dei radiotelescopi, Roberts e Whitehurst calcolarono la velocità orbitale dell'idrogeno neutro (HI) contenuto ai margini del disco ( $R \approx 5R_d$ ) tramite la riga iperfine a  $\lambda = 21$  cm.

I risultati ottenuti riflettono un andamento costante della velocità orbitale anche a distanze considerevoli, ben oltre la presenza di materia visibile; risultando così in

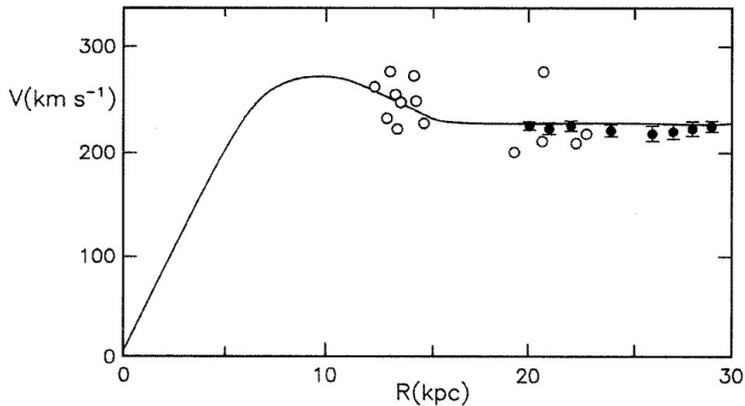
---

<sup>1</sup>L'energia viene espressa in frazione di massa per via dell'equivalenza tra massa ed energia, come stabilito dall'equazione  $E = mc^2$ .

contrasto con il modello teorico. Quest'ultimo, basandosi sull'equivalenza tra l'accelerazione gravitazionale e l'accelerazione centripeta, produce il cosiddetto regime di caduta Kepleriana.

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \quad (4.2)$$

L'andamento costante è giustificabile dagli effetti gravitazionali di un Alone Oscuro (Dark Halo) composto da materia oscura che circonda il disco osservabile di stelle e gas. Si stima che il  $R_{halo}$  della nostra galassia possa estendersi oltre i 200 kpc e che la massa complessiva della Via Lattea sia dell'ordine di  $10^{12}M_{\odot}$ .



**Figura 4.1:** La velocità orbitale della galassia M31 in funzione del raggio. I cerchi bianchi rappresentano i risultati ottenuti da Rubin e Ford (1970, ApJ, 159, 379) nello spettro visibile. I cerchi neri mostrano i dati ottenuti da Roberts e Whitehurst (1975, ApJ, 201, 327) a frequenze radio (da van den Bergh, 2000).

## 4.2 Ammassi di galassie

Negli anni '30, mentre studiava l'ammasso galattico della Chioma, Fritz Zwicky osservò che la dispersione delle velocità radiali, misurata di  $1000 \text{ km s}^{-1}$ , non poteva essere spiegata solo dall'attrazione gravitazionale delle stelle e del gas visibile. Dato questo valore di dispersione non relativistica, è possibile trattare il moto delle galassie presenti in un ammasso con la dinamica newtoniana. Si definisce  $R_h$  il raggio di una sfera centrata nel baricentro dell'ammasso e che contiene la metà della massa totale, mentre  $\langle v^2 \rangle$  rappresenta la velocità quadratica media pesata rispetto alla massa delle galassie dell'ammasso. Applicando il teorema del Viriale si ha:

$$M = \frac{\langle v^2 \rangle r_h}{\alpha G} \quad (4.3)$$

Dove  $\alpha$ , con un valore di circa 0.4, è un fattore numerico che dipende dal profilo delle densità dell'ammasso.

Dalle misurazioni effettuate sulle galassie appartenenti all'ammasso della Chioma si stimano  $\langle v^2 \rangle \approx 10^{12} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$  e  $R_h \approx 10^{22} \text{ m}$  che conducono a un valore  $M_{cluster} \approx 10^{15} M_{\odot}$

Il contributo relativo alle stelle è meno del 2% della massa totale mentre solamente un 10% attribuibile al gas inter-cluster caldo. Il resto della massa è dovuto alla presenza di materia oscura. Ulteriore prova della vasta presenza di materia oscura è fornita dalla presenza del già citato gas inter-cluster caldo. Questo gas si sarebbe già dissipato in tempi più veloci rispetto al tempo di Hubble, se non fosse per l'influenza della forza di gravità esercitata dalla materia oscura.



**Figura 4.2:** L'immagine mostra l'ammasso galattico della Chioma sia nelle frequenze del visibile sia nello spettro X. Sono evidenziate sia le galassie che il gas inter-cluster caldo, il quale emette raggi X. Fonte: ESA

### 4.3 Lensing gravitazionale e i MACHOs

La materia oscura, essendo dotata di massa, ha effetti anche sul percorso dei fotoni della radiazione elettromagnetica, poiché è in grado di deviare o focalizzare la luce. Il lensing gravitazionale è una conseguenza, prevista dalla teoria della relatività generale, della distorsione dello spazio-tempo in presenza di oggetti massivi. Questo fenomeno è stato inizialmente utilizzato per stimare la quantità di materia oscura nel dark halo della Via Lattea attraverso la presenza di oggetti massivi e compatti come nane brune, nane bianche, stelle di neutroni e piccoli buchi neri. Questi oggetti cosmici sono chiamati MACHOs, acronimo di MASSive Compact Halo Objects. I fotoni che viaggiano con un parametro d'impatto  $b$  dall'oggetto massivo  $M$  vengono deviati dalla loro traiettoria rettilinea di un angolo pari a:

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b} \quad (4.4)$$

Quando un oggetto MACHO si posiziona lungo la linea di vista tra l'osservatore e una sorgente luminosa, agisce come una lente, generando un'immagine distorta di forma circolare. Se l'oggetto non è perfettamente allineato alla linea di vista, l'immagine risultante è costituita da archi di circonferenza. Il raggio dell'immagine circolare è determinato dall'equazione per il raggio di Einstein:

$$\theta_e = \left( \frac{4GM}{c^2 d} \frac{1-x}{x} \right)^{1/2} \quad (4.5)$$

Dove  $x$  è un parametro, che variando tra 0 e 1, rappresenta la distanza tra l'osservatore e il MACHO.

Tale fenomeno si utilizza per stimare la massa del corpo attraverso le dimensioni angolari della luce deformata. Ad esempio, nel caso di galassie che agiscono come lenti, è possibile calcolare la quantità di materia oscura come differenza tra la massa totale e la massa della materia ordinaria osservata,



**Figura 4.3:** La foto, scattata dal telescopio spaziale Hubble, mostra l'ammasso galattico Abell 2218 situato a 640 Mpc. Nell'immagine emergono gli archi luminosi generati dalla radiazione distorta proveniente dalle galassie nascoste. Fonte: ESA

## 4.4 Ipotesi sulla composizione

Ad oggi non si dispongono di prove certe sulla composizione della materia oscura, ma solo di ipotesi che suggeriscono una possibile origine dalla materia barionica o non barionica. Nel caso che la materia oscura derivasse da una fonte barionica microscopica, potrebbe essere costituita da particelle atomiche o subatomiche di origine nota. Tuttavia, questa ipotesi appare improbabile, data l'alta sensibilità dei moderni telescopi. Una teoria più plausibile suggerisce una composizione di natura barionica macroscopica, indicando che la materia oscura potrebbe essere composta da MACHOs. Tale ipotesi trova supporto nei dati ottenuti mediante lo studio di 17 eventi di lensing gravitazionale della radiazione proveniente dalle stelle della Grande Nube di Magellano, i quali sono attribuiti al passaggio di MACHOs presenti nell'alone della Via Lattea. Questi risultati indicano che solo il 15-20% della materia oscura nell'alone può essere attribuito a tali oggetti cosmici. La percentuale residua dovrebbe essere costituita da materia oscura non barionica, composta da particelle sconosciute ma sicuramente dotate di massa, al fine di interagire gravitazionalmente. Queste particelle devono altresì essere stabili per giustificare l'attuale abbondanza di materia oscura e, inoltre, devono essere elettricamente neutre per spiegare l'assenza di interazione con le onde elettromagnetiche. Queste sono comunemente note come WIMP (Weakly Interacting Massive Particles) e rappresentano particelle massicce non previste dal modello standard, le quali interagiscono debolmente con la materia ordinaria soltanto attraverso la forza gravitazionale e la forza nucleare debole.

# Bibliografia

- [1] Barbara Ryden. *Introduction to Cosmology*. Addison-Wesley, 2006.
- [2] Hannu Karttunen, Pekka Kröger, Heikki Oja, Markku Poutanen, and Karl Johan Donner. *Fundamental Astronomy*. Springer Nature, 2018.
- [3] Peter Coles and Francesco Lucchin. *Cosmology - The Origin and Evolution of Cosmic Structure*. Wiley, 2002.
- [4] Bernard Pagel. *Nucleosynthesis and Chemical Evolution of Galaxies*. Cambridge University Press, 2009.
- [5] Viatcheslav Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Cambridge University Press, 2005.
- [6] Edwin Hubble. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 15(3):168–173, March 1929.
- [7] Wendy L. Freedman, Barry F. Madore, Brad K. Gibson, Laura Ferrarese, Daniel D. Kelson, Shoko Sakai, Jeremy R. Mould, Jr. Kennicutt, Robert C., Holland C. Ford, John A. Graham, John P. Huchra, Shaun M. G. Hughes, Garth D. Illingworth, Lucas M. Macri, and Peter B. Stetson. Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant. , 553(1):47–72, May 2001.
- [8] D. J. Fixsen, E. S. Cheng, J. M. Gales, J. C. Mather, R. A. Shafer, and E. L. Wright. The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set. , 473:576, December 1996.
- [9] Vera C. Rubin and Jr. Ford, W. Kent. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. , 159:379, February 1970.
- [10] Keith M. Ashman. Dark Matter in Galaxies. , 104:1109, December 1992.
- [11] Costante di Hubble, c'è una nuova misura. <https://www.media.inaf.it/2023/04/06/cefeidi-costante-di-hubble/>.
- [12] ESA: esahubble images. <https://esahubble.org/images/heic0814a/>.
- [13] ESA: esa.int images. [https://www.esa.int/ESA\\_Multimedia/Images/2020/01/X-ray\\_and\\_optical\\_view\\_of\\_the\\_Coma\\_galaxy\\_cluster](https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2020/01/X-ray_and_optical_view_of_the_Coma_galaxy_cluster).

- [14] Ferraro. *Dispense del corso di astrofisica stellare*. Università di Bologna, Corso di Laurea in Astronomia, 2023.