

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

SCUOLA DI SCIENZE

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Corso di Laurea in Astronomia

EMISSIONE DI CORPO NERO  
E APPLICAZIONI ASTROFISICHE

**Tesi di Laurea**

**Presentata da:**  
**Alessandro Di Tizio**

**Relatore:**  
**Chiar.ma Prof. Marcella  
Brusa**

---

Anno Accademico 2022/2023



# Indice

<b>Indice</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>1 La teoria di emissione del corpo nero</b>	<b>1</b>
1.1 La definizione di corpo nero e il teorema di Kirchhoff . . . . .	1
1.2 Le prime determinazioni di $I_\lambda$ . . . . .	2
1.2.1 La legge di Stefan-Boltzmann . . . . .	2
1.2.2 L'esperimento di Langley e la legge di Wien . . . . .	3
1.3 La formulazione di Planck . . . . .	5
1.3.1 Il lavoro di Rayleigh e Jeans e la catastrofe ultravioletta . . . . .	6
1.3.2 L'introduzione dei quanti e la distribuzione di corpo nero di Planck	8
<b>2 Applicazioni astrofisiche della legge di Planck</b>	<b>10</b>
2.1 Gli spettri stellari . . . . .	10
2.1.1 Metodi di classificazione . . . . .	11
2.2 La radiazione cosmica di fondo . . . . .	13
2.2.1 Storia della <b>CMB</b> . . . . .	13
<b>3 Bibliografia</b>	<b>17</b>



# Abstract

A cavallo tra la fine dell'800 e l'inizio del '900, alcuni scienziati si accingevano a risolvere un problema che avrebbe rivoluzionato la fisica del secolo a venire. Definendo il corpo nero come un oggetto ideale in grado di assorbire tutta la radiazione incidente su di esso, lo scienziato Gustav Robert Kirchhoff ipotizzò un teorema che permise, alla fine dell'800, a Wilhelm Wien di definire un'importante legge empirica che mette in relazione la temperatura di un corpo e la lunghezza d'onda di picco emessa dal corpo; in quegli stessi anni, gli scienziati Ludwig Boltzmann e Josef Stefan definirono un'ulteriore legge empirica che collega la temperatura assoluta di un corpo nero alla sua emittanza. Sono questi i punti di partenza per la teoria sviluppata da Planck nei primi anni del '900, la quale gli valse il premio Nobel nel 1918, per l'introduzione del concetto di "quanti"; questo gli permise di risolvere la cosiddetta "catastrofe ultravioletta", problema presente nei lavori di Lord Rayleigh e Sir James Jeans, che a loro volta tentarono di dare una giustificazione teorica alle leggi di Stefan-Boltzmann e di Wien. Nel corso del '900, questa teoria trova varie applicazioni nell'ambito astrofisico; viene rivista la catalogazione delle stelle dalla scienziata Annie Jump Cannon, sulla base della classificazione fatta precedentemente da Henry Draper, semplificandola. Questa classificazione evolve fino ad arrivare ai giorni nostri, nota come classificazione spettrale di Harvard. Inoltre, nella seconda metà del '900, la teoria del corpo nero permette di descrivere e comprendere la Radiazione Cosmica di Fondo (CMB), scoperta epocale di Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson, la quale oltre ad assicurare il premio Nobel ai due scienziati nel 1978, consolida definitivamente il modello del Big Bang della nascita dell'universo.



# 1 La teoria di emissione del corpo nero

## 1.1 La definizione di corpo nero e il teorema di Kirchhoff

Si definisce come corpo nero una cavità ad una certa temperatura  $T$  le cui pareti sono perfettamente assorbenti e riemettono tutta la radiazione incidente su di esse; se le pareti di questa cavità sono in equilibrio termico con la radiazione riemessa all'interno, allora la modalità con cui tale energia è irradiata è indipendente dalla posizione e dall'orientamento di tale superficie. La radiazione emessa è composta da una varietà di lunghezze d'onda, per cui, detta  $I$  l'intensità di tale radiazione, essa sarà specificata da una distribuzione  $I_\lambda$  tale per cui  $\int_0^\infty I_\lambda d\lambda = I$ .

Fu proprio il problema della determinazione della distribuzione  $I_\lambda$  che tra il 1859 e il 1860, permise a Gustav Kirchhoff (1824-87) di mettere il primo tassello nella composizione della teoria dell'emissione di corpo nero. Egli enunciò un teorema, che tutt'ora porta il suo nome, partendo da due proprietà caratteristiche del corpo nero, cioè l'energia assorbita dalle pareti a una certa temperatura e compresa tra  $\lambda$  e  $d\lambda$ ,  $a_\lambda$ , e l'energia riemessa,  $e_\lambda$ ; Kirchhoff dimostrò, prendendo in considerazione cavità con materiali diversi su pareti diverse, che l'eguaglianza dell'energia assorbita con quella emessa deve anche valere separatamente per ogni intervallo infinitesimo di lunghezza d'onda, cioè  $a_\lambda I_\lambda = e_\lambda$ . Inoltre, poiché  $I_\lambda$  è costante in ogni punto della cavità, il rapporto tra energia emessa e assorbita deve essere uguale per tutti i materiali. Questi risultati costituiscono *il teorema di radiazione di Kirchhoff*, cioè:

$$\frac{e_\lambda}{a_\lambda} = I_\lambda(T) \quad (1.1)$$

## 1.2 Le prime determinazioni di $I_\lambda$

### 1.2.1 La legge di Stefan-Boltzmann

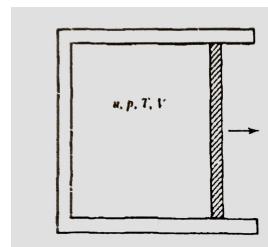
Fu Ludwig Boltzmann (1844-1906), nel 1884, il primo ad applicare le equazioni di Maxwell al problema del corpo nero, con l'obiettivo di dimostrare la presenza della pressione di radiazione.

Egli dimostrò che per avere equilibrio termico all'interno della cavità, il flusso totale dell'energia attraverso la superficie di un qualsiasi volume deve essere pari a zero, condizione soddisfatta soltanto se la densità  $u$  dell'energia radiante veniva correlata all'intensità  $I$  secondo l'equazione

$$u = 4\pi \frac{I}{c}$$

Era già stato dimostrato che un'onda piana elettromagnetica che incide perpendicolarmente su una superficie riflettente o perfettamente conduttrice, esercita una pressione  $p$  uguale alla sua densità di energia, quindi per una radiazione isotropa,  $p = \frac{u}{3}$ . Nel loro insieme, queste relazioni permisero a Boltzmann di ricavare la sue legge, sulla base delle seguenti considerazioni.

Sia la radiazione racchiusa in un cilindro di volume  $V$ , chiuso da un pistone riflettente; se la pressione di radiazione lavora in modo da aumentare il volume del cilindro di  $\delta V$ , allora si deve aggiungere una quantità di calore  $\delta Q$  al fine di mantenere la temperatura costante. In base alla prima legge della termodinamica:



**Figura 1.1.** Cavità di corpo nero con pistone riflettente. [Rybicki, George B, and Alan P Lightman. Radiative Processes in Astrophysics. 1. Aufl. ed. Newark: Wiley-VCH, 2008. Web.]

$$\delta Q = \delta U + p\delta V = \delta(uV) + \frac{1}{3}u\delta V = V \frac{\partial u}{\partial T} \delta T + \left( V \frac{\partial u}{\partial V} + \frac{4}{3}u \right) \delta V$$

L'espressione  $\delta V$  modifica inoltre l'entropia della radiazione  $S$  di una quantità  $\delta S = \frac{\delta Q}{T}$ , dove  $T$  è la temperatura misurata partendo dallo zero assoluto. In base alla seconda legge



della termodinamica,  $\delta S$  deve essere un differenziale esatto, così che

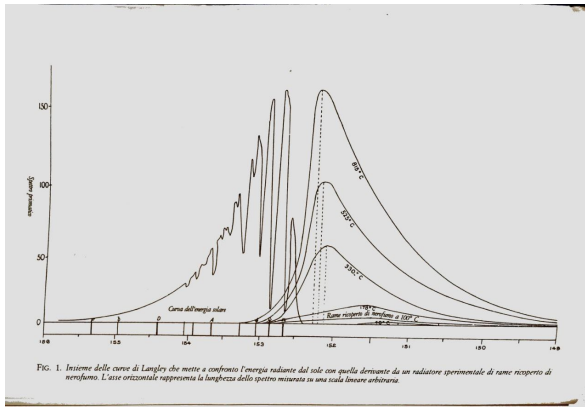
$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$$

Dal momento che  $u$  è una funzione solo di  $T$  in base alla legge di Kirchhoff, si ricava  $\frac{du}{dT} = \frac{4u}{T}$ , per cui

$$u = \sigma T^4 \quad (1.2)$$

con  $\sigma$  costante universale, ora nota come *costante di Stefan-Boltzmann*. Questa relazione tra densità di energia della radiazione di corpo nero e la temperatura della cavità, era stata proposta nel 1879 da Josef Stefan (1835-93) come una probabile estrapolazione da esperimenti preliminari. In letteratura essa è oggi conosciuta come legge di Stefan-Boltzmann.

## 1.2.2 L'esperimento di Langley e la legge di Wien



**Figura 1.2.** Spettri sperimentali di Langley. [Kuhn, Thomas S. Alle Origini Della Fisica Contemporanea La Teoria Del Corpo Nero E La Discontinuità Quantica. Bologna: Il Mulino, 1981. Print.]

I primi esperimenti a fornire il tipo di informazione necessaria per la determinazione di  $I_\lambda(T)$  furono quelli pubblicati nel 1886 dall'astronomo S.P. Langley (1834-1906). Il suo obiettivo era quello di determinare cosa succede alla radiazione solare una volta che questa veniva assorbita dalla superficie relativamente fredda di un pianeta.

Egli costruì il primo bolometro, strumento in grado di misurare la radiazione elettromagnetica convertendo l'energia della radiazione incidente in energia interna dell'assorbitore. Il primo prototipo fu un radiatore di rame coperto di nerofumo, il quale, esposto a varie temperature controllate sotto i 1000 °C, generava uno spettro di emissione.

Langley ottenne le curve rappresentate nella figura 1.2, dalle quali notò che i massimi di intensità erano dipendenti dalla temperatura, ma solo per quelle con picchi di temperatura più alti potevano essere stabilite delle lunghezze d'onda attendibili. Nonostante l'esperimento abbia portato a risultati perlopiù qualitativi, ha avuto un'importante rilevanza nella ricerca di una determinazione della funzione di Kirchhoff. Il primo tentativo fu dello scienziato russo W. A. Michelson (1860-1927) il quale, nel 1887, combinando la legge di Stefan-Boltzmann con una ipotesi statistica di tipo speculativo sul meccanismo di emissione, derivò la seguente formula:

$$I_\lambda = b\lambda^{-6}T^{(3/2)}e^{-\frac{a}{\lambda^2T}}$$

con  $a, b$  costanti da determinare. Egli dimostrò che questa equazione riproduceva tutte le caratteristiche qualitative delle curve sperimentali di Langley; il fisico tedesco H.F. Weber (1843-1912) criticò le basi teoriche con cui Michelson derivò tale formula e, a sua volta, ne propose una basata su esperimenti effettuati da lui e da altri. La sua proposta per la funzione di Kirchhoff esigeva tre costanti da determinare, ed aveva la forma:

$$I_\lambda = b\lambda^{-2}e^{hT - \frac{a}{\lambda^2T^2}}$$

Cinque anni dopo, Wilhelm Wien (1864-1928) pubblicò la prima stesura della sua legge di emissione usando come unico riferimento gli studi di Weber. Wien notò una somiglianza tra la sua legge e quella ricavata da Weber, dove l'intensità aveva il suo massimo per la lunghezza d'onda  $\lambda_{max}$ , governata dall'equazione:

$$\lambda_{max}T = costante \tag{1.3}$$

Questa equazione è tutt'ora nota come *legge di spostamento di Wien*, ma lo scienziato arrivò alla stesura finale della sua distribuzione di intensità di corpo nero qualche anno più tardi; ad aiutarlo nel perfezionamento della sua legge di emissione, fu il fisico Friederich Paschen (1865-1947). Nel 1895 Paschen affermò che la lunghezza d'onda  $\lambda_{max}$  è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta, fornendo quindi una prova diretta della legge di spostamento, e nell'anno seguente formulò egli stesso una sua funzione di distribuzione:

$$I_\lambda = b\lambda^{-\gamma}e^{-\frac{a}{\lambda^2T^2}}$$

Il parametro  $\gamma$  era puramente congetturale, e Paschen ne ipotizzò il valore tra 5 e 6. Nella sua stesura finale della legge di emissione, Wien propose una serie di ipotesi altamente speculative per poter determinare tale parametro; egli ipotizzò che un gas scaldato potesse servire come sorgente di corpo nero. Nel gas, il numero di molecole  $N$  con velocità compresa tra  $v$  e  $v + dv$ , secondo la legge di Maxwell, è proporzionale a

$$N \propto v^2 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

dove il parametro  $\alpha$  è a sua volta proporzionale alla temperatura  $T$ . Stabilendo poi l'ulteriore ipotesi secondo cui la lunghezza d'onda e l'intensità di radiazione di una molecola siano entrambe funzioni della sola velocità della molecola, la distribuzione di radiazione del gas assumerà la forma:

$$I_\lambda = F(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{T}}$$

dove  $F$  e  $f$  sono entrambe funzioni incognite, derivabili da altrettante incognite relazioni tra lunghezza d'onda e velocità, da una parte, e tra intensità e velocità dall'altra. Per derivare queste funzioni, Wien si rese conto che la sua formula poteva essere conforme alla legge di Stefan-Boltzmann e a quella di spostamento solo se  $F(\lambda) = b\lambda^{-5}$  e  $f(\lambda) = \frac{a}{\lambda}$ ; in questo modo, la legge di distribuzione da lui ricavata fu

$$I_\lambda = b\lambda^{-5} e^{-\frac{a}{\lambda T}}$$

che differisce da quella di Paschen soltanto nella specificazione del valore di  $\gamma$ . Le ipotesi fatte da Wien erano nel migliore dei casi delle ipotesi ad hoc, ma nonostante ciò la legge doveva presentare un fondamento di verità, in quanto obbediva alla legge di spostamento. Se ne scoprirono i limiti effettivi quando Max Planck (1858-1947) iniziò ad avvicinarsi alla risoluzione del problema di emissione di corpo nero, nel 1899, scoprendo che questa legge si scostava dai dati sperimentali per lunghezze d'onda elevate.

### 1.3 La formulazione di Planck

Tra il 1899 e il 1900 iniziò ad occuparsi del problema del corpo nero lo scienziato Max Planck, il quale arriverà in breve tempo ad inserire nella sua trattazione un concetto rivoluzio-

nario, ovvero la quantizzazione dell'energia. Egli fece riferimento all'equazione  $\varepsilon = h\nu$  già dai primi articoli che scrisse sui suoi tentativi di ricavare una legge di corpo nero che fosse consistente sia con la legge di spostamento di Wien che con la teoria dei gas di Boltzmann; fu anzi proprio dai lavori di quest'ultimo che Planck ebbe l'intuizione di trattare le pareti della cavità nera come oscillatori armonici, in grado di scambiare energia sotto forma di "pacchetti finiti" con le molecole all'interno della cavità. Tuttavia, la sua visione non fu da subito accettata, e ci volle qualche tempo prima che la quantizzazione dell'energia fosse pienamente compresa. Lo stesso Planck mise alla prova più volte il suo ragionamento, sottoposto alle critiche dei vari scienziati che con lui si stavano occupando della ricerca della distribuzione di emissione che fosse contemporaneamente compatibile con la legge di Stefan-Boltzmann e la legge di spostamento di Wien.

#### 1.3.1 Il lavoro di Rayleigh e Jeans e la catastrofe ultravioletta

Sulla base di concetti della fisica newtoniana e dell'elettromagnetismo classico, Lord Rayleigh (1842-1919) e Sir James Jeans (1877-1946) ricavarono la seguente relazione per l'intensità di emissione di corpo nero

$$I_\lambda \propto T\lambda^{-4}$$

Questo risultato era in accordo con le sperimentazioni solo considerando grandi lunghezze d'onda. Nonostante ciò, il loro approccio per ricavare la distribuzione di emissione del corpo nero era sostanzialmente corretto, ma senza quell'ipotesi fondamentale che poi fu Planck a prendere in considerazione. Ad ogni modo, Rayleigh e Jeans ricavano la legge nel modo seguente; consideriamo una cavità cubica di lato  $L$  in cui la radiazione ha una densità di energia compresa tra  $\nu$  e  $\nu + d\nu$

$$u(\nu) = \bar{\varepsilon}N(\nu)d\nu$$

dove  $\bar{\varepsilon}$  è l'energia media degli oscillatori delle pareti della cavità, in risonanza con la frequenza  $\nu$ , e  $N(\nu)d\nu$  è il numero di onde stazionarie nella cavità. Poiché la radiazione si propaga in ogni direzione, avremo che i nodi dell'onda stazionaria risonante sono

$$n_i = \frac{2L}{\lambda} \cos \theta_i$$

con  $i = 1, 2, 3$ . Elevando al quadrato e sommando i singoli nodi, otteniamo l'equazione dei punti a coordinate intere positive o nulle, su una sfera di raggio  $R = \frac{2L\nu}{c}$

$$\sum_{i=1}^3 n_i^2 = \frac{4L^2}{\lambda^2} = \frac{4\nu^2}{c^2} L^2$$

Il numero di onde stazionarie tra  $\nu$  e  $\nu + d\nu$  è pari al numero di coordinate intere nell'ottante positivo del guscio sferico compreso tra  $R$  e  $R + dR$  con  $dR = 2Ld\nu/c$ ; quando questo valore è molto grande, esso si approssima al volume dell'ottante considerato

$$\frac{1}{8}4\pi R^2 dR = \frac{1}{8}4\pi \left(\frac{2L\nu}{c}\right)^2 \frac{2Ld\nu}{c} = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} L^3 d\nu$$

Otteniamo la densità dei modi di vibrazione permessi dividendo il numero di onde stazionarie per il volume della cavità cubica moltiplicato per 2 (le direzioni di polarizzazione indipendenti delle onde elettromagnetiche)

$$N(\nu)d\nu = 8\pi \frac{\nu^2 d\nu}{c^3}$$

Dobbiamo ora ricavare l'energia media di un singolo oscillatore. Sia  $f(\varepsilon) = Ce^{-kT}$  la distribuzione di Boltzmann ( $k = 1.3810 \cdot 10^{-16} \text{ erg/K}$  costante di Boltzmann), che dà la probabilità che un oscillatore abbia energia compresa tra  $\varepsilon$  e  $\varepsilon + d\varepsilon$ . Il valore medio dell'energia è

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \frac{\int_0^\infty \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^\infty f(\varepsilon) d\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon}{\int_0^\infty e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon} = \\ &= -\frac{d}{d(kT)} \log \int_0^\infty e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon = \frac{d}{d(kT)} \log(kT) = kT \end{aligned} \quad (1.4)$$

ottenendo così un teorema fondamentale in meccanica statistica, ovvero *il teorema dell'equipartizione dell'energia* (verso cui Rayleigh, al momento della prima stesura della sua legge, era vagamente scettico, trovandolo applicabile soltanto in casi molto limitati). Andando a sostituire in  $u(\nu)$  questi due risultati, otteniamo la densità di energia

$$u(\nu)d\nu = 8\pi kT \frac{\nu^2 d\nu}{c^3} \quad (1.5)$$

dalla quale ricaviamo la *legge di Rayleigh-Jeans* in funzione della lunghezza d'onda (considerando che  $\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} \Rightarrow u(\nu)d\nu = -u(\lambda)d\lambda$ )

$$u(\lambda)d\nu = 8\pi \frac{kT}{\lambda^4} \quad (1.6)$$

Questa legge è ricavata quindi utilizzando principi classici, dove la radiazione è trattata come un'onda che può essere emessa con qualunque energia, per ogni frequenza; questa porta una contraddizione coi dati sperimentali, oltre ad essere divergente per piccole lunghezze d'onda (UV e X). Il problema fu identificato come “catastrofe ultravioletta” e fu risolto nel 1900, grazie a un'intuizione di Planck.

### 1.3.2 L'introduzione dei quanti e la distribuzione di corpo nero di Planck

La risoluzione del problema della catastrofe ultravioletta avvenne con l'introduzione del concetto di *quanti*: essi sono dei cosiddetti “pacchetti di energia” discreti che corrispondono alla radiazione emessa dagli oscillatori delle pareti della cavità. Essi possono trasportare soltanto una quantità di energia ben definita, sulla base della frequenza  $\nu$ , per ognuno dei singoli oscillatori  $n$ :  $\varepsilon = h\nu \Rightarrow \varepsilon_n = n\varepsilon = nh\nu$ . Questa nuova ipotesi comporta solo un cambiamento del calcolo del valore medio dell'energia degli oscillatori fatto da Rayleigh e Jeans

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}} = -\frac{d}{d(kT)} \log \sum_{n=0}^{\infty} \left( e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}} \right)^n = \frac{d}{d(kT)} \log \frac{1}{1 - e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}} = \frac{h\nu}{e^{-\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

da cui possiamo ricavare la densità di energia in funzione della frequenza

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{-\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \quad (1.7)$$

che in funzione della lunghezza d'onda diventa

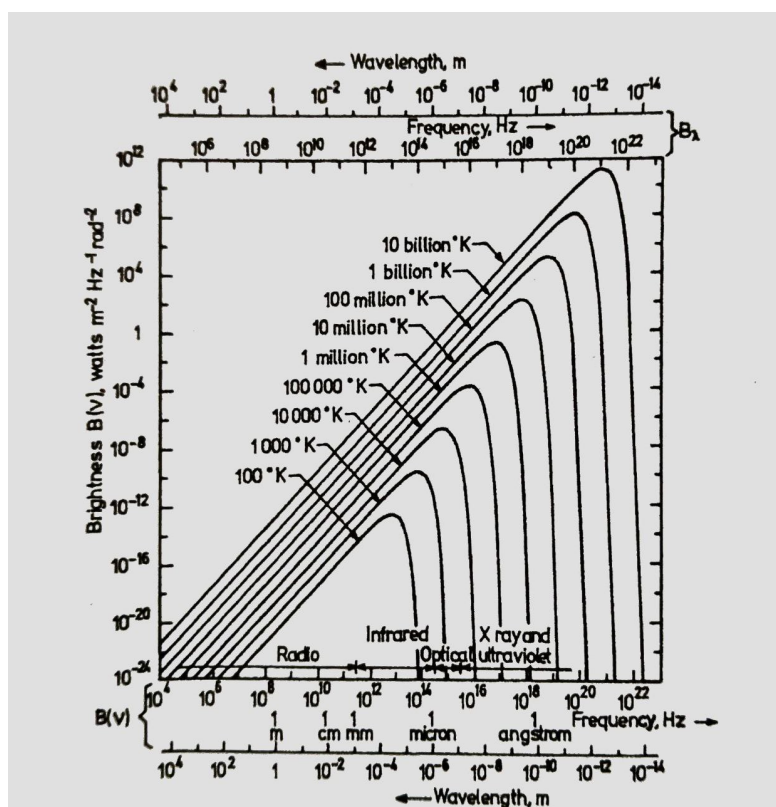
$$u(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{-\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} \quad (1.8)$$

questa è la legge di Planck per l'intensità di spettro di corpo nero. Gli esperimenti dell'epoca permisero di verificare la validità della distribuzione, ricercando gli effettivi valori delle due costanti inserite da Planck; egli per primo ne attribuì i valori  $h = 6.55 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$  e  $k = 1.346 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{r} \cdot \text{K}}$ . La seconda costante è la già menzionata costante di Boltzmann, che fu Planck a calcolare per la prima volta, andando a correggere un precedente lavoro di Boltzmann legato alla meccanica statistica e all'entropia nei gas. La prima costante invece,

$h$ , comparve per la prima volta proprio nei suoi lavori, ed è per questo tutt'ora nota come costante di Planck.

L'ipotesi di inserire una "quantizzazione" dell'energia inizialmente parve soltanto tecnica, poiché Planck, presumendo di trattare con oscillatori armonici in equilibrio nella cavità, riesce a ricavarla direttamente dalla legge di spostamento di Wien.

Nonostante le successive prove a cui la nuova teoria di Planck fu sottoposta, già dai primi tempi in cui ebbe questa intuizione, egli sentiva di star procedendo lungo la giusta strada; il figlio di Planck, Erwin, raccontò che, durante una lunga passeggiata, presumibilmente avvenuta nell'ultimo anno dell'Ottocento, il padre gli confessò di aver appena fatto la scoperta più importante per la fisica dai tempi di Newton.



**Figura 1.3.** Spettri di corpo nero a temperature differenti in termini di lunghezza d'onda. Se si tracciasse una curva unendo i picchi di emissione dei corpi neri, si ricaverebbe la legge di Wien. [C. Fanti, R. Fanti, Una finestra sull'Universo Invisibile" - Lezioni di Radioastronomia, Università degli Studi di Bologna]

## 2 Applicazioni astrofisiche della legge di Planck

Nel corso del XX secolo, la legge di Planck trovò una vasta gamma di applicazioni, oltre ad aver portato ad una totale rivoluzione nella comprensione della teoria atomica.

A livello astrofisico, le più notevoli applicazioni di questa teoria sono quelle legate all'osservazione degli spettri stellari, che permise poi alla definizione dell'attuale classificazione stellare di Harvard, e l'osservazione della radiazione cosmica di fondo, scoperta nel 1964 e da allora è una delle più solide prove della teoria del Big Bang.

### 2.1 Gli spettri stellari

Le informazioni riguardanti le proprietà fisiche di una stella vengono ricavate dall'osservazione dei loro spettri. Questi consistono di uno spettro continuo a cui si sovrappongono le cosiddette “linee di assorbimento”, dovute all'assorbimento della radiazione uscente dalla superficie della stella ad opera degli atomi ionizzati presenti nell'atmosfera stellare. Queste linee di assorbimento vengono definite sulla base del profilo di linea, funzione dell'intensità in base alla lunghezza d'onda di assorbimento. La larghezza di questi profili ci dà informazioni su quanti e quali atomi nell'atmosfera stellare sono in grado di assorbire la radiazione uscente dalla superficie della stella. Oltre a questo, la loro larghezza può essere anche conseguenza di moti termici o flussi convettivi dei gas atmosferici, descritti dall'effetto Doppler. Per osservare gli spettri e ricavarne informazioni fisiche, essi vengono solitamente convertiti in densità di flusso della radiazione della stella, in funzione della lunghezza d'onda. Approssimando una stella a una sfera di raggio  $R$ , e considerandola come un corpo nero ideale, possiamo scrivere la densità di flusso della stella tramite la legge di Stefan-Boltzmann:

$$F = \sigma T_{sup}^4 \quad (2.1)$$



Dove  $T_{sup}$  è la temperatura superficiale e  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$  costante di Stefan-Boltzmann. Da questo possiamo ricavare una relazione diretta tra luminosità della stella e temperatura superficiale:

$$L = 4\pi R^2 F \quad (2.2)$$

Fu proprio questa relazione a definire le classificazioni stellari introdotte nel corso del XX. Le più note sono la classificazione di Harvard e la classificazione di Yerkes.

### 2.1.1 Metodi di classificazione

Nel 1872, Henry Draper (1837-1882) fu il primo ad adottare la classificazione stellare che poi evolverà in quella di Harvard, modificando la precedente classificazione, ad opera di Angelo Secchi (1818-1878); Draper utilizzò un sistema alfabetico per rivedere le classi di Secchi, ampliandole e rendendole più dettagliate.

Dopo la sua morte, il suo apparato sperimentale fu donato all'Osservatorio di Harvard, per continuare la classificazione. Qui Annie Jump Cannon (1863-1941), rifinì il sistema di classificazione Draper e, tra il 1918 e il 1924, fu pubblicato il "*Henry Draper Catalogue*", che conteneva 225'000 stelle.

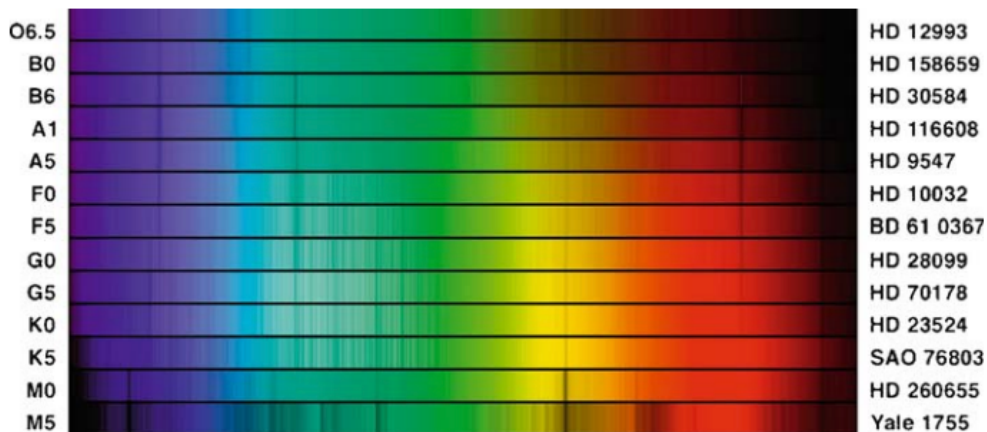
Questa classificazione, ora nota come classificazione di Harvard, è composta da lettere maiuscole, ognuna indicativa di un determinato picco di temperatura. Essa è basata sulla sensibilità delle linee di assorbimento in base alla temperatura stellare; le linee di assorbimento importanti per questa classificazione sono le linee dell'idrogeno di Balmer (corrispondenti agli stati di transizione dell'idrogeno nel livello  $n = 2$ ), quelle dell'elio neutro e quelle del ferro. La classificazione segue l'ordine delle lettere **O-B-A-F-G-K-M**, con le stelle più calde appartenenti alla classe **O** (con temperatura superficiale compresa tra i 20'000 e i 35'000K), in cui a dominare sono le linee di atomi fortemente ionizzati (come **He II**, **C III**, **N III**, **O III**), fino alle stelle più fredde nella classe **M** (temperatura superficiale intorno ai 3'000K), in cui a dominare sono le linee di metalli neutri e bande di assorbimento molecolari, come il **TiO**.

Ulteriori classi spettrali sono state aggiunte più recentemente, andando ad inserire nel catalogo stelle in cui sono presenti forte bande di assorbimento molecolare, con temperature

## 2.1 Gli spettri stellari

---

superficiali sotto ai  $3'000K$ .



**Figura 2.1.** Spettri di stelle di differenti classi spettrali, secondo la classificazione di Harvard. Le stelle O in cima sono le più calde, le stelle M in fondo le più fredde (foto NOAO/AURA/NSF) [Karttunen, Hannu. *Fundamental Astronomy*. 5.th ed. Berlin [etc.]: Springer, 2007. Print.]

Un altro metodo di classificazione noto è quello di Yerkes, a opera di William W. Morgan (1906-1994), Philip C. Keenan (1908-2000) e Edith Kellman (1911, 2007), in cui la classificazione prende in considerazione anche la luminosità delle stelle, poiché due stelle con la stessa temperatura superficiale possono avere grandi differenze in luminosità. La classificazione viene fatta in numeri romani: **Ia, Ib** sono stelle supergiganti, **II** sono stelle giganti molto luminose, **III** giganti meno luminose, **IV** subgiganti e **V** stelle della sequenza principale (nane). La terminologia per definire queste classi spettrali, viene utilizzata per un ulteriore metodo di classificazione, che mette in relazione magnitudine assoluta delle stelle e la loro classe spettrale; questa relazione ha permesso, nel 1910, ai due scienziati Ejnar Hertzsprung (1873-1967) e Harry Norris Russel (1877-1957) di definire il cosiddetto *diagramma HR*. Il risultato più notevole di questo diagramma è che, mettendo in relazione raggio stellare, luminosità relativa e assoluta, e temperatura superficiale sullo stesso grafico, non c'è una distribuzione omogenea delle stelle, bensì la maggior parte di esse si posiziona all'interno di una curva diagonale, ora nota come "sequenza principale", cioè la zona in cui si trova la maggior parte delle stelle osservabili (cosiddette stelle nane, di cui lo stesso Sole fa parte).

## 2.2 La radiazione cosmica di fondo

La radiazione cosmica di fondo (*Cosmic Microwave Background*, da qui in poi indicata come **CMB**) è la radiazione elettromagnetica residua della prima epoca cosmologica che permea l'intero universo. Si ritiene che si sia formata circa 380.000 anni dopo il Big Bang e contenga indicazioni su come si siano formate le prime stelle e galassie. Sebbene questa radiazione sia invisibile utilizzando i telescopi ottici, i radiotelescopi sono in grado di rivelare il debole segnale nella regione delle microonde come emissione di corpo nero.

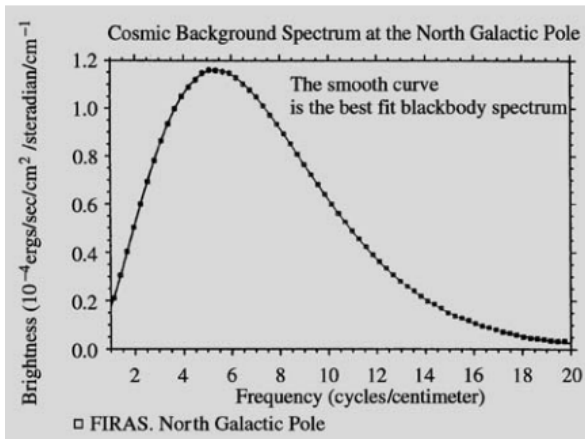
La **CMB** è fondamentale per la teoria del Big Bang e per i moderni modelli cosmologici (come il modello Lambda-CDM). Secondo la teoria, quando l'Universo nacque 13,8 miliardi di anni fa, tutta la materia era condensata in un unico punto. Dopo la sua espansione, lo spazio era pieno di un bagliore uniforme di particelle di plasma incandescenti, costituite da protoni, neutroni, elettroni e fotoni. Tra 380.000 e 150 milioni di anni dopo il Big Bang, i fotoni interagivano costantemente con gli elettroni liberi e non riuscivano così a percorrere grandi distanze (geralmente "Epoca Buia dell'Universo"). Mentre l'Universo continuava ad espandersi si è raffreddato fino al punto in cui gli elettroni si sono combinati con i protoni per formare atomi di idrogeno. In assenza di elettroni liberi, i fotoni poterono muoversi liberamente attraverso l'Universo e questo cominciò ad apparire come lo vediamo oggi. A causa dell'espansione dello spazio, le lunghezze d'onda dei fotoni sono cresciute (spostandosi verso il rosso) fino ad una lunghezza di circa 1 millimetro ed una temperatura di  $2,7K$ . Questi fotoni riempiono oggi l'universo e appaiono come un bagliore di fondo che può essere rilevato nel lontano infrarosso e nelle onde radio.

### 2.2.1 Storia della CMB

L'esistenza della **CMB** fu teorizzata per la prima volta nel 1948 dal fisico ucraino-americano George Gamow, insieme ai suoi studenti Ralph Alpher e Robert Hermann. Questa teoria era basata sui loro studi sulle conseguenze della nucleosintesi degli elementi leggeri

## 2.2 La radiazione cosmica di fondo

(idrogeno, elio, litio) durante l'Universo primordiale, che per sintetizzare i nuclei di questi elementi, doveva essere estremamente caldo.



**Figura 2.2.** Spettro della CMB; si nota come esso rispecchi al meglio la forma teorica della distribuzione di corpo nero. [Karttunen, Hannu. *Fundamental Astronomy*. 5.th ed. Berlin [etc.]: Springer, 2007. Print.]

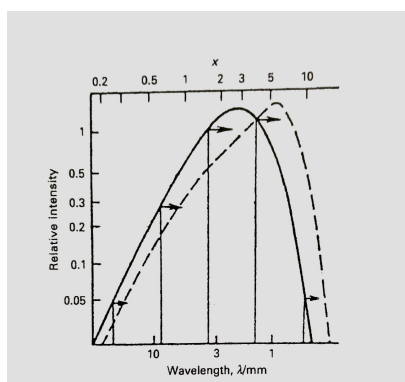
Teorizzarono inoltre che la radiazione residua di questo periodo avrebbe permeato l'Universo e sarebbe stato rilevabile. Per cui calcolarono che la radiazione cosmica di fondo avrebbe dovuto avere una temperatura di  $5K$ . La prova di tale teoria arrivò nel 1964 quando Arno Penzias e Robert Wilson, mentre portavano avanti esperimenti di radioastronomia e comunicazione satellitare. Le loro prime misurazioni infatti avevano un eccesso di temperatura di  $4,2K$ , coerentemente con la temperatura teorizzata un ventina d'anni prima. Per tali scoperte Penzias e Wilson hanno ricevuto il Nobel per la fisica nel 1978.

Nel corso degli anni '80, varie osservazioni satellitari posero limiti sempre più stringenti alle variazioni di temperatura della **CMB**. Tra questi vi era la missione sovietica *RELIKT-1* a bordo del satellite *Prognoz 9* (luglio del 1983) e la missione *COBE* (*Cosmic Background Explorer*) della NASA (risultati pubblicati nel 1992). Il team di *COBE* ha ricevuto il Nobel per la fisica nel 2006. Le scoperte di *COBE* confermano che la **CMB** ha una curva di intensità molto specifica, assimilabile a quella di un corpo nero, con il segnale più forte a 2 mm; tale lunghezza corrisponde ad una temperatura di  $2,725K$ . Questo bagliore cosmico è la prova concreta della teoria del Big Bang. Dalle osservazioni di *COBE*, emerge una distorsione dipolare della temperatura della **CMB**, la quale risulta essere dovuta all'effetto Doppler, causato dal movimento del satellite rispetto al sistema di riferimento per il quale la temperatura della **CMB** risulta isotropa. Questa anisotropia viene eliminata in base a una serie di correzioni dovute ai moti relativi tra il satellite e i vari sistemi celesti che con-

tribuiscono alla distorsione. Eliminato il problema dell'anisotropia dipolare, si osservano fluttuazioni in temperatura molto basse; sia  $T_{CMB} = 2,725K$  la temperatura media della **CMB** e  $T(\phi, \theta)$  la temperatura in funzione delle coordinate angolari di un punto generico nel cielo. La fluttuazione che si osserva:

$$\frac{\delta T}{T}(\phi, \theta) = \frac{T(\phi, \theta) - \langle T_{CMB} \rangle}{\langle T_{CMB} \rangle} \Rightarrow \langle \frac{\delta T}{T}(\phi, \theta) \rangle \simeq 1.1 \cdot 10^{-5}$$

Da questa osservazione è evidente quindi che la fluttuazione media di temperatura nello spettro della **CMB** è estremamente bassa, confermando l'ipotesi di una radiazione isotropa. Dopo *COBE* sono stati inviati altri due satelliti degni di menzione: *WMAP* e *Planck*. Se il primo era in grado di fare una mappatura a circa  $7^\circ$  nel cielo, *WMAP* (2001-2010) era in grado di operare ad una risoluzione fino a  $0,5^\circ$  e *Planck* (2009-2013) ha migliorato fino a  $0,16^\circ$ .



**Figura 2.3.** Shift nello spettro di corpo nero della CMB, causato dall'effetto Sunyaev-Zel'dovich. Si nota come l'intensità decresce a bassa frequenza.[C. Fanti, R. Fanti, Una finestra sull'Universo Invisibile" - Lezioni di Radioastronomia, Università degli Studi di Bologna]

Le osservazioni di questi satelliti erano mirate alla misura delle effettive anisotropie locali presenti nella distribuzione di emissione della **CMB**. Le variazioni nello spettro che emergono, sono dovute sostanzialmente al cosiddetto effetto Sunyaev-Zel'dovich termico; questo è dovuto ad un'interazione tra i fotoni della **CMB**, a temperature molto basse, con fotoni di un gas caldo ionizzato ( $T \simeq 10^8 K$ ), il quale genera un effetto Compton inverso, che rende i fotoni della **CMB** più energetici, andando a creare uno spostamento dello spettro di corpo nero a frequenze più alte. Oltre a questo effetto, ci sono anche distorsioni dovute ai moti relativi dei corpi celesti rispetto al sistema di riferimento della **CMB**. Questo aggiunge un effetto Doppler al Compton inverso; tale fenomeno è noto come effetto

Sunyaev-Zel'dovich cinetico, separabile da quello termico, e permette, oltre all'osservazione dei moti relativi degli ammassi di galassie, di determinare l'evoluzione di strutture dell'Universo su larga scala.



## 3 Bibliografia

### Libri

1. Khun, Thomas S., *Alle origini della fisica contemporanea : la teoria del corpo nero e la discontinuità quantica*; Il mulino: Bologna, 1981.
2. Karttunen, Hannu. *Fundamental Astronomy* 5.th ed. Berlin [etc.: Springer, 2007. Print.
3. Rybicki, George B., and Alan P. Lightman. *Radiative Processes in Astrophysics* 2004. Physics Textbook

### Dispense

1. F. Ravanini. *Istituzioni di Fisica Teorica*. Università degli Studi di Bologna, 2022.
2. C. Fanti e R. Fanti. *Una Finestra sull'Universo "Invisibile"* - Lezioni di Radioastronomia. Università degli Studi di Bologna, 2012.

# Ringraziamenti

*Ai miei genitori e a mia sorella, che mi hanno permesso di arrivare fin qui coi miei tempi e le mie forze, senza giudizi o pressioni sulle spalle.*

*Alla mia compagna, che mi ha tenuto in piedi fino all'ultimo, la mia sostenitrice numero uno.*

*Agli amici più cari, che mi sono stati sempre a fianco sia nelle gioie che nei dolori di questo lungo percorso. Mi avete sopportato a lungo, ma alla fine eccomi qua.*

*Ai miei colleghi, che hanno creduto in me dal primo momento, spronandomi a portare questa fatica fino in fondo.*

*E infine a tutte le persone incorciate in questi anni, che in un modo o nell'altro avranno contribuito a farmi arrivare fin qui. A tutti voi, grazie.*

*Un ringraziamento speciale va al Professor Bruno Marano, che mi ha permesso di intraprendere una carriera ancor prima di finire questo percorso. Lo ringrazio per la sua fiducia, le sue parole e il suo supporto, dentro e fuori dal corso di studi. Questo traguardo è anche per lui.*